

Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Escola de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

**Um Modelo Numérico para a Simulação de Problemas de
Interação Fluido-Estrutura-Solo na Engenharia do Vento**

Michael René Mix Visintainer

Porto Alegre
2022

MICHAEL RENÊ MIX VISINTAINER

**UM MODELO NUMÉRICO PARA A SIMULAÇÃO DE
PROBLEMAS DE INTERAÇÃO FLUIDO-ESTRUTURA-SOLO
NA ENGENHARIA DO VENTO**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia.

Porto Alegre
2022

CIP - Catalogação na Publicação

Visintainer, Michael Renê Mix

Um modelo numérico para a simulação de problemas de interação fluido-estrutura-solo na Engenharia do Vento / Michael Renê Mix Visintainer. -- 2022.

264 f.

Orientador: Alexandre Luis Braun.

Tese (Doutorado) -- Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Escola de Engenharia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Porto Alegre, BR-RS, 2022.

1. Engenharia do Vento Computacional. 2. Método dos Elementos Finitos. 3. Sistemas Acoplados. 4. Interação Fluido-Estrutura-Solo. I. Braun, Alexandre Luis, orient. II. Título.

MICHAEL RENÊ MIX VISINTAINER

**UM MODELO NUMÉRICO PARA A SIMULAÇÃO DE
PROBLEMAS DE INTERAÇÃO FLUIDO-ESTRUTURA-SOLO
NA ENGENHARIA DO VENTO**

Esta tese de doutorado foi julgada adequada para a obtenção do título de DOUTOR EM ENGENHARIA, Área de Estruturas, e aprovada em sua forma final pelo professor orientador e pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, 22 de abril de 2022

Prof. Alexandre Luis Braun
Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS
Orientador

Prof. Lucas Festugato
Coordenador do PPGEC/UFRGS

BANCA EXAMINADORA

Prof. Rodolfo André Kuche Sanches (USP)
Dr. pela Universidade de São Paulo - USP

Prof. Paulo Roberto de Freitas Teixeira (FURG)
Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS

Prof. Eduardo Bittencourt (UFRGS)
Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS

Dedico este trabalho aos meus pais, Nilson e
Clarisse, e à minha irmã Thaíza.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), especialmente ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (PPGEC), pela estrutura fornecida e pelo seu corpo docente de elevada qualidade.

Ao professor Alexandre Luis Braun pela inestimável atenção proporcionada durante as incontáveis horas de atendimento e pela paciência em ajudar nos momentos mais críticos do desenvolvimento deste trabalho.

Aos meus pais, Nilson e Clarisse, e à minha irmã Thaíza por estarem sempre ao meu lado, me proporcionando amor e apoio em todos os momentos da minha vida.

Aos meus amigos e familiares que estiveram presentes durante esta trajetória, em especial ao meu amigo Marcelo pelo companheirismo e amizade.

Aos meus colegas e amigos do PPGEC e do grupo CEMACOM pela troca de conhecimento, em especial ao Miguel, Mateus, Guilherme e Gabriela pela amizade e convivência proporcionada como colegas de orientação e pela grande disponibilidade em ajudar.

À CAPES e ao CNPq pelo apoio financeiro prestado por meio das bolsas de estudo e que possibilitaram a minha dedicação total ao desenvolvimento deste trabalho.

Ao Núcleo Avançado de Computação de Alto Desempenho (NACAD/UFRJ) e ao Centro Nacional de Supercomputação (CESUP/UFRGS) pelo apoio e pelos recursos computacionais disponibilizados.

Por fim, agradeço a Deus e a todos que tiveram uma parcela de contribuição no desenvolvimento deste trabalho.

RESUMO

VISINTAINER, M. R. M. **Um modelo numérico para a simulação de problemas de interação fluido-estrutura-solo na Engenharia do Vento.** 2022. Tese (Doutorado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

O presente trabalho tem como objetivo desenvolver uma formulação de acoplamento para a simulação numérica da interação fluido-estrutura-solo em aplicações da Engenharia do Vento. Com esta ferramenta pretende-se avaliar a influência da interação solo-fundação no comportamento aeroelástico de estruturas. Neste trabalho, o modelo numérico é desenvolvido a partir de um esquema de acoplamento particionado, no qual os meios físicos envolvidos são resolvidos de forma sequencial, podendo apresentar métodos de discretização e solução independentes. Adota-se o Método dos Elementos Finitos (MEF) para a discretização espacial de todos os meios físicos, onde elementos hexaédricos lineares com integração reduzida e controle de modos espúrios são empregados. As equações fundamentais do escoamento são descritas cinematicamente através de uma formulação arbitrária lagrangiana-euleriana (ALE) e resolvidas numericamente usando o esquema explícito de dois passos de Taylor-Galerkin, enquanto que a Simulação de Grandes Escalas (LES) é empregada para o tratamento de escoamentos turbulentos. A estrutura e o solo são considerados como meios deformáveis elastoplásticos, sendo empregada uma abordagem corrotacional para lidar com as não linearidades física e geométrica. A equação de equilíbrio dinâmico é resolvida no tempo através do esquema implícito de Newmark adaptado ao método α -generalizado e elementos infinitos são empregados no contorno do domínio computacional do solo para evitar a reflexão de ondas para a região de interesse. A transferência de esforços entre o solo e a estrutura é realizada empregando-se um algoritmo de contato tridimensional baseado no método da penalidade que permite a separação e deslizamento entre os meios. Devido a elevada demanda computacional, a abordagem CUDA é empregada utilizando-se um modelo híbrido de paralelização para acelerar o processamento das simulações. Verificou-se durante as análises aeroelásticas que a resposta estrutural foi afetada pela inserção do solo nos modelos, apresentando amplitudes de deslocamento longitudinal superiores aos demonstrados pelos modelos de estrutura apoiada em uma base rígida.

Palavras-chave: *Engenharia do Vento Computacional; Método dos Elementos Finitos; Sistemas Acoplados; Interação Fluido-Estrutura-Solo.*

ABSTRACT

VISINTAINER, M. R. M. **A numerical model for the simulation of fluid-structure-soil interaction problems in Wind Engineering.** 2022. Tese (Doutorado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

The present work aims to develop a coupling formulation for the numerical simulation of fluid-structure-soil interaction in Wind Engineering applications. With this tool it is intended to evaluate the influence of soil-foundation interaction on the aeroelastic behavior of structures. In this work, the numerical model is developed from a partitioned coupling scheme, in which the physical media involved are solved sequentially, and may present independent discretization and solution methods. The Finite Element Method (FEM) is adopted for the spatial discretization of all physical media, where linear hexahedral elements with reduced integration and spurious mode control are used. The fundamental flow equations are kinematically described using an arbitrary lagrangian-eulerian (ALE) formulation and numerically solved using the explicit Taylor-Galerkin two-step scheme, while the Large Scale Simulation (LES) is employed for the treatment of turbulent flows. Structure and soil are considered as deformable elastoplastic media, using a corotational approach to deal with physical and geometric nonlinearities. The dynamic equilibrium equation is solved in time by using the implicit Newmark scheme adapted to the α -generalized method and infinite elements are used at the boundaries of the soil computational domain to avoid the reflection of waves to the region of interest. Load transfer between the soil and the structure is performed using a three-dimensional contact algorithm based on the penalty method that allows separation and sliding between the media. Due to the high computational demand, the CUDA approach is employed using a hybrid parallelization model to accelerate the processing of the numerical simulations. It was verified during the aeroelastic analysis that structural response was affected by the soil insertion in the models, showing larger longitudinal displacement amplitudes than those presented by the structure models resting on a rigid base.

Keywords: *Computational Wind Engineering; Finite Element Method; Coupled Systems; Fluid-Structure-Soil Interaction.*

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	19
1.1 ASPECTOS GERAIS.....	19
1.2 ENGENHARIA DO VENTO COMPUTACIONAL (EVC)	23
1.2.1 Desenvolvimento histórico.....	24
1.2.2 Processamento de alto desempenho	26
1.2.3 Estudos desenvolvidos na UFRGS	28
1.3 INTERAÇÃO FLUIDO-ESTRUTURA (IFE).....	29
1.3.1 Modelos numéricos sobre o acoplamento fluido-estrutura	30
1.3.2 Estudos desenvolvidos na UFRGS	33
1.4 INTERAÇÃO SOLO-ESTRUTURA (ISE).....	34
1.4.1 Estudos analíticos.....	35
1.4.2 Estudos experimentais.....	36
1.4.3 Estudos numéricos	37
1.4.4 Estudos desenvolvidos na UFRGS	40
1.5 OBJETIVOS.....	41
1.6 METODOLOGIA.....	42
1.7 ORGANIZAÇÃO DO TEXTO	43
2 MECÂNICA DOS FLUIDOS	46
2.1 EQUAÇÕES FUNDAMENTAIS DA DINÂMICA DOS FLUIDOS	46
2.1.1 Equações de conservação	46
2.1.2 Equações constitutivas	47
2.1.3 Condições iniciais e de contorno.....	48
2.2 HIPÓTESE DE PSEUDO-COMPRESSIBILIDADE.....	48
2.3 ESCOAMENTOS TURBULENTOS.....	50
2.3.1 Introdução	50
2.3.2 Simulação de Grandes Escalas (LES)	51
2.4 EQUAÇÕES DE CONSERVAÇÃO NA DESCRIÇÃO ALE	54
3 MODELO NUMÉRICO PARA ANÁLISE DO ESCOAMENTO.....	56
3.1 DISCRETIZAÇÃO TEMPORAL.....	56
3.1.1 Equação de conservação da quantidade de movimento	57
3.1.2 Equação de conservação de massa.....	58

3.2 DISCRETIZAÇÃO ESPACIAL	59
3.2.1 Formulação do elemento finito	59
3.2.2 O modelo explícito de dois passos de Taylor-Galerkin	60
3.3 CONDIÇÃO DE ESTABILIDADE.....	63
3.4 ALGORITMO PARA A ANÁLISE DO ESCOAMENTO	64
4 MECÂNICA DOS SÓLIDOS	65
4.1 EQUAÇÕES FUNDAMENTAIS DO MEIO CONTÍNUO	65
4.1.1 Equação de conservação da quantidade de movimento	65
4.1.2 Equação de conservação de massa.....	65
4.1.3 Equação constitutiva para materiais elásticos em pequenas deformações.....	66
4.2 ANÁLISE NÃO LINEAR E O SISTEMA CORROTACIONAL.....	67
4.2.1 Incremento de deformações e tensões no sistema corrotacional.....	68
4.2.2 Tensor taxa de tensões de Truesdell.....	71
5 MODELO NUMÉRICO PARA ANÁLISE DA ESTRUTURA E DO SOLO	75
5.1 O PRINCÍPIO DOS TRABALHOS VIRTUAIS	75
5.2 FORMULAÇÃO DO ELEMENTO HEXAÉDRICO DE 8 NÓS	76
5.3 TÉCNICAS DE INTEGRAÇÃO REDUZIDA.....	79
5.3.1 Integração reduzida uniforme (um ponto de integração)	79
5.3.2 Método \bar{B}	84
5.4 FORMULAÇÃO DO ELEMENTO INFINITO	86
5.4.1 Análise estática.....	87
5.4.2 Análise dinâmica.....	90
5.5 ANÁLISE NÃO LINEAR GEOMÉTRICA	94
5.5.1 Matriz de rigidez tangente.....	94
5.5.2 Matriz de rotação.....	96
5.6 ANÁLISE NÃO LINEAR FÍSICA	97
5.6.1 Critério de plastificação de von Mises	98
5.6.2 Critério de plastificação de Mohr-Coulomb	100
5.6.3 Critério de plastificação de Drucker-Prager.....	101
5.7 AVANÇO TEMPORAL PARA ANÁLISE DINÂMICA	102
5.7.1 Método de Newmark.....	103
5.7.2 Método α -Generalizado.....	105

5.8 SUAVIZAÇÃO DAS COMPONENTES DE TENSÃO	110
6 MECÂNICA DO CONTATO	112
6.1 CINEMÁTICA DO CONTATO	112
6.2 EQUAÇÃO CONSTITUTIVA	116
6.2.1 Contato normal.....	116
6.2.2 Contato tangencial.....	118
6.3 FORMULAÇÃO VARIACIONAL DO CONTATO	120
7 MODELO NUMÉRICO PARA ANÁLISE DA INTERAÇÃO FLUIDO-ESTRUTURA-SOLO.....	123
7.1 TRATAMENTO DO CONTATO SOLO-ESTRUTURA	123
7.1.1 Formulação do elemento de contato	123
7.1.2 Matriz de rigidez do elemento de contato	129
7.1.3 Algoritmo para o tratamento numérico do contato	131
7.2 ACOPLAMENTO FLUIDO-ESTRUTURA	132
7.2.1 Esquema adotado	133
7.2.2 Técnica de subciclos	136
7.2.3 Esquema de movimento de malha	137
7.2.4 Algoritmo para a análise de problemas de IFE	138
7.3 TÉCNICAS DE PROCESSAMENTO DE ALTO DESEMPENHO.....	140
7.3.1 Contextualização	140
7.3.2 CUDA (<i>Compute Unified Device Architecture</i>)	142
8 APLICAÇÕES NUMÉRICAS.....	149
8.1 APLICAÇÕES DE CONTATO COM SUPERFÍCIE RÍGIDA	149
8.1.1 Contato entre um bloco deformável e uma superfície rígida	149
8.1.2 Compressão de um cilindro.....	154
8.1.3 Impacto de um cilindro com uma superfície rígida	157
8.2 APLICAÇÕES DE CONTATO ENTRE CORPOS DEFORMÁVEIS	159
8.2.1 Contato entre dois anéis semicirculares	159
8.2.2 Contato entre duas vigas	163
8.2.3 Impacto longitudinal entre duas barras	167
8.3 APLICAÇÕES DE MEIO SEMI-INFINITO.....	168
8.3.1 Carregamento linear em meio semi-infinito (problema de Flamant).....	168

8.3.2 Propagação de onda unidimensional.....	171
8.3.3 Propagação de onda em meio semi-infinito.....	174
8.3.4 Bloco elástico apoiado em meio semi-infinito.....	178
8.4 APLICAÇÕES DE INTERAÇÃO SOLO-ESTRUTURA.....	183
8.4.1 Problema elástico de interação solo-estaca.....	183
8.4.2 Problema elastoplástico de interação solo-estaca.....	188
8.4.3 Problema dinâmico de interação solo-sapata.....	192
8.4.4 Interação dinâmica solo-estaca com carregamento vertical.....	197
8.4.5 Interação dinâmica solo-estaca com carregamento horizontal.....	200
8.5 APLICAÇÃO DE INTERAÇÃO FLUIDO-ESTRUTURA.....	204
8.5.1 Interação fluido-estrutura com placa flexível.....	204
8.6 APLICAÇÃO DE INTERAÇÃO FLUIDO-ESTRUTURA-SOLO.....	213
8.6.1 Interação fluido-estrutura-solo em um edifício alto do CAARC.....	213
9 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS....	238
REFERÊNCIAS.....	244
APÊNDICE A.....	261

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1: Suporte mecânico para ensaio de modelos aeroelásticos de estruturas alteadas....	19
Figura 3.1: Sistemas de referência para o elemento hexaédrico.....	59
Figura 5.1: Elemento finito hexaédrico de 8 nós.....	77
Figura 5.2: Mapeamento do elemento infinito unidimensional.....	87
Figura 5.3: Elemento infinito hexaédrico de 8 nós.....	89
Figura 5.4: Representação geométrica das superfícies de plastificação de von Mises e de Tresca no espaço das tensões principais.	99
Figura 5.5: Critério de Mohr-Coulomb e círculos de Mohr.	100
Figura 5.6: Representação geométrica da superfície de plastificação de Mohr-Coulomb no espaço das tensões principais.....	101
Figura 5.7: Representação geométrica da superfície de plastificação de Drucker-Prager no espaço das tensões principais.....	102
Figura 6.1: Processo de deformação em um problema de contato.	112
Figura 6.2: Sistema de coordenadas e o método de projeção ortogonal.....	114
Figura 7.1: Projeção do nó escravo na superfície mestre.	123
Figura 7.2: Deslizamento do nó escravo sobre a superfície mestre.....	127
Figura 7.3: Definição da superfície escrava e mestre.....	128
Figura 7.4: Algoritmo do modelo de acoplamento utilizado.....	134
Figura 7.5: Esquema de transferência de dados baseado em projeção de nós.	135
Figura 7.6: Definição de parâmetros para o esquema de movimento de malha.....	138
Figura 7.7: Unidades computacionais presentes em um <i>device</i> (GPU).....	143
Figura 7.8: Identificação local e global dos <i>threads</i> de acordo com o bloco de processamento especificado no <i>kernel</i>	144
Figura 7.9: Performance relativa para diferentes tipos de precisão.....	145
Figura 7.10: Tempo de processamento de um algoritmo em CUDA.....	146
Figura 7.11: Fluxograma de atividades executadas pela CPU e GPU.	147
Figura 8.1: Geometria e carregamento do problema de contato entre um bloco deformável e uma superfície rígida.	150

Figura 8.2: Malhas inicial e deformada ($300 \times$ e $\mu_c = 1,0$) para (a) presente trabalho e (b) Feng (1998).....	151
Figura 8.3: Distribuição das forças de contato normal (FN) e tangencial (FT) ao longo do comprimento AD em daN.....	153
Figura 8.4: Malha inicial do problema de compressão de um cilindro.	154
Figura 8.5: Força necessária para comprimir o cilindro em função do deslocamento da superfície rígida.	155
Figura 8.6: Configuração deformada do cilindro comprimido obtida no último passo de carga com convergência.	156
Figura 8.7: Última configuração deformada obtida para o problema de impacto de um cilindro de cobre.....	158
Figura 8.8: Configuração geométrica e condições de contorno do problema de contato entre dois anéis semicirculares.	159
Figura 8.9: Malha utilizada para o problema de contato entre dois anéis semicirculares.	161
Figura 8.10: Configuração deformada no instante em que o deslocamento horizontal em CD atinge 90 mm para (a) presente trabalho e (b) Feng (1998).....	161
Figura 8.11: Deslocamento do ponto F em função do deslocamento aplicado em CD.....	162
Figura 8.12: Variação das reações em CD em função do deslocamento aplicado.	162
Figura 8.13: Configuração geométrica e condições de contorno para o problema de contato entre duas vigas.....	163
Figura 8.14: Deslocamento prescrito x reação de apoio para o problema de contato entre duas vigas: resultados utilizando elementos com integração completa.	164
Figura 8.15: Deslocamento prescrito x reação de apoio para o problema de contato entre duas vigas: resultados utilizando elementos com técnicas de integração reduzida.....	165
Figura 8.16: Deslocamento prescrito x reação de apoio para o problema de contato entre duas vigas: resultados utilizando elementos com técnicas de integração reduzida e malha refinada.	166
Figura 8.17: Configuração deformada para o problema de contato entre duas vigas: resultados utilizando elementos com técnicas de integração reduzida e malha refinada.....	166
Figura 8.18: Características geométricas e malha de elementos finitos empregados para o problema de impacto entre duas barras.....	167
Figura 8.19: Deslocamentos da superfície de contato ao longo do tempo para o problema de impacto entre duas barras.	168
Figura 8.20: Configuração geométrica, condições de contorno e malha com elementos finitos e infinitos adotada para o problema de Flamant.	169

Figura 8.21: Configuração geométrica, condições de contorno e malha com apenas elementos finitos adotada para o problema de Flamant.....	170
Figura 8.22: Deslocamento vertical obtido para o problema de Flamant.....	171
Figura 8.23: Configurações geométricas e malhas empregadas no problema de propagação de onda unidimensional.....	172
Figura 8.24: Histórico de deslocamento vertical avaliado no ponto A do problema de propagação de onda unidimensional.....	173
Figura 8.25: Configuração geométrica e descrição do carregamento para o problema de propagação de onda em meio semi-infinito.....	174
Figura 8.26: Malha pequena empregada no problema de propagação de onda em meio semi-infinito contendo: (a) apenas elementos finitos e (b) elementos finitos e infinitos.....	175
Figura 8.27: Malha estendida, formada apenas por elementos finitos, empregada no problema de propagação de onda em meio semi-infinito.....	175
Figura 8.28: Históricos de deslocamentos verticais avaliados nos pontos A, B e C do problema de propagação de onda em meio semi-infinito.....	177
Figura 8.29: Configuração geométrica e descrição do carregamento para o problema de um bloco elástico apoiado em meio semi-infinito.....	178
Figura 8.30: Malhas utilizadas no problema de um bloco elástico apoiado em meio semi-infinito contendo apenas elementos finitos.....	179
Figura 8.31: Problema de um bloco elástico apoiado em meio semi-infinito – histórico de deslocamento vertical no ponto A para a malha grande contendo apenas elementos finitos.....	180
Figura 8.32: Problema de um bloco elástico apoiado em meio semi-infinito – histórico de deslocamento vertical no ponto A para ambas as malhas contendo apenas elementos finitos.....	181
Figura 8.33: Malhas utilizadas no problema de um bloco elástico apoiado em meio semi-infinito contendo elementos finitos e infinitos.....	182
Figura 8.34: Problema de um bloco elástico apoiado em meio semi-infinito – histórico de deslocamento vertical no ponto A para ambas as malhas contendo elementos finitos e infinitos.....	183
Figura 8.35: Configuração geométrica e malha de elementos finitos adotada para o problema elástico de interação solo-estrutura.....	184
Figura 8.36: Configuração deformada final dos modelos com atrito elevado para o problema elástico de interação solo-estaca com carregamento lateral (fator de amplificação de 100x).....	186

Figura 8.37: Problema elástico de interação solo-estrutura –deslocamento vertical na superfície do solo.	187
Figura 8.38: Problema elástico de interação solo-estrutura –deslocamento horizontal na superfície do solo: (a) ao longo da linha de aplicação da carga e (b) linha normal à aplicação da carga.	187
Figura 8.39: Configuração geométrica e malha de elementos finitos adotada para o problema elastoplástico de interação solo-estaca.	188
Figura 8.40: Pontos de avaliação dos resultados para o problema elastoplástico de interação solo-estaca.	190
Figura 8.41: Problema elastoplástico de interação solo-estaca – (a) curva força-deslocamento e (b) configuração deformada da estaca.	190
Figura 8.42: Deslocamentos horizontais ao longo da malha do problema elastoplástico de interação solo-estaca.	192
Figura 8.43: Problema dinâmico de interação solo-sapata – (a) Características geométricas e (b) configuração inicial da malha.	193
Figura 8.44: Descrição da força axial adotada para o problema dinâmico de interação solo-sapata.	194
Figura 8.45: Histórico de deslocamento horizontal avaliado no ponto B do problema dinâmico de interação solo-sapata.	195
Figura 8.46: Histórico de deslocamento vertical avaliado no ponto B do problema dinâmico de interação solo-sapata.	195
Figura 8.47: Histórico de deslocamento horizontal avaliado no ponto A do problema dinâmico de interação solo-sapata.	196
Figura 8.48: Histórico de deslocamento horizontal avaliado no ponto A do problema dinâmico com estrutura apoiada em uma base rígida.	197
Figura 8.49: Configuração geométrica e malha de elementos finitos adotada para o problema de interação dinâmica solo-estaca com carregamento vertical.	198
Figura 8.50: Rigidez dinâmica para o problema de interação dinâmica solo-estaca com carregamento vertical.	200
Figura 8.51: Configuração geométrica e malha de elementos finitos adotada para o problema de interação dinâmica solo-estaca com carregamento horizontal.	202
Figura 8.52: Rigidez dinâmica para o problema de interação dinâmica solo-estaca com carregamento horizontal.	203
Figura 8.53: Deslocamentos horizontais na cabeça da estaca para o problema de interação dinâmica solo-estaca com carregamento horizontal.	204

Figura 8.54: Geometria e condições de contorno utilizadas no problema de interação fluido-estrutura com placa flexível.	205
Figura 8.55: Malha de elementos finitos empregada na região do ALE para o problema de interação fluido-estrutura.	206
Figura 8.56: Detalhe da malha localizada na vizinhança do cilindro e da placa flexível empregada na discretização espacial do fluido.	206
Figura 8.57: Condições de contorno e malha de elementos finitos utilizada para a discretização da estrutura no problema de interação fluido-estrutura.	207
Figura 8.58: Configuração deformada da malha para $n = 3$ no instante em que a estrutura atinge o máximo deslocamento transversal.	208
Figura 8.59: Deslocamento vertical e horizontal normalizado do ponto A ao longo do tempo obtidos para o problema da interação fluido-estrutura.	209
Figura 8.60: Comparação dos históricos de deslocamento em uma janela de 1 segundo para o problema da interação fluido-estrutura.	209
Figura 8.61: Campo de vorticidade no instante de deslocamento transversal máximo do ponto A obtidos (a) no presente trabalho e (b) por Furquan e Mittal (2015).	210
Figura 8.62: Campos de pressão e linhas de corrente instantâneos obtidos para o problema de interação fluido-estrutura – (a) presente trabalho e (b) Degroote <i>et al.</i> (2010).	211
Figura 8.63: Geometria e condições de contorno utilizadas na análise aerodinâmica do edifício CAARC (dados em escala).	214
Figura 8.64: Detalhes das três malhas na região em torno do edifício e utilizadas na análise aerodinâmica do edifício CAARC.	215
Figura 8.65: Históricos dos coeficientes de força ao longo do tempo obtidos na análise aerodinâmica do edifício CAARC.	217
Figura 8.66: Distribuições dos coeficientes de pressão médios ao longo do perímetro do edifício CAARC em $Z/H = 2/3$	218
Figura 8.67: Comparação das distribuições dos coeficientes de pressão médios ao longo do perímetro do edifício CAARC em $Z/H = 2/3$	219
Figura 8.68: Distribuições dos coeficientes de pressão médios sobre as paredes do edifício CAARC.	221
Figura 8.69: Campos de pressão médio e linhas de corrente obtidos na análise aerodinâmica do edifício CAARC.	221
Figura 8.70: Linhas de corrente tridimensionais obtidas para o campo médio de velocidades na análise aerodinâmica do edifício CAARC.	222

Figura 8.71: Características geométricas e configuração inicial de malha empregados na análise aeroelástica do edifício CAARC (dados em escala).....	224
Figura 8.72: Históricos de deslocamento longitudinal e transversal obtidos na análise aeroelástica do edifício CAARC para os modelos RO e ROD.....	228
Figura 8.73: Históricos de deslocamento longitudinal e transversal obtidos na análise aeroelástica do edifício CAARC para os modelos LEO e LEOD.	229
Figura 8.74: Curvas de deslocamentos longitudinal normalizado em função da velocidade reduzida e obtidas para os modelos ROD e RO.....	230
Figura 8.75: Curvas de deslocamentos longitudinal normalizado em função da velocidade reduzida e obtidas para os modelos LEOD e LEO.	231
Figura 8.76: Última configuração deformada e vetores de forças obtidos para o modelo NLO e $V_{red} = 2$	233
Figura 8.77: Comparação dos históricos de deslocamento longitudinal e transversal obtidos na análise aeroelástica do edifício CAARC para os modelos RO, LEO e NLO.	234
Figura 8.78: Curvas de deslocamentos longitudinal normalizado em função da velocidade reduzida e obtidas para os modelos NLO.	235

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1: Algoritmo para a análise do escoamento utilizando o esquema explícito de dois passos de Taylor-Galerkin.	64
Tabela 5.1: Algoritmo para a análise dinâmica não linear empregando o método implícito de Newmark.....	104
Tabela 5.2: Algoritmo para a análise dinâmica não linear empregando o método α -Generalizado.	108
Tabela 7.1: Algoritmo para o cálculo das forças de contato.	131
Tabela 7.2: Algoritmo para a análise de problemas de IFE.....	139
Tabela 8.1: Dados do problema de contato entre um bloco deformável e uma superfície rígida.	150
Tabela 8.2: Deslocamentos do ponto A em função do coeficiente de atrito empregando o elemento com um ponto de integração.	152
Tabela 8.3: Deslocamentos do ponto A em função do coeficiente de atrito empregando o elemento com método \bar{B}	152
Tabela 8.4: Propriedades do material e do contato para a análise de compressão de um cilindro.	155
Tabela 8.5: Propriedades do cilindro de cobre.	157
Tabela 8.6: Raio e comprimento final do problema de impacto de um cilindro de cobre com superfície rígida.	158
Tabela 8.7: Propriedades do problema de contato entre dois anéis semicirculares.....	160
Tabela 8.8: Propriedades físicas e parâmetros computacionais utilizados no problema de impacto entre duas barras.	167
Tabela 8.9: Deslocamento vertical e lateral na cabeça da estaca para o problema elástico de interação solo-estaca.	185
Tabela 8.10: Parâmetros físicos empregados no problema elastoplástico de interação solo-estaca.....	189
Tabela 8.11: Parâmetros físicos empregados no problema dinâmico de interação solo-sapata.	193
Tabela 8.12: Parâmetros físicos empregados no problema de interação dinâmica solo-estaca com carregamento vertical.....	198
Tabela 8.13: Parâmetros físicos empregados no problema de interação dinâmica solo-estaca com carregamento horizontal.....	201

Tabela 8.14: Constantes empregadas na análise do problema de interação fluido-estrutura com placa flexível.....	207
Tabela 8.15: Tempos de processamento de acordo com a forma de paralelização obtidos no problema de interação fluido-estrutura.	212
Tabela 8.16: Constantes físicas e geométricas empregadas na análise aerodinâmica do edifício CAARC (parâmetros em escala).....	216
Tabela 8.17: Resultados dos coeficientes aerodinâmicos obtidos na análise aerodinâmica do edifício CAARC.	218
Tabela 8.18: Constantes usadas para o fluido na análise aeroelástica do edifício CAARC (parâmetros em escala).	225
Tabela 8.19: Propriedades físicas empregadas para os meios deformáveis na análise aeroelástica do edifício CAARC (parâmetros em escala).	225
Tabela 8.20: Coeficientes de penalidade normal (k_N) e tangencial (k_T) em função da velocidade reduzida.	226
Tabela 8.21: Frequência natural, em escala, dos modelos RO e LEO.	226
Tabela 8.22: Tempos de processamento de acordo com a forma de paralelização obtidos na análise aeroelástica do edifício CAARC para os modelos RO e $V_{red} = 2$	237
Tabela A.1: Algoritmo para o método dos Gradientes Conjugados preconditionado.	261
Tabela A.2: Algoritmo para o método dos Gradientes Biconjugados Estabilizado preconditionado.	262

1 INTRODUÇÃO

1.1 ASPECTOS GERAIS

Os avanços observados nas últimas décadas na tecnologia dos materiais e nas técnicas construtivas têm feito com que estruturas cada vez mais leves e esbeltas sejam projetadas. Com isso, estas estruturas têm apresentado uma maior suscetibilidade à ação do vento, podendo apresentar fenômenos de instabilidade dinâmica.

Neste sentido, a alternativa mais empregada para avaliar a ação do vento sobre edificações e estruturas em geral tem sido as análises experimentais em túneis de vento. Usualmente, modelos rígidos são utilizados em análises aerodinâmicas e procuram avaliar as forças atuantes sobre a estrutura ao longo do tempo de análise. Por outro lado, em alguns casos, a realização de análises aeroelásticas torna-se necessária de modo a avaliar a interação entre as forças aerodinâmicas e as forças de inércia, de amortecimento e elásticas da estrutura com a finalidade de obter informações sobre a estabilidade aerodinâmica da estrutura. Nesta técnica, além da representação da geometria externa, deve-se reproduzir as características físicas de rigidez e amortecimento da estrutura, sendo realizada por meio de um sistema mecânico que é acoplado na estrutura (Figura 1.1).

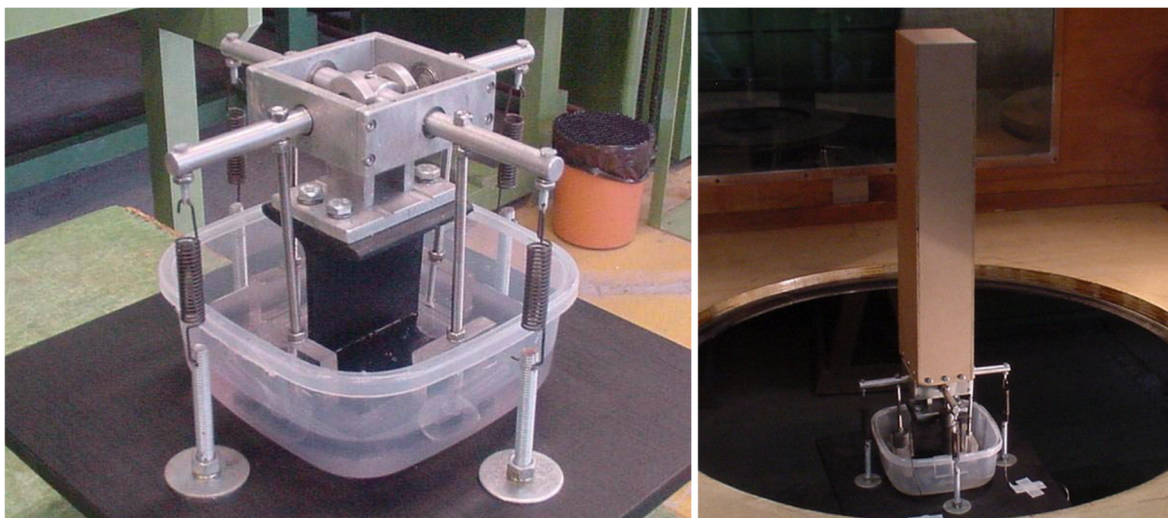


Figura 1.1: Suporte mecânico para ensaio de modelos aeroelásticos de estruturas alteadas. (OLIVEIRA, 2003).

Portanto, observa-se que, em geral, os testes em túneis de vento são realizados considerando condições ideais de suporte, ou seja, desprezando os efeitos de interação solo-fundação-estrutura ao tratar a base da estrutura como sendo perfeitamente rígida ou simulando apenas as propriedades físicas da estrutura no caso de análises aeroelásticas. Porém, sabe-se que o comportamento do solo pode contribuir para dissipar a energia dinâmica, sendo que, usualmente, a consideração da interação solo-estrutura conduz a um aumento do amortecimento e uma diminuição da rigidez do sistema (JIA, 2018).

Verifica-se ainda que a consideração do solo nos modelos em escala reduzida empregados no túnel de vento apresentaria um desafio adicional, principalmente por parte das condições de similaridade a serem respeitadas. Wood *et al.* (2002) mencionam que a realização de modelos em escala reduzida com presença de material não linear ou de interação entre materiais são mais difíceis e requerem um bom entendimento da natureza do problema estudado. Além disso, Yan e Byrne (1989) citam que os modelos em escala de solos simulados sob gravidade normal (1 g) geralmente falham em apresentar fenômenos importantes existentes, pois a resposta dos solos é fortemente influenciada pelo estado de tensões, sendo que no modelo reduzido as tensões também estarão em escala reduzida. Jia (2018) cita que o comportamento dos solos, principalmente os arenosos, é uma função da tensão confinante e que o emprego de centrífugas é uma maneira de respeitar as condições de similaridade de tensões. Uma alternativa apresentada por Yan e Byrne (1989), e também utilizada por Zhang (2011), consiste no emprego do método do gradiente hidráulico de modo a aumentar os níveis de tensão no solo em escala reduzida e se aproximar das condições de campo.

Por outro lado, com o rápido desenvolvimento da tecnologia dos computadores, as simulações numéricas têm-se constituído uma ferramenta auxiliar importante para os estudos da Engenharia do Vento, podendo fornecer dados muitas vezes de difícil acesso aos ensaios em túnel de vento. No caso específico da análise de vibrações induzidas pelo vento em estruturas sobre um meio deformável de suporte, um modelo de acoplamento para a interação solo-estrutura-fluido deve ser desenvolvido, o que possibilita uma justa avaliação dos efeitos aeroelásticos e uma melhor verificação da estrutura frente a fenômenos de instabilidade dinâmica.

Observa-se que os modelos numéricos de interação fluido-estrutura desenvolvidos para aplicações da Engenharia do Vento Computacional (EVC) também, em geral, desprezam totalmente os efeitos de interação da superestrutura com a fundação e o solo. Como exemplo,

têm-se os trabalhos de Braun e Awruch (2009a), Zhang *et al.* (2015) e Huang *et al.* (2013), que realizaram uma análise aeroelástica para observar o comportamento de um edifício alto e esbelto, onde os efeitos da fundação são desprezados e a base do modelo numérico do prédio é idealizada como rígida.

A influência do solo na resposta dinâmica de estruturas sujeitas à ação do vento foi pesquisada por Novak (1974). O autor realizou uma aproximação analítica baseada numa análise modal para considerar as propriedades do solo e obter a resposta da estrutura sujeita a uma excitação externa. A estrutura utilizada como exemplo numérico foi uma chaminé de concreto armado sob rajada de vento, desprendimento alternado de vórtices e terremoto, sendo possível notar a influência da rigidez do solo no comportamento da chaminé. Trabalho semelhante, porém, focando no comportamento de chaminés de aço e o efeito da adição de uma camada de material de amortecimento próximo da fundação, foi realizado por Ogendo *et al.* (1983). O efeito da rigidez da fundação em chaminés de concreto armado também foi estudado por Galsworthy e Naggar (2000).

Anos mais tarde, Novak e Hifnawi (1983) continuaram os estudos analíticos de Novak (1974) sobre a interação solo-estrutura e seus efeitos no amortecimento. O amortecimento tem um papel importante na resposta dinâmica de estruturas submetidas ao vento, especialmente em estruturas com forma cilíndrica, onde vibrações por desprendimento de vórtices podem ser significativas quando o amortecimento é baixo.

De acordo com Novak e Hifnawi (1983), o amortecimento pode ter várias fontes, sendo que para estruturas assentadas sobre uma fundação flexível, uma fonte de amortecimento é a dissipação de energia pelo solo, a qual pode ser explicada por dois mecanismos principais: através da propagação de ondas elásticas (radiação ou amortecimento geométrico) e através de perdas por histerese devido ao comportamento elástico imperfeito (amortecimento material). Este tipo de amortecimento depende do tipo de estrutura, do tipo de fundação e da rigidez do solo, onde a interação solo-estrutura pode ser desde negligenciável, para estruturas elásticas sobre fundações rígidas, até bastante alta, para estruturas rígidas sobre fundações elásticas.

Ainda no campo dos estudos analíticos, Novak e Hifnawi (1988) analisaram a resposta de edifícios retangulares e chaminés sob a ação do vento e considerando a interação solo-estrutura. Os pesquisadores verificaram que nos exemplos de edifícios, a frequência natural e

os modos de vibração se alteraram com a mudança de rigidez da fundação. No caso das chaminés, os autores destacam que a resposta dessas estruturas ao desprendimento de vórtices pode ser substancialmente reduzida dependendo da rigidez da fundação.

A mudança da frequência natural e dos modos de vibração também foram relatados por Halabian e El Naggar (2001) e Halabian *et al.* (2003), que estudaram analiticamente o comportamento de torres de concreto de televisão levando em consideração a interação solo-estrutura. Halabian *et al.* (2003) ainda mencionam a necessidade de se considerar a flexibilidade da fundação para a análise de estruturas altas submetidas a cargas severas de vento e que algumas normas nacionais de projeto não apresentam uma formulação adequada para considerá-la, citando como exemplo a norma canadense NBCC.

Liu *et al.* (2008) destacam que a resposta dinâmica de edifícios altos construídos sobre um solo deformável é diferente daqueles com base engastada, mencionando ainda que ao considerar a rigidez do solo, a energia vibracional da estrutura é transferida por meio da fundação para o solo. Os autores observaram que poucos trabalhos considerando a interação solo-estrutura foram realizados para edifícios altos sob a ação do vento, sendo usualmente estudados apenas sob a ação de terremotos. Dessa forma, Liu *et al.* (2008) procuraram desenvolver um modelo matemático para prever as oscilações em edifícios altos ocasionadas pelo vento, utilizando amortecedores de massa sintonizados e considerando a interação solo-estrutura.

Venanzi *et al.* (2014) mencionam que desprezar a interação solo-estrutura para edifícios baixos apoiados em solos rígidos até pode ser uma ideia razoável, porém, os efeitos de interação tornam-se proeminentes em estruturas pesadas assentadas em solos moles. Além disso, a deformabilidade do solo modifica a resposta dinâmica do sistema. Dessa forma, os autores investigaram a resposta ao vento de um edifício alto com 180 m de altura e fundação superficial do tipo *radier* apoiada em solo granular por meio do programa ABAQUS, onde a estrutura foi simulada utilizando-se um modelo reticulado e o solo por meio de molas elásticas ou macroelementos. A força do vento utilizada no modelo numérico foi obtida em ensaio de túnel de vento com um modelo rígido. Os autores observaram que a consideração da interação solo-estrutura teve impacto significativo nos deslocamentos e forças internas.

Nota-se, portanto, que o desenvolvimento de técnicas numéricas nos últimos anos permite a simulação de modelos acoplados com a interação entre fluido-estrutura ou a interação solo-

estrutura. Trabalhos considerando a interação entre os três meios, fluido-estrutura-solo, aplicada para edifícios altos são pouco relatados na literatura, sendo que usualmente o vento é simplificado na análise por carregamentos pontuais. Deste modo, há um potencial de estudo na área de estruturas solicitadas pela ação do vento que consideram a presença do solo da fundação.

Entre os escassos trabalhos nessa área, pode-se mencionar Shirkhaghah e Kalehsar (2022) que realizaram numericamente uma análise aerodinâmica e aeroelástica do edifício padrão denominado de CAARC utilizando o programa comercial ABAQUS. Os autores empregaram a técnica de Simulação de Grandes Escalas Implícita (ILES - *Implicit Large Eddy Simulation*) para escoamentos turbulentos e os resultados da análise considerando a fundação como rígida foram validados com os resultados numéricos e experimentais presentes na literatura. Posteriormente o solo e a fundação foram adicionados na análise, necessitando o uso de um elemento especial de contato para simular a interface solo-fundação. Foi possível verificar que a presença do solo teve forte influência nos deslocamentos da estrutura, porém os autores não avaliaram a influência do solo frente a fenômenos de instabilidade aeroelástica, computando apenas os deslocamentos longitudinais no topo do edifício. Formulação semelhante de interação vento-estrutura-solo também foi utilizada por Shirkhaghah e Kalehsar (2020) para avaliar numericamente os efeitos da alteração da seção transversal e da altura do CAARC na resposta dinâmica do sistema.

Portanto, tendo como objetivo a avaliação dos efeitos da interação solo-fundação sobre as vibrações induzidas pelo vento em estruturas sujeitas a fenômenos de instabilidade aeroelástica, torna-se necessário o desenvolvimento de um modelo numérico interdisciplinar baseado em um esquema de acoplamento vento-estrutura-solo. Neste sentido, será necessária primeiramente uma análise mais detalhada de aspectos referentes às áreas da Engenharia do Vento Computacional (EVC) e das interações fluido-estrutura (IFE) e solo-estrutura (ISE).

1.2 ENGENHARIA DO VENTO COMPUTACIONAL (EVC)

A Engenharia do Vento Computacional (EVC) pode ser definida como o uso da Dinâmica dos Fluidos Computacional (DFC) e da Dinâmica de Estruturas Computacional (DEC) como ferramentas em aplicações da Engenharia do Vento (EV). No caso da Engenharia do Vento, Cermak (1975, p. 9) a define como “o tratamento coerente das interações entre o vento na camada limite atmosférica e o homem e seus trabalhos na superfície da Terra”. Logo, a

maioria das aplicações realizadas na Engenharia do Vento pode ser tratada no ambiente computacional por meio de técnicas numéricas de solução das equações que descrevem o comportamento do fluido e da estrutura.

1.2.1 Desenvolvimento histórico

Solari (2007) cita que foram os diversos estudos a respeito dos efeitos dos ventos em edifícios e estruturas que transformaram um conjunto de tópicos distintos relacionados ao vento na homogênea e autônoma matéria da Engenharia do Vento. Entre os estudos, destacam-se os realizados por Pagon (1934 e 1935), que forneceram uma excelente síntese dos conhecimentos disponíveis em aerodinâmica no campo da Engenharia Civil; von Kármán (1948), que descreveu as aplicações e perspectivas da aerodinâmica na área da Engenharia; e Davenport (1961), que publicou um renomado artigo onde conceitos básicos de diversas áreas foram integrados pela primeira vez em um modelo homogêneo sobre o comportamento das estruturas excitadas pelo vento. Outro momento importante para a Engenharia do Vento ocorreu em 1963, quando foi realizado o 1º Simpósio Internacional dos Efeitos do Vento em Edifícios e Estruturas em Teddington, Reino Unido.

No caso da Engenharia do Vento Computacional, Blocken (2014) menciona que o seu ponto de partida histórico pode estar situado perto de 1963, quando Smagorinsky (1963) desenvolveu uma das primeiras abordagens bem-sucedidas para a Simulação de Grandes Escalas (LES – *Large Eddy Simulation*), que atualmente ainda é muito utilizada em muitas áreas da Mecânica dos Fluidos e permite levar em conta a turbulência que ocorre em escalas menores que as resoluções das malhas computacionais. Apesar da sua utilização na EVC, a principal área de pesquisa de Smagorinsky era a de modelos numéricos de previsão do tempo.

Entre os trabalhos iniciais de grande importância para a EVC pode-se citar as pesquisas pioneiras realizadas por Meroney e seus colegas (MERONEY E YAMADA, 1971, 1972; YAMADA E MERONEY, 1972; DERICKSON E MERONEY, 1977), que realizaram uma comparação entre os resultados das simulações numéricas com os resultados obtidos de experimentos em túneis de vento de camada limite atmosférica. Posteriormente, a EVC concentrou-se na determinação e análise dos campos de velocidade e pressão do vento em torno de edifícios, juntamente com uma discussão em torno dos modelos de turbulência, como pode ser visto em Vasilic-Melling (1977), Paterson e Apelt (1986, 1989 e 1990), Murakami (1990a, 1990b e 1993) e Murakami *et al.* (1987, 1990, 1992).

Após o desenvolvimento das pesquisas iniciais citadas, a área da EVC teve seu grande impulso em 1992 com a realização do 1º Simpósio Internacional sobre Engenharia do Vento Computacional, ocorrido em Tóquio, Japão. A importância do evento deve-se principalmente por permitir pela primeira vez o intercâmbio de informações entre pesquisadores de diferentes áreas que utilizavam a DFC para a solução e tratamento de problemas da EV.

Anos mais tarde, as principais dificuldades encontradas na EVC foram apontadas por Murakami (1998). Entre elas, pode-se citar: os elevados números de Reynolds encontrados nas aplicações da EV, que conduzem à utilização de malhas mais refinadas, a natureza complexa do escoamento tridimensional e as dificuldades numéricas associadas com escoamentos próximos de arestas vivas. Ainda que as dificuldades citadas estejam ligadas aos modelos físicos e tecnologia computacional daquela época, Blocken (2014) menciona que algumas das limitações ainda estão presentes, de certa forma, nos dias atuais.

Uma das principais características da Engenharia do Vento Computacional é de possuir um papel complementar aos ensaios realizados em campo ou aos experimentos realizados em túneis de vento em escala reduzida. A principal vantagem da EVC sobre os testes experimentais é a capacidade de fornecer informações detalhadas em todo o domínio computacional. No entanto, seus resultados sempre devem ser validados através de resultados experimentais, tornando-se assim uma ferramenta complementar.

Os resultados experimentais utilizados para a validação dos modelos de EVC são imprescindíveis, uma vez que as simulações numéricas são muito sensíveis ao grande número de parâmetros computacionais que são definidos pelo próprio usuário. Blocken (2014) cita que em uma simulação típica, o usuário deve selecionar as variáveis alvo, as equações fundamentais, o modelo de turbulência, o domínio computacional e sua malha, as condições de contorno, os esquemas de discretização, os critérios de convergência, etc. A definição equivocada de um desses parâmetros pode ter um grande impacto nos resultados finais, o que conduziu a diversas pesquisas no final dos anos 70 e 80 para testar a influência desses parâmetros nos resultados. Algumas instruções para melhor aplicação e validação de códigos da DFC foram descritas por Menter *et al.* (2002), Menter (2012) e Franke *et al.* (2004 e 2011).

A dificuldade da EVC comparada com outras áreas da DFC é detalhada por Murakami (1997). O autor cita dois motivos principais para isso, sendo o primeiro devido à existência de obstáculos no campo de escoamento e a presença da camada limite na superfície e o segundo

devido à presença de arestas vivas nos obstáculos. Em seguida o autor ainda relata uma grande lista de exemplos de aplicação que ainda hoje são estudados na EVC.

De acordo com Blocken (2014), alguns tópicos são relatados como muito difíceis ou impossíveis de serem estudados em túnel de vento e, portanto, deveriam ser estudados pela EVC, tais como: escoamento de vento sobre dimensões muito pequenas, onde a redução de escala pode alterar a natureza do escoamento para transitório ou até mesmo laminar, estudo do escoamento do vento em grandes áreas que exigiriam fatores de escala muito grandes, estudo da dispersão de poluentes, estudo do transporte de areia, poeira, chuva e neve, além de estudos sobre fenômenos meteorológicos, tais como tornados e microexplosões (*downbursts*).

Alguns autores ainda indicam o uso da DFC como forma de projetar experimentos em túnel de vento, como é o caso de Leidl e Meroney (1997). Os autores mencionam que a utilização da simulação numérica pode ajudar a projetar e montar experimentos em túnel de vento, de forma a reduzir o tempo necessário para otimizar um modelo físico e seus testes iniciais, que são muitas vezes custosos. Dessa forma, pontos críticos de simulação podem ser modificados previamente. Outro caso é relatado por Moonen *et al.* (2006), que utilizou a DFC para auxiliar no projeto e avaliação de túneis de vento.

1.2.2 Processamento de alto desempenho

Löhner *et al.* (2015) destacam que os requisitos sobre a Dinâmica dos Fluidos Computacional e a Dinâmica de Estruturas Computacional para as estruturas da Engenharia Civil são muito maiores do que aqueles observados na Engenharia Aeroespacial ou Naval, principalmente pela física mais complexa do escoamento e da estrutura. Logo, isso tudo conduz a requisitos de malha, passo de tempo e demanda computacional muito superiores.

Löhner *et al.* (2015) ainda citam que nas últimas três décadas houve uma combinação de avanços na área da computação, sendo um deles o aumento no número de transistores nos processadores, que praticamente dobraram a cada 18 meses (a denominada lei de Moore), e outra o aumento de *clock* (frequência). Dessa forma, os programadores e usuários aproveitaram essa combinação perfeita por um tempo, porém, devido às limitações físicas, essa tendência está perto do fim, uma vez que a geração de calor aumenta numa potência de três com o aumento do *clock*, fazendo com que o *clock* estacionasse na faixa de 2,0-3,0 GHz, com uma tendência de diminuir no futuro. O aumento dos transistores ainda continuará por um tempo, porém, as pesquisas estão passando a focar em aumentar o desempenho por meio

do paralelismo, seja em nível de CPU (*Central Process Unit*), com o aumento no número de núcleos, ou utilizando também uma combinação com as GPUs (*Graphics Processing Units*).

Outro problema relatado pelos profissionais da área é o avanço tecnológico diferente para cada subcomponente, ou seja, as velocidades dos subcomponentes avançam em taxas muito diferentes, como a velocidade dos processadores, que avança muito mais rápido que as taxas de transferência de memória. Portanto, as velocidades de processamento das GPUs avançaram a tal ponto que o processamento paralelo fica limitado à velocidade de acesso da memória RAM. Assim, o objetivo dos pesquisadores passou a ser a obtenção de maior precisão dos modelos numéricos e algoritmos, minimizando o acesso à memória.

Verifica-se, portanto, que a simulação numérica da interação fluido-estrutura-solo consiste em um problema de elevada demanda computacional. Uma das maneiras de acelerar o processamento desses problemas consiste na utilização de processamento paralelo por meio do emprego de diretivas de paralelização de tarefas por sistema de memória compartilhada, denominada de OpenMP, que é amplamente adotada nos trabalhos já produzidos pelo PPGEC.

Outra alternativa é a implementação de códigos baseados na abordagem CUDA (*Compute Unified Device Architecture*) e suas diretivas para a paralelização das tarefas de forma híbrida, ou seja, por meio das placas de vídeo, *Graphics Processing Units* (GPU) e de processadores centrais, *Central Process Units* (CPU). Essa abordagem permite uma grande melhora no desempenho de processamento, uma vez que se utiliza dos núcleos da CPU e de até milhares de núcleos da GPU, sendo esta a empregada no presente trabalho.

Um exemplo dessa diferença de desempenho pode ser visualizado no trabalho de Lee *et al.* (2010). Os autores investigaram a diferença de desempenho entre o uso de CPU e o uso híbrido de CPU+GPU em diversas rotinas comuns com um elevado nível de paralelismo. Os pesquisadores utilizaram um processador Intel[®] Core i7-960, com 4 núcleos e 8 *threads*, e uma placa de vídeo NVIDIA[®] GTX 280, que possui 240 núcleos de processamento (CUDA *cores*). Os resultados demonstraram que o desempenho da GTX 280 foi em média 2,5 vezes superior ao processador i7-960 e chegou a ser de 14,9 vezes superior em uma determinada rotina.

1.2.3 Estudos desenvolvidos na UFRGS

É possível dizer que a UFRGS já possui uma boa experiência na área de Engenharia do Vento Computacional, permitindo uma boa base para os trabalhos futuros. Entre os problemas já enfrentados, pode-se citar a simulação de escoamentos incompressíveis, onde a equação de conservação de massa é reduzida ao divergente do campo de velocidades ao impor a condição de incompressibilidade, a qual foi superada utilizando-se o enfoque da pseudo-compressibilidade apresentada por Chorin (1967). A hipótese considera a presença de uma leve compressibilidade no escoamento e será adotada no presente trabalho. Essa abordagem já foi adotada e testada por diversos autores, tais como Kawahara e Hirano (1983), Ramshaw e Mesina (1991), He e Song (1999) e Braun e Awruch (2003 e 2005). Mais detalhes sobre alguns trabalhos mais recentes na área de EVC realizados na UFRGS são descritos a seguir.

Com o objetivo de reduzir o tempo de processamento da simulação numérica nos problemas da Engenharia do Vento Computacional, Piccoli (2009) partiu do algoritmo realizado por Petry (2002) e, com algumas técnicas de alocação e a implementação do paralelismo de memória compartilhada utilizando diretivas OpenMP, obteve um aumento de cerca de 5 vezes na velocidade de processamento quando comparado com o algoritmo original.

Madalozzo (2012) estudou numericamente a dispersão de poluentes em zonas urbanas com a possibilidade da inclusão dos efeitos de temperatura nos modelos. O trabalho partiu do modelo desenvolvido por Braun (2007), sendo que problemas bi e tridimensionais foram analisados. Entre eles, pode-se citar o modelo numérico de um quarteirão com edificações de diferentes alturas, o qual foi modelado tridimensionalmente com mais de um milhão de elementos hexaédricos com integração reduzida. Com a finalidade de melhorar a eficiência computacional, a autora utilizou a técnica de paralelização OpenMP.

A comparação entre modelos experimentais e numéricos para avaliar o comportamento aerodinâmico na modificação das arestas vivas de uma edificação retangular foi realizada por Alminhana (2017). Verificou-se que os resultados experimentais e numéricos foram semelhantes, demonstrando o avanço das simulações numéricas.

A simulação numérica do escoamento de tornados e sua ação sobre corpos imersos foi realizada por Aguirre (2017). O autor utilizou a Simulação de Grandes Escalas (LES) para os escoamentos com turbulência, juntamente com o modelo clássico de Smagorinsky para as escalas inferiores à resolução da malha. Para o movimento de malha utilizou-se a formulação

arbitrária lagrangiana-euleriana (ALE), sendo também empregado o esquema explícito de dois passos de Taylor-Galerkin. Os tornados foram reproduzidos por meio da simulação numérica de dispositivos experimentais e do Modelo de Vórtice Combinado de Rankine.

Cita-se ainda o trabalho realizado por Barroso (2019), que desenvolveu uma ferramenta numérica baseada no modelo CBS (*Characteristic Based Split*) para resolução de problemas da EVC, substituindo o esquema explícito de dois passos de Taylor-Galerkin que é tradicionalmente empregado nos trabalhos do PPGEC/UFRGS para a análise do escoamento. Ainda utilizando o modelo CBS no contexto do Método dos Elementos Finitos, Bianchin (2021) considerou nos modelos numéricos a presença de *spoilers* ativados por controle PID (Proporcional, Integral e Derivativo) e anexados na cobertura de edifícios baixos para diminuição das cargas aerodinâmicas nas estruturas dos telhados.

Trabalhos utilizando a arquitetura CUDA em problemas da Engenharia do Vento Computacional ainda estão em desenvolvimento no PPGEC/UFRGS. Nesse sentido, pode-se citar o trabalho de Alminhana e Braun (2021), que avaliaram o desempenho e precisão do algoritmo desenvolvido em CUDA-GPU, com precisão simples das variáveis, quando comparado com o código em OpenMP-CPU, com precisão dupla das variáveis. Os autores realizaram uma análise aerodinâmica do edifício CAARC e observaram que o emprego da precisão simples no algoritmo em CUDA possibilitou obter um desempenho 30 vezes superior quando comparado com a versão do código em OpenMP.

1.3 INTERAÇÃO FLUIDO-ESTRUTURA (IFE)

Definem-se os problemas de interação fluido-estrutura (IFE) como aqueles em que as estruturas sólidas interagem com o escoamento de fluido, seja ele interno ou circundante. Nota-se, portanto, que esses problemas possuem uma natureza fortemente multidisciplinar dentro da ciência e muitas vezes suas soluções analíticas são de difícil obtenção. Hou *et al.* (2012) citam que foi a grande gama de disciplinas científicas abordadas pela interação fluido-estrutura que proporcionou o seu grande desenvolvimento nos últimos anos. Apesar disso, tais problemas ainda constituem um grande desafio devido à sua forte não linearidade.

No caso de problemas que envolvem a ação do vento sobre estruturas, uma forma de análise desses problemas pode ser realizada por meio de modelos experimentais, como em túneis de vento, porém esses modelos são custosos e demandam tempo para realizá-los. Nesse sentido,

com a evolução no desempenho computacional nos últimos anos, as simulações numéricas passaram a ser uma importante ferramenta para a análise de problemas de IFE.

1.3.1 Modelos numéricos sobre o acoplamento fluido-estrutura

A análise numérica para resolver os problemas de IFE pode ser tratada de duas formas: a monolítica e a particionada. A abordagem monolítica trata o problema como uma única entidade, ou seja, os modelos matemáticos para a dinâmica dos fluidos e para a estrutura são resolvidos simultaneamente no tempo e as condições de interface entre os dois subsistemas estão implícitos no procedimento da solução. Em contrapartida, o esquema particionado trata o fluido e a estrutura como entidades isoladas, com discretização de malha e algoritmos para solução próprios. Além disso, na abordagem particionada, há a necessidade de uma troca de informações nas interfaces por meio de técnicas de sincronização.

Outra classificação importante em problemas de IFE refere-se ao tratamento dos domínios computacionais do fluido e da estrutura, podendo ser dividida em métodos de malha conforme (*conforming mesh*), em que há um tratamento da interface na solução e necessidade da atualização da malha, e em métodos de malha não conforme (*nonconforming mesh*), ou malhas imersas, em que as equações dos dois subsistemas são resolvidas separadamente e necessitando de interpolações nas zonas com sobreposição, porém, sem a necessidade da atualização da malha.

No caso das malhas conformes, pode-se ainda as dividir em malhas coincidentes (*matching interfaces*) ou não coincidentes (*nonmatching interfaces*) na interface. Nas malhas coincidentes na interface, ocorre a transferência direta de informações entre os dois meios. Por outro lado, sabe-se que o refinamento da malha da estrutura é realizado nas regiões em que há concentração de tensões e que provavelmente não serão na região de interface fluido-estrutura, resultando no uso de malhas distintas para os dois subsistemas. Como resultado, dependendo da malha adotada, pode haver uma não coincidência e até mesmo lacunas entre as duas malhas.

Dessa forma, nos métodos de malha conforme, resolve-se primeiro o campo do fluido em um certo instante de tempo, assumindo a posição da interface. Posteriormente, as pressões obtidas da resposta do fluido são aplicadas na estrutura como forças externas para conduzir o cálculo e obter a resposta da estrutura. Logo, da análise da estrutura, sabe-se sua nova posição e a malha do fluido é atualizada para acomodar a nova localização da interface.

Nota-se que uma das principais etapas em malhas conformes é a transferência de dados através da interface fluido-estrutura. Como citado anteriormente, no caso das malhas em que há coincidência dos nós entre os dois subsistemas, a transferência é direta. Porém, em malhas não coincidentes, não se pode garantir o equilíbrio perfeito das forças discretas em ambos os lados da interface, sendo necessário utilizar alguma técnica numérica. As soluções mais comuns de transferência são: esquema de projeção normal dos nós (FARHAT *et al.*, 1998; ONISHI *et al.*, 1998), esquema de projeção dos pontos de Gauss (CEBRAL E LÖHNER, 1997) e método de refinamento em comum (JIAO E HEATH, 2004). A eficiência e o custo computacional dos três esquemas citados anteriormente foram avaliadas em um estudo realizado por Jaiman *et al.* (2005). Pode-se citar ainda os métodos baseados em funções de base radial apresentados em Beckert e Wendland (2001) e Smith *et al.* (2000). Mais informações sobre os esquemas de transferência também podem ser obtidas em Jiao e Heath (2004) e de Boer *et al.* (2007).

No caso dos métodos de malha não conformes, ou imersas, evita-se a atualização da malha nos procedimentos numéricos e a estrutura imersa pode ser definida como um contorno ou um corpo com área ou volume finito, dividindo esse método em duas classes: métodos de fronteira imersa e métodos de domínio imerso. O método de fronteira imersa foi inicialmente desenvolvido por Peskin (1977) com o objetivo de estudar o fluxo sanguíneo através de um coração batendo e consiste em resolver as equações do fluido em todo o domínio com uma malha euleriana enquanto que o contorno móvel é rastreado separadamente, eliminando a necessidade de atualizar a malha. Mais informações sobre esse método podem ser obtidas em Peskin (2002). Por outro lado, métodos de domínio imerso utilizam-se de fluidos artificiais para preencher o domínio da estrutura. Mais detalhes podem ser obtidos em Hou *et al.* (2012).

Outra etapa importante em malhas conformes consiste na atualização da malha do fluido para acomodar a nova localização da interface ocasionada pela deformação da estrutura. Uma técnica popular e adotada no presente trabalho para incorporar o movimento da malha é a formulação arbitrária lagrangiana-euleriana (ALE). A ideia básica dessa formulação consiste na introdução de um domínio de referência que se move arbitrariamente e de forma independente aos pontos espaciais e materiais, sendo incorporada na equação da dinâmica dos fluidos.

De acordo com Linn (2017, p. 31), “formulações com a descrição ALE clássica limitam consideravelmente a eficiência das técnicas de movimento de malha”, principalmente em

problemas com grandes deslocamentos da estrutura, que geram distorções na malha. Portanto, o desafio dessa formulação encontra-se em não violar a topologia da malha e mantê-la com a melhor qualidade, podendo ser realizada por dois métodos: métodos baseados em equações diferenciais parciais (PDE) e métodos de interpolação, este último geralmente empregando interpolação por meio de funções de base radial (BRF).

Verifica-se ainda que em modelos particionados, há uma grande possibilidade da ocorrência de instabilidades numéricas e degradações na precisão durante o processo. Dessa forma, diversas pesquisas foram desenvolvidas para melhorar o tratamento das condições na interface fluido-estrutura e obter melhor precisão e estabilidade. Vierendeels *et al.* (2008) desenvolveram um modelo de ordem reduzida para solucionar problemas da dinâmica da válvula cardíaca. Farhat *et al.* (2006) propuseram dois algoritmos com precisão temporal de segunda ordem, onde um dos modelos considera que o processo de integração no tempo para o fluido e para a estrutura seja feito com defasagem de meio passo de tempo entre os dois meios. Posteriormente, Braun e Awruch (2008a) adaptaram o algoritmo para o modelo α -Generalizado, sendo o modelo adotado no presente trabalho e apresentado na Seção 7.2.

Modelos de acoplamento particionado também possibilitam o emprego de técnicas de subciclos, ou seja, em cada passo de tempo realizado pela estrutura dentro de um intervalo de tempo, o fluido é analisado em um número de vezes de acordo com o fator que corresponde ao número de subciclos. Essa técnica é interessante, pois o passo de tempo utilizado para a análise da estrutura é usualmente maior que o passo de tempo utilizado para a análise do fluido, sendo que ao empregar-se o mesmo passo de tempo para ambas análises resultaria em um algoritmo extremamente ineficiente. Dessa forma, o emprego de subciclos permite uma redução no número de vezes que a estrutura é analisada e na transferência de dados na interface.

Um conceito importante em interações fluido-estrutura com esquemas particionados é o chamado efeito de massa adicional (*added-mass effect*), que ocorre, principalmente, quando as massas específicas do fluido e da estrutura são similares. Esse efeito demonstra que o fluido circundante à estrutura ao ser acelerado produz uma parcela de massa adicional devido aos efeitos inerciais, que ao ser desprezada acaba superestimando a resposta da estrutura. Um exemplo prático disso pode ser visualizado utilizando a equação de frequência natural da estrutura $\omega = \sqrt{k/m}$, onde k é a rigidez e m é a massa, ou seja, uma adição de massa provoca uma diminuição na frequência natural da estrutura. Além disso, Degroote (2013) ilustra por

meio de um problema simples que no esquema particionado ocorre a divergência do problema quando a massa adicional é muito grande em comparação com a massa e rigidez da estrutura. Destaca-se que esse efeito é desprezável no presente trabalho, pois a massa específica do ar é bem menor do que a massa específica das estruturas analisadas nos problemas de interação fluido-estrutura.

Informações adicionais e mais detalhadas sobre sistemas acoplados podem ser obtidas em Felippa *et al.* (2001) e Degroote (2013).

1.3.2 Estudos desenvolvidos na UFRGS

Modelos de interação fluido-estrutura já foram amplamente estudados em trabalhos do PPGEC. Entre eles, citam-se os trabalhos de Petry (1993) e González (1993), que apresentaram as primeiras contribuições nesta linha de pesquisa realizadas no PPGEC. Tem-se ainda Azevedo (1999), que empregou modelos de interação fluido-estrutura com tratamento monolítico. Teixeira (2001) apresentou um modelo numérico de interação fluido-estrutura para a simulação de problemas tridimensionais envolvendo escoamentos compressíveis e incompressíveis, além de estrutura deformável com não linearidade geométrica. Um modelo numérico para análise aeroelástica de seções de pontes foi formulado por Braun (2002) e aplicado para modelos de escoamento bidimensional com estruturas consideradas como corpos rígidos. Braun (2002) verificou que a utilização de quatro pontos de integração para o elemento adotado mostrou resultados confiáveis, porém, com um custo computacional alto. Formulação semelhante foi posteriormente utilizada em Braun e Awruch (2003) e Braun e Awruch (2008b). A seguir são apresentados em mais detalhes alguns trabalhos mais recentes realizados no PPGEC.

Braun (2007) desenvolveu um modelo numérico para interação fluido-estrutura com a utilização do elemento hexaédrico trilinear isoparamétrico com integração reduzida para a discretização espacial do fluido e da estrutura. Empregou-se a Simulação de Grandes Escalas (LES) para escoamentos turbulentos considerando os modelos clássico e dinâmico de Smagorinsky para as escalas inferiores à resolução da malha. O esquema explícito de dois passos e o esquema explícito-iterativo foram utilizados nos modelos de Taylor-Galerkin para a análise do escoamento. A interação fluido-estrutura foi realizada com um esquema de acoplamento particionado e permitiu o uso de subciclos entre as análises do fluido e da estrutura. Dessa vez, a estrutura foi considerada como um corpo deformável constituído de um material elástico linear e a análise dinâmica foi feita pelo método α -Generalizado. Braun e

Awruch (2009b) também utilizaram o modelo desenvolvido na aplicação de alguns problemas de interação fluido-estrutura.

Braun e Awruch (2009a) utilizaram as análises aerodinâmica e aeroelástica, com formulação semelhante ao desenvolvido em Braun (2007), para analisar numericamente o comportamento do edifício padrão denominado de CAARC. O trabalho consistiu uma das primeiras tentativas de simular o comportamento aeroelástico de edifícios altos, cujos resultados numéricos foram posteriormente comparados com os obtidos em túnel de vento. Destaca-se que o modelo numérico com corpo elástico deformável é um pouco diferente do adotado em ensaios de túnel de vento, que utilizam corpos rígidos com restrições elásticas.

Tonin (2017) desenvolveu uma formulação numérica baseada na Análise Isogeométrica para o estudo de problemas de interação fluido-estrutura. No trabalho, o esquema explícito de dois passos de Taylor-Galerkin foi empregado no contexto da análise Isogeométrica para a discretização das equações fundamentais do fluido. A estrutura foi considerada como corpo rígido e as equações do equilíbrio dinâmico foram resolvidas pelo método de Newmark.

Considerando que a turbulência é um fenômeno intrinsecamente tridimensional e a fim de obter o seu correto tratamento, Funez (2019) estendeu a formulação desenvolvida por Braun (2002) para modelos tridimensionais e a utilizou para simular numericamente ensaios aeroelásticos em túneis de vento, como edifícios altos e modelos seccionais de pontes.

Pode-se mencionar ainda o trabalho de Sangalli (2019), que analisou numericamente a ação do vento em estruturas ativamente controladas por meio de apêndices aerodinâmicos que são acoplados na estrutura com a finalidade de suprimir instabilidades dinâmicas de origem aeroelástica.

1.4 INTERAÇÃO SOLO-ESTRUTURA (ISE)

A interação solo-estrutura corresponde à transferência de forças entre a fundação e o solo mediante o contato entre os dois meios, desempenhando um papel fundamental no comportamento global do sistema. A presença do solo na análise conduz a uma redistribuição de esforços na estrutura e, no caso de problemas dinâmicos, o solo pode contribuir para a dissipação da energia dinâmica.

Devido a sua importância em problemas geotécnicos, a interação solo-estrutura foi amplamente estudada para carregamentos estáticos. Por outro lado, análises dinâmicas da interação solo-estrutura foram estudadas principalmente para entender o comportamento das estruturas sob ação sísmica, sendo que historicamente os estudos iniciaram com a publicação de Reissner (1936). Estudos como apresentados por Chopra e Gutierrez (1974) e Bielak (1976) já demonstraram que a resposta dinâmica de estruturas apoiadas em solo flexível apresenta comportamento muito diferente quando comparada com a mesma estrutura com apoios rígidos. Menglin *et al.* (2011) citam que a principal razão para essa diferença é que parte da energia vibracional da estrutura sobre solo flexível é dissipada pela propagação de ondas elásticas ou por histerese do próprio material, como também foi apontado por Novak e Hifnawi (1983) anteriormente. Dessa forma, uma redução da rigidez do sistema provoca um aumento no período do sistema e, conseqüentemente, pode alterar a resposta sísmica da estrutura. Uma revisão do estado da arte sobre interação solo-estrutura sob carregamento sísmico pode ser consultada em Anand e Kumar (2018).

1.4.1 Estudos analíticos

Considerando problemas analíticos de estacas, Nogami e Konagai (1987a) desenvolveram um modelo mecânico para obter a resposta dinâmica de estacas carregadas axialmente, considerando o solo como molas conforme a formulação de Winkler. Apesar de ser um modelo mais simples, os autores estenderam os trabalhos anteriores (NOGAMI E KONAGAI, 1986, 1987b) e consideraram a não linearidade devido ao deslizamento na interface solo-estrutura. Esse trabalho foi posteriormente estendido para carregamentos dinâmicos laterais em estacas por Nogami *et al.* (1992) e um modelo semelhante também foi utilizado por Maheshwari e Watanabe (2006) para avaliar os efeitos da separação solo-estaca quando submetida a carregamentos dinâmicos horizontais. Dos exemplos apresentados pelos autores, foi possível observar a redução da rigidez dinâmica do sistema devido ao escorregamento na interface solo-estrutura.

Cita-se ainda os trabalhos realizados por Kaynia e Kausel (1982, 1991), que apresentaram uma formulação para análise dinâmica de estacas e grupo de estacas imersas em uma camada de solo semi-infinita utilizando a função de Green, desenvolvendo assim uma matriz de flexibilidade para o solo e para a estaca. Os autores consideraram a estaca e o solo como material elástico linear e a interface como perfeitamente colante, ou seja, sem deslizamento entre a estaca e o solo. Os resultados demonstraram que o comportamento dinâmico do grupo

de estacas é altamente dependente da frequência de excitação e os efeitos de interação são maiores em solos mais moles.

Um estudo analítico de fundações rasas ou superficiais foi realizado por Dobry e Gazetas (1986) para avaliar a rigidez dinâmica de fundações com geometria arbitrária apoiadas em um meio elástico e homogêneo. Dessa forma, o solo é substituído por molas e amortecedores equivalentes para cada um dos seis modos de vibração definidos pelos autores. Em seguida, o modelo analítico foi comparado com resultados experimentais por Dobry *et al.* (1986) e apresentou um bom desempenho. De maneira semelhante, Gazetas (1991) apresentou um conjunto completo de fórmulas e gráficos para o cálculo dos coeficientes de mola e amortecimento de fundações parcialmente ou totalmente enterradas.

1.4.2 Estudos experimentais

Com o objetivo de melhor compreender a natureza complexa da interação solo-estrutura, diversos trabalhos foram realizados experimentalmente para fornecer dados para os modelos analíticos e numéricos. Modelos em escala real se tornam limitados devido aos gastos significativos e a dificuldade de realizar variações paramétricas e, por isso, modelos reduzidos tornam-se mais atrativos. Além disso, problemas dinâmicos em escala devem possuir um correto tratamento para minimizar o efeito de reflexão de ondas que ocorrem na utilização de caixas rígidas ou empregar as denominadas caixas laminares, que permitem o movimento de uma camada de solo sem afetar as camadas vizinhas. Para minimizar esse problema em caixas rígidas, Ashoori e Pakiman (2015) utilizaram uma fina camada de serragem nas paredes da caixa de ensaio para obter a resposta dinâmica de diferentes fundações superficiais em escala e Boominathan e Ayothiraman (2007) empregaram técnica similar para obter o comportamento dinâmico de estacas em escala sob vibração horizontal. Além disso, é importante mencionar que problemas geotécnicos em escala também apresentam outros efeitos que devem ser tratados, os quais são relatados com mais detalhes em Spricigo (2019).

Zhang (2011) relata que há poucos resultados experimentais na literatura que procuram entender a interação do solo com fundações superficiais. Dessa forma, o autor realizou testes dinâmicos em escala de uma sapata quadrada conectada a um pilar, simulando a superestrutura. O carregamento cíclico horizontal foi aplicado na extremidade livre do pilar e a sapata foi apoiada em solo arenoso com densidade e sobrecarga variável. Cita-se ainda o trabalho de Faccioli *et al.* (2001), que realizaram experimentos em grande escala de uma sapata para investigar a interação não linear entre o solo e a fundação sob carregamento

sísmico, além do trabalho de Algie *et al.* (2010), que observaram a dissipação de energia pelo solo em ensaios dinâmicos em um pórtico metálico com fundações de concreto armado na Universidade de Auckland.

Por outro lado, há mais relatos na literatura sobre o comportamento dinâmico de estacas, principalmente em escala real. Nesse sentido, sob carregamento horizontal, Bhowmik *et al.* (2013) procuraram observar experimentalmente e numericamente o efeito da separação entre o solo e a estaca, com seção transversal vazada, na resposta dinâmica do problema, enquanto que Bharathi e Dubey (2018) avaliaram a influência da inclinação de estacas com alargamento do fuste (*under-reamed piles*) no comportamento dinâmico do sistema.

Boominathan e Ayothiraman (2006) realizaram testes dinâmicos em 33 estacas em escala real submetidas a carregamento horizontal. Os autores observaram que a frequência natural do sistema solo-estaca é significativamente influenciada pelo tamanho da estaca, o processo de instalação da estaca e a rigidez das camadas superiores de solo, sendo que essa última também possui forte influência na determinação da rigidez dinâmica do sistema.

Pode-se mencionar ainda o trabalho em escala real de Manna e Baidya (2009), que apresentaram resultados de vibração vertical realizados em estacas de concreto isoladas, e o estudo experimental de Elkasabgy e El Naggar (2018) sobre vibrações laterais em estacas helicoidais e estacas cravadas de aço.

1.4.3 Estudos numéricos

Devido ao rápido desenvolvimento computacional, os métodos numéricos, como o Método dos Elementos Finitos (MEF) e o Método dos Elementos de Contorno (MEC), passaram a ser largamente utilizados e ainda hoje são uma das melhores maneiras para a avaliação da interação solo-estrutura. Muitas vezes as análises numéricas são simplificadas de forma a evitar o alto custo computacional que seria necessário para a sua modelagem devido à natureza complexa dos solos. Além disso, como mencionado por Dutta e Roy (2002), pode-se esperar intuitivamente que o uso de modelos mais rigorosos e complexos, ou seja, mais próximos da realidade, conduziria a melhores resultados, porém a incerteza na determinação de alguns parâmetros de entrada dos modelos pode, em alguns casos, levar a resultados incertos.

De acordo com Jia (2018), os problemas de interação solo-estrutura podem ser analisados por meio de duas abordagens: direta e por subestrutura. O método direto representa uma modelagem mais realista e completa do sistema, sendo necessário modelar a estrutura, fundação e o solo como um todo. Nota-se que por meio dessa abordagem é possível considerar a não linearidade do solo e da estrutura, embora haja uma elevada demanda computacional devido a sua complexidade. Por outro lado, o método por subestrutura considera o sistema particionado em partes distintas, seguindo o princípio de superposição para obter a resposta da interação solo-estrutura. Portanto, essa abordagem é normalmente limitada para análises lineares e a demanda computacional é mais baixa quando comparada com o método direto. Uma descrição detalhada desses métodos também pode ser obtida em Wolf (1985).

Menglin *et al.* (2011) citam que o Método dos Elementos Finitos é um dos métodos numéricos mais utilizados na área de Engenharia e foi utilizado para produzir avanços importantes no estudo de interação solo-estrutura devido a sua capacidade de melhor simular a mecânica dos solos e da estrutura quando comparado com outros métodos, além de permitir a simulação de geometrias complexas e de fenômenos não lineares. Como o próprio nome já diz, esse método é caracterizado por discretizar o domínio do problema em uma série de elementos com dimensões finitas, formando uma malha de elementos.

Utilizando o programa PLAXIS, Ayothiraman e Boominathan (2006) realizaram uma modelagem bidimensional em elementos finitos para obter a resposta dinâmica de estacas sob carregamento lateral. Apesar da simplicidade, os modelos numéricos foram capazes de obter a frequência natural do sistema solo-estaca, mas superestimaram a amplitude de deslocamento quando comparado com o resultado obtido experimentalmente usando modelos em escala.

Sarkar (2009) desenvolveu um algoritmo em MATLAB para simular numericamente o comportamento dinâmico tridimensional da interação solo-estaca utilizando elementos finitos hexaédricos. As estacas foram consideradas como material elástico e os efeitos da não linearidade e liquefação do solo foram investigados em estacas isoladas e em grupo, sendo possível observar que a consideração da plastificação e da liquefação do solo produziram reduções na parte real e na parte imaginária da rigidez dinâmica do sistema.

Cita-se ainda o trabalho de Boominathan *et al.* (2015), que realizaram ensaios de carregamento lateral dinâmico em campo de estacas isoladas, juntamente com uma análise tridimensional em elementos finitos por meio do programa ABAQUS.

Verifica-se que a discretização espacial de problemas de meio semi-infinito é uma das dificuldades do Método dos Elementos Finitos, uma vez que a malha de elementos finitos deve estender-se até uma distância em que efeitos de contorno possam ser negligenciados. Conseqüentemente, o custo computacional torna-se elevado devido ao grande número de elementos e nós utilizados. O problema torna-se ainda maior para o caso de problemas dinâmicos, pois a energia pode ficar aprisionada dentro do domínio devido à reflexão das ondas no contorno do domínio e, dessa forma, a condição de contorno de radiação presente nos solos não é atendida.

Portanto, em problemas de interação solo-estrutura analisados pelo MEF, torna-se necessário o emprego de condições de contorno especiais para redução do tamanho do problema e para absorção de ondas de energia. A solução mais simples para o caso dinâmico é empregar amortecedores viscosos ao longo do contorno do domínio, que são independentes da frequência, conforme desenvolvido por Lysmer e Kuhlemeyer (1969). Outra alternativa é o uso de elementos Kelvin (mola e amortecedor), que são dependentes da frequência de excitação, com valores de coeficientes computados por Novak e Mitwally (1988) e Novak *et al.* (1978).

De acordo com Novak e Mitwally (1988), a presença da mola no elemento pode apresentar vantagens para algumas aplicações quando comparado com o elemento composto apenas por amortecedores, como o elemento de Lysmer e Kuhlemeyer (1969). Por outro lado, condições de contorno com amortecedores viscosos são facilmente incorporados nos algoritmos de elementos finitos.

Uma outra característica importante dos modelos que utilizam o Método dos Elementos Finitos para a análise de problemas de ISE é a presença de descontinuidade entre a fundação e o solo, necessitando, portanto, de um correto tratamento do contato entre os dois meios. Usualmente, problemas com pequeno deslocamento entre a fundação e o solo utilizam elementos finitos especiais para tratar o contato e possuem espessura nula, uma vez que existe uma relação direta entre os nós que estão em contato antecipadamente. Esse tipo de

abordagem foi utilizado nos trabalhos de Tamayo (2015) e Sarkar e Maheshwari (2012) para a simulação numérica da interação solo-estaca.

No caso de problemas que apresentam grandes deslocamentos, torna-se necessário a implementação de um algoritmo de busca de contato. Além disso, o não conhecimento da área de contato faz com que o contato possua uma natureza não linear e seu tratamento numérico necessite de algoritmos especiais para a solução do problema. Algoritmos desse tipo foram empregados por Bittencourt (1994), Bittencourt e Creus (1998) e Visintainer *et al.* (2021) e é também utilizado no presente trabalho, pois possibilita a aplicação em uma diversidade maior de problemas no futuro. Mais informações sobre o tratamento computacional do contato e sua implementação podem ser obtidas em Laursen (2010) e Wriggers (2006), enquanto que uma revisão detalhada sobre os algoritmos de contato é apresentada em Bourago e Kukudzhanov (2005).

Verifica-se, portanto, que a área de interação solo-estrutura é bastante complexa e abrangente. Dessa forma, informações adicionais sobre os modelos para a simulação do solo podem ser obtidas em Dutta e Roy (2002), enquanto que a história inicial da interação solo-estrutura é apresentada por Kausel (2010). Uma revisão bibliográfica detalhada sobre interação dinâmica solo-estrutura pode ser encontrada em Menglin *et al.* (2011).

1.4.4 Estudos desenvolvidos na UFRGS

A área de fundações constitui-se uma área de concentração do PPGEC/UFRGS, contribuindo com diversas pesquisas numéricas e experimentais sobre o comportamento de fundações rasas ou superficiais e sua interação com o solo. Entre os estudos, pode-se citar os trabalhos de Vitoreti (2003) e Medeiros (2006), que desenvolveram um programa computacional sem a utilização de elementos especiais de contato para análises de interação solo-estrutura de fundações de concreto armado, enquanto que Lautenschläger (2010), Faro (2014) e Spricigo (2019) aproveitaram o elemento de contato já presente no programa comercial ABAQUS para o tratamento da interface solo-estaca sob carregamento lateral. É importante mencionar que as fundações não foram submetidas a carregamento dinâmico nos respectivos trabalhos citados.

Cita-se ainda o trabalho de Tamayo (2015), que propôs um modelo numérico tridimensional sob pequenas deformações para a modelagem do problema de interação solo-estaca sob carregamento estático, quase-estático e dinâmico. O autor utilizou elementos finitos hexaédricos para a modelagem do solo saturado e das estacas de concreto. O contato entre os

dois meios foi realizado por meio de um elemento especial de interface com espessura nula e utilizando o método da penalidade.

Trabalhos com foco exclusivo no problema de contato computacional também já foram desenvolvidos na UFRGS. Iturrioz (1991) desenvolveu um algoritmo computacional para considerar os efeitos de contato entre uma superfície rígida e um corpo flexível bidimensional de comportamento elástico linear. O autor utilizou a formulação do método da penalidade para a aplicação das restrições e a lei de Coulomb foi adotada para o tratamento do atrito.

Posteriormente, Bittencourt (1994) também utilizou o método da penalidade para o tratamento do contato em grandes deslocamentos e rotações, incluindo casos bi e tridimensionais. Além do contato entre uma superfície rígida e um corpo flexível, o autor também implementou um algoritmo para o contato entre corpos flexíveis. Por ser um trabalho bem detalhado, as formulações apresentadas por Bittencourt (1994) para o contato de corpos flexíveis com superfícies rígidas serviram de base e influenciaram na escolha do método da penalidade para o algoritmo de contato do presente trabalho.

1.5 OBJETIVOS

O principal objetivo deste trabalho consiste em desenvolver um modelo numérico acoplado que permita determinar a resposta de estruturas apoiadas em um meio deformável quando submetidas à ação do vento.

Pode-se citar os seguintes objetivos específicos:

- Implementar um modelo numérico de contato tridimensional que permita simular o contato entre um corpo deformável com uma superfície rígida e também entre um ou mais corpos deformáveis, onde grandes deslizamentos e separação entre os corpos são permitidos;
- Analisar a interação solo-estrutura por meio do emprego do algoritmo de contato numérico tridimensional para fundações superficiais e profundas, considerando a separação e escorregamento entre os materiais;
- Desenvolver algoritmos utilizando a abordagem CUDA FORTRAN de modo a obter um maior aproveitamento dos recursos disponíveis proporcionado pelo modelo híbrido de processamento empregando conjuntamente CPUs e GPUs.

- Avaliar a influência do solo no comportamento de estruturas submetidas à ação do vento por meio de uma comparação com os resultados obtidos considerando a estrutura engastada em sua base;
- Investigar o desempenho do elemento finito hexaédrico com um ponto de integração quando aplicado a problemas tridimensionais de contato e considerando materiais elastoplásticos;
- Efetuar uma das primeiras tentativas para simulação de problemas de interação fluido-estrutura-solo em aplicações da Engenharia do Vento.

1.6 METODOLOGIA

O modelo numérico do escoamento no presente trabalho tem como partida o algoritmo desenvolvido por Braun (2007). Utiliza-se o esquema explícito de dois passos de Taylor-Galerkin para a discretização das equações fundamentais do escoamento e considera-se ainda a hipótese de pseudo-compressibilidade para escoamentos incompressíveis e isotérmicos. Para a discretização espacial, emprega-se o Método dos Elementos Finitos com a utilização do elemento hexaédrico trilinear com um ponto de integração e controle dos modos espúrios. A turbulência é tratada utilizando-se a Simulação de Grandes Escalas (LES) com os modelos de submalha clássico e dinâmico de Smagorinsky.

Considera-se a estrutura e o solo como corpos deformáveis baseados nos códigos de Duarte Filho (2002) e Schmidt (2006). Dessa forma, uma abordagem corrotacional em nível de elemento é empregada para lidar com as análises não lineares física e geométrica do problema e o tensor taxa de tensões de Truesdell é utilizado na relação constitutiva incremental de forma a garantir os princípios da objetividade. Novamente emprega-se o Método dos Elementos Finitos para a discretização espacial do domínio com a utilização de elementos hexaédricos trilineares com integração reduzida, sendo o algoritmo estendido no presente trabalho para a método \bar{B} . Além disso, elementos infinitos são empregados nos contornos do domínio computacional para a consideração de problemas semi-infinitos, fornecendo rigidez nas análises estáticas e amortecimento nas análises dinâmicas. No caso da discretização do tempo em problemas dinâmicos, o algoritmo permite utilizar o esquema implícito de Newmark ou o método α -Generalizado. O método de Newton-Raphson é empregado para linearização dos problemas considerando uma abordagem incremental-iterativa.

Com base no algoritmo desenvolvido por Braun (2007), a interação fluido-estrutura é realizada utilizando-se um esquema de acoplamento particionado, o qual permite o uso de técnicas de subciclos entre as análises do fluido e da estrutura. No caso da existência de malhas não coincidentes entre o fluido e a estrutura, a transferência de cargas e de condições cinemáticas na interface são realizadas por meio de um algoritmo baseado no método da interpolação com projeção de nós. Além disso, na presença de estruturas deformáveis, utiliza-se uma formulação arbitrária lagrangiana-euleriana (ALE) para a descrição do movimento das partículas de fluido, juntamente com um esquema numérico de movimento de malha.

A transferência de esforços na interface entre os corpos deformáveis (solo e estrutura) é realizada por meio de um algoritmo tridimensional de contato baseado no método da penalidade com uma formulação nó-superfície, onde a clássica lei de Coulomb é empregada como relação constitutiva para problemas com atrito. Dessa forma, utiliza-se um algoritmo de busca para avaliar o potencial contato de um nó com uma superfície alvo de contato. No caso de contato envolvendo uma superfície rígida e um corpo flexível, a superfície é previamente definida pelos seus parâmetros geométricos, enquanto que no caso de contato entre corpos deformáveis, a própria superfície do elemento hexaédrico torna-se a superfície alvo de contato. O algoritmo entre um corpo deformável e uma superfície rígida tem como base o algoritmo implementado por Bittencourt (1994) e o algoritmo entre corpos deformáveis é desenvolvido com base na formulação apresentada por Wriggers (2006).

Os algoritmos são desenvolvidos utilizando-se a linguagem de programação FORTRAN com o emprego do modelo híbrido de programação com a abordagem CUDA. Dessa forma, empregam-se as diretrizes de paralelização em OpenMP com processamento na CPU (*Central Process Units*) para as rotinas desenvolvidas apenas para a análise de corpos sólidos deformáveis, enquanto que as rotinas desenvolvidas apenas para análise do escoamento são implementados na arquitetura CUDA com processamento na placa gráfica, ou GPU (*Graphics Processing Units*). Portanto, o acoplamento dos códigos citados permite a análise de problemas de interação fluido-estrutura-solo de forma conjunta por CPU e GPU.

1.7 ORGANIZAÇÃO DO TEXTO

O presente trabalho é organizado da seguinte forma:

- Apresenta-se neste capítulo os aspectos gerais envolvendo a interação fluido-estrutura-solo e suas dificuldades de simulação. Posteriormente, é apresentada uma revisão detalhada dos trabalhos já desenvolvidos na área de interação fluido-estrutura e solo-estrutura, juntamente com os objetivos e metodologia empregada no presente trabalho;
- No Capítulo 2 são apresentadas as equações fundamentais empregadas para a análise de escoamentos turbulentos, isotérmicos e incompressíveis. Por fim, a descrição arbitrária lagrangiana-euleriana é apresentada para a correta análise de problemas com estruturas deformáveis por meio de um esquema numérico de movimento de malha;
- O Capítulo 3 descreve as formulações para as discretizações temporal e espacial do escoamento com base no modelo numérico de Taylor-Galerkin de dois passos no contexto do Método dos Elementos Finitos;
- No Capítulo 4 são apresentadas as equações fundamentais do meio contínuo, as quais são empregadas para a análise de sólidos deformáveis (solo e estrutura). Questões relacionadas à não linearidade geométrica e física também são apresentadas a partir de uma abordagem corrotacional;
- O Capítulo 5 traz o desenvolvimento do modelo numérico empregado para análise da estrutura e do solo por meio do Método dos Elementos Finitos. O elemento finito hexaédrico com oito nós é apresentado juntamente com técnicas de integração reduzida para a discretização espacial dos problemas, enquanto que o método implícito de Newmark e o método α -Generalizado são apresentados para a discretização temporal das equações. Além disso, o capítulo apresenta o desenvolvimento do elemento infinito, que é empregado em problemas de meio semi-infinito;
- No Capítulo 6 são apresentados os conceitos iniciais sobre a Mecânica do Contato. A cinemática do contato é introduzida nesse capítulo juntamente com as equações constitutivas para a definição dos vetores de tensões do contato. Por fim, a formulação variacional do problema de contato é apresentada;
- O Capítulo 7 é dedicado ao desenvolvimento das formulações dos modelos numéricos para o acoplamento fluido-estrutura e solo-estrutura, permitindo, dessa forma, obter-se o modelo numérico final para a análise de problemas fluido-estrutura-solo. Além disso, aspectos gerais sobre placas gráficas com arquitetura CUDA são apresentados;

- No Capítulo 8 são mostrados alguns exemplos numéricos utilizados para verificação do modelo numérico desenvolvido neste trabalho por meio da comparação de resultados com outros autores;
- No Capítulo 9 são apresentadas as principais conclusões obtidas no presente trabalho e as sugestões para trabalhos futuros.

2 MECÂNICA DOS FLUIDOS

2.1 EQUAÇÕES FUNDAMENTAIS DA DINÂMICA DOS FLUIDOS

Como em qualquer problema de Engenharia, a análise de qualquer problema é definida, geralmente, por meio de equações diferenciais. No caso de problemas que envolvem fluidos viscosos, as equações diferenciais que descrevem o escoamento são dadas pelas equações de Navier-Stokes. Além disso, a equação de conservação de massa deve ser atendida e é somada ao sistema de equações utilizadas no problema. Caso o problema envolva variação significativa de temperatura no escoamento, deve-se incluir a equação de conservação de energia. Ao adotar as equações de Navier-Stokes, pressupõe-se ainda que o fluido possui comportamento newtoniano, cuja equação constitutiva será descrita posteriormente. Logo, pode-se descrever qualquer problema que envolva escoamentos de fluidos viscosos por meio desse sistema de equações diferenciais.

De forma simplificada, as equações fundamentais da Dinâmica dos Fluidos para escoamentos isotérmicos, desprezando qualquer variação de temperatura, são apresentadas a seguir, as quais também podem ser encontradas em Schlichting e Gersten (2017).

2.1.1 Equações de conservação

As equações aplicadas para escoamento genérico na descrição euleriana, em um sistema tridimensional de coordenadas cartesianas ortogonais, são definidas por:

a) Equação de conservação da quantidade de movimento:

$$\frac{\partial(\rho v_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_i v_j)}{\partial x_j} = X_i - \frac{\partial p}{\partial x_j} \delta_{ij} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (i, j, k = 1, 2, 3) \quad (2.1)$$

b) Equação de conservação de massa:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (j = 1, 2, 3) \quad (2.2)$$

onde ρ é massa específica do fluido, v_i são as componentes do vetor de velocidades \mathbf{v} e p é a pressão termodinâmica. Além disso, X_i são as componentes do vetor de forças de corpo na

direção do eixo x_i , δ_{ij} são as componentes do delta de Kroenecker e τ_{ij} são as componentes do tensor de tensões viscosas, sendo apresentado posteriormente. Lembrando que as variáveis do problema citadas são dadas em função de suas coordenadas cartesianas no espaço e em função do tempo t .

As equações citadas são definidas para um domínio espacial Ω e em um intervalo de tempo $[t_0, t_f]$, acompanhadas de condições de contorno essenciais, naturais e de condições iniciais.

2.1.2 Equações constitutivas

As equações de conservação desenvolvidas anteriormente levaram em conta fluidos newtonianos. Neste caso, as relações entre tensão e taxa de deformação podem ser expressas em qualquer ponto do espaço por:

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \tau_{ij} \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (2.3)$$

sendo:

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) + \lambda \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \quad (i, j, k = 1, 2, 3) \quad (2.4)$$

onde σ_{ij} são as componentes do tensor de tensões totais, τ_{ij} são as componentes do tensor de tensões viscosas, μ é a viscosidade dinâmica e λ é a viscosidade volumétrica. Em geral, utiliza-se a hipótese de Stokes para determinar a viscosidade volumétrica:

$$\lambda = -\frac{2}{3}\mu \quad (2.5)$$

Logo, substituindo a Equação (2.4) em (2.1), tem-se:

$$\frac{\partial(\rho v_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_i v_j)}{\partial x_j} = X_i - \frac{\partial p}{\partial x_j} \delta_{ij} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) + \lambda \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] \quad (i, j, k = 1, 2, 3) \quad (2.6)$$

2.1.3 Condições iniciais e de contorno

Para a solução das equações de conservação, torna-se necessário fornecer as condições iniciais e as condições de contorno do problema, que são válidas para o domínio de análise Ω e no intervalo $[t_0, t_f]$, sendo t_0 o tempo inicial e t_f o tempo final da análise.

Dessa forma, tem-se no instante inicial as seguintes condições:

$$v_i(x_1, x_2, x_3, t = t_0) = v_i^0 \quad (i = 1, 2, 3) \quad (2.7)$$

$$p(x_1, x_2, x_3, t = t_0) = p^0 \quad (2.8)$$

onde v_i^0 e p^0 são, respectivamente, os valores iniciais para as componentes de velocidade e para a pressão.

As condições de contorno podem ser divididas entre condições de contorno de Dirichlet e de Neumann. Portanto, as condições de contorno essenciais são definidas como:

$$v_i = v_i^* \quad \text{em } \Gamma_v \quad (2.9)$$

$$p = p^* \quad \text{em } \Gamma_p \quad (2.10)$$

onde v_i^* e p^* são os valores prescritos para as variáveis v_i e p nas regiões de contorno Γ_v e Γ_p , respectivamente. Por outro lado, a condição de Neumann é dada por:

$$\left[-p\delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) + \lambda \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \right] n_j = t_i^* \quad \text{em } \Gamma_\sigma \quad (i, j, k = 1, 2, 3) \quad (2.11)$$

sendo t_i^* as componentes do vetor de tensões prescritas na direção x_i , agindo sobre a região de contorno Γ_σ , e n_j são as componentes do vetor unitário normal em um ponto qualquer do contorno Γ_σ , segundo a direção x_j dos eixos coordenados.

2.2 HIPÓTESE DE PSEUDO-COMPRESSIBILIDADE

Nota-se que para escoamentos incompressíveis, assume-se que a massa específica permanece constante durante a análise e, portanto, a Equação (2.2) torna-se:

$$\frac{\partial v_j}{\partial x_j} = 0 \quad (j=1,2,3) \quad (2.12)$$

Essa consideração conduz a dificuldades numéricas para a obtenção do campo de pressão. Portanto, para contornar esse problema, admite-se a hipótese de pseudo-compressibilidade, formulada por Chorin (1967), de forma a obter uma equação de conservação de massa contendo um termo explícito de pressão.

O modelo pseudo-compressível é construído em cima da Equação (2.2), ou seja, a partir da consideração de escoamentos compressíveis, considerando que:

$$c_f^2 = \frac{\partial p}{\partial \rho} \quad \rightarrow \quad \frac{\partial p}{\partial t} = c_f^2 \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad \text{e} \quad \frac{\partial p}{\partial x_j} = c_f^2 \frac{\partial \rho}{\partial x_j} \quad (2.13)$$

onde c_f é o parâmetro de compressibilidade, associado teoricamente à velocidade de propagação do som no fluido que está sendo estudado. Numericamente, a constante funciona como um parâmetro de penalidade. Logo, substituindo os termos de derivada de massa específica, presente na Equação (2.2), pelas expressões obtidas anteriormente na Equação (2.13), tem-se a nova equação:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + v_j \frac{\partial p}{\partial x_j} + \rho c_f^2 \frac{\partial v_j}{\partial x_j} = 0 \quad (j=1,2,3) \quad (2.14)$$

De acordo com Braun (2007), a partir de trabalhos realizados anteriormente no PPGEC/UFRGS e no PROMEC/UFRGS, constatou-se que o termo de advecção de pressão da equação anterior pode ser desprezado sem apresentar perdas de precisão. Logo, a equação de conservação de massa para escoamento incompressível fica expressa por:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \rho c_f^2 \frac{\partial v_j}{\partial x_j} = 0 \quad (j=1,2,3) \quad (2.15)$$

2.3 ESCOAMENTOS TURBULENTOS

2.3.1 Introdução

Pode-se dizer que a simulação de escoamentos turbulentos é um dos desafios para a Engenharia do Vento Computacional, principalmente pela sua complexidade. Esse tipo de escoamento manifesta-se com maior intensidade quanto maior for o número de Reynolds do escoamento e, de acordo com Hinze (1975), caracteriza-se por possuir um comportamento difusivo, dissipativo, randômico e tridimensional.

No caso de escoamentos turbulentos, uma ampla faixa de escalas de vórtices pode ser observada. Os maiores vórtices são associados às menores frequências de flutuações, sendo determinados pelas condições de contorno do escoamento, possuindo dimensões que são da mesma ordem de grandeza da dimensão característica do escoamento. Por outro lado, os vórtices menores estão associados às frequências mais altas de flutuação. A relação entre as dimensões dos maiores e menores vórtices, denominada de largura do espectro de frequência, cresce com o número de Reynolds.

Por possuir a mesma escala do escoamento, os grandes vórtices interagem com o escoamento principal, extraem a energia cinética do mesmo e a transferem sucessivamente para os vórtices de escala imediatamente inferior, através do processo denominado de “cascata de energia”, até atingir os vórtices de menor escala, onde as forças viscosas tornam-se predominantes e dissipam a energia, havendo ali um balanço entre energia fornecida e dissipada (HINZE, 1975; SCHLICHTING E GERSTEN, 2017).

Embora os grandes vórtices sejam responsáveis pela anisotropia, no processo de “cascata de energia” a sensibilidade da direção é reduzida. Portanto, quando o número de Reynolds é elevado, a diferença das grandes para as pequenas escalas cresce e as características anisotrópicas diminuem nas pequenas escalas. Dessa forma, pode-se dizer que existe um nível de “isotropia local” do movimento turbulento.

Em teoria, qualquer problema em qualquer escala de turbulência poderia ser resolvido de forma direta utilizando as equações diferenciais montadas anteriormente. Dessa forma, o problema deve ser discretizado, por exemplo, através de elementos finitos de dimensões inferiores ao tamanho dos menores vórtices existentes no escoamento, ou seja, relacionada com a menor escala de turbulência, denominada de Kolmogorov. Porém, a simulação direta de

escoamentos turbulentos requer um refinamento muito elevado da malha, se tornando um problema com custo computacional elevadíssimo. Logo, resta como alternativa a utilização de modelos de turbulência, que modificam as equações do problema e permitem a utilização de uma malha menos refinada, é o caso das metodologias RANS (*Reynolds-averaged Navier-Stokes*) e LES. Conceitos iniciais sobre as metodologias RANS e LES podem ser obtidos em Braun (2007), enquanto que uma revisão bibliográfica mais completa sobre estes e outras metodologias de turbulência são encontrados no trabalho de Argyropoulos e Markatos (2015).

2.3.2 Simulação de Grandes Escalas (LES)

Neste trabalho emprega-se a técnica de Simulação de Grandes Escalas (LES – *Large Eddy Simulation*) com modelos de submalha de fechamento para a análise numérica de escoamentos turbulentos. Nesse tipo de modelo, os grandes vórtices (grandes escalas de turbulência) são resolvidos diretamente por uma operação de filtro, aplicada às equações de Navier-Stokes, enquanto que os vórtices de dimensão inferior à resolução da malha são simulados utilizando-se modelos de turbulência.

Nesta técnica, as variáveis do problema (velocidade e pressão) são decompostas em uma parcela correspondente às grandes escalas e em outra parcela referente às pequenas escalas:

$$v_i = \bar{v}_i + v_i' \quad (2.16)$$

$$p = \bar{p} + p' \quad (2.17)$$

onde v_i são as componentes de velocidade na direção do eixo x_i e p é a pressão. O símbolo de barra é empregado para a parcela de grandes escalas e o símbolo de apóstrofe indica a parcela de pequenas escalas.

No contexto do Método dos Elementos Finitos, a decomposição anterior é obtida por meio de um processo de filtragem, sendo que o próprio elemento da malha atua como um filtro, com dimensão característica ($\bar{\Delta}$) definida por:

$$\bar{\Delta} = (\Delta x \Delta y \Delta z)^{1/3} \quad (2.18)$$

onde Δx , Δy e Δz são as dimensões do elemento finito e seu produto define o volume.

Ao empregar um filtro uniforme, o processo de filtragem resume-se em uma operação de média espacial das variáveis envolvidas. Logo, aplicando as decomposições definidas nas Equações (2.16) e (2.17) nas equações fundamentais do escoamento (Equações (2.6) e (2.14)), considerando-se ainda o operador de média, obtém-se, após algumas simplificações:

$$\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial t} + \bar{v}_j \frac{\partial (\bar{v}_i)}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho} \bar{X}_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} \delta_{ij} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_i} \right) + \frac{\lambda}{\rho} \frac{\partial \bar{v}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} + \bar{\tau}_{ij}^{SGS} \right] \quad (i, j, k = 1, 2, 3) \quad (2.19)$$

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial t} + \bar{v}_j \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} + \rho c_f^2 \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_j} = 0 \quad (j = 1, 2, 3) \quad (2.20)$$

sendo $\bar{\tau}_{ij}^{SGS}$ as componentes do tensor de tensões submalha, o qual corresponde aos efeitos das escalas inferiores à resolução de malha. No caso da Simulações de Grandes Escalas, esse termo é definido como:

$$\bar{\tau}_{ij}^{SGS} = \rho \left(\overline{v_i v_j} \right) = 2\mu_t \bar{S}_{ij} \quad (2.21)$$

onde ρ é a massa específica do fluido, $\overline{v_i v_j}$ são termos provenientes do movimento dos vórtices nas escalas inferiores à resolução da malha, μ_t é a viscosidade turbulenta e \bar{S}_{ij} são as componentes do tensor taxa de deformação em grandes escalas, expressas por:

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.22)$$

Por fim, a viscosidade turbulenta μ_t deve ser calculada por meio de um modelo submalha. No presente trabalho, dois modelos submalha foram implementados: o modelo clássico de Smagorinsky (1963) e o modelo dinâmico, proposto por Germano *et al.* (1991) e corrigido por Lilly (1992). Maiores detalhes dos dois modelos empregados são apresentados a seguir.

2.3.2.1 Modelo clássico de Smagorinsky

A viscosidade turbulenta μ_t é definida no modelo clássico de Smagorinsky (1963) como:

$$\mu_t = \rho \left(C_s \bar{\Delta} \right)^2 \left| \bar{S} \right| \quad (2.23)$$

sendo:

$$|\bar{S}| = (2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij})^{1/2} \quad (2.24)$$

onde $\bar{\Delta}$ e \bar{S}_{ij} já foram definidos pelas Equações (2.18) e (2.22), respectivamente, e C_s é a constante de Smagorinsky que, de acordo com Murakami (1997), usualmente assume valores entre 0,1 e 0,25, de acordo com as características do escoamento.

2.3.2.2 Modelo dinâmico

No caso do modelo dinâmico, proposto por Germano *et al.* (1991) e modificado por Lilly (1992), a viscosidade turbulenta μ_t é expressa por:

$$\mu_t = \rho C(\bar{x}, t) \bar{\Delta}^2 |\bar{S}| \quad (2.25)$$

onde $C(\bar{x}, t)$ é o coeficiente dinâmico, que varia de acordo com a posição no espaço e no tempo, sendo expresso por:

$$C(\bar{x}, t) = -\frac{1}{2} \frac{\mathcal{L}_{ij}\mathcal{L}_{ij}}{\mathcal{M}_{ij}\mathcal{M}_{ij}} \quad (2.26)$$

sendo:

$$\mathcal{L}_{ij} = \langle \bar{v}_i \bar{v}_j \rangle - \langle \bar{v}_i \rangle \langle \bar{v}_j \rangle \quad (2.27)$$

$$\mathcal{M}_{ij} = \langle \bar{\Delta} \rangle^2 \langle |\bar{S}| \rangle \langle \bar{S}_{ij} \rangle - \langle \bar{\Delta}^2 |\bar{S}| \bar{S}_{ij} \rangle \quad (2.28)$$

onde \mathcal{L}_{ij} são as componentes resolvidas do tensor de tensões associadas às escalas de turbulência existentes entre os dois filtros e \mathcal{M}_{ij} são as componentes de um tensor que representa a parte anisotrópica das tensões submalha do segundo filtro. Destaca-se, portanto, que a determinação do coeficiente dinâmico pressupõe um duplo processo de filtragem.

A primeira filtragem é realizada da mesma maneira que no processo do modelo clássico de Smagorinsky. As variáveis associadas a esse primeiro processo de filtragem são definidas por uma barra superior, enquanto que as variáveis associadas ao segundo processo de filtragem são representadas pelo símbolo $\langle \bullet \rangle$. Dessa forma, para uma variável genérica \bar{k} ,

correspondente às grandes escalas do primeiro filtro, seu valor $\langle \bar{k} \rangle$ associado ao segundo filtro, em um nó i , é definido no presente trabalho pela seguinte expressão:

$$\langle \bar{k} \rangle^i = \frac{\sum_{j=1}^n \left(\frac{\bar{k}^j}{d_i^j} \right)}{\sum_{j=1}^n \left(\frac{1}{d_i^j} \right)} \quad (2.29)$$

onde n é o número de nós com conectividade direta ao nó i , \bar{k}^j é a variável associada ao primeiro filtro no nó j e d_i^j é a distância euclidiana entre os nós i e j .

Por fim, para a segunda filtragem é utilizado um filtro de dimensão característica superior ao primeiro filtro, denominado de filtro teste $\langle \bar{\Delta} \rangle$, sendo definido para um nó i como:

$$\langle \bar{\Delta} \rangle^i = \left(\sum_{e=1}^{NE} \text{Vol}(e) \right)^{1/3} \quad (2.30)$$

onde NE é o número de elementos comuns ao nó i e $\text{Vol}(e)$ corresponde ao volume do elemento e .

2.4 EQUAÇÕES DE CONSERVAÇÃO NA DESCRIÇÃO ALE

Na Seção 2.1 foram descritas as equações de conservação de quantidade de movimento e a equação de conservação de massa em uma descrição cinemática puramente euleriana. Porém, no caso da interação fluido-estrutura, em que a estrutura imersa sofre deslocamento ou vibração, torna-se necessário a utilização de uma descrição arbitrária lagrangiana-euleriana (ALE).

Logo, considerando a hipótese da pseudo-compressibilidade, para um fluido viscoso e em processo isotérmico, tem-se que as equações fundamentais podem ser escritas em sua forma não conservativa, numa descrição arbitrária lagrangiana-euleriana, do seguinte modo:

a) Equação de conservação da quantidade de movimento:

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + (v_j - w_j) \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_j} \delta_{ij} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \bar{\nu} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) + \frac{\lambda}{\rho} \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right\} = \frac{1}{\rho} X_i \quad (i, j, k = 1, 2, 3) \quad (2.31)$$

b) Equação de conservação de massa:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + (v_j - w_j) \frac{\partial p}{\partial x_j} + \rho c_f^2 \frac{\partial v_j}{\partial x_j} = 0 \quad (j = 1, 2, 3) \quad (2.32)$$

onde $\bar{\nu} = \nu + \nu_t$, sendo ν e ν_t as viscosidades cinemáticas molecular e turbulenta, respectivamente, e w_j são as componentes do vetor de velocidade de malha \mathbf{w} segundo a direção do eixo x_j .

Como já mencionado anteriormente, o termo de advecção de pressão da equação de conservação de massa é usualmente desprezado.

Nota-se que nas expressões acima houve apenas a inserção do termo de componentes de velocidade de malha w_j nos termos de advecção das equações. Portanto, caso o corpo imerso esteja fixo, não há velocidade de malha e o vetor \mathbf{w} torna-se nulo, reduzindo as equações à forma definida para uma descrição puramente euleriana.

Além disso, na descrição arbitrária lagrangiana-euleriana, as condições de contorno referentes às componentes de velocidade de malha devem ser fornecidas, ou seja:

$$w_i = 0 \quad \text{em } \Gamma_{\text{ex}} \quad (2.33)$$

$$w_i = v_i^{*,bd} \quad \text{em } \Gamma_{\text{bd}} \quad (2.34)$$

onde $v_i^{*,bd}$ são as componentes de velocidade do fluido nos pontos pertencentes às superfícies dos corpos imersos Γ_{bd} , devido a condição de não deslizamento, e Γ_{ex} é o contorno externo do domínio ALE. Nas demais regiões do domínio, a velocidade de malha é obtida conforme o esquema de movimento de malha utilizado.

3 MODELO NUMÉRICO PARA ANÁLISE DO ESCOAMENTO

O modelo numérico utilizado no presente trabalho para a análise do escoamento é baseado no método explícito de dois passos de Taylor-Galerkin. Nesse modelo, o processo de discretização temporal é realizado utilizando-se expansões em séries de Taylor nas equações fundamentais do escoamento, seguido da discretização espacial realizada no contexto do Método dos Elementos Finitos por meio do método de Bubnov-Galerkin, fornecendo assim as formas matriciais finais em elementos finitos. Destaca-se que esse modelo foi proposto por Kawahara e Hirano (1983), tendo sido já utilizado com sucesso em outros trabalhos do PPGEC/UFRGS, como por exemplo, por Teixeira (2001), Petry (2002), Braun (2002 e 2007), Tonin (2017) e, recentemente, por Sangalli (2019) e Funez (2019).

Nos próximos itens são apresentadas as formulações para a discretização temporal e espacial do escoamento pelo método explícito de dois passos de Taylor-Galerkin.

3.1 DISCRETIZAÇÃO TEMPORAL

Considera-se que uma variável genérica $\theta(\vec{x}, t)$, definida em um domínio espacial Ω e no tempo t , pode ser aproximada por uma série de Taylor truncada no termo de segunda ordem, como:

$$\theta^{n+1} \cong \theta^n + \Delta t \frac{\partial \theta^n}{\partial t} + \frac{\Delta t^2}{2!} \frac{\partial^2 \theta^n}{\partial t^2} \quad (3.1)$$

onde os superíndices $n+1$ e n equivalem, respectivamente, aos tempos $t+\Delta t$ e t , enquanto que Δt corresponde ao incremento de tempo adotado.

Resolvendo a expressão anterior em dois passos, ou seja, com um passo de tempo intermediário em $n+1/2$, tem-se novamente por meio de uma expansão em séries de Taylor:

$$\theta^{n+1/2} \cong \theta^n + \frac{\Delta t}{2} \frac{\partial \theta^n}{\partial t} + \frac{(\Delta t / 2)^2}{2!} \frac{\partial^2 \theta^n}{\partial t^2} \quad (3.2)$$

Dessa forma, empregam-se as expressões anteriores para a discretização temporal das variáveis que descrevem o problema (velocidade e a pressão). O processo é realizado de

forma sucinta nos próximos itens e uma resolução mais detalhada pode ser encontrada em Braun (2007).

3.1.1 Equação de conservação da quantidade de movimento

O processo se inicia isolando-se o termo de derivada temporal da Equação (2.31), que para um instante de tempo n é dado por:

$$\frac{\partial v_i^n}{\partial t} = \left\{ \frac{1}{\rho} X_i - (v_j - w_j) \frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_j} \delta_{ij} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\bar{v} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) + \frac{\lambda}{\rho} \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] \right\}^n \quad (3.3)$$

Substituindo a expressão anterior e sua derivada em relação ao tempo na Equação (3.1) e considerando como variável as componentes de velocidade v_i , as componentes de velocidade no instante $n+1$ podem ser determinadas empregando-se um esquema de avanço temporal definido da seguinte forma:

$$v_i^{n+1} = v_i^n + \Delta v_i^{n+1/2} \quad (3.4)$$

onde o incremento $\Delta v_i^{n+1/2}$ é calculado considerando-se todas as variáveis da expressão avaliadas no instante $n+1/2$, sendo definido por:

$$\Delta v_i^{n+1/2} = \Delta t \left\{ \frac{1}{\rho} X_i - (v_j - w_j) \frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_j} \delta_{ij} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\bar{v} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) + \frac{\lambda}{\rho} \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] \right\}^{n+1/2} \quad (3.5)$$

Inicia-se então o procedimento para a obtenção do cálculo das componentes de velocidade pelo cálculo prévio de $\tilde{v}_i^{n+1/2}$, onde os termos de incremento de pressão são inicialmente desprezados, recebendo por isso o sinal “til”. O cálculo de $\tilde{v}_i^{n+1/2}$ é realizado por meio da Equação (3.2), chegando-se após algumas etapas a:

$$\begin{aligned} \tilde{v}_i^{n+1/2} = v_i^n + \frac{\Delta t}{2} \left\{ \frac{1}{\rho} X_i - (v_j - w_j) \left[\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\Delta t}{4\rho} \frac{\partial X_i}{\partial x_j} \right] - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_j} \delta_{ij} + \right. \\ \left. \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\bar{v} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) + \frac{\lambda}{\rho} \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] + \frac{\Delta t}{4} (v_j - w_j) (v_k - w_k) \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j \partial x_k} \right\}^n \end{aligned} \quad (3.6)$$

Como os termos de pressão foram desprezados anteriormente, torna-se necessário realizar uma correção na Equação (3.6) a partir do campo de pressões obtido em $n+1/2$ ($\Delta p^{n+1/2}$), cuja expressão será definida no próximo item. Essa correção é dada por:

$$v_i^{n+1/2} = \tilde{v}_i^{n+1/2} - \frac{1}{\rho} \frac{\Delta t}{4} \frac{\partial \Delta p^{n+1/2}}{\partial x_j} \delta_{ij} \quad (3.7)$$

3.1.2 Equação de conservação de massa

Da mesma forma que o realizado anteriormente, ou seja, isolando a derivada temporal da Equação (2.32), obtém-se a seguinte equação:

$$\frac{\partial p^n}{\partial t} = - \left[(v_j - w_j) \frac{\partial p}{\partial x_j} + \rho c_f^2 \frac{\partial v_j}{\partial x_j} \right]^n \quad (3.8)$$

Utilizando a expressão anterior e sua derivada temporal na Equação (3.1), pode-se obter novamente um esquema de avanço temporal da seguinte forma:

$$p^{n+1} = p^n + \Delta p^{n+1/2} \quad (3.9)$$

O incremento de pressão é avaliado em $n+1/2$ por:

$$\Delta p^{n+1/2} = -\Delta t \left[(v_j - w_j) \frac{\partial p}{\partial x_j} + \rho c_f^2 \frac{\partial v_j}{\partial x_j} \right]^{n+1/2} \quad (3.10)$$

Após algumas etapas, tem-se a expressão final para as componentes de pressão em $n+1/2$:

$$p^{n+1/2} = p^n - \frac{\Delta t}{2} \left[(v_j - w_j) \frac{\partial p}{\partial x_j} + \rho c_f^2 \frac{\partial v_j}{\partial x_j} - \frac{\Delta t}{4} (v_j - w_j) (v_k - w_k) \frac{\partial^2 p}{\partial x_j \partial x_k} \right]^n \quad (3.11)$$

A partir desta expressão é possível realizar a correção do campo de velocidades na Equação (3.7) com o incremento de pressão $\Delta p^{n+1/2}$ avaliado por meio da Equação (3.10). Conforme mencionado anteriormente, o termo de advecção de pressão é desprezado e, portanto, a expressão anterior é simplificada ao eliminar-se os termos envolvendo produtos entre componentes de velocidade e derivadas de pressão.

3.2 DISCRETIZAÇÃO ESPACIAL

3.2.1 Formulação do elemento finito

Utiliza-se o Método dos Elementos Finitos para a divisão do domínio contínuo em subdomínios, denominados de elementos finitos, onde as variáveis do problema e a geometria do problema são aproximadas por funções de interpolação.

O elemento finito utilizado para a discretização do domínio e para a aproximação das variáveis do escoamento é o elemento hexaédrico isoparamétrico com oito nós, conforme mostra a Figura 3.1. Suas funções de interpolação são dadas por (BELYTSCHKO *et al.*, 2014):

$$N_n(\xi, \eta, \zeta) = \frac{1}{8}(1 + \xi_n \xi)(1 + \eta_n \eta)(1 + \zeta_n \zeta) \quad (n = 1, \dots, 8) \quad (3.12)$$

sendo ξ , η e ζ as coordenadas naturais segundo os eixos locais, variando num intervalo de $[-1, 1]$, onde ξ_n , η_n e ζ_n são as coordenadas naturais do nó n , variando de 1 a 8, e definidas por:

$$\{\xi\}^T = \{-1 \ 1 \ 1 \ -1 \ -1 \ 1 \ 1 \ -1\} \quad (3.13)$$

$$\{\eta\}^T = \{-1 \ -1 \ 1 \ 1 \ -1 \ -1 \ 1 \ 1\} \quad (3.14)$$

$$\{\zeta\}^T = \{-1 \ -1 \ -1 \ -1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1\} \quad (3.15)$$

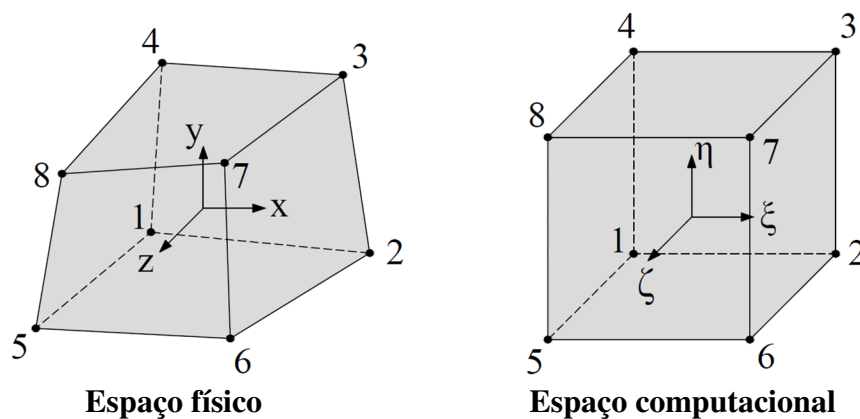


Figura 3.1: Sistemas de referência para o elemento hexaédrico.

Dessa forma, uma variável genérica $\theta(\mathbf{x}, t)$ pode ser aproximada por:

$$\theta(\mathbf{x}, t) = \sum_{n=1}^8 N_n(\xi, \eta, \zeta) \theta_n(t) \quad (3.16)$$

onde $\theta_n(t)$ são os valores nodais da variável. Assim, as coordenadas, as componentes de velocidade e a pressão podem ser obtidas em um ponto qualquer no interior de um elemento utilizando-se a expressão anterior.

Torna-se agora necessário garantir que as aproximações devido às funções de interpolação estejam o mais próximo possível da solução exata do problema, ou seja, a diferença entre os valores exatos e os valores aproximados das variáveis, o resíduo, deve ser minimizado. Essa minimização é realizada aqui empregando o Método dos Resíduos Ponderados, onde o resíduo é minimizado por meio de uma ortogonalização do mesmo com uma função peso escolhida. Dentre os vários modelos de resíduos ponderados, utiliza-se no presente trabalho o método de Bubnov-Galerkin, onde a função peso adotada é definida como a variação da variável independente aproximada. Para mais detalhes, ver Zienkiewicz *et al.* (2014).

Além disso, exige-se que as aproximações das variáveis sejam contínuas até a ordem de derivação mais alta existente na equação estudada. Entretanto, isto traz algumas restrições e faz com que, na prática, sejam reduzidas as restrições de continuidade com o uso de integrações por partes nos termos de mais alta ordem. Como resultado deste processo, obtém-se a chamada forma fraca (*weak form*) da equação.

A seguir, aplica-se o método de Bubnov-Galerkin, no contexto do Método dos Elementos Finitos, nas equações fundamentais do escoamento, discretizadas temporalmente na seção anterior.

3.2.2 O modelo explícito de dois passos de Taylor-Galerkin

As variáveis independentes a serem aproximadas em elementos finitos são a velocidade e a pressão. Suas aproximações, segundo a Equação (3.16), são:

$$v_i = [\mathbf{N}] \mathbf{v}_i \quad (3.17)$$

$$p = [\mathbf{N}] \mathbf{p} \quad (3.18)$$

onde \mathbf{v}_i e \mathbf{p} são vetores que contém os valores nodais das componentes de velocidade e pressão, respectivamente, e $[\mathbf{N}]$ é uma matriz linha que contém as oitos funções de interpolação do elemento empregado (Equação (3.12)), na seguinte forma:

$$[\mathbf{N}] = [N_1 \quad N_2 \quad N_3 \quad N_4 \quad N_5 \quad N_6 \quad N_7 \quad N_8] \quad (3.19)$$

Substituindo as aproximações (3.17) e (3.18) e aplicando o método de Bubnov-Galerkin nas Equações (3.6) e (3.11), obtêm-se, respectivamente, as equações de conservação para obtenção das componentes de velocidade v_i e de pressão p no instante $n+1/2$, conforme:

$$[\mathbf{M}] \tilde{\mathbf{v}}_i^{n+1/2} = [\mathbf{M}] \mathbf{v}_i^n + \frac{\Delta t}{2} \left\{ \frac{1}{\rho} \{ \hat{X}_i \} - ([\mathbf{AD}] + [\mathbf{BD}]) \mathbf{v}_i + \frac{1}{\rho} [\mathbf{G}]_j \delta_{ij} \mathbf{p} - [\mathbf{D}]_{ij}^{2p} \mathbf{v}_j + \{ \tilde{t}_i \} + \{ \tilde{b}_{dv} \}_i \right\}^n \quad (3.20)$$

$$[\mathbf{M}] \mathbf{p}^{n+1/2} = [\mathbf{M}] \mathbf{p}^n - \frac{\Delta t}{2} \left\{ ([\mathbf{AD}] + [\mathbf{BD}]) \mathbf{p} + \rho c_f^2 [\mathbf{G}]_j^T \mathbf{v}_j - \{ \tilde{b} \}_{dp} \right\}^n \quad (3.21)$$

A correção para a velocidade, definida na Equação (3.7) fica expressa por:

$$[\mathbf{M}] \mathbf{v}_i^{n+1/2} = [\mathbf{M}] \tilde{\mathbf{v}}_i^{n+1/2} - \frac{1}{\rho} \frac{\Delta t}{4} \int_{\Omega_E} [\mathbf{N}]^T \frac{\partial [\mathbf{N}]}{\partial x_j} \delta_{ij} d\Omega (\mathbf{p}^{n+1/2} - \mathbf{p}^n) \quad (3.22)$$

A obtenção das variáveis de velocidade e pressão em $n+1$ é feita realizando-se o mesmo procedimento aplicado sobre as Equações (3.5) e (3.10), para em seguida serem somadas aos respectivos valores no avanço temporal (Equações (3.4) e (3.9)), o que resulta em:

$$[\mathbf{M}] \mathbf{v}_i^{n+1} = [\mathbf{M}] \mathbf{v}_i^n + \Delta t \left\{ \frac{1}{\rho} \{ X_i \} - [\mathbf{AD}] \mathbf{v}_i + \frac{1}{\rho} [\mathbf{G}]_j \delta_{ij} \mathbf{p} - [\mathbf{D}]_{ij}^{2p} \mathbf{v}_j + \{ \tilde{t}_i \} \right\}^{n+1/2} \quad (3.23)$$

$$[\mathbf{M}] \mathbf{p}^{n+1} = [\mathbf{M}] \mathbf{p}^n - \Delta t \left\{ [\mathbf{AD}] \mathbf{p} + \rho c_f^2 [\mathbf{G}]_j^T \mathbf{v}_j \right\}^{n+1/2} \quad (3.24)$$

As matrizes e vetores apresentados acima são definidos por:

$$[\mathbf{M}] = \int_{\Omega_E} [\mathbf{N}][\mathbf{N}]^T d\Omega \quad (3.25)$$

$$[\mathbf{AD}] = \int_{\Omega_E} [\mathbf{N}] (\mathbf{v}_j^n - \mathbf{w}_j^n) [\mathbf{N}]^T \frac{\partial [\mathbf{N}]}{\partial x_j} d\Omega \quad (3.26)$$

$$[\mathbf{G}]_j = \int_{\Omega_E} \frac{\partial [\mathbf{N}]^T}{\partial x_j} [\mathbf{N}] d\Omega \quad ; \quad [\mathbf{G}]_j^T = \int_{\Omega_E} [\mathbf{N}]^T \frac{\partial [\mathbf{N}]}{\partial x_j} d\Omega \quad (3.27)$$

$$[\mathbf{BD}] = \frac{\Delta t}{4} \int_{\Omega_E} \{ [\mathbf{N}] (\mathbf{v}_j^n - \mathbf{w}_j^n) \} \{ [\mathbf{N}] (\mathbf{v}_k^n - \mathbf{w}_k^n) \} \frac{\partial [\mathbf{N}]^T}{\partial x_j} \frac{\partial [\mathbf{N}]}{\partial x_k} d\Omega \quad (3.28)$$

$$[\mathbf{D}]_{ij}^{2p} = \begin{cases} \text{se } i = j \text{ (k = valores restantes):} \\ \int_{\Omega_E} \left[2(\nu + \nu_t) + \frac{\lambda}{\rho} \right] \frac{\partial [\mathbf{N}]^T}{\partial x_i} \frac{\partial [\mathbf{N}]}{\partial x_j} d\Omega + \int_{\Omega_E} (\nu + \nu_t) \frac{\partial [\mathbf{N}]^T}{\partial x_k} \frac{\partial [\mathbf{N}]}{\partial x_k} d\Omega \\ \text{se } i \neq j: \\ \int_{\Omega_E} \left[(\nu + \nu_t) + \frac{\partial [\mathbf{N}]^T}{\partial x_i} \frac{\partial [\mathbf{N}]}{\partial x_j} \right] d\Omega + \int_{\Omega_E} \frac{\lambda}{\rho} \frac{\partial [\mathbf{N}]^T}{\partial x_j} \frac{\partial [\mathbf{N}]}{\partial x_i} d\Omega \end{cases} \quad (3.29)$$

$$\{ \tilde{b}_{dv} \}_i = \frac{\Delta t}{4} \int_{\Gamma_E} [\mathbf{N}^*]^T \left\{ \left[[\mathbf{N}] (\mathbf{v}_j^n - \mathbf{w}_j^n) \right] \left[[\mathbf{N}] (\mathbf{v}_k^n - \mathbf{w}_k^n) \right] \frac{\partial [\mathbf{N}]}{\partial x_k} \mathbf{v}_i^n \right\} n_j d\Gamma \quad (3.30)$$

$$\{ \tilde{b}_{dp} \} = \frac{\Delta t}{4} \int_{\Gamma_E} [\mathbf{N}^*]^T \left\{ \left[[\mathbf{N}] (\mathbf{v}_j^n - \mathbf{w}_j^n) \right] \left[[\mathbf{N}] (\mathbf{v}_k^n - \mathbf{w}_k^n) \right] \frac{\partial [\mathbf{N}]}{\partial x_k} \mathbf{p}^n \right\} n_j d\Gamma \quad (3.31)$$

$$\{ X_i \} = \int_{\Omega_E} [\mathbf{N}]^T ([\mathbf{N}] \mathbf{X}_i^n) d\Omega \quad (3.32)$$

$$\{ \hat{X}_i \} = \{ X_i \} - \frac{\Delta t}{4} \int_{\Omega_E} [\mathbf{N}] (\mathbf{v}_j^n - \mathbf{w}_j^n) [\mathbf{N}]^T \frac{\partial [\mathbf{N}]}{\partial x_j} \mathbf{X}_i^n d\Omega \quad (3.33)$$

$$\{ \tilde{t}_i \} = \int_{\Gamma_E} [\mathbf{N}^*]^T \left[(\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial [\mathbf{N}]}{\partial x_j} \mathbf{v}_i^n + \frac{\partial [\mathbf{N}]}{\partial x_i} \mathbf{v}_j^n \right) + \frac{\lambda}{\rho} \left(\frac{\partial [\mathbf{N}]}{\partial x_k} \mathbf{v}_k^n \right) \delta_{ij} - \frac{1}{\rho} [\mathbf{N}] \mathbf{p}^n \right] n_j d\Gamma \quad (3.34)$$

onde \mathbf{X}_i é o vetor contendo os valores nodais das componentes de forças de corpo segundo a direção do eixo x_i , \mathbf{w}_j é o vetor contendo os valores nodais das componentes de velocidade de malha na direção do eixo x_j , n_j são os cossenos diretores da normal ao contorno Γ_E de acordo com a direção de x_j e $[\mathbf{N}^*]$ é uma matriz linha contendo as funções de interpolação avaliadas sobre o contorno Γ_E .

A integração das matrizes apresentadas nas Equações (3.25) até (3.34) é realizada numericamente empregando o método de Gauss-Legendre. Neste trabalho, emprega-se o elemento hexaédrico com um ponto de integração, onde as matrizes podem ser integradas analiticamente no centro do elemento. Maiores detalhes sobre a integração analítica das matrizes em elementos hexaédricos com um ponto de integração podem ser encontrados em Burbridge (1999).

Além disso, utiliza-se neste trabalho a matriz de massa discreta (ou diagonal) $[\mathbf{M}_D]$ no lugar da matriz de massa consistente \mathbf{M} nas equações acima, com o objetivo de se obter um sistema de equações explícito desacoplado, calculada como:

$$[\mathbf{M}_D] = [m]_{ij} = \frac{\Omega_E}{8} \delta_{ij} \quad (i, j = 1, \dots, 8) \quad (3.35)$$

onde Ω_E corresponde ao volume do elemento.

Emprega-se também uma matriz modificada, proposta por Kawahara e Hirano (1983), que tem como finalidade controlar o amortecimento e estabilidade numérica do método, dada por:

$$[\tilde{\mathbf{M}}] = e[\mathbf{M}_D] + (1-e)[\mathbf{M}] \quad (3.36)$$

onde e é o parâmetro de diagonalização seletiva, podendo assumir os valores no intervalo de 0 a 1. Esta matriz de massa $[\tilde{\mathbf{M}}]$ é empregada no primeiro termo à direita da igualdade nas equações de conservação de massa discretizadas, Equações (3.21) e (3.24).

3.3 CONDIÇÃO DE ESTABILIDADE

Nota-se que o modelo numérico apresentado anteriormente apresenta um sistema de equações disposta de uma forma não acoplada, podendo ser resolvido de maneira explícita. Os esquemas explícitos são condicionalmente estáveis, sendo o incremento de tempo Δt adotado para o avanço no tempo restrito para manter-se a estabilidade numérica. A condição de Courant é geralmente utilizada para determinação do valor crítico para o incremento de tempo Δt_{crit} , sendo definida como:

$$\Delta t_e \leq \alpha \Delta t_{crit} = \alpha \frac{\Delta x_e}{c_f + V_\infty} \quad (e = 1, \dots, NTE) \quad (3.37)$$

onde α é um coeficiente de segurança, que varia de 0 a 1, Δx_e é a menor dimensão característica do elemento e de uma malha, com número total de elementos NTE, c_f é o parâmetro de compressibilidade (velocidade de propagação do som no meio) e V_∞ é a velocidade característica do escoamento.

Nota-se que a expressão anterior define os incrementos de tempo para cada um dos elementos da malha de elementos finitos. Portanto, por simplificação, utiliza-se como incremento de tempo neste trabalho o valor obtido para o elemento com a menor dimensão na malha.

3.4 ALGORITMO PARA A ANÁLISE DO ESCOAMENTO

Para melhor entendimento, o algoritmo para a análise do escoamento, empregando-se o esquema explícito de dois passos, pode ser resumido de acordo com a Tabela 3.1.

Tabela 3.1: Algoritmo para a análise do escoamento utilizando o esquema explícito de dois passos de Taylor-Galerkin.

Cálculos iniciais:

– Definir as condições iniciais das de velocidade e pressão (v_i e p) para iniciar a análise.

Para cada intervalo de tempo: $t=t+\Delta t$

A. Primeiro passo:

1. Utilizar a Equação (3.20) para calcular $\tilde{\mathbf{v}}_i^{n+1/2}$;
2. Utilizar a Equação (3.21) para calcular $\mathbf{p}^{n+1/2}$;
3. Utilizar a Equação (3.22) para corrigir o campo de velocidades e obter $\mathbf{v}_i^{n+1/2}$;
4. Aplicar as condições de contorno em $\mathbf{v}_i^{n+1/2}$ e $\mathbf{p}^{n+1/2}$;

B. Segundo passo:

1. Utilizar a Equação (3.23) para atualizar o campo de velocidade e obter \mathbf{v}_i^{n+1} ;
 2. Utilizar a Equação (3.24) para atualizar o campo de pressão e obter \mathbf{p}^{n+1} ;
 3. Aplicar as condições de contorno em \mathbf{v}_i^{n+1} e \mathbf{p}^{n+1} ;
 4. Retornar para o passo A até atingir o tempo final de análise.
-

4 MECÂNICA DOS SÓLIDOS

4.1 EQUAÇÕES FUNDAMENTAIS DO MEIO CONTÍNUO

Considera-se que as estruturas estudadas no presente trabalho sejam tratadas pela Mecânica do Contínuo. Assim, as equações fundamentais dos problemas dinâmicos isotérmicos de estruturas são definidas a seguir.

4.1.1 Equação de conservação da quantidade de movimento

A equação que descreve a conservação de quantidade de movimento em todos os pontos do contínuo é usualmente definida na Mecânica do Contínuo por (MALVERN, 1969):

$$\frac{\partial \sigma_{ji}}{\partial x_j} + \rho b_i = \rho \frac{Dv_i}{Dt} \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (4.1)$$

onde σ_{ji} são as componentes do tensor de tensões de Cauchy no corpo, ρ é a massa específica do material, b_i são as componentes do vetor de forças de corpo, $D(\bullet)/Dt$ representa a derivada material do parâmetro (\bullet) e v_i são as componentes do vetor de velocidades do corpo segundo a direção do eixo x_i em sua configuração instantânea.

Adicionando um termo de amortecimento viscoso como uma parcela de força resistiva e descrevendo a equação em função do deslocamento do corpo, tem-se numa descrição lagrangiana atualizada:

$$\frac{\partial \sigma_{ji}}{\partial x_j} + \rho b_i = \rho \ddot{u}_i + \chi \dot{u}_i \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (4.2)$$

sendo χ o coeficiente de amortecimento e \dot{u}_i e \ddot{u}_i as componentes dos vetores de primeira e segunda derivadas do vetor de deslocamentos \mathbf{u} (com componentes u_i), respectivamente, em relação ao tempo.

4.1.2 Equação de conservação de massa

De acordo com Malvern (1969), a equação de conservação de massa é dada para uma descrição lagrangiana na seguinte forma:

$$\int_{\Omega} \rho \, d\Omega = \int_{\Omega_0} \rho_0 \, d\Omega_0 = \text{constante} \quad (4.3)$$

sendo, respectivamente, ρ_0 e ρ as massas específicas inicial e atual do corpo e Ω_0 e Ω representam, respectivamente, os volumes inicial e atual do corpo.

A matriz jacobiana da transformação é definida por:

$$\mathbf{J} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}} \quad (4.4)$$

onde, \mathbf{x} é o vetor de coordenadas atuais e \mathbf{X} é o vetor de coordenadas iniciais.

Trabalhando em cima das expressões anteriores é possível obter:

$$\rho \det(\mathbf{J}) = \rho_0 \rightarrow \rho \Omega = \rho_0 \Omega_0 \quad (4.5)$$

Nota-se que a equação de conservação de massa na Mecânica dos Fluidos, apresentada anteriormente, necessita de uma equação diferencial devido ao emprego da formulação euleriana, enquanto que a expressão acima indica que, na Mecânica dos Sólidos, utilizando uma descrição lagrangiana, a matriz de massa nos modelos numéricos pode ser calculada apenas uma vez no início da análise e não se altera.

4.1.3 Equação constitutiva para materiais elásticos em pequenas deformações

Nota-se que as equações anteriores não formam um problema fechado e, portanto, torna-se necessário estabelecer uma relação entre os tensores de tensão e deformação. No presente trabalho, considera-se que os materiais elásticos seguem a lei de Hooke generalizada, para deformações suficientemente pequenas, a partir da qual a equação constitutiva pode ser expressa pela seguinte relação (MALVERN, 1969):

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}^e \varepsilon_{kl} \quad (i, j, k, l = 1, 2, 3) \quad (4.6)$$

onde σ_{ij} são as componentes do tensor de tensão de Cauchy e ε_{ij} são as componentes do tensor de pequenas deformações, dadas por:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (4.7)$$

onde C_{ijkl}^e é um tensor de quarta ordem de constantes elásticas que possui 81 componentes. No caso específico para materiais isotrópicos, como os aplicados no presente trabalho, pode-se expressar o tensor da seguinte maneira:

$$C_{ijkl}^e = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad (i, j, k, l = 1, 2, 3) \quad (4.8)$$

onde δ_{ij} são as componentes do delta de Kroenecker, λ e μ são conhecidas como constantes de Lamé e correspondem, respectivamente, ao módulo de incompressibilidade do material e ao módulo de elasticidade transversal. Os dois parâmetros podem ser determinados por relações empíricas que relacionam o módulo de elasticidade longitudinal E do material e o coeficiente de Poisson ν da seguinte forma:

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (4.9)$$

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (4.10)$$

Sabendo que os tensores de tensão e de deformação são simétricos, pode-se ainda escrever a Equação (4.6) na seguinte forma matricial:

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1133} & 0 & 0 & 0 \\ C_{2211} & C_{2222} & C_{2233} & 0 & 0 & 0 \\ C_{3311} & C_{3322} & C_{3333} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{1212} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{2323} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{3131} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

4.2 ANÁLISE NÃO LINEAR E O SISTEMA CORROTACIONAL

O comportamento não linear de uma estrutura pode ter duas origens principais. A primeira é denominada de não linearidade geométrica e ocorre quando os deslocamentos e rotações induzidos na estrutura são relativamente grandes, provocando uma mudança significativa na

configuração geométrica do corpo, enquanto que a segunda é denominada de não linearidade física e ocorre quando o material não segue mais uma relação de tensão-deformação linear, ou seja, o material deixou de ser elástico linear e não segue mais a lei de Hooke. Bathe (2014) ainda menciona a não linearidade presente em problemas em que há mudança nas condições de contorno, como ocorre no caso dos problemas de contato.

Usualmente, as formulações lagrangiana total ou lagrangiana atualizada são utilizadas na Mecânica dos Sólidos para a análise de problemas não lineares. Porém, de acordo com Liu *et al.* (1998), a abordagem corrotacional é eficiente e produz uma melhor convergência quando utilizada em problemas não lineares. Além disso, essa abordagem permite suprimir o travamento por cisalhamento no elemento finito que será utilizado neste trabalho, apresentado posteriormente.

Teoricamente, pode-se decompor o movimento de um meio contínuo em um movimento de corpo rígido seguido por uma deformação pura. No caso de uma discretização adequada de um meio contínuo por elementos finitos, pode-se realizar a decomposição citada em nível de elemento e a deformação pura terá uma parcela pequena quando comparada com as dimensões do elemento. Portanto, a hipótese de pequenas deformações pode ser considerada ao eliminar o movimento de corpo rígido do campo de deslocamento total.

Uma vez que este sistema de coordenadas gira juntamente com o elemento, as tensões definidas no sistema corrotacional não mudam com a rotação ou translação do corpo e, portanto, são definidas como objetivas. Por este motivo, utilizam-se as tensões de Cauchy no sistema corrotacional como medida de tensão.

Portanto, o sistema corrotacional é definido como um sistema de coordenadas cartesianas que giram com o elemento e é utilizado para obter-se localmente o vetor de forças internas e a matriz de rigidez. Posteriormente, o problema é novamente avaliado no sistema global e as demais grandezas do problema são calculadas.

4.2.1 Incremento de deformações e tensões no sistema corrotacional

De acordo com Liu *et al.* (1998), se a deformação inicial $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^n$ é conhecida, pode-se atualizar as deformações no sistema corrotacional utilizando a seguinte expressão:

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^{n+1} = \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^n + \Delta\hat{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (4.12)$$

onde $n+1$ e n indicam a posição inicial e final no intervalo de tempo $[t_n, t_{n+1}]$. Assim, o incremento de deformação pode ser obtido em nível de elemento pela seguinte aproximação:

$$\Delta \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = \int_n^{n+1} \hat{\mathbf{d}} dt \doteq \frac{1}{2} \left[\frac{\partial \Delta \hat{\mathbf{u}}^{\text{def}}}{\partial \hat{\mathbf{x}}_{n+1/2}} + \left(\frac{\partial \Delta \hat{\mathbf{u}}^{\text{def}}}{\partial \hat{\mathbf{x}}_{n+1/2}} \right)^T \right] \quad (4.13)$$

sendo $\hat{\mathbf{d}}$ a taxa de deformação (ou velocidade de deformação) corrotacional e $\Delta \hat{\mathbf{u}}^{\text{def}}$ a parcela de deformação do incremento total de deslocamentos $\Delta \hat{\mathbf{u}}$ no sistema corrotacional em $\hat{\mathbf{x}}_{n+1/2}$, que corresponde à configuração no ponto médio do intervalo $[t_n, t_{n+1}]$.

O incremento total de deslocamentos $\Delta \hat{\mathbf{u}}$ é decomposto numa parcela de deformação pura $\Delta \hat{\mathbf{u}}^{\text{def}}$ e uma parcela de rotação pura $\Delta \hat{\mathbf{u}}^{\text{rot}}$, de forma que:

$$\Delta \hat{\mathbf{u}} = \Delta \hat{\mathbf{u}}^{\text{def}} + \Delta \hat{\mathbf{u}}^{\text{rot}} \quad (4.14)$$

O incremento de deslocamentos de deformação no sistema corrotacional é determinado por:

$$\Delta \hat{\mathbf{u}}^{\text{def}} = \hat{\mathbf{x}}_{n+1} - \hat{\mathbf{x}}_n \quad (4.15)$$

onde $\hat{\mathbf{x}}_n$ e $\hat{\mathbf{x}}_{n+1}$ são as coordenadas espaciais no sistema corrotacional correspondentes às configurações em t_n e t_{n+1} , respectivamente. As configurações geométricas $\hat{\mathbf{x}}_n$, $\hat{\mathbf{x}}_{n+1/2}$ e $\hat{\mathbf{x}}_{n+1}$ são obtidas através das seguintes transformações:

$$\hat{\mathbf{x}}_n = \mathbf{R}_n \mathbf{x}_n \quad (4.16)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{n+1/2} = \mathbf{R}_{n+1/2} \mathbf{x}_{n+1/2} \quad (4.17)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{n+1} = \mathbf{R}_{n+1} \mathbf{x}_{n+1} \quad (4.18)$$

onde \mathbf{R}_n , $\mathbf{R}_{n+1/2}$ e \mathbf{R}_{n+1} são matrizes ortogonais de transformação que realizam a rotação das coordenadas globais para os respectivos sistemas corrotacionais e \mathbf{x}_n , $\mathbf{x}_{n+1/2}$ e \mathbf{x}_{n+1} são as configurações geométricas definidas no sistema global de coordenadas.

Uma vez calculado o incremento de deformação pela Equação (4.13), torna-se possível calcular o incremento de tensão, também referenciado na configuração intermediária em $n+1/2$, como:

$$\Delta \hat{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{C}^e \Delta \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (4.19)$$

Logo, a tensão total pode ser atualizada por:

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}}^{n+1} = \hat{\boldsymbol{\sigma}}^n + \Delta \hat{\boldsymbol{\sigma}} \quad (4.20)$$

O esquema incremental anterior só é válido para pequenos deslocamentos e rotações, sendo incrementalmente não objetivo. Para satisfazer o princípio da objetividade neste caso, emprega-se neste trabalho a taxa de tensões de Truesdell, que será descrita posteriormente.

Nota-se que os tensores de deformação e tensão estão referenciados à configuração atual e definidos no sistema de coordenadas corrotacional. As componentes de tensão e deformação no sistema global podem ser obtidas pela regra de transformação de tensores:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{R}^T \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} \mathbf{R} \quad (4.21)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{R}^T \hat{\boldsymbol{\sigma}} \mathbf{R} \quad (4.22)$$

onde $\boldsymbol{\varepsilon}$ e $\boldsymbol{\sigma}$ são os tensores de pequenas deformações e de tensão de Cauchy, respectivamente, no sistema global de coordenadas.

No caso de problemas elastoplásticos, a Equação (4.19) torna-se:

$$\Delta \hat{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{C}^{ep} \Delta \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (4.23)$$

onde $\Delta \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}$ continua sendo dado pela Equação (4.13) e o tensor constitutivo para o regime elastoplástico é definido como:

$$\mathbf{C}^{ep} = \mathbf{C}^e - \frac{\mathbf{C}^e \mathbf{a}_g \mathbf{a}_f^T \mathbf{C}^e}{H + \mathbf{a}_f^T \mathbf{C}^e \mathbf{a}_g} \Delta \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (4.24)$$

onde \mathbf{C}^e é o tensor de quarta ordem linear elástico, onde as suas componentes foram definidas na Equação (4.8), H é o módulo plástico de encruamento linear e \mathbf{a}_f e \mathbf{a}_g são os vetores de fluxo associados com a função de escoamento f e a função potencial plástica g , respectivamente. Quando $f = g$, tem-se a chamada regra de fluxo associada e o tensor constitutivo elastoplástico \mathbf{C}^{ep} apresenta simetria (SOUZA NETO *et al.*, 2008). Neste trabalho, adotou-se a regra de fluxo associada. Mais informações sobre as funções de escoamento são apresentadas na Seção 5.6.

4.2.2 Tensor taxa de tensões de Truesdell

De forma a garantir os princípios da objetividade, emprega-se a taxa de tensões de Truesdell ($\dot{\boldsymbol{\sigma}}^{\text{TR}}$) para a atualização das tensões durante o processo de integração, sendo expressa por:

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}^{\text{TR}} = \dot{\boldsymbol{\sigma}} - \mathbf{L}\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\sigma}\mathbf{L}^T + \boldsymbol{\sigma} \operatorname{tr}(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}) \quad (4.25)$$

sendo \mathbf{L} o gradiente espacial de velocidade, que pode ser decomposto em:

$$\mathbf{L} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} + \dot{\boldsymbol{\omega}} \quad (4.26)$$

onde $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$ é o tensor taxa de deformação, a parte simétrica de \mathbf{L} , e $\dot{\boldsymbol{\omega}}$ é o tensor taxa de rotação, a parte antissimétrica de \mathbf{L} . Em forma indicial, esses tensores podem ser escritos por:

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \dot{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (4.27)$$

$$\dot{\omega}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x_j} - \frac{\partial \dot{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (4.28)$$

Logo, obtém-se a seguinte forma indicial para a taxa de Truesdell:

$$\dot{\sigma}_{ij} = C_{ijkl} \dot{\varepsilon}_{kl} + \sigma_{im} \dot{\omega}_{jm} + \sigma_{jm} \dot{\omega}_{im} + \sigma_{ik} \dot{\varepsilon}_{jk} + \sigma_{jk} \dot{\varepsilon}_{ik} - \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{kk} \quad (4.29)$$

onde $(i, j, k, l, m = 1, 2, 3)$ e C_{ijkl} é a matriz constitutiva do problema, sendo definida pela Equação (4.8) para materiais elásticos e pela Equação (4.24) para materiais elastoplásticos.

De acordo com Hughes e Winget (1980), a expressão acima também pode ser escrita de forma compacta:

$$\dot{\sigma}_{ij} = \left(C_{ijkl} + \hat{C}_{ijkl} \right) \dot{\varepsilon}_{kl} + V_{ijkl} \dot{\omega}_{kl} \quad (i, j, k, l = 1, 2, 3) \quad (4.30)$$

onde:

$$\hat{C}_{ijkl} = -\sigma_{ij} \delta_{kl} + \frac{1}{2} \left(\sigma_{il} \delta_{jk} + \sigma_{jl} \delta_{ik} + \sigma_{ik} \delta_{jl} + \sigma_{jk} \delta_{il} \right) \quad (i, j, k, l = 1, 2, 3) \quad (4.31)$$

e

$$V_{ijkl} = \frac{1}{2}(\sigma_{il}\delta_{jk} + \sigma_{jl}\delta_{ik} - \sigma_{ik}\delta_{jl} - \sigma_{jk}\delta_{il}) \quad (i, j, k, l = 1, 2, 3) \quad (4.32)$$

em que δ_{ij} são as componentes do delta de Kroenecker.

Ao desprezar o termo $\sigma_{ij}\dot{\epsilon}_{kk}$, a matriz $\hat{\mathbf{C}}$ torna-se simétrica, obtendo-se a seguinte forma matricial:

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = (\mathbf{C} + \hat{\mathbf{C}})\dot{\boldsymbol{\epsilon}} + \mathbf{V}\dot{\boldsymbol{\omega}} = \left[(\mathbf{C} + \hat{\mathbf{C}}) \quad \mathbf{V} \right] \begin{Bmatrix} \dot{\boldsymbol{\epsilon}} \\ \dot{\boldsymbol{\omega}} \end{Bmatrix} \quad (4.33)$$

onde:

$$\hat{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} 2\sigma_{11} & 0 & 0 & \sigma_{12} & 0 & \sigma_{13} \\ 0 & 2\sigma_{22} & 0 & \sigma_{12} & \sigma_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 2\sigma_{33} & 0 & \sigma_{23} & \sigma_{13} \\ \sigma_{12} & \sigma_{12} & 0 & \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22}}{2} & \frac{\sigma_{13}}{2} & \frac{\sigma_{23}}{2} \\ 0 & \sigma_{23} & \sigma_{23} & \frac{\sigma_{13}}{2} & \frac{\sigma_{22} + \sigma_{33}}{2} & \frac{\sigma_{12}}{2} \\ \sigma_{13} & 0 & \sigma_{13} & \frac{\sigma_{23}}{2} & \frac{\sigma_{12}}{2} & \frac{\sigma_{11} + \sigma_{33}}{2} \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

e

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \sigma_{12} & 0 & -\sigma_{13} \\ -\sigma_{12} & \sigma_{23} & 0 \\ 0 & -\sigma_{23} & \sigma_{13} \\ \frac{\sigma_{22} - \sigma_{11}}{2} & \frac{\sigma_{13}}{2} & -\frac{\sigma_{23}}{2} \\ -\frac{\sigma_{13}}{2} & \frac{\sigma_{33} - \sigma_{22}}{2} & \frac{\sigma_{12}}{2} \\ \frac{\sigma_{23}}{2} & -\frac{\sigma_{12}}{2} & \frac{\sigma_{11} - \sigma_{33}}{2} \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

Nas expressões acima, segue-se o seguinte ordenamento dos vetores de taxas de deformação e taxa de rotação:

$$\{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad \dot{\boldsymbol{\omega}}\}^T = \{\dot{\varepsilon}_{11} \quad \dot{\varepsilon}_{22} \quad \dot{\varepsilon}_{33} \quad 2\dot{\varepsilon}_{12} \quad 2\dot{\varepsilon}_{23} \quad \dot{\varepsilon}_{31} \quad 2\dot{\omega}_{12} \quad 2\dot{\omega}_{23} \quad 2\dot{\omega}_{31}\} \quad (4.36)$$

Portanto, o trabalho interno específico variacional δW^{int} é expresso por:

$$\delta W^{\text{int}} = \{\delta\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad \delta\dot{\boldsymbol{\omega}}\}_{(1 \times 9)}^T \begin{bmatrix} (\mathbf{C} + \hat{\mathbf{C}})_{(6 \times 6)} & \frac{1}{2} \mathbf{V}_{(6 \times 3)} \\ \frac{1}{2} \mathbf{V}_{(3 \times 6)}^T & \frac{1}{2} \bar{\mathbf{C}}_{(3 \times 3)} \end{bmatrix}_{(9 \times 9)} \begin{Bmatrix} \Delta\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \\ \Delta\dot{\boldsymbol{\omega}} \end{Bmatrix}_{(9 \times 1)} = \delta\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^T \mathbf{T}(\boldsymbol{\sigma}) \Delta\hat{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (4.37)$$

sendo:

$$\bar{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22}}{2} & -\frac{\sigma_{13}}{2} & -\frac{\sigma_{23}}{2} \\ -\frac{\sigma_{13}}{2} & \frac{\sigma_{22} + \sigma_{33}}{2} & -\frac{\sigma_{12}}{2} \\ -\frac{\sigma_{23}}{2} & -\frac{\sigma_{12}}{2} & \frac{\sigma_{11} + \sigma_{33}}{2} \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

onde $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}$ é um vetor que engloba a taxa de deformação $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$ e a taxa de rotação $\dot{\boldsymbol{\omega}}$ e $\mathbf{T}(\boldsymbol{\sigma})$ é uma matriz que relaciona incrementos de tensões com incrementos de deformações e rotações, dada por:

$$\mathbf{T}(\boldsymbol{\sigma}) = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{(6 \times 6)} & \mathbf{0}_{(6 \times 3)} \\ \mathbf{0}_{(3 \times 6)} & \mathbf{0}_{(3 \times 3)} \end{bmatrix} + \hat{\mathbf{T}}(\boldsymbol{\sigma}) \quad (4.39)$$

onde $\hat{\mathbf{T}}(\boldsymbol{\sigma})$ é a matriz de tensões iniciais, definida como:

$$\hat{\mathbf{T}}(\boldsymbol{\sigma}) = \begin{bmatrix} 2\sigma_{11} & 0 & 0 & \sigma_{12} & 0 & \sigma_{13} & \frac{\sigma_{12}}{2} & 0 & -\frac{\sigma_{13}}{2} \\ 0 & 2\sigma_{22} & 0 & \sigma_{12} & \sigma_{23} & 0 & -\frac{\sigma_{12}}{2} & \frac{\sigma_{23}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 2\sigma_{33} & 0 & \sigma_{23} & \sigma_{13} & 0 & -\frac{\sigma_{23}}{2} & \frac{\sigma_{13}}{2} \\ \sigma_{12} & \sigma_{12} & 0 & \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22}}{2} & \frac{\sigma_{13}}{2} & \frac{\sigma_{23}}{2} & \frac{\sigma_{22} - \sigma_{11}}{4} & \frac{\sigma_{13}}{4} & -\frac{\sigma_{23}}{4} \\ 0 & \sigma_{23} & \sigma_{23} & \frac{\sigma_{13}}{2} & \frac{\sigma_{22} + \sigma_{33}}{2} & \frac{\sigma_{12}}{2} & -\frac{\sigma_{13}}{4} & \frac{\sigma_{33} - \sigma_{22}}{4} & \frac{\sigma_{12}}{4} \\ \sigma_{13} & 0 & \sigma_{13} & \frac{\sigma_{23}}{2} & \frac{\sigma_{12}}{2} & \frac{\sigma_{11} + \sigma_{33}}{2} & \frac{\sigma_{23}}{4} & -\frac{\sigma_{12}}{4} & \frac{\sigma_{11} - \sigma_{33}}{4} \\ \frac{\sigma_{12}}{2} & -\frac{\sigma_{12}}{2} & 0 & \frac{\sigma_{22} - \sigma_{11}}{2} & -\frac{\sigma_{13}}{4} & \frac{\sigma_{23}}{4} & \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22}}{4} & -\frac{\sigma_{13}}{4} & -\frac{\sigma_{23}}{4} \\ 0 & \frac{\sigma_{23}}{2} & -\frac{\sigma_{23}}{2} & \frac{\sigma_{13}}{4} & \frac{\sigma_{33} - \sigma_{22}}{4} & -\frac{\sigma_{12}}{4} & -\frac{\sigma_{13}}{4} & \frac{\sigma_{22} + \sigma_{33}}{4} & -\frac{\sigma_{12}}{4} \\ -\frac{\sigma_{13}}{2} & 0 & \frac{\sigma_{13}}{2} & -\frac{\sigma_{23}}{4} & \frac{\sigma_{12}}{4} & \frac{\sigma_{11} - \sigma_{33}}{4} & -\frac{\sigma_{23}}{4} & -\frac{\sigma_{12}}{4} & \frac{\sigma_{11} + \sigma_{33}}{4} \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

Destaca-se que formulações similares já foram utilizadas em trabalhos do PPGE/UFRGS, como nos trabalhos de Duarte Filho (2002), Schmidt (2006), Braun (2007) e Lohse (2015).

5 MODELO NUMÉRICO PARA ANÁLISE DA ESTRUTURA E DO SOLO

5.1 O PRINCÍPIO DOS TRABALHOS VIRTUAIS

O princípio dos trabalhos virtuais, em uma representação em elementos finitos, pode ser dado pela seguinte expressão (adaptado de BELYTSCHKO *et al.*, 2014):

$$\int_{\Omega_e} \delta \mathbf{u}^T \rho \ddot{\mathbf{u}} \, d\Omega_e + \int_{\Omega_e} \delta \mathbf{u}^T \chi \dot{\mathbf{u}} \, d\Omega_e + \delta W_e^{\text{int}} = \int_{\Omega_e} \delta \mathbf{u}^T \mathbf{b} \, d\Omega_e + \int_{\Gamma_e} \delta \mathbf{u}^T \bar{\mathbf{p}} \, d\Gamma_e \quad (5.1)$$

onde $\delta \mathbf{u}$ é o vetor que contém as componentes de deslocamento virtual em um ponto qualquer do elemento “ e ” com domínio Ω_e ; ρ é a massa específica do elemento; $\dot{\mathbf{u}}$ e $\ddot{\mathbf{u}}$ correspondem ao campo de velocidades e acelerações, respectivamente, no elemento; χ é o coeficiente de amortecimento; \mathbf{b} é o vetor de forças de corpo atuantes no elemento; $\bar{\mathbf{p}}$ é o vetor de cargas aplicadas na superfície de contorno Γ_e e δW_e^{int} é o trabalho virtual interno do elemento:

$$\delta W_e^{\text{int}} = \int_{\Omega_e} \delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma} \, d\Omega_e \quad (5.2)$$

sendo $\boldsymbol{\sigma}$ o vetor com as componentes do tensor de tensões do elemento e $\delta \boldsymbol{\varepsilon}$ é um vetor com as componentes do tensor de deformações virtuais devido a $\delta \mathbf{u}$.

Interpolando as componentes do tensor de deformação em termos do vetor de deslocamentos nodais do elemento $\mathbf{U}^{(e)}$, obtém-se:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B} \mathbf{U}^{(e)} \quad (5.3)$$

onde \mathbf{B} contém as derivadas das funções de interpolação \mathbf{N} do elemento.

Logo, o trabalho virtual interno pode ser escrito utilizando a relação constitutiva ($\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C} \boldsymbol{\varepsilon}$):

$$\delta W_e^{\text{int}} = \delta \mathbf{U}^{(e)T} \int_{\Omega_e} \mathbf{B}^T \mathbf{C} \boldsymbol{\varepsilon} \, d\Omega_e \quad (5.4)$$

onde \mathbf{C} é a matriz constitutiva definida no capítulo anterior.

Empregando na Equação (5.1) as seguintes aproximações:

$$\dot{\mathbf{u}} = \mathbf{N}\dot{\mathbf{U}}^{(e)} \quad ; \quad \ddot{\mathbf{u}} = \mathbf{N}\ddot{\mathbf{U}}^{(e)} \quad ; \quad \delta\mathbf{u}^T = \delta\mathbf{U}^{(e)T}\mathbf{N}^T \quad (5.5)$$

sendo \mathbf{N} uma matriz linha que contém as funções de interpolação do elemento, chega-se na conhecida equação de equilíbrio dinâmico, em nível de elemento:

$$\mathbf{M}^{(e)}\ddot{\mathbf{U}}^{(e)} + \mathbf{D}^{(e)}\dot{\mathbf{U}}^{(e)} + \mathbf{K}^{(e)}\mathbf{U}^{(e)} = \mathbf{P}^{(e)} \quad (5.6)$$

onde, para cada elemento:

$$\mathbf{M}^{(e)} = \int_{\Omega_e} \rho \mathbf{N}^T \mathbf{N} \, d\Omega_e \quad (5.7)$$

$$\mathbf{D}^{(e)} = \int_{\Omega_e} \chi \mathbf{N}^T \mathbf{N} \, d\Omega_e \quad (5.8)$$

$$\mathbf{K}^{(e)} = \int_{\Omega_e} \mathbf{B}^T \mathbf{C} \mathbf{B} \, d\Omega_e \quad (5.9)$$

$$\mathbf{P}^{(e)} = \int_{\Gamma_e} \mathbf{N}^T \bar{\mathbf{p}} \, d\Gamma_e + \int_{\Omega_e} \mathbf{N}^T \rho \mathbf{b} \, d\Omega_e \quad (5.10)$$

sendo \mathbf{M} , \mathbf{D} e \mathbf{K} as matrizes de massa, amortecimento e rigidez, respectivamente, e \mathbf{P} o vetor de forças externas.

5.2 FORMULAÇÃO DO ELEMENTO HEXAÉDRICO DE 8 NÓS

A discretização espacial da estrutura e do solo é realizada utilizando-se o mesmo elemento empregado para a discretização espacial do fluido, o elemento hexaédrico isoparamétrico trilinear. Dessa forma, as coordenadas espaciais x_i e as componentes de deslocamentos u_i são aproximadas por:

$$x_i = \sum_{n=1}^8 N_n (x_i)_n \quad (5.11)$$

$$u_i = \sum_{n=1}^8 N_n (u_i)_n \quad (5.12)$$

onde $(x_i)_n$ e $(u_i)_n$ são, respectivamente, as coordenadas nodais e os valores nodais de deslocamento no elemento, dados segundo a direção i , variando de 1 a 3, e N_n são as funções

de interpolação do elemento hexaédrico trilinear, expressas por (BELYTCHKO *et al.*, 2014):

$$N_n(\xi, \eta, \zeta) = \frac{1}{8}(1 + \xi_n \xi)(1 + \eta_n \eta)(1 + \zeta_n \zeta) \quad (n = 1, \dots, 8) \quad (5.13)$$

sendo ξ , η e ζ as coordenadas naturais segundo os eixos locais e ξ_n , η_n e ζ_n são os respectivos valores nodais, conforme mostra a Figura 5.1.

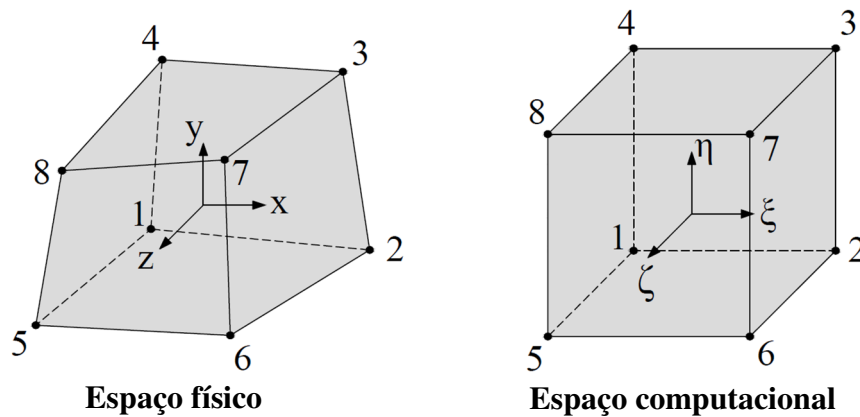


Figura 5.1: Elemento finito hexaédrico de 8 nós.

Pode-se então definir os seguintes vetores:

$$\{\mathbf{x}_1\}^T = \mathbf{x}^T = \{x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5 \quad x_6 \quad x_7 \quad x_8\} \quad (5.14)$$

$$\{\mathbf{x}_2\}^T = \mathbf{y}^T = \{y_1 \quad y_2 \quad y_3 \quad y_4 \quad y_5 \quad y_6 \quad y_7 \quad y_8\} \quad (5.15)$$

$$\{\mathbf{x}_3\}^T = \mathbf{z}^T = \{z_1 \quad z_2 \quad z_3 \quad z_4 \quad z_5 \quad z_6 \quad z_7 \quad z_8\} \quad (5.16)$$

$$\{\xi\}^T = \{-1 \quad 1 \quad 1 \quad -1 \quad -1 \quad 1 \quad 1 \quad -1\} \quad (5.17)$$

$$\{\eta\}^T = \{-1 \quad -1 \quad 1 \quad 1 \quad -1 \quad -1 \quad 1 \quad 1\} \quad (5.18)$$

$$\{\zeta\}^T = \{-1 \quad -1 \quad -1 \quad -1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1\} \quad (5.19)$$

Além disso, a matriz gradiente \mathbf{B} , apresentada na Equação (5.3), pode ser definida para o elemento hexaédrico de oito nós como:

$$\mathbf{B} = [\mathbf{B}_1 \quad \mathbf{B}_2 \quad \dots \quad \mathbf{B}_8]_{(6 \times 24)} \quad (5.20)$$

onde

$$\mathbf{B}_n(\xi, \eta, \zeta) = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_n}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_n}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_n}{\partial z} \\ \frac{\partial N_n}{\partial y} & \frac{\partial N_n}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_n}{\partial z} & \frac{\partial N_n}{\partial y} \\ \frac{\partial N_n}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_n}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (n = 1, \dots, 8) \quad (5.21)$$

As componentes da matriz \mathbf{B}_n podem ser obtidas utilizando-se a inversa da matriz jacobiana da seguinte forma:

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial N_n}{\partial x} \\ \frac{\partial N_n}{\partial y} \\ \frac{\partial N_n}{\partial z} \end{Bmatrix} = \mathbf{J}^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_n}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_n}{\partial \eta} \\ \frac{\partial N_n}{\partial \zeta} \end{Bmatrix} \quad (5.22)$$

sendo a matriz jacobiana \mathbf{J} definida como:

$$\mathbf{J}(\xi, \eta, \zeta) = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{n=1}^8 \left(\frac{\partial N_n}{\partial \xi} x_n \right) & \sum_{n=1}^8 \left(\frac{\partial N_n}{\partial \xi} y_n \right) & \sum_{n=1}^8 \left(\frac{\partial N_n}{\partial \xi} z_n \right) \\ \sum_{n=1}^8 \left(\frac{\partial N_n}{\partial \eta} x_n \right) & \sum_{n=1}^8 \left(\frac{\partial N_n}{\partial \eta} y_n \right) & \sum_{n=1}^8 \left(\frac{\partial N_n}{\partial \eta} z_n \right) \\ \sum_{n=1}^8 \left(\frac{\partial N_n}{\partial \zeta} x_n \right) & \sum_{n=1}^8 \left(\frac{\partial N_n}{\partial \zeta} y_n \right) & \sum_{n=1}^8 \left(\frac{\partial N_n}{\partial \zeta} z_n \right) \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

5.3 TÉCNICAS DE INTEGRAÇÃO REDUZIDA

No presente trabalho, duas técnicas de integração reduzida são empregadas para suprimir os efeitos de travamento volumétrico e de cisalhamento no elemento finito hexaédrico de oito nós. A primeira técnica consiste numa integração reduzida uniforme, onde apenas um ponto de integração é utilizado nas partes desviadora e volumétrica do tensor de deformações. A segunda técnica empregada é denominada de método $\bar{\mathbf{B}}$ (*B-bar method*) e consiste na utilização de integração reduzida apenas na parte volumétrica do tensor de deformações.

Uma explicação mais detalhada sobre a técnica de integração reduzida uniforme pode ser encontrada em Liu *et al.* (1998) e em trabalhos do PPGE/UFGRS, como nos trabalhos de Duarte Filho (2002) e Braun (2007), enquanto que mais informações sobre o método $\bar{\mathbf{B}}$ são encontradas em Hughes (1980).

5.3.1 Integração reduzida uniforme (um ponto de integração)

Sabe-se que o emprego da técnica de integração reduzida uniforme (um ponto de integração) traz como vantagem a economia em termos de esforço computacional quando comparada com o emprego da quadratura completa no método de Gauss-Legendre. Porém, na sua utilização, podem ocorrer os chamados modos espúrios, que são modos associados a campos de deslocamento de deformação nula. Portanto, torna-se necessário empregar uma técnica eficiente de estabilização para o cálculo, principalmente, da matriz de rigidez e do vetor de forças internas dos elementos.

De forma sucinta, a matriz gradiente \mathbf{B} é decomposta da seguinte forma:

$$\mathbf{B}(\xi, \eta, \zeta) = \tilde{\mathbf{B}}(0) + \hat{\mathbf{B}}(\xi, \eta, \zeta) \quad (5.24)$$

sendo $\tilde{\mathbf{B}}(0)$ a matriz gradiente correspondente à parte volumétrica avaliada no centro do elemento e $\hat{\mathbf{B}}(\xi, \eta, \zeta)$ a matriz gradiente correspondente à parte desviadora do vetor de deformações, que deve ser expandida em série de Taylor até os termos bilineares, sendo avaliados no centro do elemento, ou seja:

$$\begin{aligned} \mathbf{B}(\xi, \eta, \zeta) = & \bar{\mathbf{B}}(0) + \hat{\mathbf{B}}_{,\xi}(0)\xi + \hat{\mathbf{B}}_{,\eta}(0)\eta + \hat{\mathbf{B}}_{,\zeta}(0)\zeta + \\ & 2\hat{\mathbf{B}}_{,\xi\eta}(0)\xi\eta + 2\hat{\mathbf{B}}_{,\eta\zeta}(0)\eta\zeta + 2\hat{\mathbf{B}}_{,\xi\zeta}(0)\xi\zeta \end{aligned} \quad (5.25)$$

sendo:

$$\bar{\mathbf{B}}(0) = \tilde{\mathbf{B}}(0) + \hat{\mathbf{B}}(0) \quad (5.26)$$

onde $\tilde{\mathbf{B}}(0)$ e $\hat{\mathbf{B}}(0)$ são as contribuições das partes volumétrica e desviadora da matriz gradiente, respectivamente, avaliadas com um ponto de integração.

Na Equação (5.25) são utilizadas as seguintes notações:

$$\hat{\mathbf{B}}_{,\alpha}(0) = \frac{\partial \hat{\mathbf{B}}(0)}{\partial \alpha} \quad ; \quad \hat{\mathbf{B}}_{,\alpha\beta}(0) = \frac{\partial \hat{\mathbf{B}}(0)}{\partial \alpha \partial \beta} \quad (5.27)$$

As primeiras e segundas derivadas da matriz gradiente \mathbf{B} avaliadas no centro do elemento são estabilizadas por vetores apresentados por Flanagan e Belytschko (1981). Estes vetores são necessários para suprimir os modos espúrios e são ortogonais ao campo de deslocamento linear, produzindo uma consistente estabilização para o elemento.

Realizando o mesmo procedimento de expansão em série de Taylor para o vetor de tensões:

$$\begin{aligned} \sigma(\xi, \eta, \zeta) = & \bar{\sigma}(0) + \hat{\sigma}_{,\xi}(0)\xi + \hat{\sigma}_{,\eta}(0)\eta + \hat{\sigma}_{,\zeta}(0)\zeta + \\ & 2\hat{\sigma}_{,\xi\eta}(0)\xi\eta + 2\hat{\sigma}_{,\eta\zeta}(0)\eta\zeta + 2\hat{\sigma}_{,\xi\zeta}(0)\xi\zeta \end{aligned} \quad (5.28)$$

e substituindo as Equações (5.25) e (5.28) na expressão do trabalho interno:

$$\delta W_e^{\text{int}} = \delta \mathbf{U}^{(e)\text{T}} \int_{\Omega_e} \mathbf{B}^{\text{T}}(\xi, \eta, \zeta) \sigma(\xi, \eta, \zeta) \, d\Omega_e \quad (5.29)$$

obtem-se:

$$\begin{aligned} \delta W_e^{\text{int}} = \delta \mathbf{U}^{(e)\text{T}} \left[\bar{\mathbf{B}}^{\text{T}}(0) \bar{\sigma}(0) + \frac{1}{3} \hat{\mathbf{B}}_{,\xi}^{\text{T}}(0) \hat{\sigma}_{,\xi}(0) + \frac{1}{3} \hat{\mathbf{B}}_{,\eta}^{\text{T}}(0) \hat{\sigma}_{,\eta}(0) + \frac{1}{3} \hat{\mathbf{B}}_{,\zeta}^{\text{T}}(0) \hat{\sigma}_{,\zeta}(0) + \right. \\ \left. \frac{1}{9} \hat{\mathbf{B}}_{,\xi\eta}^{\text{T}}(0) \hat{\sigma}_{,\xi\eta}(0) + \frac{1}{9} \hat{\mathbf{B}}_{,\eta\zeta}^{\text{T}}(0) \hat{\sigma}_{,\eta\zeta}(0) + \frac{1}{9} \hat{\mathbf{B}}_{,\xi\zeta}^{\text{T}}(0) \hat{\sigma}_{,\xi\zeta}(0) \right] \Omega_e \end{aligned} \quad (5.30)$$

onde Ω_e corresponde ao volume do elemento “e”.

Nota-se na equação acima que o primeiro termo se refere ao trabalho interno virtual utilizando um ponto de integração, enquanto que os demais termos, também avaliados no centro do elemento, são responsáveis pela estabilização do mesmo.

Uma vez que os vetores de tensões e deformações são avaliados no centro do elemento, pode-se escrever o vetor de forças internas \mathbf{f}^c do elemento com um ponto de integração da seguinte forma:

$$\mathbf{f}^c = \bar{\mathbf{B}}^T(0) \boldsymbol{\sigma}(0) \Omega_e \quad (5.31)$$

Utilizando a equação constitutiva apresentada anteriormente, pode-se obter:

$$\mathbf{f}^c = \left[\bar{\mathbf{B}}^T(0) \mathbf{C} \bar{\mathbf{B}}(0) \Omega_e \right] \mathbf{U} = \mathbf{K}^c \mathbf{U} \quad (5.32)$$

onde \mathbf{C} é a matriz constitutiva definida no capítulo anterior (\mathbf{C}^e ou \mathbf{C}^{ep}) e \mathbf{K}^c é a matriz de rigidez do elemento.

Com o objetivo de eliminar os modos espúrios, Hu e Nagy (1997) indicam somar uma componente de força resistente aos modos espúrios \mathbf{f}^{hg} ao vetor de forças internas do elemento \mathbf{f}^{int} :

$$\mathbf{f}^{int} = \mathbf{f}^c + \mathbf{f}^{hg} = (\mathbf{K}^c + \mathbf{K}^{stab}) \mathbf{U} \quad (5.33)$$

onde \mathbf{f}^{hg} é definido, a partir da Equação (5.30), da seguinte forma:

$$\mathbf{f}^{hg} = \left[\frac{1}{3} \hat{\mathbf{B}}_{,\xi}^T(0) \hat{\boldsymbol{\sigma}}_{,\xi}(0) + \frac{1}{3} \hat{\mathbf{B}}_{,\eta}^T(0) \hat{\boldsymbol{\sigma}}_{,\eta}(0) + \frac{1}{3} \hat{\mathbf{B}}_{,\zeta}^T(0) \hat{\boldsymbol{\sigma}}_{,\zeta}(0) + \frac{1}{9} \hat{\mathbf{B}}_{,\xi\eta}^T(0) \hat{\boldsymbol{\sigma}}_{,\xi\eta}(0) + \frac{1}{9} \hat{\mathbf{B}}_{,\eta\zeta}^T(0) \hat{\boldsymbol{\sigma}}_{,\eta\zeta}(0) + \frac{1}{9} \hat{\mathbf{B}}_{,\xi\zeta}^T(0) \hat{\boldsymbol{\sigma}}_{,\xi\zeta}(0) \right] \Omega_e = \mathbf{K}^{stab} \mathbf{U} \quad (5.34)$$

sendo \mathbf{K}^{stab} a matriz de rigidez de estabilização que é adicionada à matriz de rigidez do elemento \mathbf{K}^c para compensar a instabilidade gerada pela adoção de um ponto de integração.

Hu e Nagy (1997) citam que derivar as relações constitutivas entre a primeira e segunda derivada do vetor de tensões e o vetor de deslocamentos nodais pode conduzir a um excesso de tarefas computacionais para alguns materiais. Para resolver este problema, estes autores propuseram as seguintes relações constitutivas:

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{\sigma}}_{,\xi} &= \mathbf{E} \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{,\xi} & ; & & \hat{\boldsymbol{\sigma}}_{,\eta} &= \mathbf{E} \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{,\eta} & ; & & \hat{\boldsymbol{\sigma}}_{,\zeta} &= \mathbf{E} \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{,\zeta} \\ \hat{\boldsymbol{\sigma}}_{,\xi\eta} &= \mathbf{E} \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{,\xi\eta} & ; & & \hat{\boldsymbol{\sigma}}_{,\eta\zeta} &= \mathbf{E} \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{,\eta\zeta} & ; & & \hat{\boldsymbol{\sigma}}_{,\xi\zeta} &= \mathbf{E} \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{,\xi\zeta} \end{aligned} \quad (5.35)$$

onde \mathbf{E} não é necessariamente a matriz de elasticidade do material e pode ser escolhida a partir de matrizes mais simples. Portanto, Hu e Nagy (1997) denominaram a matriz \mathbf{E} de matriz de estabilização e sugerem:

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \mathbf{e} & 0 \\ 0 & \mathbf{e} \end{bmatrix}_{(6 \times 6)} ; \quad \mathbf{e} = \begin{bmatrix} 2\mu^* & 0 & 0 \\ 0 & 2\mu^* & 0 \\ 0 & 0 & 2\mu^* \end{bmatrix} \quad (5.36)$$

sendo $\mu^* = \mu$ para materiais elásticos, onde μ é o módulo de elasticidade transversal.

Como a matriz de estabilização não depende da outra de constante de Lamé, módulo de incompressibilidade λ , evita-se o surgimento do travamento volumétrico em materiais incompressíveis.

No caso de materiais elastoplásticos, há uma perda de rigidez dos elementos quando estes atingem um certo limite de tensão. Para melhorar o comportamento desses materiais, Reese (2005) propôs o uso de um parâmetro otimizado ($\mu^* = \mu^{\text{opt}}$) na matriz de estabilização. O parâmetro $\mu^* = \mu^{\text{opt}}$ pode ser visto como o menor valor que proporciona força resistente suficiente para inibir os modos espúrios, definido como:

$$\mu^{\text{opt}} = \mu \frac{H}{E + H} \quad (5.37)$$

sendo E o módulo de elasticidade longitudinal e H o módulo plástico de encruamento linear. Reese (2005) cita que valores de μ^* muito menores que μ^{opt} podem resultar um comportamento mais flexível do elemento, enquanto que valores muito superiores podem conduzir ao travamento volumétrico. Além disso, Reese (2005) menciona que a influência de μ^* na solução diminui consideravelmente quando o número de elementos da malha aumenta.

Um detalhe importante desse parâmetro é que ele pode tornar-se nulo para o caso de materiais elastoplásticos perfeitos, uma vez que $H = 0$, anulando assim a matriz de estabilização. Como solução, pode-se adotar um valor μ^* igual a uma porcentagem do valor do módulo de elasticidade transversal μ para os casos de materiais elastoplásticos perfeitos, ou seja:

$$\mu^* = k\mu, \quad 0 \leq k \leq 1 \quad (5.38)$$

Reese (2007) recomenda que μ^* deve ser escolhido como o menor valor possível quando materiais elastoplásticos perfeitos são empregados, por exemplo 0,001% do módulo de elasticidade longitudinal E . Apesar disso, não há uma definição clara do valor de μ^{opt} neste caso.

Logo, substituindo as expressões dadas na Equação (5.35) na Equação (5.34), obtém-se a matriz de rigidez de estabilização:

$$\mathbf{K}^{\text{stab}} = \left[\frac{1}{3} \hat{\mathbf{B}}_{,\xi}^{\text{T}}(0) \mathbf{E} \hat{\mathbf{B}}_{,\xi}(0) + \frac{1}{3} \hat{\mathbf{B}}_{,\eta}^{\text{T}}(0) \mathbf{E} \hat{\mathbf{B}}_{,\eta}(0) + \frac{1}{3} \hat{\mathbf{B}}_{,\zeta}^{\text{T}}(0) \mathbf{E} \hat{\mathbf{B}}_{,\zeta}(0) + \frac{1}{9} \hat{\mathbf{B}}_{,\xi\eta}^{\text{T}}(0) \mathbf{E} \hat{\mathbf{B}}_{,\xi\eta}(0) + \frac{1}{9} \hat{\mathbf{B}}_{,\eta\zeta}^{\text{T}}(0) \mathbf{E} \hat{\mathbf{B}}_{,\eta\zeta}(0) + \frac{1}{9} \hat{\mathbf{B}}_{,\xi\zeta}^{\text{T}}(0) \mathbf{E} \hat{\mathbf{B}}_{,\xi\zeta}(0) \right] \Omega_e \quad (5.39)$$

Destaca-se que a performance do elemento depende muito da matriz de rigidez de estabilização. Hu e Nagy (1997) citam que a matriz \mathbf{E} desejada deve satisfazer os seguintes requisitos: (a) a matriz de rigidez resultante em nível do elemento deve ter posto suficiente; (b) o travamento volumétrico e o travamento de cisalhamento devem ser evitados; (c) não devem ser necessários parâmetros especificados pelo usuário.

Nota-se que no elemento desenvolvido até o momento os modos associados ao travamento por cisalhamento em flexão não foram removidos. Para suprimir esse problema, cada componente de deformação de cisalhamento deve ser interpolado linearmente em apenas uma direção do sistema de coordenadas corrotacional da seguinte forma:

$$\varepsilon_{xy}(\xi, \eta, \zeta) = \varepsilon_{xy}(0) + \hat{\varepsilon}_{xy,\zeta}(0) \zeta \quad (5.40)$$

$$\varepsilon_{yz}(\xi, \eta, \zeta) = \varepsilon_{yz}(0) + \hat{\varepsilon}_{yz,\xi}(0) \xi \quad (5.41)$$

$$\varepsilon_{xz}(\xi, \eta, \zeta) = \varepsilon_{xz}(0) + \hat{\varepsilon}_{xz,\eta}(0) \eta \quad (5.42)$$

o que resulta em:

$$\hat{\mathbf{B}}_{xy,\xi}(0) = \hat{\mathbf{B}}_{xy,\eta}(0) = \hat{\mathbf{B}}_{xy,\xi\eta}(0) = \hat{\mathbf{B}}_{xy,\eta\zeta}(0) = \hat{\mathbf{B}}_{xy,\xi\zeta}(0) = 0 \quad (5.43)$$

$$\hat{\mathbf{B}}_{yz,\eta}(0) = \hat{\mathbf{B}}_{yz,\zeta}(0) = \hat{\mathbf{B}}_{yz,\xi\eta}(0) = \hat{\mathbf{B}}_{yz,\eta\zeta}(0) = \hat{\mathbf{B}}_{yz,\xi\zeta}(0) = 0 \quad (5.44)$$

$$\hat{\mathbf{B}}_{xz,\xi}(0) = \hat{\mathbf{B}}_{xz,\zeta}(0) = \hat{\mathbf{B}}_{xz,\xi\eta}(0) = \hat{\mathbf{B}}_{xz,\eta\zeta}(0) = \hat{\mathbf{B}}_{xz,\xi\zeta}(0) = 0 \quad (5.45)$$

onde $\hat{\mathbf{B}}_{xy}$, $\hat{\mathbf{B}}_{yz}$ e $\hat{\mathbf{B}}_{xz}$ são as matrizes gradientes correspondentes, respectivamente, às componentes de deformação desviadoras $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{xy}$, $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{yz}$ e $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{xz}$.

Além disso, a matriz gradiente avaliada no ponto central do elemento $\mathbf{B}(0)$ é substituída pela matriz gradiente uniforme $\mathbf{B}'(0)$ definida por Flanagan e Belytschko (1981):

$$\mathbf{B}'_i(0) = \frac{1}{\Omega_e} \int_{\Omega_e} \mathbf{B}_i(\xi, \eta, \zeta) d\Omega_e \quad (i = 1, 2, \dots, 8) \quad (5.46)$$

onde o subíndice i corresponde à numeração local dos nós do elemento finito hexaédrico.

5.3.2 Método $\bar{\mathbf{B}}$

O método $\bar{\mathbf{B}}$ (B-barra) também é empregado no presente trabalho para evitar o travamento volumétrico em análises elastoplásticas envolvendo materiais incompressíveis. Essa abordagem foi proposta por Hughes (1980) e consiste na decomposição da matriz gradiente em suas partes volumétrica e desviadora. Dessa forma, as submatrizes \mathbf{B}_i são divididas em duas partes da seguinte forma:

$$\mathbf{B}_i = \mathbf{B}_i^{\text{vol}} + \mathbf{B}_i^{\text{desv}} \quad (i = 1, 2, \dots, 8) \quad (5.47)$$

onde a parte volumétrica é definida como:

$$\mathbf{B}_i^{\text{vol}} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} B_1 & B_2 & B_3 \\ B_1 & B_2 & B_3 \\ B_1 & B_2 & B_3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.48)$$

e a parte desviadora é obtida por integração completa:

$$\mathbf{B}_i^{\text{desv}} = \mathbf{B}_i - \mathbf{B}_i^{\text{vol}} \quad (i = 1, 2, \dots, 8) \quad (5.49)$$

A parcela volumétrica deve então ser aprimorada para obter-se uma formulação eficaz para aplicações com materiais incompressíveis. Isso é feito substituindo-se as submatrizes $\mathbf{B}_i^{\text{vol}}$ por $\bar{\mathbf{B}}_i^{\text{vol}}$, sendo a última definida da seguinte forma:

$$\bar{\mathbf{B}}_i^{\text{vol}} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} \bar{B}_1 & \bar{B}_2 & \bar{B}_3 \\ \bar{B}_1 & \bar{B}_2 & \bar{B}_3 \\ \bar{B}_1 & \bar{B}_2 & \bar{B}_3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.50)$$

Logo, a Equação (5.47) passa a ser expressa por:

$$\bar{\mathbf{B}}_i = \bar{\mathbf{B}}_i^{\text{vol}} + \mathbf{B}_i^{\text{desv}} \quad (i = 1, 2, \dots, 8) \quad (5.51)$$

e $\bar{\mathbf{B}}_i$ são definidas explicitamente como:

$$\bar{\mathbf{B}}_i = \begin{bmatrix} B_5 & B_6 & B_8 \\ B_4 & B_7 & B_8 \\ B_4 & B_6 & B_9 \\ 0 & B_3 & B_2 \\ B_3 & 0 & B_1 \\ B_2 & B_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.52)$$

sendo:

$$\begin{aligned} B_4 &= \frac{\bar{B}_1 - B_1}{3}; & B_5 &= B_1 + B_4; & B_6 &= \frac{\bar{B}_2 - B_2}{3}; \\ B_7 &= B_2 + B_6; & B_8 &= \frac{\bar{B}_3 - B_3}{3}; & B_9 &= B_3 + B_8. \end{aligned} \quad (5.53)$$

No presente trabalho, as componentes \bar{B}_a são avaliadas localmente pela seguinte expressão:

$$\bar{B}_a = \frac{\int_{\Omega_e} B_a \, d\Omega_e}{\int_{\Omega_e} d\Omega_e} \quad (a = 1, 2, 3) \quad (5.54)$$

O método pode ser resumido nos seguintes passos: 1) obter \bar{B}_1 , \bar{B}_2 e \bar{B}_3 empregando a expressão anterior; 2) calcular as componentes da Equação (5.53) e 3) montar a matriz gradiente com a Equação (5.52).

É possível notar ainda pela expressão anterior que o cálculo das componentes \bar{B}_a é realizado utilizando-se o valor médio de B_a . Outra alternativa seria avaliar o valor de \bar{B}_a diretamente no ponto central do elemento, ou seja, $\bar{B}_a = B_a(0)$.

5.4 FORMULAÇÃO DO ELEMENTO INFINITO

O emprego do Método dos Elementos Finitos torna-se problemático em alguns casos, tais como em problemas de meio semi-infinito ou problemas em que a região de interesse é muito pequena comparada com o meio ao seu redor. A solução mais simples é empregar uma malha de elementos finitos que se estenda até uma distância em que os efeitos de contorno possam ser desprezados, porém o custo computacional torna-se elevado devido ao aumento no número de elementos finitos utilizados. Além disso, o problema torna-se ainda maior nas análises dinâmicas, uma vez que a energia pode ficar aprisionada dentro do domínio devido à reflexão das ondas no limite do domínio computacional para a região de interesse, afetando o resultado do modelo numérico.

Devido a sua simplicidade, utiliza-se neste trabalho o chamado “elemento infinito”, que é responsável por fornecer rigidez nas análises estáticas, de acordo com Zienkiewicz *et al.* (1983), e por fornecer condições de contorno que absorvam a energia nas análises dinâmicas, com base em Lysmer e Kuhlemeyer (1969).

O elemento infinito possui como vantagem a facilidade de ser incorporado nos algoritmos de elementos finitos já implementados, estando também presente em alguns programas comerciais como ANSYS e ABAQUS. Seu uso é feito em conjunto com os elementos finitos tradicionais, sendo posicionados no limite do domínio computacional para simular o meio semi-infinito.

Admite-se que o elemento infinito possui apenas comportamento linear, geométrico e físico, e sua formulação é apresentada a seguir para cada tipo de análise, estática ou dinâmica. Além disso, pode-se dizer que o elemento infinito sólido desenvolvido aqui é similar aos elementos INFIN257 (ANSYS) e CIN3D8 (ABAQUS).

5.4.1 Análise estática

O comportamento do elemento infinito em análises estáticas é baseado na formulação proposta por Zienkiewicz *et al.* (1983) e pode ser melhor entendido utilizando-se o caso unidimensional, posteriormente estendido para o caso tridimensional.

Portanto, considerando um elemento unidimensional que parte do ponto x_1 , passando por x_2 , até o ponto x_3 , que está localizado no infinito, tem-se, após o mapeamento, um sistema de coordenadas local no intervalo $-1 \leq \xi \leq 1$, conforme mostra a Figura 5.2.

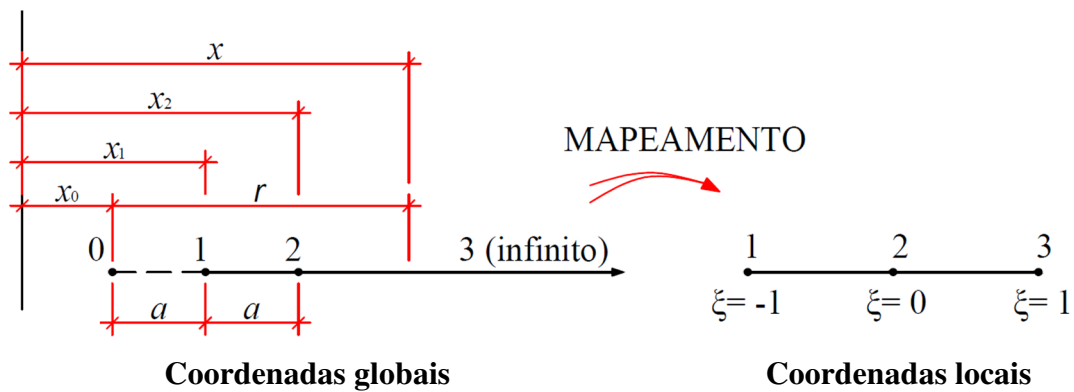


Figura 5.2: Mapeamento do elemento infinito unidimensional.

A posição do ponto x_0 , também denominado polo, é arbitrária e uma vez definida, tem-se a posição de x_2 :

$$x_2 = 2x_1 - x_0 \quad (5.55)$$

Dessa forma, a posição global pode ser obtida por interpolação a partir da posição local, da mesma forma que no Método dos Elementos Finitos tradicional:

$$x(\xi) = \sum_{i=1}^2 M_i(\xi) x_i = M_1(\xi) x_1 + M_2(\xi) x_2 \quad (5.56)$$

onde o somatório é realizado somente até os nós finitos, sendo as funções de mapeamento definidas como (MARQUES E OWEN, 1984):

$$M_1(\xi) = -\frac{2\xi}{(1-\xi)} \quad ; \quad M_2(\xi) = \frac{(1+\xi)}{(1-\xi)} \quad (5.57)$$

Nota-se pelas expressões anteriores que $\xi = -1, 0, 1$ correspondem às posições globais $x = x_1, x_2, \infty$, respectivamente. A escolha das funções M_1 e M_2 deve ser feita de forma que o mapeamento seja independente da escolha do sistema de coordenadas, respeitando a condição $M_1(\xi) + M_2(\xi) = 1$.

Isolando ξ da Equação (5.56), tem-se:

$$\xi = 1 - \frac{2a}{r} \quad (5.58)$$

onde r é uma distância arbitrária a partir do polo até um ponto qualquer no elemento, ou seja, $r = (x - x_0)$, e $a = (x_2 - x_1) = (x_1 - x_0)$, conforme apresentado na Figura 5.2.

É possível agora avaliar os efeitos da presente formulação utilizando-se uma expressão polinomial em função de ξ para aproximar uma variável do problema, como por exemplo, a variável de deslocamento:

$$u(\xi) = b_0 + b_1\xi + b_2\xi^2 + b_3\xi^3 + \dots \quad (5.59)$$

Substituindo a Equação (5.58) em (5.59), obtém-se:

$$u(r) = c_0 + \frac{c_1}{r} + \frac{c_2}{r^2} + \frac{c_3}{r^3} + \dots \quad (5.60)$$

onde o termo $c_0 = 0$ está implícito, uma vez que se assume que o deslocamento tende a zero no infinito. Zienkiewicz *et al.* (1983) mencionam que é possível esperar uma boa aproximação para qualquer grau de precisão desejada ao se utilizar mais termos na expansão polinomial, a qual é truncada no termo quadrático (r^2) na presente formulação. É possível ainda observar a função do polo, ponto x_0 , na expressão anterior.

O procedimento descrito anteriormente pode ser estendido para elementos planos e sólidos por meio de produtos entre as tradicionais funções de forma em elementos finitos e as funções

de singularidade apresentadas na Equação (5.57). Portanto, para o elemento hexaédrico de oito nós, tem-se as seguintes funções de mapeamento (MARQUES E OWEN, 1984):

$$M_n(\xi, \eta, \zeta) = \frac{1}{2}(1 + \xi_n \xi)(1 + \eta_n \eta) \frac{(-\zeta)}{(1 - \zeta)} \quad (n = 1, 2, 3 \text{ e } 4)$$

$$M_n(\xi, \eta, \zeta) = \frac{1}{4}(1 + \xi_n \xi)(1 + \eta_n \eta) \frac{(1 + \zeta)}{(1 - \zeta)} \quad (n = 5, 6, 7 \text{ e } 8)$$
(5.61)

e as funções de forma (MARQUES E OWEN, 1984):

$$N_n(\xi, \eta, \zeta) = \frac{1}{8}(1 + \xi_n \xi)(1 + \eta_n \eta)(\zeta^2 - \zeta) \quad (n = 1, 2, 3 \text{ e } 4)$$

$$N_n(\xi, \eta, \zeta) = \frac{1}{4}(1 + \xi_n \xi)(1 + \eta_n \eta)(1 - \zeta^2) \quad (n = 5, 6, 7 \text{ e } 8)$$
(5.62)

sendo ξ , η e ζ as coordenadas naturais segundo os eixos locais e ξ_n e η_n são as coordenadas naturais do nó n , variando de 1 a 8, conforme mostra a Figura 5.3. A direção infinita corresponde à direção do eixo local ζ .

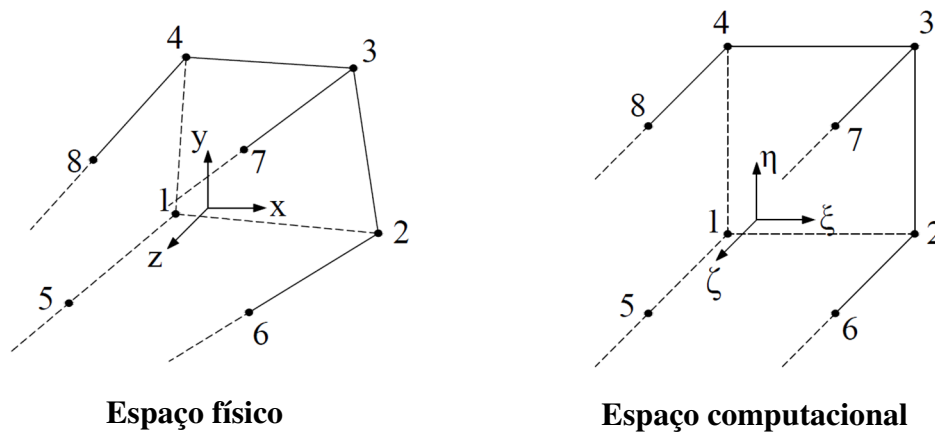


Figura 5.3: Elemento infinito hexaédrico de 8 nós.

Os vetores apresentados nas Equações (5.14) a (5.18) continuam válidos, mas o vetor ζ passa a ser definido como:

$$\{\zeta\}^T = \{-1 \quad -1 \quad -1 \quad -1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0\}$$
(5.63)

É importante observar ainda na Figura 5.3 que a numeração local dos nós do elemento infinito é muito importante, uma vez que os quatro primeiros nós formam a face que está conectada com a malha de elementos finitos e os quatro últimos nós formam a face que está posicionada para o infinito.

A matriz de rigidez obtida para o elemento infinito é calculada utilizando-se o mesmo procedimento descrito anteriormente, ou seja, por meio da Equação (5.9), com a matriz gradiente \mathbf{B} contendo as derivadas das funções de interpolação \mathbf{N} (Equações (5.20) e (5.21)). A única alteração está relacionada com a matriz jacobiana, uma vez que agora as funções de mapeamento e de forma não são iguais. Logo, a matriz jacobiana descrita pela Equação (5.23) passa a ser calculada utilizando-se as funções de mapeamento:

$$\mathbf{J}(\xi, \eta, \zeta) = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{n=1}^8 \left(\frac{\partial M_n}{\partial \xi} x_n \right) & \sum_{n=1}^8 \left(\frac{\partial M_n}{\partial \xi} y_n \right) & \sum_{n=1}^8 \left(\frac{\partial M_n}{\partial \xi} z_n \right) \\ \sum_{n=1}^8 \left(\frac{\partial M_n}{\partial \eta} x_n \right) & \sum_{n=1}^8 \left(\frac{\partial M_n}{\partial \eta} y_n \right) & \sum_{n=1}^8 \left(\frac{\partial M_n}{\partial \eta} z_n \right) \\ \sum_{n=1}^8 \left(\frac{\partial M_n}{\partial \zeta} x_n \right) & \sum_{n=1}^8 \left(\frac{\partial M_n}{\partial \zeta} y_n \right) & \sum_{n=1}^8 \left(\frac{\partial M_n}{\partial \zeta} z_n \right) \end{bmatrix} \quad (5.64)$$

A matriz de rigidez do elemento infinito é então avaliada numericamente neste trabalho utilizando-se integração completa e, por possuir um comportamento linear, emprega-se apenas a matriz constitutiva linear elástica.

5.4.2 Análise dinâmica

A formulação do elemento infinito em análises dinâmicas é baseada em Lysmer e Kuhlemeyer (1969) e consiste no emprego de amortecedores viscosos simples no contorno do domínio computacional com o objetivo de simular um meio semi-infinito por meio da absorção da energia das ondas incidentes.

Partindo da equação de equilíbrio em um meio elástico, descrita pela Equação (4.1), e desprezando as forças de corpo, tem-se:

$$\frac{\partial \sigma_{ji}}{\partial x_j} = \rho \ddot{u}_i \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (5.65)$$

onde σ_{ji} são as componentes do tensor de tensões, ρ é a massa específica do material e \ddot{u}_i são as componentes do vetor de aceleração da partícula segundo a direção do eixo x_i .

Assumindo que o material possui um comportamento linear elástico e isotrópico, pode-se expressar a relação tensão-deformação utilizando-se as Equações (4.6) e (4.8):

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad (i, j, k = 1, 2, 3) \quad (5.66)$$

onde ε_{ij} são as componentes do tensor de pequenas deformações, definidas na Equação (4.7), e λ e μ são as constantes de Lamé, definidas nas Equações (4.9) e (4.10).

Logo, substituindo a expressão anterior na Equação (5.65), pode-se chegar em:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} + (\lambda + \mu) \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i \partial x_j} \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (5.67)$$

Se um meio elástico semi-infinito for repentinamente carregado, ondas se propagarão para todas direções e, no infinito, podem ser consideradas como ondas planas. Dessa forma, pode-se assumir que todas as partículas se movem paralelamente à direção de propagação da onda (onda longitudinal) ou perpendicular à direção de propagação da onda (onda transversal).

Considerando uma onda longitudinal que se propaga ao longo do eixo x_1 , tem-se a seguinte equação diferencial que descreve o seu movimento (TIMOSHENKO E GOODIER, 1970):

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = c_w^2 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} \quad (5.68)$$

Comparando a Equação (5.68) com a Equação (5.67), pode-se definir para as ondas longitudinais:

$$c_w = c_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \quad (5.69)$$

O mesmo procedimento é realizado para o caso de uma onda transversal, sendo definida pelas seguintes equações (TIMOSHENKO E GOODIER, 1970):

$$\frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} = c_w^2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1^2} \quad \text{ou} \quad \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} = c_w^2 \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1^2} \quad (5.70)$$

onde é possível obter-se para as ondas transversais:

$$c_w = c_s = \sqrt{\frac{\lambda}{\rho}} \quad (5.71)$$

sendo c_p e c_s , respectivamente, as velocidades de onda longitudinal e transversal.

A solução da Equação (5.68), para ondas longitudinais, possui a seguinte forma:

$$u_1 = f(x_1 \pm c_p t), \quad u_2 = u_3 = 0 \quad (5.72)$$

No caso de ondas transversais, a solução da Equação (5.70) apresenta a forma:

$$u_2 = f(x_1 \pm c_s t), \quad u_1 = u_3 = 0 \quad (5.73)$$

ou

$$u_3 = f(x_1 \pm c_s t), \quad u_1 = u_2 = 0 \quad (5.74)$$

A função $f(x_1 - c_w t)$ representa uma onda se movendo na direção de x_1 crescente, enquanto que a função $f(x_1 + c_w t)$ representa uma onda se movendo na direção de x_1 decrescente.

Amortecedores viscosos são empregados ao longo do contorno do domínio computacional, localizado em $x = L$, da seguinte forma:

$$\sigma_{11} = -d_p \dot{u}_1 \quad ; \quad \sigma_{12} = -d_s \dot{u}_2 \quad ; \quad \sigma_{13} = -d_s \dot{u}_3 \quad (5.75)$$

onde as constantes de amortecimento d_p e d_s devem ser escolhidas de forma a evitar a reflexão de ondas longitudinais e transversais para a região de interesse ($x < L$), modelada com elementos finitos.

Considerando que as ondas longitudinais atingem o limite do domínio computacional na forma $u_1 = f_1(x_1 - c_p t)$, $u_2 = u_3 = 0$, pode-se assumir que elas serão refletidas como ondas

longitudinais na forma $u_1 = f_2(x_1 + c_p t)$, $u_2 = u_3 = 0$. Assumindo comportamento linear elástico próximo do contorno, a superposição de deslocamentos fornece o deslocamento total $f_1 + f_2$. Portanto, tem-se a correspondente componente de tensão:

$$\sigma_{11} = (\lambda + 2\mu)(f_1' + f_2') \quad (5.76)$$

e velocidade:

$$\dot{u}_1 = -c_p(f_1' + f_2') \quad (5.77)$$

Para satisfazer os amortecedores empregados na forma da Equação (5.75), tem-se:

$$(\lambda + 2\mu - d_p c_p) f_1' + (\lambda + 2\mu + d_p c_p) f_2' = 0 \quad (5.78)$$

Logo, eliminando a reflexão de onda, ou seja, assumindo $f_2 = 0$ e, conseqüentemente, $f_2' = 0$, chega-se ao valor da constante de amortecimento longitudinal:

$$d_p = \frac{\lambda + 2\mu}{c_p} = \rho c_p \quad (5.79)$$

De maneira similar, chega-se na constante de amortecimento transversal:

$$d_s = \rho c_s \quad (5.80)$$

No caso geral, as ondas não atingem perpendicularmente o limite do domínio, que consiste na interface de elementos finitos e elementos infinitos, de modo que Lysmer e Kuhlemeyer (1969) propõem as seguintes expressões:

$$\begin{aligned} \sigma_n &= a \rho c_p \dot{u}_n \\ \sigma_t &= b \rho c_s \dot{u}_t \end{aligned} \quad (5.81)$$

onde a e b são constantes adimensionais, σ_n e σ_t são, respectivamente, a tensão normal e tangencial e \dot{u}_t e \dot{u}_n são, respectivamente, a velocidade normal e tangencial da partícula.

As constantes adimensionais a e b são escolhidas de forma a minimizar a energia de onda refletida. Destaca-se que essa formulação não é capaz de absorver perfeitamente toda gama de

ângulos de incidência para qualquer escolha de a e b . Lysmer e Kuhlemeyer (1969) sugerem que a absorção de ondas elásticas longitudinais e transversais é maximizada para toda faixa de ângulos de incidência quando $a = b = 1$, enquanto que White *et al.* (1977) indicam valores ótimos para as constantes adimensionais em função do coeficiente de Poisson do material.

Nota-se que a formulação desenvolvida é independente da frequência e na análise dinâmica o elemento não possui matriz de rigidez e de massa. A matriz de amortecimento é então calculada para o elemento infinito neste trabalho utilizando-se a Equação (5.81) com constantes adimensionais unitárias.

O elemento infinito apresenta alguns inconvenientes em aplicações envolvendo problemas dinâmicos geotécnicos em que um estado de tensão inicial correspondente ao peso próprio deve ser definido, uma vez que o elemento possui extensão infinita e forças de peso próprio não podem ser definidas. A solução adotada consiste em inserir forças nodais nas interfaces de elementos finito e infinito de forma a obter-se um equilíbrio estático no início da análise. Essas forças nodais adicionais são então mantidas constantes durante toda a análise dinâmica com a adição do amortecimento proporcionado pelos elementos infinitos.

5.5 ANÁLISE NÃO LINEAR GEOMÉTRICA

No caso de deslocamentos infinitesimais, considera-se que as matrizes e vetores da equação de equilíbrio sejam avaliados sobre a configuração original dos elementos, havendo uma linearidade entre os deslocamentos \mathbf{U} e o vetor de cargas \mathbf{P} . Porém, na análise não linear geométrica, o equilíbrio pode ser obtido de forma incremental-iterativa para cada intervalo de tempo e a matriz de rigidez e o vetor de forças internas são dados em função dos deslocamentos, considerando-se que a solução no instante t seja conhecida para determinar a solução no instante $t + \Delta t$. A linearização do problema não linear dentro do intervalo $[t, t + \Delta t]$ é realizada no presente trabalho empregando-se o método de Newton-Raphson.

5.5.1 Matriz de rigidez tangente

A condição de equilíbrio em elementos finitos pode ser expressa por (BATHE, 2014):

$$\mathbf{P}_{t+\Delta t} - \mathbf{f}_{t+\Delta t}^{\text{int}} = \mathbf{0} \quad (5.82)$$

onde $\mathbf{P}_{t+\Delta t}$ e $\mathbf{f}_{t+\Delta t}^{\text{int}}$ são os vetores de forças externas e de forças internas, respectivamente, em $t + \Delta t$. O vetor $\mathbf{f}_{t+\Delta t}^{\text{int}}$ pode ser escrito como:

$$\mathbf{f}_{t+\Delta t}^{\text{int}} = \mathbf{f}_t^{\text{int}} + \Delta \mathbf{f}^{\text{int}} \quad (5.83)$$

onde $\Delta \mathbf{f}^{\text{int}}$ é o incremento no vetor de forças nodais entre os instantes t e $t + \Delta t$, podendo ser aproximado pela matriz de rigidez tangente \mathbf{K}_t no instante t e o vetor que contém os deslocamentos nodais $\Delta \mathbf{U}$:

$$\Delta \mathbf{f}^{\text{int}} \doteq \mathbf{K}_t \Delta \mathbf{U} \quad (5.84)$$

sendo a matriz de rigidez tangente \mathbf{K}_t , expressa por:

$$\mathbf{K}_t = \frac{\partial \mathbf{f}_t^{\text{int}}}{\partial \mathbf{U}_t} \quad (5.85)$$

Substituindo a Equação (5.84) e a Equação (5.83) em (5.82), tem-se:

$$\mathbf{K}_t \Delta \mathbf{U} = \mathbf{P}_{t+\Delta t} - \mathbf{f}_t^{\text{int}} \quad (5.86)$$

A partir da solução de $\Delta \mathbf{U}$, realiza-se a aproximação para os deslocamentos em $t + \Delta t$:

$$\mathbf{U}_{t+\Delta t} \doteq \mathbf{U}_t + \Delta \mathbf{U} \quad (5.87)$$

Destaca-se que é necessário utilizar um processo iterativo para que o incremento $\Delta \mathbf{U}$ produza uma boa aproximação para $\mathbf{U}_{t+\Delta t}$ e satisfaça a Equação (5.82) com um dado nível de tolerância. Dessa forma, emprega-se no presente trabalho o método clássico de Newton-Raphson, que pode ser entendido como uma extensão da forma incremental, definida pelas Equações (5.86) e (5.87), pelas seguintes expressões na forma incremental-iterativa:

$${}^{(i-1)}\mathbf{K}_{t+\Delta t} {}^{(i)}\Delta \mathbf{U} = \mathbf{P}_{t+\Delta t} - {}^{(i-1)}\mathbf{f}_{t+\Delta t}^{\text{int}} \quad (5.88)$$

$${}^{(i)}\mathbf{U}_{t+\Delta t} = {}^{(i-1)}\mathbf{U}_{t+\Delta t} + {}^{(i)}\Delta \mathbf{U} \quad (5.89)$$

com as seguintes condições iniciais:

$${}^{(0)}\mathbf{U}_{t+\Delta t} = \mathbf{U}_t ; \quad {}^{(0)}\mathbf{K}_{t+\Delta t} = \mathbf{K}_t ; \quad {}^{(0)}\mathbf{f}_{t+\Delta t}^{\text{int}} = \mathbf{f}_t^{\text{int}} \quad (5.90)$$

sendo i o passo iterativo.

O processo iterativo é repetido até atingir o nível de precisão desejado, definido por um critério de convergência. Observa-se ainda que, no método clássico de Newton-Raphson, a matriz de rigidez tangente é atualizada em cada iteração.

A matriz de rigidez tangente e o vetor de forças internas que foram avaliados em um sistema corrotacional ($\hat{\mathbf{K}}$ e $\hat{\mathbf{f}}^{\text{int}}$) devem sofrer uma rotação para obtê-los no sistema global (\mathbf{K} e \mathbf{f}^{int}):

$$\mathbf{K} = \mathbf{R}^T \hat{\mathbf{K}} \mathbf{R} \quad (5.91)$$

$$\mathbf{f}^{\text{int}} = \mathbf{R}^T \hat{\mathbf{f}}^{\text{int}} \quad (5.92)$$

onde \mathbf{R} é a matriz ortogonal de rotação que será definida a seguir.

5.5.2 Matriz de rotação

Como mencionado anteriormente, deve-se definir um sistema de coordenadas corrotacional para cada elemento. Isto é feito utilizando-se uma matriz de rotação ortogonal \mathbf{R} que transforma uma matriz do sistema global x , y e z para o sistema corrotacional \hat{x} , \hat{y} e \hat{z} , onde os vetores corrotacionais de base devem estar alinhados com os eixos de referência do elemento, ξ , η e ζ . De acordo com Belytschko e Bindeman (1993), quando os lados do elemento não permanecem paralelos após a deformação, a rotação pode ser feita apenas de forma aproximada.

Para montar a matriz de rotação, inicialmente são definidos os vetores no sistema de coordenadas global, \mathbf{r}_1 e \mathbf{r}_2 , que coincidam com os eixos locais ξ e η do elemento:

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{r}_{1i} = \xi^T \mathbf{x}_i \\ \mathbf{r}_{2i} = \eta^T \mathbf{x}_i \end{array} \right\} (i = 1, 2, 3) \quad (5.93)$$

Adiciona-se um termo de correção \mathbf{r}_c ao vetor \mathbf{r}_2 de forma a garantir a ortogonalidade entre \mathbf{r}_1 e \mathbf{r}_2 :

$$\mathbf{r}_1 (\mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_c) = 0 \quad (5.94)$$

o que se obtém por meio da seguinte expressão:

$$\mathbf{r}_c = -\frac{\mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2}{\mathbf{r}_1 \mathbf{r}_1} \mathbf{r}_1 \quad (5.95)$$

A base ortogonal é obtida a partir do seguinte produto vetorial:

$$\mathbf{r}_3 = \mathbf{r}_1 \times (\mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_c) \quad (5.96)$$

Por fim, normaliza-se os vetores da base para obtenção das componentes da matriz de rotação **R**:

$$R_{1i} = \frac{r_{1i}}{\|\mathbf{r}_1\|} \quad ; \quad R_{2i} = \frac{r_{2i} + r_{ci}}{\|\mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_c\|} \quad ; \quad R_{3i} = \frac{r_{3i}}{\|\mathbf{r}_3\|} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (5.97)$$

5.6 ANÁLISE NÃO LINEAR FÍSICA

Sabe-se que a estrutura ou o solo sob um carregamento externo inicialmente se comporta como um material elástico e que, após atingir uma determinada tensão denominada de tensão de escoamento, passa a sofrer deformações irreversíveis, mesmo após cessar o carregamento externo. Esse comportamento é denominado de elastoplástico.

Crítérios de escoamento, ou plastificação, são utilizados para definir os limites elásticos de um material submetido a um determinado estado de tensões, ou seja, é o critério de escoamento que determina o estado de tensão em que há o início das deformações permanentes. Usualmente, o limite elástico, ou tensão de escoamento, é uma função do estado de tensões σ_{ij} , sendo expresso por:

$$f(\sigma_{ij}, \kappa_1, \kappa_2, \dots) = 0 \quad (5.98)$$

onde $\kappa_1, \kappa_2, \dots$ são constantes do material que devem ser determinadas experimentalmente. Owen e Hinton (1980) citam que qualquer critério de plastificação deve ser independente da orientação do sistema de coordenadas utilizado. No caso de materiais isotrópicos, os valores das três tensões principais são suficientes para descrever o estado de tensão de forma única.

Ainda é possível expressar as três tensões principais σ_1 , σ_2 e σ_3 , como uma combinação dos três invariantes de tensão I_1 , J_2 e J_3 , sendo I_1 o primeiro invariante do tensor de tensões σ_{ij} , e J_2 e J_3 são, respectivamente, o segundo e terceiro invariantes do tensor desviador s_{ij} . Logo, o critério de escoamento para materiais isotrópicos pode ser definido como:

$$f(I_1, J_2, J_3, \kappa_1, \kappa_2, \dots) = 0 \quad (5.99)$$

Dessa forma, a função de escoamento f delimita o regime elástico do material, ou seja, quando o estado de tensões conduz a $f < 0$, tem-se que o material está no domínio elástico, enquanto que para $f \geq 0$, tem-se que o material está no domínio plástico.

Da mesma forma que na análise não linear geométrica, utiliza-se em nível de elemento um sistema corrotacional para a integração das relações constitutivas elastoplásticas. Além disso, a equação constitutiva é integrada ao longo do tempo considerando o algoritmo explícito proposto por Owen e Hinton (1980), que também é detalhado por Lohse (2015).

A seguir são descritos alguns dos critérios de plastificação mais conhecidos e que foram implementados no algoritmo do presente trabalho, com base em Owen e Hinton (1980) e Souza Neto *et al.* (2008).

5.6.1 Critério de plastificação de von Mises

O critério de plastificação proposto por von Mises indica que a plastificação ocorre quando o segundo invariante do tensor desviador (J_2) atinge um valor crítico, ou seja:

$$f(J_2) = \sqrt{J_2} - k = 0 \quad (5.100)$$

onde k é um parâmetro do material, determinado experimentalmente.

De acordo com Owen e Hinton (1980), para o caso de um ensaio de cisalhamento puro, o parâmetro k é igual à tensão de escoamento. De forma alternativa, no caso de um ensaio de tração uniaxial ($\sigma_2 = \sigma_3 = 0$), o limite elástico ocorre quando σ_1 atinge a tensão de escoamento σ_y , ou seja, $\sigma_1 = \sigma_y$. Logo, substituindo esses valores na Equação (5.100), obtém-se:

$$k = \frac{\sigma_y}{\sqrt{3}} \quad (5.101)$$

Sabendo que $J_2 = \frac{1}{2} s_{ij} s_{ij}$ e utilizando a Equação (5.101), pode-se reescrever a Equação (5.100) e obter a denominada tensão equivalente de von Mises ($\bar{\sigma}$):

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2} s_{ij} s_{ij}} = \sigma_y \quad (5.102)$$

Geometricamente, a superfície de von Mises pode ser visualizada como sendo um cilindro circular reto infinito que está centrado no seu eixo hidrostático (Figura 5.4), sendo que o raio do círculo é igual à $\rho = \sqrt{\frac{2}{3}} \sigma_y$. A Figura 5.4 também apresenta a representação da superfície de plastificação de Tresca, porém, seus detalhes não são apresentados neste trabalho.

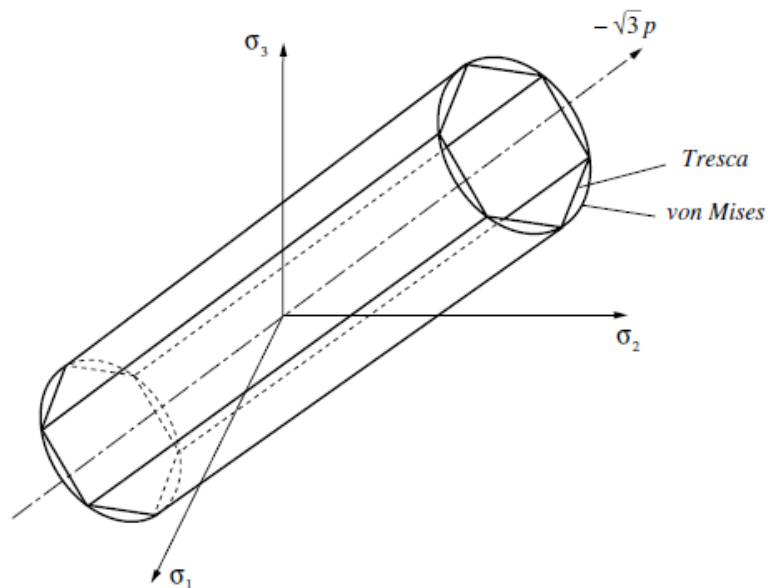


Figura 5.4: Representação geométrica das superfícies de plastificação de von Mises e de Tresca no espaço das tensões principais. (SOUZA NETO *et al.*, 2008).

O critério de von Mises é usualmente utilizado para a modelagem de metais dúcteis, sendo um modelo considerado como independente da pressão.

5.6.2 Critério de plastificação de Mohr-Coulomb

O critério de Mohr-Coulomb é considerado como uma generalização da lei de contato proposta por Coulomb, onde a plastificação ocorre quando a tensão de cisalhamento (τ) e a tensão normal (σ_n), em um plano do corpo, atingem a seguinte condição:

$$|\tau| = c - \sigma_n \operatorname{tg}(\phi) \quad (5.103)$$

onde c é a coesão e ϕ é o ângulo de atrito interno, sendo ambos constantes do material e determinados experimentalmente.

Graficamente, o critério pode ser visualizado pelos denominados círculos de Mohr na Figura 5.5, onde a equação anterior é representada pela linha reta tangente ao maior círculo de tensões de Mohr.

Portanto, a partir da Figura 5.5 e considerando que $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$, a Equação (5.103) pode ser reescrita como:

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos \phi = c - \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \operatorname{sen} \phi \right) \operatorname{tg} \phi \quad (5.104)$$

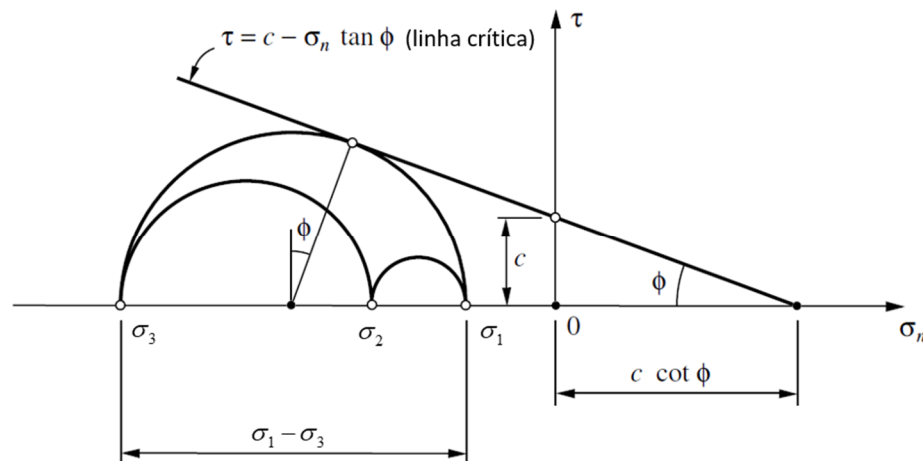


Figura 5.5: Critério de Mohr-Coulomb e círculos de Mohr. (Adaptado de SOUZA NETO *et al.*, 2008).

A representação gráfica da superfície de plastificação de Mohr-Coulomb no espaço das tensões principais possui a forma de um cone hexagonal irregular, como mostra a Figura 5.6. Sua forma cônica demonstra que a tensão hidrostática influencia o critério de escoamento.

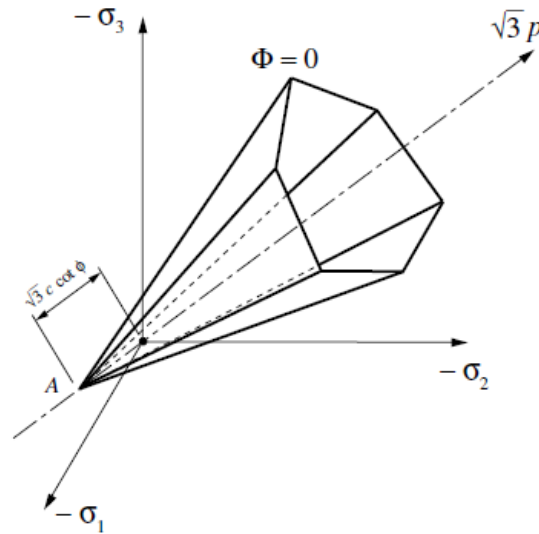


Figura 5.6: Representação geométrica da superfície de plastificação de Mohr-Coulomb no espaço das tensões principais. (SOUZA NETO *et al.*, 2008).

5.6.3 Critério de plastificação de Drucker-Prager

O critério de plastificação de Drucker-Prager é uma generalização do critério de von Mises, onde um termo extra é incluído para levar em consideração a influência da pressão hidrostática, sendo expresso da seguinte forma:

$$aI_1 + \sqrt{J_2} = k' \quad (5.105)$$

onde I_1 é o primeiro invariante do tensor de tensões, J_2 é o segundo invariante do tensor desviador e a e k' são os parâmetros do material.

A superfície de plastificação de Drucker-Prager possui a forma de um cone no espaço das tensões principais, conforme ilustrado na Figura 5.7.

O critério de Drucker-Prager também é visto como uma suavização do critério de Mohr-Coulomb e, portanto, os parâmetros a e k' podem ser calculados de forma a coincidir o círculo de Drucker-Prager com os vértices ou as arestas do hexágono da superfície de Mohr-Coulomb em qualquer seção. Portanto, assumindo que a superfície de Drucker-Prager circunscreve a superfície de Mohr-Coulomb, tem-se:

$$a = \frac{2 \operatorname{sen} \phi}{\sqrt{3}(3 - \operatorname{sen} \phi)} \quad \text{e} \quad k' = \frac{6c \cos \phi}{\sqrt{3}(3 - \operatorname{sen} \phi)} \quad (5.106)$$

Se a superfície de Drucker-Prager estiver inscrita na superfície de Mohr-Coulomb, tem-se:

$$a = \frac{2 \operatorname{sen} \phi}{\sqrt{3}(3 + \operatorname{sen} \phi)} \quad \text{e} \quad k' = \frac{6c \cos \phi}{\sqrt{3}(3 + \operatorname{sen} \phi)} \quad (5.107)$$

onde c e ϕ , são os parâmetros de coesão e ângulo de atrito interno, respectivamente.

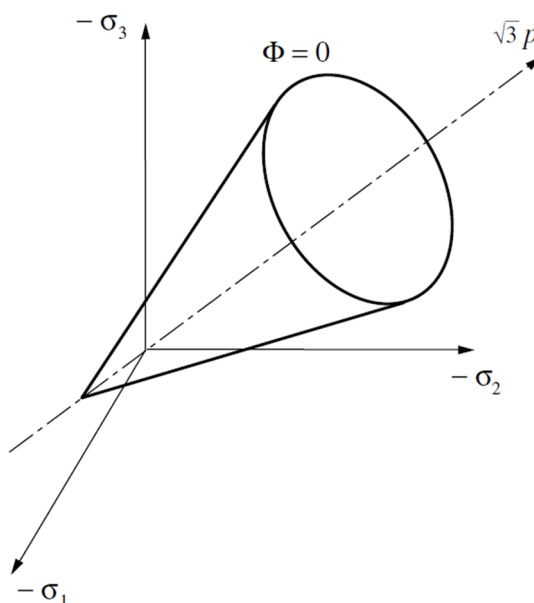


Figura 5.7: Representação geométrica da superfície de plastificação de Drucker-Prager no espaço das tensões principais. (SOUZA NETO *et al.*, 2008).

Assim como no modelo de Mohr-Coulomb, o critério de Drucker-Prager é usualmente aplicado para materiais dependentes da pressão hidrostática, como concreto, rochas e solos.

5.7 AVANÇO TEMPORAL PARA ANÁLISE DINÂMICA

A equação de equilíbrio dinâmico é resolvida no tempo por meio de dois algoritmos implementados no presente trabalho: o método de Newmark e o método α -Generalizado. Apesar do método de Newmark ser incondicionalmente estável para problemas lineares, instabilidades numéricas podem ocorrer para aplicações não lineares e, neste caso, o método α -Generalizado torna-se uma alternativa.

A seguir são apresentados os dois métodos implementados neste trabalho para o avanço temporal na análise dinâmica não linear.

5.7.1 Método de Newmark

No método implícito de Newmark considera-se, inicialmente, a hipótese de que a aceleração varia linearmente no intervalo de tempo $[t, t + \Delta t]$, a partir da qual é possível obterem-se as atualizações para os campos de acelerações e velocidades. Assim, tem-se que (BATHE, 2014):

$$\dot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t} = \dot{\mathbf{U}}_t + \Delta t \ddot{\mathbf{U}}_t + \delta \Delta t (\ddot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t} - \ddot{\mathbf{U}}_t) \quad (5.108)$$

$$\mathbf{U}_{t+\Delta t} = \mathbf{U}_t + \Delta t \dot{\mathbf{U}}_t + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{\mathbf{U}}_t + \alpha \Delta t^2 (\ddot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t} - \ddot{\mathbf{U}}_t) \quad (5.109)$$

sendo:

$$\delta \geq \frac{1}{2} \quad ; \quad \alpha \geq \frac{1}{4} \left(\delta + \frac{1}{4} \right)^2 \quad (5.110)$$

onde δ e α são parâmetros que podem ser determinados de forma a obter-se precisão e estabilidade na integração. Para que o método seja incondicionalmente estável, pelo menos para análises lineares, são adotados os valores $\delta = 1/2$ e $\alpha = 1/4$ propostos por Newmark, a denominada regra trapezoidal.

Considerando ainda a equação de equilíbrio dinâmico na forma incremental e discreta, como (MONDKAR E POWELL, 1977):

$$\mathbf{M} \Delta \ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{D} \Delta \dot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}_t \Delta \mathbf{U} = \mathbf{P}_{t+\Delta t} - \left[\mathbf{f}^{\text{int}}(\mathbf{U}) + \mathbf{M} \ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{D} \dot{\mathbf{U}} \right]_t \quad (5.111)$$

onde \mathbf{M} é a matriz de massa, \mathbf{D} a matriz de amortecimento, \mathbf{K} a matriz de rigidez tangente, \mathbf{P} o vetor de forças externas, \mathbf{f}^{int} o vetor de forças internas e $\Delta \mathbf{U}$, $\Delta \dot{\mathbf{U}}$ e $\Delta \ddot{\mathbf{U}}$ sendo os vetores contendo os valores incrementais nodais de deslocamentos, velocidades e acelerações, respectivamente.

Aplicando o método de Newmark na expressão anterior, tem-se:

$$\mathbf{K}_t^* \Delta \mathbf{U} = \mathbf{P}_{t+\Delta t}^* \quad (5.112)$$

sendo \mathbf{K}_t^* e $\mathbf{P}_{t+\Delta t}^*$, respectivamente, a matriz de rigidez e o vetor de forças externas efetivos, dados por:

$$\mathbf{K}_t^* = \frac{1}{\alpha\Delta t^2} \mathbf{M} + \frac{\delta}{\alpha\Delta t} \mathbf{D} + \mathbf{K}_t \quad (5.113)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{t+\Delta t}^* &= \mathbf{P}_{t+\Delta t} - \left[\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}}_t + \mathbf{D}\dot{\mathbf{U}}_t + \mathbf{f}_t^{\text{int}}(\mathbf{U}) \right] + \\ &\mathbf{M} \left[\frac{1}{\alpha\Delta t} \dot{\mathbf{U}}_t + \frac{1}{2\alpha} \ddot{\mathbf{U}}_t \right] + \mathbf{D} \left[\frac{\delta}{\alpha} \dot{\mathbf{U}}_t + \Delta t \left(\frac{\delta}{2\alpha} - 1 \right) \ddot{\mathbf{U}}_t \right] \end{aligned} \quad (5.114)$$

O algoritmo do método de Newmark para a análise dinâmica não linear, adaptado de Mondkar e Powell (1977), é apresentado na Tabela 5.1.

Tabela 5.1: Algoritmo para a análise dinâmica não linear empregando o método implícito de Newmark.

(continua)

A. *Cálculos iniciais:*

1. Definir as condições iniciais das variáveis do problema: $\mathbf{U}_0, \dot{\mathbf{U}}_0$ e $\ddot{\mathbf{U}}_0$;
2. Especificar o incremento de tempo Δt e a tolerância para convergência TOL;
3. Definir os parâmetros α e δ e calcular as constantes do método de Newmark:

$$a_0 = \frac{1}{\alpha\Delta t^2} \quad ; \quad a_1 = \frac{\delta}{\alpha\Delta t} \quad ; \quad a_2 = \frac{1}{\alpha\Delta t} \quad ; \quad a_3 = \frac{1}{2\alpha} \quad ; \quad a_4 = \frac{\delta}{\alpha} \quad ; \quad a_5 = \Delta t \left(\frac{\delta}{2\alpha} - 1 \right)$$

B. *Para cada intervalo de tempo: $t = t + \Delta t$:*

1. Utilizar a Equação (5.113) para calcular a matriz de rigidez efetiva \mathbf{K}_t^* ;
2. Utilizar a Equação (5.114) para calcular o vetor de cargas efetivo $\mathbf{P}_{t+\Delta t}^*$;
3. Resolver o sistema da Equação (5.112): $\mathbf{K}_t^* \Delta \mathbf{U} = \mathbf{P}_{t+\Delta t}^*$;
4. Atualizar os vetores de aceleração, velocidade e deslocamento em $t + \Delta t$:

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t} &= \ddot{\mathbf{U}}_t - a_2 \dot{\mathbf{U}}_t - a_3 \ddot{\mathbf{U}}_t + a_0 \Delta \mathbf{U} \\ \dot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t} &= \dot{\mathbf{U}}_t - a_4 \dot{\mathbf{U}}_t - a_5 \ddot{\mathbf{U}}_t + a_1 \Delta \mathbf{U} \\ \mathbf{U}_{t+\Delta t} &= \mathbf{U}_t + \Delta \mathbf{U} \end{aligned}$$

5. Calcular o vetor de cargas residual:

$$\mathbf{r}(\mathbf{P}_{t+\Delta t}, \mathbf{U}_{t+\Delta t}) = \mathbf{P}_{t+\Delta t} - \left[\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t} + \mathbf{f}^{\text{int}}(\mathbf{U}_{t+\Delta t}) \right]$$

$$\text{onde } \mathbf{f}^{\text{int}}(\mathbf{U}_{t+\Delta t}) = \mathbf{f}^{\text{int}}(\mathbf{U}_t) + \Delta \mathbf{f}^{\text{int}}.$$

6. Verificar a convergência para a configuração atual ($\mathbf{U}_{t+\Delta t}$):

$$\|\mathbf{r}(\mathbf{P}_{t+\Delta t}, \mathbf{U}_{t+\Delta t})\| / \|\mathbf{P}_{t+\Delta t}\| \leq \text{TOL} ? \quad \rightarrow \quad \begin{cases} \text{Sim: segue para o próximo passo de tempo (item B)} \\ \text{Não: segue para o item C} \end{cases}$$

Tabela 5.1: Algoritmo para a análise dinâmica não linear empregando o método implícito de Newmark.

(continuação)

onde $\|\bullet\|$ é a norma Euclidiana.

C. Para cada iteração k dentro do intervalo de tempo: $k = k + 1$

1. Atualizar a matriz \mathbf{K}_t^* para a última configuração ($\mathbf{U}_{t+\Delta t}^{k+1} = \mathbf{U}_{t+\Delta t}^k + \delta\mathbf{U}$);
2. Resolver o sistema $\mathbf{K}_t^* (\mathbf{U}_{t+\Delta t}^{k+1}) \delta\mathbf{U} = \mathbf{r}(\mathbf{P}_{t+\Delta t}, \mathbf{U}_{t+\Delta t}^{k+1})$;
3. Atualizar os vetores de aceleração, velocidade e deslocamento:

$$\ddot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t}^{k+1} = \ddot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t}^k + a_0 \delta\mathbf{U}$$

$$\dot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t}^{k+1} = \dot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t}^k + a_1 \delta\mathbf{U}$$

$$\mathbf{U}_{t+\Delta t}^{k+1} = \mathbf{U}_{t+\Delta t}^k + \delta\mathbf{U}$$

4. Calcular o vetor de cargas residual:

$$\mathbf{r}(\mathbf{P}_{t+\Delta t}, \mathbf{U}_{t+\Delta t}^{k+1}) = \mathbf{P}_{t+\Delta t} - \left[\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t}^{k+1} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t}^{k+1} + \mathbf{f}^{\text{int}}(\mathbf{U}_{t+\Delta t}^{k+1}) \right]$$

5. Verificar a convergência para a configuração atual ($\mathbf{U}_{t+\Delta t}^{k+1}$):

$$\left\| \mathbf{r}(\mathbf{P}_{t+\Delta t}, \mathbf{U}_{t+\Delta t}^{k+1}) \right\| / \left\| \mathbf{P}_{t+\Delta t} \right\| \leq \text{TOL} ? \rightarrow \begin{cases} \text{Sim: segue para o próximo passo de tempo (item B)} \\ \text{Não: segue para a próxima iteração (item C.1)} \end{cases}$$

Nota-se que a análise dinâmica linear pode ser vista como um caso particular da análise dinâmica não linear, na qual não é necessário realizar o laço iterativo do item C.

A solução do sistema nos itens B.3 e C.2 é realizada no presente trabalho empregando-se o método dos Gradientes Conjugados (CG – *Conjugate Gradient Method*) e o método dos Gradientes Biconjugados Estabilizado (BiCGSTAB – *Biconjugate Gradient Stabilized Method*), ambos com formulação elemento-por-elemento e preconditionador diagonal. O algoritmo dos dois métodos é apresentado no Apêndice A.

5.7.2 Método α -Generalizado

Em problemas altamente não lineares, utiliza-se neste trabalho o esquema numérico baseado no método α -Generalizado para estabilização do processo de integração no tempo. Nesse método, a Equação (5.6) de equilíbrio dinâmico para o caso linear é modificada para:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t-\alpha_m} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t-\alpha_f} + \mathbf{K}\mathbf{U}_{t+\Delta t-\alpha_f} = \mathbf{P}_{t+\Delta t-\alpha_f} \quad (5.115)$$

sendo:

$$\ddot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t-\alpha_m} = (1-\alpha_m)\ddot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t} + \alpha_m\ddot{\mathbf{U}}_t \quad (5.116)$$

$$\dot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t-\alpha_f} = (1-\alpha_f)\dot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t} + \alpha_f\dot{\mathbf{U}}_t \quad (5.117)$$

$$\mathbf{U}_{t+\Delta t-\alpha_f} = (1-\alpha_f)\mathbf{U}_{t+\Delta t} + \alpha_f\mathbf{U}_t \quad (5.118)$$

$$\mathbf{P}_{t+\Delta t-\alpha_f} = (1-\alpha_f)\mathbf{P}_{t+\Delta t} + \alpha_f\mathbf{P}_t \quad (5.119)$$

onde t e $t + \Delta t$ são os pontos inicial e final, respectivamente, dentro do passo de tempo Δt , e α_m e α_f são parâmetros do método.

Para o caso não linear, o método α -Generalizado é expresso por:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t-\alpha_m} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t-\alpha_f} + \mathbf{f}_{t+\Delta t-\alpha_f}^{\text{int}} = \mathbf{P}_{t+\Delta t-\alpha_f} \quad (5.120)$$

O vetor de forças internas é desenvolvido como:

$$\mathbf{f}_{t+\Delta t-\alpha_f}^{\text{int}} = (1-\alpha_f)\mathbf{f}_{t+\Delta t}^{\text{int}} + \alpha_f\mathbf{f}_t^{\text{int}} = (1-\alpha_f)\mathbf{f}^{\text{int}}(\mathbf{U}_{t+\Delta t}) + \alpha_f\mathbf{f}^{\text{int}}(\mathbf{U}_t) \quad (5.121)$$

Utiliza-se agora as aproximações de Newmark para a descrição dos vetores de velocidade e aceleração definidas nas Equações (5.108) e (5.109), de forma a reduzir o conjunto de variáveis para apenas o vetor de deslocamentos $\mathbf{U}_{t+\Delta t}$ como incógnita, ou seja:

$$\dot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t} = \frac{\delta}{\alpha\Delta t}(\mathbf{U}_{t+\Delta t} - \mathbf{U}_t) - \frac{\delta-\alpha}{\alpha}\dot{\mathbf{U}}_t - \frac{\delta-2\alpha}{2\alpha}\Delta t\ddot{\mathbf{U}}_t \quad (5.122)$$

$$\ddot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t} = \frac{1}{\alpha\Delta t^2}(\mathbf{U}_{t+\Delta t} - \mathbf{U}_t) - \frac{1}{\alpha\Delta t}\dot{\mathbf{U}}_t - \frac{1-2\alpha}{2\alpha}\ddot{\mathbf{U}}_t \quad (5.123)$$

Logo, substituindo as Equações (5.122) e (5.123) nas variáveis correspondentes das Equações (5.116) e (5.117), pode-se obter:

$$\dot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t-\alpha_f} = \frac{(1-\alpha_f)\delta}{\alpha\Delta t}(\mathbf{U}_{t+\Delta t} - \mathbf{U}_t) - \frac{(1-\alpha_f)\delta-\alpha}{\alpha}\dot{\mathbf{U}}_t - \frac{(\delta-2\alpha)(1-\alpha_f)}{2\alpha}\Delta t\ddot{\mathbf{U}}_t \quad (5.124)$$

$$\ddot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t-\alpha_m} = \frac{1-\alpha_m}{\alpha\Delta t^2} (\mathbf{U}_{t+\Delta t} - \mathbf{U}_t) - \frac{1-\alpha_m}{\alpha\Delta t} \dot{\mathbf{U}}_t - \frac{1-\alpha_m-2\alpha}{2\alpha} \ddot{\mathbf{U}}_t \quad (5.125)$$

A forma efetiva da equação de equilíbrio dinâmico é obtida ao substituir as Equações (5.124) e (5.125) em (5.120), considerando a equação de equilíbrio incremental (Equação (5.111)), obtendo-se:

$$\left\{ \left[\frac{1-\alpha_m}{\alpha\Delta t^2} \right] \mathbf{M} + \frac{(1-\alpha_f)\delta}{\alpha\Delta t} \mathbf{D} + \mathbf{K}_{t+\Delta t-\alpha_f} \right\} \Delta \mathbf{U} = \mathbf{P}_{t+\Delta t-\alpha_f} - \mathbf{f}_{t+\Delta t-\alpha_f}^{\text{int}} (\mathbf{U}_{t+\Delta t}^k) + \mathbf{M} \left[\frac{1-\alpha_m}{\alpha\Delta t} \dot{\mathbf{U}}_t + \frac{1-\alpha_m-2\alpha}{2\alpha} \ddot{\mathbf{U}}_t \right] + \mathbf{D} \left\{ \frac{(1-\alpha_f)\delta-\alpha}{\alpha} \dot{\mathbf{U}}_t + \Delta t \frac{(\delta-2\alpha)(1-\alpha_f)}{2\alpha} \ddot{\mathbf{U}}_t \right\} \quad (5.126)$$

Sendo a matriz de rigidez tangente dada por (KUHL E CRISFIELD, 1999):

$$\mathbf{K}_{t+\Delta t-\alpha_f} = (1-\alpha_f) \mathbf{K} (\mathbf{U}_{t+\Delta t}^k) \quad (5.127)$$

Os parâmetros α , δ , α_m e α_f são definidos em função do raio espectral r_α de acordo com as seguintes expressões:

$$\alpha = \frac{1}{4} (1-\alpha_m + \alpha_f)^2 \quad (5.128)$$

$$\delta = \frac{1}{2} - \alpha_m + \alpha_f \quad (5.129)$$

$$\alpha_m = \frac{2r_\alpha - 1}{r_\alpha + 1} \quad (5.130)$$

$$\alpha_f = \frac{r_\alpha}{r_\alpha + 1} \quad (5.131)$$

O raio espectral representa o valor máximo em módulo dos autovalores da matriz de amplificação dinâmica, sendo que em sistemas lineares tem-se a garantia de estabilidade numérica para valores de $r_\alpha \leq 1$.

Portanto, a solução de problemas utilizando o método α -Generalizado é semelhante ao algoritmo utilizado no método de Newmark, considerando que a equação de equilíbrio (5.112) é substituída pela Equação (5.126), com os parâmetros das Equações (5.128) a (5.131).

O algoritmo do método α -Generalizado para a análise dinâmica não linear é resumido na Tabela 5.2.

Tabela 5.2: Algoritmo para a análise dinâmica não linear empregando o método α -Generalizado.

(continua)

A. Cálculos iniciais:

1. Definir as condições iniciais das variáveis do problema: $\mathbf{U}_0, \dot{\mathbf{U}}_0$ e $\ddot{\mathbf{U}}_0$;
2. Especificar o incremento de tempo Δt e a tolerância para convergência TOL;
3. Definir o raio espectral r_α e calcular os parâmetros do método α -Generalizado:

$$\alpha_m = \frac{2r_\alpha - 1}{r_\alpha + 1} \quad ; \quad \alpha_f = \frac{r_\alpha}{r_\alpha + 1} \quad ; \quad \alpha = \frac{1}{4}(1 - \alpha_m + \alpha_f)^2 \quad ; \quad \delta = \frac{1}{2} - \alpha_m + \alpha_f$$

4. Utilizar os parâmetros anteriores para calcular as constantes:

$$a_0 = \frac{1 - \alpha_m}{\alpha \Delta t^2} \quad ; \quad a_1 = \frac{(1 - \alpha_f) \delta}{\alpha \Delta t} \quad ; \quad a_2 = \frac{1 - \alpha_m}{\alpha \Delta t} \quad ; \quad a_3 = \frac{1 - \alpha_m - 2\alpha}{2\alpha}$$

$$a_4 = \frac{(1 - \alpha_f) \delta - \alpha}{\alpha} \quad ; \quad a_5 = \Delta t \frac{(\delta - 2\alpha)(1 - \alpha_f)}{2\alpha}$$

B. Para cada intervalo de tempo: $t = t + \Delta t$:

1. Calcular a matriz de rigidez efetiva \mathbf{K}_t^* :

$$\mathbf{K}_t^* = \mathbf{K}_{t+\Delta t-\alpha_f} + a_0 \mathbf{M} + a_1 \mathbf{D}$$

sendo $\mathbf{K}_{t+\Delta t-\alpha_f} = (1 - \alpha_f) \mathbf{K}(\mathbf{U}_{t+\Delta t})$.

2. Calcular o vetor de cargas efetivo $\mathbf{P}_{t+\Delta t}^*$:

$$\mathbf{P}_{t+\Delta t}^* = \mathbf{P}_{t+\Delta t-\alpha_f} - \left[\mathbf{M} \ddot{\mathbf{U}}_t + \mathbf{D} \dot{\mathbf{U}}_t + \mathbf{f}_t^{\text{int}}(\mathbf{U})_t \right] + \mathbf{M} \left[a_2 \dot{\mathbf{U}}_t + a_3 \ddot{\mathbf{U}}_t \right] + \mathbf{D} \left[a_4 \dot{\mathbf{U}}_t + a_5 \ddot{\mathbf{U}}_t \right]$$

3. Resolver o sistema da Equação (5.112): $\mathbf{K}_t^* \Delta \mathbf{U} = \mathbf{P}_{t+\Delta t}^*$;
4. Atualizar os vetores de aceleração, velocidade e deslocamento em $t + \Delta t$ empregando as aproximações de Newmark:

$$\ddot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t} = \frac{1}{\alpha \Delta t^2} (\mathbf{U}_{t+\Delta t} - \mathbf{U}_t) - \frac{1}{\alpha \Delta t} \dot{\mathbf{U}}_t - \frac{1-2\alpha}{2\alpha} \ddot{\mathbf{U}}_t$$

$$\dot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t} = \frac{\delta}{\alpha \Delta t} (\mathbf{U}_{t+\Delta t} - \mathbf{U}_t) - \frac{\delta - \alpha}{\alpha} \dot{\mathbf{U}}_t - \frac{\delta - 2\alpha}{2\alpha} \Delta t \ddot{\mathbf{U}}_t$$

$$\mathbf{U}_{t+\Delta t} = \mathbf{U}_t + \Delta \mathbf{U}$$

Tabela 5.2: Algoritmo para a análise dinâmica não linear empregando o método α -Generalizado.

(continuação)

5. Calcular o vetor de cargas residual:

$$\mathbf{r}(\mathbf{P}_{t+\Delta t-\alpha_f}, \mathbf{U}_{t+\Delta t-\alpha_f}) = \mathbf{P}_{t+\Delta t-\alpha_f} - \left[\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t-\alpha_m} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t-\alpha_f} + \mathbf{f}_{t+\Delta t-\alpha_f}^{\text{int}}(\mathbf{U}_{t+\Delta t}) \right]$$

$$\text{onde } \mathbf{f}_{t+\Delta t-\alpha_f}^{\text{int}}(\mathbf{U}_{t+\Delta t}) = (1-\alpha_f)\mathbf{f}^{\text{int}}(\mathbf{U}_{t+\Delta t}) + \alpha_f\mathbf{f}^{\text{int}}(\mathbf{U}_t) \text{ e } \mathbf{f}^{\text{int}}(\mathbf{U}_{t+\Delta t}) = \mathbf{f}^{\text{int}}(\mathbf{U}_t) + \Delta\mathbf{f}^{\text{int}}.$$

6. Verificar a convergência para a configuração atual ($\mathbf{U}_{t+\Delta t}$):

$$\left\| \mathbf{r}(\mathbf{P}_{t+\Delta t-\alpha_f}, \mathbf{U}_{t+\Delta t-\alpha_f}) \right\| / \left\| \mathbf{P}_{t+\Delta t-\alpha_f} \right\| \leq \text{TOL} ? \begin{cases} \text{Sim: segue para o próximo passo de tempo (item B)} \\ \text{Não: segue para o item C} \end{cases}$$

onde $\|\bullet\|$ é a norma Euclidiana.

C. Para cada iteração k dentro do intervalo de tempo: $k = k + 1$

1. Atualizar a matriz \mathbf{K}_t^* para a última configuração ($\mathbf{U}_{t+\Delta t}^{k+1} = \mathbf{U}_{t+\Delta t}^k + \delta\mathbf{U}$);

2. Resolver o sistema $\mathbf{K}_t^*(\mathbf{U}_{t+\Delta t}^{k+1})\delta\mathbf{U} = \mathbf{r}(\mathbf{P}_{t+\Delta t}, \mathbf{U}_{t+\Delta t}^{k+1})$;

3. Atualizar os vetores de aceleração, velocidade e deslocamento:

$$\ddot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t}^{k+1} = \ddot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t}^k + \frac{1}{\alpha\Delta t^2}\delta\mathbf{U}$$

$$\dot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t}^{k+1} = \dot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t}^k + \frac{\delta}{\alpha\Delta t}\delta\mathbf{U}$$

$$\mathbf{U}_{t+\Delta t}^{k+1} = \mathbf{U}_{t+\Delta t}^k + \delta\mathbf{U}$$

4. Calcular o vetor de cargas residual:

$$\mathbf{r}(\mathbf{P}_{t+\Delta t-\alpha_f}, \mathbf{U}_{t+\Delta t-\alpha_f}^{k+1}) = \mathbf{P}_{t+\Delta t-\alpha_f} - \left[\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t-\alpha_m}^{k+1} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t-\alpha_f}^{k+1} + \mathbf{f}_{t+\Delta t-\alpha_f}^{\text{int}}(\mathbf{U}_{t+\Delta t}^{k+1}) \right]$$

5. Verificar a convergência para a configuração atual ($\mathbf{U}_{t+\Delta t}^{k+1}$):

$$\left\| \mathbf{r}(\mathbf{P}_{t+\Delta t-\alpha_f}, \mathbf{U}_{t+\Delta t-\alpha_f}^{k+1}) \right\| / \left\| \mathbf{P}_{t+\Delta t-\alpha_f} \right\| \leq \text{TOL} ? \begin{cases} \text{Sim: segue para o próximo passo de tempo (item B)} \\ \text{Não: segue para a próxima iteração (item C.1)} \end{cases}$$

Da mesma forma que no método de Newmark, a solução do sistema nos itens B.3 e C.2 é realizada no presente trabalho empregando o método dos Gradientes Conjugados e o método dos Gradientes Biconjugados Estabilizado (ver Apêndice A).

5.8 SUAVIZAÇÃO DAS COMPONENTES DE TENSÃO

Nota-se que o cálculo das componentes de tensões é realizado nos pontos de integração em nível de elemento, o que leva a descontinuidades entre os elementos que compõem a malha da estrutura. Essa descontinuidade pode ser facilmente visualizada nos elementos com um ponto de integração, onde as tensões são constantes ao longo de todo o domínio do elemento.

Portanto, torna-se necessário realizar a suavização das componentes do tensor de tensões com o objetivo de obter os valores nodais e melhorar a visualização dos resultados no pós-processamento dos dados. A extrapolação das tensões avaliadas nos pontos de integração para os nós do elemento finito é realizada utilizando-se o método dos mínimos quadrados, como apresentado por Hinton e Campbell (1974).

No contexto do Método dos Elementos Finitos, a função de suavização é representada pelas funções de interpolação e , portanto, pode-se definir σ_s como o valor da tensão em um ponto do elemento “ e ”, obtido por interpolação dos valores nodais de tensão $\boldsymbol{\sigma}_s$ com as funções de interpolação \mathbf{N} . Definindo ainda σ_p como o valor da tensão conhecido no interior do elemento, ou seja, no ponto de integração “ p ”, e aplicando o princípio dos mínimos quadrados, tem-se:

$$\pi = \sum_{e=1}^{NTE} \frac{1}{2} \int_{\Omega_e} (\mathbf{N}\boldsymbol{\sigma}_s - \sigma_p)^2 d\Omega = \sum_{e=1}^{NTE} \frac{1}{2} \int_{\Omega_e} (\sigma_s - \sigma_p)^2 d\Omega \quad (5.132)$$

onde NTE é o número total de elementos.

Minimizando π , tem-se:

$$\delta\pi = \sum_{e=1}^{NTE} \int_{\Omega_e} (\sigma_s - \sigma_p) \delta\sigma_s d\Omega = \sum_{e=1}^{NTE} \delta\boldsymbol{\sigma}_s^T \int_{\Omega_e} \mathbf{N}^T (\mathbf{N}\boldsymbol{\sigma}_s - \sigma_p) \delta\sigma_s d\Omega = 0 \quad (5.133)$$

resultando no seguinte sistema global:

$$\mathbf{M}\boldsymbol{\sigma}_s = \boldsymbol{\sigma} \quad (5.134)$$

onde $\boldsymbol{\sigma}_s$ é a incógnita do problema e:

$$\mathbf{M} = \sum_{e=1}^{NTE} \int_{\Omega_e} \mathbf{N}^T \mathbf{N} d\Omega \quad ; \quad \boldsymbol{\sigma} = \sum_{e=1}^{NTE} \int_{\Omega_e} \mathbf{N}^T \sigma_p d\Omega \quad (5.135)$$

O processo é então realizado para cada uma das seis componentes do tensor de tensões e , para evitar a solução de um sistema de equações acoplado, a forma discreta da matriz de massa \mathbf{M}_D é empregada.

Logo, para o caso particular do elemento com um ponto de integração, tem-se para cada nó N :

$$\sigma_N = \frac{\sum_{e=1}^{NEL} \sigma_e \Omega_e}{\sum_{e=1}^{NEL} \Omega_e} \quad (5.136)$$

onde NEL corresponde ao número total de elementos concorrentes ao nó N e σ_e é a tensão avaliada no centro do elemento.

Por outro lado, as tensões suavizadas dos elementos que utilizam o método \bar{B} são obtidas integrando numericamente a contribuição de cada um dos oito pontos de integração e resolvendo o sistema da Equação (5.134).

6 MECÂNICA DO CONTATO

A seguir são apresentados alguns conceitos iniciais sobre a Mecânica do Contato com base nos trabalhos de Wriggers (2006) e Laursen (2010). A formulação do contato com atrito entre corpos deformáveis para problemas de grandes deslocamentos e rotações também é apresentada em Laursen e Simo (1993).

6.1 CINEMÁTICA DO CONTATO

Considera-se inicialmente a Figura 6.1, a qual que descreve o movimento de dois corpos deformáveis, na configuração de referência em $t = t_i$, que estão se aproximando e eventualmente entram em contato durante um processo de deformação, produzindo forças de contato durante o intervalo $t_i \leq t \leq t_f$. Cada corpo com numeração α é definido pelo seu volume Ω^α e sua superfície Γ^α , sendo o subíndice 0 utilizado para denominar a configuração de referência.

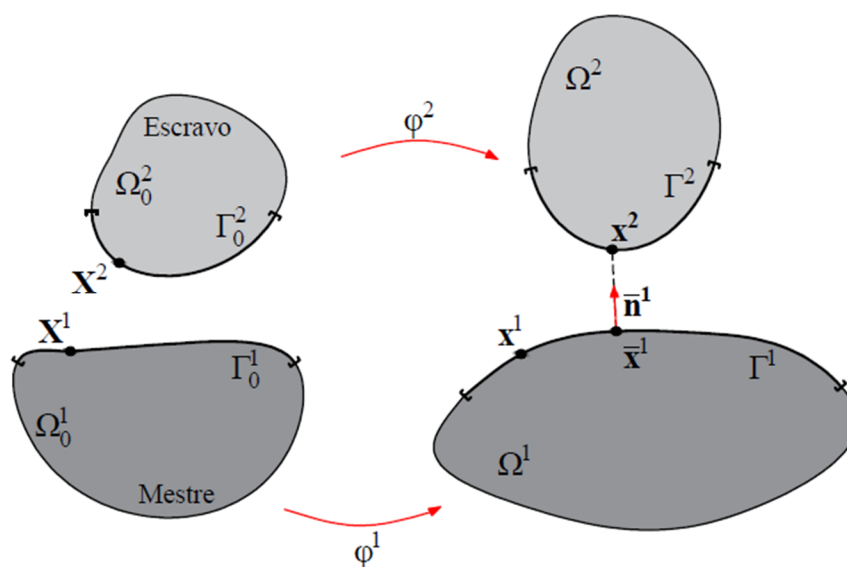


Figura 6.1: Processo de deformação em um problema de contato.

Além disso, \mathbf{X}^α corresponde aos pontos materiais localizados na respectiva superfície Γ_0^α na configuração de referência e \mathbf{x}^α representa os pontos correspondentes na respectiva superfície Γ^α na configuração atual.

Nota-se que apenas dois corpos deformáveis foram considerados ($\alpha = 1, 2$) no presente caso, porém, o processo é semelhante para mais corpos ou até mesmo para o contato de um corpo consigo mesmo (auto contato).

Para melhor entendimento, define-se Γ^1 como a superfície mestre, ou alvo, e Γ^2 como a superfície escrava. Dessa forma, o contato impõe a restrição de que nenhum ponto de uma determinada superfície escrava pode penetrar na superfície mestre ou na própria superfície escrava. Matematicamente, essa restrição de impenetrabilidade é definida pela seguinte inequação:

$$g_N = (\mathbf{x}^2 - \bar{\mathbf{x}}^1) \cdot \bar{\mathbf{n}}^1 \geq 0 \quad (6.1)$$

onde g_N é denominado de *gap* normal e $\mathbf{x}^\alpha = \mathbf{X}^\alpha + \mathbf{u}^\alpha$, sendo \mathbf{u}^α os vetores de deslocamento associados aos pontos na configuração de referência \mathbf{X}^α . Observa-se que $\bar{\mathbf{x}}^1$ corresponde à projeção mais próxima do ponto \mathbf{x}^2 na superfície alvo e o vetor normal $\bar{\mathbf{n}}^1$, que aponta para fora da superfície alvo, é definido como:

$$\bar{\mathbf{n}}^1 = \frac{\bar{\mathbf{a}}_1^1 \times \bar{\mathbf{a}}_2^1}{\|\bar{\mathbf{a}}_1^1 \times \bar{\mathbf{a}}_2^1\|} \quad (6.2)$$

onde $\bar{\mathbf{a}}_\beta^1 = \bar{\mathbf{x}}_{,\beta}^1(\bar{\xi}^\beta)$ são os vetores tangentes definidos na superfície alvo, como mostra a Figura 6.2, com configuração atual Γ^1 e com coordenadas paramétricas $\bar{\xi}^\beta$ do ponto $\bar{\mathbf{x}}^1$, sendo $\beta = 1, 2$.

Observa-se que no caso da utilização do método da penalidade, como neste trabalho, a restrição de impenetrabilidade é afrouxada e pequenas interpenetrações são permitidas.

Nota-se também que os vetores tangentes $\bar{\mathbf{a}}_\beta^1$ ($\beta = 1, 2$) e o vetor normal $\bar{\mathbf{n}}^1$ definem a base de um sistema de coordenadas local onde todas as variáveis de contato serão calculadas. Cada ponto escravo tem seu próprio sistema de eixos local que é dependente da posição $\bar{\xi}^\beta$ na superfície alvo, que muda com o tempo. Bittencourt e Creus (1998) apontam que o sistema de coordenadas local assim definido pode ser visualizado como um sistema corrotacional de coordenadas.

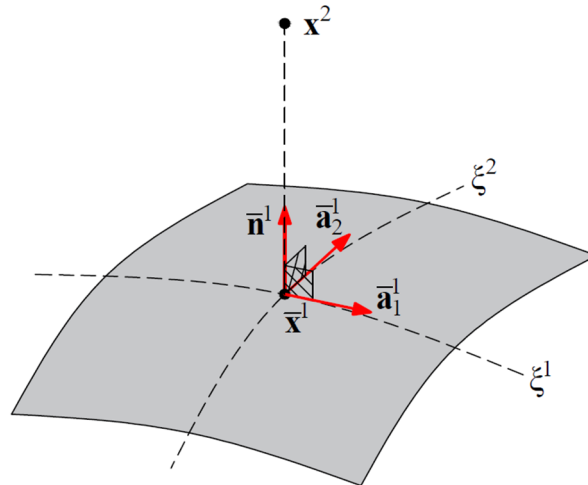


Figura 6.2: Sistema de coordenadas e o método de projeção ortogonal.

Observa-se que inicialmente o problema consiste em determinar a projeção do ponto escravo na superfície alvo. Para isso, o primeiro passo é definido por uma “busca global” para descobrir quais superfícies alvo são candidatas a entrar em contato com o ponto escravo. Posteriormente, uma “busca local” é realizada para avaliar a projeção ortogonal do ponto escravo na superfície alvo, usando-se um processo iterativo. Se o contato não for detectado, uma nova pesquisa é realizada para outras superfícies candidatas de contato.

Para a direção tangencial da interface de contato, divide-se o problema de escorregamento em dois casos denominados de reversível (colante) ou irreversível (deslizante). A primeira situação considera que o ponto escravo está “colado” à superfície alvo e as coordenadas paramétricas $\bar{\xi}^\beta$ são invariáveis durante o movimento, ou seja, $\dot{\bar{\xi}}^\beta = 0$. Considerando que \mathbf{g}_T consiste no vetor deslocamento relativo tangencial avaliado na superfície alvo, pode-se definir a seguinte condição para o contato colante:

$$\mathbf{g}_T = g_{T_\alpha} \bar{\mathbf{a}}^\alpha = \mathbf{0} \quad (\alpha = 1, 2) \quad (6.3)$$

sendo as suas componentes definidas como:

$$g_{T_\alpha} = (\mathbf{x}^2 - \bar{\mathbf{x}}^1) \cdot \bar{\mathbf{a}}_\alpha^1 \quad (6.4)$$

Portanto, uma vez que o contato está estabelecido, ou seja, $g_N = 0$, pode-se combinar as condições das Equações (6.1) e (6.4) em uma condição mais simples para o caso do contato colante da seguinte forma:

$$(\mathbf{x}^2 - \bar{\mathbf{x}}^1) = \mathbf{0} \quad (6.5)$$

Por outro lado, o contato tangencial deslizante está relacionado com o deslizamento entre o ponto escravo \mathbf{x}^2 com relação ao ponto projetado $\bar{\mathbf{x}}^1$. A princípio, o caminho percorrido pelo ponto \mathbf{x}^2 não é conhecido dentro do intervalo de contato $t_i \leq t \leq t_f$, podendo até mesmo cruzar uma trajetória descrita anteriormente. Dessa forma, o deslocamento tangencial relativo realizado por \mathbf{x}^2 sobre a superfície alvo é obtido considerando que as coordenadas paramétricas $\bar{\xi}^\alpha$ da projeção $\bar{\mathbf{x}}^1$ estão variando constantemente, sendo calculado da seguinte forma:

$$d\mathbf{g}_T = \bar{\mathbf{a}}_\alpha^1 d\xi^\alpha \quad (6.6)$$

onde os vetores tangentes $\bar{\mathbf{a}}_\alpha^1 = \bar{\mathbf{x}}_{,\alpha}^1$ são avaliados no ponto de projeção $\bar{\xi}^\alpha$ e $d\xi^\alpha = \dot{\xi}^\alpha dt$.

O comprimento da trajetória tangencial descrita pode ser avaliado considerando $dg_T = \|\mathbf{d}\mathbf{g}_T\|$:

$$g_T = \int_{t_i}^{t_f} \|\dot{\xi}^\alpha \bar{\mathbf{x}}_{,\alpha}^1\| dt = \int_{t_i}^{t_f} \sqrt{\dot{\xi}^\alpha \dot{\xi}^\beta a_{\alpha\beta}} dt \quad (6.7)$$

A derivada temporal das coordenadas paramétricas $\dot{\bar{\xi}}^\alpha$ pode ser obtida levando em conta a condição de ortogonalidade entre os vetores $\mathbf{x}^2 - \bar{\mathbf{x}}^1$ e $\bar{\mathbf{a}}_\alpha^1$ no ponto de contato, ou seja:

$$(\mathbf{x}^2 - \bar{\mathbf{x}}^1) \cdot \bar{\mathbf{a}}_\alpha^1 = 0 \quad (6.8)$$

Realizando a derivada no tempo da expressão anterior, é possível obter o seguinte sistema de equações:

$$\frac{d}{dt} [(\mathbf{x}^2 - \bar{\mathbf{x}}^1) \cdot \bar{\mathbf{a}}_\alpha^1] = (\mathbf{v}^2 - \bar{\mathbf{v}}^1 - \bar{\mathbf{a}}_\beta^1 \dot{\bar{\xi}}^\beta) \cdot \bar{\mathbf{a}}_\alpha^1 + (\mathbf{x}^2 - \bar{\mathbf{x}}^1) \cdot \dot{\bar{\mathbf{a}}}_\alpha^1 = 0 \quad (6.9)$$

onde $\dot{\mathbf{x}}^2 = \mathbf{v}^2$ e $\dot{\bar{\mathbf{x}}}^1 = \bar{\mathbf{v}}^1 + \bar{\mathbf{a}}_\beta^1 \dot{\bar{\xi}}^\beta$.

Sabendo que $\dot{\bar{\mathbf{a}}}_\alpha^1 = \bar{\mathbf{v}}_{,\alpha}^1 + \bar{\mathbf{x}}_{,\alpha\beta}^1 \dot{\bar{\xi}}^\beta$, pode-se substituir na expressão anterior:

$$\left(\bar{\mathbf{a}}_\beta^1 \bar{\mathbf{a}}_\alpha^1 - g_N \bar{\mathbf{x}}_{,\alpha\beta}^1 \cdot \bar{\mathbf{n}}^1\right) \dot{\bar{\xi}}^\beta = \left(\mathbf{v}^2 - \bar{\mathbf{v}}^1\right) \cdot \bar{\mathbf{a}}_\alpha^1 + g_N \bar{\mathbf{n}}^1 \cdot \bar{\mathbf{v}}_{,\alpha}^1 \quad (6.10)$$

Isolando $\dot{\bar{\xi}}^\beta$, tem-se o seguinte sistema de equações:

$$\dot{\bar{\xi}}^\beta = \bar{H}^{\alpha\beta} \left[\left(\mathbf{v}^2 - \bar{\mathbf{v}}^1\right) \cdot \bar{\mathbf{a}}_\alpha^1 + g_N \bar{\mathbf{n}}^1 \cdot \bar{\mathbf{v}}_{,\alpha}^1 \right] \quad (\alpha, \beta = 1, 2) \quad (6.11)$$

onde $\bar{H}^{\alpha\beta} = \left(\bar{H}_{\alpha\beta}\right)^{-1}$, com $\bar{H}_{\alpha\beta}$ definido como:

$$\bar{H}_{\alpha\beta} = \left[\bar{a}_{\alpha\beta} - g_N \bar{b}_{\alpha\beta} \right] \quad (6.12)$$

sendo introduzidas as componentes do tensor métrico $\bar{a}_{\alpha\beta} = \bar{\mathbf{a}}_\beta^1 \bar{\mathbf{a}}_\alpha^1 = \bar{\mathbf{x}}_{,\alpha}^1 \bar{\mathbf{x}}_{,\beta}^1$ e do tensor de curvatura $\bar{b}_{\alpha\beta} = \bar{\mathbf{x}}_{,\alpha\beta}^1 \bar{\mathbf{n}}^1$.

Utilizando as expressões anteriores, pode-se definir uma derivada de Lie que é empregada para calcular a evolução do vetor de escorregamento tangencial \mathbf{g}_T :

$$\mathcal{L}_{\mathbf{v}} \mathbf{g}_T = \dot{\bar{\xi}}^\alpha \bar{\mathbf{a}}_\alpha^1 \quad (6.13)$$

Por simplificação, a derivada de Lie $\mathcal{L}_{\mathbf{v}} \mathbf{g}_T$, que denota a velocidade tangencial relativa, é abreviada nos próximos itens por $\dot{\mathbf{g}}_T$.

6.2 EQUAÇÃO CONSTITUTIVA

6.2.1 Contato normal

Conforme visto anteriormente na Equação (6.1), a condição de impenetrabilidade determina que $g_N \geq 0$ para que a superfície de um corpo não penetre na própria superfície ou na superfície de outro corpo. Quando o contato ocorre ($g_N = 0$), tensões de contato se desenvolvem nas respectivas superfícies de contato e podem ser determinadas na configuração atual de acordo com o vetor:

$$\mathbf{t}^1 \left(\bar{\xi}_1, \bar{\xi}_2 \right) = t_N^1 \bar{\mathbf{n}}^1 + t_{T\beta}^1 \bar{\mathbf{a}}^{1\beta} \quad (\beta = 1, 2) \quad (6.14)$$

onde t_N^1 é a tensão normal de contato e t_{Tp}^1 são as componentes de tensão tangencial, ambas definidas com respeito ao ponto de projeção $\xi = (\bar{\xi}_1, \bar{\xi}_2)$ na superfície local do corpo mestre. Para satisfazer o princípio da ação e reação, o vetor que atua no corpo escravo é determinado como $\mathbf{t}^2 = -\mathbf{t}^1$ no ponto de contato $\bar{\mathbf{x}}^1$. Observa-se que ao desconsiderar tensões de aderência, tem-se $t_N^1 = t_N^2 < 0$ e que no caso de contato sem atrito as componentes tangenciais t_{Tp}^1 são nulas.

Dessa forma, pode-se estabelecer as denominadas condições de Kuhn-Tucker para o contato normal sem atrito e sem aderência (WRIGGERS, 2006):

$$\begin{aligned} g_N &\geq 0 \\ t_N &\leq 0 \\ t_N g_N &= 0 \end{aligned} \quad (6.15)$$

A primeira equação da expressão anterior descreve a restrição de impenetrabilidade, a segunda equação define que a tensão normal de contato é de compressão e a terceira equação indica que a tensão normal de contato só existe quando existir contato, ou seja, quando $g_N = 0$. Caso os corpos não estejam em contato, ou seja, quando $g_N > 0$, a tensão normal de contato é nula e a terceira condição também é satisfeita.

No caso do contato com atrito, uma quarta condição de Kuhn-Tucker pode ser estabelecida (LAURSEN E SIMO, 1993):

$$t_N \dot{g}_N = 0 \quad (6.16)$$

Essa condição é denominada de condição de persistência e indica que para existir a tensão de contato normal, a variação no tempo do *gap* normal deve ser nula, ou seja, as tensões de contato e as forças de atrito existem apenas enquanto existir o contato entre os corpos ($g_N = 0$) dentro do intervalo de contato $t_i \leq t \leq t_f$.

No presente trabalho, o método da penalidade é empregado para remover as limitações impostas pelas restrições de contato para o problema de valor de contorno. Um algoritmo para o tratamento de problemas de contato torna-se então possível especificando-se equações constitutivas que relacionam as componentes do vetor de tensões de contato com as parcelas

correspondentes da cinemática do contato. No caso do contato normal, a penalização das restrições de contato é obtida da seguinte forma:

$$t_N^1 = k_N g_N \quad (6.17)$$

onde k_N é definido como o parâmetro de penalidade normal e corresponde a uma rigidez normal da superfície de contato. Quanto maior o seu valor, menor é a penetração obtida e menor é a violação da restrição da condição de impenetrabilidade $g_N \geq 0$. Por outro lado, a convergência do problema é diminuída para um valor elevado do parâmetro da penalidade.

6.2.2 Contato tangencial

No caso do contato tangencial com atrito, emprega-se neste trabalho a clássica lei de Coulomb em uma abordagem elastoplástica como equação constitutiva para o atrito. A função de plastificação de Coulomb pode ser expressa por:

$$f = \|\mathbf{t}_T^1\| - \mu_c t_N^1 \quad (6.18)$$

onde $\|\cdot\|$ indica a norma euclidiana, μ_c é o coeficiente de atrito e f representa a superfície de Coulomb. Neste caso, nenhuma distinção é realizada entre o coeficiente de atrito estático e cinemático. O vetor de tensão tangencial é avaliado considerando o sistema de coordenadas local definido anteriormente da seguinte forma:

$$\mathbf{t}_T^1 = t_{T\beta}^1 \bar{\mathbf{a}}^{1\beta} \quad (\beta = 1, 2) \quad (6.19)$$

Fazendo uma analogia entre a plasticidade para o caso elastoplástico perfeito e o problema de contato, tem-se que $f = 0$ representa uma condição de deslizamento (plastificação), também denominado de escorregamento irreversível, e para o caso $f < 0$, tem-se uma condição de atrito reversível (elástica), também denominado de contato colante.

Dessa forma, a ideia central em utilizar uma abordagem elastoplástica consiste em dividir o escorregamento tangencial \mathbf{g}_T em uma parcela elástica (colante) \mathbf{g}_T^e e uma parcela plástica (deslizante) \mathbf{g}_T^p :

$$\mathbf{g}_T = \mathbf{g}_T^e + \mathbf{g}_T^p \quad (6.20)$$

A parcela elástica \mathbf{g}_T^e é justificada por observações experimentais realizadas por Courtney-Pratt e Eisner (1957), que verificaram a ocorrência de micro escorregamentos reversíveis na interface de contato. Wriggers (2006) ainda menciona que essa divisão do escorregamento tangencial \mathbf{g}_T também está associada com a regularização da lei de Coulomb, de forma a evitar uma separação brusca entre o comportamento colante e o deslizante.

Uma regra de fluxo não associada para a taxa de escorregamento tangencial também pode ser definida usando o princípio da máxima dissipação da seguinte forma para o contato deslizante:

$$\dot{\mathbf{g}}_T^p = \dot{\gamma} \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{t}_T^1} = \dot{\gamma} \mathbf{n}_T^1 \quad (6.21)$$

onde $\dot{\gamma}$ é um escalar a ser determinado e $\Psi = \|\mathbf{t}_T^1\|$, o que leva a $\mathbf{n}_T^1 = \mathbf{t}_T^1 / \|\mathbf{t}_T^1\|$.

Para completar as relações, as seguintes condições são definidas para determinação de $\dot{\gamma}$:

$$\begin{aligned} \dot{\gamma} &\geq 0 \\ \dot{\gamma} \cdot f &= 0 \end{aligned} \quad (6.22)$$

Empregando novamente o método da penalidade e introduzindo o parâmetro de penalidade tangencial k_T , tem-se o vetor de tensão tangencial durante a condição de contato reversível (colante) da seguinte forma:

$$\mathbf{t}_T^1 = k_T \mathbf{g}_T^e \quad (6.23)$$

Por fim, empregando as Equações (6.20), (6.21) e (6.23), tem-se:

$$\dot{\mathbf{g}}_T - \dot{\gamma} \left(\frac{\mathbf{t}_T^1}{\|\mathbf{t}_T^1\|} \right) = \frac{1}{k_T} \mathcal{L}_v \mathbf{t}_T^1 \quad (6.24)$$

onde $\mathcal{L}_v \mathbf{t}_T^1$ corresponde à derivada temporal (derivada de Lie) do vetor de tensão tangencial \mathbf{t}_T^1 . Nota-se que quanto maior o valor da penalidade, mais próximo o vetor de velocidade tangencial relativa $\dot{\mathbf{g}}_T$ fica de igualar a taxa de escorregamento $\dot{\gamma} (\mathbf{t}_T^1 / \|\mathbf{t}_T^1\|)$.

6.3 FORMULAÇÃO VARIACIONAL DO CONTATO

A formulação variacional do contato é desenvolvida a partir do mesmo ponto que a formulação já desenvolvida para o modelo numérico dos meios deformáveis do Capítulo 5, ou seja, partem da equação da conservação da quantidade de movimento considerando que a discretização espacial é realizada por meio do método de Bubnov-Galerkin aplicado no contexto do Método dos Elementos Finitos.

Dessa forma, desenvolve-se uma equação dos trabalhos virtuais que, na consideração do contato, está sujeita às condições de Kuhn-Tucker. Devido à inequação presente nessas condições, uma desigualdade variacional é obtida para a solução de problemas de contato. De acordo com Wriggers (2006), caso a interface de contato seja conhecida, uma igualdade é obtida e o contato pode ser introduzido na formulação variacional, levando em consideração um problema de contato de dois corpos, por meio da adição das duas formas fracas da seguinte forma:

$$\sum_{i=1}^2 \left\{ \int_{\Omega^i} (\delta \mathbf{u}^i)^T \rho^i \ddot{\mathbf{u}}^i d\Omega^i + \int_{\Omega^i} (\delta \mathbf{u}^i)^T \chi^i \dot{\mathbf{u}}^i d\Omega^i + \int_{\Omega^i} (\delta \boldsymbol{\varepsilon}^i)^T \boldsymbol{\sigma}^i d\Omega^i - \int_{\Omega^i} (\delta \mathbf{u}^i)^T \mathbf{b}^i d\Omega^i - \int_{\Gamma_\sigma^i} (\delta \mathbf{u}^i)^T \bar{\mathbf{p}}^i d\Gamma_\sigma^i - \int_{\Gamma_c^i} (\delta \mathbf{u}^i)^T \mathbf{t}^i d\Gamma_c^i \right\} = 0 \quad (6.25)$$

onde os termos da expressão acima já foram definidos no Capítulo 5 em nível de elemento, sendo estendidos aqui para cada corpo Ω^i . Além disso, é necessário distinguir a superfície Γ_σ^i onde estão aplicadas as forças $\bar{\mathbf{p}}^i$ da superfície Γ_c^i , na qual estão aplicadas as forças de contato \mathbf{t}^i .

O trabalho virtual do contato δW^c pode ser reduzido a uma única integral sobre Γ_c^1 ao considerar que $\mathbf{t}^2 = -\mathbf{t}^1$ para satisfazer o princípio da ação e reação:

$$\delta W^c = - \int_{\Gamma_c^1} (\delta \mathbf{u}^1 - \delta \mathbf{u}^2)^T \mathbf{t}^1 d\Gamma_c^1 \quad (6.26)$$

Empregando a Equação (6.14) na expressão anterior, pode-se obter:

$$\delta W^c = \int_{\Gamma_c^1} (t_N^1 \delta g_N + \mathbf{t}_T^1 \delta \mathbf{g}_T) d\Gamma_c^1 \quad (\alpha = 1, 2) \quad (6.27)$$

sendo $t_{T\alpha}^1 = \mathbf{t}_T^1 \cdot \bar{\mathbf{a}}_\alpha^1$ (ver Equação (6.19)), a expressão pode ser reescrita como:

$$\delta W^c = \int_{\Gamma_c^1} (t_N^1 \delta g_N + t_{T\alpha}^1 \delta \bar{\xi}^\alpha) d\Gamma_c^1 \quad (\alpha = 1, 2) \quad (6.28)$$

onde $\delta \bar{\xi}^\alpha$ são as componentes contravariantes do vetor de deslocamento tangencial virtual $\delta \mathbf{g}_T$, que é avaliada sobre Γ_c^1 no sistema de coordenadas local.

No caso do contato sem atrito, a expressão anterior é simplificada para:

$$\delta W^c = \int_{\Gamma_c^1} t_N^1 g_N d\Gamma_c^1 \quad (6.29)$$

O método de Newton-Raphson, considerando uma abordagem incremental-iterativa, é empregado no presente trabalho para a solução do sistema de equações não lineares apresentado na Equação (6.25). Dessa forma, levando em conta que a configuração atual equilibrada \mathbf{x}^α ($\alpha = 1, 2$) é conhecida em um instante t e deseja-se obter a solução em $t + \Delta t$, tem-se a seguinte linearização do problema:

$$\delta W^{\text{int,ext}} + \delta W^c + \Delta(\delta W^{\text{int,ext}}) + \Delta(\delta W^c) = 0 \quad (6.30)$$

onde $\delta W^{\text{int,ext}}$ corresponde ao trabalho virtual interno e externo, excluindo as forças de contato, e $\Delta(\bullet)$ indica a derivada direcional associada com as direções $\Delta \mathbf{u}^\alpha$, que é utilizada para atualizar as configurações geométricas como:

$$\left(\mathbf{x}^\alpha\right)_{t+\Delta t}^{i+1} = \left(\mathbf{x}^\alpha\right)_{t+\Delta t}^i + \left(\Delta \mathbf{u}^\alpha\right)^i \quad (6.31)$$

onde i indica as iterações dentro de um incremento de tempo Δt .

Uma vez que $\Delta(\delta W^{\text{int,ext}})$ é determinado da forma usual, resta apenas definir $\Delta(\delta W^c)$. A derivada direcional de δW^c é obtida da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
\Delta(\delta W^c) &= \Delta \int_{\Gamma_c^1} (t_N^1 \delta g_N + t_{T_\alpha} \delta \bar{\xi}^\alpha) d\Gamma_c^1 \\
&= \int_{\Gamma_c^1} \left[\Delta t_N^1 \delta g_N + t_N^1 \Delta(\delta g_N) + \Delta t_{T_\alpha} \delta \bar{\xi}^\alpha + t_{T_\alpha} \Delta(\delta \bar{\xi}^\alpha) \right] d\Gamma_c^1 \quad (\alpha = 1, 2)
\end{aligned} \tag{6.32}$$

onde as derivadas direcionais Δt_N^1 , $\Delta(\delta g_N)$, $\Delta t_{T_\alpha}^1$ e $\Delta(\delta \bar{\xi}^\alpha)$ devem ser determinadas e não são apresentadas aqui. Mais informações sobre a linearização do trabalho virtual do contato podem ser obtidas em Bandeira *et al.* (2004), Wriggers (2006) e Laursen (2010).

7 MODELO NUMÉRICO PARA ANÁLISE DA INTERAÇÃO FLUIDO-ESTRUTURA-SOLO

7.1 TRATAMENTO DO CONTATO SOLO-ESTRUTURA

Emprega-se no presente trabalho o método da penalidade para o tratamento de problemas de contato com formulação nó-superfície (*node-to-surface*). Além disso, os problemas envolvem corpos tridimensionais, onde o contato pode ser realizado de duas formas: contato de um corpo flexível com um corpo rígido ou contato entre corpos flexíveis (deformáveis).

A formulação do elemento de contato é desenvolvida e apresentada a seguir utilizando o algoritmo proposto por Wriggers (2006) para o contato entre corpos deformáveis. Por outro lado, o contato de um corpo deformável com uma superfície rígida pode ser considerado como um caso especial do contato entre corpos deformáveis, cuja formulação é similar àquela apresentada por Bittencourt e Creus (1998).

7.1.1 Formulação do elemento de contato

No contato tridimensional entre corpos flexíveis, a superfície alvo de contato é definida pela face do elemento finito adotado. No presente trabalho, utiliza-se o elemento hexaédrico trilinear e, portanto, um nó escravo definido por \mathbf{x}^2 pode entrar em contato com a superfície alvo definida pelos quatro nós da face do elemento hexaédrico, formando um elemento de contato de cinco nós, como mostra a Figura 7.1.

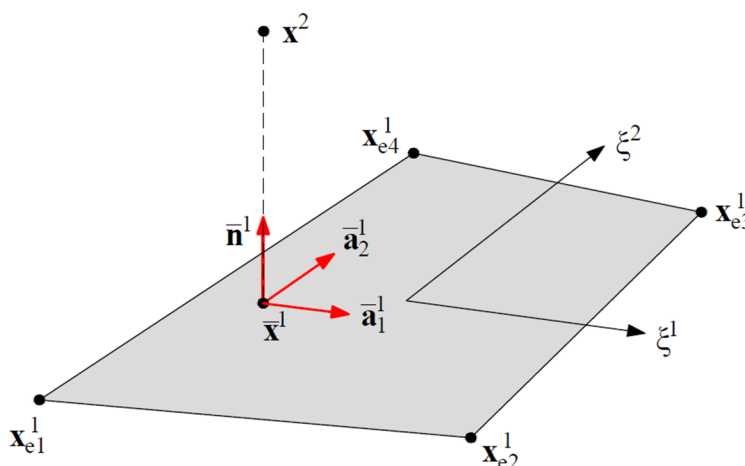


Figura 7.1: Projeção do nó escravo na superfície mestre.

Dessa forma, a superfície mestre é definida pelas funções de interpolação:

$$\mathbf{x}^1 = \tilde{\mathbf{N}}(\xi) \mathbf{x}_e^1 \quad (7.1)$$

onde $\tilde{\mathbf{N}}$ é uma matriz linha contendo as funções de interpolação do elemento finito quadrilátero de 4 nós e \mathbf{x}_e^1 é um vetor que contém as coordenadas nodais da superfície mestre “e”. As componentes de $\tilde{\mathbf{N}}$ são definidas para o elemento quadrilátero como (BELYTSCHKO *et al.*, 2014):

$$\tilde{N}_n(\xi^1, \xi^2) = \frac{1}{4} (1 + \xi_n^1 \xi^1) (1 + \xi_n^2 \xi^2) \quad (n = 1, \dots, 4) \quad (7.2)$$

sendo ξ^1 e ξ^2 as coordenadas paramétricas segundo os eixos locais e ξ_n^1 e ξ_n^2 são os respectivos valores nodais.

A primeira etapa para o cálculo da penetração normal entre os corpos é denominada de pesquisa global e consiste em encontrar quais elementos alvos são candidatos ao contato com o nó escravo. Para isso, utiliza-se a metodologia empregada por Bittencourt (1994), onde são definidas “caixas” em torno de cada elemento alvo que são calculadas utilizando-se as coordenadas máximas e mínimas dos nós que definem a superfície. Caso o nó escravo esteja dentro da caixa de uma dada superfície, esta superfície torna-se candidata ao contato e parte-se para a pesquisa local que definirá exatamente sobre qual superfície o contato ocorrerá.

Nota-se que para obter a penetração normal, definida pela Equação (6.1), $\bar{\mathbf{x}}^1$ e $\bar{\mathbf{n}}^1$ devem ser avaliados localmente para cada nó escravo \mathbf{x}^2 utilizando-se o ponto mais próximo pela projeção ortogonal. Primeiramente, torna-se então necessário obter os valores das coordenadas paramétricas $\bar{\xi}^1$ e $\bar{\xi}^2$ para obter a projeção $\bar{\mathbf{x}}^1$ e posteriormente calcular g_N .

Uma vez que a superfície mestre é deformável, não é possível garantir que ela continuará plana durante a análise do problema e o cálculo de $\bar{\xi} = (\bar{\xi}^1, \bar{\xi}^2)$ não possui uma solução fechada. Logo, torna-se necessário resolver um sistema de equações não lineares da seguinte forma:

$$[\mathbf{x}^2 - \mathbf{x}^1(\xi)] \cdot \mathbf{x}_{,\alpha}^1 = [\mathbf{x}^2 - \tilde{\mathbf{N}}(\xi) \mathbf{x}_e^1] \cdot \tilde{\mathbf{N}}_{,\alpha}(\xi) \mathbf{x}_e^1 = 0 \quad (\alpha = 1, 2) \quad (7.3)$$

A expressão anterior é resolvida de forma iterativa pelo método de Newton-Raphson de forma a obter o ponto mais próximo $\bar{\xi} = (\bar{\xi}^1, \bar{\xi}^2)$, o que resulta em um sistema linear de equações da seguinte forma (WRIGGERS, 2006):

$$\begin{aligned} \sum_{\beta=1}^2 \left[\sum_{I=1}^4 \sum_{J=1}^4 \tilde{N}_{I,\alpha} \tilde{N}_{J,\beta} \mathbf{x}_I^1 \cdot \mathbf{x}_J^1 - \sum_{K=1}^4 \tilde{N}_{K,\alpha\beta} \mathbf{x}_K^1 \cdot \left(\mathbf{x}^2 - \sum_{L=1}^4 \tilde{N}_L \mathbf{x}_L^1 \right) \right] \cdot \Delta \xi_{i+1}^\beta \\ = \left(\mathbf{x}^2 - \sum_{M=1}^4 \tilde{N}_M \mathbf{x}_M^1 \right) \cdot \sum_{N=1}^4 \tilde{N}_{N,\alpha} \mathbf{x}_N^1 \end{aligned} \quad (7.4)$$

onde $\Delta \xi_{i+1}^\beta = \xi_{i+1}^\beta - \xi_i^\beta$ ($\beta = 1, 2$) e i é o passo iterativo.

A partir da expressão anterior é possível verificar se a projeção do nó escravo está sobre a superfície alvo, uma vez que $\bar{\xi}^1$ e $\bar{\xi}^2$ devem estar dentro do intervalo $[-1, 1]$. Caso a projeção esteja fora da superfície mestre ou o contato não seja detectado ($g_N > 0$), uma nova busca é realizada nos demais elementos candidatos ao contato. Por outro lado, caso ocorra identificação do contato ($g_N \leq 0$) com projeção sobre a superfície mestre, o correspondente nó escravo gera contribuições à forma fraca.

O trabalho virtual do contato δW^c , definido pela Equação (6.28), pode ser escrito na forma vetorial pela seguinte expressão:

$$\delta W^c(\bar{\xi}) = \int_{\Gamma_c} \left[t_N \delta g_N + (\delta \mathbf{g}_T)^T \mathbf{t}_T \right] d\Gamma_c \approx \sum_{se=1}^{ns} \left[t_{Nse}(\bar{\xi}) \delta g_{Nse}(\bar{\xi}) + (\delta \mathbf{g}_{Tse}(\bar{\xi}))^T \mathbf{t}_{Tse} \right] A_{se} \quad (7.5)$$

o que leva a:

$$\delta W^c(\bar{\xi}) = \sum_{se=1}^{ns} A_{se} \left(\delta \mathbf{g}(\bar{\xi}) \right)^T \mathbf{F}_{se}^c \quad (7.6)$$

onde ns é o número de nós escravos, A_{se} é a área de contato ao redor do nó escravo, considerando-se que no caso do método da penalidade é admitido que a área de contato esteja incluída no parâmetro de penalidade normal k_N , $\delta \mathbf{g}$ é a variação do deslocamento relacionado ao nó escravo se na superfície mestre e \mathbf{F}_{se}^c é o vetor de forças de contato, expresso por:

$$\mathbf{F}_{se}^c = k_N g_{Nse} \check{\mathbf{N}}_{se}^T + t_{Tsea} \left(\check{\mathbf{D}}_{se}^\alpha \right)^T \quad (\alpha = 1, 2) \quad (7.7)$$

com:

$$\check{\mathbf{N}}_{se} = \left[\bar{\mathbf{n}}^1 \quad -\check{N}_1(\bar{\xi}) \bar{\mathbf{n}}^1 \quad -\check{N}_2(\bar{\xi}) \bar{\mathbf{n}}^1 \quad -\check{N}_3(\bar{\xi}) \bar{\mathbf{n}}^1 \quad -\check{N}_4(\bar{\xi}) \bar{\mathbf{n}}^1 \right] \quad (7.8)$$

$$\check{\mathbf{D}}_{se}^\alpha = \bar{H}^{\alpha\beta} \left[\check{\mathbf{T}}_\beta - g_{Nse} \check{\mathbf{N}}_\beta \right] \quad (\alpha, \beta = 1, 2) \quad (7.9)$$

sendo:

$$\check{\mathbf{T}}_\beta = \left[\bar{\mathbf{a}}_\beta \quad -\check{N}_1(\bar{\xi}) \bar{\mathbf{a}}_\beta \quad -\check{N}_2(\bar{\xi}) \bar{\mathbf{a}}_\beta \quad -\check{N}_3(\bar{\xi}) \bar{\mathbf{a}}_\beta \quad -\check{N}_4(\bar{\xi}) \bar{\mathbf{a}}_\beta \right] \quad (7.10)$$

$$\check{\mathbf{N}}_\beta = \left[\mathbf{0} \quad -\check{N}_{1,\beta}(\bar{\xi}) \bar{\mathbf{n}}^1 \quad -\check{N}_{2,\beta}(\bar{\xi}) \bar{\mathbf{n}}^1 \quad -\check{N}_{3,\beta}(\bar{\xi}) \bar{\mathbf{n}}^1 \quad -\check{N}_{4,\beta}(\bar{\xi}) \bar{\mathbf{n}}^1 \right] \quad (7.11)$$

As componentes do tensor $\bar{H}^{\alpha\beta}$ são calculadas utilizando-se a Equação (6.12) e as componentes do vetor de tensões tangenciais t_{Tsea} são definidas considerando-se um processo incremental:

$$\left(t_{Tsea} \right)_{n+1} = \begin{cases} \left(t_{Tsea}^{\text{trial}} \right)_{n+1} & \text{se } \left(f_{se}^{\text{trial}} \right)_{n+1} \leq 0 \\ \mu_c \left| \left(t_{Nse} \right)_{n+1} \right| \frac{\left(t_{Tsea}^{\text{trial}} \right)_{n+1}}{\left\| \left(t_{Tse}^{\text{trial}} \right)_{n+1} \right\|} & \text{se } \left(f_{se}^{\text{trial}} \right)_{n+1} > 0 \end{cases} \quad (7.12)$$

sendo:

$$\left(t_{Nse} \right)_{n+1} = k_N \left(g_{Nse} \right)_{n+1} \quad (7.13)$$

$$\left(t_{Tsea}^{\text{trial}} \right)_{n+1} = \left(t_{Tsea} \right)_n + k_T \left(\bar{a}_{\alpha\beta} \right)_{n+1} \left[\bar{\xi}_{n+1}^\beta - \bar{\xi}_n^\beta \right] \quad (\alpha, \beta = 1, 2) \quad (7.14)$$

onde $\bar{a}_{\alpha\beta}$ corresponde às componentes do tensor métrico e $\bar{\xi}_n^\beta$ e $\bar{\xi}_{n+1}^\beta$ indicam, respectivamente, as coordenadas paramétricas no instante de tempo t_n e t_{n+1} .

Dessa forma, o cálculo de t_{Tsea} é realizado em duas etapas, considerando uma abordagem elastoplástica, onde uma tentativa com preditor elástico é realizada, seguida de um retorno radial, caso necessário. A identificação da condição de contato com atrito é realizada

empregando a clássica lei de Coulomb (ver Equação (6.18)), que em uma abordagem incremental é definida como:

$$(f_{se}^{trial})_{n+1} = \left\| (\mathbf{t}_T^{trial})_{n+1} \right\| - \mu_c |(t_N)_{n+1}| \quad (7.15)$$

sendo que para $(f_{se}^{trial})_{n+1} \leq 0$ pequenos e reversíveis (elástico) deslizamentos são permitidos, enquanto que para $(f_{se}^{trial})_{n+1} > 0$ tem-se a condição de deslizamento irreversível (plástico).

Observa-se pela Equação (7.14) que o preditor elástico da tensão tangencial não pode ser avaliado quando a projeção do nó escravo desliza sobre o limite computacional de um elemento mestre para outro adjacente, uma vez que o sistema de coordenadas é definido localmente para cada elemento finito. Consequentemente, os passos de carga devem ser escolhidos cuidadosamente de forma a evitar esta condição e, na sua ocorrência, o domínio do elemento mestre deve ser estendido ligeiramente de forma que a projeção do nó escravo continue sobre o mesmo elemento mestre. Após isso, assume-se que a projeção do nó escravo já esteja sobre o elemento adjacente e o processo numérico é continuado. Outra solução é apresentada por Chen *et al.* (1999), onde o vetor posição do ponto de contato (\mathbf{x}) é mapeado para a configuração de referência (\mathbf{X}). Esse processo permite o cálculo do incremento do deslocamento relativo na configuração de referência ($\Delta^0 \mathbf{r}$), que posteriormente é transformado para a configuração atual ($\Delta \mathbf{r}$) por meio do tensor gradiente de deformação \mathbf{F} , como mostra a Figura 7.2.

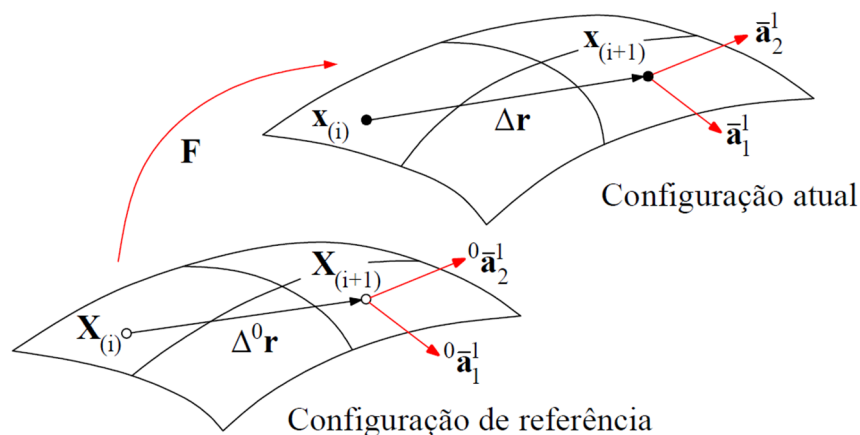


Figura 7.2: Deslizamento do nó escravo sobre a superfície mestre. (Adaptado de CHEN *et al.*, 1999).

Em outras palavras, teoricamente o vetor de deslocamento relativo poderia ser aproximado por $\Delta \mathbf{r} \doteq \mathbf{x}_{(i+1)} - \mathbf{x}_{(i)}$, onde $\mathbf{x}_{(i+1)}$ indica o vetor posição atual do contato no incremento $i+1$ e $\mathbf{x}_{(i)}$ corresponde ao vetor posição atual do contato que foi localizado no incremento i . Porém, conforme mencionado por Chen *et al.* (1999), esse procedimento é problemático pois não é possível definir $\mathbf{x}_{(i)}$ na configuração atual devido ao movimento desenvolvido durante a deformação. A alternativa para esse problema é empregar os respectivos vetores na configuração de referência e obter $\Delta^0 \mathbf{r} \doteq \mathbf{X}_{(i+1)} - \mathbf{X}_{(i)}$. Posteriormente, emprega-se o tensor gradiente de deformação \mathbf{F} para determinar o valor de $\Delta \mathbf{r}$.

Por fim, é importante notar que, apesar de simples, a definição da superfície escrava e da superfície mestre pode levar a resultados errados se não for realizada corretamente. Isso pode ser observado de acordo com a Figura 7.3, onde dois corpos bidimensionais estão prestes a entrar em contato. Caso a superfície Γ_c^1 seja considerada como alvo e a superfície Γ_c^2 como escrava, o contato não será detectado e forças de contato não serão desenvolvidas.

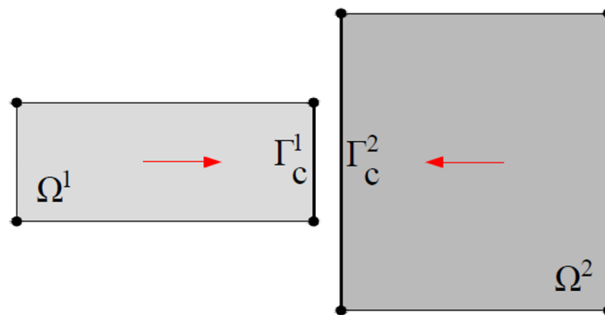


Figura 7.3: Definição da superfície escrava e mestre.

Dessa forma, de modo a evitar que penetrações não esperadas ocorram e o algoritmo não seja capaz de detectar o contato, em cada iteração do presente trabalho é realizada uma troca entre os elementos escravos e alvos, ou seja, um elemento é testado como escravo e alvo em cada passo iterativo. Essa metodologia é denominada de duplo passe e foi utilizada por Bittencourt (1994), sendo também indicada por Laursen e Simo (1993).

7.1.2 Matriz de rigidez do elemento de contato

A contribuição do contato para a matriz de rigidez tangente global é obtida em nível de elemento por meio da linearização da Equação (7.5) com base no método de Newton-Raphson, aplicado no contexto do método da penalidade (ver Equação (6.32)), ou seja:

$$\Delta(\delta W^c) = \sum_{se=1}^{ns} \mathbf{A}_{se} (\delta \mathbf{g}_{se})^T \mathbf{K}_{se}^c \Delta \mathbf{u}_{se} \quad (7.16)$$

sendo a matriz de rigidez do contato \mathbf{K}_{se}^c dividida em uma parcela normal \mathbf{K}_{Nse}^c e outra tangencial \mathbf{K}_{Tse}^c :

$$\mathbf{K}_{se}^c = \mathbf{K}_{Nse}^c + \mathbf{K}_{Tse}^c \quad (7.17)$$

onde:

$$\mathbf{K}_{Nse}^c = k_N \tilde{\mathbf{N}}_{se}^T \tilde{\mathbf{N}}_{se} + k_N g_N \left[\tilde{\mathbf{N}}_{\alpha}^T \mathbf{D}_{se}^{\alpha} + \bar{a}^{\beta\alpha} \tilde{\mathbf{T}}_{\alpha}^T \left(\tilde{\mathbf{N}}_{\beta} - \tilde{\mathbf{D}}_{se}^{\gamma} (\bar{\mathbf{n}}^1 \cdot \bar{\mathbf{a}}_{\beta,\gamma}) \right) \right] \quad (\alpha, \beta, \gamma = 1, 2) \quad (7.18)$$

sendo $\bar{a}^{\beta\alpha}$ as componentes do inverso do tensor métrico, com componentes definidas por $\bar{a}_{\beta\alpha}$. Além disso, Wriggers (2006) menciona que a penetração normal pode ser relativamente grande durante as primeiras iterações, dependendo do passo de carga empregado, o que pode conduzir a um processo divergente do método de Newton-Raphson. Portanto, apenas o primeiro termo da expressão anterior é empregado durante as primeiras iterações e os termos restantes multiplicados por g_N são adicionados posteriormente.

A parcela tangencial \mathbf{K}_{Tse}^c pode ainda ser dividida em outras duas partes, sendo a primeira parte \mathbf{K}_{Tse1}^c associada ao termo $t_{T\alpha} \Delta(\delta \bar{\xi}^{\alpha})$ e a segunda parte \mathbf{K}_{Tse2}^c associada ao termo $\Delta t_{T\alpha} \delta \bar{\xi}^{\alpha}$. Portanto, a primeira parte \mathbf{K}_{Tse1}^c é definida por:

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{Tse1}^c = & t_{T\alpha} H^{\text{en}} \left[\left(\tilde{\mathbf{T}}_{\eta\beta}^T + \tilde{\mathbf{T}}_{\beta\eta}^T + \hat{\mathbf{T}}_{\eta\beta}^T \right) \mathbf{D}_{se}^{\beta} + \left(\mathbf{D}_{se}^{\beta} \right)^T \left(\tilde{\mathbf{T}}_{\eta\beta} + \tilde{\mathbf{T}}_{\beta\eta} + \hat{\mathbf{T}}_{\eta\beta} \right) - \right. \\ & \left. \left(\bar{\mathbf{a}}_{\eta} \cdot \bar{\mathbf{a}}_{\beta,\gamma} + \bar{\mathbf{a}}_{\beta} \cdot \bar{\mathbf{a}}_{\eta,\gamma} + \bar{\mathbf{a}}_{\eta,\beta} \cdot \bar{\mathbf{a}}_{\gamma} - g_N \bar{\mathbf{n}}^1 \cdot \bar{\mathbf{a}}_{\eta,\beta\gamma} \right) \left(\tilde{\mathbf{D}}_{se}^{\beta} \right)^T \tilde{\mathbf{D}}_{se}^{\gamma} - \right. \\ & \left. \tilde{\mathbf{E}}^T \tilde{\mathbf{E}}_{,\eta} - \tilde{\mathbf{E}}_{,\eta}^T \tilde{\mathbf{E}} - g_N \hat{\mathbf{N}}_{\eta\beta}^T \tilde{\mathbf{D}}_{se}^{\beta} - g_N \left(\tilde{\mathbf{D}}_{se}^{\beta} \right)^T \hat{\mathbf{N}}_{\eta\beta} \right] \quad (\alpha, \beta, \gamma = 1, 2) \end{aligned} \quad (7.19)$$

com os seguintes vetores e matrizes:

$$\check{\mathbf{T}}_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\check{N}_{1,\beta}(\bar{\xi})\bar{\mathbf{a}}_\alpha & -\check{N}_{2,\beta}(\bar{\xi})\bar{\mathbf{a}}_\alpha & -\check{N}_{3,\beta}(\bar{\xi})\bar{\mathbf{a}}_\alpha & -\check{N}_{4,\beta}(\bar{\xi})\bar{\mathbf{a}}_\alpha \end{bmatrix} \quad (7.20)$$

$$\hat{\mathbf{T}}_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{a}}_{\alpha,\beta} & -\check{N}_1(\bar{\xi})\bar{\mathbf{a}}_{\alpha,\beta} & -\check{N}_2(\bar{\xi})\bar{\mathbf{a}}_{\alpha,\beta} & -\check{N}_3(\bar{\xi})\bar{\mathbf{a}}_{\alpha,\beta} & -\check{N}_4(\bar{\xi})\bar{\mathbf{a}}_{\alpha,\beta} \end{bmatrix} \quad (7.21)$$

$$\hat{\mathbf{N}}_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\check{N}_{1,\alpha\beta}(\bar{\xi})\bar{\mathbf{n}}^1 & -\check{N}_{2,\alpha\beta}(\bar{\xi})\bar{\mathbf{n}}^1 & -\check{N}_{3,\alpha\beta}(\bar{\xi})\bar{\mathbf{n}}^1 & -\check{N}_{4,\alpha\beta}(\bar{\xi})\bar{\mathbf{n}}^1 \end{bmatrix} \quad (7.22)$$

$$\check{\mathbf{E}} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\check{N}_1(\bar{\xi})\mathbf{I} & -\check{N}_2(\bar{\xi})\mathbf{I} & -\check{N}_3(\bar{\xi})\mathbf{I} & -\check{N}_4(\bar{\xi})\mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (7.23)$$

$$\check{\mathbf{E}}_{,\alpha} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\check{N}_{1,\alpha}(\bar{\xi})\mathbf{I} & -\check{N}_{2,\alpha}(\bar{\xi})\mathbf{I} & -\check{N}_{3,\alpha}(\bar{\xi})\mathbf{I} & -\check{N}_{4,\alpha}(\bar{\xi})\mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (7.24)$$

onde \mathbf{I} é uma matriz identidade de dimensões 3x3 e $\mathbf{0}$ é uma matriz nula de dimensões 3x3.

A segunda parte da matriz de rigidez tangente do contato \mathbf{K}_{Tse2}^c é definida dependendo da condição de escorregamento tangencial, ou seja, escorregamento reversível (colante) ou irreversível (deslizante). Para o caso do contato colante, tem-se:

$$\mathbf{K}_{Tse2}^c = k_T (\mathbf{D}_{se}^\alpha)^\top \left\{ \bar{\mathbf{a}}_{\beta\alpha} \mathbf{D}_{se}^\beta - \Delta\xi^\beta \left[\check{\mathbf{T}}_{\beta\alpha} + \check{\mathbf{T}}_{\alpha\beta} - (\bar{\mathbf{a}}_{\alpha,\zeta} \cdot \bar{\mathbf{a}}_\beta + \bar{\mathbf{a}}_\alpha \cdot \bar{\mathbf{a}}_{\beta,\zeta}) \mathbf{D}_{se}^\zeta \right] \right\} \quad (\alpha, \beta, \zeta = 1, 2) \quad (7.25)$$

onde $\Delta\xi^\beta = \bar{\xi}_{n+1}^\beta - \bar{\xi}_n^\beta$.

Enquanto que para o caso do contato deslizante, tem-se:

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{Tse2}^c = \mu_c (\mathbf{D}_{se}^\alpha)^\top & \left\{ -k_N \frac{t_{T_a}^{trial}}{\|\mathbf{t}_T^{trial}\|} \check{\mathbf{N}}_{se} + \frac{|t_N|}{\|\mathbf{t}_T^{trial}\|} \left[k_T \bar{\mathbf{a}}_{\beta\alpha} \mathbf{D}_{se}^\beta - \right. \right. \\ & k_T \Delta\xi^\beta \left(\check{\mathbf{T}}_{\beta\alpha} + \check{\mathbf{T}}_{\alpha\beta} - (\bar{\mathbf{a}}_{\alpha,\zeta} \cdot \bar{\mathbf{a}}_\beta + \bar{\mathbf{a}}_\alpha \cdot \bar{\mathbf{a}}_{\beta,\zeta}) \mathbf{D}_{se}^\zeta \right) \left. \right] + \\ & \frac{|t_N|}{\|\mathbf{t}_T^{trial}\|^3} t_{T_a}^{trial} t_T^{trial\beta} \left[-\check{\mathbf{P}}_\beta + k_T \Delta\xi^\gamma \left(\check{\mathbf{T}}_{\beta\gamma} + \hat{\mathbf{T}}_{\gamma\beta} \right) + \right. \\ & \left. \mathbf{D}_{se}^\zeta \left(\mathbf{t}_T^{trial} \cdot \bar{\mathbf{a}}_{\beta,\zeta} - k_T \bar{\mathbf{a}}_{\zeta\beta} - k_T \Delta\xi^\gamma (\bar{\mathbf{a}}_{\gamma,\zeta} \cdot \bar{\mathbf{a}}_\beta + \bar{\mathbf{a}}_\gamma \cdot \bar{\mathbf{a}}_{\beta,\zeta}) \right) \right] \right\} \quad (\alpha, \beta, \gamma, \zeta = 1, 2) \end{aligned} \quad (7.26)$$

onde:

$$\check{\mathbf{P}}_\alpha = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\check{N}_{1,\alpha}(\bar{\xi})\mathbf{t}_T^{trial} & -\check{N}_{2,\alpha}(\bar{\xi})\mathbf{t}_T^{trial} & -\check{N}_{3,\alpha}(\bar{\xi})\mathbf{t}_T^{trial} & -\check{N}_{4,\alpha}(\bar{\xi})\mathbf{t}_T^{trial} \end{bmatrix} \quad (7.27)$$

É possível observar que a primeira parte da matriz de rigidez tangente do contato \mathbf{K}_{Tse1}^c é simétrica, enquanto que a segunda parte \mathbf{K}_{Tse2}^c é assimétrica para ambas as condições de escorregamento tangencial (reversível ou irreversível). Assim, emprega-se no presente trabalho, respectivamente, o método dos Gradientes Conjugados e o método dos Gradientes Biconjugados Estabilizado para a solução dos problemas com matriz de rigidez simétrica e não simétrica.

Como mencionado anteriormente, o contato entre um corpo deformável e uma superfície rígida é obtido como um caso especial da formulação desenvolvida aqui. A superfície rígida é assumida como superfície mestre, descrita por uma equação paramétrica, e seu deslocamento é considerado como prescrito. Dessa forma, os graus de liberdade da superfície mestre são eliminados nas expressões anteriores e a matriz de rigidez acaba sendo a mesma apresentada por Bittencourt e Creus (1998). Em outras palavras, apenas as linhas e colunas relacionadas aos graus de liberdade do nó escravo são calculadas.

7.1.3 Algoritmo para o tratamento numérico do contato

Os principais passos para o cálculo das forças de contato entre corpos tridimensionais são apresentados na Tabela 7.1.

Tabela 7.1: Algoritmo para o cálculo das forças de contato.

(continua)

A. Parâmetros iniciais:

- Definir os elementos de contato formados pelos 4 nós da face do elemento hexaédrico;
 - Montar a lista de nós escravos a partir dos elementos definidos anteriormente;
 - Especificar a dimensão da caixa que envolve o elemento de contato;
 - Definir os valores para os parâmetros de penalidade (k_N e k_T) e para o coeficiente de atrito μ_c .
-

B. Para cada nó escravo:

1. Definir a caixa em torno da superfície alvo para obter os elementos de contato candidatos ao contato com o nó escravo. Utilizar como primeira tentativa a superfície de contato definida na iteração prévia. A superfície alvo torna-se candidata ao contato caso o nó escravo esteja dentro da caixa. Caso contrário, o mesmo processo é repetido para as próximas superfícies;

Tabela 7.1: Algoritmo para o cálculo das forças de contato.

(continuação)
<p>2. Utilizar a Equação (7.4) para obter as coordenadas paramétricas $\bar{\xi} = (\bar{\xi}^1, \bar{\xi}^2)$ da projeção ortogonal do nó escravo sobre a superfície alvo;</p> <p>3. Verificar se a projeção se encontra dentro da superfície, ou seja, $-1 \leq \bar{\xi}^\beta \leq 1$ ($\beta = 1, 2$). Nota-se que uma pequena tolerância pode ser admitida devido à precisão numérica. Caso esteja fora, parte-se para a próxima superfície alvo;</p> <p>4. Definir os eixos tangentes $\bar{\mathbf{a}}_\beta^{-1} = \bar{\mathbf{x}}_{,\beta}^{-1}(\bar{\xi}^\beta)$ e posteriormente utilizar a Equação (6.2) para obter o vetor normal que aponta para fora da superfície alvo;</p> <p>5. Empregar a Equação (6.1) para calcular a penetração normal:</p> $\text{Se } \begin{cases} g_N \leq 0 & \text{Houve contato. O processo continua;} \\ g_N > 0 & \text{Não houve contato. Parte-se para a próxima superfície alvo;} \end{cases}$ <p>6. Utilizar as Equações (7.12), (7.13) e (7.14) para obter $(t_{Tsea})_{n+1}$ e $(t_{Nse})_{n+1}$;</p> <p>7. Empregar a Equação (7.7) para obter o vetor de forças de contato em coordenadas globais.</p>

7.2 ACOPLAMENTO FLUIDO-ESTRUTURA

A técnica de acoplamento particionado é empregada neste trabalho para a análise de problemas da Engenharia do Vento Computacional. Nessa técnica, a solução dos problemas de IFE é obtida de forma sequencial para cada subsistema isolado, o que possibilita o uso de passos de tempos diferentes para a estrutura e para o fluido, havendo a troca de informações apenas nos pontos de sincronização. Outra vantagem desses modelos consiste na possibilidade de se empregar malhas não conformes, permitindo uma discretização mais racional de cada meio, e na possibilidade de implementar códigos de forma modular, facilitando a integração de diferentes linhas de pesquisa e desenvolvimento ao algoritmo já desenvolvido.

Apesar das vantagens citadas, esquemas particionados podem apresentar degradação na precisão e perda de estabilidade no processo, como no caso de problemas com densidade semelhante entre o fluido e a estrutura. Esse problema não é observado nos exemplos do presente trabalho pois a massa específica do ar é bem menor quando comparada com a massa específica das estruturas analisadas nos problemas de interação fluido-estrutura.

7.2.1 Esquema adotado

Torna-se então necessária a definição de equações de equilíbrio de forças e de compatibilidade de deslocamentos na interface para que o acoplamento fluido-estrutura seja realizado corretamente em esquemas particionados. Além disso, uma condição de continuidade entre os movimentos das malhas do fluido e da estrutura também deve ser imposta na interface. No caso de um fluido viscoso, as condições de equilíbrio de forças e compatibilidade de deslocamentos são dadas por:

$$\boldsymbol{\sigma}_E \mathbf{n} = -\mathbf{p}\mathbf{n} + \boldsymbol{\tau}_F \mathbf{n} \quad \text{em } \Gamma_{FE} \quad (7.28)$$

$$\mathbf{u}_E = \mathbf{u}_F \quad \text{em } \Gamma_{FE} \quad (7.29)$$

onde $\boldsymbol{\sigma}_E$ é o tensor de tensões da estrutura, \mathbf{n} é o vetor unitário normal avaliado sobre pontos discretos do contorno de interface Γ_{FE} , \mathbf{p} é o vetor de pressões do fluido, $\boldsymbol{\tau}_F$ é o tensor de tensões viscosas do fluido e \mathbf{u}_E e \mathbf{u}_F são, respectivamente, os vetores de deslocamento da estrutura e do fluido.

Além disso, as condições de continuidade entre a estrutura e a malha do fluido são:

$$\mathbf{x} = \mathbf{u}_E \quad \text{em } \Gamma_{FE} \quad (7.30)$$

$$\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{u}_E}{\partial t} \quad \text{em } \Gamma_{FE} \quad (7.31)$$

onde \mathbf{x} é o vetor de deslocamentos ou de posição dos nós da malha do fluido.

Neste trabalho, utiliza-se o mesmo modelo particionado proposto por Braun (2007), que consiste em uma adaptação do denominado modelo particionado conservativo. No modelo particionado conservativo, o processo de integração no tempo para o fluido e para a estrutura é realizado com uma defasagem de meio passo de tempo entre os dois meios. Braun (2007) demonstra que esse modelo fica restrito a análises envolvendo estruturas lineares ou levemente não lineares e propõe um modelo que permita a análise de estruturas com alta não linearidade ao empregar o método α -Generalizado para a estabilização do processo de integração temporal do subsistema da estrutura. O algoritmo do modelo modificado é apresentada na Figura 7.4, onde \mathbf{u} , $\dot{\mathbf{u}}$ e $\ddot{\mathbf{u}}$ correspondem, respectivamente, aos vetores de deslocamento, velocidade e aceleração relativos à estrutura, \mathbf{p} e \mathbf{v} são os vetores de pressão e

velocidade, respectivamente, relacionados ao fluido, \mathbf{x} é o vetor de posição da malha do fluido e o subscrito n corresponde à posição no domínio do tempo.

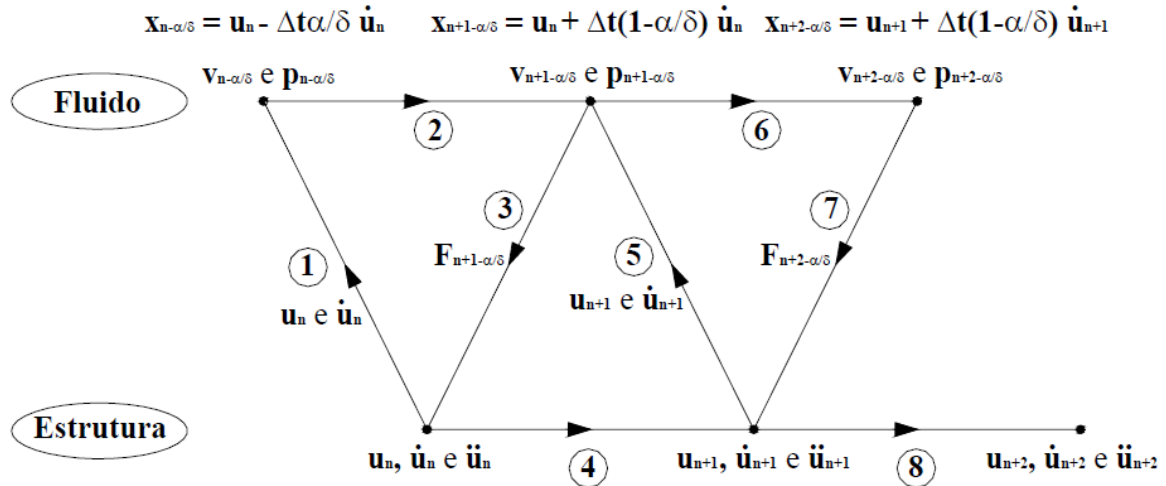


Figura 7.4: Algoritmo do modelo de acoplamento utilizado. (BRAUN, 2007).

Ao utilizar-se o método α -Generalizado para a análise da estrutura, a defasagem entre os subsistemas fluido e estrutura é dada pela razão α/δ , sendo α e δ os parâmetros do método de Newmark já definidos no item 5.7.1.

Ao empregar este esquema, as seguintes relações devem ser mantidas na interface:

$$\mathbf{x}_{n-\alpha/\delta} = \mathbf{u}_n - \Delta t \frac{\alpha}{\delta} \dot{\mathbf{u}}_n \quad \text{em } \Gamma_{FE} \quad (7.32)$$

$$\mathbf{x}_{n+1-\alpha/\delta} = \mathbf{u}_n + \Delta t \left(1 - \frac{\alpha}{\delta}\right) \dot{\mathbf{u}}_n \quad \text{em } \Gamma_{FE} \quad (7.33)$$

A utilização de um esquema particionado ainda possibilita uma discretização totalmente independente entre o fluido e a estrutura, podendo resultar em descontinuidades entre os elementos do fluido e da estrutura na interface. No caso em que a malha do fluido e da estrutura são coincidentes (*matching interfaces*), a transferência de informações entre os dois subsistemas é direto. Porém, sabe-se que na maioria dos casos a malha do fluido exige um maior refinamento que a malha da estrutura e, conseqüentemente, suas malhas não serão coincidentes (*nonmatching interfaces*) na interface, sendo necessário um tratamento para a transferência de dados.

Entre os vários métodos existentes para a transferência de dados entre malhas não coincidentes, utiliza-se neste trabalho o esquema de transferência de dados baseado no uso de funções de interpolação com projeção de nós (Figura 7.5). Nesse esquema, uma malha é denominada de fonte, geralmente a malha do escoamento, e a outra de alvo, geralmente a estrutura. Dessa forma, pontos representativos da malha fonte na interface são projetados sobre a malha alvo, onde as variáveis do problema devem ser obtidas por interpolação a partir dos valores nodais.

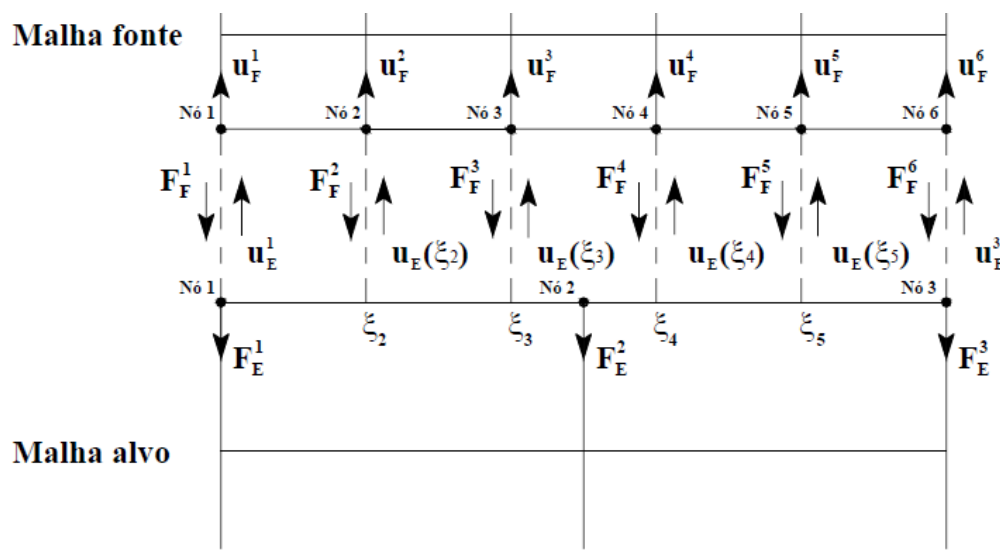


Figura 7.5: Esquema de transferência de dados baseado em projeção de nós. (BRAUN, 2007).

Resumidamente, Braun (2007) descreve que o esquema de transferência é realizado do seguinte modo: (1) associar cada nó do fluido localizado sobre a interface com a face de elemento da estrutura mais próxima; (2) determinar os pontos de projeção dos nós referentes ao fluido sobre as respectivas faces de elementos da estrutura; (3) obter as coordenadas naturais dos nós projetados através de mapeamento inverso. Portanto, o vetor de forças transferidas do fluido para a estrutura é dado por:

$$\mathbf{F}_E^i = \sum_{j=1}^{n_f} \mathbf{F}_F^j N_E^i(\xi_j) \quad \text{em } \Gamma_{FE} \quad (7.34)$$

onde \mathbf{F}_E^i é o vetor de forças devido à ação do escoamento avaliado sobre a superfície de interface da estrutura no ponto i , \mathbf{F}_F^j é o vetor de forças do fluido agindo sobre um ponto da

superfície do elemento E definido pelas coordenadas naturais ξ_j , N_E^i é a função de forma no nó i do elemento E e n_f é o número total de pontos de projeção ortogonal dos nós pertencentes ao domínio do fluido sobre a superfície do elemento E. As contribuições individuais do vetor de forças \mathbf{F}_E^i avaliadas em nível de elemento são somadas de forma a obter o vetor de forças totais sobre a interface da estrutura.

Por outro lado, a transferência das condições cinemáticas da estrutura para o fluido é realizada através das seguintes aproximações:

$$\mathbf{u}_F(\mathbf{x}_j) = \sum_{i=1}^4 \mathbf{u}_E^i N_E^i(\xi_j) \quad \text{em } \Gamma_{FE} \quad (7.35)$$

$$\mathbf{v}_F(\mathbf{x}_j) = \sum_{i=1}^4 \dot{\mathbf{u}}_E^i N_E^i(\xi_j) \quad \text{em } \Gamma_{FE} \quad (7.36)$$

onde \mathbf{u}_F e \mathbf{v}_F representam, respectivamente, os vetores de deslocamento e velocidade do fluido na interface, \mathbf{x}_j é o vetor de coordenadas cartesianas de um nó j de interface fluido-estrutura do domínio do fluido, que se relaciona com um ponto sobre a face de um elemento E de interface da estrutura com coordenadas naturais definidas por ξ_j . Os vetores \mathbf{u}_E^i e $\dot{\mathbf{u}}_E^i$ correspondem, respectivamente, aos vetores de deslocamento e velocidade da estrutura avaliados nos quatro nós i que compõem a face do elemento E, sendo as suas componentes calculadas usando as funções de forma N_E^i .

7.2.2 Técnica de subciclos

Verifica-se que em problemas usuais de interação fluido-estrutura as propriedades físicas dos dois subsistemas são muito diferentes entre si. Além disso, usualmente utilizam-se pequenos intervalos de tempo para a análise do escoamento do fluido devido à presença de efeitos altamente transientes e não lineares. Como no presente trabalho o fluido é analisado por um esquema explícito e a estrutura por um esquema implícito, a princípio deve-se considerar que a condição de estabilidade numérica seja governada pelo passo de tempo do fluido (Δt_F) e não pelo passo de tempo da estrutura (Δt_E), uma vez que, geralmente, $\Delta t_E > \Delta t_F$.

A utilização de um mesmo passo de tempo tanto para o fluido quanto para a estrutura torna o algoritmo extremamente ineficiente em relação à análise do subsistema estrutural. Para tentar contornar esse problema, emprega-se neste trabalho a técnica de subciclos, onde, em cada

passo de tempo realizado pela estrutura de t^n a t^{n+1} , o fluido é analisado em um número de vezes de acordo com o fator $n_{F/E} = \Delta t_E / \Delta t_F$, ou seja, o número de subciclos. Portanto, essa técnica permite uma economia significativa de tempo de processamento, uma vez que há redução no número de vezes que a estrutura é analisada e na transferência de dados na interface fluido-estrutura.

Durante a análise do escoamento e ao longo dos subciclos, deve-se realizar gradualmente a distribuição da deformação ou movimento imposto pela estrutura sobre a malha do fluido. Portanto, a posição ocupada pela malha durante os subciclos é dada por:

$$\mathbf{x}_0^{n+1} = \mathbf{u}^n \quad \text{em } \Gamma_{FE} \quad (7.37)$$

$$\mathbf{x}_{(s)}^{n+1} = \mathbf{x}_{(s-1)}^{n+1} + \frac{(\mathbf{u}^{n+1} - \mathbf{x}_{(s-1)}^{n+1})}{n_{F/E} - s + 1} \quad (s = 1, \dots, n_{F/E} - 1) \quad \text{em } \Gamma_{FE} \quad (7.38)$$

$$\mathbf{x}_{(n_{F/E})}^{n+1} = \mathbf{u}^{n+1} \quad \text{em } \Gamma_{FE} \quad (7.39)$$

onde o subíndice colocado entre parênteses corresponde ao número do subciclo atual. A Equação (7.38) é definida de acordo com a ordem da função de interpolação empregada, sendo que nesse caso foi utilizada uma função de interpolação linear.

Braun (2007) cita que para valores baixos de $n_{F/E}$ o limite de estabilidade do processo fica governado pelo escoamento. Porém, a partir de um determinado valor de subciclos, o processo torna-se instável.

7.2.3 Esquema de movimento de malha

O esquema utilizado neste trabalho foi adotado inicialmente por Teixeira (2001) e já foi utilizado em outros trabalhos no PPGEC/UFRGS, como Braun (2002 e 2007) e Tonin (2017). O modelo utiliza uma velocidade ponderada a partir das distâncias entre os nós do domínio do fluido e as distâncias às interfaces com o corpo imerso, ou seja:

$$w_k^j = \frac{\sum_{j=1}^{NS} a_{ij} w_k^j}{\sum_{j=1}^{NS} a_{ij}} \quad (i = 1, \dots, NALE; k = 1, 2, 3) \quad (7.40)$$

onde NS e NALE são, respectivamente, o número total de superfícies de fronteira e o número de nós internos, ambos relativos ao domínio ALE. Os fatores a_{ij} são coeficientes de influência entre os pontos do interior do domínio i e os nós de fronteira j , dados por:

$$a_{ij} = (d_{ij})^{-n} \quad (7.41)$$

sendo d_{ij} a distância euclidiana entre os nós i e j , enquanto que n é um valor arbitrário escolhido pelo usuário. Um expoente menor indica uma menor influência dos nós de fronteira mais próximos em relação a um valor n mais alto. Usualmente utiliza-se um valor de $n = 4$, como utilizado em outros trabalhos do PPGEC/UFRGS. A ilustração dos parâmetros é feita na Figura 7.6

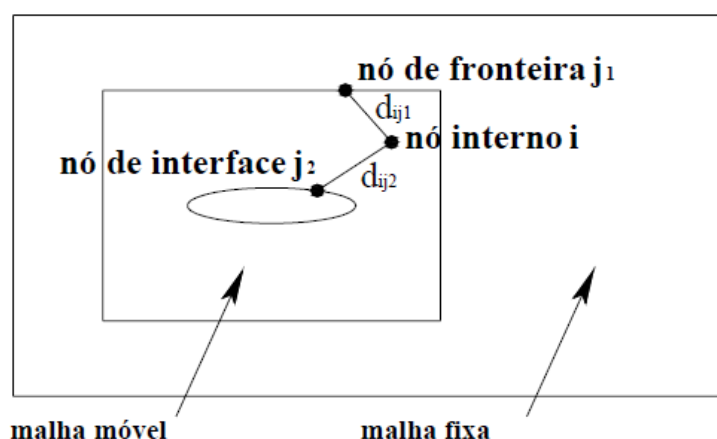


Figura 7.6: Definição de parâmetros para o esquema de movimento de malha. (BRAUN, 2007).

Condições de contorno referentes às componentes de velocidade de malha também devem ser definidas conforme as Equações (2.33) e (2.34).

7.2.4 Algoritmo para a análise de problemas de IFE

O algoritmo para a análise de problemas de interação fluido-estrutura pode ser resumido de acordo com a Tabela 7.2.

Tabela 7.2: Algoritmo para a análise de problemas de IFE.

(continua)

A. Parâmetros iniciais:

- Definir as condições iniciais para as variáveis do escoamento: \mathbf{v}_0 e \mathbf{p}_0 ;
- Definir as condições iniciais para as variáveis da estrutura: \mathbf{u}_0 , $\dot{\mathbf{u}}_0$, $\ddot{\mathbf{u}}_0$, f_0^{int} e $\boldsymbol{\sigma}_0$;
- Determinar as condições de interface (malhas coincidentes ou não coincidentes). Se a malha for não coincidente, empregar um algoritmo de emparelhamento (ver Braun (2007));
- Calcular as condições cinemáticas iniciais do fluido sobre a estrutura:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{x}_{-\alpha\delta} &= \mathbf{u}_0 - \Delta t \frac{\alpha}{\delta} \dot{\mathbf{u}}_0 \\ \mathbf{w}_0 &= \dot{\mathbf{u}}_0 \\ \mathbf{x}_{1-\alpha\delta} &= \mathbf{x}_{-\alpha\delta} + \Delta t \mathbf{w}_0 \end{aligned} \right\} \text{ em } \Gamma_{\text{FE}}$$

e a velocidade de malha para os nós pertencentes ao domínio ALE – Equação (7.40).

B. Início do laço no tempo: $t = t + \Delta t$:

Se $t \leq t_{\text{fixo}}$ (escoamento em desenvolvimento):

Nesta etapa a estrutura é considerada como fixa e indeformável, não sendo necessário realizar a solução do sistema estrutural e a condição de não deslizamento é imposta na interface fluido-estrutura.

1. Empregar o algoritmo da Tabela 3.1 para análise do escoamento;
2. Aplicar as condições de contorno naturais e essenciais considerando a condição de não deslizamento para a interface fluido-estrutura;

Se $t > t_{\text{fixo}}$:

C. Início do laço de subciclos: $s = s + 1$:

1. Empregar a Equação (7.38) para distribuir o movimento de malha dos nós do fluido dentro da região ALE de acordo com o subciclo atual;
2. Atualizar os vetores normais e as áreas de contorno sólido dos elementos de interface (ver Braun (2007));
3. Empregar o algoritmo da Tabela 3.1 para análise do escoamento e obter as condições de escoamento ($\mathbf{v}_{n+1-\alpha\delta}$ e $\mathbf{p}_{n+1-\alpha\delta}$) a partir da configuração $\mathbf{x}_{n+1-\alpha\delta}$;

Tabela 7.2: Algoritmo para a análise de problemas de IFE.

(continuação)

-
4. Aplicar as condições de contorno naturais e essenciais para o escoamento considerando que a velocidade do fluido em cada nó localizado na interface fluido-estrutura é igual à velocidade de malha no nó correspondente.

Fim do laço de subciclos

1. Calcular o vetor de forças do fluido atuando na superfície da estrutura;
2. Transferir o vetor de forças do fluido para a estrutura. Utilizar a Equação (7.34) se a malha for não coincidente;
3. Analisar a estrutura utilizando o algoritmo apresentado na Tabela 5.2, obtendo a nova configuração da estrutura: \mathbf{u}_{n+1} , $\dot{\mathbf{u}}_{n+1}$ e $\ddot{\mathbf{u}}_{n+1}$;
4. Atualizar as condições cinemáticas do fluido sobre a interface:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{x}_{n-\alpha/\delta} &= \mathbf{u}_n - \Delta t \frac{\alpha}{\delta} \dot{\mathbf{u}}_n \\ \mathbf{w}_n &= \dot{\mathbf{u}}_n \\ \mathbf{x}_{n+1-\alpha/\delta} &= \mathbf{x}_{n-\alpha/\delta} + \Delta t \mathbf{w}_n \end{aligned} \right\} \text{em } \Gamma_{FE}$$

e a velocidade de malha para os nós pertencentes ao domínio ALE – Equação (7.40).

Fim do laço no tempo

7.3 TÉCNICAS DE PROCESSAMENTO DE ALTO DESEMPENHO

7.3.1 Contextualização

Conforme relatado até o momento, é possível observar que a simulação numérica da interação fluido-estrutura-solo consiste em um problema com propriedades altamente não-lineares de elevada demanda computacional devido a necessidade de uma discretização espacial extremamente refinada com um número muito elevado de graus de liberdade. Além disso, torna-se necessária a utilização de incrementos de tempo bastante baixos para garantir a estabilidade no uso de esquemas explícitos de avanço temporal.

A simulação numérica tinha tradicionalmente como base o uso dos processadores centrais, *Central Process Units* (CPU), como unidade responsável pelo processamento dos algoritmos dos modelos numéricos. Os algoritmos eram desenvolvidos para serem resolvidos de forma sequencial por apenas uma unidade lógica de processamento e posteriormente, devido ao avanço tecnológico, essa abordagem foi substituída para que mais unidades de processamento fossem empregadas de forma paralela, permitindo um aumento no desempenho computacional para a solução dos problemas numéricos.

Nota-se que o emprego de uma abordagem sequencial com apenas uma unidade lógica de processamento para resolução de problemas de Engenharia do Vento Computacional torna-se extremamente ineficiente devido ao alto custo computacional requerido. Dessa forma, a paralelização de tarefas torna-se um pré-requisito essencial para aumentar o desempenho computacional e permitir a solução de problemas numéricos cada vez mais complexos. Nesse contexto, muitos centros de pesquisa atualmente contam com supercomputadores capazes de tratar problemas de grande escala, como é o caso do Centro de Supercomputação (CESUP) da UFRGS e que está integrado ao Sistema Nacional de Processamento de Alto Desempenho (SINAPAD).

Ruetsch e Fatica (2014) mencionam que a computação paralela está presente de uma forma ou de outra há várias décadas e que nos estágios iniciais o seu emprego estava restrito aos profissionais que possuíam acesso a máquinas grandes e caras. Porém, atualmente, praticamente qualquer computador e até mesmo celulares possuem CPUs com múltiplos núcleos de processamento. A presença de um número maior de núcleos foi motivada pela dificuldade cada vez maior em aumentar o desempenho de um núcleo isolado, o que conduz ao agrupamento de núcleos como solução para uma maior performance.

Pode-se dividir as arquiteturas de processamento em dois grupos: arquitetura de memória compartilhada (*shared-memory architecture*) e arquitetura de memória distribuída (*distributed-memory architecture*). No primeiro grupo, as máquinas são construídas de forma que um conjunto de processadores tenha acesso a uma mesma memória principal, enquanto que no segundo grupo cada processador possui sua própria memória e a informação é transferida entre cada processador por uma rede de comunicação (HERMANN, 2002).

Cada grupo possui suas próprias vantagens e desvantagens que foram se adaptando ao longo dos anos para formar uma linguagem básica de programação com diretrizes necessárias para a

paralelização. No caso da arquitetura com memória compartilhada, usualmente emprega-se as diretrizes OpenMP, enquanto que o padrão denominado de MPI (*Message Passing Interface*) é usualmente adotado na arquitetura com memória distribuída. Observa-se que ambas as abordagens podem ser empregadas de forma híbrida para obter um maior aproveitamento dos recursos disponíveis.

Por outro lado, as placas de vídeo, *Graphics Processing Units* (GPU), foram adquirindo melhoras significativas na capacidade de processamento e memória a cada nova geração, apresentando até mesmo um ritmo de evolução mais acelerado do que os processadores centrais (CPUs). Tradicionalmente o seu uso é atribuído a aplicações voltadas para a renderização e cálculos matemáticos para jogos eletrônicos. Porém, sua construção focada na realização de tarefas em paralelo e o elevado número de núcleos de processamento lógico presente nas placas passou a despertar o interesse do meio científico.

De acordo com Ruetsch e Fatica (2014), o emprego de placas gráficas foi facilitado a partir de 2007 com o desenvolvimento da arquitetura CUDA (*Compute Unified Device Architecture*) por parte da fabricante NVIDIA. A linguagem de programação C foi a primeira interface a ser estendida para a arquitetura CUDA, passando a ser denominada de CUDA C. Posteriormente, a partir de 2009, a NVIDIA, em parceria com a The Portland Group (PGI), desenvolveu o compilador para CUDA FORTRAN que consiste essencialmente na linguagem FORTRAN 90 com algumas extensões. Esse desenvolvimento se torna de grande importância, pois vários algoritmos acadêmicos, incluindo os existentes no PPGEC/UFRGS, foram desenvolvidos e validados utilizando a linguagem FORTRAN, podendo então ser adaptados para o CUDA FORTRAN.

Observa-se que por ser mais novo, o compilador CUDA FORTRAN possui menos material técnico de ajuda para o desenvolvimento de algoritmos nessa plataforma de forma eficiente, sendo que boa parte do material foi elaborado para o CUDA C. Nesse sentido, Ruetsch e Fatica (2014) escreveram um livro voltado para o desenvolvimento de algoritmos de forma eficiente em CUDA FORTRAN e que será utilizado a seguir como base no presente trabalho para definir os seus conceitos básicos.

7.3.2 CUDA (*Compute Unified Device Architecture*)

Pode-se dizer que a abordagem CUDA é considerada como um modelo computacional híbrido, onde CPU e GPU disponíveis em uma máquina podem ser empregadas em conjunto

para uma determinada aplicação. Nesse contexto, para o desenvolvimento de códigos em CUDA FORTRAN, ou CUDA C, torna-se necessário a definição dos termos *host* e *device*. O termo *host* é utilizado para se referir ao gerenciador central de atividades, em geral a CPU e sua memória, enquanto que a GPU e sua memória são designadas pelo termo *device*.

O programa principal em CUDA é executado no *host* (CPU), sendo ele o responsável por distribuir as tarefas a serem realizadas por ele próprio ou pelo *device* (GPU). Dessa forma, o *device* é acionado pelo *host* via rotinas denominadas de *kernel*, que são responsáveis por fazer a troca de informações, direcionamento e especificar tarefas a serem executados na GPU. Essa troca de instruções pode ocorrer tanto de *host* para *device* quanto de *device* para *device*, de acordo com a implementação do algoritmo. Os *kernels* usualmente são escritos no formato de sub-rotinas ou de laços curtos, devendo ser acionados por comandos específicos no algoritmo.

A unidade básica computacional de uma GPU é denominada de *thread processor* e o conjunto de *thread processors* com a memória interna constitui o que é chamado de *multiprocessor*, como mostra a Figura 7.7, que exemplifica um dispositivo da NVIDIA contendo quatro *multiprocessors*, cada um possuindo 32 *thread processors*.

Da mesma forma que em outros modelos de processamento paralelo, como MPI e OpenMP, é necessário instruir o formato de como as tarefas serão distribuídas e executadas em paralelo. Isso é realizado no CUDA por meio da definição de tamanhos de blocos de processamento que são atribuídos ao *multiprocessor* e denominados de *thread block*. Nota-se que múltiplos *thread blocks* podem ser atribuídos a um único multiprocessador, porém, esse número é limitado de acordo com os recursos disponíveis na placa de vídeo. A especificação desses blocos de processamento é realizada na chamada de um *kernel*.

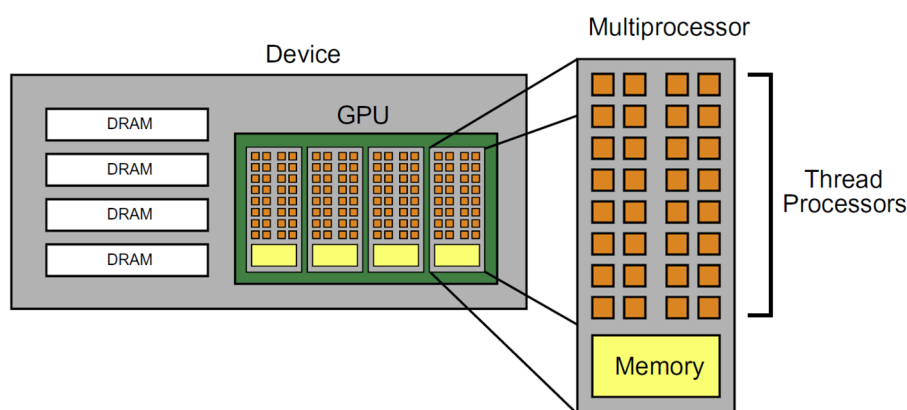


Figura 7.7: Unidades computacionais presentes em um *device* (GPU). (RUETSCH E FATICA, 2014).

É importante observar que um determinado *thread* dentro de um *thread block* possui uma identificação global em relação ao *kernel* iniciado e uma outra numeração local para cada *thread block* especificado. Para melhor entendimento, observa-se a Figura 7.8, que apresenta a organização de uma determinada rotina que será executada por 16 *threads* no *device*, juntamente com a sua respectiva variável de identificação apresentada no lado esquerdo da imagem. No momento do lançamento do *kernel*, foi definido uma malha de 4 *thread blocks* e cada um apresentando 4 *threads*.

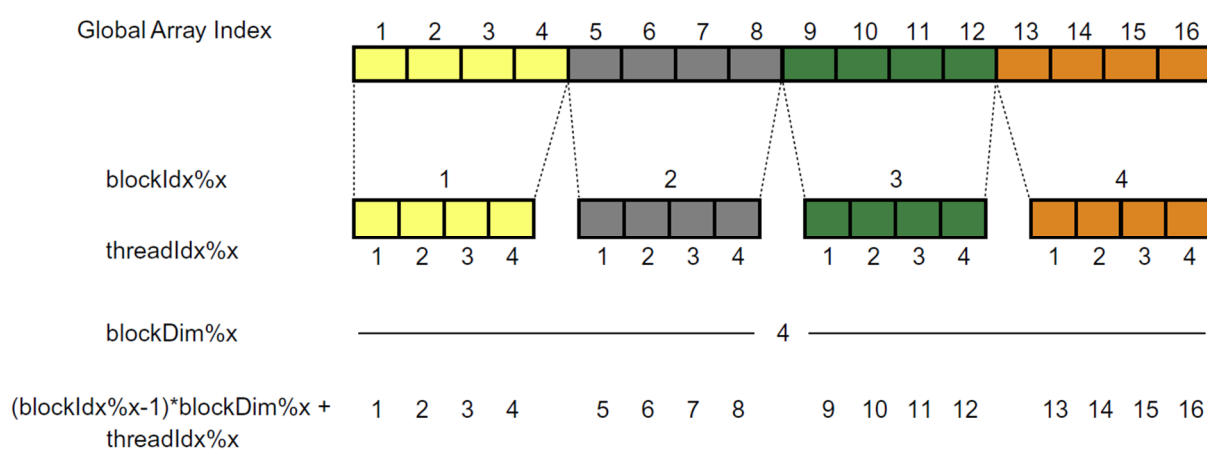


Figura 7.8: Identificação local e global dos *threads* de acordo com o bloco de processamento especificado no *kernel*. (RUETSCH E FATICA, 2014).

Observa-se pela Figura 7.8 que a identificação de uma determinada *thread* dentro de um mesmo *kernel* é de fundamental importância para especificar e saber o que será realizado por cada um destes, de forma a impedir uma eventual tentativa de acesso de memória fora dos limites de uma determinada variável e evitar a realização duplicada de tarefas.

Outra questão de grande importância no emprego da abordagem CUDA consiste na definição e necessidade de precisão simples (PS) ou de precisão dupla (PD), uma vez que a arquitetura das placas de vídeo possui uma quantidade limitada de núcleos de processamento para cada uma delas. Normalmente a quantidade de núcleos destinados a PS é maior do que para a PD e a sua relação depende da construção e finalidade de cada placa. Para efeito de ilustração, o *cluster* FERMI do CESUP/UFRGS emprega placas de vídeo NVIDIA Tesla P100 com relação PS/PD igual a 2, sendo que cada placa possui um total de 3584 núcleos dedicados a PS e 1792 para a PD.

Um estudo para avaliar o impacto na performance computacional em função da precisão empregada para as variáveis foi realizado por Thibault e Senocak (2012). A performance foi avaliada para a simulação de um problema de cavidade, onde foi possível observar que o tempo de execução na CPU ao empregar precisão dupla foi relativamente similar (cerca de 1,05 vez mais lento) quando comparado com os resultados obtidos ao empregar precisão simples. Por outro lado, o tempo de execução na GPU, com diferentes configurações, aumentou em cerca de pouco mais de 2 vezes ao passar da precisão simples para precisão dupla, como mostra a Figura 7.9.

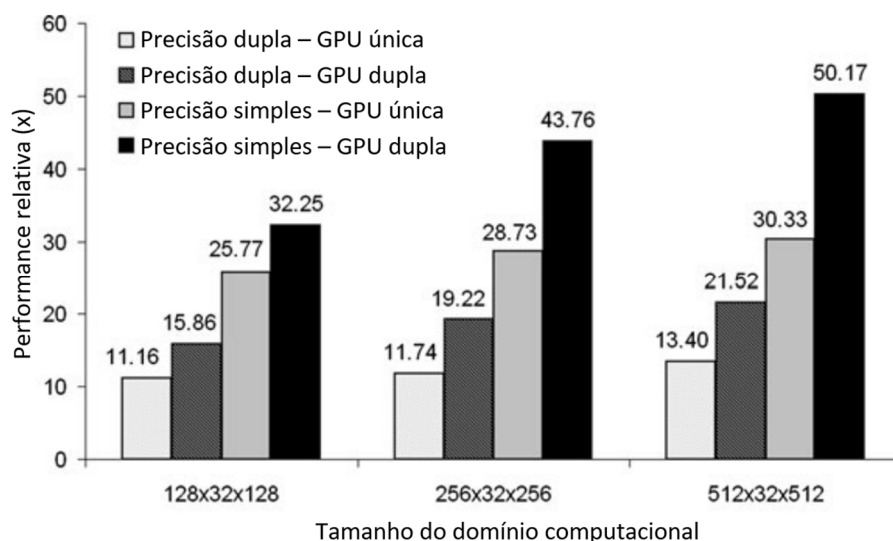


Figura 7.9: Performance relativa para diferentes tipos de precisão. (Adaptado de THIBAUT E SENOCÁK, 2014).

Na Figura 7.9 a performance relativa foi calculada em relação aos resultados obtidos pelos autores empregando apenas a CPU, também com precisão simples e dupla. Resultados similares também foram obtidos por Cohen e Molemaker (2009), que observaram que o emprego da precisão dupla produziu resultados de 46% a 66% mais lentos quando comparados com os obtidos com precisão simples.

Conforme verificado no estudo de Alminhana e Braun (2021), apesar do aumento de desempenho ao empregar-se precisão simples nos algoritmos desenvolvidos para CUDA-GPU, um maior cuidado deve ser tomado com a qualidade da malha devido a perda de precisão ao utilizar variáveis com precisão simples. Dessa forma, optou-se no presente trabalho pela utilização da precisão dupla nos algoritmos, enquanto futuros trabalhos do PPGEC/UFRGS estão sendo desenvolvidos para avaliar essa questão.

Nota-se que a programação utilizando a abordagem de processamento paralelo em CUDA consiste em uma tarefa maior de conhecimento tanto em termos de programação quanto de equipamento utilizado. Por ser um modelo híbrido de programação, essa questão é ainda mais acentuada, uma vez que é necessário lidar com a sincronização de dados entre o *host* e o *device*.

Por fim, é importante mencionar que a troca de informações entre *host* e *device* consiste em uma etapa de vital importância do ponto de vista de desempenho, uma vez que cada um possui a sua própria memória, como comentado anteriormente. Dessa forma, a troca interna de dados na GPU possui velocidade de transferência muito superior quando comparada com a transferência de dados entre CPU e GPU. Um exemplo prático sobre o assunto é apresentado no trabalho de Nogueira *et al.* (2015) e pode ser visualizado na Figura 7.10. Observa-se que o tempo de transferência de dados entre *host* e *device* foi o mais crítico no algoritmo desenvolvido pelos autores, sendo muito superior ao tempo demandado pelas demais tarefas.

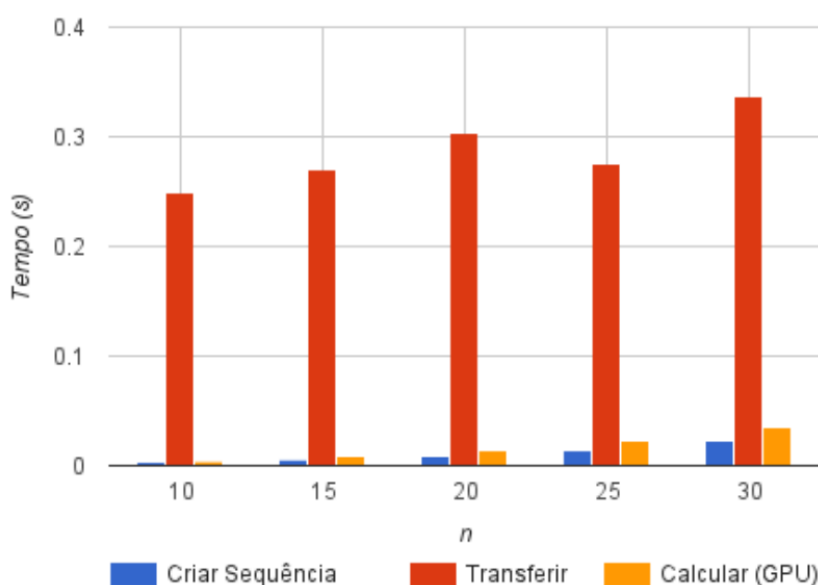


Figura 7.10: Tempo de processamento de um algoritmo em CUDA. (NOGUEIRA *et al.*, 2015).

Logo, é importante realizar o gerenciamento da transferência de dados com cuidado, evitando a transferência com frequência de vetores e matrizes de dimensões muito elevadas dentro do algoritmo.

No presente trabalho, emprega-se o modelo híbrido de programação proporcionado pela abordagem CUDA FORTRAN. A análise de sólidos deformáveis é realizada pela CPU empregando as diretrizes de paralelização em OpenMP, enquanto que a análise do escoamento é realizada por meio do processamento em paralelo na GPU. Da mesma forma citada anteriormente, o ponto vital do programa consiste na troca de informações entre o *host* e o *device*. Para melhor entendimento, a Figura 7.11 apresenta o fluxograma da sequência de atividades realizadas pela CPU e GPU no modelo numérico proposto neste trabalho.

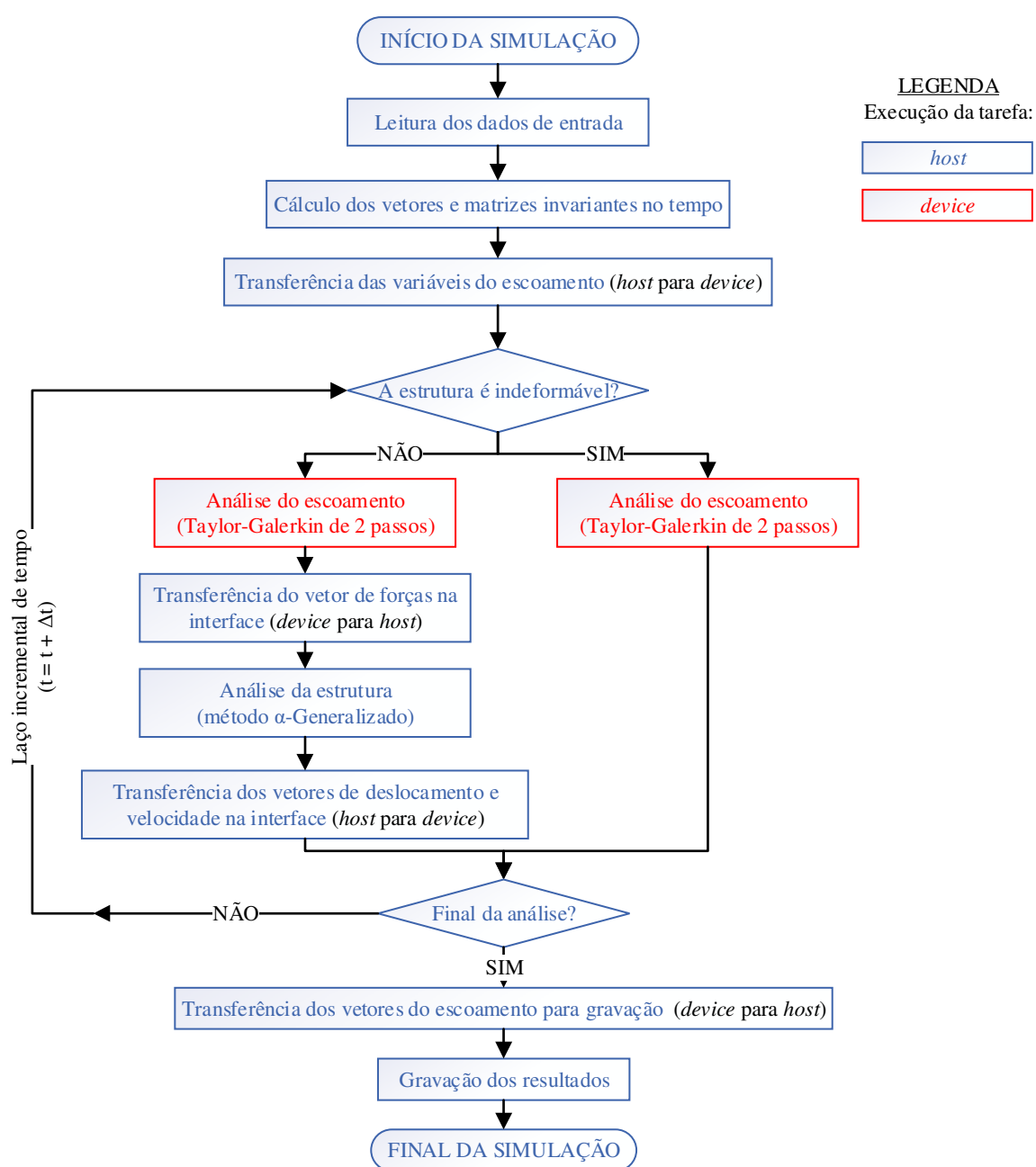


Figura 7.11: Fluxograma de atividades executadas pela CPU e GPU.

Observa-se que os vetores transferidos entre o *host* e o *device*, e vice-versa, não possuem grande dimensão, o que possibilita o emprego do modelo acima com um baixo custo de transferência. Além disso, a técnica de subciclos proporciona uma redução no número de transferências de dados na interface fluido-estrutura, uma vez que há redução no número de vezes que a estrutura é analisada.

8 APLICAÇÕES NUMÉRICAS

Neste capítulo são apresentadas algumas aplicações numéricas envolvendo as diferentes ferramentas numéricas desenvolvidas e empregadas no presente trabalho. Primeiramente, o algoritmo de contato é testado para problemas clássicos de contato de corpos deformáveis com superfície rígida e, posteriormente, para problemas de contato entre corpos deformáveis. Em seguida, a eficiência do elemento infinito é avaliada para permitir o seu emprego em problemas de interação solo-estrutura. Após, aplica-se o algoritmo para um problema de interação fluido-estrutura de forma a analisar a implementação do algoritmo em CUDA FORTRAN. Por último, o algoritmo de interação fluido-estrutura-solo é aplicado para um problema de edifício alto conhecido como CAARC. Destaca-se que problemas estáticos e dinâmicos são avaliados para as diferentes aplicações mencionadas e em algumas situações o emprego do elemento com tecnologia \bar{B} torna-se necessária para a estabilidade numérica. Os resultados obtidos são então comparados com resultados publicados por outros autores ou por meio do programa ANSYS versão acadêmica 21.1 (ANSYS, 2021).

É importante ressaltar que estudos de convergência de malha foram previamente realizados nas aplicações numéricas deste capítulo de forma a garantir que as malhas apresentadas não sejam fontes de erros numéricos e interfiram na qualidade das respostas obtidas. Dessa forma, apenas as malhas selecionadas após o estudo de convergência são apresentadas ao longo dos exemplos numéricos, com exceção da aplicação de interação fluido-estrutura-solo em um edifício alto, onde o estudo de convergência de malha para a discretização espacial do fluido é apresentado na íntegra durante o desenvolvimento da análise aerodinâmica.

8.1 APLICAÇÕES DE CONTATO COM SUPERFÍCIE RÍGIDA

8.1.1 Contato entre um bloco deformável e uma superfície rígida

O presente exemplo consiste em um clássico problema para validação de algoritmos de contato entre um corpo deformável e uma superfície rígida apresentado por Feng (1998), com base em Raous *et al.* (1988). O problema é formado por um bloco elástico deformável que é pressionado e empurrado sobre uma superfície rígida, como mostra a Figura 8.1. Considera-se uma largura unitária para o domínio computacional e, portanto, os carregamentos distribuídos são apresentados em unidade de força por comprimento.

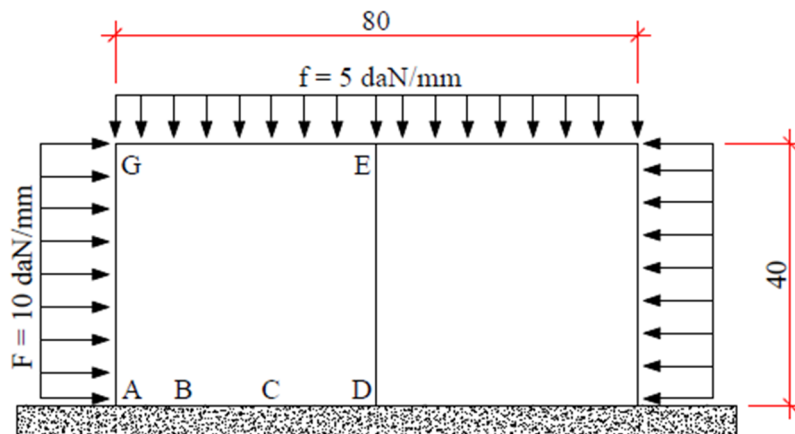


Figura 8.1: Geometria e carregamento do problema de contato entre um bloco deformável e uma superfície rígida.

Essa aplicação torna-se interessante sob o ponto de vista computacional, pois apresenta três segmentos com diferentes estados de contato ao mesmo tempo: segmento sem contato AB, segmento com contato deslizante BC e segmento com contato colante CD. Os demais dados do problema são apresentados na Tabela 8.1.

Tabela 8.1: Dados do problema de contato entre um bloco deformável e uma superfície rígida.

Módulo de elasticidade – E	13.000 daN/mm ²
Coefficiente de Poisson – ν	0,20
Coefficiente de atrito – μ_c	1,00
Penalidade normal – k_N	$1,50 \times 10^5$ daN/mm
Penalidade tangencial – k_T	$5,00 \times 10^3$ daN/mm

Aproveita-se da simetria do problema para modelar apenas metade do bloco. Portanto, o lado ED é impedido de se deslocar na horizontal ($u_x = 0$) e apenas a parte esquerda do problema é modelada. Por ser um exemplo plano, todos os nós da malha são impedidos de se deslocar na direção perpendicular ($u_z = 0$).

O bloco deformável é modelado com 1.122 nós e 512 elementos hexaédricos de oito nós com um ponto de integração, sendo a distribuição dos elementos feita de acordo com os eixos globais na forma 32x16x1. A mesma distribuição de elementos foi empregada por Feng (1998) utilizando elementos finitos quadriláteros lineares com nove pontos de integração. O contato é considerado em Feng (1998) por meio do método bipotencial, onde uma formulação lagrangiana aumentada foi desenvolvida.

A Figura 8.2a apresenta a configuração deformada do problema indicada por linha contínua, com um fator de amplificação dos deslocamentos de 300, juntamente com a malha indeformada indicada por linha tracejada. Para efeito de comparação, apresenta-se o resultado obtido por Feng (1998) na Figura 8.2b. Verifica-se uma boa semelhança entre os resultados.

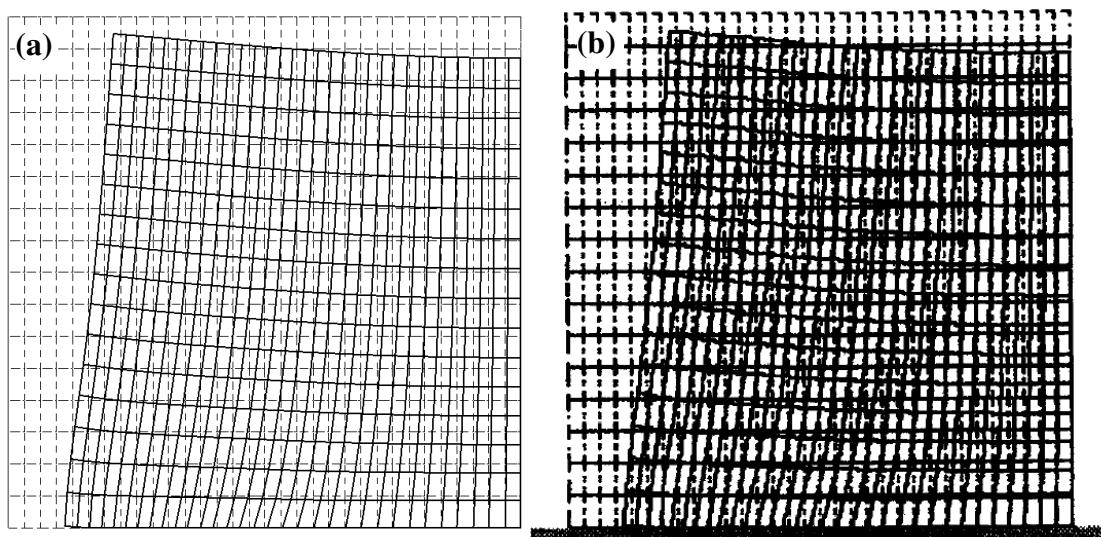


Figura 8.2: Malhas inicial e deformada ($300\times$ e $\mu_c = 1,0$) para (a) presente trabalho e (b) Feng (1998).

O modelo numérico é simulado a seguir para diferentes valores de coeficiente de atrito para avaliar a sua influência na resposta do problema. Dessa forma, obtém-se os valores de deslocamento horizontal e vertical no ponto A, respectivamente, denominados de U_A e V_A . Os resultados são apresentados na Tabela 8.2 em função do coeficiente de atrito para o elemento hexaédrico com um ponto de integração.

Nota-se pela Tabela 8.2 que os resultados de deslocamento horizontal do presente trabalho foram muito próximos dos obtidos por Feng (1998). Porém, os deslocamentos verticais apresentaram maior divergência, principalmente para $\mu_c = 0,4$, quando o presente modelo numérico não apresentou deslocamento vertical, enquanto Feng (1998) exibiu um deslocamento praticamente nulo.

Uma nova análise é realizada empregando o método \bar{B} para avaliar novamente a influência do coeficiente de atrito na resposta do problema, cujos resultados são apresentados na Tabela 8.3.

Tabela 8.2: Deslocamentos do ponto A em função do coeficiente de atrito empregando o elemento com um ponto de integração.

μ_c	Feng (1998)		Presente trabalho		Diferença	
	U_A (mm)	V_A (mm)	U_A (mm)	V_A (mm)	U_A (%)	V_A (%)
0,0	0,0258462	0	0,0258527	0	0,03	0
0,2	0,0219946	0	0,0219753	0	-0,09	0
0,4	0,0191215	0,0000178	0,0191969	0	0,39	-100,00
0,6	0,0170216	0,0001710	0,0170863	0,0001251	0,38	-26,87
0,8	0,0155744	0,0003721	0,0156928	0,0003148	0,76	-15,39
1,0	0,0145967	0,0005576	0,0147688	0,0004733	1,18	-15,12
1,2	0,0138995	0,0007371	0,0140871	0,0006669	1,35	-9,53
1,3	0,0136419	0,0008009	0,0138316	0,0007402	1,39	-7,58

É possível observar agora que os resultados obtidos empregando o elemento hexaédrico de oito nós com o método \bar{B} foram mais próximos dos resultados apresentados por Feng (1998). Isso pode indicar que o elemento com um ponto de integração está suprimindo um eventual travamento por cisalhamento, uma vez que o refinamento da malha com o método \bar{B} conduz a resultados que se aproximam do obtido ao empregar a malha inicial com um ponto de integração.

Tabela 8.3: Deslocamentos do ponto A em função do coeficiente de atrito empregando o elemento com método \bar{B} .

μ_c	Feng (1998)		Presente trabalho		Diferença	
	U_A (mm)	V_A (mm)	U_A (mm)	V_A (mm)	U_A (%)	V_A (%)
0,0	0,0258462	0	0,0258522	0	0,02	0
0,2	0,0219946	0	0,0219895	0	-0,02	0
0,4	0,0191215	0,0000178	0,0191460	0	0,13	-100,00
0,6	0,0170216	0,0001710	0,0170772	0,0001536	0,33	-10,15
0,8	0,0155744	0,0003721	0,0156774	0,0003428	0,66	-7,88
1,0	0,0145967	0,0005576	0,0147511	0,0005077	1,06	-8,95
1,2	0,0138995	0,0007371	0,0140733	0,0006944	1,25	-5,79
1,3	0,0136419	0,0008009	0,0138223	0,0007617	1,32	-4,89

As reações dos nós de contato empregando elementos com um ponto de integração são apresentadas na Figura 8.3 de acordo com o coeficiente de atrito. Para efeito de comparação, também são apresentados na mesma figura os resultados obtidos por Feng (1998).

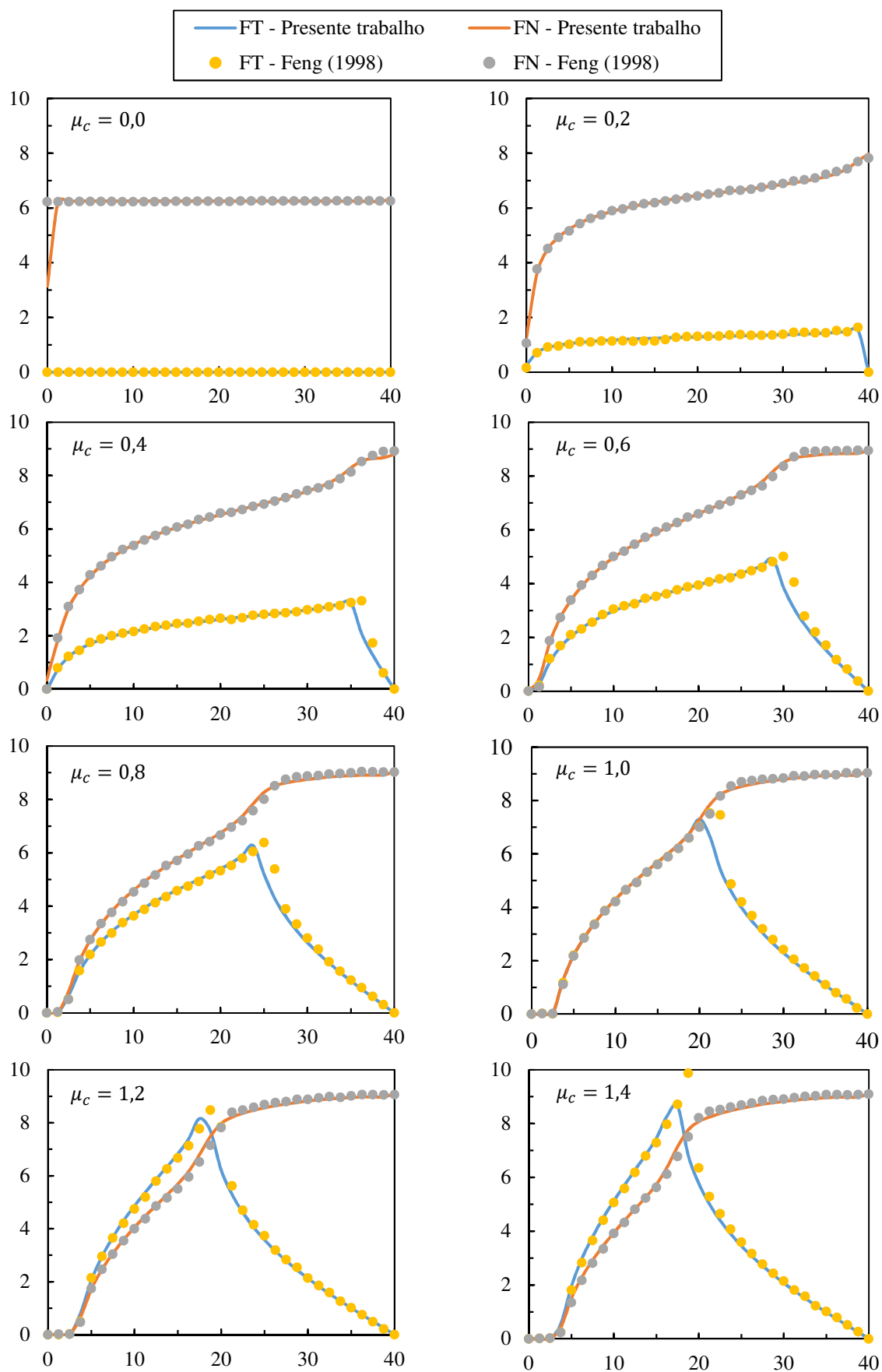


Figura 8.3: Distribuição das forças de contato normal (FN) e tangencial (FT) ao longo do comprimento AD em daN.

Observa-se novamente que os resultados foram bem semelhantes, permitindo dizer que o algoritmo desenvolvido para o contato entre um corpo deformável e uma superfície rígida teve um bom comportamento. É importante mencionar que as reações obtidas no ponto D foram multiplicadas por 2 devido ao apoio simetria estar localizado nesta posição. Além disso, pode-se notar que a força de contato normal calculada no ponto A para o contato sem atrito ($\mu_c = 0,0$) corresponde à metade do valor obtido pelos demais nós da malha devido a área de influência de contato deste nó ser metade da área de influência de cada um dos demais nós. Dessa forma, por simplificação, Feng (1998) apresentou um resultado linear e igual para todos os nós.

8.1.2 Compressão de um cilindro

Neste exemplo é estudado o problema apresentado por Taylor e Becker (1983), onde um cilindro tridimensional é comprimido por uma superfície rígida a fim de reduzir o seu comprimento em 64% do comprimento inicial. O cilindro possui 20 mm de diâmetro e 30 mm de comprimento, sendo que apenas 1/8 da geometria é modelada devido a simetria. Na modelagem numérica são empregados 480 elementos hexaédricos com 671 nós, como mostra a Figura 8.4.

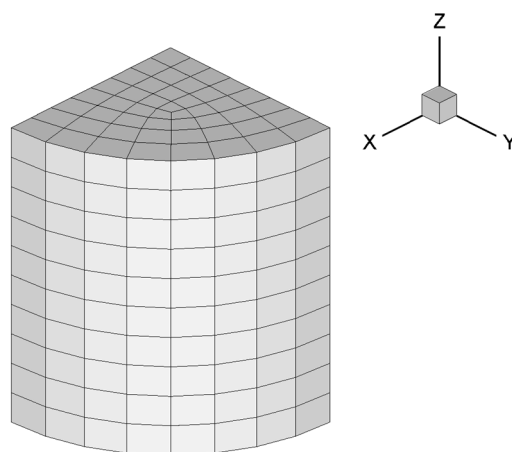


Figura 8.4: Malha inicial do problema de compressão de um cilindro.

O problema é simulado assumindo o critério de plastificação de von Mises para o material e 200 passos de carga são realizados utilizando o método de Newton-Raphson. As propriedades físicas do material e os parâmetros de contato utilizados neste exemplo são encontrados na Tabela 8.4. Destaca-se que a superfície de contato é considerada como perfeitamente colante, ou seja, não há deslizamento dos nós na interface. Dessa forma, Taylor e Becker (1983)

destacam que a consideração de um contato perfeitamente colante remove qualquer influência dos algoritmos de contato com atrito na resposta do problema.

Tabela 8.4: Propriedades do material e do contato para a análise de compressão de um cilindro.

Módulo de elasticidade – E	200 kN/mm ²
Módulo plástico de encruamento linear – H	0,30 kN/mm ²
Tensão de escoamento – σ_y	0,70 kN/mm ²
Coefficiente de Poisson – ν	0,30
Penalidade normal – k_N	$3,50 \times 10^5$ kN/mm
Penalidade tangencial – k_T	$3,50 \times 10^4$ kN/mm

Observa-se que a superfície rígida precisa se deslocar 9,6 mm, sob a forma de compressão, em cada extremidade do cilindro de forma a obter um total de 19,2 mm de variação de comprimento do cilindro, ou seja, 64% de deformação.

A força de compressão obtida para deslocar a superfície rígida, considerando-se ambas as formulações do elemento hexaédrico (método \bar{B} e um ponto de integração) é apresentada na Figura 8.5, juntamente com os resultados obtidos por Taylor e Becker (1983), Simo e Ju (1989) e Bittencourt (1994).

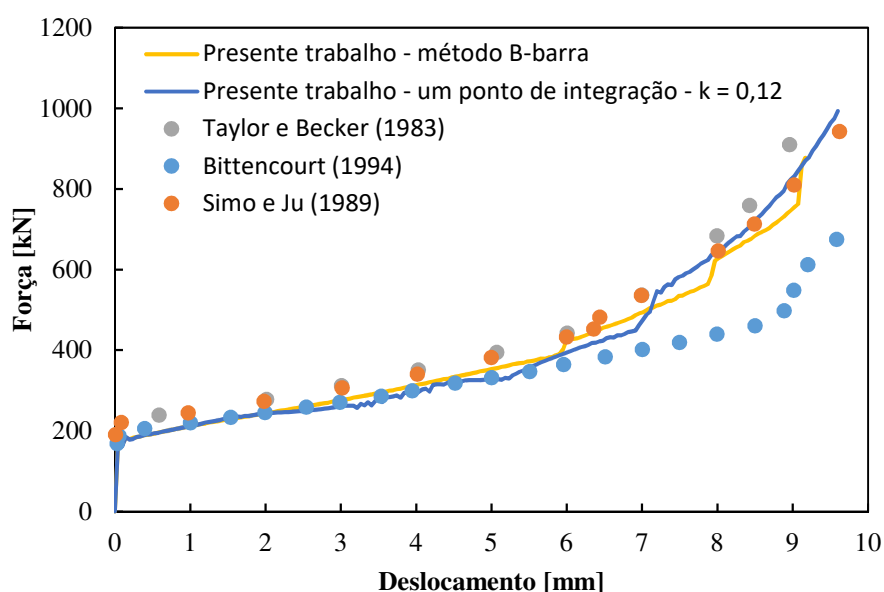


Figura 8.5: Força necessária para comprimir o cilindro em função do deslocamento da superfície rígida.

Destaca-se que para a modelagem do problema, Taylor e Becker (1983) empregaram 54 elementos quadriláteros de cinco nós, sendo cada elemento formado pela associação de quatro elementos triangulares de deformação constante, denominado de *cross-triangular*. Utilizando elementos planos, Simo e Ju (1989) discretizaram espacialmente o problema por meio de 54 elementos quadriláteros bilineares de quatro nós. Por outro lado, Bittencourt (1994) modelou o problema tridimensionalmente por meio de 60 elementos hexaédricos de oito nós. Além disso, os autores de referência também se aproveitaram da simetria do exemplo para a modelagem do problema.

É possível notar pela Figura 8.5 que a análise numérica empregando a formulação \bar{B} não conseguiu atingir convergência até o final, chegando até 61,12% de compressão e apresentando alguns “saltos” quando a lateral do cilindro dobrava sobre a superfície rígida. Por outro lado, quando a formulação com um ponto de integração foi utilizada, a análise não apresentou convergência mesmo para os primeiros passos de carregamento, onde muitos elementos acabaram plastificando. Assim, embora o presente material não seja considerado elastoplástico perfeito, a convergência só foi obtida quando um valor $k = 0,12$ foi utilizado na Equação (5.38) para calcular a matriz de estabilização. Observa-se que, em geral, os resultados obtidos no presente trabalho apresentaram boa concordância com os resultados apresentados por Taylor e Becker (1983) e Simo e Ju (1989), enquanto que Bittencourt (1994) exibiu uma força de conformação menor devido à malha de elementos finitos empregada.

As configurações deformadas das malhas no plano de simetria, correspondente ao último passo de carga com convergência, são mostradas na Figura 8.6 de acordo com as técnicas de integração reduzida empregadas neste trabalho.

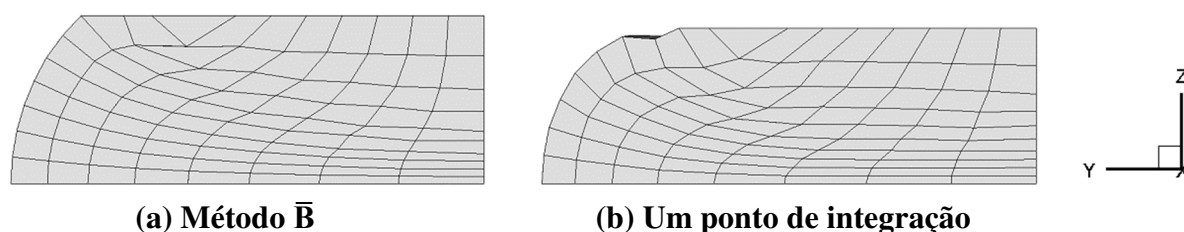


Figura 8.6: Configuração deformada do cilindro comprimido obtida no último passo de carga com convergência.

Observa-se que ambas as técnicas de integração reduzida utilizadas neste trabalho apresentaram dificuldades numéricas devido à excessiva distorção do elemento finito,

principalmente quando dois lados adjacentes do elemento finito se tornam colineares durante o processo de dobra da lateral do cilindro sobre a superfície rígida (ver Figura 8.6). Outras configurações de malha também foram testadas e mesmo com um número maior de elementos não foi possível melhorar consideravelmente o presente resultado. Este inconveniente pode ser contornado usando-se uma formulação cinemática arbitrária lagrangiana-euleriana, que permite descrever problemas de grandes deformações com distorção reduzida dos elementos finitos (ver Lohse (2015)). Outra alternativa consiste na utilização de um elemento especial que consiga sofrer grandes distorções, como o elemento *cross-triangular* empregado por Taylor e Becker (1983).

8.1.3 Impacto de um cilindro com uma superfície rígida

Este exemplo é comumente conhecido na literatura como “problema da barra de Taylor” e consiste em um pequeno cilindro com comprimento inicial de 32,4 mm e raio inicial de 3,2 mm. A barra cilíndrica impacta contra uma superfície plana e rígida com uma velocidade inicial de 227 m/s. Assume-se que o material do cilindro, feito de cobre, segue o critério de plastificação de von Mises de acordo com as propriedades da Tabela 8.5.

Tabela 8.5: Propriedades do cilindro de cobre.

Módulo de elasticidade – E	$117 \times 10^9 \text{ N/m}^2$
Módulo plástico de encruamento linear – H	$100 \times 10^6 \text{ N/m}^2$
Tensão de escoamento – σ_y	$400 \times 10^6 \text{ N/m}^2$
Coefficiente de Poisson – ν	0,35
Massa específica – ρ	8930 kg/m^3

A análise dinâmica é realizada durante $80 \mu\text{s}$ com passo de tempo $\Delta t = 1,6 \times 10^{-8} \text{ s}$ e raio espectral $r_\alpha = 1,0$. Devido à simetria, apenas um quarto da barra é modelada com 1.080 elementos hexaédricos e 1.517 nós. Assume-se que o contato é sem atrito e o parâmetro de penalidade normal (k_N) é considerado igual a 10^9 N/m .

A última configuração que apresentou convergência é mostrada na Figura 8.7 para cada formulação empregada. Os modelos numéricos com integração completa e com o método \bar{B} completaram os $80 \mu\text{s}$ da análise, enquanto que a análise utilizando elementos com um ponto de integração não foi capaz de convergir, mesmo para os estágios iniciais. É possível observar que o elemento hexaédrico padrão, ou seja, com integração completa, apresentou um possível

travamento volumétrico (Figura 8.7a). Além disso, o elemento com um ponto de integração não foi capaz de controlar as instabilidades numéricas que surgiram durante o processo (Figura 8.7c).

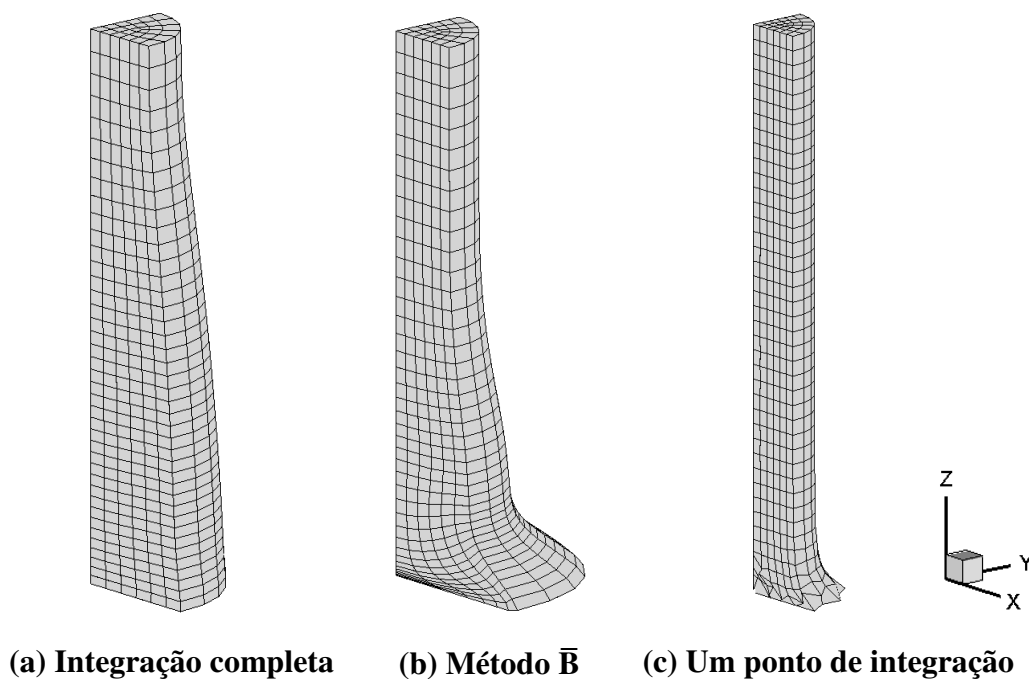


Figura 8.7: Última configuração deformada obtida para o problema de impacto de um cilindro de cobre.

O raio e o comprimento final do cilindro obtidos aqui são comparados com os resultados apresentados por outros autores na Tabela 8.6.

Tabela 8.6: Raio e comprimento final do problema de impacto de um cilindro de cobre com superfície rígida.

Autor	Elemento	Formulação	Raio	Comprimento
Presente trabalho	Hex. 8 nós	Integração completa	4,94 mm	20,29 mm
Presente trabalho	Hex. 8 nós	Método \bar{B}	7,25 mm	21,44 mm
Presente trabalho	Hex. 8 nós	Um ponto de integração	-	-
Bonet e Burton (1998)	Hex. 8 nós	-	6,95 mm	-
Bonet e Burton (1998)	Tet. 4 nós	Integração completa	5,55 mm	-
Aymone <i>et al.</i> (2001)	Hex. 8 nós	Método \bar{B}	7,10 mm	21,44 mm
Zienkiewicz <i>et al.</i> (1998)	Hex. 8 nós	Mista	7,11 mm	21,48 mm
Zienkiewicz <i>et al.</i> (1998)	Quad. 4 nós	Mista	7,11 mm	21,48 mm

Nota-se que os resultados obtidos com o elemento hexaédrico padrão exibiram soluções incorretas devido aos possíveis efeitos de travamento, enquanto que os resultados com a formulação \bar{B} indicaram uma boa concordância com os resultados expostos pelos autores de referência.

8.2 APLICAÇÕES DE CONTATO ENTRE CORPOS DEFORMÁVEIS

8.2.1 Contato entre dois anéis semicirculares

O algoritmo de contato entre corpos flexíveis é testado neste exemplo. O problema bidimensional é proposto por Feng (1998) e consiste em dois anéis semicirculares idênticos que possuem raio externo igual a 100 mm e raio interno igual a 90 mm, como pode ser visualizado na Figura 8.8. Por ser um problema plano modelado com elementos finitos tridimensionais, considera-se a largura do domínio computacional como unitária.

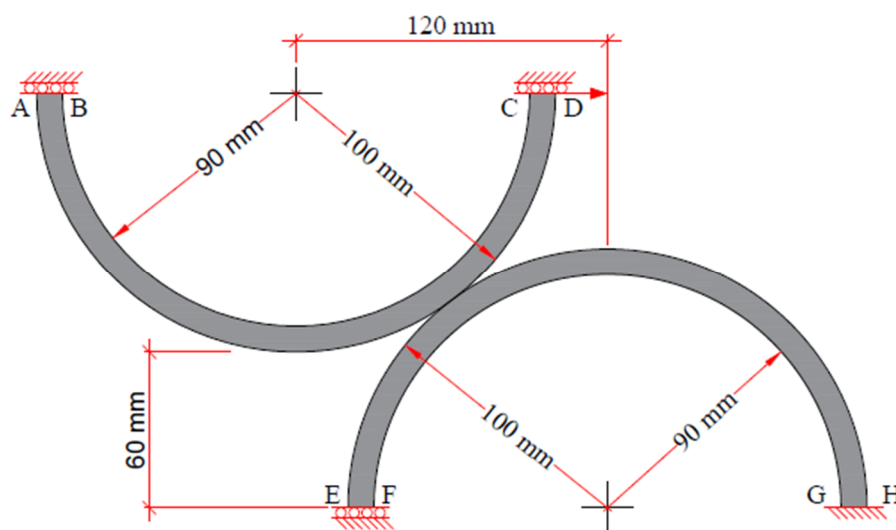


Figura 8.8: Configuração geométrica e condições de contorno do problema de contato entre dois anéis semicirculares.

Como condições de contorno, tem-se que o deslocamento é restrito no segmento GH em todas as direções ($u_x = u_y = 0$) e nos segmentos AB, CD e EF considera-se que o deslocamento é restrito na direção vertical ($u_y = 0$). Aplica-se um deslocamento horizontal (u_x) no segmento CD igual a 240 mm de forma sucessiva em 80 passos de carga, ou seja, um deslocamento horizontal de 3 mm a cada passo. Devido à utilização de um elemento volumétrico para modelar um problema plano, define-se $u_z = 0$ como condição de contorno para todo o domínio

do problema. Considera-se que os anéis sejam constituídos de um material elástico com propriedades físicas apresentadas na Tabela 8.7, juntamente com os demais dados do problema.

Tabela 8.7: Propriedades do problema de contato entre dois anéis semicirculares.

Módulo de elasticidade – E	210.000 N/mm ²
Coefficiente de Poisson – ν	0,3
Coefficiente de atrito – μ_c	0,0
Penalidade normal – k_N	4,0 x 10 ³ N/mm
Deslocamento horizontal em CD	240 mm

Observa-se que o contato é considerado sem atrito neste exemplo e que, ao final da simulação numérica, os anéis não estarão mais em contato, sendo que o anel superior se encontrará ao lado direito do anel inferior. Portanto, a mudança constante dos elementos em contato e de sua orientação tornam essa aplicação interessante para avaliar o comportamento do algoritmo de contato entre corpos flexíveis.

O problema é modelado utilizando-se uma malha de 8 x 80 (raio x perímetro) elementos hexaédricos com um ponto de integração, sendo distribuídos de forma uniforme em cada anel. Dessa forma, um total de 1.280 elementos e 2.916 nós foram utilizados na discretização espacial do problema (Figura 8.9).

Destaca-se que Feng (1998) modelou este exemplo com 80 elementos isoparamétricos de estado plano de tensões com 8 nós e 9 pontos de integração por elemento, totalizando 330 nós na malha. Essa mesma distribuição de elementos de 2 x 20 (raio x perímetro) em cada anel também foi testada no presente trabalho com elementos hexaédricos e os resultados foram satisfatórios. Dessa forma, a configuração atual com 1.280 elementos foi escolhida, pois o refinamento de malha conduziu a resultados com curvas mais suaves, mas ainda similares às malhas menos refinadas. É importante mencionar ainda que o método bipotencial, em conjunto com a formulação lagrangiana aumentada, foi empregado por Feng (1998) para a análise do problema de contato.

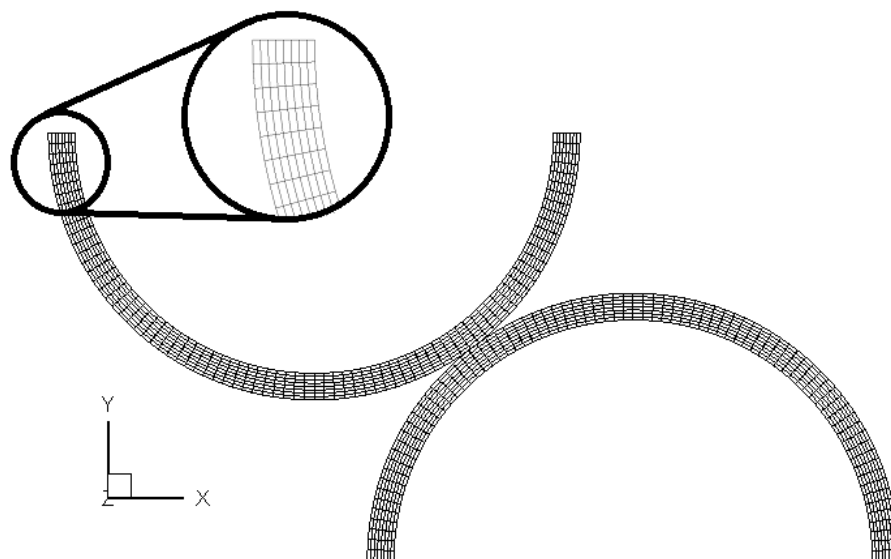


Figura 8.9: Malha utilizada para o problema de contato entre dois anéis semicirculares.

A Figura 8.10a apresenta a configuração deformada da malha no instante em que o deslocamento horizontal prescrito em CD atinge 90 mm, onde a linha tracejada indica os dois eixos passando pela origem. Nota-se que a configuração deformada obtida pelo presente modelo numérico possui uma boa semelhança com a configuração obtida por Feng (1998), indicada na Figura 8.10b.

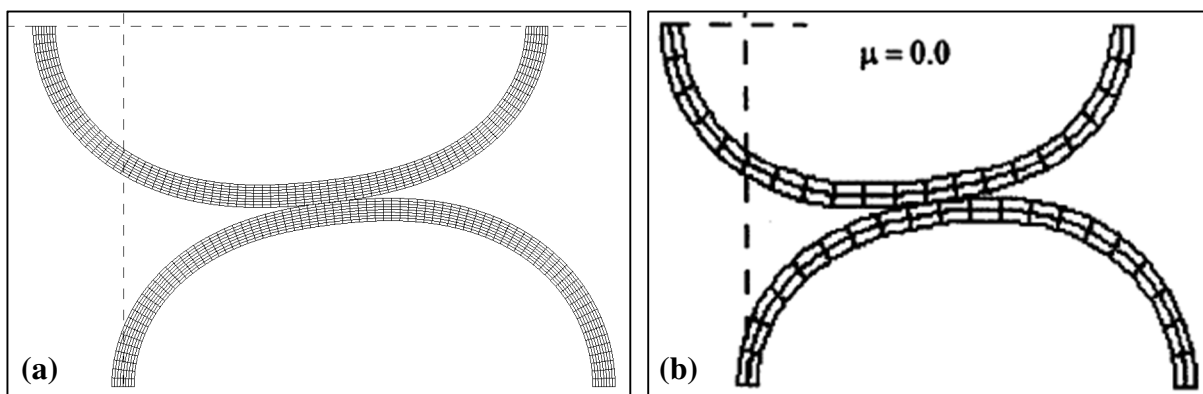


Figura 8.10: Configuração deformada no instante em que o deslocamento horizontal em CD atinge 90 mm para (a) presente trabalho e (b) Feng (1998).

O desenvolvimento do deslocamento obtido no ponto F em função do deslocamento aplicado em CD é mostrado na Figura 8.11, enquanto que a Figura 8.12 apresenta a variação das reações horizontal e vertical, obtida em CD de acordo com o deslocamento aplicado.

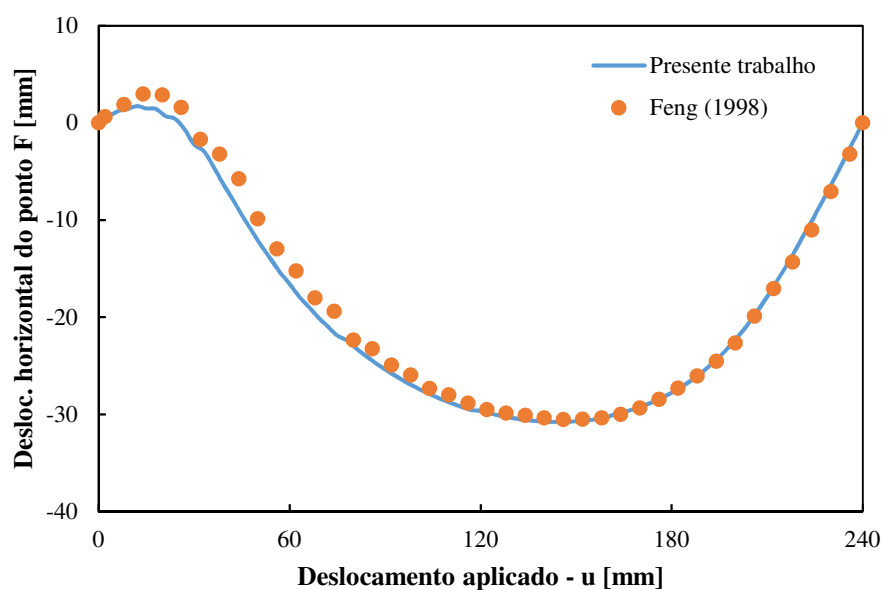


Figura 8.11: Deslocamento do ponto F em função do deslocamento aplicado em CD.

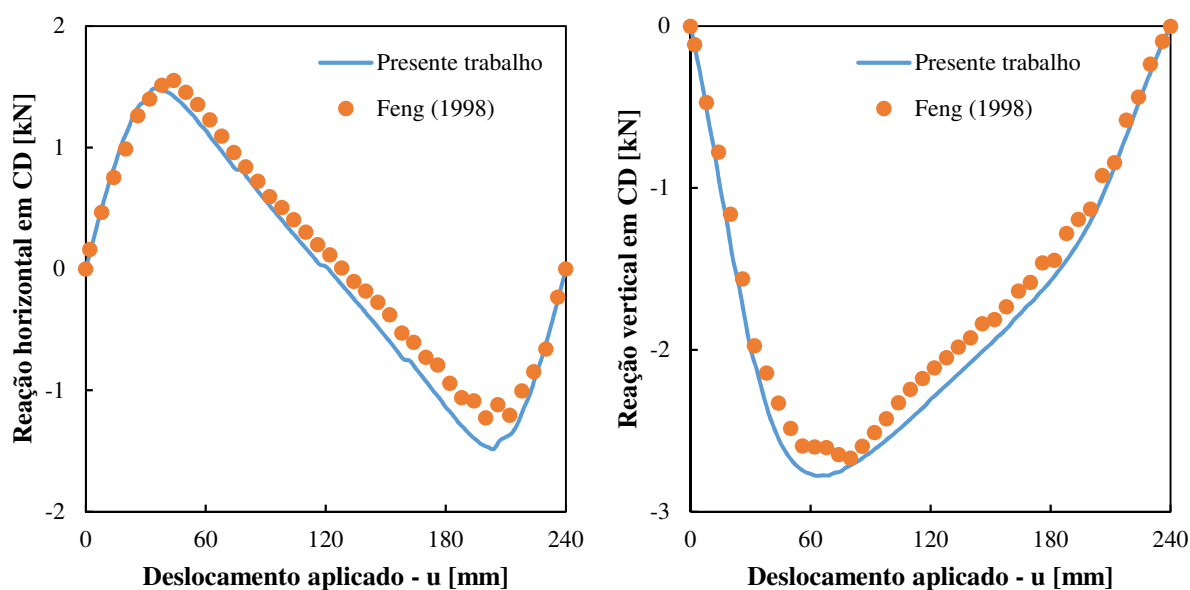


Figura 8.12: Variação das reações em CD em função do deslocamento aplicado.

Nota-se que os resultados obtidos aqui e mostrados nas figuras anteriores são, em geral, similares aos resultados obtidos por Feng (1998), demonstrando que o presente algoritmo teve um bom desempenho. Pequenas diferenças também podem ser justificadas devido a perdas de qualidade no arquivo digital de Feng (1998), possivelmente durante o processo de digitalização do documento original, o que dificultou a extração dos resultados dos gráficos.

É importante mencionar ainda que a mesma malha com 1.280 elementos também foi utilizada para discretizar espacialmente o problema por meio de elementos hexaédricos com formulação \bar{B} e os resultados foram idênticos aos apresentados anteriormente ao empregar o elemento com um ponto de integração.

Devido ao emprego do método da penalidade no algoritmo de contato, admite-se que pequenas interpenetrações ocorram. Neste exemplo, a maior penetração normal obtida foi de 0,13 mm quando o deslocamento horizontal em CD atinge 48 mm, ou seja, 1,3% da espessura do anel. Valores menores podem ser obtidos para a penetração normal ao aumentar o parâmetro de penalidade normal, porém, os resultados continuam sendo muito similares e o custo computacional aumenta devido à dificuldade maior de convergência.

8.2.2 Contato entre duas vigas

Este exemplo é apresentado por Chen *et al.* (1999) e se trata de duas vigas em balanço que estão em contato. Ambas as vigas possuem 20 mm de comprimento, 2 mm de largura e 1 mm de espessura, sendo que a extremidade esquerda da viga superior e a extremidade direita da viga inferior encontram-se engastadas, como mostra a Figura 8.13. Por ser um exemplo plano, ambas as vigas são impedidas de se deslocar na direção da profundidade, enquanto que um deslocamento prescrito de 30 mm é aplicado na extremidade engastada da viga superior.

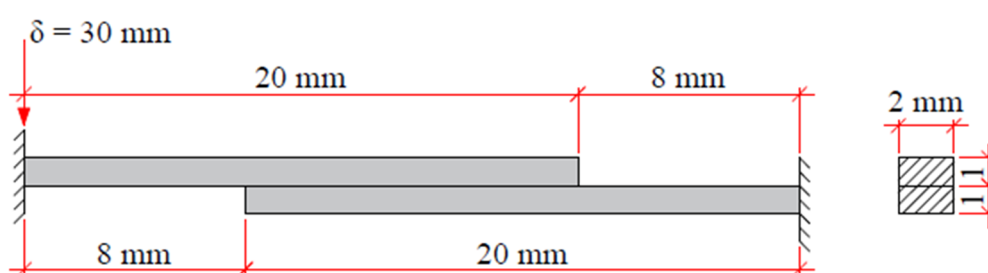


Figura 8.13: Configuração geométrica e condições de contorno para o problema de contato entre duas vigas.

Admite-se que ambas as vigas possuem comportamento elástico com módulo de elasticidade (E) igual a 200 GPa e coeficiente de Poisson (ν) igual a 0,30. O contato é realizado com os coeficientes de atrito $\mu_c = 0,0$ e 0,5. Algumas oscilações foram observadas nos resultados obtidos aqui quando um número reduzido de passos de carga foi empregado, especialmente para o caso do contato com atrito. Portanto, a análise é realizada com 500 passos de carga. Os

parâmetros de penalidade normal e tangencial empregados aqui são iguais a 10^4 e 10^3 N/m, respectivamente.

O problema é inicialmente discretizado usando uma malha de elementos finitos de $20 \times 2 \times 1$ (comprimento \times altura \times largura) elementos hexaédricos com integração completa a fim de comparar o presente resultado com o obtido por Chen *et al.* (1999), que também empregou elementos hexaédricos com integração completa. Comparações também foram realizadas utilizando o programa ANSYS com elementos SOLID45 e sem a opção *extra displacement shapes*. Caso essa opção fosse ativada no ANSYS, o elemento seria livre de travamento por cisalhamento e a comparação não poderia ser realizada com o elemento padrão com integração completa. A interface de contato é simulada no programa ANSYS por meio dos elementos do tipo superfície-superfície, TARGE170 e CONTA174, com algoritmo baseado no método da penalidade.

A relação entre o deslocamento prescrito e a força de reação no engaste é apresentada na Figura 8.14. Pode-se observar que os presentes resultados são muito semelhantes aos apresentados por Chen *et al.* (1999) e pelo ANSYS. Nota-se que as forças de reação para o caso considerando o atrito foram maiores do que as observadas para o caso sem atrito e que as vigas perderam contato antes de atingir o deslocamento prescrito total $\delta = 30$ mm.

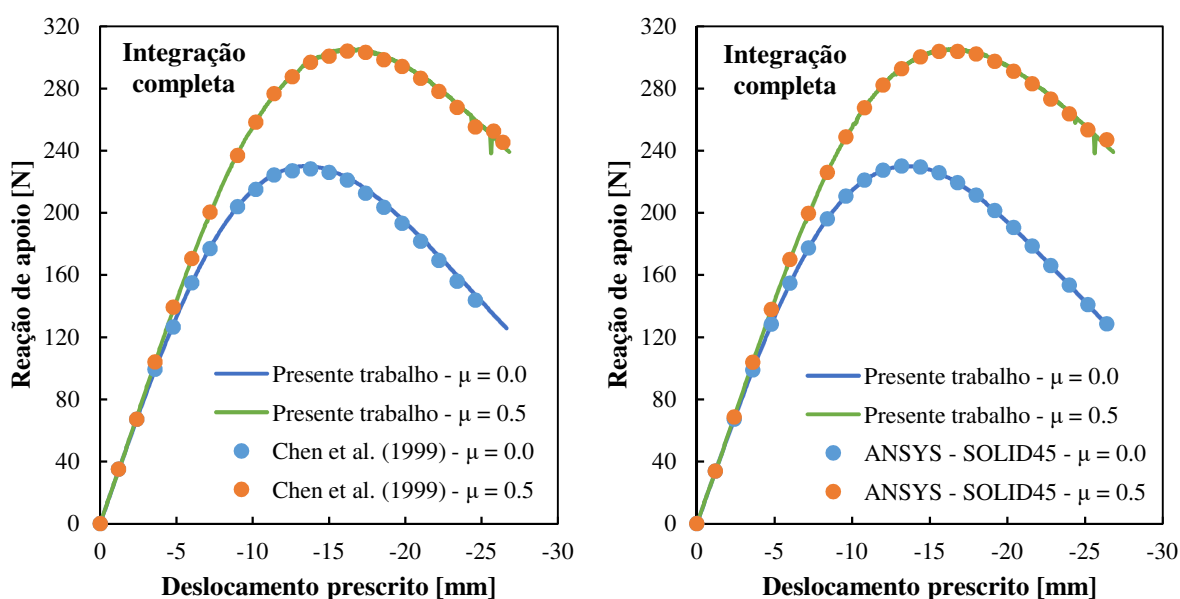


Figura 8.14: Deslocamento prescrito \times reação de apoio para o problema de contato entre duas vigas: resultados utilizando elementos com integração completa.

Análises utilizando o elemento hexaédrico com o método \bar{B} e com um ponto de integração também foram simuladas, mas apresentaram reações de apoio menores do que as obtidas com integração completa. Os resultados obtidos são apresentados na Figura 8.15 e são comparados os resultados fornecidos pelo programa ANSYS com elementos SOLID185, que também apresenta a opção de formulação com método \bar{B} e integração reduzida uniforme.

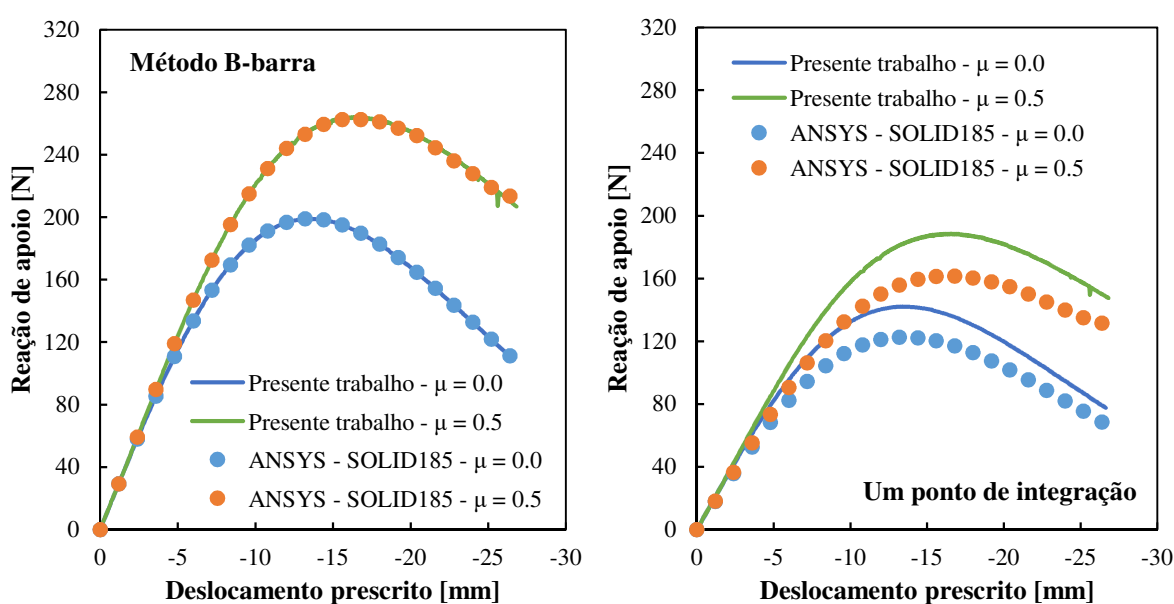


Figura 8.15: Deslocamento prescrito x reação de apoio para o problema de contato entre duas vigas: resultados utilizando elementos com técnicas de integração reduzida.

Os resultados apresentados nas Figuras 8.14 e 8.15 provavelmente indicam uma eventual ocorrência de travamento por cisalhamento nos modelos que empregam elementos com integração completa ou com método \bar{B} . Verifica-se também que o elemento SOLID185 do ANSYS, utilizando integração reduzida uniforme, apresentou um comportamento mais flexível quando comparado com os resultados obtidos neste trabalho com um ponto de integração.

Portanto, a malha foi modificada para suprimir os efeitos de travamento por cisalhamento e o problema foi finalmente discretizado usando uma malha de $60 \times 4 \times 1$ (comprimento x altura x largura) elementos hexaédricos, com formulação \bar{B} e um ponto de integração. A Figura 8.16 exibe a força de reação no engaste em função do deslocamento prescrito para ambas técnicas de integração reduzida, sendo apresentados também os resultados calculados pelo ANSYS. Verifica-se agora que os resultados apresentados são muito semelhantes e o travamento por

cisalhamento foi suprimido com êxito. Novamente o elemento SOLID185 com integração reduzida uniforme demonstrou um comportamento mais flexível, embora esteja em boa concordância com os resultados apresentados pelo elemento com um ponto de integração do presente trabalho.

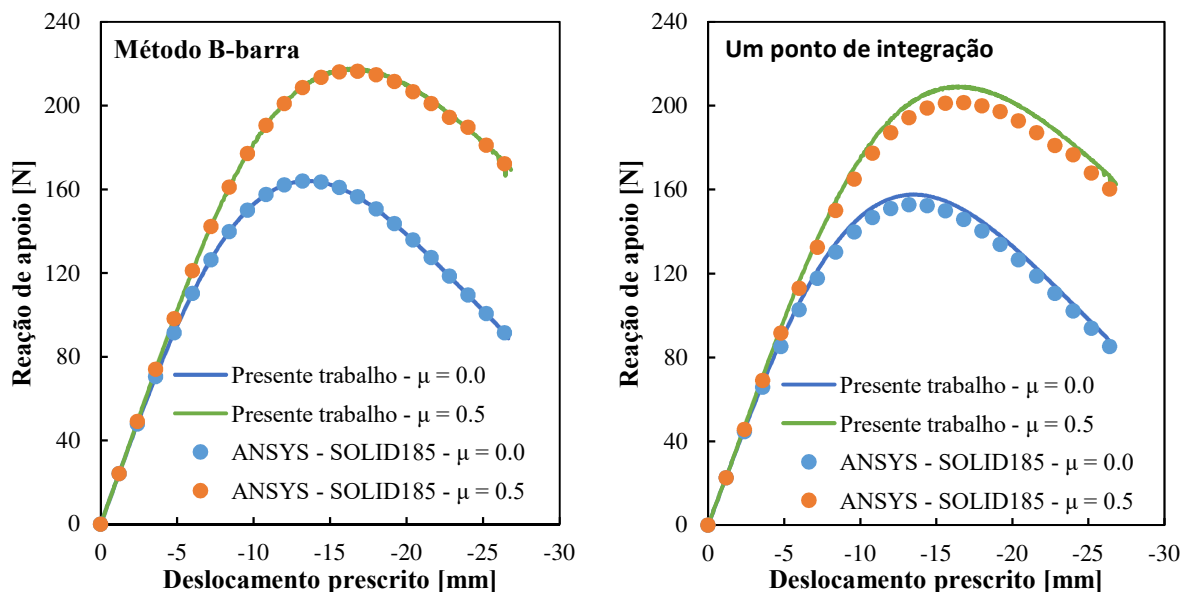


Figura 8.16: Deslocamento prescrito x reação de apoio para o problema de contato entre duas vigas: resultados utilizando elementos com técnicas de integração reduzida e malha refinada.

A configuração deformada quando o deslocamento prescrito vertical (δ) é igual a 15 mm, considerando o caso com atrito $\mu_c = 0,5$, é apresentada na Figura 8.17.

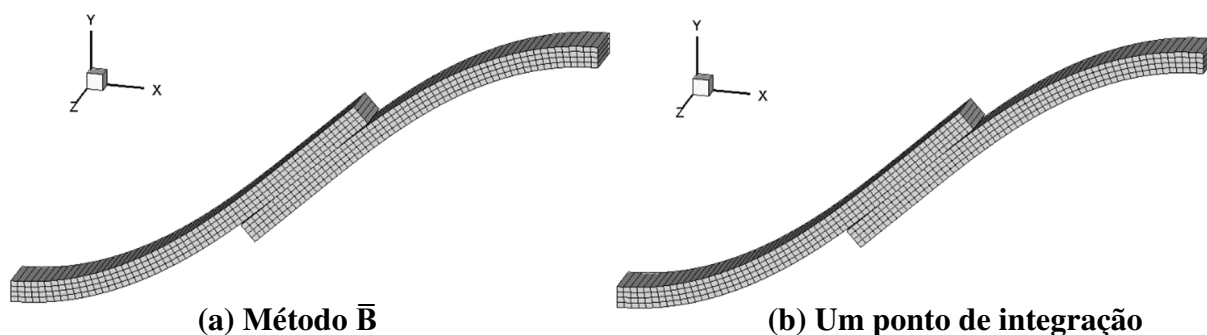


Figura 8.17: Configuração deformada para o problema de contato entre duas vigas: resultados utilizando elementos com técnicas de integração reduzida e malha refinada.

8.2.3 Impacto longitudinal entre duas barras

O presente problema é apresentado por Bittencourt (1994) e consiste no impacto frontal entre duas barras elásticas, de forma que o contato é a única não linearidade envolvida no problema. Ambas as barras possuem a mesma dimensão, apresentando seção transversal de 1 x 1 cm e comprimento de 5 cm. Considera-se inicialmente que a barra A está em movimento com velocidade de 1 cm/s, enquanto que a barra B encontra-se em repouso. Para a discretização das barras, 10 elementos hexaédricos de oito nós são utilizados ao longo da direção longitudinal para cada barra, como mostra a Figura 8.18. Na Tabela 8.8 são mostradas as propriedades físicas e os parâmetros computacionais adotados neste problema.

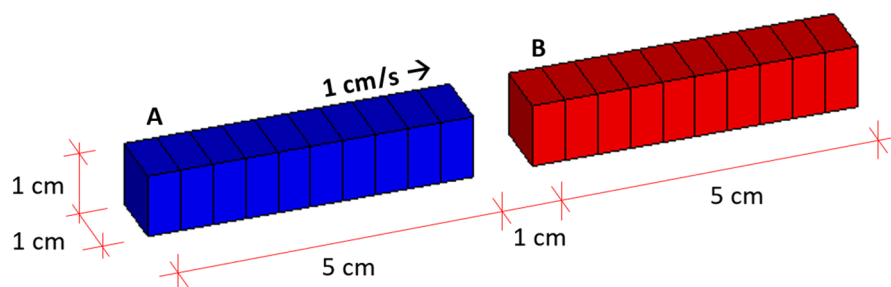


Figura 8.18: Características geométricas e malha de elementos finitos empregados para o problema de impacto entre duas barras.

Sabe-se a partir da teoria clássica da Elasticidade (TIMOSHENKO E GOODIER, 1970) que a velocidade no momento do impacto entre as duas barras é igual a 0,5 cm/s, produzindo ondas que se propagam em direção às extremidades das barras e, posteriormente, refletem em direção à superfície de contato. A duração do impacto é igual a 1 segundo, quando a energia da barra A é transferida para a barra B.

Tabela 8.8: Propriedades físicas e parâmetros computacionais utilizados no problema de impacto entre duas barras.

Módulo de elasticidade – E	1 N/cm ²
Coefficiente de Poisson – ν	0,0
Massa específica – ρ	0,01 kg/cm ³
Penalidade normal – k_N	4 N/cm
Passo de tempo – Δt	5×10^{-3} s
Tempo total de análise - T	5 s
Raio espectral – r_α	1,0

A Figura 8.19 mostra os deslocamentos das superfícies de contato ao longo do tempo para cada formulação de elemento. Pode-se verificar que ambas as formulações apresentam resultados similares e estão consistentes com a teoria clássica da Elasticidade.

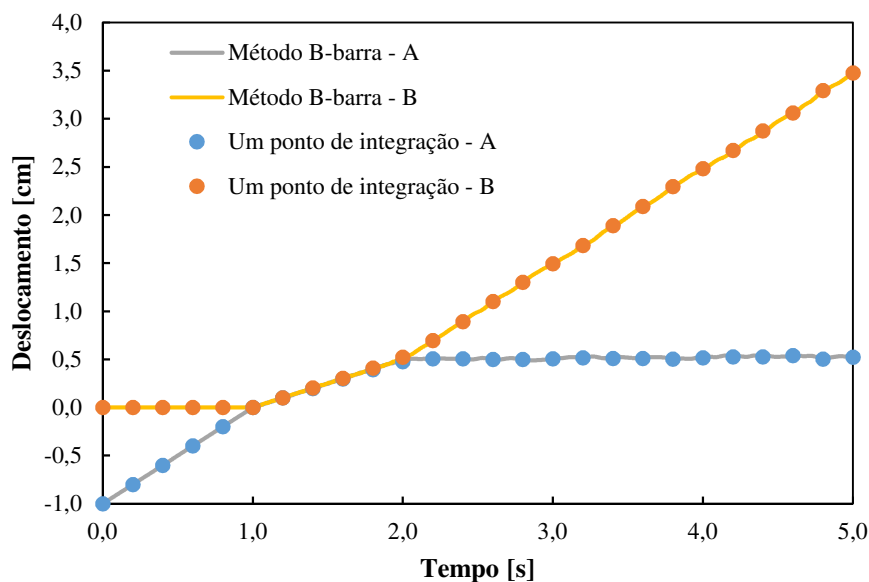


Figura 8.19: Deslocamentos da superfície de contato ao longo do tempo para o problema de impacto entre duas barras.

8.3 APLICAÇÕES DE MEIO SEMI-INFINITO

8.3.1 Carregamento linear em meio semi-infinito (problema de Flamant)

A presente aplicação numérica é utilizada para avaliar a implementação e o desempenho do elemento infinito. O problema consiste em um meio elástico semi-infinito submetido a um carregamento uniformemente distribuído, com solução analítica desenvolvida por Flamant. A geometria do problema é apresentada no manual de exemplos do programa ABAQUS (ABAQUS, 2011) e está indicada na Figura 8.20, juntamente com a malha empregada de elementos finitos e infinitos.

Adota-se uma espessura unitária para o domínio computacional e, dessa forma, devido ao emprego de elementos volumétricos na modelagem de um problema plano, todos os nós da malha são impedidos de se movimentar na direção perpendicular ao plano da página ($u_y = 0$). Além disso, condição de contorno de simetria é adotada nos nós localizados no plano y-z.

A mesma configuração da malha apresentada pelo ABAQUS (2011) é empregada aqui por meio de 12 elementos finitos hexaédricos que se estendem até um raio igual a 4,0 unidades de comprimento, enquanto que 4 elementos infinitos hexaédricos são utilizados para modelar a região afastada do domínio. Observa-se que o elemento infinito é adotado a partir do raio igual a 4,0 até 8,0 de forma que o primeiro nó do elemento infinito seja equidistante do ponto de aplicação da carga e do nó localizado no limite do domínio computacional (ver item 5.4.1 e Figura 5.2).

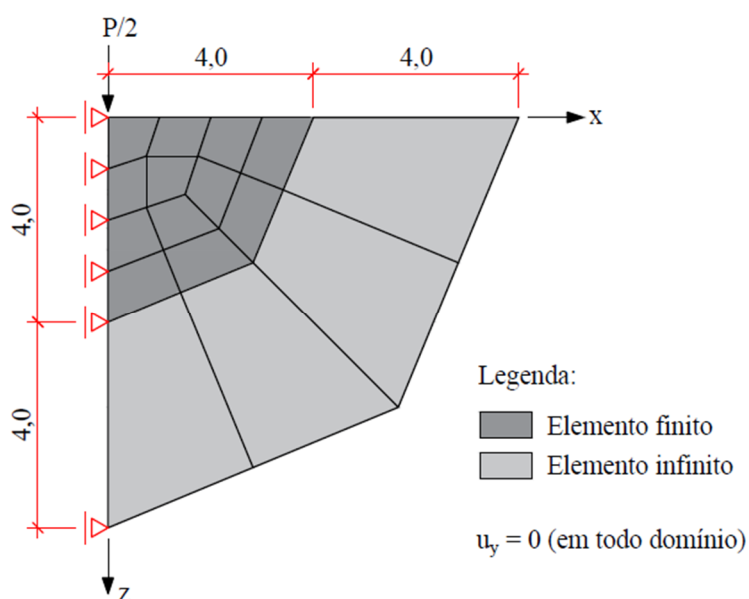


Figura 8.20: Configuração geométrica, condições de contorno e malha com elementos finitos e infinitos adotada para o problema de Flamant.

Para efeito de comparação, uma malha contendo apenas elementos finitos também é simulada empregando 16 elementos finitos que se estendem até um raio igual a 5,0, como mostra a Figura 8.21. Neste caso, os nós da malha localizados no raio igual 5,0 são restritos ao movimento em todas as direções.

Considera-se que o material seja elástico linear com módulo de elasticidade $E = 1,0$ e coeficiente de Poisson $\nu = 0,1$. Uma carga $P = 1,0$ é aplicada no problema em apenas um passo de carga e considerando uma análise linear geométrica. Devido ao plano de simetria, apenas metade do valor do carregamento mencionado anteriormente é aplicado no modelo numérico.

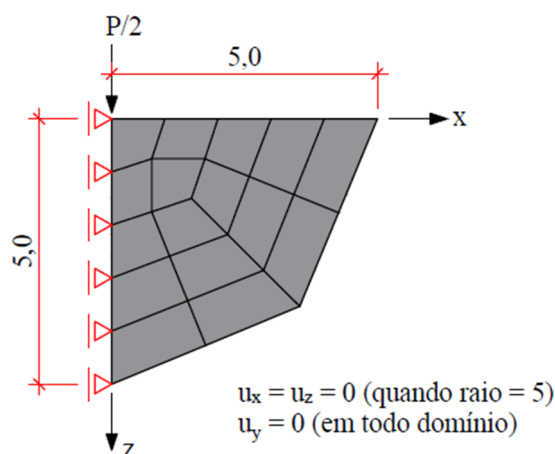


Figura 8.21: Configuração geométrica, condições de contorno e malha com apenas elementos finitos adotada para o problema de Flamant.

A solução analítica para o problema de Flamant fornece o deslocamento vertical ao longo da linha vertical abaixo da aplicação do carregamento da seguinte forma (TIMOSHENKO E GOODIER, 1970):

$$w(z) = \frac{2P}{\pi E} \ln\left(\frac{d}{z}\right) \quad (8.1)$$

onde $w(z)$ é o deslocamento vertical em função da profundidade z e d é uma distância arbitrária a partir da origem, onde o deslocamento é assumido nulo. Neste caso, adota-se a posição final dos nós dos elementos infinitos como deslocamento nulo, ou seja, $d = 8,0$.

Na Figura 8.22 são apresentados os resultados de deslocamento vertical ao longo da linha vertical abaixo da aplicação da carga, as quais foram obtidos no presente trabalho para ambas as técnicas de integração reduzida. As malhas compostas apenas por elementos finitos são abreviadas por “EF” e as malhas com elementos finitos e infinitos são abreviadas por “EF + EI”. Além disso, para efeito de comparação, apresentam-se os resultados calculados analiticamente por meio da Equação (8.1) e os resultados fornecidos pelo manual de exemplos do programa ABAQUS (ABAQUS, 2011). No caso do programa ABAQUS, os elementos CPE4 e CPE8R correspondem aos elementos finitos plano bilinear com 4 nós e biquadrático com 8 nós, respectivamente, enquanto que os elementos CINPE4 e CINPE5R correspondem, respectivamente, aos elementos infinitos plano linear com 4 nós e quadrático com 5 nós. A letra “R” ao final do elemento indica que é um elemento com integração reduzida. Os elementos quadráticos apresentam mais pontos na curva pois possuem mais nós em sua formulação.

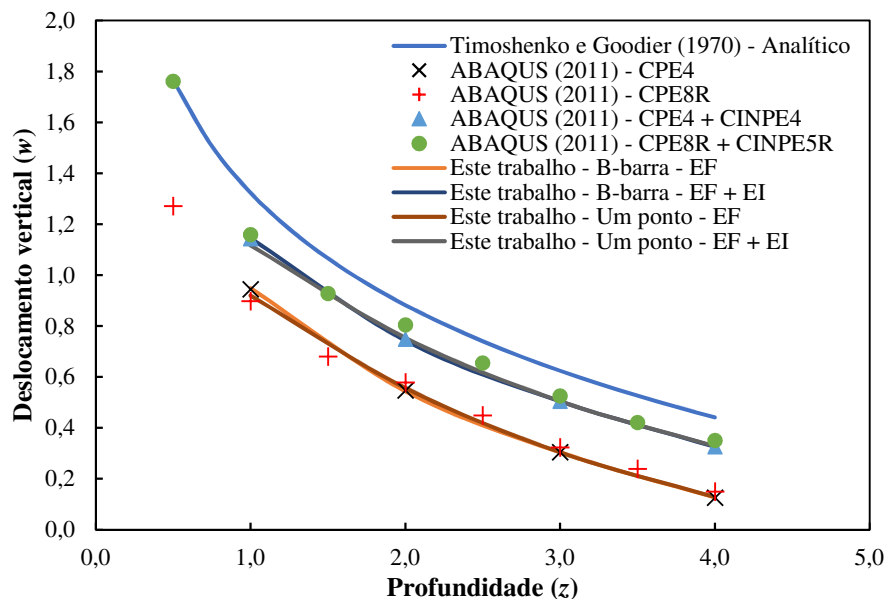


Figura 8.22: Deslocamento vertical obtido para o problema de Flamant.

A partir da Figura 8.22 é possível observar que os resultados com a adição dos elementos infinitos na malha forneceram uma melhora considerável, conduzindo a uma resposta mais próxima da obtida analiticamente. Essa diferença é explicada pela ordem quadrática empregada nas funções de forma para o cálculo da aproximação dos deslocamentos nos elementos infinitos, enquanto que a solução analítica apresenta natureza logarítmica. Nota-se ainda que ambas as técnicas de integração reduzida apresentam resultados praticamente idênticos e que, para ambas as malhas, os resultados do presente trabalho são muito similares aos apresentados pelo ABAQUS (2011), principalmente para os elementos lineares. Isso demonstra que o elemento infinito foi implementado com sucesso para a análise estática.

8.3.2 Propagação de onda unidimensional

Este exemplo é apresentado por Edip *et al.* (2018) e representa um problema simples de propagação unidimensional utilizado para avaliar a implementação do elemento infinito para análises dinâmicas. O problema consiste em uma coluna de 10 m de altura, 1 m de comprimento e 1 m de largura, sendo simulada numericamente por duas malhas, como mostra a Figura 8.23. Ambas as malhas são discretizadas espacialmente por meio de 40 elementos finitos hexaédricos, sendo que uma delas emprega 1 elemento infinito na sua extremidade inferior para amortecer as ondas incidentes.

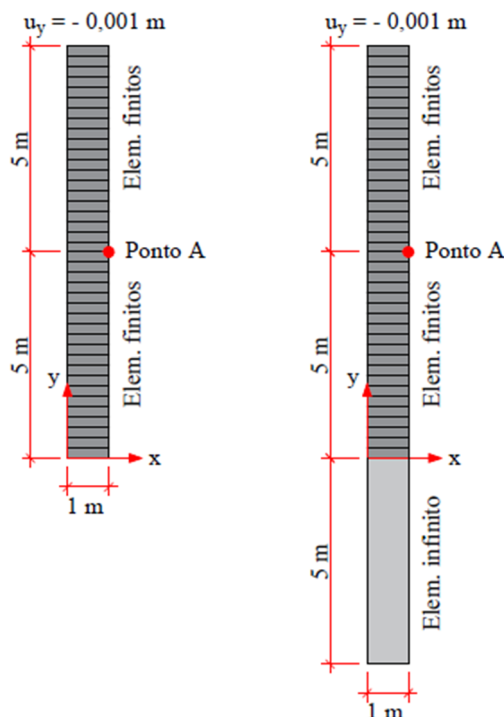


Figura 8.23: Configurações geométricas e malhas empregadas no problema de propagação de onda unidimensional.

Considera-se que a coluna é formada por material elástico linear com módulo de elasticidade $E = 18 \text{ MPa}$, coeficiente de Poisson $\nu = 0,2$ e massa específica $\rho = 2.040 \text{ kg/m}^3$. A análise dinâmica é realizada durante $0,25 \text{ s}$ com um passo de tempo $\Delta t = 2,5 \times 10^{-3} \text{ s}$. Um deslocamento $u_y = -0,001 \text{ m}$ é aplicado na extremidade superior da coluna de forma súbita no início da análise linear geométrica e mantido durante os 100 passos de carga da análise dinâmica. Por ser um problema unidimensional, todos os nós da malha são restritos ao movimento na direção x e z ($u_x = u_z = 0$). No caso da malha contendo apenas elementos finitos, considera-se a extremidade inferior da coluna como engastada.

Observa-se que diferentemente da análise estática, a dimensão do elemento infinito não é importante na análise dinâmica, uma vez que não há definição de “polo” na sua formulação e a sua função é unicamente fornecer amortecimento na interface entre elementos finitos e infinitos.

A solução da análise dinâmica é obtida por meio do método implícito de Newmark, com os parâmetros $\delta = 1/2$ e $\alpha = 1/4$, e o deslocamento obtido no ponto A ao longo do tempo é apresentado na Figura 8.24. Os resultados obtidos neste trabalho são comparados com as respostas apresentadas por Edip *et al.* (2018) e pelo programa ANSYS, empregando os elementos SOLID185 e INFIN257. As malhas compostas apenas por elementos finitos são

abreviadas por “EF” e as malhas com elementos finitos e infinitos são abreviadas por “EF + EI”.

É importante mencionar que Edip *et al.* (2018) também utilizaram o programa ANSYS, porém os autores desenvolveram rotinas para o elemento infinito e o inseriram no programa por meio da ferramenta de customização UPF (*User Programmable Features*) ao invés de utilizar o elemento INFIN257, como no presente trabalho, que já está presente nas versões mais recentes do programa.

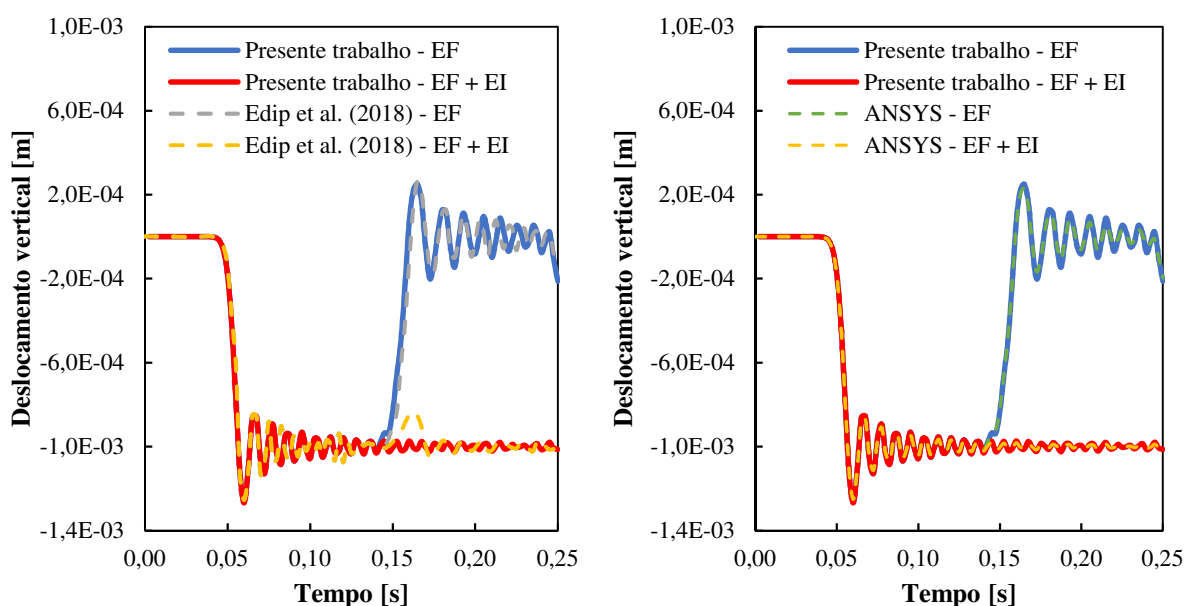


Figura 8.24: Histórico de deslocamento vertical avaliado no ponto A do problema de propagação de onda unidimensional.

É possível observar na Figura 8.24 que os resultados obtidos no presente trabalho foram idênticos aos resultados fornecidos pelo programa ANSYS e estão de acordo com os resultados apresentados por Edip *et al.* (2018), apenas com pequenas diferenças. Além disso, pode-se observar nitidamente a reflexão de onda na malha contendo apenas elementos finitos, enquanto que a presença do elemento infinito na malha possibilitou a sua absorção.

A reflexão de onda pode ser melhor visualizada ao empregar a Equação (5.69) para calcular a velocidade da onda longitudinal, onde é possível obter $c_p = 99$ m/s. Dessa forma, a onda longitudinal alcança o ponto A aproximadamente após 0,05 s, ocorre a reflexão no engaste aos 0,10 s e retorna ao ponto A após cerca de 0,15 s do início da análise, conforme mostram os resultados.

Destaca-se que ambas as formulações de integração reduzida (método \bar{B} e um ponto de integração) foram empregadas na solução deste problema. Porém, nenhuma distinção foi feita na apresentação dos resultados, pois ambas as técnicas forneceram resultados idênticos.

8.3.3 Propagação de onda em meio semi-infinito

Esta aplicação numérica é apresentada no manual de exemplos do programa ABAQUS (ABAQUS, 2011) e é utilizado para testar a eficiência do elemento infinito na análise dinâmica. O problema é similar ao estudado por Cohen e Jennings (1983) e consiste em um meio semi-infinito que está submetido a um carregamento vertical uniforme, como mostra a Figura 8.25. Assume-se um estado plano de deformação para o problema e que o domínio computacional possui largura unitária.

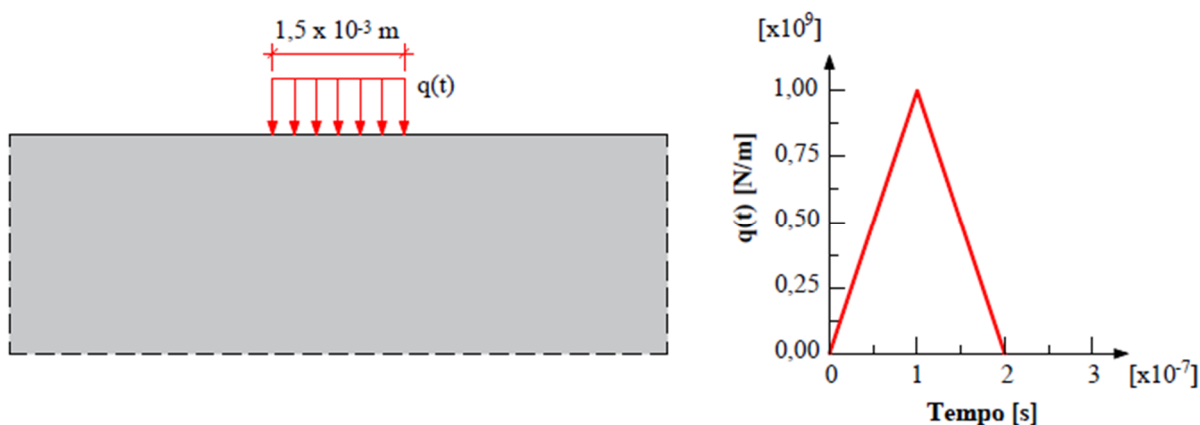


Figura 8.25: Configuração geométrica e descrição do carregamento para o problema de propagação de onda em meio semi-infinito.

Devido à simetria, apenas metade do problema é modelado numericamente utilizando três malhas diferentes: uma malha pequena, contendo apenas elementos finitos distribuídos na forma de 16×16 elementos hexaédricos (Figura 8.26a); uma malha pequena e semelhante à anterior, com a adição de 32 elementos infinitos na borda do domínio computacional (Figura 8.26b); e uma malha estendida, formada apenas por elementos finitos distribuídos na forma de 48×48 elementos hexaédricos (Figura 8.27).

Admite-se que o movimento é livre para os nós localizados no limite do domínio computacional nas malhas formadas apenas por elementos finitos. Dessa forma, as três malhas possuem deslocamento restrito apenas na direção horizontal ($u_x = 0$) nos nós situados

no plano de simetria e restrição ao movimento na direção perpendicular ao plano da página ($u_z = 0$) para todos os nós da malha.

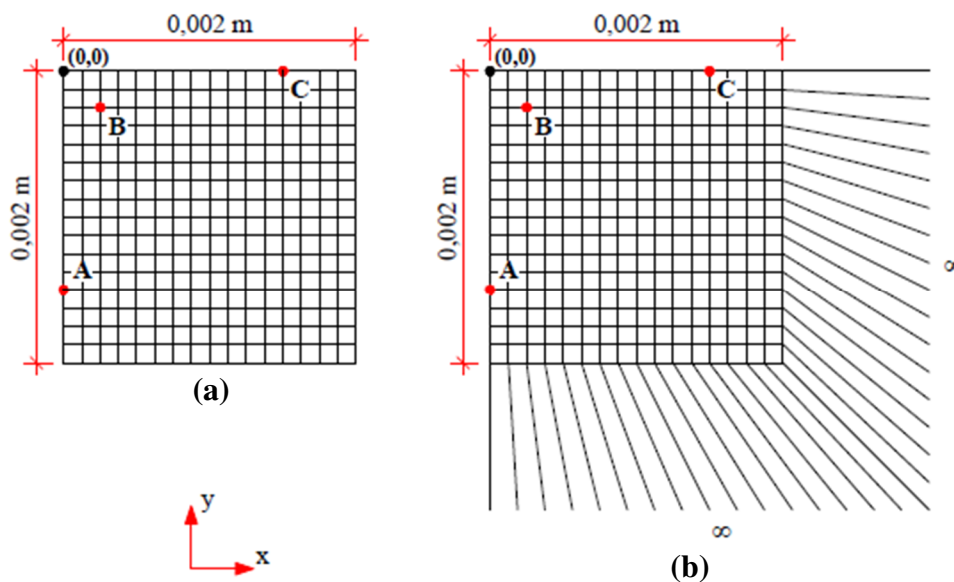


Figura 8.26: Malha pequena empregada no problema de propagação de onda em meio semi-infinito contendo: (a) apenas elementos finitos e (b) elementos finitos e infinitos.

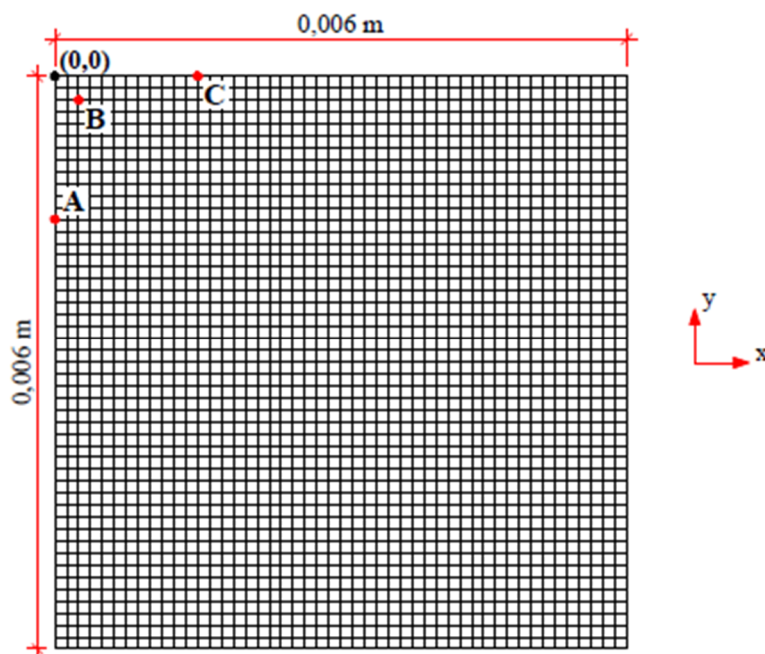


Figura 8.27: Malha estendida, formada apenas por elementos finitos, empregada no problema de propagação de onda em meio semi-infinito.

Considera-se que a meio semi-infinito seja constituído por material elástico linear com módulo de elasticidade $E = 73$ GPa, coeficiente de Poisson $\nu = 0,33$ e massa específica $\rho = 2.842$ kg/m³. A resposta estrutural é obtida empregando o método de Newmark para um período total $T = 1,5$ μ s e com um passo de tempo $\Delta t = 6,0$ ns, totalizando 250 passos de tempo para a realização da análise dinâmica. O problema é considerado geometricamente linear e nenhum amortecimento material é adotado na simulação. Além disso, emprega-se a matriz de massa discreta na análise dinâmica de forma a seguir a análise realizada no ABAQUS (2011).

De acordo com as propriedades do material, pode-se calcular a velocidade da onda longitudinal e transversal por meio das Equações (5.69) e (5.71), respectivamente, sendo possível obter $c_p = 6.169,1$ m/s e $c_s = 3.107,5$ m/s. Portanto, tem-se que as ondas longitudinais atingem o limite computacional da malha pequena após cerca de 0,324 μ s, enquanto que na malha estendida esse tempo aumenta para 0,97 μ s. Nota-se que o período total de análise ($T = 1,5$ μ s) permite que a reflexão da onda ocorra em ambas as malhas de elementos finitos.

As configurações de elementos nas malhas (Figuras 8.26 e 8.27) foram escolhidas para serem idênticas às adotadas pelo ABAQUS (2011). Dessa forma, apenas elementos hexaédricos com um ponto de integração foram utilizados na modelagem deste problema, uma vez que o ABAQUS (2011) emprega o elemento finito plano com integração reduzida, denominado CPE4R, e o elemento infinito plano CINPE4.

Para a apresentação dos resultados, três pontos foram selecionados na malha para avaliar o deslocamento vertical. Considerando que a origem do sistema de coordenadas está localizada no canto superior esquerdo, sobre o plano de simetria, tem-se as seguintes coordenadas para os pontos selecionados: $A = (0, -0,0015)$, $B = (0,00025, -0,00025)$ e $C = (0,0015, 0)$.

Os históricos de deslocamentos verticais obtidos em cada um dos pontos selecionados são apresentados na Figura 8.28 para as três configurações de malha. É possível notar com clareza a ocorrência da reflexão da onda no limite do domínio computacional da malha pequena formada apenas por elementos finitos, enquanto que a adição dos elementos infinitos na malha pequena permitiu absorver essa energia e evitar o seu retorno para a região de interesse. Além disso, os resultados obtidos no presente trabalho demonstraram uma grande semelhança com os resultados fornecidos pelo ABAQUS (2011).

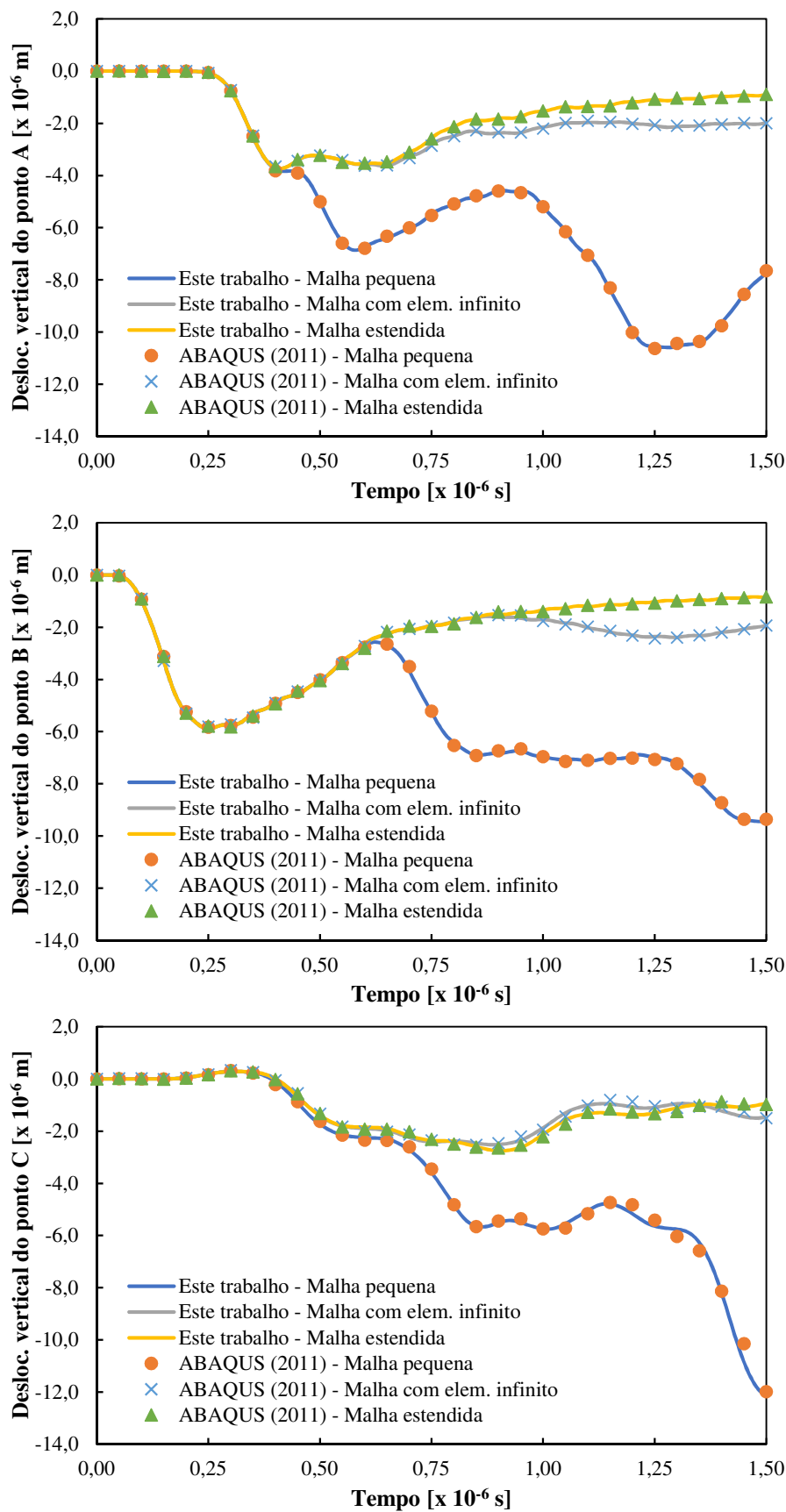


Figura 8.28: Históricos de deslocamentos verticais avaliados nos pontos A, B e C do problema de propagação de onda em meio semi-infinito.

8.3.4 Bloco elástico apoiado em meio semi-infinito

Um bloco elástico apoiado em uma camada de solo é simulado neste exemplo de forma a avaliar o elemento infinito em uma análise dinâmica de um problema simplificado de interação solo-estrutura. O problema bidimensional foi simulado por von Estorff e Prabucki (1990) para verificar os efeitos na interação solo-bloco ao variar o módulo de elasticidade do solo. Posteriormente, um estudo sobre efeitos da dimensão do domínio computacional na resposta do problema foi realizado por Yazdchi *et al.* (1999). A geometria do exemplo e a descrição do carregamento ao longo do tempo são apresentados na Figura 8.29, considerando o problema com profundidade unitária.

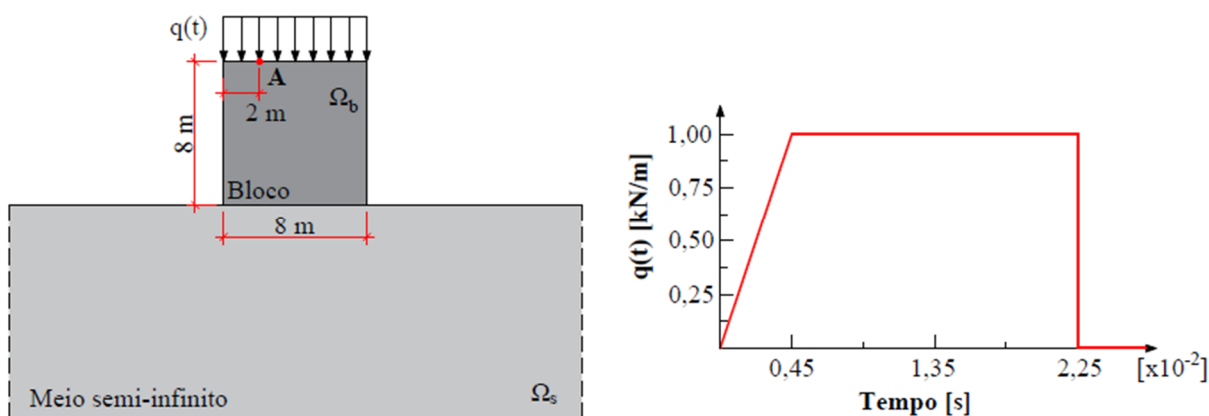


Figura 8.29: Configuração geométrica e descrição do carregamento para o problema de um bloco elástico apoiado em meio semi-infinito.

Considera-se que o bloco possui comportamento elástico linear com módulo de elasticidade $E_b = 2,66$ kPa, coeficiente de Poisson $\nu_b = 0,33$ e massa específica $\rho_b = 2.000$ kg/m³. O solo é constituído de um material homogêneo com as mesmas propriedades do bloco, com exceção do módulo de elasticidade (E_s), que é alterado para avaliar o seu efeito na resposta do problema. Admite-se um contato perfeitamente colante na interface solo-bloco, sem a possibilidade de abertura entre os meios. Dessa forma, o algoritmo especial de contato não é empregado neste exemplo, pois os nós localizados na interface são considerados equivalentes.

O problema é considerado como linear geométrico e sem amortecimento material. O método de Newmark é empregado para o avanço temporal considerando um tempo total de análise de 0,18 s e um passo de tempo $\Delta t = 4,5 \times 10^{-4}$ s. Pela Figura 8.29 é possível verificar que o carregamento linear aplicado no topo do bloco cresce linearmente até atingir o valor máximo em $4,5 \times 10^{-3}$ s, mantido constante até $2,25 \times 10^{-2}$ s e então zerado até a finalização da análise.

Por ser um problema plano, todos os nós da malha de elementos finitos são impedidos de se deslocar na direção perpendicular ao plano da página ($u_z = 0$), enquanto que a base do domínio computacional é considerada engastada ($u_x = u_y = 0$) e as paredes laterais do solo são restritas ao movimento na direção normal ($u_x = 0$). No caso do emprego de elementos infinitos, o próprio elemento é responsável pela simulação do meio semi-infinito e, portanto, apenas $u_z = 0$ é imposto em toda a malha.

Duas malhas são inicialmente utilizadas para a simulação do problema, contendo apenas elementos finitos hexaédricos, como mostra a Figura 8.30. O bloco é modelado por 64 elementos com dimensão de 1 x 1 m, enquanto que o solo é limitado pelas seções A-A para a malha pequena e B-B para a malha grande. Dessa forma, tem-se que o solo é modelado por 192 e 1.344 elementos finitos, respectivamente, nas malhas pequena e grande. Observa-se que a malha pequena é modelada apenas por elementos com dimensões 1 x 1 m, enquanto que a malha grande emprega a discretização anterior da malha pequena, com o acréscimo de elementos no solo que vão crescendo até chegar a dimensões próximas de 9,5 x 9,5 m na região mais afastada do bloco.

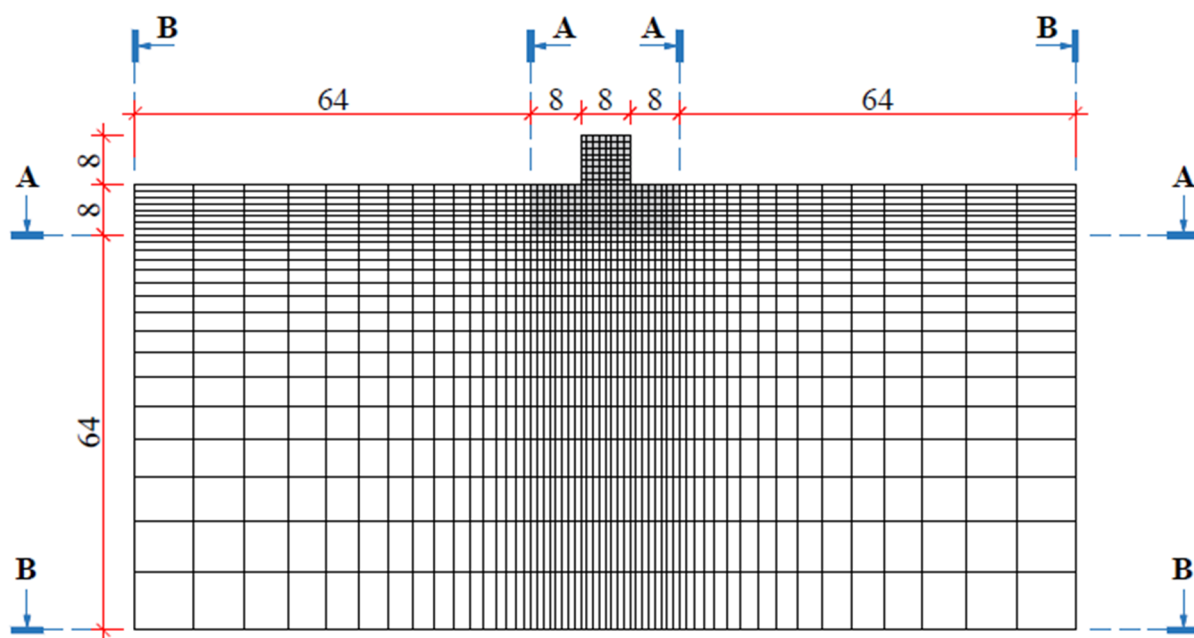


Figura 8.30: Malhas utilizadas no problema de um bloco elástico apoiado em meio semi-infinito contendo apenas elementos finitos.

Para verificar a influência das propriedades físicas do solo na vibração do bloco, 4 relações E_b/E_s são avaliadas para valores entre 0 e 1 ao utilizar a malha grande composta apenas por elementos finitos. O deslocamento vertical ao longo do tempo avaliado no ponto A (ver Figura 8.29) é apresentado na Figura 8.31 para diferentes relações E_b/E_s . Os resultados obtidos por von Estorff e Prabucki (1990) e os fornecidos por Yazdchi *et al.* (1999) também são apresentados para comparação. É importante mencionar que von Estorff e Prabucki (1990) empregaram uma formulação acoplada entre o Método dos Elementos Finitos e o Método dos Elementos de Contorno (MEF-MEC). Por outro lado, Yazdchi *et al.* (1999) empregaram elementos finitos quadriláteros de oito nós, com menor dimensão igual a 2 x 2 m, para a modelagem do problema. Dessa forma, o problema foi modelado por Yazdchi *et al.* (1999) utilizando 64 e 352 elementos, respectivamente, nas malhas pequena e grande.

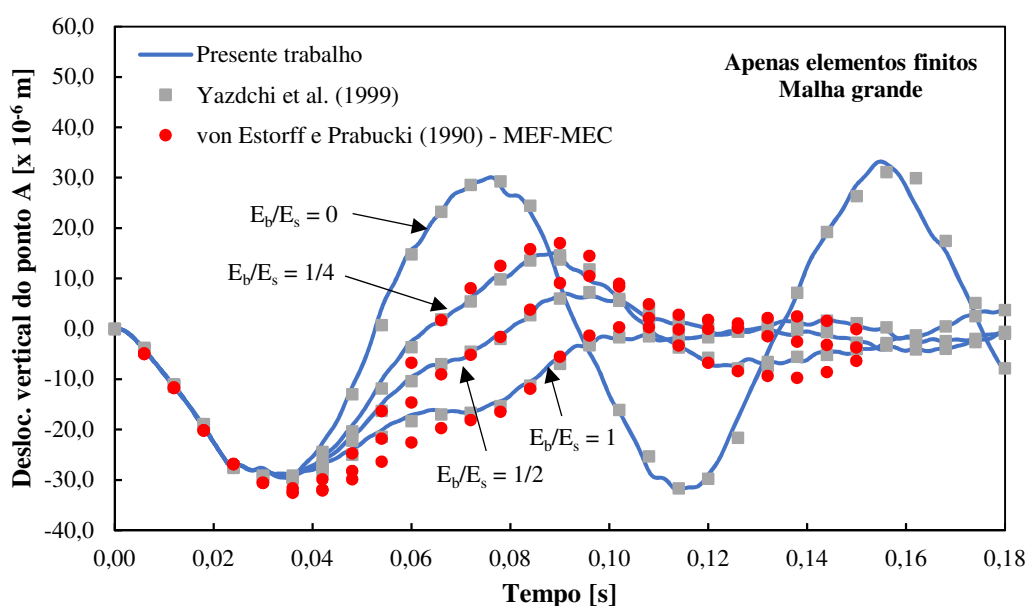


Figura 8.31: Problema de um bloco elástico apoiado em meio semi-infinito – histórico de deslocamento vertical no ponto A para a malha grande contendo apenas elementos finitos.

É possível verificar na Figura 8.31 que há uma boa concordância entre os resultados apresentados. Além disso, nota-se que a resposta no ponto A até cerca de 0,036 s é idêntica para as quatro relações E_b/E_s apresentadas, uma vez que as reflexões de onda ainda não alcançaram o ponto A neste período. No caso do solo com propriedades físicas iguais ao do bloco ($E_b/E_s = 1$), não há interferência da reflexão de onda e os deslocamentos do bloco praticamente desaparecem após 0,1 s. Por outro lado, o bloco apoiado em uma superfície

rígida ($E_b/E_s = 0$) representa um sistema não amortecido, onde as ondas são refletidas na interface solo-bloco. Valores intermediários da relação E_b/E_s demonstram que a reflexão de ondas na interface é mais significativa e o bloco leva mais tempo para retornar ao repouso conforme a rigidez do solo aumenta.

Observa-se que para um solo com as mesmas características físicas do bloco, ou seja, $E_b/E_s = 1$, a velocidade da onda longitudinal (c_p) é igual a 443,9 m/s. Portanto, as ondas longitudinais atingem o limite computacional da malha pequena após cerca de 0,036 s, enquanto que para a malha grande esse tempo sobe para 0,18 s, que corresponde ao tempo total de análise. Logo, é esperado que a reflexões ocorram apenas na malha pequena, durante o período estudado, quando o solo possui o mesmo módulo de elasticidade do bloco. Esses efeitos podem ser visualizados na Figura 8.32, onde é apresentado o histórico de deslocamento vertical no ponto A para a relação $E_b/E_s = 1$. Nota-se que o resultado apresentado está em conformidade com a estimativa teórica, pois a onda leva 0,072 s para refletir e alcançar o ponto A na malha pequena e causa uma divergência com a resposta obtida pela malha grande.

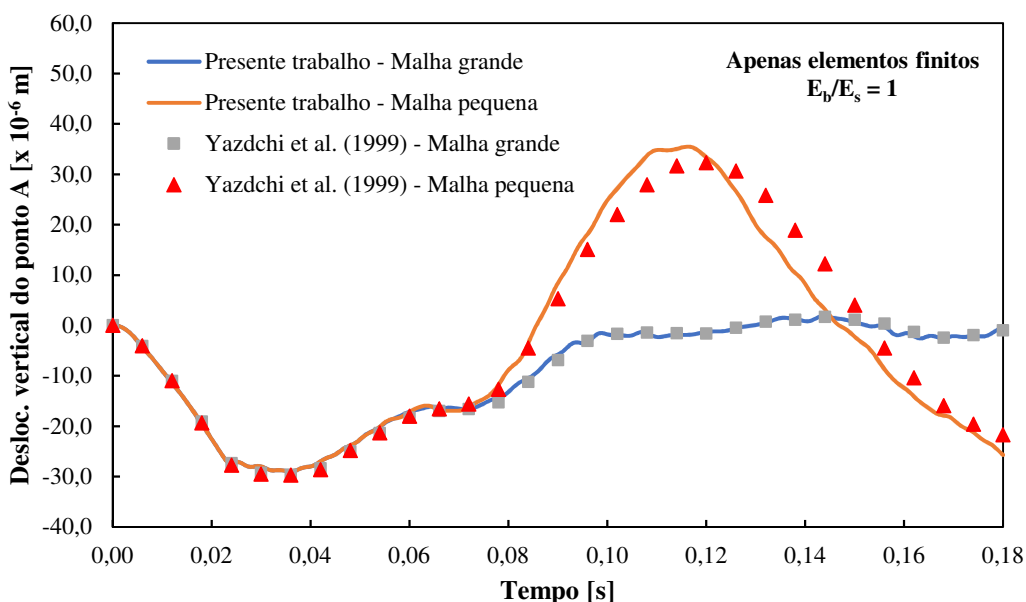


Figura 8.32: Problema de um bloco elástico apoiado em meio semi-infinito – histórico de deslocamento vertical no ponto A para ambas as malhas contendo apenas elementos finitos.

Procurando melhorar a resposta anterior apresentada pela malha pequena, duas novas malhas com a adição de elementos infinitos são simuladas (Figura 8.33). O bloco é novamente discretizado por 64 elementos finitos, enquanto que a malha do solo é limitada pelas seções

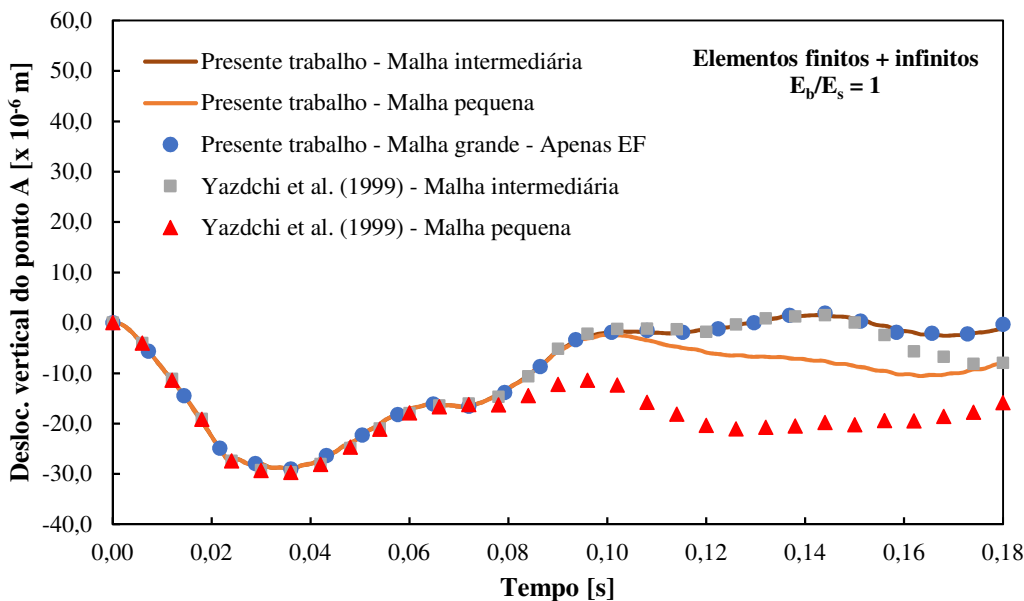


Figura 8.34: Problema de um bloco elástico apoiado em meio semi-infinito – histórico de deslocamento vertical no ponto A para ambas as malhas contendo elementos finitos e infinitos.

Verifica-se a partir da Figura 8.34 que apenas a malha intermediária contendo elementos infinitos possibilitou a absorção de ondas e apresentou um resultado próximo do obtido com a malha grande formada apenas por elementos finitos. Portanto, apesar da boa eficiência do elemento infinito, a dimensão do domínio computacional é uma questão importante a ser considerada.

Nenhuma diferenciação foi feita na apresentação dos resultados no que diz respeito às técnicas de integração reduzida, pois os resultados obtidos empregando o método \bar{B} e utilizando um ponto de integração foram muito similares neste exemplo.

8.4 APLICAÇÕES DE INTERAÇÃO SOLO-ESTRUTURA

8.4.1 Problema elástico de interação solo-estaca

Uma estaca imersa em uma camada de solo tridimensional e submetida a carregamentos axial e lateral é analisada neste exemplo com base no problema apresentado por Trochanis *et al.* (1991). Assume-se que a estaca e o solo possuem comportamento elástico linear com módulo de elasticidade igual a $E_p = 2 \times 10^7$ kPa para a estaca e $E_s = 2 \times 10^4$ kPa para o solo. Para o coeficiente de Poisson, adota-se $\nu_p = 0,30$ e $\nu_s = 0,45$, respectivamente, para a estaca e para o solo. A estaca possui seção transversal quadrada com 0,50 m de lado e comprimento de 10 m, encontrando-se imersa em uma camada de solo de 17 m de profundidade.

O domínio computacional é apresentado na Figura 8.35, onde apenas metade do problema é modelado, com 6.760 elementos hexaédricos e 8.004 nós devido à simetria. Os nós localizados na base do domínio computacional são restritos completamente ao movimento, enquanto que os nós localizados nas paredes laterais são restritos apenas na direção normal. A dimensão do domínio é baseada no modelo numérico de Trochanis *et al.* (1991), de forma a garantir uma distância segura da cabeça da estaca até um limite do domínio computacional que não afete os resultados obtidos.

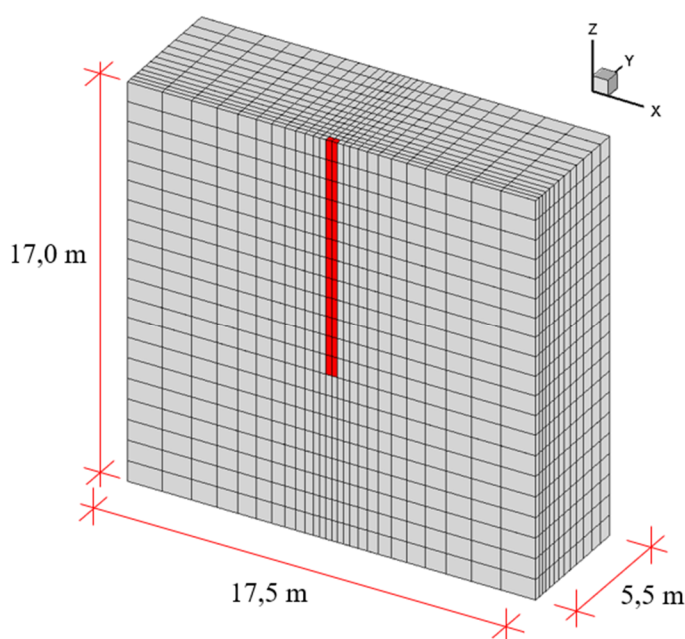


Figura 8.35: Configuração geométrica e malha de elementos finitos adotada para o problema elástico de interação solo-estrutura.

Dois modelos de contato para a interface são simulados para o problema: um com contato perfeitamente colante, onde não é necessário empregar elementos especiais de contato, pois há a consideração de equivalência entre os nós coincidentes na interface solo-estaca, e um com contato considerando atrito elevado, admitindo-se assim que o solo e a estaca apresentem uma abertura entre si, mas nenhum deslizamento é permitido. No caso do contato com atrito elevado, ambos os parâmetros de penalidade normal (k_N) e tangencial (k_T) são considerados com valor igual a $1,2 \times 10^5$ kN/m.

Os resultados referentes ao recalque da estaca, quando a estaca é submetida a uma carga axial de 2.500 kN, e ao deslocamento lateral, quando a cabeça estaca é submetida a uma carga

lateral de 216 kN, são apresentados na Tabela 8.9. Em ambos os casos, o carregamento foi aplicado em 20 passos de carga. Observa-se que, devido à simetria, metade dos valores mencionados anteriormente são aplicados no modelo numérico. Os resultados obtidos aqui são comparados com os resultados apresentados por Trochanis *et al.* (1991) e soluções elásticas fornecidas por Poulos e Davis (1980). Destaca-se que Trochanis *et al.* (1991) empregaram o programa ABAQUS para a análise numérica do problema e utilizaram elementos finitos hexaédricos isoparamétricos com 27 nós para a discretização espacial da estaca e do solo. O contato na interface solo-estaca é considerado como perfeitamente colante para ambos os trabalhos de referência, ou seja, não há separação entre os dois meios. Dessa forma, o algoritmo de contato é empregado em um dos modelos numéricos do presente trabalho como um teste inicial para os próximos problemas de interação solo-estrutura.

Tabela 8.9: Deslocamento vertical e lateral na cabeça da estaca para o problema elástico de interação solo-estaca.

Contato	Autor	Desloc. vertical	Desloc. lateral
Atrito elevado	Presente trabalho (método \bar{B})	1,73 cm	0,62 cm
	Presente trabalho (um ponto de int.)	1,73 cm	0,71 cm
Perfeitamente colante	Presente trabalho (método \bar{B})	1,71 cm	0,58 cm
	Presente trabalho (um ponto de int.)	1,71 cm	0,65 cm
	Trochanis <i>et al.</i> (1991)	1,66 cm	0,63 cm
	Poulos e Davis (1980)	1,70 cm	0,80 cm

Observa-se pela Tabela 8.9 que, ao comparar os dois modelos de contato empregados no presente trabalho, os deslocamentos verticais avaliados na cabeça da estaca são bastante semelhantes, enquanto que, devido a separação da interface solo-estaca, os deslocamentos laterais obtidos nos modelos com atrito elevado demonstraram valores ligeiramente superiores daqueles apresentados pelos modelos com contato colante. Verifica-se ainda que há uma boa concordância entre os resultados obtidos no presente trabalho para ambas as técnicas de integração reduzida e os resultados relatados por Trochanis *et al.* (1991), principalmente para os modelos de contato perfeitamente colante. Por outro lado, os modelos numéricos demonstraram um comportamento mais rígido para o deslocamento lateral quando comparados com a solução analítica fornecida por Poulos e Davis (1980). Trochanis *et al.* (1991) mencionam que essa diferença pode ser atribuída à simplificação da estaca como um elemento linear pela teoria elástica de Poulos e Davis (1980). Dessa forma, o modelo

tridimensional da estaca tende a mobilizar uma maior região de solo, garantindo uma maior resistência ao movimento.

A configuração deformada obtida para os modelos com atrito elevado quando a estaca está submetida ao carregamento lateral máximo é mostrada na Figura 8.36, onde é possível observar a separação na interface solo-estaca próximo à cabeça da estaca para ambas as técnicas de integração reduzida.

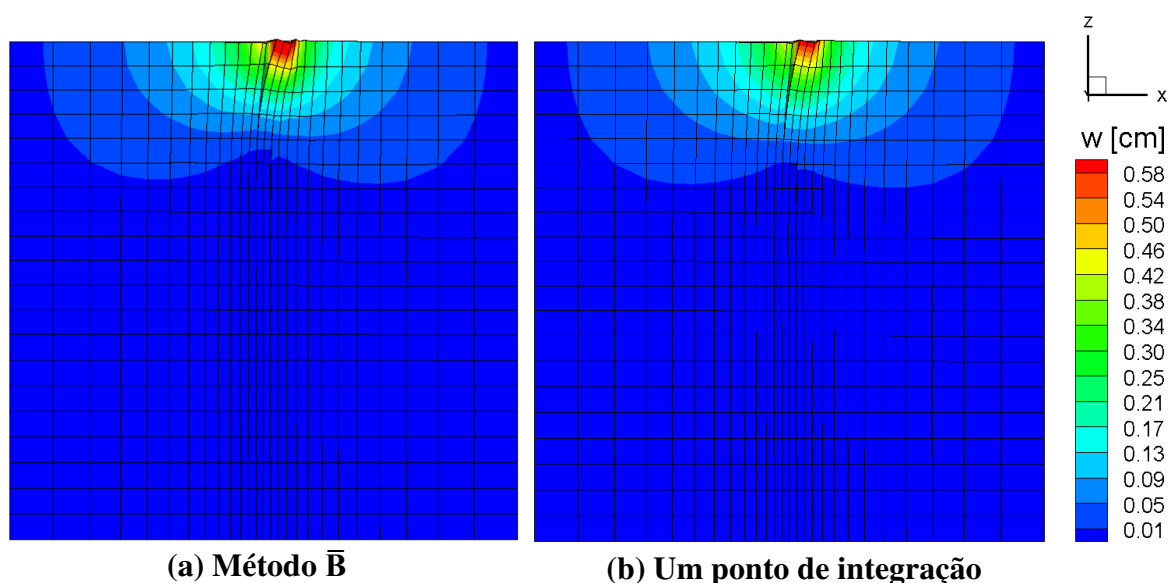


Figura 8.36: Configuração deformada final dos modelos com atrito elevado para o problema elástico de interação solo-estaca com carregamento lateral (fator de amplificação de $100\times$).

O comportamento do solo para a região afastada da estaca também é analisado neste problema, tanto para o carregamento axial quanto para o carregamento lateral. Portanto, os deslocamentos obtidos na superfície do solo, u para o modelo com carregamento axial e w para o modelo com carregamento lateral, são normalizados em relação aos deslocamentos da estaca U_p e W_p , respectivamente. A distância da posição da estaca, s , é normalizada em relação à largura da estaca, D . A Figura 8.37 apresenta a comparação considerando os deslocamentos verticais calculados nos nós da superfície do solo em função da distância da estaca, enquanto que a Figura 8.38 mostra uma comparação dos deslocamentos horizontais dos nós ao longo da linha de aplicação da carga e na linha normal à aplicação da carga. Nenhuma distinção é feita nas Figuras 8.37 e 8.38 quanto ao modelo de contato empregado no presente trabalho, pois as duas abordagens apresentaram resultados muito próximos.

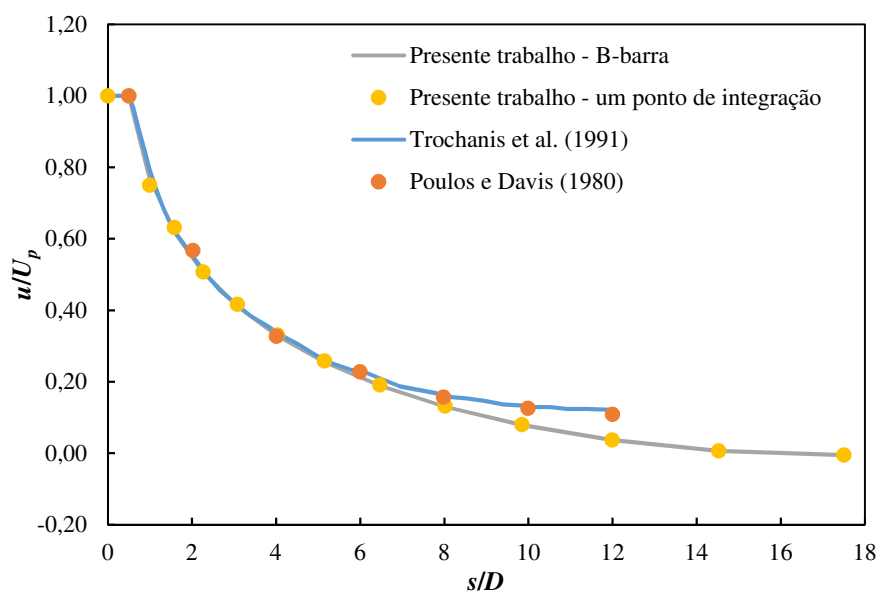


Figura 8.37: Problema elástico de interação solo-estrutura – deslocamento vertical na superfície do solo.

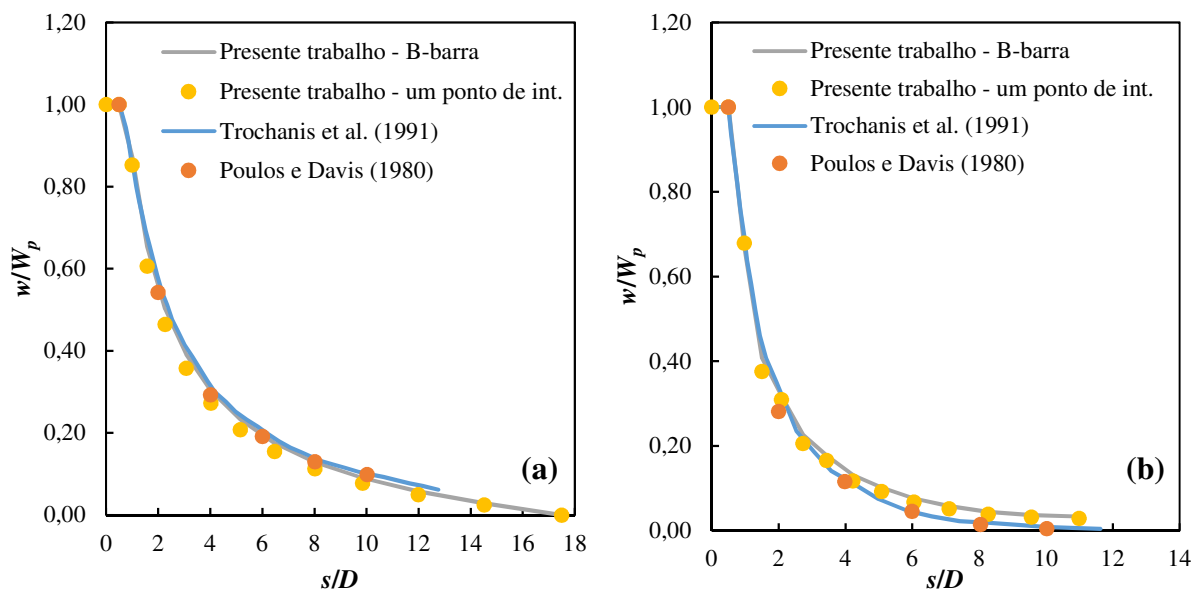


Figura 8.38: Problema elástico de interação solo-estrutura – deslocamento horizontal na superfície do solo: (a) ao longo da linha de aplicação da carga e (b) linha normal à aplicação da carga.

As Figuras 8.37 e 8.38 mostram que ambas as técnicas de integração reduzida apresentaram resultados similares entre si e que há uma boa concordância entre os resultados obtidos neste trabalho e os apresentados por Trochanis *et al.* (1991) e por Poulos e Davis (1980). Observe também que os deslocamentos horizontais dos nós na linha normal à aplicação da carga são

menores e diminuem mais rapidamente do que aqueles obtidos ao longo da linha de aplicação da carga.

8.4.2 Problema elastoplástico de interação solo-estaca

Uma estaca circular apoiada em solo constituído de um material elastoplástico é analisada neste exemplo juntamente com os elementos de contato e os elementos infinitos. O problema possui como referência um modelo numérico tridimensional estudado por Faro (2014). A estaca circular flexível possui 6,5 m de comprimento total (L_{total}) e 0,6 m de diâmetro (d), sendo que uma porção de 0,5 m da estaca encontra-se fora do solo. Logo, a relação entre o comprimento enterrado da estaca (L) e o diâmetro (d) é igual a 10. O problema é modelado utilizando 21.744 elementos finitos, 720 elementos infinitos e 25.506 nós, como mostra a Figura 8.39. A base do domínio, localizada 3 m abaixo da ponta da estaca, é considerada como engastada, enquanto que no plano de simetria o movimento é restrito na direção normal.

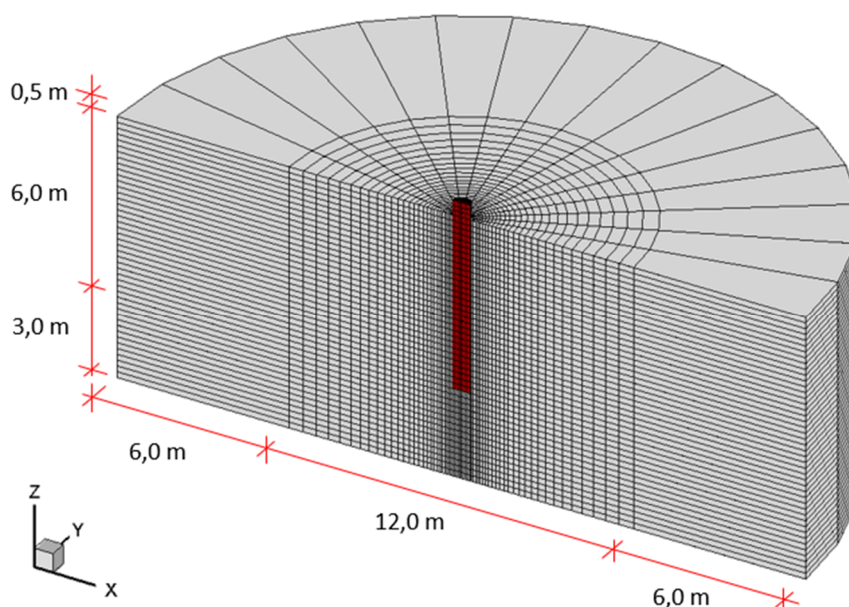


Figura 8.39: Configuração geométrica e malha de elementos finitos adotada para o problema elastoplástico de interação solo-estaca.

Assume-se que a estaca é feita de concreto com comportamento elástico e que o material do solo segue o critério de plastificação de Mohr-Coulomb, conforme as propriedades físicas apresentadas na Tabela 8.10.

Tabela 8.10: Parâmetros físicos empregados no problema elastoplástico de interação solo-estaca.

Solo	Módulo de elasticidade – E_s	50 MPa
	Coefficiente de Poisson – ν_s	0,25
	Peso específico – γ_s	18 kN/m ³
	Ângulo de atrito – ϕ	25°
	Coesão – c	10 kN/m ²
Estaca	Módulo de elasticidade – E_p	21.000 MPa
	Coefficiente de Poisson – ν_p	0,15
	Peso específico – γ_p	25 kN/m ³

Uma abordagem híbrida das técnicas de integração reduzida é empregada neste problema, sendo a discretização da estaca feita com elementos hexaédricos com um ponto de integração, com o objetivo de suprimir um eventual travamento por cisalhamento durante o processo de flexão, e o solo é modelado empregando elementos hexaédricos com o método \bar{B} para capturar com maior precisão o processo de plastificação.

A interface solo-estaca é considerada por meio de elementos de contato com coeficiente de atrito (μ_c) igual a 0,15 e com parâmetros de penalidade normal (k_N) e tangencial (k_T) com valores iguais a, respectivamente, 10^4 e 10^3 kN/m.

Para a correta avaliação do problema, a avaliação das tensões geostáticas do problema deve ser determinada ao longo da malha de elementos antes da aplicação do carregamento. Dessa forma, duas etapas são realizadas previamente ao carregamento e com base na metodologia empregada por Trochanis *et al.* (1991). A primeira etapa considera-se que toda a malha seja formada por elementos de solo e o campo de tensões devido à força gravitacional é determinado. Considera-se no presente problema o coeficiente de empuxo ao repouso no solo (K_0) igual a 0,33. Numa segunda etapa, forças correspondentes à diferença de peso próprio da estaca e do solo são aplicadas nos elementos da estaca e uma análise estática é realizada, assumindo contato colante na interface solo-estaca, para obtenção do campo de tensões geostático do problema.

Após a determinação do campo de tensões geostático, um deslocamento equivalente a 3% do diâmetro da estaca (18 mm) é aplicado no ponto A, no topo da estaca (ver Figura 8.40). O deslocamento é aplicado em 100 passos iguais de incremento de carga e representa a capacidade última de carga do sistema solo-estaca, de acordo com o modelo de Faro (2014).

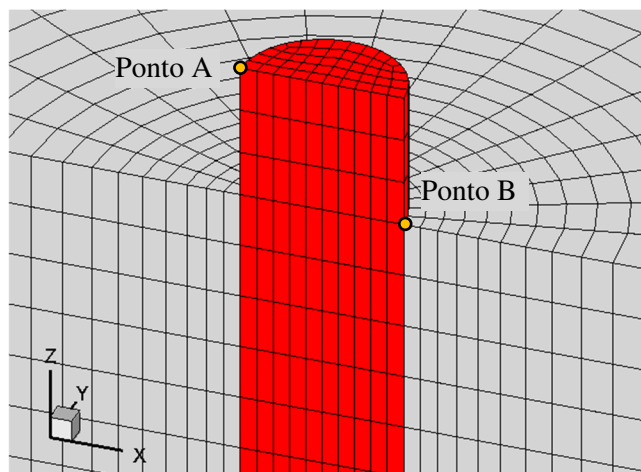


Figura 8.40: Pontos de avaliação dos resultados para o problema elastoplástico de interação solo-estaca.

A Figura 8.41a apresenta a curva de força de reação horizontal, avaliada no mesmo ponto do deslocamento imposto (ponto A), e deslocamento horizontal obtido no ponto B, que está localizado na superfície do solo e próxima à face da estaca. A configuração deformada do eixo da estaca ao longo da profundidade é apresentada na Figura 8.41b. Para efeito de comparação, apresentam-se também os resultados obtidos por Faro (2014) e Spricigo (2019).

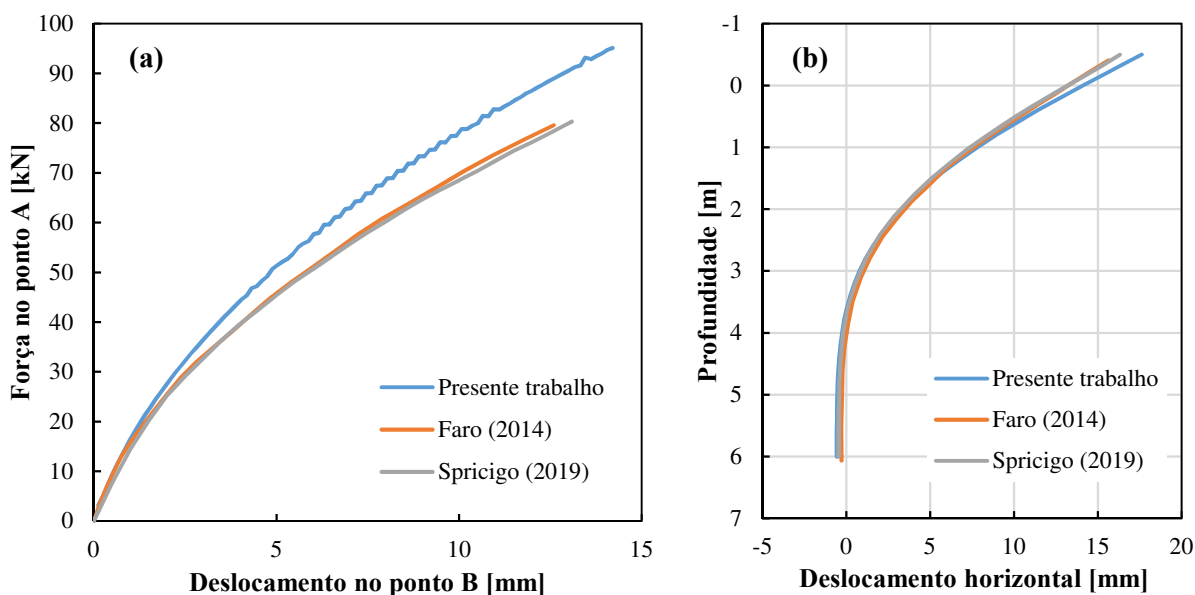


Figura 8.41: Problema elastoplástico de interação solo-estaca – (a) curva força-deslocamento e (b) configuração deformada da estaca.

É importante mencionar que os dois autores de referência empregaram elementos finitos hexaédricos para a modelagem da estaca e elementos tetraédricos para discretização do solo,

ambos com um ponto de integração. Além disso, Faro (2014) e Spricigo (2019) não empregaram elementos especiais para a simulação do meio semi-infinito e utilizaram um elemento do tipo superfície-superfície, disponível no programa ABAQUS, para a simulação da interface de contato.

Nota-se pela Figura 8.41a que os resultados da curva força-deslocamento apresentaram uma certa divergência entre os resultados obtidos no presente trabalho e os resultados apresentados por Faro (2014) e Spricigo (2019). A força de reação e o deslocamento horizontal obtidos no final da análise do presente trabalho são em média, respectivamente, 19% e 11% maiores do que os resultados de referência. Essa diferença se deve principalmente ao emprego da regra de fluxo não associada com ângulo de dilatância igual a 0° nos trabalhos utilizados como referência, enquanto que no presente trabalho utiliza-se a regra de fluxo associada. A influência do ângulo de dilatância foi avaliada no trabalho de Lautenschläger (2010), onde foi possível verificar que em um problema similar, com relação $L/D = 8$ e propriedades físicas dos materiais próximas às empregadas aqui, houve um aumento em torno de 10% ao variar o ângulo de dilatância de 0° para $12,5^\circ$. Espera-se, portanto, um aumento um pouco maior da força de reação caso o ângulo de dilatância fosse igual ao ângulo de atrito (25°). No caso do deslocamento horizontal na superfície do solo, Lautenschläger (2010) observou que a influência da dilatância não foi significativa. Por outro lado, as deformadas do eixo da estaca apresentadas na Figura 8.41b foram bem semelhantes entre os trabalhos.

A configuração deformada da malha ao término da aplicação do deslocamento no topo da estaca é mostrada na Figura 8.42 para diferentes perspectivas, juntamente com o campo de deslocamentos horizontal. É possível observar a separação na interface solo-estaca próxima à superfície do solo e a mobilização do solo na região próxima à estaca.

Neste exemplo, a maior penetração normal obtida no momento de aplicação total do deslocamento imposto foi de 0,25 mm, ou seja, 0,042% do diâmetro da estaca.

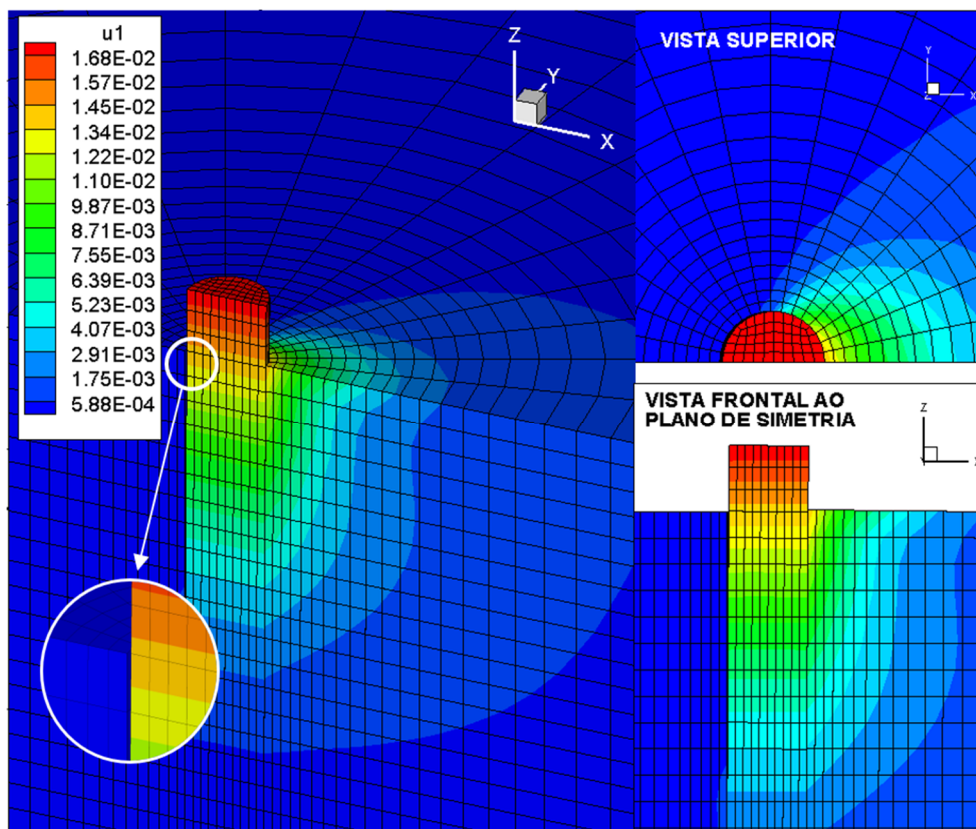


Figura 8.42: Deslocamentos horizontais ao longo da malha do problema elastoplástico de interação solo-estaca.

8.4.3 Problema dinâmico de interação solo-sapata

O presente exemplo procura avaliar a interação dinâmica de uma fundação superficial apoiada em uma camada tridimensional de solo com uma força cíclica aplicada na extremidade livre do pilar. As características geométricas do problema estudado são apresentadas na Figura 8.43a e, devido à simetria, apenas metade do domínio computacional é modelado com 1.948 elementos hexaédricos lineares e 2.561 nós (Figura 8.43b).

Assume-se um contato com atrito elevado na interface solo-estrutura de forma que os elementos na interface podem apresentar uma separação, mas nenhum deslizamento é permitido. Ambos os parâmetros de penalidade normal (k_N) e tangencial (k_T) são considerados com valor igual a $4,0 \times 10^3$ kN/m.

O solo é modelado considerando que o material segue o critério de plastificação de Drucker-Prager, assumindo que a superfície de escoamento circunscreve a superfície de Mohr-Coulomb, enquanto que a estrutura é considerada como um material elástico (ver Tabela 8.11). Observa-se que o módulo de elasticidade do solo é calculado em função da pressão de

confinamento inicial (σ_3 em kN/m^2), que é avaliada no centro do elemento finito e usando o peso próprio do solo igual a 16 kN/m^3 .

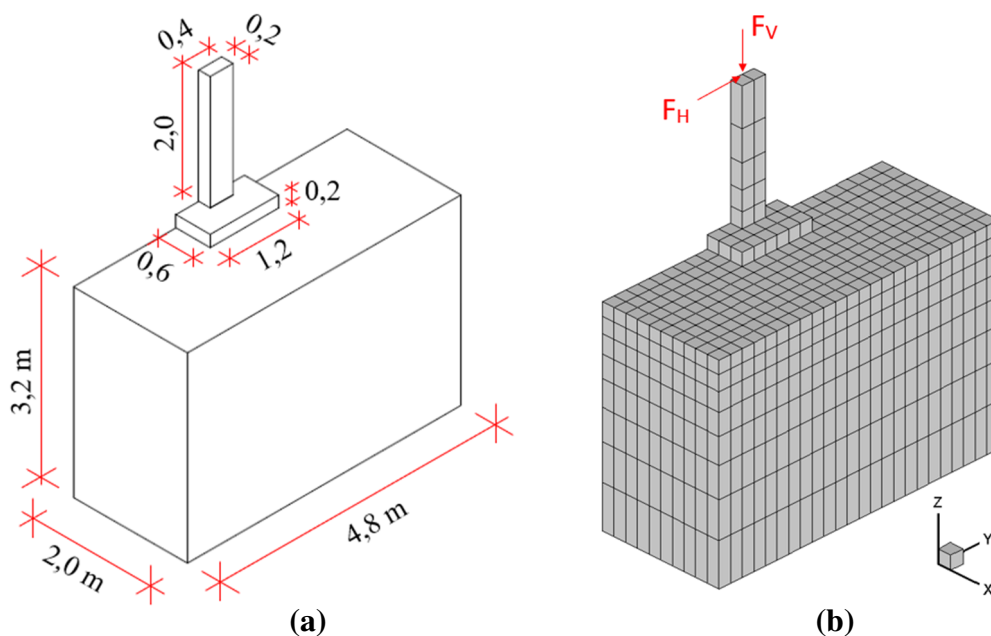


Figura 8.43: Problema dinâmico de interação solo-sapata – (a) Características geométricas e (b) configuração inicial da malha.

Os nós localizados na base do domínio computacional são restritos ao movimento em todas as direções, enquanto que os nós localizados nas paredes laterais são restritos apenas na direção normal, assim como os nós da estrutura que estão no plano de simetria.

A análise dinâmica é realizada durante 10 s com $\Delta t = 5,0 \times 10^{-3}$ s, sendo a força axial descrita pela Figura 8.44 e a força horizontal definida por $F_H = 2\text{sen}(2\pi t)$ kN.

Tabela 8.11: Parâmetros físicos empregados no problema dinâmico de interação solo-sapata.

Solo	Módulo de elasticidade – E	$40.000 \times (\sigma_3/100)^{0,86} \text{ kN/m}^2$
	Coeficiente de Poisson – ν	0,33
	Ângulo de atrito – ϕ	42°
	Coesão – c	$1,2 \text{ kN/m}^2$
	Massa específica – ρ	$1,631 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$
Estrutura	Módulo de elasticidade – E	$30 \times 10^6 \text{ kN/m}^2$
	Coeficiente de Poisson – ν	0,20
	Massa específica – ρ	$2,548 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$

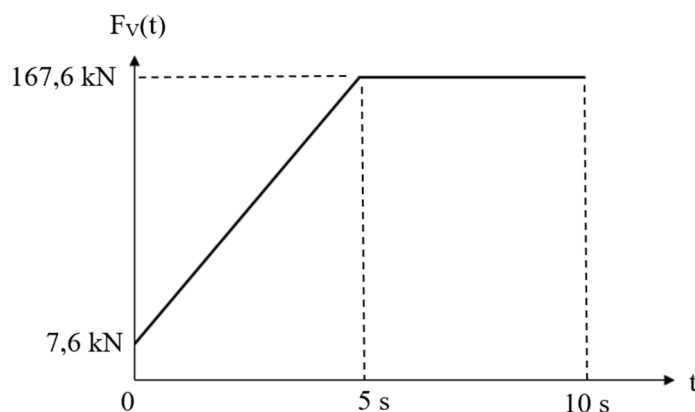


Figura 8.44: Descrição da força axial adotada para o problema dinâmico de interação solo-sapata.

Dois pontos são utilizados para a avaliação dos deslocamentos: ponto A, que corresponde ao ponto onde as forças são aplicadas, e ponto B, que corresponde a um ponto na interface solo-fundação e que está localizado em um ponto central abaixo da sapata, no eixo de simetria.

Os resultados computados aqui são comparados com os obtidos usando o programa de elementos finitos ANSYS. O solo é modelado usando elementos SOLID65 com a opção *extra displacement shapes* ativada, pois suportam o modelo clássico de Drucker-Prager, enquanto que a estrutura é modelada com elementos SOLID185 com a formulação \bar{B} . Ambos os elementos são definidos por possuir oito nós com três graus de liberdade por nó. A interface de contato é simulada no ANSYS por meio dos elementos do tipo superfície-superfície, TARGE170 e CONTA174, com algoritmo baseado no método do lagrangiano aumentado.

Os deslocamentos horizontal e vertical avaliados no ponto B ao longo do tempo são reproduzidos nas Figuras 8.45 e 8.46, respectivamente, enquanto que o deslocamento horizontal no ponto A ao longo do tempo é apresentado na Figura 8.47. É importante mencionar que o ANSYS não obteve convergência usando o método de Newmark e foi necessário utilizar o método HHT- α generalizado, onde uma dissipação numérica é introduzida de maneira similar ao método α -Generalizado adotado no presente algoritmo.

As Figuras 8.45, 8.46 e 8.47 mostram que foi necessário empregar o método α -Generalizado para estabilizar o processo de integração temporal, com $r_\alpha = 0,8$ para a análise com o método \bar{B} e $r_\alpha = 0,7$ para a análise com um ponto de integração. Pode-se observar que os resultados calculados com o ANSYS foram semelhantes aos obtidos no presente trabalho com uma pequena diferença após 5 s. Além disso, verifica-se que a formulação utilizada pelo ANSYS

apresentou uma grande dissipação numérica, principalmente dissipando as oscilações do deslocamento vertical após $t = 4$ s.

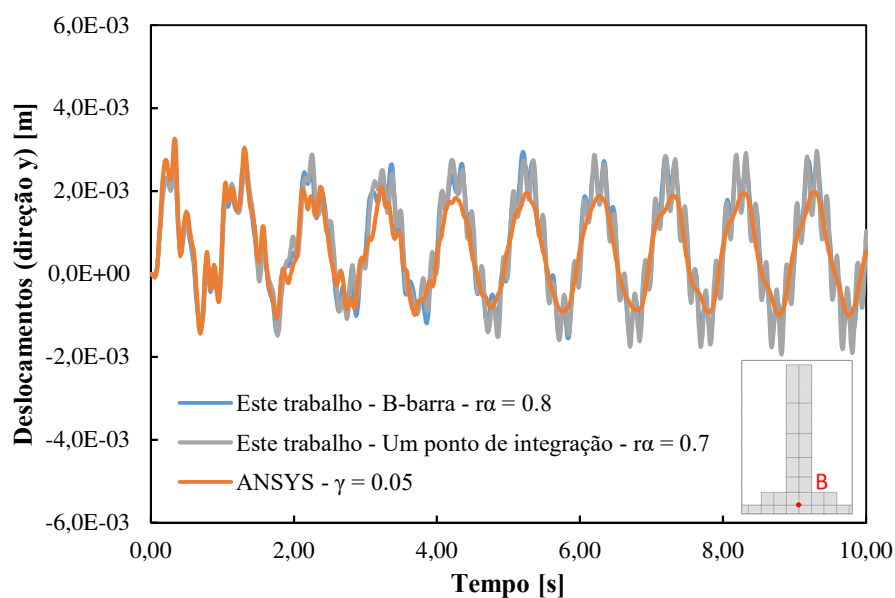


Figura 8.45: Histórico de deslocamento horizontal avaliado no ponto B do problema dinâmico de interação solo-sapata.

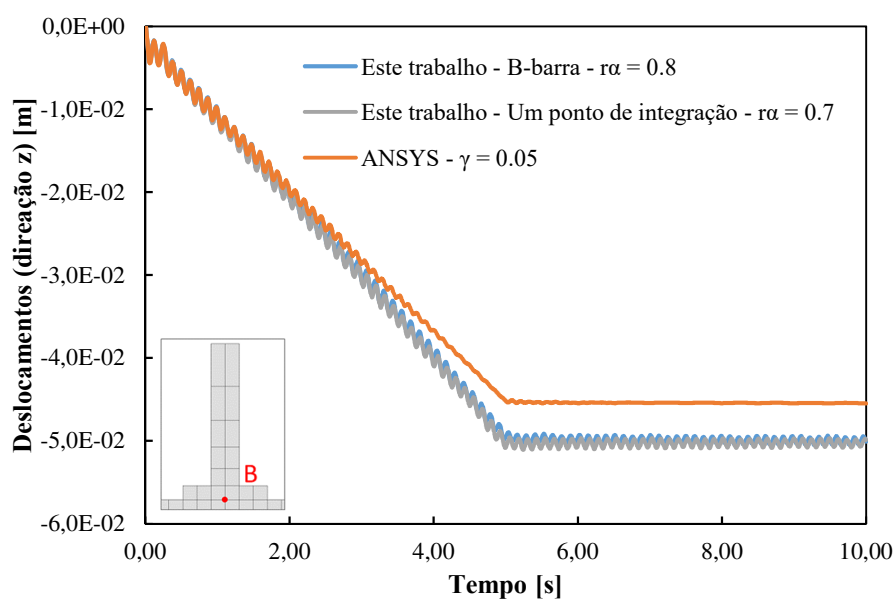


Figura 8.46: Histórico de deslocamento vertical avaliado no ponto B do problema dinâmico de interação solo-sapata.

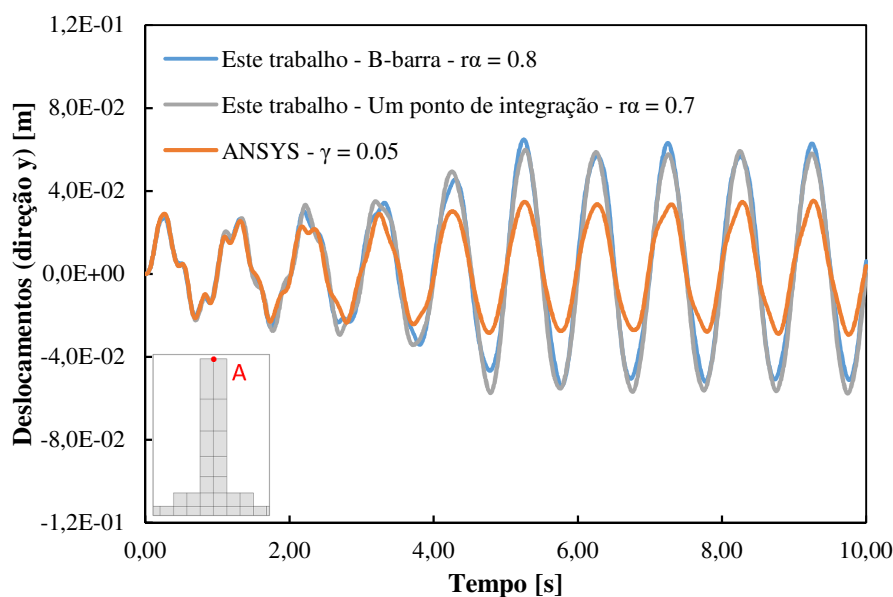


Figura 8.47: Histórico de deslocamento horizontal avaliado no ponto A do problema dinâmico de interação solo-sapata.

Para avaliar a resposta da estrutura apoiada sobre uma base rígida, outras duas configurações foram testadas: estrutura apoiada sobre uma superfície de contato rígida e estrutura com nós localizados na base da fundação restritos ao movimento em todas as direções. Os deslocamentos horizontais avaliados no ponto A para ambos os modelos são apresentados na Figura 8.48, onde pode-se notar que os resultados obtidos com o método \bar{B} estão de acordo com o fornecido pelo ANSYS, enquanto que os resultados com um ponto de integração apresentaram deslocamentos levemente superiores quando comparados com os resultados do ANSYS e da formulação \bar{B} .

Como esperado, os valores obtidos para o deslocamento horizontal nos modelos com base rígida foram muito pequenos quando comparados aos obtidos considerando a discretização espacial do solo. Os valores máximos obtidos para a estrutura apoiada sobre uma superfície rígida foram pelo menos 200 vezes menores do que aqueles obtidos com o modelo numérico de interação solo-sapata do ANSYS, conforme apresentado nas Figuras 8.47 e 8.48. Essa diferença demonstra a importância de se considerar a interação solo-estrutura quando a estrutura está apoiada sobre uma base flexível.

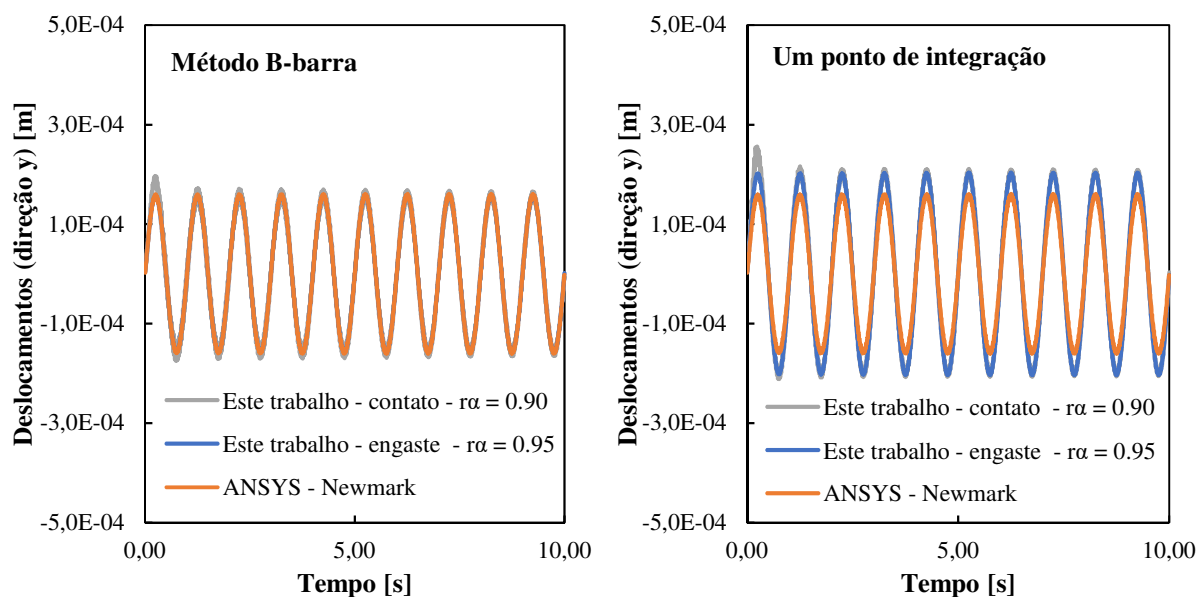


Figura 8.48: Histórico de deslocamento horizontal avaliado no ponto A do problema dinâmico com estrutura apoiada em uma base rígida.

8.4.4 Interação dinâmica solo-estaca com carregamento vertical

Este exemplo é apresentado por Nogami e Konagai (1987a) e procura avaliar a resposta de uma estaca isolada sob carregamento dinâmico vertical. Considera-se que a estaca está localizada numa camada homogênea de solo e que uma camada de rocha rígida está localizada na ponta da estaca. A estaca possui seção transversal circular com 0,4 m de diâmetro (d) e 10 m de comprimento (L). Devido à simetria, um quarto do problema é modelado utilizando 4.800 elementos finitos, 160 elementos infinitos e 6.195 nós, como mostra a Figura 8.49. A base do domínio é considerada como engastada, enquanto que no plano de simetria o movimento é restrito na direção normal.

Mantendo a mesma relação utilizada por Nogami e Konagai (1987a) entre os materiais e considerando que a estaca é feita de concreto, assume-se que a estaca e o solo possuem comportamento elástico com propriedades físicas apresentadas na Tabela 8.12.

Uma força vertical harmônica com amplitude igual a $P_{m\acute{a}x}$ é aplicada de forma distribuída na cabeça da estaca, sendo utilizado $P_{m\acute{a}x} = 10^5$ N no presente trabalho. A frequência de excitação é definida em termos da frequência adimensional ($a_0 = \omega d/c_s$, sendo ω a frequência de excitação em rad/s, d é o diâmetro da estaca e c_s é velocidade da onda transversal no solo, definida pela Equação (5.71)). No presente trabalho, a resposta da estaca é estudada para valores de frequência adimensional variando de 0,2 até 1,0 por meio de uma análise não linear

geométrica com 480 passos de carga. A solução da análise dinâmica é obtida por meio do método implícito de Newmark com os parâmetros $\delta = 1/2$ e $\alpha = 1/4$.

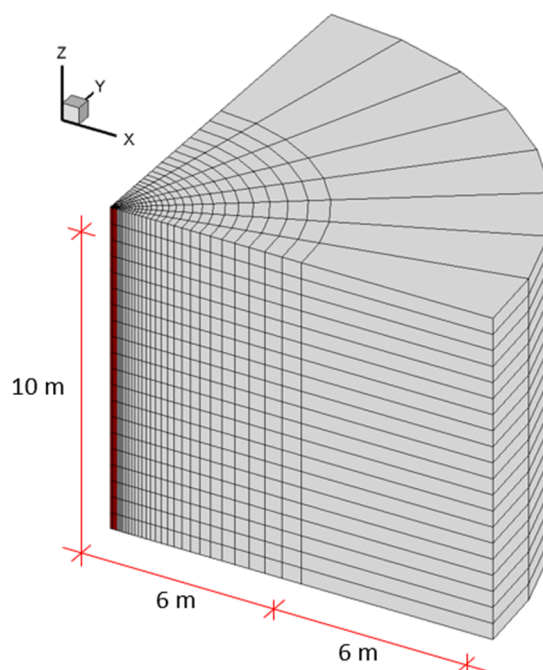


Figura 8.49: Configuração geométrica e malha de elementos finitos adotada para o problema de interação dinâmica solo-estaca com carregamento vertical.

Uma variação linear da tensão de cisalhamento máxima é considerada na interface, partindo de τ_f na cabeça da estaca até $2\tau_f$ na ponta da estaca. O coeficiente de atrito (μ_c) adotado na interface é igual a 0,7 e os coeficientes de penalidade normal (k_N) e tangencial (k_T) são considerados, respectivamente, com valores iguais a 10^9 N/m e 5×10^5 N/m.

Tabela 8.12: Parâmetros físicos empregados no problema de interação dinâmica solo-estaca com carregamento vertical.

Solo	Módulo de elasticidade – E_s	24 MPa
	Coefficiente de Poisson – ν_s	0,40
	Massa específica – ρ_s	868 kg/m ³
Estaca	Módulo de elasticidade – E_p	20 GPa
	Coefficiente de Poisson – ν_p	0,30
	Massa específica – ρ_p	2.300 kg/m ³

Os resultados do presente problema são apresentados em termos da rigidez dinâmica do sistema solo-estaca, sendo que as partes real (k) e imaginária (k') são definidas pelas seguintes expressões, após a estabilização do histórico de deslocamentos:

$$k = (P/u_0) \cos(\omega t_1) \quad (8.2)$$

$$k' = (P/u_0) \text{sen}(\omega t_1) \quad (8.3)$$

onde P é a amplitude da força harmônica, com frequência de excitação ω , aplicada na cabeça da estaca, u_0 é a média das amplitudes máximas e mínimas da resposta estabilizada e t_1 é a diferença de fase, expressa em unidades de tempo, entre a força aplicada e a força percebida pela estaca, avaliada pelo seu histórico de deslocamentos.

As partes real e imaginária da rigidez dinâmica vertical são calculadas para dois valores diferentes da relação $P_{\text{máx}}/(\tau_f L^2)$, ou seja, para valores de 0 e 1. Observa-se que $P_{\text{máx}}/(\tau_f L^2) = 0$ corresponde ao caso de contato perfeitamente colante entre o solo e a estaca, ou seja, o deslizamento não é permitido entre os meios.

Na Figura 8.50 é apresentada a comparação das partes real e imaginária da rigidez dinâmica, dadas em função da frequência adimensional obtida no presente trabalho, com os resultados apresentados por Nogami e Konagai (1987a) e Sarkar e Maheshwari (2012). Os resultados obtidos empregando o método \bar{B} e um ponto de integração foram muito similares e, portanto, não é feita a sua distinção neste exemplo.

Pode-se observar pela Figura 8.50 que há uma boa concordância entre os resultados aqui obtidos e os apresentados por Nogami e Konagai (1987a) e Sarkar e Maheshwari (2012). Nota-se ainda que tanto a parte real quanto a parte imaginária são reduzidas significativamente devido ao deslizamento entre o solo e a estaca, principalmente para a faixa de frequência mais elevada. É importante mencionar que Nogami e Konagai (1987a) utilizaram o método de Winkler para modelar o problema, enquanto que Sarkar e Maheshwari (2012) empregaram elementos hexaédricos de oito nós para a modelagem tridimensional do problema, elementos Kelvin (mola e amortecedor) para a simulação do meio semi-infinito e elementos de contato ponto a ponto, com base no método da penalidade, para a simulação da interface solo-estaca.

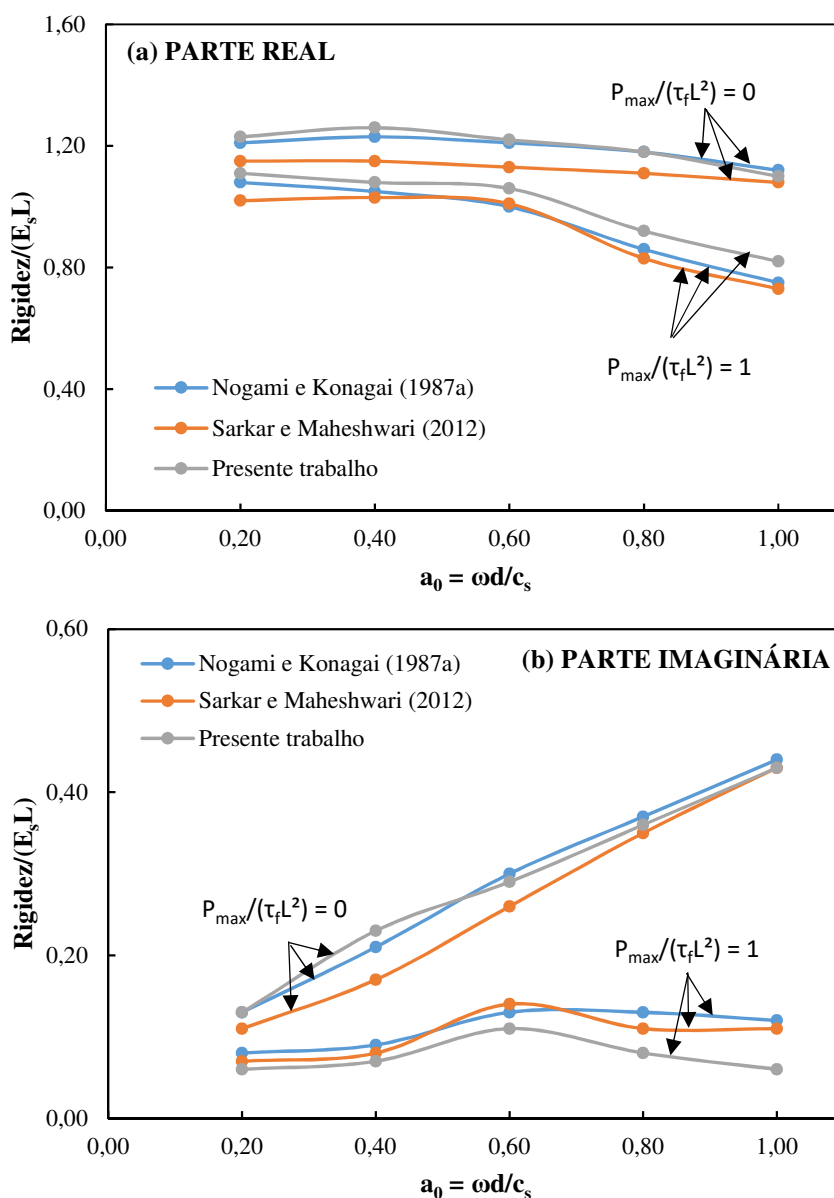


Figura 8.50: Rigidez dinâmica para o problema de interação dinâmica solo-estaca com carregamento vertical.

8.4.5 Interação dinâmica solo-estaca com carregamento horizontal

Este exemplo foi proposto por Kaynia e Kausel (1982) e consiste em uma estaca isolada que é excitada por uma força harmônica lateral. Assume-se que a estaca e o solo possuem comportamento elástico e a interface é considerada como perfeitamente colante, ou seja, não é necessário empregar um algoritmo de contato pois se considera que há uma equivalência entre os nós localizados na interface solo-estaca. Kaynia e Kausel (1982) empregam as seguintes relações para as propriedades físicas e geométricas dos materiais: $E_p/E_s = 1000$; $\nu_p/\nu_s = 0,625$; $\rho_s/\rho_p = 0,70$; $L/d = 15$. Os subscritos p e s correspondem, respectivamente, aos parâmetros da

estaca e do solo. Portanto, a Tabela 8.13 apresenta as propriedades físicas utilizadas no presente trabalho de forma a manter as relações anteriores.

Tabela 8.13: Parâmetros físicos empregados no problema de interação dinâmica solo-estaca com carregamento horizontal.

Solo	Módulo de elasticidade – E_s	20 MPa
	Coefficiente de Poisson – ν_s	0,40
	Massa específica – ρ_s	1610 kg/m ³
Estaca	Módulo de elasticidade – E_p	20 GPa
	Coefficiente de Poisson – ν_p	0,25
	Massa específica – ρ_p	2.300 kg/m ³

A estaca possui seção transversal circular com 0,5 m de diâmetro e 7,5 m de comprimento, estando imersa em uma camada de solo com 11,25 m de profundidade. Para os elementos do solo é utilizada uma razão de amortecimento igual a 5%, sendo considerada como proporcional à matriz de rigidez, enquanto que para a estaca admite-se que não há amortecimento material.

O domínio computacional é apresentado na Figura 8.51, onde apenas metade do problema é modelado com 7.200 elementos finitos, 240 elementos infinitos e 8.608 nós. Por ser um problema de flexão, apenas o elemento hexaédrico com um ponto de integração é empregado para suprimir um eventual travamento por cisalhamento. Todos os graus de liberdade dos nós localizados na base do domínio computacional são fixos e os nós na face de simetria são restritos ao movimento na direção normal. Além disso, os nós que se encontram na cabeça da estaca são restritos ao movimento na direção axial, mas podem se mover nas direções radiais.

Uma força harmônica horizontal com amplitude igual a 25 kN é aplicada na cabeça da estaca. Observa-se que devido à simetria, apenas metade do valor anterior é aplicado no modelo numérico. A resposta da estaca é estudada no presente trabalho para valores de frequência adimensional variando de 0,1 até 1,0 por meio de uma análise linear geométrica com 500 passos de carga. O avanço temporal é realizado neste exemplo utilizando o método de Newmark.

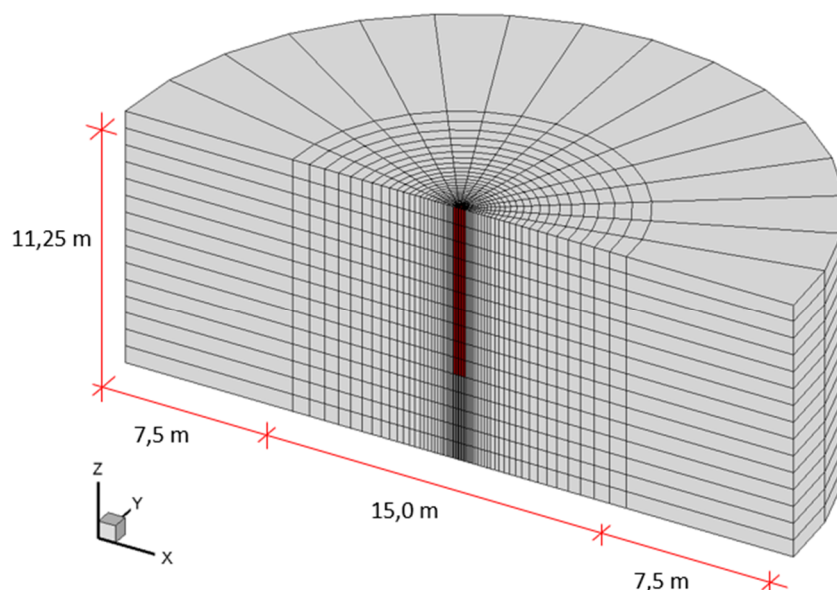


Figura 8.51: Configuração geométrica e malha de elementos finitos adotada para o problema de interação dinâmica solo-estaca com carregamento horizontal.

A Figura 8.52 apresenta as partes real (k) e imaginária (k') da rigidez dinâmica horizontal (ver Equações (8.2) e (8.3)), sendo aqui normalizadas em relação à rigidez estática horizontal ($k_{\text{estático}}$), em função da frequência adimensional. Os resultados são comparados com os valores relatados por Kaynia e Kausel (1982) e Sarkar (2009). A formulação de Kaynia e Kausel (1982) é baseada na introdução da matriz de flexibilidade do solo, juntamente com as matrizes de rigidez dinâmica e de flexibilidade da estaca, a fim de relacionar as forças e deslocamentos correspondentes na interface solo-estaca. Por outro lado, Sarkar (2009) empregou o Método dos Elementos Finitos para obter a solução do problema utilizando elementos hexaédricos de oito nós para a discretização do solo e elementos Kelvin para a simulação do meio semi-infinito.

É possível verificar pela Figura 8.52 que tanto a parte real quanto a imaginária da rigidez estão de acordo com os resultados apresentados pelos autores de referência. Pequenas discrepâncias podem ser explicadas pelas diferentes metodologias empregadas para a solução do problema por ambos autores. Kaynia e Kausel (1981) consideraram que o solo é um meio semi-infinito enquanto que Sarkar (2009) assumiu a presença de uma camada de rocha rígida abaixo da estaca, assim como no presente trabalho. Essas suposições afetam principalmente a parte imaginária do sistema solo-estaca. Outras divergências em relação ao apresentado por Sarkar (2009) podem estar relacionadas ao emprego de elementos Kelvin pelo autor nos limites do domínio computacional.

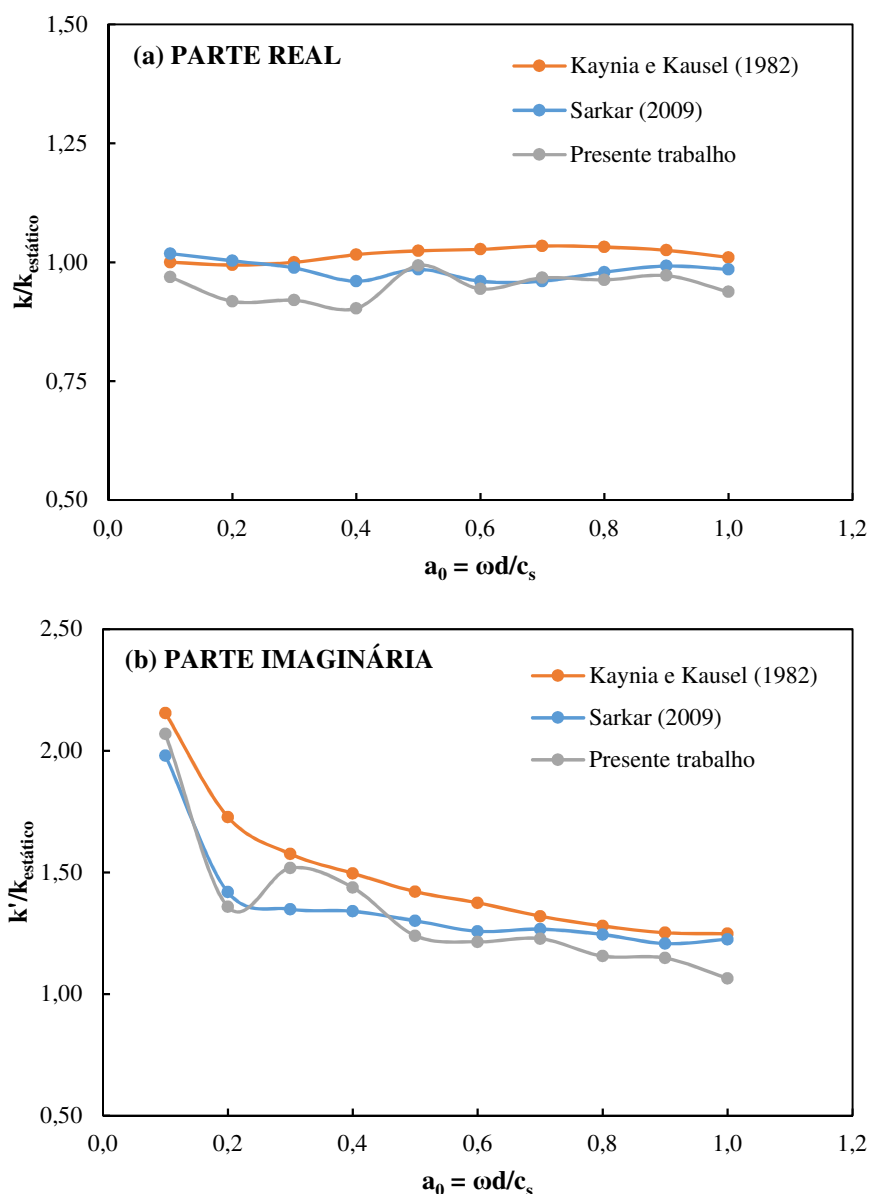


Figura 8.52: Rigidez dinâmica para o problema de interação dinâmica solo-estaca com carregamento horizontal.

De forma a avaliar a importância dos elementos infinitos na malha, outro modelo numérico sem esses elementos é testado e o histórico de deslocamento horizontal computado na cabeça da estaca para frequência adimensional (a_0) igual a 0,5, cujos resultados são apresentados na Figura 8.53. Os nós que anteriormente estavam na interface de elementos finitos e infinitos são agora restritos ao movimento em todas as direções. Observa-se que a energia ficou aprisionada no modelo feito apenas com elementos finitos, não sendo capaz de obter uma resposta estável e com amplitude constante, como observado na resposta apresentada pelo modelo contendo elementos infinitos.

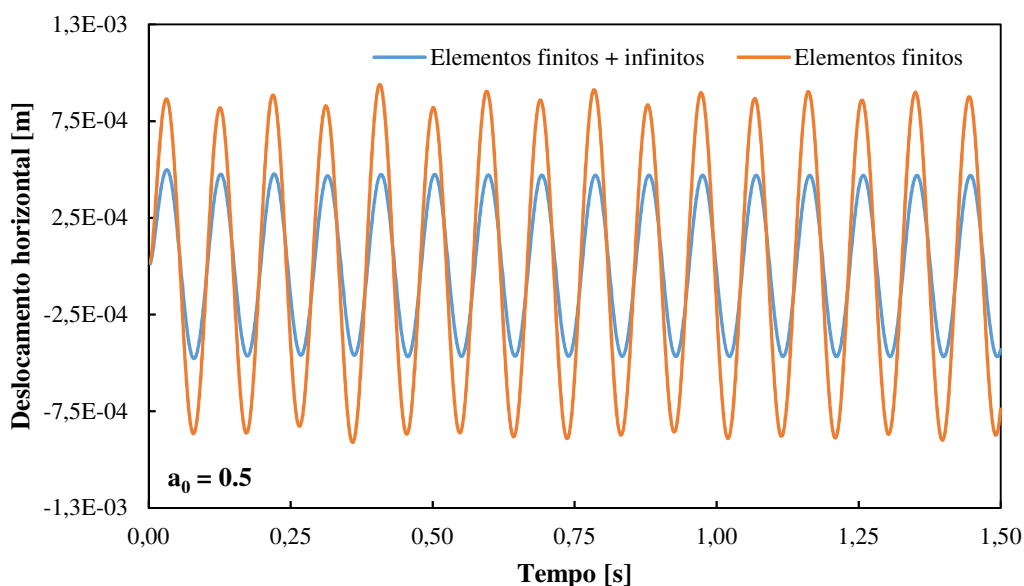


Figura 8.53: Deslocamentos horizontais na cabeça da estaca para o problema de interação dinâmica solo-estaca com carregamento horizontal.

8.5 APLICAÇÃO DE INTERAÇÃO FLUIDO-ESTRUTURA

Apenas um exemplo numérico é desenvolvido neste capítulo de forma a avaliar a implementação e desempenho do algoritmo em CUDA FORTRAN. Essa escolha se deve ao fato do algoritmo de interação fluido-estrutura já ter sido amplamente testado e validado em outros trabalhos desenvolvidos pelo PPGE/UFRRGS, porém, empregando a técnica de paralelização em OpenMP, conforme relatado anteriormente no Capítulo 1.

8.5.1 Interação fluido-estrutura com placa flexível

Procura-se analisar neste exemplo os efeitos de interação fluido-estrutura envolvendo o escoamento de um fluido viscoso que se desenvolve dentro de um canal em torno de um cilindro rígido e que possui uma placa separadora (*splitter plate*) engastada na sua lateral. O problema bidimensional em questão foi proposto por Turek e Hron (2006) considerando uma estrutura flexível e um fluido incompressível em regime laminar.

As características geométricas e as condições de contorno empregadas no exemplo são apresentadas na Figura 8.54. Nota-se que o problema é definido intencionalmente assimétrico pelos autores, uma vez que o cilindro e a placa estão ligeiramente afastados da linha central do canal. O centro do cilindro encontra-se na posição $C = (0,2, 0,2)$, medido a partir do canto inferior esquerdo do canal, e possui 0,10 m de diâmetro. Um ponto de referência A é utilizado

para computar os deslocamentos ao longo do tempo, sendo definido na extremidade direita da placa na posição $A = (0,6, 0,2)$.

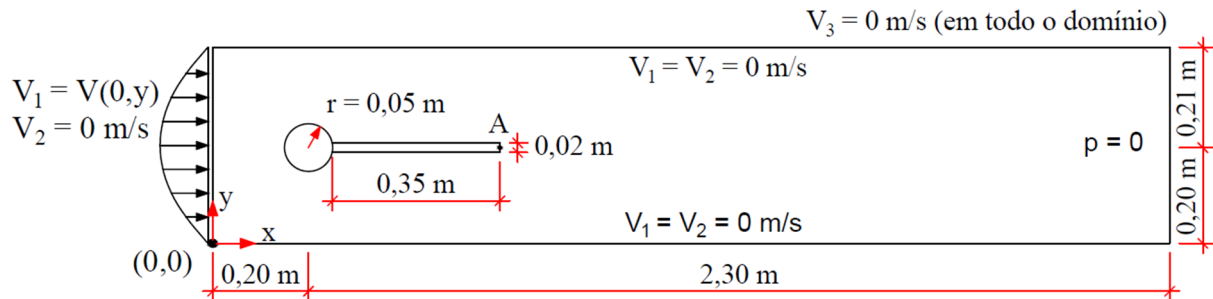


Figura 8.54: Geometria e condições de contorno utilizadas no problema de interação fluido-estrutura com placa flexível.

O perfil de velocidades na entrada do canal é definido pela seguinte equação parabólica:

$$V(0, y) = 1,5U \frac{4}{0,1681} y(0,41 - y) \quad (8.4)$$

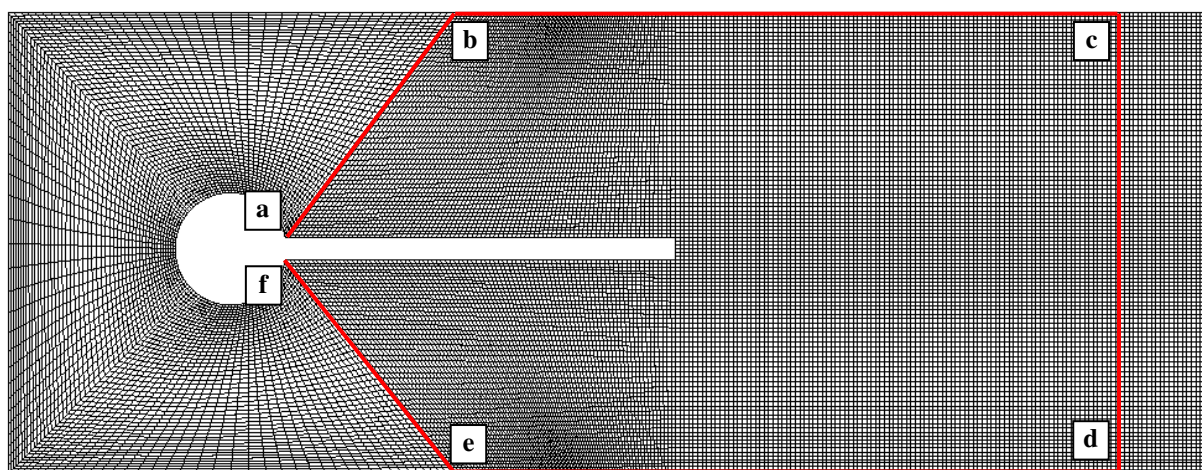
onde U é a velocidade característica do escoamento. Logo, a velocidade máxima do perfil é igual a $1,5U$ na linha central do canal.

Turek e Hron (2006) ainda sugerem um aumento suave do perfil de velocidades ao longo do tempo, definido por:

$$V(t, 0, y) = \begin{cases} V(0, y) \frac{1 - \cos(\pi t/2)}{2} & \text{se } t < 2,0 ; \\ V(0, y) & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (8.5)$$

onde $V(0,y)$ é o perfil de velocidades definido na Equação (8.4).

A discretização espacial do fluido é feita utilizando 64.650 elementos hexaédricos com um ponto de integração e 130.934 nós, sendo os limites do domínio ALE e a malha empregada nesta região apresentados na Figura 8.55. Para melhor visualização, a Figura 8.56 mostra uma aproximação da malha localizada na vizinhança do cilindro e da placa, onde se encontram os elementos de dimensão na ordem de $3,3 \times 10^{-3}$ m, situados sobre a interface fluido-estrutura. Os elementos de menor dimensão estão localizados em uma pequena parte da parede do canal, próximos dos pontos “b” e “e” da Figura 8.56, e possuem dimensão na ordem de $1,6 \times 10^{-3}$ m.



Limites da região ALE:	a – (0,25, 0,21)	d – (1,00, 0,00)
	b – (0,40, 0,41)	e – (0,40, 0,00)
	c – (1,00, 0,41)	f – (0,25, 0,19)

Figura 8.55: Malha de elementos finitos empregada na região do ALE para o problema de interação fluido-estrutura.

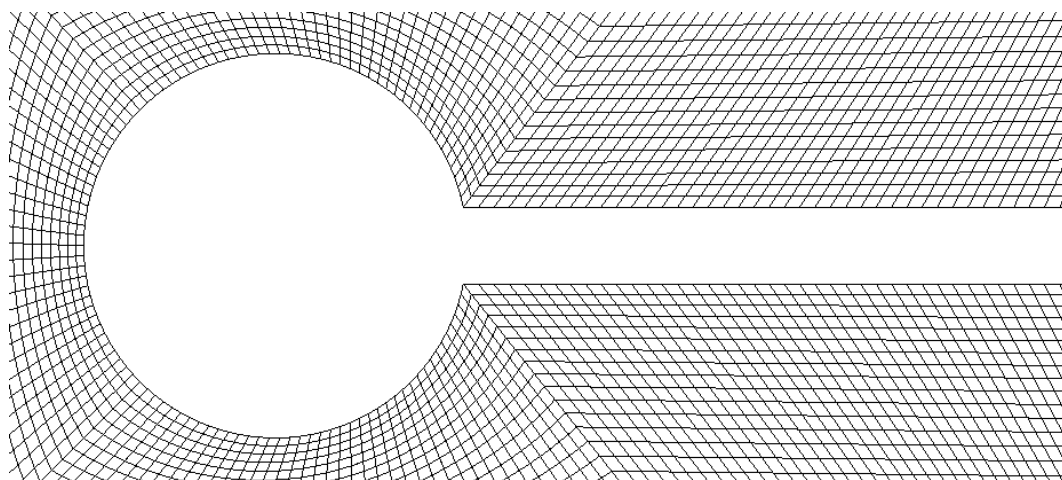


Figura 8.56: Detalhe da malha localizada na vizinhança do cilindro e da placa flexível empregada na discretização espacial do fluido.

No caso da estrutura, adota-se uma malha coincidente com a malha empregada na discretização do fluido e, portanto, os elementos hexaédricos são considerados como uniformemente distribuídos, de acordo com as direções dos eixos globais na forma $88 \times 6 \times 1$ elementos. A Figura 8.57 apresenta as condições de contorno e a malha de elementos finitos adotada na discretização espacial da placa flexível.

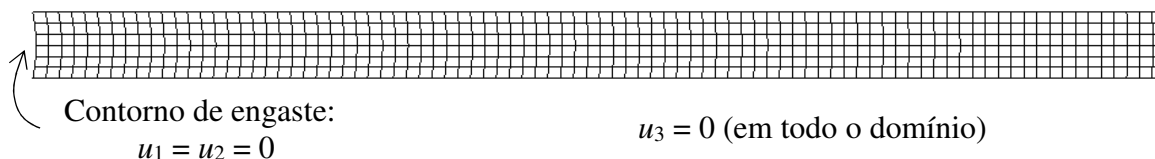


Figura 8.57: Condições de contorno e malha de elementos finitos utilizada para a discretização da estrutura no problema de interação fluido-estrutura.

As constantes físicas e geométricas utilizadas para as análises do escoamento e da estrutura são mostradas na Tabela 8.14. O escoamento é inicialmente desenvolvido considerando a estrutura como rígida e indeslocável por 30 segundos, com campo de pressão inicial nulo e campo de velocidade inicial igual à velocidade característica do fluido. Após o desenvolvimento inicial do escoamento, a estrutura flexível é liberada e pode se deformar sob à ação do escoamento.

Tabela 8.14: Constantes empregadas na análise do problema de interação fluido-estrutura com placa flexível.

	Número de Reynolds – Re	100
	Massa específica – ρ	1000 kg/m ³
	Viscosidade dinâmica – μ	1 Ns/m ²
	Viscosidade volumétrica – λ	0 Ns/m ²
Fluido	Parâmetro de compressibilidade – c_f	5 m/s
	Velocidade característica – U	1,0 m/s
	Dimensão característica – D	0,1 m
	Parâmetro seletivo de massa – e	0,9
	Incremento de tempo – Δt	1,8 x 10 ⁻⁴ s
	Módulo de elasticidade – E	1,4 x 10 ⁶ N/m ²
	Coefficiente de Poisson – ν	0,40
	Massa específica – ρ	10 ⁴ kg/m ³
Estrutura	Coefficiente de amortecimento – χ	0 Ns/m
	Raio espectral – r_α	0,60
	Número de subciclos	8
	Incremento de tempo – Δt	1,44 x 10 ⁻³ s

Inicialmente, o expoente padrão ($n = 4$) foi utilizado no cálculo do movimento de malha do domínio ALE (ver Equação (7.41)) Porém, os elementos se deformaram bastante e a análise não conseguiu mais ter convergência ao chegar próximo dos 9,5 segundos após a estrutura ter

sido liberada. Portanto, o expoente foi alterado para $n = 3$ e o processamento se desenvolveu sem problemas.

A Figura 8.58 apresenta um detalhe da configuração deformada da malha no instante em que a estrutura atinge o máximo deslocamento transversal, considerando o expoente $n = 3$. Ainda é possível notar uma boa deformação dos elementos, porém uma outra diminuição do expoente para $n = 2$ conduziu novamente a problemas de convergência.

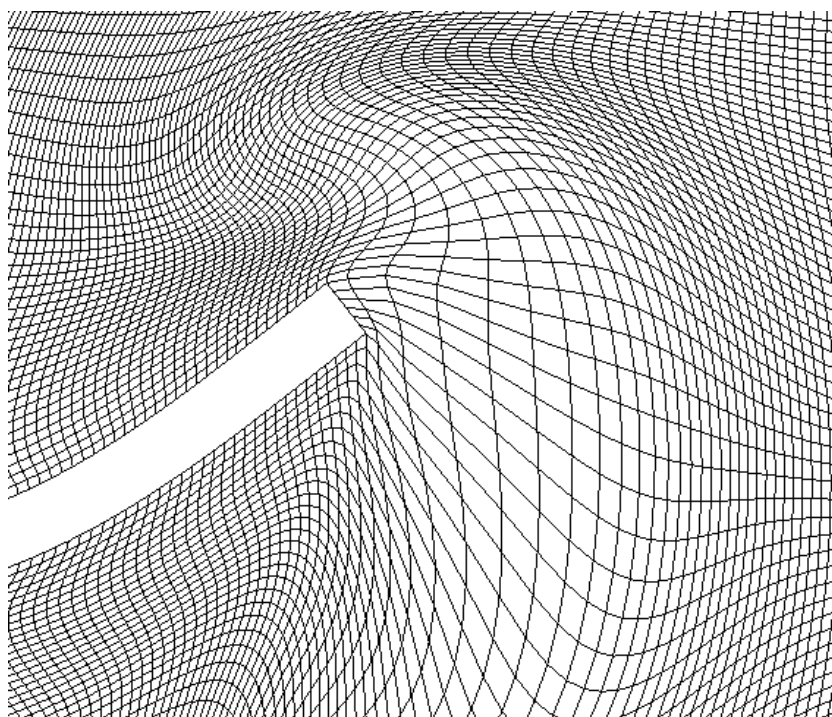


Figura 8.58: Configuração deformada da malha para $n = 3$ no instante em que a estrutura atinge o máximo deslocamento transversal.

Na Figura 8.59 são mostrados os deslocamentos verticais e horizontais, normalizados em relação à dimensão característica, obtidos para o ponto A, que está localizado na extremidade livre da placa. Para efeito de comparação, na Figura 8.60 são apresentados os resultados do presente trabalho juntamente com os históricos fornecidos por Furquan e Mittal (2015) e Turek e Hron (2006) para uma janela de 1 segundo. A simulação numérica foi realizada por Turek e Hron (2006) utilizando um modelo de interação fluido-estrutura com tratamento monolítico e descrição ALE. Por outro lado, Furquan e Mittal (2015) empregaram um esquema de acoplamento particionado e o método DSD/SST (*Deforming-Spatial-Domain/Stabilized Space-Time*) para a solução do problema. A discretização espacial foi realizada por meio do Método dos Elementos Finitos pelos dois trabalhos de referência.

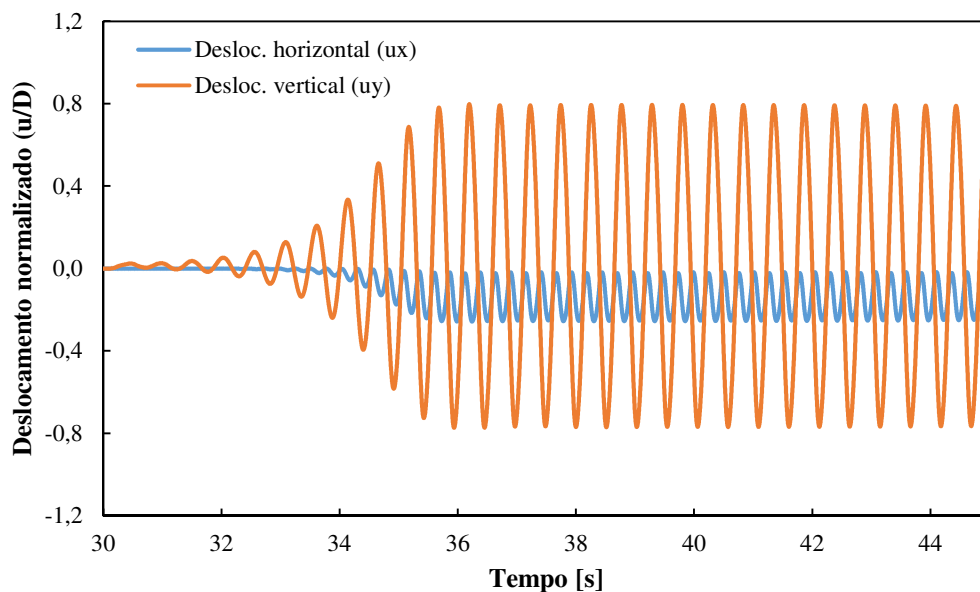


Figura 8.59: Deslocamento vertical e horizontal normalizado do ponto A ao longo do tempo obtidos para o problema da interação fluido-estrutura.

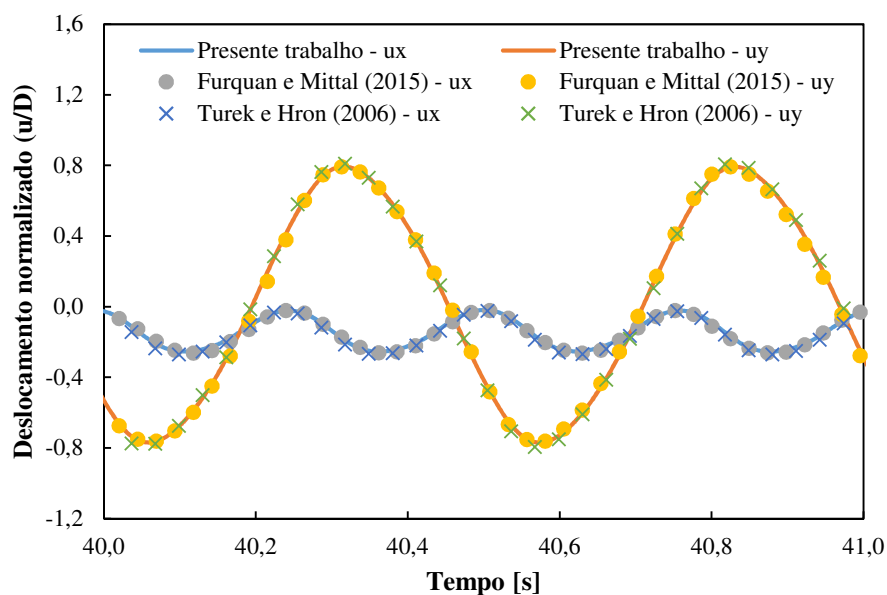


Figura 8.60: Comparação dos históricos de deslocamento em uma janela de 1 segundo para o problema da interação fluido-estrutura.

Verifica-se que há uma boa concordância entre os resultados apresentados, sendo possível notar que a extremidade livre da estrutura oscila na direção transversal (u_y), com uma amplitude de cerca de 0,08 m em torno do eixo X. Realizando uma análise espectral do histórico de oscilação transversal, obtém-se uma frequência de 1,96 Hz, a qual pode ser

normalizada multiplicando o valor obtido pela dimensão característica (D) e posteriormente dividindo pela velocidade característica (U). Logo, a frequência normalizada da oscilação transversal é igual a 0,196, que é um valor muito próximo da frequência normalizada de 0,19 obtida por Furquan e Mittal (2015).

A frequência natural de vibração transversal para a estrutura do presente problema pode ser avaliada pela formulação apresentada em Rao (2010), que conduz às seguintes frequências normalizadas para o primeiro, segundo e terceiro modo de vibração, respectivamente: 0,031, 0,196 e 0,548. Logo, a estrutura está vibrando no seu segundo modo de vibração.

O campo de vorticidade perpendicular ao plano de análise obtido no presente trabalho é apresentado na Figura 8.61a e, para efeito de comparação, os resultados de Furquan e Mittal (2015) são expostos na Figura 8.61b. Verifica-se que há uma boa semelhança entre ambos os resultados e que a configuração deformada da estrutura está próxima do segundo modo de vibração, como avaliado anteriormente.

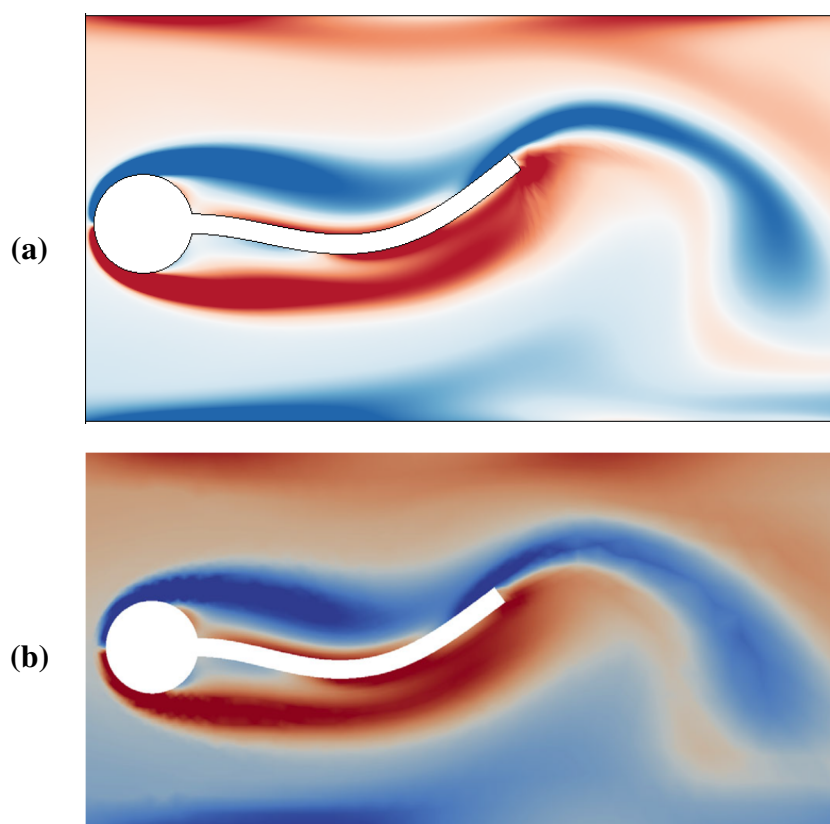


Figura 8.61: Campo de vorticidade no instante de deslocamento transversal máximo do ponto A obtidos (a) no presente trabalho e (b) por Furquan e Mittal (2015).

Por fim, na Figura 8.62 são apresentados os campos de pressão juntamente com as linhas de corrente para instantes diferentes de tempo ao longo da análise, sendo possível visualizar a formação dos vórtices na proximidade da placa flexível. Furquan e Mittal (2015) e Turek e Hron (2006) não apresentam os campos de pressão e, portanto, a comparação é realizada com os resultados apresentados por Degroote *et al.* (2010). Nota-se que os resultados apresentados são muito semelhantes.

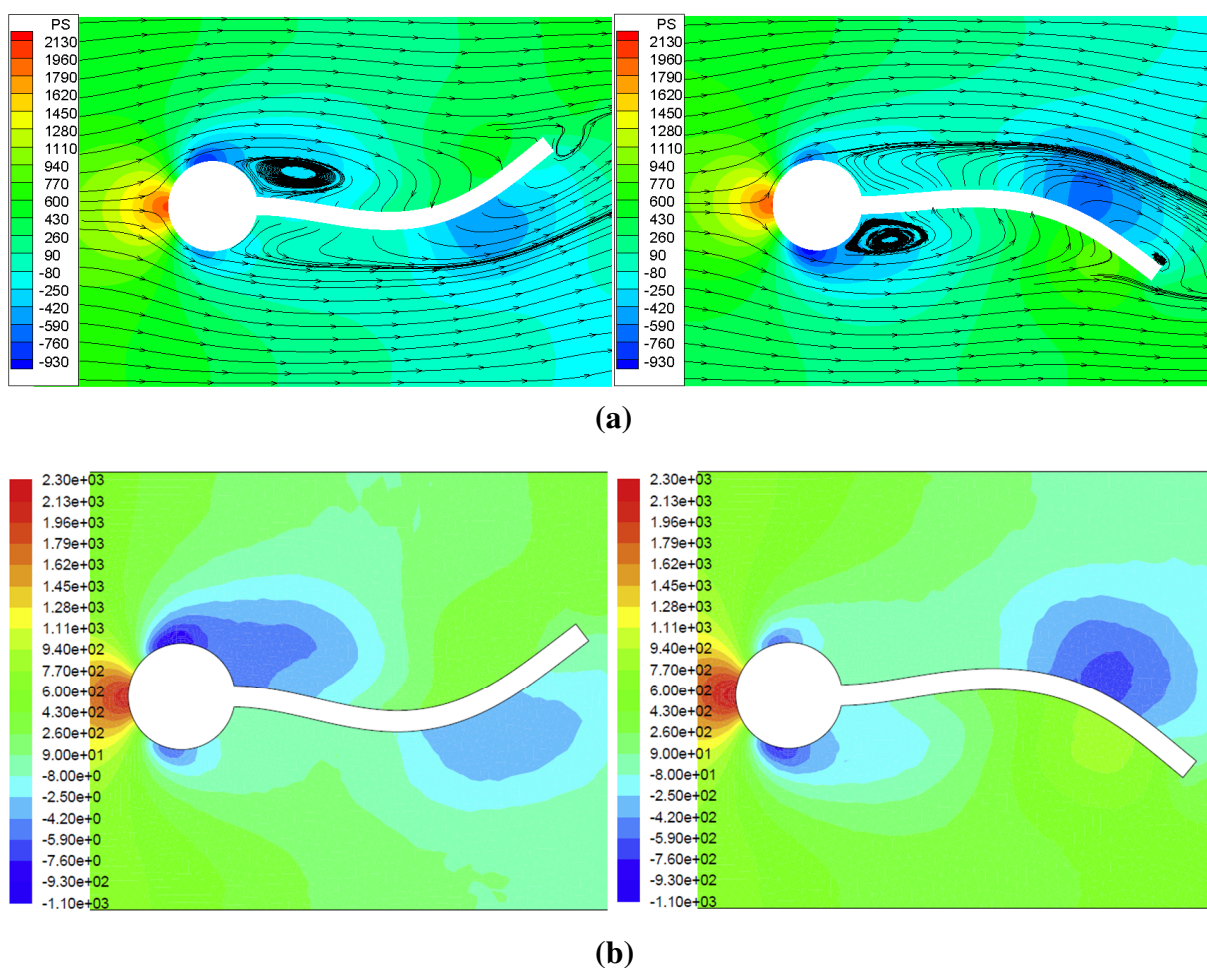


Figura 8.62: Campos de pressão e linhas de corrente instantâneos obtidos para o problema de interação fluido-estrutura – (a) presente trabalho e (b) Degroote *et al.* (2010).

Na Tabela 8.15 são apresentados os tempos de processamento obtidos em função da forma de paralelização empregada (OpenMP e CUDA) e o tempo obtido ao executar a rotina de forma sequencial, ou seja, empregando apenas um processador lógico. Devido ao emprego de 8 subciclos no presente problema, apresenta-se ainda o tempo médio por passo de tempo onde apenas o fluido é analisado e também o tempo médio por passo de tempo considerando a

solução do sistema fluido-estrutura. O computador empregado para a solução deste problema é composto por um processador AMD Ryzen™ 7 3700X, com *clock* básico de 3,6 GHz e 16 processadores lógicos (*threads*), e uma placa de vídeo NVIDIA GeForce GTX 1660 Super, com 6 GB de memória e 1.408 núcleos de processamento (CUDA *cores*) dedicados a precisão simples (PS) e 44 para precisão dupla (PD), ou seja, uma relação PS/PD igual a 32. Dessa forma, os dois tipos de precisão também foram simulados na abordagem CUDA para verificar a sua influência.

Tabela 8.15: Tempos de processamento de acordo com a forma de paralelização obtidos no problema de interação fluido-estrutura.

Processamento	Tempo por passo sem estrutura	Tempo por passo com estrutura	Tempo total da análise	Relação de tempo total
Sequencial	0,60278 s	1,74032 s	61977 s	100,00%
OpenMP	$5,58 \times 10^{-2}$ s	0,14649 s	5599 s	9,03%
CUDA PD	$4,49 \times 10^{-2}$ s	0,15744 s	5070 s	8,18%
CUDA PS*	$3,19 \times 10^{-2}$ s	$6,38 \times 10^{-2}$ s	3247 s	5,24%

* empregou-se precisão simples apenas nas variáveis relacionadas ao fluido.

É possível observar pela Tabela 8.15 que os algoritmos empregando alguma técnica de paralelização desempenharam uma redução significativa no tempo total de análise quando comparado com o processamento sequencial, reduzindo o tempo de processamento de cerca de 17 horas, com processamento sequencial, para cerca de 1 hora de 30 minutos no caso de processamento paralelo com os algoritmos em OpenMP e CUDA PD e para cerca de 54 min no caso de algoritmo em CUDA PS. Além disso, o algoritmo empregando a abordagem CUDA possibilitou um processamento mais rápido do que o obtido com a paralelização em OpenMP, principalmente ao empregar a precisão simples para as variáveis do fluido. O emprego da precisão simples na abordagem CUDA possibilitou uma redução de 36% no tempo de processamento quando comparado com a utilização da abordagem CUDA com dupla precisão.

Verificou-se ainda que a transferência de dados entre CPU e GPU foi insignificante, sendo possível atribuir esse pequeno aumento observado no tempo médio por passo de tempo com a estrutura na abordagem CUDA PD, quando comparado com o algoritmo em OpenMP, às diferenças presentes entre os compiladores empregados, Intel® Fortran Compiler e PGI CUDA FORTRAN Compiler. Um exemplo disso é que algumas funções intrínsecas da

linguagem FORTRAN, como a multiplicação entre matrizes (função *matmul*), demandaram muito mais tempo na abordagem CUDA FORTRAN para serem processadas na CPU, principalmente quando se encontravam em sequência, e tiveram que ser substituídas pela expressão equivalente ao descrever os elementos a serem multiplicados de cada matriz para formar a matriz final. Por outro lado, este procedimento de substituição de algumas funções intrínsecas não foi necessário no compilador da Intel[®].

Por fim, destaca-se que os resultados obtidos para os campos de deslocamento da estrutura e os campos de pressão do fluido foram muito semelhantes entre os diferentes tipos de processamento, não havendo perda de qualidade na resposta com o emprego da precisão simples.

8.6 APLICAÇÃO DE INTERAÇÃO FLUIDO-ESTRUTURA-SOLO

8.6.1 Interação fluido-estrutura-solo em um edifício alto do CAARC

Um edifício padrão denominado de CAARC (*Commonwealth Advisory Aeronautical Council*) é estudado neste exemplo para avaliar as ferramentas numéricas desenvolvidas no presente trabalho atuando de forma conjunta em um acoplamento fluido-estrutura-solo. Dessa forma, inicialmente apenas o edifício é modelado considerando a sua base engastada para permitir a comparação dos resultados obtidos em análises aerodinâmica e aeroelástica com os resultados amplamente descritos na literatura. Posteriormente, o solo e a fundação são adicionados nos modelos numéricos para avaliar a sua influência na resposta aeroelástica da estrutura.

A análise numérica do presente exemplo é realizada no *cluster* FERMI do CESUP/UFRGS empregando a abordagem CUDA com o modelo híbrido de processamento.

8.6.1.1 Análise aerodinâmica

O edifício modelo é caracterizado por possuir forma prismática retangular, sem a presença de janelas, sacadas ou outros tipos de elementos arquitetônicos. Suas dimensões em escala real são: altura (H) igual a 180 m, comprimento (L) igual a 30 m e largura (W) igual a 45 m. O modelo foi extensivamente estudado em diferentes laboratórios com o objetivo de comparar a qualidade dos resultados obtidos e entender melhor os efeitos do vento sobre um edifício alto. As características geométricas do domínio computacional e as condições de contorno empregadas neste exemplo são apresentadas na Figura 8.63. Nota-se que uma escala de 1:250

é empregada na modelagem computacional, sendo os limites do domínio computacional definidos com base no trabalho de Huang *et al.* (2007).

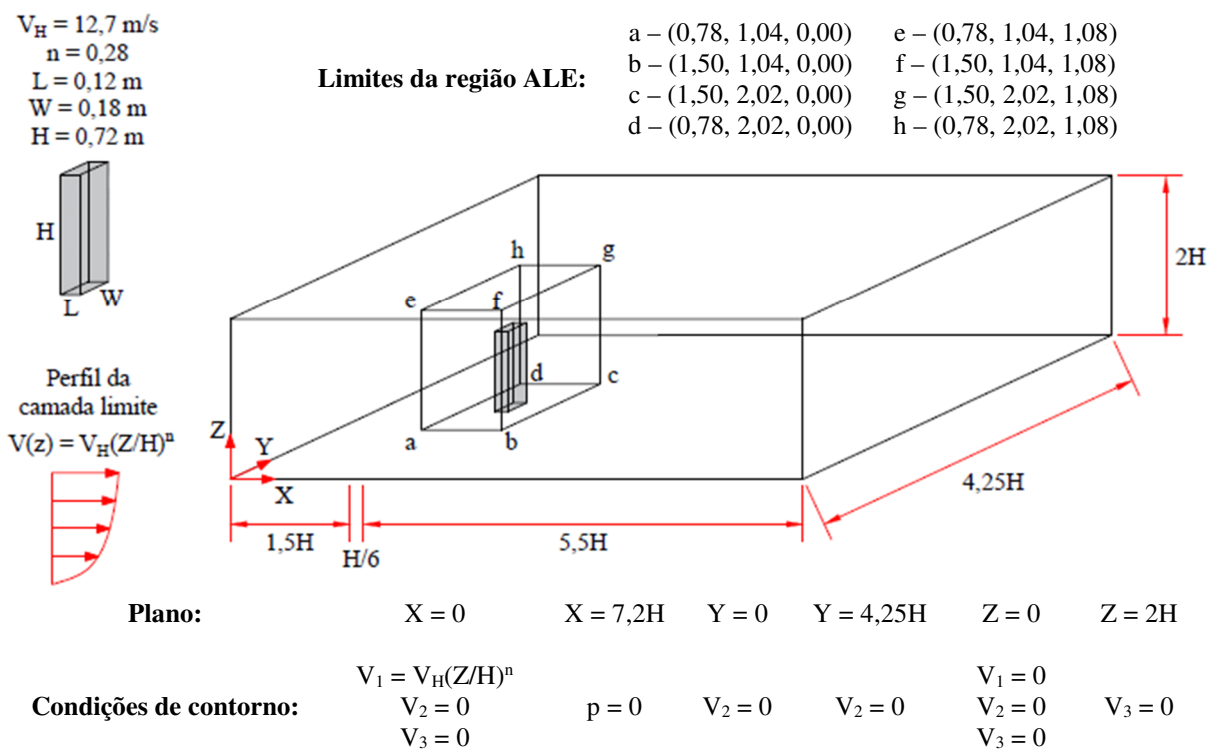


Figura 8.63: Geometria e condições de contorno utilizadas na análise aerodinâmica do edifício CAARC (dados em escala).

Inicialmente, o estudo de convergência de malha é realizado por meio da simulação de três malhas de elementos finitos para a discretização espacial do fluido. A primeira malha é composta por 532.715 elementos e 515.424 nós, a segunda malha é constituída por 1.293.222 elementos e 1.260.996 nós e a terceira malha é discretizada por 1.973.516 elementos e 1.930.071 nós. Os menores elementos das malhas encontram-se localizados na interface fluido-estrutura e possuem dimensões, já em escala, iguais a $2 \times 10^{-3} \text{ m}$, $1 \times 10^{-3} \text{ m}$ e $8 \times 10^{-4} \text{ m}$, respectivamente, para a primeira, segunda e terceira malha. Detalhes de cada uma das malhas na região em torno da edificação estão apresentados na Figura 8.64.

A análise aerodinâmica é realizada considerando um vento suave (sem turbulência na corrente incidente) alinhado com o eixo X do domínio computacional, sendo modelado por um perfil de camada limite definida por uma lei de potência, conforme apresentado na Figura 8.63. Na Tabela 8.16 são apresentadas as propriedades físicas e geométricas do problema, já em escala, sendo possível obter um número de Reynolds (Re) igual a 156.575. O passo de tempo é

calculado pela condição de estabilidade definida na Equação (3.37) com diferentes coeficientes de segurança. Destaca-se que neste exemplo é utilizada a técnica de Simulação de Grandes Escalas (LES) com o modelo dinâmico para modelagem das escalas de turbulência inferiores à resolução de malha.

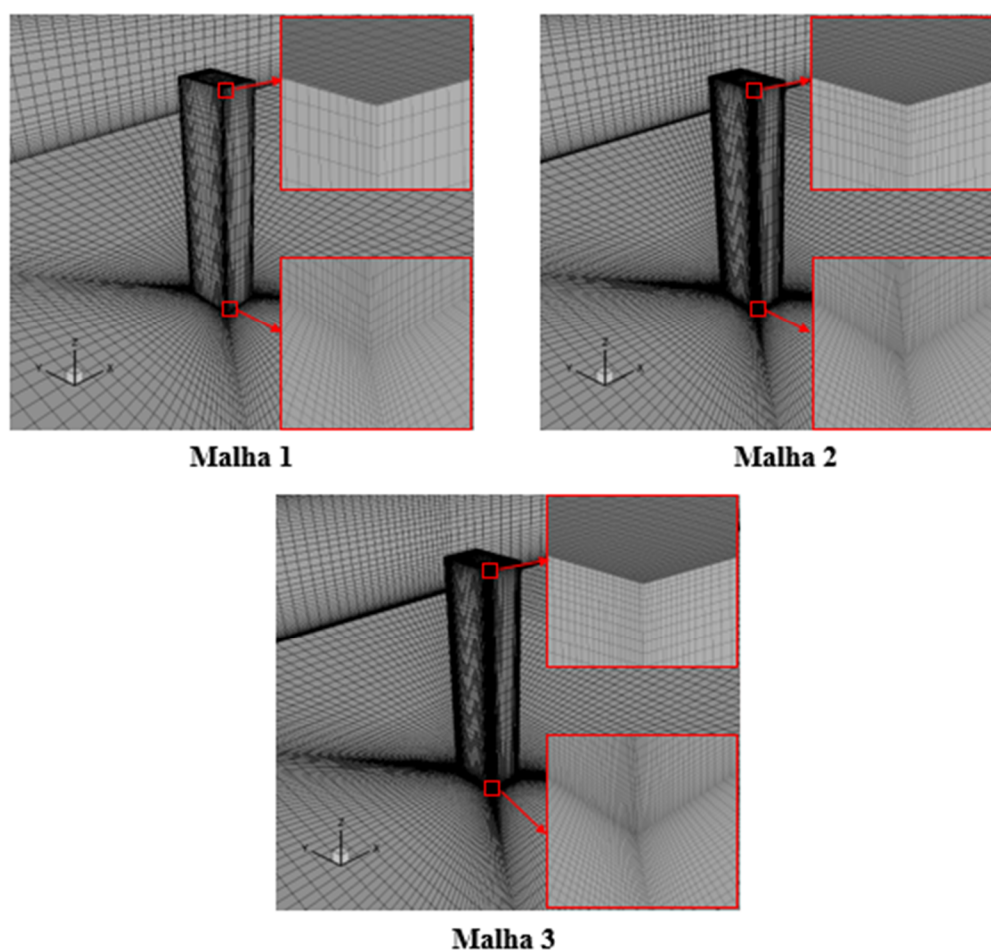


Figura 8.64: Detalhes das três malhas na região em torno do edifício e utilizadas na análise aerodinâmica do edifício CAARC.

A análise é conduzida até uma certa estabilização dos parâmetros aerodinâmicos obtidos para cada uma das malhas, considerando para toda a malha um campo de pressão inicial nulo e um campo de velocidade inicial igual ao perfil da camada limite. Esses parâmetros são úteis para a caracterização do comportamento aerodinâmico do edifício CAARC e são definidos como:

$$C_{F_x} = \frac{\sum_{i=1}^{NNI} (F_x)_i}{1/2 \rho W \int_0^H V^2 dZ}; \quad C_{\sigma F_x} = \frac{\sum_{i=1}^{NNI} (\sigma F_x)_i}{1/2 \rho V_H^2 WH}; \quad (8.6)$$

$$C_{F_y} = \frac{\sum_{i=1}^{NNI} (F_y)_i}{1/2\rho W \int_0^H V^2 dZ}; \quad C_{\sigma F_y} = \frac{\sum_{i=1}^{NNI} (\sigma F_y)_i}{1/2\rho V_H^2 WH}; \quad (8.7)$$

$$C_{P_i} = \frac{P_i - P_0}{1/2\rho V_H^2} \quad (8.8)$$

onde ρ é a massa específica do fluido, V_H é a velocidade do escoamento na região não perturbada, associada com a altura H do edifício, V é a função que descreve o perfil de camada limite, W é a largura do edifício, NNI é o número de nós de contorno do fluido sobre o edifício, C_{F_x} e C_{F_y} , são respectivamente, os coeficientes de arrasto e de sustentação, relacionados às forças aerodinâmicas F_x e F_y , referenciadas de acordo com as direções dos eixos X e Y , respectivamente. Os valores RMS (*root mean square*) das parcelas flutuantes de F_x e F_y são indicados por σF_x e σF_y , respectivamente, e estão associados com os respectivos coeficientes aerodinâmicos $C_{\sigma F_x}$ e $C_{\sigma F_y}$. As forças F_x e F_y são obtidas a partir da integração numérica da Equação (2.11) sobre a superfície de interface fluido-estrutura. Por fim, o coeficiente de pressão médio C_{P_i} é calculado utilizando a pressão média P em um nó i da malha e a pressão de referência P_0 . Mais detalhes sobre definições e avaliação dos coeficientes aerodinâmicos podem ser obtidos em Braun (2007).

Tabela 8.16: Constantes físicas e geométricas empregadas na análise aerodinâmica do edifício CAARC (parâmetros em escala).

	Número de Reynolds – Re	156.575
	Massa específica – ρ	1,25 kg/m ³
	Viscosidade dinâmica – μ	1,825 x 10 ⁻⁵ Ns/m ²
	Viscosidade volumétrica – λ	0 Ns/m ²
	Parâmetro de compressibilidade – c_f	42,33 m/s
Fluido	Velocidade de referência – V_H	12,7 m/s
	Dimensão característica – W	0,18 m
	Parâmetro seletivo de massa – e	0,9
		Malha 1: 6,75 x 10 ⁻⁶ s
	Incremento de tempo – Δt	Malha 2: 3,20 x 10 ⁻⁶ s
		Malha 1: 3,15 x 10 ⁻⁶ s

Os históricos dos coeficientes aerodinâmicos de força obtidos neste trabalho para as três malhas simuladas são apresentados na Figura 8.65. Observa-se que a primeira malha é

analisada durante 9 s, enquanto que o tempo de análise da segunda e terceira malhas é igual a 6 s.

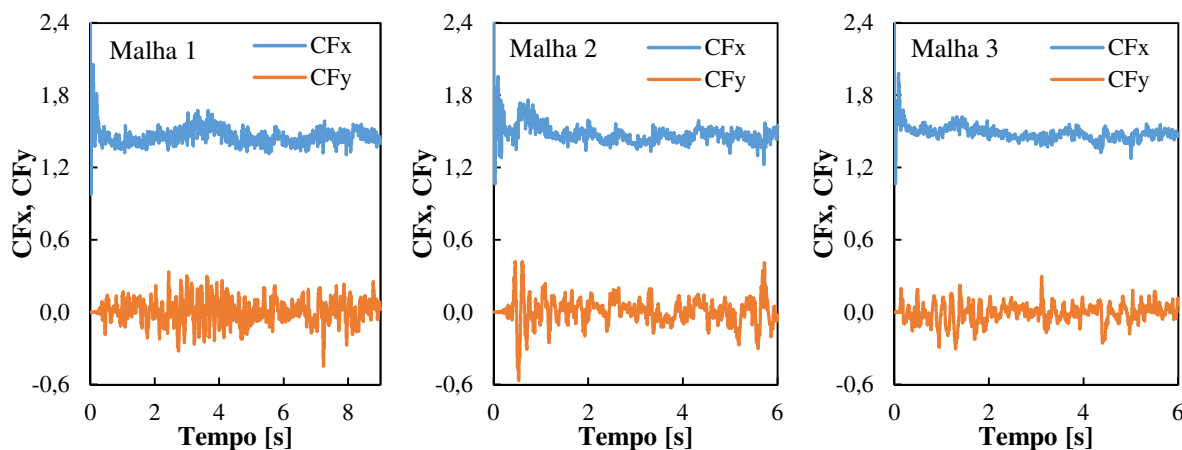


Figura 8.65: Históricos dos coeficientes de força ao longo do tempo obtidos na análise aerodinâmica do edifício CAARC.

Na Tabela 8.17 são apresentados os valores médios e RMS dos coeficientes de força obtidos a partir dos respectivos históricos. Os dados apresentados são comparados com os resultados apresentados na literatura, sendo obtidos por meio de análise numérica e experimental. O modelo numérico utilizado por Braun e Awruch (2009a) é similar ao modelo do presente trabalho e emprega 368.800 elementos finitos hexaédricos de oito nós para a discretização do domínio do fluido. Por outro lado, Huang *et al.* (2007) utilizaram o programa FLUENT para a simulação de diversos casos baseado no Método dos Volumes Finitos, sendo escolhido para comparação o modelo numérico com cerca de 1.200.000 células. Os dois trabalhos de referência utilizaram a técnica de Simulação de Grandes Escalas (LES) com o modelo de submalha dinâmico para o tratamento da turbulência, sendo o modelo de Braun e Awruch (2009a) baseado no modelo proposto por Germano *et al.* (1991) e modificado por Lilly (1992), enquanto que o modelo de Huang *et al.* (2007) é baseado em Kim e Menon (1997).

É possível observar pela Tabela 8.17 que as três malhas apresentaram resultados muito similares, proporcionando uma indicação inicial de que a malha menos refinada já apresenta resultados satisfatórios. Além disso, os resultados do presente trabalho são muito próximos do obtido experimentalmente por Obasaju (1992), porém o coeficiente de arrasto obtido neste trabalho é cerca de 20% menor do que o obtido no modelo numérico de Huang *et al.* (2007) e

em torno de 10% menor do que o resultado numérico apresentado por Braun e Awruch (2009a).

Tabela 8.17: Resultados dos coeficientes aerodinâmicos obtidos na análise aerodinâmica do edifício CAARC.

Autor	Coeficientes aerodinâmicos			
	C_{Fx}	$C_{\sigma Fx}$	C_{Fy}	$C_{\sigma Fy}$
Presente trabalho – Malha 1	1,463	0,039	0,010	0,066
Presente trabalho – Malha 2	1,471	0,041	0,011	0,065
Presente trabalho – Malha 3	1,479	0,030	-0,004	0,053
Braun e Awruch (2009a)	1,660	0,076	0,008	0,106
Obasaju (1992) – vento suave	1,490	0,060	-0,039	0,092
Huang <i>et al.</i> (2007) – baixa turbulência (caso 7)	1,830	0,060	0,006	0,134

As distribuições dos coeficientes de pressão médios ao longo do perímetro do edifício em uma altura igual a $Z/H = 2/3$ são apresentadas na Figura 8.66 para as três malhas simuladas. Os valores são obtidos por meio da Equação (8.8). É possível notar uma boa concordância entre resultados obtidos para as diferentes configurações de malhas, finalizando o estudo de convergência de malha. Portanto, a partir deste ponto, apenas os resultados da primeira malha são apresentados.

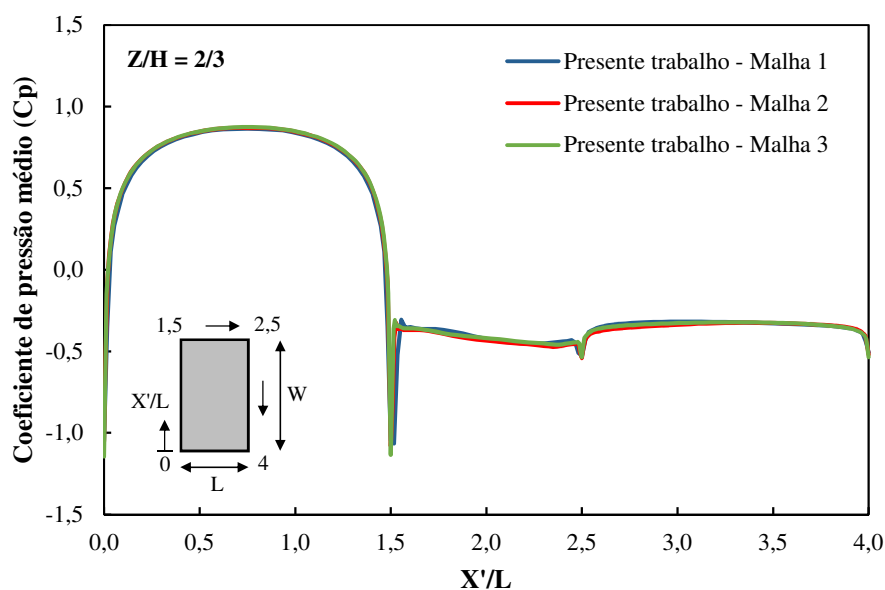


Figura 8.66: Distribuições dos coeficientes de pressão médios ao longo do perímetro do edifício CAARC em $Z/H = 2/3$.

Na Figura 8.67 é apresentada a comparação das distribuições dos coeficientes de pressão médios do presente trabalho, avaliados no perímetro do edifício em $Z/H = 2/3$, com os resultados obtidos de forma numérica e experimental por outros autores. Os resultados do presente trabalho são comparados com resultados tradicionais de 5 modelos experimentais e 3 simulações numéricas. Entre os testes experimentais em túnel de vento, quatro deles são relatados por Melbourne (1980) e foram conduzidos nas seguintes instituições: Universidade City, Universidade de Bristol e Laboratório Nacional de Física (NPL - *National Physical Laboratory*), localizados na Inglaterra, e Universidade Monash na Austrália. Além dos citados, tem-se ainda os modelos experimentais desenvolvidos por Goliger e Mildford (1988) do *National Building Research Institute* (NBRI) na África do Sul. No caso das simulações numéricas, três trabalhos são utilizados na comparação: Huang *et al.* (2007), Braun e Awruch (2009a) e Shirkhaghah e Kalehsar (2022). A análise numérica realizada por Shirkhaghah e Kalehsar (2022) foi feita por meio do programa ABAQUS, sendo empregada a técnica de Simulação de Grandes Escalas Implícita (ILES) para o escoamento turbulento e cerca de 500.000 elementos hexaédricos de oito nós para a discretização espacial do domínio do escoamento. As características dos modelos numéricos de Huang *et al.* (2007) e Braun e Awruch (2009a) foram descritas anteriormente.

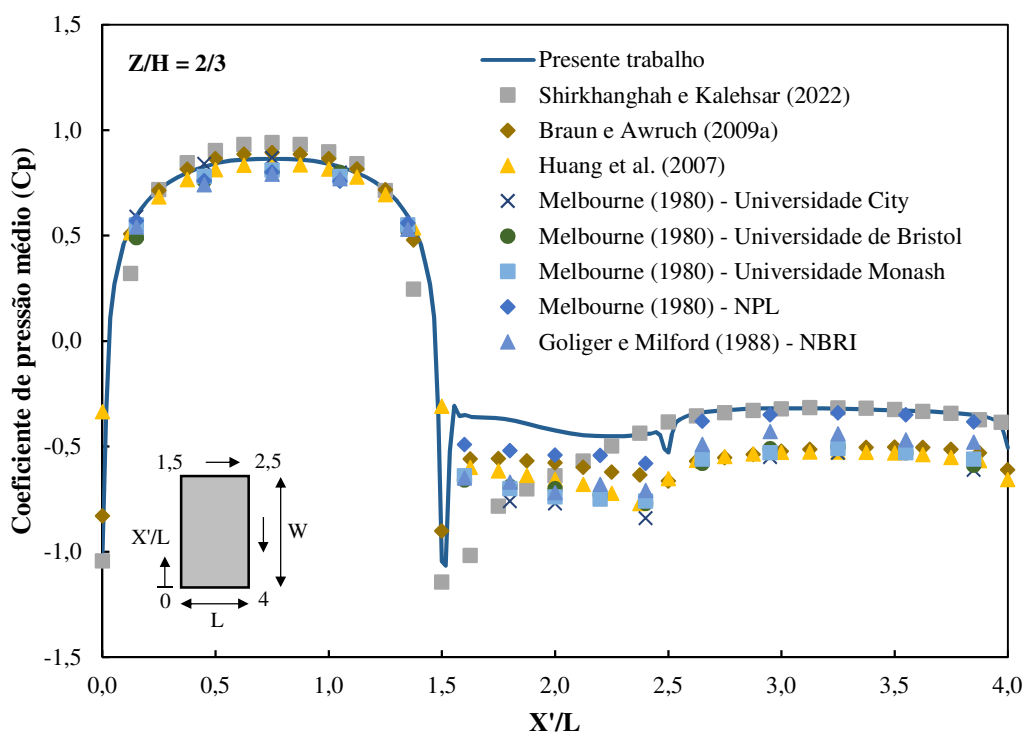


Figura 8.67: Comparação das distribuições dos coeficientes de pressão médios ao longo do perímetro do edifício CAARC em $Z/H = 2/3$.

A partir da Figura 8.67 é possível observar uma boa aproximação entre os resultados obtidos neste trabalho para os coeficientes de pressão médios e os resultados experimentais e numéricos relatados por outros autores. Nota-se que os resultados obtidos na face frontal do edifício ($0 \leq X'/L \leq 1,5$) apresentaram uma menor discrepância quando comparados com as demais faces. Os resultados obtidos no presente trabalho na face posterior ($2,5 \leq X'/L \leq 4,0$) são mais próximos dos obtidos numericamente por Shirkhanghah e Kalehsar (2022) e experimentalmente no Laboratório Nacional de Física (NPL). Por outro lado, os resultados apresentados para a face lateral ($1,5 \leq X'/L \leq 2,5$) são os mais dispersos, sendo que o presente trabalho apresenta valores maiores (menos negativos) quando comparado com os demais resultados relatados. Huang *et al.* (2007) mencionam que essas diferenças podem ser atribuídas aos testes experimentais que foram realizados com anos de diferença, distintos dispositivos e características diferentes dos perfis de velocidade e intensidade de turbulência.

Na Figura 8.68 são mostrados os coeficientes de pressão médios avaliados nas paredes frontal e posterior do edifício CAARC. A distribuição dos coeficientes na face frontal do edifício está em concordância com os resultados numéricos apresentados por Huang *et al.* (2007). Por outro lado, Huang *et al.* (2007) apresentaram resultados dispersos para os coeficientes de pressão médios sobre a face posterior, porém seus valores são menores (mais negativos) do que os obtidos neste trabalho. De acordo com os autores, os resultados da face frontal são influenciados apenas pelo perfil incidente de velocidade, enquanto que as faces laterais e posterior são influenciadas também pelo perfil de intensidade de turbulência, mas ainda em menor peso do que o perfil de velocidades. Resultados mais próximos do obtido no presente trabalho para a face posterior do edifício são relatados no estudo numérico de Shirkhanghah e Kalehsar (2020) e no trabalho experimental de Hu *et al.* (2019).

Os campos de pressão médio e as linhas de corrente são apresentados na Figura 8.69 para os planos horizontal (X-Y) e vertical (X-Z) localizados em $Z/H = 2/3$ e $Y = 1,53$ m, respectivamente. Pelo resultado obtido no plano horizontal em $Z/H = 2/3$ é possível observar a separação do escoamento nas paredes laterais do edifício e que dois grandes vórtices praticamente simétricos são formados logo atrás, sendo semelhante à alguns resultados numéricos apresentados por Huang *et al.* (2007). Além disso, conforme relatado por Huang *et al.* (2007), o formato um pouco mais alongado dos vórtices faz com que valores maiores (menos negativos) de coeficientes de pressão médios se formem na região posterior do edifício, o que demonstra os resultados obtidos anteriormente para o presente trabalho.

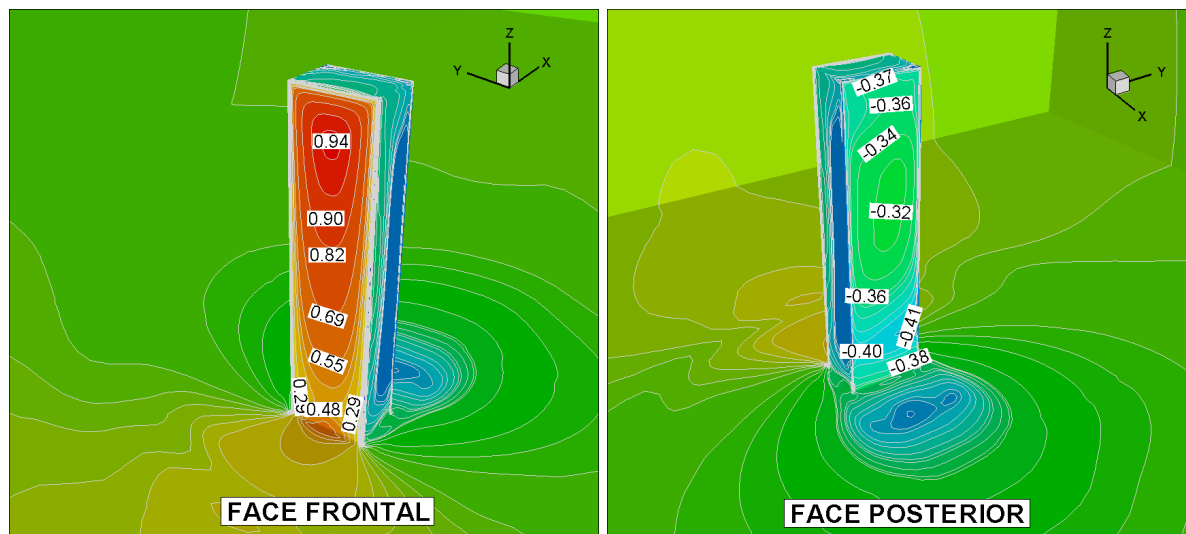


Figura 8.68: Distribuições dos coeficientes de pressão médios sobre as paredes do edifício CAARC.

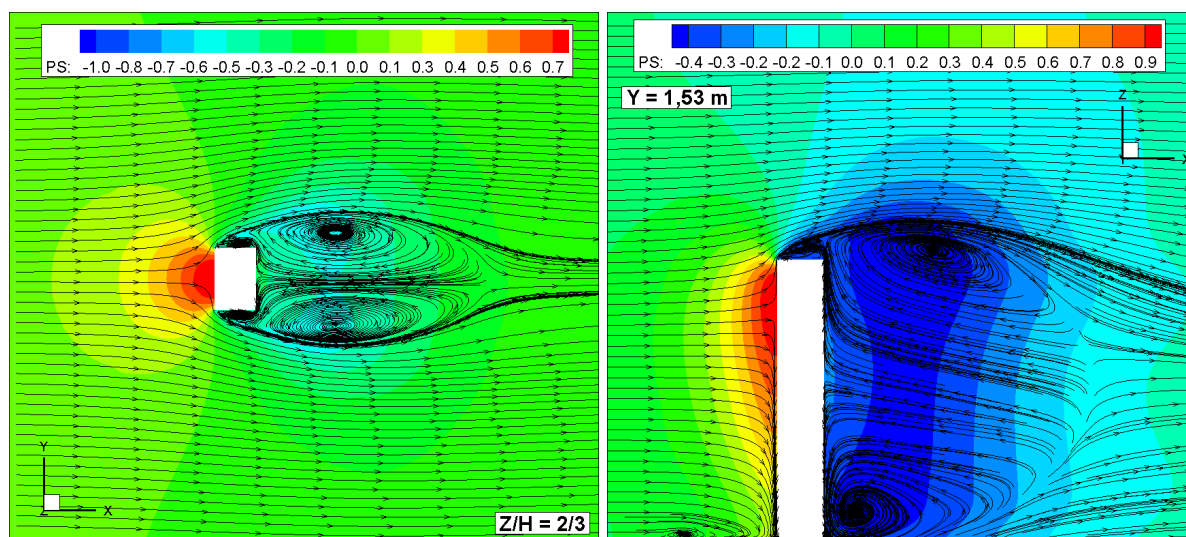


Figura 8.69: Campos de pressão médio e linhas de corrente obtidos na análise aerodinâmica do edifício CAARC.

Nota-se ainda pela Figura 8.69 a formação de alguns padrões de circulação do escoamento, principalmente no plano vertical em $Y = 1,53$ m. Uma elevada pressão é originada na face frontal, enquanto que uma zona de sucção é originada na parte posterior do edifício com uma grande região de recirculação do escoamento. Na parte frontal do edifício, uma região de recirculação é formada próxima ao chão do domínio computacional, onde uma parcela do escoamento até cerca de $0,75H$ é direcionada para baixo ao colidir com o edifício. Por outro lado, é possível observar a separação do escoamento na parte superior do edifício, onde as massas de ar são inicialmente direcionadas para cima e posteriormente voltam para altitudes

mais baixas. Para melhor visualização desse processo, a Figura 8.70 apresenta as linhas de corrente em uma visualização tridimensional.

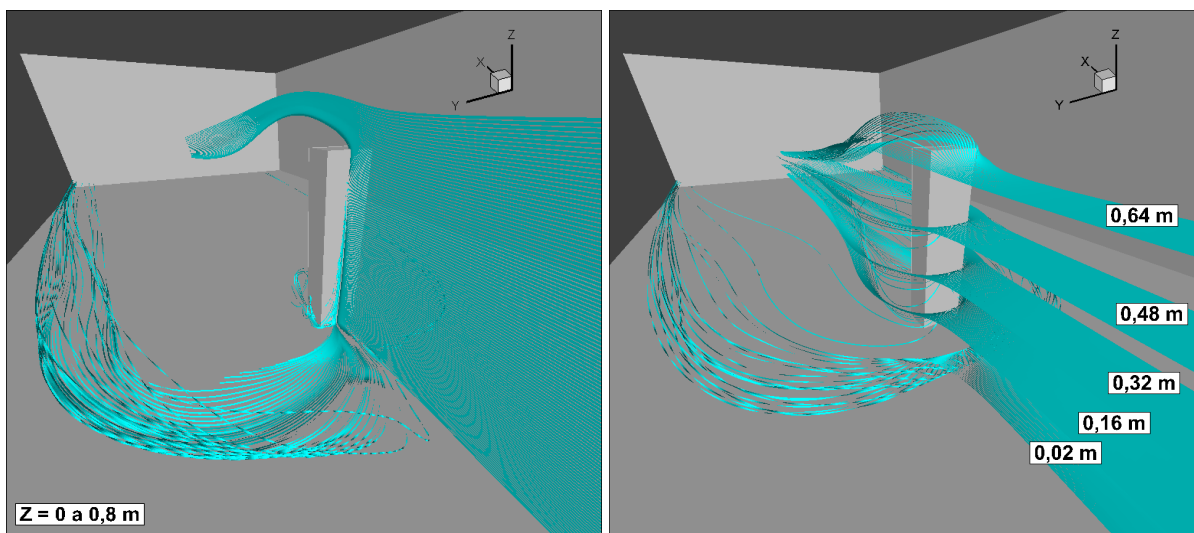


Figura 8.70: Linhas de corrente tridimensionais obtidas para o campo médio de velocidades na análise aerodinâmica do edifício CAARC.

8.6.1.2 Análise aeroelástica

O comportamento aeroelástico do edifício CAARC é estudado no presente trabalho para distintas situações de apoio na base do edifício e para cinco valores diferentes de velocidades reduzidas ($V_{red} = V_H/f_n W$, sendo f_n a frequência natural da estrutura): 2, 4, 6, 8 e 10. O programa de pesquisa numérica consiste em avaliar diferentes situações de fundação e a presença ou não do amortecimento na resposta estrutural do edifício CAARC, de forma a comparar com os resultados obtidos numericamente por Shirkhaghah e Kalehsar (2022). Para isso, cinco casos são estudados e são denominados pelas siglas: RO, ROD, LEO, LEOD e NLO. As siglas anteriores são definidas da seguinte forma:

- O início da sigla indica o tipo de solo empregado: R é utilizado para fundação rígida, ou seja, o edifício é engastado em sua base e não há a modelagem do solo; LE e NL são utilizados para indicar os modelos com a presença do solo e são definidos, respectivamente, para materiais com comportamento elástico linear e elastoplástico;
- A parte intermediária indica a rugosidade do terreno. Neste caso, todos os modelos são simulados em terreno aberto e plano, indicado pela letra O;

- A parte final indica se o amortecimento material é considerado na simulação. Caso seja considerado, o modelo é indicado pela letra D.

Na Figura 8.71 são apresentadas as características geométricas e as malhas adotadas para a modelagem da estrutura, fundação e solo. Nota-se que uma malha do tipo não coincidente é empregada neste trabalho, uma vez que a malha do fluido é mais refinada do que a malha dos meios deformáveis. A escolha dos limites computacionais e da malha são baseadas no trabalho de Shirkhanghah e Kalehsar (2022) e em alguns testes numéricos realizados como estudo de convergência de malha. O edifício CAARC é discretizado espacialmente por meio de 2.220 elementos finitos hexaédricos, seguindo uma distribuição de acordo com os eixos globais na forma de 6 x 10 x 37 elementos. Uma fundação superficial é considerada neste problema e modelada por 240 elementos finitos hexaédricos distribuídos na forma de 10 x 12 x 2 elementos. A estrutura e o solo estão apoiados em um solo formado por 8.760 elementos finitos hexaédricos e 1.200 elementos infinitos hexaédricos, situados nas paredes laterais do domínio computacional para a correta simulação do meio semi-infinito. Inicialmente, apenas elementos com um ponto de integração são empregados no modelo. Dessa forma, o modelo contendo apenas o edifício é discretizado por 2.220 elementos finitos hexaédricos e 2.926 nós, enquanto que os modelos com a presença do solo são discretizados por 11.220 elementos finitos e 1.200 elementos infinitos hexaédricos, totalizando 14.971 nós. Como condição de contorno, tem-se apenas que a base do domínio computacional é considerada engastada.

Pela Figura 8.71 é possível observar que o edifício CAARC possui as dimensões citadas anteriormente em escala: altura (H) igual a 0,72 m, comprimento (L) igual a 0,12 m e largura (W) igual a 0,18 m. A fundação do edifício possui formato prismático de 0,16 x 0,20 x 0,014 m e o solo é modelado com dimensões iguais a 0,60 x 0,60 x 0,20 m. Nota-se ainda que os elementos infinitos apresentam dimensões distorcidas por causa da imposição da localização do limite da região ALE (ver Figura 8.63). Conforme mencionado anteriormente, essa dimensão é irrelevante nas análises dinâmicas da estrutura, sendo importante apenas nas análises estáticas que possuem sua formulação baseada na localização do “polo”. Portanto, inicialmente um campo de tensões geostática é gerado para o problema utilizando as dimensões corretas do elemento infinito e posteriormente os nós da região afastada do elemento infinito são transladados de forma a coincidirem com o limite da região ALE. As tensões devido à força gravitacional são definidas antes da aplicação das cargas de vento com base na metodologia empregada por Trochanis *et al.* (1991) e seu processo de definição é descrito no problema do item 8.4.2.

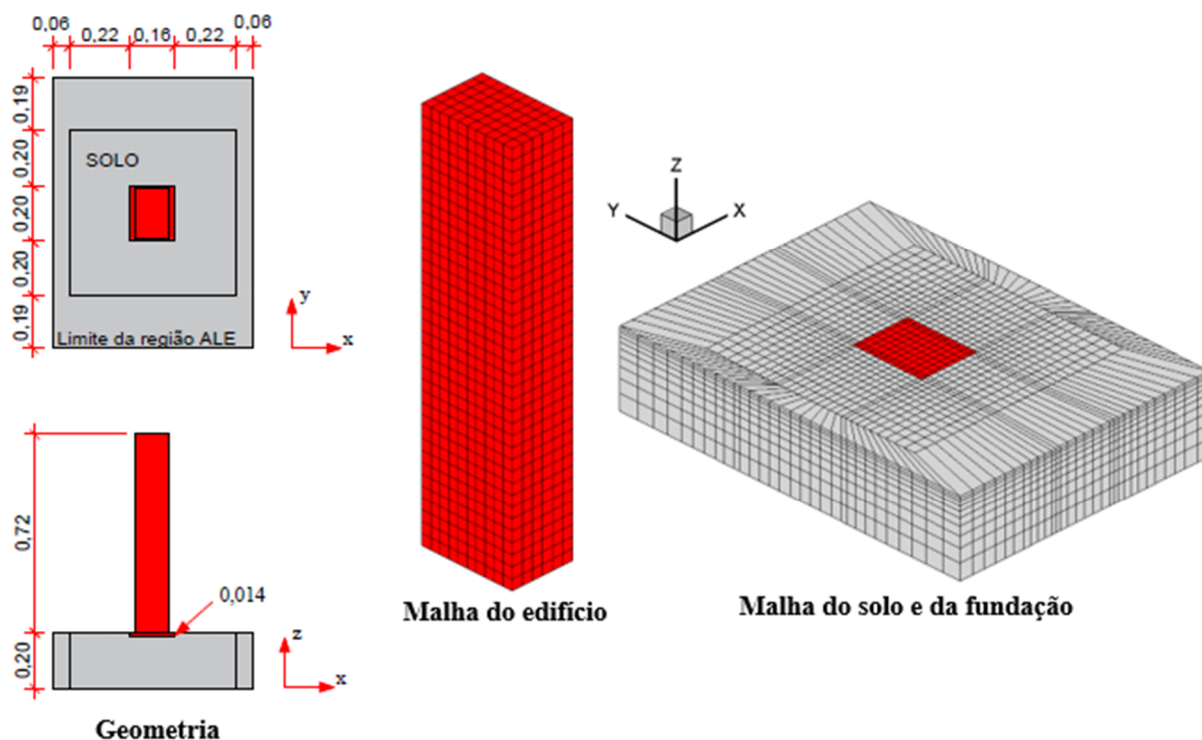


Figura 8.71: Características geométricas e configuração inicial de malha empregados na análise aeroelástica do edifício CAARC (dados em escala).

As constantes empregadas para o fluido são apresentadas na Tabela 8.18 em função das cinco velocidades reduzidas investigadas. Nota-se que o número de Reynolds é mantido constante para as diferentes velocidades por meio da variação da viscosidade dinâmica. Essa escolha é justificada, pois de acordo com Chien *et al.* (1951), o padrão de escoamento em torno de edifícios com arestas vivas é praticamente independente do número de Reynolds. A estrutura é considerada totalmente restrita durante os 3 s iniciais da análise para permitir o desenvolvimento do escoamento. Posteriormente, a estrutura é liberada e a análise aeroelástica é realizada durante 2 s, sendo similar ao tempo empregado por Shirkhanghah e Kalehsar (2022). O avanço temporal dos meios deformáveis é feito por meio do algoritmo α -Generalizado com raio espectral (r_α) igual a 0,8.

As simulações aeroelásticas são realizadas considerando 20 subciclos e razão de amortecimento crítico (ζ) igual a 1%, sendo considerada como proporcional à matriz de massa. Na

Tabela 8.19 são apresentadas as propriedades físicas empregadas para o edifício, fundação e solo. O módulo de elasticidade longitudinal (E) da estrutura foi obtido por Braun e Awruch

(2009a) a partir de numerosos testes numéricos de forma a calibrar o comportamento dinâmico da estrutura, uma vez que as simulações prévias do edifício CAARC em túnel de vento não apresentam essa informação. No caso da fundação, o módulo de elasticidade longitudinal e o coeficiente de Poisson não são fornecidos por Shirkhanghah e Kalehsar (2022), sendo estimados para o presente trabalho considerando uma fundação de concreto armado com resistência característica à compressão (f_{ck}) igual a 25 MPa.

Tabela 8.18: Constantes usadas para o fluido na análise aeroelástica do edifício CAARC (parâmetros em escala).

Constantes	$V_{red} = 2$	$V_{red} = 4$	$V_{red} = 6$	$V_{red} = 8$	$V_{red} = 10$
Número de Reynolds – Re	156.575	156.575	156.575	156.575	156.575
Massa específica – ρ [kg/m ³]	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25
Viscosidade dinâmica – μ [Ns/m ²]	$1,63 \times 10^{-6}$	$3,27 \times 10^{-6}$	$4,90 \times 10^{-6}$	$6,54 \times 10^{-6}$	$8,17 \times 10^{-6}$
Viscosidade volumétrica – λ [Ns/m ²]	0	0	0	0	0
Parâmetro de compressibilidade – c_f [m/s]	3,79	7,58	11,38	15,17	18,96
Velocidade de referência – V_H [m/s]	1,38	2,28	3,41	4,55	5,69
Dimensão característica – W [m]	0,18	0,18	0,18	0,18	0,18
Incremento de tempo – Δt [s]	$7,50 \times 10^{-5}$	$3,75 \times 10^{-5}$	$2,50 \times 10^{-5}$	$1,90 \times 10^{-5}$	$1,50 \times 10^{-5}$

Tabela 8.19: Propriedades físicas empregadas para os meios deformáveis na análise aeroelástica do edifício CAARC (parâmetros em escala).

Edifício	Módulo de elasticidade – E	$1,25 \times 10^6$ N/m ²
	Coeficiente de Poisson – ν	0,25
	Massa específica – ρ	160 kg/m ³
Fundação	Módulo de elasticidade – E	$1,12 \times 10^8$ N/m ²
	Coeficiente de Poisson – ν	0,20
	Massa específica – ρ	2400 kg/m ³
Solo	Módulo de elasticidade – E	$1,082 \times 10^6$ N/m ²
	Coeficiente de Poisson – ν	0,30
	Massa específica – ρ	2.160 kg/m ³
	Ângulo de atrito – ϕ	46,22°
	Coesão – c	7,2 N/m ²

O coeficiente de atrito (μ_c) adotado na interface solo-fundação é igual a 0,84 e os coeficientes de penalidade normal (k_N) e tangencial (k_T) variam de acordo com a velocidade reduzida,

como mostra a Tabela 8.20. Valores superiores dos parâmetros de penalidade podem fornecer resultados com menor penetração normal nas interfaces, porém um eventual aumento neste exemplo conduziu a dificuldades de convergência e em alguns casos proporcionaram um processo sem convergência.

Tabela 8.20: Coeficientes de penalidade normal (k_N) e tangencial (k_T) em função da velocidade reduzida.

V_{red}	2	4	6	8	10
Penalidade normal – k_N [N/m]	8×10^3	8×10^3	1×10^4	$1,2 \times 10^4$	$1,2 \times 10^4$
Penalidade tangencial - k_T [N/m]	2×10^3	2×10^3	3×10^3	4×10^3	4×10^3

As três primeiras frequências naturais (f_n) são apresentadas na Tabela 8.21 para os modelos com base engastada (RO) e linear elástico (LEO). Os dois primeiros modos estão associados aos modos de flexão e o último ao modo de torção.

Tabela 8.21: Frequência natural, em escala, dos modelos RO e LEO.

Modo	Frequência natural	
	Modelo RO	Modelo LEO
1°	3,161 Hz	2,784 Hz
2°	4,617 Hz	3,961 Hz
3°	16,048 Hz	15,907 Hz

Fonte: Shirkhaghah e Kalehsar (2022)

A Figura 8.72 apresenta os históricos de deslocamento longitudinal e transversal, avaliados no topo do edifício, para os modelos de edifício com base engastada (ROD e RO) e para as diferentes velocidades do escoamento. Os resultados obtidos para as simulações dos modelos de interação solo-estrutura com material elástico linear (LEOD e LEO) são mostrados na Figura 8.73. É possível observar que a amplitude dos deslocamentos longitudinal e transversal crescem com o aumento da velocidade do escoamento, ocorrendo a mesma situação para o deslocamento médio longitudinal. Além disso, nota-se pelas respostas que a adição do amortecimento proporcionou deslocamentos com menores amplitudes em todas as velocidades reduzidas, porém os deslocamentos médios praticamente são inalterados para cada velocidade reduzida. O desvio padrão da resposta longitudinal obtido para os modelos ROD é em média cerca de 14,9% menor do que o calculado nos modelos RO, sendo a maior

diferença avaliada em $V_{red} = 10$, cerca de 16,2% menor, e a menor diferença calculada em $V_{red} = 6$, em torno de 13,6% menor. Situação similar é observada para as condições LEOD e LEO, onde a adição do amortecimento estrutural proporcionou uma diminuição média do desvio padrão da resposta longitudinal em torno de 13,6%.

Como o amortecimento estrutural não é adicionado nos modelos RO e LEO, pode-se ainda verificar a influência do amortecimento aerodinâmico nas amplitudes dos históricos de deslocamento pelas Figuras 8.72 e 8.73. Com o aumento da velocidade do escoamento, o amortecimento aerodinâmico aumenta e os históricos apresentam um decaimento maior das amplitudes. Os gráficos são mantidos na mesma escala entre cada velocidade reduzida de forma a permitir uma comparação prévia entre os modelos de edifício com base engastada e os modelos com a presença do solo. A inserção do solo no modelo numérico conduziu a uma diminuição da rigidez do sistema e amplitudes maiores de deslocamento são verificadas nos históricos de deslocamento longitudinal para todas as velocidades do vento. Em média, os modelos LEOD e LEO apresentaram um deslocamento médio longitudinal superior em cerca de 19,3% e 20,1% ao serem comparados, respectivamente, com os modelos ROD e RO.

A Figura 8.74 apresenta a resposta média e o desvio padrão da estrutura calculados a partir dos históricos de deslocamento longitudinal dos modelos ROD e RO (Figura 8.72) e normalizados pelo comprimento do edifício ($L = 0,12$ m). Apresenta-se ainda a curva obtida por meio da função proposta por Melbourne (1980) e que representa o melhor ajuste dos dados experimentais avaliados pelo autor. Os resultados numéricos de Shirkhaghah e Kalehsar (2022) e Braun e Awruch (2009a) também são utilizados para a comparação, juntamente com os resultados obtidos experimentalmente por Thepmongkorn *et al.* (1999).

Além das características dos modelos numéricos de Shirkhaghah e Kalehsar (2022) e Braun e Awruch (2009a) descritas anteriormente durante a análise aeroelástica, tem-se agora que o edifício foi discretizado espacialmente por 2.220 e 1.000 elementos finitos hexaédricos de oito nós com um ponto de integração, respectivamente, por Shirkhaghah e Kalehsar (2022) e Braun e Awruch (2009a). Os dois trabalhos numéricos de referência empregaram o esquema de acoplamento particionado para a interação fluido-estrutura, sendo o esquema de acoplamento de Braun e Awruch (2009a) similar ao utilizado no presente trabalho, enquanto que Shirkhaghah e Kalehsar (2022) empregaram a técnica denominada “co-simulação”, disponível nos pacotes do ABAQUS, para realizar a transferência de informações entre o ABAQUS/CFD e o ABAQUS/Standard.

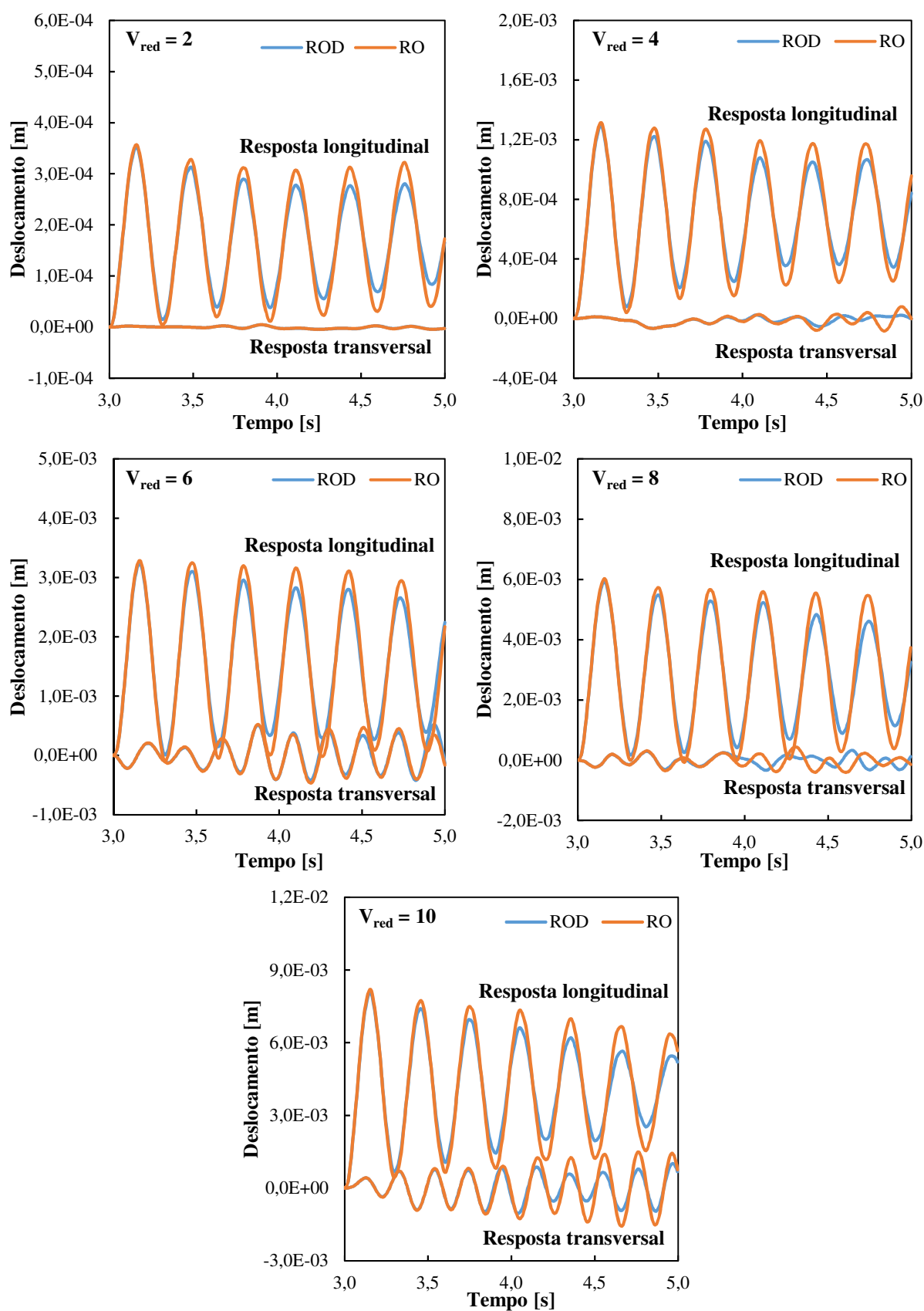


Figura 8.72: Históricos de deslocamento longitudinal e transversal obtidos na análise aeroelástica do edifício CAARC para os modelos RO e ROD.

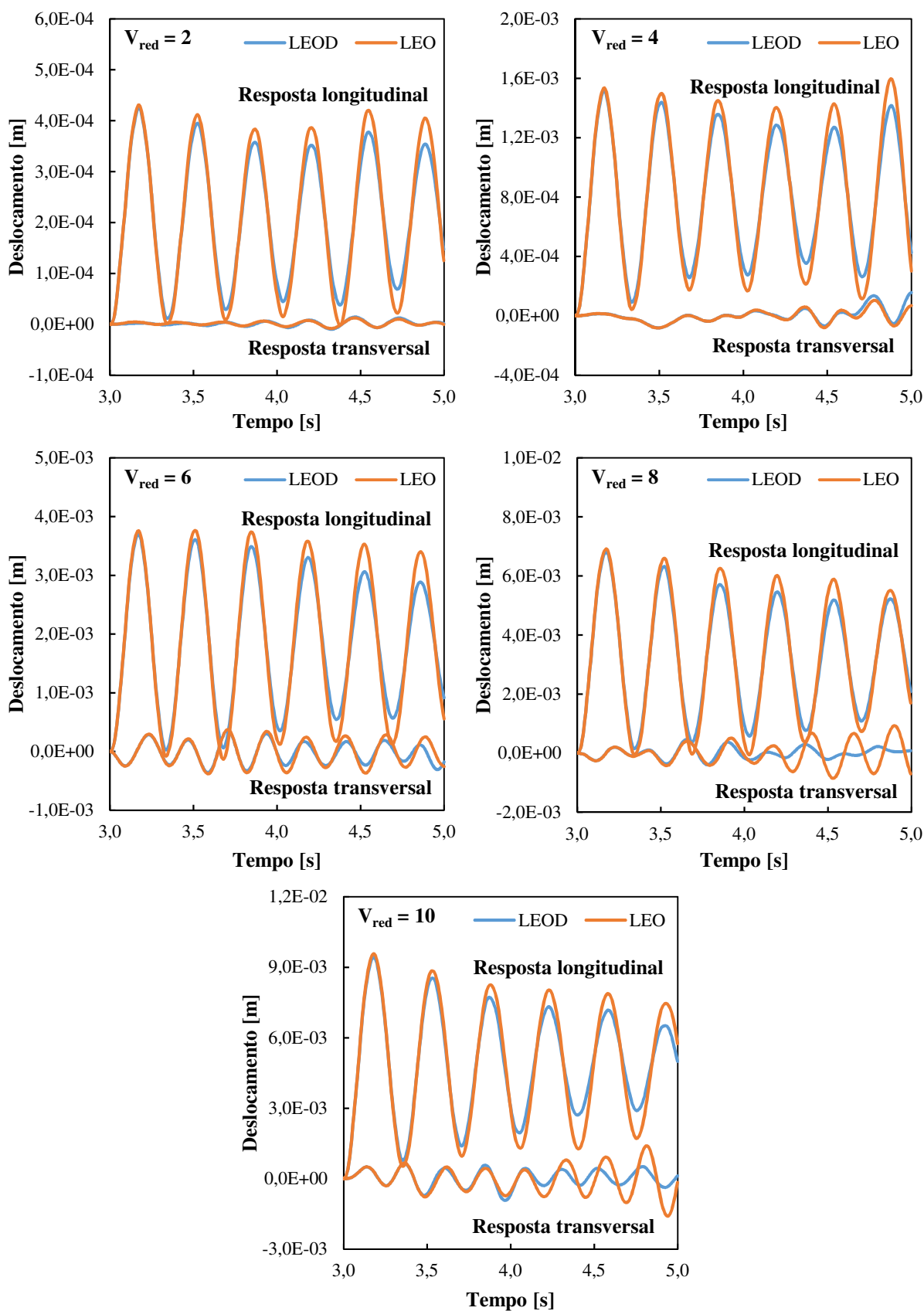


Figura 8.73: Históricos de deslocamento longitudinal e transversal obtidos na análise aeroelástica do edifício CAARC para os modelos LEO e LEOD.

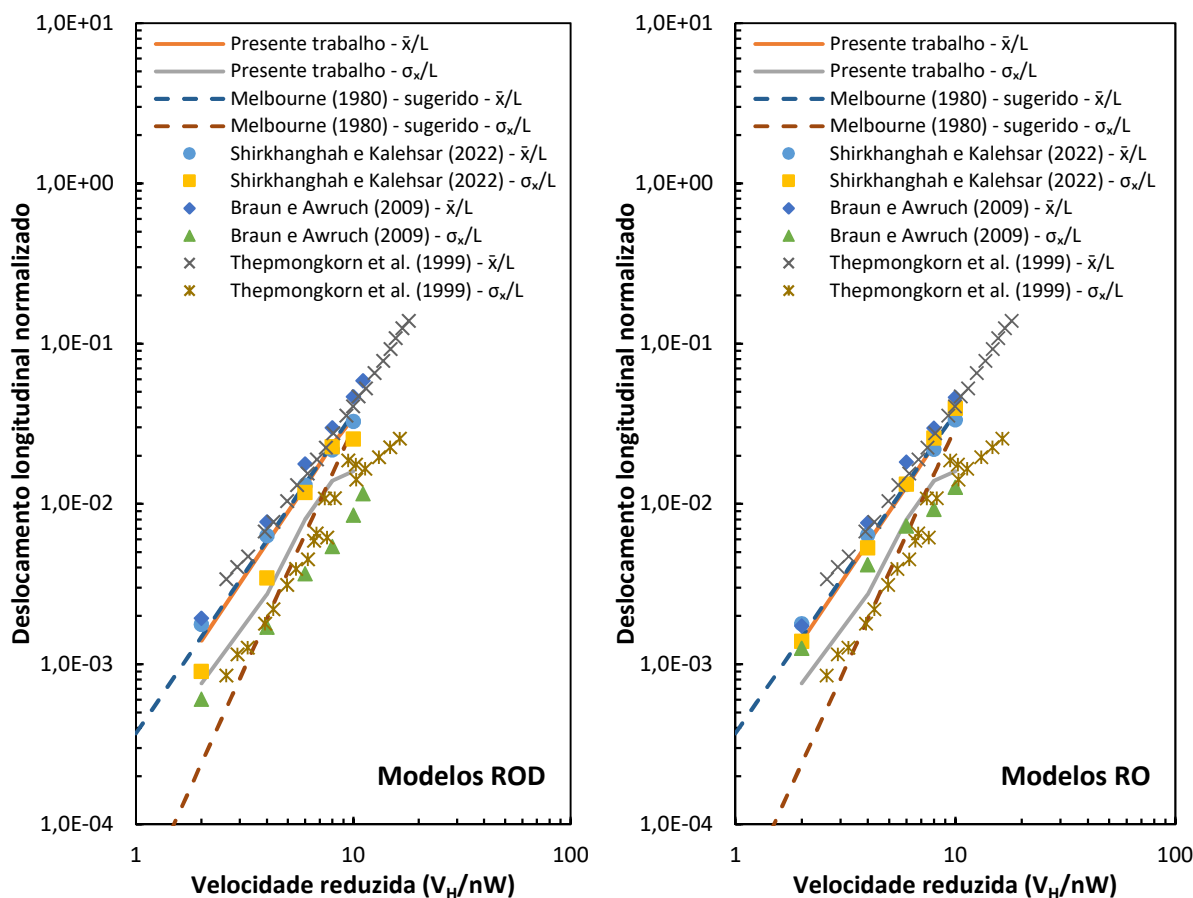


Figura 8.74: Curvas de deslocamentos longitudinal normalizado em função da velocidade reduzida e obtidas para os modelos ROD e RO.

Nota-se pela Figura 8.74 que as curvas de deslocamento médio longitudinal normalizado (\bar{x}/L) obtidas no presente trabalho, para ambos os modelos, demonstram uma boa concordância com os demais resultados de referência, principalmente com a função sugerida por Melbourne (1980). Por outro lado, um resultado mais disperso é observado para o desvio padrão longitudinal normalizado (σ_x/L), considerando-se que a curva obtida para o presente trabalho nos modelos ROD apresenta uma resposta mais próxima da curva descrita por Shirkhaghah e Kalehsar (2022) nas velocidades mais baixas e se aproxima da resposta de Thepmongkorn *et al.* (1999) nas maiores velocidades. Por outro lado, a curva σ_x/L obtida no presente trabalho para os modelos RO possuem uma maior similaridade com as curvas apresentadas por Thepmongkorn *et al.* (1999) e pela função sugerida por Melbourne (1980).

As diferenças apresentadas nos resultados obtidos pela análise aeroelástica dos modelos numéricos e dos modelos experimentais podem ser explicadas principalmente pela idealização computacional do modelo estrutural. Diferentemente dos modelos experimentais realizados em túnel de vento, que usualmente utilizam um sistema mecânico acoplado na base da

estrutura para reproduzir as características físicas de rigidez e amortecimento do sistema de forma obter a resposta estrutural para cada direção principal de forma separada, os modelos numéricos simulam a estrutura como um corpo flexível com movimentos totalmente acoplados. Além disso, o emprego de modelos rígidos em análises aeroelásticas em túnel de vento podem conduzir a um comportamento dinâmico diferente do obtido pela análise numérica com corpo flexível devido ao seu processo de deformação.

As curvas de deslocamento médio longitudinal normalizado (\bar{x}/L) e de desvio padrão longitudinal normalizado (σ_x/L) calculadas a partir dos históricos de deslocamento dos modelos de interação solo-estrutura com material elástico linear (LEOD e LEO) são mostradas na Figura 8.75. Observa-se que os resultados obtidos no presente trabalho apresentam uma grande semelhança com os resultados numéricos de Shirkhanghah e Kalehsar (2022), especialmente para as curvas de deslocamento médio longitudinal (\bar{x}/L), que apresentaram uma diferença menor do que 11% em ambas as situações de amortecimento. Destaca-se que Shirkhanghah e Kalehsar (2022) utilizaram 4.368 elementos hexaédricos de oito nós para a modelagem do solo e da fundação, juntamente com elementos infinitos posicionados nas paredes laterais do domínio computacional do solo. As características numéricas e as malhas empregadas para a discretização espacial do fluido e do edifício pelo trabalho de referência foram mencionadas anteriormente.

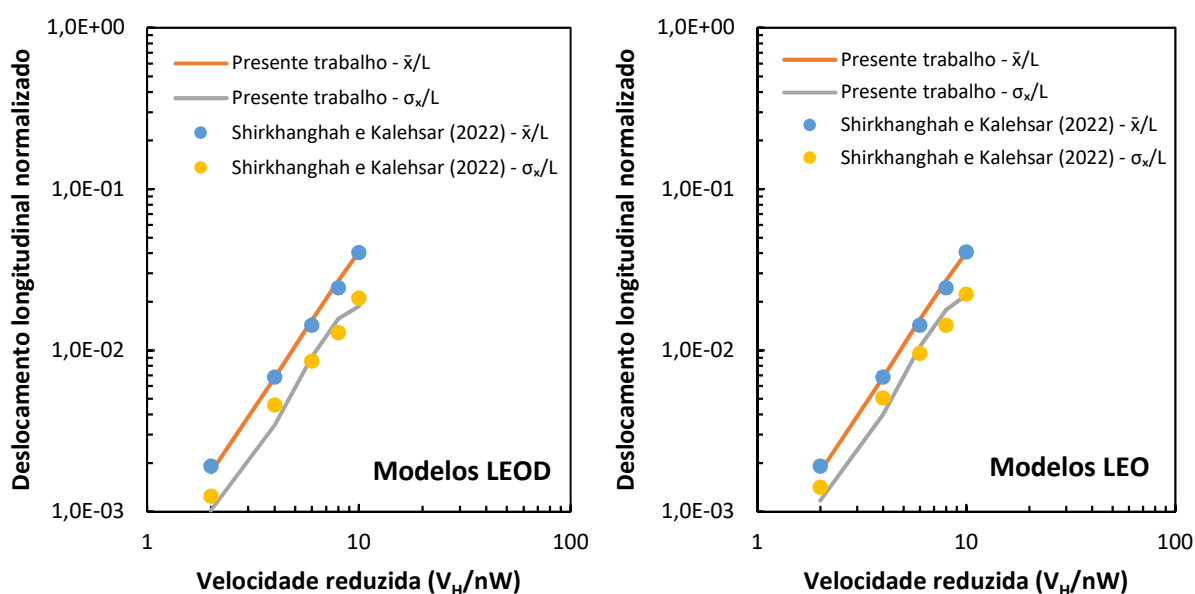


Figura 8.75: Curvas de deslocamentos longitudinal normalizado em função da velocidade reduzida e obtidas para os modelos LEOD e LEO.

A não linearidade física do solo é simulada numericamente nos modelos NLO por meio do critério de plastificação de Drucker-Prager, com comportamento elastoplástico perfeito e assumindo que a superfície de escoamento circunscreve a superfície de Mohr-Coulomb. De acordo com Shirkhaghah e Kalehsar (2022), as propriedades físicas do solo mencionadas na Tabela 8.19 se referem a um material granular e foram extraídas de amostras em laboratório.

Inicialmente, toda a malha dos modelos NLO foi formada por elementos hexaédricos utilizando a técnica de um ponto de integração, porém a análise não permitiu atingir a convergência, mesmo para a velocidade de vento mais baixa. Conforme visto nos problemas testados anteriormente, o elemento hexaédrico com um ponto de integração pode apresentar algumas dificuldades numéricas durante o processo de plastificação, especialmente para os casos de materiais elastoplásticos perfeitos, devido a anulação da matriz de estabilização do elemento. Simulações adicionais empregando diferentes porcentagens do valor do módulo de elasticidade transversal μ (ver Equação (5.38)) para a formação da matriz de estabilização do elemento também foram realizadas e a convergência não foi atingida. A última configuração deformada obtida para a primeira velocidade reduzida do modelo NLO é apresentada na Figura 8.76, juntamente com os vetores de força gerados pela ação do vento na região de interface. Observa-se que o elemento do solo localizado na parte posterior do CAARC não foi capaz de resistir às forças de tração na região de sucção do escoamento e apresentou deformação excessiva.

Dessa forma, passou-se a adotar uma abordagem híbrida das técnicas de integração, onde o edifício e a fundação empregam elementos com um ponto de integração, de forma a suprimir um eventual travamento durante o processo de flexão do edifício, e o solo utiliza elementos com a formulação \bar{B} , com o objetivo de capturar com maior precisão o processo de plastificação. A partir dessa mudança, os modelos passaram a convergir sem problemas e os resultados são descritos a seguir.

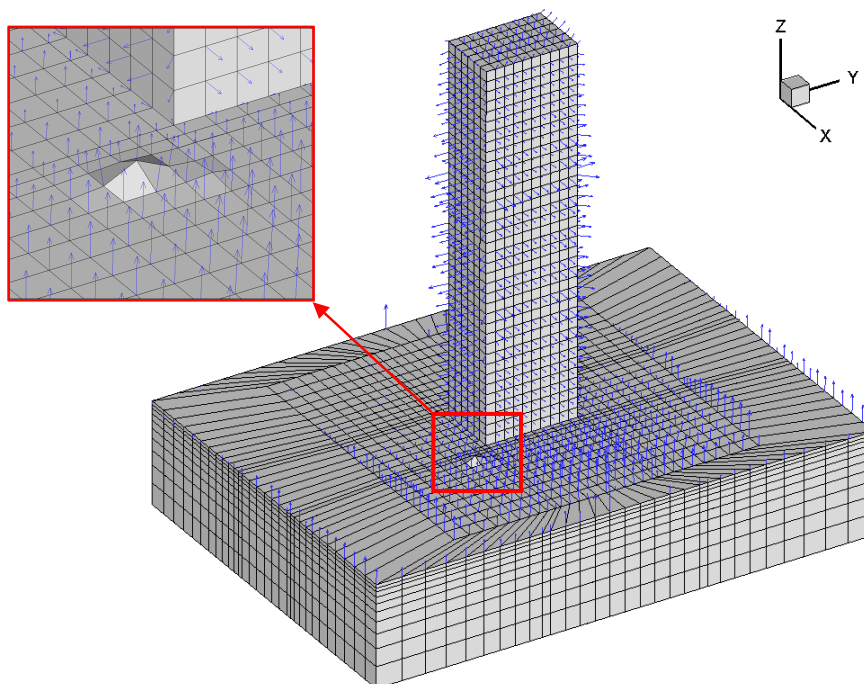


Figura 8.76: Última configuração deformada e vetores de forças obtidos para o modelo NLO e $V_{red} = 2$.

Os históricos de deslocamento longitudinal e transversal avaliados no topo do edifício para as três situações estudadas sem amortecimento estrutural (RO, LEO e NLO) são obtidos no presente trabalho por meio da análise aeroelástica e podem ser visualizados na Figura 8.77 para as diferentes velocidades do escoamento. Nota-se que as respostas longitudinal e transversal dos modelos NLO são praticamente idênticas às apresentadas pelos modelos LEO, sendo que pequenas diferenças começam a aparecer com o aumento da velocidade reduzida, especialmente na resposta transversal. Essa pequena diferença é justificada pela baixa plastificação do solo, que se concentrou numa região muito superficial, mesmo para as velocidades mais altas. Apenas três camadas superficiais de elementos finitos, sendo uma localizada abaixo da fundação, apresentaram plastificação ao final da análise de $V_{red} = 10$.

Para efeito de comparação entre os modelos do presente trabalho, a diferença de deslocamento médio longitudinal entre os modelos NLO e LEO é de -1,4%, -0,1%, -0,3%, 2,1% e 0,5%, respectivamente, para as velocidades reduzidas 2, 4, 6, 8 e 10. Por outro lado, o desvio padrão longitudinal obtido para os modelos NLO é inferior para todas as velocidades reduzidas quando comparado com os modelos LEO, sendo a diferença igual a -0,3%, -0,4%, -1,6%, -3,3% e -5,0%, respectivamente, para as velocidades reduzidas 2, 4, 6, 8 e 10.

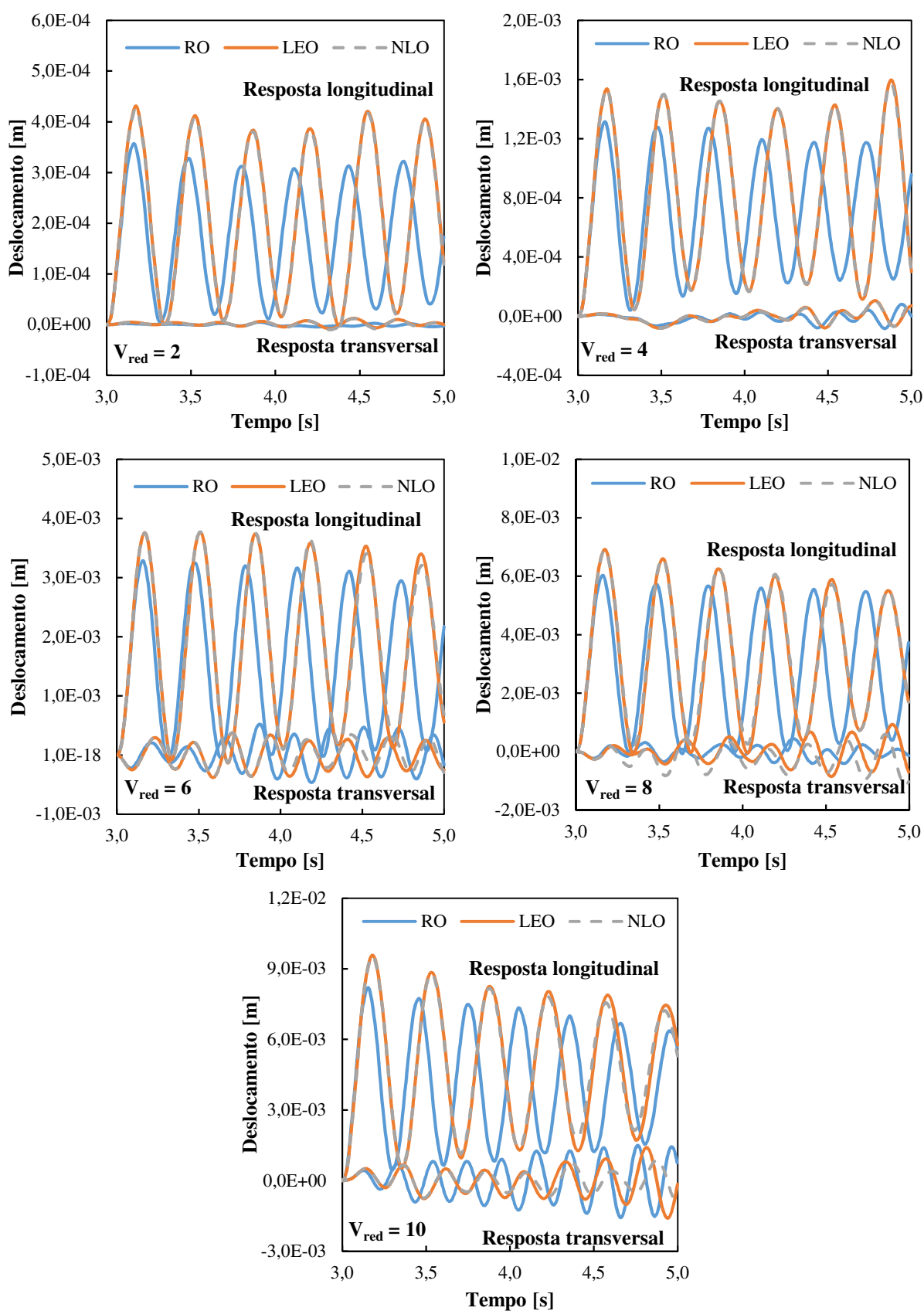


Figura 8.77: Comparação dos históricos de deslocamento longitudinal e transversal obtidos na análise aeroelástica do edifício CAARC para os modelos RO, LEO e NLO.

As curvas de deslocamento médio longitudinal normalizado (\bar{x}/L) e de desvio padrão longitudinal normalizado (σ_x/L) calculadas a partir dos históricos de deslocamento dos modelos de interação solo-estrutura com material elastoplástico (NLO) são mostradas na Figura 8.78 e comparadas com os resultados apresentados por Shirkhaghah e Kalehsar (2022).

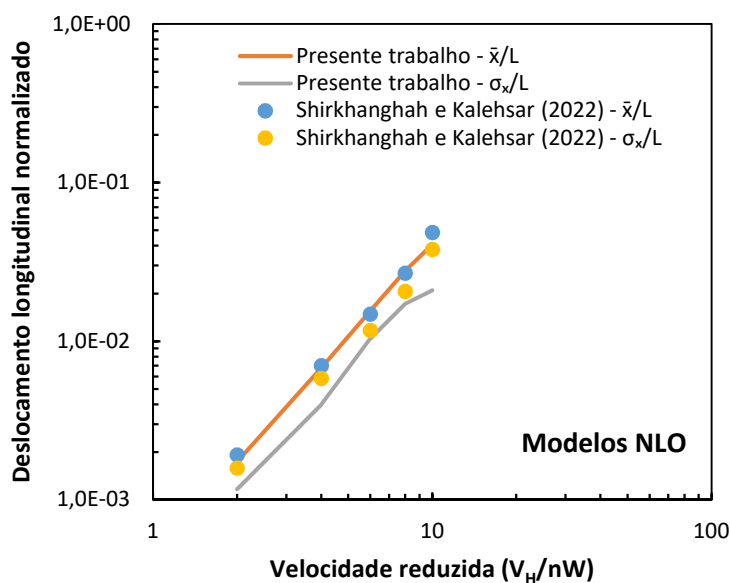


Figura 8.78: Curvas de deslocamentos longitudinal normalizado em função da velocidade reduzida e obtidas para os modelos NLO.

Observa-se pela Figura 8.78 que as curvas de deslocamento médio longitudinal (\bar{x}/L) apresentam uma boa concordância com o resultado de referência, sendo a maior diferença obtida para a $V_{red} = 10$, onde o presente trabalho apresentou um valor 16% menor. Por outro lado, os resultados de desvio padrão longitudinal demonstraram uma grande dispersão, mas as diferenças entre os resultados do presente trabalho com os resultados descritos por Shirkhaghah e Kalehsar (2022) ficaram na mesma ordem de grandeza apresentada nos modelos RO.

Apesar da boa concordância apresentada entre os resultados do presente trabalho com os resultados obtidos por Shirkhaghah e Kalehsar (2022), algumas diferenças ainda podem ser apontadas nas metodologias e que justificam as pequenas divergências dos resultados. Os autores de referência descrevem que a amplitude da resposta longitudinal dos modelos RO foi superior ao apresentado pelas curvas LEO e NLO para velocidades maiores de escoamento, o

que não foi observado no presente trabalho. A principal diferença entre os trabalhos numéricos refere-se ao modelo de plastificação empregado. Utiliza-se neste trabalho o critério de plastificação de Drucker-Prager clássico com comportamento elastoplástico perfeito, enquanto que Shirkhaghah e Kalehsar (2022) empregaram o modelo de Drucker-Prager com critério de endurecimento definido por uma função hiperbólica e também definiram um limite elástico para a deformação de cisalhamento. Destaca-se ainda que Shirkhaghah e Kalehsar (2022) realizaram a modelagem numérica por meio do programa ABAQUS e não deixaram claro se a superfície do solo foi considerada como uma interface capaz de receber carregamento proveniente da ação do vento (ver Figura 8.76), uma vez que os autores também empregaram elementos hexaédricos com integração reduzida em toda a malha, inclusive para o solo, e não relataram problemas de convergência como no presente trabalho.

Por fim, uma comparação entre os tempos médios de processamento é apresentada na Tabela 8.22 em função da técnica de processamento empregada. O modelo utilizado para este processo corresponde ao modelo numérico do edifício com base engastada. Os resultados são avaliados apenas para a $V_{red} = 2$ e para os modelos sem a consideração do amortecimento estrutural. Porém, como não há mudança no número de graus de liberdade e o número observado de iterações durante a análise da estrutura foi praticamente inalterado, os resultados podem ser estendidos para as demais velocidades sem grandes alterações. O computador utilizado para a realização dessa comparação é constituído de um processador AMD Ryzen™ 7 3700X, com *clock* básico de 3,6 GHz e 16 processadores lógicos (*threads*), e uma placa de vídeo NVIDIA GeForce GTX 1660 Super, com 6 GB de memória. Para efeito de comparação, apresentam-se também os resultados obtidos pelo processamento do problema no *cluster* FERMI do CESUP/UFRGS, que emprega processadores Intel® Xeon® Silver 4116, com *clock* básico de 2,1 GHz e 24 processadores lógicos, e placas de vídeo NVIDIA Tesla P100.

Verifica-se pela Tabela 8.22 que as técnicas de paralelização apresentaram uma redução significativa no tempo de processamento quando comparadas com o processamento sequencial. Além disso, os resultados obtidos por meio de uma placa gráfica básica, empregando a abordagem CUDA com precisão simples, possibilitou um aumento de desempenho a ponto de praticamente se igualar à performance demonstrada por uma placa dedicada à realização de operações matemáticas com precisão dupla, não havendo perda de qualidade na resposta com o emprego da precisão simples para este exemplo. Apesar do tempo médio mais elevado de processamento observado para a análise considerando a estrutura, foi possível observar que uma parcela significativa desse tempo corresponde à

atualização das condições cinemáticas do fluido sobre a interface, principalmente para a realização do cálculo da velocidade de malha para os nós pertencentes ao domínio ALE. Dessa forma, a atualização das condições cinemáticas consiste em uma etapa de elevada demanda computacional, mesmo sendo realizada por meio de placas gráficas. Esse resultado demonstra que o emprego da técnica de subciclos é de grande importância para a obtenção de um algoritmo mais eficiente.

Tabela 8.22: Tempos de processamento de acordo com a forma de paralelização obtidos na análise aeroelástica do edifício CAARC para os modelos RO e $V_{red} = 2$.

Processamento	Tempo por passo sem estrutura	Relação de tempo	Tempo por passo com estrutura	Relação de tempo
Sequencial	5,13334 s	100%	20,79233 s	100%
OpenMP	0,53495 s	10,42%	1,68918 s	8,12%
CUDA PD	0,24934 s	4,86%	1,47013 s	7,07%
CUDA PS*	0,12432 s	2,42%	0,33207 s	1,60%
CESUP - CUDA PD	0,11807 s	2,30%	0,41504 s	2,00%

* empregou-se precisão simples apenas nas variáveis relacionadas ao fluido.

9 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Uma formulação de acoplamento para a simulação numérica de interação fluido-estrutura-solo foi desenvolvida no presente trabalho para a análise aeroelástica de problemas da Engenharia do Vento Computacional (EVC). Devido à multidisciplinaridade e complexidade do problema, as ferramentas numéricas desenvolvidas ao longo do trabalho foram testadas e avaliadas para diferentes problemas de interação entre dois meios físicos (fluido-estrutura e solo-estrutura), de forma a permitir o correto funcionamento da ferramenta numérica ao aplicá-la em um problema de interação entre os três meios (fluido-estrutura-solo).

Dessa forma, inicialmente o algoritmo de contato desenvolvido foi testado para problemas clássicos de contato entre corpos deformáveis com superfície rígida e posteriormente para problemas de contato entre corpos deformáveis. Posteriormente, a implementação do elemento infinito foi verificada com o objetivo de suprimir a ocorrência de eventuais efeitos de contorno. Após a avaliação das ferramentas aplicadas a problemas de interação solo-estrutura, o algoritmo desenvolvido até aquele momento empregando a técnica de paralelização em OpenMP foi transferido para a plataforma CUDA e testado em um problema de interação fluido-estrutura. Por fim, o algoritmo foi aplicado em um problema de edifício alto para avaliar a influência da interação solo-fundação no comportamento aeroelástico da estrutura.

As principais conclusões observadas durante o desenvolvimento deste trabalho são relatadas a seguir:

- O algoritmo de contato entre um sólido deformável e uma superfície rígida apresentou um ótimo comportamento e demonstrou resultados muito próximos aos resultados relatados por outros autores;
- O contato entre sólidos deformáveis foi testado inicialmente para três exemplos numéricos, onde foi possível notar pela similaridade entre os resultados apresentados que o algoritmo foi implementado no presente trabalho com sucesso. O tratamento do contato avaliado nesses problemas iniciais possibilitou a simulação adequada da interface entre os materiais deformáveis, como em problemas de interação solo-estrutura;

- O emprego do método da penalidade na formulação de contato permitiu que pequenas interpenetrações ocorressem entre os corpos em contato, porém, o seu controle pôde ser realizado por meio dos parâmetros de penalidade. Cuidados devem ser tomados de forma que os parâmetros de penalidade (normal e tangencial) não sejam demasiadamente elevados a ponto de produzir uma matriz mal condicionada. Essa dificuldade conduz a um problema de tentativa e erro que algumas vezes pode demandar um tempo elevado até a obtenção de um resultado numérico convergente e satisfatório;
- Foi possível observar que ambas as técnicas de integração reduzida apresentaram, em geral, respostas muito similares quando comparadas com os resultados numéricos e experimentais de referência;
- A formulação \bar{B} adotada neste trabalho demonstrou um ótimo desempenho para os problemas numéricos, porém, dificuldades numéricas foram observadas quando a malha de elementos finitos foi submetida a elevadas distorções, como no exemplo de compressão de um cilindro;
- Por ser um elemento livre de travamento volumétrico, o elemento hexaédrico empregando o método \bar{B} possibilitou a convergência e a correta obtenção da resposta do problema de impacto de um cilindro com uma superfície rígida. No entanto, um possível travamento por cisalhamento foi verificado quando essa formulação foi aplicada em problemas de flexão, como no problema de contato entre duas vigas;
- Por outro lado, os problemas relatados nos exemplos numéricos contendo elementos hexaédricos com um ponto de integração demonstraram dificuldades numéricas quando aplicados a problemas elastoplásticos. Foi possível observar essa dificuldade no problema de impacto de um cilindro com uma superfície rígida, onde o elemento não foi capaz de controlar as instabilidades que apareceram. Problema semelhante também foi observado nos modelos contendo solo, cujos materiais seguiam algum critério de plastificação;
- Verificou-se que o emprego do elemento finito com um ponto de integração mostrou resultados muito similares ao obtido pela formulação \bar{B} , principalmente para problemas elásticos e com baixa distorção da malha de elementos finitos. Além disso, o seu emprego no problema de contato entre duas vigas demonstrou o benefício de ser

livre de travamento por cisalhamento em problemas de flexão e, neste caso, permitiu a correta obtenção do resultado, mesmo para o caso elastoplástico;

- Embora os resultados referentes à eficiência numérica da formulação do elemento finito não tenham sido mostrados neste trabalho, as simulações indicaram que o uso de elementos hexaédricos com um ponto de integração usualmente conduziu a um tempo menor de processamento, o que é um aspecto muito importante para problemas tridimensionais de contato altamente não lineares;
- Apesar da simplicidade dos elementos infinitos, verificou-se que a sua formulação apresentou uma boa eficiência e os resultados numéricos demonstraram, em geral, uma boa concordância com os resultados reportados por outros autores, com pequenas diferenças nas respostas;
- A partir dos exemplos utilizando elementos infinitos foi possível observar que a presença do elemento teve papel fundamental em absorver as ondas de energia nos contornos do domínio computacional e, conseqüentemente, evitar o aprisionamento da energia dentro da malha de elementos finitos;
- A boa concordância entre os resultados obtidos neste trabalho com os resultados apresentados pelos programas comerciais, ANSYS e ABAQUS, e pelos demais autores de referência, demonstraram que o elemento infinito foi implementado com êxito. A correta implementação permitiu que os elementos infinitos fossem empregados adequadamente na simulação de meios semi-infinitos, especialmente para problemas dinâmicos de interação solo-estrutura;
- Por meio das aplicações em problemas de interação solo-estrutura foi possível observar que o algoritmo de contato possibilitou a correta transferência de esforços entre os meios e que os resultados obtidos foram similares aos apresentados pelos autores de referência;
- Foi possível verificar nos exemplos estáticos de interação solo-estrutura a importância da modelagem tridimensional nos problemas de estaca sob flexão para a correta avaliação da mobilização do solo nas proximidades da face da estaca;
- Por outro lado, observou-se nos exemplos dinâmicos de interação solo-estaca testados que a consideração da interface de contato entre os dois meios apresentou uma

redução significativa na rigidez dinâmica do sistema devido ao deslizamento entre o solo e a estaca, principalmente para a faixa de frequência mais elevada;

- Por meio do exemplo dinâmico de interação solo-sapata foi possível observar que o método de Newmark não foi capaz de completar a análise dinâmica e, portanto, foi necessário empregar o método α -Generalizado para manter o processo de integração no tempo de forma estável em um problema dinâmico altamente não linear;
- A implementação da abordagem CUDA foi avaliada em um exemplo clássico de interação fluido-estrutura com placa flexível, sendo possível observar que o algoritmo desenvolvido apresentou ótimos resultados quando comparado com os modelos de referência;
- Através dos exemplos de interação fluido-estrutura e fluido-estrutura-solo, foi possível observar que a aplicação da abordagem CUDA de forma híbrida possibilitou uma redução do tempo de processamento quando comparado com os resultados obtidos pelo algoritmo sequencial e pela técnica de paralelização em OpenMP. Essa redução foi ainda maior ao utilizar variáveis com precisão simples para a análise do escoamento, sem apresentar perdas na qualidade da resposta dos exemplos estudados;
- Verificou-se que a atualização das condições cinemáticas consiste em uma etapa de elevada demanda computacional, mesmo sendo realizada por meio de placas gráficas. Dessa forma, o emprego da técnica de subciclos foi de grande importância para a obtenção de um algoritmo mais eficiente;
- A técnica de subciclos possibilitou uma redução significativa no tempo de processamento, uma vez que o tempo médio para realizar um passo de tempo incluindo a análise da estrutura foi bem superior ao observado para realizar um passo de tempo compreendendo apenas a análise do fluido;
- No que se refere à análise aerodinâmica do exemplo de interação fluido-estrutura de um edifício alto, foi possível observar uma boa aproximação dos resultados obtidos neste trabalho para os coeficientes de pressão médio com os resultados numéricos e experimentais relatados por outros autores, principalmente para os coeficientes avaliados na face frontal do edifício. Por outro lado, os resultados apresentados para a face lateral e posterior foram mais dispersos, mesmo entre os resultados experimentais da literatura. Apesar disso, os padrões de circulação do escoamento em torno do edifício foram similares aos relatados em outros trabalhos;

- As respostas do deslocamento médio longitudinal normalizado (\bar{x}/L) obtidas no presente trabalho pela análise aeroelástica dos modelos de edifício com base engastada (ROD e RO) demonstraram uma ótima concordância com os demais resultados de referência, independente do emprego ou não do amortecimento estrutural. Por outro lado, um resultado mais disperso foi observado para o desvio padrão longitudinal (σ_x/L).
- A análise dos modelos com a presença do solo (LEOD e LEO) possibilitaram verificar que a inclusão do solo no modelo numérico conduziu a uma diminuição na rigidez do sistema e amplitudes maiores de deslocamento foram observadas nos históricos de deslocamento longitudinal para todas as velocidades do vento. Além disso, uma grande semelhança foi observada entre os resultados obtidos para os modelos LEOD e LEO do presente trabalho com os resultados obtidos numericamente pelo autor de referência, especialmente para o deslocamento médio longitudinal (\bar{x}/L).
- Durante a análise dos modelos elastoplásticos com solo (NLO), foi observado que um elemento do solo empregando um ponto de integração não foi capaz de resistir às forças de tração na região de sucção do escoamento, apresentando uma deformação excessiva. Dessa forma, o emprego do método \bar{B} nos elementos do solo foi necessário para a obtenção da convergência.
- As respostas apresentadas pelos modelos contendo solo elástico (LEO) e elastoplástico (NLO) foram muito similares, pois a plastificação do solo foi muito superficial. Apesar disso, há uma boa concordância entre os resultados obtidos no presente trabalho e os resultados apresentados pelo autor de referência.

A seguir são apresentadas algumas sugestões para trabalhos futuros com o objetivo de melhorar as ferramentas desenvolvidas neste trabalho e possibilitar uma melhor compreensão do comportamento de estruturas apoiadas em meio deformável quando submetidas à ação do vento:

- Sugere-se inicialmente a mudança do método da penalidade nos algoritmos de contato para o método do lagrangiano aumentado. Essa substituição visa superar parte das instabilidades numéricas observadas ao empregar um valor elevado para os parâmetros de penalidade, uma vez que o novo método emprega um parâmetro adicional que permite uma maior flexibilidade dos parâmetros de penalidade (ver Wriggers (2006));

- No que se refere ao algoritmo de busca do contato, uma simplificação pode ser realizada para a aplicação de problemas com pequeno deslocamento, como no presente caso, uma vez que o deslocamento entre o solo e a fundação são, em geral, relativamente pequenos e cada elemento da fundação pode ser previamente associado a um elemento do solo.
- Apesar da boa performance do elemento infinito nos exemplos explorados neste trabalho, o estudo de outros elementos e formulações torna-se um tema interessante para avaliar a necessidade de melhores condições de contorno de radiação em problemas de interação fluido-estrutura-solo;
- Para o modelo da estrutura, sugere-se a implementação de um modelo de ruptura que permita avaliar com maior precisão o colapso de estruturas apoiadas em meio deformável e submetidas à ação do vento;
- Em relação ao modelo do solo, sugere-se a implementação de modelos mais complexos para solos saturados e não saturados, onde efeitos de dissipação da poropressão possam ser considerados;
- Recomenda-se ainda a transferência completa do algoritmo já desenvolvido para a abordagem CUDA, de modo a permitir a inclusão da análise da estrutura em paralelo nas placas gráficas, juntamente com a análise do fluido, e possibilitar a obtenção de um tempo de processamento ainda menor;
- Propõe-se a realização de uma análise mais extensa do exemplo de interação fluido-estrutura-solo em um edifício alto do CAARC, de forma a avaliar o comportamento do edifício frente a fenômenos de instabilidade aeroelástica induzida pelo desprendimento de vórtices;
- Sugere-se ainda efetuar uma análise paramétrica para avaliar a influência da interação solo-estrutura no comportamento aeroelástico de estruturas para diferentes tipos de fundações (sapatas e estacas), parâmetros geométricos (da estrutura e da fundação), parâmetros geotécnicos que caracterizam o solo e diferentes camadas de solo.
- Uma vez que as placas gráficas possuem, em geral, um número maior de núcleos de processamento destinados a precisão simples, espera-se que o emprego da precisão simples no algoritmo CUDA tenha um potencial ainda maior de diminuir o tempo de processamento das análises.

REFERÊNCIAS

ABAQUS. **Abaqus Benchmark Manual v6.11**. Dessault Systèmes Simulia Corporation. Providence, RI, USA. 2011.

AGUIRRE, M. A. **Simulação numérica de tornados usando o Método dos Elementos Finitos**. Porto Alegre: UFRGS, 2017. 184 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

ALGIE, T. B. *et al.* Dynamic field testing of shallow foundations subject to rocking. In: **New Zealand Society for Earthquake Engineering Conference**. Wellington, Nova Zelândia. 2010.

ALMINHANA, G. W. **Estudo comparativo numérico-experimental das características aerodinâmicas de uma edificação alteada empregando distintas modificações de forma na seção transversal**. Porto Alegre: UFRGS, 2017. 172 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

ALMINHANA, G. W.; BRAUN, A, L. Numerical simulation of turbulent flows using the Finite Element Method and GPU-CUDA parallelization. In: **Proceedings of the joint XLII Ibero-Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering and III Pan-American Congress on Computational Mechanics**, Rio de Janeiro (RJ), Brasil. 2021.

ANAND, V.; KUMAR, S. R. S. Seismic Soil-structure Interaction: A State-of-the-Art Review. **Structures**, v. 16, p. 317-326, 2018.

ANSYS, Inc. **ANSYS Mechanical Enterprise Academic Student**, Release 21.1, 2021.

ARGYROPOULOS, C. D.; MARKATOS, N. C. Recent advances on the numerical modelling of turbulent flows. **Applied Mathematical Modelling**, v. 39, n. 2, p. 693-732, 2015.

ASHOORI, T.; PAKIMAN, K. Dynamic response of different types of shallow foundation over sandy soils to horizontal harmonic loading. **International Journal of Geotechnical Earthquake Engineering**, v. 6, n. 1, p. 1-14, 2015.

AYMONE, J. L. F.; BITTENCOURT, E.; CREUS, G. J. Simulation of 3D metal-forming using an arbitrary Lagrangian–Eulerian finite element method. **Journal of Materials Processing Technology**, v. 110, n. 2, p. 218-232, 2001.

AYOTHIRAMAN, R.; BOOMINATHAN, A. Observed and predicted dynamic lateral response of single pile in clay. **Soil and Rock Behaviour and Modelling**, ASCE Geotechnical Special Publication 150, p. 367–374, 2006.

AZEVEDO, R. L. **Análise de problemas de interação fluido-estrutura usando o Método dos Elementos Finitos com um acoplamento monolítico**. Porto Alegre: UFRGS, 1993. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1999.

BANDEIRA, A. A.; WRIGGERS, P.; PIMENTA, P. M. Numerical derivation of contact mechanics interface laws using a finite element approach for large 3D deformation. **International Journal for numerical methods in Engineering**, v. 59, n. 2, p. 173-195, 2004.

BARROSO, C. W. **Aplicação do modelo CBS em problemas da Engenharia do Vento Computacional**. Porto Alegre: UFRGS, 2019. 131 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2019.

BATHE, K. J. **Finite element procedures**. Watertown: Klaus-Jürgen Bathe, 2nd ed., 2014.

BECKERT, A.; WENDLAND, H. Multivariate interpolation for fluid-structure-interaction problems using radial basis functions. **Aerospace Science and Technology**, v. 5, n. 2, p. 125-134, 2001.

BELYTSCHKO, T. *et al.* **Nonlinear finite elements for continua and structures**. John Wiley & Sons, 2nd ed., 2014.

BELYTSCHKO, T.; BINDEMAN, L. P. Assumed strain stabilization of the eight node hexahedral element. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 105, n. 2, p. 225-260, 1993.

BHARATHI, M.; DUBEY, R. N. Dynamic lateral response of under-reamed vertical and batter piles. **Construction and Building Materials**, v. 158, p. 910-920, 2018.

BHOWMIK, D.; BAIDYA, D. K.; DASGUPTA, S. P. A numerical and experimental study of hollow steel pile in layered soil subjected to lateral dynamic loading. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, v. 53, p. 119-129, 2013.

BIANCHIN, G. P. **Análise numérica da ventilação e mitigação de cargas aerodinâmicas em edificações baixas usando spoilers com controle PID**. Porto Alegre: UFRGS, 2021. 170 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2021.

BIELAK, J. Modal analysis for building-soil interaction. **Journal of the Engineering Mechanics Division**, v. 102, n. 5, p. 771-786, 1976.

BITTENCOURT, E. **Tratamento do problema de contato e impacto em grandes deformações pelo método dos elementos finitos**. Porto Alegre: UFRGS, 1994. 222 p. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1994.

- BITTENCOURT, E.; CREUS, G. J. Finite element analysis of three-dimensional contact and impact in large deformation problems. **Computers & Structures**, v. 69, n. 2, p. 219-234, 1998.
- BLOCKEN, B. 50 years of computational wind engineering: past, present and future. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 129, p. 69-102, 2014.
- BONET, J.; BURTON, A. J. A simple average nodal pressure tetrahedral element for incompressible and nearly incompressible dynamic explicit applications. **Communications in Numerical Methods in Engineering**, v. 14, n. 5, p. 437-449, 1998.
- BOOMINATHAN, A.; AYOTHIRAMAN, R. Dynamic response of laterally loaded piles in clay. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Geotechnical Engineering**, v. 159, n. 3, p. 233-241, 2006.
- BOOMINATHAN, A.; AYOTHIRAMAN, R. Measurement and analysis of horizontal vibration response of pile foundations. **Shock and Vibration**, v. 14, n. 2, p. 89-106, 2007.
- BOOMINATHAN, A.; KUMAR, S. K.; SUBRAMANIAN, R. M. Lateral dynamic response and effect of weakzone on the stiffness of full scale single piles. **Indian Geotechnical Journal**, v. 45, n. 1, p. 43-50, 2015.
- BOURAGO, N. G.; KUKUDZHANOV, V. N. A review of contact algorithms. **Mechanics of Solids**, v. 40, n. 1, p. 35-71, 2005.
- BRAUN, A. L. **Um modelo para a simulação numérica da ação do vento sobre seções de ponte**. Porto Alegre: UFRGS, 2002. 139 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2002.
- BRAUN, A. L. **Simulação numérica na engenharia do vento incluindo efeitos de interação fluido-estrutura**. Porto Alegre: UFRGS, 2007. 283 p. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2007.
- BRAUN, A.; AWRUCH, A. Numerical simulation of the wind action on a long-span bridge deck. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, v. 25, n. 4, p. 352-363, 2003.
- BRAUN, A. L.; AWRUCH, A. M. Aerodynamic and aeroelastic analysis of bundled cables by numerical simulation. **Journal of Sound and Vibration**, v. 284, n. 1-2, p. 51-73, 2005.
- BRAUN, A. L.; AWRUCH, A. M. Geometrically non-linear analysis in elastodynamics using the eight-node finite element with one-point quadrature and the generalized-alpha method. **Latin American Journal of Solids and Structures**, v. 5, n. 1, p. 17-45, 2008a.

BRAUN, A. L.; AWRUCH, A. M. Finite element simulation of the wind action over bridge sectional models: Application to the Guamá River Bridge (Pará State, Brazil). **Finite Elements in Analysis and Design**, v. 44, n. 3, p. 105-122, 2008b.

BRAUN, A. L.; AWRUCH, A. M.. Aerodynamic and aeroelastic analyses on the CAARC standard tall building model using numerical simulation. **Computers & Structures**, v. 87, n. 9-10, p. 564-581, 2009a.

BRAUN, A. L.; AWRUCH, A. M. A partitioned model for fluid–structure interaction problems using hexahedral finite elements with one-point quadrature. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 79, n. 5, p. 505-549, 2009b.

BURBRIDGE, H. P. **O esquema explícito de Taylor-Galerkin na simulação numérica de escoamentos compressíveis tridimensionais utilizando elementos finitos hexaédricos de oito nós**. Porto Alegre: UFRGS, 1999. 139 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1999.

CEBRAL, J. R.; LÖHNER, R. Conservative load projection and tracking for fluid-structure problems. **AIAA Journal**, v. 35, n. 4, p. 687-692, 1997.

CERMAK, J. E. Applications of fluid mechanics to wind engineering – a Freeman Scholar lecture. **Journal of Fluids Engineering**, v. 97, n. 1, p. 9-38, 1975.

CHEN, X. *et al.* Finite element analysis for large deformation frictional contact problems with finite sliding. **JSME International Journal Series A**, v. 42, n. 2, p. 201-208, 1999.

CHIEN, N. *et al.* **Wind-tunnel studies of pressure distribution on elementary building forms**. Iowa Institute of Hydraulic Research, 1951.

CHOPRA, A. K.; GUTIERREZ, J. A. Earthquake response analysis of multistorey buildings including foundation interaction. **Earthquake Engineering & Structural Dynamics**, v. 3, n. 1, p. 65-77, 1974.

CHORIN, A. J. A numerical method for solving incompressible viscous flow problems. **Journal of Computational Physics**, v. 2, p. 12-26, 1967.

COHEN, M.; JENNINGS, P. C. Silent Boundary Methods for Transient Analysis. In: BELYTSCHKO, T.; HUGHES, T. R. J. (Ed.). **Computational Methods for Transient Analysis**. Amsterdã: North-Holland, cap. 7, p. 301-360, 1983.

COHEN, J.; MOLEMAKER, M. J. A fast double precision CFD code using CUDA. **Parallel Computational Fluid Dynamics**, p. 414-429, 2009.

COURTNEY-PRATT, J. S.; EISNER, E. The effect of a tangential force on the contact of metallic bodies. **Proceedings of the Royal Society of London A**, v. 238, p. 529-550, 1957.

DAVENPORT, A. G. The application of statistical concepts to the wind loading of structures. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers**, v. 19, n. 4, p. 449-472, 1961.

DE BOER, A.; VAN ZUIJLEN, A. H.; BIJL, H. Review of coupling methods for non-matching meshes. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 196, n. 8, p. 1515-1525, 2007.

DEGROOTE, J. Partitioned simulation of fluid-structure interaction. **Archives of computational methods in engineering**, v. 20, n. 3, p. 185-238, 2013.

DEGROOTE, J. *et al.* Performance of partitioned procedures in fluid–structure interaction. **Computers & Structures**, v. 88, n. 7-8, p. 446-457, 2010.

DERICKSON, R. G.; MERONEY, R. N. A simplified physics airflow model for evaluating wind power sites in complex terrain. In: **Proceedings of the Summer Computer Simulation Conference**, Chicago, Illinois. 1977.

DOBRY, R.; GAZETAS, G. Dynamic response of arbitrarily shaped foundations. **Journal of Geotechnical Engineering**, v. 112, n. 2, p. 109-135, 1986.

DOBRY, R.; GAZETAS, G.; STOKOE, K. H. Dynamic response of arbitrarily shaped foundations: experimental verification. **Journal of Geotechnical Engineering**, v. 112, n. 2, p. 136-154, 1986.

DUARTE FILHO, L. A. **Análise estática e dinâmica, linear e não-linear geométrica, através de elementos hexaédricos de oito nós com um ponto de integração**. Porto Alegre: UFRGS, 2002. 111 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2002.

DUTTA, S. C; ROY, R. A critical review on idealization and modeling for interaction among soil–foundation–structure system. **Computers & structures**, v. 80, n. 20-21, p. 1579-1594, 2002.

EDIP, K. *et al.* Development of infinite elements for simulation of unbounded media. **Building Materials and Structures**, v. 61, n. 3, p. 3-13, 2018.

ELKASABGY, M.; EL NAGGAR, M. H. Lateral vibration of helical and driven steel piles installed in clayey soil. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, v. 144, n. 9, 2018.

FACCIOLI, E.; PAOLUCCI, R.; VIVERO, G. Investigation of seismic soil-footing interaction by large scale cyclic tests and analytical models. In: **Proceedings: 4th International Conference on Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics**, San Diego, California. 2001.

FARHAT, C.; LESOINNE, M.; LE TALLEC, P. Load and motion transfer algorithms for fluid/structure interaction problems with non-matching discrete interfaces: Momentum and energy conservation, optimal discretization and application to aeroelasticity. **Computer methods in applied mechanics and engineering**, v. 157, n. 1-2, p. 95-114, 1998.

FARHAT, C.; VAN DER ZEE, K. G.; GEUZAIN, P. Provably second-order time-accurate loosely-coupled solution algorithms for transient nonlinear computational aeroelasticity. **Computer methods in applied mechanics and engineering**, v. 195, n. 17-18, p. 1973-2001, 2006.

FARO, V. P. **Carregamento lateral em fundações profundas associadas a solos tratados: concepção, provas de carga e diretrizes de projeto**. Porto Alegre: UFRGS, 2014. 349 p. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2014.

FELIPPA, C. A.; PARK, K. C.; FARHAT, C. Partitioned analysis of coupled mechanical systems. **Computer methods in applied mechanics and engineering**, v. 190, n. 24-25, p. 3247-3270, 2001.

FENG, Z. Q. Some test examples of 2D and 3D contact problems involving Coulomb friction and large slip. **Mathematical and computer modelling**, v. 28, n. 4, p. 469-478, 1998.

FLANAGAN, D. P.; BELYTSCHKO, T. A uniform strain hexahedron and quadrilateral with orthogonal hourglass control. **International journal for numerical methods in engineering**, v. 17, n. 5, p. 679-706, 1981.

FRANKE, J. *et al.* Recommendations on the use of CFD in wind engineering. In: **Proceedings of the International Conference on Urban Wind Engineering and Building Aerodynamics. COST Action 14**. 2004.

FRANKE, J. *et al.* The COST 732 Best Practice Guideline for CFD simulation of flows in the urban environment: a summary. **International Journal of Environment and Pollution**, v. 44, n. 1-4, p. 419-427, 2011.

FUNEZ, M. L. **Um modelo numérico para a simulação de ensaios aeroelásticos em túneis de vento**. Porto Alegre: UFRGS, 2019. 134 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2019.

FURQUAN, M.; MITTAL, S. Flow past two square cylinders with flexible splitter plates. **Computational Mechanics**, v. 55, n. 6, p. 1155-1166, 2015.

GALSWORTHY, J. K.; NAGGAR, M. H. E. Effect of foundation flexibility on the across-wind response of reinforced concrete chimneys with free-standing liners. **Canadian Geotechnical Journal**, v. 37, n. 3, p. 676-688, 2000.

- GAZETAS, G. Formulas and charts for impedances of surface and embedded foundations. **Journal of Geotechnical Engineering**, v. 117, n. 9, p. 1363-1381, 1991.
- GERMANO, M. *et al.* A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model. **Physics of Fluids**, v. A3, n. 7, p. 1760-1765, 1991.
- GOLIGER, A. M.; MILFORD, R. V. Sensitivity of the CAARC standard building model to geometric scale and turbulence. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 31, n. 1, p. 105-123, 1988.
- GONZÁLEZ, L. A. S. **Análise de escoamentos de fluidos quase-incompressíveis e das vibrações induzidas em objetivos imersos**. Porto Alegre: UFRGS, 1993. 150 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1993.
- HALABIAN, A. M.; EL NAGGAR, M. H. Effect of foundation flexibility on seismic response of reinforced concrete TV-towers. **Canadian Journal of Civil Engineering**, v. 28, n. 3, p. 465-481, 2001.
- HALABIAN, A. M.; EL NAGGAR, M. H.; VICKERY, B. J. Reliability analysis of wind response of flexibly supported tall structures. **The Structural Design of Tall and Special Buildings**, v. 12, n. 1, p. 1-20, 2003.
- HE, J.; SONG, C. C. S. Evaluation of pedestrian winds in urban area by numerical approach. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 81, n. 1-3, p. 295-309, 1999.
- HERMANNNS, M. **Parallel Programming in Fortran 95 using OpenMP**. School of Aeronautical Engineering, Spain, 2002.
- HINTON, E.; CAMPBELL, J. S. Local and global smoothing of discontinuous finite element functions using a least squares method. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 8, n. 3, p. 461-480, 1974.
- HINZE, J. O. **Turbulence**. Nova York: McGraw-Hill, 2nd ed., 1975.
- HOU, G.; WANG, J.; LAYTON, A. Numerical methods for fluid-structure interaction – a review. **Communications in Computational Physics**, v. 12, n. 2, p. 337-377, 2012.
- HU, Y-K; NAGY, L. I. A one-point quadrature eight-node brick element with hourglass control. **Computers & structures**, v. 65, n. 6, p. 893-902, 1997.
- HU, G. *et al.* The effects of a double-skin façade on the cladding pressure around a tall building. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 191, p. 239-251, 2019.

HUANG, S.; LI, Q. S.; XU, S. Numerical evaluation of wind effects on a tall steel building by CFD. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 63, n. 5, p. 612-627, 2007.

HUANG, S.; LI, R.; LI, Q. S. Numerical simulation on fluid-structure interaction of wind around super-tall building at high Reynolds number conditions. **Structural Engineering and Mechanics**, v. 46, n. 2, p. 197-212, 2013.

HUGHES, T. J. R. Generalization of selective integration procedures to anisotropic and nonlinear media. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 15, n. 9, p. 1413-1418, 1980.

HUGHES, T. J. R.; WINGET, J. Finite rotation effects in numerical integration of rate constitutive equations arising in large-deformation analysis. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 15, n. 12, p. 1862-1867, 1980.

HUGHES, T. J. R.; FERENCZ, R. M.; HALLQUIST, J. O. Large-scale vectorized implicit calculations in solid mechanics on a Cray X-MP/48 utilizing EBE preconditioned conjugate gradients. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 61, n. 2, p. 215-248, 1987.

ITURRIOZ, I. **Implementação computacional de um algoritmo que leva em conta o contato e atrito entre um corpo rígido e um corpo deformável**. Porto Alegre: UFRGS, 1991. 118 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1991.

JAIMAN, R. K. *et al.* Assessment of conservative load transfer for fluid–solid interface with non-matching meshes. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 64, n. 15, p. 2014-2038, 2005.

JIA, J. **Soil Dynamics and Foundation Modeling: Offshore and Earthquake Engineering**. Cham: Springer, 2018.

JIAO, X.; HEATH, M. T. Common-refinement-based data transfer between non-matching meshes in multiphysics simulations. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 61, n. 14, p. 2402-2427, 2004.

KAUSEL, E. Early history of soil–structure interaction. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, v. 30, n. 9, p. 822-832, 2010.

KAWAHARA, M.; HIRANO, H. A finite element method for high Reynolds number viscous fluid flow using two step explicit scheme. **International Journal for Numerical Methods in Fluids**, v. 3, n. 2, p. 137-163, 1983.

KAYNIA, A. M.; KAUSEL, E. Dynamic behavior of pile groups. **Research report R82-03**, Massachusetts Institute of Technology, 1982.

KAYNIA, A. M.; KAUSEL, E. Dynamics of piles and pile groups in layered soil media. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, v. 10, n. 8, p. 386-401, 1991.

KIM, W. W.; MENON, S. Application of the localized dynamic subgrid-scale model to turbulent wall-bounded flows. In: **35th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit**. Reno (NV), USA. 1997.

KUHL, D.; CRISFIELD, M. A. Energy-conserving and decaying algorithms in non-linear structural dynamics. **International journal for numerical methods in engineering**, v. 45, n. 5, p. 569-599, 1999.

LAURSEN. T. A. **Computational Contact and Impact Mechanics**. Berlim: Springer, 2nd ed., 2010.

LAURSEN, T. A.; SIMO, J. C. A continuum-based finite element formulation for the implicit solution of multibody, large deformation-frictional contact problems. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 36, n. 20, p. 3451-3485, 1993.

LAUTENSCHLÄGER, C. E. R. **Modelagem numérica do comportamento de fundações profundas submetidas a carregamento lateral**. Porto Alegre: UFRGS, 2010. 179 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

LEE, V. W. *et al.* Debunking the 100X GPU vs. CPU myth: an evaluation of throughput computing on CPU and GPU. **ACM SIGARCH computer architecture news**, v. 38, n. 3, p. 451-460, 2010.

LEITL, B. M.; MERONEY, R. N. Car exhaust dispersion in a street canyon. Numerical critique of a wind tunnel experiment. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 67, p. 293-304, 1997.

LILLY, D. K. A proposed modification of the Germano subgrid-scale closure method. **Physics of Fluids**, v. A4, n. 3, p. 633-635, 1992.

LINN, R. V. **Simulação de escoamentos compressíveis turbulentos no entorno de corpos móveis usando malhas adaptativas de elementos finitos**. Porto Alegre: UFRGS, 2017. 251 p. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

LIU, W. K. *et al.* A multiple-quadrature eight-node hexahedral finite element for large deformation elastoplastic analysis. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 154, n. 1-2, p. 69-132, 1998.

LIU, M. Y. *et al.* Wind-induced vibration of high-rise building with tuned mass damper including soil–structure interaction. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 96, n. 6-7, p. 1092-1102, 2008.

LÖHNER, R. *et al.* Recent advances in computational wind engineering and fluid–structure interaction. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 144, p. 14-23, 2015.

LOHSE, H. R. S. **Análise elasto-plástica com não linearidade geométrica usando uma formulação Arbitrária Lagrangeana-Euleriana (ALE)**. Porto Alegre: UFRGS, 2015. 124 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.

LYSMER, J.; KUHLEMEYER, R. L. Finite dynamic model for infinite media. **Journal of the Engineering Mechanics Division**, v. 95, n. 4, p. 859-877, 1969.

MADALOZZO, D. M. S. **Simulação numérica da dispersão de poluentes em zonas urbanas considerando efeitos térmicos**. Porto Alegre: UFRGS, 2012. 179 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

MAHESHWARI, B. K.; WATANABE, H. Nonlinear dynamic behavior of pile foundations: Effects of separation at the soil-pile interface. **Soils and Foundations**, v. 46, n. 4, p. 437-448, 2006.

MALVERN, L. E. **Introduction to the Mechanics of a Continuous Medium**. Nova Jersey: Prentice-Hall, 1969.

MANNA, B.; BAIDYA, D. K. Vertical vibration of full-scale pile – analytical and experimental study. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, v. 135, n. 10, p. 1452-1461, 2009.

MARQUES, J. M. M. C.; OWEN, D. R. J. Infinite elements in quasi-static materially nonlinear problems. **Computers & Structures**, v. 18, n. 4, p. 739-751, 1984.

MEDEIROS, D. S. **Análise tridimensional da interação solo-estrutura em fundações de concreto armado pelo Método dos Elementos Finitos**. Porto Alegre: UFRGS, 2006. 171 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2006.

MELBOURNE, W. H. Comparison of measurements on the CAARC standard tall building model in simulated model wind flows. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 6, n. 1-2, p. 73-88, 1980.

MENGLIN, L. *et al.* Structure–soil–structure interaction: Literature review. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, v. 31, n. 12, p. 1724-1731, 2011.

MENTER, F. *et al.* CFD best practice guidelines for CFD code validation for reactor safety applications. **Deliverable D01 of the ECORA project**, 2002.

MENTER, F. R. Best practice: scale-resolving simulations in ANSYS CFD. **Technical Report: ANSYS**, v. 1, 2012.

MERONEY, R. N.; YAMADA, T. Wind tunnel and numerical experiments of two-dimensional stratified airflow over a heated island. In: **Winter Annual Meeting of ASME**, Nov. 1971.

MERONEY, R. N.; YAMADA, T. Numerical and physical simulation of a stratified airflow over a series of heated islands. In: **Proceedings of Summer Simulation Conference**. 1972.

MONDKAR, D. P.; POWELL, G. H. Finite element analysis of non-linear static and dynamic response. **International journal for numerical methods in engineering**, v. 11, n. 3, p. 499-520, 1977.

MOONEN, P. *et al.* Numerical modeling of the flow conditions in a closed-circuit low-speed wind tunnel. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 94, n. 10, p. 699-723, 2006.

MURAKAMI, S. Computational wind engineering. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 36, p. 517-538, 1990a.

MURAKAMI, S. Numerical simulation of turbulent flowfield around cubic model current status and applications of κ - ε model and LES. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 33, n. 1-2, p. 139-152, 1990b.

MURAKAMI, S. Comparison of various turbulence models applied to a bluff body. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 46, p. 21-36, 1993.

MURAKAMI, S. Current status and future trends in computational wind engineering. **Journal of wind engineering and industrial aerodynamics**, v. 67, p. 3-34, 1997.

MURAKAMI, S. Overview of turbulence models applied in CWE-1997. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 74, p. 1-24, 1998.

MURAKAMI, S.; MOCHIDA, A.; HIBI, K. Three-dimensional numerical simulation of air flow around a cubic model by means of large eddy simulation. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 25, n. 3, p. 291-305, 1987.

MURAKAMI, S.; MOCHIDA, A.; HAYASHI, Y. Examining the κ - ε model by means of a wind tunnel test and large-eddy simulation of the turbulence structure around a cube. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 35, p. 87-100, 1990.

MURAKAMI, S. *et al.* Numerical study on velocity-pressure field and wind forces for bluff bodies by κ - ε , ASM and LES. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 44, n. 1-3, p. 2841-2852, 1992.

NOGAMI, T.; KONAGAI, K. Time domain axial response of dynamically loaded single piles. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 112, n. 11, p. 1241-1252, 1986.

NOGAMI, T.; KONAGAI, K. Dynamic response of vertically loaded nonlinear pile foundations. **Journal of Geotechnical Engineering**, v. 113, n. 2, p. 147-160, 1987a.

NOGAMI, T.; KONAGAI, K. Time-domain axial response of dynamically loaded pile groups. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 113, n. 3, p. 417-430, 1987b.

NOGAMI, T. *et al.* Nonlinear soil-pile interaction model for dynamic lateral motion. **Journal of Geotechnical Engineering**, v. 118, n. 1, p. 89-106, 1992.

NOGUEIRA, M. *et al.* Implementação de um algoritmo paralelo na GPU para o Problema da Máxima Subsequência Crescente Permitindo Inversões e Rotações. In: **XLVII – Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional**, Porto de Galinhas (PE), Brasil. 2015.

NOVAK, M. Effect of soil on structural response to wind and earthquake. **Earthquake Engineering & Structural Dynamics**, v. 3, n. 1, p. 79-96, 1974.

NOVAK, M.; ABOUL-ELLA, F.; NOGAMI, T. Dynamic soil reactions for plane strain case. **Journal of the Engineering Mechanics Division**, v. 104, n. 4, p. 953-959, 1978.

NOVAK, M.; HIFNAWY, L. E. Damping of structures due to soil-structure interaction. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 11, n. 1-3, p. 295-306, 1983.

NOVAK, M.; HIFNAWY, L. E. Structural response to wind with soil-structure interaction. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 28, n. 1-3, p. 329-338, 1988.

NOVAK, M.; MITWALLY, H. Transmitting boundary for axisymmetrical dilation problems. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 114, n. 1, p. 181-187, 1988.

OBASAJU, E. D. Measurement of forces and base overturning moments on the CAARC tall building model in a simulated atmospheric boundary layer. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 40, n. 2, p. 103-126, 1992.

OGENDO, J. E. W.; MILSTED, M. G.; JOHNS, D. J. Response of steel chimneys with added damping. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 14, n. 1-3, p. 141-152, 1983.

OLIVEIRA, M. G. K. **Desenvolvimento de um suporte flexível para ensaios de modelos aeroelásticos em túnel de vento**. Porto Alegre: UFRGS, 2003. 101 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2003.

ONISHI, R. *et al.* Coupled Aero-Structural Model: Approach and Application to High Aspect-Ratio Wing-Box Structures. In: **7th AIAA/USAF/NASA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization**, St. Louis, Missouri. 1998.

OWEN, D. R. J.; HILTON, H. **Finite elements in plasticity: Theory and Practice**. Swansea: Pineridge Press. 1980.

PAGON, W. W. Aerodynamics and the civil engineers. **Eng. News Record**, 1934, 1935.

PATERSON, D. A.; APELT, C. J. Computation of wind flows over three-dimensional buildings. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 24, n. 3, p. 193-213, 1986.

PATERSON, D. A.; APELT, C. J. Simulation of wind flow around three-dimensional buildings. **Building and Environment**, v. 24, n. 1, p. 39-50, 1989.

PATERSON, D. A.; APELT, C. J. Simulation of flow past a cube in a turbulent boundary layer. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 35, p. 149-176, 1990.

PESKIN, C. S. Numerical analysis of blood flow in the heart. **Journal of computational physics**, v. 25, n. 3, p. 220-252, 1977.

PESKIN, C. S. The immersed boundary method. **Acta numerica**, v. 11, p. 479-517, 2002.

PETRY, A. P. **Análise numérica da interação fluido-estrutura através do Método dos Elementos Finitos**. Porto Alegre: UFRGS, 1993. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1993.

PETRY, A. P. **Análise numérica de escoamentos turbulentos tridimensionais empregando o Método dos Elementos Finitos e Simulação de Grandes Escalas**. Porto Alegre: UFRGS, 2002. 135 p. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2002.

PICCOLI, G. L. **Análise numérica na Engenharia do Vento Computacional empregando computação de alto desempenho e Simulação de Grandes Escalas**. Porto Alegre: UFRGS, 2009. 127 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009.

POULOS, H. G.; DAVIS, E. H. **Pile foundation analysis and design**. New York: Wiley, 1980.

RAMSHAW, J. D.; MESINA, G. L. A hybrid penalty-pseudo compressibility method for transient incompressible fluid flow. **Computers & Fluids**, v. 20, n. 2, p. 165-175, 1991.

RAO, S. S.; **Mechanical vibrations**. Upper Saddle River: Prentice Hall, 5th ed., 2010.

RAOUS, M.; CHABRAND, P.; LEBON, F. Numerical methods for frictional contact problems and applications. **Journal de mécanique théorique et appliquée**, v. 7, p. 111-128, 1988.

REESE, S. On a physically stabilized one point finite element formulation for three-dimensional finite elasto-plasticity. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 194, n. 45-47, p. 4685-4715, 2005.

REESE, S. A large deformation solid-shell concept based on reduced integration with hourglass stabilization. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 69, n. 8, p. 1671-1716, 2007.

REISSNER, E. Stationäre, axialsymmetrische, durch eine schüttelnde Masse erregte Schwingungen eines homogenen elastischen Halbraumes. **Archive of Applied Mechanics**, v. 7, n. 6, p. 381-396, 1936.

RUETSCH, G.; FATICA, M. **CUDA Fortran for scientists and engineers: best practices for efficient CUDA Fortran programming**. Waltham: Elsevier, 1st ed., 2014.

SANGALLI, L. A. **Análise numérica da ação do vento sobre pontes com sistemas de controle de vibração**. Porto Alegre: UFRGS, 2019. 164 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2019.

SARKAR, R. **Three-dimensional seismic behavior of soil-pile interaction with liquefaction**. Ph.D. thesis, Indian Institute of Technology Roorkee, Roorkee. 2009.

SARKAR, R.; MAHESHWARI, B. K. Effects of separation on the behavior of soil-pile interaction in liquefiable soils. **International Journal of Geomechanics**, v. 12, n. 1, p. 1-13, 2012.

SCHLICHTING, H.; GERSTEN, K. **Boundary-Layer Theory**. Berlin: Springer, 9th ed., 2017.

SCHMIDT, D. **Análise elastoplástica com não-linearidade geométrica de estruturas através de elementos hexaédricos tri-lineares com um ponto de integração**. Porto Alegre: UFRGS, 2006. 83 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2006.

SHIRKHANDAH, B.; KALEHSAR, H. E. The Effects of Height and Plan on the Along-Wind Response of Structures Considering Wind-Soil-Structure Interaction. **Journal of Applied Engineering Sciences**, v. 10, n. 2, 2020.

SHIRKHANGHAH, B.; KALEHSAR, H. E. The effect of soil–structure interaction on the along-wind response of high-rise buildings. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Structures and Buildings**, v. 175, n. 4, p. 332-346, 2022.

SIMO, J. C.; JU, J. W. On continuum damage-elastoplasticity at finite strains. **Computational Mechanics**, v. 5, n. 5, p. 375-400, 1989.

SMAGORINSKY, J. General circulation experiments with the primitive equations: I. The basic experiment. **Monthly weather review**, v. 91, n. 3, p. 99-164, 1963.

SMITH, M. J.; CESNIK, C. E. S; HODGES, D. H. Evaluation of some data transfer algorithms for noncontiguous meshes. **Journal of Aerospace Engineering**, v. 13, n. 2, p. 52-58, 2000.

SOLARI, G. The international association for wind engineering (IAWE): Progress and prospects. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 95, n. 9-11, p. 813-842, 2007.

SOUZA NETO, E. A.; PERIC, D.; OWEN, D. R. J. **Computational methods for plasticity: theory and applications**. John Wiley & Sons, 2008.

SPRICIGO, B. **Estudo do comportamento de estacas escavadas em solo arenoso submetidas ao carregamento transversal**. Porto Alegre: UFRGS, 2019. 212 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2019.

TAMAYO, J. L. P. **Simulação numérica da interação solo-estaca pelo Método dos Elementos Finitos**. Porto Alegre: UFRGS, 2015. 300 p. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.

TAYLOR, L. M.; BECKER, E. B. Some computational aspects of large deformation, rate-dependent plasticity problems. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 41, n. 3, p. 251-277, 1983.

TEIXEIRA, P. R. F. **Simulação numérica da interação de escoamentos tridimensionais de fluidos compressíveis e incompressíveis e estruturas deformáveis usando o Método dos Elementos Finitos**. Porto Alegre: UFRGS, 2001. 237 p. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2001.

THEPMONGKORN, S.; KWOK, K. C. S.; LAKSHMANAN, N. A two-degree-of-freedom base hinged aeroelastic (BHA) model for response predictions. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 83, n. 1-3, p. 171-181, 1999.

THIBAULT, J. C.; SENOCAK, I. Accelerating incompressible flow computations with a Pthreads-CUDA implementation on small-footprint multi-GPU platforms. **The Journal of Supercomputing**, v. 59, n. 2, p. 693-719, 2012.

TIMOSHENKO, S. P.; GOODIER, J. N. **Theory of Elasticity**. Nova York: McGraw-Hill, 3rd ed., 1970.

TONIN, M. G. **Análise isométrica aplicada a problemas de interação fluido-estrutura e superfície livre**. Porto Alegre: UFRGS, 2017. 177 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

TROCHANIS, A. M.; BIELAK, J.; CHRISTIANO, P. Three-dimensional nonlinear study of piles. **Journal of Geotechnical Engineering**, v. 117, n. 3, p. 429-447, 1991.

TUREK, S.; HRON, J. Proposal for numerical benchmarking of fluid-structure interaction between an elastic object and laminar incompressible flow. In: **Fluid-structure interaction: Lecture Notes on Computational Science and Engineering**. Berlin: Springer, p. 371-385, 2006.

VAN DER VORST, H. A. Bi-CGSTAB: A fast and smoothly converging variant of Bi-CG for the solution of nonsymmetric linear systems. **SIAM Journal on scientific and Statistical Computing**, v. 13, n. 2, p. 631-644, 1992.

VASILIC-MELLING, D. **Three-dimensional turbulent flow past rectangular bluff bodies**. Ph.D. thesis, Imperial College of Science and Technology, London. 1977.

VENANZI, I.; SALCIARINI, D.; TAMAGNINI, C. The effect of soil–foundation–structure interaction on the wind-induced response of tall buildings. **Engineering structures**, v. 79, p. 117-130, 2014.

VIERENDEELS, J.; DUMONT, K.; VERDONCK, P. R. A partitioned strongly coupled fluid-structure interaction method to model heart valve dynamics. **Journal of Computational and Applied Mathematics**, v. 215, n. 2, p. 602-609, 2008.

VISINTAINER, M. R. M.; BITTENCOURT, E.; BRAUN, A. L. A numerical investigation on Contact Mechanics applications using eight-node hexahedral elements with underintegration techniques. **Latin American Journal of Solids and Structures**, v. 18, n. 5, p. 1-31, 2021.

VITORETI, M. M. **Análise da interação solo-estrutura em fundações de concreto armado pelo Método dos Elementos Finitos**. Porto Alegre: UFRGS, 2003. 146 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2003.

VON ESTORFF, O.; PRABUCKI, M. J. Dynamic response in the time domain by coupled boundary and finite elements. **Computational Mechanics**, v. 6, n. 1, p. 35-46, 1990.

VON KÁRMÁN, T. L'aerodynamique dans l'art de ingénieur. **Mémoires de la Société des Ingenieurs Civils de France**, p. 155–178, 1948.

WHITE, W.; LEE, I. K.; VALLIAPPAN, S. Unified boundary for finite dynamic models. **Journal of the Engineering Mechanics Division**, v. 103, n. 5, p. 949-964, 1977.

WOLF, J. P. **Dynamic soil-structure interaction**. Nova Jersey: Prentice-Hall, 1985.

WOOD, D. M.; CREWE, A.; TAYLOR, C. Shaking table testing of geotechnical models. **International Journal of Physical Modelling in Geotechnics**, v. 2, n. 1, p. 01-13, 2002.

WRIGGERS, P. **Computational contact mechanics**. Nova York: Springer, 2nd ed., 2006.

YAMADA, T.; MERONEY, R. N. Numerical and wind tunnel simulation of airflow over an obstacle. In: **National Conference on Atmospheric Waves**. 1972.

YAN, L.; BYRNE, P. M. Application of hydraulic gradient similitude method to small-scale footing tests on sand. **Canadian Geotechnical Journal**, v. 26, n. 2, p. 246-259, 1989.

YAZDCHI, M.; KHALILI, N.; VALLIAPPAN, S. Dynamic soil–structure interaction analysis via coupled finite-element-boundary-element method. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, v. 18, n. 7, p. 499-517, 1999.

ZHANG, X. **Modélisation physique et numérique des interactions sol-structure sous sollicitations dynamiques transverses**. Ph.D. thesis, Université de Grenoble, Grenoble. 2011.

ZHANG, Y.; HABASHI, W. G.; KHURRAM, R. A. Predicting wind-induced vibrations of high-rise buildings using unsteady CFD and modal analysis. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 136, p. 165-179, 2015.

ZIENKIEWICZ, O. C.; EMSON, C.; BETTESS, P. A novel boundary infinite element. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 19, n. 3, p. 393-404, 1983.

ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L.; NITHIARASU, P. **The Finite Element Method for Fluid Dynamics**. Waltham: Butterworth-Heinemann, 7th ed., 2014.

ZIENKIEWICZ, O. C. *et al.* Triangles and tetrahedra in explicit dynamic codes for solids. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 43, n. 3, p. 565-583, 1998.

APÊNDICE A – ALGORITMO PARA A SOLUÇÃO DO SISTEMA DE EQUAÇÕES LINEARES

O método dos Gradientes Conjugados é um método iterativo empregado para a solução de sistemas lineares do tipo $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, onde \mathbf{A} é uma matriz quadrada, positivo definida e simétrica, \mathbf{x} é o vetor de incógnitas e \mathbf{b} é o vetor dos termos independentes. O algoritmo do método dos Gradientes Conjugados preconditionado, baseado em Hughes *et al.* (1987), é apresentado na Tabela A.1.

Tabela A.1: Algoritmo para o método dos Gradientes Conjugados preconditionado.

A. Cálculos iniciais:

1. Especificar a tolerância para a convergência TOL;
2. Zerar o contador de iterações: $k = 0$;
3. Estimativa inicial do vetor de incógnitas: usualmente $\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}$;
4. Definir vetor resíduo inicial: $\mathbf{r}_0 = \mathbf{b} - \mathbf{Ax}_0$;
5. Calcular o vetor direção de busca: $\mathbf{p}_0 = \mathbf{z}_0 = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{r}_0$.

B. Processo iterativo:

1. $\alpha_k = \frac{\mathbf{r}_k^T \mathbf{r}_k}{\mathbf{p}_k^T \mathbf{A} \mathbf{p}_k}$;
 2. $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \alpha_k \mathbf{p}_k$;
 3. $\mathbf{r}_{k+1} = \mathbf{r}_k - \alpha_k \mathbf{A} \mathbf{p}_k$;
 4. Verificar a convergência: $\|\mathbf{r}_{k+1}\| / \|\mathbf{r}_0\| \leq \text{TOL} ? \rightarrow \begin{cases} \text{Sim: o resultado é } \mathbf{x}_{k+1} \\ \text{Não: segue o processo iterativo} \end{cases}$
 5. $\mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{B}^{-1} \mathbf{r}_{k+1}$;
 6. $\beta_{k+1} = \frac{\mathbf{r}_{k+1}^T \mathbf{z}_{k+1}}{\mathbf{r}_k^T \mathbf{z}_k}$;
 7. $\mathbf{p}_{k+1} = \mathbf{z}_{k+1} + \beta_k \mathbf{p}_k$;
 8. $k = k + 1$;
 9. Retorna para o item B.1.
-

Quando comparado com o método dos Gradientes Conjugados não condicionado, o presente algoritmo possui uma etapa adicional na construção da matriz de condicionamento \mathbf{B} , além da necessidade de obter a solução do sistema $\mathbf{Bz} = \mathbf{r}$ em cada iteração. Portanto, a escolha de \mathbf{B} deve ser feita de forma que a solução do sistema auxiliar citado anteriormente seja computacionalmente mais eficiente do que a solução de $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$.

O condicionador empregado no presente trabalho é denominado de condicionador diagonal, ou de Jacobi, sendo definido como:

$$\mathbf{B} = \text{diag}(\mathbf{A}) \quad (\text{A.1})$$

ou seja, constituída pelos termos da diagonal da matriz \mathbf{A} .

Dessa forma, tem-se um condicionador simples com requisito de armazenamento bem menor do que o exigido por outros tipos de condicionadores.

Nota-se que o método dos Gradientes Conjugados está limitado para sistemas lineares simétricos, o que impossibilita o seu uso no caso dos problemas de contato com atrito, uma vez que matrizes de rigidez não simétricas são geradas. A solução para esse caso é empregar o método dos Gradientes Biconjugados Estabilizado.

O método dos Gradientes Biconjugados Estabilizado foi desenvolvido por van der Vorst (1992) para a solução de sistemas lineares não simétricos e seu algoritmo, adaptado do próprio autor, está apresentado na Tabela A.2.

Tabela A.2: Algoritmo para o método dos Gradientes Biconjugados Estabilizado condicionado.

(continua)

A. *Cálculos iniciais:*

1. Especificar a tolerância para a convergência TOL;
2. Zerar o contador de iterações: $k = 0$;
3. Estimativa inicial do vetor de incógnitas: usualmente $\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}$;
4. Definir vetor resíduo inicial: $\mathbf{r}_0 = \mathbf{b} - \mathbf{Ax}_0$;

Tabela A.2: Algoritmo para o método dos Gradientes Biconjugados Estabilizado preconditionado.

(continuação)

5. Escolher o vetor arbitrário $\bar{\mathbf{r}}_0$ de forma que:

$$(\bar{\mathbf{r}}_0, \mathbf{r}_0) \neq 0, \text{ e.g., } \bar{\mathbf{r}}_0 = \mathbf{r}_0 ;$$

onde $(\bar{\mathbf{r}}_0, \mathbf{r}_0)$ corresponde ao produto escalar entre $\bar{\mathbf{r}}_0$ e \mathbf{r}_0 .

6. Inicializar os parâmetros e vetores:

$$\rho_0 = \alpha = \omega_0 = 1$$

$$\mathbf{v}_0 = \mathbf{p}_0 = \mathbf{0}$$

B. *Processo iterativo*: $k = k + 1$

1. $\rho_k = (\bar{\mathbf{r}}_0, \mathbf{r}_{k-1})$;

2. $\beta = (\rho_k / \rho_{k-1}) / (\alpha / \omega_{k-1})$;

3. $\mathbf{p}_k = \mathbf{r}_{k-1} + \beta(\mathbf{p}_{k-1} - \omega_{k-1}\mathbf{v}_{k-1})$;

4. Verificar se o algoritmo está perto de falhar:

$$|\rho_k| \leq 10^{-12} ? \rightarrow \begin{cases} \text{Sim: segue o processo iterativo com: } \bar{\mathbf{r}}_0 = \mathbf{r}_{k-1}; \rho_k = (\bar{\mathbf{r}}_0, \mathbf{r}_{k-1}); \mathbf{p}_k = \mathbf{r}_{k-1} \\ \text{Não: segue o processo iterativo} \end{cases}$$

5. $\mathbf{y} = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{p}_k$;

6. $\mathbf{v}_k = \mathbf{A}\mathbf{y}$;

7. $\alpha = \rho_k / (\bar{\mathbf{r}}_0, \mathbf{v}_k)$;

8. $\mathbf{s} = \mathbf{r}_{k-1} - \alpha\mathbf{v}_k$;

9. $\mathbf{z} = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{s}$;

10. $\mathbf{t} = \mathbf{A}\mathbf{z}$;

11. $\omega_k = (\mathbf{t}, \mathbf{s}) / (\mathbf{t}, \mathbf{t})$;

12. $\mathbf{x}_k = \mathbf{x}_{k-1} + \alpha\mathbf{y} + \omega_k\mathbf{z}$;

13. $\mathbf{r}_k = \mathbf{s} - \omega_k\mathbf{t}$;

14. Verificar a convergência: $\|\mathbf{r}_k\| / \|\mathbf{r}_0\| \leq \text{TOL} ? \rightarrow \begin{cases} \text{Sim: o resultado é } \mathbf{x}_k \\ \text{Não: segue o processo iterativo} \end{cases}$

De acordo com van der Vorst (1992), o método pode não apresentar convergência em alguns casos dependendo da escolha de $\bar{\mathbf{r}}_0$ e, portanto, o item B.4 foi adicionado no presente algoritmo como uma forma de “reinício” para quando o algoritmo estiver perto de falhar.

Além disso, o item B.8 corresponde ao cálculo do resíduo após “um passo” do método e a iteração pode ser encerrada se $\|\mathbf{s}\|$ for suficientemente pequeno, com a devida atualização do vetor de incógnitas: $\mathbf{x}_k = \mathbf{x}_{k-1} + \alpha\mathbf{y}$. Apesar disso, a convergência é verificada neste trabalho apenas na etapa final (item B.14) e é realizada de forma semelhante ao empregado no Método dos Gradientes Conjugados, ou seja, a norma Euclidiana do vetor resíduo na iteração atual $\|\mathbf{r}_k\|$ é comparada com a norma Euclidiana do vetor resíduo inicial $\|\mathbf{r}_0\|$.

É importante mencionar que ambos métodos iterativos são empregados no presente trabalho numa formulação de elemento-por-elemento, ou seja, não é necessário montar a matriz de rigidez global da estrutura.