

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE FÍSICA

*Efeitos nucleares no processo Drell–Yan:
formalismos de dipolos de cor e de momentum
transversal intrínseco*

Emmanuel Gräve de Oliveira

Porto Alegre
2010

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE FÍSICA

***Efeitos nucleares no processo Drell–Yan:
formalismos de dipolos de cor e de momentum
transversal intrínseco***

Emmanuel Gräve de Oliveira

Tese elaborada sob a orientação da Profa. Dra.
Maria Beatriz Gay Ducati, em preenchimento
parcial dos requisitos para a obtenção do título
de Doutor em Ciências.

Porto Alegre
2010

A
Maria Lucy Gräve
e a memória de
Alfred Gräve,
José Baptista de Oliveira,
Maria Silva de Oliveira.

Agradecimentos

Em primeiro lugar, à Profa. Dra. Maria Beatriz Gay Ducati devo os meus agradecimentos. Sua orientação neste doutorado pautou-se por instigar o meu melhor desempenho. Nesses mais de quatro anos, foi fundamental a sua parceria para a construção do trabalho apresentado aqui.

Sou muito grato aos colegas de GFPAE: Marcos André Betemps Vaz da Silva, Luiz Fernando Mackedanz, João Thiago de Santana Amaral, Mairon Melo Machado, Gustavo Gil da Silveira, Eduardo André Flach Basso e Talitha Bueno Motter. Também cito os Profs. Werner Krambeck Sauter e Magno Valério Trindade Machado. Muito mais do que apoio, vocês me deram o sentimento de pertencer a algo.

Muito obrigado a todos os professores e funcionários do Instituto de Física, que tem sido minha casa há 11 anos. Daqui levo muitas lições, além da formação que me contenta muito.

Eu cometeria a maior injustiça da minha vida se não afirmasse, ainda que com poucas palavras, a importância de meus colegas do IF. No meu período de doutorado, tive a agradável convivência e a solução conjunta de problemas com os amigos Pedro Castro Menezes, Rafael Bán Jacobsen, Rodrigo Nemmen da Silva, Christopher Thomas, Tibério Borges Vale, Rodrigo Link Federizzi e Franco Valduga de Almeida Camargo, entre outros.

Amigos na vida nunca me faltaram. Muitas pessoas me ajudaram em vários momentos, relacionados ou não com meu doutorado. Seriam muitas as omissões se eu tentasse fazer uma lista, dado que minha memória não faz juz ao que recebi em minhas amizades. Contudo, mesmo se não há lista, um nome não pode faltar: Franciele Viegas Bento.

Este doutorado recebeu apoio financeiro do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e do Programa de Apoio a Núcleos de Excelência em CT&I (PRONEX) do Ministério da Ciência e Tecnologia (MCT), por intermédio do CNPq em parceria com a Fundação de Amparo à Pesquisa no Estado do Rio Grande do Sul (FAPERGS). Muito obrigado.

Por fim, esta tese é dedicada aos meus avós e, por meio deles, aos meus pais e à minha família. Vocês são o esteio da minha vida e se, por algum momento, eu iludo-me pensando que ela é eterna, seria para nunca deixar de estar com vocês.

O que dá beleza ao deserto é que ele esconde uma fonte em algum lugar.

Antoine de Saint Exupéry

Resumo

O principal tema desenvolvido nesta tese é o estudo de efeitos nucleares na produção de diléptons por meio do processo Drell–Yan para energias compatíveis com as de RHIC e de LHC. Dois modelos são usados: o formalismo de dipolos de cor e o modelo de pártons com momentum transversal intrínseco. No primeiro capítulo, uma breve introdução histórica e a motivação para o estudo são apresentadas. No Cap. 2, o espalhamento profundamente inelástico (EPI) no modelo de pártons é revisado e são discutidas as distribuições partônicas de prótons (CTEQ) e de nucleons (EKS, EPS08 e EPS09). O EPI no formalismo de dipolos também é discutido. O Cap. 3 é dedicado ao embasamento teórico do formalismo de dipolos e ao estudo das seção de choque de dipolos. As principais equações que governam a evolução de dipolos são expostas, seguidas pelas parametrizações fenomenológicas GBW, DHJ, BUW e ABGS. Um novo modelo é proposto: a parametrização AGBS com flutuações. Quando ajustada aos dados de HERA, a nova parametrização não difere da antiga AGBS, indicando que flutuações não são necessárias para descrever os dados de EPI nas presentes energias. No Cap. 4, é apresentado o modelo de pártons no processo Drell–Yan. O formalismo é discutido em ordem dominante, em ordem seguinte à dominante (OSD) e em OSD com momentum transversal intrínseco, já que apenas na última possibilidade o momentum transversal do dilépton pode ser gerado de maneira consistente com os experimentos. Posteriormente, o formalismo de dipolos aplicado ao mesmo processo é debatido, que em ordem dominante possui distribuição em momentum transversal consistente com os experimentos. Os resultados são cálculos para o fator de modificação nuclear (R_{pA}) para rapidez negativa como função de rapidez e momentum transversal. A aplicação para rapidez negativa do formalismo de dipolos é uma contribuição original, bem como a comparação deste formalismo com o modelo de pártons com momentum transversal intrínseco. Efeitos de grande (*efeito EMC e anti-sombreamento*) e de pequeno x (*sombreamento*) são observados. Mostra-se que o momentum transversal intrínseco é particularmente importante, alterando o fator de modificação nuclear em torno de 10%. Quando as diferentes parametrizações da seção de choque de dipolos são comparadas, a produção de diléptons não apresenta variações significativas, indicando que ela não é sensível aos detalhes das parametrizações, como a possível violação de escalamento geométrico presente na parametrização DHJ. Adicionalmente, os resultados do modelo de pártons são estendidos para rapidez positiva e comparados com resultados do condensado de vidros de cor. Para energias de RHIC, os formalismos concordam, enquanto que para LHC, a menos que a parametrização nuclear tenha um sombreamento muito forte (caso da EPS08), os formalismos discordam, devido aos comportamentos distintos do sombreamento de glúons e do sombreamento de quarks. Como perspectiva, é discutido o modelo unidimensional, que é uma simplificação drástica da evolução de dipolos sem deixar de incluir os efeitos de flutuações. Em particular, as possibilidades de escalamento geométrico e escalamento difusivo nas seções de choque são discutidas.

Palavras–chave: processo Drell–Yan, efeitos nucleares, formalismo de dipolos, modelo de pártons, cromodinâmica quântica de altas densidades. PACS: 12.38-t, 13.85.Qk.

Abstract

The main topic of this thesis is the study of nuclear effects in Drell–Yan dilepton production at RHIC and LHC energies. Two approaches are employed: the color dipole approach and the parton model with intrinsic transverse momentum. In the first chapter, a brief introduction and the motivation to the study are presented. Chapt. 2 reviews the deep inelastic scattering (DIS) in the parton model and the parton distribution functions of protons (CTEQ) and of nucleons (EKS, EPS08 e EPS09) are examined. The DIS in the dipole frame is also discussed. Chapt. 3 reviews the theoretical foundations of the color dipole approach and the dipole cross section. The main equations that drive the dipole evolution are shown, followed by the phenomenological parameterizations GBW, DHJ, BUW, and ABGS. A new model is proposed: the ABGS parameterization with fluctuations. When fitted to HERA data, the new parameterization does not differ from the old ABGS, indicating that fluctuations are not needed to reproduce DIS data at current energies. Chapt. 4 discusses the parton model in the Drell–Yan process. This approach is considered at leading order, at next-to-leading order (NLO), and at NLO with intrinsic transverse momentum, as only in the last case the dilepton transverse momentum distribution can be obtained in agreement with experiments. Afterwards, the color dipole approach applied to the process is examined, giving at leading order a transverse momentum distribution compatible with experiments. The results are calculations to the nuclear modification factor (R_{pA}) at backward rapidities as function of rapidity and transverse momentum. The use of backward rapidities of the color dipole approach is an original contribution, as well as the comparison of this approach with the parton model with intrinsic transverse momentum. Effects of large (EMC effect and antishadowing) and of small x (shadowing) are seen. It is shown that the intrinsic transverse momentum is particularly important, changing the nuclear modification factor of about 10%. When different parameterizations of the dipole cross section are compared, the dilepton production does not show significant discrepancies, suggesting the it is not sensitive to the parametrization details, such as the possibility of geometric scaling breaking present in DHJ parameterization. Furthermore, the parton model results are extended to forward rapidities and compared with results of the color glass condensate. At RHIC energies, the approaches agree, while at LHC energies, unless the nuclear parameterization shows a very strong nuclear shadowing (EPS08 case), the approaches disagree, due to the different behaviors of gluon shadowing and quark shadowing. The unidimensional model, a toy model of the dipole evolution that includes the fluctuation effects is also investigated. Specifically, the possibilities of geometric scaling and difusive scaling in cross sections are discussed.

Keywords: Drell–Yan process, nuclear effects, dipole approach, parton model, high-density quantum chromodynamics. PACS: 12.38-t, 13.85.Qk.

Sumário

Lista de abreviaturas e siglas

Publicações

1	Introdução	p. 12
2	Espalhamento profundamente inelástico	p. 16
2.1	Cinemática do EPI	p. 16
2.2	Seção de choque inclusiva	p. 19
2.3	Modelo de pártons	p. 21
2.4	Parametrizações partônicas	p. 25
2.5	Parametrizações partônicas nucleares	p. 26
2.6	EPI no formalismo de dipolos de cor	p. 30
2.7	Escalamento geométrico	p. 33
3	Seção de choque de dipolo–alvo	p. 35
3.1	Considerações gerais	p. 35
3.2	Evolução de dipolos	p. 37
3.2.1	Hierarquia de equações de Balitsky	p. 37
3.2.2	Equação de Balitsky–Kovchegov	p. 38
3.2.3	Flutuações	p. 42
3.3	Modelos para a seção de choque de dipolos	p. 45
3.3.1	Modelo GBW	p. 45

3.3.2	Modelos DHJ e BUW	p. 46
3.3.3	Modelo AGBS	p. 48
3.4	Modelo AGBS com flutuações	p. 49
3.4.1	Ajuste	p. 49
3.4.2	Resultados	p. 50
4	Processo Drell–Yan	p. 54
4.1	Modelo de pártons	p. 55
4.1.1	Seção de choque em ordem dominante	p. 56
4.1.2	Seção de choque em ordem seguinte à dominante	p. 59
4.1.3	Momentum transversal intrínseco	p. 64
4.2	Processo Drell–Yan no formalismo de dipolos de cor	p. 65
4.2.1	Seção de choque	p. 67
4.3	Resultados e comparação	p. 68
4.3.1	Resultados para energias de RHIC	p. 70
4.3.2	Resultados para energias de LHC	p. 76
4.3.3	Rapidezes negativas e positivas	p. 78
5	Conclusões	p. 82
6	Perspectivas	p. 85
	Referências Bibliográficas	p. 92

Lista de abreviaturas e siglas

CDQ — Cromodinâmica quântica.

EDQ — Eletrodinâmica quântica.

EPI — Espalhamento profundamente inelástico.

g.l. — graus de liberdade.

OD — Ordem dominante.

OSD — Ordem seguinte à (ordem) dominante.

OSSD — Ordem seguinte à (ordem) seguinte à (ordem) dominante.

Parametrizações

AGBS — Amaral–Gay Ducati–Betemps–Soyez (seç. 3.3.3).

BUW — Boer–Utermann–Wessels (seç. 3.3.2).

CTEQ — *The Coordinated Theoretical–Experimental Project on QCD* (seç. 2.4).

DHJ — Dumitru–Hayashigaki–Jalilian-Marian (seç. 3.3.2).

EKS — Eskola–Kolhinen–Salgado (seç. 2.5).

EPS08 — Eskola–Paukkunen–Salgado (2008, seç. 2.5).

EPS09 — Eskola–Paukkunen–Salgado (2009, seç. 2.5).

GBW — Golec-Biernat–Wüsthoff (seç. 3.3.1).

nDS — de Florian–Sassot, nuclear (seç. 2.5).

Publicações

Artigos

1. BETEMPS, M. A.; GAY DUCATI, M. B.; DE OLIVEIRA, E. G. Dilepton distributions at backward rapidities. *Physical Review D*, v. 74, 094010, 2006.
2. BASSO, E.; GAY DUCATI, M. B.; DE OLIVEIRA, E. G.; DE SANTANA AMARAL, J. T. DIS and the effects of fluctuations: a momentum space analysis. *European Physical Journal C*, v. 58, p. 9-15, 2008.
3. GAY DUCATI, M. B.; DE OLIVEIRA, E. G. Backward dilepton production in color dipole and parton models. *Phys. Rev., D*, v. 81, 054015, 2010.

Publicações em anais de eventos

1. BETEMPS, M. A.; GAY DUCATI, M. B.; DE OLIVEIRA, E. G. Dilepton backward rapidity distributions. In: Diffraction 2006: 4th International Workshop on Diffraction in High-Energy Physics, 2006, Adamantas. Proceedings of Science. Trieste: Sissa, 2006. v. 053. p. 1-7.
2. BETEMPS, M. A.; GAY DUCATI, M. B.; DE OLIVEIRA, E. G. Dilepton production at backward rapidities. In: 33rd International Conference on High Energy Physics (ICHEP 06), 2006, Moscou. High energy physics ICHEP '06. Singapore: World Scientific, 2006. v. I. p. 410-413.
3. DE OLIVEIRA, E. G.; GAY DUCATI, M. B.; BETEMPS, M. A. Backward rapidity distributions in color dipole model. In: X Hadron Physics, 2007, Florianópolis. International Journal of Modern Physics E. Singapore: World Scientific, 2007. v. 16. p. 2966-2969.
4. BETEMPS, M. A.; GAY DUCATI, M. B.; DE OLIVEIRA, E. G. Confronting Color Dipole and Intrinsic k_T Approaches in D-Y Dilepton Production. In: II Latin American Workshop on High Energy Phenomenology, 2007, São Miguel das Missões. Brazilian Journal of Physics. São Paulo: Sociedade Brasileira de Física, 2007. v. 58. p. 526-529.

5. BASSO, E.; GAY DUCATI, M. B.; DE OLIVEIRA, E. G.; DE SANTANA AMARAL, J. T. Dipole Scattering Amplitude in Momentum Space: Investigating Fluctuations at HERA. In: II Latin American Workshop on High Energy Phenomenology, 2007, São Miguel das Missões. Brazilian Journal of Physics. São Paulo: Sociedade Brasileira de Física, 2007. v. 3. p. 483-486.

6. GAY DUCATI, M. B.; DE OLIVEIRA, E. G. A -dependence in dilepton rapidity distributions: parton model and color dipole models. In: Light-Cone 2009: Relativistic Hadronic and Particle Physics, 2009, São José dos Campos. Nuclear Physics B (Proceedings Supplements). Amsterdam: Elsevier, 2010. v. 199 p. 125-130.

1 *Introdução*

Colisões de partículas em altas energias proveram os físicos de informações sobre a estrutura da matéria nas menores escalas já estudadas. Nos últimos 100 anos, desde as experiências de Hans Geiger, Ernest Marsden e Ernest Rutherford [1, 2] com partículas alfa como projéteis e átomos de ouro como alvos, uma sucessão de diferentes colisões revelando os detalhes dos constituintes do Universo foi realizada. Nesta evolução, a escala do que é considerado alta energia foi diversas vezes deslocada, acompanhando a própria evolução dos experimentos e técnicas. Após a descoberta do núcleo do átomo, então composto por prótons e depois por nêutrons também (descobertos por James Chadwick [3]), famílias completas de partículas subatômicas foram identificadas nas décadas seguintes.

A proliferação de partículas ditas elementares levou à hipótese de que existiria alguma subestrutura desconhecida até então, assim como os átomos puderam ser organizados na tabela periódica por Dmitri Mendeleiev. Independentemente, Murray Gell-Mann [4] e George Zweig [5, 6] desenvolveram o modelo de quarks, reconhecendo:

- os **léptons** como partículas que não interagem com a força nuclear forte e desprovidas de subestrutura (e.g. elétron, neutrino, ...) e
- os **hádrons** como partículas que interagem com a força nuclear forte e com subestrutura, divididos em
 - **bárions** compostos de três quarks (e.g. nêutron, próton, ...) e
 - **mésons** compostos de um quark e um antiquark (e.g. pión, ...).

No início, apenas três tipos de quarks seriam identificados: *up* (u), *down* (d) e *strange* (s); o próton seria formado de dois quarks *up* e um *down*, enquanto que o nêutron, de dois quarks *down* e um *up*. Mais tarde, três diferentes quarks seriam descobertos: *charm* (c), *bottom* (b) e *top* (t).

Estudando o espalhamento profundamente inelástico (espalhamento de um elétron por um hádron, que é revisado no Cap. 2), James Bjorken [7] previu o que é conhecido hoje como

escalamento de Bjorken, segundo o qual a seção de choque para altas energias em colisões hadrônicas seria independente de qualquer escala. Confirmado por experimentos, este escalamento seria mais facilmente explicado se os hádrons fossem compostos de partículas puntuais livres (ou seja, que não envolvessem escala alguma). Richard Feynman [8] chamou estes constituintes de pártons e logo eles foram identificados como os quarks, já que possuíam todos os números quânticos compatíveis. No entanto, apenas os quarks não pareciam descrever todo o momentum dos hádrons; logo, propôs-se a existência de glúons, bósons que intermediariam a interação entre quarks.

Qual seria a teoria que conseguiria descrever esta força nuclear forte existente entre os quarks e mediada pelos glúons? Uma de suas características seria o confinamento: como nenhum quark livre foi observado, eles estavam confinados ao interior de hádrons. Outra característica seria a liberdade assintótica, já conhecida do escalamento de Bjorken: para altas energias, a interação deveria desaparecer. A teoria que terminou por ser aceita foi a que é conhecida hoje como cromodinâmica quântica, uma teoria não abeliana com grupo de simetria $SU(3)$ para uma nova carga, a cor. Para este fim, foi decisiva a demonstração de que teorias não abelianas eram capazes de produzir liberdade assintótica, levada a cabo simultaneamente por David J. Gross e Frank Wilczek [9] e por David Politzer [10].

Apesar de que se saiba que os hádrons são formados por pártons (quarks e glúons), a maneira como estes pártons compõem os hádrons necessita ser investigada por colisões de hádrons. Os pártons carregam carga de cor, enquanto os hádrons não têm cor, de tal maneira que os pártons estão confinados ao interior dos hádrons. Sendo assim, a única maneira de estudar (“colidir”) os pártons é estudando (“colidindo”) hádrons (em outras palavras, não se pode produzir um feixe de quarks ou glúons livres). Uma grande parte dos avanços teóricos tem sido no estudo das equações de evolução para a determinação da distribuições de pártons em hádrons, tanto as equações lineares DGLAP (Dokshitzer–Gribov–Lipatov–Altarelli–Parisi [11–13]) e BFKL (Balitsky–Fadin–Kuraev–Lipatov [14–17]) quanto não lineares, e. g., GLR (Gribov–Levin–Ryskin [18–20]), AGL (Ayala–Gay Ducati–Levin [21–23]), que introduzem efeitos de recombinação de glúons, necessários para a saturação partônica.

De grande interesse neste estudo foi o colisor HERA — *Hadron–Elektron–Ringanlage* — no DESY, em Hamburgo, que entrou em operação em 1992 e encerrou suas operações recentemente, em 2007. Colidindo prótons com elétrons e pósitrons, o HERA permitiu o entendimento da estrutura dos prótons em uma nova região cinemática, na qual os pártons carregam fração de momentum do hádron muito pequena.

Uma alternativa à maneira de entender as colisões envolvendo hádrons como composições

de colisões de pártons é estudar o formalismo de dipolos de cor [24–26], que é revisado no Cap. 3. Os dipolos podem ser entendidos como pares de quark e antiquark e portanto fazem parte da cromodinâmica quântica. A amplitude de espalhamento entre um dipolo e o alvo também pode ser o objeto de evolução das equações, como nos casos da própria BFKL, que pode ser reescrita no formalismo de dipolos, e da equação BK (Balitsky–Kovchegov [27–29]), que contém efeitos de múltiplos espalhamentos. Além das equações citadas, hierarquias de equações foram propostas, como a hierarquia de Balitsky [27], da qual a equação BK é uma aproximação de campo médio, a hierarquia JIMWLK (Jalilian-Marian–Iancu–McLerran–Weigert–Leonidov–Kovner [30–35]), fundamentada no condensado de vidros de cor [36, 37] e voltada novamente a evoluir os pártons e a hierarquia de laços de pômerons [38]. Esta última hierarquia possui um termo gerador de flutuações, o que a torna muito distinta da equação BK.

A seção de choque de dipolos também pode ser obtida por meio de parametrizações fenomenológicas, como as parametrizações GBW [39], DHJ [40, 41], BUW [42] e ABGS [43], que também são revisadas. Nesta tese e em um artigo [44], um novo modelo é proposto: a parametrização ABGS com flutuações. Quando ajustada aos dados de HERA, a nova parametrização não difere da antiga ABGS, indicando que flutuações não são necessárias para descrever os dados de EPI nas presentes energias e a aproximação de campo médio da equação BK é suficiente para descrever a evolução de dipolos nas presentes energias, descartando o uso da hierarquia de laços de pômeron por ora.

Voltando à cronologia das colisões, em 2000 entrou em operação o RHIC — *Relativistic Heavy Ion Collider* — no BNL, em Upton, NY, nos Estados Unidos, com 200 GeV de energia de centro de momentum por nucleon em colisões ouro–ouro e máximo de 400 GeV em colisões próton–próton, além de capaz de colidir dêuteron–ouro. Acredita-se que RHIC tenha criado uma nova fase da matéria, o plasma de quarks e glúons [45–48], no qual os quarks e os glúons estão livres do confinamento hadrônico.

Perto de Genebra, na fronteira franco–suíça, com 27 km de circunferência e de 50 a 170 m de profundidade, o LHC — *Large Hadron Collider* — produziu as colisões na energia mais alta já vista em laboratório, com 1,18 TeV por feixe em 2009 e 3,5 TeV em 2010. O LHC poderá atingir sua energia máxima projetada produzindo colisões entre prótons a 7 TeV por feixe nos próximos anos. Ainda estão projetadas para os anos seguintes colisões entre íons de chumbo com 2,76 TeV por nucleon por feixe e colisões entre íons de chumbo e prótons a energia de centro de massa de 8,8 TeV. Construído com o objetivo principal de encontrar o Bóson de Higgs, uma importante partícula do modelo padrão ainda não observada, o LHC também trará novos dados para a estrutura dos hádrons e fenomenologia geral de partículas de altas energias.

O LHC possui quatro grandes experimentos (detectores): Atlas, CMS, Alice e LHCb. O LHCb é dedicado à detecção de hádrons que contenham o quark *bottom* e é o único dos quatro que não é um cilindro envolvendo o feixe, mas sim apenas cobre um semicírculo na direção de um dos feixes. Os detectores Atlas e CMS são detectores gerais com os objetivos de detectar as partículas que indiquem a criação do bóson de Higgs no momento da colisão, estudar a física da escala de energia de TeV, procurar evidências de nova física como a supersimetria e também estudar colisões de íons pesados. O Atlas é maior que o CMS e os dois detectores usam métodos distintos de detecção, mas essencialmente espera-se que os dois possuam as mesmas capacidades. O detector Alice está focado na parte das interações fortes da física de partículas, ou seja, a cromodinâmica quântica, especialmente em colisões nucleares. O detector dará ênfase para partículas geradas em direções perpendiculares à do feixe, que possuem mais energia e menor densidade.

Neste paradigma de trabalho, o processo Drell–Yan [49, 50] se destaca e é estudado no Cap. 4. O processo é originado em colisões hadrônicas, principais colisões do RHIC e do LHC. Além disso, gera dileptons, ou seja, pares de lépton e antilépton, que não interagem fortemente e por isso carregam informação diretamente do processo, ou seja, do estado inicial do sistema. Assim, o estudo das distribuições de partons, em especial as de nucleons dentro de núcleos, pode ser feito com o mínimo de interferência de outros processos que ocorrem simultaneamente em uma colisão a altas energias. Uma maneira de estudar estas distribuições nucleares é comparando colisões próton–próton com colisões próton–núcleo e assim identificar os efeitos nucleares. O Cap. 4 aprofundará a análise do processo em dois modelos diferentes: processo Drell–Yan no referencial de momentum infinito com momentum transversal intrínseco e o formalismo de dipolos de cor, no referencial de repouso do alvo.

O objeto principal de estudo neste trabalho é investigar a razão entre a seção de choque para a produção de dileptons em colisões p -A e p - p e comparar as previsões para esta razão utilizando os formalismos brevemente citados no parágrafo anterior, conforme foi publicado na Ref. 51. Esta análise vem a elucidar e confirmar resultados já obtidos e publicados usando o próprio formalismo de dipolos na região de rapidez negativas [52] e também a utilização do Condensado de Vidros de Cor para a região de rapidez positivas [53–57]. O formalismo no referencial de momentum infinito é interessante nesta comparação pois pode ser aplicado independentemente da região de rapidez e de maneira direta, contrário à situação dos formalismos de dipolos e do condensado, que apenas têm aplicação em específicas regiões cinemáticas.

2 *Espalhamento profundamente inelástico*

Neste capítulo uma revisão do espalhamento profundamente inelástico (EPI) é realizada, em específico, dos processos de espalhamento de léptons por hádrons a altas energias. O termo vem do inglês *deep inelastic scattering (DIS)*, significando que o lépton tem energia suficiente para sondar a subestrutura (profunda) do hádron e quebrá-lo (inelástica), produzindo outras partículas a partir dos constituintes deste. Se o hádron não se quebra e nenhuma outra partícula é produzida, o espalhamento é elástico.

Se o projétil é um lépton carregado, a interação dominante é a eletromagnética, mediada por um fóton virtual. Em particular, este capítulo atém-se aos casos de espalhamento elétron-nucleon (próton ou nêutron):

$$e^- + N \rightarrow e^- + X. \quad (2.1)$$

As Refs. 58–66 dão suporte a este texto.

2.1 Cinemática do EPI

O espalhamento profundamente inelástico entre lépton e hádron mediado por um fóton virtual está ilustrado na Fig. 2.1. O sistema de unidades utilizado nos cálculos é tal que $\hbar = c = 1$. O momentum e a massa do próton são dados por P^μ e $M = \sqrt{P^\mu P_\mu}$. Os momenta do elétron antes e depois da emissão do fóton são rotulados por k^μ e k'^μ , respectivamente; a massa do elétron é considerada desprezível. O momentum do fóton (ou a transferência de momentum) é dado por $q^\mu = k^\mu - k'^\mu$ e define-se a virtualidade Q do fóton como:

$$Q^2 = -q^2 = q^\mu q_\mu. \quad (2.2)$$

A virtualidade indica a resolução com a qual o fóton sonda o alvo. Espera-se que a virtualidade seja maior que a massa dos nucleons para que o fóton possa interagir isoladamente com os com-

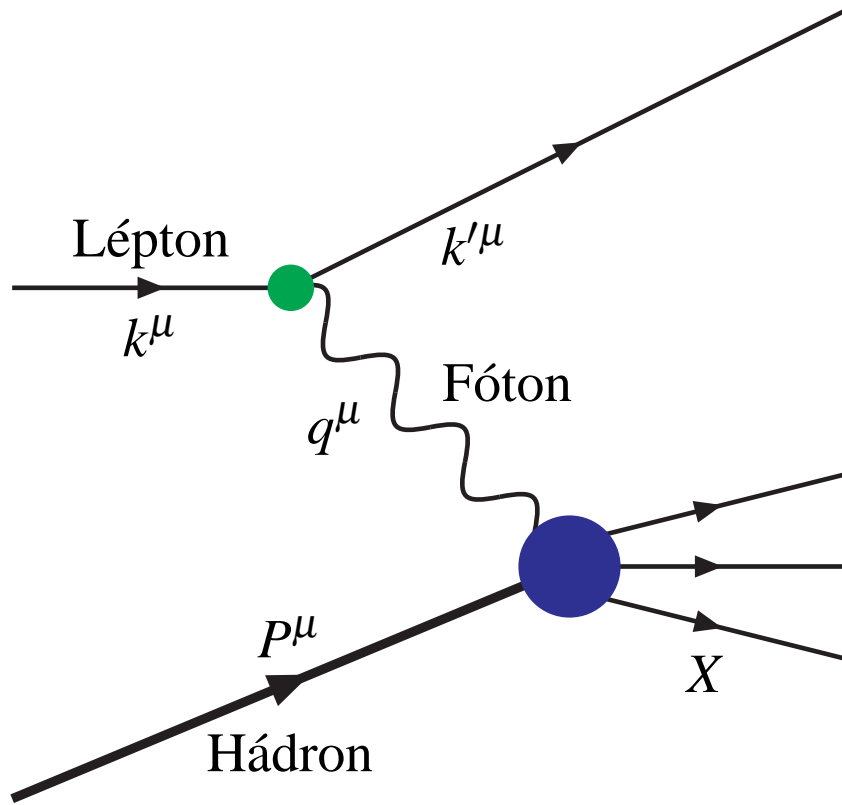


Figura 2.1: Espalhamento profundamente inelástico entre lépton e hádron. O lépton interage com o hádron por meio da troca de um fóton virtual. No estado final, há o lépton e outras partículas, chamadas em conjunto de resíduo X.

ponentes destes. Se a virtualidade é pequena em comparação com as massas dos bósons W^\pm e Z , os processos que envolvem a força fraca são preteridos com relação ao processo dominante caracterizado pela troca do fóton virtual. O resíduo após a colisão é chamado de X (todas as partículas criadas excluindo o elétron) e seu momento de P_X . A energia de centro de momento do sistema fóton virtual-hádron é W :

$$W^2 = (q + P)^2 = P_X^2 = M_X^2, \quad (2.3)$$

também identificada como massa invariante do estado final X.

As variáveis de Mandelstam para o EPI podem ser escritas como:

$$s = (P + k)^2 \quad (2.4)$$

$$t = (k - k')^2 \quad (2.5)$$

$$u = (k - P_X)^2. \quad (2.6)$$

As variáveis de Mandelstam são invariantes de Lorentz que relacionam energia, momentum e

ângulo de espalhamento. A variável t nada mais é que Q^2 e a variável s , a energia de centro de momentum do sistema hádron–elétron.

No referencial de repouso do nucleon;

$$P^\mu = [M, 0, 0, 0] \quad (2.7)$$

$$k^\mu = [E, 0, 0, E] \quad (2.8)$$

$$k'^\mu = [E', E' \sin \theta, 0, E' \cos \theta], \quad (2.9)$$

em que θ é o ângulo de espalhamento do elétron. Neste referencial, valem as seguintes relações:

$$s = M^2 + 2EM \quad (2.10)$$

$$Q^2 = 2EE'(1 - \cos \theta) \quad (2.11)$$

$$W^2 = M^2 + 2M(E - E') - Q^2. \quad (2.12)$$

Estas três variáveis são suficientes para caracterizar completamente o processo para um resíduo X genérico. Q^2 é sempre positivo — o que indica que o quadrimomentum do fóton é do tipo espaço —, $s \geq M^2$ e $W \geq M$, já que o nucleon está no estado de energia mais baixa (sem considerar interações fracas).

A transferência de energia do elétron ao alvo (equivalente à energia do fóton virtual) no referencial de repouso do alvo é dada por $E - E'$ — chamada de inelasticidade — e pode ser expressa de maneira invariante de Lorentz como:

$$v = \frac{M(E - E')}{M} = \frac{P \cdot q}{M}. \quad (2.13)$$

A razão de energia transferida $1 - E'/E$ também pode ser expressa como a variável adimensional y :

$$y = \frac{P \cdot q}{P \cdot k}. \quad (2.14)$$

Uma variável muito útil — como se verá mais adiante — na descrição do espalhamento profundamente inelástico é a variável adimensional x de Bjorken:

$$x = \frac{Q^2}{2P \cdot q}. \quad (2.15)$$

A variável x está limitada ao intervalo $0 < x \leq 1$, dado que:

$$x = \frac{Q^2}{(P + q)^2 - M^2 + Q^2} = \frac{Q^2}{W^2 - M^2 + Q^2} \quad (2.16)$$

e que $W \geq M$. Quando o espalhamento é elástico, $x = 1$.

Conhecido s , apenas duas das últimas três variáveis são necessárias para descrever o fóton virtual (a menos de seu ângulo azimutal) e, por conseguinte, descrever a cinemática do processo. A expressão que relaciona as três variáveis é:

$$xy = \frac{Q^2}{2P \cdot k} = \frac{Q^2}{s - M^2}. \quad (2.17)$$

Já que y é a razão da energia transferida no referencial de repouso do hádron, valem as relações $0 < y < 1$.

Finalmente, pode-se definir a variável Y , também chamada de *intervalo de rapidez*, dada por:

$$Y = \log \frac{1}{x}. \quad (2.18)$$

Para Q fixo,

$$\lim_{W \rightarrow \infty} x = \lim_{W \rightarrow \infty} \frac{Q^2}{W^2 - M^2 + Q^2} = 0. \quad (2.19)$$

Então, quanto maior a energia do sistema fóton-hádron (W), menor x e maior Y .

2.2 Seção de choque inclusiva

Após a identificação das variáveis cinemáticas, o próximo passo é escrever a seção de choque para um processo inclusivo, i. e., o processo no qual o resíduo X não é medido. Além disso, soma-se sobre os estados finais de spin do elétron e faz-se a média sobre os estados iniciais de spin do elétron e do próton; ou seja, é calculada a seção de choque sem polarização. A seção de choque em ordem dominante no referencial de repouso do hádron é dada por:

$$\frac{d^2\sigma}{dE'd\Omega} = \frac{\alpha^2 E'}{Q^4 E} L^{\mu\nu}(k, q) W_{\mu\nu}(P, q). \quad (2.20)$$

Em funções de outras variáveis, a seção de choque torna-se:

$$\frac{d^2\sigma}{dx dy} = x(s - M^2) \frac{d^2\sigma}{dx dQ^2} = \left[\frac{2\pi M v}{E'} \frac{d^2\sigma}{dE' d\Omega} \right] \Bigg|_{\text{refer. repouso do alvo}}, \quad (2.21)$$

em que Ω é o ângulo sólido de espalhamento.

O tensor leptônico é calculado a partir do vértice lépton-fóton. Este vértice é calculado de

maneira perturbativa na eletrodinâmica quântica e é dado em ordem dominante por:

$$L^{\mu\nu}(k, q) = \frac{1}{2} \text{tr} \{ \not{k}' \gamma^\mu \not{k} \gamma^\nu \} = 2 [k^\mu k'^\nu + k^\nu k'^\mu - k \cdot k' g^{\mu\nu}]. \quad (2.22)$$

O tensor hadrônico é calculado a partir do vértice hádron-fóton. Infelizmente, este vértice não pode ser calculado de maneira perturbativa, pois não se conhece a distribuição de carga dos hádrons. Assim, escreve-se o tensor hadrônico:

$$W^{\mu\nu}(P, q) = \frac{1}{2} \frac{1}{2\pi} \sum_X \langle N | j_\nu^\dagger(0) | X \rangle \langle X | j_\mu(0) | N \rangle (2\pi)^4 \delta^{(4)}(P + q - P_X), \quad (2.23)$$

em que, $|N\rangle$ é o vetor de estado do nucleon e $j_\mu(0)$ é o operador de corrente eletromagnética. Usando a representação integral da delta de Dirac:

$$(2\pi)^4 \delta^{(4)}(P + q - P_X) = \int d^4x \exp(i(P + q - P_X) \cdot x); \quad (2.24)$$

a invariância translacional:

$$\langle X | j_\mu(0) | N \rangle = \langle X | j_\mu(x) | N \rangle \exp(i(P - P_X) \cdot x) \quad (2.25)$$

e a identidade $\sum_X |X\rangle \langle X| = 1$; tem-se:

$$W^{\mu\nu}(P, q) = \frac{1}{2} \frac{1}{2\pi} \int d^4x \exp(iq \cdot x) \langle N | j_\nu^\dagger(x) j_\mu(0) | N \rangle. \quad (2.26)$$

Existem seis maneiras de combinar dois quadrivetores (P^μ e q^ν) para compor um tensor: $P^\mu P^\nu$, $P^\mu q^\nu$, $q^\mu P^\nu$, $q^\mu q^\nu$, $g^{\mu\nu}$ e $\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} P_\rho q_\sigma$. O termo com o símbolo de Levi-Civita $\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$ introduz quebra de simetria de paridade e só é necessário quando se considera a interação fraca. Como o tensor leptônico é simétrico no caso de emissão de fótons por léptons, apenas termos simétricos no tensor hadrônico contribuem: $P^\mu P^\nu$, $P^\mu q^\nu + q^\mu P^\nu$, $q^\mu q^\nu$ e $g^{\mu\nu}$. A conservação de corrente no vértice implica $q_\mu W^{\mu\nu} = 0$ e $q_\nu W^{\mu\nu} = 0$ e apenas duas combinações são necessárias para descrever o tensor hadrônico:

$$W^{\mu\nu}(P, q) = \left(\frac{q^\mu q^\nu}{q^2} - g^{\mu\nu} \right) W_1(x, Q^2) + \frac{1}{M^2} \left(P^\mu + \frac{q^\mu}{2x} \right) \left(P^\nu + \frac{q^\nu}{2x} \right) W_2(x, Q^2). \quad (2.27)$$

Os escalares $W_1(x, Q^2)$ e $W_2(x, Q^2)$ são as funções de estrutura do nucleon e são importantes justamente por descreverem a composição do alvo. Note-se que as funções de estrutura W_1 e W_2 têm dimensão de coordenada. Para conhecê-las, um modelo para os hádrons é necessário — o modelo de pártons será utilizado na próxima seção com este fim.

Após a contração dos índices dos dois tensores e a transformação para as variáveis E , E' e θ , a seção de choque inclusiva é dada no referencial de repouso do nucleon por:

$$\frac{d^2\sigma}{dE'd\Omega} = \frac{\alpha^2}{4E^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}} \left[2 \sin^2 \frac{\theta}{2} W_1(x, Q^2) + \cos^2 \frac{\theta}{2} W_2(x, Q^2) \right]. \quad (2.28)$$

Em termos dos invariantes de Lorentz x e y a seção de choque é expressa da seguinte maneira:

$$\frac{d^2\sigma}{dx dy} = \frac{8\pi M E \alpha^2}{Q^4} \left[xy^2 M W_1(x, Q^2) + \left(1 - y - \frac{Mxy}{2E} \right) v W_2(x, Q^2) \right]. \quad (2.29)$$

É usual definir as funções de estrutura adimensionais:

$$F_1(x, Q^2) = M W_1(x, Q^2) \quad (2.30)$$

$$F_2(x, Q^2) = v W_2(x, Q^2). \quad (2.31)$$

A seção de choque torna-se então:

$$\frac{d^2\sigma}{dx dy} = \frac{4\pi\alpha^2}{Q^4} (s - M^2) \left[xy^2 F_1(x, Q^2) + \left(1 - y - \frac{M^2 xy}{s - M^2} \right) F_2(x, Q^2) \right]. \quad (2.32)$$

Desprezando-se a massa do nucleon frente a E e passando da variável y para a variável Q , obtém-se:

$$\frac{d^2\sigma}{dx dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{Q^4} \left[y^2 F_1(x, Q^2) + \frac{(1-y)}{x} F_2(x, Q^2) \right]. \quad (2.33)$$

Também se podem definir as funções de estrutura para as polarizações longitudinal e transversal do fóton:

$$F_L(x, Q^2) = F_2 - 2xF_1 \quad (2.34)$$

$$F_T(x, Q^2) = 2xF_1. \quad (2.35)$$

Dessa maneira, a seção de choque de fotoabsorção é dada por:

$$\sigma^{\gamma^*N} = \sigma_L^{\gamma^*N} + \sigma_T^{\gamma^*N} = \frac{4\pi^2\alpha}{Q^2} [F_L + F_T]. \quad (2.36)$$

2.3 Modelo de pártons

Na seção anterior, a seção de choque inclusiva para o espalhamento profundamente inelástico foi calculada, mas a estrutura do nucleon que define a forma para $W_1(x, Q^2)$ e $W_2(x, Q^2)$ permanece desconhecida. Nos experimentos de espalhamento profundamente inelástico, indí-

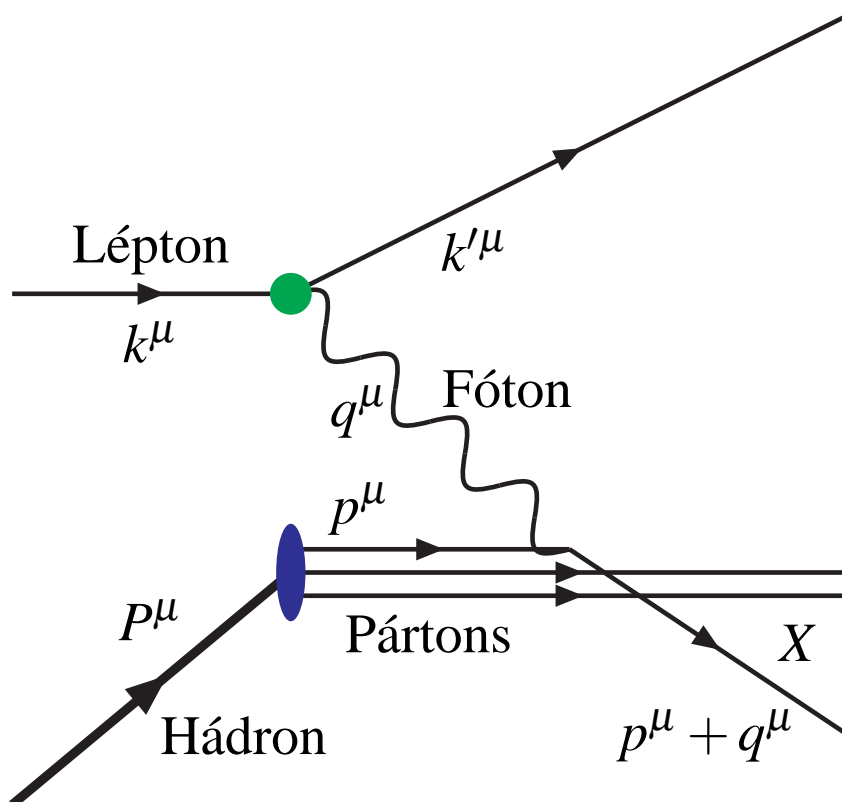


Figura 2.2: Espalhamento profundamente inelástico visto no modelo de pártons. O fóton virtual interage individualmente com os pártons que compõem o hádron.

Estudos sobre o comportamento das funções de estrutura podem ser obtidas. Em particular, no limite de alto Q^2 para x fixo, as funções de estrutura obedecem ao escalamento de Bjorken:

$$\lim_{Q \rightarrow \infty} F_1(x, Q^2) = F_1(x) \quad (2.37)$$

$$\lim_{Q \rightarrow \infty} F_2(x, Q^2) = F_2(x). \quad (2.38)$$

Este resultado indica que o próton é composto de partículas pontuais, chamadas de pártons, já que as funções de estrutura não apresentam nenhuma dependência na razão Q/Q_0 , em que Q_0 é alguma escala característica de seus constituintes.

No espalhamento profundamente inelástico, os pártons são sondados por um fóton virtual de grande Q^2 . Este fóton virtual irá interagir com cada párton individualmente, que se comportará como se estivesse livre, como mostra a Fig. 2.2. Isso é em virtude da análise do problema no referencial de momentum infinito, referencial no qual o momentum do hádron é muito grande. Neste referencial, dentro do hádron os pártons desfrutam de liberdade em altas energias por dilatação relativística do tempo. Esse comportamento da interação forte é possível devido à variação do parâmetro de acoplamento da teoria $\alpha_s(Q^2)$, que para escalas grandes tende a zero,

fenômeno chamado de liberdade assintótica. Contudo, a força forte é suficiente para manter os hádrons coesos e impedir que pártons sejam encontrados livres na natureza, indicando que a interação entre pártons realmente ocorre, mas em uma escala de tempo grande comparada com a da colisão.

A interação é entre o fóton de momentum q e o párton de momentum p . Já que se usa o referencial de momentum infinito, supõe-se que o párton é colinear ao hádron e as massas tanto do párton e do hádron são desprezadas. A relação entre os quadrimomenta p e P é:

$$p^\mu = \xi P^\mu, \quad (2.39)$$

em que ξ é chamado de fração de momentum. Desprezando-se a massa do párton após a absorção do fóton:

$$0 = (p + q)^2 = 2p \cdot q - Q^2 = 2\xi P \cdot q - Q^2 \quad (2.40)$$

e então $x = \xi$.

O hádron pode conter várias espécies de pártons, que serão identificadas pelo índice i . O párton pode ter fração de momentum variando de zero a um, com distribuição dada pela função de distribuição de párton $f_i(x)$. Se existem N_i pártons do tipo i compondo o hádron, vale a integral

$$\int_0^1 f_i(x) dx = N_i. \quad (2.41)$$

A conservação de momentum implica:

$$\int_0^1 \sum_i x f_i(x) dx = 1. \quad (2.42)$$

Essa igualdade não é respeitada pelos pártons conhecidos por meio do espalhamento profundamente inelástico, indicando que existe ao menos um tipo de párton que não carrega carga elétrica e, portanto, não participa do EPI. Após desenvolvido o modelo, os pártons foram identificados como quarks e antiquarks — férmions que possuem carga elétrica — e glúons — bósons neutros, responsáveis pelo que faltava do momentum. Os quarks apresentam-se em seis sabores: *up*, *down*, *strange*, *charm*, *bottom* e *top* (símbolos: u, d, s, c, b e t).

É importante ressaltar que, no modelo de pártons, as distribuições $f_i(x)$ são probabilidades e não amplitudes. A seção de choque para o espalhamento profundamente inelástico é dada

pela soma sobre as seções de choque elásticas dos pártons constituintes:

$$\sigma = \int_0^1 dx \sum_i f_i(x) \hat{\sigma}_i. \quad (2.43)$$

Se \hat{s} , \hat{t} e \hat{u} são as variáveis de Mandelstam para o subprocesso partônico:

$$e^- + q \rightarrow e^- + q, \quad (2.44)$$

a seção de choque do subprocesso pode ser escrita como:

$$\frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}} = \frac{2\pi\alpha^2 e_i^2}{\hat{s}^2} \frac{\hat{s}^2 + \hat{u}^2}{\hat{t}^2}, \quad (2.45)$$

em que e_i é a carga do parton de tipo i como razão da carga do pósitron. No presente caso, $\hat{t} = t = -Q^2$, $\hat{s} = 2p \cdot k = xs$ e, como as partículas no subprocesso são consideradas sem massa, $\hat{u} = -\hat{s} - \hat{t}$. Então:

$$\frac{d\hat{\sigma}}{dQ^2} = \frac{2\pi\alpha^2 e_i^2}{Q^4} \left[1 + \left(1 - \frac{Q^2}{xs} \right)^2 \right]. \quad (2.46)$$

Só resta combinar a seção de choque partônica com as distribuições de pártons para obter a seção de choque do espalhamento profundamente inelástico:

$$\frac{d\sigma}{dx dQ^2} = \frac{2\pi\alpha^2}{Q^4} \left[1 + \left(1 - \frac{Q^2}{xs} \right)^2 \right] \sum_i e_i^2 f_i(x). \quad (2.47)$$

A equação acima, quando comparada com a Eq. 2.33, leva à constatação de que:

$$F_1(x, Q^2) = \frac{F_2(x, Q^2)}{2x} \quad (2.48)$$

$$F_2(x, Q^2) = x \sum_i e_i^2 f_i(x). \quad (2.49)$$

É importante discernir dois tipos de processos citados aqui: processos macios, nos quais a escala é pequena comparada com a massa do próton, e processos duros, nos quais a escala é grande. A interação fóton-parton no espalhamento profundamente inelástico é um exemplo de processo duro, que pode ser calculado perturbativamente. Já a distribuição de pártons depende de processos macios que mantêm o hádron coeso e assim não pode ser calculada perturbativamente. É necessário uma solução não perturbativa da cromodinâmica quântica para ter o conhecimento completo das distribuições de pártons e, apesar dos avanços na CDQ na rede [67, 68], esta solução não está disponível. Na próxima seção, serão introduzidas parametrizações para as funções de distribuição de pártons, que completarão esta lacuna.

2.4 Parametrizações partônicas

Neste trabalho, usaremos funções de distribuição para nucleons livres e para nucleons dentro de núcleos. O próton é composto por três quarks de valência (dois *up* e um *down*). Estes quarks podem emitir glúons que, por sua vez, podem dividir-se em pares de quark e antiquark de qualquer sabor. Esta sequência de emissões cria uma nuvem de pártons associada ao hádron, com momenta variados. A probabilidade de encontrar estas flutuações partônicas está relacionada pelo princípio de com a energia da flutuação segundo o princípio de incerteza, logo glúons e depois os quarks ordenados por suas massas têm probabilidades decrescentes.

O cálculo completo das distribuições partônicas é um problema da cromodinâmica quântica não perturbativa, ainda não resolvido. Então, como uma solução fenomenológica, as funções de distribuição de pártons são parametrizadas a partir de variados experimentos; entre estes, são de grande importância o espalhamento profundamente inelástico e o processo Drell–Yan (tratado no Cap. 4).

Entre as diversas parametrizações existente na literatura, podem-se citar as mais usadas: GRV98 [69, 70]/GJR08 [71, 71] (Gluck, Jimenez-Delgado, Reya e Vogt), MRST [72] (Martin, Roberts, Stirling e Thorne) e CTEQ [73–75] (*The Coordinated Theoretical–Experimental Project on QCD*). Todas elas fazem a evolução na escala Q^2 com as equações de evolução DGLAP. Neste trabalho será usada a CTEQ6.1 como função de distribuição de pártons, que em seu ajuste levou em conta dados de uma variedade de experimentos, incluindo medidas de H1 e ZEUS (ambos em HERA) do espalhamento profundamente inelástico de corrente neutra e medidas de D0 (no Tevatron) de seção de choque de jatos inclusivos. A CTEQ6.1 tem sido amplamente utilizada e testada com bons resultados, além de ser a distribuição de pártons de preferência para o cálculo de distribuições de pártons nucleares, como se verá mais adiante. A CTEQ6.1 usa o esquema de número variável de sabores com massa nula (*zero-mass variable flavor number scheme: ZM–VFNS*), no qual todos os quarks tem massa nula e são ativos apenas quando a escala é maior que a massa limiar m_q .

As distribuições de pártons para um próton livre segundo a parametrização CTEQ6.1 estão delineadas na figura 2.3. A única fonte de antiquarks considerada é a flutuação de glúons em pares de quark e antiquark. Estes quarks são chamados de quarks de mar, em alusão ao mar de Dirac [76]. Os quarks de valência são então os quarks que restam, que efetivamente fixam os números quânticos como carga e spin do próton. Os quarks do tipo *strange* aparecem apenas como quarks de mar, já que o próton tem estranheza nula (não carrega nem quarks nem antiquarks *strange* de valência). Os glúons podem ser emitidos por quarks e antiquarks e são

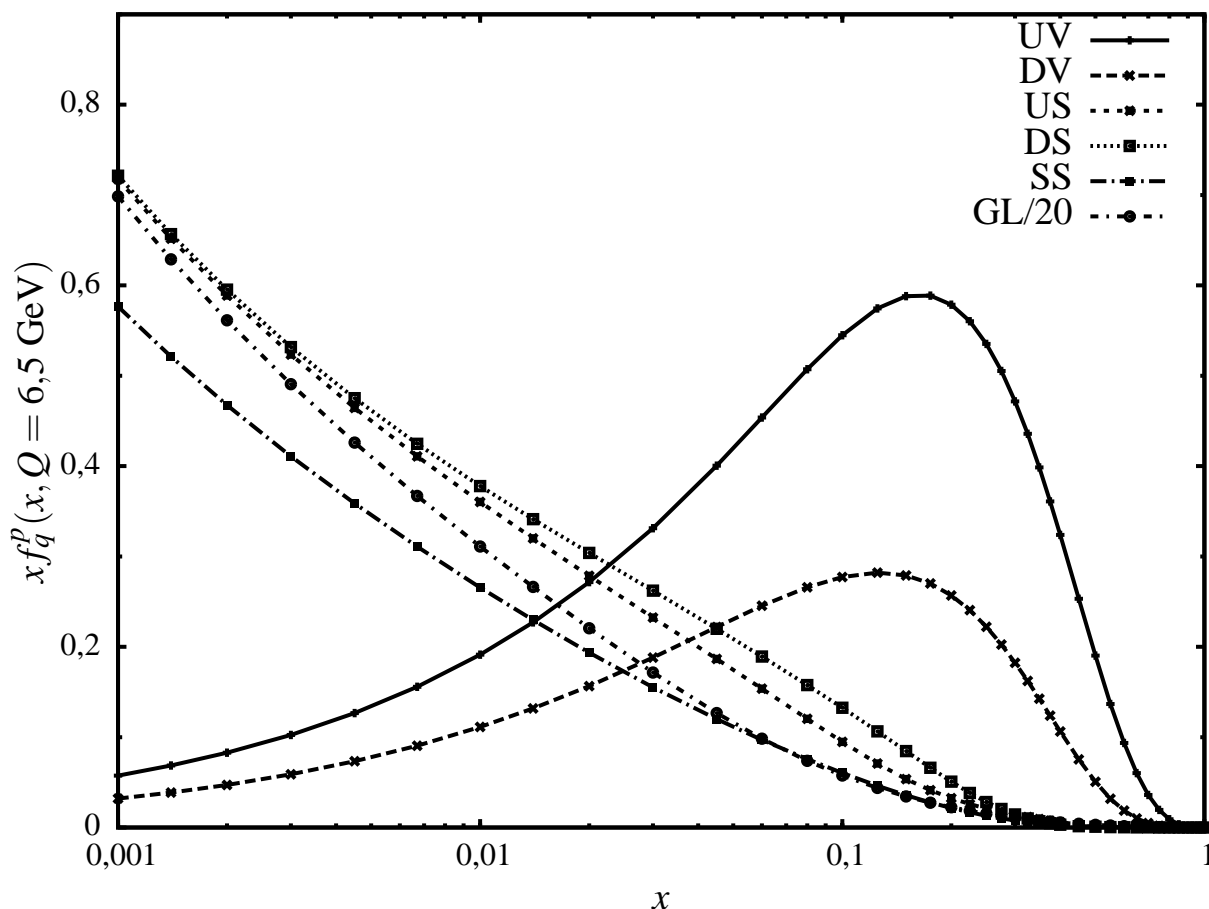


Figura 2.3: Distribuições de partons para um próton livre segundo a parametrização CTEQ6.1 multiplicadas por x . As curvas UV, DV, US, DS, SS e GL/20 representam as distribuições de quark *up* de valência, quark *down* de valência, quark *up* de mar, quark *down* de mar, quark *strange* de mar e de glúon (esta distribuição dividida por um fator de 20) respectivamente, para escala Q de 6,5 GeV.

os partons dominantes para pequeno x . Ainda que o modelo da CTEQ considere os quarks sem massa, o modelo é ajustado para descrever os experimentos, nos quais os quarks possuem massa e os glúons não, favorecendo a emissão destes para frações de momento muito pequenas.

2.5 Parametrizações partônicas nucleares

Para estudar o espalhamento profundamente inelástico entre elétrons e núcleos, o procedimento utilizado precisa sofrer modificações. A maneira mais simples e mais utilizada na literatura é considerar que o espalhamento elétron-núcleo é a soma dos espalhamentos entre os elétrons e os nucleons que compõem este núcleo. Para representar isso, apenas as funções de distribuição de partons são modificadas, passando a receber o nome de funções de distribuição de partons nucleares (f_q^A , em que A é o número de massa do elemento). Então, as funções nu-

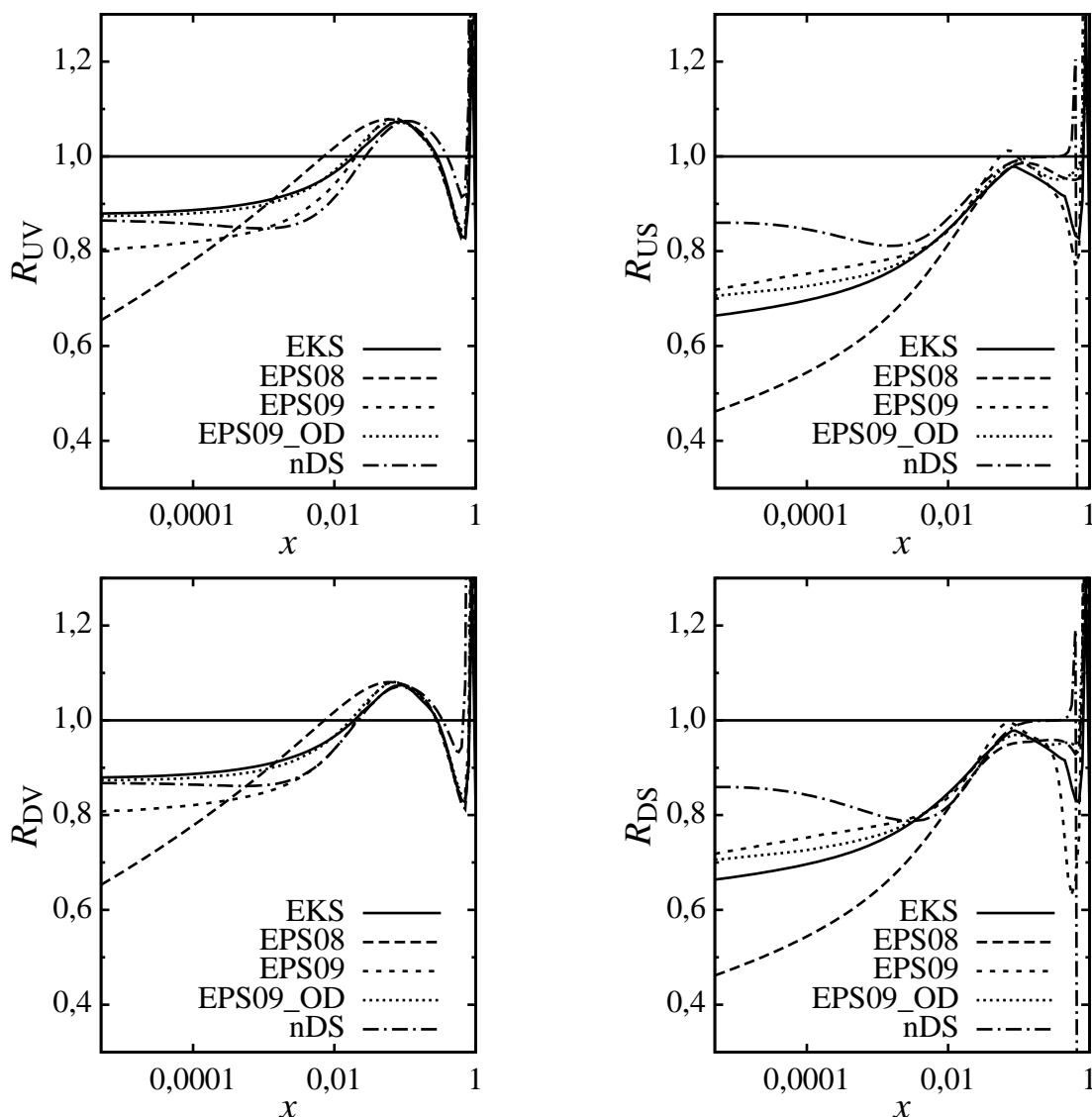


Figura 2.4: Fatores de modificação $R_q^A(x, Q)$ para as parametrizações EKS, EPS08, EPS09 e nDS com $A = 197$ e escala $Q = 6,5$ GeV. Fatores para quarks de valência e de mar dos tipos *up* e *down*.

cleares são definidas para um nucleon dentro do núcleo, ou seja, x é quanto o parton carrega de momentum do nucleon, que por sua vez tem $1/A$ da energia do núcleo.

As funções de distribuição de partons nucleares usadas neste trabalho são calculadas a partir das funções de prótons livres. Para obter então a seção de choque total, é necessário multiplicar por A o resultado obtido. Quatro parametrizações são usadas: três fornecidas por Eskola, Kolhinen, Paukkunen e Salgado (EKS) [77–79], EPS08 [80], and EPS09 [81] e a fornecida por de Florian e Sassot (nDS) [82]. Todas as distribuições nucleares apresentadas aqui usam o esquema de número variável de sabores com massa nula.

As parametrizações EKS, EPS08 e EPS09 dão a função de distribuição partônica nuclear

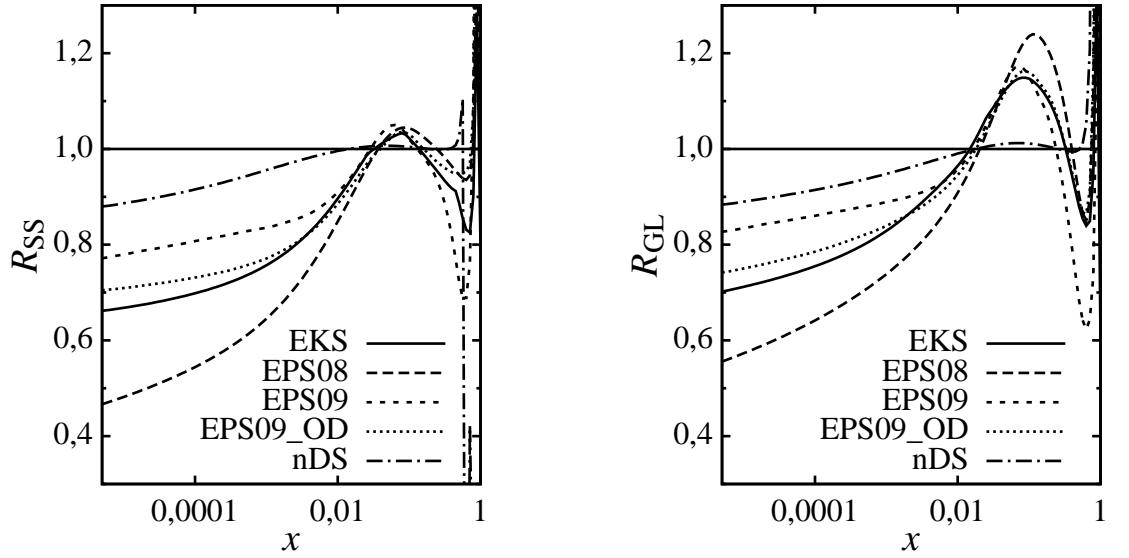


Figura 2.5: Fatores de modificação $R_q^A(x, Q)$ para as parametrizações EKS, EPS08, EPS09 e nDS com $A = 197$ e escala $Q = 6,5$ GeV. Fatores para quark do tipo *strange* e para glúons.

de um próton simplesmente como a função de um próton livre vezes um fator:

$$f_q^{A-\text{próton}}(x, Q) = R_q^A(x, Q) f_q^p(x, Q). \quad (2.50)$$

Para obter a distribuição de um nêutron, a simetria de isospin é usada:

$$f_q^{A-\text{nêutron}}(x, Q) = R_{q'}^A(x, Q) f_{q'}^p(x, Q); \quad (2.51)$$

em que, se q é *up* (ou *down*), q' é *down* (ou *up*). Para outros sabores, as distribuições em nêutrons e prótons coincidem. O objeto mais importante, entretanto, é a distribuição partônica nuclear, dada, por exemplo, por

$$f_u^A = \frac{Z}{A} R_u^A(x, Q) f_u^p(x, Q) + \frac{A-Z}{A} R_d^A(x, Q) f_d^p(x, Q), \quad (2.52)$$

em que Z é o número atômico do núcleo.

O ajuste aos dados é feito por meio de parametrizações das condições iniciais à escala Q_0 da ordem de 1 GeV, posterior evolução em Q e comparação com os resultados dos experimentos. A evolução leva em conta a conservação de número bariônico e de momentum. Como distribuições de pártons de próton livre são usadas a GRV98 (no caso da EKS) e a CTEQ6.1 (no caso da EPS08 e da EPS09). A EKS e a EPS08 estão disponíveis apenas em ordem dominante, enquanto a EPS09 está disponível também em ordem seguinte à dominante.

Enquanto a EKS faz seu ajuste a dados do espalhamento profundamente inelástico entre lépton e núcleo e também dados de produção de diléptons a partir do processo Drell–Yan, a

EPS08 inclui dados de produção inclusiva de hádrons com grande momentum transversal e grande rapidez do experimento BRAHMS do acelerador RHIC. Estes resultados atingem frações de momentum bem pequenas, em torno de 10^{-4} . Estes resultados para x muito pequeno são muito úteis para ajustar as distribuições de glúons nesta região de x . Já a EPS09, além de avançar para a ordem seguinte à dominante, não usa esse conjunto de dados de produção de hádrons utilizado pela EPS08, argumentando que as distribuições partônicas de prótons livres não se ajustam bem aos resultados de colisões próton–próton correspondentes, impedindo que o ajuste aos dados de colisões hadrônicas tenha significado físico. Ao invés disso a EPS09 inclui dados de produção inclusiva de píons para rapidez intermediária do experimento PHENIX (também do RHIC), com x aproximado de 10^{-2} .

A parametrização nDS é a primeira parametrização nuclear em ordem seguinte à dominante. A parametrização obtém a função nuclear por meio de uma convolução da função de próton livre com uma função-peso W :

$$f_q^{A\text{-próton}}(x, Q) = \int_x^A \frac{dy}{y} W_q(y, A) f_q^p\left(\frac{x}{y}, Q\right). \quad (2.53)$$

A convolução apresenta muitas vantagens: e.g., por meio da transformada de Mellin:

$$\{\mathcal{M}f\}(s) = \int_0^\infty x^s f(x) \frac{dx}{x}, \quad (2.54)$$

a evolução em Q pode ser resolvida muito mais facilmente, o que permite a aplicação à ordem seguinte à dominante, e o intervalo de x não fica restrito a $0 \leq x \leq 1$, mas a $0 \leq x \leq A$. Para ajustar as funções-peso W_q , a nDS usa a GRV como função partônica de prótons livres.

Nas Figs. 2.4 e 2.5 estão calculadas as razões $R_q^A(x, Q)$ para as diferentes parametrizações utilizadas com $A = 197$ e escala $Q = 6,5$. Os seguintes efeitos nucleares (ver Ref. 83 e suas referências para mais detalhes) podem ser observados:

- Movimento de Fermi para aproximadamente $x \approx 1$; corresponde a um aumento das razões R_q^A . O efeito nuclear movimento de Fermi é causado prioritariamente pelo movimento de Fermi dos nucleons. Por hipótese, na aproximação utilizada, cada nucleon carrega $1/A$ da energia do núcleo e os pártons levam fração de momentum do nucleon dada por $x < 1$ e, portanto, fração de momentum do núcleo igual a x/A . Em outras palavras, x é a fração de momentum que o párton leva de um nucleon que idealmente leva exatamente $1/A$ da energia do núcleo. Contudo, este não precisa ser o caso, já pode haver uma distribuição não equitativa de energia pelos nucleons. Assim, podem existir casos em que o nucleon possui mais energia do que $1/A$ da energia do núcleo e então um párton pode possuir $x > 1$ e que haja um aumento de pártons com $x \approx 1$. No caso limite, pártons podem

carregar quase toda a energia do núcleo ($x \lesssim A$).

- Efeito EMC (*European Muon Collaboration*) para aproximadamente $0,3 \lesssim x \lesssim 1$; corresponde a uma redução das razões R_q^A . Este foi o primeiro efeito nuclear a ser observado pela colaboração que leva seu nome, mostrando que as funções de pártons nucleares são diferentes das de prótons livres. Este efeito pode ser entendido a partir da existência de píons que mantêm o núcleo coeso e levam parte do momentum do núcleo que seria atribuído para cada nucleon.
- Anti-sombreamento para $0,01 \lesssim x \lesssim 0,3$; corresponde a um aumento das razões R_q^A . O efeito de anti-sombreamento é entendido como um efeito nuclear necessário para manter as conservações de momentum (Eq. 2.42) e de número bariônico (Eq. 2.41), dado que os outros efeitos sozinhos violariam estas equações.
- Sombreamento para $x \lesssim 0,01$; corresponde a uma redução das razões R_q^A . O efeito de sombreamento é devido aos múltiplos espalhamentos: para pequeno x (altas energias), a interação pode se dar com vários nucleons. As amplitudes de espalhamento com um, dois, três ou mais nucleons interferem reduzindo a seção de choque.

Nas Figs. 2.4 e 2.5, pode ser visto que as parametrizações EPS09 de ordem dominante e EKS são muito similares e, por esse motivo, a EPS09 de ordem dominante não será usada nesse trabalho. A parametrização EPS08 mostra um comportamento bem distinto das outras, incluindo um forte sombreamento gluônico, que foi contestado para alguns valores da escala Q como não físico na Ref. 84, dado que existe um limite para que os glúons se recombinem, proporcional à probabilidade de que eles interajam. A parametrização nDS tem características que não correspondem ao panorama dos efeitos nucleares expostos acima (como o aumento da razão $R_{F_2}^A$ para x muito pequeno e valores muito baixos quando $x \approx 1$) e por isso será abandonada daqui em diante.

2.6 EPI no formalismo de dipolos de cor

O espalhamento profundamente inelástico pode ser estudado também no formalismo de dipolos de cor, que é tratado, por exemplo, nos livros [85–87]. Nesse formalismo, o fóton é decomposto em seus estados de Fock:

$$|\gamma^*\rangle = |\gamma^*\rangle_{\text{nu}} + |q\bar{q}\rangle + |q\bar{q}g\rangle + \dots$$

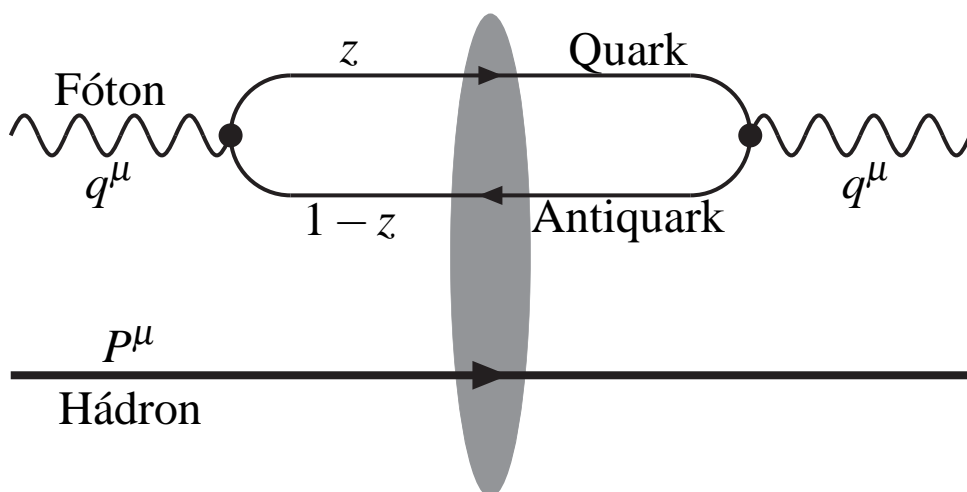


Figura 2.6: EPI no formalismo de dipolos. O fóton virtual flutua em um par de quark e antiquark que interage com o alvo. Na figura, está representada a amplitude de espalhamento frontal.

Apenas interessam os estados que podem interagir pela força forte. Sendo assim, o estado mais importante é o par de quark e antiquark, que forma um dipolo de cor. O formalismo então dá preferência ao referencial de repouso do alvo, para que o máximo de energia fique com o fóton, a fim de que este possa se dissociar no dipolo.

As variáveis que identificam o dipolo de cor são as seguintes: \mathbf{x}_0 é a posição do quark no plano transversal, enquanto \mathbf{x}_1 é a posição do antiquark. A diferença é o tamanho do dipolo $\mathbf{r} = \mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_1$. O parâmetro de impacto \mathbf{b} , que dá a posição transversal do centro do dipolo, é dado por:

$$\mathbf{b} = \frac{\mathbf{x}_0 + \mathbf{x}_1}{2}. \quad (2.55)$$

A fração de momentum do fóton carregada pelo quark é z , sobrando para o antiquark portar fração de momentum $1 - z$. O momentum transversal do quark (antiquark) é $\mathbf{l} (-\mathbf{l})$

O formalismo de dipolos de cor é válido quando o tempo de dissociação do dipolo é muito maior do que o tempo de interação com o alvo. Quando isso ocorre, o tamanho transversal do dipolo de cor pode ser considerado fixo no momento da interação com o hádron, ou seja, o dipolo de cor se forma muito antes de chegar ao alvo. O tempo de dissociação é estimado a

partir do princípio de incerteza. A energia do fóton virtual é:

$$E_{\gamma^*} = \sqrt{-Q^2 + q_3^2} \approx q_3 - \frac{Q^2}{2q_3}, \quad (2.56)$$

em que a aproximação é feita no limite de grande q_3 . As energias do quark e antiquark são dadas por:

$$E_1 = \sqrt{m_q^2 + \mathbf{I}^2 + z^2 q_3^2} \approx zq_3 + \frac{m_q^2 + \mathbf{I}^2}{2zq_3} \quad (2.57)$$

$$E_2 = \sqrt{m_q^2 + \mathbf{I}^2 + (1-z)^2 q_3^2} \approx (1-z)q_3 + \frac{m_q^2 + \mathbf{I}^2}{2(1-z)q_3}. \quad (2.58)$$

A diferença de energia entre os estados é então:

$$E_1 + E_2 - E_{\gamma^*} = \frac{z(1-z)Q^2 + m_q^2 + \mathbf{I}^2}{2z(1-z)q_3}. \quad (2.59)$$

Para que o tempo de dissociação seja grande, a diferença de energia deve ser pequena. Supondo que $m_q^2 + \mathbf{I}^2 \lesssim z(1-z)Q^2$ e usando a aproximação $q_3 \approx q_0 = Q^2/(2Mx)$, o formalismo de dipolos é válido quando x é pequeno:

$$\frac{z(1-z)Q^2}{2z(1-z)q_3} = Mx \ll 1. \quad (2.60)$$

Relembrando, para x muito pequeno, o espalhamento profundamente inelástico é dominado pelas distribuições de glúons no modelo de pártons. No formalismo de dipolos, o dipolo de cor irá interagir justamente com os glúons do alvo em primeira ordem.

Quando o formalismo de dipolos de cor é válido, os dipolos podem ser interpretados como observáveis. Assim, a seção de choque inclusiva entre o fóton polarizado transversalmente (T) ou longitudinalmente (L) e o alvo é dada pela forma fatorizada:

$$\sigma_{T,L}^{\gamma^*N}(x, Q^2) = \int d^2r \int_0^1 dz |\Psi_{T,L}(\mathbf{r}, z; Q^2)|^2 \sigma_{\text{dip}}(\mathbf{r}, x), \quad (2.61)$$

em que $\Psi_{T,L}$ são as funções de onda que descrevem a formação do dipolo de cor a partir do fóton, calculáveis na eletrodinâmica quântica e dadas por [88, 89]:

$$|\Psi_T(\mathbf{r}, z)|^2 = \frac{2N_c \alpha}{(2\pi)^2} \sum_i e_i^2 \{ \tilde{Q}^2 [z^2 + (1-z)^2] K_1^2(r\tilde{Q}) + m_i^2 K_0^2(r\tilde{Q}) \} \quad (2.62)$$

$$|\Psi_L(\mathbf{r}, z)|^2 = \frac{2N_c \alpha}{(2\pi)^2} \sum_i e_i^2 4Q^2 z^2 (1-z)^2 K_0^2(r\tilde{Q}), \quad (2.63)$$

em que $\tilde{Q}^2 = z(1-z)Q^2 + m_i^2$ e K_i é a função de Bessel modificada do segundo tipo de ordem i . A soma $\Phi(\mathbf{r}, z, Q^2) = |\Psi_T(\mathbf{r}, z, Q^2)|^2 + |\Psi_L(\mathbf{r}, z, Q^2)|^2$ pode ser entendida como a densidade de

dipolos no fóton virtual. A função de estrutura pode ser obtida no formalismo de dipolos pela expressão:

$$F_2(x, Q^2) = \frac{Q^2}{4\pi^2\alpha} \left[\sigma_T^{\gamma^*N}(x, Q^2) + \sigma_L^{\gamma^*N}(x, Q^2) \right]. \quad (2.64)$$

A seção de choque de dipolo–alvo $\sigma_{\text{dip}}(\mathbf{r}, x)$ é a seção de choque entre todos os estados derivados do par original e o alvo. Essa seção de choque inclusiva pode ser relacionada, por meio do teorema óptico, com a parte imaginária da amplitude de espalhamento frontal $T(\mathbf{r}, z, \mathbf{b})$, representada na Fig. 2.6:

$$\sigma_{\text{dip}}(\mathbf{r}, x) = 2 \int d^2\mathbf{b} \langle T(\mathbf{r}, x, \mathbf{b}) \rangle, \quad (2.65)$$

em que a média é feita sobre todas as realizações do alvo. Assumindo independência sobre o parâmetro de impacto, a seção de choque dipolo–próton é dada por

$$\sigma_{\text{dip}}(\mathbf{r}, x) = 2\pi R_N^2 \langle T(\mathbf{r}, x) \rangle, \quad (2.66)$$

em que R_N é o raio do nucleon. Descrever a seção de choque de dipolo é um trabalho que exige uma certa profundidade e que será realizado no próximo capítulo.

2.7 Escalamento geométrico

O escalamento geométrico é uma propriedade muito importante das seções de choque em altas energias. Foi observado pela primeira vez nos dados de HERA de espalhamento γ^* – p inclusivo de pequeno x [90]. O escalamento é dado pela propriedade de que a seção de choque passa a depender apenas de uma combinação de x e Q ao invés das duas variáveis separadamente:

$$\sigma^{\gamma^*p}(x, Q^2) = \sigma^{\gamma^*p} \left(\frac{Q^2}{Q_s^2(x)} \right)$$

em que $Q_s^2(x)$ é a escala de saturação. A variável $Q_s^2(x)$ dá a escala na qual os efeitos de saturação das distribuições partônicas tornam-se importantes ($Q < Q_s$) e será melhor discutida no Cap. 3. A variável $Q_s^2(x)$ depende de x segundo a proporcionalidade:

$$Q_s^2(x) \propto x^{-\lambda} = \exp(\lambda Y),$$

com expoente de saturação $\lambda \approx 0,3$. O nome *geométrico* vem justamente desta dependência em uma potência de x . Logo, quanto maior a rapidez, maior a escala de saturação.

Na Fig. 2.7, os dados de HERA mostram o escalamento geométrico, visto que os pontos

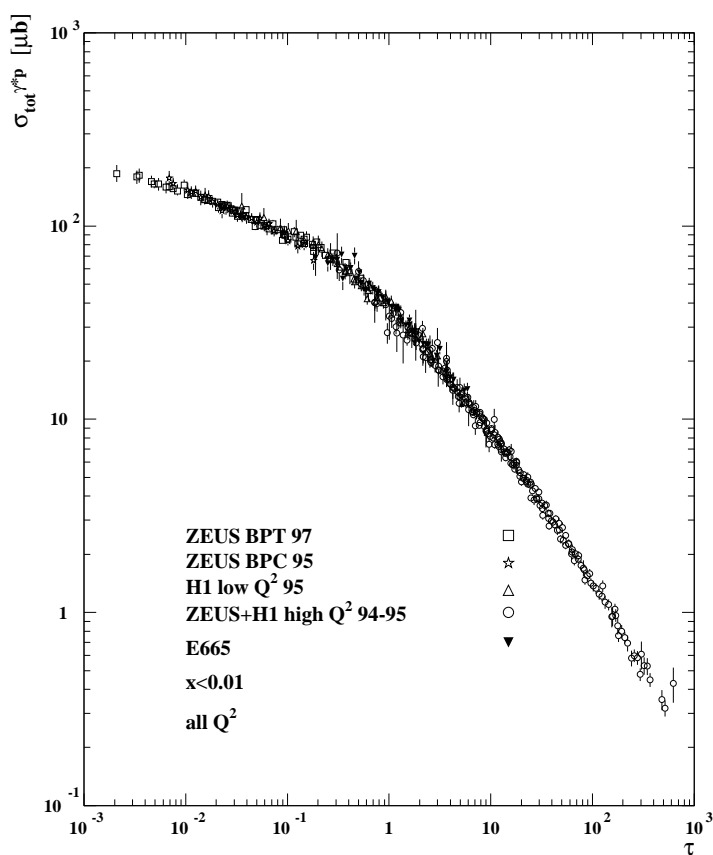


Figura 2.7: Escalamiento geométrico observado nos dados de HERA de espalhamento γ^*p inclusivo de pequeno x . Os dados dependem apenas da variável $\tau = \frac{Q^2}{Q_s^2(x)}$. Figura retirada da Ref. 90.

caem aproximadamente sobre uma linha quando plotados em função da variável de escalamiento.

3 *Seção de choque de dipolo–alvo*

Este capítulo é dedicado ao embasamento teórico do formalismo de dipolos de cor [24–26] e ao estudo das seção de choque de dipolos. A seção de choque de dipolos é, no espalhamento profundamente inelástico, a seção de choque entre o dipolo de cor (uma flutuação do fóton virtual) e o alvo, no caso, um próton. O dipolo de cor é formado por um quark de determinada cor e um antiquark de anticor complementar, de tal forma que a combinação da cor e da anti-cor é branca (ou incolor). A evolução com a rapidez das seções de choque de dipolos e suas parametrizações fenomenológicas são tratadas aqui.

3.1 Considerações gerais

O primeiro conceito relacionado com a seção de choque de dipolos chama-se transparência à cor. Se a distância entre o quark e o antiquark do dipolo é muito pequena, cor e anticor estão praticamente sobrepostas e a probabilidade de que o par interaja fortemente com o próton é muito pequena. Então, a seção de choque de dipolos tende a zero quando o tamanho do dipolo aproxima-se de zero.

A seção de choque de dipolos pode ser calculada perturbativamente e, em ordem dominante em α_s e para pequeno x , é dada por [91, 92]:

$$\sigma_{\text{dip}}(r, x) = \frac{\pi^2}{3} \alpha_s r^2 x G(x). \quad (3.1)$$

Para pequeno x a contribuição dos glúons do alvo $G(x)$ é a mais importante no espalhamento profundamente inelástico, já que os glúons são partículas sem massa e portanto são mais propensos à criação com pequena fração de momentum.

À medida que a distância entre o par de quark e antiquark (r) cresce, a seção de choque de dipolos aumenta, pois as cargas de cor ficam mais afastadas e produzem um efeito maior interagindo com o próton. Outro efeito que aumenta $\sigma_{\text{dip}}(r, x)$ é o crescimento de $G(x)$. Se a distribuição de glúons tem evolução em x descrita pela equação DGLAP [11–13] (o usual nas

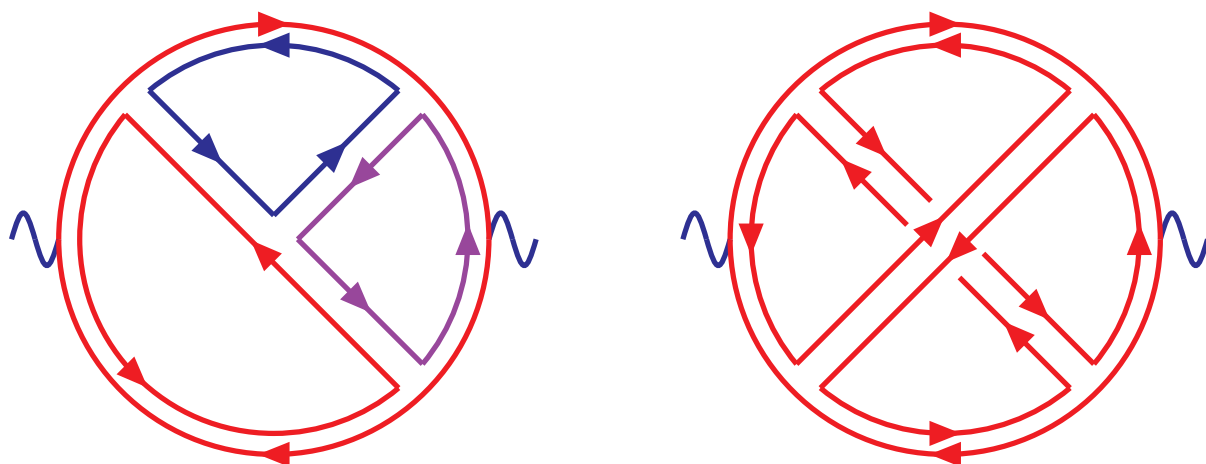


Figura 3.1: Cada vértice representa um fator de α_s , enquanto cada laço representa um fator de N_c . Assim, para mesma ordem em α_s , diagramas planares possuem um fator de N_c^2 a mais do que diagramas não planares.

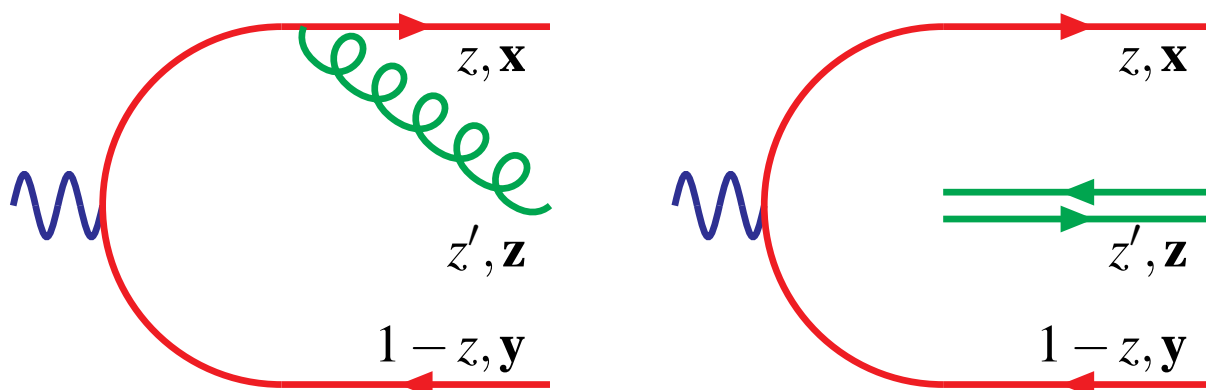


Figura 3.2: À esquerda, a emissão de um glúon com fração de momentum z' pelo dipolo original. À direita, o desdobramento de um dipolo em dois, que representa a combinação dos diagramas de glúons emitidos pelo quark e antiquark, válido quando $z' \ll z, 1-z$.

parametrizações), para x arbitrariamente pequeno a função $G(x)$ é arbitrariamente grande, de maneira a tornar a seção de choque não unitária. Assim, espera-se que para algum x suficientemente pequeno ocorra a saturação dos glúons. Então, correções em ordens mais altas tais como a recombinação de glúons introduzidas na equação GLR [18–20] e na equação AGL [21–23] e tais como a troca de múltiplos glúons entre o dipolo e o alvo precisam ser levadas em conta para recuperar a unitariedade da teoria, tornando a seção de choque de dipolos saturada.

3.2 Evolução de dipolos

No formalismo de dipolos, como descrito por Mueller [24–26], o desdobramento do fóton no dipolo de cor ocorre muito antes da colisão com o alvo. Antes dessa colisão, o dipolo de cor inicial pode emitir glúons. A grande parte destes glúons, em altas energias, carregam pequena fração de momentum e serão por isso chamados de glúons macios. No limite de grande número de cores N_c , estes glúons macios podem ser substituídos por um par de quark e antiquark na mesma posição e em um estado do octeto de cor, como está descrito na Fig. 3.1. Nos diagramas, cada vértice representa um fator de α_s , enquanto cada laço representa um fator de N_c . Assim, para mesma ordem em α_s , diagramas planares possuem um fator de N_c^2 a mais do que diagramas não planares e são dominantes para $N_c \rightarrow \infty$. Na prática, se sabe que a CDQ tem $N_c = 3$ e então desprezar os diagramas não planares representa um erro de aproximadamente 10%.

Na Fig. 3.2, podemos ver a substituição do glúon pelo par de quark e antiquark. O que ocorre efetivamente é que o dipolo inicial $\mathbf{x}-\mathbf{y}$ se desdobra em dois novos dipolos $\mathbf{x}-\mathbf{z}$ e $\mathbf{z}-\mathbf{y}$. Este desdobramento ocorre muito antes da interação com o alvo, de tal maneira que as coordenadas transversais podem ser consideradas fixas no momento da interação. Mais glúons macios podem ser emitidos pelo quark, pelo antiquark e mesmo pelos glúons. Desde que seja mantido que $z, 1-z \gg z' \gg z'' \gg z''' \gg \dots$, o formalismo é válido e o dipolo inicial se torna uma coleção de dipolos, chamada de ômium. Os glúons não se cruzam, já que apenas diagramas planares são considerados. Os vários estados do ômium a diferentes rapidezzes podem ser relacionados por leis diferenciais, em termos da probabilidade de interação com alvo. Nesse sentido, diz-se que o ômium pode evoluir em rapidez, ou seja, alterando as amplitudes de seus estados conforme muda Y .

3.2.1 Hierarquia de equações de Balitsky

A hierarquia de equações de Balitsky [27] toma a rapidez como variável de evolução. Com o aumento da rapidez, um dipolo com coordenadas transversais \mathbf{x} e \mathbf{y} pode desdobrar-se em dois dipolos por meio da emissão de um novo glúon com coordenada \mathbf{z} (os dois novos dipolos têm coordenadas: $\mathbf{x}-\mathbf{z}$ e $\mathbf{z}-\mathbf{y}$). A probabilidade de que isso ocorra é dada por:

$$\frac{\bar{\alpha}}{2\pi} \mathcal{M}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) dY d^2z, \quad (3.2)$$

em que $\bar{\alpha} = \alpha_s N_c / \pi$ e

$$\mathcal{M}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) = \frac{(\mathbf{x} - \mathbf{y})^2}{(\mathbf{x} - \mathbf{z})^2 (\mathbf{z} - \mathbf{y})^2}. \quad (3.3)$$

A equação de evolução para a média da amplitude $T(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ (sobre todas as realizações do alvo) é dada por:

$$\begin{aligned} \partial_Y \langle T(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \rangle = & \frac{\bar{\alpha}}{2\pi} \int d^2\mathbf{z} \mathcal{M}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) [\langle T(\mathbf{x}, \mathbf{z}) \rangle + \langle T(\mathbf{z}, \mathbf{y}) \rangle \\ & - \langle T(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \rangle - \langle T(\mathbf{x}, \mathbf{z})T(\mathbf{z}, \mathbf{y}) \rangle]. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Os dois primeiros termos no lado direito da equação acima representam a criação dos novos dipolos $\mathbf{x}—\mathbf{z}$ e $\mathbf{z}—\mathbf{y}$. Estes dipolos podem interagir com o alvo e portanto aumentam a amplitude de interação do dipolo inicial $\mathbf{x}—\mathbf{y}$. O terceiro termo desconta a interação do dipolo inicial no caso de criação dos novos dipolos. Como na equação a evolução não é da densidade de dipolos mas da amplitude de interação desta densidade, o quarto e não linear termo desconta a interação simultânea dos dois dipolos, já que no primeiro e no segundo termo cada amplitude de espalhamento foi considerada independentemente da outra. Se este último termo é esquecido, os casos nos quais os dois novos dipolos interagem com o alvo são contados duas vezes.

Esta equação não é uma equação fechada, mas sim a primeira de uma hierarquia infinita, dado que a equação de $\langle T(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \rangle$ depende de $\langle T(\mathbf{x}, \mathbf{z})T(\mathbf{z}, \mathbf{y}) \rangle$. A segunda equação da hierarquia é:

$$\begin{aligned} \partial_Y \langle T(\mathbf{x}_1, \mathbf{y}_1)T(\mathbf{x}_2, \mathbf{y}_2) \rangle \\ = \langle T(\mathbf{x}_2, \mathbf{y}_2) \partial_Y T(\mathbf{x}_1, \mathbf{y}_1) \rangle + \langle T(\mathbf{x}_1, \mathbf{y}_1) \partial_Y T(\mathbf{x}_2, \mathbf{y}_2) \rangle \end{aligned} \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} = \frac{\bar{\alpha}}{2\pi} \int d^2\mathbf{z} \mathcal{M}(\mathbf{x}_1, \mathbf{y}_1, \mathbf{z}) [\langle T(\mathbf{z}, \mathbf{y}_1)T(\mathbf{x}_2, \mathbf{y}_2) \rangle + \langle T(\mathbf{x}_1, \mathbf{z})T(\mathbf{x}_2, \mathbf{y}_2) \rangle \\ - \langle T(\mathbf{x}_1, \mathbf{y}_1)T(\mathbf{x}_2, \mathbf{y}_2) \rangle - \langle T(\mathbf{x}_1, \mathbf{z})T(\mathbf{z}, \mathbf{y}_1)T(\mathbf{x}_2, \mathbf{y}_2) \rangle] + (1 \leftrightarrow 2). \end{aligned} \quad (3.6)$$

3.2.2 Equação de Balitsky–Kovchegov

A equação de Balitsky–Kovchegov [27–29] é a aproximação de campo médio da hierarquia de equações de Balitsky, quando vale:

$$\langle T(\mathbf{x}, \mathbf{z})T(\mathbf{z}, \mathbf{y}) \rangle = \langle T(\mathbf{x}, \mathbf{z}) \rangle \langle T(\mathbf{z}, \mathbf{y}) \rangle. \quad (3.7)$$

A equação BK é então:

$$\begin{aligned} \partial_Y \langle T(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \rangle = & \frac{\bar{\alpha}}{2\pi} \int d^2\mathbf{z} \mathcal{M}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) [\langle T(\mathbf{x}, \mathbf{z}) \rangle + \langle T(\mathbf{z}, \mathbf{y}) \rangle \\ & - \langle T(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \rangle - \langle T(\mathbf{x}, \mathbf{z}) \rangle \langle T(\mathbf{z}, \mathbf{y}) \rangle]. \end{aligned} \quad (3.8)$$

No formalismo de dipolos, a equação BFKL (Balitsky, Fadin, Kuraev e Lipatov [14–17])

nada mais é do que a equação BK sem o termo de múltiplos espalhamentos:

$$\partial_Y \langle T(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \rangle = \frac{\bar{\alpha}}{2\pi} \int d^2z \mathcal{M}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) [\langle T(\mathbf{x}, \mathbf{z}) \rangle + \langle T(\mathbf{z}, \mathbf{y}) \rangle - \langle T(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \rangle]. \quad (3.9)$$

Quando as amplitudes $T(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ são pequenas, a aproximação da BFKL faz sentido. Contudo, com a evolução em rapidez, as amplitudes aumentam e podem até passar da unidade. A BFKL além disso apresenta um problema crítico: a difusão no infravermelho, i. e., a tendência de crescimento da amplitude para grandes tamanhos de dipolos que não são bem descritos pela teoria. Assim, a parte perturbativa da teoria passa a receber mais e mais contribuições da região não perturbativa, na qual a evolução nem deveria estar sendo aplicada.

A equação BK resolve os problemas citados da equação BFKL. O termo não linear limita as amplitudes a serem menores que a unidade, limitando também a influência da parte não perturbativa da solução na parte perturbativa. Assim, a escala de saturação $Q_s(Y)$ aparece naturalmente nas soluções, separando a parte saturada (que aumenta de extensão com a rapidez) da parte não saturada.

Para obter-se uma equação mais simples, é possível supor que a amplitude $T(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ não depende do parâmetro de impacto nem da orientação do dipolo (alvo homogêneo e infinito), mas apenas do módulo de $\mathbf{r} = \mathbf{y} - \mathbf{x}$. A transformada de Fourier da média da amplitude é definida como [29]:

$$N_Y(k) = \frac{1}{2\pi} \int \frac{d^2r}{r^2} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \langle T(r) \rangle = \int_0^\infty \frac{dr}{r} J_0(kr) \langle T(r) \rangle, \quad (3.10)$$

em que $J_0(r)$ é a função de Bessel do primeiro tipo de ordem zero. Assim, a equação BK sem dependência em parâmetro de impacto é dada no espaço de momentum por [29, 93]:

$$\partial_Y N_Y(k) = \bar{\alpha} \int \frac{dp^2}{p^2} \left[\frac{p^2 N_Y(p) - k^2 N_Y(k)}{|k^2 - p^2|} + \frac{k^2 N_Y(k)}{\sqrt{4p^4 + k^4}} \right] - \bar{\alpha} N_Y^2(k). \quad (3.11)$$

De maneira simplificada, pode-se representar o termo linear por $\chi(-\partial_\rho) N_Y$ e a equação pode ser reescrita como:

$$\partial_Y N_Y(k) = \bar{\alpha} \chi(-\partial_\rho) N_Y - \bar{\alpha} N_Y^2, \quad (3.12)$$

em que

$$\chi(\gamma) = 2\psi(1) - \psi(\gamma) - \psi(1 - \gamma) \quad (3.13)$$

é a transformada de Mellin do cerne da BFKL e $\rho = \log(k^2/k_0^2)$. A função $\psi(\gamma)$ é a função

digama de Euler e é definida como

$$\psi(\gamma) = \frac{d}{d\gamma} \ln \Gamma(\gamma) = \frac{\Gamma'(\gamma)}{\Gamma(\gamma)}, \quad (3.14)$$

em que $\Gamma(\gamma)$ é a função gama de Euler.

O cerne $\chi(-\partial_\rho)$ (3.13) é um operador integro-diferencial e pode ser escrito por meio da expansão em série em torno de um ponto γ_0 qualquer entre 0 e 1:

$$\begin{aligned} \chi(-\partial_\rho) &= \chi(\gamma_0)\mathbf{1} + \chi'(\gamma_0)(-\partial_\rho - \gamma_0\mathbf{1}) + \frac{1}{2}\chi''(\gamma_0)(-\partial_\rho - \gamma_0\mathbf{1})^2 \\ &+ \frac{1}{6}\chi'''(\gamma_0)(-\partial_\rho - \gamma_0\mathbf{1})^3 + \dots \end{aligned} \quad (3.15)$$

O operador identidade é representado aqui por $\mathbf{1}$.

Munier e Peschanski [94–97] usaram a aproximação difusiva do cerne da BFKL (consideraram até o termo de segunda ordem da expansão do cerne) no ponto de sela γ_c ($\chi(\gamma_c) = \gamma_c \chi'(\gamma_c)$), válido para rapidezzes assintóticas:

$$\chi(-\partial_\rho) = -\chi'(\gamma_c)\partial_\rho + \frac{1}{2}\chi''(\gamma_c)(-\partial_\rho - \gamma_c\mathbf{1})^2 \quad (3.16)$$

e realizaram as substituições de variáveis:

$$t \sim \bar{\alpha}Y, \quad x \sim \log(k^2/k_0^2), \quad u \sim N_Y \quad (3.17)$$

para mostrar que a equação BK no espaço de momentum pode ser reescrita como a equação FKPP (Fisher, Kolmogorov, Petrovsky e Piscounov [98, 99]):

$$\partial_t u(x, t) = \partial_x^2 u(x, t) + u(x, t) - u^2(x, t). \quad (3.18)$$

A equação FKPP possui uma variável que representa o tempo (t , relacionada com a rapidez na evolução de dipolos) e uma coordenada espacial (x , relacionada com o logaritmo da variável conjugada ao tamanho do dipolo). A função $u(x, t)$ representa uma população e pode variar entre 0 e 1. A dinâmica da equação FKPP é chamada de reação–difusão: a população em $u(x, t)$ cresce com $u(x, t)(1 - u(x, t))$ como a equação logística (reação), mas também recebe contribuição dos valores de x próximos por meio do termo $\partial_x^2 u(x, t)$ (difusão).

Uma das características mais importantes da equação FKPP é que ela admite soluções de ondas propagantes, como pode ser visto na Fig. 3.3. A população $u(x, t)$ propaga-se com o tempo em direção a grandes valores de x e para $x \rightarrow -\infty$, $u(x, t) = 1$, enquanto que para $x \rightarrow \infty$, $u(x, t) = 0$. Mesmo que a condição inicial não seja uma onda propagante, a solução tenderá assintoticamente a um. A posição da frente de onda $x(t) = v(t)t$ não depende dos detalhes dos

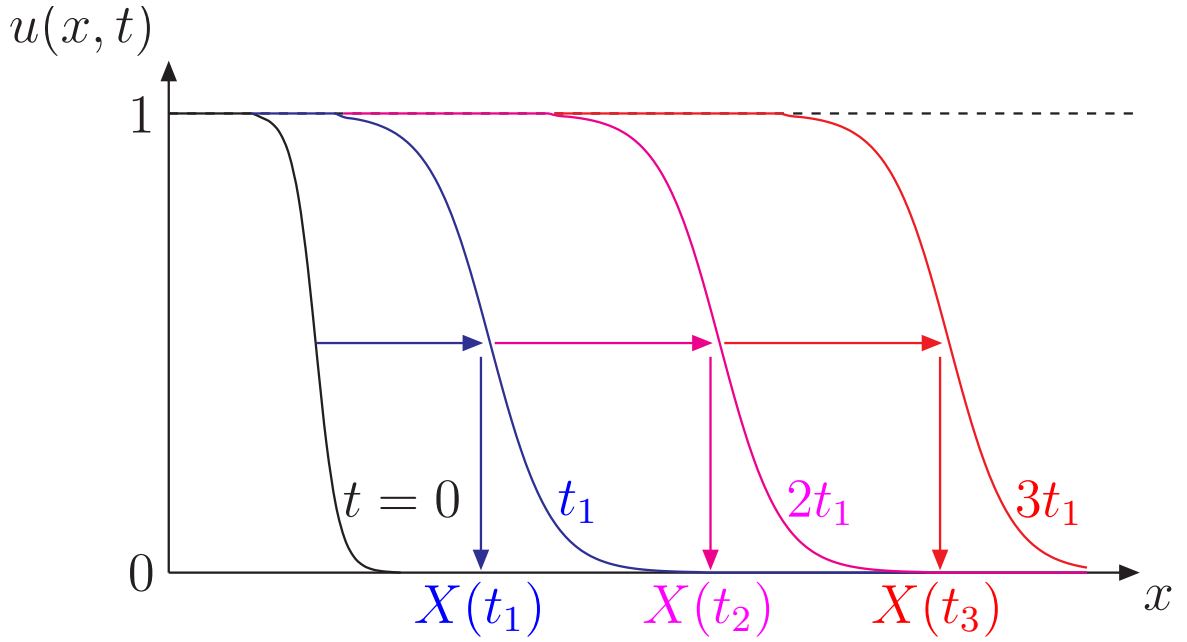


Figura 3.3: Ondas propagantes, soluções da equação FKPP.

efeitos não lineares e, para grandes tempos, a forma da onda propagante não é alterada durante a propagação, ou seja, a solução torna-se dependente apenas da combinação de variáveis $x - vt$. No problema da evolução de dipolos, isso significa que as soluções da equação BK dependem de apenas uma variável para grande rapidez: $k^2/Q_s^2(Y)$. O abandono da dependência individual em k e em Y predito pela teoria não é nada mais que o escalamento geométrico visto nos experimentos. A posição da frente de onda é dada pela escala de saturação $Q_s^2(Y) = k_0^2 \exp(\lambda Y)$ e a velocidade com a qual as frentes de onda avançam para grandes valores de k é dada pelo expoente de saturação λ .

No regime diluído, a solução assintótica da equação BK pode ser escrita como:

$$N_Y(k) \stackrel{k \gg Q_s}{\approx} \left(\frac{k^2}{Q_s^2(Y)} \right)^{-\gamma_c} \log \left(\frac{k^2}{Q_s^2(Y)} \right) \exp \left[-\frac{\log^2(k^2/Q_s^2(Y))}{2\bar{\alpha}\chi''(\gamma_c)Y} \right], \quad (3.19)$$

com λ dado por:

$$\lambda = \min \frac{\chi(\gamma)}{\gamma} = \frac{\chi(\gamma_c)}{\gamma_c} = \chi'(\gamma_c). \quad (3.20)$$

Os primeiros fatores da Eq. 3.19 seguem o escalamento geométrico. É o último fator que introduz uma dependência explícita em rapidez, que quebra o escalamento geométrico. O escalamento é mantido enquanto

$$\log(k^2/Q_s^2(Y)) \lesssim \sqrt{2\chi''(\gamma_c)\bar{\alpha}Y}, \quad (3.21)$$

ou seja, em um intervalo de \sqrt{Y} acima da escala de saturação.

3.2.3 Flutuações

A hierarquia de Balitsky não descreve completamente a evolução de dipolos [38]. Em particular, o interesse está nas flutuações [38, 100–102] que podem ser geradas, que fariam com que $\langle T(\mathbf{x}, \mathbf{z})T(\mathbf{z}, \mathbf{y}) \rangle \neq \langle T(\mathbf{x}, \mathbf{z}) \rangle \langle T(\mathbf{z}, \mathbf{y}) \rangle$. Enquanto a hierarquia de Balitsky, ao contrário da equação BK, admite que esta desigualdade seja válida, se as condições iniciais não possuem flutuações, sua subsequente evolução não apresentará flutuações. Mesmo se o formalismo de dipolos é abandonado e não se faz o limite de grande N_c , as flutuações relacionadas aos estados com cor (não discutidas neste texto) não são suficientes para gerar correlações que discordem da aproximação de campo médio.

Contudo, as flutuações são importantes e estão presentes na teoria simples de dipolos quando o alvo também é pensado como um conjunto de dipolos. Até agora, o alvo sempre foi aproximado de maneira a ser considerado homogêneo, mas isto não é válido na região diluída do alvo, em que a existência de um par de dipolos $\mathbf{x}-\mathbf{z}$ e $\mathbf{z}-\mathbf{y}$ está fortemente correlacionada com a existência de um dipolo pai $\mathbf{x}-\mathbf{y}$. Ou seja, as correlações existem se os dois dipolos possuem um ramo em comum, o que possibilita que eles possam ter sido gerados a partir de um único dipolo original. Na região saturada, esperam-se que todos os tipos de dipolos–pais existam e, portanto, as correlações não são importantes. Contudo, na região diluída, os números de ocupação são baixos e a presença de um dipolo é determinante para a geração de novos dipolos, que estarão correlacionados.

Uma nova hierarquia de equações foi desenvolvida [38] considerando a possibilidade de flutuações. Infelizmente, os termos não lineares da hierarquia de Balitsky não podem ser deduzidos em conjunto com os termos de flutuações. O que foi feito é apenas a reunião dos termos de flutuações e espalhamentos múltiplos. A nova hierarquia é chamada de hierarquia de laços de pômerons, porque os novos termos, originários da emissão de dipolos no alvo, podem ser vistos como frutos da recombinação de dipolos no projétil. A equação para $\langle T(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \rangle$ é idêntica à da hierarquia de Balitsky e os diagramas de flutuações começam a contribuir a partir da segunda

equação da hierarquia, relacionando a evolução de $\langle T(\mathbf{x}, \mathbf{z})T(\mathbf{z}, \mathbf{y}) \rangle$ com $\langle T(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \rangle$:

$$\begin{aligned}
& \partial_Y \langle T(\mathbf{x}_1, \mathbf{y}_1)T(\mathbf{x}_2, \mathbf{y}_2) \rangle \\
&= \frac{\bar{\alpha}}{2\pi} \int d^2\mathbf{z} \mathcal{M}(\mathbf{x}_1, \mathbf{y}_1, \mathbf{z}) [\langle T(\mathbf{z}, \mathbf{y}_1)T(\mathbf{x}_2, \mathbf{y}_2) \rangle + \langle T(\mathbf{x}_1, \mathbf{z})T(\mathbf{x}_2, \mathbf{y}_2) \rangle \\
&\quad - \langle T(\mathbf{x}_1, \mathbf{y}_1)T(\mathbf{x}_2, \mathbf{y}_2) \rangle - \langle T(\mathbf{x}_1, \mathbf{z})T(\mathbf{z}, \mathbf{y}_1)T(\mathbf{x}_2, \mathbf{y}_2) \rangle] + (1 \leftrightarrow 2) \\
&\quad + \frac{\bar{\alpha}}{2\pi} \alpha_s^2 \kappa \frac{(\mathbf{x}_1 - \mathbf{y}_1)^2 (\mathbf{x}_2 - \mathbf{y}_2)^2}{(\mathbf{x}_1 - \mathbf{y}_2)^2} \langle T(\mathbf{x}_1, \mathbf{y}_2) \rangle \delta(\mathbf{x}_2 - \mathbf{y}_1) + (1 \leftrightarrow 2). \tag{3.22}
\end{aligned}$$

Apenas o último termo na equação acima não tinha sido visto na Eq. 3.6, justamente o termo de flutuações. É interessante notar que ele é dominante quando $\langle TT \rangle < \alpha_s^2 \langle T \rangle$, ou seja, quando as amplitudes $\langle T \rangle$ são pequenas em comparação com α_s^2 (regime diluído). Com esta nova hierarquia, as flutuações podem ser potencializadas ou mesmo geradas, se ausentes nas condições iniciais. O fator κ vem da impossibilidade atual de derivar as contribuições oriundas de flutuações e de múltiplos espalhamentos simultaneamente. De maneira geral, na nova hierarquia, a equação para a evolução da amplitude $T^{(k)} = \langle T(\mathbf{x}_1, \mathbf{y}_1) \dots T(\mathbf{x}_k, \mathbf{y}_k) \rangle$ depende da própria amplitude $T^{(k)}$, da amplitude $T^{(k+1)}$ (termos já presentes na hierarquia de Balitsky e representantes dos múltiplos espalhamentos) e da amplitude $T^{(k-1)}$ ($k > 1$, termos de flutuações).

Com uma aproximação para eliminar a dependência em parâmetro de impacto [38] e a transformada de Fourier, a hierarquia pode ser reproduzida por uma equação de Langevin para a amplitude de cada evento (em oposição à média sobre os eventos):

$$\begin{aligned}
\partial_Y T(k) = \bar{\alpha} \int \frac{dp^2}{p^2} \left[\frac{p^2 T(p) - k^2 T(k)}{|k^2 - p^2|} + \frac{k^2 T(k)}{\sqrt{4p^4 + k^4}} \right] \\
- \bar{\alpha} T^2(k) + \bar{\alpha} \alpha_s \sqrt{2\kappa T(k)} v(k, Y). \tag{3.23}
\end{aligned}$$

O ruído estocástico $v(k, Y)$ é branco (descorrelacionado para diferentes tempos e momenta):

$$\langle v(k, Y) v(k', Y') \rangle = \frac{k}{\pi \bar{\alpha}} \delta(k - k') \delta(Y - Y') \tag{3.24}$$

e de média nula:

$$\langle v(k, Y) \rangle = 0. \tag{3.25}$$

A equação de Langevin 3.23 nada mais é que a equação BK com um termo de ruído. Esta equação pode ser reescrita mediante a mesma mudança de variáveis na equação FKPP estocástica:

$$\begin{aligned}
\partial_t u(x, t) = \partial_x^2 u(x, t) + u(x, t) - u^2(x, t) \\
+ \alpha_s \sqrt{2\kappa u(x, t)(1 - u(x, t))} v(x, t) \tag{3.26}
\end{aligned}$$

com $\langle v(x, t) \rangle = 0$ e

$$\langle v(x, t) v(x', t') \rangle = \delta(x - x') \delta(t - t'). \quad (3.27)$$

Como agora o problema é estocástico, a evolução constitui-se de infinitos eventos e cada evento corresponderá a uma possível realização do ruído. Ao invés de uma solução, há infinitas soluções. Uma propriedade importante das soluções é que cada uma preserva individualmente a propriedade assintótica de escalamento geométrico. A velocidade assintótica da frente de onda de cada evento (expoente de saturação) é a mesma para todos os eventos, entretanto, é menor do que no caso sem flutuações. O expoente de saturação foi determinado no caso de acoplamento infinitesimal [38]:

$$\lambda^* \simeq \lambda - \frac{\alpha_s \pi^2 \gamma_c \chi''(\gamma_c)}{2 \ln^2(\alpha_s^2 \kappa)}. \quad (3.28)$$

A posição da frente de onda, que corresponde à escala de saturação, agora é uma variável estocástica e sua média é dada por:

$$\langle Q_s^2(Y) \rangle = k_0^2 \exp(\lambda^* Y). \quad (3.29)$$

A dispersão das posições das frentes de onda é dada por:

$$\sigma^2 = \langle \rho_s^2 \rangle - \langle \rho_s \rangle^2 = D \bar{\alpha} Y. \quad (3.30)$$

O coeficiente de difusão D não é conhecido analiticamente exceto no limite de acoplamento fraco (em que $\alpha_s^2 \rightarrow 0$):

$$D \propto \frac{1}{\ln^3(1/\alpha_s^2 \kappa)}. \quad (3.31)$$

A amplitude média, ou seja, a amplitude fisicamente observável, é determinada por ($X \equiv \ln(1/r^2 Q_0^2)$)

$$\langle T(X, \rho_s) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} d\rho_s P_Y(\rho_s) T(X, \rho_s). \quad (3.32)$$

A distribuição de probabilidade de ρ_s pode ser aproximada por uma distribuição gaussiana [103]:

$$P_Y(\rho_s) \simeq \frac{1}{\sqrt{\pi \sigma^2}} \exp \left[-\frac{(\rho_s - \langle \rho_s \rangle)^2}{\sigma^2} \right]. \quad (3.33)$$

A propriedade mais destacada da nova amplitude física com a introdução de flutuações é que ela não reproduz o escalamento geométrico para grandes rapidezzes. Enquanto que as amplitudes de

cada evento obedecem o escalamento geométrico, a amplitude física apresenta uma dependência adicional em Y , relacionada com a difusão das frentes de onda. O escalamento geométrico é então substituído pelo escalamento difusivo [38, 101, 102, 104], dado por:

$$\langle T(X, \rho_s) \rangle = \mathcal{F} \left(\frac{X - \langle \rho_s \rangle}{\sqrt{\alpha DY}} \right). \quad (3.34)$$

3.3 Modelos para a seção de choque de dipolos

O entendimento completo sobre como a saturação ocorre é um tópico de pesquisa atual, o que incentiva a utilização de um modelo fenomenológico, ajustado aos experimentos e não derivado de primeiros princípios. Nesta seção, alguns modelos serão tratados.

3.3.1 Modelo GBW

Para a seção de choque de dipolos, o modelo fenomenológico proposto por Golec-Biernat e Wüsthoff (GBW [39]) é dado pela expressão:

$$\sigma_{\text{GBW}}(r, x) = \sigma_0 \left[1 - \exp \left(-\frac{1}{4} r^2 Q_s^2(x) \right) \right], \quad (3.35)$$

com escala de saturação:

$$Q_s^2(x) = Q_0^2 \left(\frac{x_0}{x} \right)^\lambda, \quad (3.36)$$

em que $Q_0^2 = 1 \text{ GeV}^2$ e os três parâmetros livres para serem ajustados aos dados são σ_0 , x_0 e λ . O modelo tem o objetivo de obter uma boa descrição dos dados de HERA com $x < 0,01$. Originalmente, os parâmetros encontrados foram $\sigma_0 = 29,12 \text{ mb}$ ($74,78 \text{ GeV}^{-2}$), $x_0 = 0,41 \times 10^{-4}$ e $\lambda = 0,277$, com massa do quarks leves de $0,14 \text{ GeV}$ e massa do quark charm de $1,5 \text{ GeV}$. Recentemente [105], com novos dados e massa do quark charm de $1,4 \text{ GeV}$, um novo ajuste obteve $\sigma_0 = 23,9 \text{ mb}$ ($61,38 \text{ GeV}^{-2}$), $x_0 = 1,11 \times 10^{-4}$ e $\lambda = 0,287$.

A dependência da seção de choque de dipolos em r e x apenas pela combinação $r^2 Q_s^2(x)$ significa que a seção de choque do EPI depende apenas da combinação $Q/Q_s^2(x)$ [90], ou seja, obedece ao escalamento geométrico. Apesar de ajustado para o espalhamento profundamente inelástico, o modelo é de boa aplicação para o processo Drell–Yan com o formalismo de dipolos [106].

O modelo GBW apresenta os dois comportamentos assintóticos necessários: transparente à cor ($\sigma_{\text{dip}} \sim r^2$) para pequeno r e saturado ($\sigma_{\text{dip}} \sim \sigma_0$) para grande r . Na figura 3.4, está traçada a

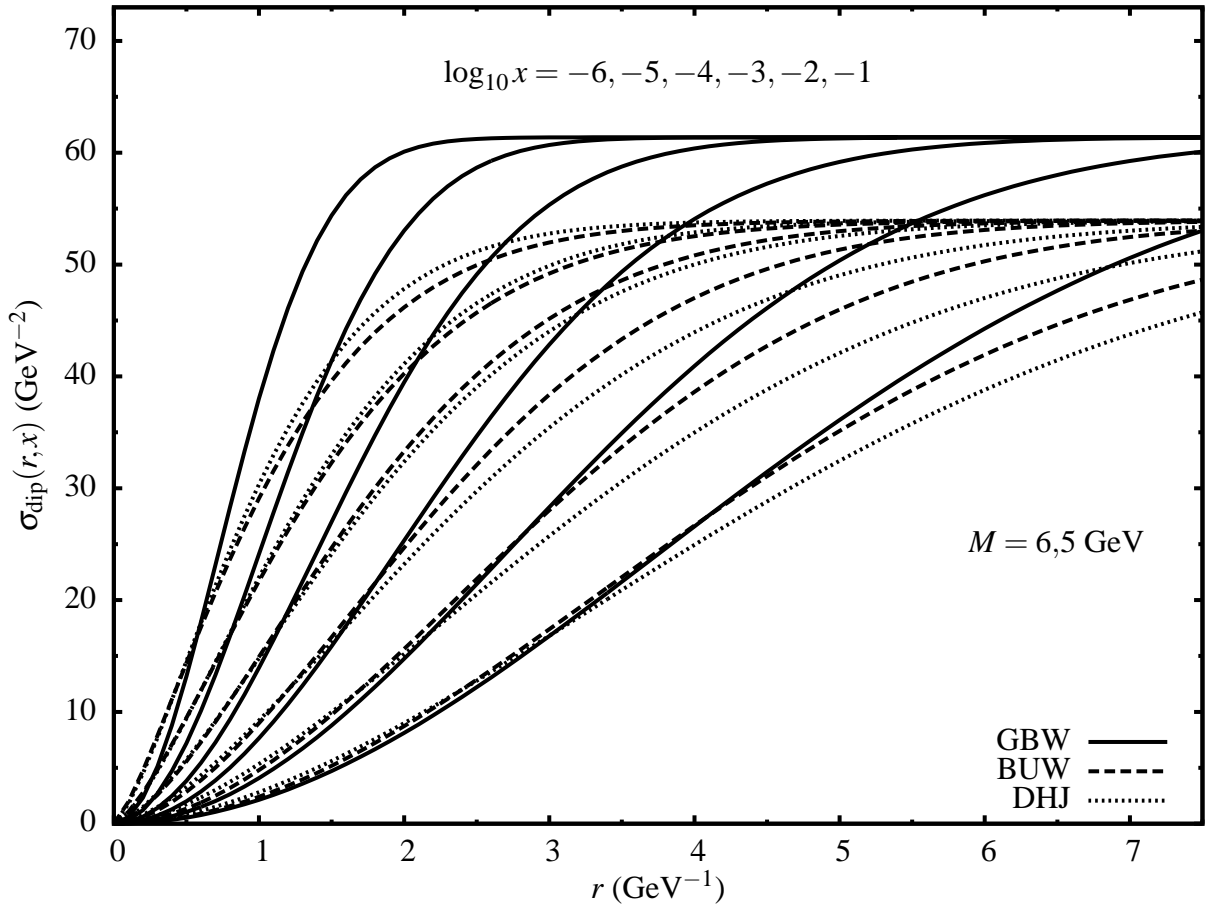


Figura 3.4: Seção de choque de dipolo como função do tamanho do dipolo (r) para valores de x fixos segundo os modelos GBW, DHJ e BUW. Para pequeno r , a seção de choque cresce com r^2 e para grande r a seção de choque satura em σ_0 . Conforme a variável x diminui, os efeitos de saturação tornam-se evidentes a menores valores de r .

seção de choque de dipolos como função do tamanho do dipolo (r) para diferentes valores fixos de x . Observa-se que x influencia diretamente os efeitos de saturação e a região de transição entre os dois regimes assintóticos: quando x diminui, os efeitos de saturação são evidentes para menores valores de r .

3.3.2 Modelos DHJ e BUW

Dois modelos propostos recentemente serão estudados nessa subseção: o modelo DHJ (Dumitru, Hayashigaki e Jalilian-Marian [40, 41]) e o modelo BUW (Boer, Utermann e Wessels [42]). Inicialmente, estes modelos foram usados no contexto do condensado de vidros de cor para descrever a produção de hádrons de RHIC para rapidezzes positivas em colisões d–Au. Naturalmente, estes modelos descrevem a interação de quarks e glúons com o alvo e dependem do momentum transversal do hádron criado, além de x e r . Contudo, há a possibilidade de obter destas amplitudes a seção de choque de dipolos [42] do EPI, que depende da virtualidade Q do

fóton virtual.

Ambos os modelos utilizam uma expressão muito parecida com a do modelo GBW:

$$\sigma_{\text{dip}}(r, x) = \sigma_0 N_\gamma = \sigma_0 \left[1 - \exp \left(-\frac{1}{4} (r^2 Q_s^2)^{\gamma(M, x)} \right) \right]. \quad (3.37)$$

A diferença nessa seção de choque de dipolos é a introdução da dimensão anômala $\gamma(M, x)$. Se $\gamma(M, x) = 1$, os modelos BUW e DHJ seriam iguais ao modelo GBW, exceto pelos parâmetros: $\sigma_0 = 21 \text{ mb}$ ($53,93 \text{ GeV}^{-2}$), $x_0 = 3 \times 10^{-4}$ e $\lambda = 0,3$.

É importante notar que a dimensão anômala pode quebrar o escalamento geométrico. Na produção hadrônica em colisões de hádrons, é importante determinar se há escalamento geométrico ou não, já que isso não é observável diretamente dos resultados experimentais, como no caso do EPI. O modelo DHJ justamente introduz a quebra do escalamento geométrico, definindo:

$$\gamma(Q, x) = \gamma_s + (1 - \gamma_s) \frac{|\log(Q^2/Q_s^2)|}{\lambda Y + d\sqrt{Y} + |\log(Q^2/Q_s^2)|}, \quad (3.38)$$

com o parâmetro $d = 1,2$. O termo $\lambda Y + d\sqrt{Y}$ no denominador quebra o escalamento geométrico, já que não depende da combinação de variáveis Q^2/Q_s^2 . Esta dimensão anômala vale $\gamma_s = 0,628$ quando $Q^2 = Q_s^2$ e, quando $Q \rightarrow \infty$, $\gamma(M, x) = 1$.

O modelo BUW é uma tentativa de manter o escalamento geométrico e realizar um ajuste ao mesmo conjunto de dados do modelo DHJ. Nesta tentativa, a dimensão anômala depende apenas da combinação $w = \sqrt{Q^2/Q_s^2(x)}$ e é dada por:

$$\gamma(w) = \gamma_s + (1 - \gamma_s) \frac{w^a - 1}{(w^a - 1) + b}. \quad (3.39)$$

Os limites $\gamma(1) = \gamma_s$ e $\gamma(w \rightarrow \infty) = 1$ são idênticos aos do modelo DHJ; a diferença entre as duas parametrizações está nos valores de Q intermediários entre Q_s e ∞ . O ajuste foi bem sucedido com parâmetros $a = 2,82$ e $b = 168$, indicando que a quebra de escalamento geométrico não é necessária para descrever este conjunto de dados.

Na Ref. 42, foi dito que o modelo DHJ possuía um erro numérico, o que com certeza prejudicou o ajuste. Neste mesmo artigo, foi mostrado que tanto o modelo DHJ quanto o modelo BUW reproduziam os dados de RHIC de pequeno x , mas para grande x o primeiro não era coerente com os dados. Não existem dados para LHC ainda, contudo, os modelos discordam para todo o intervalo de x nesta hipotética produção de hádrons em LHC. Na Fig. 3.4, há o comportamento dos três modelos: GBW, DHJ e BUW. Pode-se ver que o modelo GBW possui um valor de saturação mais alto que os outros modelos, que deve ter efeitos nas seções de choque principalmente para pequeno x . É interessante notar que os modelos DHJ e

BUW são bem similares, com maior diferença para valores de x não tão pequenos e dipolos de tamanho médio.

3.3.3 Modelo AGBS

O também recente modelo AGBS, proposto por Amaral, Gay Ducati, Betemps e Soyez [43], foi a primeira parametrização para a seção de choque de dipolos no espaço de momentum. Isso permitiu que fosse inspirada diretamente nas soluções da equação BK, em especial nos seus comportamentos assintóticos. Para pequeno k , ou seja, na parte saturada, foi usada a parte dominante da transformada de Fourier de uma função degrau:

$$\lim_{k \ll Q_s} \tilde{T}(k, Y)(k) = c - \log\left(\frac{k}{Q_s(Y)}\right). \quad (3.40)$$

Para a região diluída, a solução assintótica da BK (Eq. 3.19) é usada. A escala de saturação é definida como:

$$Q_s^2(Y) = k_0^2 \exp(\lambda Y), \quad (3.41)$$

em que o expoente de saturação λ e a constante de proporcionalidade k_0 são parâmetros a ajustar. Com dependência na variável $\rho = \log(k/k_0)$, a amplitude de espalhamento dada pelo modelo AGBS é dada pela interpolação analítica:

$$\tilde{T}(\rho, Y) = L_F (1 - \exp(-T_{\text{dil}})), \quad (3.42)$$

em que

$$T_{\text{dil}} = \exp\left[-\gamma_c(\rho - \rho_s) - \frac{\mathcal{L}^2 - \log^2(2)}{2\tilde{\alpha}\chi''(\gamma_c)Y}\right], \quad (3.43)$$

com

$$\mathcal{L} = \ln\left[1 + \frac{k^2}{Q_s^2(Y)}\right] \quad (3.44)$$

$$= \ln\left[1 + e^{(\rho - \rho_s)}\right], \quad (3.45)$$

e

$$L_F = 1 + \ln\left(\frac{k}{Q_s} + \frac{Q_s}{k}\right) \quad (3.46)$$

$$= 1 + \ln\left[e^{\frac{1}{2}(\rho - \rho_s)} + e^{-\frac{1}{2}(\rho - \rho_s)}\right]. \quad (3.47)$$

Com o raio do próton R_p e $\chi''(\gamma_c)$, quatro parâmetros são ajustáveis. As constantes $\gamma_c = 0,6275$ e $\bar{\alpha} = 0,2$ são mantidas fixas. Mais detalhes e a reprodução do ajuste são discutidos na próxima seção.

3.4 Modelo AGBS com flutuações

Até agora, o modelo AGBS apresentado não inclui flutuações. Foi visto que o principal efeito das flutuações não é mudar a forma da amplitude de cada evento, mas apenas mudar a posição da frente de onda, ou seja, da escala de saturação de cada evento. Então, para incluir flutuações no modelo AGBS, basta considerar uma distribuição de eventos que diferem apenas pela escala de saturação e somar sobre todos os eventos:

$$\langle \tilde{T}_Y^{\text{AGBS}}(\rho, \langle \rho_s \rangle) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} d\rho_s P_Y(\rho_s, \langle \rho_s \rangle) \tilde{T}_Y^{\text{AGBS}}(\rho, \rho_s). \quad (3.48)$$

A distribuição utilizada será uma gaussiana, baseada aproximação dada pela Eq. 3.33:

$$P_Y(\rho_s, \langle \rho_s \rangle) = \frac{1}{\sqrt{\pi\sigma^2}} \exp \left[-\frac{(\rho_s - \langle \rho_s \rangle)^2}{\sigma^2} \right]. \quad (3.49)$$

A inclusão de flutuações foi feita por E. Basso, M. B. Gay Ducati, EGO e J. T. de Santana Amaral [44]. Inclusão similar foi feita [107] para os modelos GBW e IIM [108].

3.4.1 Ajuste

No processo de ajuste, são reproduzidos os resultados de EPI de HERA, especificamente, das colaborações ZEUS [109, 110] e H1 [111]. Os dados são para a função de estrutura F_2 , que pode ser obtida diretamente da seção de choque de dipolos por meio da combinação das expressões 2.64, 2.61 e 2.66:

$$F_2(x, Q^2) = \frac{Q^2 R_p^2}{2\pi\alpha} \int d^2r \int_0^1 dz \left(|\Psi_T(\mathbf{r}, z; Q^2)|^2 + |\Psi_L(\mathbf{r}, z; Q^2)|^2 \right) \langle T(\mathbf{r}, x) \rangle. \quad (3.50)$$

Com a transformada de Fourier da densidade de dipolos do fóton:

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}(\mathbf{k}, z, Q^2) &= \frac{1}{2\pi} \int d^2r e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} r^2 \Phi(\mathbf{r}, z, Q^2) \\ &= \frac{1}{2\pi} \int d^2r e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} r^2 \left(|\Psi_T(\mathbf{r}, z; Q^2)|^2 + |\Psi_L(\mathbf{r}, z; Q^2)|^2 \right), \end{aligned} \quad (3.51)$$

que é dada explicitamente por:

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}(k, z, Q^2) = \sum_q \left(\frac{4\bar{Q}_q^2}{k^2 + 4\bar{Q}_q^2} \right)^2 e_q^2 & \quad (3.52) \\ \left\{ [z^2 + (1-z)^2] \left[\frac{4(k^2 + \bar{Q}_q^2)}{\sqrt{k^2(k^2 + 4\bar{Q}_q^2)}} \operatorname{arcsinh} \left(\frac{k}{2\bar{Q}_q} \right) + \frac{k^2 - 2\bar{Q}_q^2}{2\bar{Q}_q^2} \right] \right. \\ \left. + \frac{4Q^2 z^2 (1-z)^2 + m_q^2}{\bar{Q}_q^2} \left[\frac{k^2 + \bar{Q}_q^2}{\bar{Q}_q^2} - \frac{4\bar{Q}_q^4 + 2\bar{Q}_q^2 k^2 + k^4}{\bar{Q}_q^2 \sqrt{k^2(k^2 + 4\bar{Q}_q^2)}} \operatorname{arcsinh} \left(\frac{k}{2\bar{Q}_q} \right) \right] \right\}, \end{aligned}$$

pode-se escrever a função de estrutura F_2 no espaço de momentum [43]:

$$F_2(x, Q^2) = \frac{Q^2 R_p^2 N_c}{4\pi^2} \int_0^\infty \frac{dk}{k} \int_0^1 dz \tilde{\Phi}(k, z, Q^2) \tilde{T}(k, Y). \quad (3.53)$$

Os limites cinemáticos dos dados de HERA utilizados são:

$$x \leq 0,01 \quad (3.54)$$

$$0,045 \text{ GeV}^2 \leq Q^2 \leq 150 \text{ GeV}^2. \quad (3.55)$$

O limite em x garante que o formalismo de dipolos é aplicável e que o limite de altas energias é estudado. O limite em Q^2 exclui alguns pontos que teriam Q^2 muito alto, mais propensos ao estudo das equações DGLAP [11–13] do que da equação BK. No total, 279 pontos são ajustados usando a rotina de minimização MINUIT da biblioteca CERNLIB. Relembrando, cinco parâmetros são ajustados: três da amplitude AGBS de só um evento (λ , k_0 e χ'' , o coeficiente de difusão D (apenas no caso de flutuações) e o raio do próton R_p . Ainda, um erro de 5% para os dados de H1 é permitido, já que é sabido da literatura que tais dados podem ter um problema de normalização. Dois conjuntos de massas de quarks são considerados: $m_{u,d,s} = 50$ e 140 MeV. Apenas quarks leves são considerados, apesar de que mostrou-se [43] que a AGBS também reproduzia bem os dados com a inclusão do quark charm. O mesmo ajuste pode ser realizado com apenas os dados de ZEUS, como foi feito na Ref. 107, o que limitaria o número de pontos a 177.

3.4.2 Resultados

Nas tabelas 3.1 e 3.2 podem ser vistos os parâmetros ajustados aos dados de H1 e ZEUS sem e com flutuações. Nas figuras 3.5 e 3.6 os resultados para F_2 são comparados com os

	$\chi^2/\text{g.l.}$	$k_0^2 (\times 10^{-3})$	λ	$R(\text{GeV}^{-1})$	$\chi''(\gamma_c)$	$D (\times 10^{-2})$
\tilde{T}	0,949	$3,79 \pm 0,30$	$0,213 \pm 0,003$	$3,576 \pm 0,059$	$4,69 \pm 0,23$	0
$\langle \tilde{T} \rangle$	0,949	$3,79 \pm 0,30$	$0,213 \pm 0,003$	$3,576 \pm 0,059$	$4,69 \pm 0,23$	$0,0 \pm 1,1$

Tabela 3.1: Parâmetros resultantes do ajuste da AGBS sem e com flutuações aos dados de H1 e ZEUS no caso de $m_{u,d,s} = 50 \text{ MeV}$ [44].

	$\chi^2/\text{g.l.}$	$k_0^2 (\times 10^{-3})$	λ	$R(\text{GeV}^{-1})$	$\chi''(\gamma_c)$	$D (\times 10^{-3})$
\tilde{T}	0,942	$1,69 \pm 0,16$	$0,176 \pm 0,004$	$4,83 \pm 0,12$	$6,43 \pm 0,29$	0
$\langle \tilde{T} \rangle$	0,942	$1,69 \pm 0,16$	$0,176 \pm 0,004$	$4,83 \pm 0,12$	$6,43 \pm 0,29$	$0,0 \pm 9,6$

Tabela 3.2: Parâmetros resultantes do ajuste da AGBS sem e com flutuações aos dados de H1 e ZEUS no caso de $m_{u,d,s} = 140 \text{ MeV}$ [44].

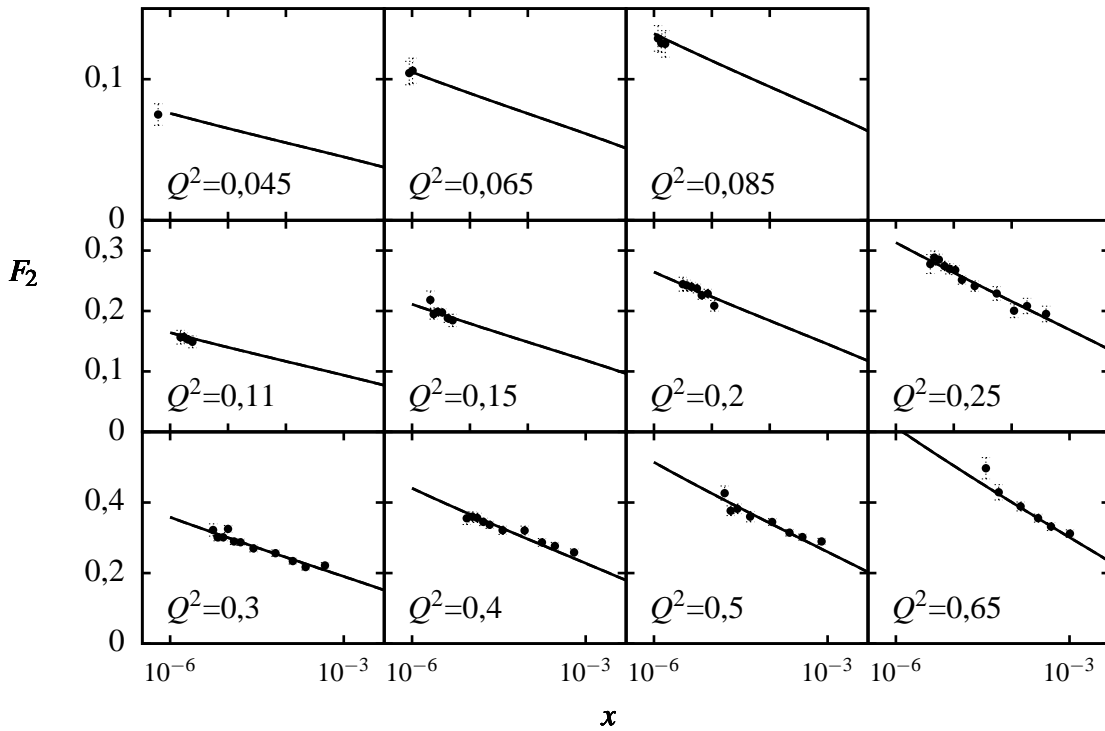


Figura 3.5: Predições da AGBS para os dados de H1 e ZEUS da função de estrutura F_2 como função de x para pequenos valores de Q^2 (em GeV^2) [44]. Massas dos quarks: $m_{u,d,s} = 140 \text{ MeV}$. As linhas com e sem flutuações se sobrepõem.

dados. Pode-se ver que a introdução de flutuações no formalismo não altera o ajuste: nenhum parâmetro muda significativamente e o valor do coeficiente de difusão é aproximadamente zero. Nos gráficos, as linhas dos dois ajustes se sobrepõem, mostrando que nenhuma melhora é obtida com a presença de flutuações e o valor de $\chi^2/\text{g.l.}$ também não muda.

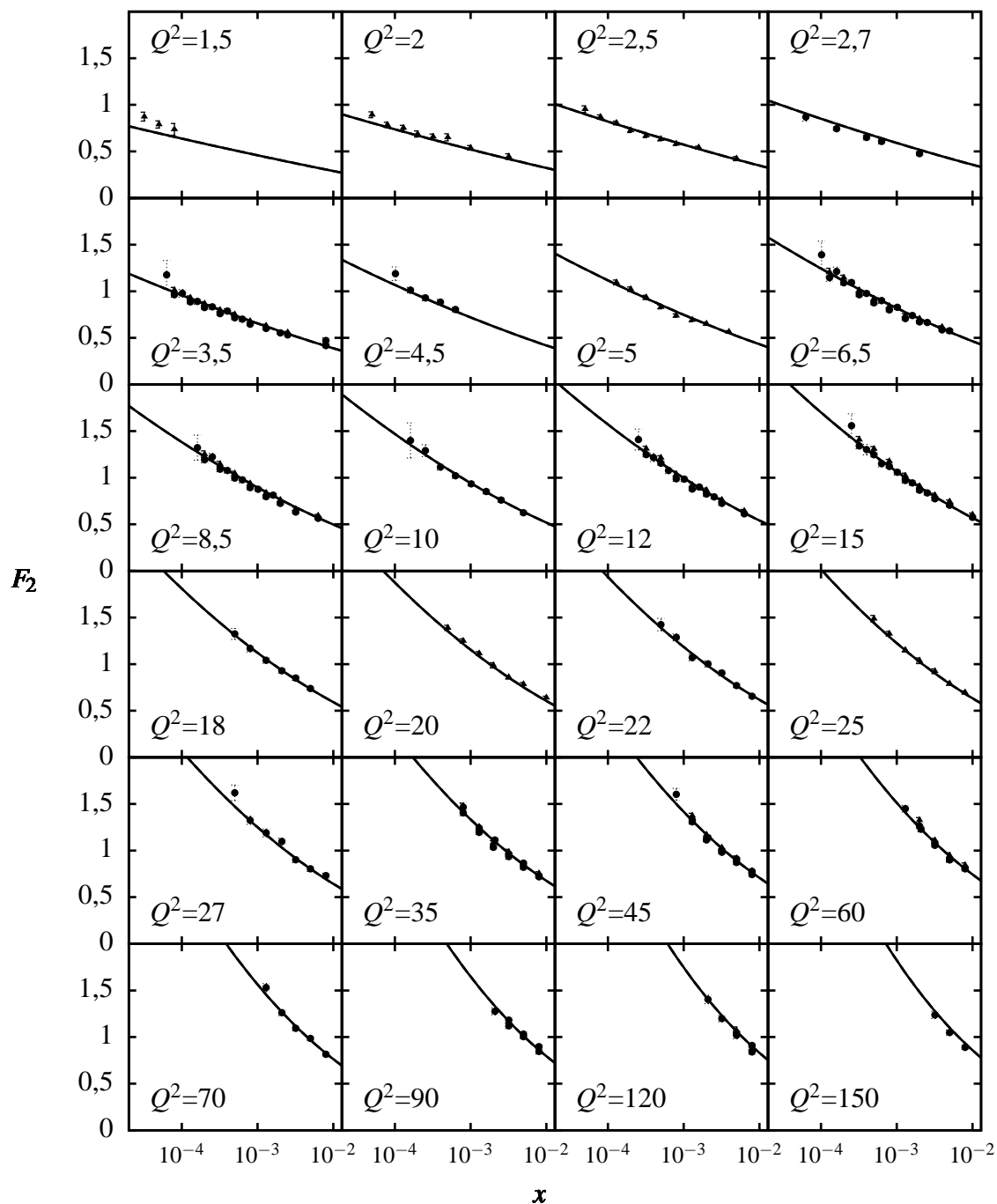


Figura 3.6: Predições da AGBS para os dados de H1 e ZEUS da função de estrutura F_2 como função de x para valores moderados de Q^2 (em GeV^2) [44]. Massas dos quarks: $m_{u,d,s} = 140$ MeV. As linhas com e sem flutuações se sobrepõem.

É interessante notar que a parametrização AGBS é bem ajustada aos dados, pois possui um valor de $\chi^2/\text{g.l.}$ bom, inclusive mais baixo que os encontrados nos modelos GBW e IIM. O valor de $\lambda \simeq 0,3$, apesar de menor que o dado pela BFKL em OSD, é consistente com outros

	$\chi^2/\text{g.l.}$	$k_0^2 (\times 10^{-3})$	λ	$R(\text{GeV}^{-1})$	$\chi''(\gamma_c)$	D
\tilde{T}	0,788	$4,258 \pm 0,425$	$0,214 \pm 0,005$	$3,497 \pm 0,068$	$4,336 \pm 0,281$	0
$\langle \tilde{T} \rangle$	0,782	$4,023 \pm 0,560$	$0,190 \pm 0,030$	$3,644 \pm 0,214$	$3,840 \pm 0,214$	$0,922 \pm 1,162$

Tabela 3.3: Parâmetros resultantes do ajuste apenas aos dados de ZEUS no caso de $m_{u,d,s} = 50$ MeV [44].

	$\chi^2/\text{g.l.}$	$k_0^2 (\times 10^{-3})$	λ	$R(\text{GeV}^{-1})$	$\chi''(\gamma_c)$	D
\tilde{T}	0,778	$1,965 \pm 0,222$	$0,177 \pm 0,006$	$4,681 \pm 0,136$	$5,946 \pm 0,944$	0
$\langle \tilde{T} \rangle$	0,768	$1,383 \pm 0,118$	$0,120 \pm 0,010$	$5,459 \pm 0,043$	$5,464 \pm 0,547$	$1,778 \pm 0,381$

Tabela 3.4: Parâmetros resultantes do ajuste apenas aos dados de ZEUS no caso de $m_{u,d,s} = 140$ MeV [44].

modelos de dipolos no espaço de coordenadas. Os diferentes valores de massa de quarks alteram os valores dos parâmetros, mas não a qualidade dos ajustes.

Em conclusão, é possível dizer que o coeficiente de difusão encontrado é quase nulo e que o valor de campo médio $D = 0$ está dentro da barra de erro, ou seja, a inclusão de flutuações não altera a parametrização. Assim, os dados de HERA não apresentam evidência de flutuações na análise realizada com a parametrização AGBS. Esta parametrização se mostrou robusta à introdução de um novo parâmetro. Desta maneira, o tratamento em campo médio é suficiente para esta escala de energias. Contudo, não se pode descartar a presença de flutuações em energias mais altas, como as de LHC, experimento que poderá trazer mais luz ao assunto. Há a possibilidade também de que outros efeitos, como um acoplamento variável [112, 113], possam diminuir a intensidade das flutuações e então elas não influiriam nem em energias mais altas.

Nas tabelas 3.3 e 3.4, o ajuste é refeito com apenas os dados de ZEUS, que resulta em um total de 177 pontos (o regime cinemático de $Q^2 < 50 \text{ GeV}^2$ é usado). Esta análise é similar ao que foi feito para os modelos IIM e GBW na Ref. 107. Apesar de que esta análise encontra um valor apreciável para o coeficiente de difusão e mudança nos valores dos parâmetros, o estudo não é conclusivo, dado a inconsistência frente a mudanças nas massas dos quarks e ao regime cinemático mais restrito. Em particular, no caso da Ref. 107, a descrição dos dados de EPI é melhorada com a inclusão das flutuações, enquanto que nas tabelas 3.1 e 3.2, a melhora no qui-quadrado é muito pequena. Isso pode ser reflexo do fato que os modelos IIM e GBW sem flutuações falham em corretamente descrever os dados, possibilitando que a inclusão de um novo parâmetro devido às flutuações melhore o ajuste. Por exemplo, no caso da GBW, esta melhora com a inclusão de flutuações pode ser atribuída na verdade a uma melhor descrição das violações do escalamento geométrico ausentes no modelo.

4 *Processo Drell–Yan*

A física de pequeno x pode ser estudada em colisões hadrônicas como as de RHIC [114] e as de LHC [115]. Os novos resultados experimentais oferecem oportunidades para melhor entender como as distribuições partônicas protônicas e nucleares se comportarão quando frações de momentum muito pequenas são atingidas. Nesse paradigma de trabalho, também pode ser estudada a saturação e seus vários modelos, como o do condensado de vidros de cor (CVC) [36, 37]. Ademais, a comparação de colisões nucleares com colisões de nucleons livres pode mostrar novos efeitos (como a supressão de fótons observada em PHENIX [116] e o efeito Cronin [117]) a serem estudados. Uma questão que surge é se estes efeitos podem ser atribuídos ao estado inicial dos hádrons antes das colisões ou à dinâmica posterior à colisão.

Em uma colisão hadrônica simétrica, como os casos próton–próton ou núcleo–núcleo (A – A), no referencial de centro de momentum, o resultado da colisão depende apenas do módulo da rapidez das partículas geradas. Assim, os efeitos presentes a rapidezes positivas são os mesmos a rapidezes negativas. Contudo, em colisões próton–núcleo (assimétrica), rapidezes positivas carregam efeitos de pequeno x do núcleo, enquanto rapidezes negativas levam efeitos de pequeno x do próton. Tradicionalmente, os estudos são realizados para rapidezes positivas. Entretanto, para rapidezes negativas, efeitos nucleares e física de pequeno x podem ser estudados de uma maneira complementar.

Para este estudo, a produção de diléptons pelo processo Drell–Yan traz a vantagem de que diléptons não interagem fortemente e, por isso, são menos suscetíveis aos efeitos de estado final. O que será apresentado nesse capítulo foi tema de dois artigos [51, 52]. No primeiro artigo, foi mostrado que o formalismo de dipolos para o processo Drell–Yan poderia ser aplicado para rapidezes negativas, ou seja, no referencial de repouso do próton. Fatores de modificação nuclear que relacionam colisões p – A e p – p foram calculados e mostraram interessante dependência nos efeitos nucleares.

No segundo trabalho, os cálculos foram atualizados com novas distribuições partônicas nucleares (EPS08 [80], EPS09 [81], além da EKS [77–79]) e novas parametrizações para a seção

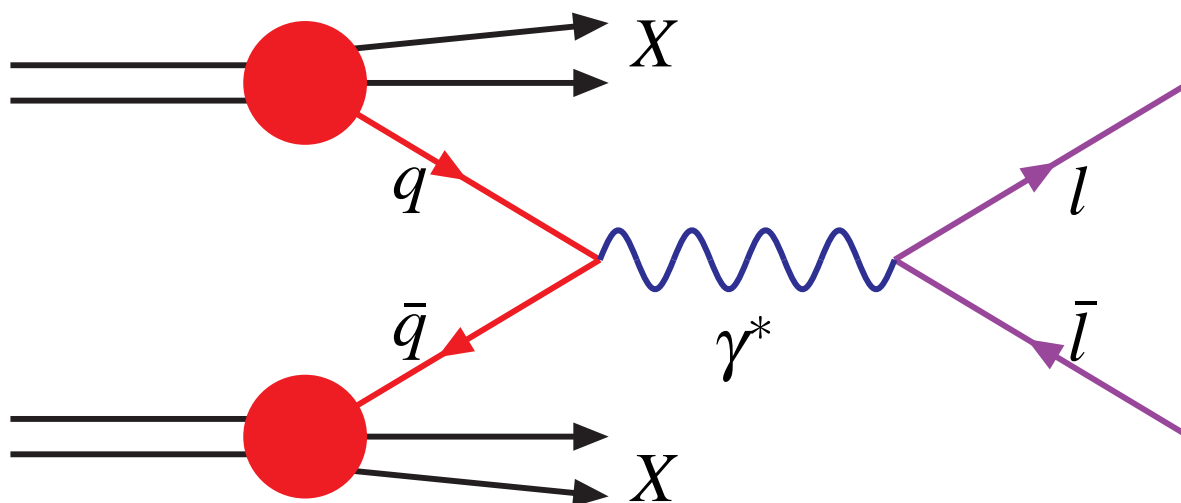


Figura 4.1: Representação do processo Drell–Yan. A colisão de dois hádrons gera um par de lépton e antilépton a partir da criação de um fóton virtual pela combinação dos pártons.

de choque de dipolos (BUW [42], DHJ [40, 41] e o novo ajuste da GBW [105]). As distribuições nucleares apresentam diferenças com relação aos efeitos nucleares e, em particular, o efeito de sombreamento. Já sobre a seção de choque de dipolos, é interessante saber se a produção de diléptons pode discriminar a presença de escalamento geométrico (presente nos modelos GBW e BUW e ausente no modelo DHJ). Adicionalmente, os resultados do formalismo de dipolos foram comparados com o cálculo no modelo de pártons com momentum transversal intrínseco [118, 119]. Esta comparação é interessante porque a maioria dos ajustes é realizado inicialmente no modelo de pártons. Ambos os formalismos serão explicados e comparados nas próximas seções.

4.1 Modelo de pártons

O processo Drell–Yan [49, 50], como proposto em 1970, foi uma aplicação do modelo de pártons (desenvolvido inicialmente para o espalhamento profundamente inelástico) para colisões entre hádrons. O processo nada mais é que a combinação de dois pártons em uma colisão entre dois hádrons para a produção de diléptons (pares de léptons e antiléptons).

No modelo de pártons, usa-se o referencial de momentum infinito, no qual os hádrons possuem momenta longitudinais muito grandes. No modelo, o processo é entendido em ordem dominante como a aniquilação de um par de quark e antiquark em um bóson neutro virtual (fóton ou Z) que cria o dilépton (figura 4.1). Para massa do dilépton muito inferior à massa do

Z ($91,1876 \pm 0,0021$ GeV [66]), pode-se considerar apenas o fóton (sem massa) como bóson intermediário. O lépton pode ser um elétron (0,51 MeV), múon (105 MeV) ou tau (1777 MeV). Se o modelo recebe correções da CDQ (tal como a correção de ordem seguinte à dominante), chama-se modelo de pártons melhorado.

Em ordem dominante, apenas vértices (interação) da eletrodinâmica quântica aparecem. Além do par de lépton–antilépton, há um resíduo X , formado a partir dos outros pártons. A vantagem de estudar diléptons é que eles não sofrem efeitos da interação forte, portanto são afetados minimamente pelo resíduo X . Para os cálculos serão usadas unidades naturais, para as quais vale $c = 1$ e $\hbar = 1$.

4.1.1 Seção de choque em ordem dominante

Antes de iniciar o cálculo da seção de choque, necessita-se definir as variáveis cinemáticas do problema. Chamar-se-á um hádron de A e outro de B. O referencial escolhido é o do centro de momentum do sistema hádron A mais hádron B. Para todos os efeitos, as massas dos hádrons e dos pártons são desprezadas, então o hádron A carrega momentum $[\frac{1}{2}\sqrt{s}, 0, 0, \frac{1}{2}\sqrt{s}]$ e o hádron B, $[\frac{1}{2}\sqrt{s}, 0, 0, -\frac{1}{2}\sqrt{s}]$. Uma hipótese assumida nesta seção é de que os pártons são colineares aos hádrons (ausência de momentum transversal, que introduz a chamada fatorização colinear). Assim, os momenta dos pártons são $p_A = x_A P_A$ e $p_B = x_B P_B$, ou seja, os quadrivetores correspondentes diferem apenas por um fator e $P_A^2 = P_B^2 = p_A^2 = p_B^2 = 0$.

A energia de centro de momentum do sistema hádron A e hádron B ao quadrado é:

$$s = (P_A + P_B)^2 = P_A^2 + P_B^2 + 2P_A \cdot P_B = 2P_A \cdot P_B. \quad (4.1)$$

Similarmente, a energia de centro de momentum do sistema párton A e párton B ao quadrado é:

$$\hat{s} = (p_A + p_B)^2 = p_A^2 + p_B^2 + 2p_A \cdot p_B = 2p_A \cdot p_B = 2x_A x_B P_A \cdot P_B = x_A x_B s. \quad (4.2)$$

A partir do quadrimomentum do fóton virtual q , podem-se definir mais duas variáveis:

$$x_1 = \frac{2P_B \cdot q}{s} \quad x_2 = \frac{2P_A \cdot q}{s}. \quad (4.3)$$

Com x_1 e x_2 , a rapidez (mais especificamente, rapidez longitudinal [61]) do fóton pode ser obtida:

$$y \equiv \frac{1}{2} \ln \left(\frac{q_0 + q_3}{q_0 - q_3} \right) = \frac{1}{2} \ln(x_1/x_2). \quad (4.4)$$

Com o produto $x_1 x_2 = (M^2 + p_T^2)/s$, uma forma de escrever x_1 e x_2 naturalmente é reconhecida:

$$x_1 = \sqrt{\frac{M^2 + p_T^2}{s}} e^y \quad x_2 = \sqrt{\frac{M^2 + p_T^2}{s}} e^{-y} \quad (4.5)$$

em que p_T é o momentum transversal do dilépton (também do fóton virtual). Por conservação de momentum, se não há geração de mais partículas além do fóton virtual, $\hat{s} = M^2$, em que M é a massa invariante do dilépton, e $p_T = 0$. Nesta situação, $x_1 = x_A$ e $x_2 = x_B$.

A seção de choque propriamente dita pode ser calculada de maneira perturbativa em qualquer ordem. Em ordem dominante (OD), a seção de choque do subprocesso $q + \bar{q} \rightarrow \gamma^* \rightarrow l + \bar{l}$ é obtida a partir da aplicação da eletrodinâmica quântica apenas (teoria quântica do eletromagnetismo). Se p_1 e p_2 são os momenta dos léptons, a amplitude de espalhamento \mathcal{M} do subprocesso é obtida pela aplicação das regras de Feynman [61, 64, 120]:

$$i\mathcal{M} = \bar{v}^{s'}(p_B)(ie_q e \gamma^\mu) u^s(p_A) \left(-\frac{i g_{\mu\nu}}{M^2} \right) \bar{u}^r(p_1)(ie \gamma^\nu) v^{r'}(p_2), \quad (4.6)$$

em que u e v são os espinores de partícula e de antipartícula respectivamente.

O próximo passo é fazer a média sobre os spins iniciais (s' e s) e somar sobre os finais (r' e r), além de tomar o quadrado do módulo da amplitude:

$$\frac{1}{4} \sum_{\text{spins}} |\mathcal{M}|^2 = \frac{e_q^2 e^4}{4M^4} \text{tr} \left[(p_A)_\sigma \gamma^\sigma \gamma^\mu (p_B)_{\sigma'} \gamma^{\sigma'} \gamma^\nu \right] \text{tr} \left[(p_1)_\rho \gamma^\rho \gamma_\mu (p_2)_{\rho'} \gamma^{\rho'} \gamma_\nu \right]. \quad (4.7)$$

Do cálculo dos traços das matrizes γ resulta:

$$\frac{1}{4} \sum_{\text{spins}} |\mathcal{M}|^2 = \frac{8e_q^2 e^4}{M^4} [(p_A \cdot p_1)(p_B \cdot p_2) + (p_A \cdot p_2)(p_B \cdot p_1)]. \quad (4.8)$$

Trabalhando no referencial em que $\mathbf{p}_A + \mathbf{p}_B = 0 = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2$, substituindo $e^2 = 4\pi\alpha$ e definindo o ângulo entre \mathbf{p}_A e \mathbf{p}_1 como θ :

$$\frac{1}{4} \sum_{\text{spins}} |\mathcal{M}|^2 = \frac{16e_q^2 (4\pi)^2 \alpha^2 M^4}{M^4} \frac{1}{16} [1 + \cos^2 \theta] = e_q^2 (4\pi)^2 \alpha^2 [1 + \cos^2 \theta]. \quad (4.9)$$

A seção de choque não integrada na distribuição angular é dada por:

$$\frac{d\hat{\sigma}}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2 M^2} \frac{1}{4} \sum_{\text{spins}} |\mathcal{M}|^2 = \frac{e_q^2 \alpha^2}{4M^2} [1 + \cos^2 \theta], \quad (4.10)$$

Integrando em todo o espaço de fase:

$$\hat{\sigma} = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi \sin \theta d\theta \frac{d\hat{\sigma}}{d\Omega} = \frac{4\pi e_q^2 \alpha^2}{3M^2} \quad (4.11)$$

Ainda, a seção de choque deverá ser multiplicada por um fator de 1/3, refletindo o fato de que os quarks possuem três cores.

Já que a este ponto a seção de choque partônica está determinada, é propício perguntar: como estão distribuídos os pártons nos hádrons? Responder a esta pergunta a partir da cromodinâmica quântica exige um cálculo não perturbativo, ou seja, quando não faz sentido expandir em série de potência do parâmetro de acoplamento da teoria. A resolução da cromodinâmica quântica não perturbativa é um problema em aberto da física de altas energias.

A alternativa é usar uma parametrização fenomenológica para a distribuição de pártons obtida por meio de experimentos. No caso do processo Drell–Yan, são usadas funções de distribuição em momentum de pártons ($f_q(x_A)$): $f_q(x_A)dx_A$ é a probabilidade de encontrar o párton q com momentum entre x_A e $x_A + dx_A$ vezes o momentum do hádron A. Sendo assim, a seção de choque diferencial para o processo Drell–Yan é (em ordem dominante):

$$d\sigma = \sum_q [f_q(x_A)f_{\bar{q}}(x_B) + f_{\bar{q}}(x_A)f_q(x_B)] dx_A dx_B \hat{\sigma} \quad (4.12)$$

$$d\sigma = \sum_q e_q^2 \frac{4\pi\alpha^2}{3M^2} [f_q(x_A)f_{\bar{q}}(x_B) + f_{\bar{q}}(x_A)f_q(x_B)] dx_A dx_B \quad (4.13)$$

A relação acima caracteriza o modelo de pártons. Note-se que $\hat{\sigma}$ não se altera se p_A é trocado por p_B . Como se vê, este modelo não considera a interação forte diretamente. As funções de distribuição de pártons serão estudadas em uma seção à parte.

Convém escrever a seção de choque em função de variáveis mais facilmente relacionadas com observáveis, tais como a rapidez y e o produto x_1x_2 , no presente caso dado por:

$$\tau \equiv \frac{M^2}{s} = x_1x_2 = x_Ax_B \quad (4.14)$$

Sendo assim:

$$\frac{d\sigma}{d\tau dy} = \frac{4\pi\alpha^2}{9M^2} \sum_q e_q^2 [f_q(x_A)f_{\bar{q}}(x_B) + f_{\bar{q}}(x_A)f_q(x_B)] \quad (4.15)$$

Integrando diretamente na variável y ($dy = \frac{dx_A}{2x_A}$) para τ fixo, x_A é mínimo quando $x_B = 1$ e portanto $x_{A\min} = \tau$:

$$\frac{d\sigma}{d\tau} = \int_{\tau}^1 \frac{dx_A}{2x_A} \frac{4\pi\alpha^2}{9M^2} \sum_q e_q^2 [f_q(x_A)f_{\bar{q}}(\tau/x_A) + f_{\bar{q}}(x_A)f_q(\tau/x_A)] \quad (4.16)$$

$$M^4 \frac{d\sigma}{dM^2} = \tau \int_{\tau}^1 \frac{dx_A}{2x_A} \frac{4\pi\alpha^2}{9} \sum_q e_q^2 [f_q(x_A)f_{\bar{q}}(\tau/x_A) + f_{\bar{q}}(x_A)f_q(\tau/x_A)] \quad (4.17)$$

A seção de choque acima não depende da escala M . Este resultado é condizente com o escala-

mento de Bjorken, também válido para o processo Drell–Yan.

A seção de choque derivada não possui uma distribuição em momentum transversal. Um dos objetivos do presente estudo é justamente entender os casos em que o fóton virtual possui $p_T \neq 0$. Então, o estudo precisará seguir em ordem seguinte à dominante (OSD), para que haja a criação de mais partículas no processo e que assim o momentum transversal do fóton possa ser não nulo.

4.1.2 Seção de choque em ordem seguinte à dominante

Se em ordem dominante havia apenas um vértice da eletrodinâmica quântica (EDQ) e portanto apenas um fator α , em ordem seguinte à dominante teremos mais um vértice. As correções que envolvem mais um vértice da EDQ são menos efetivas do que as que envolvem um vértice da cromodinâmica quântica (CDQ), já que α é muito pequeno quando comparado com α_s . Desta maneira, o vértice introduzido é o vértice glúon–quark–quark (a CDQ, como uma teoria não abeliana, ainda tem os vértices de três e de quatro glúons) e os diagramas envolvidos estão na figura 4.2.

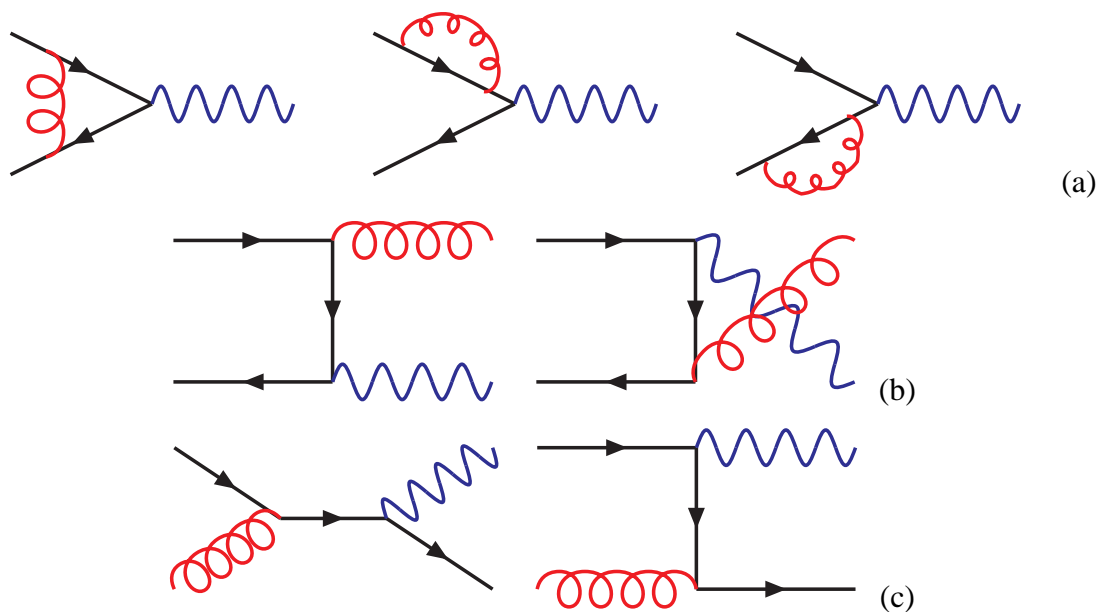


Figura 4.2: Diagramas em ordem seguinte à dominante, nos quais está implícito o decaimento do fóton virtual em um dilépton. Quarks são representados por linhas contínuas com setas, o fóton é representado pela linha em formato de onda e os glúons são representados por linhas em formato de mola. (a) Diagramas de correções virtuais. (b) Diagramas de aniquilação. (c) Diagramas de espalhamento Compton.

Muito úteis nos cálculos são as variáveis de Mandelstam, das quais já se conhece s :

$$t = (q - P_A)^2 = M^2 - 2q \cdot P_A \quad (4.18)$$

$$\hat{t} = (q - p_A)^2 = M^2 - 2q \cdot p_A = M^2 + x_A(t - M^2) \quad (4.19)$$

$$u = (q - P_B)^2 = M^2 - 2q \cdot P_B \quad (4.20)$$

$$\hat{u} = (q - p_B)^2 = M^2 - 2q \cdot p_B = M^2 + x_B(u - M^2). \quad (4.21)$$

Pode ser mostrado que $\hat{s} + \hat{t} + \hat{u} = M^2$.

Entre os diagramas de ordem seguinte à dominante, os de aniquilação (Fig. 4.2b) são os diagramas nos quais um quark e um antiquark aniquilam-se para produzir o fóton virtual e mais um glúon. Os diagramas de Compton (Fig. 4.2c) são os diagramas nos quais um quark (ou antiquark) absorve um glúon e emite o fóton virtual (Fig. 4.2c). Estes dois tipos de diagramas são os que podem gerar momentum transversal, já que o glúon ou o quark que sobra além do fóton virtual pode carregar momentum transversal também. Desta maneira, o glúon ou o quark possui momentum transversal de igual módulo e orientação contrária ao do fóton. A seção de choque diferencial para cada subprocesso é dada por:

$$\hat{\sigma}_{\text{aniq}}(\hat{s}, \hat{t}) = \frac{d\hat{\sigma}_{\text{aniq}}}{dM^2 d\hat{t}} = \frac{8}{27} \frac{\alpha^2 \alpha_s e_q^2}{M^2 \hat{s}^2} \frac{2M^2 \hat{s} + \hat{u}^2 + \hat{t}^2}{\hat{t} \hat{u}} \quad (4.22)$$

$$\hat{\sigma}_{\text{Compt,A}}(\hat{s}, \hat{t}) = \frac{d\hat{\sigma}_{\text{Compt,A}}}{dM^2 d\hat{t}} = \frac{1}{9} \frac{\alpha^2 \alpha_s e_q^2}{M^2 \hat{s}^2} \frac{2M^2 \hat{u} + \hat{s}^2 + \hat{t}^2}{-\hat{s}\hat{t}} \quad (4.23)$$

$$\hat{\sigma}_{\text{Compt,B}}(\hat{s}, \hat{t}) = \frac{d\hat{\sigma}_{\text{Compt,B}}}{dM^2 d\hat{t}} = \frac{1}{9} \frac{\alpha^2 \alpha_s e_q^2}{M^2 \hat{s}^2} \frac{2M^2 \hat{t} + \hat{s}^2 + \hat{u}^2}{-\hat{s}\hat{u}} \quad (4.24)$$

Note-se que há seções de choque diferentes para o subprocesso no qual o párton do hádron A é um quark e o párton do hádron B é um glúon ($\hat{\sigma}_{\text{Compt,A}}$) e para o subprocesso no qual o párton A é um glúon e o párton B é um quark ($\hat{\sigma}_{\text{Compt,B}}$). A expressão 4.24 pode ser obtida da expressão 4.23 por meio da troca de \hat{t} por \hat{u} ; das definições das variáveis de Mandelstam segue que esta troca de variáveis corresponde à troca das duas partículas iniciais.

O subprocesso precisa ser incorporado no processo, com a ajuda das funções de distribuição de pártons. As funções agora dependem de M , o que será explicado mais adiante, e funções de distribuição de glúons serão necessárias:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{P}}(s, M^2, p_{\text{T}}^2) &= \frac{d\sigma_{\text{P}}}{dM^2 dy d^2 p_{\text{T}}} \\ &= \frac{1}{\pi^2} \frac{\alpha^2 \alpha_s}{M^2 \hat{s}^2} \int_{x_{\text{Amin}}}^1 dx_A \frac{x_B x_A}{x_A - x_1} \left\{ P_{q\bar{q}}(x_A, x_B, M^2) \frac{8}{27} \frac{2M^2 \hat{s} + \hat{u}^2 + \hat{t}^2}{\hat{t} \hat{u}} \right. \\ &\quad \left. + P_{qg}(x_A, x_B, M^2) \frac{1}{9} \frac{2M^2 \hat{u} + \hat{s}^2 + \hat{t}^2}{-\hat{s}\hat{t}} + P_{gq}(x_A, x_B, M^2) \frac{1}{9} \frac{2M^2 \hat{t} + \hat{s}^2 + \hat{u}^2}{-\hat{s}\hat{u}} \right\}. \end{aligned}$$

Na expressão acima, $x_{A\min}$ é dado por $(x_1 - \tau)/(1 - x_2)$, x_B é dado por $(x_A x_2 - \tau)/(x_A - x_1)$ e

$$P_{q\bar{q}}(x_A, x_B, M^2) = \sum_q e_q^2 (f_q(x_A) f_{\bar{q}}(x_B) + f_{\bar{q}}(x_A) f_q(x_B)) \quad (4.25)$$

$$P_{qg}(x_A, x_B, M^2) = \sum_q e_q^2 (f_q(x_A) + f_{\bar{q}}(x_A)) f_g(x_B) \quad (4.26)$$

$$P_{gq}(x_A, x_B, M^2) = \sum_q e_q^2 f_g(x_A) (f_q(x_B) + f_{\bar{q}}(x_B)). \quad (4.27)$$

A seção de choque calculada anteriormente, além de não descrever bem os resultados experimentais [121, 122], apresenta problemas para a região de pequeno momentum transversal: uma dependência na forma de $p_T^{(-2)}$ surge, implicando uma divergência para $p_T = 0$. Esta divergência pode ser controlada pela introdução de um momentum transversal intrínseco, tema da próxima seção.

Antes de introduzir o momentum transversal intrínseco, será calculada a seção de choque diferencial dupla, i. e., integrada em p_T . Para esta seção de choque, são importantes os primeiros três diagramas da Fig. 4.2, que são termos de correções de glúons virtuais e não geram momentum transversal. À primeira vista, observa-se que eles possuem dois vértices da CDQ. Contudo, em OSD, o que interessa é a interferência deles com o diagrama de OD, que produz um termo $\alpha^2 \alpha_s$.

Todos os diagramas, no cálculo da seção de choque diferencial dupla em ordem seguinte à dominante apresentam divergências. Os três tipos de divergências são:

- ultravioleta, relacionada com os limites superiores de integrais em momentum, aparece quando há um laço no diagrama, como no diagrama de correção de vértice (primeiro da Fig. 4.2a);
- infravermelha, relacionada ou com os limites inferiores de integrais em momentum que também aparecem nos laços ou com a emissão de glúons macios (com momentum quase nulo);
- colinear, que ocorre no caso em que no diagrama o quark inicial emite um glúon colinear ou o glúon inicial emite um par de quark e antiquark em que um dos dois é colinear com o glúon.

A solução para as divergências contém duas etapas: a regularização e a posterior renormalização [61]. Na regularização, uma forma de trabalhar com as divergências é desenvolvida de maneira a tornar as integrais finitas. Há muitos métodos de regularização, mas um dos mais

utilizados é a regularização dimensional, na qual as integrais divergentes em $d = 4$ dimensões são expandidas analiticamente para um número d não inteiro de dimensões (por exemplo, $d = 4 - 2\varepsilon$, para ε pequeno). Com a regularização, uma escala é introduzida automaticamente. Feita a regularização, a renormalização pode ser aplicada, o que consiste em redefinir os parâmetros da teoria (parâmetro de acoplamento e massas) de maneira a absorver os termos divergentes. Assim, os parâmetros também passam a depender da escala do problema.

No caso em questão, após a regularização e a soma de todos os diagramas, apenas as divergências colineares persistem. O cancelamento das divergências infravermelhas pode ser explicado considerando que os glúons macios não são observados por nenhum tipo de experimento, ou seja, a natureza não diferencia o estado de um fóton virtual mais um glúon com energia infinitesimal do estado de um fóton virtual apenas. Como a teoria faz esta diferença, é natural que a teoria apresente inconsistências quando os dois casos são considerados independentemente. As divergências colineares, entretanto, estão relacionadas com o comportamento não perturbativo da teoria. Logo, elas devem ser absorvidas nas funções de distribuição de pártons, que passam a depender da escala. Há várias maneiras de se fazer isso e neste trabalho é usado o esquema de subtração mínima modificado, no qual são absorvidos nas distribuições os pólos $1/\varepsilon$ e os termos $(\ln 4\pi - \gamma_E)$, ambos oriundos da expansão em torno de ε de funções gamma (γ_E é a constante de Euler–Mascheroni). No processo Drell–Yan, uma escolha natural para a escala é a massa do dilépton M .

Em ordem seguinte à dominante, α_s é dado por:

$$\alpha_s(M) = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln(M^2/\Lambda^2)} \left[1 - \frac{2\beta_1}{\beta_0^2} \frac{\ln[\ln(M^2/\Lambda^2)]}{\ln(M^2/\Lambda^2)} \right] \quad (4.28)$$

com

$$\beta_0 = 11 - \frac{2}{3}n_f \quad \beta_1 = 51 - \frac{19}{3}n_f \quad (4.29)$$

em que n_f é o número de sabores. A constante Λ é a constante propriamente dita da teoria e seu valor só pode ser estimado a partir de medidas do parâmetro de acoplamento α_s .

Feita a renormalização e a regularização, a seção de choque diferencial dupla para o processo Drell–Yan em ordem seguinte à dominante é dada por:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dM^2 dy} &= \frac{\hat{\sigma}_0}{s} \int_0^1 dx_A dx_B dz \delta(x_A x_B z - \tau) \delta\left(y - \frac{1}{2} \ln \frac{x_A}{x_B}\right) \\ &\times \left\{ P_{q\bar{q}}(x_A, x_B, M^2) \left[\delta(1-z) + \frac{\alpha_s(M^2)}{2\pi} D_q(z) \right] \right. \\ &\left. + [P_{qg}(x_A, x_B, M^2) + P_{gq}(x_A, x_B, M^2)] \left[\frac{\alpha_s(M^2)}{2\pi} D_g(z) \right] \right\}. \end{aligned}$$

No esquema de renormalização de subtração mínima ($\overline{\text{MS}}$), as funções $D_q(z)$ e $D_g(z)$ são dadas por ([122] pág. 308; $C_F = 4/3$, $T_R = 1/2$):

$$\begin{aligned} D_q(z) &= C_F \left[\delta(1-z) \left(\frac{2\pi^2}{3} - 8 \right) - 2 \frac{1+z^2}{1-z} \ln z + 4(1+z^2) \left(\frac{\ln(1-z)}{1-z} \right)_+ \right] \\ D_g(z) &= T_R \left[(z^2 + (1-z)^2) \ln \frac{(1-z)^2}{z} + \frac{1}{2} + 3z - \frac{7}{2} z^2 \right]. \end{aligned}$$

As funções $(F(x))_+$ são definidas por

$$(F(x))_+ = \lim_{\beta \rightarrow 0} \{ F(x) \theta(1-x-\beta) + \log(\beta) \delta(1-x-\beta) \}. \quad (4.30)$$

Para $x < 1 - \beta$, $(F(x))_+ = F(x)$. Contudo, a integral em x é nula:

$$\int_0^1 (F(x))_+ dx = 0. \quad (4.31)$$

Assim:

$$\int_0^1 dx g(x) (F(x))_+ = \int_0^1 dx (g(x) - g(1)) F(x). \quad (4.32)$$

A seção de choque pode ser reescrita por meio da integração das duas deltas de Dirac como ($x_{A,B} = \sqrt{\tau/z} \exp(\pm y)$):

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dM^2 dy} &= \frac{\hat{\sigma}_0}{s} \int_{\tau \exp(2|y|)}^1 \frac{dz}{z} \left\{ P_{q\bar{q}}(x_A, x_B, M^2) \left[\delta(1-z) + \frac{\alpha_s(M^2)}{2\pi} D_q(z) \right] \right. \\ &\quad \left. + [P_{qg}(x_A, x_B, M^2) + P_{gq}(x_A, x_B, M^2)] \left[\frac{\alpha_s(M^2)}{2\pi} D_g(z) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (4.33)$$

Separando a parte que não precisa ser integrada numericamente, tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dM^2 dy} &= \frac{\hat{\sigma}_0}{s} \left(1 + \frac{2\alpha_s(M^2)}{3\pi} \left(\frac{2\pi^2}{3} - 8 \right) \right) P_{q\bar{q}}(x_A, x_B, M^2) \\ &\quad + \frac{\hat{\sigma}_0}{s} \frac{\alpha_s(M^2)}{2\pi} \int_{\tau \exp(2|y|)}^1 \frac{dz}{z} \{ P_{q\bar{q}}(x_A, x_B, M^2) D'_q(z) \\ &\quad + [P_{qg}(x_A, x_B, M^2) + P_{gq}(x_A, x_B, M^2)] D_g(z) \}, \end{aligned} \quad (4.34)$$

com

$$D'_q(z) = C_F \left[-2 \frac{1+z^2}{1-z} \ln z + 4(1+z^2) \left(\frac{\ln(1-z)}{1-z} \right)_+ \right].$$

4.1.3 Momentum transversal intrínseco

Não estão incluídos de maneira consistente no modelo apresentado até agora os momenta transversais dos diléptons (\mathbf{p}_T , bidimensional), que experimentalmente são observados. Deve-se considerar que os pártons dentro dos hádrons possuem um momentum transversal intrínseco (ou seja, que já existe antes da colisão) [118, 119]. Seguindo a hipótese de que a dependência no momentum transversal é fatorizável (a chamada fatorização k_T [123, 124]), as funções de distribuição de pártons são alteradas seguindo a regra:

$$f(x)dx \rightarrow f(x)h_1(\mathbf{k}_T)dxd^2k_T. \quad (4.35)$$

A função $h_1(\mathbf{k}_T)$ dá a distribuição de momentum transversal intrínseco de um párton. Assim, $\int h_1(\mathbf{k}_T)d^2k_T = 1$. Não se supõe nenhuma direção preferencial, implicando que $h_1(\mathbf{k}_T)$ possa ser uma função apenas do módulo do momentum: $h_1(k_T^2)$.

A distribuição mais usada neste tipo de parametrização é a gaussiana [106, 118, 119]:

$$h_1(\mathbf{k}_T) = \frac{1}{\pi\langle k_T^2 \rangle} \exp\left(-\frac{k_T^2}{\langle k_T^2 \rangle}\right), \quad (4.36)$$

em que $\langle k_T^2 \rangle = \frac{4}{\pi}\langle k_T \rangle^2$ e o desvio padrão é dado por $\sqrt{\frac{2}{\pi}}\langle k_T \rangle$. Além de cumprir os pré-requisitos de média nula ($\langle \mathbf{k}_T \rangle = 0$), ir rapidamente a zero para valores de k_T grandes comparados com o desvio padrão e não possuir uma direção preferencial, a distribuição normal é comumente utilizada como primeira aproximação para distribuições desconhecidas em problemas de muitos corpos. A inserção de um parâmetro fenomenológico ($\langle k_T^2 \rangle$) é feita com a intenção de melhor descrever os resultados experimentais existentes. Em princípio, esperar-se-ia que este parâmetro não dependesse de energia.

A seção de choque sem a introdução do momentum transversal intrínseco possui duas partes: uma que gera momentum transversal ($\sigma_P(s, M^2, p_T^2)$) e outra colinear ($\sigma_C(s, M^2)$). Utilizando a prescrição acima, a seção de choque com momentum transversal intrínseco pode ser escrita como [106, 121]:

$$\begin{aligned} \sigma_S(s, M^2, y, p_T) &= \frac{d\sigma_S}{dM^2 dy dp_T^2} \\ &= \int d^2q_1 \int d^2q_2 \delta(\mathbf{p}_T - \mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2) h_1(\mathbf{q}_1) h_1(\mathbf{q}_2) \sigma_C(s, M^2) \\ &\quad + \int d^2q_1 \int d^2q_2 \int d^2q_T \delta(\mathbf{p}_T - \mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_T) h_1(\mathbf{q}_1) h_1(\mathbf{q}_2) \sigma_P(s, M^2, q_T^2). \end{aligned}$$

Nesse ponto, as integrais em \mathbf{q}_1 podem ser calculadas com a ajuda das deltas de Dirac e as

integrais em \mathbf{q}_2 da maneira usual, resultando em:

$$\sigma_S(s, M^2, y, p_T) = h(p_T^2) \sigma_C(s, M^2) + \int d^2 q_T h((\mathbf{p}_T - \mathbf{q}_T)^2) \sigma_P(s, M^2, q_T^2), \quad (4.37)$$

com distribuição da soma dos momenta transversais dos dois pártons dada por:

$$h(k_T^2) = \frac{1}{2\pi \langle k_T^2 \rangle} \exp\left(-\frac{k_T^2}{2\langle k_T^2 \rangle}\right). \quad (4.38)$$

Os dois termos no lado direito da equação acima divergem, mas se ao primeiro é somada a quantidade $\int d^2 q_T \sigma_P(s, M^2, q_T^2) h(p_T^2)$ e ao segundo é subtraída a mesma quantidade, tem-se:

$$\sigma_S(s, M^2, y, p_T) = h(p_T^2) \frac{d\sigma}{dM^2 dy} + \int d^2 q_T \sigma_P(s, M^2, q_T^2) [h((\mathbf{p}_T - \mathbf{q}_T)^2) - h(p_T^2)], \quad (4.39)$$

uma expressão com os dois termos finitos. Esta expressão é capaz de descrever coerentemente os resultados experimentais [106, 118, 119], tanto para pequeno quanto para grande momentum transversal.

O primeiro termo da expressão 4.39 apresenta uma dependência em p_T completamente fatorizada e puramente gaussiana. Este termo é dominante quando $p_T \ll \langle k_T \rangle$. Já o segundo termo, que depende de processos não colineares, é dominante quando $p_T \gg \langle k_T \rangle$, ou seja, quando a produção de momentum transversal não depende tanto do momentum transversal intrínseco mas sim de processos em que os diléptons são gerados com grande p_T .

4.2 Processo Drell–Yan no formalismo de dipolos de cor

O formalismo de dipolos de cor considera o mesmo processo Drell–Yan — estudado no referencial de momentum infinito na seção anterior —, mas em um referencial em que um dos hádrons participantes está em repouso. O hádron em repouso é identificado como alvo, enquanto que o outro hádron é o projétil e o referencial é dito de repouso do alvo. Neste caso, os diagramas envolvidos são diferentes: o processo de produção de diléptons é similar ao de *bremsstrahlung* (radiação de freamento) por meio de emissão de um fóton virtual que subsequentemente decai no dilépton.

O espalhamento é então entendido da seguinte forma [125–127]:

- O projétil emite um quark (ou antiquark).
- O quark emitido flutua em um estado de um quark mais um fóton virtual com massa M .
- O quark interage com o campo de cor do alvo, liberando o fóton.

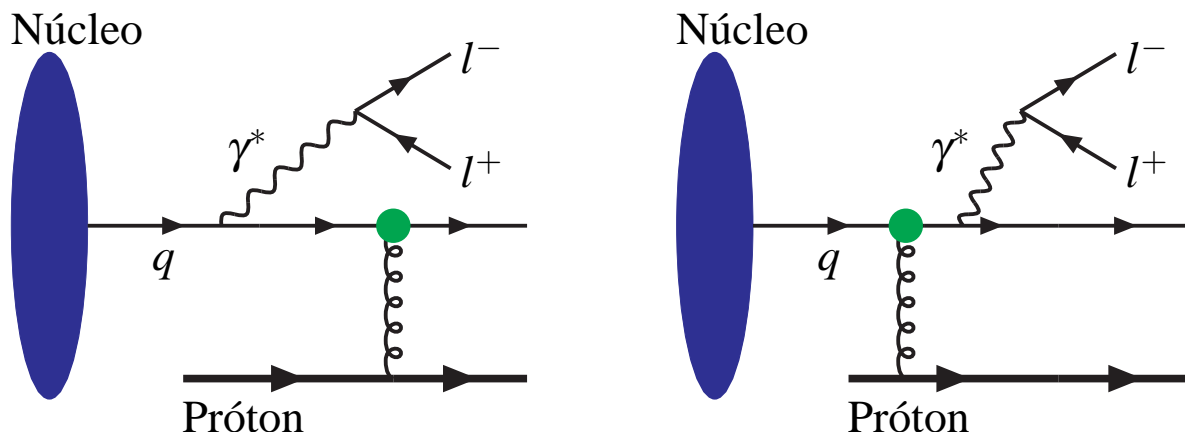


Figura 4.3: Diagramas do processo Drell–Yan no referencial de repouso do alvo (formalismo de dipolos) para rapidezzes negativas. A seção de choque de dipolo é obtida da interferência de ambos.

- O fóton virtual transforma-se em um par de léptons.

Uma grande vantagem de usar este formalismo é que a seção de choque de dipolos do espalhamento profundamente inelástico pode ser utilizada sem alterações. No espalhamento profundamente inelástico, para pequeno x , o fóton pode transformar-se em uma flutuação de um par de quark e antiquark com cor e anticor complementares, de tal forma que a combinação da cor e anticor é branca. A distância que separa o par é o tamanho do dipolo de cor e a seção de choque de dipolos aparece para o espalhamento entre o dipolo de cor e o alvo.

No processo Drell–Yan, a seção de choque de dipolos aparece como a interferência dos dois diagramas envolvidos no processo: o diagrama no qual a emissão do fóton virtual ocorre antes da interação com o alvo e o diagrama no qual a interação com o alvo ocorre antes da emissão. Este resultado foi mostrado em detalhe na Ref. 106 e advém do fato que, como no espalhamento profundamente inelástico, o quark sonda o alvo em dois pontos distintos para a produção do fóton virtual.

O formalismo de dipolos apenas é fenomenologicamente bem sucedido para x_2 muito pequeno (aproximadamente $x < 0,1$ [106]). Isto significa que o modelo só reproduz bem os experimentos quando a rapidez y do dilépton é grande. Em outros termos, o tempo de interação entre o párton do projétil precisa ser muito mais curto do que o tempo de flutuação do estado composto pelo quark e o fóton. Desta maneira, está garantida a fatorização da seção de choque, assim como no espalhamento profundamente inelástico o tempo de interação com o alvo precisava ser muito mais curto que a vida média do dipolo.

Quando o método é aplicado para colisões próton–próton, a simetria do problema permite que os resultados obtidos para rapidezzes positivas possam ser reinterpretados para rapidezzes ne-

gativas, bastando apenas trocar y por $-y$ e x_1 por x_2 . Quando o método é aplicado considerando-se o núcleo como alvo e o próton como projétil, a assimetria presente impede que esta adaptação possa ser realizada. Neste contexto surge a idéia [52] na qual o que segue nesta seção está baseado: considerar o próton como alvo e o núcleo como projétil, conforme representado na figura 4.3. Isto será feito sem alterar as definições de x_1 por x_2 , então o formalismo de dipolos se aplicará para x_1 pequeno, i.e., rapidezzes negativas e grandes em módulo.

4.2.1 Seção de choque

A seção de choque diferencial com dependência em p_T é escrita como [92, 125]:

$$\frac{d\sigma^{DY}}{dM^2 dy d^2 p_T} = \frac{\alpha_{\text{em}}^2}{6\pi^3 M^2} \int_0^\infty d\rho W(x_2, \rho, p_T) \sigma_{\text{dip}}(x_1, \rho), \quad (4.40)$$

em que p_T é o momentum transversal do dilépton, M é a massa do dilépton, y é a rapidez do fóton e ρ é a separação transversal do dipolo. As variáveis x_1 e x_2 são dadas por $x_{1,2} = \sqrt{(M^2 + p_T^2)}/s \exp[\pm y]$ e s é a energia no referencial do centro de momentum elevada ao quadrado. Rapidez negativa ($y < 0$) implica $x_2 > x_1$. Neste formalismo, x_2 é a fração do momentum do nucleon no projétil levada pelo fóton virtual.

A função–peso $W(x_2, \rho, p_T)$ depende da composição do projétil. Ela dá o peso da contribuição de cada dipolo de tamanho ρ e é uma funcional das funções de distribuição de pártons:

$$\begin{aligned} W(x_2, \rho, p_T) = & \sum_q \int_{x_2}^1 \frac{d\alpha}{\alpha^2} e_q^2 \left[\frac{x_2}{\alpha} f_q^A \left(\frac{x_2}{\alpha}, M^2 \right) + \frac{x_2}{\alpha} f_{\bar{q}}^A \left(\frac{x_2}{\alpha}, M^2 \right) \right] \\ & \times \left\{ [m_q^2 \alpha^4 + 2M^2(1 - \alpha)^2] \left[\frac{1}{p_T^2 + \eta_q^2} T_1(\rho) - \frac{1}{4\eta_q} T_2(\rho) \right] \right. \\ & \left. + [1 + (1 - \alpha)^2] \left[\frac{\eta_q p_T}{p_T^2 + \eta_q^2} T_3(\rho) - \frac{1}{2} T_1(\rho) + \frac{\eta_q}{4} T_2(\rho) \right] \right\}, \quad (4.41) \end{aligned}$$

em que x_2/α é a fração do momentum do nucleon levada pelo párton emitido ($x_2 < \alpha < 1$). A variável α relaciona a fração de momentum do párton x_2/α com a fração de momentum do fóton virtual x_2 (α é a fração de momentum do párton que é levada pelo fóton). A constante η_q é dada por $\eta_q^2 = (1 - \alpha)M^2 + \alpha^2 m_q^2$ e m_q é a massa do quark retirada do ajuste da seção de

choque de dipolos. As funções T_i são dadas por:

$$\begin{aligned} T_1(\rho) &= \frac{\rho}{\alpha} J_0\left(\frac{p_T \rho}{\alpha}\right) K_0\left(\frac{\eta \rho}{\alpha}\right) \\ T_2(\rho) &= \frac{\rho^2}{\alpha^2} J_0\left(\frac{p_T \rho}{\alpha}\right) K_1\left(\frac{\eta \rho}{\alpha}\right) \\ T_3(\rho) &= \frac{\rho}{\alpha} J_1\left(\frac{p_T \rho}{\alpha}\right) K_1\left(\frac{\eta \rho}{\alpha}\right), \end{aligned}$$

em que a função $J_n(x)$ é a função de Bessel do primeiro tipo de ordem n e a função $K_n(x)$ é a função de Bessel do segundo tipo modificada (ou hiperbólica) de ordem n .

As funções de distribuição de pártons f_q^A contém os efeitos nucleares. No caso em que o projétil é um próton (e o alvo segue sendo um próton), apenas a substituição por distribuições protônicas é necessária para adaptar o formalismo. Se o alvo é um dêuteron, a seção de choque de dipolos não muda, já que, no formalismo de dipolos, apenas o conteúdo de glúons do alvo é considerado. A seção de choque de dipolos, como no caso do espalhamento profundamente inelástico, considera também a parte não perturbativa da interação com o campo de cor do alvo.

Um fato interessante do formalismo de dipolos é que ele, já em ordem dominante, dá uma distribuição em p_T bem comportada e adequada aos experimentos. Teoricamente espera-se que para pequeno x_1 (região de validade do formalismo de dipolos) e grande p_T o formalismo de dipolos corresponda à contribuição de Compton da análise no referencial de momentum infinito [92] quando os efeitos de saturação na seção de choque de dipolos são desprezados. (Para grande p_T , no referencial de momentum infinito, o k_T intrínseco pode ser desprezado, conforme discussão após a Eq. 4.39). É interessante notar que o formalismo de dipolos é uma descrição do processo Drell–Yan que não envolve parâmetros: apenas parametrizações universais (que podem ser obtidas no EPI e são usadas em outros processos) são utilizadas.

4.3 Resultados e comparação

Nesta seção serão apresentados os resultados obtidos com os dois formalismos: dipolos de cor no referencial de repouso do alvo (dipolo) e momentum transversal intrínseco no referencial de momentum infinito (RMI). Serão usadas energias compatíveis com as dos colisores RHIC ($\sqrt{s} = 200$ GeV) e LHC ($\sqrt{s} = 8800$ GeV). As colisões projetadas para LHC são p–p e p–Pb, enquanto que RHIC mede p–p e d–Au. A massa do dilépton é de $M = 6,5$ GeV, de acordo com a proposta de estudar variações nas distribuições com x pequeno. Para esta escala, a constante de acoplamento da força forte dada pela GRV98 é 0,186. O momentum transversal também estará restrito a no máximo valores da ordem da massa do dilépton. Infelizmente, não há na

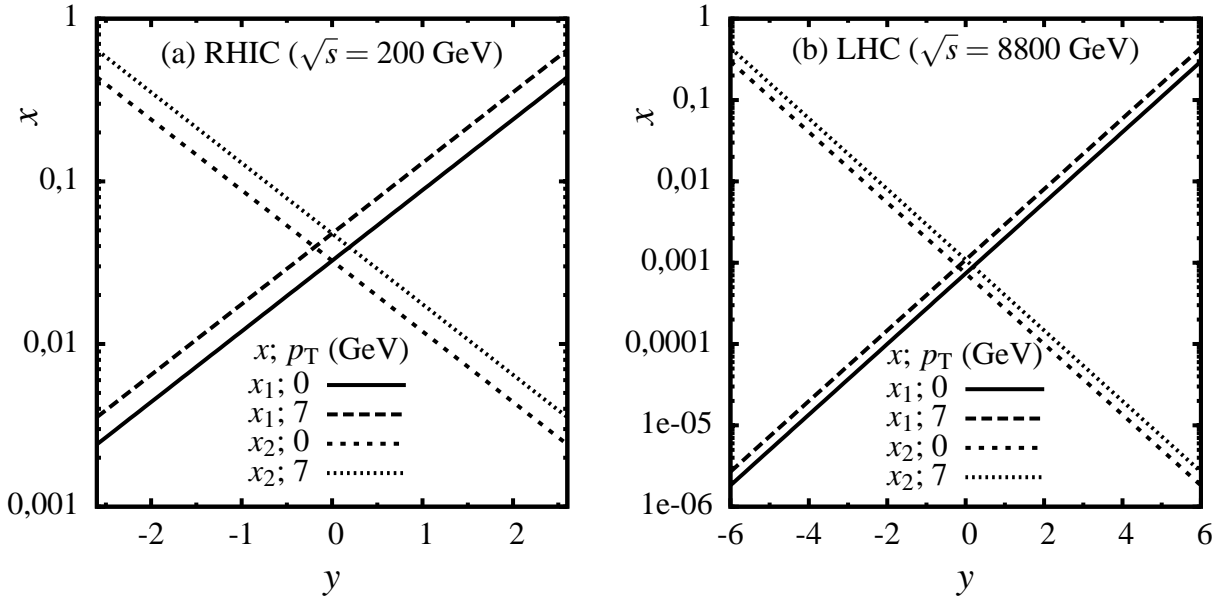


Figura 4.4: Variação de x_1 e x_2 com a rapidez y e o momentum transversal p_T para energias de (a) RHIC e (b) LHC.

literatura resultados experimentais compatíveis.

Para o momentum transversal intrínseco, o valor de $\langle k_T^2 \rangle$ de $0,5 \text{ GeV}^2$ é tradicionalmente utilizado [121, 128] para experimentos de energias mais baixas. Em um estudo mais atual de produção de píons em OSD [129], $\langle k_T^2 \rangle = 2,5 \text{ GeV}^2$ foi adequado para reproduzir dados de RHIC, mesmo para pequeno p_T . Para LHC, como uma extrapolação, ainda será utilizado o valor $\langle k_T^2 \rangle = 4,5 \text{ GeV}^2$, já que fenomenologicamente é esperado que o valor necessário para ajustar bem os dados cresça com a energia [129, 130]. Este fato é o resultado de emissões de glúons macios pelo párton antes da interação, que aumentam com a energia e provocam um acréscimo no k_T intrínseco efetivo.

Com a energia de centro de momentum definida, pode-se facilmente calcular x_1 e x_2 , o que é feito no gráfico 4.4. Tanto x_1 quanto x_2 aumentam com o aumento do momentum transversal p_T , mas as variáveis apresentam comportamentos opostos com relação à rapidez: x_1 aumenta e x_2 diminui com o aumento desta. Na análise apresentada, rapidezes negativas serão mais usadas, já que é nesta região de rapidez que o formalismo de dipolos foi adaptado e explorado na Ref. 52.

Para a comparação das reações próton-núcleo com as reações próton-próton, o fator de modificação nuclear será calculado:

$$R_{pA} = \frac{d\sigma(pA)}{dp_T^2 dy dM} \bigg/ A \frac{d\sigma(pp)}{dp_T^2 dy dM}. \quad (4.42)$$

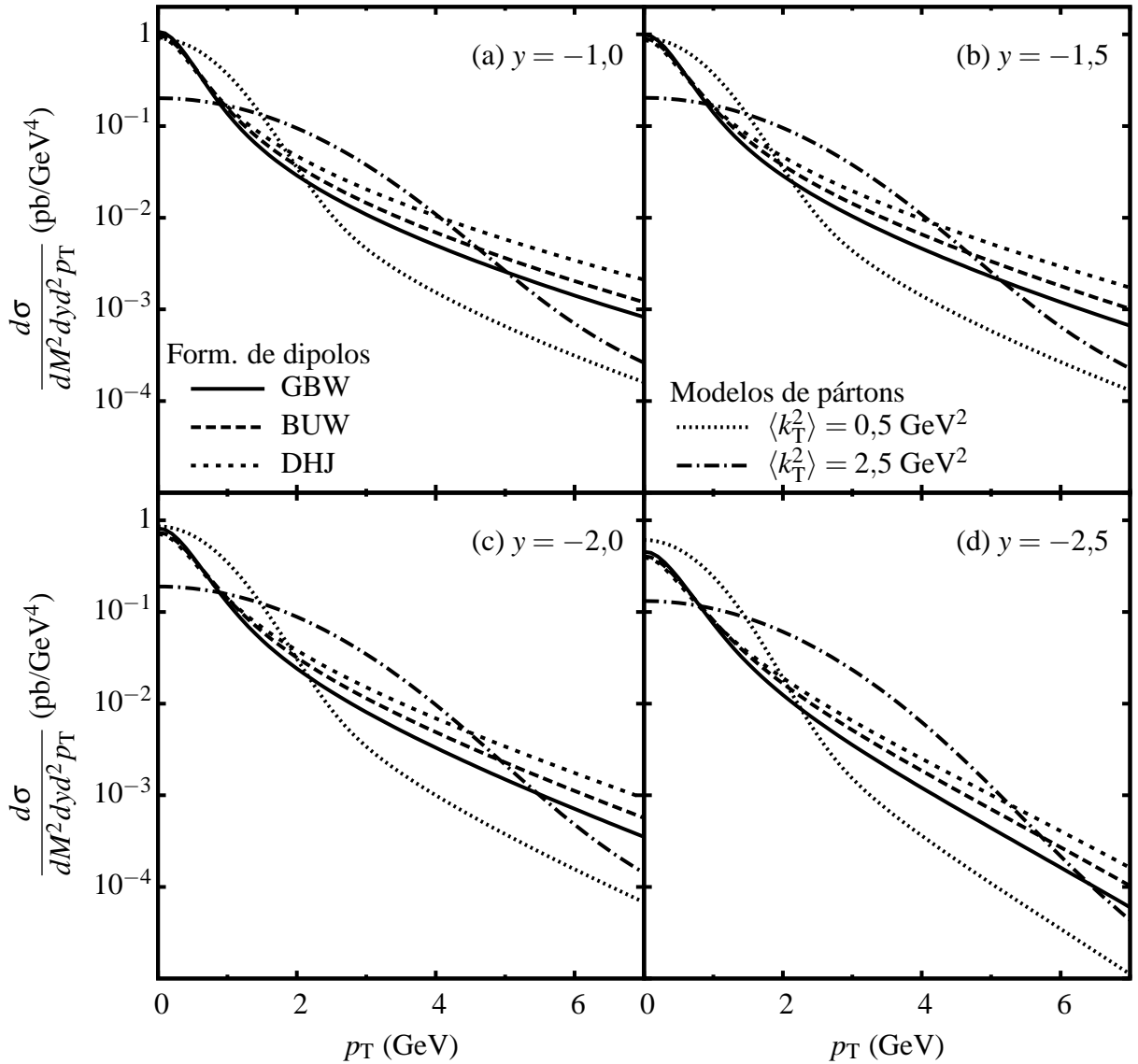


Figura 4.5: Seção de choque para a produção de diléptons em pb/GeV^4 para colisão p-p a energias de RHIC em função de p_T para (a) $y = -1,0$, (b) $y = -1,5$, (c) $y = -2,0$ e (d) $y = -2,5$.

No caso de colisões d-A, os efeitos nucleares do dêuteron são desprezados e o fator é dado por:

$$R_{dA} = \frac{d\sigma(dA)}{dp_T^2 dy dM} \bigg/ 2A \frac{d\sigma(pp)}{dp_T^2 dy dM}. \quad (4.43)$$

4.3.1 Resultados para energias de RHIC

Para energias de RHIC, os intervalos de rapidez e p_T utilizados determinam que a variável x_1 fique entre 0,00267 ($y = -2,5$, $p_T = 0$) e 0,0176 ($y = -1,0$, $p_T = 7$) e que x_2 fique entre 0,0883 ($y = -1,0$, $p_T = 0$) e 0,582 ($y = -2,5$, $p_T = 7$). Na figura 4.5, observa-se a seção de choque do processo Drell-Yan para colisão p-p em função do momentum transversal do

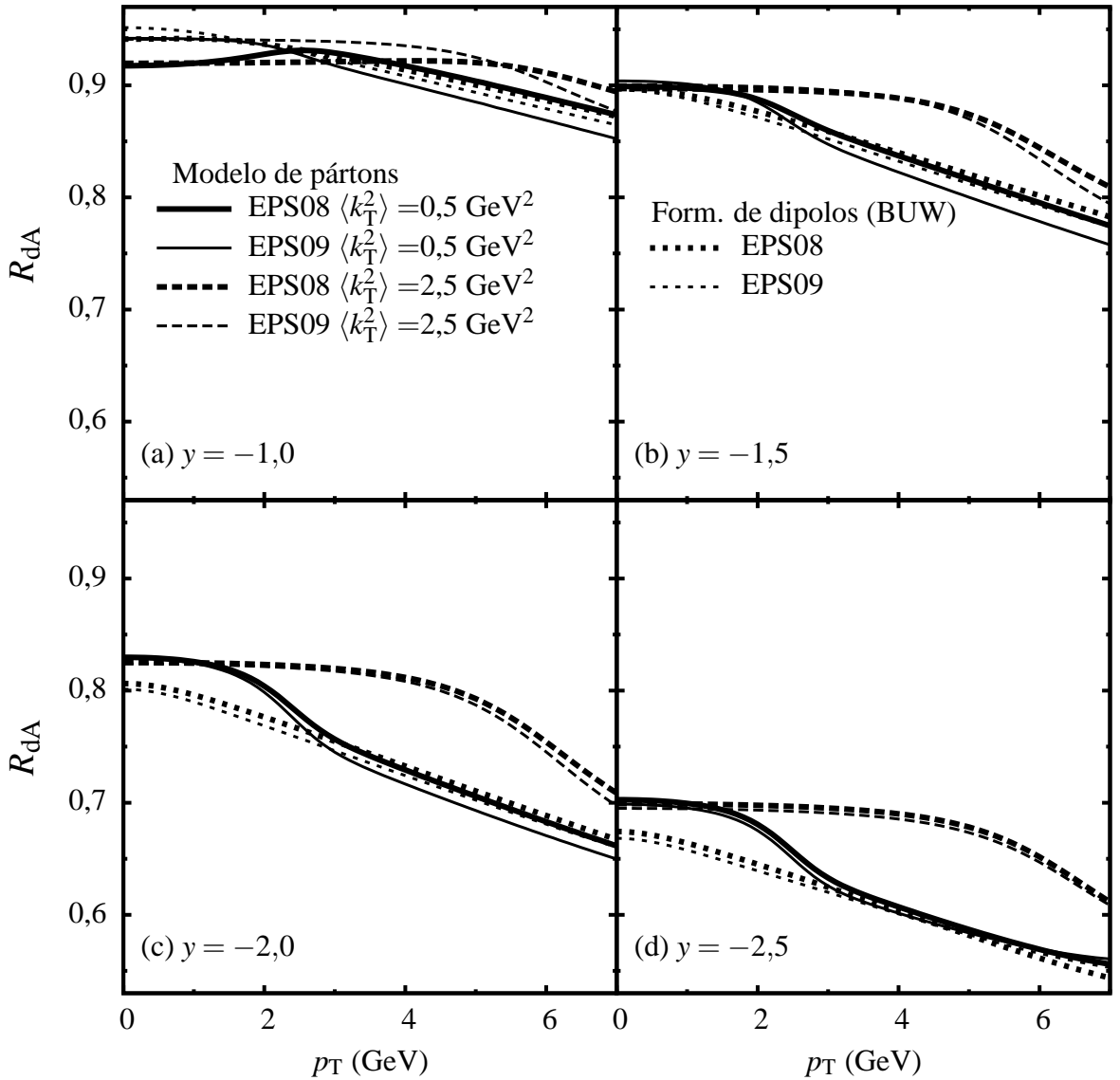


Figura 4.6: Fator R_{dA} para energias de RHIC como função do momentum transversal p_T para: (a) $y = -1,0$, (b) $y = -1,5$, (c) $y = -2,0$ e (d) $y = -2,5$. Parametrizações nucleares: EPS08 e EPS09.

dilépton para rapidez de (a) $y = -1,0$, (b) $y = -1,5$, (c) $y = -2,0$ e (d) $y = -2,5$. A figura mostra que os dois formalismos empregados diferem bastante, não só na magnitude como na forma dos resultados. Os efeitos do momentum transversal intrínseco estão presentes, como se pode ver na diferença entre os casos de $\langle k_T^2 \rangle = 0,5 \text{ GeV}^2$ e $\langle k_T^2 \rangle = 2,5 \text{ GeV}^2$. Quanto maior $\langle k_T^2 \rangle$, maior a região em p_T que é dominada pelo comportamento gaussiano do primeiro termo do lado direito da Eq. 4.39. Considerando-se as parametrizações GBW, DHJ e BUW, vê-se que elas apresentam certa distinção, em especial para grande p_T .

Teoricamente, espera-se que o formalismo de dipolos corresponda à contribuição de Compton da análise no referencial de momentum infinito [92]. Esta região tem pequeno x_1 , para ga-

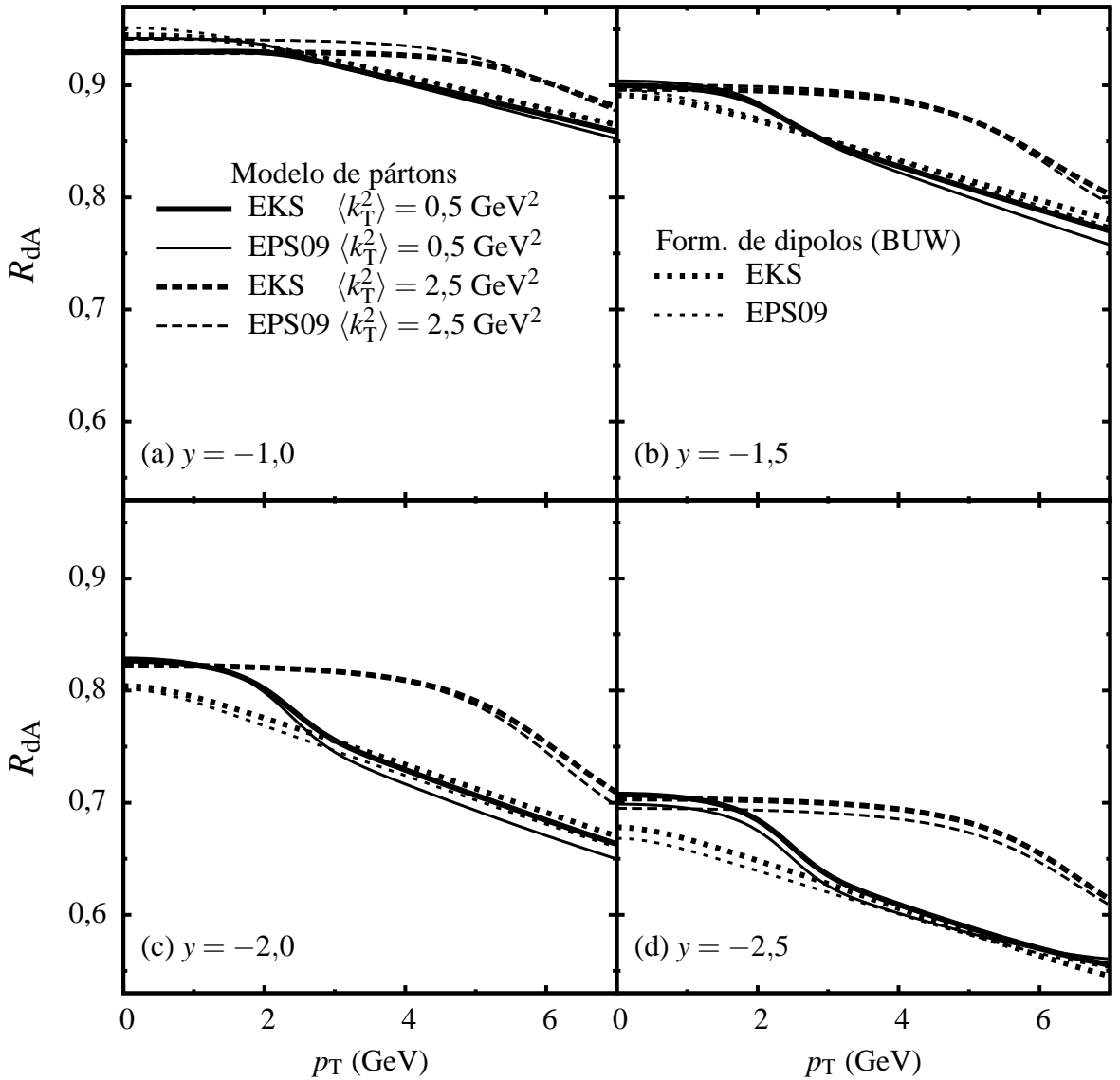


Figura 4.7: Fator R_{dA} para energias de RHIC como função do momentum transversal p_T para: (a) $y = -1,0$, (b) $y = -1,5$, (c) $y = -2,0$ e (d) $y = -2,5$. Parametrizações nucleares: EKS e EPS09.

rantir a validade do formalismo de dipolos, e grande $p_T/\langle k_T \rangle$, para que o k_T intrínseco possa ser desprezado. Na Fig. 4.5, na região de grande p_T (principalmente para $y = -2,5$), os dois formalismos predizem praticamente a mesma dependência em p_T para a seção de choque.

Na figura 4.6, é dado o fator de modificação nuclear R_{dA} para energias de RHIC como função do momentum transversal p_T para os dois formalismos empregados e para as duas funções de distribuição de parton nucleares EPS08 e EPS09. Para entender os resultados, é necessário analisar como os efeitos nucleares são levados em conta pelos diferentes formalismos.

No formalismo de dipolos de cor, por exemplo, as distribuições de partons (contendo os

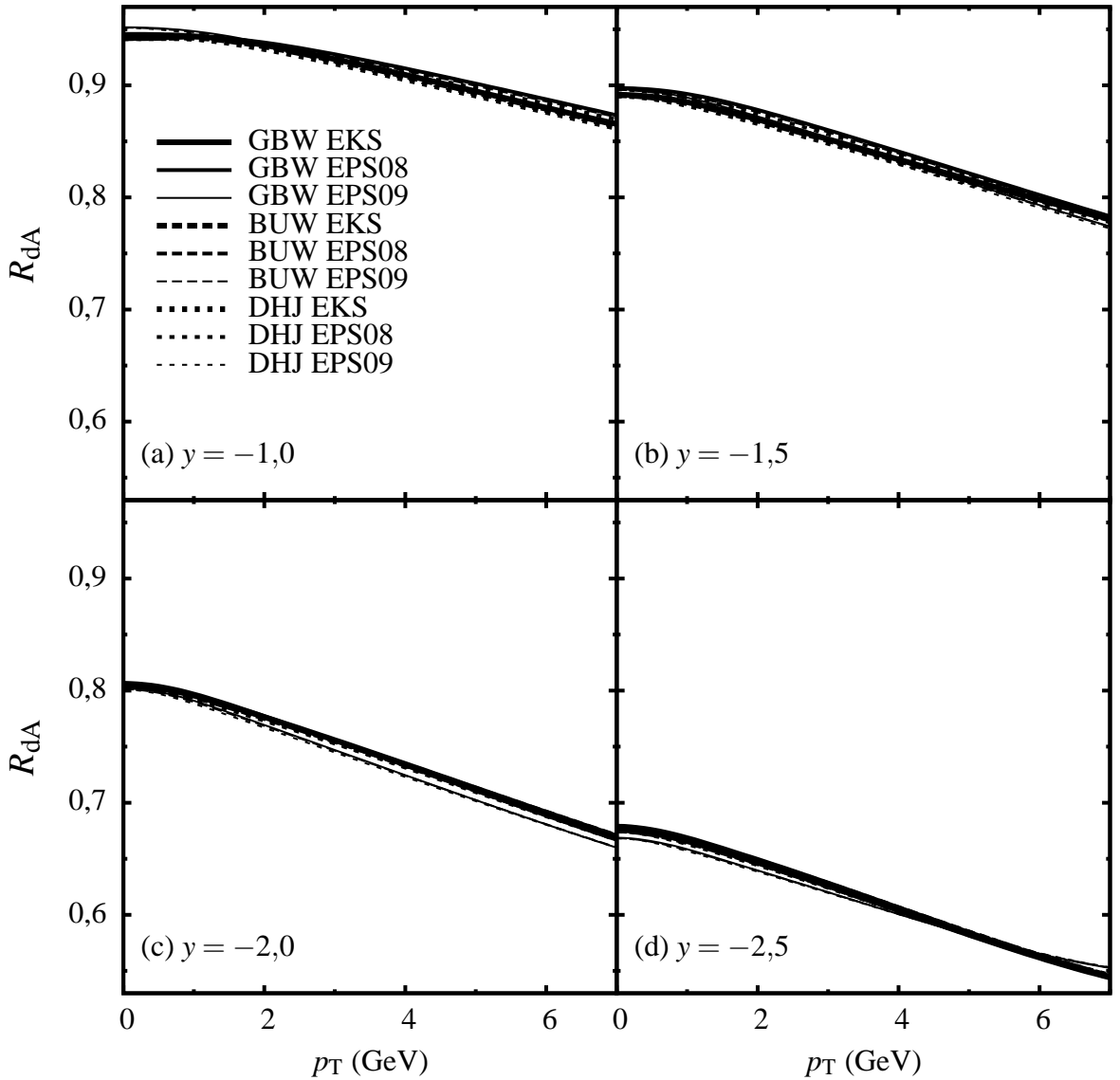


Figura 4.8: Fator R_{dA} para energias de RHIC como função do momentum transversal p_T para: (a) $y = -1,0$, (b) $y = -1,5$, (c) $y = -2,0$ e (d) $y = -2,5$. Cálculo usando apenas o formalismo de dipolos para comparação das parametrizações nucleares EKS, EPS08 e EPS09 e das parametrizações das seções de choques de dipolos GBW, DHJ e BUW.

efeitos nucleares) são integradas em x de x_2 a 1 (Eq. 4.41). Assim, quando x_2 aumenta, os efeitos de sombreamento, anti-sombreamento e efeito EMC são deixados de lado na integração, nesta ordem. Quando x_2 cresce na região de sombreamento, uma região do domínio de integração que relaciona a distribuição nuclear com a distribuição protônica com um fator menor do que a unidade é abandonada, fazendo com que o fator de modificação nuclear aumente. Quando x_2 cresce na região de anti-sombreamento, que é uma região onde as distribuições nucleares são maiores do que as protônicas, o fator diminui, já que é perdida do cálculo esta região. Quando x_2 cresce na região de efeito EMC, o fator aumenta por um processo similar.

No referencial de momentum infinito, duas integrais interessam. Para grande p_T , a parte importante é a da σ_P , na qual há uma integração na variável x_B (relacionada com os efeitos nucleares) de $(x_2 - \tau)/(1 - x_1)$ (para rapidez muito negativa e τ pequeno, $\approx x_2$) até 1. Sendo assim, a mesma sequência de efeitos nucleares que são incluídos no formalismo de dipolos será seguida nesta integração: apenas os pesos que multiplicam as parametrizações nucleares serão diferentes. No referencial de momentum infinito para pequeno p_T , a seção de choque é dominada pelo comportamento da parametrização gaussiana e da seção de choque diferencial dupla. A parametrização gaussiana é a mesma, tanto no caso nuclear quanto no caso nucleônico, logo não influi na análise da razão R_{dA} . Já a seção de choque diferencial dupla faz uma integração com pesos diferentes, ou seja, os efeitos nucleares são levados em conta diferentemente da maneira usada na σ_P , apesar de que x_B varie de maneira similar ao caso anterior: de $\sqrt{\tau}e^{-y}$ (aprox. x_2) até 1.

A Fig. 4.6 pode ser melhor entendida agora. A variável x_2 fica praticamente na região de anti-sombreamento. Logo, qualquer aumento em x_2 representa uma diminuição no fator de modificação nuclear pela não-inclusão de regiões em x_2 nas quais as parametrizações nucleares são maiores do que as protônicas. A inclinação em p_T é negativa, pois um aumento em p_T implica aumento em x_2 . Da mesma maneira, quando a rapidez se torna mais negativa, x_2 aumenta e o fator diminui.

No modelo de pártons, R_{dA} é diferente em duas regiões e justifica-se o degrau visto na região de transição entre as duas (completamente visto para o caso de $\langle k_T^2 \rangle = 0,5 \text{ GeV}^2$). Fisicamente, este degrau está relacionado com a divisa entre a região de pequeno p_T , na qual o momentum transversal é gerado essencialmente pelo momentum transversal intrínseco — um efeito não perturbativo — e a região de grande p_T , na qual o momentum transversal é gerado perturbativamente como resultado da interação dura entre os pártons. Estes dois casos dependem de conjuntos de diagramas diferentes e tomados com variáveis diferentes. Sendo assim, nas duas integrações presentes nas seções de choque no modelo de pártons (Eq. 4.39), os efeitos nucleares são integrados com diferentes pesos, o que gera o degrau em R_{dA} .

O formalismo de dipolos segue muito bem o modelo de pártons quando não há influência do momentum transversal intrínseco, mostrando que nesse caso os dois formalismos interpretam os efeitos nucleares da mesma maneira. Contudo, com a introdução do momentum transversal intrínseco, o fator de modificação nuclear sofre significativa alteração e pode ser usado para determinar qual formalismo está correto e o quanto de momentum transversal intrínseco deve ser considerado.

As parametrizações EPS08 e EPS09 produzem um resultado muito similar, da mesma ma-

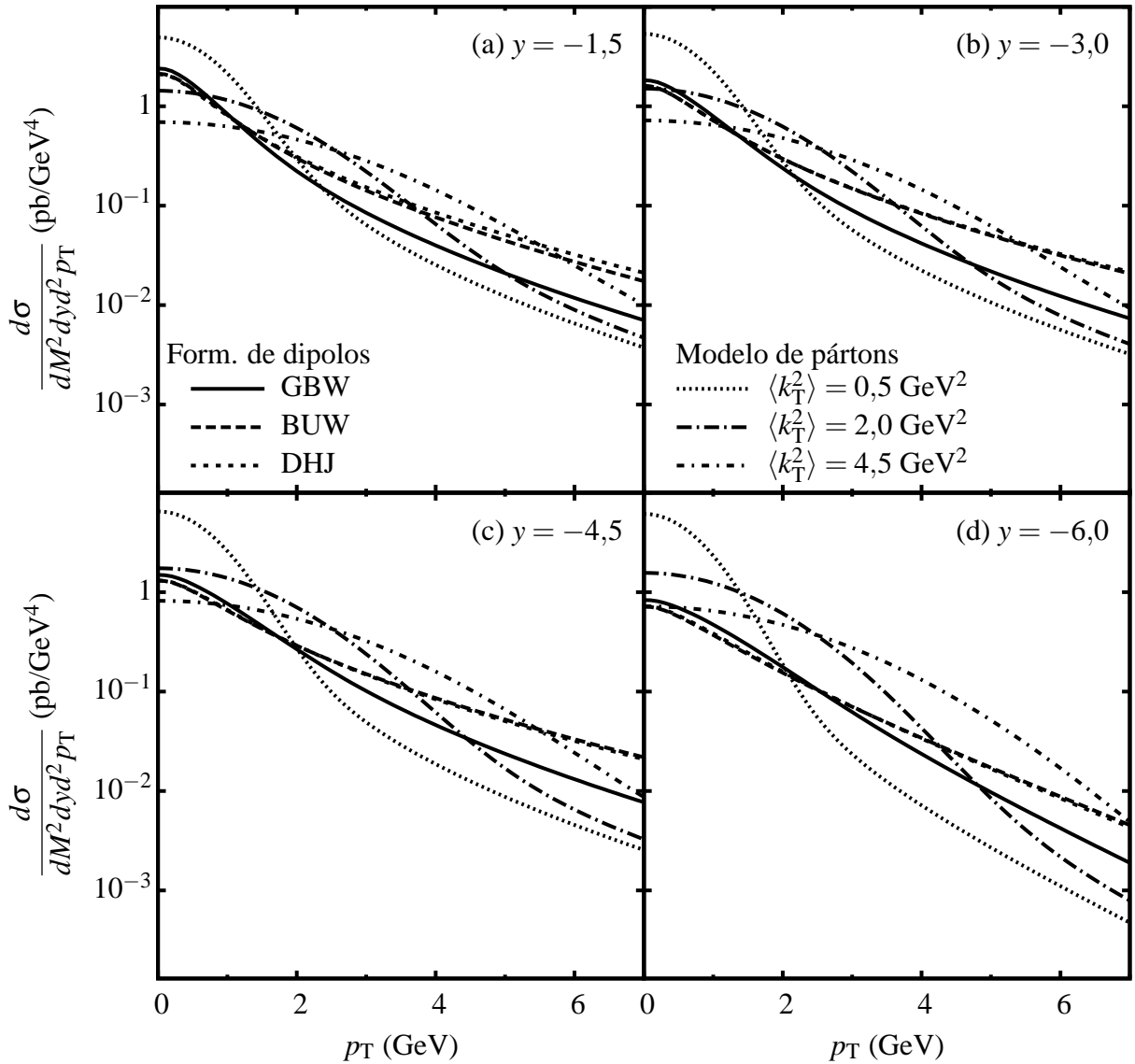


Figura 4.9: Seção de choque pb/GeV^4 para colisão p-p a energias de LHC em função do momentum transversal do dilépton p_T para (a) $y = -1,5$, (b) $y = -3,0$, (c) $y = -4,5$ e (d) $y = -6,0$.

neira que a parametrização EKS (ver Fig. 4.7). Isto deve-se ao fato de que, na região de anti-sombreamento, todas as parametrizações nucleares são muito similares. É interessante notar também, na Fig. 4.8, que os modelos GBW, DHJ e BUW não apresentam discrepância significativa, apesar de que na seção de choque para colisão p-p estas três parametrizações geravam resultados diferentes (conforme Fig. 4.5). Assim, a produção de diléptons mostra-se um observável que não é suficiente para discriminar entre os diferentes modelos para a seção de choque de dipolos.

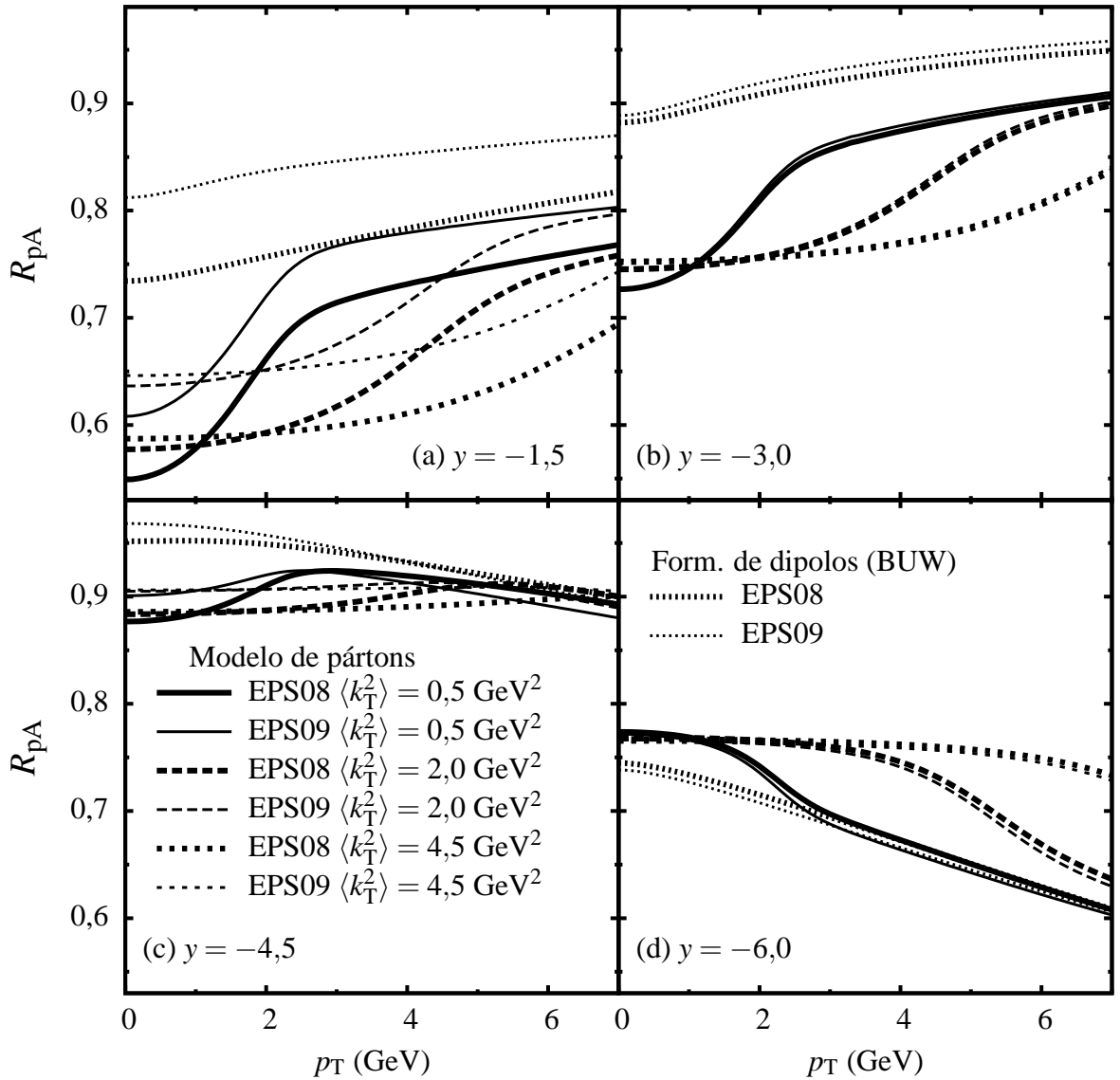


Figura 4.10: Razão R_{pA} para energias de LHC como função do momentum transversal p_T para (a) $y = -1,5$, (b) $y = -3,0$, (c) $y = -4,5$ e (d) $y = -6,0$.

4.3.2 Resultados para energias de LHC

Para energias de LHC, os intervalos de rapidez e p_T utilizados determinam que a variável x_1 fique entre $1,83 \times 10^{-6}$ ($y = -6$, $p_T = 0$) e $3,99 \times 10^{-4}$ ($y = -1,0$, $p_T = 7$) e que x_2 fique entre $2,01 \times 10^{-3}$ ($y = -1,0$, $p_T = 0$) e $0,438$ ($y = -6$, $p_T = 7$). Na figura 4.9, observa-se a seção de choque para colisão p-p em função do momentum transversal do dilépton para (a) $y = -1,5$, (b) $y = -3,0$, (c) $y = -4,5$ e (d) $y = -6,0$. No modelo de partons, $\langle k_T^2 \rangle = 0,5$, $2,0$ e $4,5 \text{ GeV}^2$ são usados. Novamente, a figura mostra que os dois formalismos empregados descrevem seções de choques bem diferentes, não só na magnitude como na dependência em p_T dos resultados. Além disso, a distribuição de momentum transversal intrínseco pode alterar

fortemente os resultados. Sobre as seções de choque de dipolos, pode-se dizer que os modelos DHJ e BUW são muito similares e que apenas o modelo GBW persiste sendo diferente dos outros dois.

Na figura 4.10, é apresentada a razão R_{pA} para energias de LHC e colisões p–Pb como função do momentum transversal p_T para: (a) $y = -1,5$, (b) $y = -3,0$, (c) $y = -4,5$ e (d) $y = -6,0$. No caso de LHC, não serão mostrados, apesar de terem sido calculados, o gráfico comparando as parametrizações EKS e EPS09 e o gráfico comparando as parametrizações GBW, BUW e DHJ, pois não foram encontradas diferenças significativas entre os resultados destas parametrizações.

Para entender o comportamento das razões entre as seções de choque, a mesma análise realizada para RHIC deve ser repetida, só que agora x_2 pode ser substancialmente menor. Então, o efeito de sombreamento também precisa ser levado em conta. Por exemplo, a inclinação com relação a p_T muda de positiva ($y = -1,5$) para negativa ($y = -6,0$). Para rapidezes mais centrais, está envolvido o efeito de sombreamento e um aumento em p_T implica aumento em x_2 e uma menor região de sombreamento é incluída nas integrações, fazendo com que o fator aumente. Para rapidezes mais negativas, o aumento em x_2 tem o mesmo efeito descrito em RHIC: menor região de anti-sombreamento é considerado e o fator diminui com o aumento de p_T . Da mesma forma, quando a rapidez vai de $y = -1,5$ a $y = -6,0$, o fator primeiro aumenta para depois diminuir, apresentando um máximo. Conforme x_2 diminui (p_T diminui e y aumenta), primeiro o efeito de anti-sombreamento e depois o de sombreamento são incluídos.

Os efeitos do momentum transversal intrínseco são bem visíveis novamente e isso diferencia o fator R_{pA} calculado no formalismo de dipolos do calculado no modelo de pártons. Contudo, os dois modelos também diferem quando o sombreamento é importante, ou seja, para rapidezes mais centrais, mesmo quando o efeito do momentum transversal intrínseco poderia ser desprezado. Tudo indica que o formalismo de dipolos é menos sensível ao sombreamento no projétil. Deve-se lembrar, todavia, que o estudo está melhor embasado nas regiões de rapidezes mais negativas, nas quais o formalismo de dipolos tem maior validade fenomenológica.

As parametrizações nucleares EPS08 e EPS09 apresentam resultados bem diferentes para rapidezes mais centrais. A EPS08 apresenta um sombreamento mais intenso do que a EPS09, gerando resultados para o fator de modificação nuclear menores nessa região de rapidez. Assim, diléptons, mesmo em rapidezes negativas, podem trazer informações sobre as parametrizações nucleares.

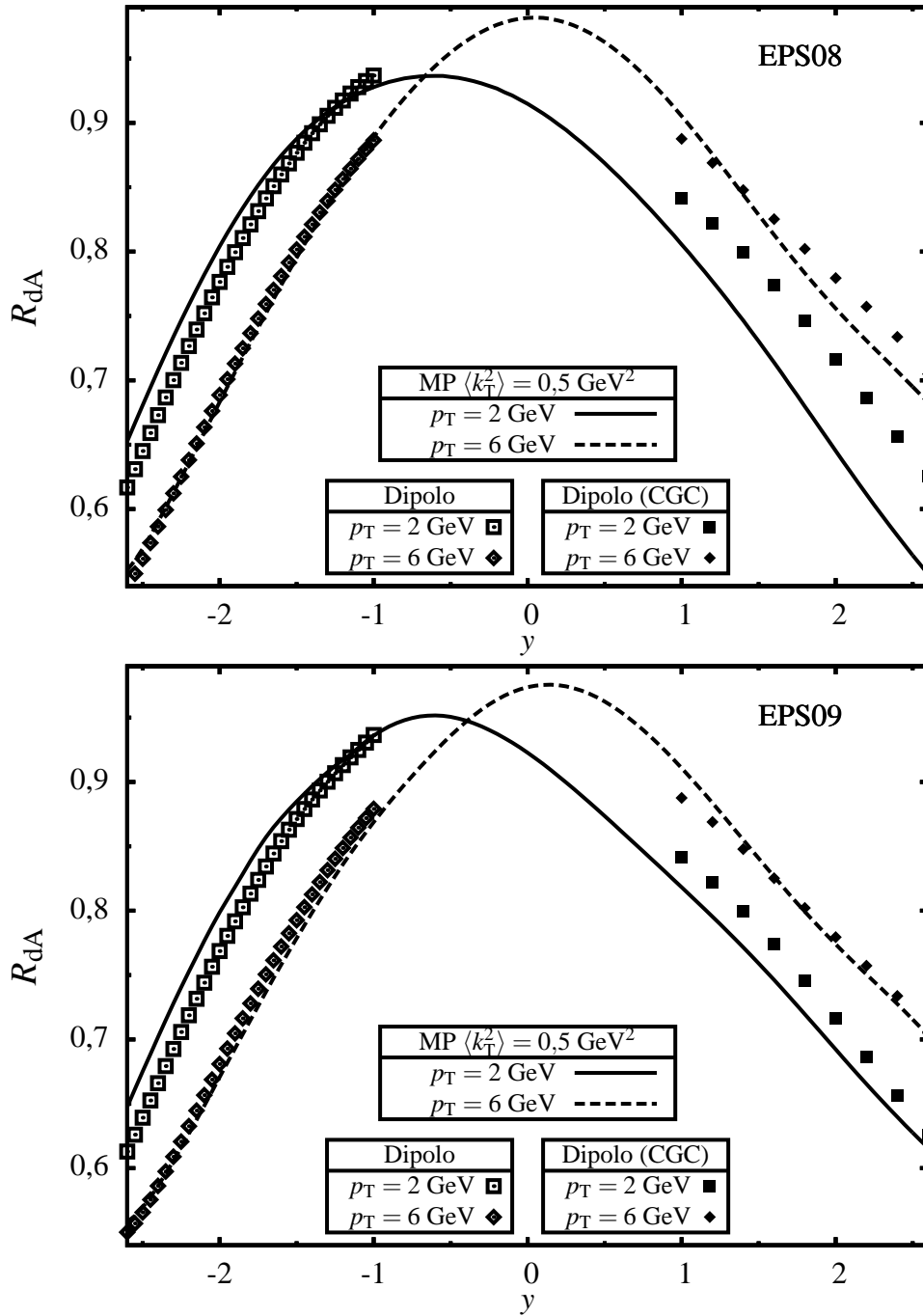


Figura 4.11: Fator R_{dA} calculado usando os diferentes formalismos (no modelo de pártons, formalismo de dipolos com o dêuteron como alvo e formalismo de dipolos com o núcleo como alvo (CVC). O fator é dado como função da rapidez y para momentum transversal p_T igual a 2 e a 6 GeV, para energias de RHIC. Acima, a parametrização EPS08 e abaixo a parametrização EPS09.

4.3.3 Rapidezes negativas e positivas

Nesta seção, será estudada a produção de diléptons para rapidezes negativas e positivas. Para rapidezes positivas, apenas o formalismo no referencial de momentum infinito se mantém

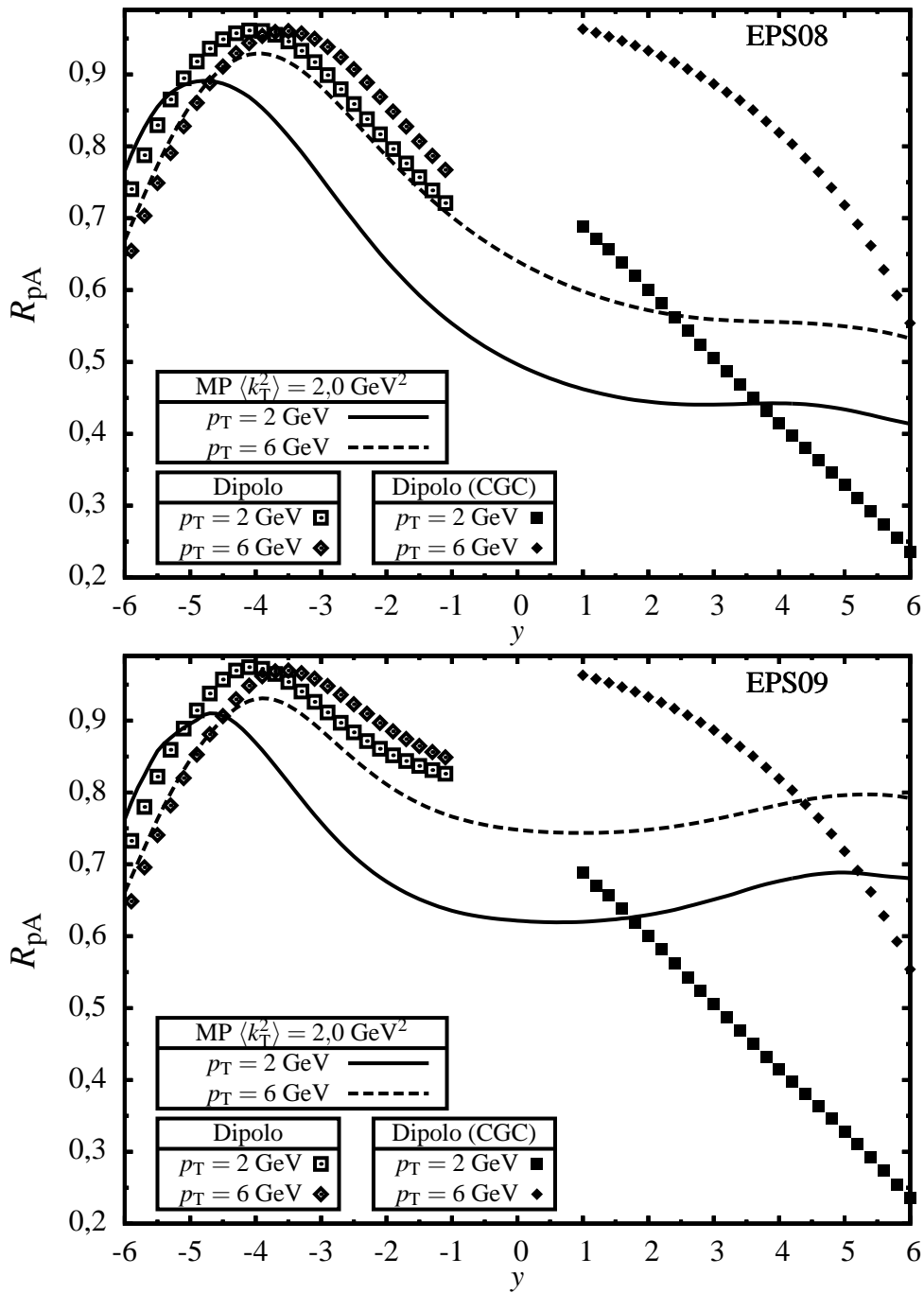


Figura 4.12: Fator R_{dA} calculado usando os diferentes formalismos (no modelo de pártons, formalismo de dipolos com o dêuteron como alvo e formalismo de dipolos com o núcleo como alvo (CVC). O fator é dado como função da rapidez y para momentum transversal p_T igual a 2 e a 6 GeV, para energias de LHC. Acima, a parametrização EPS08 e abaixo a parametrização EPS09.

válido como descrito até agora. Para estudar o formalismo de dipolos na região positiva de rapidez, a troca entre o alvo e o projétil realizada anteriormente precisa ser desfeita: agora o núcleo volta a ser o alvo. Nesse caso, na F_2 serão usadas funções de distribuição de pártons de prótons livres. Na parte da seção de choque de dipolos, um cuidado maior precisa ser tomado:

o núcleo em repouso e testado a pequenas frações de momentum x_B deve ser considerado como um sistema denso, como no condensado de vidros de cor (CVC). Esta análise foi realizada na Ref. 53 para massas de dilépton $M = 3$ GeV. Nesta tese, os resultados foram reproduzidos para $M = 6,5$ GeV.

Na figura 4.11, está delineado o fator R_{pA} para energia de RHIC como função da rapidez y para momentum transversal p_T igual a 2 e a 6 GeV. Os três formalismos são utilizados: modelo de pártons, no formalismo de dipolos a rapidezes negativas (alvo: próton) e com o condensado de vidros de cor (alvo: núcleo). No gráfico superior, é usada a parametrização nuclear EPS08, enquanto que no inferior é usada a EPS09. A seção de choque de dipolos utilizada é a BUW no caso do referencial de repouso do próton. O comportamento da razão R_{pA} com a variação de p_T é consistente entre os diferentes formalismos. Para rapidezes negativas, o aumento de p_T provoca a redução do fator de modificação nuclear, já que isso diminui a contribuição do efeito de anti-sombreamento. Para rapidezes positivas, o efeito é o oposto: um aumento em p_T provoca um acréscimo em R_{pA} , de novo pela redução da contribuição de um efeito nuclear mas, neste caso, o de sombreamento, que tende a reduzir a razão.

Para LHC (Fig. 4.12), a dependência no momentum transversal se comporta da mesma maneira que em RHIC. Contudo, quando são comparadas as parametrizações EPS08 e EPS09 no modelo de pártons, uma diferença importante na dependência em rapidez é encontrada para rapidezes positivas: enquanto o cálculo com a EPS08 apresenta derivada negativa com a rapidez, o cálculo com a EPS09 apresenta uma região de derivada positiva. Além disso, o formalismo de dipolos com o CVC torna-se muito diferente do modelo de pártons, indicando que os modelos estão bem ajustados para RHIC, mas que em LHC correções serão necessárias.

Estas discrepâncias para LHC têm sua origem nas diferentes maneiras como os modelos levam em conta o sombreamento dos pártons. O CVC apenas leva em conta o conteúdo de glúons do alvo (núcleo) e, enquanto x_2 estiver na região em que o sombreamento for o efeito dominante, R_{pA} irá diminuir com o aumento de x_2 . Já para o modelo de pártons, também são importantes os quarks no alvo. Nas energias de LHC, diléptons de pequena massa são produzidos essencialmente por colisões em que um do pártons é um glúon, no alvo ou no projétil, já que as frações de momentum atingidas são muito pequenas e as distribuições de glúons são dominantes. Para rapidezes centrais, glúons do projétil e do alvo são de importância comparável, então o sombreamento de quarks (e antiquarks, sondados pelos glúons do projétil) contribui tanto quanto o sombreamento de glúons (sondados pelos quarks e antiquarks do projétil). Para rapidezes mais positivas, apenas sombreamento de glúons participa. Assim, se o sombreamento de quarks é mais forte que o sombreamento de glúons e o sombreamento em si não intensifica-

se muito rapidamente com o aumento da rapidez, o fator R_{pA} poderá aumentar quando se vai de rapidezes centrais para rapidezes positivas, como no caso da EPS09. No caso da EPS08, o sombreamento aumenta muito rápido com a fração de momentum, compensando o efeito da troca do sombreamento de quarks e glúons pelo sombreamento de glúons apenas, garantindo que o fator R_{pA} diminua sempre para $y > 0$.

5 *Conclusões*

Após uma introdução ao EPI e às distribuições partônicas no Cap. 2, as seções de choque de dipolos foram estudadas no Cap. 3. Destaca-se inclusão de flutuações na parametrização AGBS, realizada na Ref. 44, com uma distribuição gaussiana para as frentes de onda dos eventos, evoluídas individualmente com base nas soluções assintóticas da equação BK. Foi visto que sob o ponto de vista do modelo AGBS, não há evidência de flutuações nas energias alcançadas em HERA nos dados da função de estrutura do próton, já que para os dados combinados de H1 e ZEUS, o coeficiente de difusão D dado pelo ajuste foi nulo dentro da margem de erro. O ajuste no todo obteve um bom chi-quadrado, como já havia sido obtido com a AGBS sem flutuações. Adicionalmente, a inclusão de flutuações não alterou os parâmetros encontrados no ajuste anterior. A partir disso, pode-se concluir que a aproximação de campo médio (equação BK) com parâmetro de acoplamento α_s fixo é suficiente para descrever os dados de HERA ($Y < 9$). Este resultado concorda com as simulações da equação de Langevin realizadas na Ref. 131, cujos resultados indicam relevância das flutuações para valores mais altos de rapidez. Conclui-se que o modelo AGBS é um modelo robusto o suficiente para a investigação de novos parâmetros: o estudo similar [107] de flutuações realizado para os modelos GBW e IIM podem ter obtido resultados inconclusivos em parte ao uso dessas parametrizações, já que, por exemplo, a GBW não inclui violações de escalamento geométrico, o que poderia causar um falso aumento na difusão encontrada em parte para tornar fazer com que a seção de choque de dipolos apresentasse estas violações.

Como questões abertas para a parametrização ABGS com flutuações ficam a inclusão de quarks pesados, a dependência no parâmetro de impacto — também não realizada no modelo AGBS sem flutuações —, a mudança de acoplamento fixo para acoplamento variável e, principalmente, o aumento de energia: em LHC, os efeitos de flutuações serão vistos?

Com relação à produção de diléptons, no Cap. 4 foram descritos e utilizados dois formalismos: o modelo de pártons no referencial de momentum infinito com momentum transversal intrínseco e o formalismo de dipolos para rapidezes negativas. Enquanto o primeiro já é conhecido na literatura há 30 anos, o segundo só recentemente foi adaptado para rapidezes negativas

em colisões próton–núcleo no trabalho original [52]. O intuito de calcular o modelo de pártons no referencial de momentum infinito foi provocado pela idéia de confirmação e comparação dos resultados obtidos na Ref. citada e foi publicado na Ref. 51. Os efeitos nucleares foram estudados por meio do fator de modificação nuclear, que relaciona seções de choque de colisões p–A (ou d–A) e colisões p–p.

Para rapidezzes negativas, os diferentes estudos mostraram-se consistentes e, dadas as particularidades de cada um, mostraram resultados compatíveis. A diferença mais notável entre os resultados é o degrau mostrado na fator de modificação nuclear entre o cálculo considerando o momentum transversal intrínseco e o cálculo no formalismo de dipolos de cor. Esta diferença pode vir a ser uma maneira de identificar como os momenta transversais dos pártons devem ser descritos e ainda apontar necessidade de mais um parâmetro no formalismo de dipolos. Este resultado sugere que o formalismo de dipolos de cor falha em incluir efeitos não perturbativos ou de ordem mais alta representados pelo k_T intrínseco. As diferentes seções de choque de dipolos utilizadas não apresentam diferença significativa, indicando que os efeitos nucleares não são sensíveis às parametrizações GBW, BUW e DHJ e não podem ajudar a resolver a questão das violações de escalamento geométrico.

Também foram objetos de pesquisa os efeitos nucleares. Três parametrizações (EKS, EPS08 e EPS09) foram utilizadas e comparadas, mostrando resultados qualitativamente compatíveis a rapidezzes negativas, mas com importantes diferenças na ponderação dos efeitos nucleares. Os efeitos de anti-sombreamento e EMC para energias de RHIC e estes dois mais o de sombreamento para energias de LHC mostram-se com grande influência nas seções de choque. Consequentemente, a produção de diléptons para rapidezzes negativas é apropriada para entender e quantificar os efeitos nucleares para pequeno e grande x , tanto como a interpretação da dependência em momentum transversal quanto em rapidez. Em LHC, mesmo o efeito de sombreamento forte como o da EPS08 pode ser estudado para $y < 0$, que é tradicionalmente associado a rapidezzes positivas, tornando a produção de diléptons a rapidezzes negativas sensível a todos os efeitos existentes e necessária para complementar o estudo de $y > 0$.

Em rapidezzes positivas, a aplicação do modelo de pártons no referencial de momentum infinito para rapidezzes positivas produziu resultados para o fator de modificação nuclear interessantes quando comparados com os obtidos na Ref. 53 para o formalismo de dipolos com o condensado de vidros de cor. Em RHIC, os diferentes modelos concordam qualitativamente e o mesmo vale para LHC no caso da parametrização EPS08, que possui um sombreamento mais forte que a EPS09. Já para LHC no caso da parametrização EPS09, os modelos apresentam grandes diferenças qualitativas devido às diferentes intensidades do sombreamento de quarks

e de glúons, ambos presentes no modelo de pártons (no CVC apenas os glúons são incluídos). Uma questão importante é saber se os dois modelos devem ser reconciliados por meio de um sombreamento forte ou pela inclusão de quarks no CVC. Nesse sentido, futuros dados de LHC para diléptons de pequena massa podem ser muito elucidativos e mais uma entrada para os ajustes das parametrizações.

6 *Perspectivas*

No referencial de momentum infinito, o problema das divergências na forma $p_T^{(-2)}$ foi resolvido por meio da introdução do momentum transversal intrínseco. Uma outra maneira possível seria aplicar a ressonância de termos $\log(p_T/M)$ [132, 133]. Quando um problema possui duas escalas (e.g., p_T e M), termos proporcionais ao logaritmo destas duas escalas aparecem na expansão acompanhando α_s . Se as duas escalas são muito distintas, estes termos podem fazer com que a expansão em α_s perca sua validade. Assim, é necessário ressonar estes termos em todas as ordens. Felizmente, isso pode ser feito para os termos que divergem, criando uma nova expansão válida. Outra linha de pesquisa a ser seguida seria o estudo de diferentes parametrizações para o momentum transversal intrínseco. Uma dependência em A ou na energia poderia ser estudada.

No contexto de flutuações, dada a dificuldade de se trabalhar com as equações de laços de pômerons, cujas soluções só são conhecidas após aproximações e em regimes assintóticos, modelos mais simples com um número menor de dimensões foram propostos. Entre estes, o modelo unidimensional com acoplamento fixo [112] e com acoplamento variável [113] é uma simplificação drástica mas que mantém os mecanismos básicos da CDQ. Este modelo é um modelo de partículas com duas dimensões: a coordenada espacial, que representa a partícula em um eixo x e a coordenada temporal, t . Em analogia com a CDQ, t representa a rapidez, enquanto que x representa o logaritmo do tamanho inverso ao quadrado do dipolo $x \equiv \log(r_0^2/r^2)$. Um particular estado de um hádron é um conjunto de partículas distribuídas em x e o sistema evolui com t pela emissão de novas partículas (apenas uma partícula a cada passo). Se $n(x)$ representa uma configuração de partículas, $P(n(x), Y)$ descreve a probabilidade de o hádron encontrar-se com a configuração $n(x)$.

Uma colisão é representada pela interação de dois hádrons, i.e., pela interação entre dois conjuntos de probabilidades de configurações. O representado pela letra R move-se para a direita e apresenta rapidez $Y - Y_0$, enquanto que o representado pela letra L move-se para a esquerda e apresenta rapidez Y_0 . Os resultados dos cálculos não devem depender de Y_0 pela invariância de Lorentz. A matriz de espalhamento entre duas partículas em posições x_R e x_L é

dada por $\sigma(x_R|x_L) = 1 - \tau(x_R|x_L)$. A amplitude de espalhamento $\tau(x|y)$ tem a seguinte forma escolhida:

$$\tau(x|y) = \alpha(x)\alpha(y) \exp(-|x-y|) \equiv \alpha(x)\alpha(y)K(x,y), \quad (6.1)$$

em analogia com a CDQ. A matriz de espalhamento entre duas configurações é dada por:

$$S[n,m] = \exp \left[\int dx_R dx_L n(x_R) m(x_L) \ln \sigma(x_R|x_L) \right]. \quad (6.2)$$

A média da matriz de espalhamento é dada por:

$$\langle S \rangle_Y = \int \mathcal{D}n \mathcal{D}m P_R[n(x_R), Y - Y_0] P_L[m(x_L), Y_0] S[n(x_R), m(x_L)]. \quad (6.3)$$

Após um passo na evolução de um sistema de partículas, uma nova partícula é emitida. A taxa de depósito de partícula na posição z é dada por:

$$f_z[n(x)] = \frac{T_z[n(x)]}{\alpha(z)}, \quad (6.4)$$

com

$$T_z[n(x)] = 1 - \exp \left[\int dx n(x) \ln \sigma(z|x) \right]. \quad (6.5)$$

A configuração após a emissão de uma partícula localizada em z consiste na configuração inicial mais esta partícula:

$$\partial_Y P[n(x), Y] = \int dz f_z[n(x) - \delta_{xz}] P[n(x) - \delta_{xz}, Y] - \int_z f_z[n(x)] P[n(x), Y]. \quad (6.6)$$

O acoplamento pode ser fixo ou variável. De acordo com a cromodinâmica, espera-se que no caso de acoplamento variável ele se comporte como $\alpha_s(x) = 1/(\beta x)$. Contudo, este comportamento não descreve a região de $x < 0$, em que há saturação e espera-se que o acoplamento torne-se fixo. Para remediar este problema, usa-se a interpolação:

$$\alpha_s = \frac{1}{\beta c \ln(e^{x/c} + e^{1/(\alpha_0 \beta c)})}, \quad (6.7)$$

com $\alpha_0 = 0,7$ e $c = 0,1$.

As condições iniciais devem ser escolhidas de forma que a dinâmica estudada fique na região em que vale $\alpha_s = 1/(\beta x)$, i.e., devem estar saturadas ($T(x) = 1$) para pequeno x . Em geral, as condições iniciais são $n(x < x_s|_{Y=0}) = \text{const.}$ e $n(x > x_s|_{Y=0}) = 0$. A variável x_s é a posição da frente de onda que, durante a evolução, deslocar-se-á para valores maiores de x e será dada

por:

$$x_s = x_s|_{Y=0} + \int_{x > x_s|_{Y=0}} T(x, Y). \quad (6.8)$$

O análogo da posição da frente de onda na CDQ é a escala de saturação Q_s e, já que $r^2 = r_0^2 \exp(-x)$, a relação entre as duas variáveis é:

$$Q_s^2 = \frac{1}{r_0^2} \exp x_s. \quad (6.9)$$

A dispersão das frentes de ondas é dada por:

$$\sigma^2 = \langle x_s^2 \rangle - \langle x_s \rangle^2. \quad (6.10)$$

Nos artigos originais do modelo, foi mostrado que com essa evolução ele reproduz uma hierarquia de equações análoga à hierarquia de Balitsky, com primeira equação dada por:

$$\partial_Y \langle T_x \rangle = \alpha_x \int_z K_{xz} \langle T_z (1 - T_x) \rangle \quad (6.11)$$

e segunda equação dada por:

$$\begin{aligned} \partial_Y \langle T_x T_y \rangle &= \alpha_x \int_z K_{xz} \langle T_z T_y (1 - T_x) \rangle + \alpha_y \int_z K_{yz} \langle T_z T_x (1 - T_y) \rangle \\ &+ \alpha_x \alpha_y \int_z \alpha_z K_{xz} K_{yz} \langle T_z (1 - T_x) (1 - T_y) \rangle. \end{aligned} \quad (6.12)$$

Esta hierarquia, na aproximação de campo médio, reduz-se à uma equação análoga à equação BK:

$$\partial_Y \langle T_x \rangle = \alpha_x \int_z K_{xz} [\langle T_z \rangle - \langle T_z \rangle \langle T_x \rangle]. \quad (6.13)$$

Com parâmetro de impacto fixo, a seção de choque entre o onium e o hádron, ou seja, a seção de choque de dipolos-alvo é

$$\frac{d\sigma_{\text{tot}}}{d^2b}(\mathbf{r}, \mathbf{b}, Y) = P_{\text{tot}}(\mathbf{b}, \mathbf{r}; Y) \equiv P_{\text{tot}}(\mathbf{x}, \mathbf{y}; Y). \quad (6.14)$$

A probabilidade de interação $P_{\text{tot}}(\mathbf{b}, \mathbf{r}; Y)$ é dada, no caso em que o alvo está em repouso ($Y_0 = 0$ e o projétil consiste em apenas um dipolo), por $2\text{Re} \langle T(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \rangle_Y$.

Os resultados para o modelo na aproximação de campo médio do modelo obedecem ao escalamento geométrico, não importando se o acoplamento é fixo ou variável. Com a simulação

completa do modelo, que inclui as flutuações, no caso de acoplamento fixo, o escalamento geométrico é substituído pelo escalamento difusivo [112]. Contudo, se com acoplamento é variável, o escalamento geométrico é mantido [113]: esta é uma consequência da evolução das frentes de onda. Com acoplamento variável, a distribuição de partículas no modelo mantém a forma pré-assintótica da frente de onda.

Algo que não foi realizado na literatura até agora foi o cálculo de seções de choque para o modelo unidimensional. Mais importante, nenhuma seção de choque calculada até agora incluiu flutuações com acoplamento variável. A primeira seção de choque que vem a mente seria a de EPI inclusivo ($\gamma^*-\text{h}$):

$$\frac{d\sigma_{\text{tot}}^\gamma}{d^2b}(Y, Q^2) = \int_0^1 dv \int d^2\mathbf{r} \sum_{\alpha=L,T} |\psi_\alpha^\gamma(v, \mathbf{r}; Q)|^2 P_{\text{tot}}(\mathbf{b}, \mathbf{r}; Y); \quad (6.15)$$

ou, com integração em x :

$$\frac{d\sigma_{\text{tot}}^\gamma}{d^2b}(Y, Q^2) = \frac{\pi r_0^2}{2} \int_0^1 dv \int_{-\infty}^{\infty} dx e^{-x} \sum_{\alpha=L,T} |\psi_\alpha^\gamma(v, x; Q)|^2 P_{\text{tot}}(x; Y). \quad (6.16)$$

É interessante identificar como as flutuações estão presentes nessa seção de choque e entender o que acontece nos 4 casos:

- Campo médio com acoplamento fixo.
- Campo médio com acoplamento variável.
- Evolução estocástica com acoplamento fixo.
- Evolução estocástica com acoplamento variável.

Para efetivamente calcular as seções de choque, no caso do modelo de partículas é necessário discretizar o eixo x . Cada sítio no eixo x tem tamanho de $1/8$. A condição inicial usada possui 20 partículas em cada sítio para $x < x_s|_{Y=0}$ e nenhuma partícula nos casos de $x > x_s|_{Y=0}$; a frente de onda inicial escolhida é $x_s|_{Y=0} = 6$. Na aproximação de campo médio, a evolução é realizada por um método numérico de solução de equações diferenciais ordinárias da biblioteca GNU GSL [134]. No caso de flutuações, a dinâmica do sistema de partículas é simulada com 10^4 eventos:

- A cada passo em rapidez, primeiramente o tamanho do passo é sorteado a partir de uma distribuição exponencial com média igual ao inverso da probabilidade total de emissão de uma nova partícula.

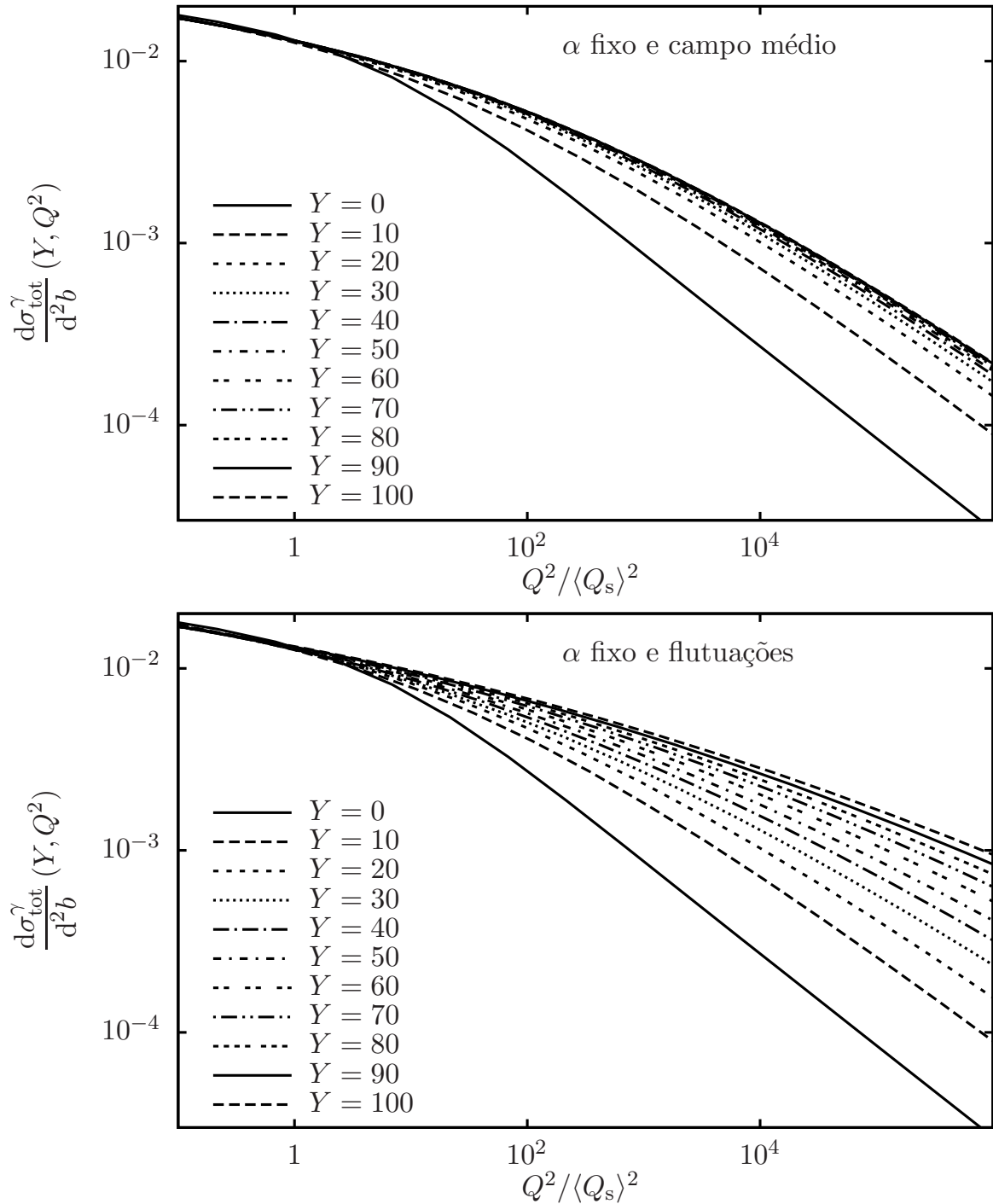


Figura 6.1: Seção de choque (Eq. 6.16) no caso de acoplamento fixo como funções de $Q^2/\langle Q_s^2 \rangle$ para diferentes valores de rapidez. Acima, acoplamento fixo; embaixo, acoplamento variável. O primeiro caso apresenta escalamento geométrico enquanto que o segundo não.

- Posteriormente, o sítio no qual a partícula gerada é sorteado de acordo com a taxa de depósito de cada sítio.

A amplitude de espalhamento física é tomada como a média sobre todos os eventos. O acoplamento fixo de $\alpha_s = 0,2$, constante do acoplamento variável $\beta = 0,72$ e o valor de $r_0 = 1 \text{ GeV}^{-1}$

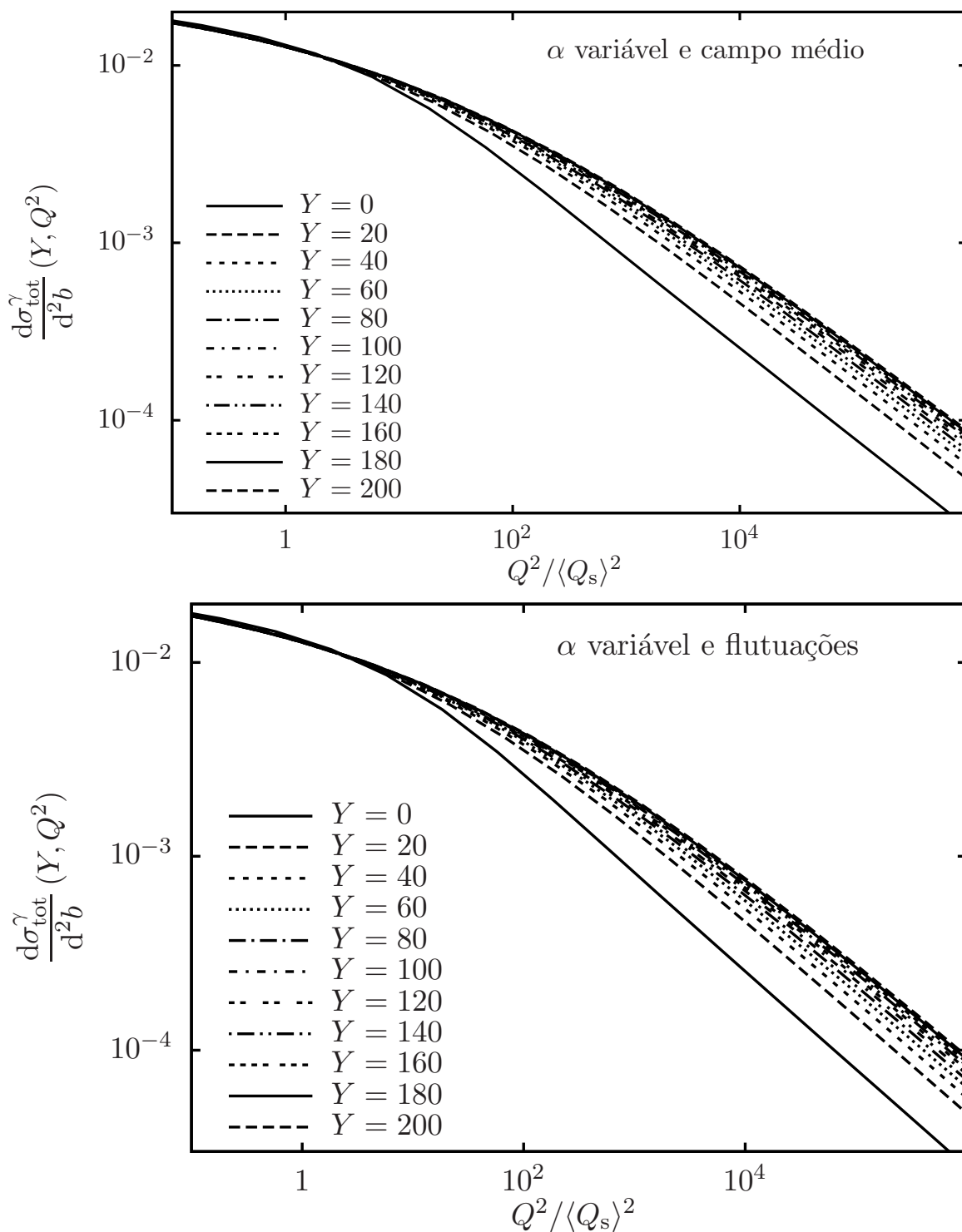


Figura 6.2: Seção de choque (Eq. 6.16) no caso de acoplamento variável como função de $Q^2 / \langle Q_s^2 \rangle$ para diferentes valores de rapidez. Acima, acoplamento fixo; embaixo, acoplamento variável. Os dois casos são quase idênticos e apresentam escalamento geométrico.

são utilizados.

Na Fig. 6.1 estão os resultados no caso de acoplamento fixo como funções de $Q^2 / \langle Q_s^2 \rangle$. Na parte superior, vê-se o caso do campo médio, cujas soluções obedecem ao escalamento geo-

métrico. Conforme a rapidez aumenta, a janela de escalamento geométrico aumenta também: nesta janela, as seções de choque possuem a mesma forma para diferentes valores de rapidez. No caso com flutuações (inferior), não há escalamento geométrico e a forma das soluções muda com Y . Como conclusão, as flutuações são importantes no caso de acoplamento fixo, quebrando o escalamento geométrico.

Na Fig. 6.2 estão os resultados de acoplamento variável. Ambos preservam o escalamento geométrico, de fato, as soluções são muito similares, indicando que o acoplamento variável inibe os efeitos das flutuações, restaurando o escalamento geométrico. Como conclusão, pode-se dizer que a inclusão do acoplamento variável nas equações da CDQ é suficiente para bem descrever as seções de choque.

Referências Bibliográficas

- 1 GEIGER, H.; MARSDEN, E. On a diffuse reflection of the α -particles. *Proc. Roy. Soc.*, A82, p. 495–500, 1909.
- 2 RUTHERFORD, E. The scattering of α and β particles by matter and the structure of the atom. *Philosophical Magazine*, v. 21, p. 669–688, 1911.
- 3 CHADWICK, J. Possible Existence of a Neutron. *Nature*, v. 129, p. 312, 1932.
- 4 GELL-MANN, M. A Schematic Model of Baryons and Mesons. *Phys. Lett.*, v. 8, p. 214–215, 1964.
- 5 ZWEIG, G. An SU(3) model for strong interaction symmetry and its breaking. CERN-TH-401.
- 6 ZWEIG, G. An SU(3) model for strong interaction symmetry and its breaking. 2. CERN-TH-412.
- 7 BJORKEN, J. D. Asymptotic Sum Rules at Infinite Momentum. *Phys. Rev.*, v. 179, p. 1547–1553, 1969.
- 8 FEYNMAN, R. P. Very high-energy collisions of hadrons. *Phys. Rev. Lett.*, v. 23, p. 1415–1417, 1969.
- 9 GROSS, D. J.; WILCZEK, F. Ultraviolet Behavior of Non-Abelian Gauge Theories. *Phys. Rev. Lett.*, v. 30, p. 1343–1346, 1973.
- 10 POLITZER, H. D. Reliable Perturbative Results for Strong Interactions? *Phys. Rev. Lett.*, v. 30, p. 1346–1349, 1973.
- 11 DOKSHITZER, Y. L. Calculation of the Structure Functions for Deep Inelastic Scattering and $e^+ e^-$ Annihilation by Perturbation Theory in Quantum Chromodynamics. *Sov. Phys. JETP*, v. 46, p. 641–653, 1977.
- 12 ALTARELLI, G.; PARISI, G. Asymptotic Freedom in Parton Language. *Nucl. Phys.*, B126, p. 298, 1977.
- 13 GRIBOV, V. N.; LIPATOV, L. N. Deep inelastic $e p$ scattering in perturbation theory. *Sov. J. Nucl. Phys.*, v. 15, p. 438–450, 1972.
- 14 FADIN, V. S.; KURAEV, E. A.; LIPATOV, L. N. On the Pomeron Singularity in Asymptotically Free Theories. *Phys. Lett.*, B60, p. 50–52, 1975.
- 15 KURAEV, E. A.; LIPATOV, L. N.; FADIN, V. S. Multi - Reggeon Processes in the Yang-Mills Theory. *Sov. Phys. JETP*, v. 44, p. 443–450, 1976.

- 16 KURAEV, E. A.; LIPATOV, L. N.; FADIN, V. S. The Pommeranchuk Singularity in Nonabelian Gauge Theories. *Sov. Phys. JETP*, v. 45, p. 199–204, 1977.
- 17 BALITSKY, I. I.; LIPATOV, L. N. The Pommeranchuk Singularity in Quantum Chromodynamics. *Sov. J. Nucl. Phys.*, v. 28, p. 822–829, 1978.
- 18 GRIBOV, L. V.; LEVIN, E. M.; RYSKIN, M. G. Singlet Structure Function at Small x : Unitarization of Gluon Ladders. *Nucl. Phys.*, B188, p. 555–576, 1981.
- 19 GRIBOV, L. V.; LEVIN, E. M.; RYSKIN, M. G. Semihard Processes in QCD. *Phys. Rept.*, v. 100, p. 1–150, 1983.
- 20 MUELLER, A. H.; QIU, J.-W. Gluon Recombination and Shadowing at Small Values of x . *Nucl. Phys.*, B268, p. 427, 1986.
- 21 AYALA A. L., F.; GAY DUCATI, M. B.; LEVIN, E. M. Unitarity boundary for deep inelastic structure functions. *Phys. Lett.*, B388, p. 188–196, 1996.
- 22 AYALA, A. L.; GAY DUCATI, M. B.; LEVIN, E. M. QCD evolution of the gluon density in a nucleus. *Nucl. Phys.*, B493, p. 305–353, 1997.
- 23 AYALA FILHO, A. L.; GAY DUCATI, M. B.; LEVIN, E. M. Parton densities in a nucleon. *Nucl. Phys.*, B511, p. 355–395, 1998.
- 24 MUELLER, A. H. Soft gluons in the infinite momentum wave function and the BFKL pomeron. *Nucl. Phys.*, B415, p. 373–385, 1994.
- 25 MUELLER, A. H.; PATEL, B. Single and double BFKL pomeron exchange and a dipole picture of high-energy hard processes. *Nucl. Phys.*, B425, p. 471–488, 1994.
- 26 MUELLER, A. H. Unitarity and the BFKL pomeron. *Nucl. Phys.*, B437, p. 107–126, 1995.
- 27 BALITSKY, I. Operator expansion for high-energy scattering. *Nucl. Phys.*, B463, p. 99–160, 1996.
- 28 KOVCHEGOV, Y. V. Small- x F2 structure function of a nucleus including multiple pomeron exchanges. *Phys. Rev.*, D60, p. 034008, 1999.
- 29 KOVCHEGOV, Y. V. Unitarization of the BFKL pomeron on a nucleus. *Phys. Rev.*, D61, p. 074018, 2000.
- 30 JALILIAN-MARIAN, J.; KOVNER, A.; LEONIDOV, A.; WEIGERT, H. The BFKL equation from the Wilson renormalization group. *Nucl. Phys.*, B504, p. 415–431, 1997.
- 31 JALILIAN-MARIAN, J.; KOVNER, A.; LEONIDOV, A.; WEIGERT, H. The Wilson renormalization group for low x physics: Towards the high density regime. *Phys. Rev.*, D59, p. 014014, 1999.
- 32 IANCU, E.; LEONIDOV, A.; MCLERRAN, L. D. Nonlinear gluon evolution in the color glass condensate. I. *Nucl. Phys.*, A692, p. 583–645, 2001.
- 33 IANCU, E.; LEONIDOV, A.; MCLERRAN, L. D. The renormalization group equation for the color glass condensate. *Phys. Lett.*, B510, p. 133–144, 2001.

- 34 FERREIRO, E.; IANCU, E.; LEONIDOV, A.; MCLERRAN, L. Nonlinear gluon evolution in the color glass condensate. II. *Nucl. Phys.*, A703, p. 489–538, 2002.
- 35 WEIGERT, H. Unitarity at small Bjorken x . *Nucl. Phys.*, A703, p. 823–860, 2002.
- 36 MCLERRAN, L. D.; VENUGOPALAN, R. Gluon distribution functions for very large nuclei at small transverse momentum. *Phys. Rev.*, D49, p. 3352–3355, 1994.
- 37 MCLERRAN, L. D.; VENUGOPALAN, R. Computing quark and gluon distribution functions for very large nuclei. *Phys. Rev.*, D49, p. 2233–2241, 1994.
- 38 IANCU, E.; TRIANTAFYLLOPOULOS, D. N. A Langevin equation for high energy evolution with pomeron loops. *Nucl. Phys.*, A756, p. 419–467, 2005.
- 39 GOLEC-BIERNAT, K. J.; WUSTHOFF, M. Saturation effects in deep inelastic scattering at low Q^2 and its implications on diffraction. *Phys. Rev.*, D59, p. 014017, 1998.
- 40 DUMITRU, A.; HAYASHIGAKI, A.; JALILIAN-MARIAN, J. The color glass condensate and hadron production in the forward region. *Nucl. Phys.*, A765, p. 464–482, 2006.
- 41 DUMITRU, A.; HAYASHIGAKI, A.; JALILIAN-MARIAN, J. Geometric scaling violations in the central rapidity region of $d + Au$ collisions at RHIC. *Nucl. Phys.*, A770, p. 57–70, 2006.
- 42 BOER, D.; UTERMANN, A.; WESSELS, E. Geometric Scaling at RHIC and LHC. *Phys. Rev.*, D77, p. 054014, 2008.
- 43 SANTANA AMARAL, J. T. de; GAY DUCATI, M. B.; BETEMPS, M. A.; SOYEZ, G. $\gamma^* p$ cross section from the dipole model in momentum space. *Phys. Rev.*, D76, p. 094018, 2007.
- 44 BASSO, E.; DUCATI, M. B. G.; OLIVEIRA, E. G. de; SANTANA AMARAL, J. T. de. DIS and the effects of fluctuations: a momentum space analysis. *Eur. Phys. J.*, C58, p. 9–15, 2008.
- 45 ARSENE, I. et al. Quark gluon plasma and color glass condensate at RHIC? The perspective from the BRAHMS experiment. *Nucl. Phys.*, A757, p. 1–27, 2005.
- 46 ADCOX, K. et al. Formation of dense partonic matter in relativistic nucleus nucleus collisions at RHIC: Experimental evaluation by the PHENIX collaboration. *Nucl. Phys.*, A757, p. 184–283, 2005.
- 47 BACK, B. B. et al. The PHOBOS perspective on discoveries at RHIC. *Nucl. Phys.*, A757, p. 28–101, 2005.
- 48 ADAMS, J. et al. Experimental and theoretical challenges in the search for the quark gluon plasma: The STAR collaboration's critical assessment of the evidence from RHIC collisions. *Nucl. Phys.*, A757, p. 102–183, 2005.
- 49 DRELL, S. D.; YAN, T.-M. Massive Lepton Pair Production in Hadron-Hadron Collisions at High-Energies. *Phys. Rev. Lett.*, v. 25, p. 316–320, 1970.
- 50 DRELL, S. D.; YAN, T.-M. Partons and their applications at high energies. *Ann. Phys.*, v. 66, p. 578, 1971.

- 51 GAY DUCATI, M. B.; OLIVEIRA, E. G. de. Backward dilepton production in color dipole and parton models. *Phys. Rev.*, D81, p. 054015, 2010.
- 52 BETEMPS, M. A.; GAY DUCATI, M. B.; OLIVEIRA, E. G. de. Dilepton distributions at backward rapidities. *Phys. Rev.*, D74, p. 094010, 2006.
- 53 BETEMPS, M. A.; GAY DUCATI, M. B. Dilepton low p(T) suppression as an evidence of the color glass condensate. *Phys. Rev.*, D70, p. 116005, 2004.
- 54 BETEMPS, M. A.; GAY DUCATI, M. B. Dilepton p(T) suppression in the color glass condensate. *Eur. Phys. J.*, C43, p. 365–369, 2005.
- 55 BETEMPS, M. A.; GAY DUCATI, M. B. Using dileptons to probe the color glass condensate. *Phys. Lett.*, B636, p. 46–50, 2006.
- 56 GELIS, F.; JALILIAN-MARIAN, J. Dilepton production from the color glass condensate. *Phys. Rev.*, D66, p. 094014, 2002.
- 57 BAIER, R.; MUELLER, A. H.; SCHIFF, D. Saturation and shadowing in high-energy proton nucleus dilepton production. *Nucl. Phys.*, A741, p. 358–380, 2004.
- 58 GARCIA CANAL, C. A.; GAY DUCATI, M. B.; MARTINS SIMOES, J. A. *Notes on Deep Inelastic Scattering*. Strasbourg: Centre de Recherches Nucléaires, Université Louis Pasteur, 1979. (Séries des cours et conférences sur la physique des hautes énergies, v. 15).
- 59 MUTA, T. *Foundations of Quantum Chromodynamics: An Introduction to Perturbative Methods in Gauge Theories*. 2. ed. Singapura: World Scientific, 1998. 409 p. (World Scientific Lecture Notes in Physics, v. 57).
- 60 HALZEN, F.; MARTIN, A. D. *Quarks and Leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics*. New York: Wiley, 1984. 396 p.
- 61 PESKIN, M. E.; SCHROEDER, D. V. *An Introduction to Quantum Field Theory*. Reading: Addison-Wesley, 1995. 842 p.
- 62 WEINBERG, S. *The Quantum Theory of Fields. Volume 1: Foundations*. Cambridge: Cambridge University Press, 1995.
- 63 WEINBERG, S. *The Quantum Theory of Fields. Volume 2: Modern Applications*. Cambridge: Cambridge University Press, 1996.
- 64 GREINER, W.; SCHRAMM, S.; STEIN, E. *Quantum Chromodynamics*. Berlin: Springer, 2002. 551 p.
- 65 BROCK, R. et al. Handbook of Perturbative QCD: Version 1.1: November 2001. Disponível em: <<http://www.phys.psu.edu/~cteq/#Handbook>>.
- 66 AMSLER, C. et al. Review of particle physics. *Phys. Lett.*, B667, p. 1, 2008. Disponível em: <<http://pdg.lbl.gov>>.
- 67 GUPTA, R. Introduction to lattice QCD. 1997. Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/hep-lat/9807028>>.

- 68 RENNER, D. B. Status and prospects for the calculation of hadron structure from lattice QCD. 2010. Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/1002.0925>>.
- 69 GLUCK, M.; REYA, E.; VOGT, A. Dynamical parton distributions revisited. *Eur. Phys. J.*, C5, p. 461–470, 1998.
- 70 GLUCK, M.; REYA, E.; VOGT, A. Dynamical parton distributions of the proton and small x physics. *Z. Phys.*, C67, p. 433–448, 1995.
- 71 GLUCK, M.; JIMENEZ-DELGADO, P.; REYA, E. Dynamical parton distributions of the nucleon and very small-x physics. *Eur. Phys. J.*, C53, p. 355–366, 2008.
- 72 MARTIN, A. D.; ROBERTS, R. G.; STIRLING, W. J.; THORNE, R. S. Parton distributions incorporating QED contributions. *Eur. Phys. J.*, C39, p. 155–161, 2005.
- 73 PUMPLIN, J. et al. New generation of parton distributions with uncertainties from global qcd analysis. *JHEP*, v. 07, p. 012, 2002.
- 74 KRETZER, S.; LAI, H. L.; OLNESS, F. I.; TUNG, W. K. CTEQ6 parton distributions with heavy quark mass effects. *Phys. Rev.*, D69, p. 114005, 2004.
- 75 STUMP, D. et al. Inclusive jet production, parton distributions, and the search for new physics. *JHEP*, v. 10, p. 046, 2003.
- 76 BJORKEN, J. D.; DRELL, S. D. *Relativistic Quantum Mechanics*. New York: McGraw-Hill, 1964. (International Series in Pure and Applied Physics).
- 77 ESKOLA, K. J.; KOLHINEN, V. J.; RUUSKANEN, P. V. Scale evolution of nuclear parton distributions. *Nucl. Phys.*, B535, p. 351–371, 1998.
- 78 ESKOLA, K. J.; KOLHINEN, V. J.; SALGADO, C. A. The scale dependent nuclear effects in parton distributions for practical applications. *Eur. Phys. J.*, C9, p. 61–68, 1999.
- 79 ESKOLA, K. J.; KOLHINEN, V. J.; PAUKKUNEN, H.; SALGADO, C. A. A global reanalysis of nuclear parton distribution functions. *JHEP*, v. 05, p. 002, 2007.
- 80 ESKOLA, K. J.; PAUKKUNEN, H.; SALGADO, C. A. An improved global analysis of nuclear parton distribution functions including RHIC data. *JHEP*, v. 07, p. 102, 2008.
- 81 ESKOLA, K. J.; PAUKKUNEN, H.; SALGADO, C. A. EPS09 - a New Generation of NLO and LO Nuclear Parton Distribution Functions. *JHEP*, v. 04, p. 065, 2009.
- 82 FLORIAN, D. de; SASSOT, R. Nuclear parton distributions at next to leading order. *Phys. Rev.*, D69, p. 074028, 2004.
- 83 ARMESTO, N. Nuclear shadowing. *J. Phys.*, G32, p. R367–R394, 2006.
- 84 KOPELIOVICH, B. Z.; LEVIN, E.; POTASHNIKOVA, I. K.; SCHMIDT, I. Unitarity bound for gluon shadowing. *Phys. Rev.*, C79, p. 064906, 2009.
- 85 BARONE, V.; PREDAZZI, E. *High-energy particle diffraction*. Berlin: Springer, 2002.

- 86 DONNACHIE, S.; DOSCH, H. G.; NACHTMANN, O.; LANDSHOFF, P. *Pomeron physics and QCD*. Cambridge: Cambridge University, 2002. 1-347 p. (Camb. Monogr. Part. Phys. Nucl. Phys. Cosmol., v. 19).
- 87 FORSHAW, J. R.; ROSS, D. A. *Quantum chromodynamics and the pomeron*. Cambridge: Cambridge University, 1997. 1-248 p. (Cambridge Lect. Notes Phys., v. 9).
- 88 MUELLER, A. H. Small x Behavior and Parton Saturation: A QCD Model. *Nucl. Phys.*, B335, p. 115, 1990.
- 89 NIKOLAEV, N. N.; ZAKHAROV, B. G. Colour transparency and scaling properties of nuclear shadowing in deep inelastic scattering. *Z. Phys.*, C49, p. 607–618, 1991.
- 90 STASTO, A. M.; GOLEC-BIERNAT, K. J.; KWIECINSKI, J. Geometric scaling for the total gamma* p cross-section in the low x region. *Phys. Rev. Lett.*, v. 86, p. 596–599, 2001.
- 91 FRANKFURT, L.; RADYUSHKIN, A.; STRIKMAN, M. Interaction of small size wave packet with hadron target. *Phys. Rev.*, D55, p. 98–104, 1997.
- 92 BETEMPS, M. A.; DUCATI, M. B. G.; MACHADO, M. V. T.; RAUFEISEN, J. Investigating the Drell-Yan transverse momentum distribution in the color dipole approach. *Phys. Rev.*, D67, p. 114008, 2003.
- 93 MARQUET, C.; SOYEZ, G. The Balitsky-Kovchegov equation in full momentum space. *Nucl. Phys.*, A760, p. 208–222, 2005.
- 94 MUNIER, S.; PESCHANSKI, R. B. Geometric scaling as traveling waves. *Phys. Rev. Lett.*, v. 91, p. 232001, 2003.
- 95 MUNIER, S.; PESCHANSKI, R. B. Traveling wave fronts and the transition to saturation. *Phys. Rev.*, D69, p. 034008, 2004.
- 96 MUNIER, S.; PESCHANSKI, R. B. Universality and tree structure of high energy QCD. *Phys. Rev.*, D70, p. 077503, 2004.
- 97 MUNIER, S. Quantum chromodynamics at high energy and statistical physics. *Phys. Rept.*, v. 473, p. 1–49, 2009.
- 98 FISHER, R. A. The wave of advance of advantageous genes. *Ann. Eugenics*, v. 7, p. 355–369, 1937.
- 99 KOLMOGOROV, A.; PETROVSKY, I.; PISCOUNOV, N. *Bull. Moscow Univ., Math. Mech.*, A1, p. 1–25, 1937.
- 100 IANCU, E.; MUELLER, A. H.; MUNIER, S. Universal behavior of QCD amplitudes at high energy from general tools of statistical physics. *Phys. Lett.*, B606, p. 342–350, 2005.
- 101 IANCU, E.; MUELLER, A. H. Rare fluctuations and the high-energy limit of the S-matrix in QCD. *Nucl. Phys.*, A730, p. 494–513, 2004.
- 102 MUELLER, A. H.; SHOSHI, A. I. Small-x physics beyond the Kovchegov equation. *Nucl. Phys.*, B692, p. 175–208, 2004.

- 103 MARQUET, C.; SOYEZ, G.; XIAO, B.-W. On the probability distribution of the stochastic saturation scale in QCD. *Phys. Lett.*, B639, p. 635–641, 2006.
- 104 HATTA, Y.; IANCU, E.; MARQUET, C.; SOYEZ, G.; TRIANTAFYLLOPOULOS, D. N. Diffusive scaling and the high-energy limit of deep inelastic scattering in QCD at large $N(c)$. *Nucl. Phys.*, A773, p. 95–155, 2006.
- 105 KOWALSKI, H.; MOTYKA, L.; WATT, G. Exclusive diffractive processes at HERA within the dipole picture. *Phys. Rev.*, D74, p. 074016, 2006.
- 106 RAUFEISEN, J.; PENG, J.-C.; NAYAK, G. C. Parton model versus color dipole formulation of the Drell–Yan process. *Phys. Rev.*, D66, p. 034024, 2002.
- 107 KOZLOV, M.; SHOSHI, A.; XIANG, W. On possible implications of gluon number fluctuations in DIS data. *JHEP*, v. 10, p. 020, 2007.
- 108 IANCU, E.; ITAKURA, K.; MUNIER, S. Saturation and BFKL dynamics in the HERA data at small x . *Phys. Lett.*, B590, p. 199–208, 2004.
- 109 CHEKANOV, S. et al. Measurement of the neutral current cross section and F2 structure function for deep inelastic $e+p$ scattering at HERA. *Eur. Phys. J.*, C21, p. 443–471, 2001.
- 110 BREITWEG, J. et al. Measurement of exclusive omega electroproduction at HERA. *Phys. Lett.*, B487, p. 273–288, 2000.
- 111 ADLOFF, C. et al. Deep-inelastic inclusive $e+p$ scattering at low x and a determination of $\alpha(s)$. *Eur. Phys. J.*, C21, p. 33–61, 2001.
- 112 IANCU, E.; SANTANA AMARAL, J. T. de; SOYEZ, G.; TRIANTAFYLLOPOULOS, D. N. One-dimensional model for QCD at high energy. *Nucl. Phys.*, A786, p. 131–163, 2007.
- 113 DUMITRU, A.; IANCU, E.; PORTUGAL, L.; SOYEZ, G.; TRIANTAFYLLOPOULOS, D. N. Pomeron loop and running coupling effects in high energy QCD evolution. *JHEP*, v. 08, p. 062, 2007.
- 114 DEBBE, R. Review of forward physics at RHIC. *Nucl. Phys.*, A785, p. 76–84, 2007.
- 115 D’ENTERRIA, D. Forward Physics at the LHC: within and beyond the Standard Model. *AIP Conf. Proc.*, v. 1038, p. 95–109, 2008.
- 116 SAKAGUCHI, T. Direct photons basis for characterizing heavy ion collisions. *J. Phys.*, G35, p. 104025, 2008.
- 117 ARSENE, I. et al. On the evolution of the nuclear modification factors with rapidity and centrality in $d + Au$ collisions at $\sqrt{s(NN)}^{1/2} = 200\text{-GeV}$. *Phys. Rev. Lett.*, v. 93, p. 242303, 2004.
- 118 ALTARELLI, G.; PARISI, G.; PETRONZIO, R. Transverse momentum in drell-yan processes. *Phys. Lett.*, B76, p. 351, 1978.
- 119 ALTARELLI, G.; PARISI, G.; PETRONZIO, R. Transverse momentum of muon pairs produced in hadronic collisions. *Phys. Lett.*, B76, p. 356, 1978.

- 120 ITZYKSON, C.; ZUBER, J. B. *Quantum Field Theory*. New York: Mcgraw-Hill, 1980. 705 p. (International Series In Pure and Applied Physics).
- 121 FIELD, R. D. *Applications of Perturbative QCD*. Redwood City: Addison-Wesley, 1989. 366 p. (Frontiers in Physics, v. 77).
- 122 ELLIS, R. K.; STIRLING, W. J.; WEBBER, B. R. *QCD and Collider Physics*. Cambridge: Cambridge University, 1996. 435 p. (Camb. Monogr. Part. Phys. Nucl. Phys. Cosmol., v. 8).
- 123 COLLINS, J. C.; ELLIS, R. K. Heavy quark production in very high-energy hadron collisions. *Nucl. Phys.*, B360, p. 3–30, 1991.
- 124 CATANI, S.; CIAFALONI, M.; HAUTMANN, F. High-energy factorization and small x heavy flavor production. *Nucl. Phys.*, B366, p. 135–188, 1991.
- 125 KOPELIOVICH, B. Soft component of hard reactions and nuclear shadowing. In: FELDMEIER, H.; NÖRENBERG, W. (Ed.). *Workshop Hirscheegg'95: Dynamical Properties of Hadrons in Nuclear Matter*. Darmstadt: GSI, 1995. p. 102–112.
- 126 KOPELIOVICH, B. Z.; RAUFEISEN, J.; TARASOV, A. V.; JOHNSON, M. B. Nuclear effects in the Drell-Yan process at RHIC and LHC. *Phys. Rev.*, C67, p. 014903, 2003.
- 127 BRODSKY, S. J.; HEBECKER, A.; QUACK, E. The Drell-Yan process and factorization in impact parameter space. *Phys. Rev.*, D55, p. 2584–2590, 1997.
- 128 RAUFEISEN, J.; PENG, J.-C. Relating parton model and color dipole formulation of heavy quark hadroproduction. *Phys. Rev.*, D67, p. 054008, 2003.
- 129 LEVAI, P.; PAPP, G.; BARNAFOLDI, G. G.; FAI, G. I. Pion production in d+Au collisions at RHIC energy. *Eur. Phys. J. ST*, v. 155, p. 89–99, 2008.
- 130 APANASEVICH, L. et al. k_T effects in direct photon production. *Phys. Rev.*, D59, p. 074007, 1999.
- 131 SOYEZ, G. Fluctuations effects in high-energy evolution of QCD. *Phys. Rev.*, D72, p. 016007, 2005.
- 132 QIU, J.-W.; ZHANG, X.-F. QCD prediction for heavy boson transverse momentum distributions. *Phys. Rev. Lett.*, v. 86, p. 2724–2727, 2001.
- 133 COLLINS, J. C.; SOPER, D. E.; STERMAN, G. Transverse Momentum Distribution in Drell-Yan Pair and W and Z Boson Production. *Nucl. Phys.*, B250, p. 199, 1985.
- 134 GALASSI, M. et al. *GNU Scientific Library Reference Manual — Third Edition*. New York: Network Theory, 2009. 592 p.
- 135 STIRLING, W. J.; WHALLEY, M. R. A Compilation of Drell-Yan cross-sections. *J. Phys.*, G19, p. D1–D102, 1993.
- 136 MCGAUGHEY, P. L.; MOSS, J. M.; PENG, J. C. High-energy hadron-induced dilepton production from nucleons and nuclei. *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.*, v. 49, p. 217–253, 1999.

137 GOMES, M. O. C. *Teoria Quântica dos Campos*. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2002. (Acadêmica, v. 9).

138 BJORKEN, J. D.; DRELL, S. D. *Relativistic Quantum Fields*. New York: McGraw-Hill, 1965. (International Series in Pure and Applied Physics).