

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
INSTITUTO DE FÍSICA  
DEPARTAMENTO DE ASTRONOMIA

GABRIELA OLIVEIRA DA ROSA

**Estudo das pulsações da estrela  
PG 1159-035:  
uma análise da curva da luz obtida pelos  
telescópios espaciais Kepler e TESS**

Monografia apresentada como requisito parcial  
para a obtenção do grau de Bacharel em Física

Orientador: Prof. Dr.  
Kepler de Souza Oliveira Filho

Porto Alegre  
2022

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

Reitor: Prof. Carlos André Bulhões Mendes

Vice-Reitora: Prof<sup>a</sup>. Patricia Pranke

Pró-Reitor de Graduação: Prof<sup>a</sup>. Cíntia Inês Boll

Diretora do Instituto de Física: Prof<sup>a</sup>. Naira Maria Balzaretto

Chefe do departamento de Astronomia : Prof. Basílio Xavier Santiago

Bibliotecária-chefe do Instituto de Física: Claudete Soares

*Para Horacio e Alberta*

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço aos meus pais por sempre me apoiarem nos estudos. Agradeço principalmente ao meu pai, Horacilio, com quem aprendi a sonhar e a correr atrás dos meus sonhos. Agradeço por nunca ter medido esforços para que eu pudesse ter acesso a melhor escola e a todo material de estudo e leitura que nos fosse possível. Agradeço por ter sempre estado presente quando eu precisei e, mesmo quando não era necessário, você sempre fez questão de estar por perto me apoiando. Você é minha inspiração.

Agradeço a todos os professores que passaram pela minha vida, especialmente ao que fez eu me apaixonar por física, Prof. Roberto Oppermann. Além de ser um grande (literalmente) professor, visivelmente apaixonado pelo que faz, você é uma pessoa incrível. Sem você eu certamente não estaria aqui.

Agradeço aos meus orientadores, Kepler e Alejandra por todo conhecimento compartilhado, pelas oportunidades, por acreditarem em mim e pelos cafés pós-reunião.

Agradeço aos grandes amigos que fiz durante o curso e que estão comigo desde o início: João Gabriel, Luisa e Andrey. Agradeço pelo acolhimento e cuidado nas horas difíceis, por comemorarem minhas vitórias, por sempre estarem presentes me apoiando, pelas risadas e roles. Agradeço aos camaradas do Café da Física, que fizeram desse último semestre o melhor; lembrança especial para Thiago e Júlio. Sem vocês, essa teria sido uma experiência chata e solitária.

Agradeço a todos os colegas do grupo de pesquisa em anos brancas pelos conselhos, ensinamentos e pela troca de experiências; agradeço principalmente Larissa Antunes Amaral que, com muita paciência, me ensinou tudo que eu precisava sobre curvas de luz no início da IC (Iniciação Científica).

Agradeço à UFRGS e aos órgãos de fomento CNPq e FAPERGS pelas bolsas de estudos proporcionadas a mim para o desenvolvimento da minha pesquisa durante a graduação.

## RESUMO

A estrela PG 1159-035 é o protótipo da classe de pré-anãs brancas quentes pulsantes DOVs (também conhecidas como PG1159s ) e também da classe espectroscópica das PG1159. Esse importante objeto foi observado durante a missão *K2* do telescópio *Kepler* por 69.14 dias com tempo de integração de  $\sim 59$  s e pelo telescópio *TESS* por 24.91 dias com tempo de integração de 20 s. Neste trabalho apresento uma análise asterossismológica detalhada desses dados.

Eu identifiquei um total de 107 frequências independentes: 72 compõem 32 modos  $\ell = 1$  com *índice nodal radial*  $k$  variando de 17 a 128, outras 27 compõem 12 modos  $\ell = 2$  com  $k$  variando de 25 a 64, e 8 delas são combinações lineares. Os modos com alto valor de  $k$  e as frequências resultantes de combinações lineares representam novas detecções. A estrutura dos multipletos apresenta um espaçamento médio  $\langle \delta\nu_1 \rangle = 4.0 \pm 0.4 \mu\text{Hz}$  para os modos  $\ell = 1$  e  $\langle \delta\nu_2 \rangle = 6.8 \pm 0.2 \mu\text{Hz}$  para os modos  $\ell = 2$ , indicando um período de rotação de  $1.4 \pm 0.1$  dias na região de formação dos períodos. Na transformada de Fourier da curva de luz dos dados do *K2*, eu encontrei um pico significativo em  $8.904 \pm 0.003 \mu\text{Hz}$ , sugerindo que a superfície da estrela deve ter um período de rotação de  $1.299 \pm 0.002$  dias. Já na transformada de Fourier dos dados do *TESS*, encontrei um pico em  $8.66 \mu\text{Hz}$ , equivalente a um período de 1.33 dias. Esses resultados indicam que a estrela PG 1159-035 possui rotação diferencial, mas isso não é suficiente para explicar o comportamento observado.

Também encontrei evidência de que os períodos de pulsação da PG 1159-035 estão variando em uma escala de tempo menor do que aquela predita pelos modelos evolucionários atuais.

**Palavras-chave:** PG 1159-35. Modos de pulsação. Estrelas anãs brancas.

## ABSTRACT

PG 1159-035 is the prototype of the PG 1159 hot pre-white dwarf pulsators DOVs (also known as PG1159s) and of the spectroscopy class PG1159. This important object was observed during the Kepler satellite *K2* mission for 69.14 days, in 59 s cadence mode, and by the *TESS* satellite for 24.91 days in 20 s cadence mode. We present a detailed asteroseismic analysis of those data in this work.

I identified a total of 107 frequencies: 72 of them represent 32  $\ell = 1$  modes with radial order  $k$  values ranging from 17 to 128, another 27 frequencies represent 12  $\ell = 2$  modes with  $k$  values between 25 and 64, and 8 of them are nonlinear combination frequencies. The combination frequencies and the modes with very high  $k$  values represent new detections. The multiplet structure reveals an average splitting of  $\langle \delta\nu_1 \rangle = 4.0 \pm 0.4 \mu\text{Hz}$  for  $\ell=1$  and  $\langle \delta\nu_2 \rangle = 6.8 \pm 0.2 \mu\text{Hz}$  for  $\ell = 2$ , indicating a rotation period of  $1.4 \pm 0.1$  days in the region of period formation. In the Fourier transform of the light curve of *K2* data, I found a significant peak at  $8.904 \pm 0.003 \mu\text{Hz}$  suggesting a surface rotation period of  $1.299 \pm 0.002$  days. However, in the Fourier transform of the light curve of *TESS* data, I found a significant peak at  $8.66 \mu\text{Hz}$  corresponding a period rotation of 1.33 days. These results indicate that PG 1159-035 present differential rotation but this is not enough to explain the observed behavior.

I also present evidence that the observed pulsation periods change on timescales shorter than those predicted by current evolutionary models.

**Keywords:** PG 1159-35. Pulsation modes. White dwarf stars..

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 Diagrama mostrando as fases da evolução de uma estrela de acordo com sua massa inicial. Figura tirada de < <a href="http://astro.if.ufrgs.br/estrelas/node14.htm">http://astro.if.ufrgs.br/estrelas/node14.htm</a> >.	11
Figura 1.2 Diagrama de Hertzsprung-Russell destacando as regiões de pulsações das anãs brancas. Figura tirada de < <a href="http://astro.if.ufrgs.br/estrelas/node14.htm">http://astro.if.ufrgs.br/estrelas/node14.htm</a> >.	15
Figura 1.3 Exemplo de como as zonas de diferentes temperaturas se arranjam na superfície da estrela de acordo com os números quânticos $\ell$ e $m$ . Figura retirada do artigo (Cunha, 2018).	16
Figura 2.1 Transformada de Fourier dos dados de 1983, 1985, 1989, 1993, 2002, 2016 e 2021 da PG 1159-035 no intervalo de frequências onde se encontram os modos de maior amplitude (1700 a 2300 $\mu\text{Hz}$ ). Suas respectivas janelas espectrais são mostradas à direita.	19
Figura 3.1 Transformada de Fourier da curva de luz original do K2 da PG 1159-035. A linha tracejada vermelha indica a amplitude para a qual a probabilidade de alarme falso é 1 em 1000, $\text{FAL}(1/1000)=0.119$ mma.	22
Figura 3.2 Transformada de Fourier da curva de luz original do TESS da PG 1159-035. A linha tracejada vermelha indica a amplitude para a qual a probabilidade de alarme falso é 1 em 1000, $\text{FAL}(1/1000)=2.537$ mma.	23
Figura 3.3 Transformada de Fourier da primeira e segunda metade dos dados do K2, mostrando as mudanças nas amplitudes durante o intervalo de tempo de 69 dias, especialmente para picos entre 1100 e 1400 $\mu\text{Hz}$ .	24
Figura 3.4 Intervalos detalhados do espectro de potência da PG 1159-035 ilustrando alguns dos ajustes de Lorentzianas (linha vermelha). A frequência está em $\mu\text{Hz}$ e a potência em unidade de $\text{mma}^2$ ( $1 \text{ mma} = 1 \text{ ppt}$ ). Todos os painéis possuem o mesmo intervalo de frequência de 4 $\mu\text{Hz}$ , mas diferentes intervalos de potência. Os painéis superiores mostram alguns modos cuja largura a meia altura (HWHM) são muito próximos da resolução da frequência, e os inferiores mostram os modos com os maiores HWHM.	25
Figura 3.5 Meia largura a meia altura (HWHM) das lorentzianas ajustadas aos picos significantes na transformada de Fourier da PG 1159-035 em $\mu\text{Hz}$ contra seus períodos em segundos. A linha horizontal tracejada indica a HWHM da janela espectral dos dados do K2. Os triângulos pretos indicam as frequências não classificadas ou classificadas como combinações lineares (LC). E, de acordo com a legenda da figura, a forma e a cor dos pontos indicam respectivamente o índice $\ell$ e o índice $m$ das frequências classificadas como modos de pulsações.	26
Figura 3.6 Teste K-S aplicado à lista de frequências independentes identificadas nos dados do K2. Há seis picos significantes: dois deles correspondem aos valores de $\Delta\Pi_1$ e $\Delta\Pi_1$ , e os outros são múltiplos desses.	28
Figura 3.7 Sequência de modos $\ell = 1$ (Linha azul) e $\ell = 2$ (linha vermelha) identificados nos dados do K2.	29
Figura 3.8 Os painéis mostram partes detalhadas da FT dos dados do K2 centrada nas componentes $m = 0$ dos modos assimétricos. A linha tracejada vermelha indica o espaçamento médio $\langle \delta\nu_{\text{rot},1} \rangle$ entre as componentes dos desses modos.	36

Figura 3.9	Assimetria dos modos $\ell = 1$ da PG 1159–035 como função do número de nodos radiais $k$ . A altura dos pontos quadrados correspondem à incerteza calculada por simulação de Monte Carlo e as barras de erro indicam a incerteza obtido pelo ajuste de Lorentzianas. . . . .	37
Figura 3.10	Espaçamento dos multipletos observados nos dados do K2 centrados na componente $m = 0$ , sendo 23 deles modos $\ell = 1$ e 9 modos $\ell = 2$ . O número $k$ de cada modo está indicado à direita. As linhas pontilhadas e tracejadas indicam as frequências de espaçamento caso a estrela rotacionasse como um corpo sólido com frequência de $\Omega_{\text{rot}} = 8.16 \mu\text{, Hz}$ . A largura e a cor das caixinhas correspondem respectivamente à incerteza e a amplitude das frequências: quanto mais escura a cor, maior a amplitude. . . . .	38
Figura 3.11	Transformada de Fourier dos dados do K2 no intervalo de frequências dos modos assimétricos. As linhas verticais azuis indicam as componentes $m = 0$ dos modos $\ell = 1$ calculados a partir do modelo deduzido na sessão 3.3.1. De forma semelhante, as linhas vermelhas indicam as componentes $m = 0$ dos modos $\ell = 2$ . A linha horizontal vermelha indica o limite de detecção. . . . .	39
Figura 3.12	Varição relativa dos períodos de pulsação no tempo $\frac{\dot{P}}{P}$ para os modos $k = 17, k = 20, k = 21$ e $k = 22$ . As barras de erro foram calculadas por simulação de Monte Carlo, cadeia de Markov. . . . .	41
Figura 3.13	Porções das Transformadas de Fourier dos dados citados na tabela 2.1. Cada linha corresponde aos dados de observação de um ano. As linhas vermelhas verticais indicam as frequências identificadas como combinações lineares. . . . .	43



## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 Principais campanhas observacionais da PG 1159-035, entre 1983 e 2021. . . . .	18
Tabela 3.1 Modos de pulsação $l = 1$ identificados com dados do K2. As frequências marcadas com um '*' não são coerentes durante a observação, assim sendo, seus parâmetros são os valores referentes às Lorentzianas ajustadas. . . . .	32
Tabela 3.2 Modos de pulsação $l = 2$ identificados com dados do K2. As frequências marcadas com um '*' não são coerentes durante a observação, assim sendo, seus parâmetros são os valores referentes às Lorentzianas ajustadas. . . . .	34
Tabela 3.3 Modos de pulsação identificados com dados do TESS. . . . .	35
Tabela 3.4 Combination frequencies in K2 data. . . . .	42
Tabela 3.5 Frequências não classificadas. As incertezas das frequências são da ordem de $0.01\mu\text{Hz}$ . . . . .	44

# SUMÁRIO

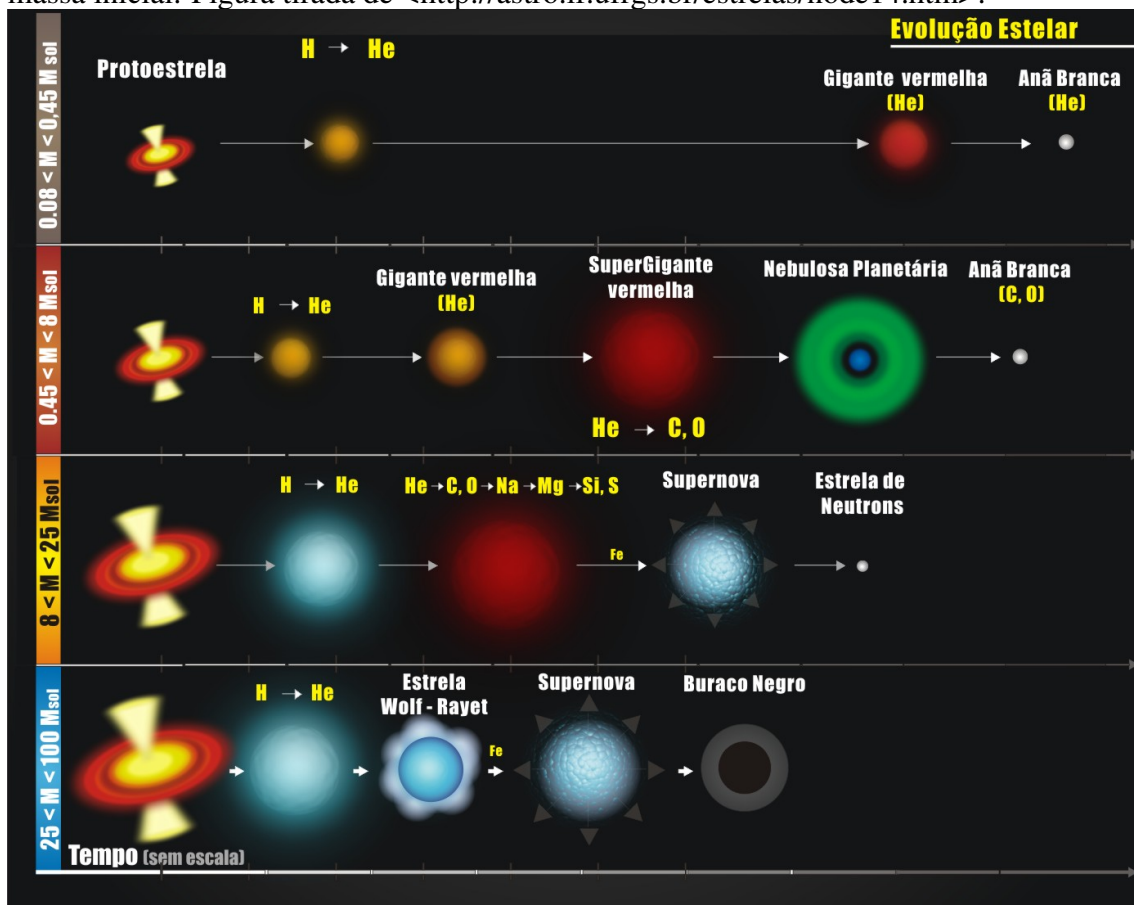
<b>1 INTRODUÇÃO</b> . . . . .	<b>11</b>
<b>1.1 Evolução Estelar</b> . . . . .	<b>11</b>
<b>1.2 Anãs brancas</b> . . . . .	<b>12</b>
<b>1.3 Pulsações estelares</b> . . . . .	<b>14</b>
<b>1.4 PG 1159-035</b> . . . . .	<b>17</b>
<b>2 DADOS OBSERVACIONAIS</b> . . . . .	<b>18</b>
<b>2.1 Dados Anteriores</b> . . . . .	<b>18</b>
<b>2.2 Kepler</b> . . . . .	<b>20</b>
<b>2.3 TESS</b> . . . . .	<b>21</b>
<b>3 ANÁLISE E RESULTADOS</b> . . . . .	<b>22</b>
<b>3.1 Detecção dos períodos de pulsações</b> . . . . .	<b>22</b>
<b>3.2 Coerência dos Modos</b> . . . . .	<b>23</b>
<b>3.3 Identificação dos Modos</b> . . . . .	<b>27</b>
3.3.1 Dados do K2 . . . . .	27
3.3.2 Dados do TESS . . . . .	35
<b>3.4 Estrutura dos Modos e Assimetria</b> . . . . .	<b>35</b>
<b>3.5 Períodos de Rotação</b> . . . . .	<b>39</b>
<b>3.6 Variação dos Períodos</b> . . . . .	<b>41</b>
<b>3.7 Combinações lineares</b> . . . . .	<b>42</b>
<b>3.8 Frequências Restantes</b> . . . . .	<b>44</b>
<b>4 CONCLUSÃO</b> . . . . .	<b>45</b>
<b>REFERÊNCIAS</b> . . . . .	<b>47</b>

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Evolução Estelar

A formação estelar se dá a partir do colapso de grandes nuvens — com massas acima de 10000 massas solares — de poeira e gás molecular, majoritariamente compostas de hidrogênio e hélio. Quando a nuvem começa a colapsar e fragmentar, suas flutuações de densidade funcionam como atratores de matéria, dando origem a glóbulos. Devido à conservação do momento angular, a nuvem colapsa formando discos que rotacionam em torno dos glóbulos. Esse sistema evolui com o glóbulo acreitando matéria do disco e resulta na formação de uma protoestrela.

Figura 1.1: Diagrama mostrando as fases da evolução de uma estrela de acordo com sua massa inicial. Figura tirada de <<http://astro.if.ufrgs.br/estrelas/node14.htm>>.



Conforme a protoestrela vai se comprimindo, sua temperatura vai aumentando. Quando e se o núcleo da protoestrela atinge uma temperatura suficiente — 8 milhões de Kelvin — para iniciar as reações termonucleares de fusão de  $4H$  em  $He$ , passamos a chamá-la de estrela. Começa então a primeira e mais longa etapa de sua vida, a sequência

principal, onde a estrela permanece até que tenha transformado todo o hidrogênio de seu núcleo em hélio.

Toda a evolução de uma estrela é definida pelo equilíbrio de duas forças: a força gravitacional, que tende a colapsar a matéria, e a pressão da matéria, que exerce uma força para fora. A estrutura da estrela vai mudando ao longo de sua vida de modo a sempre restabelecer o equilíbrio dessas duas forças, chamado equilíbrio hidrostático. Desta forma, as seguintes etapas da vida de uma estrela são determinadas majoritariamente por sua massa inicial e, de forma secundária, pela metalicidade inicial da nuvem que a formou e, é claro, por seu ambiente. Estrelas em sistemas múltiplos compõem  $\simeq 60\%$  das estrelas existentes e sua evolução depende da separação entre as estrelas e em que momento de suas vidas elas irão interagir. O seguinte parágrafo trata exclusivamente da evolução de estrelas simples, não interagentes.

Como resume a Figura 1.1, estrelas com massa inicial maior que aproximadamente  $10 M_{\odot}$ , responsáveis pela produção de elementos mais pesados que o carbono, explodem em supernovas e resultam em estrelas de nêutrons ou buracos negros. Já estrelas com massa inicial entre  $0.08$  e  $0.45 M_{\odot}$  passam pela fase de gigante vermelha e, uma vez que não conseguem atingir temperatura suficiente para a queima de hélio (100 milhões K), colapsam em anãs brancas com núcleo de hélio. Se a massa inicial for maior que  $0.45 M_{\odot}$  e menor que  $10 M_{\odot}$  a estrela passa pela fase de gigante vermelha, atinge a temperatura para queima de hélio em carbono e oxigênio entrando na fase de supergigante vermelha e, quando o hélio do núcleo termina de ser consumido, a estrela perde suas camadas externas, possivelmente formando uma nebulosa planetária, resultando em uma anã branca com núcleo de carbono e oxigênio, ou de oxigênio e neônio para as mais massivas.

## 1.2 Anãs brancas

Anãs brancas são o estágio evolutivo final de  $\simeq 97\%$  de todas as estrelas de nossa galáxia, uma vez que de acordo com a função de massa inicial ajustada por (Salpeter, 1955):

- para cada estrela de  $10M_{\odot}$  nascem cerca de 300 estrelas de  $1M_{\odot}$ ;
- e para cada estrela de  $100M_{\odot}$  nascem cerca de 300 estrelas de  $10M_{\odot}$ .

Além de numerosas, elas estão entre os objetos mais antigos da Galáxia e, portanto, são

uma importante fonte de informação sobre a evolução da nossa galáxia.

Anãs brancas iniciam suas vidas com altíssimas temperaturas (cerca de 200000 K), uma vez que a maioria delas surgem como remanescentes do núcleo de estrelas gigantes que colapsaram. Sem conseguirem realizar reações termonucleares e sustentar seu próprio peso, as anãs brancas começam a contrair e, devido ao princípio de exclusão de Pauli, acoplado ao princípio de incerteza de Heisenberg, conforme a densidade da estrela vai aumentando, os elétrons vão se ajustando em níveis de energia cada vez mais altos. Isso segue até que todos os estados eletrônicos possíveis estejam ocupados e assim, o núcleo, agora degenerado, não possa mais se contrair. Dessa forma, a pressão de degenerescência eletrônica reestabelece o equilíbrio hidrostático no núcleo.

O núcleo da anã branca é envolto por envelopes de matéria não degenerada que, como não exercem pressão de degenerescência, seguem se contraindo. Como a pressão de degenerescência eletrônica independe da temperatura da estrela, a anã branca segue esfriando até entrar em equilíbrio térmico com o meio, num futuro muito distante, e não poderá mais ser observada. O esfriamento da anã branca se dá através da liberação de seu calor, acumulado durante as etapas anteriores de sua vida, na forma de energia luminosa. Portanto, a estrela percorre a curva de esfriamento ficando cada vez menos luminosa, mais compacta e fria.

A pressão de degenerescência eletrônica também é responsável por estabelecer um limite superior para a massa das anãs brancas, a partir da qual a pressão não é mais capaz de contrapor a força gravitacional. Esse limite é chamado de massa de Chandrasekhar e vale aproximadamente  $1.4M_{\odot}$  para anãs brancas com núcleo de hélio ou carbono e oxigênio.

Anãs brancas são classificadas de acordo com seu tipo espectroscópico, isso é, de acordo com os elementos observados em sua atmosfera. O sistema de classificação atual usa um 'D' para indicar que se trata de uma estrela degenerada, seguida de outra letra maiúscula que indica a composição dominante da atmosfera. São elas:

- DA - apenas linhas de H;
- DB - linhas de HeI, ausência de H;
- DC - espectro contínuo;
- DO - linhas fortes de HeII, podendo apresentar HeI ou H;
- DZ - linhas de metais, ausência de H e He;
- DQ - linhas de C atômico ou molecular;

- DS - linhas de O dominantes, ausência de H e He;

A nomenclatura ainda pode ser seguida de uma terceira letra maiúscula indicando uma característica espectral secundária ou outras características como variabilidade (V) e campo magnético (H).

### 1.3 Pulsações estelares

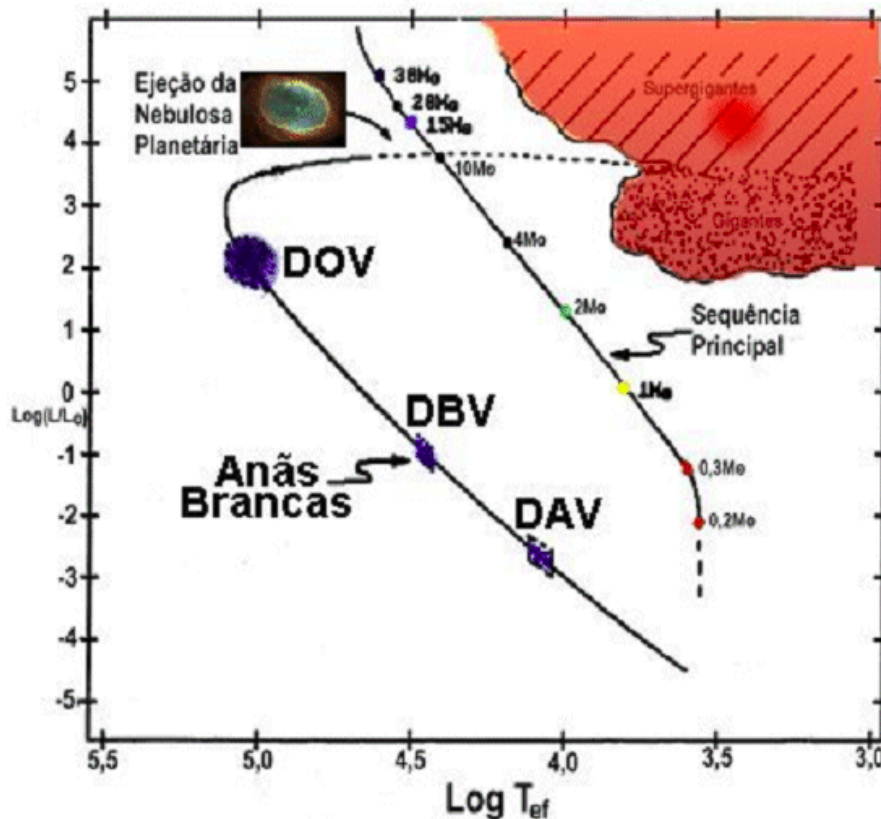
Em geral, estrelas são sistemas altamente estáveis, onde cada ponto em seu interior está em equilíbrio hidrostático. Além disso, toda a energia gerada por reações nucleares no núcleo da estrela é emitida na forma de radiação luminosa por sua superfície, mantendo constante, desta forma, a energia térmica da estrela. Entretanto, sob circunstâncias específicas, pequenas perturbações mecânicas podem crescer e modificar a dinâmica local da estrela, gerando pulsações. Como as pulsações estelares se manifestam pela mudança periódica da temperatura ou raio da estrela, elas são percebidas na forma de variação periódica da luminosidade:  $L = 4\pi R^2 \sigma T_{ef}^4$ .

O mecanismo perturbador que, em geral, causa as pulsações estelares é a ionização parcial de algum elemento dominante na estrela. Zonas de ionização parcial possuem grande opacidade, isto é, a radiação possui grande dificuldade de passar pela região, e, como consequência, os fótons são absorvidos e ionizam o gás. O número de partículas na região cresce fazendo com que a pressão aumente e a zona expanda. Ao expandir a temperatura diminui e as partículas voltam a se ligar. O gás se desioniza, a pressão cai e a camada contrai. Com o aumento da densidade, a opacidade aumenta e o processo recomeça.

Nas anãs brancas as pulsações são do tipo *g*, o que significa que a gravidade age como força restauradora. Como a gravidade das anãs brancas é muito alta, a matéria quase não se desloca radialmente, mas sim tangencialmente. Como resultado, a superfície da estrela fica dividida em zonas de diferentes temperaturas cuja forma se pode modelar como sobreposições de esféricos harmônicos. As pulsações se manifestam em condições específicas conforme a composição da atmosfera da estrela; sendo assim, há intervalos de instabilidade na curva esfriamento das anãs brancas onde essas condições são preenchidas e as estrelas podem pulsar.

A Figura 1.2 mostra o diagrama HR dando destaque a curva de esfriamento das anãs brancas e suas três principais regiões de instabilidade: DOVs, DBVs e DAVs. As

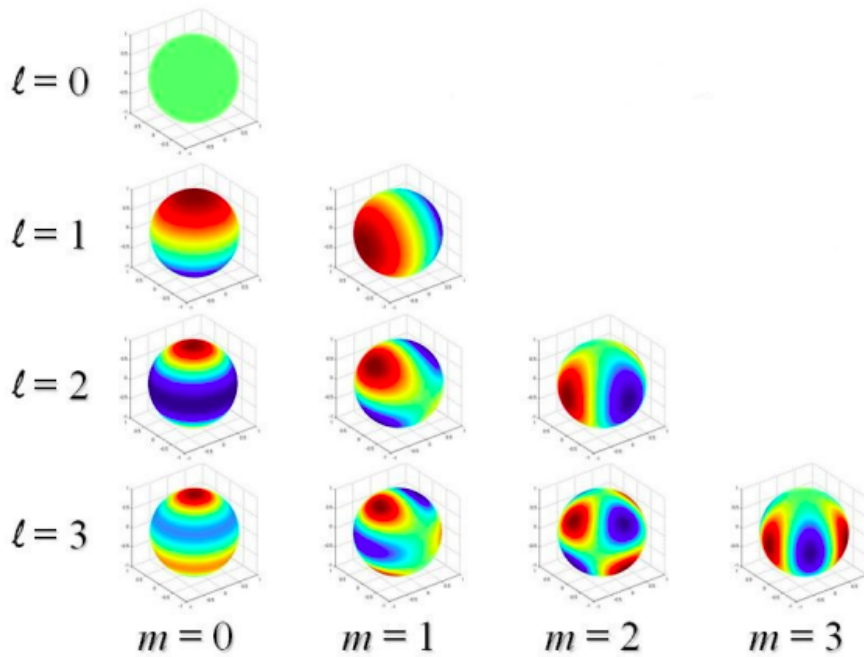
Figura 1.2: Diagrama de Hertzsprung-Russell destacando as regiões de pulsações das anãs brancas. Figura tirada de <<http://astro.if.ufrgs.br/estrelas/node14.htm>>.



pulsações das DOVs são causadas pela ionização parcial do carbono, oxigênio e nitrogênio (Sowicka et al., 2021), e sua região de instabilidade se localiza no intervalo de 70 000 a 170 000 K. Já as DBVs pulsam devido à ionização parcial do hélio num intervalo de temperatura de 21 000 a 32 000 K. E, por fim, as pulsações das DAVs se devem a ionização parcial do hidrogênio e sua região pura e fina de instabilidade se localiza em torno de 12 500 a 11 000 K (e.g. (Winget; Kepler, 2008; Córscico et al., 2019)).

Os modos de pulsações são descritos através da base de esféricos harmônicos com três números quânticos inteiros:  $k$ ,  $\ell$  e  $m$ . O número  $k$ , chamado de *índice nodal radial*, representa o número de nós da pulsação na direção radial, isso é, o número de cascas esféricas concêntricas onde o movimento do material é nulo. Ele está relacionado com a profundidade da zona de formação da pulsação; quanto maior o  $k$ , mais superficial o modo. O número  $\ell$  é chamado *índice do esférico harmônico* ou *grau do modo de pulsação*. Ele está relacionado com o número de zonas frias e quentes na superfície da estrela e é sempre um número inteiro maior que um ( $\ell \geq 1$  em pulsações não radiais). O número  $m$  é chamado *índice azimutal* e seu módulo é necessariamente menor ou igual a  $\ell$ :  $-\ell \leq m \leq \ell$ . Ele está relacionado com o arranjo das zonas frias e quentes na superfície

Figura 1.3: Exemplo de como as zonas de diferentes temperaturas se arranjam na superfície da estrela de acordo com os números quânticos  $\ell$  e  $m$ . Figura retirada do artigo (Cunha, 2018).



da estrela (ver Figura 1.3).

A rotação da estrela quebra a degenerescência dos modos de pulsação com mesmo  $k$  e  $\ell$ , fazendo com que eles se separem em  $2\ell + 1$  componentes no espectro de frequências da estrela. Assim, um modo  $\ell = 1$  é observado como um tripleto, um modo  $\ell = 2$  como um quintupeto, e assim por diante; supondo, é claro, que todas as componentes do modo de pulsação estejam acima do limite de detecção da observação, que depende também da orientação do eixo de pulsação no céu. A variabilidade observada na curva de luz de uma estrela se dá pela soma da luminosidade na face da estrela voltada para o observador. Entretanto, quanto maior o grau  $\ell$  do modo de pulsação, menores as zonas nas quais a superfície está dividida. Isso faz com que modos de pulsações com alto grau  $\ell$  sejam difíceis de serem observados, pois na integração da luminosidade sobre o disco observado, acabam sendo cancelados geometricamente. Posto isso, é esperado que sejam observados predominantemente modos  $\ell = 1$  e  $\ell = 2$  em anãs brancas (Robinson; Kepler; Nather, 1982; Montgomery et al., 2020).



#### 1.4 PG 1159-035

A estrela PG 1159-035 é o protótipo da classe de estrelas pulsantes DOVs, também chamadas de GW Vir. Ela também é protótipo da classe espectroscópica de anãs brancas quentes, chamada PG 1159 (McGraw et al., 1979; Córscico et al., 2019). Essa classe se caracteriza por apresentar grande deficiência de H e alta excitação de He II, C IV, O VI e N V (Werner; Heber; Hunger, 1989; Sowicka et al., 2021; Werner et al., 2022). As DOVs estão entre as estrelas pulsantes mais quentes conhecidas.

A estrela PG 1159-035 está passando pela transição entre ser a estrela central de uma nebulosa planetária e se tornar uma anã branca, ela é o que chamamos de pré-anã branca. Não há consenso se a PG 1159-035 já atingiu o ponto de máxima temperatura que precede a entrada na curva de esfriamento das anãs brancas. Mas de qualquer forma, sua alta temperatura indica que sua estrutura está evoluindo rapidamente e, uma vez que as pulsações refletem a estrutura interna da estrela, se espera que seus períodos de pulsação também estejam mudando em escalas de milhões de anos (Winget; Hansen; van Horn, 1983).

As pulsações são geradas e se propagam no interior da estrela antes de chegar até nossos telescópios; assim sendo, carregam informações do interior estelar. A PG 1159-035 é a estrela com mais modos de pulsações detectados depois do Sol e, por isso, seu estudo é tão importante; não é comum que consigamos detectar tantos modos de pulsações de uma estrela, ainda mais anãs brancas! Quanto mais modos de pulsação são detectados, mais informações sobre mais regiões da estrela podemos obter.

## 2 DADOS OBSERVACIONAIS

### 2.1 Dados Anteriores

A estrela PG 1159-035 foi descoberta em 1977, sendo identificada com um objeto azul de brilho fraco (Green, 1977). Em 1979 ela foi identificada como uma variável multiperiódica por McGraw (McGraw et al., 1979) e, desde então, veio sendo observada por diferentes telescópios terrestres. Para se obter uma transformada de Fourier com maior resolução, em 1983 e 1985 ela foi observada, respectivamente, durante 96 e 64.6 dias pelos observatórios McDonald e SAAO (*South African Astronomical Observatory*) (Winget et al., 1985). Entretanto, os tempos de observação efetivos foram apenas de 2.7 e 2 dias, fazendo com que as curvas de luz tivessem muitas lacunas. Portanto, apesar das transformadas de Fourier terem alta resolução, suas *janelas espectrais*<sup>1</sup> possuem uma grande estrutura, o que dificulta bastante a identificação dos modos de pulsação (ver Figura 2.1). Para obter dados de melhor qualidade era preciso obter dados contínuos. Para tanto, a PG 1159-035 foi observada pelo *WET* nos anos de 1989 (Winget et al., 1991), 1993 (Bruvold, 1993) e 2002 (Costa et al., 2003). O *Whole Earth Telescope* é um projeto que conta com a colaboração de vários telescópios espalhados pelo planeta com objetivo de possibilitar observações astronômicas contínuas. Os dados obtidos com o *WET*, principalmente os de 1989, possuem janelas espectrais bem menores, possibilitando, assim, uma identificação mais claro dos modos de pulsação.

Tabela 2.1: Principais campanhas observacionais da PG 1159-035, entre 1983 e 2021.

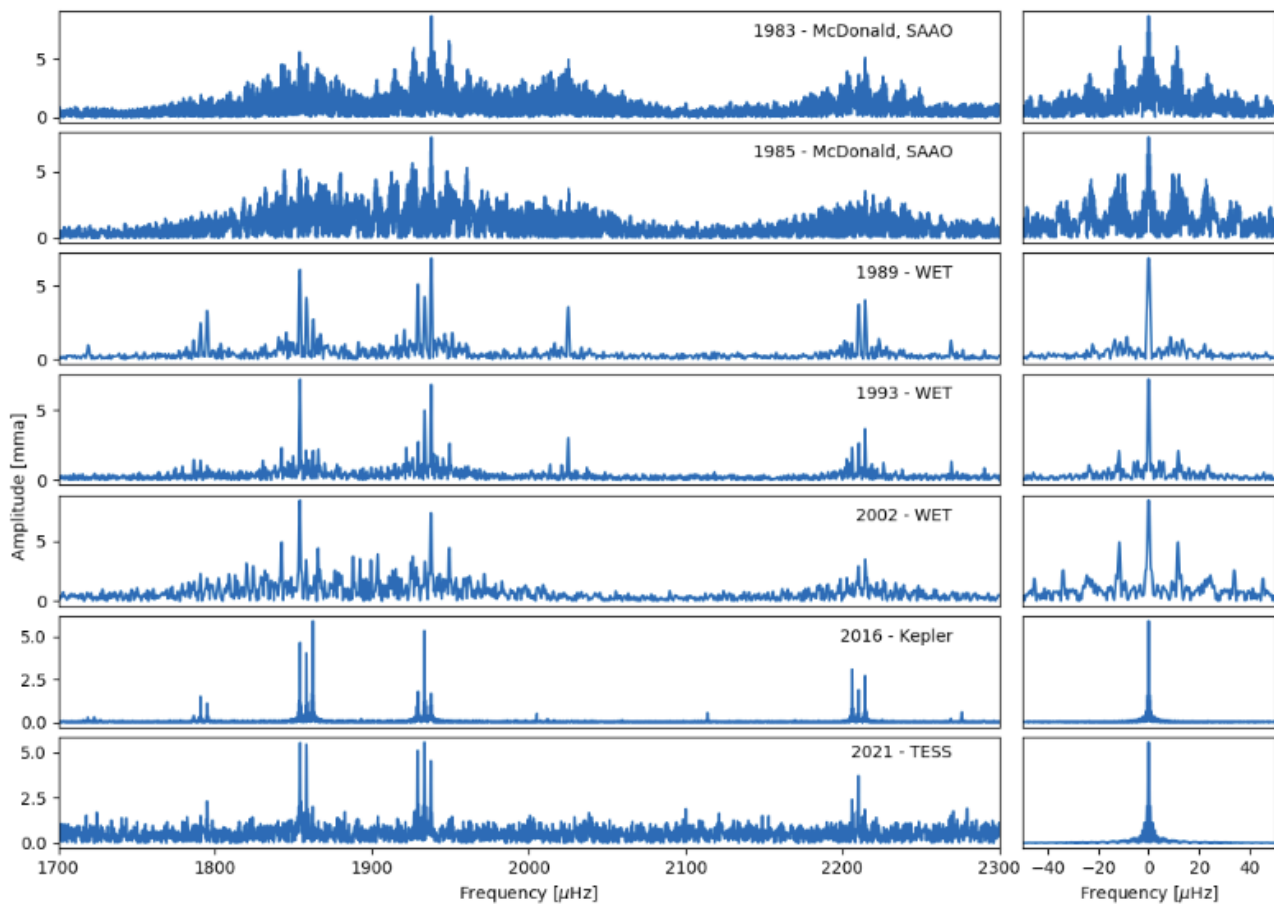
Year	Telescopes	Length (days)	On star (days)	Spectral resolution ( $\mu\text{Hz}$ )
1983	McDonald, SAAO <sup>a</sup>	96.0	2.7	0.12
1985	McDonald, SAAO <sup>a</sup>	64.6	2.0	0.18
1989	<i>WET</i> <sup>b</sup>	12.1	9.5	0.96
1993	<i>WET</i> <sup>c</sup>	16.9	14.4	0.68
2002	<i>WET</i> <sup>d</sup>	14.8	4.8	0.78
2016	<i>Kepler</i>	69.1	54.5	0.17
2021	<i>TESS</i>	24.9	22.0	0.46

Em 2016, essa importante estrela foi continuamente observada pela primeira vez por um telescópio espacial. O telescópio *Kepler*, com 1,5 m de diâmetro, observou a

<sup>1</sup>A janela espectral de uma observação é a transformada de Fourier de uma única sinusoidal com a mesma cadência de observações dos dados. Essa é uma importante ferramenta, pois mostra a subestrutura gerada nos picos da transformada de Fourier devido ao espaçamento dos pontos da curva de luz observada. Quanto mais uniforme o espaçamento dos pontos, menos estrutura a janela espectral terá.

PG 1159-035 por 69.1 dias com apenas uma lacuna de 14.6 dias, permitindo dados de qualidade sem precedentes. Em 2021 ela foi novamente observada por outro telescópio espacial, dessa vez o TESS. Ele obteve dados de alta resolução mas com grande ruído, devido a sua abertura de apenas 15 cm. A tabela 2.1 compila as principais campanhas de observação desde 1983. Essa tabela mostra que, apesar de as campanhas anteriores terem um intervalo de observação comparável, ou até mesmo maior, os dados do *K2* em 2016 são de longe os com mais tempo de observação efetiva, seguido dos dados do *TESS* em 2021.

Figura 2.1: Transformada de Fourier dos dados de 1983, 1985, 1989, 1993, 2002, 2016 e 2021 da PG 1159-035 no intervalo de frequências onde se encontram os modos de maior amplitude (1700 a 2300  $\mu\text{Hz}$ ). Suas respectivas janelas espectrais são mostradas à direita.



A Figura 2.1 mostra a transformada de Fourier (FT) para cada observação da PG 1159-035 listada na tabela 2.1 e sua respectiva janela espectral. O intervalo de frequências escolhido para a figura foi de 1700 a 2300  $\mu\text{Hz}$ , pois se trata do intervalo onde se encontram os modos de maior amplitude da estrela. A Figura 2.1 mostra que a janela espectral dos dados do *K2* possui a estrutura mais fina, permitindo que os tri-

pletos apareçam na transformada de Fourier de forma mais evidente. A janela espectral dos dados do *TESS* também possui pouca estrutura (*alias*<sup>2</sup>), entretanto o sinal-ruído dos dados é limitado pelo tamanho pequeno do telescópio (15 cm). Além disso, o *TESS* observa comprimentos de onda mais vermelhos, e a PG 1159-035 é uma estrela muito azul ( $T_{\text{ef}} \approx 140\,000\text{ K}$ ) e relativamente fraca ( $m_v = 15.04$ ). Portanto, como a Figura 2.1 deixa claro, o alto ruído nos dados do *TESS* impede a detecção de vários modos de baixa amplitude encontrados nos dados do *K2*.

## 2.2 Kepler

O telescópio *Kepler* foi projetado para encontrar novos exoplanetas. Ele foi desenvolvido para conseguir observar corpos celestes muito pequenos e pouco luminosos, o que o torna excelente para a observação de anãs brancas. Então, apesar de não ser seu propósito principal, o *Kepler* observou muitas estrelas de alta magnitude (baixa luminosidade).

Após a falha de duas das três rodas de reação que controlavam o posicionamento do telescópio *Kepler*, a missão original (missão *Kepler*) foi encerrada. Iniciou-se então a missão *K2*, que permitiu que o telescópio continuasse a operar observando ao longo do plano da eclíptica (Howell et al., 2014). A missão *K2* encerrou seus trabalhos em outubro de 2018, com o esgotamento de seu já danificado sistema de controle de reação.

A missão *K2* possuía dois modos de observação: cadência curta e longa (*short* e *long cadence*). No primeiro modo, o fluxo da estrela era integrado por  $\approx 1$  min e, no segundo, por  $\approx 30$  min. Como o modo *long cadence* é apenas um somatório de 30 pontos do modo *short cadence*, todos os objetos observados pelo telescópio possuem ambos os modos. Entretanto, devido à falta de memória no disco e a velocidade com que os dados são transmitidos para a Terra, apenas algumas estrelas escolhidas têm seus dados *short cadence* salvos e disponibilizados. A PG 1159-035 (EPIC 201214472) foi uma dessas estrelas escolhidas. A missão *K2* a observou entre julho e setembro de 2016 durante a Campanha 10. E, como ela é uma anã branca luminosa ( $G=14.69$  mag) para um telescópio de 1.5 m, a missão forneceu dados de qualidade sem precedentes.

Os arquivos TPFs (*target pixel files*) foram baixados diretamente do repositório Barbara A. Mikulski Archive for Space Telescopes (MAST) no modo *short cadence* e,

---

<sup>2</sup>Para mais detalhes sobre os efeitos da curva de luz na janela espectral e na transformada de Fourier, ver (VANDERPLAS, 2018)

para fazer a extração dos dados, nosso colaborador J.J. Hermes usou o pacote em Python *Lightkurve* (Lightkurve Collaboration et al., 2018). Em sequência, como o propulsor é acionado aproximadamente a cada 6.5 hr para compensar a variação da pressão solar, usou-se a rotina KEPSFF (Vanderburg; Johnson, 2014) para corrigir a variação fotométrica sistemática introduzida pelo movimento de baixa frequência do alvo no CCD. Após se testar uma série de aberturas de diferentes tamanhos nos arquivos TPFs para otimizar a fotometria, se escolheu uma abertura de 30 pixels para extrair a curva de luz. Após a extração, fitou-se um polinômio de terceira ordem e cortou-se os pontos à mais de  $4.5\sigma$  fora da curva. Também se subtraiu as frequências instrumentais conhecidas e seus harmônicos (Van Cleve et al., 2016). Os dados do *K2* iniciam em  $\text{BJD}^3_{\text{TDB}}=2457582.5799677$  e a observação segue, com tempo de integração de 58.8 s, por 69.14 dias.

### 2.3 TESS

O *Transiting Exoplanet Survey Satellite (TESS)* é um telescópio espacial também projetado para procurar por novos exoplanetas usando o método de trânsitos planetários. Entretanto, o *TESS* possui algumas diferenças em relação ao *Kepler*; o *TESS* é um telescópio muito menor e, portanto, seu sinal-ruído é bastante inferior.

O *TESS* observou a PG 1159-035 em dezembro de 2021 durante o setor 46 por 24.91 dias com tempo de integração de 20 s. Nós baixamos os dados diretamente do portal MAST e, após remover os pontos mais de  $5\sigma$  fora da curva, usamos o fluxo com abertura simples *PDCSAP*. O código da PG 1159-035 é TIC 35062562 no catálogo de alvos do *TESS*.

---

<sup>3</sup>Data Juliana corrigida pelas diferenças na posição da Terra em relação ao baricentro do Sistema Solar

<sup>4</sup>Tempo Dinâmico Baricêntrico: escala de tempo de coordenadas que levam em consideração a dilatação do tempo pelo movimento da nave.

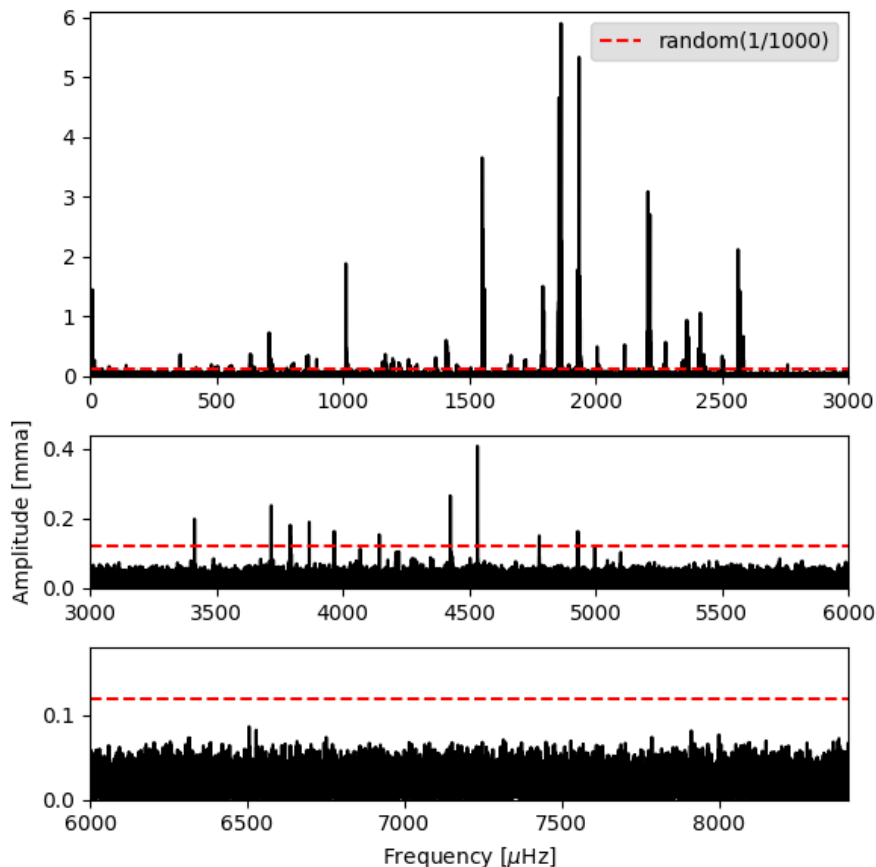
### 3 ANÁLISE E RESULTADOS

#### 3.1 Detecção dos períodos de pulsações

Eu usei o programa de transformadas de Fourier e mínimos quadrados Period04 (Lenz; Breger, 2004) para detectar as frequências nas quais a estrela pulsa e subtrair da curva de luz suas respectivas senoídes; esse processo é chamado de branqueamento ou *pre-whitening*. O nível de alarme falso (FAL) foi estimado para a probabilidade de 1/1000 randomizando 1000 vezes a curva de luz.

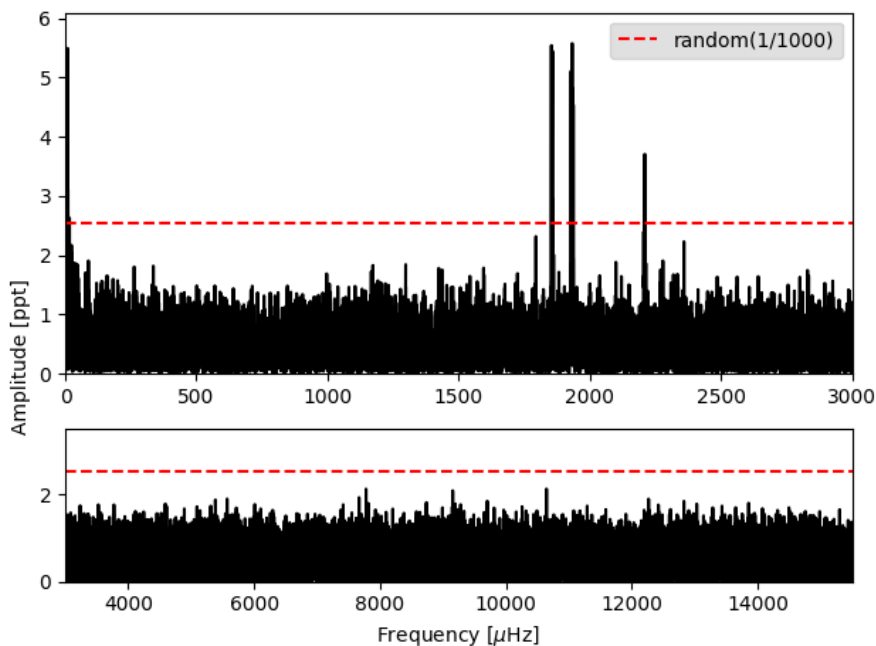
Após cada senoíde subtraída diretamente da curva de luz, calculou-se o limite de detecção da curva de luz residual. Esse processo foi repetido até o pico de maior amplitude da transformada de Fourier ter uma probabilidade de alarme falso (FAP) maior que 1/1000. As Figuras 3.1 e 3.2 mostram o limite de detecção dos dados do K2 e do TESS, respectivamente.

Figura 3.1: Transformada de Fourier da curva de luz original do K2 da PG 1159-035. A linha tracejada vermelha indica a amplitude para a qual a probabilidade de alarme falso é 1 em 1000,  $FAL(1/1000)=0.119$  mma.



As Tabelas 3.1, 3.2, 3.4 e 3.5 listam as frequências detectadas nos dados do K2,

Figura 3.2: Transformada de Fourier da curva de luz original do TESS da PG 1159-035. A linha tracejada vermelha indica a amplitude para a qual a probabilidade de alarme falso é 1 em 1000,  $FAL(1/1000) = 2.537$  mma.



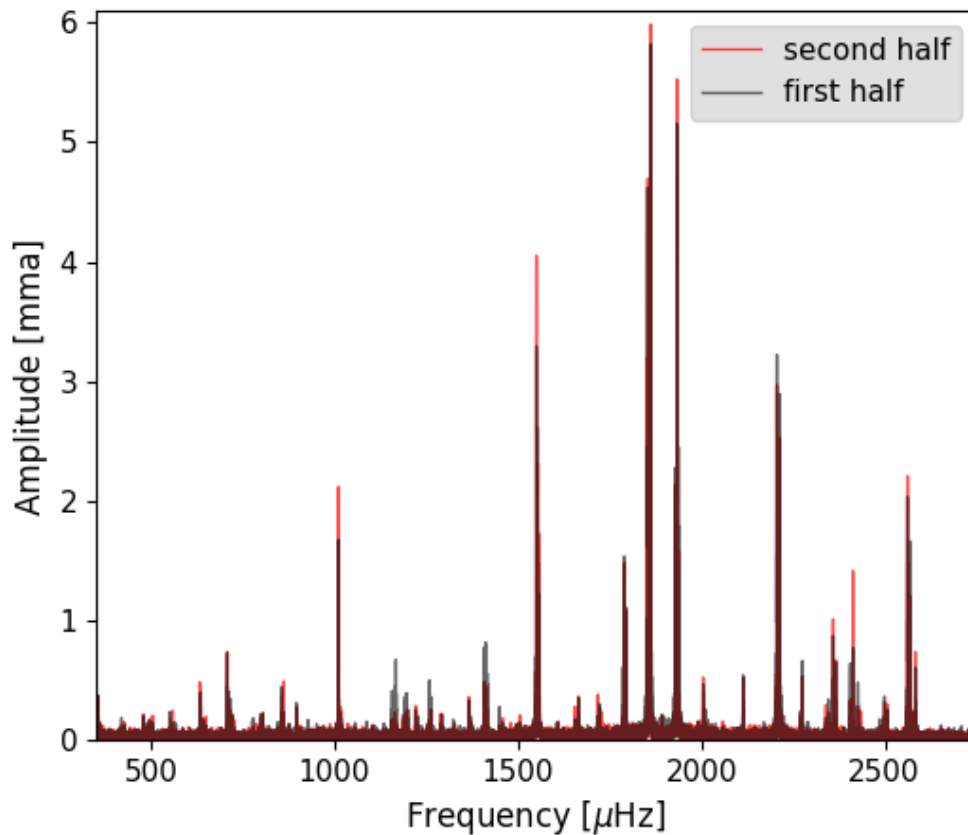
e a Tabela 3.3 nos dados do *TESS*. Os valores dos períodos dados nessas tabelas foram determinados pelo ajuste não linear simultâneo de múltiplas senoides por mínimos quadrados, e suas incertezas por simulação de Monte Carlo, como em (Costa et al., 2008) - usando o programa ‘multif - Nonlinear fitting of multiple sinusoidals’ escrito por Costa em 2001.

### 3.2 Coerência dos Modos

A análise asterossismológica é baseada nas propriedades dos modos detectados, assumindo que as frequências e amplitudes dos modos de pulsação são estáveis em escala de tempo muito maior que o tempo durante o qual foram observados. Entretanto, a PG 1159-035 é uma estrela em uma fase de transição passando por muitas mudanças, e estas mudanças na estrutura da estrela implicam em mudanças nas frequências e amplitudes de seus modos de pulsação. As transformadas de Fourier da PG 1159-035 de diferentes épocas mostram que as amplitudes de seus modos estão variando (Figuras 2.1 e 3.3) e, quando se analisa a frequência de seus modos de pulsação ao longo dos anos, se observa que as frequências dos modos de maior amplitude também estão mudando (Figura 3.12). Estas mudanças indicam que seus modos de pulsação não são coerentes em

escala de meses e anos.

Figura 3.3: Transformada de Fourier da primeira e segunda metade dos dados do K2, mostrando as mudanças nas amplitudes durante o intervalo de tempo de 69 dias, especialmente para picos entre 1100 e 1400  $\mu\text{Hz}$ .



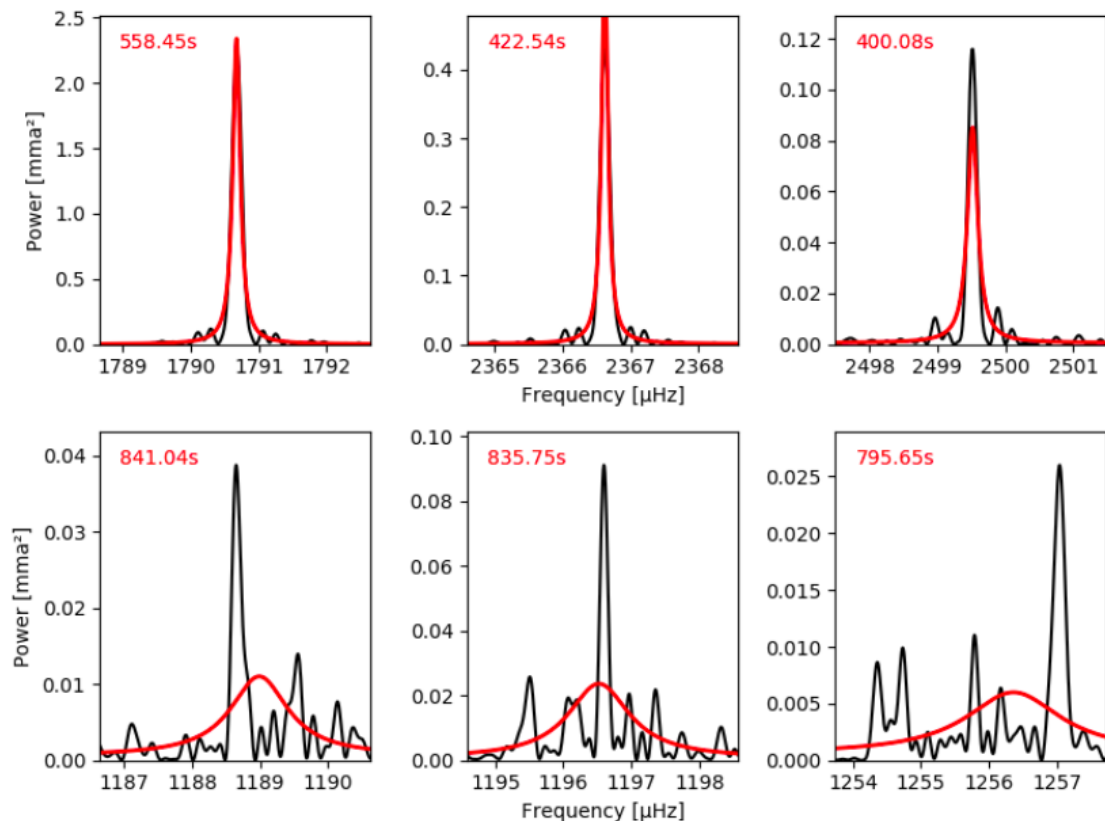
A largura com que um modo aparece no espectro de potência é inversamente proporcional a seu tempo de vida, e ao tempo total de observação. Um modo coerente aparece no espectro de potência como um pico único cuja largura é dada pelo tempo de observação. Esse pico tem um tempo de vida consideravelmente maior que o tempo de observação, como a asterossismologia supõe. Por outro lado, se a campanha de observação for longa o suficiente, um modo incoerente, com tempo de vida menor do que o tempo de observação, aparece no espectro de potência como um conjunto de vários picos próximos como a Figura 3.4 mostra (Basu; Chaplin, 2017).

Motivada pelos resultados apresentados em (Hermes et al., 2017a) sobre a dicotomia das larguras dos modos de pulsação das estrelas ZZ Ceti (DAV), eu ajustei Lorentzianas por mínimos quadrados em todos os conjuntos de picos detectados no espectro de potência dos dados do K2, como em (Bell et al., 2015). Eu usei o pico de maior amplitude



de cada conjunto de picos como um chute inicial para a frequência central e a altura da Lorentziana. E, para a meia largura à meia altura (HWHM), eu usei o dobro da resolução como chute inicial.

Figura 3.4: Intervalos detalhados do espectro de potência da PG 1159-035 ilustrando alguns dos ajustes de Lorentzianas (linha vermelha). A frequência está em  $\mu\text{Hz}$  e a potência em unidade de  $\text{mma}^2$  ( $1 \text{ mma} = 1 \text{ ppt}$ ). Todos os painéis possuem o mesmo intervalo de frequência de  $4 \mu\text{Hz}$ , mas diferentes intervalos de potência. Os painéis superiores mostram alguns modos cuja largura a meia altura (HWHM) são muito próximos da resolução da frequência, e os inferiores mostram os modos com os maiores HWHM.

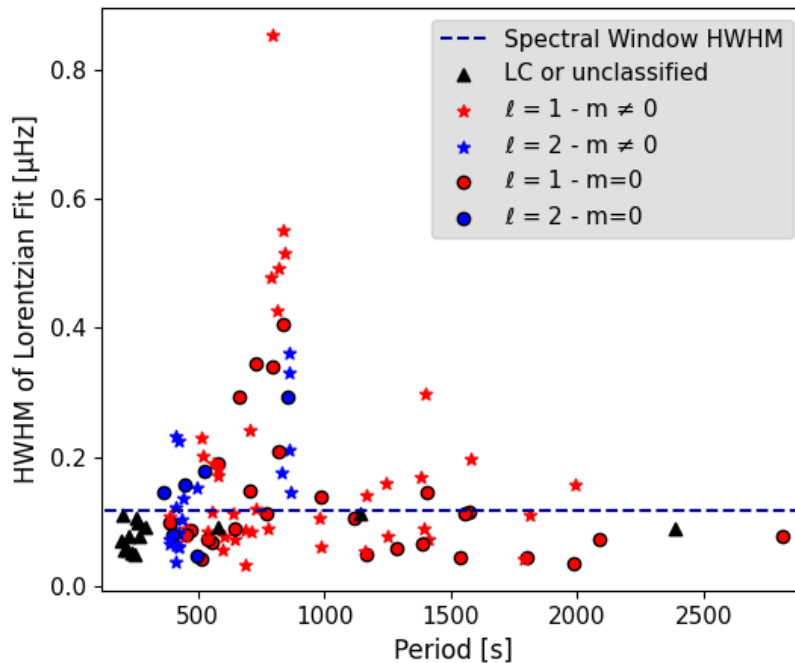


Os ajustes Lorentzianos foram usados para determinar as frequências independentes: assumiu-se que todos os picos envolvidos pela Lorentziana ajustada representam o mesmo modo. E, para os modos cuja Lorentziana cobre mais de um pico, definiu-se sua HWHM como um intervalo de largura. Uma vez que esses modos não são coerentes ao longo do tempo de observação, não faz sentido associar incertezas a eles. A frequência e amplitude dos modos não coerentes são, respectivamente, a frequência central e a altura da Lorentziana ajustada.

Algumas das Lorentzianas ajustadas são muito parecidas com a forma de um único pico enquanto outras cobrem vários picos, como exemplificado pela Figura 3.4. Então, visando determinar se a distribuição das larguras das Lorentzianas é aleatória ou apresenta

algum padrão, plotei a HWHM das Lorentzianas contra período. A Figura 3.5 mostra que os maiores valores de HWHM estão em um intervalo de período de  $\approx 400 - 1000$  s, o que é comparável com o resultado encontrada para DAVs em (Hermes et al., 2017a):  $800 - 1400$  s. Entretanto, há uma grande diferença de escala; os maiores valores de HWHM no conjunto de DAVs são várias ordens de grandeza maiores que os observados nos dados da PG 1159-035. (Montgomery et al., 2020) mostra que a dicotomia nos valores de HWHM para DAVs pode ser explicado por mudanças na zona de convecção superficial durante as pulsações. Essas mudanças alteram a condição de reação para os modos, tornando-os menos coerente.

Figura 3.5: Meia largura a meia altura (HWHM) das lorentzianas ajustadas aos picos significantes na transformada de Fourier da PG 1159-035 em  $\mu\text{Hz}$  contra seus períodos em segundos. A linha horizontal tracejada indica a HWHM da janela espectral dos dados do *K2*. Os triângulos pretos indicam as frequências não classificadas ou classificadas como combinações lineares (LC). E, de acordo com a legenda da figura, a forma e a cor dos pontos indicam respectivamente o índice  $\ell$  e o índice  $m$  das frequências classificadas como modos de pulsações.



Modelos de estrelas PG 1159 geralmente não apresentam zonas de convecção superficial ou sub-superficial (Miller Bertolami; Althaus, 2006; Córscico; Althaus, 2006), então não é esperado que o mecanismo sugerido em (Montgomery et al., 2020), de alterações da zona de convecção, seja a causa dos modos não coerentes da PG 1159-035. Mas como as pulsações também são causadas por zonas de ionização parcial, e estas necessariamente levem a formação de zonas de convecção, embora não superficiais, a propagação

dos modos é afetada por estas zonas.

### 3.3 Identificação dos Modos

#### 3.3.1 Dados do K2

De acordo com a teoria de pulsações, o espaçamento em período  $\Delta\Pi_\ell$  entre dois modos  $g$  com  $m = 0$  de mesmo  $\ell$  e valor de  $k$  consecutivos é constante, para um modelo homogêneo em seu limite assintótico ( $k \gg \ell$ ). Sendo assim, pode-se escrever a equação geral a seguir:

$$\Pi_{\ell,k} = \Pi_{\ell,0} + k\Delta\Pi_\ell \quad (3.1)$$

onde  $\Pi_{\ell,k}$  é o período do modo cujos números quânticos associados são:  $(k, \ell, m = 0)$ , e  $\Pi_{\ell,0}$  é o período do modo  $k = 0$  (Tassoul, 1980; Winget et al., 1991).

Para identificar sequências de modos, é preciso um chute inicial para os valores das constantes na equação acima. Para tanto, usei o teste Kolmogorov-Smirnov (tipo: KP - estatística de Kuiper <sup>1</sup>) para ajustar os valores de espaçamento  $\Delta\Pi_1$  e  $\Delta\Pi_2$ . Na Figura 3.6, que mostra o teste K-S aplicado à lista de frequências independentes subtraídas da transformada de Fourier dos dados do K2, é possível identificar seis picos significantes:  $\Delta\Pi_1 = 21.23$  s,  $\Delta\Pi_2 = 12.97$  s e dois múltiplos de cada um deles. O pico que indica o valor de  $\Delta\Pi_1$  é significativamente maior que seus múltiplos, enquanto o pico que indica o valor de  $\Delta\Pi_2$  possui significância  $\log Q$  similar a seus múltiplos. Isso provavelmente resulta da pequena amostra de modos  $\ell = 2$  observados, comparada com a amostra de modos  $\ell = 1$ . Uma vez que os modos  $\ell = 2$  possuem menor amplitude observada, é esperado que se observe mais modos  $\ell = 1$ .

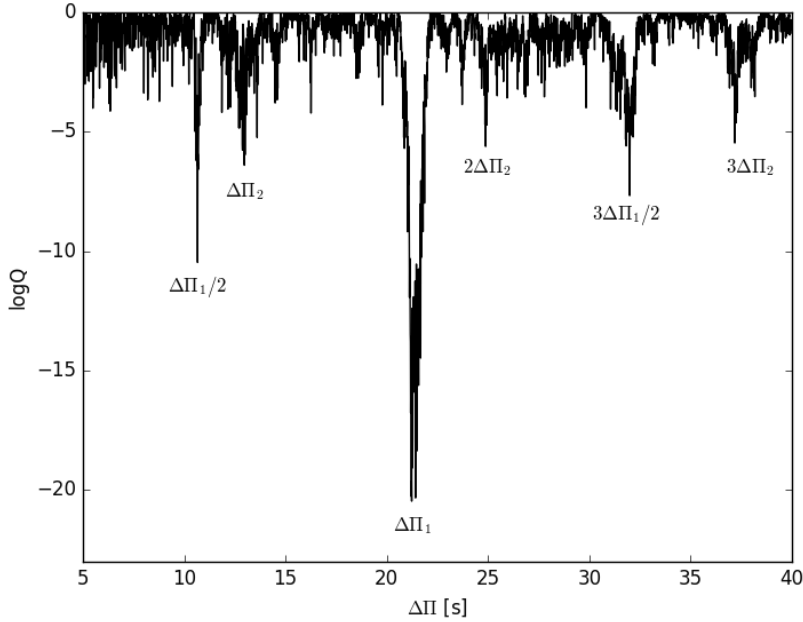
Para se obter valores iniciais para as constantes  $\Pi_{0,\ell=1}$  e  $\Pi_{0,\ell=2}$ , usou-se os resultados obtidos por estudos anteriores. Usando os resultados de (Winget et al., 1991), assumimos que o tripleto observado em 517 s é o modo  $(k = 20 \pm 2, \ell = 1, m = 0)$ . E, usando os resultados de (Costa et al., 2008), assumimos que o quintupletto observado em 387 s é o modo  $(k = 27 \pm 2, \ell = 2, m = 0)$ . Assim, a partir da equação (1) determinei os seguintes valores:

$$\Pi_{0,\ell=1} = 92.6 \text{ s}$$

---

<sup>1</sup>"Em testes comparativos, a estatística KP se mostrou tão eficaz quanto A-D e a S-W, tendo a vantagem de ser mais simples do ponto de vista numérico e computacional."(COSTA, 2004)

Figura 3.6: Teste K-S aplicado à lista de frequências independentes identificadas nos dados do K2. Há seis picos significantes: dois deles correspondem aos valores de  $\Delta\Pi_1$  e  $\Delta\Pi_2$ , e os outros são múltiplos desses.



$$\Pi_{0,\ell=2} = 37.98 \text{ s}$$

Para estrelas sem campo magnético e rotacionando com baixa velocidade, as componentes de um modo são igualmente espaçadas em frequência por um contante  $\delta\nu_\ell$ . A estimativa dessa constante é importante para identificar multipletos dentre as frequências observadas; então, como um chute inicial, usei os valores obtidos por (Winget et al., 1991):

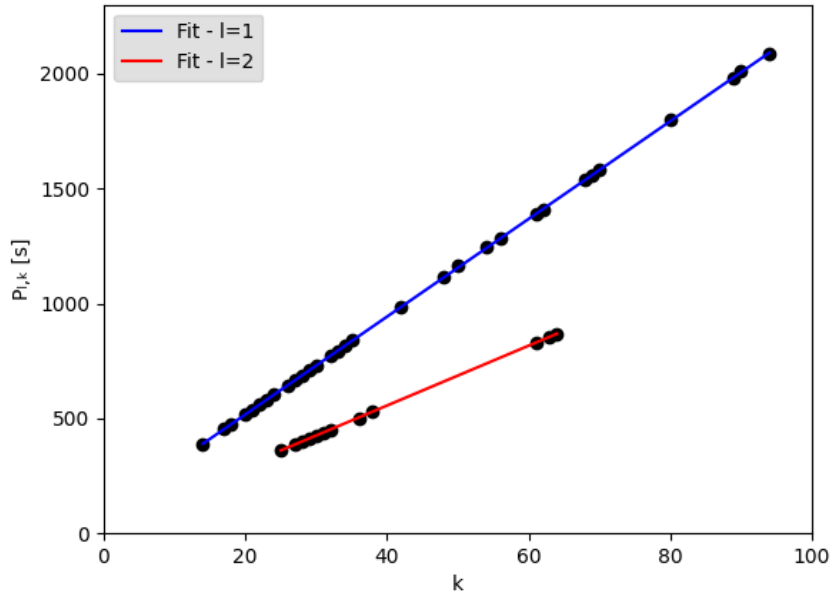
$$\delta\nu_{\ell=1} = 4.22 \mu\text{Hz}$$

$$\delta\nu_{\ell=2} = 6.92 \mu\text{Hz}$$

A partir desses valores eu classifiquei as frequências observadas no intervalo de  $300 - 3000 \mu\text{Hz}$  e obtive: 32 modos independentes  $\ell = 1$  (Tabela 3.1) e 12 modos independentes  $\ell = 2$  (Tabela 3.2). Os quatorze modos  $\ell = 1$  com menores frequências estão fora do intervalo de frequência analisados por (Costa et al., 2008), e o modo  $k = 61, \ell = 2$  não foi detectado naqueles dados.

Após a identificação dos modos, pude então usar os valores observacionais para acurar as constantes. Plotei os períodos contra seus respectivos valor de  $k$  para a sequência de modos  $\ell = 1$  e  $\ell = 2$ , como mostra a Figura 3.7. Então ajustei linhas de acordo com a equação (3.1) e obtive:

Figura 3.7: Sequência de modos  $\ell = 1$  (Linha azul) e  $\ell = 2$  (linha vermelha) identificados nos dados do K2.



$$\Delta\Pi_1 = 21.28 \pm 0.02 \text{ s}, \quad P_{0,\ell=1} = 92 \pm 1 \text{ s},$$

$$\Delta\Pi_2 = 13.02 \pm 0.04 \text{ s} \quad \text{e} \quad P_{0,\ell=2} = 35 \pm 2 \text{ s} \quad (3.2)$$

Esses valores de  $\Delta\Pi_\ell$  são bastante similares àqueles encontrados por (Costa et al., 2008):

$$\Delta\Pi_1 = 21.43 \pm 0.03 \text{ s} \quad \text{e} \quad \Delta\Pi_2 = 12.38 \pm 0.01 \text{ s}$$

A razão entre os espaçamentos obtidos nesse trabalho é:

$$\frac{\Delta\Pi_1}{\Delta\Pi_2} = 1.634 \pm 0.005 \quad (3.3)$$

isso é 94% de  $\sqrt{3}$ , o valor esperado para essa razão segundo a teoria de pulsação estelar no limite assintótico.

$k \pm 2$	m	Period [s]	Frequency [ $\mu\text{Hz}$ ]	Amplitude [mma]
14	1	$386.8818 \pm 0.0013$	$2584.769 \pm 0.008$	$0.26 \pm 0.02$
14	0	$387.5045 \pm 0.0013$	$2580.615 \pm 0.009$	$0.25 \pm 0.02$
14	-1			
17	1	$451.6086 \pm 0.0002$	$2214.307 \pm 0.001$	$2.70 \pm 0.02$

$k \pm 2$	m	Period [s]	Frequency [ $\mu\text{Hz}$ ]	Amplitude [mma]
17	0	$452.4465 \pm 0.0002$	$2210.206 \pm 0.001$	$1.87 \pm 0.02$
17	-1	$453.2911 \pm 0.0001$	$2206.088 \pm 0.001$	$3.14 \pm 0.02$
18	1			
18	0	$473.0622 \pm 0.0009$	$2113.887 \pm 0.004$	$0.52 \pm 0.02$
18	-1			
20*	1	$516.10 \pm 0.06$	$1937.59 \pm 0.23$	1.28
20	0	$517.2150 \pm 0.0001$	$1933.432 \pm 0.001$	$5.34 \pm 0.02$
20*	-1	$518.34 \pm 0.05$	$1929.24 \pm 0.20$	1.46
21	1	$536.9727 \pm 0.0001$	$1862.292 \pm 0.001$	$5.92 \pm 0.02$
21	0	$538.1587 \pm 0.0002$	$1858.188 \pm 0.001$	$4.08 \pm 0.02$
21	-1	$539.3473 \pm 0.0001$	$1854.093 \pm 0.001$	$4.74 \pm 0.02$
22	1	$557.1217 \pm 0.0006$	$1794.940 \pm 0.002$	$1.14 \pm 0.02$
22	0	$558.4483 \pm 0.0004$	$1790.676 \pm 0.001$	$1.53 \pm 0.02$
22*	-1	$559.78 \pm 0.06$	$1786.42 \pm 0.19$	0.27
23*	1	$579.07 \pm 0.06$	$1726.90 \pm 0.18$	0.11
23*	0	$580.38 \pm 0.06$	$1723.00 \pm 0.19$	0.18
23*	-1	$581.78 \pm 0.06$	$1718.85 \pm 0.17$	0.20
24	1	$600.6547 \pm 0.0023$	$1664.850 \pm 0.006$	$0.34 \pm 0.02$
24	0			
24	-1	$604.0409 \pm 0.0041$	$1655.517 \pm 0.011$	$0.20 \pm 0.02$
26	1	$641.5557 \pm 0.0006$	$1558.711 \pm 0.001$	$1.49 \pm 0.02$
26	0	$643.2361 \pm 0.0004$	$1554.639 \pm 0.001$	$2.54 \pm 0.02$
26	-1	$644.9279 \pm 0.0002$	$1550.561 \pm 0.001$	$3.68 \pm 0.02$
27	1			
27*	0	$664.25 \pm 0.13$	$1505.46 \pm 0.29$	0.10
27	-1			
28	1	$685.7765 \pm 0.0067$	$1458.201 \pm 0.014$	$0.15 \pm 0.02$
28	0			
28	-1	$689.6951 \pm 0.0056$	$1449.916 \pm 0.012$	$0.19 \pm 0.02$
29*	1	$706.08 \pm 0.12$	$1416.27 \pm 0.24$	0.27
29	0	$708.1235 \pm 0.0021$	$1412.183 \pm 0.004$	$0.51 \pm 0.02$
29	-1	$710.3398 \pm 0.0018$	$1407.777 \pm 0.004$	$0.61 \pm 0.02$
30	1			
30*	0	$729.60 \pm 0.18$	$1370.61 \pm 0.35$	0.11

$k \pm 2$	m	Period [s]	Frequency [ $\mu$ Hz]	Amplitude [mma]
30	-1	$731.6054 \pm 0.0037$	$1366.857 \pm 0.007$	$0.32 \pm 0.02$
32	1			
32	0	$773.7070 \pm 0.0066$	$1292.479 \pm 0.011$	$0.20 \pm 0.02$
32	-1	$776.0878 \pm 0.0078$	$1288.514 \pm 0.013$	$0.17 \pm 0.02$
33*	1	$791.56 \pm 0.30$	$1263.33 \pm 0.48$	0.16
33*	0	$793.89 \pm 0.21$	$1259.62 \pm 0.34$	0.20
33*	-1	$795.5298 \pm 0.0092$	$1256.36 \pm 0.85$	0.07
34*	1	$813.77 \pm 0.28$	$1228.85 \pm 0.43$	0.08
34*	0	$816.68 \pm 0.14$	$1224.46 \pm 0.21$	0.13
34*	-1	$819.02 \pm 0.33$	$1220.98 \pm 0.49$	0.15
35*	1	$835.75 \pm 0.38$	$1196.53 \pm 0.55$	0.15
35*	0	$838.50 \pm 0.29$	$1192.61 \pm 0.41$	0.13
35*	-1	$841.05 \pm 0.36$	$1188.99 \pm 0.52$	0.10
42	1	$981.7223 \pm 0.0100$	$1018.618 \pm 0.010$	$0.21 \pm 0.02$
42	0	$985.6528 \pm 0.0093$	$1014.556 \pm 0.010$	$0.23 \pm 0.02$
42	-1	$988.4763 \pm 0.0011$	$1011.658 \pm 0.001$	$1.88 \pm 0.02$
48	1			
48	0	$1116.0179 \pm 0.0096$	$896.043 \pm 0.008$	$0.29 \pm 0.02$
48	-1			
50	1	$1159.3618 \pm 0.0085$	$862.543 \pm 0.006$	$0.35 \pm 0.02$
50	0	$1164.8798 \pm 0.0107$	$858.458 \pm 0.008$	$0.28 \pm 0.02$
50	-1	$1168.7091 \pm 0.0088$	$855.645 \pm 0.006$	$0.34 \pm 0.02$
54	1	$1242.0046 \pm 0.0150$	$805.150 \pm 0.010$	$0.23 \pm 0.02$
54*	0	$1246.51 \pm 0.82$	$802.24 \pm 0.53$	0.07
54	-1	$1252.6274 \pm 0.0178$	$798.322 \pm 0.011$	$0.19 \pm 0.02$
56	1			
56	0	$1284.5235 \pm 0.0254$	$778.499 \pm 0.015$	$0.14 \pm 0.02$
56	-1			
61	1	$1379.2645 \pm 0.0309$	$725.024 \pm 0.016$	$0.14 \pm 0.02$
61	0	$1387.0651 \pm 0.0210$	$720.947 \pm 0.011$	$0.20 \pm 0.02$
61	-1	$1392.6642 \pm 0.0299$	$718.048 \pm 0.015$	$0.14 \pm 0.02$
62*	1	$1398.74 \pm 0.58$	$714.93 \pm 0.30$	0.16
62	0	$1406.5058 \pm 0.0122$	$710.982 \pm 0.006$	$0.36 \pm 0.02$
62	-1	$1412.1701 \pm 0.0000$	708.130	$0.72 \pm 0.02$

$k \pm 2$	m	Period [s]	Frequency [ $\mu$ Hz]	Amplitude [mma]
68	1			
68	0	$1539.0279 \pm 0.0342$	$649.761 \pm 0.014$	$0.15 \pm 0.02$
68	-1			
69	1			
69	0	$1555.7422 \pm 0.0335$	$642.780 \pm 0.014$	$0.16 \pm 0.02$
69	-1			
70	1			
70	0	$1572.9948 \pm 0.0000$	635.730	$0.37 \pm 0.02$
70*	-1	$1589.91 \pm 0.49$	$632.95 \pm 0.20$	0.29
80	1	$1788.9168 \pm 0.0392$	$558.998 \pm 0.012$	$0.18 \pm 0.02$
80	0	$1802.1048 \pm 0.0437$	$554.907 \pm 0.013$	$0.16 \pm 0.02$
80	-1	$1811.2402 \pm 0.0400$	$552.108 \pm 0.012$	$0.18 \pm 0.02$
89	1			
89	0	$1982.7768 \pm 0.0504$	$504.343 \pm 0.013$	$0.17 \pm 0.02$
89	-1	$1993.56 \pm 0.07$	$501.615 \pm 0.017$	$0.13 \pm 0.02$
90	1			
90	0	$2010.0490 \pm 0.0569$	$497.500 \pm 0.014$	$0.16 \pm 0.02$
90	-1	$2021.2441 \pm 0.0613$	$494.745 \pm 0.015$	$0.15 \pm 0.02$
94	1			
94	0	$2084.6910 \pm 0.0501$	$479.687 \pm 0.012$	$0.19 \pm 0.02$
94	-1			
128	1			
128	0	$2807.9405 \pm 0.0463$	$356.133 \pm 0.006$	$0.37 \pm 0.02$
128	-1			

Tabela 3.1: Modos de pulsação  $l = 1$  identificados com dados do K2. As frequências marcadas com um '\*' não são coerentes durante a observação, assim sendo, seus parâmetros são os valores referentes às Lorentzianas ajustadas.

$k \pm 2$	m	Period [s]	Frequency [ $\mu$ Hz]	Amplitude [mma]
25	2			
25	1			



$k \pm 2$	m	Period [s]	Frequency [ $\mu$ Hz]	Amplitude [mma]
25	0	$362.5385 \pm 0.0014$	$2758.328 \pm 0.011$	$0.21 \pm 0.02$
25	-1			
25	-2			
27	2			
27	1	$387.1166 \pm 0.0005$	$2583.201 \pm 0.003$	$0.65 \pm 0.02$
27	0			
27	-1	$389.2308 \pm 0.0002$	$2569.170 \pm 0.002$	$1.45 \pm 0.02$
27	-2	$390.2865 \pm 0.0002$	$2562.220 \pm 0.001$	$2.12 \pm 0.02$
28	2			
28	1	$398.9886 \pm 0.0013$	$2506.337 \pm 0.008$	$0.28 \pm 0.02$
28	0	$400.0776 \pm 0.0010$	$2499.515 \pm 0.006$	$0.34 \pm 0.02$
28	-1			
28	-2			
29	2	$410.8695 \pm 0.0025$	$2433.863 \pm 0.015$	$0.15 \pm 0.02$
29*	1	$412.04 \pm 0.04$	$2426.97 \pm 0.23$	0.24
29	0			
29	-1	$414.4032 \pm 0.0004$	$2413.109 \pm 0.002$	$1.05 \pm 0.02$
29	-2	$415.5943 \pm 0.0008$	$2406.193 \pm 0.005$	$0.48 \pm 0.02$
30	2	$422.5439 \pm 0.0006$	$2366.618 \pm 0.003$	$0.65 \pm 0.02$
30	1	$423.7669 \pm 0.0004$	$2359.788 \pm 0.002$	$0.94 \pm 0.02$
30	0			
30*	-1	$426.26 \pm 0.04$	$2346.01 \pm 0.22$	0.19
30	-2	$427.4673 \pm 0.0017$	$2339.360 \pm 0.009$	$0.23 \pm 0.02$
31	2			
31	1			
31	0			
31	-1	$439.3573 \pm 0.0007$	$2276.052 \pm 0.004$	$0.57 \pm 0.02$
31	-2	$440.7055 \pm 0.0021$	$2269.089 \pm 0.011$	$0.20 \pm 0.02$
32	2			
32	1			
32	0	$449.3623 \pm 0.0032$	$2225.376 \pm 0.016$	$0.14 \pm 0.02$
32	-1			
32	-2			
36	2			

$k \pm 2$	m	Period [s]	Frequency [ $\mu$ Hz]	Amplitude [mma]
36	1	$497.0416 \pm 0.0028$	$2011.904 \pm 0.011$	$0.19 \pm 0.02$
36	0	$498.7392 \pm 0.0011$	$2005.056 \pm 0.004$	$0.50 \pm 0.02$
36	-1			
36	-2			
38	2			
38	1			
38*	0	$528.21 \pm 0.05$	$1893.20 \pm 0.18$	0.11
38	-1			
38	-2			
61	2			
61	1			
61	0			
61*	-1	$833.58 \pm 0.12$	$1199.65 \pm 0.18$	0.17
61	-2			
63	2			
63	1			
63*	0	$856.55 \pm 0.21$	$1167.47 \pm 0.29$	0.28
63*	-1	$861.00 \pm 0.25$	$1161.44 \pm 0.33$	0.11
63	-2	$866.2231 \pm 0.0081$	$1154.437 \pm 0.011$	$0.20 \pm 0.02$
64*	2	$859.36 \pm 0.27$	$1163.66 \pm 0.36$	0.14
64*	1	$864.21 \pm 0.16$	$1157.13 \pm 0.21$	0.20
64	0			
64	-1			
64	-2			

Tabela 3.2: Modos de pulsação  $l = 2$  identificados com dados do K2. As frequências marcadas com um '\*' não são coerentes durante a observação, assim sendo, seus parâmetros são os valores referentes às Lorentzianas ajustadas.

### 3.3.2 Dados do TESS

Na Figura 2.1 é possível observar que os dados do *TESS* são bem mais ruidosos que os dados do *K2*. Nos dados do *TESS* foi possível detectar apenas os quatro modos de maior amplitude da PG 1159-035, como mostra a Tabela 3.3. O alto nível do ruído faz com que não seja possível detectar as frequências de baixa amplitude e, por consequência, fazer uma análise profunda.

Tabela 3.3: Modos de pulsação identificados com dados do TESS.

$k \pm 2$	m	Period [s]	Frequency [ $\mu\text{Hz}$ ]	Amplitude [mma]
17	1			
17	0	$452.462 \pm 0.006$	$2210.13 \pm 0.03$	$3.7 \pm 0.4$
17	-1	$453.307 \pm 0.009$	$2206.01 \pm 0.04$	$2.4 \pm 0.4$
20	1	$516.107 \pm 0.006$	$1937.58 \pm 0.02$	$4.5 \pm 0.4$
20	0	$517.211 \pm 0.005$	$1933.45 \pm 0.02$	$5.7 \pm 0.4$
20	-1	$518.370 \pm 0.005$	$1929.12 \pm 0.02$	$5.2 \pm 0.4$
21	1			
21	0	$538.155 \pm 0.006$	$1858.20 \pm 0.02$	$5.5 \pm 0.4$
21	-1	$539.333 \pm 0.005$	$1854.14 \pm 0.02$	$5.5 \pm 0.4$

### 3.4 Estrutura dos Modos e Assimetria

Dos 32 modos identificados como  $\ell = 1$  nos dados do *K2*, 8 são singletos, outros 8 são dubletos, e 16 são tripletos. Dentre os 24 modos com múltipla estrutura, encontrei 15 com espaçamento aproximadamente simétrico de:

$$\langle \delta\nu_{\text{rot},1} \rangle = (4.0 \pm 0.4) \mu\text{Hz}$$

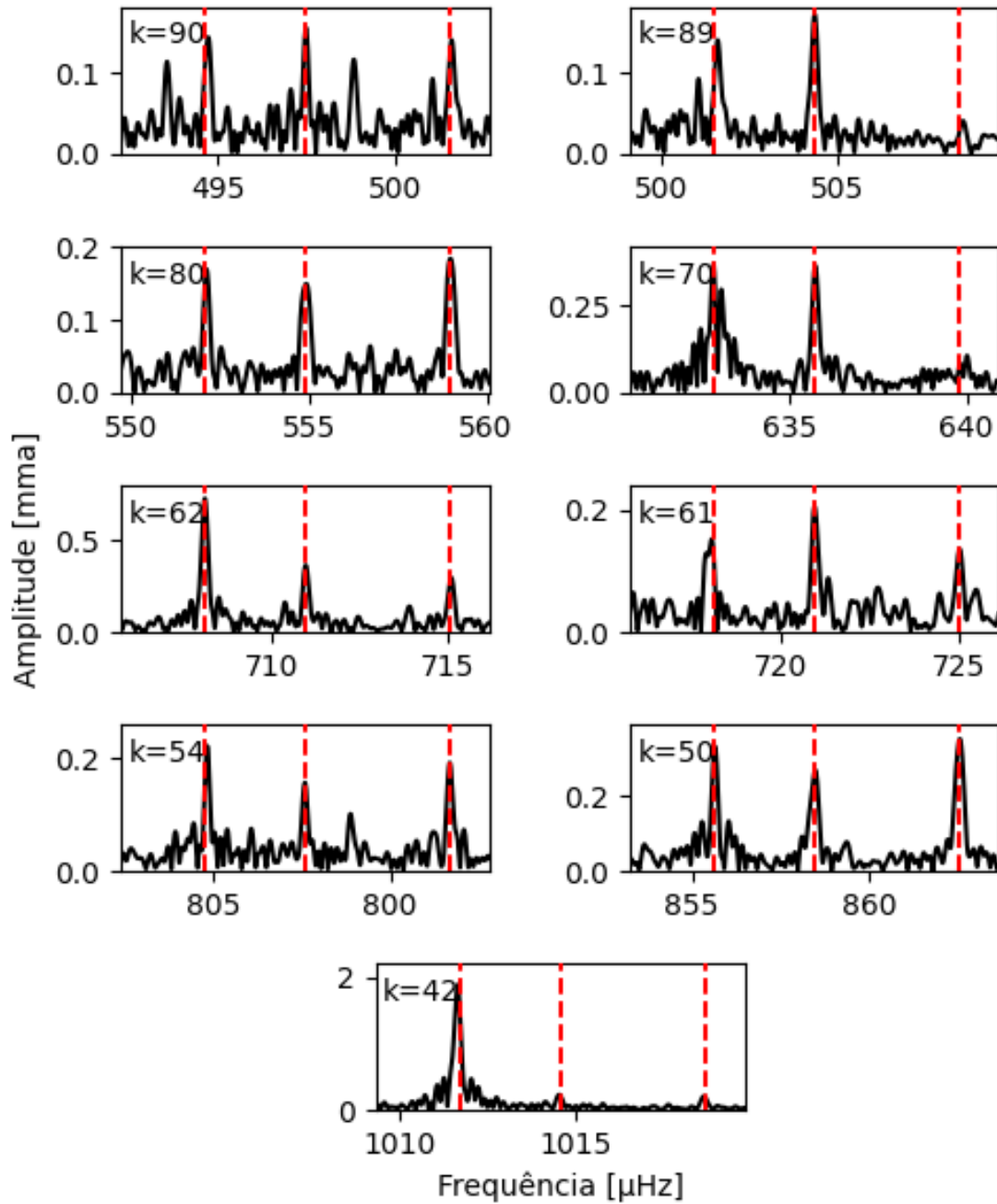
Os outros 9 modos  $\ell = 1$  apresentam uma estrutura assimétrica muito similar, como mostram as Figuras 3.8 e 3.10. Esses modos assimétricos apresentam um espaçamento médio maior de um lado e menor de outro:

$$\langle \delta\nu_{\text{rot},1}^+ \rangle = (4.06 \pm 0.05) \mu\text{Hz}$$

$$\langle \delta\nu_{\text{rot},1}^- \rangle = (2.81 \pm 0.06) \mu\text{Hz}$$

Para a maioria dos modos assimétricos, a espaçamento maior é aquele entre as frequências  $m = 0$  e  $m = 1$ . O modo  $k = 54$  é uma exceção, seu espaçamento maior é aquele entre as frequências  $m = -1$  e  $m = 0$ . Note que o eixo 'x' do painel que mostra o modo  $k = 54$  na Figura 3.8 está invertido.

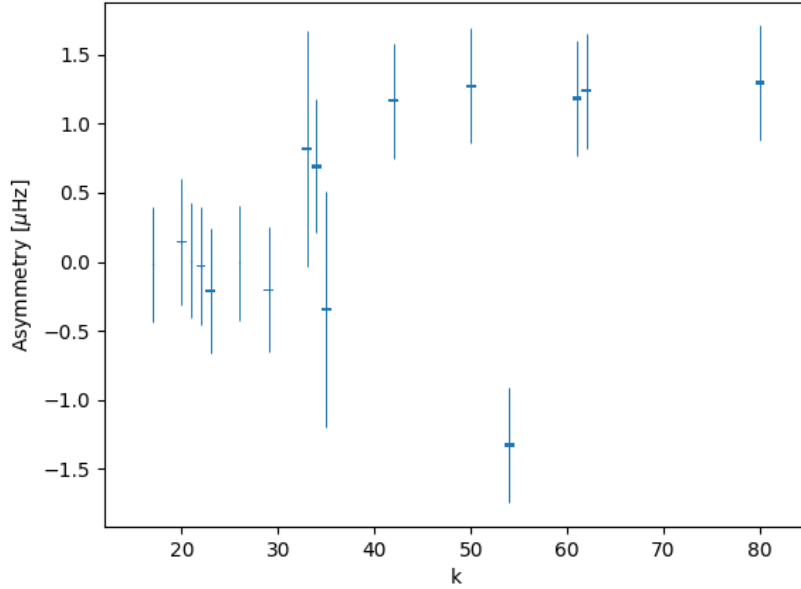
Figura 3.8: Os painéis mostram partes detalhadas da FT dos dados do *K2* centrada nas componentes  $m = 0$  dos modos assimétricos. A linha tracejada vermelha indica o espa-



A Figura 3.9 mostra a assimetria observada nos modos  $\ell = 1$  da PG 1159–035 como função do número de nodos radiais  $k$ . Cada pulsação fornece informação sobre a região onde a pulsação se formou e, quanto maior o número  $k$  associado ao modo de pulsação, mais externa a região de maior contribuição na formação do modo. A Figura 3.9 mostra que quanto maior o número  $k$  associado a um modo  $\ell = 1$ , maior sua assimetria. Assim, seja qual for o agente causador da assimetria (ex: campo magnético e rotação diferencial), ele influencia predominantemente as camadas mais externas correspondentes à  $40 \leq k \leq 80$ .

Caso haja campo magnético fraco e rotação uniforme lenta, o espaçamento das frequências depende tanto do período de rotação quanto do módulo do campo magnético da estrela. Assu-

Figura 3.9: Assimetria dos modos  $\ell = 1$  da PG 1159–035 como função do número de nodos radiais  $k$ . A altura dos pontos quadrados correspondem à incerteza calculada por simulação de Monte Carlo e as barras de erro indicam a incerteza obtido pelo ajuste de Lorentzianas.



mindando que os eixos de pulsação, de rotação e do campo magnético estão alinhados, o espaçamento das frequências pode ser aproximado em primeira ordem por (Hansen; Cox; van Horn, 1977; Jones et al., 1989; Gough; Thompson, 1990; Dintrans; Rieutord, 2000) :

$$\delta\nu \approx m(1 - C)\Omega_{\text{rot}} + m^2\bar{\gamma}B^2 \quad (3.4)$$

onde  $C = C(k, \ell)$  é o coeficiente de rotação uniforme (Ledoux, 1951),  $\Omega_{\text{rot}}$  é a frequência de rotação,  $\bar{\gamma}$  é a contante de proporcionalidade e  $B$  é o módulo do campo magnético. Devido à sua dependência com  $m^2$ , o termo de campo magnético na equação 3.4 causa uma assimetria nas componentes em torno de  $m = 0$  se combinado com o efeito da rotação. Definindo:

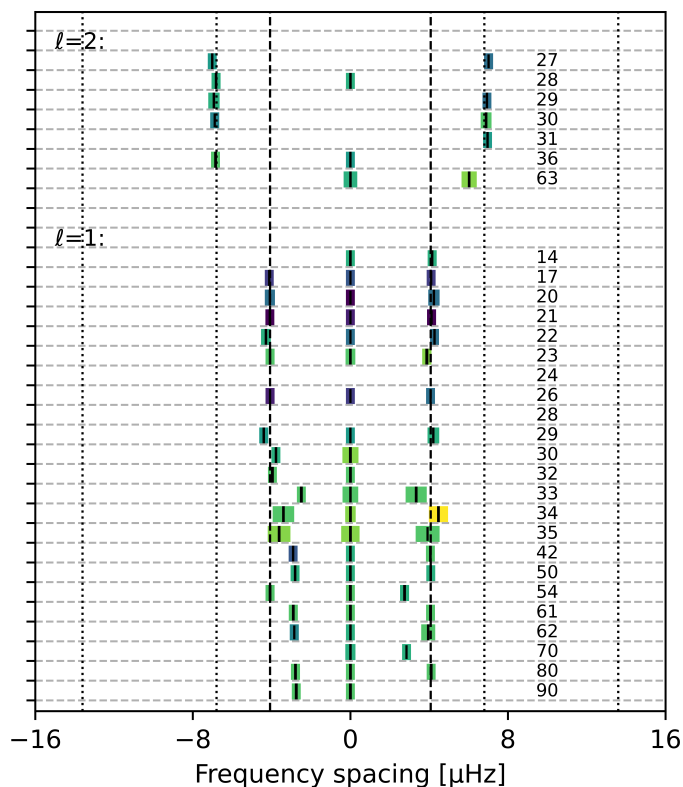
$$\begin{aligned} \text{Asymmetry}(k, \ell) &\approx \delta\nu(k, \ell, m = +1) + \delta\nu(k, \ell, m = -1) \\ \text{Asymmetry}(k, \ell) &\approx 2\bar{\gamma}B^2 \end{aligned} \quad (3.5)$$

Nesse caso, se obtém que a assimetria medida nos tripletos está diretamente relacionada com o módulo do campo magnético da estrela.

Entretanto, a Figura 3.10 mostra que a estrutura dos tripletos não segue o comportamento da equação 3.4. Enquanto as componentes  $m = -1$  são desviadas para a direita (se aproximando da componente  $m = 0$ ), as componentes  $m = +1$  deveriam também serem desviadas para a direita, se afastando da componente  $m = 0$ , e isso não é observado. Portanto, o modelo sim-

ples de rotação uniforme mais campo magnético uniforme com o eixo de ambos alinhados não é compatível com as observações. Mas se assumirmos rotação diferencial, como a Figura 3.10 sugere, com uma frequência de rotação menor na zona de formação dos modos assimétricos, mais um campo magnético poderia explicar a Figura 3.9. Efeitos de segunda ordem também poderiam gerar assimetria em multipletos (Dziembowski; Goode, 1992).

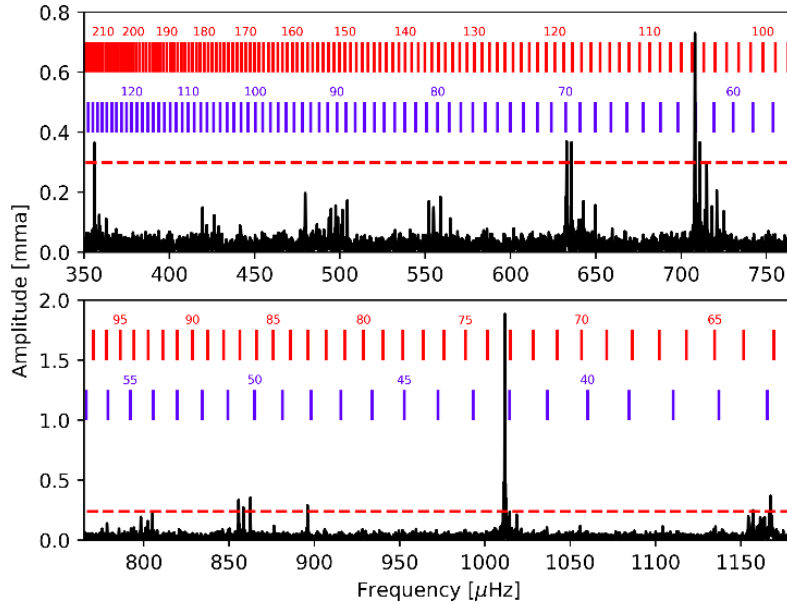
Figura 3.10: Espaçamento dos multipletos observados nos dados do *K2* centrados na componente  $m = 0$ , sendo 23 deles modos  $\ell = 1$  e 9 modos  $\ell = 2$ . O número  $k$  de cada modo está indicado à direita. As linhas pontilhadas e tracejadas indicam as frequências de espaçamento caso a estrela rotacionasse como um corpo sólido com frequência de  $\Omega_{\text{rot}} = 8.16 \mu, \text{Hz}$ . A largura e a cor das caixinhas correspondem respectivamente à incerteza e a amplitude das frequências: quanto mais escura a cor, maior a amplitude.



Entretanto, é importante salientar que toda discussão dessa sessão é baseada na suposição de que os números de nodos  $k$ ,  $\ell$  e  $m$  associados às frequências menores que  $1100 \mu\text{Hz}$  estão corretos. A identificação dos modos sugerida na Tabela 3.1 foi feita usando o modelo de  $\Pi_{\ell,k}$  calculado na sessão 3.3.1. Mas, no intervalo de baixas frequências, esse modelo apresenta uma forte sobreposição de modos  $\ell = 1$  e  $\ell = 2$ , como mostra a Figura 3.11. Portanto, há outras identificações igualmente possíveis. Esse conjunto de frequências podem ser, em vez de modos  $\ell = 1$  assimétricos, modos  $\ell = 1$  e  $\ell = 2$  sobrepostos, ou combinações não lineares de frequências, por exemplo.

O conjunto de  $\ell = 2$  identificados é composto por 12 modos. Dentre eles há 3 singletos e 9

Figura 3.11: Transformada de Fourier dos dados do K2 no intervalo de frequências dos modos assimétricos. As linhas verticais azuis indicam as componentes  $m = 0$  dos modos  $\ell = 1$  calculados a partir do modelo deduzido na sessão 3.3.1. De forma semelhante, as linhas vermelhas indicam as componentes  $m = 0$  dos modos  $\ell = 2$ . A linha horizontal vermelha indica o limite de detecção.



multipletos. Não foi encontrado nenhum modo  $\ell = 2$  com todas cinco componentes  $m$  presentes. Baseado nessa pequena amostra, não se observou nenhum padrão de assimetria. O espaçamento médio dessas frequências e seu desvio padrão são:

$$\langle \delta\nu_{\text{rot},2} \rangle = 6.8 \pm 0.2 \mu\text{Hz} \quad (3.6)$$

Como nessa análise usamos apenas os dados do *K2*, ambos os valores de espaçamento estimados são menos precisos que os valores calculados por (Costa et al., 2008):

$$\langle \delta\nu_{\text{rot},1} \rangle = 4.134 \pm 0.002 \mu\text{Hz}$$

$$\langle \delta\nu_{\text{rot},2} \rangle = 6.90 \pm 0.01 \mu\text{Hz}$$

uma vez que este usou dados observados ao longo de duas décadas.

### 3.5 Períodos de Rotação

À primeira vista, o período de rotação da PG 1159-035 parece bem estabelecido. A análise dos modos encontrados nos dados do *K2* mostram que o espaçamento médio entre as componentes

dos modos  $l = 1$  é  $\delta\nu_1 = 4.0 \pm 0.4 \mu\text{Hz}$  e o dos modos  $l = 2$  é  $\delta\nu_2 = 6.8 \pm 0.2 \mu\text{Hz}$ . Usando a equação para rotações uniformes no limite assintótico:

$$\Omega_{rot} = \frac{l(l+1)}{l^2 + l - 1} \delta\nu_l \quad (3.7)$$

encontra-se que a frequência de rotação deve ser  $\Omega_{rot} = 8.16 \mu\text{Hz}$ , o que corresponde a um período de  $1.4 \pm 0.1$  dias. Esse resultado concorda com o período de rotação de  $1.38 \pm 0.013$  dias reportado em (Winget et al., 1991) e o de  $1.3935 \pm 0.0008$  dias reportado em (Costa et al., 2008).

A transformada de Fourier da curva de luz do *K2* (Figura 3.1) mostra um pico significativo de 1.46 mma em  $8.906 \pm 0.003 \mu\text{Hz}$ , que corresponde a um período de  $1.299 \pm 0.001$  dias, bem como seu harmônico em  $17.811 \pm 0.006 \mu\text{Hz}$ . Não há evidência alguma de que a PG 1159-035 seja membro de um sistema binário, portanto se propõe que essa frequência represente a rotação da superfície da estrela. E com esse resultado a estrela PG 1159-035 se junta a PG 0112+104 (Hermes et al., 2017b) como as únicas duas anãs brancas com frequência de rotação da superfície fotometricamente detectada.

Se  $8.906 \mu\text{Hz}$  é a frequência de rotação da superfície e a PG 1159-035 rotaciona como um corpo rígido, como proposto por (CHARPINET; FONTAINE; BRASSARD, 2009), nos esperaríamos que os tripletos  $\ell = 1$  tivessem espaçamento de  $\delta\nu = 4.4 \mu\text{Hz}$  e os quintupletos  $\ell = 2$  tivessem  $\delta\nu = 7.4 \mu\text{Hz}$ . Entretanto, esses valores preditos dos espaçamentos estão fora do intervalo de confiança encontrado com os dados do *K2*. A Figura 3.10 compara o espaçamento observado dos modos com seus valores teóricos, caso a PG 1159-035 rotacionasse como um corpo rígido com frequência de  $\Omega_{rot} = 8.16 \mu\text{Hz}$ . Com essa figura se observa que os espaçamentos dos multipletos diferem entre si mais do que o esperado de um corpo rígido.

Os dados do *K2* apresentam evidência de dois períodos de rotação diferentes, o primeiro detectado diretamente na transformada de Fourier dos dados e o segundo calculado a partir do espaçamento médio dos multipletos. Se o segundo período for interpretado como uma taxa de rotação média global e o primeiro como a rotação da superfície, tem-se então evidência de que a rotação diferencial desempenha uma função importante na PG 1159-035.

Observou-se um pico significativo de 4.29 mma na FT da curva de luz do *TESS* em  $8.66 \mu\text{Hz}$  e, o código em Python *TESS-Localize* (Higgins; Bell, 2022) confirma que essa variabilidade vem de fato da PG 1159-035. Se essa frequência é devido à rotação da superfície, então isso pode indicar que o período de rotação da estrela não muda apenas radialmente, mas temporalmente também. Entretanto, seria uma mudança muito grande para um intervalo de apenas 5 anos. Então, talvez mais de uma mancha na superfície da estrela seja mais provável para explicar o período observado.



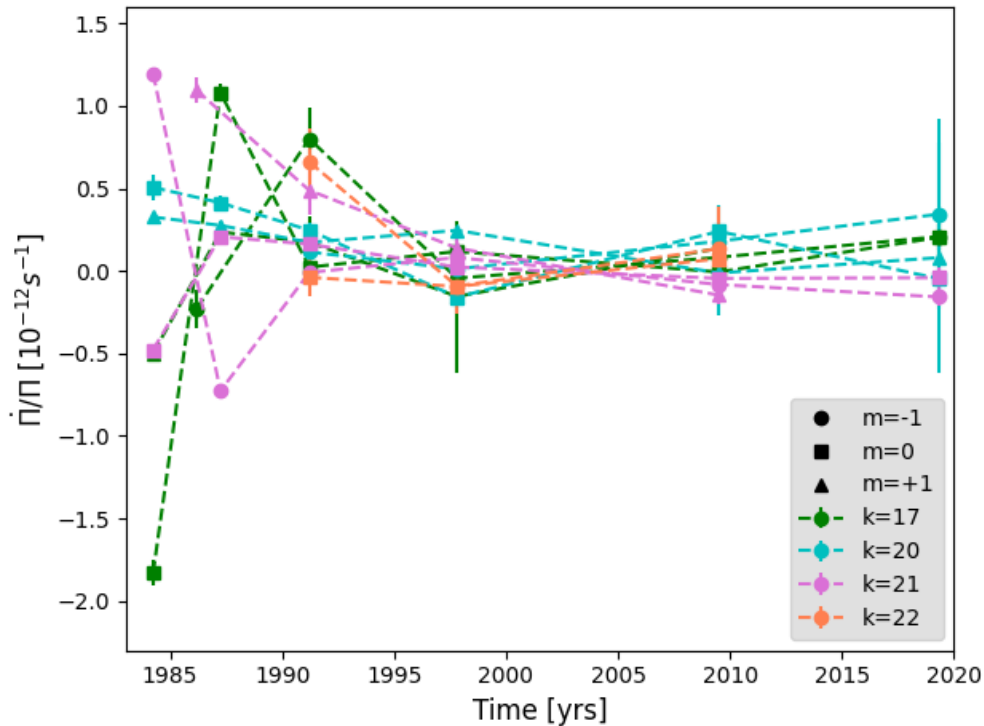
### 3.6 Variação dos Períodos

Um efeito decorrente da evolução de uma anã branca é a mudança de seus períodos de pulsação. Pois, como a Equação 3.8 mostra, a taxa de variação dos períodos depende do esfriamento e da contração da anã branca. A Equação 3.8 foi deduzida em (Winget; Hansen; van Horn, 1983).  $T$  é a temperatura e  $R$  o raio da estrela na região de formação do período. Medindo a taxa com que os períodos mudam pode-se impor restrições às propriedades físicas fundamentais da estrela e aos modelos evolucionários.

$$\frac{\dot{\Pi}}{\Pi} = -\frac{1}{2} \frac{\dot{T}}{T} + \frac{\dot{R}}{R} \quad (3.8)$$

A evolução de uma anã branca típica é dominada pelo esfriamento e se espera taxas de mudança de período  $\dot{\Pi}$  da ordem de  $10^{-12} - 10^{-15} \text{ s s}^{-1}$ . Como a PG 1159-035 é uma anã branca muito quente e a contração de suas camadas externas ainda é muito significativa, isto pode causar aumento ou diminuição dos períodos ( $\dot{\Pi} < 0$ ) (Winget; Hansen; van Horn, 1983). Além disso, ela evolui rapidamente e, portanto, se espera que ela tenham valores mais altos de  $\dot{\Pi}$  do que as anãs brancas típicas, mais frias.

Figura 3.12: Variação relativa dos períodos de pulsação no tempo  $\frac{\dot{\Pi}}{\Pi}$  para os modos  $k = 17, k = 20, k = 21$  e  $k = 22$ . As barras de erro foram calculadas por simulação de Monte Carlo, cadeia de Markov.



Usou-se os períodos medidos nos dados anteriores citados na Tabela 2.1 para calcular a taxa de variação dos períodos. Para tal cálculo se escolheu os modos de mais alta amplitude e mais frequentes nos dados, são eles:  $k = 17, 20, 21, 22$ , todos modos  $\ell = 1$ . Para uma dada componente

$m$  de um modo de índice radial  $k$ , a variação de período entre dois conjuntos consecutivos de dados  $n$  e  $n + 1$  foi calculada da seguinte forma:

$$\frac{\dot{\Pi}}{\Pi_{k,m}} \left( k, t = \frac{t_{n+1} + t_n}{2} \right) = \frac{1}{\Pi_{k,m}(t_0)} \frac{\Pi_{k,m}(t_{n+1}) - \Pi_{k,m}(t_n)}{t_{n+1} - t_n} \quad (3.9)$$

onde  $\Pi_{k,m}(t_n)$  é a componente  $m$  do período de índice radial  $k$  observado no ano  $t_n$ , e  $t_0$  é o ano em que o modo foi observado primeiro dentre os conjuntos de dados considerados.

A variação dos períodos ao longo dos anos não apresentam um padrão claro; entretanto, a Figura 3.12 mostra que, quando os sobrepomos, eles parecem convergir para um valor e então se espalhar novamente. O valor de  $\dot{\Pi}$  das componentes dos modos  $k = 17$  e  $k = 21$  oscilam entre valores positivos e negativos. Ou seja, essa figura evidencia que há algum efeito importante na escala de meses e anos sendo negligenciado. Alguns possíveis efeitos incluem: acoplamento não linear de modos, movimento de reflexão ou movimento próprio, mas todos eles afetariam igualmente todos os modos. Por outro lado, difusão e campos magnéticos poderiam afetar  $\dot{\Pi}$  de forma diferente cada modo.

### 3.7 Combinações lineares

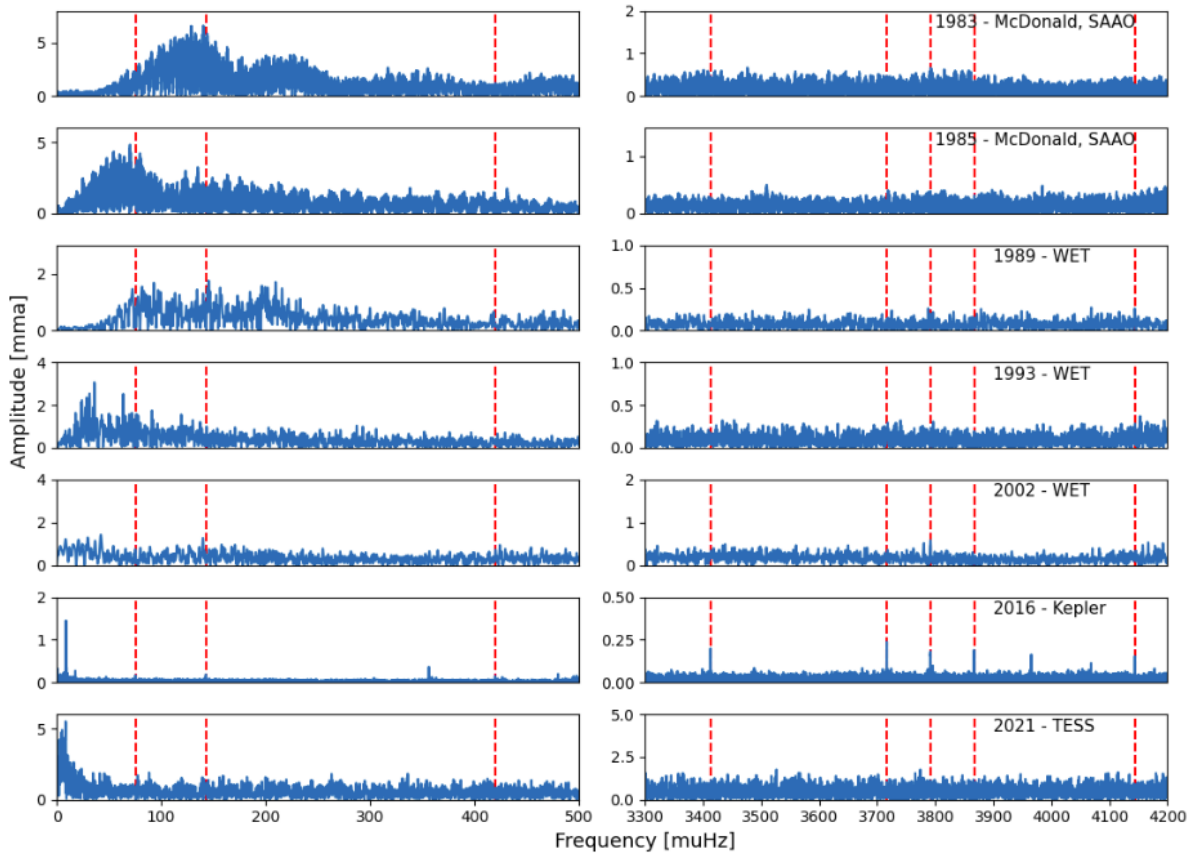
Foi previamente relatado que a PG 1159-035 não apresentava frequências advindas de combinações lineares, uma vez que nenhuma havia sido detectada em dados anteriores (Costa et al., 2008). Entretanto, devido ao longo tempo de observação e ao sinal ruído dos dados do K2, pela primeira vez foi possível identificar combinações lineares em seu espectro de pulsações (ver Tabela 3.4). A Figura 3.13 mostra que as regiões da transformada de Fourier onde foram localizadas as combinações lineares para todos os dados citados na Tabela 2.1.

Tabela 3.4: Combination frequencies in K2 data.

Frequency ( $\mu\text{Hz}$ )	Amplitude (mma)	Combination frequencies $f_k$	Difference ( $\mu\text{Hz}$ )	$R_c$
$75.31 \pm 0.03$	$0.17 \pm 0.05$	$f_{20} - f_{21}$	$-0.06 (2.1 \sigma)$	3.9
$142.74 \pm 0.03$	$0.19 \pm 0.05$	$f_{20} - f_{22}$	$+0.01 (0.5 \sigma)$	11.6
$419.28 \pm 0.06$	$0.08 \pm 0.05$	$f_{17} - f_{22}$	$+0.25 (4.2 \sigma)$	14.0
$3412.82 \pm 0.03$	$0.20 \pm 0.05$	$f_{21} + f_{26}$	$+0.01 (0.1 \sigma)$	9.6
$3716.39 \pm 0.02$	$0.24 \pm 0.05$	$2f_{21}$	$-0.01 (0.5 \sigma)$	14.4
$3791.56 \pm 0.03$	$0.18 \pm 0.05$	$f_{20} + f_{21}$	$+0.06 (1.7 \sigma)$	4.1
$3866.84 \pm 0.03$	$0.19 \pm 0.05$	$2f_{20}$	$+0.03 (0.7 \sigma)$	6.7
$4143.67 \pm 0.03$	$0.15 \pm 0.05$	$f_{17} + f_{20}$	$-0.03 (1.0 \sigma)$	7.5

Como as amplitudes das frequências resultantes de combinações lineares são pequenas, então as amplitudes de suas frequências progenitoras também devem ser. No caso de combinações simples entre duas frequências (soma ou subtração), a amplitude da frequência resultante precisa ser menor que o produto das amplitudes das frequências geradoras ( $A_{i\pm j} < A_i A_j$ ). Uma medida

Figura 3.13: Porções das Transformadas de Fourier dos dados citados na tabela 2.1. Cada linha corresponde aos dados de observação de um ano. As linhas vermelhas verticais indicam as frequências identificadas como combinações lineares.



de quão não linear é uma combinação pode ser dada por:

$$R_c \equiv \frac{A_{i+j}}{n_{ij} A_i A_j} \quad (3.10)$$

onde  $A_i$  e  $A_j$  são as amplitudes das frequências geradores (em unidade de amplitude de modulação  $ma$ ),  $A_{i+j}$  é a amplitude da combinação linear, e  $n_{ij} = 2$  para  $i \neq j$  e 1 caso contrário (van Kerkwijk; Clemens; Wu, 2000; Yeates et al., 2005).

A Tabela 3.4 mostra que os valores encontrados de  $R_c$  variam entre  $\approx 4$ –14. Esses valores são bem próximos dos encontrados nas DAVs, e, na verdade, até consistentes com eles (Yeates et al., 2005).

Nas DAVs e DBVs, se acredita que o mecanismo dominante na combinação de frequências seja a interação das pulsações com a zona de convecção superficial (Brickhill, 1992a; Brickhill, 1992b; Wu, 2001; Montgomery, 2005). Mas a PG 1159-035 é tão quente que os modelos mostram que não há zona de convecção superficial (Werner; Heber; Hunger, 1989), portanto a presença de combinações lineares não é explicada. Mas novamente há zonas de convecção devido às zonas de ionização parcial, o que poderia levar a estas combinações. Também o fato de que a luminosidade depende de  $T^4$ , e a alta temperatura efetiva da PG 1159-035 poderia ter relação com estas

combinações (Brassard; Fontaine; Wesemael, 1995).

### 3.8 Frequências Restantes

Eu subtraí 121 frequências independentes dos dados do telescópio *Kepler*, dentre eles identifiquei 8 combinações lineares, 2 como a frequência de rotação da atmosfera e seu harmônico, e classifiquei 99 como modos de pulsação  $\ell = 1$  ou  $\ell = 2$ . Assim, restaram 12 frequências sem classificação, elas estão listadas na Tabela 3.5. Metade dessas frequências possuem amplitudes bem próximas ao valor da FAP (0.0119 mma), possuindo diferenças menores que 10%.

Tabela 3.5: Frequências não classificadas. As incertezas das frequências são da ordem de  $0.01\mu\text{Hz}$ .

Period [s]	Frequency [ $\mu\text{Hz}$ ]	Amplitude [mma]	Amplitude/FAP
24659.36	40.55	0.12	1.008
21168.43	47.24	0.14	1.176
2345.44	426.36	0.12	1.008
1770.91	564.68	0.12	1.008
1141.07	876.37	0.12	1.008
582.71	1716.12	0.13	1.092
252.19	3965.32	0.16	1.344
226.01	4424.51	0.26	2.185
220.66	4531.77	0.41	3.445
209.36	4776.54	0.15	1.260
202.89	4928.85	0.16	1.344
200.15	4996.25	0.12	1.008

## 4 CONCLUSÃO

Quanto mais modos de pulsação detecta-se, maior a quantidade de informações que pode-se obter sismologicamente. A PG 1159-035 apresenta um grande e complexo conjunto de modos de pulsações, o que a torna um alvo importante para a asterossismologia. A análise apresentada nesse trabalho identificou 107 frequências independentes distribuídas em 44 modos de pulsação e 9 combinações lineares. Desses 44 modos, 32 deles são modos  $\ell = 1$  e 12 são modos  $\ell = 2$ . Com a investigação desses modos, conclui-se que:

- Dos 32 modos  $\ell = 1$ :
  - 15 são consistentes com espaçamento simétrico de  $\delta\nu = 4.0 \pm 0.4 \mu\text{Hz}$  entre as diferentes componentes  $m$  do tripleto.
  - 9 apresentam apenas uma componente.
  - 9 apresentam estrutura assimétrica, com espaçamento de  $\delta\nu = 4.08 \pm 0.01 \mu\text{Hz}$  entre as componentes  $m = 0$  e 1 e de  $\delta\nu = 2.83 \pm 0.06 \mu\text{Hz}$  entre as componentes  $m = -1$  e 0. Essa assimetria não pode ser explicada pela presença de um campo magnético de geometria simples. É importante notar que a identificação dessas frequências não é uma solução única, é apenas uma possibilidade, uma vez que, como a Figura 3.11 mostra, na região dessas frequências há superposição de muitos modos.
- Os 12 modos  $\ell = 2$  apresentam espaçamento médio de suas componentes de  $\delta\nu = 6.8 \pm 0.2 \mu\text{Hz}$ . Nenhum desses modos apresentam todas as componentes de quintupletto.
- A frequência  $8.904 \pm 0.003 \mu\text{Hz}$  e seu harmônico em  $17.813 \pm 0.006 \mu\text{Hz}$  provavelmente representam a rotação da superfície da estrela, apenas 9% mais rápida que a frequência inferida através do espaçamento dos modos  $\ell = 1$  e 2 de  $8.16 \mu\text{Hz}$ , que representa a rotação do interior da estrela na região de formação dos modos de pulsação.
- O espaçamento entre as componentes de um mesmo modo varia com o valor do index radial  $k$ . Assim, a estrutura dos modos de pulsação da PG 1159–035 e o período de rotação de sua superfície fornecem evidência de que essa estrela possui rotação diferencial.
- Os dados do *K2* apresentam 9 combinações lineares de frequências, as primeiras detectadas nessa estrela.
- Muitos dos modos com períodos entre 400 e 1000 segundos aparecem na transformada de Fourier como uma distribuição lorentziana de largura muito maior que a resolução dos dados. E, portanto, esses modos são consistentes com modos incoerentes, isso é, a escala de tempo com eles mudam é menor que o tempo de observação dos dados.
- As taxas com que os períodos dos modos de mais alta amplitude mudam não apresentam, separadamente, um padrão claro; entretanto, quando sobrepostas, eles parecem convergir a

um valor e então se dispersarem novamente. Além disso, essas taxas variam entre valores positivos e negativos.

- Os espaçamentos entre os períodos dos modos  $\ell = 1$  e  $\ell = 2$  são, respectivamente  $21.28 \pm 0.02$  s e  $12.97 \pm 0.4$  s.

No artigo (ROSA et al., 2022), nosso colaborador Alejandro Córscico ajustou um modelo sismológico aos dados. O melhor ajuste do modelo calculado possui temperatura efetiva de  $129,600 \pm 2,000$  K e massa de  $0.565 \pm 0.008 M_{\odot}$ , correspondendo a um estágio evolutivo em que a estrela recém atingiu seu 'joelho evolucionário', o ponto de máxima temperatura na evolução de uma estrela que precede a entrada na curva de esfriamento das anãs brancas. As taxas de variação dos períodos previstas por esse modelo são todas positivas. Uma análise não adiabática do modelo também é incapaz de reproduzir os modos de pulsação detectados na PG 1159-035. Portanto, os modelos para a PG 1159-035 ainda precisam de muito aprimoramento para que reproduzam os dados observados.

## REFERÊNCIAS

- Basu, S.; Chaplin, W. J. **Asteroseismic Data Analysis: Foundations and Techniques**. [S.l.: s.n.], 2017.
- Bell, K. J. et al. KIC 4552982: Outbursts and Asteroseismology from the Longest Pseudo-continuous Light Curve of a ZZ Ceti. **Astrophysical Journal**, v. 809, n. 1, p. 14, aug. 2015.
- Brassard, P.; Fontaine, G.; Wesemael, F. The Modeling of Energy Distributions and Light Curves of ZZ Ceti Stars. I. Basic Theory and Semianalytic Expressions for the Emergent Flux. **Astrophysical Journal, Supplement**, v. 96, p. 545, feb. 1995.
- Brickhill, A. J. The pulsations of zz ceti stars. v - the light curves. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 259, p. 519, dec. 1992.
- Brickhill, A. J. The Pulsations of ZZ-Ceti Stars - Part Six - the Amplitude Spectra. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 259, p. 529, dec. 1992.
- Bruvold, A. A comparison of the prewhite and clean procedures to find the real frequencies. **Baltic Astronomy**, v. 2, p. 530–537, jan. 1993.
- CHARPINET, S.; FONTAINE, G.; BRASSARD, P. Seismic evidence for the loss of stellar angular momentum before the white-dwarf stage. **Nature**, v. 461, n. 7263, p. 501–503, September 2009. Available from Internet: <[https://ideas.repec.org/a/nat/nature/v461y2009i7263d10.1038\\_nature08307.html](https://ideas.repec.org/a/nat/nature/v461y2009i7263d10.1038_nature08307.html)>.
- Córsico, A. H.; Althaus, L. G. Asteroseismic inferences on GW Virginis variable stars in the frame of new PG 1159 evolutionary models. **Astronomy and Astrophysics**, v. 454, p. 863–881, aug. 2006.
- Córsico, A. H. et al. Pulsating white dwarfs: new insights. **Astronomy and Astrophysics Reviews**, v. 27, n. 1, p. 7, sep. 2019.
- COSTA, J. E. da S. **Análise física de curvas de luz de estrelas anãs brancas e pré-anãs brancas pulsantes**. Thesis (PhD) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Instituto de Física., 2004.
- Costa, J. E. S. et al. WET Observations of PG 1159–035. **Baltic Astronomy**, v. 12, p. 23–31, jan. 2003.
- Costa, J. E. S. et al. The pulsation modes of the pre-white dwarf PG 1159-035. **Astronomy and Astrophysics**, v. 477, n. 2, p. 627–640, jan. 2008.
- Cunha, M. S. Theory of Stellar Oscillations. In: Campante, T. L.; Santos, N. C.; Monteiro, M. J. P. F. G. (Ed.). **Asteroseismology and Exoplanets: Listening to the Stars and Searching for New Worlds**. [S.l.: s.n.], 2018. (Astrophysics and Space Science Proceedings, v. 49), p. 27.
- Dintrans, B.; Rieutord, M. Oscillations of a rotating star: a non-perturbative theory. **Astronomy and Astrophysics**, v. 354, p. 86–98, feb. 2000.
- Dziembowski, W. A.; Goode, P. R. Effects of Differential Rotation on Stellar Oscillations: A Second-Order Theory. **Astrophysical Journal**, v. 394, p. 670, aug. 1992.
- Gough, D. O.; Thompson, M. J. The effect of rotation and a buried magnetic field on stellar oscillations. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 242, p. 25–55, jan. 1990.

Green, R. F. **A complete sample of white dwarfs, hot subdwarfs, and quasars**. Thesis (PhD) — California Institute of Technology, jan. 1977.

Hansen, C. J.; Cox, J. P.; van Horn, H. M. The effects of differential rotation on the splitting of nonradial modes of stellar oscillation. **Astrophysical Journal**, v. 217, p. 151–159, oct. 1977.

Hermes, J. J. et al. White Dwarf Rotation as a Function of Mass and a Dichotomy of Mode Line Widths: Kepler Observations of 27 Pulsating DA White Dwarfs through K2 Campaign 8. **Astrophysical Journal, Supplement**, v. 232, n. 2, p. 23, oct. 2017.

Hermes, J. J. et al. A Deep Test of Radial Differential Rotation in a Helium-atmosphere White Dwarf. I. Discovery of Pulsations in PG 0112+104. **Astrophysical Journal**, v. 835, n. 2, p. 277, feb. 2017.

Higgins, M. E.; Bell, K. J. Localizing Sources of Variability in Crowded TESS Photometry. **arXiv e-prints**, p. arXiv:2204.06020, abr. 2022.

Howell, S. B. et al. The K2 Mission: Characterization and Early Results. , v. 126, n. 938, p. 398, abr. 2014.

Jones, P. W. et al. On the Possibility of Detecting Weak Magnetic Fields in Variable White Dwarfs. **Astrophysical Journal**, v. 336, p. 403, jan. 1989.

Ledoux, P. The Nonradial Oscillations of Gaseous Stars and the Problem of Beta Canis Majoris. **Astrophysical Journal**, v. 114, p. 373, nov. 1951.

Lenz, P.; Breger, M. Period04: A software package to extract multiple frequencies from real data. In: Zverko, J. et al. (Ed.). **The A-Star Puzzle**. [S.l.: s.n.], 2004. (IAU Symposium, v. 224), p. 786.

Lightkurve Collaboration et al. **Lightkurve: Kepler and TESS time series analysis in Python**. 2018. ascl:1812.013 p.

McGraw, J. T. et al. PG 1159-035: a New, Hot, Non-Da Pulsating Degenerate. In: van Horn, H. M.; Weidemann, V.; Savedoff, M. P. (Ed.). **IAU Colloq. 53: White Dwarfs and Variable Degenerate Stars**. [S.l.: s.n.], 1979. p. 377.

Miller Bertolami, M. M.; Althaus, L. G. Full evolutionary models for PG 1159 stars. Implications for the helium-rich O(He) stars. **Astronomy and Astrophysics**, v. 454, n. 3, p. 845–854, aug. 2006.

Montgomery, M. H. A New Technique for Probing Convection in Pulsating White Dwarf Stars. **Astrophysical Journal**, v. 633, p. 1142, nov. 2005.

Montgomery, M. H. et al. Limits on Mode Coherence in Pulsating DA White Dwarfs Due to a Nonstatic Convection Zone. **Astrophysical Journal**, v. 890, n. 1, p. 11, feb. 2020.

Robinson, E. L.; Kepler, S. O.; Nather, R. E. Multicolor variations of the ZZ CET stars. **Astrophysical Journal**, v. 259, p. 219–231, aug. 1982.

ROSA, G. O. da et al. Kepler and TESS observations of PG 1159-035. **The Astrophysical Journal**, American Astronomical Society, v. 936, n. 2, p. 187, sep 2022. Available from Internet: <<https://doi.org/10.3847/2F1538-4357/2Fac8871>>.

Salpeter, E. E. The Luminosity Function and Stellar Evolution. **Astrophysical Journal**, v. 121, p. 161, jan. 1955.

Sowicka, P. et al. The Missing Link? Discovery of Pulsations in the Nitrogen-rich PG 1159 Star PG 1144+005. **Astrophysical Journal, Letters**, v. 918, n. 1, p. L1, sep. 2021.



Tassoul, M. Asymptotic approximations for stellar nonradial pulsations. **Astrophysical Journal, Supplement**, v. 43, p. 469–490, aug. 1980.

Van Cleve, J. E. et al. **Kepler Data Characteristics Handbook**. 2016. 2 p. Kepler Science Document KSCI-19040-005.

van Kerkwijk, M. H.; Clemens, J. C.; Wu, Y. Surface motion in the pulsating DA white dwarf G29-38. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 314, n. 2, p. 209–219, may 2000.

Vanderburg, A.; Johnson, J. A. A Technique for Extracting Highly Precise Photometry for the Two-Wheeled Kepler Mission. , v. 126, n. 944, p. 948, oct. 2014.

VANDERPLAS, J. T. Understanding the lomb–scargle periodogram. **The Astrophysical Journal Supplement Series**, American Astronomical Society, v. 236, n. 1, p. 16, may 2018. Available from Internet: <<https://doi.org/10.3847/1538-4365/aab766>>.

Werner, K.; Heber, U.; Hunger, K. Non-Lte Spectral Analysis of PG:1159-035 Stars. In: Wegner, G. (Ed.). **IAU Colloq. 114: White Dwarfs**. [S.l.: s.n.], 1989. v. 328, p. 194.

Werner, K. et al. Non-local thermodynamic equilibrium spectral analysis of five hot, hydrogen-deficient pre-white dwarfs. **Astronomy and Astrophysics**, v. 658, p. A66, feb. 2022.

Winget, D. E.; Hansen, C. J.; van Horn, H. M. Do pulsating PG1159-035 stars put constraints on stellar evolution? **Nature**, v. 303, p. 781–782, jun. 1983.

Winget, D. E.; Kepler, S. O. Pulsating white dwarf stars and precision asteroseismology. , v. 46, p. 157–199, sep. 2008.

Winget, D. E. et al. A measurement of secular evolution in the pre-white dwarf star PG 1159-035. **Astrophysical Journal**, v. 292, p. 606–613, may 1985.

Winget, D. E. et al. Asteroseismology of the DOV Star PG 1159-035 with the Whole Earth Telescope. **Astrophysical Journal**, v. 378, p. 326, sep. 1991.

Wu, Y. Combination frequencies in the Fourier spectra of white dwarfs. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 323, p. 248, may 2001.

Yeates, C. M. et al. Mode Identification from Combination Frequency Amplitudes in ZZ Ceti Stars. **Astrophysical Journal**, v. 635, p. 1239, dec. 2005.