

Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Escola de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

**ANÁLISE ANALÍTICO-NUMÉRICA DE CONFIABILIDADE
APLICADA À MODELAGEM GEOMECÂNICA DE TÚNEIS
PROFUNDOS REFORÇADOS POR TIRANTES PASSIVOS**

Caio Cesar Cardoso da Silva

Porto Alegre
2023

CAIO CESAR CARDOSO DA SILVA

**ANÁLISE ANALÍTICO-NUMÉRICA DE CONFIABILIDADE
APLICADA À MODELAGEM GEOMECÂNICA DE TÚNEIS
PROFUNDOS REFORÇADOS POR TIRANTES PASSIVOS**

Tese de doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Engenharia.

Porto Alegre

2023

Esta tese de doutorado é dedicada aos meus pais Aerton e Soraia e à minha irmã Alessandra.

AGRADECIMENTOS

Agradeço imensamente aos meus pais Aerton e Soraia e minha irmã Alessandra pelo apoio incondicional em toda a minha trajetória acadêmica, pela vibração com as minhas conquistas, por me erguer nas derrotas e me aconselhar nas dúvidas e dificuldades. Vocês foram incríveis.

Agradeço ao meu orientador Samir Maghous por me acolher como orientando, acreditar no meu potencial e no meu trabalho, bem como compreender os momentos de dificuldades e mudanças que ocorreram durante esta etapa. Agradeço também pelo conhecimento compartilhado, dedicação e incentivo no desenvolvimento deste trabalho.

Agradeço ao meu Coorientador Mauro de Vasconcellos Real pela grande contribuição em todos os “pilares” da minha formação acadêmica (graduação, mestrado e doutorado), por acreditar no meu potencial e pelo auxílio para ingressar no PPGEC/UFRGS. Agradeço também por todo conhecimento compartilhado e tempo dedicado, ambos fundamentais para a elaboração de grande parte deste trabalho.

Agradeço a professora Denise Bernaud por todo o conhecimento compartilhado e por disponibilizar o seu acervo de estudos que foram fundamentais na elaboração deste trabalho.

Agradeço ao professor Liércio Isoldi por ter sido o primeiro e principal apoiador da minha carreira científica na pós-graduação, por todos os ensinamentos e parcerias que fortaleceram grande parte do meu currículo, o que foi fundamental para todas as minhas conquistas acadêmicas e profissionais.

Agradeço a minha companheira Karine Maciel pelo apoio e carinho durante o período final desta etapa e durante as mudanças que ocorreram. Agradeço também pela grande contribuição na evolução da minha carreira profissional e por compreender os longos períodos de estudos.

Agradeço a Coordenação de Aperfeiçoamento do Pessoal do Ensino Superior (CAPES) por conceder a bolsa de doutorado para o desenvolvimento deste trabalho.

Agradeço à UFRGS e à FURG por disponibilizar toda a infraestrutura, acervo técnico e demais auxílios durante o curso de doutorado.

Agradeço ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (PPGEC/UFRGS), ao pessoal da administração e os coordenadores Nilo Consoli e Lucas Festugato pelos serviços prestados.

Agradeço ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Oceânica (PPGEO/FURG) por permitir o meu retorno as salas de aula do programa para realização dos estudos de confiabilidade, etapa principal da metodologia deste trabalho.

Agradeço a colaboração dos colegas Felipe Quevedo, Evandro Cayro, Eduardo Titello, Daniel Mattos e Augusto Borges pelo compartilhamento, auxílio e troca de informações sobre assuntos comuns aos nossos trabalhos dentro do PPGEC.

Agradeço aos amigos Eclesielter Moreira e Tennison Freire pela parceria no início desta jornada, em especial ao amigo Eclesielter por toda a vivência durante o curso de doutorado, compartilhamento de idéias profissionais e acadêmicas.

Agradeço aos demais colegas de curso, em especial aos colegas que convivi no Centro de Mecânica Aplicada Computacional (CEMACOM) por todo acolhimento, companhia e troca de idéias.

Agradeço a todos os meus familiares que torceram pelo meu sucesso, em especial aos meus queridos avós que muito me apoiaram e se orgulharam com minhas conquistas: Ayrton Lopes (*in memoriam*), Gelssi Gil (*in memoriam*), Maria de Lourdes Cardoso (*in memoriam*) e Carlos Alberto Cardoso.

O único lugar onde o sucesso vem antes do trabalho é no dicionário.

Albert Einstein

RESUMO

SILVA, C. C. C. **Análise de confiabilidade aplicada a modelagem geomecânica de túneis profundos reforçados por tirantes passivos.** 2023. 263p. Tese (Doutorado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

A estratégia de análise de confiabilidade é uma alternativa eficiente que pode ser útil nas etapas de dimensionamento de um túnel, onde é possível estimar uma probabilidade de ocorrência de falha estrutural e demais parâmetros de segurança. Este trabalho é realizado um amplo estudo de confiabilidade aplicada à análise do comportamento mecânico de túneis em axissimetria. O estudo consiste na análise de três túneis distintos: o primeiro apenas revestido por concreto projetado e os demais reforçados por tirantes passivos radiais e frontais. Para o primeiro túnel, foi utilizada a modelagem através do *software* em elementos finitos GEOMECC91, considerando um critério de plasticidade de Mohr-Coulomb para o maciço escavado. Para os demais túneis com tirantes, foi utilizada uma abordagem analítica considerando o critério de plasticidade de Tresca, além da modelagem via GEOMECC91, baseada no critério de plasticidade de Drucker-Prager, ambas fundamentadas pelo Método de Homogeneização. As análises de confiabilidade são realizadas por meio do Método de Monte Carlo e pelo *First-Order Reliability Method* (FORM), utilizando a linguagem computacional Python. O Método da Superfície de Resposta (MSR) fornece aproximações analíticas para viabilizar a aplicação da confiabilidade associada aos modelos computacionais. Os resultados mostram uma excelente aproximação entre os parâmetros de confiabilidade obtidos, o que verifica o funcionamento dos métodos de confiabilidade adotados. Os resultados paramétricos dos túneis, obtidos pelas aproximações analíticas através do MSR, apresentam excelente concordância com os resultados da modelagem via GEOMECC91. Os parâmetros de confiabilidade obtidos indicam a importância do concreto projetado na contenção dos deslocamentos radiais e da zona plástica da escavação, os tirantes radiais e frontais atuam de forma secundária no aumento da confiabilidade e na estabilidade da parede e da frente de escavação. Em todos os casos estudados, foram obtidas probabilidades de falha estrutural abaixo e próximas de 1,0% para as melhores condições estruturais dos túneis.

Palavras-chave: *Confiabilidade, modelagem computacional, túneis em concreto projetado, túneis com tirantes passivos, Método de Homogeneização.*

ABSTRACT

SILVA, C.C.C. **Reliability analysis applied to geomechanical modeling of deep tunnels reinforced with passive rockbolts.** 2023. 263p. Thesis (Doctor in Engineering) – Postgraduate Program in Civil Engineering, Federal University of Rio Grande do Sul, UFRGS, Porto Alegre.

Reliability approach is an efficient alternative that can be useful in the tunnel design steps, where it is possible to estimate the structural failure probability occurrence and other safety parameters. This work proposes a broad reliability study applied to mechanical behavior analysis of tunnels in axisymmetry. Three different tunnels were analysed: first considering just shotcrete line, and the others reinforced with radial and frontal passive rockbolts. The computational modeling through the finite element software GEOMECC91, considering a Mohr-Coulomb plasticity criterion, was used in the first tunnel. Considering the tunnels with rockbolts, an analytical approach in the context of the Tresca plasticity criterion was used, as when as numerical modeling with GEOMECC91 in which to Drucker-Prager plasticity criterion is considered. Both the two last analyses were based on the Homogenization Method. Reliability analyzes are performed using the Monte Carlo Method and the First-Order Reliability Method (FORM), using Python language. The Response Surface Method (RSM) provides analytical approximations to enable the application of reliability associated with computational models. The results show an excellent approximation between the obtained reliability parameters, which verifies the functionality of the adopted reliability methods. The tunnels parametric results, obtained by the analytical approximations through the RSM, present excellent agreement with the results of the modeling through GEOMECC91. The reliability parameters indicated the importance of shotcrete in the containment of radial displacements and the plastic zone of the excavation, the radial and frontal rockbolts act in a secondary way in increasing the reliability and stability of the wall and excavation front. In all cases studied, structural failure probabilities below and close to 1.0% were obtained for the best structural tunnel's conditions.

Keywords: Reliability, computational modeling, tunnels with shotcrete line, tunnels with passive rockbolts, Homogenization Method.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1: Fluxograma das etapas desenvolvidas durante o estudo (Elaborado pelo autor).....	34
Figura 2.1: Descrição da interação maciço-revestimento durante o procedimento de escavação de um túnel (Adaptado de Bernaud e Rousset, 1992).	39
Figura 2.2: Seção transversal plana de um túnel circular em axissimetria (Adaptado de Brady e Brown, 2005).	40
Figura 2.3: Curvas de convergência (CV) e confinamento (CF) para um maciço rochoso genérico (Adaptado de Bernaud, 1991).	42
Figura 2.4: Variação da pressão fictícia P_1^f para um túnel sob condições de axissimetria (Adaptado de Bernaud, 1991).	44
Figura 2.5: Influência da variação da rigidez do revestimento em perfis de convergências: (a) Solução por elementos finitos; (b) Solução pelo Método CV-CF (BERNAUD, 1991).	45
Figura 2.6: Características gerais de túneis modelados em deformações planas: (a) Geometria de um túnel em seção ferradura; (b) Geometria de um túnel em seção circular (COUTO, 2011).	48
Figura 2.7: Geometria dos elementos finitos presentes na biblioteca do GEOMECC91 (Bernaud, 1991).	49
Figura 2.8: Malha de elementos típica aplicada na análise de túneis em axissimetria com o GEOMECC91 (Bernaud, 1991).	49
Figura 2.9: Exemplo de modelo tridimensional utilizando o MEF: Malha de elementos finitos para túneis profundos (FRANÇA, 2006).	50
Figura 2.10: Análise pelo MEF de estruturas 3D ligadas a túneis: (a) Modelagem de uma galeria de acesso; (b) Modelagem de uma galeria de união entre dois túneis (https://mundisoft.pt/portfolio-item/plaxis/ ; GOMES, 2006).	51
Figura 2.11: (a) Análise numérica tridimensional da influência de edificações em túneis rasos com tirantes; (b) Modelo tridimensional da escavação parcial de um túnel circular (https://mundisoft.pt/portfolio-item/plaxis/ ; GOMES, 2006).	51
Figura 2.12: Túnel Paraíso, localizado em São Paulo: (a) geometria da seção transversal; (b) Análise de tensões através de modelos 3D em elementos finitos (FRANÇA, 2006).	52
Figura 2.13: Aplicação do Método Incorporado em elementos finitos bidimensionais: (a) Configuração dos elementos do maciço e do tirante; (b) Sistema de coordenadas para aplicação do método (ZHOU; CHEUK; THAM, 2009).	54

Figura 2.14: Aplicação dos conceitos do Método de Homogeneização na discretização de elementos bidimensionais de maciços reforçados por tirantes (Adaptado de Zhou; Cheuk; Tham, 2009).	54
Figura 2.15: Representação gráfica do Critério de Plasticidade: (a) Estado plano bidimensional; (b) Estado de tensões principais (Adaptado de Potts e Zdravkovic, 1999).	57
Figura 2.16: Representação gráfica do critério de Mohr-Coulomb: (a) Estado plano de tensões; (b) superfície formada no plano tridimensional (http://www.ufjf.br/mac003/files/2015/01/criterios_falha.pdf).....	58
Figura 2.17: Superfície de plasticidade de Drucker-Prager no plano cartesiano tridimensional (NETO; PERIC; OWEN, 2008).	60
Figura 2.18: Seção transversal de um túnel em regime elástico, deformações planas e axissimetria (Adaptado de Bernaud, 1991).	61
Figura 2.19: Regiões de elasticidade e plasticidade de um túnel em axissimetria e deformações planas (Adaptado de Corbetta, 1991).	63
Figura 2.20: Características geométricas de um túnel circular reforçado por tirantes passivos (Adaptado de Bernaud, de Buhan e Maghous, 1995a).	65
Figura 2.21: Volume representativo do domínio homogeneizado de um túnel em axissimetria (BERNAUD; DE BUHAN; MAGHOUS, 1995a).	66
Figura 2. 22 : Regiões Concêntricas de um túnel em axissimetria reforçado por tirantes passivos radiais (Adaptado de Greuell, 1993).....	68
Figura 2.23: Curva de convergência em uma seção transversal específica de um túnel reforçado por tirantes passivos (Adaptado de Greuell, 1993).....	69
Figura 2.24: Maciço em elastoplasticidade durante a instalação de tirantes: (a) Maciço com raio plástico R_{pd} no momento da instalação dos tirantes; (b) Situações de ocorrência da plasticidade no maciço reforçado (Adaptado de Greuell, 1993).	71
Figura 3.1: Etapas de um estudo probabilístico (Adaptado de Haldar e Mahadevan, 2000). ..	76
Figura 3.2: Função Estado Limite $G(R,S)$: (a) variáveis R e S no espaço bidimensional; (b) FDP conjuntas marginais de R e S (ANG; TANG, 2007; MELCHERS; BECK, 2018).	77
Figura 3.3: Ilustração da probabilidade de falha envolvendo as solicitações e resistência de um sistema estrutural e suas funções de distribuição normais (MELCHERS; BECK, 2018).....	78
Figura 3.4: Função de distribuição normal padrão para a margem de segurança Z , onde a área hachurada indica a probabilidade de falha do sistema em estudo (MELCHERS; BECK, 2018).	80
Figura 4.1: Variação das componentes de tensões em elasticidade para um túnel de seção circular (Adaptado de Bernaud, 1991).	89

Figura 4.2: Curva de convergência do maciço rochoso em elasticidade (Adaptado de Bernaud, 1991).....	90
Figura 4.3: Curva de convergência para um maciço em regime elástico e elasto-plástico perfeito (Adaptado de Bernaud, 1991).....	94
Figura 4.4: Ilustração das etapas do Método de ativação-desativação de elementos finitos em um túnel axissimétrico (QUEVEDO, 2017).....	96
Figura 4.5: Malha em elementos finitos aplicada a modelagem numérica de um túnel axissimétrico (BERNAUD; BENAMAR; ROUSSET, 1994).....	97
Figura 4.6: Curvas de convergência derivadas dos resultados numéricos do GEOMEQ91, referentes a primeira (curva preta) e última (curva vermelha) escavação (Elaborado pelo autor).	98
Figura 4.7: Curva de convergência axial derivada dos resultados numéricos do GEOMEQ91 (Elaborado pelo autor).....	99
Figura 4.8: Representação geométrica do domínio de resistência macroscópico G^{hom} (DE BUHAN; SALENÇON, 1990).	102
Figura 4.9: Domínio elástico do meio homogeneizado (BERNAUD; DE BUHAN; MAGHOUS, 1995a).....	104
Figura 4.10: Projeção de um estado de tensões $\underline{\Sigma}$ no domínio elástico G^{hom} (BERNAUD et al., 2009).....	108
Figura 4.11: (a) malha bidimensional de elementos finitos do maciço rochoso; (b) escavação do túnel por desativação de elementos finitos; (c) instalação dos tirantes por meio de ativação de elementos finitos (BERNAUD; DE BUHAN; MAGHOUS, 1995a).....	111
Figura 5.1: Representação das funções estado limite e das distribuições de suas variáveis aleatórias no sistema de coordenadas original (MELCHERS; BECK, 2018).....	120
Figura 5.2: Interpretação geométrica do índice de confiabilidade β , para funções estado limite no sistema de coordenadas reduzido (MELCHERS; BECK, 2018).....	120
Figura 5.3: Processo iterativo de linearização $g(\mathbf{X}')$ e definição do ponto de projeto (HALDAR; MAHADEVAN, 2000).....	127
Figura 5.4: Método da transformação inversa para a geração de variáveis aleatórias (HALDAR; MAHADEVAN, 2000).....	130
Figura 5.5: Fluxograma das etapas de um ciclo de simulações pelo Método de Monte Carlo (Elaborado pelo autor).....	132
Figura 5.6: Ilustração do método de amostragem por importância (HALDAR; MAHADEVAN, 2000).....	133

Figura 5.7: Representação geométrica das funções originais e de amostragem por importância centrada no ponto de projeto (TITELLO, 2020).	135
Figura 5.8: Superfícies de resposta para uma função aproximadora de segunda ordem: (a) x_i e x_j em ponto de máximo; (b) x_i e x_j em ponto de mínimo; (c) x_i e x_j em ponto de sela (Adaptado de Myers; Montgomery; Anderson-Cook, 2016).	137
Figura 5.9: Planejamento CCD para: (a) $k = 2$ e $\alpha_a = 2$; (b) $k = 3$ e $\alpha_a = 3$ (MYERS; MONTGOMERY; ANDERSON-COOK, 2016).	138
Figura 5.10: Exemplo de plotagem da distribuição normal de resíduos de um planejamento CCD (Adaptado de Myers; Montgomery; Anderson-Cook, 2016).	140
Figura 5.11: Exemplo de plotagem da distribuição de resíduos em relação as respostas da superfície de resposta (Adaptado de Myers; Montgomery; Anderson-Cook, 2016).....	141
Figura 5.12: Fluxograma da rotina Python de automatização das simulações com o GEOMECC91 (Elaborado pelo autor).	142
Figura 6.1: Curvas FDP de R_p/R_i obtidas através do método de Monte Carlo por amostragem direta (Elaborado pelo autor).	161
Figura 6.2: Distribuição de Probabilidade e parâmetros estatísticos de P_{eq} para os planejamentos CCD1 e CCD2 (Elaborado pelo autor).	165
Figura 6.3: Distribuição de Probabilidade e parâmetros estatísticos de P_{eq} para os planejamentos CCD3 e CCD4 (Elaborado pelo autor).	166
Figura 6.4: Distribuição de Probabilidade e parâmetros estatísticos de u_0 , u_{eq} e $u_{m\acute{a}x}$ para os planejamentos CCD1 e CCD2 (Elaborado pelo autor).	168
Figura 6.5: Distribuição de Probabilidade e parâmetros estatísticos de u_0 , u_{eq} e $u_{m\acute{a}x}$ para os planejamentos CCD3 e CCD4 (Elaborado pelo autor).	169
Figura 6.6: Gráficos de deslocamento radial com o avanço do túnel obtidos para a última escavação do Túnel A no software GEOMECC91, considerando os parâmetros médios dos planejamentos CCD1 a CCD4 (Elaborado pelo autor).	170
Figura 6.7: Curvas de deslocamento radial do maciço e revestimento referentes aos dados dos planejamentos CCD1 e CCD2 (Elaborado pelo autor).	172
Figura 6.8: Curvas de deslocamento radial do maciço e revestimento referentes aos dados dos planejamentos CCD3 e CCD4 (Elaborado pelo autor).	173
Figura 7.1: Funções Densidade de Probabilidade representativas dos planejamentos utilizados no estudo da zona plástica do Túnel B (Elaborado pelo autor).	178
Figura 7.2: Funções Densidade de Probabilidade representativas dos planejamentos utilizados no estudo do deslocamento radial do Túnel B (Elaborado pelo autor).	182

Figura 7.3: Histogramas representativos dos melhores resultados de confiabilidade para o Túnel B considerando a função performance Z_3	184
Figura 7.4: Histogramas representativos dos resultados de confiabilidade otimizados para o Túnel B considerando a função performance Z_5 (mm).	184
Figura 7.5: Curvas de convergência do maciço do Túnel B para os casos sem tirantes e com tirantes/revestimento referentes aos planejamentos ótimos CCD8 e CCD9.	185
Figura 7.6: Influência da variação da coesão nos resultados de confiabilidade da função Z_5 : (a) Planejamento CCD10 sem reforço e sem revestimento; (b) Planejamento CCD14 sem revestimento; (c) Planejamento CCD14 com revestimento (Elaborado pelo autor).	191
Figura 7.7: Influência da variação do ângulo de atrito nos resultados de confiabilidade da função Z_5 : (a) Planejamento CCD10; (b) Planejamento CCD14 sem revestimento; (c) Planejamento CCD14 com revestimento (Elaborado pelo autor).	193
Figura 7.8: Influência da variação do Módulo de Young nos resultados de confiabilidade da função Z_5 : (a) Planejamento CCD10; (b) Planejamento CCD14 sem revestimento; (c) Planejamento CCD14 com revestimento (Elaborado pelo autor).	194
Figura 7.9: Funções densidade de probabilidade dos principais planejamentos do Túnel C: verificação dos túneis com tirantes e sem revestimento (Elaborado pelo autor).....	195
Figura 7.10: Funções densidade de probabilidade dos principais planejamentos do Túnel C: verificação dos túneis com tirantes e revestimento (Elaborado pelo autor).	196
Figura 7.11: Curvas de deslocamentos radiais com o avanço da escavação obtidos para a última escavação do Túnel C no software GEOMECC91 (Elaborado pelo autor).	198
Figura 7.12: Influência dos parâmetros estatísticos do maciço nos resultados de confiabilidade da função Z_5 , referente ao planejamento CCD10 sem reforço e revestimento: (a) Coesão; (b) Ângulo de atrito; (c) Módulo de elasticidade (Elaborado pelo autor).	203
Figura 7.13: Funções densidade de probabilidade dos principais planejamentos do Túnel C: verificação dos túneis com tirantes e sem revestimento (Elaborado pelo autor).....	204
Figura 7.14: Funções densidade de probabilidade dos principais planejamentos do Túnel C: verificação dos túneis com tirantes e revestimento (Elaborado pelo autor).	205
Figura 7.15: Curvas de deslocamentos radiais com o avanço da escavação obtidos para a última escavação do Túnel C no software GEOMECC91 (Elaborado pelo autor).	206
Figura 7.16: Histogramas da função performance Z_5 referentes as solicitações por deslocamentos radiais para as situações favoráveis e desfavoráveis de confiabilidade.	207
Figura 7.17: Histogramas da função performance Z_5 referentes as solicitações por deslocamentos axiais para as situações favoráveis e desfavoráveis de confiabilidade.	208

LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1: Fatores de correção F_e .	125
Tabela 5.2: Parâmetros estatísticos geotécnicos do túnel A.	146
Tabela 5.3: Parâmetros determinísticos para o revestimento em concreto projetado para distância de instalação $d_0 = 0$.	147
Tabela 5.4: Parâmetros determinísticos para o revestimento em concreto projetado para distância de instalação $d_0 = (2/3)R_i$.	147
Tabela 5.5: Parâmetros estatísticos geotécnicos em elastoplasticidade do Túnel B.	148
Tabela 5.6: Parâmetros determinísticos para os tirantes radiais do Túnel B.	148
Tabela 5.7: Parâmetros estatísticos geotécnicos em elastoplasticidade do Túnel C.	149
Tabela 5.8: Parâmetros determinísticos para os tirantes radiais do Túnel C.	149
Tabela 5.9: Parâmetros determinísticos para os tirantes frontais do Túnel C.	149
Tabela 5.10: Parâmetros fixos para o revestimento em concreto projetado do Túnel C.	150
Tabela 5.11: Limites de variação para os parâmetros aleatórios do Túnel A, definidos no software <i>Design Expert</i> .	151
Tabela 5.12: Planejamentos CCD para análise de confiabilidade do Túnel A via MSR e GEOMECC91.	152
Tabela 5.13: Limites de variação para os parâmetros aleatórios do Túnel B, definidos no software <i>Design Expert</i> .	153
Tabela 5.14: Planejamentos CCD para análise de confiabilidade do Túnel B através do MSR associado ao processo iterativo de cálculo de $R_p^{(2)}$ e $u_\infty^{(2)}$.	154
Tabela 5.15: Tipos de solicitações utilizadas nas análises de confiabilidade do Túnel C.	155
Tabela 5.16: Planejamentos CCD para análise de confiabilidade do Túnel C via MSR e GEOMECC91.	155
Tabela 5.17: Limites de variação para os parâmetros aleatórios do Túnel C definidos no software <i>Design Expert</i> .	156
Tabela 6.1: Parâmetros geotécnicos adotados para o túnel do estudo de Li e Low (2010).	158
Tabela 6.2: Verificação dos algoritmos de confiabilidade para a zona plástica de um túnel sem revestimento, considerando o método FORM.	158

Tabela 6.3: Verificação dos algoritmos de confiabilidade para a zona plástica de um túnel sem revestimento, considerando o método de Monte Carlo por amostragem direta.	158
Tabela 6.4: Resultados de confiabilidade para Z_1 através do Método de Monte Carlo.	159
Tabela 6.5: Resultados de confiabilidade para Z_1 através do Método de Monte Carlo (amostragem por importância) e método FORM iHLRF.	160
Tabela 6.6: Análise de confiabilidade da zona plástica considerando a variação de $\rho_{c-\varphi}$ para um túnel sem revestimento.	162
Tabela 6.7: Resultados de confiabilidade para Z_4 através do Método de Monte Carlo (amostragem por importância) e método FORM iHLRF.	163
Tabela 6.8: Análise de confiabilidade da função Z_4 considerando a variação de $\rho_{c-\varphi}$ para os planejamentos CCD estudados.	174
Tabela 7.1: Resultados de confiabilidade para a função Z_2 do Túnel B, referente a zona plástica R_p/R_i do maciço não reforçado.	176
Tabela 7.2: Resultados de Confiabilidade para a função performance Z_3 do Túnel B, referente a zona plástica $R_p^{(2)}/R_i$ do maciço reforçado com tirantes.	176
Tabela 7.3: Resultados de confiabilidade para a função performance Z_3 do Túnel B, referente a zona plástica $R_p^{(2)}/R_i$ do maciço reforçado com tirantes.	177
Tabela 7.4: Parâmetros estatísticos do Túnel B referentes a zona plástica $\hat{R}_p^{(2)}/R_i$	179
Tabela 7.5: Resultados de confiabilidade para a função Z_5 do Túnel B, referente ao deslocamento radial máximo do maciço não reforçado.	180
Tabela 7.6: Resultados de confiabilidade para a função performance Z_5 do Túnel B, referente ao deslocamento radial máximo $\hat{u}_\infty^{(2)}$ do maciço reforçado com tirantes.	180
Tabela 7.7: Resultados de confiabilidade para o planejamento CCD9.	181
Tabela 7.8: Parâmetros estatísticos do Túnel B referentes ao deslocamento radial máximo u_∞ (sem tirantes) e $\hat{u}_\infty^{(2)}$ (com tirantes).	183
Tabela 7.9: Resultados de confiabilidade para a função Z_5 , referente ao planejamento CCD10: deslocamento radial máximo do maciço não reforçado e sem revestimento \hat{u}_∞	186
Tabela 7.10: Resultados de confiabilidade para a função Z_5 , referente ao deslocamento radial máximo do maciço reforçado por tirantes e sem revestimento $\hat{u}_\infty^{(2)}$	187
Tabela 7.11: Resultados de confiabilidade para a função Z_5 , referente as solicitações de projeto \hat{u}_{eq} e $\hat{u}_{eq}^{(2)}$ para túneis com revestimento em concreto projetado.	188

Tabela 7.12: Resultados de confiabilidade para a função Z_5 , referente as correlações $\rho_c - \varphi$ para túneis sem revestimento em concreto projetado.	190
Tabela 7.13: Resultados de confiabilidade para a função Z_5 , referente as correlações $\rho_{c-\varphi}$ para túneis sem revestimento em concreto projetado.	190
Tabela 7.14: Parâmetros estatísticos do Túnel C obtidos por meio do método de Monte Carlo para as solicitações definidas na Figura 7.10.	197
Tabela 7.15: Resultados de confiabilidade para a função Z_5 , referente ao planejamento CCD10: deslocamento axial \hat{u}_z na face do maciço não reforçado e sem revestimento.	199
Tabela 7.16: Resultados de confiabilidade para a função Z_5 , referentes ao deslocamento axial $\hat{u}_z^{(2)}$ na face do maciço reforçado por tirantes e sem revestimento.	199
Tabela 7.17: Resultados de confiabilidade para a função Z_5 , referente as solicitações de projeto $\hat{u}_{z,eq}$ e $\hat{u}_{z,eq}^{(2)}$ para túneis com revestimento em concreto projetado.	200
Tabela 7.18: Resultados de confiabilidade para a função Z_5 , referente as correlações $\rho_{c-\varphi}$ para túneis sem revestimento em concreto projetado.	202
Tabela 7.19: Resultados de confiabilidade para a função Z_5 , referente as correlações $\rho_{c-\varphi}$ para túneis com revestimento em concreto projetado.	202
Tabela 7.20: Parâmetros estatísticos do Túnel C obtidos por meio do método de Monte Carlo para as solicitações definidas na Figura 7.14.	205
Tabela A.1: Verificação de ajustes R^2 das funções aproximadoras definidas para u_0 e u_{eq} no planejamento CCD1.	222
Tabela A.2: Comparação entre os resultados do GEOMECC91 e do MSR para o deslocamento radial u_0 do planejamento CCD1.	223
Tabela A.3: Comparação entre os resultados do GEOMECC91 e do MSR para o deslocamento radial u_{eq} do planejamento CCD1.	224
Tabela A.4: Verificação de ajustes R^2 das funções aproximadoras definidas para u_0 e u_{eq} no planejamento CCD2.	225
Tabela A.5: Comparação entre os resultados do GEOMECC91 e do MSR para o deslocamento radial u_0 do planejamento CCD2.	226
Tabela A.6: Comparação entre os resultados do GEOMECC91 e do MSR para o deslocamento radial u_{eq} do planejamento CCD2.	227
Tabela A.7: Verificação de ajustes R^2 das funções aproximadoras definidas para u_0 e u_{eq} no planejamento CCD3.	228

Tabela A.8: Comparação entre os resultados do GEOMECC91 e do MSR para o deslocamento radial u_0 do planejamento CCD3.	229
Tabela A.9: Comparação entre os resultados do GEOMECC91 e do MSR para o deslocamento radial u_{eq} do planejamento CCD3.	230
Tabela A.10: Verificação de ajustes R^2 das funções aproximadoras definidas para u_0 e u_{eq} no planejamento CCD4.	231
Tabela A.11: Comparação entre os resultados do GEOMECC91 e do MSR para o deslocamento radial u_0 do planejamento CCD4.	232
Tabela A.12: Comparação entre os resultados do GEOMECC91 e do MSR para o deslocamento radial u_{eq} do planejamento CCD4.	233
Tabela B.1: Verificação de ajustes R^2 das funções aproximadoras definidas para $R_p^{(2)}$ e $u_\infty^{(2)}$ no planejamento CCD5.	234
Tabela B.2: Comparação entre os resultados do processo iterativo de cálculo e do MSR para $R_p^{(2)}/R_i$ do planejamento CCD5.	235
Tabela B.3: Comparação entre os resultados do processo iterativo de cálculo e do MSR para $u_\infty^{(2)}$ do planejamento CCD5.	236
Tabela B.4: Verificação de ajustes R^2 das funções aproximadoras definidas para $R_p^{(2)}$ e $u_\infty^{(2)}$ no planejamento CCD6.	237
Tabela B.5: Comparação entre os resultados do processo iterativo de cálculo e do MSR para $R_p^{(2)}/R_i$ do planejamento CCD6.	237
Tabela B.6: Comparação entre os resultados do processo iterativo de cálculo e do MSR para $u_\infty^{(2)}$ do planejamento CCD6.	238
Tabela B.7: Verificação de ajustes R^2 das funções aproximadoras definidas para $R_p^{(2)}$ e $u_\infty^{(2)}$ no planejamento CCD7.	239
Tabela B.8: Comparação entre os resultados do processo iterativo de cálculo e do MSR para $R_p^{(2)}/R_i$ do planejamento CCD7.	239
Tabela B.9: Comparação entre os resultados do processo iterativo de cálculo e do MSR para $u_\infty^{(2)}$ do planejamento CCD7.	240
Tabela B.10: Verificação de ajustes R^2 das funções aproximadoras definidas para $R_p^{(2)}$ e τ no planejamento CCD8.	241
Tabela B.11: Comparação entre os resultados do processo iterativo de cálculo e do MSR para $R_p^{(2)}/R_i$ do planejamento CCD8.	241

Tabela B.12: Comparação entre os resultados do processo iterativo de cálculo e do MSR para $u_{\infty}^{(2)}$ do planejamento CCD8.....	242
Tabela B.13: Verificação de ajustes R^2 das funções aproximadoras definidas para $R_p^{(2)}$ e $u_{\infty}^{(2)}$ no planejamento CCD9.	243
Tabela B.14: Comparação entre os resultados do processo iterativo de cálculo e do MSR para $R_p^{(2)}/R_i$ do planejamento CCD9.....	243
Tabela B.15: Comparação entre os resultados do processo iterativo de cálculo e do MSR para $u_{\infty}^{(2)}$ do planejamento CCD9.....	244
Tabela C.1: Verificação de ajustes R^2 das funções definidas para u_{∞} , u_z , u_{eq} e $u_{z,eq}$ no planejamento CCD10.	246
Tabela C.2: Comparação entre os resultados do GEOMECC91 e do MSR para o deslocamento radial u_{∞} do planejamento CCD10.	246
Tabela C.3: Comparação entre os resultados do GEOMECC91 e do MSR para o deslocamento frontal u_z do planejamento CCD10.....	247
Tabela C.4: Comparação entre os resultados do GEOMECC91 e do MSR para o deslocamento radial u_{eq} do planejamento CCD10.....	247
Tabela C.5: Comparação entre os resultados do GEOMECC91 e do MSR para o deslocamento frontal $u_{z,eq}$ do planejamento CCD10.	248
Tabela C.6: Verificação de ajustes R^2 das funções definidas para u_{∞} , u_z , u_{eq} e $u_{z,eq}$ no planejamento CCD11.	249
Tabela C.7: Comparação entre os resultados do GEOMECC91 e do MSR para o deslocamento radial $u_{\infty}^{(2)}$ do planejamento CCD11.....	250
Tabela C.8: Comparação entre os resultados do GEOMECC91 e do MSR para o deslocamento frontal $u_z^{(2)}$ do planejamento CCD11.	250
Tabela C.9: Comparação entre os resultados do GEOMECC91 e do MSR para o deslocamento radial $u_{eq}^{(2)}$ do planejamento CCD11.....	251
Tabela C.10: Comparação entre os resultados do GEOMECC91 e do MSR para o deslocamento frontal $u_{z,eq}^{(2)}$ do planejamento CCD11.....	251
Tabela C.11: Verificação de ajustes R^2 das funções definidas para u_{∞} , u_z , u_{eq} e $u_{z,eq}$ no planejamento CCD12.	253
Tabela C.12: Comparação entre os resultados do GEOMECC91 e do MSR para o deslocamento radial $u_{\infty}^{(2)}$ do planejamento CCD12.....	253

Tabela C.13: Comparação entre os resultados do GEOMECC91 e do MSR para o deslocamento frontal $u_z^{(2)}$ do planejamento CCD12.	254
Tabela C.14: Comparação entre os resultados do GEOMECC91 e do MSR para o deslocamento radial $u_{eq}^{(2)}$ do planejamento CCD12.	254
Tabela C.15: Comparação entre os resultados do GEOMECC91 e do MSR para o deslocamento frontal $u_{z,eq}^{(2)}$ do planejamento CCD12.	255
Tabela C.16: Verificação de ajustes R^2 das funções definidas para u_∞ , u_z , u_{eq} e $u_{z,eq}$ no planejamento CCD13.	256
Tabela C.17: Comparação entre os resultados do GEOMECC91 e do MSR para o deslocamento radial $u_\infty^{(2)}$ do planejamento CCD13.	256
Tabela C.18: Comparação entre os resultados do GEOMECC91 e do MSR para o deslocamento frontal $u_z^{(2)}$ do planejamento CCD13.	257
Tabela C.19: Comparação entre os resultados do GEOMECC91 e do MSR para o deslocamento radial $u_{eq}^{(2)}$ do planejamento CCD13.	258
Tabela C.20: Comparação entre os resultados do GEOMECC91 e do MSR para o deslocamento frontal $u_{z,eq}^{(2)}$ do planejamento CCD13.	258
Tabela C.21: Verificação de ajustes R^2 das funções definidas para u_∞ , u_z , u_{eq} e $u_{z,eq}$ no planejamento CCD14.	260
Tabela C.22: Comparação entre os resultados do GEOMECC91 e do MSR para o deslocamento radial $u_\infty^{(2)}$ do planejamento CCD14.	261
Tabela C.23: Comparação entre os resultados do GEOMECC91 e do MSR para o deslocamento frontal $u_z^{(2)}$ do planejamento CCD14.	261
Tabela C.24: Comparação entre os resultados do GEOMECC91 e do MSR para o deslocamento radial $u_{eq}^{(2)}$ do planejamento CCD14.	262
Tabela C.25: Comparação entre os resultados do GEOMECC91 e do MSR para o deslocamento frontal $u_{z,eq}^{(2)}$ do planejamento CCD14.	262

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

- CCD *Central Composite Design.*
- CF Curva de Confinamento referente ao revestimento.
- CV-CF Método Convergência-Confinamento.
- CV Curva de Convergência ou deslocamento radial do maciço.
- FDP Função Densidade de Probabilidade.
- FDPA Função Densidade de Probabilidade Acumulada.
- FORM *First Order Reliability Method.*
- FOSM *First-order second moment method.*
- HLRF Algoritmo Hasofer, Lind, Rackwitz e Fiessler.
- iHLRF *improved HLRF.*
- MSR Método da Superfície de Resposta.
- NMI Novo Método Implícito.
- SORM *Second Order Reliability Method.*
- ZF Zonta Frontal reforçada por tirantes.
- ZR Zona Radial reforçada por tirantes.

LISTA DE SÍMBOLOS

Latino minúsculo:

- a Parâmetro critério de Mohr-Coulomb.
- a_0, a_i, a_{ij} Coeficientes ajustados via regressão linear múltipla.
- c Coesão do maciço escavado.
- d_0 Distância entre a face da escavação e revestimento.
- d_{0c} Distância entre a face da escavação e o revestimento de túneis com tirantes.
- \mathbf{d}_k Vetor direção entre a origem e o k -ésimo vetor de projeto.
- d_{0r} Distância entre a face da escavação e os tirantes radiais.
- d_f Afastamento longitudinal entre os tirantes frontais.
- d_r Distância longitudinal entre os tirantes radiais.
- $\underline{e}_r, \underline{e}_\theta, \underline{e}_z$ Sistema de coordenadas cilíndrico.
- $\underline{e}_x, \underline{e}_y, \underline{e}_z$ Sistema de coordenadas cartesiano.
- $f_A(a)$ Função Densidade de Probabilidade de uma variável A.
- $f_{A,B}(a, b)$ Função Densidade de Probabilidade conjunta de duas variáveis A e B.
- $g(x)$ Função estado limite não linear.
- $g_L(x)$ Função estado limite linear.
- h_f Afastamento vertical entre os tirantes frontais.
- k Número de variáveis aleatórias de uma análise pelo planejamento CCD.
- l_r Comprimento dos tirantes radiais.
- l_z Comprimento dos tirantes frontais.
- $\underline{\underline{m}}$ Tensor dos parâmetros de estado.
- $m(.)$ Função de mérito para um processo iterativo.
- n_a axiais de uma análise pelo planejamento CCD.
- n_c Pontos centrais de uma análise pelo planejamento CCD.
- n_f Pontos fatoriais de uma análise pelo planejamento CCD.
- n_t Total de pontos de uma amostragem pelo planejamento CCD.
- p Passo de escavação.
- p_f Probabilidade de falha.
- p_s Probabilidade de segurança.
- $\underline{\underline{s}}$ Tensor de tensões desviatório de $\underline{\underline{\sigma}}$.

t_c	Espessura do revestimento em concreto projetado.
$u(r)$	Deslocamento radial do maciço escavado.
u_0	Deslocamento radial na instalação do revestimento.
u_{eq}	Deslocamento radial de equilíbrio do revestimento.
$u_{ie}^{(2)}$	Deslocamento radial da escavação reforçada em elasticidade.
$u_{ip}^{(2)}$	Deslocamento radial da escavação reforçada em plasticidade.
u_{ip}	Deslocamento radial da escavação em plasticidade.
u_i^d	Deslocamento radial da escavação na instalação dos tirantes.
$u_{máx}$	Deslocamento radial máximo do revestimento.
u_z	Deslocamento frontal máximo na face de um túnel sem tirantes frontais.
$u_z^{(2)}$	Deslocamento frontal máximo na face de um túnel sem tirantes frontais.
u_∞	Deslocamento radial máximo de um túnel sem reforço e tirantes.
\mathbf{x}_0^*	Vetor inicial do ponto de projeto.
\mathbf{x}'_c	Vetor das variáveis correlacionadas reduzidas.
x_i	Ponto amostral de X_i .
x'_i	Ponto amostral de X'_i .
\mathbf{x}'^*	Vetor dos pontos de projeto no sistema de coordenadas reduzido.
\mathbf{x}^*	Vetor dos pontos de projeto no sistema de coordenadas original.
$w(\mathbf{x}_k)$	Peso das falhas para o k-ésimo vetor de projeto.
\hat{y}	Função de uma superfície de resposta genérica no MSR.
y	Respostas das modelagens numéricas no MSR.

Latino maiúsculo:

$\underline{\underline{\underline{C}}}$ ^{hom}	Tensor de elasticidade do meio homogeneizado.
\mathbf{C}	Matriz de covariância.
\mathbf{C}'	Matriz de covariância no sistema de coordenadas reduzido.
C_0, Z_0	Constantes para o maciço com tirantes em elasticidade.
$\text{Cov}(X_i, X_j)$	Covariância entre duas variáveis aleatórias X_i e X_j .
D_e	Diâmetro externo de um tirante frontal.
D_i	Diâmetro interno de um tirante frontal.
E_c	Módulo de Young do concreto projetado.

- E_L^{hom} Módulo elástico longitudinal do meio homogeneizado.
 E_m Módulo de elasticidade longitudinal do maciço escavado.
 E_r Módulo de Young dos tirantes.
 E_T^{hom} Módulo elástico transversal do meio homogeneizado.
 $F(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{\kappa}})$ Critério de plasticidade.
 $F_A(a)$ Função da Distribuição de Probabilidade Acumulada de uma variável A.
 F_e Fator empírico de ρ' .
 F^{hom} Critério de resistência do meio homogeneizado.
 F_m Critério de resistência do maciço no meio homogeneizado.
 F_R, G_R Constantes para o maciço com tirantes em elasticidade.
 G^{hom} Domínio do meio homogeneizado
 G_L^{hom} Módulo de cisalhamento longitudinal do meio homogeneizado.
 G_m Domínio do maciço no meio homogeneizado.
 G_t Domínio do reforço por tirantes no meio homogeneizado.
 G_T^{hom} Módulo de cisalhamento transversal do meio homogeneizado.
 H Profundidade do túnel.
 I Intervalo de resistência dos tirantes.
 I_g Indicador de falha do Método de Monte Carlo.
 J_1 Primeira invariante do tensor desviatório.
 J_2 Segunda invariante do tensor desviatório.
 K_0 Coeficiente de empuxo inicial do maciço.
 K_b Coeficiente de dilatância.
 K_c Rigidez do revestimento.
 K_p Coeficiente de empuxo passivo.
 L Resistência ou valor admissível da função estado limite.
 $P(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{m}})$ Função de potencial plástico.
 P_{eq} Pressão de equilíbrio ou projeto.
 P_i Pressão interna do maciço e/ou revestimento.
 P_i^c Pressão de reação do revestimento ao maciço escavado.
 P_i^f Pressão fictícia do maciço.
 P_{lim} Pressão limite na parede da escavação.
 $P_{\text{máx}}$ Pressão máxima suportado pelo concreto projetado.

P_{∞}	pressão geostática do maciço.
R^2	Coefficiente de variabilidade das respostas no planejamento CCD.
R_i	Raio de um túnel circular.
R_p	Raio plástico da escavação.
R_p^d	Raio plástico na instalação dos tirantes.
$R_p^{(2)}$	Raio plástico do maciço com tirantes.
$\underline{\underline{S}}$	Tensor de tensões desviatório de $\underline{\underline{\Sigma}}$.
S_f	área da seção transversal de um tirante frontal.
S_r	área da seção transversal de um tirante radial.
S_u	Resistência não drenada de uma argila.
T_r	Tensão admissível de um tirante.
U_0	Convergência na instalação do revestimento.
U_{eq}	Convergência de equilíbrio ou projeto.
U_i	Convergência da escavação.
U_{ie}	Convergência da escavação em elasticidade.
$V(t)$	Velocidade de avanço da escavação.
X_i	Variáveis aleatórias básicas.
X'_i	Conjunto de variáveis aleatórias genérico (sistema de coordenadas reduzido).
\mathbf{X}'	Vetor das variáveis correlacionadas reduzidas.
Y	Margem de segurança ou função performance da distribuição lognormal.
Z	Margem de segurança ou função estado limite da distribuição normal.

Grego minúsculo:

α, ρ	Constantes positivas do critério de Drucker-Prager.
α_a	Distância entre a origem e os pontos n_a pelo planejamento CCD.
α_m	Parâmetro adimensional do critério de Drucker-Prager.
β	Índice de Confiabilidade.
β_r	Espaçamento angular entre os tirantes radiais.
γ_m	Peso específico do solo que compõe o maciço.
δ	Coefficiente de variação de uma variável aleatória.
δ_f	Densidade de tirantes frontais.
δ_r	Densidade de tirantes radiais.

δ_t	Tolerância para a definição da função estado limite.
$\underline{\underline{\varepsilon}}$	Campo de deformações do maciço escavado.
$\underline{\underline{\varepsilon}}^e$	Campo de deformações do maciço no regime elástico.
$\underline{\underline{\varepsilon}}^p$	Campo de deformações do maciço no regime plástico.
ε^p	Deformações plásticas do maciço escavado.
η_f	proporção do volume de tirantes frontais.
η_r	proporção do volume de tirantes radiais.
θ	Coefficiente de Segurança Central.
$\underline{\underline{\kappa}}$	Parâmetro de estado das deformações plásticas.
$\lambda(z)$	Taxa de perda de confinamento do maciço.
λ_d	Taxa de desconfinamento na instalação dos tirantes.
λ_k	Passo de otimização.
λ_m, μ_m	Coefficientes de Lamé do maciço escavado.
λ_{nr}	Taxa de desconfinamento do maciço não reforçado.
λ_r	Taxa de desconfinamento do maciço reforçado.
μ	Média de uma variável aleatória.
$\underline{\underline{\mu}}^N$	Vetor das médias normais equivalentes.
μ_x	Média estatística de uma variável aleatória x.
$\mu_{X_i}^N$	Média estatística normal equivalente de uma variável aleatória X_i .
ν_c	Coefficiente de Poisson do revestimento em concreto projetado.
ν_L^{hom}	Coefficiente de Poisson longitudinal do meio homogeneizado.
ν_m	Coefficiente de Poisson do maciço escavado.
ν_T^{hom}	Coefficiente de Poisson transversal do meio homogeneizado.
$\underline{\underline{\xi}}$	Campo de deslocamentos do maciço escavado.
ξ_{ik}	Variáveis codificadas no planejamento CCD.
ρ'	Coefficiente de correlação entre duas variáveis aleatórias reduzidas.
$\underline{\underline{\rho}}'$	Matriz dos coeficientes de correlação no sistema reduzido.
ρ_{X_i, X_j}	Coefficiente de correlação entre duas variáveis aleatórias X_i e X_j .
σ	Desvio padrão de uma variável aleatória.
$\underline{\underline{\sigma}}$	Tensor de tensões de Cauchy.
σ_0	Resistência a tração dos tirantes por unidade de área transversal.

- σ_1, σ_3 Tensões extremas tangentes da envoltória de ruptura.
- $\underline{\underline{\sigma_0}}$ Tensor de tensões do maciço não escavado.
- σ_c Resistência à compressão uniaxial do concreto projetado.
- σ_d Pressão do maciço na instalação dos tirantes.
- σ_h Tensões horizontais do maciço.
- σ_{lim} Tensão admissível de um tirante.
- $\sigma_{rr}, \sigma_{\theta\theta}, \sigma_{zz}$ Componentes de tensões principais cilíndricas.
- $\sigma_{rr}^{(2)}, \sigma_{\theta\theta}^{(2)}, \sigma_{zz}^{(2)}$ Componentes de tensões principais do maciço com tirantes.
- $\sigma_{rr}^d, \sigma_{\theta\theta}^d, \sigma_{zz}^d$ Componentes de tensões principais do maciço na instalação dos tirantes.
- σ_v Tensões verticais do maciço.
- σ_x^2 Variância de uma variável aleatória x.
- σ_x Desvio-padrão de uma variável aleatória x.
- $\sigma_{X_i}^N$ Desvio-padrão normal equivalente de uma variável aleatória X_i .
- σ^N Matriz dos desvios padrões equivalentes.
- τ parâmetro de redução da compressão por flambagem.
- ϕ Simbologia de descrição da FDP de distribuição normal padronizada.
- φ Ângulo de atrito do maciço escavado.
- ψ Ângulo de dilatação do maciço escavado.
- $\omega(r)$ Parâmetro de reforço.
- $\bar{\omega}(r)$ Parâmetro de reforço linearizado.

Gregas maiúsculas:

- $\Delta \varepsilon_{ij}^p$ Incremento de deformações plásticas.
- Λ Escalar multiplicador da função de potencial plástico.
- $\hat{\Lambda}$ Multiplicador do domínio plástico.
- Φ Simbologia de descrição da FDPA de distribuição normal padronizada.
- $\underline{\underline{\Sigma}}$ Campo de tensões macroscópico do meio homogeneizado.
- Σ_{rr} Componente de tensão radial do meio homogeneizado.
- Σ_{zz} Componente de tensão axial do meio homogeneizado.
- $\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}$ Projeção do campo de tensões macroscópico.

Numéricos e operadores matemáticos:

$\nabla g(.)$ Vetor Gradiente de uma função estado limite.

$\underline{\underline{1}}$ Tensor de segunda ordem identidade.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	33
1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS	33
1.2 OBJETIVOS GERAIS E ESPECÍFICOS.....	34
1.3 DIRETRIZES DA PESQUISA.....	35
1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO	36
2 MODELAGEM EM ENGENHARIA DE TÚNEIS: REFERENCIAL TEÓRICO.....	37
2.1 MÉTODOS EMPÍRICOS.....	38
2.2 ESTADO PLANO DE DEFORMAÇÕES E AXISSIMETRIA.....	39
2.3 MÉTODOS SIMPLIFICADOS PARA TÚNEIS SEM REFORÇO DA ESCAVAÇÃO	41
2.3.1 Método Convergência-Confinamento (CV-CF).....	42
2.3.2 Novo Método Implícito (NMI).....	45
2.4 ANÁLISE NUMÉRICA PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (MEF).....	46
2.4.1 Modelos numéricos bidimensionais e tridimensionais	47
2.4.2 Modelos numéricos para túneis reforçados com tirantes passivos	52
2.5 MÉTODOS BASEADA NOS CONCEITOS DA GEOMECÂNICA TRIDIMENSIONAL	55
2.5.1 O contexto teórico da plasticidade.....	55
2.5.2 Conceitos básicos de elasticidade e elasto-plasticidade para túneis profundos não reforçados.....	60
2.5.3 Método de Homogeneização aplicada a simulação de túneis reforçados com tirantes passivos	64
2.5.3.1 Características geométricas de um túnel reforçado com tirantes	64
2.5.3.2 Representação do comportamento mecânico do maciço em elasticidade.....	67
2.5.3.3 Representação do comportamento mecânico do maciço em elasto-plasticidade.....	70
3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA DA CONFIABILIDADE APLICADA NA ENGENHARIA.....	72
3.1 REVISÃO BIBLIOGRAFICA DA CONFIABILIDADE APLICADA A TÚNEIS	73
3.2 CONCEITOS BÁSICOS SOBRE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA	75
3.3 ÍNDICE DE CONFIABILIDADE E MEDIDAS DE SEGURANÇA	77
3.4 MÉTODOS DE APROXIMAÇÃO ANALÍTICA APLICADOS A CONFIABILIDADE	81

3.5 SIMULAÇÃO NUMÉRICA APLICADA À CONFIABILIDADE	84
3.6 MÉTODO DA SUPERFÍCIE DE RESPOSTA.....	86
4 MODELAGEM GEOMECÂNICA ESTRUTURAL DE TÚNEIS: ABORDAGENS ANALÍTICA E NUMÉRICA	88
4.1 CONFIGURAÇÃO DE TÚNEL SEM REFORÇO DO MACIÇO.....	88
4.1.1 Modelo analítico em elasticidade	88
4.1.2 Modelo analítico em elasto-plasticidade pelo critério de Mohr-Coulomb e Tresca	90
4.1.3 Comportamento elástico do revestimento	94
4.1.4 Modelagem em elementos finitos através do software GEOMECC91	95
4.2 MÉTODO DE HOMOGENEIZAÇÃO PARA TÚNEIS COM TIRANTES PASSIVOS	99
4.2.1 Elasticidade do meio homogeneizado	99
4.2.2 Elasto-plasticidade do meio homogeneizado: critérios de resistência.....	101
4.2.2.1 Critério de resistência do meio homogeneizado.....	101
4.2.2.2 Critério de plasticidade de von Mises e Druker-Prager para o meio homogeneizado.....	103
4.2.3 Implementação numérica do comportamento homogeneizado	108
4.2.4 Simulação numérica através do código computacional GEOMECC91	110
4.2.5 Modelo analítico para túneis reforçados com tirantes radiais passivos: análise em deformações planas e axissimetria.....	112
4.2.5.1 Formulação explícita para o maciço reforçado em elasticidade.....	112
4.2.5.2 Formulação explícita para o maciço de Tresca reforçado em elasto-plasticidade.....	114
5 ANÁLISE DE CONFIABILIDADE NO CONTEXTO DA ENGENHARIA DE TÚNEIS	118
5.1 MÉTODO DE CONFIABILIDADE DE PRIMEIRA ORDEM E SEGUNDO MOMENTO (FOSM)	118
5.2 MÉTODO DE CONFIABILIDADE DE PRIMEIRA ORDEM (FORM)	122
5.2.1 Modelo para conversão de variáveis aleatórias não normais.....	122
5.2.2 Modelo para análise de variáveis aleatórias correlacionadas	123
5.3 ALGORITMO ITERATIVO PARA O CÁLCULO DO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE.....	126
5.4 SIMULAÇÃO NUMÉRICA DA CONFIABILIDADE ATRAVÉS DO MÉTODO DE MONTE CARLO.....	129
5.4.1 Geração de números e variáveis aleatórias	129

5.4.2 Método de Monte Carlo por amostragem direta.....	131
5.4.3 Técnicas de redução da variância: amostragem por importância e adaptativa ..	132
5.5 METODOLOGIA DA SUPERFÍCIE DE RESPOSTA E AMOSTRAGEM DE DADOS	136
5.5.1 Planejamento Composto Central (CCD)	137
5.5.2 Automatização das simulações via GEOMECC91 através do Python.....	141
5.6 FUNÇÕES E PARÂMETROS DE ENTRADA DAS ANÁLISES DE CONFIABILIDADE.....	142
5.6.1 Função estado limite da zona plástica de um túnel.....	143
5.6.2 Função estado limite baseada nos valores de projeto de um túnel	144
5.6.3 Parâmetros estatísticos e determinísticos para um túnel sem tirantes	146
5.6.4 Parâmetros estatísticos e determinísticos para túneis reforçados com tirantes..	147
5.7 DEFINIÇÃO DAS FUNÇÕES DE SUPERFÍCIE DE RESPOSTA ATRAVÉS DO PLANEJAMENTO <i>CENTRAL COMPOSITE DESIGN</i> (CCD)	150
5.7.1 Modelagem numérica do Túnel A através do GEOMECC91 associado ao MSR	150
5.7.2 Modelagem analítica do Túnel B através de um processo iterativo associado ao MSR.....	152
5.7.3 Modelagem numérica do Túnel C através do GEOMECC91 associado ao MSR	154
6 ANÁLISE DE CONFIABILIDADE APLICADA A TÚNEIS SEM REFORÇO DO MACIÇO ESCAVADO.....	157
6.1 ANÁLISE DA ZONA PLÁSTICA AO REDOR DA ESCAVAÇÃO.....	157
6.1.1 Verificação dos algoritmos implementados.....	157
6.1.2 Análise de confiabilidade para a zona plástica do Túnel A.....	158
6.2 ANÁLISE APLICADA AO DESLOCAMENTO RADIAL DO MACIÇO.....	163
7 ESTUDO DA CONFIABILIDADE APLICADA A TÚNEIS REFORÇADOS POR TIRANTES PASSIVOS	175
7.1 ANÁLISE DE CONFIABILIDADE APLICADA AO TÚNEL B	175
7.1.1 Análise de confiabilidade aplicada a zona plástica do maciço reforçado por tirantes radiais.....	175
7.1.2 Análise de Confiabilidade aplicada ao deslocamento radial do maciço reforçado por tirantes radiais.....	179
7.2 ANÁLISE DE CONFIABILIDADE APLICADA AO TÚNEL C	185
7.2.1 Análise de confiabilidade aplicada ao deslocamento radial do túnel	186

7.2.2 Análise de confiabilidade aplicada ao deslocamento axial na face da escavação	198
8 CONCLUSÕES.....	209
REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS	213
APÊNDICE A – FUNÇÕES DE SUPERFÍCIE DE RESPOSTA APLICADAS AO ESTUDO DE CONFIABILIDADE DO TÚNEL A.....	221
APÊNDICE B – FUNÇÕES DE SUPERFÍCIE DE RESPOSTA APLICADAS AO ESTUDO DE CONFIABILIDADE DO TÚNEL B	234
APÊNDICE C – FUNÇÕES DE SUPERFÍCIE DE RESPOSTA APLICADAS AO ESTUDO DE CONFIABILIDADE DO TÚNEL C.....	245

1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo será apresentada uma breve introdução sobre túneis e confiabilidade, bem como os objetivos gerais, específicos e a divisão estrutural do trabalho.

1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Túneis são estruturas complexas que configuram passagens subterrâneas, realizadas com a função de vencer obstáculos naturais, encurtar distâncias e facilitar ou permitir acesso a determinados locais. Como exemplos de obstáculos naturais, podem ser citados: morros, montanhas e canais ou ambientes marítimos.

Considerando os espaços urbanos e grandes metrópoles, o uso do espaço subterrâneo é vantajoso principalmente em obras viárias, uma vez que obras convencionais, como os viadutos e pontes, provocam uma gama de impactos ambientais em grandes cidades, como: poluição sonora e visual, desvalorizações imobiliárias, desapropriações, modificações do ambiente urbano, etc. Além disso, facilitam o tráfego e reduzem o congestionamento no trânsito, promovendo rotas a linhas rodoviárias, ferroviárias e de metrô. Túneis também podem ser utilizados em obras relacionadas à distribuição de água e gás, galerias de esgoto, eletricidade, telecomunicações e estocagem de dejetos radioativos (COUTO, 2011).

O dimensionamento e a verificação estrutural de túneis envolvem diversos parâmetros geotécnicos e o controle de diversas variáveis como, por exemplo, a convergência (ou fechamento) da cavidade, a pressão atuante no revestimento e a descompressão do maciço. Existe uma gama de fatores estruturais e geotécnicos que influenciam no comportamento mecânico de um túnel, como: a profundidade, a geometria da seção do túnel, distribuição de cargas na superfície, processo de escavação, colocação do revestimento, instalação de reforços no maciço e o comportamento mecânico do maciço e do revestimento (bem como a interação entre os mesmos) (QUEVEDO, 2017).

Diversos modelos analíticos, simplificados e numéricos são utilizados na análise do comportamento mecânico de túneis, baseados na determinação do campo de tensões e deformações que se desenvolvem no entorno da parede da escavação. As análises numéricas são utilizadas para simular modelos analíticos e construtivos, apresentando resultados próximos ao da realidade.

De acordo com Bjureland *et al.* (2017), o projeto e a execução de escavações subterrâneas envolvem muitas incertezas e métodos de cálculo e dimensionamento, além de

uma alta demanda em investimento financeiro e de tempo. O suporte estrutural de um túnel deve ser calculado com alta precisão e estar em constante monitoramento na fase de instalação, uma vez que a sua estabilidade depende do comportamento mecânico do maciço escavado (GHAROUNI-NIK *et al.*, 2014). A ocorrência de danos e acidentes estruturais em túneis podem gerar grandes catástrofes, bem como prejuízos financeiros incalculáveis, como os ocorridos no túnel do aeroporto de Heathrow em Londres (1994) e nas escavações do sistema de túneis no metrô da Linha 4 em São Paulo (2007).

Em relação à segurança de projetos, a análise por confiabilidade permite, a partir de parâmetros estatísticos e probabilísticos aplicados em modelos analíticos e numéricos, a definição de percentuais de segurança e falha por colapso ou ruptura estrutural em obras subterrâneas. A aplicação da confiabilidade associada a análise geotécnica e estrutural de túneis é um tema relevante e que precisa ser abordado de forma abrangente por pesquisadores da área. Especificamente, a confiabilidade aplicada na análise de túneis reforçados com tirantes axiais e radiais através do Método de Homogeneização é um estudo que não é encontrada nas bibliografias científicas sobre túneis. Logo, a análise de confiabilidade associada ao Método de Homogeneização aplicado a túneis com tirantes é uma abordagem de estudo inédita e que acrescentará grande contribuição ao Estado da Arte de confiabilidade aplicada à túneis.

1.2 OBJETIVOS GERAL E ESPECÍFICOS

O objetivo geral deste trabalho é a realização de um estudo amplo de confiabilidade aplicado a metodologias de análise geotécnica e estrutural de túneis, com ênfase em metodologias analíticas e numéricas, baseadas no Método de Homogeneização, para análise de túneis reforçados com tirantes passivos. Serão considerados os túneis profundos em axissimetria, sob diferentes tipos de condições geotécnicas, suportados por revestimento em concreto projetado e reforçados com tirantes radiais e frontais. Os objetivos específicos consistem em:

- Avaliar a confiabilidade de três túneis básicos em axissimetria (denominados como Túneis A, B e C), nas condições sem revestimento em concreto projetado e sem tirantes radiais e frontais, para fins de comparação e definição dos parâmetros de resistência;
- Avaliar a confiabilidade do Túnel A, apenas suportado por revestimento em concreto projetado, considerando metodologias analíticas e numéricas para o cálculo da zona plástica e deslocamento radial da escavação;

- Avaliar a confiabilidade do Túnel B, reforçado por tirantes passivos radiais e suportado por revestimento, considerando metodologias analíticas específicas para o cálculo da zona plástica e deslocamento radial da escavação;
- Avaliar a confiabilidade do Túnel C, reforçado por tirantes passivos radiais e frontais e suportado por revestimento em concreto projetado, através de metodologias numéricas para o cálculo dos deslocamentos radiais e axiais da escavação;
- Realizar a verificação da influência da correlação entre a coesão e o ângulo de atrito, referentes aos maciços dos Túneis A e C, nos resultados de confiabilidade;
- Realizar a verificação da influência dos parâmetros geotécnicos do Túnel C (coesão, ângulo de atrito e Módulo de Young) nos resultados de confiabilidade;

1.3 DIRETRIZES DA PESQUISA

O fluxograma da Figura 1.1 descreve de forma resumida a organização do trabalho de acordo com as etapas desenvolvidas durante a pesquisa.

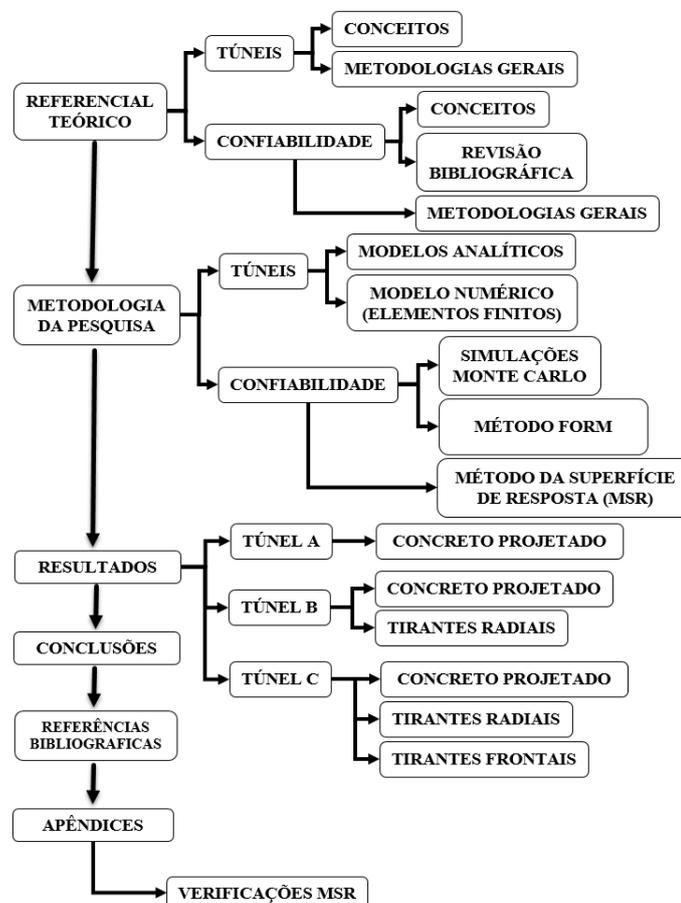


Figura 1.1: Fluxograma das etapas desenvolvidas durante o estudo (Elaborado pelo autor).

A etapa inicial consiste na elaboração de um amplo referencial teórico que aborda os conceitos básicos e metodologias usuais na análise geotécnica e estrutural de túneis, além dos conceitos básicos e metodologias usuais da confiabilidade aplicada na engenharia. A etapa de elaboração da metodologia do estudo consiste no detalhamento específico das metodologias de análise de túneis e confiabilidade utilizadas na obtenção dos resultados, que por sua vez, são estudados para três túneis com características paramétricas diferentes. Após as conclusões, o estudo apresenta as referências bibliográficas e os apêndices com as verificações da metodologia de acoplamento do modelo numérico com os modelos de confiabilidade para cada túnel estudado.

1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

O presente trabalho está dividido em 8 capítulos e 3 apêndices. O capítulo 2, após a introdução, apresenta o referencial teórico sobre as principais metodologias de análise de túneis e seus fundamentos, bem como revisões bibliográficas dos principais estudos envolvendo as metodologias analíticas e numéricas de análise estrutural de túneis. O capítulo 3 apresenta o referencial teórico sobre os fundamentos e conceitos básicos da confiabilidade aplicada na engenharia, dando ênfase às revisões bibliográficas de estudos científicos sobre confiabilidade aplicada ao estudo de túneis.

Os capítulos 4 e 5 descrevem em detalhes as metodologias de análise de túneis e confiabilidade, respectivamente. O capítulo 4 é subdividido nos modelos analíticos de túneis sem reforço por tirantes e na metodologia analítica do Método de Homogeneização para túneis reforçados por tirantes passivos. Neste capítulo também é apresentada a modelagem em elementos finitos através do software GEOMECH91, baseada nos conceitos de túneis sem reforço por tirantes e no Método de Homogeneização para os casos que apresentam reforço por tirantes passivos. O capítulo 5 descreve em detalhes o método de Monte Carlo e o método FORM para análise de confiabilidade, além do Método da Superfície de Resposta (MSR) que é a principal metodologia para associação dos modelos de confiabilidade com a simulação numérica de túneis.

O capítulo 6 apresenta os resultados introdutórios de confiabilidade e discussões para o Túnel A, enquanto o capítulo 7 apresenta os resultados e discussões para a análise de confiabilidade aplicada aos Túneis B e C. O capítulo 8 apresenta as conclusões do trabalho, enquanto os Apêndices A, B e C, apresentam os resultados e verificações da metodologia baseada no MSR para análise de confiabilidade dos túneis A, B e C.

2 MODELAGEM EM ENGENHARIA DE TÚNEIS: REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo serão realizadas revisões gerais relativas aos métodos de análise estrutural e geotécnica de túneis, bem como conteúdos referentes às metodologias empíricas, analíticas e numéricas de análise de túneis sem reforço e reforçados por tirantes passivos.

Por definição, são considerados suportes para túneis os revestimentos em concreto projetado (reforçado ou não por malhas metálicas) e as paredes em concreto armado pré-moldado. O concreto projetado e pré-moldado são lançados diretamente na parede da escavação. Os reforços constituem os tirantes, enfilagens e qualquer outro mecanismo introduzido no maciço, com a função de melhorar as propriedades geotécnicas e de resistência do solo, bem como aumentar a estabilidade do mesmo (ALMEIDA E SOUZA, 1998).

Conforme Almeida e Souza (1998), existem diversos tipos de suportes que são utilizados para solucionar problemas de cunho estrutural em túneis. A utilização destes sistemas implica o cálculo estrutural dos mesmos, além de serem necessários métodos para a avaliação da estabilidade do maciço. Neste trabalho serão abordados somente os casos de túneis profundos, sendo que os seguintes aspectos fundamentais devem ser considerados no cálculo estrutural: a estabilidade da frente de escavação, da estrutura de suporte e das paredes ao redor da escavação.

Iftimie (1996) divide os métodos de dimensionamento de túneis em métodos empíricos, métodos baseados na resistência dos materiais e métodos baseados na mecânica do meio contínuo.

Os métodos empíricos, como o próprio nome sugere, consistem em elaborar projetos de túneis com base na experiência e observação de obras concluídas em condições similares. Nos métodos baseados na resistência dos materiais, o dimensionamento e projeto de túneis é feito a partir da determinação das cargas e diagramas de esforços que atuam no suporte, não havendo uma grande preocupação com a análise deste. Os métodos baseados na mecânica do meio contínuo são definidos com base em soluções analíticas e numéricas. As primeiras são baseadas em equacionamentos, que são definidos através da teoria da elasticidade e da plasticidade, enquanto a segunda é baseada em soluções computacionais aproximadas (IFTIMIE, 1996). Entre os métodos numéricos e empíricos existem os métodos simplificados, que permitem ao projetista investigar rapidamente a escolha dos métodos de escavação e de revestimento (BENAMAR, 1996).

Os métodos baseados na mecânica do meio contínuo apresentam grande importância, devido a considerar o comportamento do maciço e do suporte em suas soluções. Estes métodos

descrevem os princípios fundamentais para a definição da metodologia analítica e numérica de túneis.

2.1 MÉTODOS EMPÍRICOS

De acordo com Couto (2011), os métodos empíricos apresentam como principal característica a utilização de referências bem documentadas de obras realizadas com sucesso e similares ao projeto realizado. Estas referências podem ser tanto dados geométricos, como por exemplo a profundidade e dimensões da seção transversal do túnel, além de dados geotécnicos do maciço.

A abordagem utilizada pelos métodos empíricos é baseada em sistemas de classificação do maciço rochoso, onde através do uso de fórmulas e tabelas é determinado um “peso” para o maciço estudado, que auxilia os projetistas na escolha do tipo de suporte a ser utilizado. Os sistemas de classificação devem ser apresentados de forma simples e compreensível, incluindo somente os parâmetros geotécnicos mais significativos. Além disso, os mesmos devem ser de fácil mensuração, obtidos a partir de procedimentos rápidos, econômicos e normatizados (BIENIAWSKI, 1989).

O sistema de classificação de rochas de Terzaghi (1946) foi o primeiro método empírico proposto, sendo muito aplicado na avaliação das cargas exercidas nos maciços rochosos e no projeto de suportes para túneis (CECIL, 1970). Outros autores, como Deere (1967) e Wickham, Tiedemann e Skinner (1972), desenvolveram métodos empíricos aplicados para túneis que consideram os índices *Rock Quality Designation* (RQD) e *Rock Structure Rating* (RSR). O primeiro é um método prático que descreve a qualidade das rochas escavadas por perfuração, enquanto o segundo trata de um método de ponderação da importância dos parâmetros geotécnicos das rochas.

Alguns métodos empíricos merecem um destaque maior, como o *Geomechanics Classification* (ou sistema *Rock Mass Rating* (RMR)). Este sistema de classificação realiza suas análises com base em parâmetros avaliados de forma quantitativa ao invés de descrições puramente qualitativas. Além disso, estes se baseiam em projetos modernos de túneis, permitindo definir, principalmente, opções de revestimento em concreto projetado, bem como reforços por meio de chumbadores ou tirantes (BIENIAWSKI, 1989).

Os métodos empíricos apresentam utilidade somente nas etapas iniciais do projeto de um túnel, devido à maioria apresentar graves deficiências, como: não considerar as limitações

da geometria do túnel e o efeito da interação maciço-revestimento, não determinar coeficientes de segurança para o suporte, imprecisões na determinação do campo de tensões inicial, etc.

2.2 ESTADO PLANO DE DEFORMAÇÕES E AXISSIMETRIA

Os processos de interação maciço-revestimento e o comportamento mecânico em relação à frente de escavação são de grande importância na determinação das soluções analíticas e numéricas para túneis. Os movimentos do maciço, provocados pela abertura do túnel e que geram tensões e deslocamentos na estrutura de suporte, podem ter duas origens (MARQUES, 2014):

- a) deslocamentos do solo na direção de abertura do túnel: ocorrem durante a fase de construção do túnel, considerando um intervalo de tempo relativamente pequeno. Dependem das dimensões e profundidade do túnel bem como da resistência, deformabilidade e estado de tensões inicial do maciço escavado;
- b) fenômenos de consolidação e compressão: são induzidos pelas redistribuições de tensão e pela redução das pressões intersticiais no solo. A evolução de tais fenômenos é influenciada pelas características de consolidação dos solos, pela relação entre a permeabilidade do suporte e do maciço, e pelas características do sistema de drenagem instalado.

A Figura 2.1 descreve o procedimento de instalação do revestimento de um túnel circular, de raio R_i e com uma espessura de revestimento t_c , que funciona com base no comportamento mecânico do maciço escavado (estrutura S_1) e do revestimento executado (estrutura S_2).

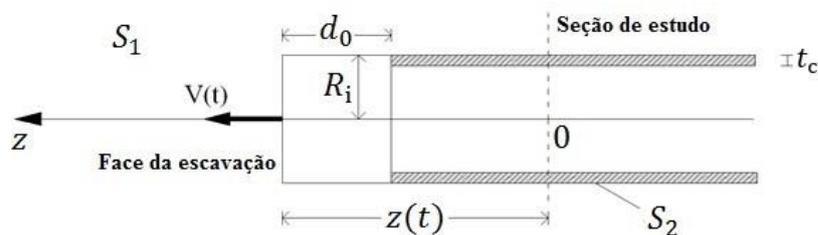


Figura 2.1: Descrição da interação maciço-revestimento durante o procedimento de escavação de um túnel (Adaptado de BERNAUD e ROUSSET, 1992).

O comportamento mecânico do sistema da Fig. 2.1 é baseado na perda de confinamento do maciço devido à escavação. O confinamento nada mais é do que a tensão gerada nas paredes do maciço escavado, a qual é reduzida com o tempo t após a realização da escavação, gerando

uma convergência do maciço. Logo, a função do revestimento em concreto projetado é gerar uma reação ao comportamento mecânico do maciço escavado (perda de confinamento), de modo a prover uma forma de contenção dos deslocamentos radiais e do alívio das pressões internas.

Para uma seção transversal de estudo, paralela e situada a uma distância $z(t)$ da face de escavação, a instalação do revestimento é feita respeitando uma distância $z(t) = d_0$ desta face (ver Fig. 2.1), chamada de comprimento não suportado. A instalação do revestimento é realizada para uma determinada taxa de confinamento do maciço, que depende de diversos fatores, como: comportamento do maciço e do revestimento, distância d_0 e velocidade de avanço da escavação $V(t)$ (BERNAUD, 1991).

Considerando uma seção de estudo muito afastada da face de escavação ($z(t) \gg d_0$), é constatado um campo de deslocamento radial, o que configura um problema bidimensional plano. A Figura 2.2 ilustra a problemática de axissimetria para um túnel de seção circular, onde as tensões e pressões internas no revestimento, definidas por P_i , apresentam uma simetria axial em relação ao eixo z do túnel.

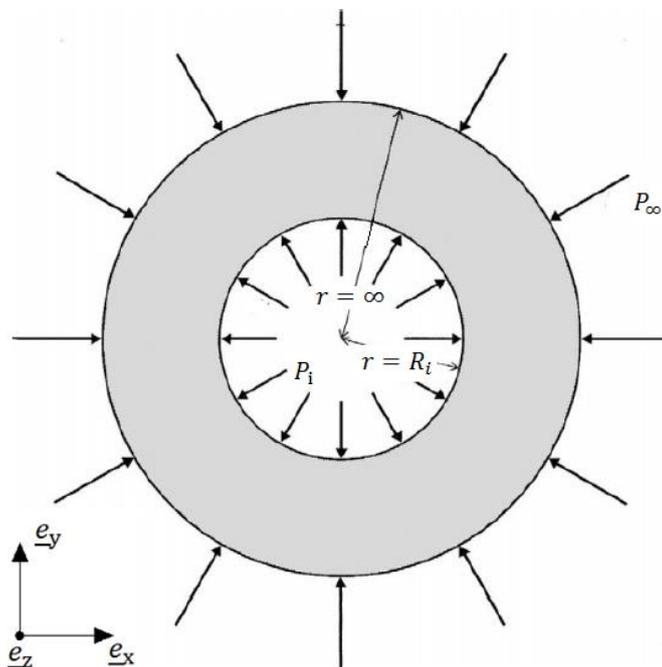


Figura 2.2: Seção transversal plana de um túnel circular em axissimetria (Adaptado de BRADY e BROWN, 2005).

A Figura 2.2 mostra que a interação entre o maciço e revestimento em túneis circulares é um problema axissimétrico, ou seja, as grandezas mecânicas (tensões e deslocamentos)

envolvidas são função da distância radial r ao ponto considerado, da coordenada z do plano analisado e do tempo t . Além disso, o próprio estudo da axissimetria leva a uma análise das deformações em um estado plano bidimensional. A pressão geostática do maciço em $r = \infty$ é dada por $P_\infty = \gamma_m H$, onde γ_m é o peso específico do solo e H é a profundidade do túnel.

Para que a problemática abordada esteja nas condições de estado plano de deformações e axissimetria, as seguintes hipóteses são adotadas (BERNAUD, 1991):

- a) hipótese aplicada à estrutura S_1 : túnel de seção circular com face plana e ortogonal ao eixo z , maciço homogêneo e isotrópico;
- b) hipótese aplicada à estrutura S_2 : extremidade do revestimento plana e ortogonal ao eixo z , espessura constante, material homogêneo e isotrópico;
- c) campo de tensões iniciais é geostático, com coeficiente de empuxo inicial $K_0 = 1$, o que define uma igualdade entre as tensões horizontais e verticais atuantes na escavação: $\sigma_v = K_0 \sigma_h = P_\infty$;
- d) comprimento não suportado d_0 e velocidade de avanço da escavação $V(t)$ são constantes.

As hipóteses definem a condição de axissimetria para um túnel de seção circular, sendo este um problema de caráter unidimensional. Deste modo, o campo de deslocamentos depende apenas da distância radial r , ou seja:

$$\underline{\xi} = u(r)\underline{e}_r \quad (2.1)$$

onde $u(r)$ é o deslocamento do maciço em uma distância radial r , medida a partir do centro da escavação.

2.3 MÉTODOS SIMPLIFICADOS PARA TÚNEIS SEM REFORÇO DA ESCAVAÇÃO

Os métodos simplificados são muito utilizados por engenheiros na fase de pré-dimensionamento de túneis, pois permitem que, com poucos dados, sejam realizadas investigações rápidas sobre a escolha do modo de escavação e tipo de suporte a utilizar. Os principais objetivos dos métodos simplificados são (BERNAUD, 1991): estimar o estado de equilíbrio final de túneis considerando hipóteses simples e facilitar o dimensionamento estrutural de túneis, através da transformação de modelos tridimensionais em bidimensionais com deformações planas.

Dentre os principais métodos simplificados, serão abordados brevemente o Método Convergência-Confinamento (ou Método CV-CF) e o Novo Método Implícito (NMI).

2.3.1 Método Convergência-Confinamento (CV-CF)

O método CV-CF é baseado na transformação de soluções tridimensionais em soluções simplificadas, as quais consideram deformações planas e axissimetria. O método recebeu este nome após autores, como Panet e Guellec, apresentarem formas de determinação da deformação que ocorre antes da colocação do revestimento, utilizando um fator de perda de confinamento (AFTES, 2001).

Através dos conceitos de estado plano de deformações e axissimetria, é possível analisar a variação da convergência do maciço e do revestimento conforme a variação da pressão P_i de uma determinada seção transversal do maciço. A Figura 2.3 descreve o comportamento mecânico do maciço e do revestimento, respectivamente através da Curva de Convergência (CV) e Confinamento (CF).

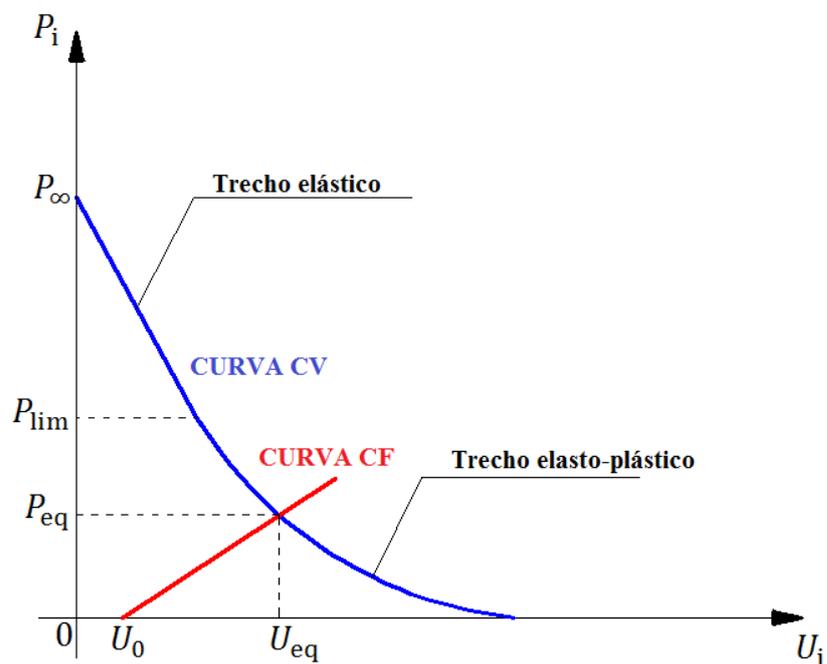


Figura 2.3: Curvas de convergência (CV) e confinamento (CF) para um maciço rochoso genérico (Adaptado de BERNAUD, 1991).

Na Figura 2.3, o parâmetro associado a P_i é a convergência U_i (em percentual), que é a variação relativa do diâmetro da escavação, dado pela relação entre o deslocamento radial na parede do túnel e o seu raio (BERNAUD, 1991):

$$U_i(\%) = -\frac{u(r=R_i)}{R_i} \times 100 \quad (2.2)$$

A curva CV é dependente apenas do comportamento do maciço escavado. Cada pressão corresponde a um respectivo valor de U_i , sendo que P_i começa inicialmente assumindo o valor da pressão inicial do maciço, definida por P_∞ , a qual não provoca convergência na cavidade. A pressão P_i reduz com o tempo após a escavação, o que provoca o aumento da convergência U_i na parede do túnel, originando a curva CV. A curva CF é dependente apenas do revestimento e representa a função deste em limitar a redução do confinamento e o aumento da convergência do maciço. Esta curva fornece a cada pressão P_i , exercida pelo maciço no revestimento, uma convergência U_i que atua no suporte instalado.

O ponto de intersecção entre as curvas CV e CF indica o equilíbrio na interação maciço-revestimento, onde P_{eq} é a pressão de equilíbrio exercida pelo maciço no revestimento e U_{eq} corresponde a convergência de equilíbrio na parede do túnel. Para a determinação da intersecção das curvas CV e CF, é necessário definir a convergência do maciço no instante de instalação do revestimento, dada por U_0 . O valor de U_0 depende da distância d_0 , do comportamento do maciço e do revestimento (BERNAUD, 1991).

O método CV-CF consiste em propor um valor aproximado da convergência U_0 , a qual determina a posição da curva CF no diagrama $P_i \times U_i$ da Fig. 2.3. Para isso, é feita uma simulação do avanço da frente de escavação, através da aplicação de uma pressão radial fictícia, definida como P_i^f , na parede do túnel sem revestimento e de comprimento infinito. A pressão P_i^f é dada pela seguinte equação (PANET; GUENOT, 1982):

$$P_i^f(z) = [1 - \lambda(z)]P_\infty \quad (2.3)$$

onde $\lambda(z)$ é a taxa de perda de confinamento do maciço, que determina a taxa de deformação do maciço escavado antes da colocação do revestimento, sendo esta a origem do método CV-CF (BERNAUD, 1991).

Considerando a seção transversal da frente de escavação, a pressão P_i^f logo à frente desta seção é considerada igual a pressão P_∞ , pois ainda não ocorreu a escavação. Nesta situação, o

valor de $\lambda(z)$ é nulo, indicando que não houve perda de confinamento do maciço. O valor de $P_i^f = P_\infty$ tende a diminuir conforme a frente de escavação se afasta de uma dada seção do túnel, até atingir um valor nulo, quando a frente de escavação está suficientemente afastada da seção. A situação descrita é tratada como o princípio fundamental do método CV-CF e é ilustrada na Fig. 2.4.

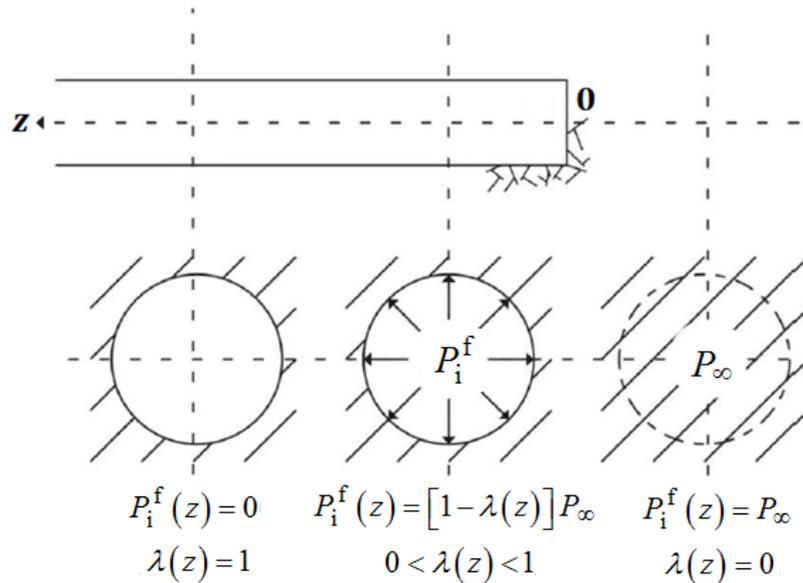


Figura 2.4: Variação da pressão fictícia P_i^f para um túnel sob condições de axissimetria (Adaptado de BERNAUD, 1991).

A pressão P_i pode assumir duas situações, considerando o momento da instalação do revestimento: $P_i = P_i^f$ (antes da instalação do suporte) e $P_i = P_i^f + P_i^c$ (após a instalação do suporte). Neste último caso, P_i^c é a pressão de reação do revestimento ao maciço escavado, dada por (BERNAUD, 1991):

$$P_i^c = K_c[U_i(z) - U_i(d_0)] \quad (2.4)$$

onde K_c é a rigidez do revestimento, $U_i(z)$ é a convergência no revestimento a uma distância z da face de escavação e $U_i(d_0) = U_0$ é a convergência no momento da instalação do suporte, a uma distância $z = d_0$ da face de escavação. A rigidez K_c representa graficamente a inclinação da curva CF da Fig. 2.3.

A convergência U_0 pode ser determinada calculando a pressão P_i^f no momento da instalação do suporte no túnel, ou seja, através da Eq. (2.3) considerando $z = d_0$. Deste modo, é possível calcular o valor de P_i^c para um dado valor de P_i e U_i , determinando o valor de U_0

pela Eq. (2.4). De acordo com Couto (2011), diversos autores elaboraram formulações explícitas em axissimetria para determinação do valor de U_0 , como Panet e Guenot (1982) e Panet (1995). Porém, estas formulações apresentam limitações e erros conforme descrito a seguir.

2.3.2 Novo Método Implícito (NMI)

Os gráficos de convergências $U_i \times z$ das Figuras 2.5 (a) e (b) ilustram a variação da convergência na parede da escavação de um túnel revestido, ao longo de uma distância longitudinal z , onde a origem dos gráficos representa a frente de escavação do túnel. O gráfico da Figuras 2.5 (a) mostra claramente que o aumento da rigidez K_c do concreto projetado gera reduções nas convergências U_i na parede da escavação. Esta situação não ocorre no caso da Fig. 2.5 (b) (BERNAUD, 1991).

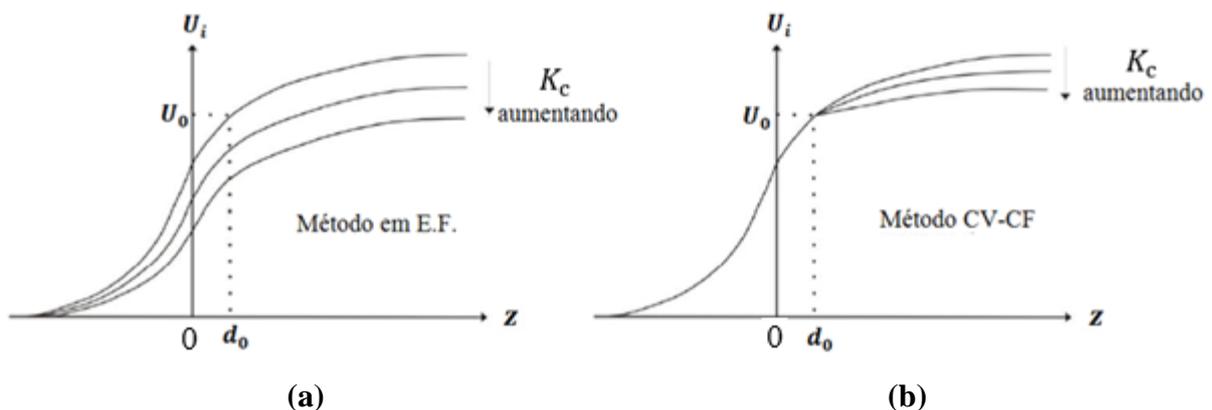


Figura 2.5: Influência da variação da rigidez do revestimento em perfis de convergências: (a) Solução por elementos finitos; (b) Solução pelo Método CV-CF (BERNAUD, 1991).

A Figura 2.5 (b) ilustra que nos resultados obtidos pelo método CV-CF, o aumento da rigidez K_c do revestimento provoca variações na convergência U_i somente após a instalação do revestimento ($U_i > U_0$). Esta é uma limitação grave do método CV-CF, pois a interação entre o maciço e revestimento não é dada apenas pela influência da rigidez K_c no ponto de equilíbrio $U_i = U_{eq}$ (visto que $U_{eq} > U_0$), mas também no momento da instalação do suporte em $U_i = U_0$ (BERNAUD, 1991).

O Novo Método Implícito (NMI) apresenta soluções, formuladas de acordo com os conceitos básicos do método CV-CF e calibradas por meio do software de elementos finitos GEOMEQ91, que incluem a influência da rigidez K_c na determinação da convergência U_0 . O

NMI foi desenvolvido por Bernaud (1991), onde foram apresentadas soluções envolvendo maciços em comportamento elástico. Posteriormente, Bernaud e Rousset (1992) acrescentaram ao estudo anterior soluções para maciços em comportamento elasto-plástico.

Bernaud (1991) verificou erros de até 50% na comparação dos resultados do método CV-CF e da simulação numérica, enquanto o NMI, concebido para a correção dos erros do método CV-CF, pode apresentar erros de até 10% nos resultados quando comparado a simulação numérica.

2.4 ANÁLISE NUMÉRICA PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (MEF)

Todas as etapas de análise de um túnel podem ser perfeitamente reproduzidas por uma análise numérica, que está restrita apenas à capacidade computacional da máquina que efetua a análise. De acordo com Couto (2011), o emprego de metodologias numéricas também permite considerar as diversas complexidades geométricas de túneis, como: as diferentes formas de seções de escavações e suas parcializações, a presença de descontinuidades do maciço e de estratos não homogêneos e não isotrópicos. Além disso, problemas complexos, como as tensões iniciais não homogêneas e o comportamento da relação tensão-deformação do maciço, podem ser resolvidos por meio da simulação numérica.

A principal metodologia numérica, e também a mais usual, é o Método dos Elementos Finitos (MEF), existindo ainda outras abordagens como o Método das Diferenças Finitas e o Método dos Elementos de Contorno. Informações detalhadas sobre o MEF e suas deduções analíticas podem ser encontradas em Cook (1995), Potts e Zidravkovic (1999) e Rao (2004).

As etapas e metodologias construtivas empregadas em túneis exercem forte influência na distribuição de tensões e deformações ao redor da escavação do maciço e do suporte instalado (GALLI; GRIMALDI; LEONARDI, 2004). Um modelo computacional eficiente permite considerar todas as etapas importantes na concepção de um túnel, como: geometria e profundidade, fases de escavação, instalação da estrutura de suporte, etc. Métodos numéricos mais avançados permitem até mesmo verificar a influência mecânica de estruturas próximas ao local da passagem de um túnel (FRANÇA, 2006).

Os modelos numéricos bidimensionais são menos dispendiosos e são boas soluções alternativas às metodologias tridimensionais, porém são modelos menos completos e que apresentam algumas restrições. Estes modelos podem ser resumidos como uma aproximação à situação tridimensional, efetuada como uma sequência de análises bidimensionais das seções transversais de maior interesse no processo de construção de um túnel (GOMES, 2006).

Os modelos bidimensionais são caracterizados pela análise restrita em deformações planas, sendo as soluções em axissimetria restritas as condições vistas no item 2.2. A verificação do melhor modelo, para análise estrutural de um dado túnel, decorre das restrições e das hipóteses impostas ao problema. Os modelos numéricos tridimensionais representam com exatidão o comportamento mecânico entre o maciço e revestimento, bem como o estado de tensões e deformações nas regiões próximas à frente de escavação de um túnel (GOMES, 2006).

2.4.1 Modelos numéricos bidimensionais e tridimensionais

Os modelos numéricos em axissimetria apresentam como principal característica a análise computacional de túneis a partir de seções transversais planas, tornando os cálculos mais simples e rápidos do que os modelos numéricos 3D. Uma restrição necessária, na aplicação dos modelos em axissimetria, é a suposição de que as seções transversais analisadas estão afastadas da frente de escavação do túnel. Estes modelos são capazes de reproduzir numericamente as fases de escavação e comportamento do suporte, assim como o movimento e a proximidade da frente de escavação (BERNAUD, 1991).

A Figura 2.6 exemplifica túneis analisados por modelos em axissimetria, mostrando as características das seções transversais e das malhas de elementos finitos. Conforme é ilustrado, estes modelos permitem a aplicação de diferentes geometrias de seção transversal para o túnel, além de possibilitar a modelagem de perfis de solo ou rocha não homogêneos (QUEVEDO, 2017).

Os seguintes métodos e referências podem ser citados, para maiores detalhes a respeito dos métodos em axssimetria: método da pressão fictícia interna (PANET e GUENOT, 1982), método da redução de rigidez do núcleo (SWOBODA; MARENCE; MADER, 1994) e método da redução do carregamento (POTTS; ZIDRAVKOVIC, 1999).

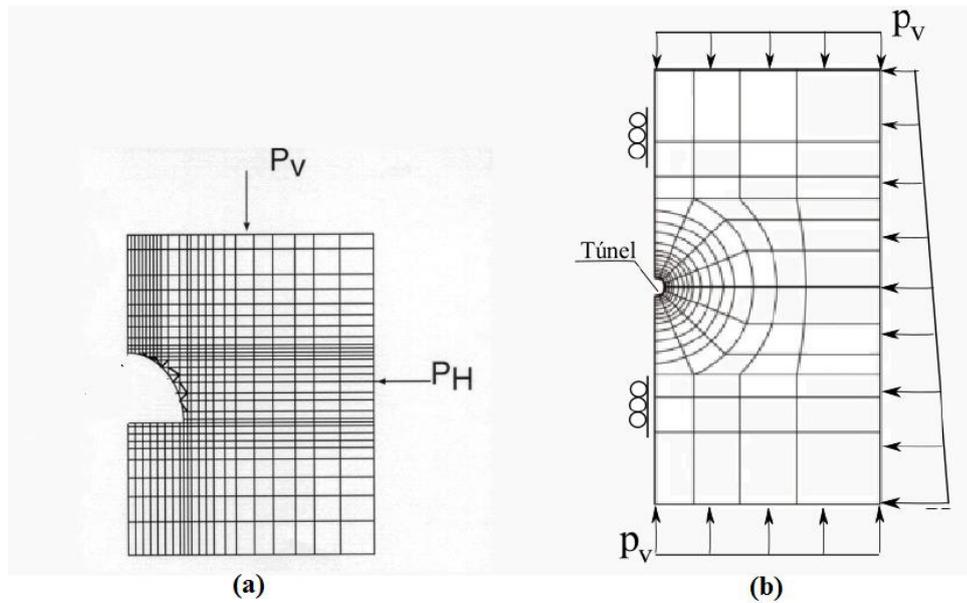


Figura 2.6: Características gerais de túneis modelados em axissimetria: (a) Geometria de um túnel em seção ferradura; (b) Geometria de um túnel em seção circular (COUTO, 2011).

Considerando a axissimetria na modelagem computacional bidimensional, o software de elementos finitos GEOMECC91 merece destaque e será utilizado nas análises de confiabilidade deste estudo. O código GEOMECC91 foi desenvolvido por Bernaud (1991) como uma ampliação do antigo código GEOMECC desenvolvido no Laboratório de Mecânica dos Sólidos da Escola Politécnica de Paris, aumentando muito o campo de aplicação do antigo código. O princípio de funcionamento do GEOMECC91 é baseado no procedimento de ativação e desativação de elementos finitos, que leva em consideração o caráter tridimensional do processo de escavação de túneis através de uma análise axissimétrica (BERNAUD, 1991).

Conforme Bernaud (1991), a biblioteca de elementos finitos do código é composta de elementos isoparamétricos com funções de interpolação linear e quadrática: elementos em linhas (dois e três nós), triangulares (três e seis nós) e quadrangulares (quatro, oito e nove nós). A Figura 2.7 ilustra os elementos finitos que compõe a biblioteca do GEOMECC91, enquanto a Fig. 2.8 ilustra um exemplo de malha típico para túneis em axissimetria simulados com o código.

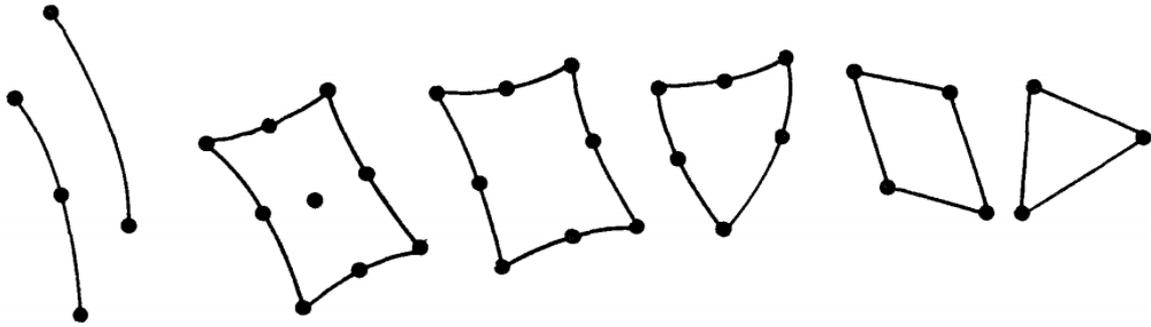


Figura 2.7: Geometria dos elementos finitos presentes na biblioteca do GEOMECC91 (BERNAUD, 1991).

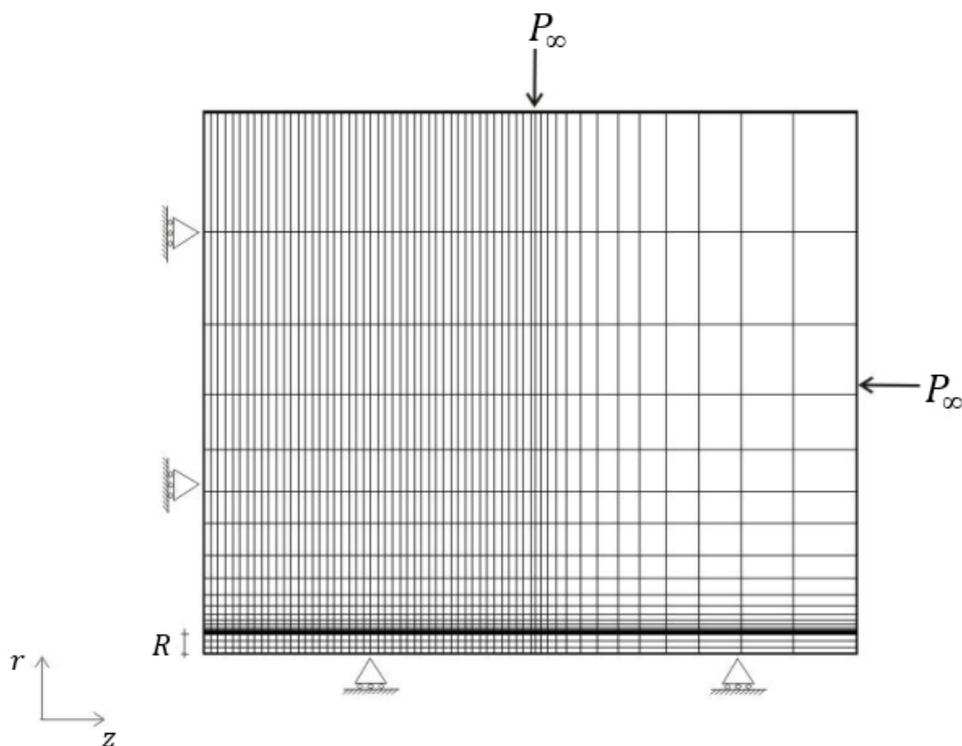


Figura 2.8: Malha de elementos típica aplicada na análise de túneis em axissimetria com o GEOMECC91 (BERNAUD, 1991).

Para túneis sem reforço, o GEOMECC91 simula com eficiência maciços em elasticidade, plasticidade e viscoplasticidade (critérios de Tresca, Mohr-Coulomb, von Mises e Drucker-Prager), tendo a possibilidade de considerar o revestimento em concreto (elasticidade e plasticidade) nas análises. Para a modelagem de túneis reforçados com tirantes, o software permite a análise em elasticidade e plasticidade anisotrópica (critérios de von Mises e Drucker-Prager), considerando os princípios do Método de Homogeneização (BERNAUD; DE BUHAN; MAGHOUS, 1995).

Conforme mostra a Figura 2.9, o MEF é o principal método usado em modelos tridimensionais, onde de forma similar aos métodos bidimensionais, são discretizadas malhas de elementos finitos tridimensionais no maciço escavado, região de escavação e instalação dos suportes e reforços do túnel. Uma das vantagens da aplicação do MEF em modelos 3D é a discretização de elementos finitos das mais variadas geometrias e dimensões, como prismas retangulares, triangulares, cubos, etc. Além disso, conforme ilustra a Fig. 2.9, o modelo em elementos finitos tridimensionais permite discretizar com maior exatidão o processo de escavação parcializada.

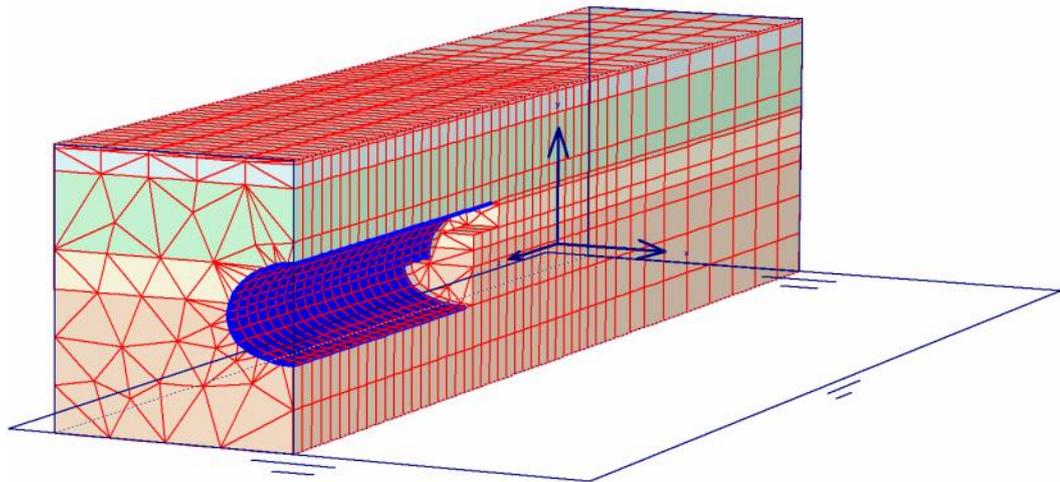


Figura 2.9: Exemplo de modelo tridimensional utilizando o MEF: Malha de elementos finitos para túneis profundos (FRANÇA, 2006).

As metodologias tridimensionais também são recomendadas para situações complexas envolvendo o maciço a ser escavado. Logo, qualquer heterogeneidade, anisotropia do material, posição e forma das camadas que caracterizam o maciço podem ser representadas (GOMES, 2006). As ilustrações da Fig. 2.10 mostram que o MEF aliado a modelos 3D também é aplicado em análises de outros tipos de estruturas ligadas a túneis, como cavernas subterrâneas e galerias de união de túneis.

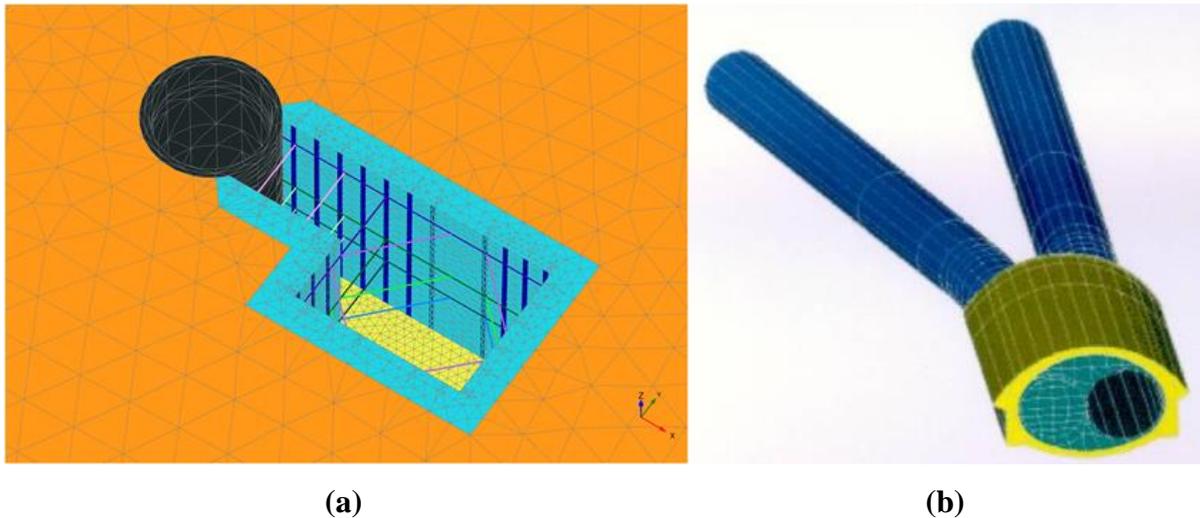


Figura 2.10: Análise pelo MEF de estruturas 3D ligadas a túneis: (a) Modelagem de uma galeria de acesso; (b) Modelagem de uma galeria de união entre dois túneis (<https://mundisoft.pt/portfolio-item/plaxis/>; GOMES, 2006).

Conforme mostra a Figura 2.11 (a), as metodologias citadas também podem ser aplicadas ao estudo da influência de estruturas, externas e/ou superficiais, no comportamento mecânico e estrutural de um túnel. Edificações superficiais podem influenciar estruturalmente um túnel superficial, onde estas influências podem ser avaliadas a partir de elementos finitos tridimensionais. A Figura 2.11 (b) mostra uma simulação, em elementos finitos tridimensionais, da escavação em parcializações de um túnel circular.

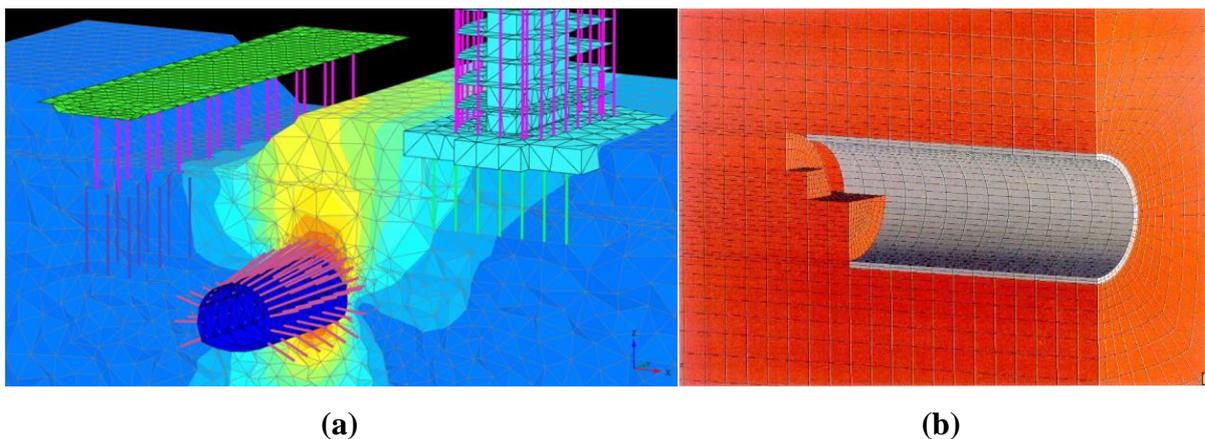


Figura 2.11: (a) Análise numérica tridimensional da influência de edificações em túneis rasos com tirantes; (b) Modelo tridimensional da escavação parcial de um túnel circular (<https://mundisoft.pt/portfolio-item/plaxis/>; GOMES, 2006).

A aplicação dos métodos tridimensionais a diferentes tipos de geometrias de túneis também configura uma grande vantagem. Nas Figuras 2.12 (a) e (b) são ilustradas as características geométricas do Túnel do Paraíso, localizado em São Paulo, o qual foi dimensionado com o auxílio de modelos em elementos finitos tridimensionais.

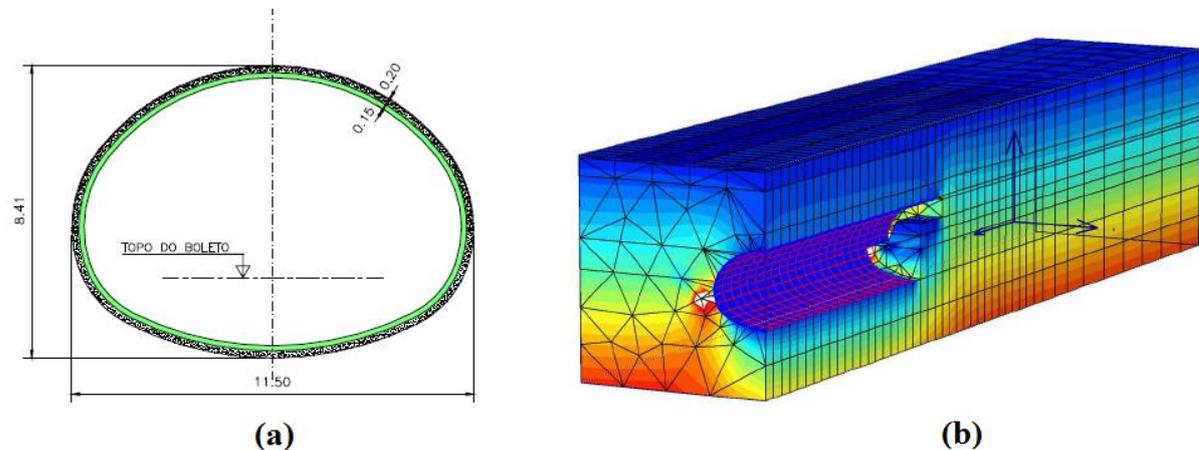


Figura 2.12: Túnel Paraíso, localizado em São Paulo: (a) geometria da seção transversal; (b) Análise de tensões através de modelos 3D em elementos finitos (FRANÇA, 2006).

As maiores desvantagens das análises tridimensionais decorrem de limitações dos sistemas computacionais utilizados nas simulações, principalmente referente à questão de *hardware*. Dentre as limitações computacionais, podem ser citadas: o alto consumo de tempo e memória na fase de processamento do modelo e armazenamento de resultados parciais e finais, dificuldades na definição de malhas para domínios tridimensionais complexos, etc. Devido a isto, os métodos tridimensionais ainda são pouco explorados durante a análise estrutural de túneis. Porém, com os avanços contínuos dos sistemas computacionais, estes métodos tendem a ser utilizados com maior recorrência, onde se tornarão amplamente difundidos em um futuro próximo.

2.4.2 Modelos numéricos para túneis reforçados com tirantes passivos

A modelagem numérica pelo método direto de discretização de elementos finitos, para túneis reforçados com tirantes passivos, apresenta grandes dificuldades tanto para casos bidimensionais como tridimensionais. A principal delas é a necessidade da discretização de diferentes tipos de elementos para compor a modelagem do túnel, como por exemplo, elementos de barra para os tirantes e elementos triangulares ou quadrangulares para o maciço e

revestimento. O procedimento de geração da malha para estes casos é bastante complexo, dentre outros motivos, devido a necessidade de refinamento em regiões de ligação entre os tirantes e o maciço. Logo, o cálculo numérico, dado pela representação das matrizes de rigidez e demais procedimentos analíticos reproduzidos pelo MEF, apresenta uma demanda de tempo alta até mesmo para computadores com configurações avançadas (COUTO, 2011).

Para resolver as complicações decorrentes, foram desenvolvidos métodos de análise da interação entre diferentes componentes estruturais, que buscam simplificar a malha de elementos finitos implementada. Dentre os métodos aplicados a maciços reforçados por tirantes passivos destacam-se o Método de Elementos Incorporados e o Método de Homogeneização.

De acordo com Elwi e Hrudey (1989), o Método de Elementos Incorporados, ou Método Incorporado, consiste em um procedimento de mapeamento inverso que transforma as coordenadas globais das camadas de reforço (tirantes independentes da malha de elementos finitos) em coordenadas naturais do elemento base da malha do maciço. Elwi e Hrudey (1989) desenvolveram o Método Incorporado pela primeira vez para um maciço com reforço em tirantes. O Princípio dos Trabalhos Virtuais foi utilizado para calcular as matrizes de rigidez de elementos (regulares e irregulares) da malha do maciço, que já inclui o reforço por tirantes através de acréscimos de rigidez aos elementos base. O método apresenta um modelo *slip bond*, que considera o movimento entre o tirante e o maciço na obtenção do campo de deformações.

Um exemplo de aplicação do Método Incorporado é ilustrado na Fig. 2.13 (a), onde o tirante é representado por um elemento de dois nós enquanto o elemento base do maciço é isoparamétrico com quatro nós. A Figura 2.13 (b) mostra que a compatibilidade das coordenadas dos nós permite incorporar a matriz de rigidez dos tirantes na matriz de rigidez do maciço, formando uma matriz global do sistema maciço-reforço (ZHOU; CHEUK; THAM, 2009).

O Método de Homogeneização para meios periódicos, ou somente Método de Homogeneização, deriva da ideia intuitiva de que o maciço reforçado por tirantes pode ser substituído por um meio equivalente, cujas propriedades de resistência são especificadas por um critério macroscópico (HASSEN; GUEGUIN; DE BUHAN, 2013). Conforme mostra a Figura 2.14, o método consiste em adotar o elemento base do maciço para discretizar uma determinada densidade de tirantes aplicada ao mesmo. Deste modo, a aplicação do MEF se resume a uma matriz de rigidez homogênea, dada pela soma das matrizes que representam as propriedades do maciço e da densidade de tirantes instalados.

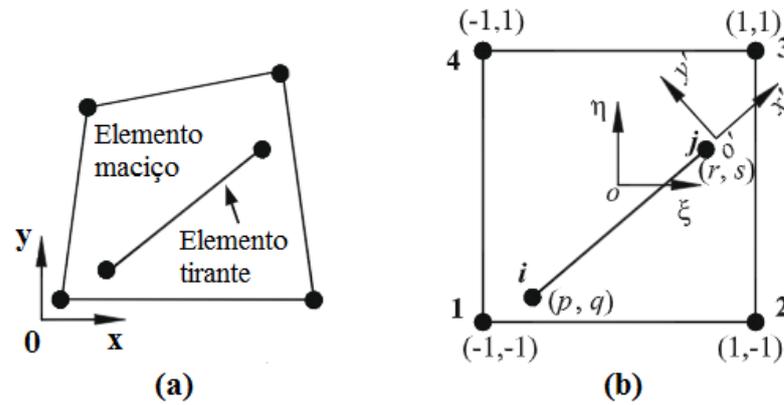


Figura 2.13: Aplicação do Método Incorporado em elementos finitos bidimensionais: (a) Configuração dos elementos do maciço e do tirante; (b) Sistema de coordenadas para aplicação do método (ZHOU; CHEUK; THAM, 2009).

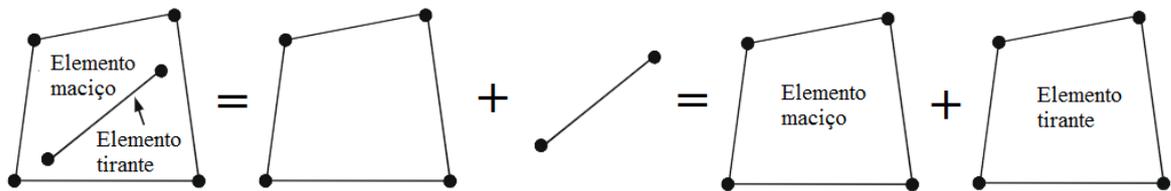


Figura 2.14: Aplicação dos conceitos do Método de Homogeneização na discretização de elementos bidimensionais de maciços reforçados por tirantes (ZHOU; CHEUK; THAM, 2009).

Wullschläger e Natau (1983) e Wullschläger e Natau (1987) foram os primeiros autores a introduzir o Método de Homogeneização, substituindo os elementos de tirantes e de um maciço rochoso por um único material anisotrópico. Nestes estudos, o modelo de homogeneização proposto foi testado, via modelagem computacional, para um túnel em axissimetria e deformações planas reforçado com tirantes. Greuell *et al.* (1994) desenvolveram uma solução analítica para o mesmo problema, baseada em um meio homogeneizado anisotrópico e uma lei elasto-plástica. Bernaud, De Buhan e Maghous (1995a) realizaram uma extensão deste último trabalho utilizando o MEF, o que permitiu considerar geometrias e condições de carregamento de maior complexidade.

De Buhan, Bourgeois e Hassen (2008) desenvolveram uma melhoria no Método de Homogeneização clássico, chamada Modelo Multifase, a qual permite considerar a interação entre os tirantes e o maciço rochoso circundante. Neste modelo, a interação entre maciço e tirante é feita de forma mútua e em escala macroscópica, através da superposição de duas fases contínuas que descreve, respectivamente, o solo e a malha do reforço. Uma análise de um túnel

reforçado, tridimensional e baseada no MEF, foi feita, permitindo analisar de forma detalhada o efeito dos tirantes na redução da convergência do túnel.

Bernaud *et al.* (2009) desenvolveram uma análise numérica bidimensional de um túnel axissimétrico com tirantes passivos, utilizando o Método de ativação-desativação de elementos finitos em conjunto com o Método de Homogeneização. Dentre as contribuições deste estudo estão: a possibilidade de considerar, de forma conjunta ou separada, tirantes radiais e na face da escavação, e o acréscimo de revestimento de concreto projetado juntamente com o reforço de tirantes. Maghous, Bernaud e Couto (2012) desenvolveram um modelo numérico tridimensional, baseado no MEF, para análise de túneis reforçados por tirantes passivos. Um critério elasto-plástico, baseado no Método de Homogeneização, é utilizado para representar a interface entre maciço e tirante. A acurácia do modelo é avaliada através de comparações dos resultados obtidos com o Método de Homogeneização e o Método Incorporado.

O Método de Homogeneização possui a importante característica de ser estendido para análises tridimensionais, além de facilitar a geração de malhas de elementos finitos. Os princípios analíticos básicos do Método de Homogeneização, para solução de problemas geotécnicos, foram definidos detalhadamente por Suquet (1985) e De Buhan (1986).

2.5 MÉTODOS BASEADOS NOS CONCEITOS DA GEOMECÂNICA TRIDIMENSIONAL

As metodologias analíticas para análise geomecânica de túneis envolvem o estudo do comportamento mecânico da interação solo-estrutura, realizado a partir da análise de tensões e deformações. Esta, por sua vez, é baseada nos conceitos básicos de elasticidade e plasticidade do maciço escavado, que pode ser reforçado com tirantes ou não.

Serão apresentados os princípios básicos da elasticidade e plasticidade para o estudo do comportamento mecânico do maciço escavado sem reforço e reforçado por tirantes passivos. Neste último caso, também serão apresentados conceitos básicos sobre escavações reforçadas com tirantes, importantes para a aplicação do Método de Homogeneização no estudo do comportamento elástico e elasto-plástico do maciço reforçado.

2.5.1 O contexto teórico da plasticidade

Quando um material é submetido a um carregamento acima do limite elástico, é dito que o material atingiu a plasticidade e suas deformações se tornaram permanentes. Potts e Zdravkovic (1999) classificam o comportamento de plasticidade dos materiais em: Elasto-

plástico perfeito, Elasto-plástico com endurecimento (*Hardening*) e Elasto-plástico com amolecimento (*Softening*).

Os materiais em regime Elasto-plástico perfeito são aqueles que apresentam um comportamento linear elástico quando descarregados. Este será o tipo de material utilizado neste trabalho. Os materiais elasto-plásticos com endurecimento também apresentam um comportamento elástico quando descarregados, porém, também é verificado um aumento da rigidez do material quando a tensão admissível é atingida, compatível com o aumento do carregamento. O material elasto-plástico com amolecimento apresenta uma redução da resistência às solicitações quando a tensão admissível e o comportamento plástico são atingidos (POTTS; ZIDRAVKOVIC, 1999).

Dentre os critérios de plasticidade existentes, serão descritos os critérios de Mohr-Coulomb e Drucker-Prager, bem como suas variantes denominadas critério de Tresca e von Mises. O critério de plasticidade é uma função escalar $F(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{\kappa}})$ que define graficamente o limite de escoamento do material através de uma superfície de separação entre o comportamento elástico e elasto-plástico. O parâmetro de estado $\underline{\underline{\kappa}}$ é dado de acordo com a variação das deformações plásticas, representando a mudança das componentes de tensões após a plastificação. No caso de materiais elasto-plásticos perfeitos o parâmetro $\underline{\underline{\kappa}}$ é considerado constante (POTTS; ZIDRAVKOVIC, 1999). A função $F(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{\kappa}})$ pode ser representada graficamente no estado plano de tensões, conforme ilustra a Fig. 2.15 (a). Na Figura 2.15 (b) a função $F(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{\kappa}})$ representa uma superfície.

Para especificar a direção das deformações plásticas, de acordo com a atuação do estado de tensões, é necessário definir uma regra de fluxo, dada por (POTTS; ZIDRAVKOVIC, 1999):

$$\Delta \varepsilon_{ij}^p = \Lambda \frac{\partial P(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{m}})}{\partial \sigma_{ij}} \quad (2.5)$$

Na Equação (2.5), $\Delta \varepsilon_{ij}^p$ representa o incremento de deformação plástica para cada componente do tensor de deformações plásticas $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$, $P(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{m}})$ é a função potencial plástico e Λ é um escalar multiplicador. A função potencial plástico é escrita na forma $P(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{m}}) = 0$, onde $\underline{\underline{m}}$ é o tensor dos parâmetros de estado. O gradiente da função $P(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{m}})$ define a direção das deformações plásticas.

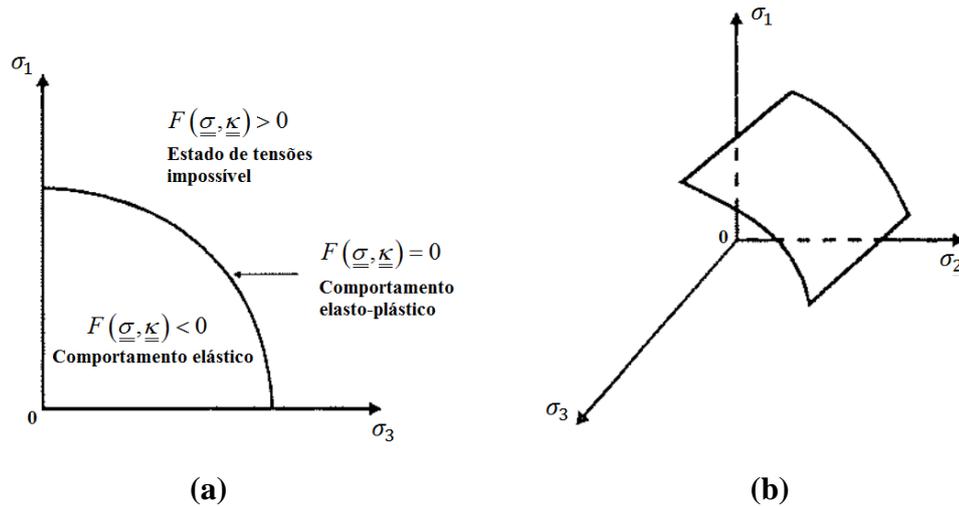


Figura 2.15: Representação gráfica do Critério de Plasticidade em função das componentes de tensões: (a) Representação plana; (b) representação tridimensional (Adaptado de POTTS e ZDRAVKOVIC, 1999).

A superfície descrita por $P(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{m}})$ pode ser traçada de acordo com os eixos das tensões principais, devido a estas coincidirem com os eixos de deformações principais. Sendo assim, é possível representar graficamente os incrementos de tensões (critério de plasticidade) e deformações plásticas (potencial plástico) utilizando o mesmo sistema de eixos coordenados.

A representação gráfica de $F(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{\kappa}})$ e $P(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{m}})$ no mesmo sistema de coordenadas permite realizar algumas simplificações que alteram a regra de fluxo definida na Eq. (2.5). Ao adotar $F(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{\kappa}}) = P(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{m}})$, a regra de fluxo é dita associada, enquanto para $F(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{\kappa}}) \neq P(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{m}})$ a regra de fluxo é dita não associada.

O critério de plasticidade de Mohr-Coulomb, em sua forma simplificada e considerando comportamento elasto-plástico perfeito do maciço, é dado por (BERNAUD, 1991; POTTS; ZIDRAVKOVIC, 1999):

$$F(\underline{\underline{\sigma}}) = \sigma_1 - \sigma_3 + (K_p - 1)(\sigma_1 - a) = 0 \quad (2.6)$$

onde σ_1 e σ_3 são as tensões extremas que determinam o ponto de tangência entre um círculo de Mohr e uma envoltória de ruptura. O coeficiente de empuxo passivo é dado por K_p , enquanto a é um parâmetro dependente da coesão e ângulo de atrito do maciço. Por se tratar de um material elasto-plástico perfeito, a coesão e o ângulo de atrito são parâmetros de estado constantes.

A Figura 2.16 (a) apresenta a área formada pelo critério de Mohr-Coulomb no estado plano de tensões. A área é delimitada pelas tensões admissíveis do material, garantindo que o material não entre em regime elasto-plástico caso as tensões extremas estejam localizadas dentro da área.

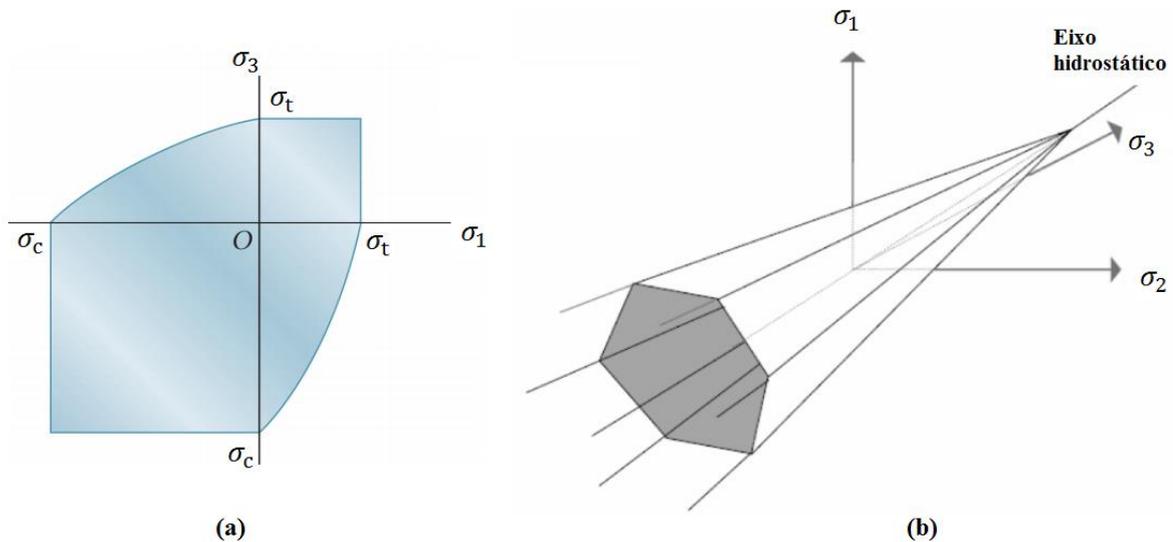


Figura 2.16: Representação gráfica do critério de Mohr-Coulomb em função das componentes de tensões: (a) Estado plano de tensões; (b) superfície descrita segundo componentes tridimensionais de tensões (http://www.ufjf.br/mac003/files/2015/01/criterios_falha.pdf).

A Figura 2.16 (b) mostra que a superfície tridimensional do critério de Mohr-Coulomb assume a forma de um cone hexagonal irregular no espaço das tensões principais. A condição de segurança, devido à ocorrência do regime elasto-plástico, é observada quando o ponto do estado de tensões em estudo encontra-se dentro da superfície.

O critério de Mohr-Coulomb indica que ocorrem acréscimos de deformações volumétricas, além das cisalhantes, no material analisado. Logo, a deformação volumétrica do material, indicada pelo ângulo de dilatância ψ , precisa ser considerada. Para uma lei de fluxo associada, a curva de potencial plástico é considerada igual à envoltória de Mohr-Coulomb, o que significa que o ângulo ψ é igual ao ângulo de atrito φ e a função $P(\underline{\underline{\sigma}})$ é idêntica a Eq. (2.6). A lei de fluxo não associada é empregada quando o ângulo de atrito é diferente do ângulo de dilatância, ou seja $\psi < \varphi$. Neste caso, a função $P(\underline{\underline{\sigma}})$ será semelhante a Eq. (2.6), onde o ângulo φ é substituído por ψ . Para o caso de dilatância nula ($\psi = 0$), o material é dito perfeitamente plástico não dilatante (POTTS; ZIDRAVKOVIC, 1999).

Quando o ângulo de atrito é nulo, o critério de Mohr-Coulomb é reduzido ao critério de Tresca, amplamente utilizado na representação da plasticidade em argilas normalmente adensadas não drenadas, dado por:

$$F(\underline{\underline{\sigma}}) = \sigma_1 - \sigma_3 + 2c = 0 \quad (2.7)$$

onde c é a coesão do maciço.

O critério de Tresca é caracterizado pelas deformações volumétricas nulas durante o fluxo plástico, sendo a sua superfície representada por um cilindro hexagonal regular no espaço das tensões principais. Nos casos das argilas normalmente adensadas, a coesão da Eq. (2.7) é representada pelo parâmetro S_u (resistência não drenada).

O critério de Drucker-Prager diz que o comportamento plástico do material inicia quando a invariante J_2 , do tensor desviatório, e as tensões hidrostáticas, atingem um valor crítico (NETO; PERIC; OWEN, 2008). O critério de plasticidade de Drucker-Prager é definido pela seguinte função (DRUCKER; PRAGER, 1952; NETO; PERIC; OWEN, 2008):

$$F(\underline{\underline{\sigma}}) = \alpha J_1 + J_2^{1/2} - \rho = 0 \quad (2.8)$$

onde α e ρ são constantes positivas em cada ponto do material. O primeiro e segundo invariantes de tensão, J_1 e J_2 , são dados conforme segue:

$$J_1 = \text{tr}(\underline{\underline{\sigma}}) = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33} \quad (2.9)$$

$$J_2 = \frac{1}{2}(\underline{\underline{s}}:\underline{\underline{s}}) = \frac{1}{2}\|\underline{\underline{s}}\|^2 = \sqrt{\left(\sigma_{ij} - \frac{J_1}{3}\delta_{ij}\right)^2 \underline{e}_i \otimes \underline{e}_j : \underline{e}_i \otimes \underline{e}_j} = \sigma_{ij} - \frac{J_1}{3}\delta_{ij} \quad (2.10)$$

onde $\underline{\underline{s}} = \text{desv}(\underline{\underline{\sigma}})$ é o tensor de segunda ordem desviador, que define a parte desviadora do tensor $\underline{\underline{\sigma}}$.

Quando o coeficiente α assume um valor nulo, o critério de Drucker-Prager, dado pela Eq. (2.8), é reduzido ao critério de plasticidade de von Mises. A superfície de von Mises no

espaço tridimensional é representada por um volume cilíndrico, enquanto a superfície de Drucker-Prager é representada por um cone de base circular, conforme mostra a Fig. 2.17.

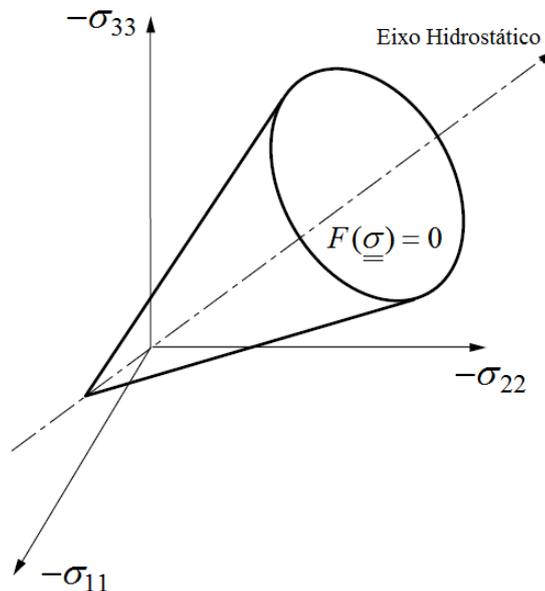


Figura 2.17: Superfície de plasticidade de Drucker-Prager no espaço tridimensional de tensões (NETO; PERIC; OWEN, 2008).

A função de potencial plástico pelo critério de Drucker-Prager e von Mises, $P(\underline{\sigma})$, também será designada pelas leis de fluxo associadas e não associadas, utilizando as mesmas definições para o ângulo de dilatância realizadas no critério de Mohr-Coulomb.

2.5.2 Conceitos básicos de elasticidade e elasto-plasticidade para túneis profundos não reforçados

O túnel em axissimetria, ilustrado na Fig. 2.18, será utilizado para descrever os princípios básicos de um maciço escavado em elasticidade, onde o estado de tensões e deslocamentos atuantes estão em um sistema de coordenadas cilíndricas ($\underline{e}_r, \underline{e}_\theta, \underline{e}_z$). O sistema de coordenadas convencional ($\underline{e}_x, \underline{e}_y, \underline{e}_z$) também é utilizado de forma auxiliar na definição das características geométricas e de posicionamento do maciço escavado.

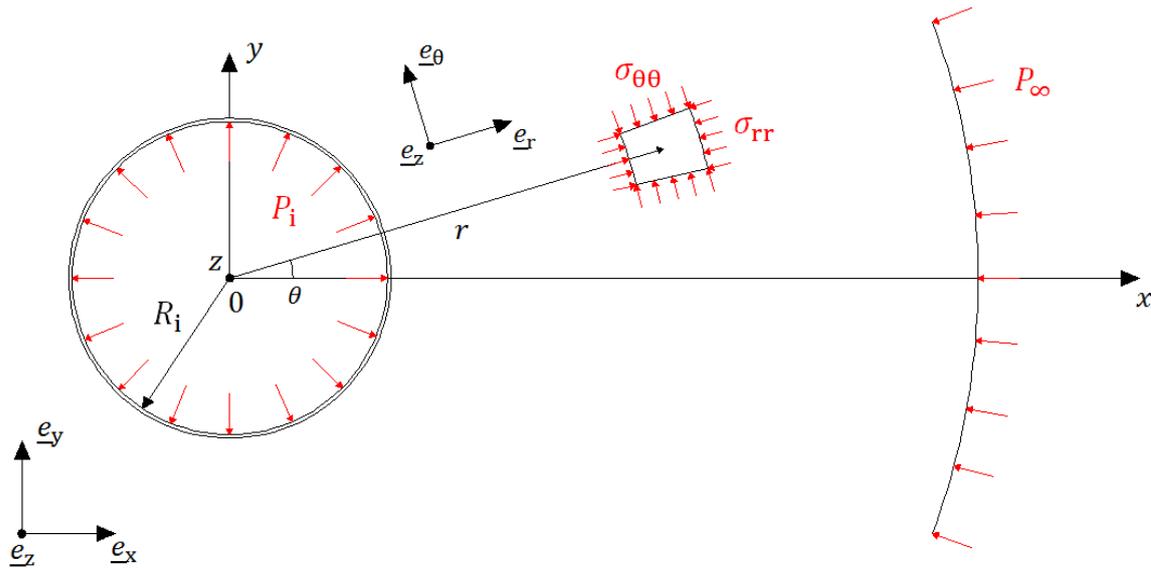


Figura 2.18: Seção transversal de um túnel em regime elástico, deformações planas e axissimetria (Adaptado de BERNAUD, 1991).

As componentes de tensões (σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$, σ_{zz}), em uma distância radial r do maciço escavado da Fig. 2.18, são representadas pelo tensor de tensões diagonal de Cauchy, conforme segue (BERNAUD, 1991):

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{bmatrix} \sigma_{rr} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\theta\theta} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Na Eq. (2.11), as componentes de tensões tangenciais são nulas. As componentes de tensões σ_{rr} e $\sigma_{\theta\theta}$ variam de acordo com a distância r adotada, onde é possível afirmar que, em uma distância suficientemente afastada da escavação, as tensões não sofrem influência do desconfinamento do maciço. Neste caso, as componentes são iguais ao tensor de tensões inicial do maciço (antes da escavação), ou seja, $\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\sigma}}_0 = -P_\infty \underline{\underline{1}}$. A componente de tensão σ_{zz} não sofre variação uma vez que não existe perda de confinamento na direção z .

O campo de deformações infinitesimais é definido com base no gradiente do campo de deslocamentos $\underline{\underline{\xi}}$ (definido pela Eq. (2.1)) (SALENÇON, 2001):

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{1}{2}(\nabla \underline{\underline{\xi}} + \nabla \underline{\underline{\xi}}^T) = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial r} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{u}{r} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

onde u é o deslocamento radial do maciço escavado no regime elástico. No contexto da elasticidade infinitesimal isótropa, a lei de Hooke, que relaciona as componentes de tensões e deformações, é definida a seguir:

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{1 + \nu_m}{E_m} (\underline{\underline{\sigma}}_m - \underline{\underline{\sigma}}_0) - \frac{\nu_m}{E_m} \text{tr} (\underline{\underline{\sigma}}_m - \underline{\underline{\sigma}}_0) \underline{\underline{1}} \quad (2.13)$$

Na Equação (2.13), ν_m e E_m são o coeficiente de Poisson e o módulo de Young do maciço. A partir desta equação são formuladas as componentes de tensões e deslocamentos do maciço escavado no regime elástico.

A Figura 2.19 esquematiza um túnel em axissimetria escavado em um maciço elasto-plástico, onde este é dividido em duas regiões distintas limitadas por uma distância $r = R_p$, sendo R_p o raio plástico da escavação. Em regiões suficientemente próximas da cavidade, entre as distâncias radiais $r = R_i$ e $r = R_p$, o maciço apresentará comportamento em plasticidade, onde as deformações plásticas irão assumir valores $\varepsilon^p > 0$. Em regiões suficientemente afastadas da cavidade, as componentes de tensões assumem valores próximos da pressão inicial geostática do maciço (definidas por P_∞), onde neste caso, o maciço assume um comportamento elástico ($\varepsilon^p = 0$). Na distância $r = R_p$ as componentes de tensões no regime elástico e elasto-plástico se igualam, sendo $P_i = P_{lim}$ a pressão limite na parede da escavação que indica a mudança de regime do maciço (BERNAUD, 1991).

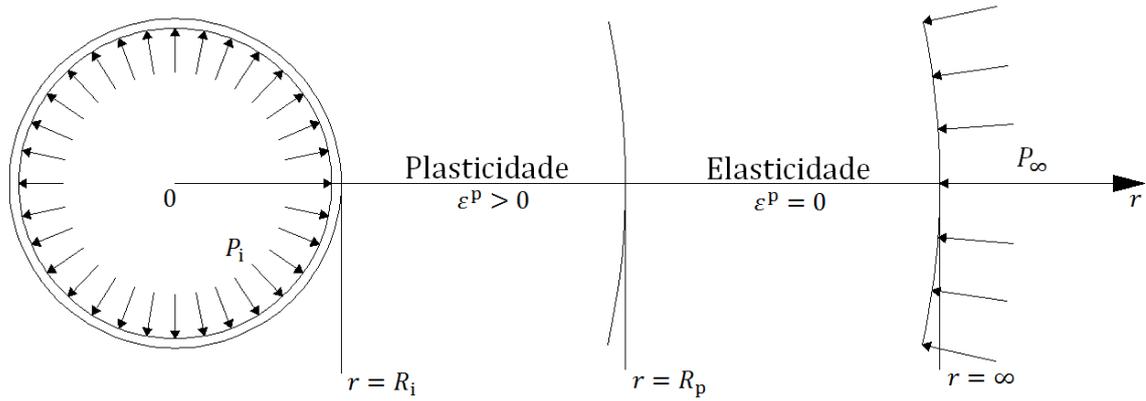


Figura 2.19: Regiões de elasticidade e plasticidade de um túnel em axissimetria e deformações planas (Adaptado de CORBETTA, 1990).

A definição do campo de tensões e deformações para o maciço em regime elasto-plástico é similar ao desenvolvimento que define as formulações do maciço em elasticidade. Na plasticidade, as formulações mudam de acordo com a região do ponto analisado, localizado em uma distância r do centro da escavação. Para ambas as regiões, o desenvolvimento analítico dos campos é realizado através dos critérios de plasticidade, definidos pelas funções de plasticidade e de potencial plástico, $F(\underline{\underline{\sigma}})$ e $P(\underline{\underline{\sigma}})$, abordadas no item 2.5.1.

De acordo com Corbetta (1990) e Bernaud (1991), o tensor de deformações linearizado $\underline{\underline{\varepsilon}}$ é dado por duas parcelas, referentes ao comportamento elástico $\underline{\underline{\varepsilon}}^e$ e plástico $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$. O tensor $\underline{\underline{\varepsilon}}$ foi definido na Eq. (2.12) enquanto o tensor $\underline{\underline{\varepsilon}}^e$ é determinado pela Lei de Hooke, definida na Eq. (2.13). O tensor $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$ é definido através do cálculo do gradiente da função $P(\underline{\underline{\sigma}})$. Logo, o tensor $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$ é dado por:

$$\underline{\underline{\varepsilon}}^p = \varepsilon^p \frac{\partial P(\underline{\underline{\sigma}})}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \quad (2.14)$$

As Equações (2.11) à (2.14) fundamentam o desenvolvimento analítico do campo de tensões e deslocamentos do maciço escavado em elasticidade e elasto-plasticidade. Na metodologia deste trabalho serão definidas as componentes de tensões e deslocamento radial para o regime elástico e elasto-plástico, considerando o critério de Mohr-Coulomb e Tresca.

2.5.3 Método de Homogeneização aplicada à simulação de túneis reforçados com tirantes passivos

A ideia intuitiva do Método de Homogeneização é transformar o problema heterogêneo, de um maciço rochoso reforçado por tirantes, em um meio homogêneo equivalente, considerando um ponto de vista macroscópico para as propriedades do maciço. O material homogeneizado apresenta características anisotrópicas, provocadas principalmente pela orientação dos reforços aplicados no maciço (DE BUHAN; SALENÇON, 1990).

Neste item serão descritos os conceitos básicos e de caráter geométrico pertinentes a túneis com tirantes, que delimitam as metodologias analítica e numérica do Método de Homogeneização.

2.5.3.1 Características geométricas de um túnel reforçado com tirantes

A Figura 2.20 ilustra um túnel em axissimetria com tirantes radiais e frontais, escavado em maciço homogêneo e isotrópico. Este túnel é submetido a um campo de pressões hidrostáticas $\underline{\underline{\sigma_0}} = P_\infty \underline{\underline{1}}$ com $P_\infty = \gamma_m H$. A razão entre R_i e H é muito pequena, de modo que o efeito da gravidade ao redor do túnel pode ser desprezado. Os tirantes radiais são produzidos em aço e dispostos ao redor da parede do túnel com a função de reduzir as convergências do mesmo e reforçar o maciço escavado. Os tirantes frontais, em geral produzidos em fibra de vidro e introduzidos no maciço da frente de escavação, tem como função estabilizar e reforçar o entorno do túnel e a sua frente na fase de construção. Posteriormente, os tirantes frontais são destruídos pelo próprio avanço da escavação (BERNAUD; DE BUHAN; MAGHOUS, 1995a).

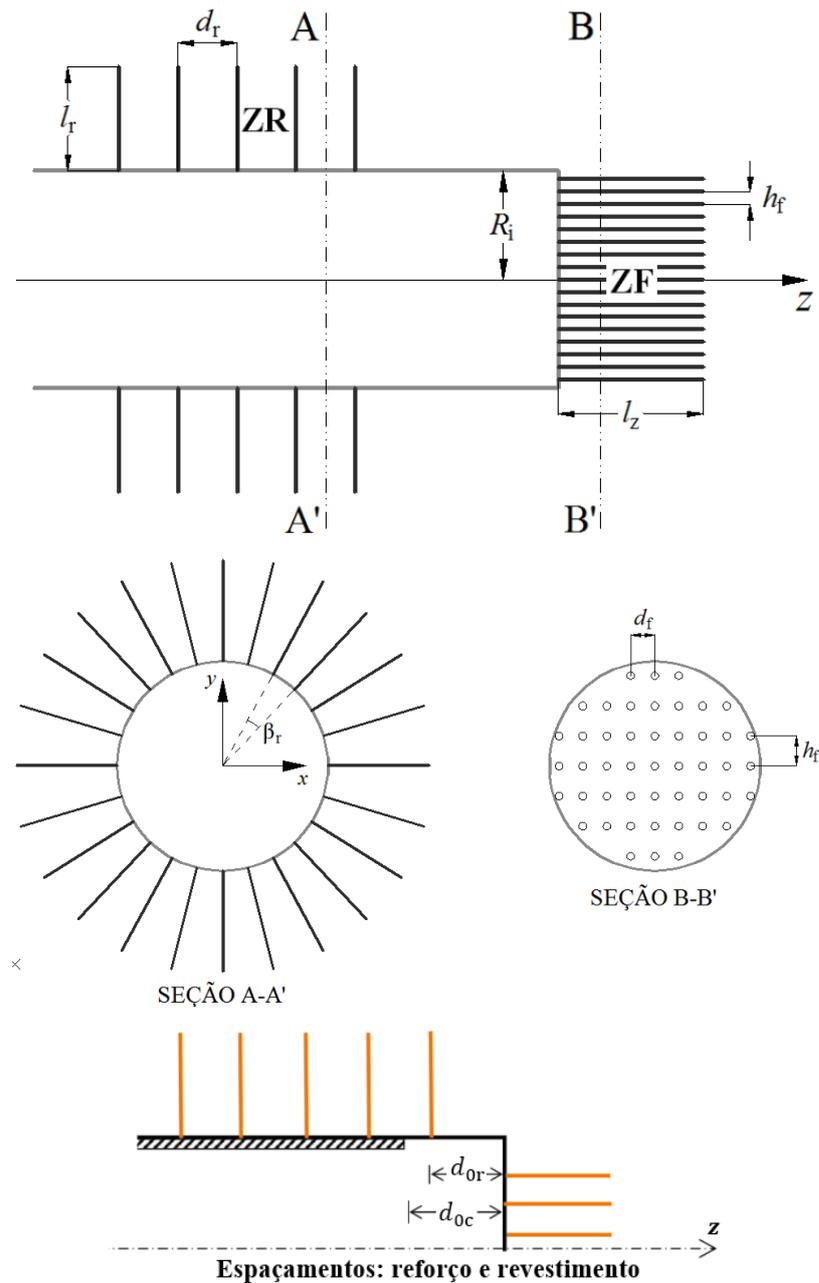


Figura 2.20: Características geométricas de um túnel circular reforçado por tirantes passivos (Adaptado de BERNAUD, DE BUHAN e MAGHOUS, 1995a).

No caso ilustrado na Figura 2.20 existem duas zonas onde os tirantes são instalados de forma periódica e regular. Estas zonas são chamadas de Zona Radial (ZR), que é a região do maciço circundante ao túnel, enquanto a Zona Frontal (ZF) trata-se da região não escavada afrente da direção de escavação. A Figura 2.20 também ilustra a disposição dos tirantes passivos nessas regiões através dos detalhes dos cortes A-A' e B-B' (BERNAUD; DE BUHAN; MAGHOUS, 1995a).

Com relação ao reforço, a Figura 2.20 mostra que os tirantes radiais são posicionados na região ZR, de forma perpendicular a direção do eixo z e espaçados por uma distância regular d_r na direção deste eixo. Os tirantes radiais apresentam um comprimento l_r na direção radial e_r , a seção transversal A-A' mostra que os tirantes são instalados na parede do túnel afastados por um espaçamento angular β_r . Além de β_r , no caso de túneis revestidos e com tirantes é preciso lidar com dois tipos de espaçamentos na instalação dos mesmos: espaçamento d_{oc} entre a frente da escavação e o revestimento em concreto, e espaçamento d_{or} entre a frente de escavação e o reforço em tirantes. Os tirantes frontais são posicionados na região ZF, com um comprimento l_z . A seção transversal B-B' mostra que os tirantes frontais são instalados afastados por uma distância h_f , paralela a direção y , e d_f , paralela a direção x .

Para aplicação do procedimento de homogeneização ao túnel descrito, é necessário que os reforços radial e frontal sejam suficientemente densos. Para que os tirantes apresentem uma densidade alta, quando incorporados ao maciço, é necessário que as relações β_r/π , d_r/R_i , d_f/R_i , h_f/R_i sejam pequenas. Desta maneira, o maciço com tirantes passivos pode ser considerado, em escala macroscópica, como um meio ortotrópico na região ZR, e ortotrópico homogêneo no entorno do eixo z para a região ZF, transformando o meio heterogêneo em um meio homogêneo equivalente (BERNAUD; DE BUHAN; MAGHOUS, 1995a). A Figura 2.21 ilustra os domínios homogeneizados do túnel, representados por um volume de prisma piramidal na zona ZR e um volume de prisma retangular na zona ZF.

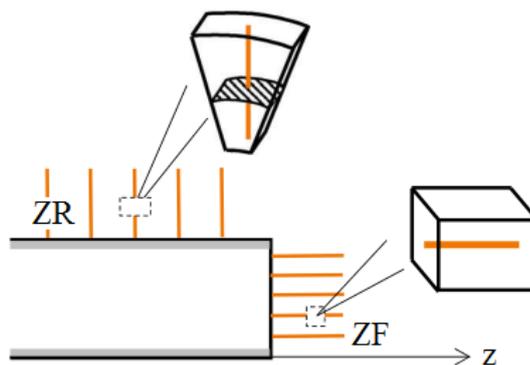


Figura 2.21: Volume representativo do domínio homogeneizado de um túnel em axissimetria (BERNAUD; DE BUHAN; MAGHOUS, 1995a).

A proporção do volume de tirantes η é definida como a relação entre a área da seção transversal dos tirantes, S_r e S_f , e a de uma seção específica do volume representativo analisado.

Assim, a proporção do volume de tirantes em ZR e ZF é dada por (BERNAUD; DE BUHAN; MAGHOUS, 1995a):

$$\eta = \begin{cases} \eta_r(r) = \frac{S_r}{d_r \beta_r r} \\ \eta_f = \frac{S_f}{d_f h_f} \end{cases} \quad (2.15)$$

A proporção de tirantes $\eta_r(r)$ em ZR diminui em função da distância radial r , uma vez que o espaçamento entre os tirantes radiais aumenta com o afastamento da parede do túnel, enquanto a proporção η_f em ZF é constante. A densidade de reforço δ_r em ZR é definida como a quantidade de tirantes por unidade de área (tirantes/m²) na parede do túnel, dada pela Eq. (2.15) considerando $r = R_i$ e $S_r = 1$ ($\delta_r = \frac{1}{d_r \beta_r R_i}$). De forma análoga, a densidade de reforço δ_f em ZF é definida como a quantidade de tirantes por unidade de área na superfície da frente de escavação, dada pela Eq. (2.15) considerando $S_f = 1$ ($\delta_f = \frac{1}{d_f h_f}$).

Apesar da proporção de tirantes $\eta(r)$ ser pequena em relação ao maciço, as características de rigidez do reforço são consideravelmente altas quando comparadas as do maciço. Analiticamente, esta situação é representada fazendo a proporção de volume dos tirantes tender a zero ($\eta \rightarrow 0$), o que resulta na seguinte equação (DE BUHAN; HASSEN, 2008):

$$\omega(r) = \begin{cases} \eta_r(r) E_r = \frac{S_r}{d_r \beta_r r} E_r = \delta_r R_i \frac{\pi D^2 E_r}{4 r} = \frac{w}{r} \\ \eta_f E_f = \frac{S_f}{d_f h_f} E_f = \delta_f E_f \frac{\pi D^2}{4} \end{cases} \quad (2.16)$$

onde E_r e E_f são o módulo de Young dos tirantes em ZR e ZF e $w = \delta_r R_i \frac{\pi D^2 E_r}{4}$.

2.5.3.2 Representação do comportamento mecânico do maciço em elasticidade

Limita-se à situação de túneis com tirantes puramente radiais. Conforme mostra a Figura 2.22, o maciço escavado e reforçado é dividido em duas regiões concêntricas ao redor do túnel, definidas como (GREUELL, 1993):

- Região (1): afastada da parede do túnel e não reforçada, constituída de um meio isotrópico composto apenas pelo maciço escavado que se estende ao infinito;

- Região (2): próxima da parede do túnel e reforçada por tirantes radiais, constituída de um meio homogeneizado anisotrópico composto pelo maciço e tirantes, compreende a extensão entre a parede da escavação ($r = R_i$) e o limite entre o maciço reforçado e não reforçado ($r = R_i + l_r$).

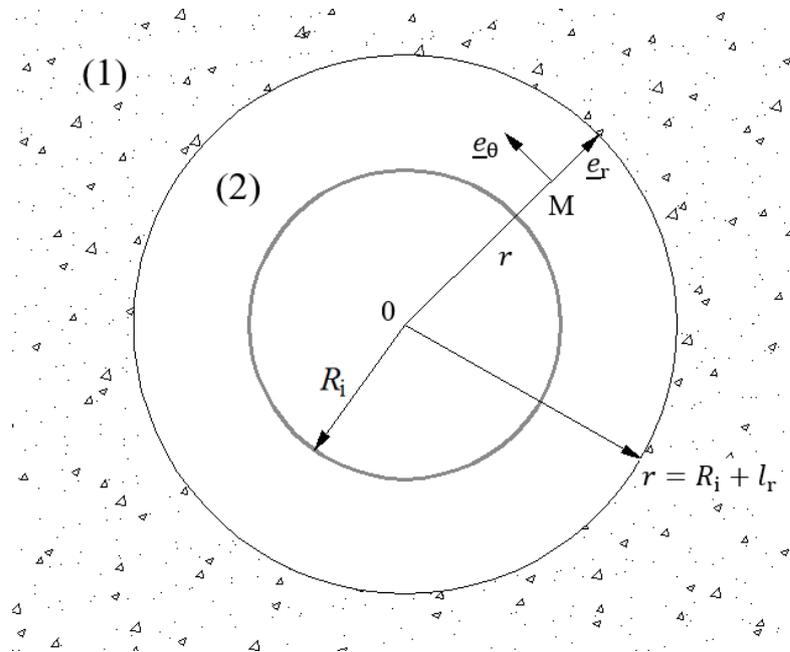


Figura 2. 22 : Regiões concêntricas de um túnel em axissimetria reforçado por tirantes passivos radiais (Adaptado de GREUELL, 1993).

A representação analítica da convergência da escavação, próxima ao que ocorre na realidade, é composta de duas fases distintas: a convergência da parede antes da instalação do reforço e após a instalação do reforço por tirantes passivos. No caso da elasticidade, a instalação do reforço obedece a seguinte restrição (GREUELL, 1993):

$$\frac{c}{P_{\infty}} > \lambda_d \quad (2.17)$$

onde λ_d é a taxa de desconfinamento do solo não reforçado no momento da instalação dos tirantes e c é a coesão do maciço escavado.

A Figura 2.23 descreve a evolução da curva de convergência em elasticidade, considerando as duas fases distintas. Nela é possível visualizar claramente o desenvolvimento da convergência do túnel não reforçado, até o momento da instalação do reforço, que provoca uma mudança de inclinação da curva.

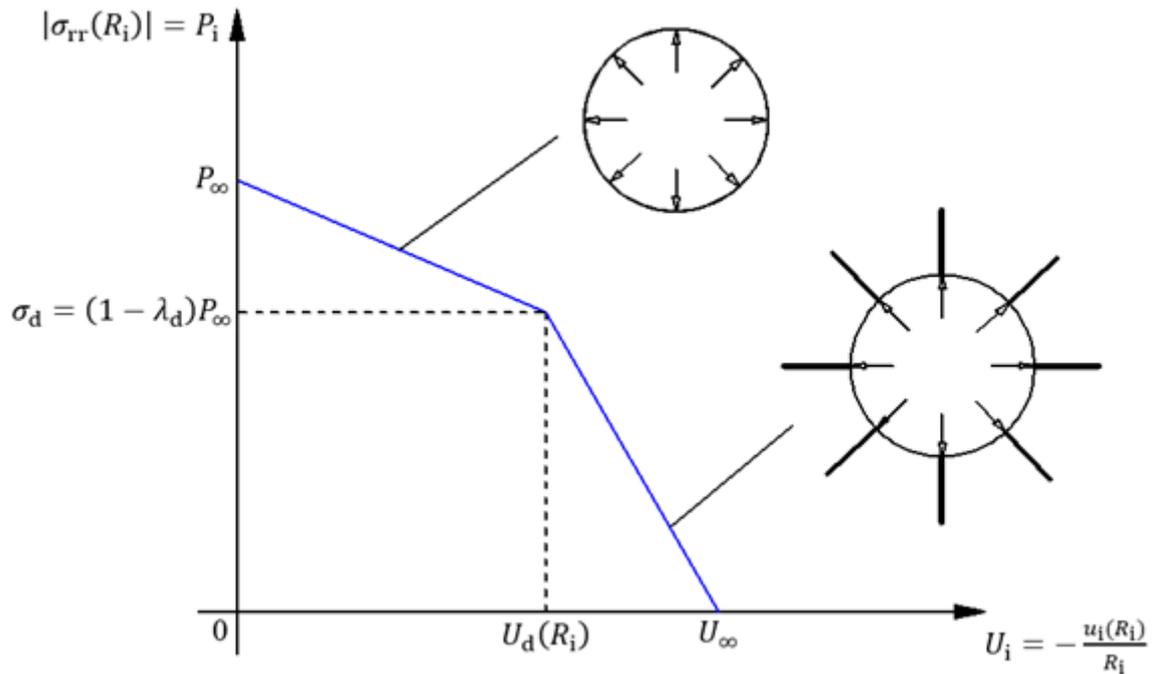


Figura 2.23: Curva de convergência em uma seção transversal específica de um túnel reforçado por tirantes passivos (Adaptado de GREUELL, 1993).

De acordo com o gráfico da Fig. 2.23, a análise analítica associada a evolução da convergência e instalação do reforço é similar ao que foi descrito no item 2.3.1. Quando o procedimento de escavação atinge a seção transversal analisada ocorre o alívio da pressão interna P_i , representada analiticamente por (GREUELL, 1993):

$$P_i = (1 - \lambda_{nr})P_\infty \quad (2.18)$$

sendo λ_{nr} a taxa de desconfinamento do maciço não reforçado ($0 \leq \lambda_{nr} \leq \lambda_d$). Nesta etapa, o comportamento mecânico do maciço escavado é regido pelas equações de campo referentes a elasticidade. Quando a frente de escavação atinge uma distância $z = d$ da seção analisada, ocorre a exata pressão $P_i = \sigma_d$ em que inicia a instalação dos tirantes:

$$P_i = \sigma_d = (1 - \lambda_d)P_\infty \quad (2.19)$$

Após a instalação dos tirantes, a convergência segue evoluindo juntamente com o alívio da pressão P_i :

$$P_i = (1 - \lambda_r)\sigma_d \quad (2.20)$$

sendo λ_r a taxa de desconfinamento do maciço reforçado, que varia entre 0 e 1.

2.5.3.3 Representação do comportamento mecânico do maciço em elasto-plasticidade

De forma análoga ao comportamento mecânico do maciço em elasticidade, visto no item anterior, será considerado o tempo de convergência do maciço em comportamento elasto-plástico antes da instalação do reforço. O reforço é colocado apenas radialmente e a plasticidade do material não reforçado (solo) é descrita pelo modelo de Tresca associado.

Com relação ao momento de instalação do reforço, existem duas situações de comportamento mecânico do maciço: elasticidade (visto no item anterior) e elasto-plasticidade. A Figura 2.24 (a) descreve a situação em que o maciço atinge a plasticidade antes da instalação dos tirantes. Neste caso, os equacionamentos para os campos de tensões e deslocamentos, no momento da instalação do reforço, são definidos com base nos critérios de plasticidade adotados (GREUELL, 1993).

Uma vez que o reforço é instalado, o maciço plastificado, agora reforçado pelos tirantes, recupera sua rigidez e, conseqüentemente, o comportamento elástico. Porém, conforme mostra a Fig. 2.24 (b), o maciço reforçado pode apresentar uma posterior evolução elasto-plástica, onde se desenvolve uma zona plástica novamente. Segundo Greuell (1993), podemos ter os tirantes posicionados de duas formas diferentes nesta situação (ver Fig. 2.24 (b)):

- $R_{p1} = R_{pr1} < R_i + l_r$: o raio plástico do maciço reforçado (em azul) é menor que a distância $r = R_i + l_r$ referente ao raio do comprimento de tirantes, indicando que estes estão posicionados tanto na zona elástica como plástica do maciço reforçado;
- $R_{p2} = R_{pr2} > R_i + l_r$: o raio plástico do maciço reforçado (em vermelho) é maior que a distância $r = R_i + l_r$ referente ao raio do comprimento de tirantes, indicando que estes estão posicionados totalmente na zona plástica do maciço reforçado.

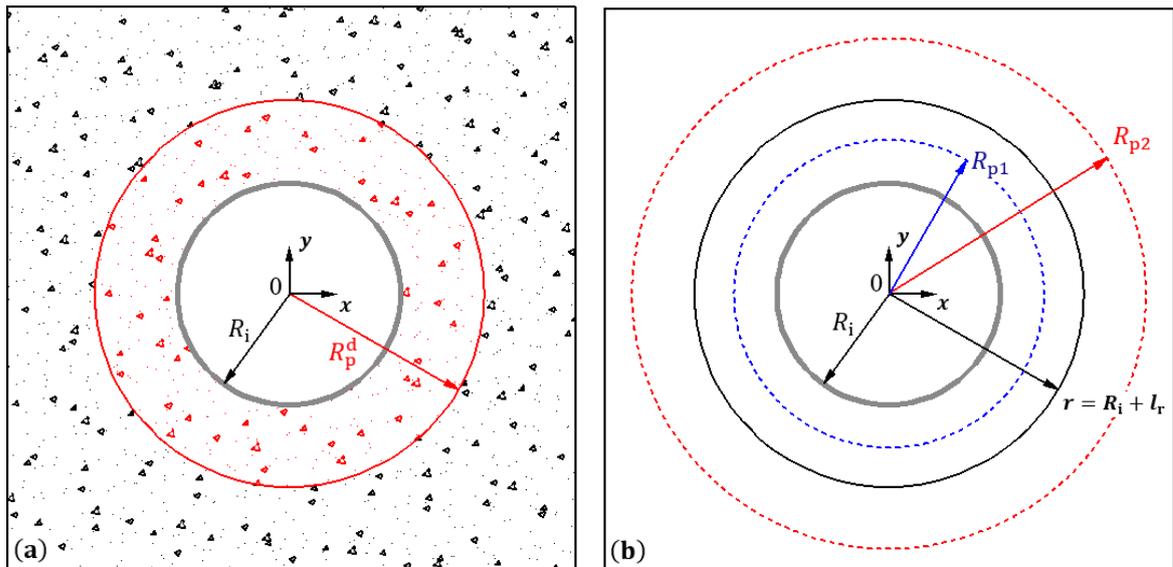


Figura 2.24: Maciço em elastoplasticidade durante a instalação de tirantes: (a) Maciço com raio plástico R_p^d no momento da instalação dos tirantes; (b) Situações de ocorrência da plasticidade no maciço reforçado (Adaptado de GREUELL, 1993).

As diferentes situações de posicionamento dos tirantes nas zonas elástica e plástica geram dificuldades na modelagem analítica do campo de tensões e deslocamentos do túnel, sendo necessário adotar uma hipótese de simplificação para facilitar os equacionamentos. Greuell (1993) sugere restringir o comprimento dos tirantes a uma dimensão infinita ($l_r = \infty$), simplificando assim os equacionamentos somente para as regiões elástica e plástica do maciço reforçado.

A simplificação descrita apresenta uma aproximação razoável à realidade, considerando que a proporção de aço do reforço reduz à medida que se afasta da parede da escavação. Greuell (1993) realizou um estudo paramétrico onde foram desenvolvidas as curvas de convergência, tensões e deformações para um túnel com tirantes de comprimento $l_r = 2\text{m}$ e $l_r = \infty$. A diferença entre as curvas para os dois comprimentos adotados foi mínima, o que verifica a hipótese de simplificação descrita.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA DA CONFIABILIDADE APLICADA NA ENGENHARIA

A confiabilidade surgiu com a necessidade crescente do setor industrial em reduzir a quantidade de erros e falhas em seus sistemas de produção. Para isso, eram realizadas análises a partir de dados estatísticos, que resultavam em probabilidades de ocorrência de falhas nos sistemas. Os primeiros setores a utilizar a confiabilidade no campo da engenharia foram a indústria de fabricação de aeronaves e setores responsáveis pela construção de usinas nucleares (VERMA; KARANKI; AJIT, 2016).

Os dados são obtidos através de uma análise estatística das medições, onde são verificados que alguns resultados ocorrem com maior frequência do que outros. Os múltiplos resultados nas medições, que não apresentam um padrão definido, originam um meio estocástico. O termo estocástico deriva do grego *sthocos*, que significa incerteza, aleatoriedade ou indeterminação (HALDAR; MAHADEVAN, 2000).

A confiabilidade é a garantia probabilística de que um sistema irá satisfazer um critério de desempenho pré-estabelecido. Por outro lado, a probabilidade de falha ocorre quando um sistema não satisfaz um critério de desempenho. Logo, confiabilidade e probabilidade de falha são termos complementares entre si (HALDAR; MAHADEVAN, 2000).

Durante o projeto e análise de qualquer tipo de estrutura ou obra geotécnica existem muitas incertezas, como as propriedades dos materiais, dimensões, carregamentos, métodos de cálculo, etc. A confiabilidade é aplicada com o objetivo de verificar se as definições e análises realizadas proporcionam percentuais de falha aceitáveis ao sistema projetado finalizado. Sendo assim, a análise de confiabilidade e riscos apresenta extrema importância em projetos que necessitam de altos índices de segurança, como: edificações e indústrias de grande porte, plataformas de petróleo, sistemas de canais e diques, barragens, pontes, túneis, etc.

Neste capítulo será apresentada uma revisão bibliográfica, que aborda as principais contribuições na literatura científica no que tange o uso da confiabilidade aliada a modelos analíticos e numéricos para análise geotécnica e estrutural de túneis. Também serão revisados os conceitos básicos de probabilidade e os principais métodos de confiabilidade utilizados na engenharia.

3.1 REVISÃO BIBLIOGRAFICA DA CONFIABILIDADE APLICADA A TÚNEIS

As primeiras pesquisas referentes à aplicação da confiabilidade acoplada com a análise geotécnica e estrutural de túneis surgiram com Kohno (1989), Laso (1991) e Kohno *et al.* (1992). Outras pesquisas iniciais, que permitiram a evolução do estudo da confiabilidade em túneis, foram desenvolvidas por Laso *et al.* (1995), Low e Tang (1997) e Hoek (1998).

Kohno (1989) propôs a utilização de métodos probabilísticos para avaliar as incertezas na fase de dimensionamento de um túnel. Foi verificada a confiabilidade do revestimento de um túnel considerando um maciço rochoso, através do Método de Primeira Ordem e Segundo Momento (*First Order and Second Moment Method – FOSM*). Laso *et al.* (1995) realizaram um estudo de confiabilidade em projeto de túneis, onde o critério de Mohr-Coulomb foi utilizado na análise do maciço escavado, que foi revestido com tela metálica e concreto projetado, além de reforçado com tirantes passivos. Os índices de confiabilidade para dois túneis, obtidos através do Método da Superfície de Resposta (MSR), foram avaliados por meio do FOSM. Os resultados mostram probabilidades de falha de 9,56% e 20,43% para o maciço, 9,18% e 0,58% para o revestimento, enquanto os tirantes e estruturas metálicas apresentaram uma probabilidade de falha de 0,00001% e 0,0025%.

Low e Tang (1997) desenvolveram um método prático, utilizando planilhas e baseado no FORM, para determinar o índice de confiabilidade de um sistema estrutural qualquer, incluindo túneis e seus revestimentos. Foram obtidas probabilidades de falha para os problemas propostos utilizando a ferramenta de otimização *Solver* do Microsoft Excel, considerando variáveis aleatórias de distribuição normal e não normal. Hoek (1998) desenvolveu uma nota técnica que estabelece procedimentos para avaliar a confiabilidade nos procedimentos de cálculo e análise de suportes em túneis. A influência da variação das propriedades do maciço escavado, aleatórias e com distribuição normal, foi estudada a partir de análises de Monte Carlo, utilizando o software @RISK e o Microsoft Excel.

O estudo de Mollon, Dias e Soubra (2009) apresenta uma análise de confiabilidade de um túnel circular superficial em solo coesivo. Duas funções de estado limite são definidas para avaliar a pressão de colapso e o recalque máximo do maciço escavado, onde o MSR foi utilizado para o cálculo dos índices de confiabilidade devido ao uso da simulação numérica nas análises. Os resultados mostraram que a distribuição não normal das variáveis aleatórias e a correlação entre as mesmas não produziram efeitos significativos nos índices de confiabilidade.

Li e Low (2010) estudaram a aplicação da confiabilidade na análise de um túnel circular pelo critério de Mohr-Coulomb, utilizando a ferramenta *Solver* do Microsoft Excel aliada aos

procedimentos e diretrizes definidos por Low e Tang (1997). A análise em confiabilidade foi realizada através do Método de Confiabilidade de Primeira Ordem (*First Order Reliability Method* – FORM), utilizando variáveis aleatórias de distribuição normal e não normal. Os índices de confiabilidade, obtidos para túneis com revestimento, são comparados com resultados obtidos pelo método de Monte Carlo, apresentando excelente concordância.

Lü e Low (2011) desenvolveram análises probabilísticas de túneis utilizando o FORM e o Método de Confiabilidade de Segunda Ordem (*Second Order Reliability Method* – SORM). As análises são realizadas para um túnel, circular e revestido, pelos critérios de plasticidade de Mohr-Coulomb e Hoek-Brown separadamente, além de um túnel em seção ferradura suportado por tirantes passivos. Os resultados mostram a grande influência da pressão do suporte na probabilidade de falha dos túneis circulares, enquanto os túneis com tirantes apresentam uma probabilidade de falha de 1,43% pelo FORM e 1,79% pelo SORM. Low e Einstein (2013) aplicaram os métodos FORM e SORM em um túnel circular com maciço homogêneo e isotrópico, revestido e reforçado por tirantes. O objetivo do estudo foi incorporar a confiabilidade no projeto do reforço, de modo a definir o comprimento e espaçamento dos tirantes que produzam baixas probabilidades de falha estrutural. O estudo também utilizou simulações de Monte Carlo para verificar os resultados dos métodos FORM e SORM.

Lü *et al.* (2017) utilizaram o FORM aliado ao MSR para analisar a confiabilidade de túneis circulares revestidos com concreto projetado e reforçado por tirantes. Foi investigada a influência das variáveis aleatórias do revestimento nos modos de falha do maciço e dos tirantes, além do próprio revestimento. As medidas de desempenho e índice de confiabilidade apresentaram boa concordância e otimização. O estudo de Lü *et al.* (2018) descreve a avaliação probabilística da convergência de um túnel considerando a variabilidade espacial das propriedades do maciço. Um modelo numérico baseado em análises de diferenças finitas é utilizado para simular o maciço escavado, onde é necessário o uso do MSR para definir modelos compatíveis com FORM para definição dos parâmetros de confiabilidade. Os resultados mostraram que a probabilidade de falha é superestimada quando a variabilidade espacial dos parâmetros é negligenciada.

Li e Yang (2018) desenvolveram um estudo de confiabilidade, aplicado a estabilidade da frente de escavação de túneis, através da consolidação de mecanismos múltiplos de falha com o Método da Superfície de Resposta (MSR). Os parâmetros geotécnicos do maciço, como a coesão e o ângulo de atrito, são considerados como variáveis aleatórias. Os resultados do estudo definem os comportamentos globais de falha da face da escavação, além da influência de variáveis aleatórias e fixas nos resultados de confiabilidade obtidos. Outras pesquisas, como

as de Mollon *et al.* (2011) e Zeng *et al.* (2014), também utilizaram a confiabilidade para verificar a estabilidade da frente de escavação de túneis.

Zhao *et al.* (2021) e Zhao *et al.* (2022) desenvolveram estudos de confiabilidade em túneis combinando modelos numéricos com expansão caótica polinomial associados com o método FORM e Monte Carlo. Os estudos de caso, aplicados a túneis circulares e em seção ferradura, produziram resultados de confiabilidade em excelente concordância para os dois métodos utilizados. A expansão polinomial caótica mostrou-se uma ferramenta eficaz e útil para substituir outros métodos clássicos e com maior demanda de tempo computacional, como o MSR.

3.2 CONCEITOS BÁSICOS SOBRE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

De acordo com Haldar e Mahadevan (2000), as incertezas de observações físicas decorrem do fato de diversas medições de certa quantidade física não resultarem em valores iguais, e, naturalmente, levam as incertezas estatísticas. Nas incertezas estatísticas, devido a informações limitadas de dados, não há informações precisas sobre a variabilidade das quantidades físicas de interesse. A variabilidade das medições ocorre devido às inúmeras flutuações do ambiente, procedimentos de teste realizados, instrumentos utilizados, observador das medições, etc. Estas incertezas podem ser resolvidas através da coleta de um grande número de medições ou observações, que resultam em uma alta probabilidade de confiança nas medidas adotadas no projeto.

As incertezas decorrentes de procedimentos de modelagem são aquelas que determinam as diferenças, ou erros percentuais, entre o comportamento de um sistema modelado numericamente e o seu comportamento real. Modelos computacionais similares podem ser usados para definir uma descrição estatístico-probabilística do erro de modelagem, a qual pode ser usada como uma variável adicional na análise por confiabilidade.

Conforme mostra o fluxograma da Figura 3.1, as análises probabilísticas são iniciadas a partir de um espaço amostral, que contém todas as medidas físicas de cada incerteza, ou seja, todas as possibilidades que podem ocorrer em uma análise. As características das incertezas ou aleatoriedades podem ser descritas graficamente em forma de histogramas ou diagramas de frequência, que podem ser representados de forma generalizada pelas distribuições de probabilidade. Em um projeto estrutural, a variabilidade de certos parâmetros é quantificada usando conceitos estatísticos e funções de distribuição, e assim, a análise de confiabilidade pode ser realizada para um critério de desempenho específico (HALDAR e MAHADEVAN, 2000).

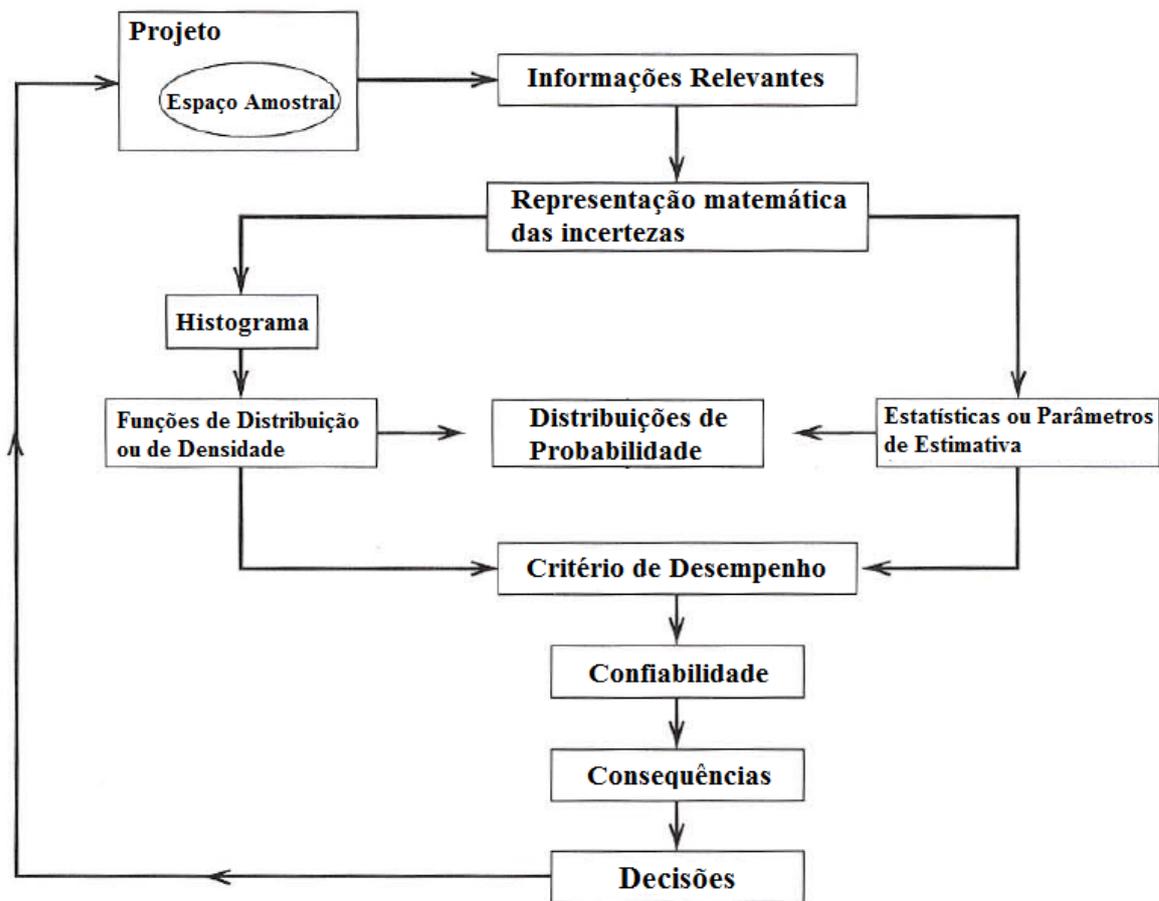


Figura 3.1: Etapas de um estudo probabilístico (Adaptado de HALDAR e MAHADEVAN, 2000).

As principais distribuições de probabilidade usuais em engenharia, baseadas em variáveis aleatórias contínuas, são a Distribuição Normal e Lognormal. Outras distribuições podem ser citadas, como as Distribuições de Valores Extremos Tipo I (*Gumbel*), Tipo II (*Fisher-Tippett*) e Tipo III (*Weibull*) (ANG; TANG, 2007). Grande parte das pesquisas encontradas na bibliografia científica internacional utiliza a confiabilidade, aliada a distribuições de probabilidade, na análise de riscos em túneis e estruturas subterrâneas.

Os princípios fundamentais analíticos da probabilidade e estatística podem ser encontrados nas bibliográficas clássicas sobre o assunto, como: Haldar e Mahadevan (2000), Ang e Tang (2007), Ayyub e McCuen (2011), Melchers e Beck (2018), Beck (2019), etc.

3.3 ÍNDICE DE CONFIABILIDADE E MEDIDAS DE SEGURANÇA

De acordo com Melchers e Beck (2018), o princípio básico da confiabilidade consiste em descrever as solicitações (representadas por S) e a resistência (representada por R), de um sistema estrutural qualquer, através de suas Funções Densidade de Probabilidade (FDP) conhecidas. As variáveis S e R devem ser expressas na mesma unidade e obtidas de forma determinística ou aleatória. Um elemento ou sistema estrutural falhará se sua resistência R for menor que a solicitação S atuante sobre ele. Deste modo, a probabilidade de falha, p_f , é dada por (MELCHERS; BECK, 2018):

$$p_f = P(R \leq S) = P(R - S \leq 0) = P[G(R, S) \leq 0] \quad (3.1)$$

onde $G(R, S) = 0$ é a Função Estado Limite, que representa o limite entre a probabilidade de falha (ao atingir valores negativos) e a probabilidade de segurança (ao atingir valores positivos).

Conforme mostra a Figura 3.2 (a), a região abaixo da curva de $G(R, S)$ indica valores de resistência e solicitação estrutural que podem causar falha, enquanto valores de $G(R, S)$ positivos indicam uma região segura.

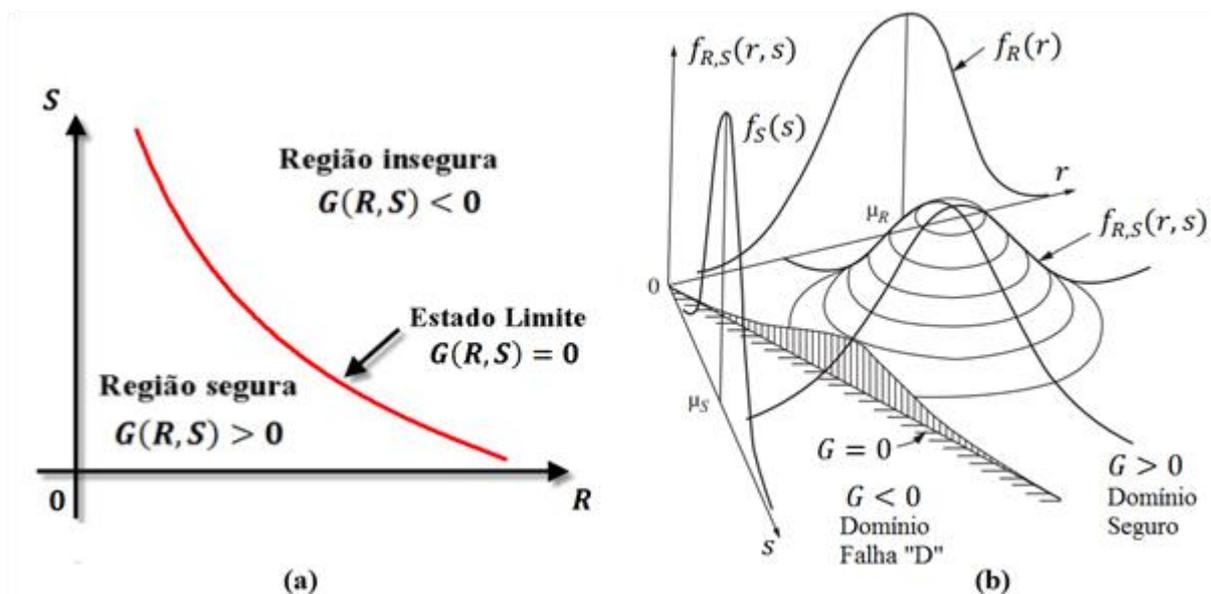


Figura 3.2: Função Estado Limite $G(R, S)$: (a) variáveis R e S no espaço bidimensional; (b) FDP conjuntas marginais de R e S (ANG; TANG, 2007; MELCHERS; BECK, 2018).

A Figura 3.2 (b) ilustra graficamente a função $G(R, S)$ que estabelece as regiões seguras e inseguras considerando funções de densidade conjuntas e marginais de R e S . Neste caso, a probabilidade de falha, dada pela Eq. (3.1), pode ser reescrita como:

$$p_f = P(R - S \leq 0) = \iint_D f_{R,S}(r, s) dr ds \quad (3.2)$$

onde $f_{R,S}(r, s)$ é a FDP conjunta de R e S . Quando R e S são variáveis independentes, significa que $f_{R,S}(r, s) = f_R(r)f_S(s)$, sendo $f_R(r)$ e $f_S(s)$ as FDP de R e S . Neste caso, a probabilidade de falha é dada por:

$$p_f = P(R - S \leq 0) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{s \geq r} f_R(r) f_S(s) dr ds = \int_{-\infty}^{\infty} F_R(s) f_S(s) ds \quad (3.3)$$

onde $F_R(s)$ é a Função Distribuição de Probabilidade Acumulada (FDPA) $F_R(s) = \int_{-\infty}^s f_R(r) dr$. A Equação (3.3) é denominada Integral de Convolução e sua representação gráfica é ilustrada na Fig. 3.3.

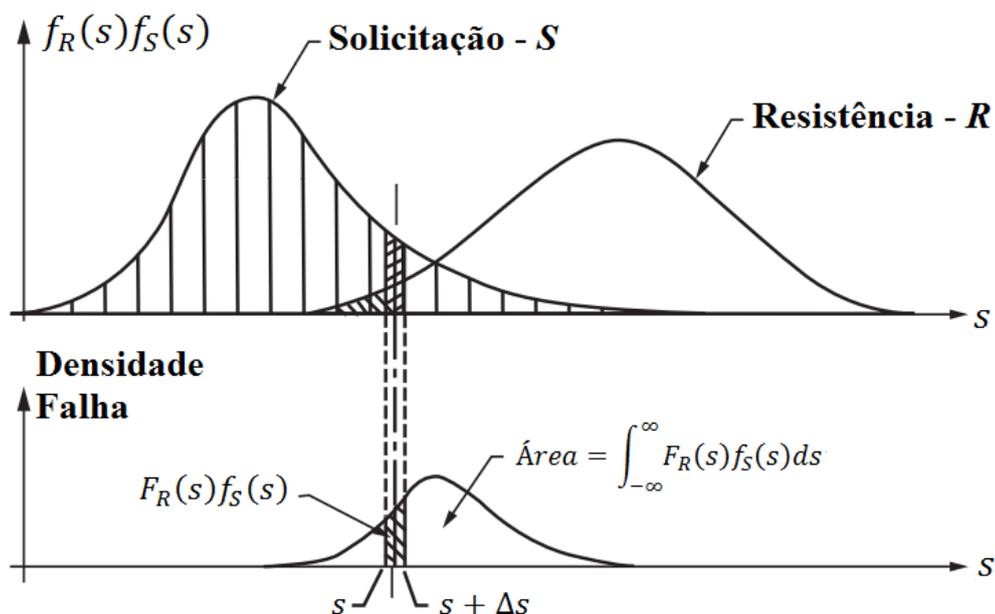


Figura 3.3: Ilustração da probabilidade de falha envolvendo as solicitações e resistência de um sistema estrutural e suas funções de distribuição normais (MELCHERS; BECK, 2018).

Conforme mostra a Figura 3.3, a probabilidade p_f é proporcional à área formada pela

sobreposição entre as curvas de R e S , onde dentro dessa região é possível que existam solicitações maiores que a resistência. A função $F_R(s) = P(R \leq s)$ representa a probabilidade das solicitações serem maiores que a resistência, enquanto a função de densidade $f_S(s)$ representa a probabilidade das solicitações apresentarem um valor entre s e $s + \Delta s$ (com $\Delta s \rightarrow 0$).

A área de sobreposição das curvas de R e S da Figura 3.3 fornece uma medida qualitativa da probabilidade de falha, a qual poderá variar de acordo com os seguintes fatores que influenciam a dimensão da área de sobreposição (HALDAR; MAHADEVAN, 2000):

- a) Posição relativa das curvas: quanto mais afastadas as curvas $f_R(r)$ e $f_S(s)$ estiverem, menor será a área de sobreposição entre elas e, conseqüentemente, menor será a probabilidade de falha. A posição relativa entre as curvas pode ser medida pelo Coeficiente de Segurança Central ou pela Margem de Segurança;
- b) Dispersão entre as curvas: a baixa dispersão de resultados reduz a amplitude das curvas $f_R(r)$ e $f_S(s)$, a área de sobreposição e a probabilidade de falha do sistema. A dispersão é medida a partir dos coeficientes de variação, δ_R e δ_S ;
- c) Forma geométrica das curvas: o tipo de distribuição de probabilidade das funções $f_R(r)$ e $f_S(s)$ irão influenciar a dimensão da área de sobreposição e, conseqüentemente, a probabilidade de falha.

Obviamente, a confiabilidade ou a probabilidade de segurança, que indica se um sistema irá desempenhar suas funções sem a ocorrência de falhas, pode ser calculada pela seguinte operação: $p_S = P(R > S) = 1 - p_f$.

Quando as funções são dependentes, as probabilidades de ocorrência de solicitações estão condicionadas a valores de resistência de um sistema ou vice-versa, resultando em $p_S = P(S < R | R = r) \neq P(S < r)$ ou $p_f = P(R < S | S = s) \neq P(R < s)$. Nestes casos, deve-se empregar a distribuição conjunta entre R e S da seguinte forma (ANG; TANG, 2007):

$$p_S = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^r f_{R,S}(r, s) ds \right] dr \quad (3.4)$$

$$p_f = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^s f_{R,S}(r, s) dr \right] ds \quad (3.5)$$

Quando as variáveis aleatórias R e S apresentam distribuições normais e estatisticamente independentes, a integral de convolução da Eq. (3.3) pode ser solucionada de forma analítica.

Sendo assim, as variáveis R e S apresentam seus devidos parâmetros de distribuição normal $N(\mu_R, \sigma_R)$ e $N(\mu_S, \sigma_S)$, sendo μ_R, μ_S, σ_R e σ_S as médias e desvios-padrão de R e S . Estes podem ser representados em termos de margem de segurança como: $\mu_Z = \mu_R - \mu_S$ e $\sigma_Z^2 = \sigma_R^2 + \sigma_S^2$, onde $Z = R - S$ é a margem de segurança de um sistema qualquer (MELCHERS; BECK, 2018).

Uma medida de segurança ou de confiabilidade deve ser determinada de modo que a probabilidade de falha seja uma função da posição relativa entre as curvas de R e S e de seus graus de dispersão, ou de forma analítica, que $p_f \approx g(\mu_R/\mu_S, \delta_R, \delta_S)$ (ANG; TANG, 2007). Neste contexto, a probabilidade pode ser escrita com base na margem de segurança Z conforme segue (HALDAR; MAHADEVAN, 2000; MELCHERS; BECK, 2018):

$$p_f = P(Z \leq 0) = \Phi\left(-\frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}}\right) = \Phi(-\beta) = 1 - \Phi(\beta) \quad (3.6)$$

Na Equação (3.6), a função Φ é referente a distribuição normal padronizada, indicando que a probabilidade $p_f = P(Z \leq 0)$ é uma FDPA de Z ($F_Z(0)$). Conforme ilustra a Fig. 3.4, o índice β é denominado índice de confiabilidade e relaciona as posições relativas e os desvios padrões de R e S em termos de margem de segurança Z .

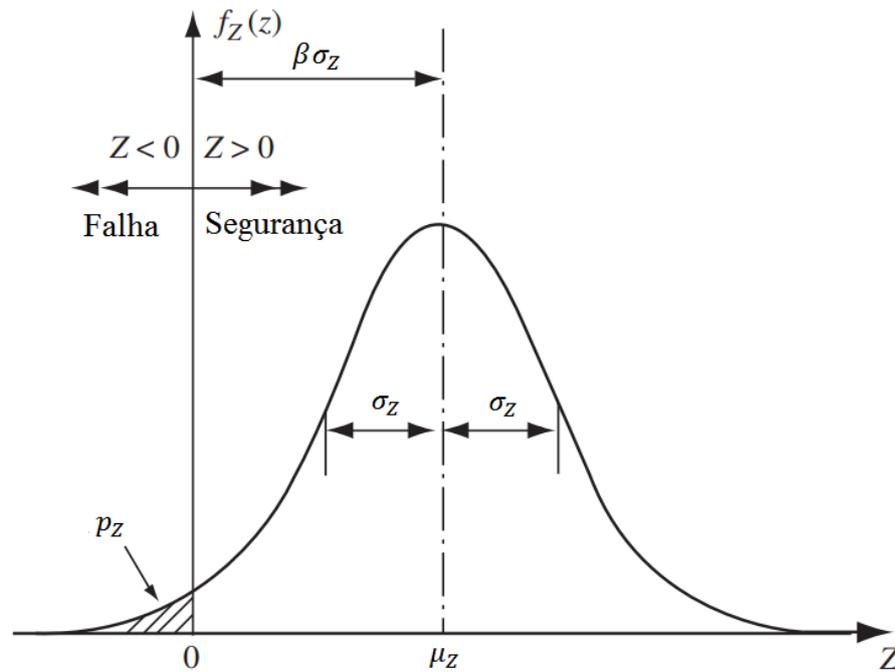


Figura 3.4: Função de distribuição normal padrão para a margem de segurança Z , onde a área hachurada indica a probabilidade de falha do sistema em estudo (MELCHERS; BECK, 2018).

Logo, a probabilidade de falha é dada pela área abaixo da curva de distribuição para $Z < 0$ e calculada com a Eq. (3.6), enquanto a probabilidade de segurança ou a confiabilidade é dada pela área abaixo da curva de distribuição para $Z > 0$, ou seja, $p_s = 1 - p_f = \Phi(\beta)$. Os valores do índice β são inversamente proporcionais a probabilidade de falha, ou seja, valores altos do índice de confiabilidade β geram baixos valores de probabilidade de falha e vice-versa.

As variáveis R e S com distribuição lognormal e estatisticamente independentes, que apresentam seus devidos parâmetros $N(\lambda_R, \zeta_R)$ e $N(\lambda_S, \zeta_S)$, podem ser relacionadas a partir do coeficiente de segurança $Y = R/S$. O coeficiente de segurança é a representação lognormal da margem de segurança Z normal, onde $Z = \ln Y = \ln R - \ln S$. A probabilidade de falha para variáveis lognormais ocorre quando $Y < 1$ ou $Z < 0$, logo, a probabilidade p_f é escrita de forma similar a Eq. (3.6) (HALDAR; MAHADEVAN, 2000):

$$p_f = 1 - \Phi \left[\frac{\ln \left(\frac{\mu_R}{\mu_S} \right)}{\sqrt{\delta_R^2 + \delta_S^2}} \right] = 1 - \Phi[\beta] \quad (3.7)$$

Onde a relação $\theta = \mu_R/\mu_S$ é o coeficiente de segurança central.

3.4 MÉTODOS DE APROXIMAÇÃO ANALÍTICA APLICADOS A CONFIABILIDADE

Para a análise da confiabilidade e da probabilidade de falha de uma estrutura, primeiramente é necessário definir um critério de performance específico e os parâmetros relevantes de resistência e carregamento, denominados de variáveis básicas X_i , além das relações funcionais entre cada critério de performance adotado. Analiticamente, estas relações funcionais são denominadas funções performance (ou funções estado limite), também denominadas como margem de segurança e descritas pela função $Z = g(X_1, X_2, \dots, X_n)$ (HALDAR; MAHADEVAN, 2000).

Em termos gerais e gráficos, uma função estado limite de interesse é denominada superfície de falha e ocorre quando $Z = g(X_1, X_2, \dots, X_n) = 0$, sendo responsáveis pelas regiões de falha e de segurança dos parâmetros de projeto. Sendo assim, através do conhecimento da superfície de falha, é possível escrever uma generalização da Eq. (3.3) para a probabilidade p_f (HALDAR; MAHADEVAN, 2000; ANG; TANG, 2007):

$$p_f = \int \dots \int_{g(x_n) < 0} f_X(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots x_n \quad (3.8)$$

onde a função $f_X(x_1, x_2, \dots, x_n)$ é a FDP conjunta para as variáveis aleatórias X_1, X_2, \dots, X_n . Caso estas variáveis sejam estatisticamente independentes, a FDP da Eq. (3.8) pode ser simplificada para um produto de integrais das funções de cada variável aleatória. Para variáveis dependentes, a FDP conjunta $f_X(x_1, x_2, \dots, x_n)$ é extremamente difícil de ser determinada ou integrada, devido ao grande número de variáveis empíricas, a dependência entre elas e a linearidade complexa das funções.

Para solucionar estas dificuldades, métodos de aproximação, ou transformação analítica para a integração de $f_X(x_1, x_2, \dots, x_n)$ podem ser aplicados, dividindo-se em três tipos de acordo com a distribuição de probabilidade e a linearidade da função (MELCHERS; BECK, 2018): método de confiabilidade de primeira ordem e segundo momento (*First-order second moment method* – FOSM), método de confiabilidade de primeira ordem (*First Order Reliability Method* – FORM) e o método de confiabilidade de segunda ordem (*Second Order Reliability Method* – SORM).

Segundo Melchers e Beck (2018), o método FOSM é desenvolvido somente para momentos e distribuições estatísticas normais, enquanto o FORM é utilizado para distribuições não normais e transformação de funções não lineares. O método SORM promove avanços significativos nos resultados do FORM, através de derivadas de segunda ordem que fornecem informações adicionais sobre a curvatura das funções não lineares. Alguns autores, como Haldar e Mahadevan (2000), abordam o método FOSM como uma sub-divisão do método FORM, aplicada para funções com distribuição normal, além de outras sub-divisões aplicadas em funções com distribuições não normais e funções não lineares.

O método FOSM tem como princípio a aproximação das equações de estado limite para uma forma linear, com os parâmetros estatísticos para a construção de $f_X(x_i)$ limitados somente aos momentos de primeira e segunda ordem (média e desvio padrão de uma distribuição normal). O desenvolvimento do método FOSM consiste em linearizar a função performance $Z = g(X_1, X_2, \dots, X_n)$ a partir de uma expansão em séries de Taylor de primeira ordem, utilizando como parâmetros estatísticos a média e a covariância das variáveis aleatórias. A solução pelo método FOSM é a base teórica para a construção de soluções mais robustas e de maior aplicação prática, servindo de base aos demais métodos de aproximação ou transformação (MELCHERS; BECK, 2018).

O método FORM é uma extensão do FOSM, utilizado na interpretação geométrica do índice de confiabilidade β , conceito fundamental na teoria deste método. O FORM apresenta excelente precisão na determinação da probabilidade de falha quando aplicado em variáveis aleatórias estatisticamente independentes, normalmente distribuídas e com superfície de falha linear. Além disso, apresenta uma solução para variáveis não normais e correlacionadas, sendo uma extensão que transforma estas em variáveis normais equivalentes (MELCHERS; BECK, 2018).

A relação não linear entre as variáveis aleatórias, bem como o fato de algumas apresentarem distribuição não normal, pode tornar a superfície de falha não linear nas análises pelos métodos FOSM e FORM. Esta situação ocorre quando um estado limite linear tem suas variáveis não normais originais transformadas em uma distribuição normal padrão, ou na transformação de variáveis correlacionadas para não correlacionadas (HALDAR; MAHADEVAN, 2000).

Existem diversos autores que desenvolveram algoritmos para resolver o problema de otimização proposto para funções performances não lineares. Estes algoritmos são descritos com maiores detalhes em Haldar e Mahadevan (2000), Verma, Karanki e Ajit (2016) e Melchers e Beck (2018).

O algoritmo de Hasofer, Lind, Rackwitz e Fiessler (HLRF), proposto em Hasofer e Lind (1974) e Rackwitz e Fiessler (1976), ainda é uma solução para superfícies não lineares de grande popularidade devido a sua simplicidade, mesmo que em alguns casos extremamente não-lineares possa não haver convergência. Zhang e Der Kiureghian (1995) desenvolveram melhorias no algoritmo HLRF, chamadas *improved* HLRF (iHLRF) (TITELLO, 2020). Este trabalho faz uso dos algoritmos HLRF e iHLRF para análise com variáveis correlacionadas de qualquer distribuição.

Os métodos de aproximação também incluem procedimentos para aplicação no estudo da confiabilidade envolvendo variáveis aleatórias correlacionadas. Estes procedimentos consistem em técnicas de transformação, que convertem as variáveis correlacionadas não normais em variáveis normais padronizadas não correlacionadas, como a Transformação de *Rosenblatt* e *Nataf*. A transformação de *Rosenblatt* é eficiente somente quando as distribuições conjuntas de todas as variáveis aleatórias correlacionadas são conhecidas (HALDAR; MAHADEVAN, 2000). A transformação de *Nataf* permite definir uma forma aproximada para a FDP conjunta desconhecida de variáveis aleatórias correlacionadas, sendo, de forma geral, um método de transformação eficiente nas análises de confiabilidade (TITELLO, 2020)

3.5 SIMULAÇÃO NUMÉRICA APLICADA À CONFIABILIDADE

A ideia básica de uma simulação numérica é representar e manipular sistemas de forma computacional, uma vez que a manipulação real ou em laboratório não é possível de ser realizada ou é muito dispendiosa. O analista que gerencia uma simulação possui total controle nas condições, parâmetros e variáveis, o que permite avaliar as respostas futuras de um sistema real bem como os efeitos de prevenções a serem implantados para os riscos (Ayyub; McCuen, 2011).

Embora a simulação seja extremamente útil, podem existir alguns problemas no seu uso. Diversos modelos são simulados para um sistema real, o que pode levar a decisões diferentes para o projeto. Além disso, os dados usados para calibrar o modelo podem ser limitados, de modo que extrapolações além da faixa dos dados medidos podem ser imprecisas (Ayyub; McCuen, 2011).

Para descrever de maneira clara e objetiva o conceito de simulação numérica é necessário definir os conceitos de sistema, modelo e experimento. Os conceitos de ciclo, parâmetro, variável (variáveis de entrada e saída) e condições iniciais de um modelo também serão definidos.

De acordo com Ayyub e McCuen (2011), um sistema é definido como um conjunto de processos ou componentes dependentes entre si, como uma rede rodoviária ou grandes estruturas. Um modelo é definido como uma representação física ou analítica de um sistema real, que são desenvolvidos a partir de leis teóricas ou análises empíricas. O experimento é definido como o processo de observar um sistema ou um modelo, na falta da possibilidade de observação de um sistema real.

O termo ciclo é definido como a execução de um modelo através de todas as operações definidas dentro do período de tempo da simulação. Os parâmetros do modelo são os valores mantidos constantes durante a simulação, que só podem ser alterados após o fim de uma execução e o início de outra, enquanto a variável é o valor não exato durante a execução da simulação. As variáveis de entrada são aquelas inseridas antes da execução da simulação, enquanto as variáveis de saída refletem o estado final do sistema podendo ser valores únicos ou um vetor de valores. As condições iniciais são as variáveis e parâmetros que estabelecem o comportamento do modelo no início da simulação.

Considerando que as variáveis de entrada de um modelo são aleatórias e com suas próprias distribuições de probabilidade, as variáveis de saída também são aleatórias e governadas por funções de distribuição de probabilidade não lineares, que não apresentam uma

solução analítica explícita. Neste contexto, os métodos de simulação numérica permitem estimar a forma da distribuição das variáveis de saída de um sistema e suas características probabilísticas em função das distribuições das variáveis de entrada (ANG; TANG, 2007).

O principal método numérico para realizar análises de confiabilidade em sistemas de engenharia é o Método de Monte Carlo. O princípio fundamental do Método de Monte Carlo é desenvolver um modelo analítico computacional, que será reproduzido por meio de ciclos compostos de inúmeras simulações, para prever o comportamento real de um sistema. Cada simulação é desenvolvida com base em um determinado conjunto de variáveis de entrada aleatórias do sistema, que são selecionadas a partir de ferramentas estatísticas e suas respectivas distribuições de probabilidade. Os resultados do sistema, ou variáveis de saída, são obtidos e avaliados da mesma maneira proposta para as variáveis de entrada: métodos estatísticos e distribuições de probabilidade (AYYUB; MCCUEN, 2011). Os resultados obtidos com as simulações numéricas pelo Método de Monte Carlo podem ser utilizados para avaliar a confiabilidade e o risco de um sistema de engenharia, utilizando os conceitos básicos de probabilidade de falha.

De acordo com Ang e Tang (2007), o comportamento do sistema de simulações é estimado pela análise estatística das respostas obtidas, através de histogramas, cálculo de médias e desvio-padrão, intervalos de confiança, etc. A precisão do Método de Monte Carlo depende do número de ciclos e simulações realizadas. Quanto maior o número de simulações contido em um ciclo, maior será a exatidão dos resultados para o comportamento de um sistema ao custo de uma demanda computacional e de tempo alta. A quantidade de ciclos da análise também afeta a exatidão e a variabilidade dos resultados, da demanda computacional e do tempo das análises.

A eficiência do método de Monte Carlo, aplicado em problemas de confiabilidade na engenharia, pode ser substancialmente melhorada a partir da aplicação de técnicas de redução do número de simulações das análises. As técnicas de Amostragem por Importância e Amostragem Adaptativa são as mais conhecidas. A idéia básica da amostragem por importância é concentrar a distribuição dos pontos amostrais de cada simulação em regiões de maior importância para a análise de confiabilidade, ou seja, regiões além daquelas limitadas pela função estado limite $G(R, S) = 0$. A amostragem adaptativa utiliza as informações obtidas nos primeiros ciclos de simulações para melhorar a eficiência da análise, uma vez que, geralmente, a região de importância não é conhecida com antecedência (HALDAR; MAHADEVAN, 2000).

Em experimentos físicos e sistemas de engenharia analisados por meio da simulação, é possível selecionar um valor amostral para cada variável básica, que são baseadas na seleção

aleatória e arbitrária de um valor amostral em um intervalo numérico. A abordagem mais comum para a seleção de valores amostrais é a utilização de “pseudo geradores” de números aleatórios, disponíveis em praticamente todos os sistemas de computadores. A geração de números aleatórios é aplicada com o objetivo de determinar a variação aleatória dos parâmetros básicos do problema a ser estudado (MELCHERS; BECK, 2018).

Os “pseudo geradores” de números aleatórios apresentam essa denominação devido a utilização de fórmulas para gerar sequências de números aleatórios. Embora as sequências sejam coerentes e se repitam após grandes ciclos de geração, para propósitos práticos, a técnica é indistinguível em comparação a uma sequência de números estritamente verdadeira (RUBINSTEIN; KROESE, 2017).

Os geradores devem apresentar exatidão, para assegurar que os números aleatórios sigam a distribuição de probabilidade assumida, a eficiência dependerá da memória computacional e das configurações e execuções para a geração dos números. Além disso, os números aleatórios gerados devem ser razoáveis para amplos intervalos de valores, onde pode ser necessário a geração sincronizada destes valores. Um gerador de números aleatórios deve ser desenvolvido nivelando suas propriedades de acordo com sua aplicabilidade (AYYUB; MCCUEN, 2011).

3.6 MÉTODO DA SUPERFÍCIE DE RESPOSTA

Na maioria dos casos, a análise estrutural é intermediada por modelos numéricos, como por exemplo aqueles baseados no MEF. Nestes casos, não há uma função estado limite explícita associada aos métodos de confiabilidade estrutural disponíveis, onde estes são adaptados a funções de estado limite implícitas definidas pelo modelo numérico adotado. Porém, os métodos que utilizam a derivação da função estado limite junto da aplicação das variáveis básicas, como o método FORM, têm sua performance seriamente comprometida com a função na forma implícita. Mesmo os métodos de simulação que não utilizam a derivação, como o método de Monte Carlo, têm sua utilização inviabilizada devido a alta demanda de ciclos de simulações necessárias para obter os resultados de confiabilidade. A própria execução da modelagem numérica estrutural em cada simulação de Monte Carlo torna o processo inviável devido a alta demanda de tempo necessária das simulações (GOMES, 2001).

Uma alternativa para a aplicação da modelagem em elementos finitos associada a confiabilidade estrutural é a utilização do Método da Superfície de Resposta (MSR). O MSR tem suas definições originais no trabalho de Box e Wilson (1951), onde os conceitos básicos

do método são descritos e aplicados em processos desenvolvidos na área da química. Em suma, o MSR é uma coleção de técnicas estatísticas e matemáticas úteis para desenvolver, melhorar e otimizar processos (MYERS; MONTGOMERY; ANDERSON-COOK, 2016).

Para a aplicação na área da confiabilidade estrutural em engenharia, o MSR tem a função de representar a influência das variáveis de entrada (dados de um maciço escavado, revestimento e suporte) em uma variável de saída (raio plástico e deslocamento radial do túnel, por exemplo), através de uma função analítica de aproximação. Esta função, normalmente na forma polinomial e definida graficamente por uma superfície, é obtida através da regressão de resultados discretos obtidos por uma quantidade pequena de simulações, desenvolvidas com modelos numéricos (MONTGOMERY, 2012). Com a função da superfície de resposta ajustada por uma sequência de pontos amostrais, a análise de confiabilidade pode ser realizada normalmente através da associação da função com os métodos de confiabilidade usuais.

De acordo com Gomes (2001), a aplicação otimizada do MSR está intimamente ligada a um bom ajuste dos pontos amostrais (resultados discretos), particularmente nas vizinhanças do ponto de projeto. Os principais métodos de amostragem para ajuste de funções polinomiais junto ao MSR são: amostragem compósita central (*Central Composite Design*), amostragem fatorial fracionada (*Fractional Factorial Design*), amostragem aleatória (*Random Design*), etc. Os métodos de amostragem surgiram com a função de diminuir o número de amostras necessárias para o ajuste da função polinomial, geralmente empregadas na forma quadrática (com ou sem termos cruzados). Este trabalho se limita a aplicação do método *Central Composite Design* (CCD) para o ajuste das funções polinomiais obtidas pelo MSR.

4 MODELAGEM GEOMECÂNICA ESTRUTURAL DE TÚNEIS: ABORDAGENS ANALÍTICA E NUMÉRICA

O estudo da confiabilidade aplicada a túneis exige a definição de metodologias analíticas e numéricas específicas de análise destas estruturas. Primeiramente serão apresentadas as metodologias analíticas e numéricas para o dimensionamento de túneis sem reforço do maciço escavado. Os modelos analíticos e numéricos, baseados no método de homogeneização, para dimensionamento de túneis reforçados por tirantes passivos, serão apresentados na sequência.

4.1 CONFIGURAÇÃO DE TÚNEL SEM REFORÇO DO MACIÇO

Em situações idealizadas, métodos analíticos são desenvolvidos para determinar a convergência na parede de túnel, assim como as tensões no maciço, tanto no regime puramente elástico quanto no regime elastoplástico. O cálculo da convergência e pressão no revestimento é realizado por métodos considerando o revestimento elástico do material. Todos os casos se restringem às hipóteses de estado plano de deformações e axissimetria em túneis profundos.

O caso do maciço escavado em elasto-plasticidade sem tirantes será definido com base no critério de Mohr-Coulomb. O critério de Tresca, para um maciço em situação análoga, será aplicado posteriormente no modelo analítico para túneis reforçados por tirantes passivos. Ambos os critérios apresentam o mesmo desenvolvimento analítico para obtenção dos campos de tensões e deslocamentos de túneis sem reforço, mudando apenas as funções principais de cada critério.

4.1.1 Modelo analítico em elasticidade

Conforme descrito na Figura 2.18 (item 2.5.2), o estado de tensões em um ponto qualquer do maciço escavado é determinado a partir das componentes de tensões principais do tensor de tensões $\underline{\underline{\sigma}}$. Em condições de simetria de revolução, estas componentes são definidas a seguir, considerando a elasticidade (SALENÇON, 1969; CORBETTA, 1990) :

$$\sigma_{rr}(r) = (P_{\infty} - P_i) \left(\frac{R_i}{r} \right)^2 - P_{\infty} \quad (4.1)$$

$$\sigma_{\theta\theta}(r) = -(P_{\infty} - P_i) \left(\frac{R_i}{r}\right)^2 - P_{\infty} \quad (4.2)$$

$$\sigma_{zz}(r) = -P_{\infty} \quad (4.3)$$

A partir das Equações (4.1) a (4.3), para as distâncias variando de $r = R_i$ a $r = \infty$, é possível traçar um gráfico que mostra a variação das componentes de tensão de acordo com a distância radial adotada, conforme descrito na Fig. 4.1.

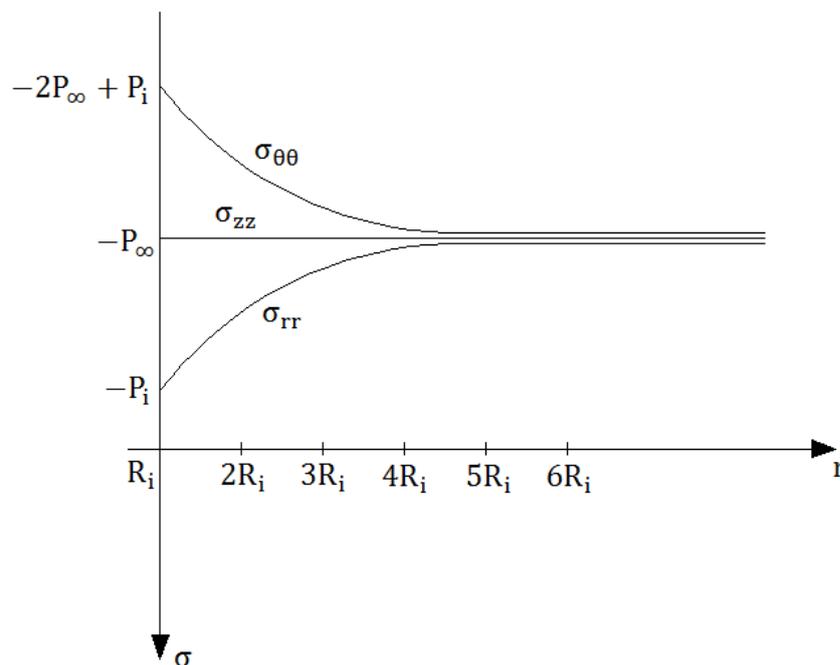


Figura 4.1: Variação das componentes de tensões em elasticidade para um túnel de seção circular (Adaptado de BERNAUD, 1991).

Analisando o gráfico de σ_{rr} na Figura 4.1, verifica-se que em distâncias pouco afastadas do túnel ($R_i \leq r \leq 4R_i$) ocorre uma redução da perda de confinamento, enquanto para uma distância radial suficientemente afastada ($r = \infty$ ou $r \geq 6R_i$), a escavação não influencia a perda de confinamento do maciço. Obviamente, as tensões tangenciais $\sigma_{\theta\theta}$ aumentam para distâncias r próximas de R_i .

O deslocamento radial do maciço escavado, em um ponto localizado a uma distância r do centro da escavação (ver Fig. 2.18), é dado pelo seguinte equacionamento (CORBETTA, 1990):

$$\frac{u_{ie}(r)}{r} = -\left(\frac{1 + \nu_m}{E_m}\right)(P_\infty - P_i)\left(\frac{R_i}{r}\right)^2 \quad (4.4)$$

Considerando a distância $r = R_i$, a Eq. (4.4) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$U_{ie} = -\frac{u_{ie}(R_i)}{R_i} = \left(\frac{1 + \nu_m}{E_m}\right)(P_\infty - P_i) \quad (4.5)$$

Neste caso, U_{ie} é a convergência do túnel em elasticidade.

Através da Equação (4.5) é possível traçar a curva de convergência para o maciço escavado, a qual está ilustrada na Fig. 4.2. A curva de convergência no regime elástico representa o comportamento mecânico de uma seção transversal específica do maciço escavado, conforme o avanço da frente de escavação do túnel. A convergência U_i é dada em valores percentuais.

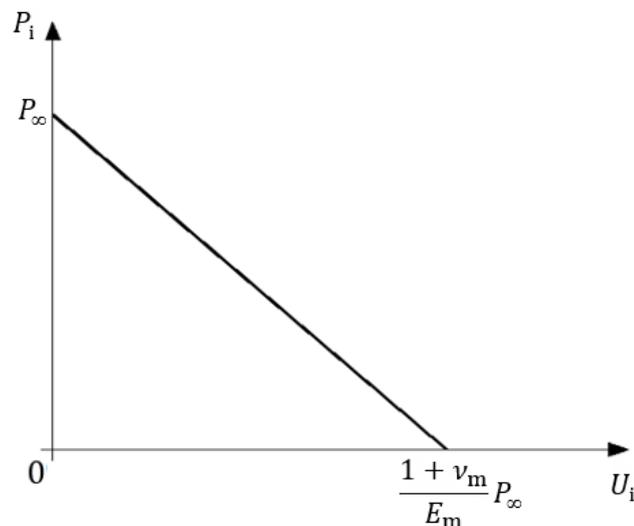


Figura 4.2: Curva de convergência do maciço rochoso em elasticidade (Adaptado de BERNAUD, 1991).

4.1.2 Modelo analítico em elasto-plasticidade pelo critério de Mohr-Coulomb e Tresca

Serão descritas as equações para o cálculo da convergência e estado de tensões de um túnel em maciço elasto-plástico perfeito considerando o critério de plasticidade de Mohr-

Coulomb. A partir deste critério, o raio plástico pode ser calculado da seguinte forma (CORBETTA, 1990; SALENÇON, 1969):

$$\frac{R_p}{R_i} = \left[\frac{2(P_\infty + a)}{(K_p + 1)(P_i + a)} \right]^{\frac{1}{K_p - 1}} \quad (4.6)$$

onde o coeficiente de empuxo passivo K_p e o parâmetro a são dados pelas Eq. (4.7) e (4.8), como funções do ângulo de atrito φ e coesão c do maciço.

$$K_p = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \quad (4.7)$$

$$a = \frac{c}{\tan \varphi} \quad (4.8)$$

A pressão que define a mudança do comportamento elástico para o elastoplástico P_{lim} é definida pela Eq. (4.9).

$$P_{lim} = \frac{2P_\infty + a(1 - K_p)}{(K_p + 1)} \quad (4.9)$$

As componentes da tensão e o deslocamento radial na zona elástica ($R_p \leq r$) do maciço, conforme ilustrado na Fig. 2.19 do item 2.5.2, não serão apresentadas neste trabalho. As expressões correspondentes são definidas em Salençon (1969), Corbetta (1990) e Bernaud (1991). As componentes do tensor $\underline{\underline{\sigma}}$ na zona elasto-plástica ($R_i \leq r \leq R_p$) são dadas por:

$$\sigma_{rr}(r) = -(P_i + a) \left[\frac{r}{R_i} \right]^{K_p - 1} + a \quad (4.10)$$

$$\sigma_{\theta\theta}(r) = -K_p(P_i + a) \left[\frac{r}{R_i} \right]^{K_p - 1} + a \quad (4.11)$$

$$\sigma_{zz}(r) = \nu_m(K_p + 1)(P_i + a) \left[\left(\frac{R_p}{R_i} \right)^{K_p - 1} - \left(\frac{r}{R_i} \right)^{K_p - 1} \right] - P_\infty \quad (4.12)$$

onde ν_m é o coeficiente de Poisson do maciço. O deslocamento radial no regime elasto-plástico, em um ponto localizado no intervalo $R_i \leq r \leq R_p$, é dado por:

$$\frac{u_{ip}(r)}{r} = \left(\frac{1 + \nu_m}{E_m} \right) \left[A + B \left(\frac{r}{R_p} \right)^{K_p - 1} + C \left(\frac{R_p}{r} \right)^{K_b + 1} \right] \quad (4.13)$$

onde os valores de A , B e C são definidos como:

$$A = (1 - 2\nu_m)(P_\infty + a) \quad (4.14)$$

$$B = - \left[\frac{(1 - \nu_m)(K_b K_p + 1)}{K_p + K_b} - \nu_m \right] \left[\frac{2(P_\infty + a)}{K_p + 1} \right] \quad (4.15)$$

$$C = -2(1 - \nu_m) \left[\frac{(K_p - 1)(P_\infty + a)}{K_p + K_b} \right] \quad (4.16)$$

O coeficiente de dilatação K_b é definido a seguir:

$$K_b = \frac{1 + \sin \psi}{1 - \sin \psi} \quad (4.17)$$

Para o critério de Tresca, que pode ser visto como um caso limite ($\varphi \rightarrow 0$) do critério de Mohr-Coulomb, serão definidas as formulações para o cálculo da convergência e estado de tensões de um túnel em maciço elasto-plástico perfeito e sob hipótese de incompressibilidade ($\nu_m = 0,5$). O raio plástico pelo critério de Tresca se resume a seguinte equação (GREUELL, 1993):

$$\frac{R_p}{R_i} = e^{\frac{\lambda P_\infty - c}{2c}} \quad (4.18)$$

sendo λ a taxa de desconfinamento do maciço escavado, definida no item 2.3.1 como um valor entre 0 e 1 que define a evolução das convergências na parede da escavação. A pressão P_{lim} é reduzida para a seguinte forma:

$$P_{\text{lim}} = P_{\infty} - c \quad (4.19)$$

As componentes de tensões do tensor $\underline{\underline{\sigma}}$ pelo critério de Tresca, em sua forma diagonal e na zona plástica ($R_i \leq r \leq R_p$), são dadas por:

$$\sigma_{rr}(r) = 2c \ln \frac{R}{r} - P_{\infty}[1 - \lambda] \quad (4.20)$$

$$\sigma_{\theta\theta}(r) = 2c \left(\ln \frac{R}{r} - 1 \right) - P_{\infty}[1 - \lambda] \quad (4.21)$$

$$\sigma_{zz}(r) = 2c\nu_m \left(2 \ln \frac{R}{r} - 1 \right) - P_{\infty}[2\nu_m\lambda - 1] \quad (4.22)$$

O deslocamento radial do maciço no regime elasto-plástico pelo critério de Tresca, valido para a zona elástica e plástica, é dado por:

$$\frac{u_{ip}(r)}{r} = -c \left(\frac{1 + \nu_m}{E_m} \right) \left(\frac{R_p}{r} \right)^2 \quad (4.23)$$

As Equações (4.13) e (4.23), considerando a distância radial $r = R_i$, definem a convergência na parede do túnel no regime elasto-plástico, U_{ip} . A representação gráfica da convergência é feita através do traçado da curva de convergência para diferentes valores de P_i , conforme mostra a Fig. 4.3. Para valores de $P_i \leq P_{\text{lim}}$ o regime elasto-plástico é definido e a curva de convergência é traçada a partir das Eq. (4.13) e (4.23), enquanto para $P_i \geq P_{\text{lim}}$ o regime elástico é definido e a curva de convergência é dada pela Eq. (4.5).

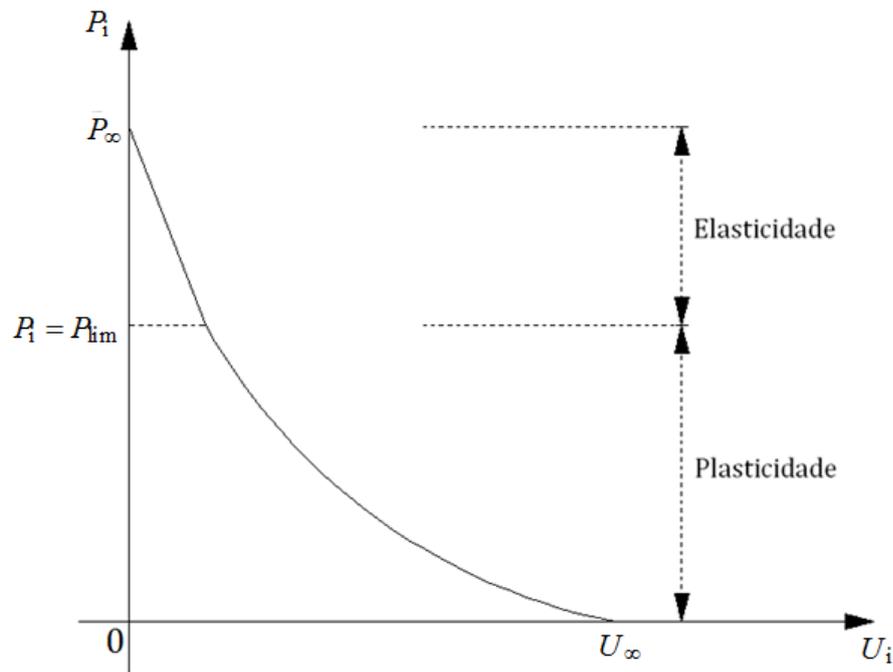


Figura 4.3: Curva de convergência para um maciço em regime elástico e elasto-plástico perfeito (Adaptado de BERNAUD, 1991).

O desenvolvimento analítico e demais formulações pertinentes ao comportamento mecânico de túneis sem tirantes escavados em maciço elástico e elasto-plástico são encontradas em Salençon (1969), Corbetta (1990), Bernaud (1991) e Greuell (1993).

4.1.3 Comportamento elástico do revestimento

Neste item serão descritos os equacionamentos para a definição das grandezas mecânicas referentes ao comportamento do concreto projetado aplicado no entorno da escavação. A seguinte equação, abordada no item 2.3.1, é adotada para dimensionar os valores de P_i e U_i do revestimento em túneis axissimétricos (BERNAUD, 1991):

$$P_i = K_c[U_i(z) - U_0] \quad (4.24)$$

A convergência $U_i(z)$ é referente ao revestimento, logo, será sempre maior ou igual à U_0 , que é a convergência no momento da colocação do revestimento. A partir da definição do valor de $U_i(z) = U_{eq}$ é possível definir P_{eq} através da Eq. (4.24). A rigidez K_c do concreto em regime elástico é calculada de acordo com as condições geométricas em casca cilíndrica ou tubo espesso do revestimento. O revestimento apresenta características de casca cilíndrica

quando $(R_i/t_c) > 10$ ou $(t_c/R_i) < 0,10$, onde t_c é a espessura do revestimento. A rigidez K_c e a pressão máxima $P_{\text{máx}}$ do revestimento, para casca cilíndrica, são dadas por (PANET; GUELLEC, 1974):

$$\begin{cases} K_c = \frac{E_c t_c}{(1-\nu_c^2) R_i} \\ P_{\text{máx}} = \frac{\sigma_c t_c}{R_i} \end{cases} \quad (4.25)$$

onde E_c , σ_c e ν_c são, respectivamente, o módulo de Young, a resistência à compressão uniaxial e o coeficiente de Poisson do concreto.

O revestimento apresenta características de tubo espesso quando $(R_i/t_c) \leq 10$ ou $(t_c/R_i) \geq 0,10$. Neste caso, K_c e $P_{\text{máx}}$ são dados por (HOEK; BROWN, 1980; PANET; GUELLEC, 1974):

$$\begin{cases} K_c = \frac{E_c [R_i^2 - (R_i - t_c)^2]}{(1 + \nu_c) [(1 - 2\nu_c) R_i^2 + (R_i - t_c)^2]} \\ P_{\text{máx}} = \frac{\sigma_c}{2} \left[1 - \frac{(R_i - t_c)^2}{R_i^2} \right] \end{cases} \quad (4.26)$$

4.1.4 Modelagem em elementos finitos através do software GEOMECC91

A técnica fundamental usada no software GEOMECC91 para simular as fases de escavação e colocação do revestimento é baseada no método de ativação-desativação de elementos finitos. A principal característica deste método é a sua relevância para modelar as sequências de escavação e instalação do revestimento, onde são feitas modificações na rigidez dos elementos finitos afetados durante a análise. A aplicação inicial do modelo consiste em prever o contorno da zona a ser escavada, bem como as características básicas do revestimento, para então construir a malha de elementos finitos em uma única etapa (BERNAUD, 1991).

A Figura 4.4 descreve as etapas do método de ativação-desativação de elementos finitos aplicado ao GEOMECC91, referente a um túnel axissimétrico visto em um plano vertical, passante no eixo longitudinal do túnel. O comprimento do passo de escavação é dado por “p”, enquanto a distância não revestida (múltiplo do passo) é dada por d_0 , “n” é o número total de escavações.

Na ilustração da escavação (1) os elementos correspondentes ao maciço em uma extensão de três vezes o passo de escavação ($3p$) são desativados (representados na cor amarela). Na linguagem computacional do software, significa que foi escavado um comprimento de dimensão $3p$ do túnel. A modelagem numérica simula a escavação a partir de uma forte redução do Módulo de Young dos elementos finitos desativados. A partir da escavação (2) são ativados os elementos correspondentes ao revestimento (representado em cinza) mantendo a distância não revestida d_0 da face de escavação (QUEVEDO, 2017).

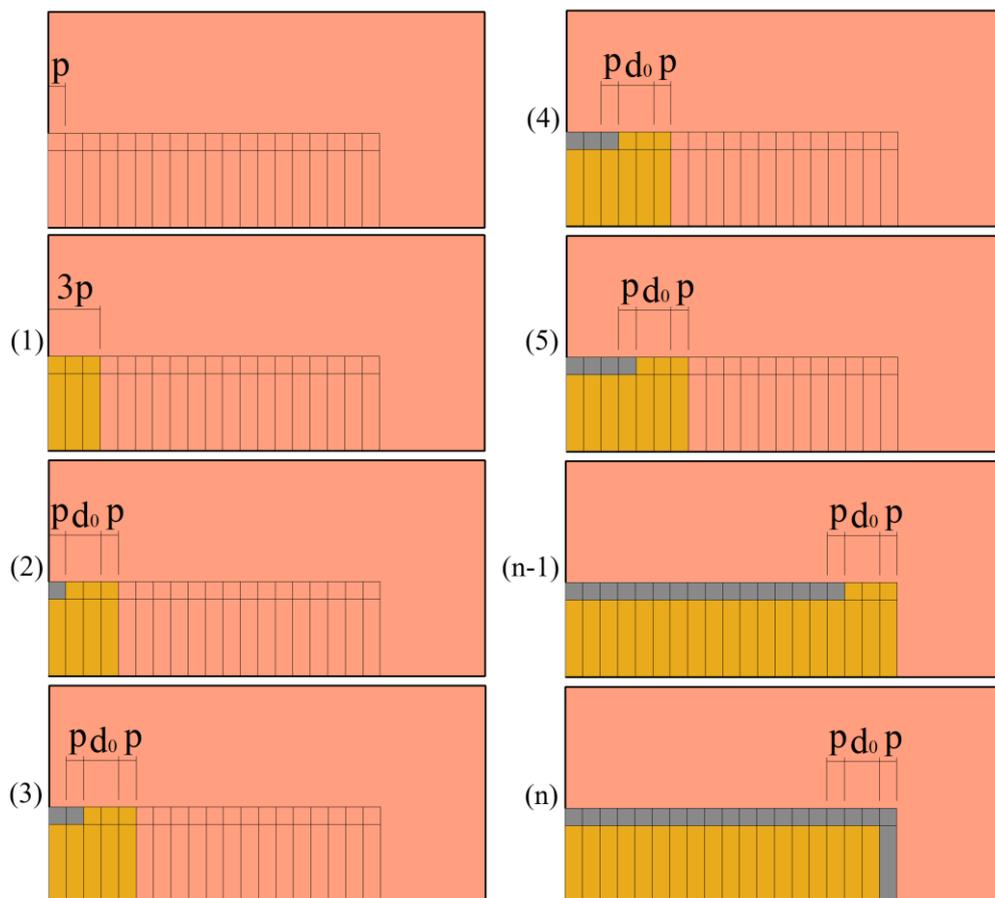


Figura 4.4: Ilustração das etapas do Método de ativação-desativação de elementos finitos em um túnel axissimétrico (QUEVEDO, 2017).

A ativação ocorre através da imposição das propriedades do revestimento aos elementos correspondentes. Nas demais escavações se repete o processo, com exceção do último passo (escavação (n)), onde são ativados os elementos do revestimento correspondentes ao último passo escavado e a frente da escavação (QUEVEDO, 2017).

O processo de entrada dos parâmetros do maciço e do revestimento é realizado diretamente no código em elementos finitos executado pelo software, escrito na linguagem

FORTRAN. Após a execução, o software é programado para gerar uma malha com 5355 nós e 1298 elementos finitos quadrangulares, representativa do maciço a ser escavado, sendo que a escavação realizada apresenta raio unitário ($R_i = 1$) e passo de escavação $p = (1/3)R_i$. O método de ativação-desativação é executado em seguida para um total de 37 escavações, onde cada uma apresenta 30 m de extensão longitudinal. O GEOMEQ91 fornece como resposta a variação da convergência radial $U_i(z)$ ao longo dos 30 metros de extensão para cada escavação. A convergência $U_i(z)$ é máxima ($U_{máx}$) quando o maciço não apresenta revestimento, e U_{eq} quando o túnel é revestido em concreto projetado. Os resultados também fornecem a convergência axial, ou frontal, na frente de escavação, dada por $U_z(z = 0)$.

A Figura 4.5 ilustra uma malha em elementos finitos quadrangulares aplicada a um túnel em axissimetria, sendo esta uma malha ideal para aplicação do Método de ativação-desativação de elementos através do GEOMEQ91.

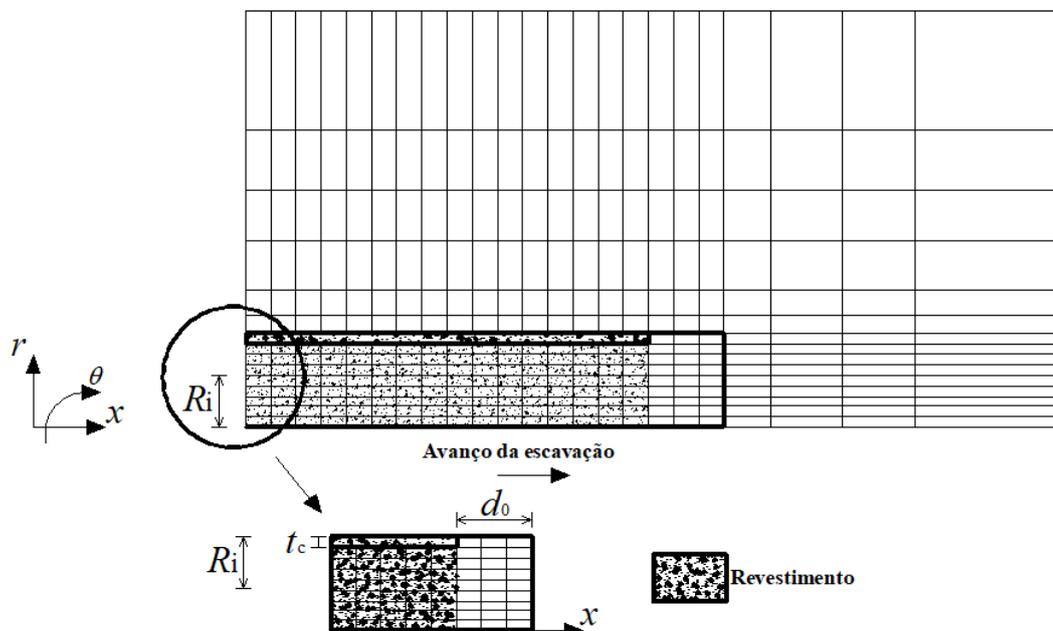


Figura 4.5: Malha em elementos finitos aplicada a modelagem numérica de um túnel axissimétrico (BERNAUD; BENAMAR; ROUSSET, 1994).

Considerando uma modelagem numérica utilizando o GEOMEQ91, o gráfico da Fig. 4.6 descreve as curvas de convergência $U_i \times (z/R_i)$ apenas da primeira e última escavação de 30 m (37 escavações simuladas). Pela curva referente ao último passo de escavação (curva vermelha) é possível determinar os valores das convergências U_0 e U_{eq} (ou U_∞ para túneis sem revestimento) diretamente no gráfico. Neste caso, o valor de U_0 no momento da instalação do

revestimento é atingido quando a curva de convergência para de aumentar e sofre uma pequena redução. A partir deste momento, os resultados começam a convergir e o valor de U_{eq} é definido graficamente pela média das variações de resultados no gráfico da Fig. 4.6. Os valores de U_0 e U_{eq} também podem ser verificados realocando os resultados obtidos em planilhas.

A modelagem também fornece a curva de convergência axial U_z , que define a convergência do maciço na direção longitudinal z para 25 m à frente da face da escavação, conforme mostra a Fig. 4.7. Na distância $z = 0$ do gráfico é obtida a convergência axial U_z na face da escavação.

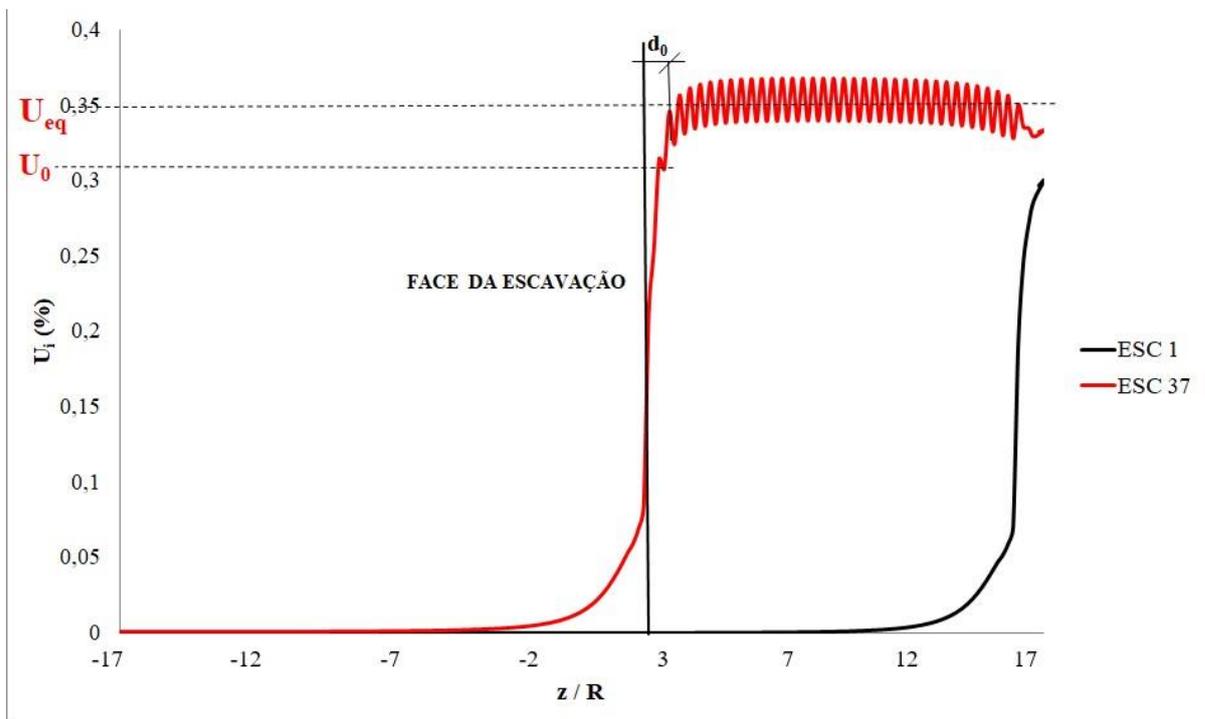


Figura 4.6: Curvas de convergência derivadas dos resultados numéricos do GEOMEQ91, referentes à primeira (curva preta) e última (curva vermelha) escavação (Elaborada pelo autor).

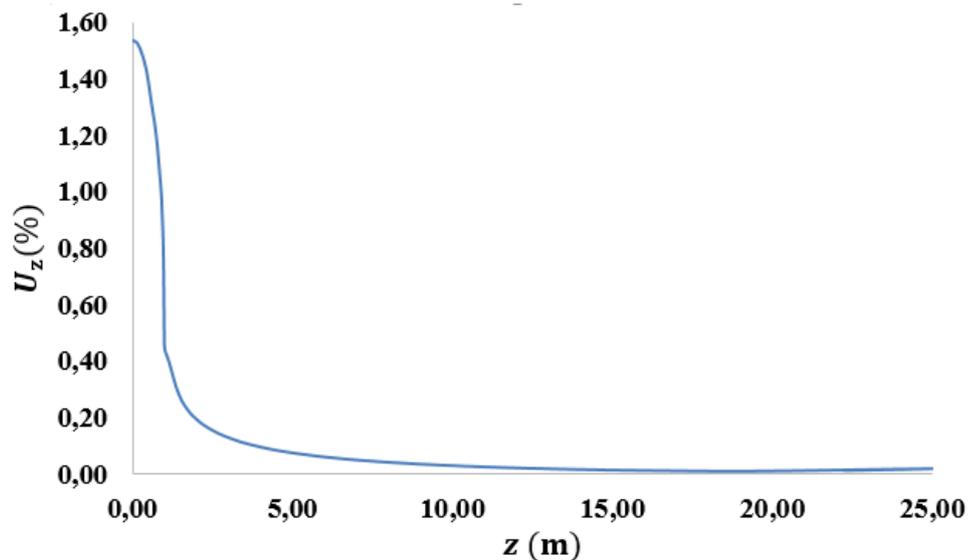


Figura 4.7: Curva de convergência axial derivada dos resultados numéricos do GEOMECC91 (Elaborada pelo autor).

O software GEOMECC91 é uma ferramenta já consolidada e eficiente para análise em engenharia de túneis, onde existem diversos estudos que verificaram e validam o software por meio de soluções analíticas específicas, soluções numéricas e resultados experimentais. Para maiores detalhes sobre verificações e validações do GEOMECC91 é indicado o estudo de Bernaud (1991).

4.2 MÉTODO DE HOMOGENEIZAÇÃO PARA TÚNEIS COM TIRANTES PASSIVOS

Neste item serão apresentados os princípios da abordagem pelo Método de Homogeneização aplicado a túneis considerando meios elásticos e elasto-plásticos, bem como a definição do campo de tensões e deslocamentos radiais para túneis com tirantes. Para isso, os conceitos básicos abordados no item 2.5.3 serão considerados.

4.2.1 Elasticidade do meio homogeneizado

O material constituindo o maciço é descrito por um comportamento elástico isótropo, enquanto os tirantes dispostos ao longo das direções radial ou frontal são vistos como inclusões lineares incorporadas no maciço. Aderência perfeita é assumida ao longo da interface maciço/tirantes. Na escala macroscópica, o meio homogeneizado equivalente ao maciço reforçado é ortotrópico de revolução em torno da direção longitudinal do reforço.

O parâmetro de reforço $\omega(r)$, definido na Equação (2.16) permite simplificar os equacionamentos que determinam os parâmetros elásticos homogeneizados independentes, que também dependem dos parâmetros do domínio do maciço. As equações simplificadas para determinar estes parâmetros são dadas por (BERNAUD *et al.*, 1995a; BERNAUD *et al.*, 2009; DE BUHAN e HASSEN, 2008):

$$E_L^{\text{hom}} \cong E_m + \omega(r) \quad (4.27)$$

$$G_L^{\text{hom}} \cong G_T^{\text{hom}} \cong G_m = \frac{E_m}{2(1 + \nu_m)} \quad (4.28)$$

$$\nu_L^{\text{hom}} \cong \nu_m \quad (4.29)$$

$$E_T^{\text{hom}} \cong \frac{E_m + \omega(r)}{1 + \omega(r) \frac{(1 - \nu_m^2)}{E_m}} \quad (4.30)$$

$$\nu_T^{\text{hom}} \cong \nu_m \frac{1 + \omega(r) \frac{(1 + \nu_m)}{E_m}}{1 + \omega(r) \frac{(1 - \nu_m^2)}{E_m}} \quad (4.31)$$

As Equações (4.27) a (4.31) são referentes, respectivamente, aos seguintes parâmetros elásticos homogeneizados: módulo de Young longitudinal, módulo de cisalhamento transversal, coeficiente de Poisson longitudinal, módulo de Young transversal e coeficiente de Poisson transversal. Os parâmetros E_m e ν_m são referentes ao módulo de Young e coeficiente de Poisson do maciço.

A relação tensão-deformação macroscópica, no meio homogêneo elástico, é escrita na forma tensorial como (SALENÇON, 2001):

$$\underline{\underline{\Sigma}} = \underline{\underline{C}}^{\text{hom}} : \underline{\underline{\varepsilon}} \quad \text{com} \quad \underline{\underline{C}}^{\text{hom}} = \lambda_m \underline{\underline{1}} \otimes \underline{\underline{1}} + 2\mu_m \underline{\underline{1}} + \omega(r) \underline{e}_i \otimes \underline{e}_i \otimes \underline{e}_i \otimes \underline{e}_i \quad (4.32)$$

Os tensores $\underline{\underline{\Sigma}}$ e $\underline{\underline{\varepsilon}}$ são referentes às tensões e deformações macroscópicas, enquanto $\underline{\underline{C}}^{\text{hom}}$ é o tensor de elasticidade homogeneizado. Os coeficientes de Lamé do maciço são dados por λ_m e

μ_m , o índice $i = r$ representa o caso dos tirantes analisados em ZR, enquanto $i = z$ é dado para os tirantes em ZF.

4.2.2 Elasto-plasticidade do meio homogeneizado

A abordagem constitutiva em elasto-plasticidade é baseada na determinação de um critério de resistência macroscópico para o meio homogeneizado, definido pelo domínio G^{hom} , a partir dos convexos de resistência do maciço G_m e dos tirantes G_t . Uma formulação simplificada para o comportamento elastoplástico do meio reforçado consiste em adotar o critério de resistência G^{hom} como domínio de elasticidade para o meio homogeneizado. Partindo da hipótese que o maciço e os tirantes são elásticos perfeitamente plásticos, esta aproximação é implicitamente equivalente a desconsiderar a fase de encruamento elastoplástico induzido pelo processo de homogeneização. Considerando as hipóteses de deformações planas e axissimetria (simetria de revolução), um modelo homogeneizado analítico baseado no critério de plasticidade de Tresca para o maciço será apresentado para o equacionamento do campo de tensões e deslocamentos radiais.

4.2.2.1 Critério de resistência do meio homogeneizado

O critério de resistência macroscópico de G^{hom} pode ser representado por uma função convexa F^{hom} do tensor $\underline{\underline{\Sigma}}$, que define as propriedades de tensões para o meio homogeneizado. Sendo assim, o critério de resistência macroscópico, F^{hom} , do meio homogeneizado é definido pela função F_m do maciço, conforme segue (DE BUHAN; SALENÇON, 1990):

$$F^{\text{hom}}(\underline{\underline{\Sigma}}) \leq 0 \leftrightarrow \begin{cases} \underline{\underline{\Sigma}} = \underline{\underline{\sigma}}_m + \sigma \underline{e}_i \otimes \underline{e}_i \\ F_m(\underline{\underline{\sigma}}_m) \leq 0 \text{ e } -\tau\sigma_0(r) \leq \sigma \leq \sigma_0(r) \end{cases} \quad (4.33)$$

onde F_m refere-se ao critério de resistência do maciço. O valor de $\underline{\underline{\Sigma}}$ é dado pela Eq. (4.32) enquanto a tensão σ representa a contribuição de tensão axial dos tirantes ao meio homogeneizado, limitada pelo intervalo $-\tau\sigma_0(r) \leq \sigma \leq \sigma_0(r)$. O parâmetro τ , o qual varia entre 0 e 1, define a redução da resistência à compressão por flambagem. O parâmetro $\sigma_0(r)$ representa a resistência uniaxial dos tirantes por unidade de área transversal:

$$\sigma_0(r) = \begin{cases} \sigma_{\text{lim}}\eta_r(r) \\ \sigma_{\text{lim}}\eta_f \end{cases} \quad (4.34)$$

sendo σ_{lim} a tensão máxima suportada pelo tirante (tensão admissível), $\eta_r(r)$ e η_f são as proporções de tirantes nas direções radial e frontal respectivamente (definidas na Eq. (2.15)).

A interpretação geométrica do domínio G^{hom} é feita através do critério de resistência F^{hom} , que descreve a superfície ilustrada na Fig. 4.8.

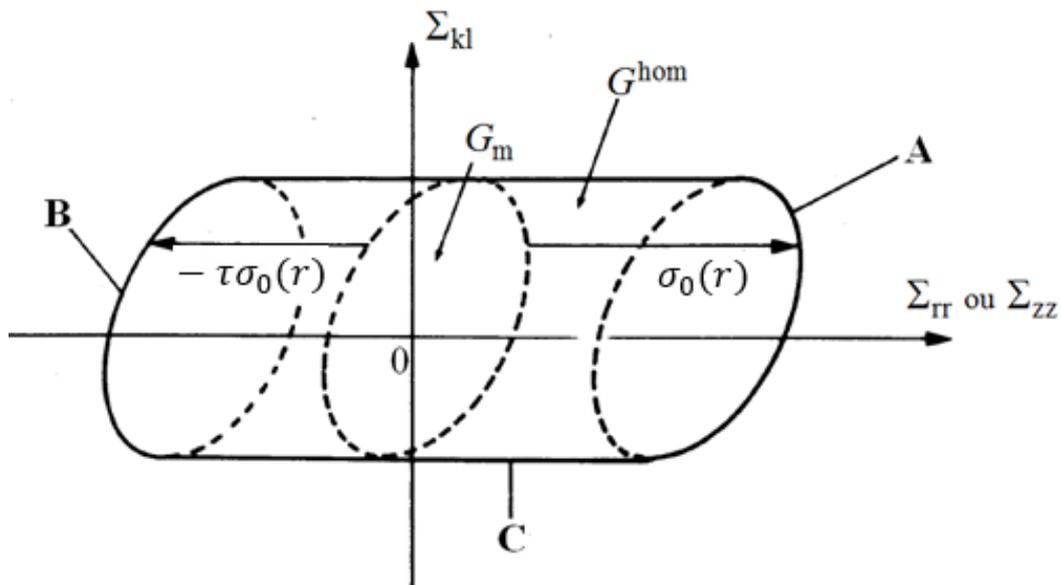


Figura 4.8: Representação geométrica do domínio de resistência macroscópico G^{hom} (DE BUHAN e SALENÇON, 1990; BERNAUD *et al.*, 1995a).

O ganho de resistência do maciço através da inclusão de tirantes é claramente evidenciado na Eq. (4.33) e na interpretação geométrica da Fig. 4.8, uma vez que para o maciço sem reforço ($\sigma = 0$) tem-se $F^{\text{hom}}(\underline{\Sigma}) \leq F_m(\underline{\Sigma})$ e $G_m \subset G^{\text{hom}}$. De acordo com a Fig. 4.8, a dimensão da superfície de contorno de G_m é dada de acordo com a região de tirantes estudada por: $F_m(\underline{\Sigma} - \sigma \underline{e}_r \otimes \underline{e}_r) = 0$ para a zona radial ZR e $F_m(\underline{\Sigma} - \sigma \underline{e}_z \otimes \underline{e}_z) = 0$ para a ZF. Para ZR a superfície G_m é direcionada pelo eixo Σ_{rr} e afastada a uma distância σ deste eixo, enquanto para ZF a superfície G_m é direcionada pelo eixo Σ_{zz} .

As regiões A, B e C da superfície da Figura 4.8 definem os modos de falha para o maciço reforçado. A região A corresponde a um modo de falha para o maciço com reforço, sendo que os tirantes rompem devido a tensão admissível de tração, a região B corresponde a um modo

de falha análogo a região A, porém os tirantes rompem por compressão. A região C corresponde a um modo de falha exclusivo do maciço, uma vez que esta superfície é paralela ao eixo Σ_{rr} ou Σ_{zz} , que é a direção responsável pelos esforços aplicados aos tirantes (DE BUHAN e SALENÇON, 1990; BERNAUD *et al.*, 1995a).

4.2.2.2 Critério de plasticidade de von Mises e Druker-Prager para o meio homogeneizado

Adotando uma estratégia rápida e direta baseada em um raciocínio heurístico, uma releitura do critério de resistência é realizada de forma a adotá-lo como critério de plasticidade para o meio homogeneizado. O modelo apresentado será baseado em uma lei elasto-plástica perfeita associada, onde o domínio G^{hom} ilustrado na Fig. 4.8 será o meio elástico homogeneizado. A taxa de deformação total do meio homogeneizado pode ser calculada como a soma de uma taxa de deformação elástica e plástica, ou seja, $\underline{\underline{\dot{\Sigma}}} = \underline{\underline{\dot{\Sigma}}}^e + \underline{\underline{\dot{\Sigma}}}^p$. A taxa $\underline{\underline{\dot{\Sigma}}}^e$ é relacionada com a taxa de tensão aplicada ao meio homogeneizado da seguinte forma (BERNAUD; DE BUHAN; MAGHOUS, 1995a):

$$\underline{\underline{\dot{\Sigma}}} = \underline{\underline{C}}^{\text{hom}} : \underline{\underline{\dot{\Sigma}}}^e \quad (4.35)$$

enquanto a taxa de deformação plástica é uma função do potencial plástico homogeneizado, $P^{\text{hom}}(\underline{\underline{\Sigma}})$, dada pela Eq. (4.36).

$$\underline{\underline{\dot{\Sigma}}}^p = \dot{\Lambda} \frac{\partial P^{\text{hom}}}{\partial \underline{\underline{\Sigma}}}(\underline{\underline{\Sigma}}) \quad (4.36)$$

O multiplicador plástico $\dot{\Lambda}$ pode apresentar, de acordo com $F^{\text{hom}}(\underline{\underline{\Sigma}})$, os seguintes valores:

$$\begin{cases} \dot{\Lambda} = 0, \text{ se } F^{\text{hom}}(\underline{\underline{\Sigma}}) < 0 \\ \dot{\Lambda} = 0, \text{ se } F^{\text{hom}}(\underline{\underline{\Sigma}}) = 0 \text{ com } \dot{F}^{\text{hom}}(\underline{\underline{\Sigma}}) < 0 \\ \dot{\Lambda} \geq 0, \text{ se } F^{\text{hom}}(\underline{\underline{\Sigma}}) = 0 \text{ com } \dot{F}^{\text{hom}}(\underline{\underline{\Sigma}}) = 0 \end{cases} \quad (4.37)$$

Para o caso de uma regra de fluxo associada, a função de potencial plástico da Eq. (4.36) é dada de forma análoga ao critério do meio homogeneizado, ou seja, $P^{\text{hom}}(\underline{\underline{\Sigma}}) = F^{\text{hom}}(\underline{\underline{\Sigma}})$. A

superfície formada por $F^{\text{hom}}(\underline{\underline{\Sigma}}) = 0$ (considerado como um critério de plasticidade com fluxo associado) está ilustrada na Fig. 4.9. O regime elástico do meio homogeneizado encontra-se dentro do domínio de $F^{\text{hom}}(\underline{\underline{\Sigma}}) = 0$, enquanto o regime elasto-plástico perfeito ocorre na superfície deste domínio.

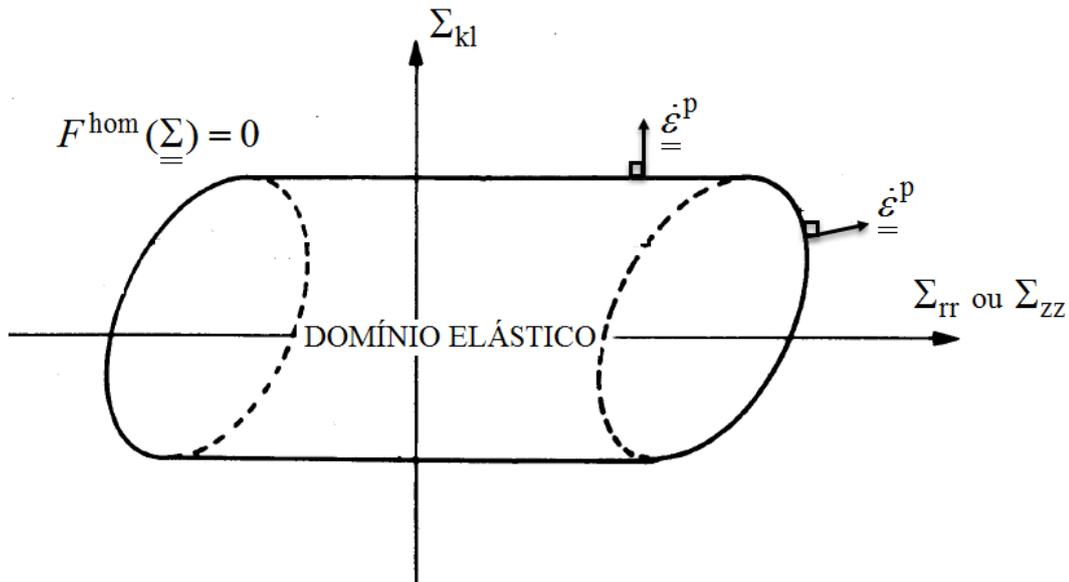


Figura 4.9: Domínio elástico do meio homogeneizado (BERNAUD; DE BUHAN; MAGHOUS, 1995a).

Se o maciço apresentar uma lei de fluxo não associada, as mesmas regras para túneis não reforçados são válidas, ou seja, o critério de plasticidade F^{hom} será transformado em uma função de potencial plástico P^{hom} para o meio homogeneizado, conforme as definições do item 2.5.1 (BERNAUD et al., 2009).

O critério de resistência que define o material homogeneizado no regime elastoplástico, descrito pela Eq. (4.33), pode ser reescrito como (BERNAUD; DE BUHAN; MAGHOUS, 1995b):

$$F^{\text{hom}}(\underline{\underline{\Sigma}}) = \min_{\sigma \in I} F_m \left(\underline{\underline{\Sigma}} - \sigma \underline{\underline{e}}_i \otimes \underline{\underline{e}}_i \right) \quad (4.38)$$

onde $I = [-\tau\sigma_0(r), \sigma_0(r)]$ é o intervalo de resistência dos tirantes mencionado na Eq. (4.39).

Considerando $\underline{\underline{\Sigma}}$ constante, a Eq. (4.38) pode ser definida como uma função dependente apenas da variável σ :

$$g(\sigma) = F_m(\underline{\underline{\Sigma}} - \sigma \underline{e}_i \otimes \underline{e}_i) \quad (4.39)$$

Este equacionamento é resultado da convexidade da função $F_m(\cdot)$, a qual define um único valor mínimo para a função g :

$$g(\sigma_{\min}) = \min_{\sigma \in \mathfrak{R}} F_m(\underline{\underline{\Sigma}} - \sigma \underline{e}_i \otimes \underline{e}_i) \quad (4.40)$$

Para um valor $\sigma = \sigma_{\min}$, a derivada da função $g(\sigma_{\min})$ é nula visto que:

$$\frac{\partial F_m}{\partial \sigma_{ii}}(\underline{\underline{\Sigma}} - \sigma_{\min} \underline{e}_i \otimes \underline{e}_i) = 0 \quad (4.41)$$

Desta forma, o critério de resistência da Eq. (4.38) pode ser reescrito como:

$$F^{\text{hom}}(\underline{\underline{\Sigma}}) = F_m(\underline{\underline{\Sigma}} - \sigma^* \underline{e}_i \otimes \underline{e}_i) \quad (4.42)$$

Na Equação (4.42), σ^* é a projeção de σ_{\min} no intervalo $I = [-\tau\sigma_0(r), \sigma_0(r)]$, definido como:

$$\sigma^* = \begin{cases} -\tau\sigma_0(r) & \text{se } \sigma_{\min} \leq -\tau\sigma_0(r) \\ \sigma_{\min} & \text{se } \sigma_{\min} \in I \\ \sigma_0(r) & \text{se } \sigma_{\min} \geq \sigma_0(r) \end{cases} \quad (4.43)$$

Para finalizar a formulação da lei constitutiva, é necessário descrever a derivada do critério $F^{\text{hom}}(\underline{\underline{\Sigma}})$, exigida pela regra de fluxo plástico associada definida na Eq. (4.36). Considerando o tensor $\underline{\underline{\Sigma}}$ dependente da variável σ^* , a derivada da Eq. (4.42) é calculada conforme segue (BERNAUD; DE BUHAN; MAGHOUS, 1995a):

$$\frac{\partial F^{\text{hom}}}{\partial \underline{\underline{\Sigma}}}(\underline{\underline{\Sigma}}) = \frac{\partial F_m}{\partial \underline{\underline{\Sigma}}}(\underline{\underline{\Sigma}} - \sigma^* \underline{e}_i \otimes \underline{e}_i) - \frac{\partial F_m}{\partial \sigma_{ii}}(\underline{\underline{\Sigma}} - \sigma^* \underline{e}_i \otimes \underline{e}_i) \frac{\partial \sigma^*}{\partial \underline{\underline{\Sigma}}}(\underline{\underline{\Sigma}}) \quad (4.44)$$

O segundo termo da Equação (4.44) pode ser anulado mediante duas situações distintas. Quando $\sigma_{\min} \in I$ a Eq. (4.43) define $\sigma^* = \sigma_{\min}$ que resulta em:

$$\frac{\partial F_m}{\partial \underline{\sigma}_{ii}} (\underline{\Sigma} - \sigma^* \underline{e}_i \otimes \underline{e}_i) = 0 \quad (4.45)$$

Caso $\sigma_{\min} \notin I$ a Eq. (4.43) define $\sigma^* = -\tau\sigma_0(r)$ ou $\sigma^* = \sigma_0(r)$ que resulta em:

$$\frac{\partial \sigma^*}{\partial \underline{\Sigma}} (\underline{\Sigma}) = 0 \quad (4.46)$$

Logo, as definições impostas pelas Eq. (4.45) ou (4.46) reduzem a Eq. (4.44) para a seguinte forma:

$$\frac{\partial F_m^{\text{hom}}}{\partial \underline{\Sigma}} (\underline{\Sigma}) = \frac{\partial F_m}{\partial \underline{\sigma}} (\underline{\Sigma} - \sigma^* \underline{e}_i \otimes \underline{e}_i) \quad (4.47)$$

O comportamento plástico homogeneizado será especificado considerando dois casos particulares para o critério de resistência $F_m(\underline{\sigma}) \leq 0$ do material constituindo um maciço não reforçado: critério de von Mises e critério de Drucker-Prager.

O critério de resistência de von Mises pode ser escrito da seguinte forma alternativa (NETO; PERIC; OWEN, 2008):

$$F_m(\underline{\sigma}) = \sqrt{3J_2} - \sigma_y = \sqrt{\frac{3}{2} \|\underline{s}\|^2} - \sigma_y \leq 0 \quad (4.48)$$

onde σ_y é a tensão de escoamento do material. Considerando que $\partial F_m / \partial \underline{\sigma}$ é proporcional a \underline{s} , o valor de σ_m é dado por $(3/2)S_{ii}$, onde \underline{s} é a parte desviadora de $\underline{\Sigma}$ e $\sigma^*(\underline{\Sigma})$ é dado por (BERNAUD; DE BUHAN; MAGHOUS, 1995b):

$$\sigma^*(\underline{\Sigma}) = \begin{cases} -\tau\sigma_0(r) & \text{para } S_{ii} \leq -\frac{2}{3}\tau\sigma_0(r) \\ \frac{3}{2}S_{ii} & \text{para } S_{ii} \in [-\frac{2}{3}\tau\sigma_0(r), \frac{2}{3}\sigma_0(r)] \\ \sigma_0(r) & \text{para } S_{ii} \geq \frac{2}{3}\sigma_0(r) \end{cases} \quad (4.49)$$

A solução da Equação (4.47), considerando o critério de von Mises, é dada por:

$$\frac{\partial F^{\text{hom}}}{\partial \underline{\underline{\Sigma}}}(\underline{\underline{\Sigma}}) = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\underline{\underline{S}} - \underline{\underline{S}}^*}{\|\underline{\underline{S}} - \underline{\underline{S}}^*\|} \quad (4.50)$$

onde o tensor desviador $\underline{\underline{S}}^*$ é dado por:

$$\underline{\underline{S}}^* = \frac{\sigma^*}{3} (3\underline{\underline{e}}_i \otimes \underline{\underline{e}}_i - \underline{\underline{e}}_r \otimes \underline{\underline{e}}_r - \underline{\underline{e}}_\theta \otimes \underline{\underline{e}}_\theta - \underline{\underline{e}}_z \otimes \underline{\underline{e}}_z) \quad (4.51)$$

sendo σ^* definido pela Eq. (4.49).

O segundo caso considerado aqui para o critério $F_m(\underline{\underline{\sigma}}) \leq 0$ refere ao critério de resistência de Drucker-Prager. O critério de resistência de Drucker-Prager pode ser definido com base na tensão de von Mises efetiva ou equivalente, comumente aplicada quando o material é submetido a condição de tensão uniaxial simples. Desta forma, o critério de Drucker-Prager para o material do maciço escavado, dado pela Eq. (2.8), pode ser reescrito da seguinte forma:

$$F_m(\underline{\underline{\sigma}}) = \sqrt{3J_2} + \alpha_m(J_1 - \sigma_y) - \sigma_y = \sqrt{\frac{3}{2}} \|\underline{\underline{S}}\| + \alpha_m(\text{tr}\underline{\underline{\sigma}} - \sigma_y) - \sigma_y \leq 0 \quad (4.52)$$

A derivada do critério de Drucker-Prager resulta em:

$$\frac{\partial F_m}{\partial \underline{\underline{\sigma}}}(\underline{\underline{\sigma}}) = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\underline{\underline{S}}}{\|\underline{\underline{S}}\|} + \alpha_m \underline{\underline{1}} \quad (4.53)$$

De forma similar ao equacionamento pelo critério de von Mises, o valor de σ_m para Drucker-Prager é dado por $\sigma_m = (3/2)(S_{ii} + \chi)$, onde:

$$\chi = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\alpha_m}{\sqrt{1 - \alpha_m^2}} \left\| \underline{\underline{S}} - \frac{S_{ii}}{2} (3\underline{\underline{e}}_i \otimes \underline{\underline{e}}_i - \underline{\underline{e}}_r \otimes \underline{\underline{e}}_r - \underline{\underline{e}}_\theta \otimes \underline{\underline{e}}_\theta - \underline{\underline{e}}_z \otimes \underline{\underline{e}}_z) \right\| \quad (4.54)$$

A solução para a Equação (4.47), considerando o critério de Drucker-Prager, é dada por:

$$\frac{\partial F^{\text{hom}}}{\partial \underline{\underline{\Sigma}}}(\underline{\underline{\Sigma}}) = \alpha_m \underline{\underline{1}} + \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\underline{\underline{\Sigma}} - \underline{\underline{\Sigma}}^*}{\|\underline{\underline{\Sigma}} - \underline{\underline{\Sigma}}^*\|} \quad (4.55)$$

onde σ^* e $\underline{\underline{\Sigma}}^*$ são calculados, respectivamente, pelas Eq. (4.43) e (4.51).

4.2.3 Implementação numérica do comportamento homogeneizado

A implementação numérica em elementos finitos da elasticidade e da plasticidade do meio homogeneizado (maciço com tirantes) consiste em um algoritmo iterativo que calcula a projeção de um estado de tensões qualquer no domínio elástico convexo G^{hom} . Se $\underline{\underline{\Sigma}}$ é um dado estado de tensões fora do domínio G^{hom} , este pode ser expresso pela condição $F^{\text{hom}}(\underline{\underline{\Sigma}}) > 0$. A projeção $\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}$ de $\underline{\underline{\Sigma}}$ no domínio convexo G^{hom} é definida pela Eq. (4.56). A Fig. 4.10 ilustra a situação de projeção definida (BERNAUD et al., 2009).

$$\begin{cases} \underline{\underline{\Sigma}} - \underline{\underline{\tilde{\Sigma}}} = \lambda \underline{\underline{C}}^{\text{hom}} : \frac{\partial F^{\text{hom}}}{\partial \underline{\underline{\Sigma}}}(\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}), \lambda \geq 0 \\ F^{\text{hom}}(\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}) = 0 \end{cases} \quad (4.56)$$

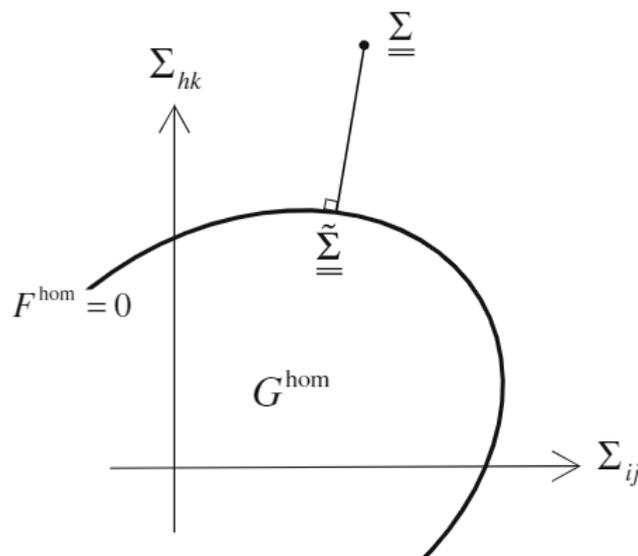


Figura 4.10: Projeção de um estado de tensões $\underline{\underline{\Sigma}}$ no domínio elástico G^{hom} (BERNAUD et al., 2009).

De acordo com os resultados explicitados na Eq. (4.49), duas soluções gerais podem ser equacionadas para a projeção $\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}$. Considerando o critério de von Mises, quando $\sigma^* = \tilde{\sigma}^* = \frac{3}{2}\tilde{S}_{ii}$, tem-se (BERNAUD; DE BUHAN; MAGHOUS, 1995b):

$$\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}} = \underline{\underline{\Sigma}} - \frac{F^{\text{hom}}(\underline{\underline{\Sigma}})}{F^{\text{hom}}(\underline{\underline{\Sigma}}) + \sigma_y} (\underline{\underline{S}} - \underline{\underline{S}}^*) \quad (4.57)$$

Enquanto para $\sigma^* = \tilde{\sigma}^* = \sigma_0(r)$ (ou $-\tau\sigma_0(r)$), a seguinte expressão para a projeção $\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}$ pode ser escrita:

$$\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}} = \underline{\underline{\Sigma}} - \sqrt{\frac{3}{2}} \dot{\Lambda} \underline{\underline{C}}^{\text{hom}} : \frac{\underline{\underline{T}}}{\|\underline{\underline{T}}\|} \quad (4.58)$$

sendo:

$$\underline{\underline{T}} = (\underline{\underline{S}} - \underline{\underline{S}}^*) - \dot{\alpha} (S_{ii} - \frac{2}{3}\sigma^*) [(3\underline{\underline{e}}_i \otimes \underline{\underline{e}}_i - \underline{\underline{e}}_r \otimes \underline{\underline{e}}_r - \underline{\underline{e}}_\theta \otimes \underline{\underline{e}}_\theta - \underline{\underline{e}}_z \otimes \underline{\underline{e}}_z)] \quad (4.59)$$

Nas Equações (4.58) e (4.59), $\dot{\Lambda}$ e $\dot{\alpha}$ são computados numericamente como funções de $\underline{\underline{\Sigma}}$.

De forma análoga, quando $\sigma^* = \tilde{\sigma}^* = \frac{3}{2}\tilde{S}_{ii}$ no critério de Druker-Prager, a projeção $\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}$ é definida como (BERNAUD et al., 2009):

$$\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}} = \underline{\underline{\Sigma}} - \frac{F^{\text{hom}}(\underline{\underline{\Sigma}})}{3\mu_m + 9\kappa_m\alpha_m^2} \left\{ 3\kappa_m\alpha_m\underline{\underline{1}} + \sqrt{6}\mu_m \frac{\underline{\underline{S}} - \underline{\underline{S}}^*}{\|\underline{\underline{S}} - \underline{\underline{S}}^*\|} \right\} \quad (4.60)$$

Enquanto para $\sigma^* = \tilde{\sigma}^* = \sigma_0(r)$ (ou $-\tau\sigma_0(r)$), a expressão para a projeção $\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}$ pelo critério de Druker-Prager é dada por:

$$\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}} = \underline{\underline{\Sigma}} - \frac{F^{\text{hom}}(\underline{\underline{\Sigma}})}{3\mu_m + 9\kappa_m\alpha_m^2} \dot{\Lambda} \underline{\underline{C}}^{\text{hom}} : \left(\alpha_m\underline{\underline{1}} + \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\underline{\underline{T}}}{\|\underline{\underline{T}}\|} \right) \quad (4.61)$$

sendo:

$$\underline{\underline{T}} = (\underline{\underline{S}} - \underline{\underline{s}}^*) - \frac{[\dot{\alpha}_1(S_{ii} - s_{ii}^*) + \dot{\alpha}_2\alpha_m]}{3} [(3\underline{e}_i \otimes \underline{e}_i - \underline{e}_r \otimes \underline{e}_r - \underline{e}_\theta \otimes \underline{e}_\theta - \underline{e}_z \otimes \underline{e}_z)] \quad (4.62)$$

onde $\dot{\Lambda}$, $\dot{\alpha}_1$ e $\dot{\alpha}_2$ são computados numericamente como funções de $\underline{\underline{\Sigma}}$.

4.2.4 Simulação numérica através do código computacional GEOMECC91

De forma análoga à simulação numérica de túneis sem tirantes, o código computacional GEOMECC91 será utilizado para a simulação numérica do processo de escavação do túnel e instalação de tirantes. O objetivo da modelagem computacional do problema é calcular as tensões e deformações geradas no processo de escavação, bem como quantificar a contribuição dos tirantes na redução da convergência da escavação (BERNAUD; DE BUHAN; MAGHOUS, 1995a).

A Figura 4.11 mostra o procedimento de simulação do código, que segue os mesmos princípios descritos no item 4.1.4, com a diferença que neste caso serão ativados os elementos finitos correspondentes ao meio homogeneizado composto pelo maciço e tirantes radiais. Da mesma forma, após a desativação dos elementos frontais do maciço do túnel na primeira escavação, são ativados os elementos do meio homogeneizado do maciço e tirantes frontais, que serão ativados e desativados ao longo do processo simulando a escavação do túnel com a frente reforçada.

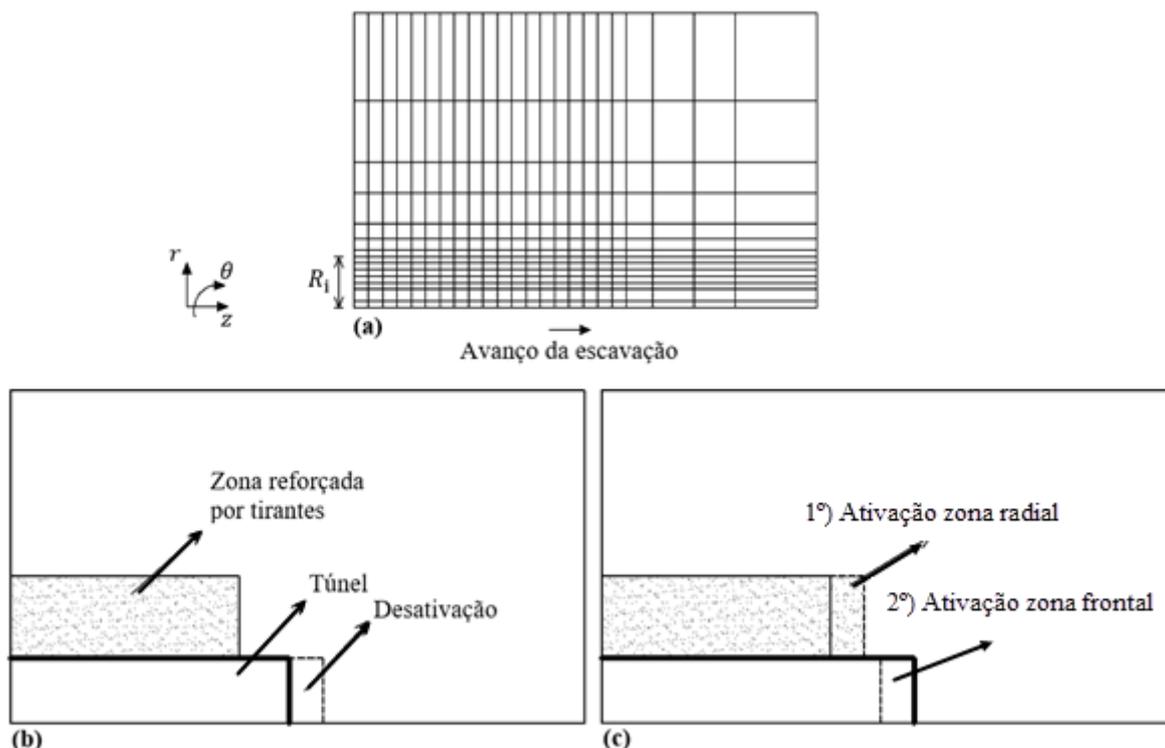


Figura 4.11: (a) malha bidimensional de elementos finitos do maciço rochoso; (b) escavação do túnel por desativação de elementos finitos; (c) instalação dos tirantes por meio de ativação de elementos finitos (BERNAUD; DE BUHAN; MAGHOUS, 1995a).

Com relação aos parâmetros da matriz de rigidez do meio homogeneizado, que deve ser introduzida no cálculo numérico por elementos finitos, o termo a ser modificado será o acréscimo da contribuição dos tirantes (dada por $\omega(r)$) nos coeficientes de Lamé do maciço, ou seja, $\lambda_m + 2\mu_m + \omega(r)$. Deste modo, só ocorrem alterações na direção radial e frontal do túnel, onde existe o meio homogeneizado composto pelos materiais do maciço e tirante (BERNAUD; DE BUHAN; MAGHOUS, 1995a).

A integração numérica para a determinação do comportamento elasto-plástico do meio homogeneizado através do MEF envolve o cálculo da matriz de rigidez de cada elemento, onde é recomendado adotar uma linearização por partes do parâmetro $\omega(r)$ definido na Eq. (2.16). Conforme ilustra a Fig. 4.11 (a), a malha de elementos finitos é formada de elementos retangulares cujos lados são paralelos aos eixos r e z . Sendo assim, qualquer elemento compreendido entre $r = r_1$ e $r = r_2$ ou $z = z_1$ e $z = z_2$ permite que $\omega(r)$ seja linearizada a partir das seguintes fórmulas (BERNAUD; DE BUHAN; MAGHOUS, 1995a):

$$\bar{\omega}(r) = \begin{cases} \frac{\eta_r(r)E_r}{r_1 r_2} (r_1 + r_2 - r) \\ \frac{\eta_f E_f}{z_1 z_2} (z_1 + z_2 - z) \end{cases} \quad (4.63)$$

onde $\eta_r(r)$ e η_f são os volumes de reforço na região frontal e radial, definidos na Eq. (2.15). Desta forma, além dos dados do maciço e revestimento, os dados de entrada no código base do GEOMECC91 para os tirantes ficam resumidos a: $\omega(r)$ calculado pela Eq. (2.16); $\sigma_0(r)$ calculado pela Eq. (4.34); comprimentos l_r e l_f dos tirantes; e espaçamento d_{0r} entre a frente de escavação e o início da instalação dos tirantes radiais.

A ferramenta para análise de túneis com tirantes do GEOMECC91 foi verificada através de comparações de resultados obtidos pelo software com soluções analíticas descritas em Greuell (1993), onde foram analisados túneis em axissimetria com tirantes radiais supondo um critério de plasticidade de Tresca (BERNAUD; DE BUHAN; MAGHOUS, 1995b).

4.2.5 Modelo analítico para túneis reforçados com tirantes radiais passivos: análise em deformações planas e axissimetria

As hipóteses de estado plano de deformações e axissimetria serão adotadas na formulação do campo de tensões e de deslocamento radial de um túnel reforçado por tirantes passivos, considerando a elasticidade e elasto-plasticidade baseada no critério de Tresca.

4.2.5.1 Formulação explícita para o maciço reforçado em elasticidade

As equações para o campo de tensões e deslocamento radial serão apresentadas conforme as definições do item 2.5.3.2, considerando somente a região (2) da Fig. 2.22, por ser esta a região reforçada no entorno do túnel escavado. Primeiramente, as seguintes constantes são definidas (GREUELL, 1993):

$$Z_0 = \frac{\lambda_r \sigma_d}{G_R H_i - F_R} \quad (4.64)$$

$$C_0 = \frac{\lambda_r \sigma_d + Z_0 F_R}{G_R} \quad (4.65)$$

sendo H_i , G_R e F_R dados por:

$$H_i = \left[\frac{2}{2r_i + k} - \frac{1}{k} \ln \left(1 + \frac{k}{r_i} \right) \right] \text{ com } r_i = R_i + l_r \quad (4.66)$$

$$G_R = (2\mu_m + \lambda_m) \left(1 + \frac{k}{R_i} \right) + \lambda_m \quad (4.67)$$

$$F_R = \frac{2(\mu_m + \lambda_m)}{R_i} - \frac{G_R}{k} \ln \left(1 + \frac{k}{R_i} \right) \quad (4.68)$$

O parâmetro k é equacionado com base na Eq. (2.16):

$$k = \frac{\delta_r R_i \pi D^2 E_r}{4(2\mu_m + \lambda_m)} = \frac{W}{(2\mu_m + \lambda_m)} \quad (4.69)$$

enquanto os coeficientes de Lamé μ_m e λ_m são dados por:

$$\mu_m = \frac{E_m}{2(1+\nu_m)} \quad (4.70)$$

$$\lambda_m = \frac{E_m \nu_m}{(1+\nu_m)(1-2\nu_m)} \quad (4.71)$$

A partir da definição das Equações (4.32) e (4.33), que divide o campo de tensões macroscópicas em duas partes referentes a contribuição de tensões do maciço e do reforço em tirantes ($\underline{\underline{\Sigma}} = \underline{\underline{\sigma}}_m + \underline{\underline{\sigma}}_r$), é possível definir as componentes do campo de tensões da região (2):

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}^{(2)}(r) = & (2\mu_m + \lambda_m) \left(1 + \frac{k}{r} \right) \left\{ C_0 - Z_0 \left[\frac{1}{r+k} - \frac{1}{k} \ln \left(1 + \frac{k}{r} \right) \right] \right\} + \\ & \lambda_m \left\{ C_0 - Z_0 \left[\frac{1}{r} - \frac{1}{k} \ln \left(1 + \frac{k}{r} \right) \right] \right\} + \sigma_{rr}^d \end{aligned} \quad (4.72)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta\theta}^{(2)}(r) = & \lambda_m \left(1 + \frac{k}{r} \right) \left\{ C_0 - Z_0 \left[\frac{1}{r+k} - \frac{1}{k} \ln \left(1 + \frac{k}{r} \right) \right] \right\} + \\ & (2\mu_m + \lambda_m) \left\{ C_0 - Z_0 \left[\frac{1}{r} - \frac{1}{k} \ln \left(1 + \frac{k}{r} \right) \right] \right\} + \sigma_{\theta\theta}^d \end{aligned} \quad (4.73)$$

$$\sigma_{zz}^{(2)}(r) = \lambda_m \left\{ C_0 - Z_0 \left[\frac{1}{r+k} - \frac{1}{k} \ln \left(1 + \frac{k}{r} \right) \right] \right\} + \lambda_m \left\{ C_0 - Z_0 \left[\frac{1}{r} - \frac{1}{k} \ln \left(1 + \frac{k}{r} \right) \right] \right\} + \sigma_{zz}^d \quad (4.74)$$

onde as componentes σ_{rr}^d , $\sigma_{\theta\theta}^d$ e σ_{zz}^d são referentes ao campo de tensões do maciço em elasticidade no momento da instalação do reforço, definidas pelas Eqs. (4.1) a (4.3).

O deslocamento radial na região (2) do maciço escavado é definido a partir da seguinte equação:

$$u_{ie}^{(2)}(r) = C_0 r - Z_0 \left[1 - \frac{r}{k} \ln \left(1 + \frac{k}{r} \right) \right] + u_{ie}^d \quad (4.75)$$

A componente u_{ie}^d representa o deslocamento radial em elasticidade no momento da instalação do reforço, definida pela Eq. (4.4).

4.2.5.2 Formulação explícita para o maciço de Tresca reforçado em elasto-plasticidade

Como complemento ao modelo analítico em elasticidade, será descrita uma metodologia analítica em elasto-plasticidade para túneis reforçados por tirantes passivos. Os princípios abordados no item 2.5.3.3 serão considerados na definição desta metodologia.

Considerando as hipóteses de deformações planas e axissimetria, quando é verificado o aparecimento da plasticidade na parede da escavação, o critério de Tresca será adotado para reger o comportamento plástico do maciço não reforçado. Nesta situação, o critério de plasticidade para o meio homogeneizado reduz a seguinte forma (GREUELL, 1993):

$$F^{\text{hom}} = \sigma_{rr}^{(2)} - \sigma_{\theta\theta}^{(2)} - \frac{\sigma_{\text{lim}} R_i \delta_r}{r} = 2c \quad (4.76)$$

onde σ_{lim} define a tensão limite nos tirantes, sendo o valor 1 é adotado para τ . A Equação (4.76) rege o comportamento plástico até o final do desenvolvimento do deslocamento radial e do alívio de tensões do maciço. A verificação do ponto onde inicia a plasticidade não é evidente como no caso do solo não reforçado.

Para obtenção das componentes do campo de tensões e deslocamentos, as expressões definidas para o maciço elástico suportado por tirantes (item 4.2.3.1) são modificadas

considerando a hipótese de simplificação definida no item 2.5.3.3 (comprimento de tirantes infinito).

Após a convergência e o alívio de pressões do maciço escavado, o reforço em tirantes é instalado em $P_i = \sigma_d = (1 - \lambda_d)P_\infty$ na condição de maciço em regime elástico ou elasto-plástico. O maciço com tirantes recupera sua resistência e o comportamento elástico, onde o campo de tensões e o deslocamento radial são dados pelas Eqs. (4.72) a (4.75) modificadas pela hipótese de simplificação citada (GREUELL, 1993):

$$\sigma_{rr}^{(2)}(r) = A_r \left[\left(\frac{1}{k} - \frac{1 - \nu_m}{R_i} \right) \ln \left(1 + \frac{k}{r} \right) - \frac{1}{r} \right] + \sigma_{rr}^d(r) \quad (4.77)$$

$$\sigma_{\theta\theta}^{(2)}(r) = A_r \left[\frac{1}{k} \ln \left(1 + \frac{k}{r} \right) - \frac{1 - \nu_m}{r} - \frac{\nu_m}{r + k} \right] + \sigma_{\theta\theta}^d(r) \quad (4.78)$$

$$\sigma_{zz}^{(2)}(r) = A_r \nu_m \left[\frac{2}{k} \ln \left(1 + \frac{k}{r} \right) - \frac{1}{r} - \frac{1}{r + k} \right] + \sigma_{zz}^d(r) \quad (4.79)$$

$$u_{ie}^{(2)}(r) = \frac{A_r(1 + \nu_m)(1 - 2\nu_m)}{E_m} \left[1 - \frac{r}{k} \ln \left(1 + \frac{k}{r} \right) \right] + u_i^d(r) \quad (4.80)$$

Os valores de $\sigma_{rr}^d(r)$, $\sigma_{\theta\theta}^d(r)$, $\sigma_{zz}^d(r)$ e $u_i^d(r)$ são definidos pelas Eqs. (4.1) a (4.4) caso o maciço esteja em regime elástico no momento da instalação do reforço, ou pelas Eqs. (4.20), (4.21), (4.22) e (4.23) caso o maciço esteja em regime elasto-plástico pelo critério de Tresca. A constante A_r vale:

$$A_r = \frac{\lambda_r \sigma_d}{\left(\frac{1}{k} + \frac{1 - \nu_m}{R_i} \right) \ln \left(1 + \frac{k}{R_i} \right) - \frac{1}{R_i}} \quad (4.81)$$

O regime elasto-plástico do maciço reforçado é atingido quando a Eq. (4.76) é anulada. Além desta restrição, é adotada a hipótese de incompressibilidade do maciço, que resulta em $\nu_m = 0,5$. Quanto a identificação do início da elasto-plasticidade, esta ocorre a partir do surgimento do raio plástico no maciço reforçado $R_p^{(2)}$, o qual surge coincidindo com a parede da escavação ($R_p^{(2)} = R_i$).

Primeiramente, é necessário identificar para qual valor de λ_r o maciço deixa de apresentar o comportamento elástico, regido pelas Eqs. (4.68) a (4.80). Esta situação é análoga a verificar qual o valor de λ_{nr} quando $R_p^{(2)} = R_i$. Logo, o valor de λ_r é variado até que seja atingida a seguinte condição do critério de plasticidade em $r = R_i = R_p^{(2)}$:

$$\sigma_{rr}^{(2)}(R_p^{(2)}) - \sigma_{\theta\theta}^{(2)}(R_p^{(2)}) - \frac{\sigma_{lim} R_i \delta_r}{R_p^{(2)}} - 2c = 0 \quad (4.82)$$

onde $\sigma_{rr}^{(2)}(R_p^{(2)}) = (1 - \lambda_r)\sigma_d$ e $\sigma_{\theta\theta}(R_p^{(2)})$ é calculado pela Eq. (4.78). Ainda, é necessário verificar a condição de $R_p^{(2)} = R_i$ na Eq. (4.82).

Uma vez definido o valor de λ_r que inicia a plasticidade, é possível obter o intervalo de variação de $R_p^{(2)}$ definido entre R_i e $R_{p,m\acute{a}x}^{(2)}$. Serão descritos somente os campos de tensões e deslocamento radial na zona plástica (região do túnel com tirantes entre $R_i < r < R_p^{(2)}$):

$$\sigma_{rr}^{(2)}(r) = 2c \ln\left(\frac{R_p^{(2)}}{r}\right) - \delta_r T_r R_i \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_p^{(2)}}\right) + \frac{A_p}{2(R_p^{(2)})^2} \left(1 + \frac{f_1}{6R_p^{(2)}}\right) + \sigma_{rr}^d(R_p^{(2)}) \quad (4.83)$$

$$\sigma_{\theta\theta}^{(2)}(r) = 2c \ln\left(\frac{R_p^{(2)}}{r} - 1\right) - \frac{\delta_r T_r R_i}{R_p^{(2)}} + \frac{A_p}{2(R_p^{(2)})^2} \left(1 + \frac{f_1}{6R_p^{(2)}}\right) + \sigma_{rr}^d(R_p^{(2)}) \quad (4.84)$$

$$\sigma_{zz}^{(2)}(r) = \frac{2\sigma_{rr}^{(2)}(r) + [3b(r) + 2]\sigma_{\theta\theta}^{(2)}(r)}{3b(r) + 4} \quad (4.85)$$

$$u_{ip}^{(2)}(r) = \frac{3A_p}{4E_m r} + u_i^d(r) \quad (4.86)$$

Os valores de A_p , f_1 e $b(r)$ são definidos, respectivamente, por:

$$A_p = \left(R_p^{(2)}\right)^2 \frac{2c + \frac{\delta_r T_r R_i}{R_p^{(2)}} + \sigma_{\theta\theta}^d(R_p^{(2)}) - \sigma_{rr}^d(R_p^{(2)})}{1 + \frac{f_1}{4R_p^{(2)}}} \quad (4.87)$$

$$f_1 = \frac{3}{4} \delta_r R_i \pi D^2 \frac{E_t}{E_m} \quad (4.88)$$

$$b(r) = \delta_r R_i \frac{\pi D^2 E_t}{4E_m} \frac{1}{r} \quad (4.89)$$

Para a variação de $R_p^{(2)}$ entre $R_i \leq r \leq R_{p,m\acute{a}x}^{(2)}$, $R_{p,m\acute{a}x}^{(2)}$ é atingido quando $|\sigma_{rr}(R_i)| = P_i = 0$ ($\lambda_r = 1,0$), sendo $\sigma_{rr}^{(2)}(R_i)$ definido pela Eq. (4.83). O processo de variação de λ_r é continuado a partir do início da plasticidade até $\lambda_r = 1,0$, quando $R_{p,m\acute{a}x}^{(2)}$ é atingido. Desta forma, fica totalmente definido o campo de tensões e deslocamentos radiais na zona plástica durante a evolução da elasto-plasticidade.

O processo de obtenção da zona plástica $R_{p,m\acute{a}x}^{(2)}/R_i$ e do deslocamento radial $u_{ip}^{(2)}(r)$ máximo no regime elastoplástico do maciço reforçado, foi programado em Python e associado aos códigos de Confiabilidade de Monte Carlo e FORM, cujas metodologias específicas serão descritas no capítulo 5. O processo trata-se de uma estrutura de repetição, ou iteração, desenvolvida de acordo com as premissas descritas neste item.

O desenvolvimento analítico, em elasticidade e plasticidade, bem como as demais equações que não foram apresentadas, são definidas de forma detalhada em Greuell (1993).

5 ANÁLISE DE CONFIABILIDADE NO CONTEXTO DA ENGENHARIA DE TÚNEIS

As metodologias FOSM e FORM serão adotadas na análise de confiabilidade das metodologias de túneis. As simulações pelo Método de Monte Carlo serão adotadas como uma forma alternativa de análise para verificação dos resultados. Parte dos resultados são obtidos por meio da sincronização dos métodos de confiabilidade com os modelos analíticos de túneis, programados por meio da linguagem computacional Python. Os resultados obtidos por meio da simulação numérica com o GEOMECH91 são viabilizados a partir do Método da Superfície de Resposta (MSR) associado aos métodos de confiabilidade também desenvolvidos na linguagem Python.

5.1 MÉTODO DE CONFIABILIDADE DE PRIMEIRA ORDEM E SEGUNDO MOMENTO (FOSM)

A restrição ao uso de dados de segundo momento (média e variância) permite que o FOSM seja aplicado apenas para variáveis aleatórias com distribuição normal. A FDP referente à distribuição normal é definida pela Eq. (5.1), enquanto a FDP e a FDPA, referente a distribuição normal padronizada, são regidas pelas Eqs. (5.2) e (5.3) (HALDAR; MAHADEVAN, 2000).

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma_X \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu_X}{\sigma_X} \right)^2 \right] \quad (5.1)$$

$$f_X(x) = \phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} x^2 \right] \quad (5.2)$$

$$F_X(x) = \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp \left[-\frac{1}{2} x^2 \right] dx \quad (5.3)$$

A distribuição normal é denotada por $N(\mu_X, \sigma_X)$, enquanto a distribuição normal padronizada, com média zero e desvio padrão unitário, é denotada por $N(0,1)$.

O primeiro passo (usual, porém não essencial) na aplicação do FOSM, é a transformação das variáveis normais em suas formas padronizadas com a seguinte equação (HALDAR; MAHADEVAN, 2000; MELCHERS; BECK, 2018):

$$X'_i = \frac{X_i - \mu_{X_i}}{\sigma_{X_i}} \quad (i=1,2, \dots, n) \quad (5.4)$$

onde X'_i é uma variável aleatória não correlacionada e com distribuição normal padronizada. O sistema de coordenadas de X é referido como o sistema de coordenadas original (análogo ao ilustrado na Fig 3.2 (a)), enquanto o de X' é o sistema de coordenadas reduzido ou transformado.

A Equação (5.4) transforma sem dificuldades variáveis aleatórias X_i , normais e não correlacionadas (independentes), porém estas situações são raras. Nos casos usuais é necessária uma metodologia intermediária para definir as variáveis não correlacionadas X'_i a partir de variáveis X_i correlacionadas (MELCHERS; BECK, 2018).

O índice de confiabilidade β definido no item 3.3, pode ser ilustrado como uma interpretação geométrica específica do FOSM. Considerando uma função não linear $g(x)$ e outra linear $g_L(x)$ no sistema de coordenadas original, ilustradas na Fig. 5.1, esta última pode ser transformada para um sistema de coordenadas reduzido através da Eq. (5.4), conforme mostra a Fig. 5.2. A FDP normal de $g_L(X)$, $f_X(x)$, é transformada na FDP normal padronizada $f_{X'}(x')$. O índice β é definido como a menor distância entre a origem do sistema de coordenadas reduzido e um ponto na superfície de falha de $g_L(x) = 0$ na Fig. 5.2 (HALDAR; MAHADEVAN, 2000):

$$\beta = \min \left(\sqrt{\mathbf{x}'^{*T} \mathbf{x}'^*} \right) \quad (5.5)$$

O ponto na superfície de $g_L(x) = 0$ é denominado ponto de projeto, dado pelo vetor \mathbf{x}'^* no sistema de coordenadas reduzido e \mathbf{x}^* no sistema de coordenadas original.

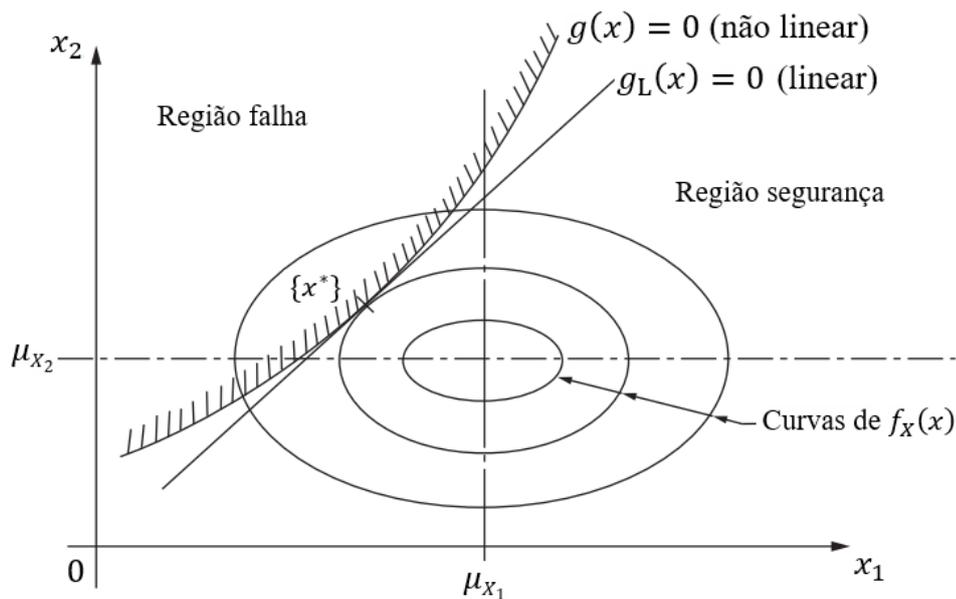


Figura 5.1: Representação das funções estado limite e das distribuições de suas variáveis aleatórias no sistema de coordenadas original (Adaptado de MELCHERS; BECK, 2018).

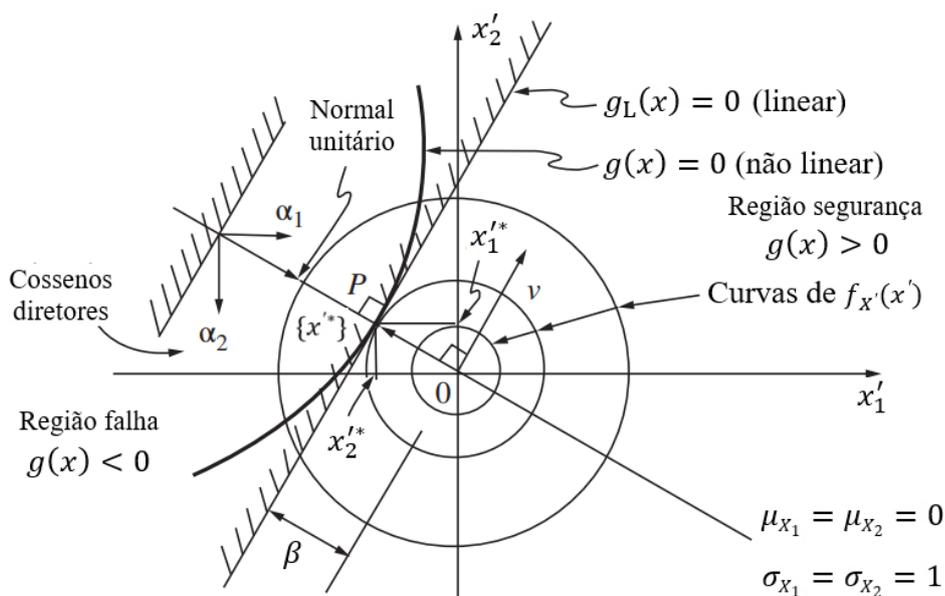


Figura 5.2: Interpretação geométrica do índice de confiabilidade β , para funções estado limite no sistema de coordenadas reduzido (Adaptado de MELCHERS; BECK, 2018).

A formulação de β , para uma função estado limite linear, pode ser determinada facilmente por trigonometria e pela Eq. (5.4) (ver Fig. 5.2):

$$\beta = \frac{\mu_{X_1} - \mu_{X_2}}{\sqrt{\sigma_{X_1}^2 + \sigma_{X_2}^2}} \quad (5.6)$$

Em geral, uma função estado limite, em ambos sistemas de coordenadas das Figs. 5.1 e 5.2, não é linear. Para a superfície de estado limite não linear da Fig. 5.2, o índice β pode ser novamente definido como a distância mínima entre a origem do sistema cartesiano e o ponto de projeto $\mathbf{x}'^* = (x_1', x_2')$. Nesta definição, o índice de confiabilidade é invariável porque, independente da forma em que a equação do estado limite é escrita, a distância da origem permanece constante. Logo, o cálculo da distância mínima torna-se um problema de otimização: busca-se a o ponto $P = \sqrt{\mathbf{x}'^{*T} \mathbf{x}'^*}$ com distância mínima em relação à origem, estipulando como restrição que $g(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x}') = 0$ (HALDAR; MAHADEVAN, 2000).

O vetor \mathbf{x}' representa as coordenadas reduzidas do ponto de verificação na equação da função estado limite. Aplicando o método dos multiplicadores de Lagrange, é obtido o índice β para funções estado limite não lineares (HALDAR; MAHADEVAN, 2000; MELCHERS; BECK, 2018):

$$\beta = \frac{\sum_{i=1}^n x_i' \left(\frac{\partial g}{\partial X_i'} \right)^*}{\sqrt{\sum_{i=1}^n x_i' \left(\frac{\partial g}{\partial X_i'} \right)^{2*}}} \quad (5.7)$$

onde $(\partial g / \partial X_i')^*$ é a i -ésima derivada parcial calculada para o ponto de projeto com coordenadas reduzidas $(x_1', x_2', \dots, x_n')$. As coordenadas reduzidas do ponto de projeto e os cossenos diretores no sistema X_i' são dados por:

$$x_i'^* = -\alpha_i \beta \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (5.8)$$

$$\alpha_i = \frac{\left(\frac{\partial g}{\partial X_i'} \right)^*}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial X_i'} \right)^{2*}}} \quad (5.9)$$

Com o valor da Equação (5.8) aplicado na Eq. (5.4) é determinado o ponto de projeto no sistema de coordenadas originais X_i da seguinte forma:

$$x_i^* = \mu_{X_i} - \alpha_i \sigma_{X_i} \beta \quad (5.10)$$

5.2 MÉTODO DE CONFIABILIDADE DE PRIMEIRA ORDEM (FORM)

A metodologia FORM para análise de confiabilidade consiste no desenvolvimento de um modelo analítico para conversão das variáveis aleatórias não normais em variáveis normais equivalentes. O FORM também aborda metodologias para o caso de variáveis correlacionadas, independente de suas distribuições originais.

5.2.1 Modelo para conversão de variáveis aleatórias não normais em variáveis normais

Para uma problemática envolvendo variáveis aleatórias não normais, Rackwitz e Fiessler (1976) estimaram os parâmetros para uma distribuição normal equivalente, $\mu_{X_i}^N$ e $\sigma_{X_i}^N$, considerando a seguinte condição: as funções FDPA e FDP das variáveis não normais e das variáveis normais equivalentes devem ser iguais no ponto de projeto $X^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$. Aplicando a condição de igualdade entre a FDPA de cada variável não normal e normal padronizada equivalente no ponto de projeto, tem-se (HALDAR; MAHADEVAN, 2000):

$$F_{X_i}(x_i^*) = \Phi\left(\frac{x_i^* - \mu_{X_i}^N}{\sigma_{X_i}^N}\right) \text{ ou } \Phi^{-1}[F_{X_i}(x_i^*)] = \frac{x_i^* - \mu_{X_i}^N}{\sigma_{X_i}^N} \quad (5.11)$$

Na Equação (5.11), Φ é a FDPA normal padronizada equivalente enquanto $F_{X_i}(x_i)$ é a FDPA da variável não normal original, $\mu_{X_i}^N$ e $\sigma_{X_i}^N$ são referentes ao ponto de projeto. A condição de igualdade entre as FDP resulta em:

$$f_{X_i}(x_i^*) = \frac{1}{\sigma_{X_i}^N} \phi\left(\frac{x_i^* - \mu_{X_i}^N}{\sigma_{X_i}^N}\right) \quad (5.12)$$

Na Equação (5.12), ϕ e $f_{X_i}(x_i^*)$ são, respectivamente, a FDP da variável normal padronizada equivalente e da variável não normal original. Isolando $\mu_{X_i}^N$ na Eq. (5.11) obtém-se a média da variável normal equivalente:

$$\mu_{X_i}^N = x_i^* - \sigma_{X_i}^N \Phi^{-1}[F_{X_i}(x_i^*)] \quad (5.13)$$

Aplicando este resultado na Eq. (5.12) e isolando $\sigma_{X_i}^N$, obtém-se o desvio padrão da variável normal equivalente:

$$\sigma_{X_i}^N = \frac{\Phi^{-1}[F_{X_i}(x_i^*)]}{f_{X_i}(x_i)} \quad (5.14)$$

O algoritmo de Rackwitz-Fiessler é uma opção bastante simples e restrita para aplicação do processo iterativo de cálculo do índice β , considerando a restrição de parâmetros $\mu_{X_i}^N$ e $\sigma_{X_i}^N$ normais e com variáveis aleatórias não correlacionadas. Como estas restrições são raras nas análises de confiabilidade, torna-se necessária a aplicação de métodos que englobem variáveis correlacionadas.

5.2.2 Modelo para análise de variáveis aleatórias correlacionadas

A transformação vista no item anterior é baseada na conversão de uma distribuição não normal em uma distribuição normal conjunta, onde, na maioria dos casos de variáveis correlacionadas, tem-se apenas disponível a FDPA $F_{X_i}(x_i)$ e a matriz de correlação referente as variáveis aleatórias originais (MELCHERS; BECK, 2018). O modelo de *Nataf* permite a construção de uma FDP normal conjunta aproximada, onde as variáveis aleatórias correlacionadas originais são convertidas para variáveis não correlacionadas (HALDAR; MAHADEVAN, 2000; MELCHERS; BECK, 2018).

Supondo duas variáveis aleatórias correlacionadas X_i e X_j com médias μ_{X_i} e μ_{X_j} e variâncias $\sigma_{X_i}^2$ e $\sigma_{X_j}^2$, a matriz de covariância \mathbf{C} é definida pela Eq. (5.15). A covariância entre X_i e X_j é formulada pela Eq. (5.16), onde ρ_{X_i, X_j} é o coeficiente de correlação entre X_i e X_j . A matriz de correlação \mathbf{C}' , definida na Eq. (5.17), é referente as variáveis X_i e X_j no sistema de coordenadas reduzido (HALDAR; MAHADEVAN, 2000).

$$C = \begin{bmatrix} \sigma_{X_1}^2 & \text{Cov}(X_1, X_2) & \dots & \text{Cov}(X_1, X_n) \\ \text{Cov}(X_2, X_1) & \sigma_{X_2}^2 & \dots & \text{Cov}(X_2, X_n) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \text{Cov}(X_n, X_1) & \text{Cov}(X_n, X_2) & \dots & \sigma_{X_n}^2 \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

$$\text{Cov}(X_i, X_j) = \rho_{X_i, X_j} \sigma_{X_i} \sigma_{X_j} \quad (5.16)$$

$$C' = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{X_1, X_2} & \dots & \rho_{X_1, X_n} \\ \rho_{X_2, X_1} & 1 & \dots & \rho_{X_2, X_n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \rho_{X_n, X_1} & \rho_{X_n, X_2} & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

Ao transformar as variáveis originais X_i e X_j para o sistema reduzido X'_i e X'_j , os coeficientes originais ρ_{X_i, X_j} assumem valores desconhecidos $\rho' = \rho_{X'_i, X'_j}$. O modelo de *Nataf* é uma transformação prática do sistema original para o sistema reduzido, onde as variáveis são transformadas em normais equivalentes (conforme item 5.2.1) com coeficientes ρ' definidos. Posteriormente, os coeficientes de correlação são eliminados, sendo obtida uma FDP normal padronizada conforme ilustração gráfica da Fig. 5.2 (TITELLO, 2020).

Liu e Der Kiureghian (1985) sugerem uma formulação, baseada em um fator empírico F_e , para o cálculo ρ' :

$$\rho' = F_e \rho_{X_i, X_j} \quad (5.18)$$

Haldar e Mahadevan (2000) relata que Liu e Der Kiureghian (1986) estimaram valores de F_e para diferentes distribuições de X_i e X_j , conforme mostra a Tab. 5.1. As distribuições apresentadas na tabela são exatas, sendo que outras distribuições, definidas em Haldar e Mahadevan (2000), podem apresentar margens de erro aceitáveis. O coeficiente de variação δ_{X_i} é dado pela razão entre a média e o desvio padrão de X_i .

Tabela 5.1: Fatores de correção F_e .

Distrib. X_i	Distrib. X_j	F_e
Normal	Normal	1,0
Normal	Lognormal	$\frac{\delta_{X_j}}{\sqrt{\ln(1 + \delta_{X_j}^2)}}$
Lognormal	Lognormal	$\frac{\ln(1 + \rho_{X_i, X_j} \delta_{X_i} \delta_{X_j})}{\rho_{X_i, X_j} \sqrt{\ln(1 + \delta_{X_i}^2) \ln(1 + \delta_{X_j}^2)}}$

Fonte: HALDAR e MAHADEVAN (2000).

A conversão para variáveis não correlacionadas pode ser realizada a partir dos autovetores da matriz \mathbf{C}' , cujo modelo é apresentado em Haldar e Mahadevan (2000). Porém, o método de decomposição de *Cholesky* apresenta melhor eficiência na obtenção de variáveis não correlacionadas. Segundo Haldar e Mahadevan (2000), a matriz \mathbf{C}' deve ser reconstruída e decomposta a cada ciclo em função dos desvios padrões equivalentes, conforme segue:

$$\mathbf{C}' = \boldsymbol{\sigma}^N \boldsymbol{\rho}' \boldsymbol{\sigma}^N \quad (5.19)$$

sendo $\boldsymbol{\sigma}^N$ a matriz diagonal dos desvios padrões equivalentes de cada ciclo e $\boldsymbol{\rho}'$ a matriz dos coeficientes de correlação no sistema reduzido.

A decomposição de *Cholesky* permite escrever a Eq. (5.19) em função de uma matriz triangular inferior \mathbf{L} :

$$\mathbf{C}' = \mathbf{L}\mathbf{L}^T \quad (5.20)$$

Reescrevendo a Equação (5.4) na forma matricial com a parte referente a $\sigma_{X_i}^N$ regida pela matriz \mathbf{L} , obtém-se o vetor \mathbf{X}' das variáveis não correlacionadas reduzidas (HALDAR; MAHADEVAN, 2000):

$$\mathbf{X}' = \mathbf{L}^{-1}(\mathbf{X} - \boldsymbol{\mu}^N) \quad (5.21)$$

Na Equação (5.21), \mathbf{X} é o vetor das variáveis correlacionadas originais e $\boldsymbol{\mu}^N$ é o vetor das médias normais equivalentes.

Com a definição dos parâmetros estatísticos equivalentes e das variáveis não correlacionadas no sistema reduzido, o procedimento de obtenção do ponto de projeto e do índice β definidos no método FOSM podem ser aplicados normalmente.

5.3 ALGORITMO ITERATIVO PARA O CÁLCULO DO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE

As funções de estado limite $g(x)$ para análise de confiabilidade em túneis são extremamente complexas e não lineares, o que leva a dificuldades analíticas na obtenção do ponto de projeto através dos métodos FOSM e FORM. O algoritmo desenvolvido por Hasofer e Lind (1974) e Rackwitz e Fiessler (1978), denominado HLRF, lineariza a função $g(x)$ em cada iteração realizada no processo de definição do ponto de projeto \mathbf{x}^* . O algoritmo HLRF é um meio recursivo do tipo *Newton-Raphson* que utiliza processos de derivação de $g(x)$ na busca do ponto referente a próxima iteração do processo (HALDAR; MAHADEVAN, 2000).

Considerando uma função performance $g(x)$ não linear, a iteração é iniciada arbitrando um vetor inicial dos pontos de projeto $\mathbf{x}'_0 = \{x'_{01}, x'_{0n}\}$ (usualmente definido como o vetor das médias das variáveis aleatórias). Os vetores \mathbf{x}'_k das próximas iterações do processo de otimização são calculados por (HALDAR; MAHADEVAN, 2000):

$$\mathbf{x}'_{k+1} = \frac{1}{|\nabla g(\mathbf{x}'_k)|^2} [\nabla g(\mathbf{x}'_k)^T \mathbf{x}'_k - g(\mathbf{x}'_k)] \nabla g(\mathbf{x}'_k) \quad (5.22)$$

onde $\nabla g(\mathbf{x}'_k)$ é o vetor gradiente da função performance de \mathbf{x}'_k , que representa o vetor dos pontos de projeto da k-ésima iteração, ou seja, $\mathbf{x}'_k = \{x'_{1k}, x'_{2k}, \dots, x'_{nk}\}^T$ com n representando o número de variáveis da análise.

O processo iterativo do método HLRF é melhor compreendido através da interpretação geométrica da Fig. 5.3. Em cada ponto de iteração a função $g(\mathbf{X}')$ é aproximada por uma reta tangente no ponto \mathbf{x}'_k , sendo que o próximo ponto de iteração é definido pela Eq. (5.22). Assim, o algoritmo segue linearizando $g(\mathbf{X}')$ para \mathbf{x}'_{k+1} até que a convergência, definida pela Eq. (5.23), seja atingida.

$$\mathbf{x}'_{k+1} \cong \mathbf{x}'_k; g(\mathbf{x}'_k) \cong 0 \quad (5.23)$$

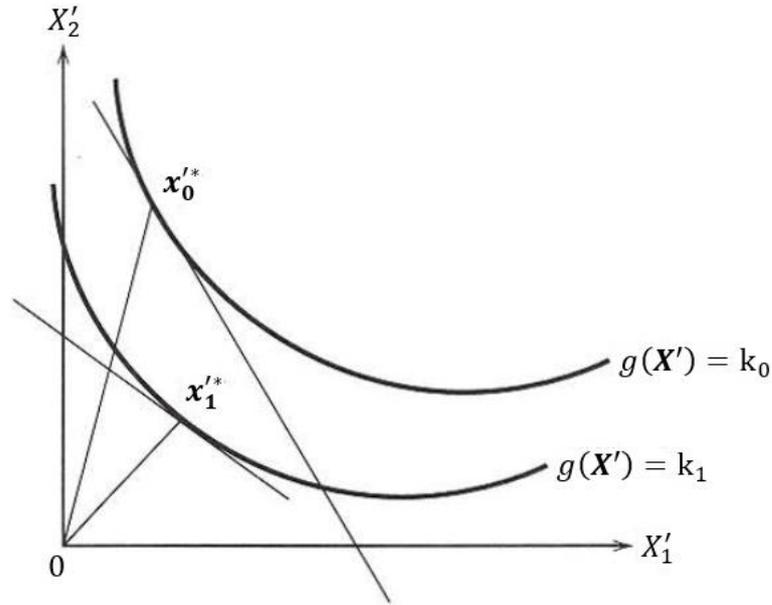


Figura 5.3: Processo iterativo de linearização $g(\mathbf{X}')$ e definição do ponto de projeto
(Adaptado de HALDAR; MAHADEVAN, 2000).

A convergência do algoritmo HLRF pode ocorrer de forma bastante lenta, oscilar em torno de uma solução sem convergir, ou ainda divergir da solução correta em muitas situações. Para contornar estes problemas, Zhang e Der Kiureghian (1995) definiram melhorias ao algoritmo HLRF, criando uma versão mais desenvolvida do algoritmo (*improved* HLRF ou iHLRF). O iHLRF consiste na geração dos pontos de projeto das iterações a partir da seguinte regra (ZHANG E DER KIUREGHIAN, 1995):

$$\mathbf{x}'_{k+1} = \mathbf{x}'_k + \lambda_k \mathbf{d}_k \quad (5.24)$$

sendo \mathbf{d}_k o vetor direção entre a origem e \mathbf{x}'_k , e λ_k um passo de otimização (no método HLRF $\lambda_k = 1$ e busca-se $\mathbf{d}_k \cong 0$ para a convergência). Para evitar os problemas de convergência, o iHLRF busca um valor para λ_k com base na redução de uma função de mérito $m(\mathbf{x}'_k)$ em cada iteração. Os equacionamentos de λ_k e $m(\mathbf{x}'_k)$ são dados a seguir:

$$\lambda_k = \max_n [b^n |m(\mathbf{x}'_k + b^n \mathbf{d}_k) - m(\mathbf{x}'_k)| \leq ab^n \nabla m(\mathbf{x}'_k)^T \mathbf{d}_k] \quad (5.25)$$

$$m(\mathbf{x}'_k) = \frac{1}{2} \|\mathbf{x}'_k\|^2 + c |g(\mathbf{x}'_k)| \quad (5.26)$$

$$c > \frac{\|\mathbf{x}'_k\|}{\|\nabla g(\mathbf{x}'_k)\|} \quad (5.27)$$

Na Equação (5.25), os parâmetros $a, b \in (0,1)$, onde Beck (2019) orienta o uso dos seguintes valores: $a = 0,10$ e $b = 0,50$. O mesmo autor recomenda que a Eq. (5.27) seja substituída pela Eq. (5.28), com ϑ_t sendo a tolerância para a definição de $g(\mathbf{x}'_k) \cong 0$ no processo de otimização (TITELLO, 2020).

$$c = \begin{cases} 2 \max \left[\frac{\|\mathbf{x}'_k\|}{\|\nabla g(\mathbf{x}'_k)\|}, \frac{1}{2} \frac{\|\mathbf{x}'_k + \mathbf{d}_k\|^2}{|g(\mathbf{x}'_k)|} \right], & \text{se } |g(\mathbf{x}'_k)| \geq \vartheta_t \\ 2 \frac{\|\mathbf{x}'_k\|}{\|\nabla g(\mathbf{x}'_k)\|}, & \text{se } |g(\mathbf{x}'_k)| < \vartheta_t \end{cases} \quad (5.28)$$

Segundo Zhang e Der Kiureghian (1995), a convergência do algoritmo iHLRF é, incondicionalmente, garantida quando a Eq. (5.27) é atingida, o que permite a definição do vetor dos pontos de projeto \mathbf{x}'_k cuja distância da origem do sistema reduzido é a menor possível. Após esta etapa, os passos do algoritmo FOSM para o cálculo do índice β pode seguir conforme definido nos itens anteriores.

Conforme Haldar e Mahadevan (2000), o algoritmo final iHLRF pode ser descrito através dos seguintes passos:

1. Definir a função estado limite $g(X) = 0$ em termos de variáveis aleatórias básicas;
2. Adotar os valores iniciais para o ponto de projeto $\mathbf{x}_0^* = \{x_{01}^*, x_{02}^*, \dots, x_{0n}^*\}$;
3. Aplicação do método FORM: conversão das variáveis não normais e correlacionadas x_i^* para normais equivalentes e não correlacionadas;
4. Aplicação do método FOSM: conversão das variáveis normais originais x_i^* para as variáveis reduzidas padronizadas x'_i , contidas no vetor \mathbf{x}'_k ;
5. Calcular as variáveis x'_i da próxima iteração, por meio da Eq. (5.22);
6. Calcular o valor do índice β e das variáveis x'_i de acordo com as especificações do método FOSM;
7. Verificação das convergências propostas pelos métodos HLRF e iHLRF, repetindo os passos 3 à 6 até atingir as convergências especificadas.

5.4 SIMULAÇÃO NUMÉRICA DA CONFIABILIDADE ATRAVÉS DO MÉTODO DE MONTE CARLO

Os passos analíticos e computacionais necessários para a aplicação do Método de Monte Carlo são (AYYUB; MCCUEN, 2011): a definição de um sistema através de um modelo para a simulação, a geração de números e variáveis aleatórias, a avaliação do modelo a partir de diversos ciclos de simulação, análise estatística dos resultados obtidos e o estudo da convergência e eficiência da simulação.

Assim como nos métodos FOSM e FORM, a definição do modelo de um sistema ocorre a partir de um vetor de variáveis aleatórias X , que descreve as diversas variáveis de entrada de um modelo (x_1, x_2, \dots, x_n) , onde estas podem ter distribuições de probabilidade diferentes entre si. A variável aleatória Z representa a resposta do modelo, dada por $Z = g(x_1, x_2, \dots, x_n) = f_Z(z)$, onde a forma da FDP $f_Z(z)$ é determinada a partir das simulações do modelo.

5.4.1 Geração de números e variáveis aleatórias

Considerando um intervalo com extremos próximos e com uma grande quantidade de valores, estes podem ser representados por uma distribuição uniforme e retangular acumulada, ou seja: $f_R(r) = P(R \leq r) = r$ para $0 \leq r \leq 1$, onde r é um número aleatório dentro do intervalo dado (MELCHERS; BECK, 2018). As variáveis aleatórias raramente apresentam uma distribuição de probabilidade uniforme e podem ser obtidas por técnicas analíticas, sendo a técnica de transformação inversa a mais comum entre elas, ilustrada na Figura 5.4.

Conforme a Figura 5.4, a técnica da transformação inversa é utilizada para gerar um número aleatório r_i dentro de um intervalo de valores uniformemente distribuídos $0 \leq r_i \leq 1$, e definir uma relação de igualdade deste com a FDPA $F_X(x_i)$: $r_i = F_X(x_i)$ ou $x_i = F_X^{-1}(r_i)$. Se existir uma expressão analítica para a solução de $F_X^{-1}(r_i)$, é possível obter um valor fixo para a variável aleatória x_i ilustrada na Fig. 5.4. A técnica da transformação inversa é eficiente para os casos onde a função inversa apresenta solução analítica e os casos onde a função de distribuição acumulada é obtida por observação direta. As técnicas especializadas para gerar variáveis aleatórias a partir de distribuições específicas são mais eficientes que o método da transformação inversa, onde a maioria dos sistemas computacionais possuem sub-rotinas padronizadas para aplicação destas técnicas (MELCHERS; BECK, 2018).

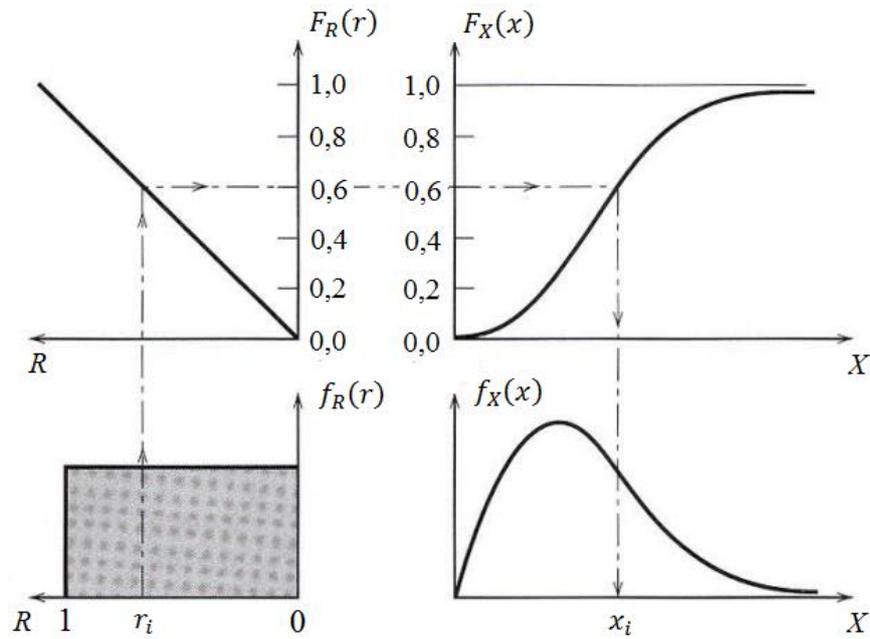


Figura 5.4: Método da transformação inversa para a geração de variáveis aleatórias (Adaptado de HALDAR; MAHADEVAN, 2000).

Quando as variáveis aleatórias são independentes, os números randômicos podem ser gerados de forma independente para cada variável utilizando o método da transformação inversa, por exemplo. Por outro lado, quando existe correlação entre as variáveis aleatórias o modelo de *Nataf* pode ser aplicado novamente, porém o procedimento visto é realizado de forma inversa.

No modelo de *Nataf*, todas as variáveis são convertidas para o sistema reduzido, ou seja, para uma distribuição normal padronizada $N(0,1)$, o que implica a igualdade das matrizes de covariância e de correlação: $\mathbf{C}' = \boldsymbol{\rho}' = \mathbf{L}\mathbf{L}^T$ (ver Eqs. (5.19) e (5.20)). De forma semelhante a Eq. (5.21), as variáveis correlacionadas reduzidas \mathbf{x}'_c são definidas por (TITELLO, 2020):

$$\mathbf{x}'_c = \mathbf{L}\mathbf{x}' \quad (5.30)$$

Com o vetor \mathbf{x}'_c definido, é possível retornar aos conceitos básicos do método da transformação inversa. Como \mathbf{x}'_c contém variáveis normais padronizadas, os números randômicos r_i , agora considerando a correlação, podem ser determinados pelo seguinte vetor:

$$\mathbf{r} = \Phi(\mathbf{x}'_c) \quad (5.31)$$

Com as componentes r_i de \mathbf{r} definidas, as variáveis correlacionadas originais para aplicação do método de Monte Carlo são calculadas por: $x_i = F_X^{-1}(r_i)$.

5.4.2 Método de Monte Carlo por amostragem direta

As variáveis aleatórias, geradas a partir das técnicas vistas no item anterior, desempenham um papel fundamental no método de Monte Carlo, onde são inseridas em um modelo matemático apropriado, no caso a função estado limite $g(\mathbf{x}) = g(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$. De acordo com Melchers e Beck (2018), a técnica de amostragem direta é a aplicação mais simples do método de Monte Carlo, onde a probabilidade de falha pode ser escrita com base na Eq. (3.8):

$$p_f = \int \dots \int I_g(\mathbf{x}) f_X(\mathbf{x}) d(\mathbf{x}) \quad (5.32)$$

onde I_g é o indicador de falha, definido por:

$$I_g(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1, & \text{se } g(\mathbf{x}) \leq 0 \\ 0, & \text{se } g(\mathbf{x}) > 0 \end{cases} \quad (5.33)$$

De forma prática, o conceito de probabilidade de falha pode ser definido pelo valor esperado do indicador $I_g(\mathbf{x})$. Se \mathbf{x}_k representa o vetor da k -ésima simulação de um ciclo com N simulações, a probabilidade p_f é dada por:

$$p_f = \frac{N_f}{N} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N I_g(\mathbf{x}_k) \quad (5.34)$$

A precisão da probabilidade de falha é um valor importante, uma vez que probabilidades de falha pequenas e ciclos de simulação baixos estão sujeitos a erros consideráveis. A precisão da Eq. (5.34) pode ser determinada através da avaliação da variância, ou do coeficiente de variação, da probabilidade p_f . Neste contexto, o coeficiente de variação pode ser estimado assumindo que o número de falhas N_f em N ciclos de simulação segue uma distribuição binomial, onde o coeficiente de variação é dado por (HALDAR; MAHADEVAN, 2000):

$$\delta_{p_f} \approx \frac{\sqrt{\frac{(1-p_f)p_f}{N}}}{p_f} \quad (5.35)$$

Quando δ_{p_f} se aproxima de zero, o número de simulação tende ao infinito, resultando em uma precisão maior do ciclo de simulações solucionado.

O fluxograma da Figura 5.5 descreve as etapas do procedimento numérico de Monte Carlo. As primeiras etapas, para cada simulação, consistem na geração das variáveis aleatórias (x_1, x_2, \dots, x_n) e inclusão dos parâmetros fixos de entrada, para então realizar o cálculo da função estado limite $Z = g(x_1, x_2, \dots, x_n)$. Após é verificada a Eq. (5.33) e o processo é repetido N vezes em cada ciclo. Após contabilizadas todas as simulações de um ciclo, são contabilizados o número de falhas e a probabilidade de falha é calculada pela Eq. (5.34).

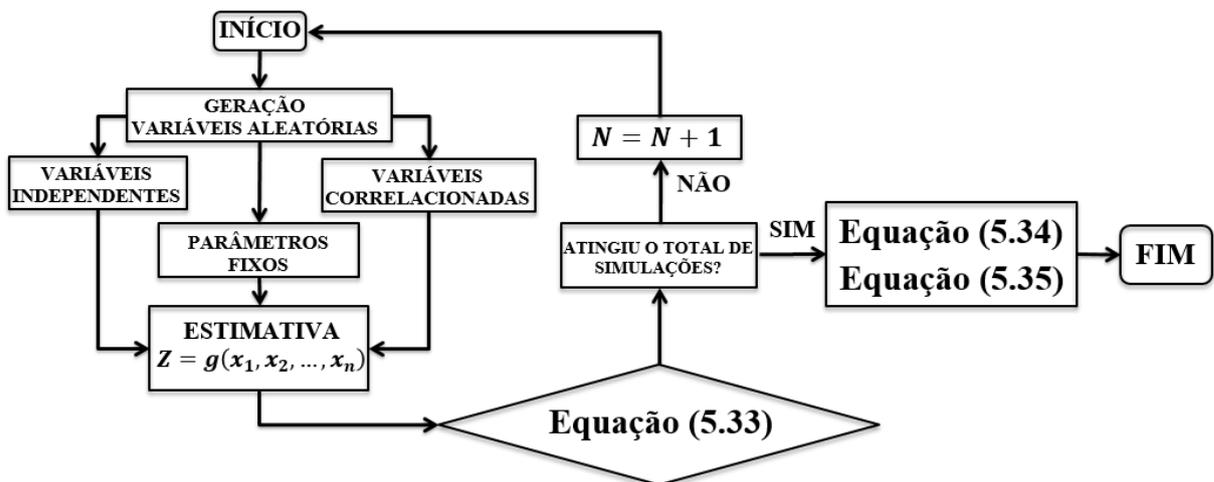


Figura 5.5: Fluxograma das etapas de um ciclo de simulações pelo Método de Monte Carlo (Elaborado pelo autor).

5.4.3 Técnicas de redução da variância: amostragem por importância e adaptativa

As técnicas de redução da variância aplicadas neste trabalho, para melhorar a eficiência do método de Monte Carlo, serão a Amostragem por Importância e a Amostragem Adaptativa. Conforme mostra a Figura 5.6, a técnica de amostragem por importância consiste em limitar a variância dos dados estatísticos (domínio da amostragem) para valores próximos a região de segurança, definida pelo domínio esférico β . Desta forma, o domínio de amostragem fica limitado a uma área de maior contribuição para a probabilidade de falha (HALDAR; MAHADEVAN, 2000).

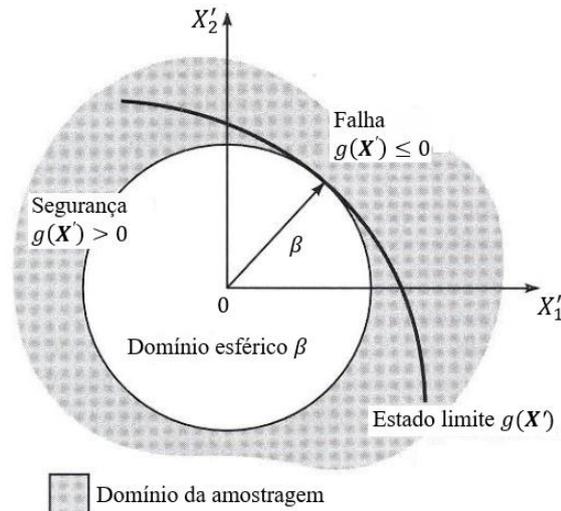


Figura 5.6: Ilustração do método de amostragem por importância (Adaptado de HALDAR; MAHADEVAN, 2000).

Para o cálculo da probabilidade p_f é necessário definir uma FDP de amostragem $f_1(\mathbf{x})$, para concentrar as amostras das simulações no domínio de amostragem com variância reduzida. Acrescentando $f_1(\mathbf{x})$ na Eq. (5.32) (HALDAR; MAHADEVAN, 2000; MELCHERS; BECK, 2018):

$$p_f = \int \dots \int I_g(\mathbf{x}) \frac{f_X(\mathbf{x}) f_1(\mathbf{x})}{f_1(\mathbf{x})} d(\mathbf{x}) \quad (5.36)$$

Alterando de forma análoga a Equação (5.34) obtém-se a probabilidade de falha considerando a FDP de amostragem por importância $f_1(\mathbf{x}_k)$:

$$p_f = \frac{N_f}{N} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N I_g(\mathbf{x}_k) w(\mathbf{x}_k), \text{ com } w(\mathbf{x}_k) = \frac{f_X(\mathbf{x}_k)}{f_1(\mathbf{x}_k)} \quad (5.37)$$

A eficiência da técnica está diretamente relacionada com a escolha da função de amostragem $f_1(\mathbf{x}_k)$. De acordo com Beck (2019), $f_1(\mathbf{x})$ é escolhida de forma que:

$$f_1(\mathbf{x}) = I_g(\mathbf{x}_i) \frac{f_X(\mathbf{x})}{p_f} \quad (5.38)$$

Então a estimativa de p_f se torna idêntica a probabilidade de falha verdadeira, com apenas uma simulação sendo suficiente. Logicamente, a Eq. (5.38) não tem utilidade prática pois está em função de p_f que é a incógnita a ser calculada, no entanto fica evidente que $f_1(\mathbf{x})$ deve ser definida de maneira proporcional a Eq. (5.38).

No caso das variáveis de \mathbf{x} serem independentes, as FDP conjuntas de $f_X(\mathbf{x})$ ou $f_1(\mathbf{x})$ é dada pelo produto das funções $f_{X_k}(\mathbf{x}_k)$ em cada simulação (ANG; TANG, 1984):

$$f_{X_k}(\mathbf{x}) = f_{X_1}(\mathbf{x}_1)f_{X_2}(\mathbf{x}_2) \dots f_{X_k}(\mathbf{x}_k) \dots f_{X_n}(\mathbf{x}_n) \quad (5.39)$$

Caso as variáveis de \mathbf{x} sejam correlacionadas, o modelo de *Nataf* pode ser utilizado para a construção das FDP conjuntas. Conforme Liu e Der Kiureghian (1986) e Gomes (2001), a FDP conjunta, de $f_X(\mathbf{x})$ ou $f_1(\mathbf{x})$ pelo modelo de *Nataf*, é dada pela Eq. (5.40).

$$f_X(\mathbf{x}) = \phi(\mathbf{x}', \boldsymbol{\rho}') \frac{\prod_{k=1}^n f_{X_k}(\mathbf{x}_k)}{\prod_{k=1}^n \Phi_n(\mathbf{x}'_k)} \quad (5.40)$$

onde $\phi(\mathbf{x}', \boldsymbol{\rho}')$ é a FDP normal padronizada, enquanto \mathbf{x}'_k para variáveis não normais são dadas pela Eq. (5.41).

$$\mathbf{x}'_k = \Phi^{-1}[F_{X_k}(\mathbf{x}_k)] \quad (5.41)$$

Os métodos de amostragem adaptativa buscam melhorar a eficiência da amostragem por importância atualizando as informações obtidas nos primeiros ciclos de simulação. Conforme mostra a Fig. 5.7, quando a análise envolve apenas um modo de falha, a FDP $f_1(\mathbf{x})$ pode ser centrada em torno do ponto de projeto identificado pelo FORM (HALDAR; MAHADEVAN, 2000). Como as metodologias FOSM/FORM calculam o índice de confiabilidade, não é interessante centrar a função $f_1(\mathbf{x})$ no ponto de projeto.

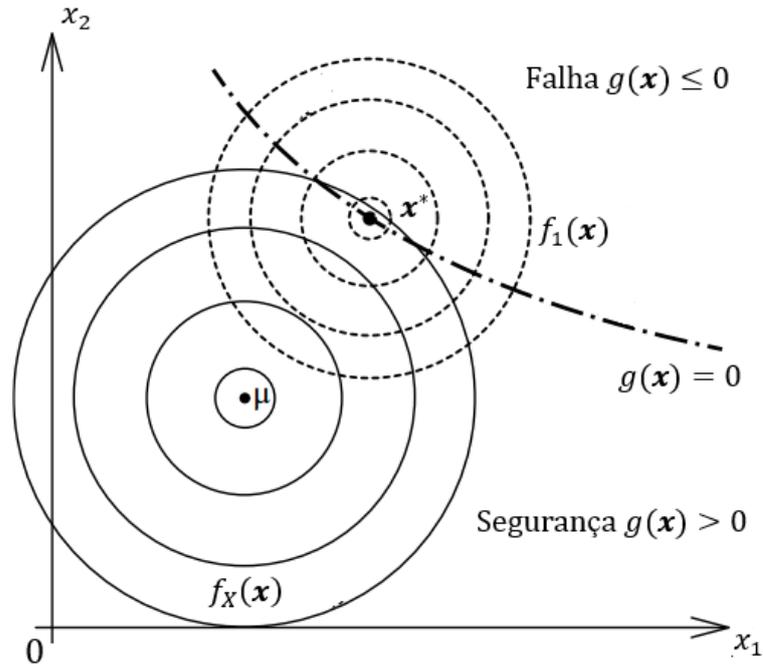


Figura 5.7: Representação geométrica das funções originais e de amostragem por importância centrada no ponto de projeto (TITELLO, 2020).

A técnica proposta por Bucher (1988) utiliza dados das simulações anteriores para buscar o ponto de centralização da função de amostragem, fazendo o uso do peso das falhas $w(\mathbf{x}_k)$ definido na Eq. (5.37). O ponto de centralização de $f_1(\mathbf{x})$ por esta técnica é dado pela Eq. (5.42), onde N_{ad} é o número de adaptações e N o número de simulações por ciclo (TITELLO, 2020).

$$\mathbf{x}_{j+1} = \frac{\sum_{j=1}^{N_{\text{ad}}} \sum_{k=1}^N I_g(\mathbf{x}_k^j) w(\mathbf{x}_k^j) \mathbf{x}_k^j}{\sum_{j=1}^{N_{\text{ad}}} \sum_{k=1}^N I_g(\mathbf{x}_k^j) w(\mathbf{x}_k^j)} \quad (5.42)$$

A eficiência do método de Monte Carlo com amostragem por importância é medida pelo coeficiente de variação δ_{p_f} , análoga a Eq. (5.35) definida para o método de Monte Carlo direto. Porém, a probabilidade p_f é referente ao processo de amostragem por importância. Aplicando a Eq. (5.37) em (5.35) obtém-se δ_{p_f} para o método de amostragem por importância:

$$\delta_{p_f} = \frac{1}{p_f \sqrt{N(N-1)}} \sqrt{\sum_{k=1}^N [I_g(\mathbf{x}_k) w(\mathbf{x}_k)]^2 - \frac{1}{N} \left(\sum_{k=1}^N [I_g(\mathbf{x}_k) w(\mathbf{x}_k)] \right)^2} \quad (5.43)$$

5.5 METODOLOGIA DA SUPERFÍCIE DE RESPOSTA E AMOSTRAGEM DE DADOS

Conforme Myers, Montgomery e Anderson-Cook (2016), a regressão linear múltipla é uma coleção de técnicas estatísticas aplicadas na definição da função representativa de uma superfície de resposta. O modelo de função para uma superfície de resposta, utilizado para representar a implementação das simulações numéricas nas análises de confiabilidade, é dado por uma função de primeira ou segunda ordem com interação de termos:

$$\hat{y} = a_0 + \sum_{i=1}^k a_i x_i + \sum_{i \geq 2}^k \sum_{j \geq 2}^k a_{ij} x_i x_j + \sum_{j=1}^k a_{jj} x_j^2 \quad (5.44)$$

O modelo da Equação (5.44) é bastante útil e adaptável a diversos tipos de projetos experimentais computacionais, onde: \hat{y} representa a superfície de resposta genérica; a_0 , a_i e a_{ij} são os coeficientes ajustados via regressão linear múltipla; x_i e x_j são as variáveis aleatórias de entrada da modelagem em elementos finitos. Caso a precisão seja aceitável, a função de segunda ordem pode ser reduzida para primeira ordem ($\sum_{j=1}^k a_{jj} x_j^2 = 0$) com ou sem interação de termos ($\sum_{i < 2}^k \sum_{j < 2}^k a_{ij} x_i x_j = 0$).

A natureza geométrica da função de segunda ordem é ilustrada nas Figuras 5.8 (a), (b) e (c). As Figs. 5.8 (a) e (b) mostram superfícies e contornos de resposta constantes para uma função com $k = 2$ variáveis, dadas por elipses concêntricas. O centro dos sistemas (ponto de máximo na Fig. 5.8 (a) e mínimo na Fig. 5.8 (b)) representam os valores de \hat{y} provenientes de x_i e x_j . No caso da Figura 5.8 (c), o centro x_i e x_j posiciona \hat{y} em um ponto de sela devido a geometria hiperbólica do seu contorno (MYERS; MONTGOMERY; ANDERSON-COOK, 2016).

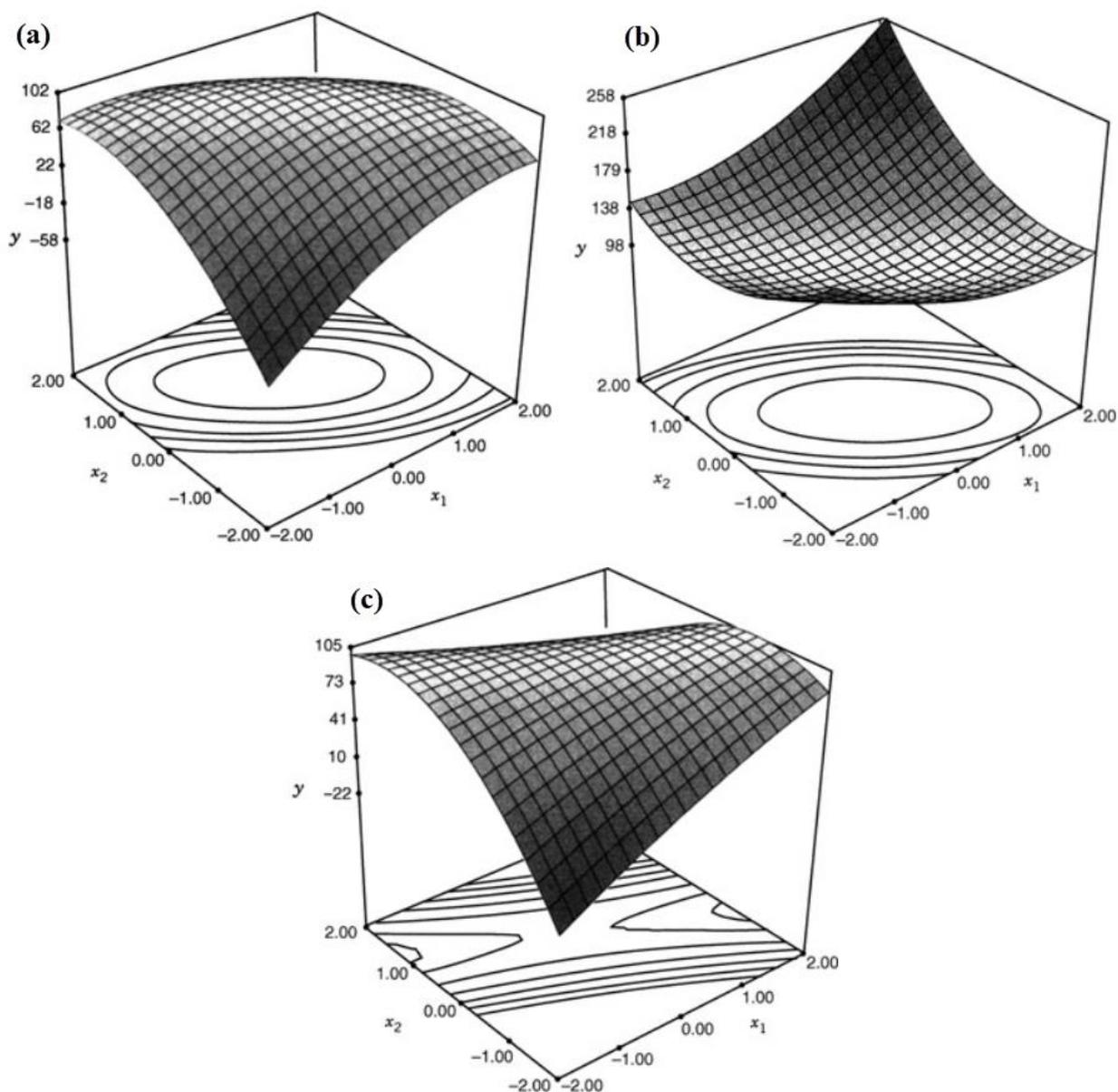


Figura 5.8: Superfícies de resposta para uma função aproximadora de segunda ordem: (a) x_i e x_j em ponto de máximo; (b) x_i e x_j em ponto de mínimo; (c) x_i e x_j em ponto de sela (Adaptado de MYERS; MONTGOMERY E ANDERSON-COOK, 2016).

5.5.1 Planejamento Composto Central (CCD)

O princípio fundamental do MSR é a determinação dos coeficientes a_0 , a_i e a_{ij} visando definir a função aproximadora, dada pela Eq. (5.44), que forneça uma resposta \hat{y} com aproximação ótima da resposta y obtida via simulação por elementos finitos, para as variáveis de entrada x_i e x_j . Para a obtenção de tais coeficientes torna-se necessário a aplicação da técnica de amostragem *Central Composite Design* (CCD), ou Planejamento Composto Central. O

planejamento CCD consiste em gerar amostras em diferentes níveis de probabilidade para cada variável aleatória x_k , onde uma amostragem total de pontos é definida em função da combinação entre as distintas variáveis aleatórias geradas (SCHERER, 2018). Cada ponto da amostragem pode ser classificado como ponto fatorial (*factorial point*, n_f), ponto axial (*axis point*, n_a) ou ponto central (*center point*, n_c), onde a amostragem total n_t é dada por (MYERS; MONTGOMERY; ANDERSON-COOK, 2016):

$$n_t = n_f + n_a + n_c, \text{ com } \begin{cases} n_f = 2^k \\ n_a = 2k \end{cases} \quad (5.45)$$

sendo k o número de variáveis aleatórias da análise, que é diretamente responsável por definir o total de amostras n_t .

A definição da superfície de resposta, em uma região onde os pontos centrais permitam que a função aproximadora forneça resultados próximos aos obtidos experimentalmente, dependem da escolha da distância axial α_a e da quantidade de pontos centrais n_c . A Fig. 5.9 (a) ilustra graficamente um planejamento CCD para $k = 2$, onde o gráfico descreve oito pontos igualmente espaçados em um círculo mais os pontos centrais, a distância α_a é dada por $\sqrt{k} = \sqrt{2}$. Para o caso descrito têm-se: $n_f = 4$ pontos fatoriais, dados por $(1,1)$, $(1,-1)$, $(-1,-1)$ e $(-1,1)$; $n_a = 4$ pontos axiais, dados por $(\sqrt{2}, 0)$, $(0, \sqrt{2})$, $(-\sqrt{2}, 0)$ e $(0, -\sqrt{2})$; n_c pontos centrais em $(0,0)$. A Figura 5.9 (b) descreve o planejamento CCD para $k = 3$, onde têm-se 14 pontos localizados em um volume esférico mais os pontos centrais.

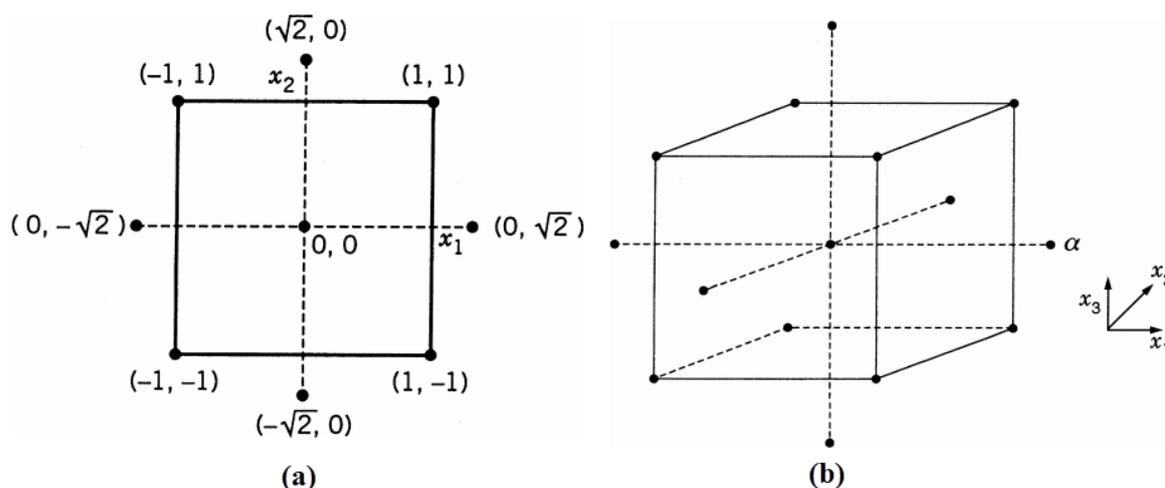


Figura 5.9: Planejamento CCD para: (a) $k = 2$ e $\alpha_a = \sqrt{2}$; (b) $k = 3$ e $\alpha_a = \sqrt{3}$ (MYERS; MONTGOMERY E ANDERSON-COOK, 2016).

Os gráficos da Figura 5.9 são descritos sob um esquema de codificação amplamente utilizado no ajuste de modelos por regressão linear múltipla, onde existem as variáveis codificadas ξ_{ik} referentes as variáveis x_{ik} naturais do problema, onde i é o total de amostras do planejamento e k o total de variáveis. A seguinte relação entre ξ_{ik} e x_{ik} permite definir os diferentes valores das variáveis aleatórias em cada amostra (MYERS; MONTGOMERY; ANDERSON-COOK, 2016):

$$\xi_{ik} = \frac{x_{ik} - [\max(x_{ik}) + \min(x_{ik})]/2}{[\max(x_{ik}) - \min(x_{ik})]/2} \quad (5.46)$$

sendo $\max(x_{ik})$ e $\min(x_{ik})$ os valores máximos e mínimos mais afastados do entorno dos valores centrais x_k nas amostras. O valor de ξ_{ik} apresenta limites dentro do intervalo $[-1,1]$ para os pontos fatoriais e $[-\sqrt{k}, \sqrt{k}]$ para os pontos axiais.

Uma vez definido o total de combinações amostrais para as variáveis aleatórias, a modelagem computacional é realizada para cada combinação de variáveis, sendo obtido uma resposta y para cada combinação modelada. Com as combinações amostrais e suas respectivas respostas é possível definir os coeficientes a_0 , a_i e a_{ij} da Eq. (5.44) por meio da regressão linear múltipla. Para funções lineares, com ou sem interação entre as variáveis, o cálculo dos coeficientes pode ser obtido de forma simples, englobando as combinações e respostas na Eq. (5.44) em forma matricial e resolvendo para a_0 , a_i , a_{ij} e a_{jj} . Funções de segunda ordem apresentam dificuldades maiores de resolução, sendo necessário o uso de ferramentas numéricas (MYERS; MONTGOMERY; ANDERSON-COOK, 2016).

Em soluções baseadas na regressão linear múltipla, a aplicação de testes de hipóteses sobre os parâmetros podem ser úteis para medir a qualidade e aplicabilidade do modelo. Dentre os testes disponíveis, a verificação do coeficiente de múltipla determinação R^2 é um dos principais.

O coeficiente R^2 é uma medida quantitativa da variabilidade das respostas y obtidas usando as variáveis regressoras x_k no modelo, a qual varia de 0 a 1 (ou 0 a 100%). Quanto maior for a medida, maior a redução da variabilidade das respostas, o que indica uma maior exatidão do modelo. No entanto, um valor alto de R^2 não implica necessariamente que o modelo de regressão seja bom. Adicionar uma variável ao modelo sempre aumentará R^2 , independentemente da variável adicional ser estatisticamente significativa ou não. Para resolver

esta situação, utiliza-se o coeficiente R^2 ajustado, o qual geralmente não aumenta com a adição de variáveis (MYERS; MONTGOMERY; ANDERSON-COOK, 2016).

Outras verificações importantes dizem respeito à utilização de técnicas de análise gráfica para verificar a adequação e eficiência do modelo para obtenção das respostas. A técnica de Análise Residual é bastante usual na verificação da adequação dos modelos.

Os resíduos provenientes de ajustes por mínimos quadrados são definidos por $e_i = y_i - \hat{y}_i$, sendo y_i as respostas obtidas experimentalmente e \hat{y}_i as respostas obtidas pela função da superfície de resposta. A primeira verificação consiste em elaborar um gráfico de distribuição de probabilidade normal dos resíduos estatísticos de *Student*, conforme ilustra a Fig. 5.10. Ao definir uma reta ajustada, a proximidade dos pontos amostrais em relação a reta define um nível maior de adequação do modelo aos resultados (MYERS; MONTGOMERY; ANDERSON-COOK, 2016).

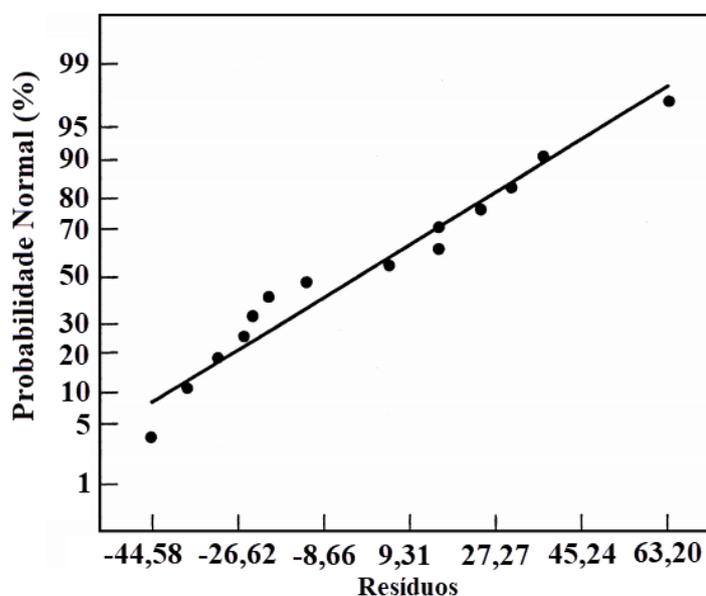


Figura 5.10: Exemplo de plotagem da distribuição normal de resíduos de um planejamento CCD (Adaptado de MYERS; MONTGOMERY E ANDERSON-COOK, 2016).

A segunda verificação consiste em plotar um gráfico dos resíduos estatísticos de *Student* com as respostas \hat{y}_i , conforme ilustra a Fig. 5.11. Neste gráfico, para verificar uma boa adequação do modelo adotado, é necessário que os resíduos se espalhem de forma aleatória e sem uma tendência definida, o que sugere que a variância das respostas experimentais y sejam constantes para cada y_i .

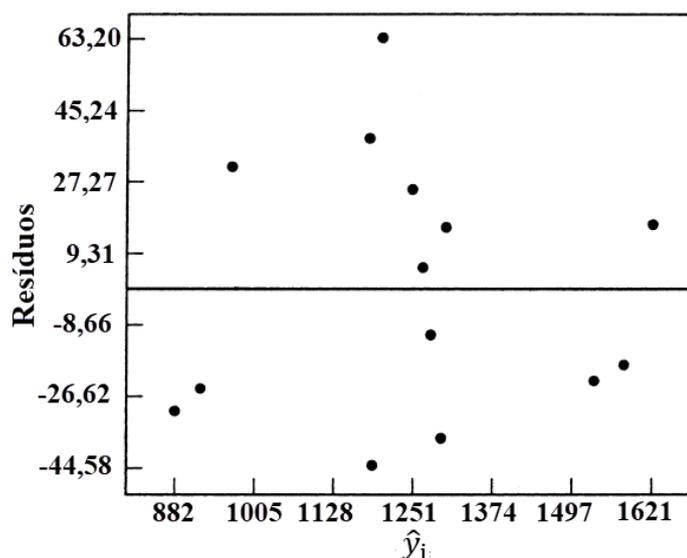


Figura 5.11: Exemplo de plotagem da distribuição de resíduos em relação as respostas da superfície de resposta (Adaptado de MYERS; MONTGOMERY E ANDERSON-COOK, 2016).

O software *Design Expert* (DESIGN EXPERT, 2021) será utilizado como instrumento para a programação, resolução automatizada do planejamento CCD e obtenção de todos os resultados e verificações referentes à superfície de resposta neste trabalho.

5.5.2 Automatização das simulações via GEOMECC91 através do Python

A modelagem em elementos finitos através do GEOMECC91, para cada combinação de variáveis aleatórias proposta pelo CCD, apresenta uma demanda de tempo considerável. A entrada de dados de cada combinação no código base do GEOMECC é uma tarefa trabalhosa, normalmente feita de forma manual, o que também demanda certa quantidade de tempo. Para otimizar a grande quantidade de simulações a serem realizadas, foi desenvolvida uma rotina na linguagem Python para automatizar as simulações com o GEOMECC91.

A Figura 5.12 mostra o fluxograma da rotina desenvolvida. Inicialmente é criada uma planilha em MS Excel com todas as combinações amostrais geradas para um planejamento CCD no software *Design Expert*. O primeiro passo da rotina é a coleta do código base do GEOMECC91 e das combinações da planilha. Como o Python não apresenta comandos para editar diretamente o código base, a rotina faz a cópia de todo o código em uma lista, possibilitando assim a leitura e edição do mesmo. Os parâmetros aleatórios da combinação a ser simulada são copiados da planilha e salvos em variáveis pela rotina, assim como os parâmetros fixos. Deste modo, a rotina lê e edita a lista do código base com os parâmetros

salvos da combinação, os quais são modificados para o formato *string*, uma vez que a lista alterada será reescrita no arquivo original do código base em forma de texto.

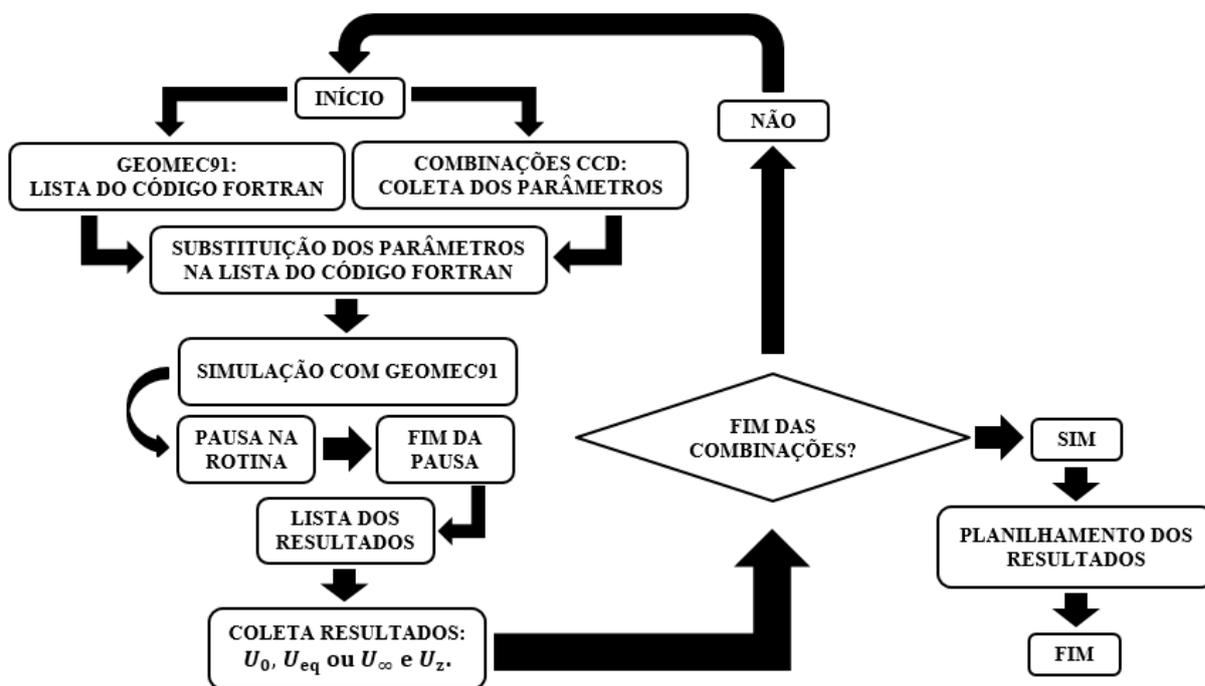


Figura 5.12: Fluxograma da rotina Python de automatização das simulações com GEOMECC91 (Elaborado pelo autor).

Uma vez que o arquivo do código base em FORTRAN está editado com os parâmetros da combinação a ser simulada, a rotina é pausada por um determinado período de tempo, através do módulo *time.sleep*, e a simulação com o GEOMECC91 é iniciada automaticamente com o módulo *os.startfile*. Após o período de tempo pré-definido para a simulação a rotina finaliza a pausa, e então, os resultados de convergência da última escavação e das convergências frontais são copiados para listas. Estas são lidas pela rotina, que coleta os resultados de convergência de interesse e os salva em variáveis específicas. O processo iterativo é repetido para as demais combinações, onde ao final a rotina organiza em planilhas todas as variáveis específicas de respostas.

5.6 FUNÇÕES E PARÂMETROS DE ENTRADA DAS ANÁLISES DE CONFIABILIDADE

Nesta seção serão definidas as funções estado limite, baseadas nas metodologias de análise de túneis apresentadas no capítulo 4. Também serão apresentados os parâmetros de

entrada, geotécnicos e estruturais, dos maciços e componentes estruturais dos túneis a serem analisados.

5.6.1 Função estado limite da zona plástica de um túnel

De acordo com Laso, Lera e Alarcón (1995), o maciço ao redor da escavação desempenha um papel importante na estabilidade do túnel. Sendo assim, é necessário definir uma condição limite para avaliar o risco potencial de colapso da escavação devido a desagregação do solo. O estado limite final da capacidade de suporte do solo, baseada na sollicitação que provoca a desagregação do mesmo, é definido com base na zona plastificada ao redor da escavação, dada pela relação R_p/R_i (zona plástica da escavação).

A função estado limite que descreve a confiabilidade estrutural da zona plástica é baseada na seguinte equação (LASO; LERA; ALARCÓN, 1995; HOEK, 1998):

$$Z = g(x) = L - \frac{R_p}{R_i} \quad (5.47)$$

onde L é o valor admissível para a extensão da zona plástica, ou seja, a resistência à desagregação do maciço escavado.

A sollicitação R_p/R_i da Equação (5.47) é definida de acordo com o critério de plasticidade para o maciço escavado. Para túneis sem reforço por tirantes será adotado o critério de Mohr-Coulomb e Tresca, onde R_p/R_i é dado pelas Eqs. (4.6) e (4.18) (com $\lambda P_\infty = \lambda_{nr} P_\infty = P_\infty - P_i$). Logo, a Eq. (5.47) pode ser reescrita, considerando os critérios de Mohr-Coulomb e Tresca, respectivamente, da seguinte forma:

$$Z_1 = g_1(x) = L_1 - \left[\frac{2(P_\infty + a)}{(K_p + 1)(P_i + a)} \right]^{K_p - 1} \quad (5.48)$$

$$Z_2 = g_2(x) = L_2 - e^{\left[\frac{P_\infty - P_i}{2c} - \frac{1}{2} \right]} \quad (5.49)$$

Considerando túneis reforçados com tirantes, a função performance é definida por:

$$Z_3 = g_3(x) = L_3 - \frac{R_p^{(2)}}{R_i} \quad (5.50)$$

onde $R_p^{(2)}$ é definido de acordo com o item 4.2.5.2 através do critério de Tresca.

5.6.2 Função estado limite baseada nos valores de projeto de um túnel

O cálculo da convergência está relacionado com diversas propriedades de resistência e das tensões *in situ* do maciço escavado, além das definições do raio da zona plástica, dados por R_p ou $R_p^{(2)}$, para o caso da plasticidade. Sendo assim, o projeto da pressão de suporte não está explicitamente relacionado com a definição da zona plástica da escavação, mas sim com a sua convergência (LI; LOW, 2010).

Uma análise de confiabilidade mais rigorosa pode ser realizada, baseada no cálculo dos valores de projeto a partir da simulação numérica associada ao MSR, ou seja, verificar se os valores de P_{eq} e u_{eq} extrapolam os valores admissíveis do revestimento, $P_{máx}$ e $u_{máx}$. Para este tipo de análise, a resistência da função de estado limite é obtida por meio de dados estatísticos e/ou determinísticos para o concreto projetado (revestimento). No caso de túneis sem tirantes, as solicitações P_{eq} e u_{eq} deste estudo são obtidas a partir de modelos analíticos (elasticidade e plasticidade com critério de Mohr-Coulomb) e numéricos (diretamente através do GEOMEQ91 associado ao MSR). O valor do deslocamento radial u_0 , que representa o início da instalação do revestimento, é obtido exclusivamente via modelagem em elementos finitos com o GEOMEQ91, o qual é associado aos modelos analíticos citados.

A aplicação da confiabilidade pelo método CV-CF será definida uma função performance $Z_4 = g_4(x)$ baseada em um deslocamento radial máximo do revestimento, $u_{máx}$ (resistência do sistema), e um deslocamento radial u_{eq} (solicitação do sistema) (BJURELAND, 2017):

$$Z_4 = g_4(x) = u_{máx} - u_{eq} \quad (5.51)$$

Os valores de $u_{máx}$ e u_{eq} , dados em mm, são calculados conforme visto nos itens 4.1.2, 4.1.3 e 4.1.4. Isolando a convergência do revestimento na Eq. (4.24), as seguintes relações, em termos de deslocamentos radiais, são obtidas:

$$\frac{u_{máx}}{R_i} = \frac{P_{máx}}{K_c} + \frac{u_0}{R_i} \quad (5.52)$$

$$\frac{u_{eq}}{R_i} = \frac{P_{eq}}{K_c} + \frac{u_0}{R_i} \quad (5.53)$$

As Equações (5.52) e (5.53) podem ser reescritas em função de $P_{m\acute{a}x}$ e P_{eq} . Os valores de $P_{m\acute{a}x}$ e K_c são determinados pelas Eqs. (4.25) ou (4.26). Para túneis sem tirantes, o valor de P_{eq} , considerando a modelagem analítica baseada no critério de Mohr-Coulomb, é calculado de acordo com a intersecção das curvas CV e CF.

Para túneis reforçados com tirantes, serão definidas as funções performance para a análise de confiabilidade do deslocamento radial de acordo com os métodos de análise estrutural para túneis descritos na metodologia do trabalho: modelo analítico em elasticidade e plasticidade pelo critério de Tresca e modelo numérico baseado no Método de Homogeneização utilizando o GEOMECC91.

No caso da modelagem analítica para túneis com tirantes, a função performance adotada é semelhante aquelas utilizadas para o estudo da zona plástica da escavação:

$$Z_5 = g_5(x) = L_5 - u_i \quad \text{com } i = r, z \quad (5.54)$$

Sendo L_5 o valor admissível ou a resistência ao deslocamento radial, adotado como o deslocamento radial máximo do maciço escavado sem tirantes e sem revestimento. O valor de solicitação u_i é dado pelo deslocamento radial da escavação considerando o critério de plasticidade de Tresca, podendo ser máximo quando a taxa de desconfinamento $\lambda = 1$ ($u_i = u_\infty$ para o caso sem tirantes e $u_i = u_\infty^{(2)}$ para o caso com tirantes), ou um valor específico quando é considerado o revestimento e tirantes ($\lambda \neq 0$ e $u_i = u_{eq}^{(2)}$).

Para a modelagem numérica de túneis com tirantes através do GEOMECC91, a Eq. (5.54) será utilizada novamente para ambas situações envolvendo tirantes radiais e frontais. O valor de L_5 será definido pelo deslocamento máximo na zona radial (dado por u_∞) e frontal (dado por u_z) da escavação sem tirantes e revestimento. A solicitação u_i na zona radial mantém as mesmas definições descritas, porém o maciço escavado apresentará um critério de plasticidade de Drucker-Prager. Para a zona frontal as seguintes definições são adotadas: $u_i = u_z$ para a condição de maciço sem tirantes frontais e $u_i = u_z^{(2)}$ quando os tirantes frontais são aplicados; $u_i = u_{z,eq}$ para a condição sem tirantes e com revestimento no túnel e $u_i = u_{z,eq}^{(2)}$ quando os tirantes frontais e o revestimento são aplicados.

5.6.3 Parâmetros estatísticos e determinísticos para um túnel sem tirantes

Para a análise da confiabilidade em túneis sem reforço por tirantes foram selecionados dados geotécnicos de um túnel profundo, denominado “Túnel A”, onde estes foram ajustados como variáveis estatísticas com distribuição de probabilidade normal. A Tabela 5.2 mostra os dados geotécnicos do Túnel A. O túnel apresenta como parâmetros fixos o raio $R_i = 5,0$ m e a profundidade $H = 150,0$ m. Considerando a elasto-plasticidade, o maciço é analisado por meio do critério de Mohr-Coulomb com uma regra de fluxo não associada, onde o ângulo de dilatância e o coeficiente de Poisson são parâmetros fixos dados por $\psi = 10^\circ$ e $\nu_m = 0,20$.

O coeficiente de variação δ_v mede o grau de dispersão das variáveis adotadas, formulado conforme segue (ANG; TANG, 2007):

$$\delta_v = \frac{\sigma}{\mu} \quad (5.55)$$

Tabela 5.2: Parâmetros estatísticos geotécnicos do túnel A.

Parâmetro	Média (μ)	Desvio padrão (σ)	Coef. de variação (δ)
Ângulo de atrito (φ)	15,0°	1,5°	0,10
Coesão (c)	1,5 MPa	0,225 MPa	0,15
Módulo de Young (E_m)	500 MPa	50 MPa	0,10
Pressão <i>in-situ</i> (P_∞)	4,0 MPa	0,40 MPa	0,10

Fonte: elaborado pelo autor.

Todos os parâmetros da Tabela 5.2 foram adotados, inicialmente, como estatisticamente independentes. De acordo com Li e Low (2010), quando o coeficiente δ_v de uma variável aleatória é maior ou igual a 0,25, os parâmetros adotados podem assumir valores negativos durante as análises pelos métodos FORM e Monte Carlo. Isto ocorre devido a função de distribuição normal permitir que as variáveis aleatórias assumam valores negativos. Logo para os casos de $\delta > 0,25$ será necessário impor uma restrição nos modelos de confiabilidade para que os parâmetros não assumam valores negativos.

Os parâmetros do revestimento em concreto projetado do túnel A foram selecionados do estudo de Bjureland *et al.* (2019) e dados no regime elástico. O concreto projetado de boa qualidade é produzido e aplicado conforme normas e seguindo rigorosos controles de qualidade, o que evita a variabilidade elevada dos seus parâmetros, permitindo que estes sejam fixos. Serão adotadas duas situações distintas de instalação do revestimento: distância $d_0 = 0$ e passo $p =$

$(1/3)R_i$; distância $d_0 = (2/3)R_i$ e passo $p = (1/3)R_i$. Cada distância d_0 adotada apresenta parâmetros fixos diferentes, conforme descrevem as Tabs. 5.3 e 5.4.

Tabela 5.3: Parâmetros determinísticos do revestimento em concreto projetado para a distância de instalação $d_0 = 0$.

Módulo de Young (E_c)	30.000 MPa
Tensão admissível (σ_c)	60 MPa
Espessura t_c	15 cm; 25 cm
Coefficiente de Poisson ν_c	0,25

Fonte: BJURELAND *et al.* (2019).

Tabela 5.4: Parâmetros determinísticos do revestimento em concreto projetado para distância de instalação $d_0 = (2/3)R_i$.

Módulo de Young (E_c)	16.000 MPa
Tensão admissível (σ_c)	30 MPa
Espessura (t_c)	15 cm; 25 cm
Coefficiente de Poisson (ν_c)	0,25

Fonte: BJURELAND *et al.* (2019).

5.6.4 Parâmetros estatísticos e determinísticos para túneis reforçados com tirantes

Para análise da confiabilidade em túneis reforçados com tirantes, foram adotados parâmetros estatísticos para o maciço referentes a dois túneis profundos distintos, denominados como “Túnel B” e “Túnel C”. O primeiro túnel será aplicado na análise de confiabilidade envolvendo os modelos analíticos descritos nos itens 4.2.5.1 e 4.2.5.2, enquanto o segundo será aplicado na análise de confiabilidade através do GEOMECH91 aliado ao MSR.

Os parâmetros referentes ao reforço por tirantes de cada túnel são determinísticos, devido a tratar-se de materiais com propriedades e características bem definidas, além de pouca variabilidade em seus processos de fabricação. No Túnel B será adotado apenas o uso de tirantes radiais em aço, enquanto no Túnel C serão aplicados tirantes radiais em aço e tirantes frontais em material polimérico reforçado com fibra de vidro, além do revestimento em concreto projetado.

A Tabela 5.5 apresenta os dados estatísticos referentes ao maciço do Túnel B, o qual apresenta comportamento elastoplástico representado pelo critério de Tresca. Os dados foram obtidos do trabalho de Greuell (1993), sendo adotada a distribuição normal para os mesmos. O

raio do túnel e o coeficiente de Poisson do maciço são fixos e apresentam os seguintes valores: $R_i = 3,0$ m e $\nu_m = 0,50$ (hipótese de incompressibilidade do maciço).

Tabela 5.5: Parâmetros estatísticos geotécnicos em elastoplasticidade do Túnel B.

Parâmetro	Média (μ)	Desvio padrão (σ)	Coefficiente de variação (δ)
Módulo de Young (E_m)	100 MPa	10 MPa	0,10
Pressão <i>in-situ</i> (P_∞)	1,2 MPa	0,12 MPa	0,10
Coesão (c)	0,4 MPa	0,08 MPa	0,20

Fonte: GREUELL (1993).

A Tabela 5.6 descreve as propriedades fixas dos tirantes radiais em aço para o Túnel B, também obtidos do estudo de Greuell (1993). O comprimento dos tirantes é adotado como infinito, conforme exige as restrições do modelo analítico de Tresca para túneis com tirantes radiais. Os seguintes parâmetros dos tirantes podem ser modificados futuramente, conforme a necessidade e exigência para obtenção de bons níveis de confiabilidade para o túnel: densidade δ_r , diâmetro D e a taxa de desconfinamento na instalação dos tirantes, dada por λ_d .

Tabela 5.6: Parâmetros determinísticos para os tirantes radiais do Túnel B.

Módulo de Young (E_r)	200 GPa
Densidade (δ_r)	1,0 t./m ³
Tensão admissível (σ_0)	650 MPa
Diâmetro (D)	20 mm
Taxa de desconfinamento (λ_d)	0,7

Fonte: GREUELL (1993).

O Túnel C trata-se de uma galeria experimental de raio $R_i = 3,0$ m, escavada a uma profundidade de 200 m na cidade de Mol (Bélgica) (BERNAUD; DE BUHAN; MAGHOUS, 1995b). O maciço apresenta aspecto e característica rochosa, composto por argila mole, com uma pressão *in-situ* inicial fixada em $P_\infty = 4,0$ MPa e coeficiente de Poisson $\nu_m = 0,45$. A Tab. 5.7 apresenta os parâmetros estatísticos do maciço da galeria de Mol, onde foi adotado o critério de plasticidade de Drucker-Prager para as análises e a distribuição normal para os parâmetros.

Tabela 5.7: Parâmetros estatísticos geotécnicos em elastoplasticidade do Túnel C.

Parâmetro	Média (μ)	Desvio padrão (σ)	Coefficiente de variação (δ)
Módulo de Young (E_m)	500 MPa	50 MPa	0,10
Ângulo de atrito (φ)	4°	0,04°	0,10
Coesão (c)	1,2 MPa	0,24 MPa	0,20

Fonte: adaptado de BERNAUD, DE BUHAN e MAGHOUS (1995b).

A Tabela 5.8 descreve as propriedades fixas dos tirantes radiais em aço para o Túnel C. A Tab. 5.9 descreve as propriedades fixas dos tirantes frontais em fibra de vidro, enquanto a Tab. 5.10 descreve os parâmetros fixos para o revestimento em concreto projetado considerado como elástico em todas as simulações.

Tabela 5.8: Parâmetros determinísticos para os tirantes radiais do Túnel C.

Módulo de Young (E_r)	200 GPa
Densidade (δ_r)	0,5 t./m ² ; 2,0 t./m ²
Tensão admissível (σ_0)	650 MPa
Diâmetro (D)	20 mm
Fator de redução da flambagem (τ)	0
Comprimento (l_r)	$l_r > 2R_i$
Distância de instalação	$d_{0r} = 0$; $p = (1/3)R_i$

Fonte: adaptado de BERNAUD, DE BUHAN e MAGHOUS (1995b).

Tabela 5.9: Parâmetros determinísticos para os tirantes frontais do Túnel C.

Módulo de Young (E_f)	20 GPa
Densidade (δ_f)	0,5 t./m ² ; 2,0 t./m ²
Tensão admissível (σ_{lim})	300 MPa
Diâmetro interno (D_i)	10 mm
Diâmetro externo (D_e)	40 mm
Fator de redução da flambagem (τ)	0
Comprimento (l_f)	$l_f > R_i$

Fonte: adaptado de BERNAUD, DE BUHAN e MAGHOUS (1995b).

Tabela 5.10: Parâmetros fixos para o revestimento em concreto projetado do Túnel C.

Módulo de Young (E_c)	300 MPa
Coefficiente de Rigidez (K_c)	36 MPa
Espessura (t_c)	10 cm
Coefficiente de Poisson (ν_c)	0,30
Distância de instalação	$d_{0c} = 0$; $p = (1/3)R_i$

Fonte: adaptado de BERNAUD, DE BUHAN e MAGHOUS (1995b).

Conforme o estudo de Bernaud, De Buhan e Maghous (1995b) a influência do comprimento dos tirantes radiais e frontais nas convergências radiais e axiais não é mais significativa para comprimentos $l_r > 2R_i$ e $l_f > R_i$, sendo estes parâmetros adotados para a análise de confiabilidade do Túnel C.

De forma análoga ao Túnel B, as densidades δ_r e δ_f dos tirantes do Túnel C serão alternados, conforme a necessidade e exigência para obtenção de bons níveis de confiabilidade para o túnel. Para o caso do concreto projetado, é considerada fixa a espessura $t_c = 10$ cm padrão das simulações com o GEOMECC91.

5.7 DEFINIÇÃO DAS FUNÇÕES DE SUPERFÍCIE DE RESPOSTA ATRAVÉS DO PLANEJAMENTO *CENTRAL COMPOSITE DESIGN* (CCD)

A Metodologia da Superfície de Resposta (MSR) associada ao Planejamento CCD, detalhada no item 5.5, será utilizada para definir as funções analíticas equivalentes para obtenção dos resultados de confiabilidade definidos por métodos não analíticos.

5.7.1 Modelagem numérica do Túnel A através do GEOMECC91 associado ao MSR

Para a análise de confiabilidade envolvendo o deslocamento radial do Túnel A com a função Z_4 , é necessário determinar a resistência $u_{m\acute{a}x}$ e a sollicitação u_{eq} da escavação, além do deslocamento u_0 de instalação do revestimento. As funções de superfície de resposta calculam os valores de \hat{u}_0 e \hat{u}_{eq} equivalentes aos valores de u_0 e u_{eq} obtidos nas simulações via GEOMECC91.

A Tabela 5.2 descreve os quatro parâmetros estatísticos para o maciço do Túnel A, os quais definem a seguinte amostragem total, dada pela Eq. (5.45), para os planejamentos CCD com a adoção de seis pontos centrais na análise:

$$n_t = 16 + 8 + 6 = 30, \text{ com } \begin{cases} n_f = 2^k = 2^4 = 16 \\ n_a = 2k = 2 \times 4 = 8 \\ n_c = 6 \end{cases} \quad (5.56)$$

A Equação 5.56 indica a necessidade de 30 simulações via GEOMECC91 para a obtenção das funções aproximadoras necessárias para as análises de confiabilidade, ou seja, as funções que calculam \hat{u}_0 e \hat{u}_{eq} de forma aproximada a modelagem computacional.

Os dados fixos do revestimento, descritos nas Tabelas 5.4 e 5.5, também são incorporados nas funções aproximadoras como constantes: duas espessuras de revestimento distintas, além das duas distâncias de instalação do revestimento. Logo, serão necessários quatro planejamentos CCD, com 30 simulações cada. Conforme visto no item 5.5, o software *Design Expert* será utilizado para gerar as 30 combinações de amostras com as variáveis do maciço descritas na Tab. 5.2. A rotina Python descrita no item 5.5.2 irá realizar as simulações no GEOMECC91 com as combinações geradas e os parâmetros fixos previamente definidos do maciço e do revestimento. A Tabela 5.11 mostra os limites mínimos e máximos para cada parâmetro informados ao software, adotados como sendo 10% dos valores médios de cada parâmetro. Os valores codificados, aplicados aos limites adotados para aplicação do planejamento, são: $\xi_{ik} = \pm\sqrt{k} = \pm\sqrt{4} = \pm 2$ para os pontos axiais e $\xi_{ik} = \pm 1$ para os pontos fatoriais. Os pontos centrais são adotados como os valores médios das variáveis estatísticas, onde, de acordo com a Eq. (5.46), são definidos os limites fatoriais para cada parâmetro.

Tabela 5.11: Limites de variação para os parâmetros aleatórios do Túnel A, definidos no software *Design Expert*.

VARIÁVEIS	PONTOS AXIAIS		PONTOS FATORIAIS		PARÂM. ESTATÍSTICOS	
	$\min(x_{ik})$	$\max(x_{ik})$	$\min(x_{ik})$	$\max(x_{ik})$	μ	σ
$x_{i1} = \varphi$ (rad)	0,2094	0,3142	0,2356	0,2880	0,2618	0,0238
$x_{i2} = c$ (MPa)	1,20	1,80	1,35	1,65	1,50	0,1365
$x_{i3} = E_m$ (MPa)	400,0	600,0	450,0	550,0	500,0	45,49
$x_{i4} = P_\infty$ (MPa)	3,20	4,80	3,60	4,40	4,00	0,3639

Fonte: elaborado pelo autor.

Todos os planejamentos utilizam os mesmos limites apresentados na Tabela 5.11, onde a partir destes são geradas aleatoriamente as 30 combinações de variáveis possíveis a serem

simuladas no GEOMECC91 com o auxílio da rotina Python de processamento, mudando apenas os dados fixos do revestimento para cada planejamento. A Tabela 5.12 descreve os planejamentos CCD de acordo com as características estruturais adotadas para o revestimento.

Tabela 5.12: Planejamentos CCD para análise de confiabilidade do Túnel A via MSR e GEOMECC91.

PLANEJAMENTO	CARACTERÍSTICAS ESTRUTURAIS
CCD1	$t_c = 15 \text{ cm}; d_0 = 0; E_c = 30.000 \text{ MPa}; \sigma_c = 60 \text{ MPa}$
CCD2	$t_c = 15 \text{ cm}; d_0 = (2/3)R_i; E_c = 16.000 \text{ MPa}; \sigma_c = 30 \text{ MPa}$
CCD3	$t_c = 25 \text{ cm}; d_0 = 0; E_c = 30.000 \text{ MPa}; \sigma_c = 60 \text{ MPa}$
CCD4	$t_c = 25 \text{ cm}; d_0 = (2/3)R_i; E_c = 16.000 \text{ MPa}; \sigma_c = 30 \text{ MPa}$

Fonte: elaborado pelo autor.

O Apêndice A apresenta as verificações para todas as combinações amostrais realizadas e as funções de superfície de resposta obtidas. O apêndice também apresenta os resultados obtidos pelo GEOMECC91 e pelas funções aproximadoras definidas pelos quatro planejamentos, o que permite verificar a qualidade das funções de superfície de resposta em obter resultados próximos aos obtidos na modelagem computacional.

5.7.2 Modelagem analítica do Túnel B através de um processo iterativo associado ao MSR

O processo iterativo de obtenção da zona plástica máxima $R_p^{(2)}/R_i$, descrito no item 4.2.5.2, associado ao Método de Monte Carlo, mostrou-se extremamente lento e inviável na geração dos resultados iniciais de confiabilidade para o Túnel B reforçado por tirantes, principalmente para níveis de confiabilidade altos. A associação do processo iterativo com o método FORM sequer foi possível, devido a falta de compatibilidade entre as derivações exigidas pelo método e a grande quantidade de repetições necessárias para definir o valor de $R_p^{(2)}$. Sendo assim, o MSR e o planejamento CCD serão aplicados de forma a definir uma superfície de resposta, baseada no processo iterativo para obtenção do raio plástico $R_p^{(2)}$, compatível com os métodos de confiabilidade utilizados.

O valor do deslocamento radial máximo $u_{\infty}^{(2)}$ também será definido por funções de superfície de resposta, pois os equacionamentos do mesmo apresentam funções complexas e de

difícil derivação pelo método FORM. Além disso, o valor de $u_{\infty}^{(2)}$ depende diretamente de $R_p^{(2)}$ e, conseqüentemente, do processo iterativo de obtenção da zona plástica.

O Túnel B apresenta três parâmetros estatísticos do maciço, conforme define a Tab. 5.5, além dos parâmetros fixos do próprio maciço e do reforço por tirantes, dados na Tab. 5.6. Logo, conforme as Eqs. (5.45) e (5.57), será necessária uma amostragem total de 20 simulações para cada planejamento CCD, as quais serão aplicadas ao processo iterativo de obtenção da zona plástica para a definição das funções aproximadoras.

$$n_t = 8 + 6 + 6 = 20, \text{ com } \begin{cases} n_f = 2^k = 2^3 = 8 \\ n_a = 2k = 2 \times 3 = 6 \\ n_c = 6 \end{cases} \quad (5.57)$$

A Tabela 5.13 mostra os limites mínimos e máximos, para cada parâmetro, informados ao software *Design Expert* para obtenção das funções de superfície de resposta, adotados como sendo 20% dos valores médios de cada parâmetro. Os valores codificados, aplicados aos limites adotados para aplicação do planejamento, são: $\xi_{ik} = \pm\sqrt{k} = \pm\sqrt{3}$ para os pontos axiais e $\xi_{ik} = \pm 1$ para os pontos fatoriais. Os pontos centrais são adotados como os valores médios das variáveis estatísticas.

Tabela 5.13: Limites de variação para os parâmetros aleatórios do Túnel B, definidos no software *Design Expert*.

VARIÁVEIS	PONTOS AXIAIS		PONTOS FATORIAIS		PARÂM. ESTATÍSTICOS	
	$\min(x_{ik})$	$\max(x_{ik})$	$\min(x_{ik})$	$\max(x_{ik})$	μ	σ
$x_{i1} = c$ (MPa)	0,2655	0,5345	0,32	0,48	0,4	0,0678
$x_{i2} = E_m$ (MPa)	66,36	133,64	80,0	120,0	100,0	16,96
$x_{i3} = P_{\infty}$ (MPa)	0,7694	1,60	0,96	1,44	1,20	0,2035

Fonte: elaborado pelo autor.

Após a realização das 20 combinações necessárias, utilizando a rotina Python descrita no item 5.5.2 associada ao processo iterativo de obtenção de $R_p^{(2)}$ e $u_{\infty}^{(2)}$, o software *Design Expert* define as funções aproximadoras $\hat{R}_p^{(2)}$ e $\hat{u}_{\infty}^{(2)}$ para cada planejamento adotado. Ao todo serão considerados cinco planejamentos CCD para a análise de confiabilidade do Túnel B, diferenciados conforme mostra a Tab. 5.14.

Tabela 5.14: Planejamentos CCD para análise de confiabilidade do Túnel B através do MSR associado ao processo iterativo de cálculo de $R_p^{(2)}$ e $u_\infty^{(2)}$.

PLANEJAMENTO	CARACTERÍSTICAS ESTRUTURAIS
CCD5	Túnel reforçado sem revestimento ($P_i = 0, \lambda_r = 1,0$)
CCD6	Túnel reforçado com revestimento ($P_i = 0,07 \text{ MPa}, \lambda_r = 0,8$)
CCD7	Túnel reforçado com revestimento ($\delta_r = 2,0 \text{ t./m}^2$)
CCD8	Túnel reforçado com revestimento ($D = 30 \text{ mm}$)
CCD9	Túnel reforçado com revestimento ($\lambda_d = 0,5$)

Fonte: elaborado pelo autor.

De acordo com a Tabela 5.14, os planejamentos adotados se diferenciam pela mudança nas condições de revestimento do túnel (planejamentos CCD5 e CCD6) e nos parâmetros dos tirantes. Os planejamentos CCD7 e CCD8 são análogos ao planejamento CCD6, onde, respectivamente, são modificados a densidade de tirantes δ_r e o diâmetro dos tirantes D que foram definidos previamente na Tab. 5.6. O planejamento CCD9 é idêntico ao planejamento CCD8, com exceção da taxa de desconfinamento na instalação do reforço, reduzida de $\lambda_d = 0,7$ para $\lambda_d = 0,5$.

As funções de superfície de resposta $\hat{R}_p^{(2)}$ e $\hat{u}_\infty^{(2)}$ serão definidas como as solicitações das funções de estado limite Z_3 e Z_5 para análise de confiabilidade do Túnel B, onde as resistências destas funções são facilmente calculadas com parâmetros fixos do maciço escavado sem tirantes e sem revestimento.

O Apêndice B apresenta as verificações para todas as combinações amostrais realizadas e as funções de superfície de resposta obtidas. O apêndice também apresenta os resultados obtidos pelo processo iterativo de cálculo e pelas funções aproximadoras definidas pelos cinco planejamentos, o que permite verificar a qualidade das funções de $\hat{R}_p^{(2)}$ e $\hat{u}_\infty^{(2)}$ em obter resultados próximos aos obtidos com o processo iterativo de cálculo.

5.7.3 Modelagem numérica do Túnel C através do GEOMEQ91 associado ao MSR

De forma similar a modelagem do Túnel A (item 5.7.1), será realizada a análise de confiabilidade envolvendo o deslocamentos radiais e frontais do Túnel C com a função performance Z_5 , onde será necessário determinar as solicitações \hat{u}_i equivalentes aos valores de

deslocamentos u_i calculados pelo GEOMECC91. A Tabela 5.15 apresenta as características dos deslocamentos assumidos pela solicitação \hat{u}_i .

Tabela 5.15: Tipos de solicitações utilizadas nas análises de confiabilidade do Túnel C.

SOLICITAÇÃO	CARACTERIZAÇÃO DO DESLOCAMENTO MÁXIMO
$\hat{u}_i = \hat{u}_\infty$	Zona radial sem reforço e revestimento.
$\hat{u}_i = \hat{u}_z$	Zona frontal sem reforço e revestimento.
$\hat{u}_i = \hat{u}_\infty^{(2)}$	Zona radial com reforço e sem revestimento.
$\hat{u}_i = \hat{u}_z^{(2)}$	Zona frontal com reforço e sem revestimento.
$\hat{u}_i = \hat{u}_{eq}$	Zona radial sem reforço e com revestimento.
$\hat{u}_i = \hat{u}_{eq}^{(2)}$	Zona radial com reforço e com revestimento.
$\hat{u}_i = \hat{u}_{z,eq}$	Zona frontal sem reforço e com revestimento.
$\hat{u}_i = \hat{u}_{z,eq}^{(2)}$	Zona frontal com reforço e com revestimento.

Fonte: elaborada pelo autor.

Cada solicitação da Tabela 5.15 será definida por uma função de superfície de resposta através dos planejamentos CCD. Os parâmetros fixos (tirantes radiais, frontais e revestimento), definidos nas Tabelas 5.8, 5.9 e 5.10, serão mantidos iguais em todos os planejamentos, com exceção das densidades de tirantes δ_r e δ_f que variam para cada planejamento. A Tabela 5.16 apresenta os planejamentos CCD necessários para a análise de confiabilidade do Túnel C.

Tabela 5.16: Planejamentos CCD para análise de confiabilidade do Túnel C via MSR e GEOMECC91.

PLANEJAMENTO	DENSIDADE ZR	DENSIDADE ZF	SOLICITAÇÕES
CCD10 (sem reforço)	$\delta_r = 0$	$\delta_f = 0$	$\hat{u}_\infty; \hat{u}_z; \hat{u}_{eq}; \hat{u}_{z,eq}$
CCD11	$\delta_r = 0,5 \text{ t./m}^2$	$\delta_f = 0,5 \text{ t./m}^2$	
CCD12	$\delta_r = 0,5 \text{ t./m}^2$	$\delta_f = 2,0 \text{ t./m}^2$	
CCD13	$\delta_r = 2,0 \text{ t./m}^2$	$\delta_f = 0,5 \text{ t./m}^2$	$\hat{u}_\infty^{(2)}; \hat{u}_z^{(2)}; \hat{u}_{eq}^{(2)}; \hat{u}_{z,eq}^{(2)}$
CCD14	$\delta_r = 2,0 \text{ t./m}^2$	$\delta_f = 2,0 \text{ t./m}^2$	

Fonte: elaborada pelo autor.

O Túnel C apresenta três parâmetros estatísticos do maciço, conforme define a Tab. 5.7, onde, de acordo com as Eqs. (5.45) e (5.58), será necessária uma amostragem total de 20 simulações no GEOMECC91 para cada planejamento CCD adotado.

$$n_t = 8 + 6 + 6 = 20, \text{ com } \begin{cases} n_f = 2^k = 2^3 = 8 \\ n_a = 2k = 2 \times 3 = 6 \\ n_c = 6 \end{cases} \quad (5.58)$$

A Tabela 5.17 mostra os limites mínimos e máximos para cada parâmetro, que são informados ao software *Design Expert* para obtenção das funções de superfície de resposta, adotados como sendo 20% dos valores médios de cada parâmetro. Os valores codificados, aplicados aos limites adotados para aplicação do planejamento, são: $\xi_{ik} = \pm\sqrt{k} = \pm\sqrt{3}$ para os pontos axiais e $\xi_{ik} = \pm 1$ para os pontos fatoriais. Os pontos centrais são adotados como os valores médios das variáveis estatísticas.

Tabela 5.17: Limites de variação para os parâmetros aleatórios do Túnel C definidos no software *Design Expert*.

VARIÁVEIS	PONTOS AXIAIS		PONTOS FATORIAIS		PARÂM. ESTATÍSTICOS	
	$\min(x_{ik})$	$\max(x_{ik})$	$\min(x_{ik})$	$\max(x_{ik})$	μ	σ
$x_{i1} = \varphi$ (rad)	0,0463	0,0933	0,06	0,08	0,0698	0,0118
$x_{i2} = c$ (MPa)	0,7964	1,60	0,96	1,44	1,20	0,2035
$x_{i3} = E_m$ (MPa)	331,82	668,18	400,0	600,0	500,0	84,78

Fonte: elaborada pelo autor.

Todos os planejamentos utilizam os mesmos limites apresentados na Tab. 5.17, onde a partir destes são geradas aleatoriamente as 20 combinações de variáveis a serem simuladas no GEOMECC91, mudando apenas os dados fixos do reforço por tirantes e revestimento em cada planejamento.

O Apêndice C apresenta as verificações para todas as combinações amostrais realizadas e as funções de superfície de resposta obtidas. O apêndice também apresenta os resultados obtidos pelo GEOMECC91 e pelas funções aproximadoras, o que permite verificar a qualidade das funções de \hat{u}_i em obter resultados próximos aos obtidos com o processo iterativo de cálculo.

6 ANÁLISE DE CONFIABILIDADE APLICADA A TÚNEIS SEM REFORÇO DO MACIÇO ESCAVADO

Neste capítulo será desenvolvida uma análise de confiabilidade para túneis sem a presença de tirantes no maciço escavado, considerando os dados do Túnel A descrito no item 5.6.3. O conjunto desta análise foi objeto de estudo publicado (SILVA; REAL E MAGHOUS, 2022).

A primeira análise de confiabilidade é realizada para a função performance da Eq. (5.48), que avalia a desagregação do maciço através da zona plástica ao redor da escavação. A segunda análise implementa a função performance da Eq. (5.51), que considera o deslocamento radial do túnel e do revestimento em concreto projetado, analisados via modelagem numérica com o GEOMECH91.

6.1 ANÁLISE DA ZONA PLÁSTICA AO REDOR DA ESCAVAÇÃO

Inicialmente, os algoritmos FORM e Monte Carlo programados no Python serão verificados por meio de resultados obtidos no estudo de Li e Low (2010), para a análise de confiabilidade da zona plástica através da função performance Z_1 (Eq. (5.48)). Neste estudo, a pressão de revestimento P_i é prescrita.

6.1.1 Verificação dos algoritmos implementados

No estudo de Li e Low (2010) foram apresentados resultados para o índice de confiabilidade β e a probabilidade de falha p_f com os dados estatísticos da Tab. 6.1, utilizando um algoritmo FORM desenvolvido na linguagem VBA nativa do MS Excel e simulações de Monte Carlo desenvolvidas no software RISK. O estudo considera um coeficiente de correlação entre φ e c de $\rho_{c,\varphi} = -0,5$, enquanto a pressão *in-situ* é fixada em $P_\infty = 2,5$ MPa. Os parâmetros estatísticos apresentam distribuição normal de probabilidade e o valor da resistência na Eq. (5.48) é adotado como $L_1 = 3,0$. Foi considerado o critério de Mohr-Coulomb em regime elastoplástico perfeito ($\psi = 0$ e $\nu = 0,25$).

Tabela 6.1: Parâmetros geotécnicos adotados para o túnel do estudo de Li e Low (2010).

Parâmetro	Média (μ)	Desvio padrão (σ)	Coefficiente de variação (δ)
Ângulo de atrito (φ)	22,85°	1,31°	0,05733
Coesão (c)	0,23 MPa	0,068 MPa	0,29565

Fonte: HOEK (1997).

Os resultados das Tabelas 6.2 e 6.3 mostram uma diferença mínima entre os resultados de β e p_f da zona plástica pelo método FORM, obtidos com o algoritmo em Python e os resultados de Li & Low (2010), independente da pressão de revestimento P_i adotada. Os valores de p_f obtidos com 10.000 simulações de Monte Carlo no Python também apresentam uma diferença mínima, se comparados aos resultados de Li & Low (2010). Logo, os algoritmos implementados são verificados e apresentam exatidão na análise de confiabilidade da zona plástica da escavação.

Tabela 6.2: Verificação dos algoritmos de confiabilidade para a zona plástica de um túnel sem revestimento, considerando o método FORM.

Pressão P_i (MPa)	Resultados deste trabalho (FORM iHRLF / PYTHON)		Resultados de Li e Low (2010) (FORM VBA / MS EXCEL)	
	β	p_f (%)	β	p_f (%)
0,0	0,697	24,30	0,690	24,41
0,3	3,223	0,06	3,220	0,06

Fonte: LI e LOW (2010); elaborada pelo autor.

Tabela 6.3: Verificação dos algoritmos de confiabilidade para a zona plástica de um túnel sem revestimento, considerando o método de Monte Carlo por amostragem direta.

Pressão P_i (MPa)	Resultados deste trabalho (10.000 simulações / PYTHON)	Resultados de Li e Low (2010) (10.000 SIMULAÇÕES / RISK)
	p_f (%)	p_f (%)
0,0	24,45	24,57
0,3	0,06	0,07

Fonte: LI e LOW (2010); elaborado pelo autor.

6.1.2 Análise de confiabilidade para a zona plástica do Túnel A

Aplicando a hipótese de túnel não revestido ($P_i = 0,0$) e os valores médios dos parâmetros da Tab. 5.2 na Eq. (4.6), obtem-se um valor médio para a zona plástica da escavação referente ao Túnel A, $\mu_{R_p/R_i} = 1,41$. Para fins de análise envolvendo confiabilidade, os

engenheiros costumam adotar valores majorados em relação a solicitação média para a resistência da função performance. Logo, será adotado um valor admissível $L_1 = 2,0$ para a Eq. (5.48), majorado em relação a μ_{R_p/R_1} calculada.

A Tabela 6.4 apresenta os resultados de p_f e β para a função performance Z_1 do Túnel A, obtidos a partir do Método de Monte Carlo por amostragem direta e por importância adaptativa. O valor obtido para p_f , após cada ciclo de simulações, é verificado através do coeficiente de variação δ_{p_f} , dado pelas Eqs. (5.35) e (5.43). O total de ciclos x simulações necessárias e os resultados finais de p_f e β são obtidos somente após um ciclo atingir um valor de $\delta_{p_f} \leq 0,05$, o que confere um grau de precisão aceitável para os resultados finais.

Tabela 6.4: Resultados de confiabilidade para Z_1 através do Método de Monte Carlo.

P_i (MPa)	Amostragem direta			Amostragem por importância		
	Ciclos x Simulações	p_f (%)	β	Ciclos x Simulações	p_f (%)	β
0,0	4 x 10.000	0,902	2,365	4 x 10.000	0,901	2,365
0,1	4 x 10.000	0,544	2,546	4 x 10.000	0,546	2,545
0,2	10 x 10.000	0,308	2,739	4 x 10.000	0,307	2,740
0,3	32 x 10.000	0,175	2,919	4 x 10.000	0,172	2,926
0,4	63 x 10.000	0,093	3,112	6 x 10.000	0,091	3,118
0,5	86 x 10.000	0,048	3,303	9 x 10.000	0,047	3,305
1,0	1.879 x 30.000	1,35E-03	4,197	55 x 10.000	1,31E-03	4,203

Fonte: elaborada pelo autor.

Os resultados da Tabela 6.4 mostram a eficiência da técnica de amostragem por importância conforme o incremento da pressão P_i referente ao revestimento, o que torna a sua aplicação extremamente eficiente em relação a amostragem direta. Para o túnel sem revestimento ($P_i = 0,0$) foram necessárias 40.000 simulações para obter os resultados de p_f e β com precisão $\delta_{p_f} \leq 0,05$ pela amostragem direta e por importância.

Para o caso do revestimento exercendo uma pressão P_i no maciço em desconfinamento, a redução no tempo e número de simulações pela amostragem por importância apresenta um aumento gradual a partir de $P_i = 0,2$ MPa, o que segue ocorrendo com o aumento de P_i até 0,5 MPa. Para $P_i = 1,0$ MPa a amostragem direta processou 56.370.000 simulações, em aproximadamente 1 h 30 min, para obter os resultados de p_f e β com precisão aceitável, enquanto a amostragem por importância necessitou de apenas 550.000 simulações, processadas em 13 s, para obter os mesmos resultados. A amostragem por importância será sempre utilizada

quando a finalidade da análise for apenas obter os valores de p_f e β , especialmente nos casos em que a demanda de simulações e tempo na amostragem direta forem altas.

A Tabela 6.5 apresenta uma comparação entre os resultados obtidos com a amostragem por importância e com o método FORM iHLRF programado em Python. Os resultados de p_f e β pelo método FORM apresentam excelente concordância com os resultados obtidos por Monte Carlo com amostragem por importância.

Tabela 6.5: Resultados de confiabilidade para Z_1 através do Método de Monte Carlo (amostragem por importância) e método FORM iHLRF.

P_i (MPa)	Amostragem por importância			FORM iHLRF		
	Ciclos x Simulações	p_f (%)	β	Número iterações	p_f (%)	β
0,0	4 x 10.000	0,901	2,365	5	0,911	2,361
0,1	4 x 10.000	0,546	2,545	5	0,537	2,551
0,2	4 x 10.000	0,307	2,740	5	0,308	2,740
0,3	4 x 10.000	0,172	2,926	5	0,171	2,928
0,4	6 x 10.000	0,091	3,118	5	0,092	3,115
0,5	9 x 10.000	0,047	3,305	5	0,048	3,302
1,0	55 x 10.000	1,31E-03	4,203	6	1,22E-03	4,220

Fonte: elaborada pelo autor.

Os resultados de confiabilidade acima mostram um aumento discreto do índice β para a zona plástica com a instalação do revestimento no maciço escavado, porém o valor de β aumenta consideravelmente junto com o aumento de P_i . O aumento da pressão P_i do revestimento provoca uma redução em p_f de 0,911% ($P_i = 0,0$, túnel sem revestimento) para 0,048% ($P_i = 0,5$ MPa), o que representa um aumento de aproximadamente 40% no valor de β . Logo, fica evidente a importância do revestimento em concreto projetado na contenção da zona plástica do maciço escavado.

A Figura 6.1 ilustra os histogramas para as zonas plásticas R_p/R_i considerando $P_i = 0,0$, $P_i = 0,5$ MPa e $P_i = 1,0$ MPa. Os dados de R_p/R_i foram obtidos por meio das simulações de Monte Carlo por amostragem direta programadas no Python e lançados no software Minitab para geração dos histogramas, ajustes de curvas de distribuição de probabilidade e análise da qualidade dos ajustes.

Os histogramas da Figura 6.1 são perfeitamente ajustados com a distribuição de probabilidade Lognormal. A utilização da amostragem por importância para obtenção dos dados de R_p/R_i para os histogramas não é recomendada, uma vez que os dados são distorcidos

devido à alteração da variância para reduzir o número de simulações do processo. Como a finalidade dos histogramas é de, apenas, promover o bom ajuste a uma curva analítica, a amostragem direta é suficiente para descrever as funções de densidade (FDP) com precisão.

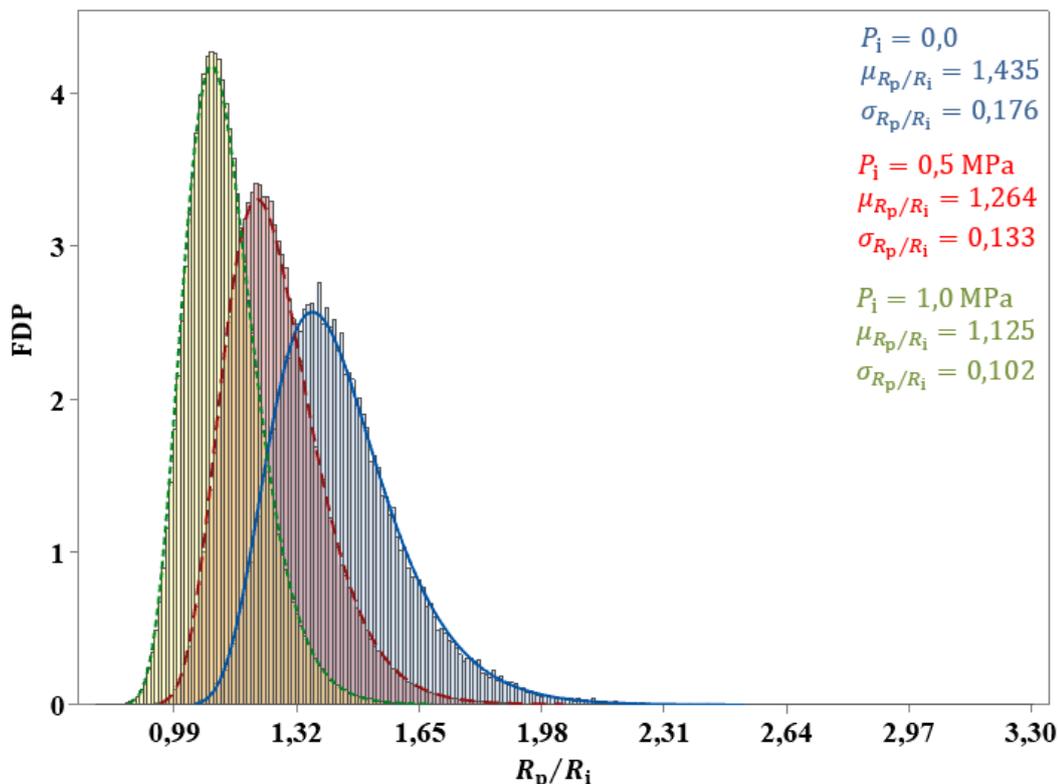


Figura 6.1: Curvas FDP de R_p/R_i obtidas através do método de Monte Carlo por amostragem direta (Elaborado pelo autor).

Analisando as distribuições da Figura 6.1 verifica-se que a média μ_{R_p/R_i} (que define o ponto máximo das curvas) apresenta uma redução discreta com o aumento da pressão P_i , mantendo os dados de solicitações afastados da resistência $L_1 = 2,0$. Através das FDP Lognormais é possível verificar a probabilidade de ocorrência de valores para R_p/R_i , calculando a área abaixo das curvas, delimitada por um intervalo de valores de R_p/R_i . Deste modo, as probabilidades de falha (para $P_i = 0,0$ MPa, $P_i = 0,5$ MPa e $P_i = 1,0$ MPa) definida nas Tabs. 6.4 e 6.5 são análogas ao cálculo da área abaixo de cada curva da Fig. 6.1 para $R_p/R_i > 2,0$. O desvio padrão σ_{R_p/R_i} apresenta uma discreta redução com o aumento da pressão P_i , o que reduz a amplitude das curvas de distribuição e, consequentemente, as probabilidades de falha devido à zona plástica.

Estudos como Li e Low (2010) e Bjureland *et al.* (2017) sugerem a existência de uma correlação entre a coesão e o ângulo de atrito de maciços rochosos, sendo que estas podem afetar os resultados de confiabilidade de túneis. Retomando os dados estatísticos da Tabela 5.2, será verificada a influência da correlação entre a coesão e o ângulo de atrito (dada por $\rho_{c-\varphi}$) nos resultados da análise de Z_1 . Foram calculados os valores de p_f e β para $\rho_{c-\varphi}$ variando entre -0,9 e 0,9 para os casos $P_i = 0,0$ MPa, $P_i = 0,5$ MPa e $P_i = 1,0$ MPa, através do método FORM iHLRF, conforme mostra a Tab. 6.6. Os valores positivos de $\rho_{c-\varphi}$ indicam um aumento linear de φ com o aumento de c , valores negativos de $\rho_{c-\varphi}$ indicam uma redução linear de φ com o aumento de c . Valores de $\rho_{c-\varphi} \approx \pm 1,0$ indicam uma correlação forte entre as variáveis, enquanto valores próximos de zero indicam uma correlação fraca.

Tabela 6.6: Análise de confiabilidade da zona plástica considerando a variação de $\rho_{c-\varphi}$.

$\rho_{c-\varphi}$	$P_i = 0,0$ MPa		$P_i = 0,5$ MPa		$P_i = 1,0$ MPa	
	p_f (%)	β	p_f (%)	β	p_f (%)	β
-0,9	0,057	3,254	9,53E-05	4,763	8,01E-09	6,395
-0,6	0,217	2,852	0,002	4,073	5,36E-06	5,314
-0,3	0,507	2,571	0,015	3,623	1,54E-04	4,666
0,0	0,911	2,361	0,048	3,301	0,001	4,22
0,3	1,403	2,197	0,113	3,055	0,005	3,888
0,6	1,957	2,063	0,213	2,859	0,014	3,627
0,9	2,552	1,951	0,350	2,697	0,032	3,414

Fonte: elaborada pelo autor.

Os resultados mostram que valores de $\rho_{c-\varphi}$ positivos geram uma influência na redução da confiabilidade de R_p/R_i , o índice β apresenta uma pequena redução com o aumento da correlação entre c e φ de 0,0 para +0,9 nos três casos analisados. No caso do túnel sem revestimento a probabilidade de falha p_f aumenta para valores acima de 1%, considerados altos no que tange a segurança estrutural em túneis. Por outro lado, valores de $\rho_{c-\varphi}$ negativos exercem forte influência nos resultados de confiabilidade de R_p/R_i , o índice β apresenta um aumento expressivo com o aumento da correlação entre c e φ de 0,0 para -0,9 (aumento de 38% em β no caso sem revestimento).

Com base na análise geral dos resultados da Tabela 6.6, é possível afirmar que a instalação do revestimento, para valores entre $P_i = 0,5$ MPa e $P_i = 1,0$ MPa, é suficiente para manter bons índices de confiabilidade independente da variação do coeficiente $\rho_{c-\varphi}$. Para os

casos em que $P_i < 0,5$ MPa, é importante verificar se os resultados de p_f e β são aceitáveis quando afetados pela variação de $\rho_{c-\varphi}$.

6.2 ANÁLISE APLICADA AO DESLOCAMENTO RADIAL DO MACIÇO

Neste estudo, a pressão de revestimento P_i não é prescrita explicitamente. A função estado limite $Z_4 = g_4(x)$, definida pela Eq. (5.51), será acoplada aos modelos de confiabilidade de Monte Carlo e FORM no Python, para então serem obtidos resultados de confiabilidade envolvendo a análise do deslocamento radial do Túnel A. Os parâmetros gerais (estatísticos e determinísticos) descritos no item 5.6.3 serão utilizados na constituição paramétrica da função Z_4 , enquanto as solicitações são calculadas com as funções equivalentes definidas pelos planejamentos CCD1 a CCD4 no item 5.7.1 e no Apêndice A.

A Tabela 6.7 apresenta os resultados de p_f e β para a função performance Z_4 , considerando as funções de superfície de resposta e restrições impostas a cada planejamento CCD. Novamente, o total de ciclos x simulações necessários no Método de Monte Carlo e os resultados finais de p_f e β são obtidos somente após um ciclo atingir um valor de $\delta_{p_f} \leq 0,05$, o que confere um grau de precisão aceitável para a probabilidade de falha.

Tabela 6.7: Resultados de confiabilidade para Z_4 através do Método de Monte Carlo (amostragem por importância) e método FORM iHLRF.

FUNÇÃO MSR	Amostragem por importância			FORM iHLRF		
	Ciclos x Simulações	p_f (%)	β	Nº iterações	p_f (%)	β
CCD1	4 x 10.000	2,39	1,980	5	2,210	2,012
CCD2	4 x 10.000	0,079	3,160	8	0,077	3,166
CCD3	4 x 10.000	0,341	2,705	8	0,285	2,764
CCD4	40 x 10.000	1,112E-08	6,345	27	2,393E-08	6,226

Fonte: elaborado pelo autor.

A Tabela 6.7 mostra a boa concordância entre os resultados de confiabilidade do método de Monte Carlo com amostragem por importância e FORM, o que verifica os resultados obtidos. Através de uma análise de segurança rigorosa para a falha estrutural do Túnel A, o planejamento CCD1 apresenta fraca eficiência na contenção do deslocamento radial, sendo que a probabilidade de \hat{u}_{eq} exceder $\hat{u}_{m\acute{a}x}$ é de $p_f = 2,21\%$. A confiabilidade do Túnel A, com revestimento $t_c = 15$ cm e distância $d_0 = 0$, é otimizada apenas aumentando a distância de instalação do revestimento para $d_0 = (2/3)R_i$, situação proposta pelo planejamento CCD2.

Neste caso é observado um aumento de aproximadamente 60% no índice de confiabilidade β , o que reduz a probabilidade de falha do revestimento de 2,21% para 0,077%. Em termos de segurança estrutural, estes são resultados de confiabilidade aceitáveis, visto que o valor de p_f fica abaixo de 1,0%. O planejamento CCD2 ainda utiliza parâmetros de resistência do concreto menores e mais econômicos, em comparação ao planejamento CCD1 (ver Tab. 5.12).

O aumento na espessura do revestimento para $t_c = 25\text{cm}$ também produz melhoras nos índices de confiabilidade do Túnel A. Comparando os resultados dos planejamentos CCD1 e CCD3 (mantendo $d_0 = 0$ constante), foi verificado um crescimento de 37,4% no índice β com a variação da espessura t_c de 15 cm para 25 cm, enquanto entre os planejamentos CCD2 e CCD4 (mantendo $d_0 = (2/3)R_i$ constante) foi verificado um aumento de 97% no índice β .

O aumento de β chega a um máximo de 125% na comparação entre os planejamentos CCD3 e CCD4 (aumento de d_0 para $(2/3)R_i$ mantendo $t_c = 25\text{ cm}$), o que provoca uma redução em p_f de 0,285% para 2,39E-08%. Novamente, o crescimento expressivo dos níveis de confiabilidade ocorre apenas aumentando a distância d_0 de instalação do revestimento, considerando parâmetros de resistência do concreto menores e mais econômicos na comparação com o planejamento CCD3.

Os resultados estatísticos de projeto ou solicitação (\hat{P}_{eq} e \hat{u}_{eq}) e de resistência máxima do revestimento $\hat{u}_{m\acute{a}x}$ para o Túnel A são definidos por meio do Método de Monte Carlo com amostragem direta, onde os resultados de cada simulação são coletados em sequencia. Com os dados coletados, o software Minitab é novamente utilizado para a geração dos histogramas, ajustes de curvas de distribuição de probabilidade e análise da qualidade dos ajustes. A pressão de suporte máxima $P_{m\acute{a}x}$ depende apenas dos dados fixos do revestimento, calculada pelas Eqs. (4.25) e (4.26). As Figuras 6.2 e 6.3 ilustram os histogramas e parâmetros estatísticos de \hat{P}_{eq} (MPa), enquanto as Figs. 6.4 e 6.5 ilustram os histogramas e parâmetros estatísticos de \hat{u}_0 , \hat{u}_{eq} e $\hat{u}_{m\acute{a}x}$, para os quatro planejamentos da análise de confiabilidade da Tab. 6.7.

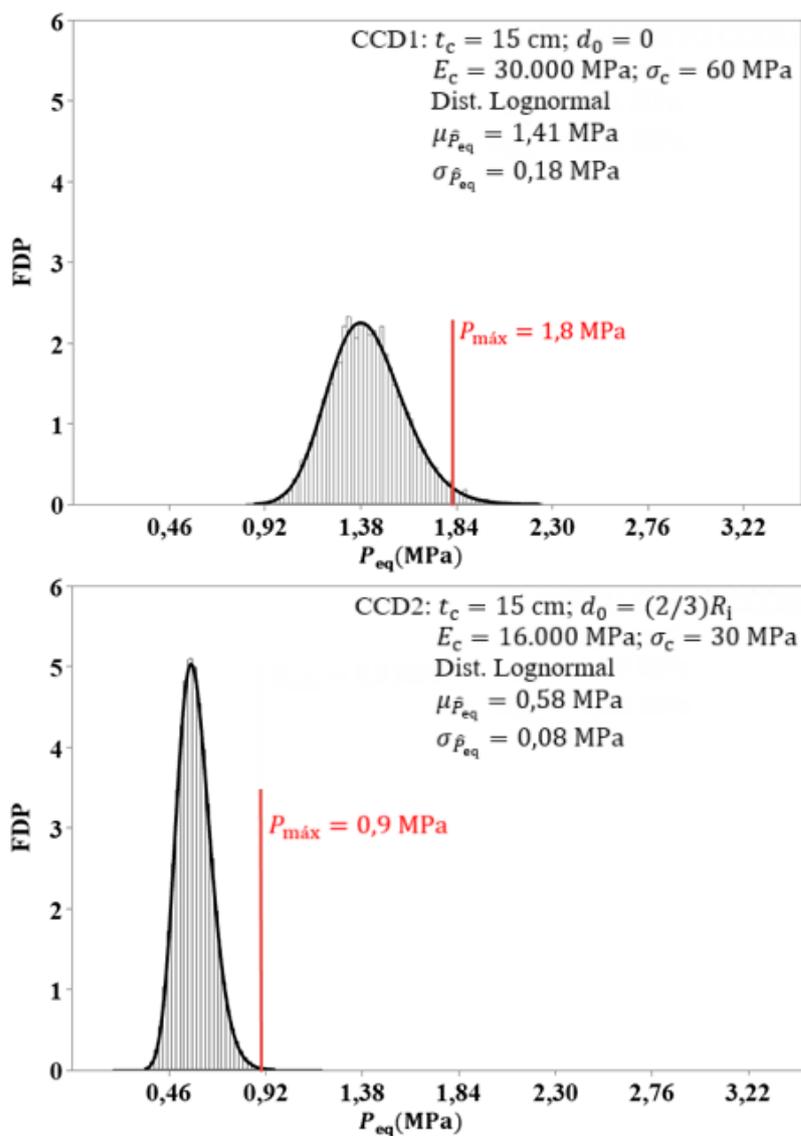


Figura 6.2: Distribuição de Probabilidade e parâmetros estatísticos de \hat{P}_{eq} para os planejamentos CCD1 e CCD2 (Elaborado pelo autor).

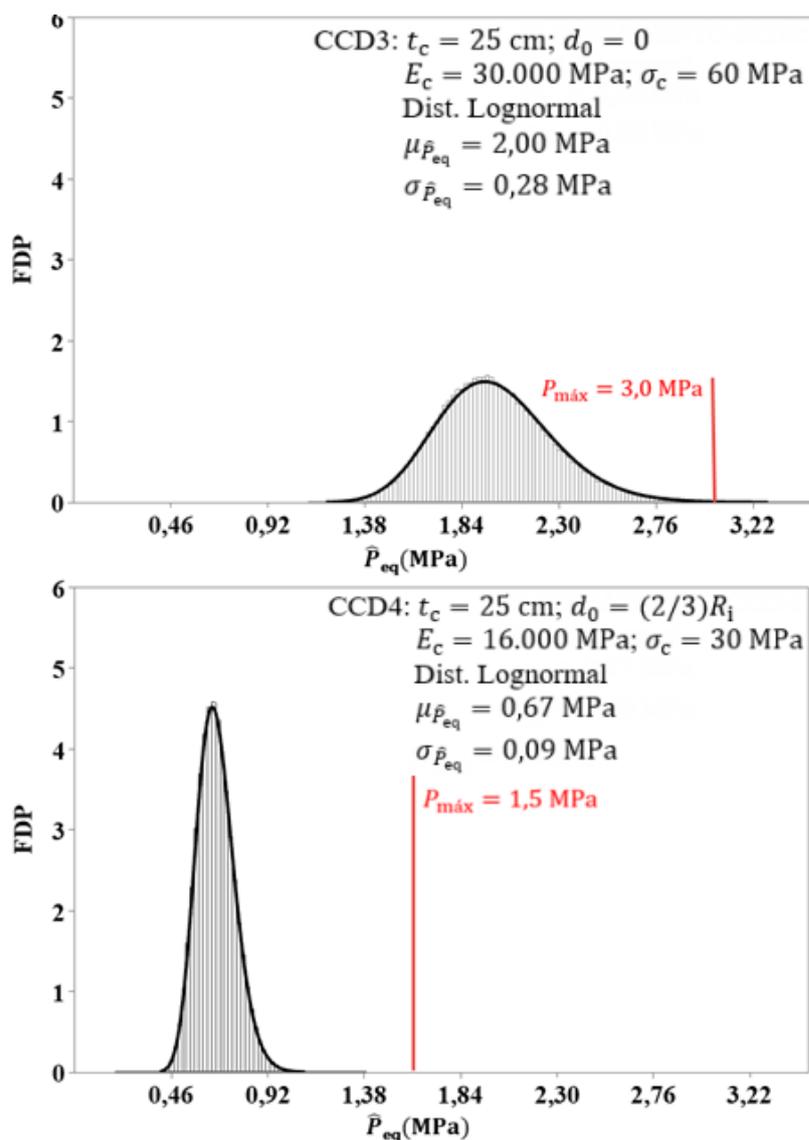


Figura 6.3: Distribuição de Probabilidade e parâmetros estatísticos de \hat{P}_{eq} para os planejamentos CCD3 e CCD4 (Elaborado pelo autor).

Através da análise das Figs. 6.2 e 6.3 verifica-se que os níveis de confiabilidade otimizados obtidos com os planejamentos CCD2 e CCD4 ocorrem devido à redução significativa dos valores médios e desvios-padrões de \hat{P}_{eq} , provocados pelo aumento de d_0 . Comcomitantemente, a redução dos parâmetros de resistência do revestimento nestes casos ainda permite obter valores de $P_{m\acute{a}x}$ elevados em comparação aos valores médios de \hat{P}_{eq} . O valor da probabilidade p_f pode ser interpretado como o cálculo da área abaixo das curvas de densidade de probabilidade (FDP) para valores de $\hat{P}_{eq} > P_{m\acute{a}x}$, o que configura valores de Z_4 negativos que definem a ocorrência de p_f .

A comparação das distribuições de probabilidade de \hat{P}_{eq} entre os planejamentos CCD1 e CCD3, nas Figs. 6.2 e 6.3, mostram um crescimento de \hat{P}_{eq} e $P_{m\acute{a}x}$ apenas com o aumento da espessura do revestimento. Nestes casos, é visível a influência na otimização dos índices de confiabilidade devido ao aumento da rigidez do revestimento, porém bastante discreta comparado ao aumento de d_0 proposto pelo planejamento CCD2. A mesma situação ocorre comparando os planejamentos CCD2 e CCD4 nas Figs. 6.2 e 6.3.

As análises das curvas de \hat{u}_0 , \hat{u}_{eq} e $\hat{u}_{m\acute{a}x}$, nas Figs. 6.4 e 6.5, também informam como os valores de deslocamento radial influenciam nos níveis de confiabilidade do túnel estudado. A análise entre as distribuições de probabilidade de \hat{u}_{eq} e $\hat{u}_{m\acute{a}x}$ (curvas vermelha e verde) é realizada através das medidas de margem de segurança, dadas pela subtração dos valores médios de $\hat{u}_{m\acute{a}x}$ e \hat{u}_{eq} para cada planejamento. Os planejamentos CCD2 e CCD4 apresentam uma margem de segurança aproximadamente 55% maior que a margem dos planejamentos CCD1 e CCD3, respectivamente, sendo estes os casos em que foram aumentadas as distâncias d_0 . O mesmo aumento percentual na margem de segurança é observado na variação apenas da espessura do revestimento, definido na comparação entre os planejamentos CCD1 e CCD3, CCD2 e CCD4.

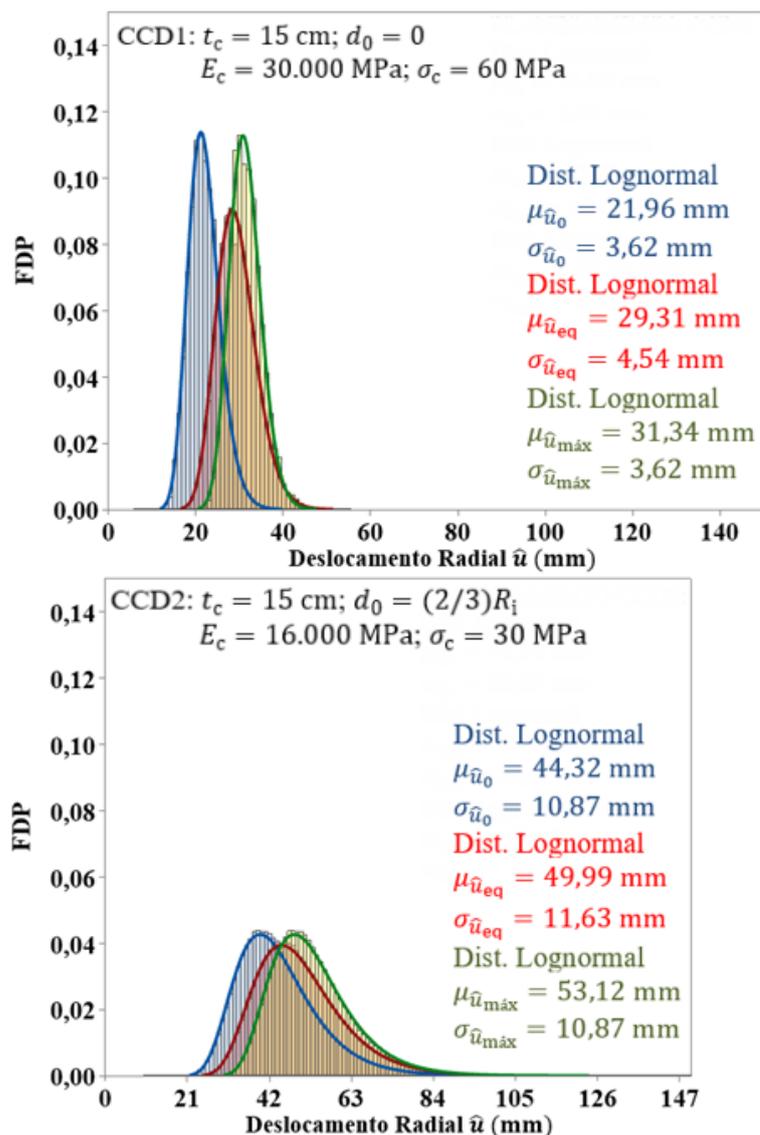


Figura 6.4: Distribuição de Probabilidade e parâmetros estatísticos de \hat{u}_0 , \hat{u}_{eq} e $\hat{u}_{m\acute{a}x}$ para os planejamentos CCD1 e CCD2 (Elaborado pelo autor).

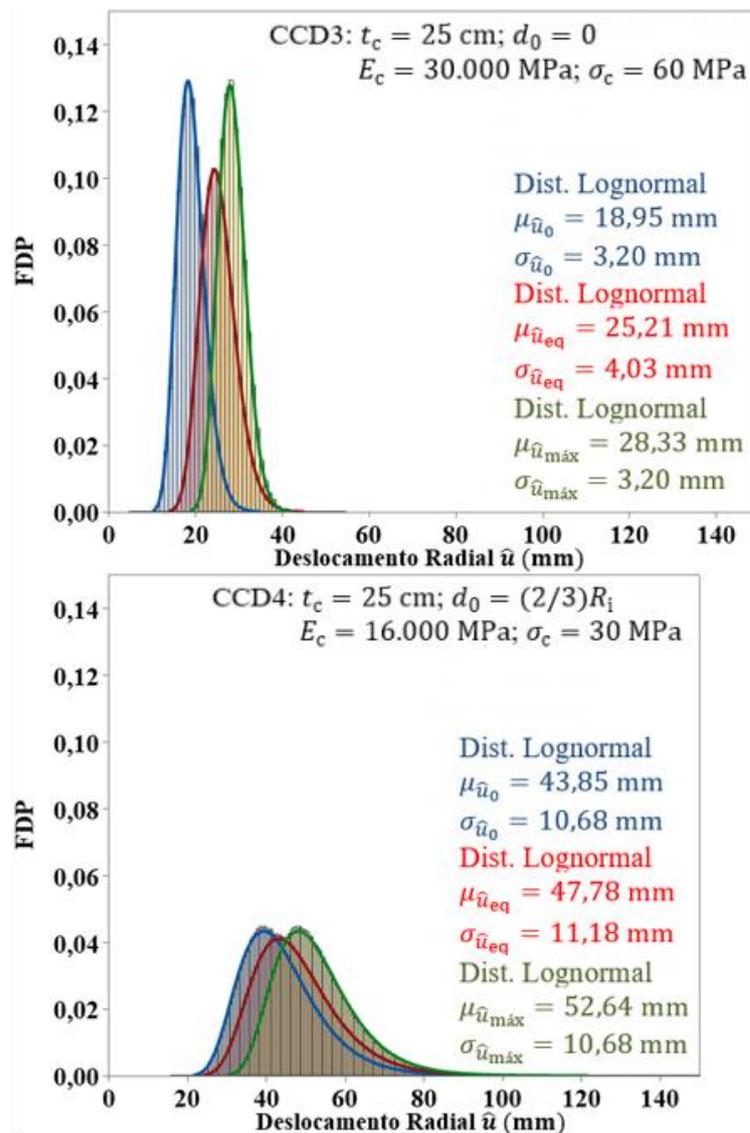


Figura 6.5: Distribuição de Probabilidade e parâmetros estatísticos de \hat{u}_0 , \hat{u}_{eq} e $\hat{u}_{m\acute{a}x}$ para os planejamentos CCD3 e CCD4 (Elaborado pelo autor).

A Figura 6.6 ilustra os gráficos de deslocamentos radiais, em relação ao eixo longitudinal de avanço do Túnel A, gerados a partir da aplicação do GEOMECH91 com parâmetros médios e fixos dos planejamentos CCD1 à CCD4. Os gráficos fornecem de forma direta os valores médios de u_0 e u_{eq} , a partir da utilização dos parâmetros de cada planejamento considerado.

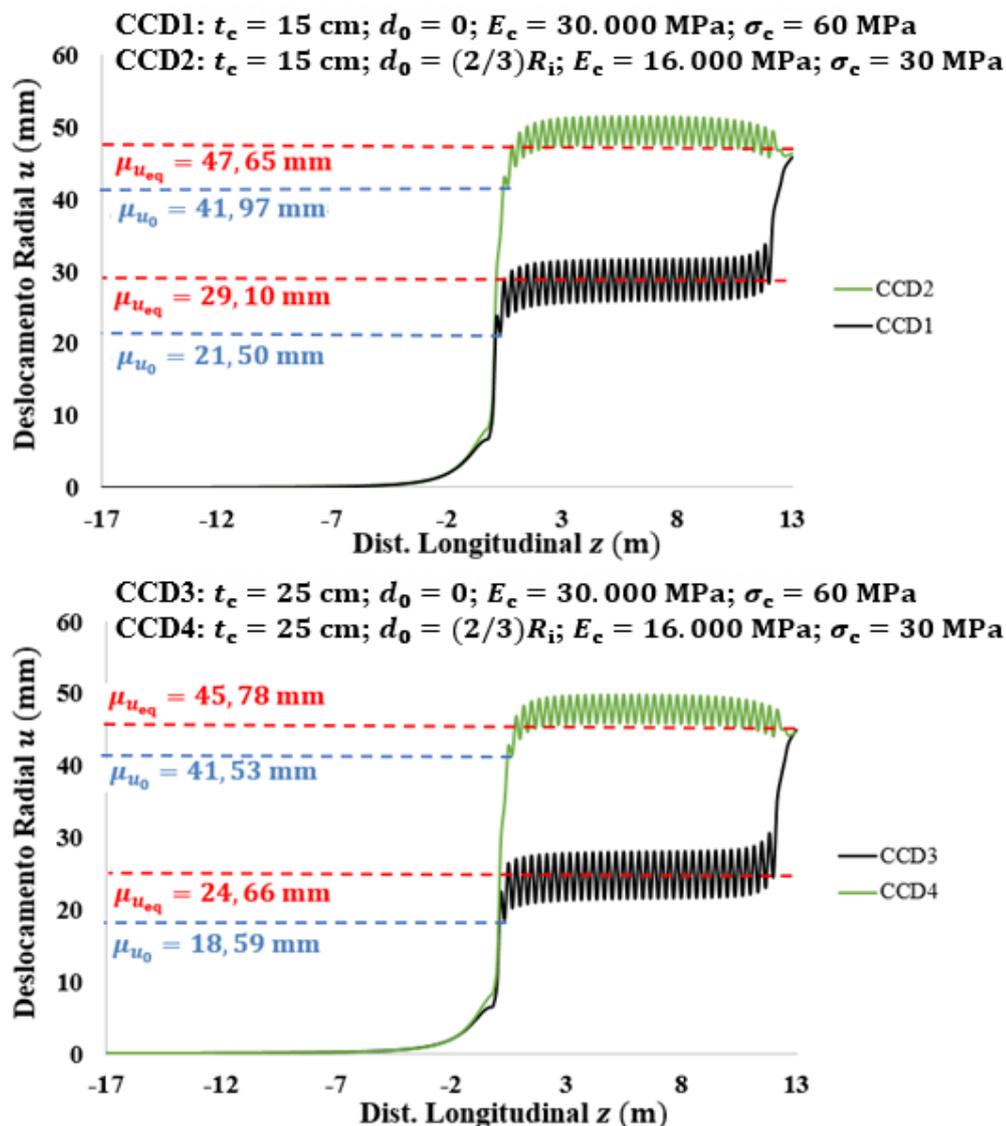


Figura 6.6: Gráficos de deslocamento radial com o avanço do túnel obtidos para a última escavação do Túnel A no software GEOMECC91, considerando os parâmetros médios dos planejamentos CCD1 a CCD4 (Elaborado pelo autor).

Na Figura 6.6, a comparação dos gráficos referentes aos planejamentos CCD1 e CCD3 com os respectivos gráficos de CCD2 e CCD4, mostram o crescimento expressivo dos valores médios de u_0 e u_{eq} a partir do aumento de d_0 , os quais são responsáveis pelo aumento nos níveis de confiabilidade destes planejamentos. Já para a comparação entre os gráficos dos planejamentos CCD1 e CCD2 com CCD3 e CCD4 respectivamente, é verificada a pouca variabilidade dos valores médios de u_0 e u_{eq} a partir do aumento da espessura do revestimento t_c , o que torna pouco eficiente os aumentos nos níveis de confiabilidade. Para este último caso,

o aumento da confiabilidade é proporcionado apenas pelo aumento da pressão máxima do revestimento.

As Figuras 6.7 e 6.8 apresentam as curvas de deslocamento radial do maciço e revestimento, traçadas na intenção de obter os valores médios de P_{eq} e u_{eq} a partir dos parâmetros médios e fixos dos planejamentos CCD1 à CCD4. As curvas de convergência e confinamento são obtidas através dos modelos analíticos em elasticidade e plasticidade de Mohr-Coulomb associados ao Método CV-CF, descritos nos itens 4.1.1 e 4.1.2. Os valores de μ_{u_0} , definidos pelo GEOMEQ91 na Fig. 6.6 são adotados como o início do traçado da curva referente ao revestimento. A Figura 6.7 ilustra as curvas do maciço e revestimento para os dados dos planejamentos CCD1 e CCD2, onde é possível verificar com clareza a melhora estrutural do comportamento do túnel. Mesmo com a redução da rigidez do revestimento no planejamento CCD2, associada ao aumento da distância d_0 , foi possível obter valores médios de P_{eq} e u_{eq} com uma margem de segurança maior em relação ao planejamento CCD1, dada pelo afastamento entre os valores médios de u_{eq} e $u_{m\acute{a}x}$ ou P_{eq} e $P_{m\acute{a}x}$.

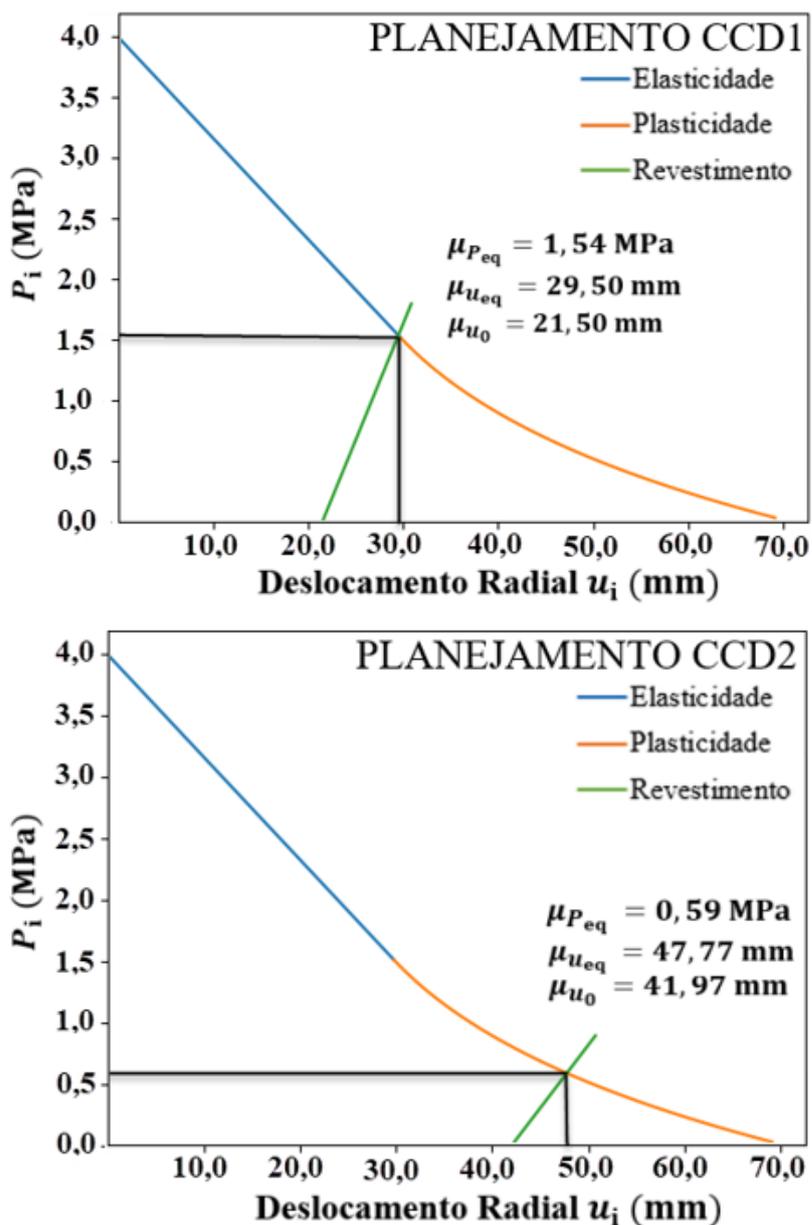


Figura 6.7: Curvas de deslocamento radial do maciço e revestimento referentes aos dados dos planejamentos CCD1 e CCD2 (Elaborado pelo autor).

A Figura 6.8 ilustra as curvas do maciço e revestimento para os dados dos planejamentos CCD3 e CCD4, onde também se chega as mesmas conclusões da Fig. 6.7. Comparando o planejamento CCD1 com CCD2, e CCD3 com CCD4 nas Figs. 6.6 e 6.7, os três últimos provocam melhorias significativas no comportamento do deslocamento radial do túnel, o que é justificado pelos resultados de confiabilidade obtidos.

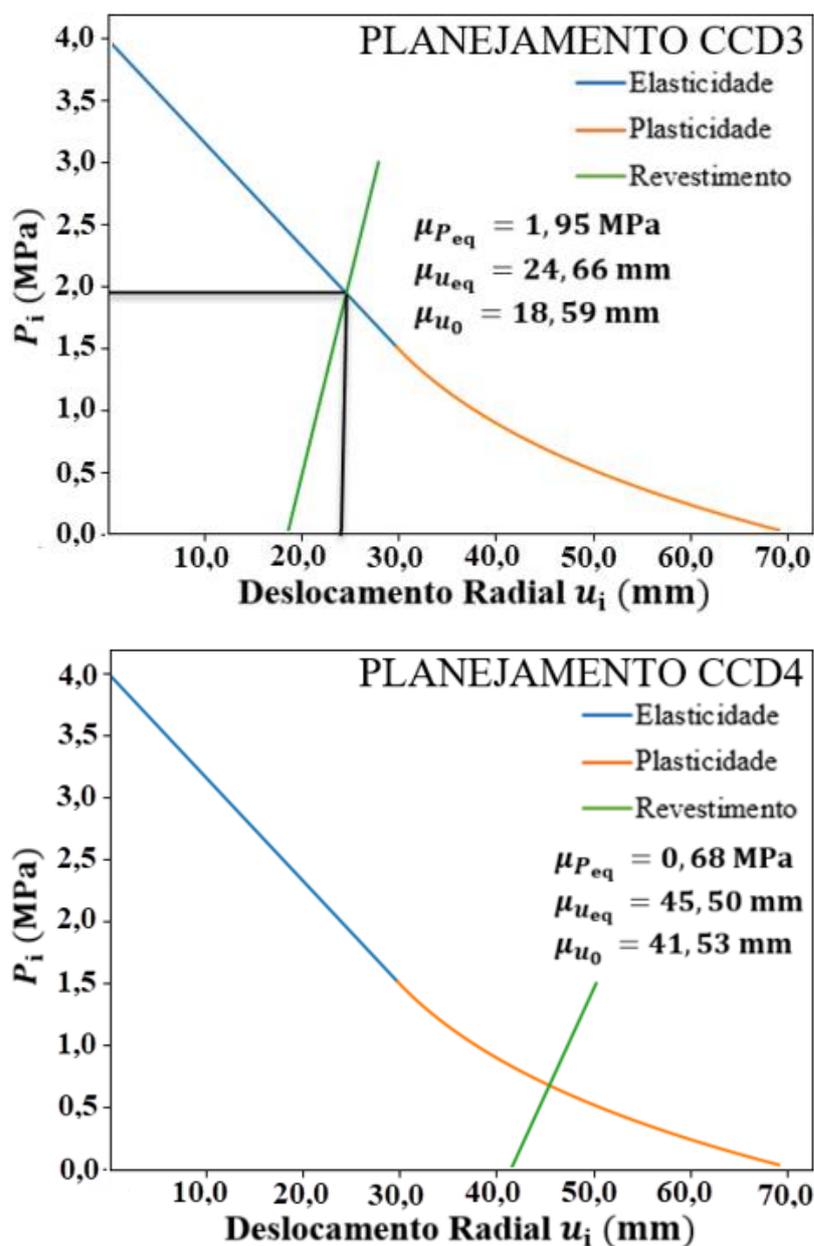


Figura 6.8: Curvas de deslocamento radial do maciço e revestimento referentes aos dados dos planejamentos CCD3 e CCD4 (Elaborado pelo autor).

De forma análoga ao realizado no item 6.1, será verificada a influência da correlação entre a coesão e o ângulo de atrito (dada por $\rho_{c-\varphi}$) nos resultados da análise de Z_4 . Foram calculados os valores de p_f e β para $\rho_{c-\varphi}$ variando entre -0,9 e 0,9, através do FORM iHLRF, conforme mostra a Tab. 6.8.

Tabela 6.8: Análise de confiabilidade da função Z_4 considerando a variação de $\rho_{c-\varphi}$ para os planejamentos CCD estudados.

$\rho_{c-\varphi}$	CCD1		CCD2		CCD3		CCD4	
	p_f (%)	β						
-0,9	2,040	2,046	0,056	3,258	0,141	2,986	2,55E-07	5,844
-0,6	2,090	2,036	0,062	3,228	0,177	2,916	1,21E-07	5,968
-0,3	2,150	2,024	0,069	3,198	0,225	2,841	5,47E-08	6,095
0	2,210	2,012	0,077	3,166	0,285	2,765	2,39E-08	6,226
0,3	2,280	1,999	0,086	3,134	0,357	2,689	1,02E-08	6,358
0,6	2,350	1,986	0,096	3,102	0,442	2,618	4,30E-09	6,489
0,9	2,430	1,972	0,011	3,069	0,539	2,549	1,83E-09	6,617

Fonte: elaborada pelo autor.

Os resultados mostram que a variação de $\rho_{c-\varphi}$ gera pouca influência na confiabilidade de Z_4 para os planejamentos analisados. No caso dos planejamentos CCD1 a CCD3 ocorre uma redução pouco significativa do índice β com a variação de $\rho_{c-\varphi}$, enquanto o planejamento CCD4 é uma exceção, onde ocorre um aumento do índice β com a variação de $\rho_{c-\varphi}$. Apesar disto, os altos índices de confiabilidade do planejamento CCD4 permitem desprezar a influência da correlação $\rho_{c-\varphi}$ e de sua variação no estudo de confiabilidade. A baixa influência de $\rho_{c-\varphi}$ no estudo da confiabilidade com os planejamentos CCD1 a CCD3 também permite desprezar a correlação para estes casos.

Considerando a análise de confiabilidade da zona plástica, realizada pela função performance Z_1 no item 6.1, como os valores médios de \hat{P}_{eq} ficaram acima de 0,5 MPa para todos os planejamentos, a confiabilidade da zona plástica é assegurada. Esta segurança é garantida através da análise da Tab. 6.5, onde para todos os casos de pressão P_i variando entre 0,0 e 1,0 MPa foram garantidos probabilidades de falha, devido a zona plástica da escavação, abaixo de 1,0%.

7 ESTUDO DA CONFIABILIDADE APLICADA A TÚNEIS REFORÇADOS POR TIRANTES PASSIVOS

O estudo de confiabilidade apresentado neste capítulo é referente as análises do comportamento geotécnico e estrutural de túneis reforçados com tirantes passivos radiais e frontais. A obtenção e análise dos resultados foram divididas em duas partes, de acordo com a metodologia adotada para o estudo de túneis: metodologia analítica considerando o critério de Tresca para descrever a plasticidade do maciço e utilizando os parâmetros do Túnel B; simulações numéricas por elementos finitos utilizando os parâmetros do Túnel C e o GEOMEQ91 associado ao critério de plasticidade de Drucker-Prager para o maciço não reforçado.

7.1 ANÁLISE DE CONFIABILIDADE APLICADA AO TÚNEL B

A análise de confiabilidade aplicada ao Túnel B consiste em avaliar a desagregação do maciço através da zona plástica ao redor da escavação reforçada por tirantes radiais, além de verificar o deslocamento radial admissível da escavação. Os planejamentos CCD5 a CCD9, definidos no item 7.5.2 e no Apêndice B, serão utilizados para o cálculo das solicitações das funções de estado limite utilizadas.

7.1.1 Análise de confiabilidade aplicada à zona plástica do maciço reforçado por tirantes radiais

A funções de estado limite Z_2 e Z_3 , definidas nas Equações (5.49) e (5.50) do item 5.6.1, serão utilizadas na análise de confiabilidade da zona plástica do Túnel B sem tirantes e com tirantes radiais, respectivamente. Primeiro será realizada uma análise de confiabilidade envolvendo a zona plástica da escavação sem reforço por tirantes e revestimento, dada por R_p/R_i . O objetivo da análise é definir um valor admissível para as resistências L_2 e L_3 das funções Z_2 e Z_3 , bem como obter resultados de confiabilidade da zona plástica somente do maciço para fins de comparações.

A média para a extensão da zona plástica máxima do maciço não reforçado e sem revestimento ($P_i = 0,0$ e $\lambda = \lambda_{nr} = 1,0$) é obtida aplicando os parâmetros estatísticos do Túnel B, descritos na Tabela 5.5 e Eq. (4.18): $\mu_{R_p/R_i} = 2,70$ ou $\mu_{R_p} = 8,10$ m. Para fins de análise

da confiabilidade, será adotado um valor admissível $L_2 = 4,0$ majorado em relação a μ_{R_p/R_i} para o caso do Túnel B sem reforço, que também será utilizado como valor admissível para o caso do maciço reforçado por tirantes, logo $L_2 = L_3 = 4,0$. Os resultados de confiabilidade para o Túnel B, sem reforço por tirantes e sem revestimento, são apresentados na Tab. 7.1.

Tabela 7.1: Resultados de confiabilidade para a função Z_2 do Túnel B, referente a zona plástica R_p/R_i do maciço não reforçado.

MONTE CARLO (A. DIRETA)			FORM iHLRF		
Ciclos x Simulações	p_f (%)	β	Iterações	p_f (%)	β
4 x 10.000	17,25	0,944	6	17,08	0,952

Fonte: elaborado pelo autor.

Os resultados da Tabela 7.1 mostram uma excelente concordância entre os valores obtidos pelo método FORM e Monte Carlo com amostragem direta. Apesar da majoração do valor admissível, os índices de confiabilidade obtidos para o maciço sem tirantes são baixos, acarretando em uma probabilidade de falha devido à extensão excessiva da zona plástica de aproximadamente 17,25%. Deste modo, é justificada a necessidade de instalação de tirantes radiais no maciço do Túnel B com o objetivo de fornecer uma estabilidade maior para a escavação e reduzir as solicitações na mesma.

A Tabela 7.2 apresenta os resultados de confiabilidade para a função performance Z_3 , utilizando os planejamentos CCD5 e CCD6 para o cálculo da zona plástica $\hat{R}_p^{(2)}/R_i$ do maciço reforçado com tirantes do Túnel B. Novamente, o total de ciclos x simulações necessários e os resultados finais de p_f e β , através do Método de Monte Carlo, são obtidos somente após um ciclo atingir um valor de $\delta_{p_f} \leq 0,05$, o que confere um grau de precisão aceitável para a probabilidade de falha.

Tabela 7.2: Resultados de confiabilidade para a função performance Z_3 do Túnel B, referente à zona plástica $R_p^{(2)}/R_i$ do maciço reforçado com tirantes.

FUNÇÃO MSR	MONTE CARLO (A. DIRETA)			FORM iHLRF		
	Ciclos x Simulações	p_f (%)	β	Iterações	p_f (%)	β
CCD5	4 x 10.000	6,81	1,490	5	6,79	1,492
CCD6	4 x 10.000	4,26	1,720	5	4,29	1,717

Fonte: elaborado pelo autor.

Os resultados de p_f e β , obtidos pelo Método de Monte Carlo direto e FORM apresentam excelente aproximação, o que verifica os resultados de confiabilidade da Tabela 7.2. A comparação dos resultados do planejamento CCD5 com os resultados iniciais da Tab. 7.1 mostram uma melhora significativa do índice de confiabilidade para a zona plástica do Túnel B. A instalação do reforço com tirantes passivos na escavação aumentou o índice β em mais de 50%, o que reduziu a probabilidade de falha p_f de 17,10% para 6,79%. A consideração do revestimento no maciço reforçado, proposta pelo planejamento CCD6, apresentou pouca contribuição no aumento de β (aproximadamente 15%), reduzindo p_f de 6,79% para 4,29%.

Apesar da boa contribuição do reforço com tirantes no aumento dos índices de confiabilidade do Túnel B, estes ainda são considerados altos em termos de segurança estrutural de túneis. Para obter valores aceitáveis de probabilidade de falha p_f abaixo de 1,0%, é necessário modificar os parâmetros dos tirantes utilizando os planejamentos CCD7 e CCD8, uma vez que o revestimento não foi eficiente na redução das falhas estruturais.

A Tabela 7.3 apresenta novamente os resultados de confiabilidade para a função performance Z_3 , utilizando os planejamentos CCD7 e CCD8 para o cálculo da zona plástica $\hat{R}_p^{(2)}/R_i$ do maciço reforçado com tirantes do Túnel B. Os resultados mostram que o aumento da densidade de tirantes na escavação, proposto pelo planejamento CCD7, e o aumento do diâmetro dos tirantes, proposto pelo planejamento CCD8, produzem melhorias significativas nos níveis de confiabilidade do Túnel B. Ambos os planejamentos resultam em probabilidades de falha p_f abaixo de 1,0% para o túnel após a execução do reforço com tirantes e revestimento, o que confere uma ótima segurança estrutural frente a ocorrência de dimensões de zona plástica excessivas.

Tabela 7.3: Resultados de confiabilidade para a função performance Z_3 do Túnel B, referente a zona plástica $\hat{R}_p^{(2)}/R_i$ do maciço reforçado com tirantes.

FUNÇÃO MSR	MONTE CARLO (A. IMPORTÂNCIA)			FORM iHLRF		
	Ciclos x Simulações	p_f (%)	β	Iterações	p_f (%)	β
CCD7	11 x 10.000	0,040	3,360	27	0,049	3,293
CCD8	76 x 10.000	0,000161	4,657	32	0,000181	4,632

Fonte: elaborado pelo autor.

A Figura 7.1 apresenta os histogramas de $\hat{R}_p^{(2)}/R_i$ para todos os planejamentos estudados juntamente com o histograma de R_p/R_i referente ao maciço sem tirantes. Os

histogramas foram obtidos por meio de simulações de Monte Carlo com amostragem direta, onde os dados foram tratados e perfeitamente ajustados com a distribuição lognormal no software Minitab.

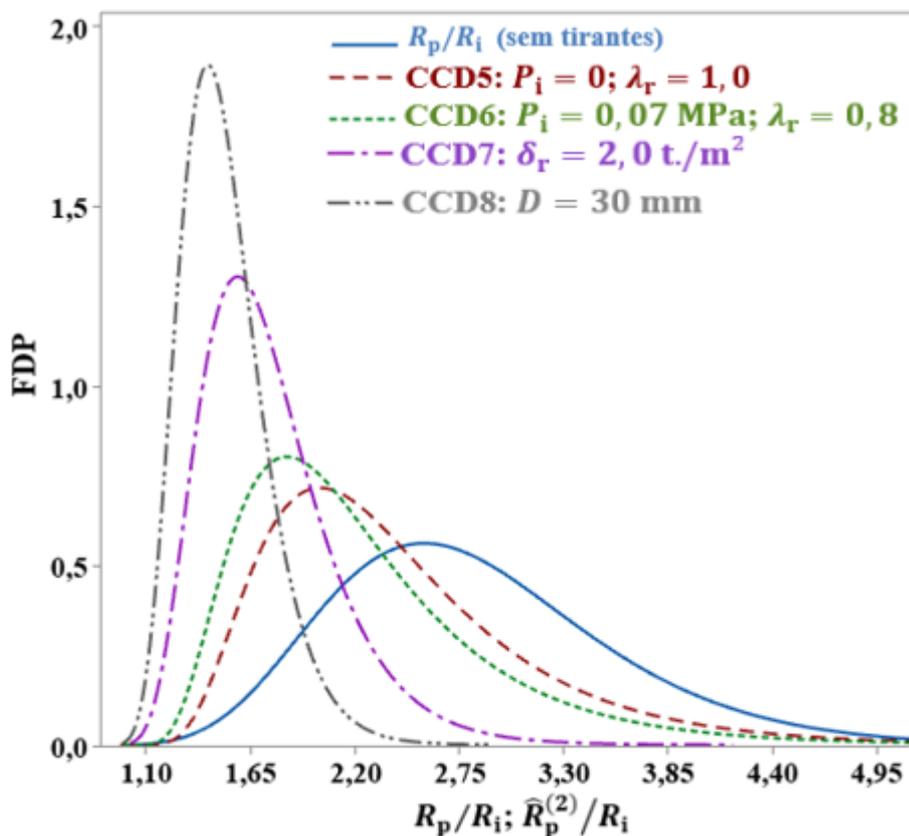


Figura 7.1: Funções Densidade de Probabilidade representativas dos planejamentos utilizados no estudo da zona plástica do Túnel B (Elaborado pelo autor).

A análise da Figura 7.1 permite verificar de forma gráfica os resultados de confiabilidade para a zona plástica do Túnel B. Verifica-se que o baixo índice de confiabilidade para o túnel sem tirantes é caracterizado pela alta dispersão do histograma azul, onde percebe-se uma área maior abaixo do histograma para $R_p/R_i > 4,0$ (valor admissível da análise de confiabilidade). A dispersão diminui consideravelmente com a instalação dos tirantes, representada pela curva referente ao planejamento CCD5. A mesma situação não ocorre na comparação com o histograma do planejamento CCD6, onde a redução da dispersão foi muito pequena com a instalação do revestimento (ver histogramas verde e vermelho da Fig. 7.1). Para estes dois últimos planejamentos ainda ocorre uma área considerável abaixo dos histogramas para $\hat{R}_p^{(2)}/R_i > 4,0$. Os histogramas dos planejamentos CCD7 e CCD8 apresentam dispersões

baixas na comparação com os demais, mantendo uma boa margem de segurança em relação ao valor admissível $L_3 = 4,0$, o que justifica os altos índices de confiabilidade nestes casos.

Os parâmetros estatísticos dos histogramas da Figura 7.1 são exibidos na Tab. 7.4, onde os valores médios e desvios-padrões obtidos apresentam reduções de acordo com os histogramas da Fig. 7.1, o que também são coerentes com os resultados de confiabilidade obtidos para a zona plástica $\hat{R}_p^{(2)}/R_i$.

Tabela 7.4: Parâmetros estatísticos do Túnel B referentes a zona plástica $\hat{R}_p^{(2)}/R_i$.

PLANEJAMENTOS	PARÂMETROS ESTATÍSTICOS DE $\hat{R}_p^{(2)}/R_i$	
Túnel sem tirantes	$\mu_{R_p/R_i} = 2,85$	$\sigma_{R_p/R_i} = 0,75$
CCD5	$\mu_{\hat{R}_p^{(2)}/R_i} = 2,44$	$\sigma_{\hat{R}_p^{(2)}/R_i} = 0,70$
CCD6	$\mu_{\hat{R}_p^{(2)}/R_i} = 2,25$	$\sigma_{\hat{R}_p^{(2)}/R_i} = 0,67$
CCD7	$\mu_{\hat{R}_p^{(2)}/R_i} = 1,75$	$\sigma_{\hat{R}_p^{(2)}/R_i} = 0,36$
CCD8	$\mu_{\hat{R}_p^{(2)}/R_i} = 1,51$	$\sigma_{\hat{R}_p^{(2)}/R_i} = 0,23$

Fonte: elaborada pelo autor.

7.1.2 Análise de Confiabilidade aplicada ao deslocamento radial do maciço reforçado por tirantes radiais

A análise de confiabilidade aplicada ao deslocamento radial do Túnel B, sem tirantes e com tirantes radiais, será realizada através da função de estado limite Z_5 definida pela Eq. (5.54) do item 5.6.1. De forma análoga ao item anterior, será realizada a análise de confiabilidade do Túnel B sem reforço por tirantes passivos para fins de comparação.

A média do deslocamento radial máximo do maciço não reforçado e sem revestimento ($P_i = 0,0$ e $\lambda = \lambda_{nr} = 1,0$) é obtida aplicando os parâmetros estatísticos do Túnel B, descritos na Tabela 5.5, na Eq. (4.23): $\mu_{u_\infty} = 130,2$ mm. Será realizada a análise de confiabilidade para o Túnel B, sem reforço por tirantes e sem revestimento, considerando um valor admissível $L_5 = 0,2/3 R_i = 200$ mm, para a função Z_5 , majorado em relação a média μ_{u_∞} . A majoração em relação a μ_{u_∞} foi realizada de forma proporcional a de L_2 e L_3 do item anterior para a análise da zona plástica. Os resultados de confiabilidade para o Túnel B, com as características adotadas, são apresentados na Tab. 7.5.

Tabela 7.5: Resultados de confiabilidade para a função Z_5 do Túnel B, referente ao deslocamento radial máximo do maciço não reforçado.

MONTE CARLO (A. DIRETA)			FORM iHLRF		
Ciclos x Simulações	p_f (%)	β	Iterações	p_f (%)	β
4 x 10.000	24,79	0,681	6	24,20	0,699

Fonte: elaborado pelo autor.

Os resultados da Tabela 7.10 mostram uma excelente concordância entre os valores obtidos pelo método FORM e Monte Carlo com amostragem direta. Os índices de confiabilidade obtidos para o maciço sem tirantes são extremamente baixos na verificação do deslocamento radial máximo da escavação, mesmo com $L_5 = 200,0$ mm (aproximadamente 50% majorado em relação a μ_{u_∞}). Sendo assim, é justificada a necessidade de instalação de tirantes radiais no maciço do Túnel B para contenção dos deslocamentos radiais excessivos.

Para fins de análise de confiabilidade, será adotado o valor admissível $L_5 = 200,0$ mm para a função Z_5 no caso do Túnel B sem reforço, que também será utilizado como valor admissível para os demais casos do maciço reforçado por tirantes.

Os mesmos planejamentos CCD5 a CCD8 serão utilizados novamente para a análise de confiabilidade do deslocamento radial do Túnel B. A Tabela 7.6 apresenta os resultados de confiabilidade para a função performance Z_5 , utilizando os planejamentos CCD5 a CCD8 para o cálculo do deslocamento radial máximo $\hat{u}_\infty^{(2)}$ do Túnel B reforçado com tirantes. O total de ciclos x simulações necessários e os resultados finais de p_f e β , através do Método de Monte Carlo, são obtidos somente após um ciclo atingir um valor de $\delta_{p_f} \leq 0,05$, o que confere um grau de precisão aceitável para a probabilidade de falha.

Tabela 7.6: Resultados de confiabilidade para a função performance Z_5 do Túnel B, referente ao deslocamento radial máximo $\hat{u}_\infty^{(2)}$ do maciço reforçado com tirantes.

FUNÇÃO MSR	MONTE CARLO (A. DIRETA)			FORM iHLRF		
	Ciclos x Simulações	p_f (%)	β	Iterações	p_f (%)	β
CCD5	4 x 10.000	8,42	1,377	5	8,41	1,378
CCD6	4 x 10.000	4,61	1,684	5	4,57	1,688
CCD7	4 x 10.000	1,23	2,249	6	1,20	2,258
CCD8	7 x 10.000	1,00	2,325	8	0,98	2,335

Fonte: elaborado pelo autor.

Os resultados de p_f e β , obtidos pelo Método de Monte Carlo direto e FORM apresentam excelente aproximação, o que verifica os resultados de confiabilidade da Tabela 7.6. A instalação dos tirantes proposta pelo planejamento CCD5 produz uma melhora significativa do índice de confiabilidade para a o deslocamento radial do Túnel B, quando comparado ao túnel sem tirantes e revestimento. A instalação do reforço com tirantes na escavação aumentou o índice β em aproximadamente 97%, o que reduziu a probabilidade de falha p_f de 24,20% para 8,41%. A colocação do revestimento no maciço reforçado, proposta pelo planejamento CCD6, produziu um aumento de β em aproximadamente 23%, reduzindo p_f de 8,41% para 4,57%.

Os níveis de probabilidade de falha estrutural obtidos pelos planejamentos CCD5 e CCD6 ainda são altos em termos de segurança estrutural. Os planejamentos CCD7 e CCD8 promovem melhoras discretas nos níveis de confiabilidade a partir do aumento das propriedades dos tirantes, onde ambos conseguem percentuais de falha próximos do valor máximo aceitável de 1,0%. A rigor, apenas o planejamento CCD8 atende aos critérios de segurança mínima necessária, onde foi obtido um aumento de 40% no índice β , na comparação com o planejamento CCD6, além de uma probabilidade $p_f = 0,98\%$ de ocorrer deslocamentos radiais excessivos. A confiabilidade da zona plástica também é mantida a níveis aceitáveis com o planejamento CCD8 (ver Tab. 7.3). Uma alternativa viável para obtenção de níveis aceitáveis de confiabilidade é a redução da taxa de desconfinamento na instalação dos tirantes λ_d proposta pelo planejamento CCD9.

A Tabela 7.7 apresenta os resultados de confiabilidade para as funções Z_3 e Z_5 utilizando as solicitações $\hat{R}_p^{(2)}$ e $\hat{u}_\infty^{(2)}$ referentes ao planejamento CCD9. A concordância entre os resultados obtidos com o Método de Monte Carlo e FORM verificam os resultados obtidos. Apesar da obtenção de melhores níveis de confiabilidade para a zona plástica com os planejamentos CCD7 e CCD8 (ver Tab. 7.3) na comparação com o planejamento CCD9, este tem a vantagem de manter os níveis de falha estrutural de ambos zona plástica e deslocamento radial máximo abaixo de 1,0%.

Tabela 7.7: Resultados de confiabilidade para o planejamento CCD9.

FUNÇÃO PERFORMANCE	MONTE CARLO (A. DIRETA)			FORM iHLRF		
	Ciclos x Simulações	p_f (%)	β	Iterações	p_f (%)	β
$Z_3 = L_3 - \hat{R}_p^{(2)}/R_i$	9 x 10.000	0,44	2,620	8	0,48	2,593
$Z_5 = L_5 - \hat{u}_\infty^{(2)}$	40 x 10.000	0,075	3,173	8	0,077	3,169

Fonte: elaborado pelo autor.

A Figura 7.2 apresenta os histogramas de $\hat{u}_\infty^{(2)}$ para todos os planejamentos estudados juntamente com o histograma de u_∞ referente ao maciço sem tirantes. Os histogramas foram obtidos por meio das simulações de Monte Carlo com amostragem direta, onde os dados foram tratados e perfeitamente ajustados com a distribuição lognormal no software Minitab.

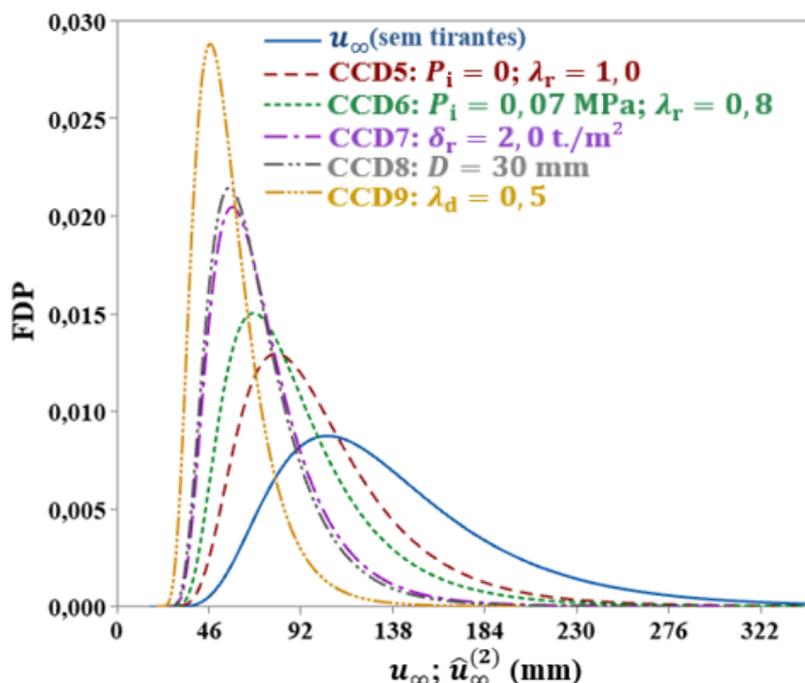


Figura 7.2: Funções Densidade de Probabilidade representativas dos planejamentos utilizados no estudo do deslocamento radial do Túnel B (Elaborado pelo autor).

Os resultados da Figura 7.2 ilustram graficamente os resultados de confiabilidade, indicados pela função Z_5 , para o deslocamento radial do Túnel B. A área abaixo da curva azul, para valores de u_∞ maiores que 200,0 mm, representa a elevada probabilidade de falha que a escavação sem reforço por tirantes está submetida. O aumento nos níveis de confiabilidade, com a instalação dos tirantes e revestimento, é visível na redução das áreas abaixo das curvas referentes aos planejamentos CCD5 a CCD9 para $\hat{u}_\infty^{(2)} > 200$ mm. O aumento da confiabilidade ocorre concomitantemente ao aumento da margem de segurança, proporcionado pelas reduções das médias e desvios-padrões de $\hat{u}_\infty^{(2)}$, que geram valores afastados de $L_5 = 200,0$ mm.

A variabilidade entre as curvas de CCD5 e CCD6 da Figura 7.2 mostra a baixa influência do revestimento na contenção dos deslocamentos radiais e melhoras nos índices de confiabilidade. A comparação entre as curvas referentes aos planejamentos CCD7 à CCD9

estão em concordância com os resultados de confiabilidade analíticos obtidos pelo MSR: as curvas de CCD7 e CCD8 mostram ganhos de confiabilidade quase idênticos, independente do aumento da densidade de tirantes ou do diâmetro dos mesmos, enquanto um ganho de confiabilidade maior é obtido através da redução da taxa de desconfinamento λ_d proposta por CCD9.

Os parâmetros estatísticos dos histogramas da Figura 7.2 são exibidos na Tab. 7.8, onde a concordância dos resultados confirma a funcionalidade das funções de superfície de resposta dos planejamentos CCD5 a CCD9, utilizadas no cálculo de $\mu_{\hat{u}_\infty^{(2)}}$ e $\sigma_{\hat{u}_\infty^{(2)}}$. Os valores de $\mu_{\hat{u}_\infty^{(2)}}$ e $\sigma_{\hat{u}_\infty^{(2)}}$ apresentam reduções de acordo com as dispersões dos histogramas da Fig. 7.2, o que também são coerentes com os resultados de confiabilidade obtidos para o deslocamento radial $\hat{u}_\infty^{(2)}$. A instalação de tirantes e revestimento conforme o planejamento CCD9 reduziu em 75,12 mm o valor de μ_{u_∞} referente ao túnel sem tirantes, enquanto o desvio padrão σ_{u_∞} foi reduzido em 29,27 mm na mesma situação. Referente ao planejamento CCD8, foram obtidas reduções de 60,91 mm e 21,63 mm em μ_{u_∞} e σ_{u_∞} respectivamente.

Tabela 7.8: Parâmetros estatísticos do Túnel B referentes ao deslocamento radial máximo u_∞ (sem tirantes) e $\hat{u}_\infty^{(2)}$ (com tirantes).

PLANEJAMENTOS MONTE CARLO (A. DIRETA)		
Túnel sem tirantes	$\mu_{u_\infty} = 132,08$ mm	$\sigma_{u_\infty} = 48,51$ mm
CCD5	$\mu_{\hat{u}_\infty^{(2)}} = 98,33$ mm	$\sigma_{\hat{u}_{ipr}} = 34,04$ mm
CCD6	$\mu_{\hat{u}_\infty^{(2)}} = 87,41$ mm	$\sigma_{\hat{u}_{ipr}} = 31,11$ mm
CCD7	$\mu_{\hat{u}_\infty^{(2)}} = 73,63$ mm	$\sigma_{\hat{u}_{ipr}} = 28,23$ mm
CCD8	$\mu_{\hat{u}_\infty^{(2)}} = 71,17$ mm	$\sigma_{\hat{u}_{ipr}} = 26,88$ mm
CCD9	$\mu_{\hat{u}_\infty^{(2)}} = 56,96$ mm	$\sigma_{\hat{u}_{ipr}} = 19,24$ mm

Elaborado pelo autor.

Os estudos de confiabilidade, aplicados para as funções performance Z_3 e Z_5 , indicam que as características construtivas para o Túnel B definidas pelos planejamentos CCD8 e CCD9 são as que produzem melhores índices de confiabilidade. Desta forma, as Figs. 7.3 e 7.4 ilustram os histogramas de distribuição lognormal para estes dois planejamentos juntamente com o histograma para o Túnel B sem tirantes e sem revestimento, apenas para fins de comparação dos resultados otimizados. Os gráficos descrevem de forma eficiente o aumento da margem de segurança proporcionada pela instalação dos tirantes com as características dos planejamentos

CCD8 e CCD9, onde os parâmetros estatísticos das curvas FDP são compatíveis com os resultados das Tabs. 7.4 e 7.8.

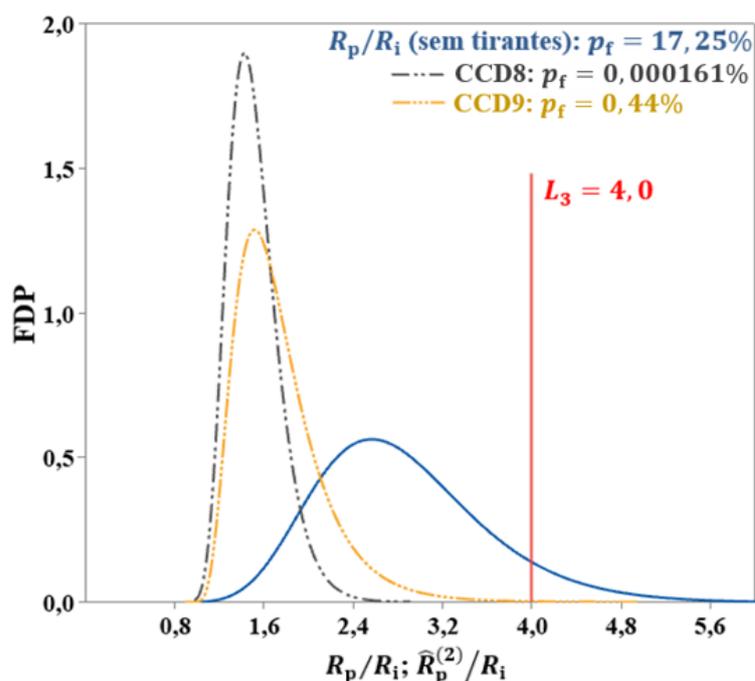


Figura 7.3: Histogramas representativos dos melhores resultados de confiabilidade para o Túnel B considerando a função performance Z_3 (Elaborado pelo autor).

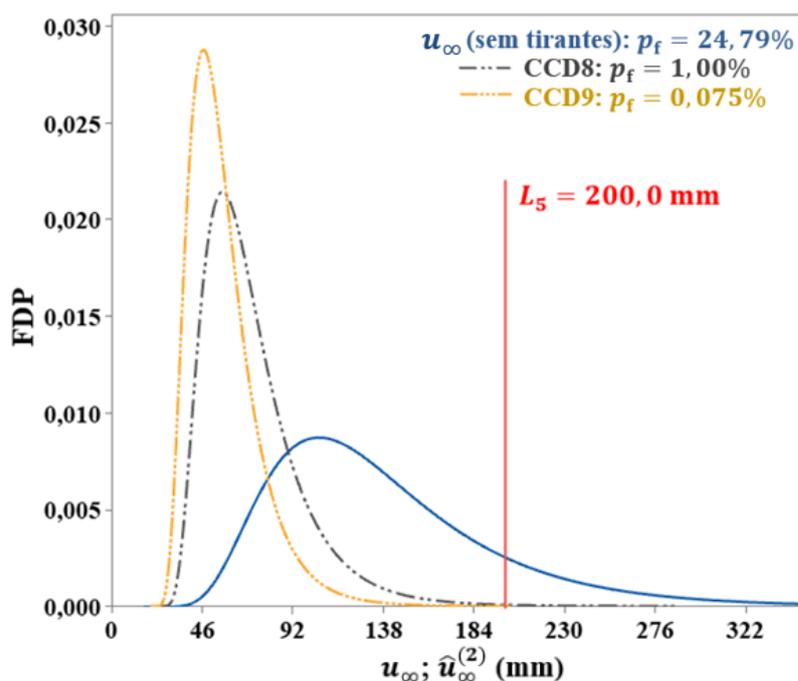


Figura 7.4: Histogramas representativos dos resultados de confiabilidade otimizados para o Túnel B considerando a função performance Z_5 (mm) (Elaborado pelo autor).

Para fins de análise e comparação, as curvas de convergência, considerando os parâmetros médios do Túnel B, são apresentadas na Fig. 7.5 apenas para os planejamentos CCD8, CCD9 e a situação sem reforço e revestimento.

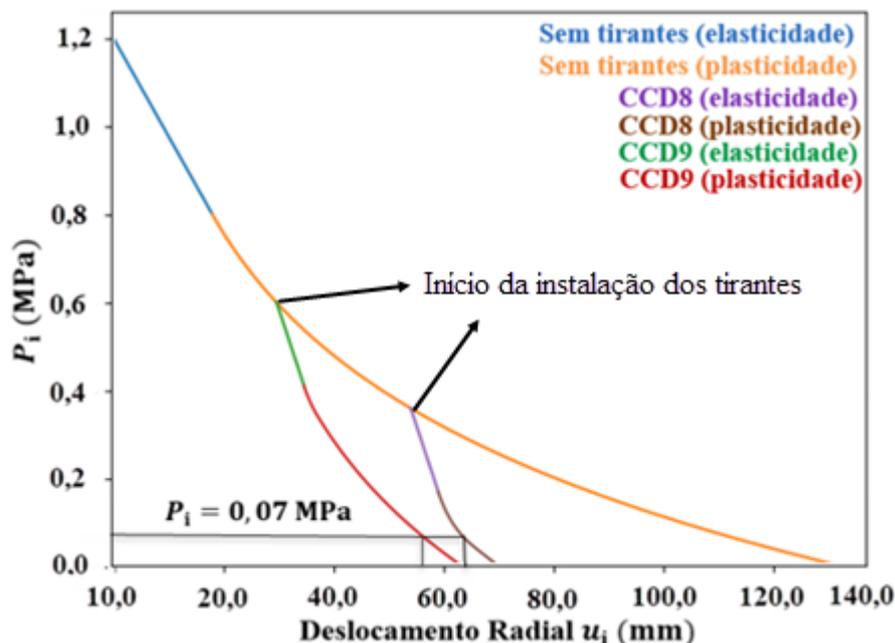


Figura 7.5: Curvas de convergência do maciço do Túnel B para os casos sem tirantes e com tirantes/revestimento referentes aos planejamentos ótimos CCD8 e CCD9 (Elaborado pelo autor).

Comparando os pontos de deslocamento radial máximo, em $P_i = 0,0$, é possível verificar a grande redução de u_∞ na comparação da curva laranja (maciço em plasticidade sem tirantes) com as curvas marrom e vermelha (maciço em plasticidade com tirantes nos planejamentos CCD8 e CCD9). Porém, esta redução é ainda maior, uma vez que é considerado a instalação de revestimento em $P_i = 0,07$ MPa, ou $\lambda_r = 0,8$, em ambos planejamentos adotados.

7.2 ANÁLISE DE CONFIABILIDADE APLICADA AO TÚNEL C

Todas as análises geomecânicas realizadas para o Túnel C foram realizadas numericamente. A confiabilidade do Túnel C considera os deslocamentos da escavação reforçada por tirantes radiais e frontais, além do revestimento em concreto projetado, utilizando a modelagem em elementos finitos através do GEOMEQ91 associado ao MSR. As análises são divididas de acordo com as solicitações atuantes na estrutura do túnel: deslocamentos radiais

na parede da escavação (u_∞ , u_{eq} , $u_\infty^{(2)}$ e $u_{eq}^{(2)}$) e deslocamentos axiais na face de escavação (u_z , $u_{z,eq}$, $u_z^{(2)}$ e $u_{z,eq}^{(2)}$). Em ambas as análises é considerada a influência do reforço radial, frontal, e revestimento em concreto projetado nos resultados.

A função performance Z_5 , definida pela Eq. (5.54) no item 5.6.2, será utilizada em todas as análises de confiabilidade, enquanto os equacionamentos dos planejamentos CCD10 a CCD14, definidos no item 5.7.3 e no Apêndice C, fornecem os resultados das solicitações da função Z_5 . Os parâmetros estatísticos e determinísticos do Túnel C são descritos nas Tabelas 5.7 a 5.10.

7.2.1 Análise de confiabilidade aplicada ao deslocamento radial do túnel

A análise de confiabilidade aplicada ao deslocamento radial do Túnel C é similar a realizada para o Túnel B no item 7.1.2. Inicialmente, para fins de comparação e definição do valor admissível L_5 da função performance Z_5 , as análises não consideram o reforço com tirantes e revestimento,

A média do deslocamento radial máximo do maciço do Túnel C, não reforçado e sem revestimento, é obtida por meio da modelagem numérica com o GEOMEQ91. Após a modelagem com os parâmetros geotécnicos médios, descritos na Tabela 5.7, o seguinte resultado é obtido para a última escavação realizada pelo software: $\mu_{u_\infty} = 68,73$ mm. A análise de confiabilidade, para o túnel sem reforço por tirantes e sem revestimento, será realizada considerando um valor admissível $L_5 = 0,1/3 R_i = 100,0$ mm, majorado em relação a média μ_{u_∞} obtida. Para a análise inicial é necessário o uso da função aproximadora \hat{u}_∞ , obtida pelo planejamento CCD10 na Eq. (C.1), para o cálculo da solicitação de Z_5 . A Tabela 7.9 apresenta os resultados de confiabilidade iniciais para a solicitação \hat{u}_∞ do planejamento CCD10.

Tabela 7.9: Resultados de confiabilidade para a função Z_5 , referente ao planejamento CCD10: deslocamento radial máximo do maciço não reforçado e sem revestimento \hat{u}_∞ .

MONTE CARLO (A. DIRETA)			FORM iHLRF		
Ciclos x Simulações	p_f (%)	β	Iterações	p_f (%)	β
4 x 10.000	19,36	0,865	5	19,10	0,874

Fonte: elaborado pelo autor.

Os resultados da Tabela 7.9 mostram uma excelente concordância entre os valores obtidos pelo método FORM e Monte Carlo com amostragem direta, o que verifica os resultados de confiabilidade obtidos pela função aproximadora \hat{u}_∞ . A interpretação dos resultados iniciais indica que os índices de confiabilidade obtidos para o maciço sem tirantes e sem revestimento são extremamente baixos na verificação do deslocamento radial máximo da escavação. Sendo assim, torna-se necessária a instalação de tirantes (radiais e frontais) e revestimento para melhorar a estabilidade e sustentação da escavação, bem como conter os deslocamentos radiais excessivos. O valor admissível $L_5 = 100,0$ mm será mantido para as demais análises de confiabilidade referentes ao deslocamento radial do Túnel C reforçado por tirantes e com revestimento.

A Tabela 7.10 apresenta os resultados de confiabilidade para a função performance Z_5 , utilizando os planejamentos CCD11 a CCD14 para o cálculo da solicitação $\hat{u}_\infty^{(2)}$ do maciço reforçado com tirantes do Túnel C (Eqs. (C.5), (C.9), (C.13) e (C.17)). Esta análise consiste apenas na instalação dos tirantes durante a escavação do túnel (com os dados das Tabelas 5.8 e 5.9), sem considerar o revestimento em concreto projetado. Os resultados referentes ao método de Monte Carlo e FORM novamente apresentam boa concordância, o que verifica os resultados de confiabilidade obtidos também para os casos da escavação reforçada com tirantes radiais e frontais.

Tabela 7.10: Resultados de confiabilidade para a função Z_5 , referente ao deslocamento radial máximo do maciço reforçado por tirantes e sem revestimento $\hat{u}_\infty^{(2)}$.

FUNÇÃO	MONTE CARLO (A. DIRETA)			FORM iHLRF		
	Ciclos x Simulações	p_f (%)	β	Iterações	p_f (%)	β
MSR						
CCD11	4 x 10.000	16,64	0,969	6	16,17	0,988
CCD12	4 x 10.000	16,40	0,978	6	16,14	0,989
CCD13	4 x 10.000	9,11	1,334	7	9,07	1,337
CCD14	4 x 10.000	9,07	1,336	7	9,06	1,337

Fonte: elaborado pelo autor.

Os resultados da Tabela 7.10 mostram que, considerando uma densidade mínima de tirantes radiais e frontais aplicadas ($\delta_r = 0,5$ t./m² e $\delta_f = 0,5$ t./m² proposto pelo planejamento CCD11), a probabilidade de falha devido aos deslocamentos radiais excessivos é reduzida de $p_f = 19,10\%$ (situação da Tab. 7.9) para $p_f = 16,17\%$. Isto significa que a

aplicação mínima de tirantes no Túnel C proporciona um aumento de aproximadamente 13% no índice de confiabilidade β .

O aumento da densidade de tirantes radiais proposta pelo planejamento CCD13 ($\delta_r = 2,0 \text{ t./m}^2$ e $\delta_f = 0,5 \text{ t./m}^2$) proporciona uma melhora mais expressiva dos índices β referentes aos deslocamentos radiais máximos da função Z_5 , o que gera uma redução da probabilidade de falha para $p_f = 9,07\%$ e um aumento do índice β de aproximadamente 50%. Os resultados dos planejamentos CCD12 ($\delta_r = 0,5 \text{ t./m}^2$ e $\delta_f = 2,0 \text{ t./m}^2$) e CCD14 ($\delta_r = 2,0 \text{ t./m}^2$ e $\delta_f = 2,0 \text{ t./m}^2$) sugerem que os tirantes frontais não contribuem para a redução dos deslocamentos radiais máximos. Isto pode ser comprovado comparando os resultados destes planejamentos, na Tab. 7.10, com os resultados dos planejamentos CCD11 e CCD13 respectivamente, onde verifica-se que os parâmetros p_f e β apresentam variação mínima.

A Tabela 7.11 apresenta os resultados de confiabilidade para a função performance Z_5 , utilizando os planejamentos CCD10 a CCD14 para o cálculo das solicitações \hat{u}_{eq} e $\hat{u}_{eq}^{(2)}$ do Túnel C (Eqs. (C.3), (C.7), (C.11), (C.15) e (C.19)). A análise com as solicitações \hat{u}_{eq} e $\hat{u}_{eq}^{(2)}$ consiste na instalação do revestimento em concreto projetado (conforme os dados da Tab. 5.10) associado aos casos anteriores da escavação sem reforço e reforçada com tirantes radiais e frontais. Novamente, os resultados da Tabela 7.11 apresentam uma excelente concordância entre os valores obtidos pelo método FORM e Monte Carlo com amostragem direta, o que verifica os resultados de confiabilidade obtidos pelas funções aproximadoras \hat{u}_{eq} e $\hat{u}_{eq}^{(2)}$.

Tabela 7.11: Resultados de confiabilidade para a função Z_5 , referente às solicitações de projeto \hat{u}_{eq} e $\hat{u}_{eq}^{(2)}$ para túneis com revestimento em concreto projetado.

FUNÇÃO MSR	MONTE CARLO (A. IMPORTÂNCIA)			FORM iHLRF		
	Ciclos x Simulações	p_f (%)	β	Iterações	p_f (%)	β
CCD10	4 x 10.000	1,95	2,065	6	1,88	2,079
CCD11	4 x 10.000	1,51	2,166	6	1,41	2,195
CCD12	4 x 10.000	1,14	2,276	6	1,12	2,285
CCD13	4 x 10.000	0,76	2,429	6	0,74	2,439
CCD14	7 x 10.000	0,59	3,521	6	0,56	2,538

Fonte: elaborado pelo autor.

Os resultados de confiabilidade da Tab. 7.11 mostram a importância do revestimento em concreto projetado na contenção dos deslocamentos radiais excessivos do túnel. Para o planejamento CCD10, a aplicação do revestimento reduziu a probabilidade de falha do túnel,

sem qualquer tipo de reforço por tirantes, de 19,10% para 1,88%, o que representa um grande aumento do índice β de 0,874 para 2,079. No caso da associação dos tirantes radiais e frontais com o revestimento, sugeridas pelos planejamentos CCD11 a CCD14 na Tab. 7.11, foram verificadas melhoras significativas dos índices de confiabilidade na comparação com os resultados da Tab. 7.10. Os planejamentos CCD13 e CCD14 obtiveram probabilidades de falha abaixo de 1%, o que indicam uma excelente garantia de segurança estrutural ao túnel.

As probabilidades de falha dos planejamentos CCD11 a CCD14 na Tabela 7.11 ficaram abaixo da obtida com o planejamento CCD10, indicando que o reforço com tirantes é eficiente na estabilização e contenção dos deslocamentos excessivos da escavação. Porém, uma análise crítica dos resultados, obtidos entre os planejamentos CCD11 a CCD14, aponta evoluções pouco significativas da confiabilidade em situações específicas. O planejamento CCD11, por exemplo, reduz a probabilidade de falha de 1,88% para 1,41% na comparação com o planejamento CCD10, o que gera um aumento de apenas 5,6% no índice β mesmo após a instalação dos tirantes. Por outro lado, o aumento da densidade δ_r , através do planejamento CCD13, reduz a probabilidade p_f para 0,74%, gerando um aumento significativo de aproximadamente 18% em β na comparação com os resultados de CCD10.

Os resultados de confiabilidade da Tabela 7.11 também são influenciados pelos tirantes frontais instalados durante o processo de escavação. A associação dos tirantes frontais com o revestimento apresentou uma pequena melhora da confiabilidade se comparado aos resultados da Tab. 7.10 (planejamentos CCD12 e CCD14 sem revestimento). Na comparação entre os planejamentos CCD11 e CCD12, o aumento da densidade δ_f de tirantes frontais, associada ao revestimento, reduziu p_f de 1,41% para 1,12%, gerando um aumento discreto de apenas 4,0% no índice β . A mesma situação ocorre na comparação entre os planejamentos CCD13 e CCD14. Bernaud, De Buhan e Maghous (1995) definiram que os deslocamentos radiais máximos em túneis apresentam pequenas reduções geradas pela associação de tirantes frontais e revestimento, sendo que estas podem tornar-se maiores quanto maior for a densidade δ_f , o que explica a evolução discreta dos índices β com o aumento de δ_f .

Retomando as análises referentes aos planejamentos CCD10 e CCD14, será verificada a influência da correlação entre a coesão e o ângulo de atrito (dada por $\rho_{c-\varphi}$) nos resultados de confiabilidade propostos por Z_5 . As Tabelas 7.12 e 7.13 apresentam os resultados de confiabilidade considerando uma correlação fraca $\rho_{c-\varphi} = -0,50$ e forte $\rho_{c-\varphi} = -0,90$, para os casos do Túnel C sem revestimento e com revestimento, considerando apenas o método FORM.

Tabela 7.12: Resultados de confiabilidade para a função Z_5 , referente as correlações $\rho_{c-\varphi}$ para túneis sem revestimento em concreto projetado.

FUNÇÃO MSR	FORM iHLRF					
	$\rho_{\varphi-c} = -0,5$			$\rho_{\varphi-c} = -0,9$		
	Iterações	p_f (%)	β	Iterações	p_f (%)	β
CCD10	5	18,39	0,901	5	17,80	0,923
CCD14	6	8,32	1,384	6	7,73	1,424

Fonte: elaborado pelo autor.

Tabela 7.13: Resultados de confiabilidade para a função Z_5 , referente as correlações $\rho_{c-\varphi}$ para túneis com revestimento em concreto projetado.

FUNÇÃO MSR	FORM iHLRF					
	$\rho_{\varphi-c} = -0,5$			$\rho_{\varphi-c} = -0,9$		
	Iterações	p_f (%)	β	Iterações	p_f (%)	β
CCD10	5	1,59	2,145	5	1,39	2,200
CCD14	6	0,43	2,629	6	0,39	2,708

Fonte: elaborado pelo autor.

Os resultados das Tabelas 7.12 e 7.13 sugerem que a consideração da correlação entre a coesão e o ângulo de atrito geram reduções das probabilidades de falha no Túnel C, porém pouco significativas. Para o planejamento CCD10, ocorreu uma redução de $p_f = 19,10\%$ (Tabela 7.9 com $\rho_{c-\varphi} = 0,00$) para $p_f = 18,39\%$ (caso de $\rho_{c-\varphi} = -0,50$) para o caso do túnel sem revestimento (Tab. 7.12), o que representa um aumento real de apenas 3% no índice de confiabilidade. O aumento da correlação para $\rho_{c-\varphi} = -0,90$ em CCD10 produziu uma redução adicional de apenas 0,60% em p_f , o que representa um aumento de apenas 5% no índice β na comparação com o caso de $\rho_{c-\varphi} = 0,00$. Os resultados seguem análogos no caso do uso de tirantes (planejamento CCD14 da Tab. 7.12). Para os casos que consideram revestimento (Tab. 7.13), as evoluções nos parâmetros de confiabilidade seguem conservadoras para ambos planejamentos, com aumentos de β entorno de 3% para $\rho_{c-\varphi} = -0,50$ e 7% para $\rho_{c-\varphi} = -0,90$.

A Figura 7.6 ilustra, por meio de histogramas da função Z_5 , a influência da coesão do maciço escavado nos resultados de confiabilidade do Túnel C. Os histogramas da função Z_5 foram gerados por meio da amostragem direta de Monte Carlo com 40.000 simulações, onde em cada caso foram modificados apenas o coeficiente de variação δ_c da coesão. Para fins de

análise, foi verificada a influência dos parâmetros do maciço apenas nos planejamentos CCD10, CCD14 sem revestimento e com revestimento.

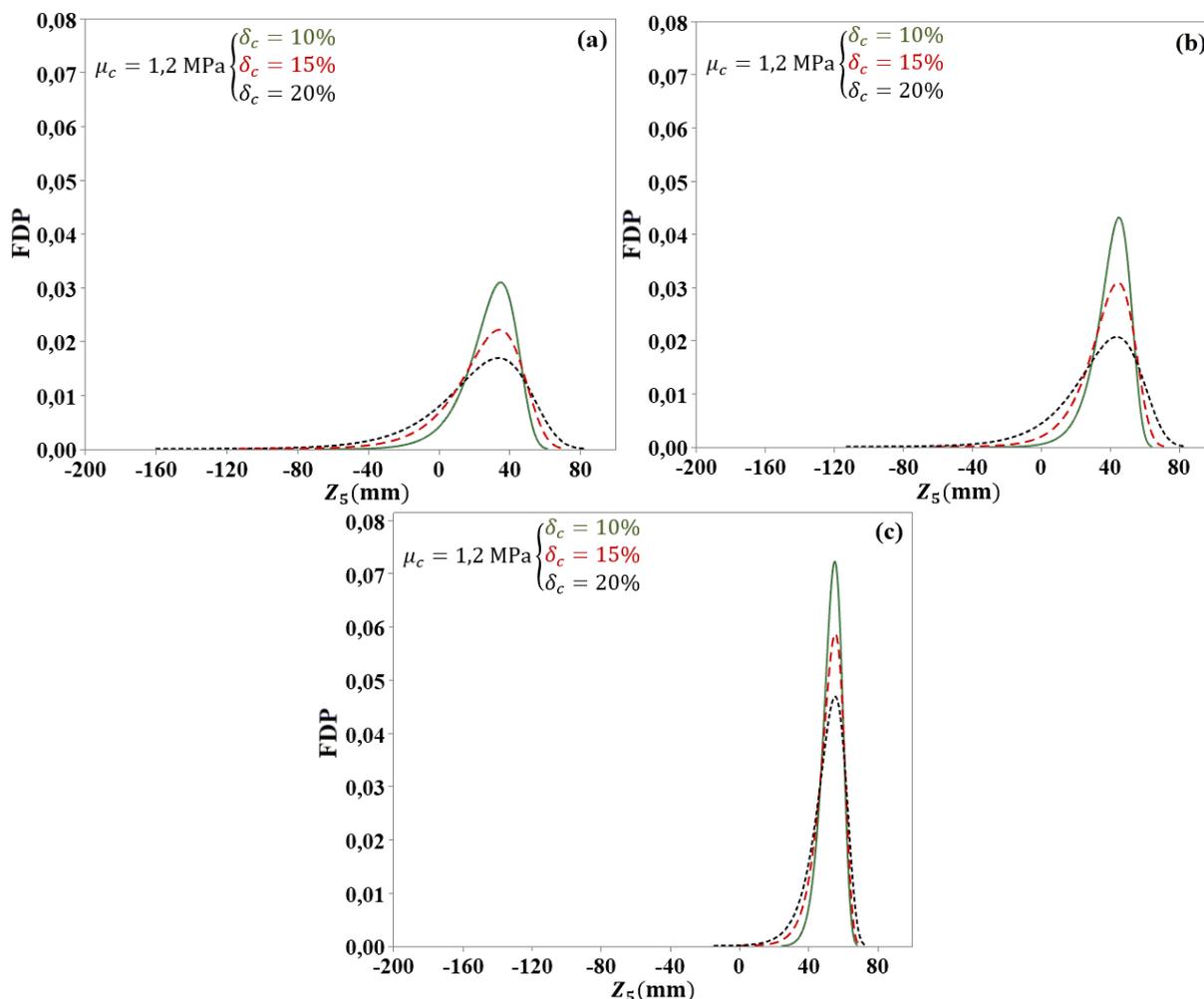


Figura 7.6: Influência da variação da coesão nos resultados de confiabilidade da função Z_5 :
 (a) Planejamento CCD10 sem reforço e sem revestimento; (b) Planejamento CCD14 sem revestimento; (c) Planejamento CCD14 com revestimento (Elaborado pelo autor).

Os histogramas da Figura 7.6 foram perfeitamente adaptáveis com as funções densidade de probabilidade de Weibull. Os histogramas mostram que a coesão é um parâmetro geotécnico que influencia significativamente os resultados de confiabilidade, onde o aumento de δ_c eleva a probabilidade da ocorrência de valores de coesão menores. Como consequência, os deslocamentos radiais máximos aumentam junto com a dispersão dos histogramas de Z_5 , reduzindo os índices de confiabilidade do túnel (aumento das áreas abaixo das curvas para $Z_5 < 0$).

Na Figura 7.6 (a), a probabilidade p_f aumenta de 5,06% ($\delta_c = 10\%$) para 19,10% ($\delta_c = 20\%$) no túnel sem reforço e sem revestimento, o que representa uma redução de 1,639 para 0,874 no índice β . Com a instalação dos tirantes, Figura 7.6 (b), percebe-se a melhora nos níveis de confiabilidade e falha estrutural do túnel, bem como a redução da variabilidade dos resultados com a variação da coesão: p_f aumenta de 0,58% ($\delta_c = 10\%$) para 9,06% ($\delta_c = 20\%$), o que representa uma redução de 2,527 para 1,337 no índice β . Para o túnel com tirantes e revestimento, Figura 7.6 (c), novamente é demonstrada a importância do revestimento na melhora dos níveis de confiabilidade, proporcionada pela redução nos deslocamentos radiais máximos e na perda de coesão do maciço. O revestimento em concreto projetado proporciona ótimos níveis de confiabilidade, com falhas abaixo de 1%, independente da variabilidade da coesão: p_f aumenta de 0,0000696% ($\delta_c = 10\%$) para 0,56% ($\delta_c = 20\%$), o que representa uma redução de 4,826 para 2,538 no índice β .

De forma análoga ao estudo da coesão, a Figura 7.7 descreve a influência do ângulo de atrito φ do maciço escavado nos resultados de confiabilidade do Túnel C. Os histogramas de Z_5 são adaptados as funções de distribuição de Weibull e mostram que a variabilidade do ângulo φ não altera os níveis de confiabilidade do túnel, independente do caso analisado (planejamentos CCD10 sem reforço e sem revestimento, CCD14 sem revestimento e com revestimento).

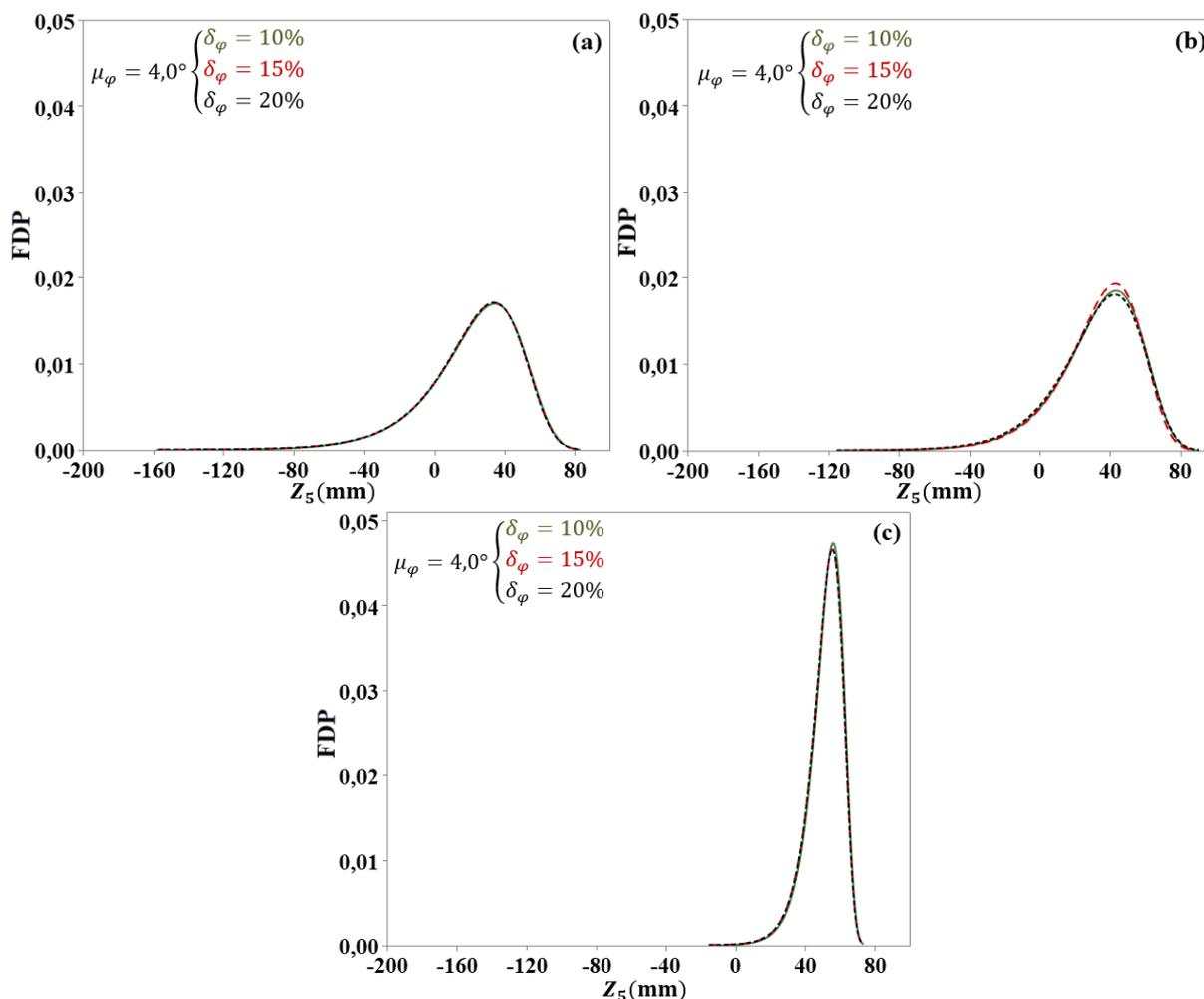


Figura 7.7: Influência da variação do ângulo de atrito nos resultados de confiabilidade da função Z_5 : (a) Planejamento CCD10; (b) Planejamento CCD14 sem revestimento; (c) Planejamento CCD14 com revestimento (Elaborado pelo autor).

O último parâmetro estatístico do Túnel C a ser avaliado é o Módulo de Young E_m do maciço escavado, a influência de E_m nos resultados de confiabilidade é ilustrada pelos histogramas de Z_5 na Fig. 7.8, todos ajustados com a distribuição de Weibull novamente. Os resultados mostram uma influência mínima do módulo E_m nos resultados de confiabilidade, onde a redução da confiabilidade com a variação do coeficiente δ_{E_m} é mais visível nos histogramas da Fig. 7.8 (c) (planejamento CCD14 com revestimento).

Na Figura 7.8 (a), a probabilidade p_f aumenta de 19,10% ($\delta_{E_m} = 10\%$) para 20,52% ($\delta_{E_m} = 20\%$) no túnel sem reforço e sem revestimento, o que representa uma redução mínima de 0,874 para 0,823 no índice β . Com a instalação dos tirantes e revestimento, Figura 7.8 (c), a probabilidade p_f aumenta de 0,56% ($\delta_{E_m} = 10\%$) para 0,79% ($\delta_{E_m} = 20\%$), o que representa uma redução mínima de 2,538 para 2,414 no índice β .

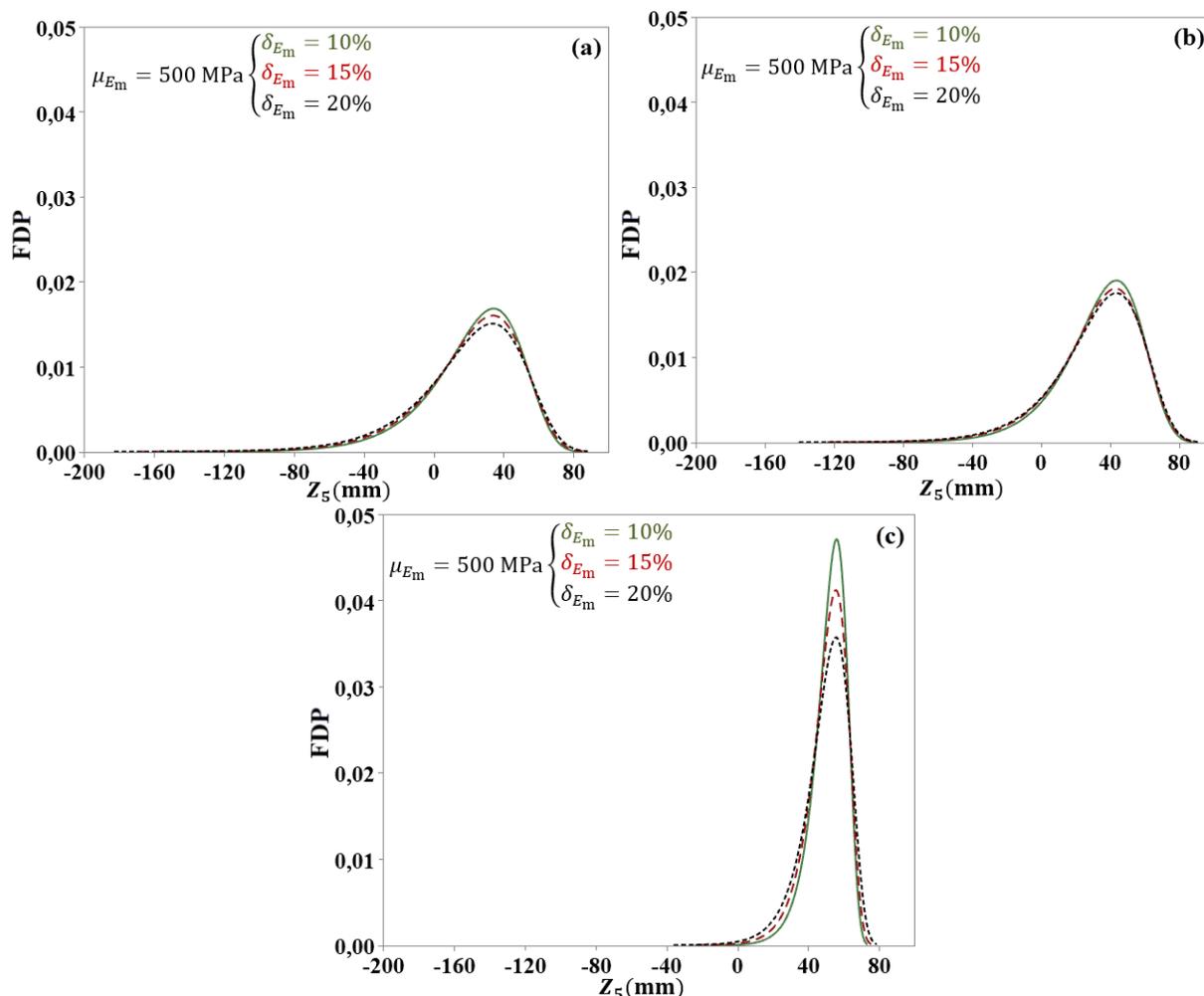


Figura 7.8: Influência da variação do Módulo de Young nos resultados de confiabilidade da função Z_5 : (a) Planejamento CCD10; (b) Planejamento CCD14 sem revestimento; (c) Planejamento CCD14 com revestimento (Elaborado pelo autor).

As Figuras 7.9 e 7.10 ilustram as funções densidade de probabilidade das solicitações u_i de Z_5 , onde os histogramas foram ajustados com a distribuição de probabilidade lognormal. Os ajustes foram realizados apenas para os planejamentos CCD12 e CCD14, uma vez que a mudança dos parâmetros dos tirantes frontais dos planejamentos CCD11 e CCD13 não alteram de forma significativa os resultados de confiabilidade. Os ajustes do planejamento CCD10 (túnel sem tirantes) foram ilustrados apenas para fins de comparação de resultados.

As curvas da Figura 7.9 descrevem graficamente os resultados de confiabilidade obtidos pelos planejamentos realizados, onde a área abaixo das curvas para $u_i > 100$ mm representam a probabilidade de falha obtida pela função performance Z_5 . Na comparação das curvas azul e vermelha, verifica-se a grande redução dos deslocamentos máximos e de suas dispersões apenas na instalação do revestimento, o que é compatível com a evolução dos parâmetros de

confiabilidade definidos nas Tab. 7.9 e 7.11. Considerando apenas a instalação dos tirantes radiais e frontais, curvas verde e preta da Fig. 7.9, verificou-se uma redução discreta dos deslocamentos máximos e suas dispersões, que é melhorada com o aumento da densidade de tirantes proposto pelo planejamento CCD14. Os histogramas dos planejamentos CCD12 e CCD14 na Fig. 7.9 também são compatíveis com os resultados de confiabilidade das Tab. 7.10 e 7.11.

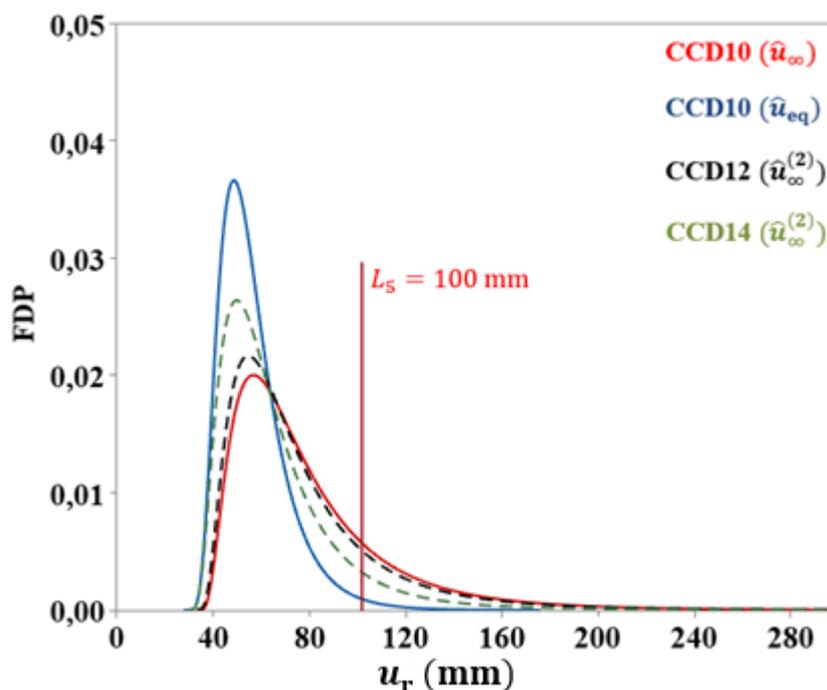


Figura 7.9: Funções densidade de probabilidade dos principais planejamentos do Túnel C: verificação dos túneis com tirantes e sem revestimento (Elaborado pelo autor).

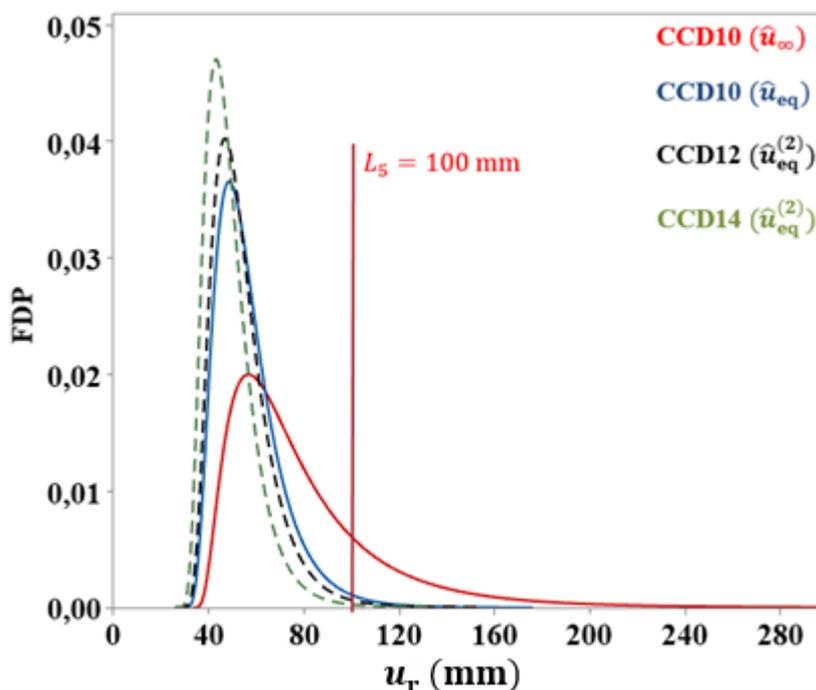


Figura 7.10: Funções densidade de probabilidade dos principais planejamentos do Túnel C: verificação dos túneis com tirantes e revestimento (Elaborado pelo autor).

Os histogramas da Figura 7.10 também apresentam reduções das solicitações e suas dispersões compatíveis com os resultados das Tab. 7.9 a 7.11. Visualmente é possível identificar que as curvas referentes aos planejamentos CCD12 e CCD14 produzem melhores reduções das solicitações e dispersões comparadas com as curvas do planejamento CCD10 (sem tirantes). Deste modo, fica evidente a obtenção de melhores resultados de confiabilidade através da associação de tirantes radiais com o revestimento em concreto projetado.

Os valores médios e desvios-padrões das solicitações \hat{u}_i são apresentados na Tab. 7.14, onde são descritos apenas os valores referentes as curvas da Fig. 7.10, devido aos planejamentos CCD12 e CCD14 obterem os melhores resultados e o planejamento CCD10 para fins de comparação. As médias e desvios padrões da Tab. 7.14 apresentam reduções visivelmente em concordância com as curvas da Fig. 7.10, o que verifica os resultados obtidos.

Tabela 7.14: Parâmetros estatísticos do Túnel C obtidos por meio do método de Monte Carlo para as solicitações definidas na Figura 7.10.

PLANEJAMENTOS	PARÂMETROS ESTATÍSTICOS DE \hat{u}_i	
CCD10	$\mu_{\hat{u}_\infty} = 73,42 \text{ mm}$	$\sigma_{\hat{u}_\infty} = 36,87 \text{ mm}$
	$\mu_{\hat{u}_{eq}} = 56,79 \text{ mm}$	$\sigma_{\hat{u}_{eq}} = 15,97 \text{ mm}$
CCD12	$\mu_{\hat{u}_{eq}^{(2)}} = 53,91 \text{ mm}$	$\sigma_{\hat{u}_{eq}^{(2)}} = 13,86 \text{ mm}$
CCD14	$\mu_{\hat{u}_{eq}^{(2)}} = 49,08 \text{ mm}$	$\sigma_{\hat{u}_{eq}^{(2)}} = 11,91 \text{ mm}$

Fonte: elaborada pelo autor.

Por fim, os valores médios dos deslocamentos radiais máximos u_i do Túnel C podem ser obtidos de forma aproximada através da simulação com o GEOMECC91 e utilizando os parâmetros médios e fixos do túnel nas simulações. A Figura 7.11 ilustra as curvas de deslocamentos radiais referentes a última escavação do Túnel C simulado no GEOMECC91, onde novamente são apresentados apenas os resultados para os planejamentos de maior importância (descritos na Fig. 7.10 e Tab. 7.14).

Os resultados da Figura 7.11 mostram que os deslocamentos radiais médios das simulações atingem valores médios próximos aos obtidos com as funções aproximadoras através do método de Monte Carlo (Tab. 7.14). Para o planejamento CCD10, sem revestimento, foi obtido um valor de deslocamento máximo $\mu_{\hat{u}_\infty} = 73,42 \text{ mm}$ com o método de Monte Carlo, 6,8% maior que o valor obtido pela simulação numérica ($\mu_{\hat{u}_\infty} = 68,73 \text{ mm}$). Esta diferença é perfeitamente aceitável tendo em vista a aleatoriedade dos parâmetros no método de Monte Carlo. As diferenças entre os valores da Fig. 7.11 e da Tab. 7.14 para os demais planejamentos seguem abaixo de 6,0%.

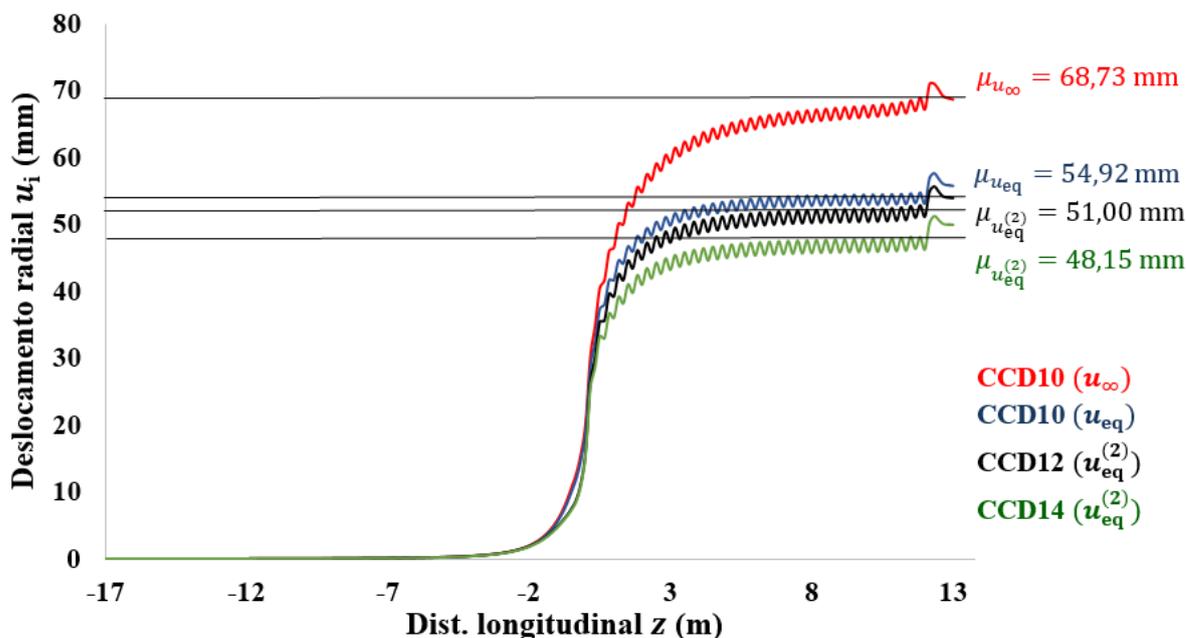


Figura 7.11: Curvas de deslocamentos radiais com o avanço da escavação obtidos para a última escavação do Túnel C no software GEOMECH91 (Elaborado pelo autor).

7.2.2 Análise de confiabilidade aplicada ao deslocamento axial na face da escavação

De forma análoga ao procedimento realizado no item 7.2.1, a média do deslocamento axial na face da escavação do Túnel C, não reforçado e sem revestimento, é obtida por meio da modelagem numérica com o GEOMECH91. Após a modelagem com os parâmetros geotécnicos médios e fixos, descritos na Tabela 5.7, é definido o seguinte deslocamento axial médio na face da escavação: $\mu_{u_z} = 46,04 \text{ mm}$. A análise de confiabilidade referente ao deslocamento axial máximo na face da escavação, para o túnel sem reforço por tirantes e sem revestimento, será realizada considerando um valor admissível $L_5 = 0,08/3 R_i = 80,0 \text{ mm}$, majorado em relação a média μ_{u_z} . Para a análise inicial é necessário o uso da função aproximadora \hat{u}_z , obtida pelo planejamento CCD10 com a Eq. (C.2), para o cálculo da solicitação de Z_5 . A Tabela 7.15 apresenta os resultados de confiabilidade iniciais para a solicitação \hat{u}_z do planejamento CCD10.

Tabela 7.15: Resultados de confiabilidade para a função Z_5 , referente ao planejamento CCD10: deslocamento axial \hat{u}_z na face do maciço não reforçado e sem revestimento.

MONTE CARLO (A. DIRETA)			FORM iHLRF		
Ciclos x Simulações	p_f (%)	β	Iterações	p_f (%)	β
4 x 10.000	12,14	1,168	5	12,03	1,173

Fonte: elaborado pelo autor.

Os resultados da Tabela 7.15 mostram uma excelente concordância entre os valores obtidos pelo método FORM e Monte Carlo com amostragem direta, o que verifica os resultados de confiabilidade obtidos pela função aproximadora \hat{u}_z . Os índices de confiabilidade obtidos para o maciço sem tirantes e sem revestimento são extremamente baixos na verificação do deslocamento axial na face da escavação. Sendo assim, os níveis de confiabilidade tendem a ser melhorados com a contenção dos deslocamentos axiais, proporcionada pela instalação de tirantes (radiais e frontais) e revestimento. O valor admissível $L_5 = 80,0$ mm será mantido para as demais análises de confiabilidade referentes ao deslocamento axial na face do Túnel C reforçado por tirantes e com revestimento.

A Tabela 7.16 apresenta os resultados de confiabilidade para a função performance Z_5 , utilizando os planejamentos CCD11 a CCD14 para o cálculo da solicitação $\hat{u}_z^{(2)}$ do maciço reforçado com tirantes do Túnel C (Eqs. (C.6), (C.10), (C.14) e (C.18)). Novamente, esta análise consiste apenas na instalação dos tirantes durante a escavação do túnel (com os dados das Tabelas 5.8 e 5.9), sem considerar o revestimento em concreto projetado.

Tabela 7.16: Resultados de confiabilidade para a função Z_5 , referentes ao deslocamento axial $\hat{u}_z^{(2)}$ na face do maciço reforçado por tirantes e sem revestimento.

FUNÇÃO MSR	MONTE CARLO (A. DIRETA)			FORM iHLRF		
	Ciclos x Simulações	p_f (%)	β	Iterações	p_f (%)	β
CCD11	4 x 10.000	8,61	1,366	5	8,50	1,372
CCD12	4 x 10.000	3,55	1,806	6	3,43	1,821
CCD13	4 x 10.000	6,98	1,477	6	6,89	1,484
CCD14	4 x 10.000	2,99	1,882	6	3,21	1,851

Fonte: elaborado pelo autor.

Os resultados da Tabela 7.16 mostram uma elevação maior dos índices de confiabilidade quando a densidade de tirantes frontais é aumentada, enquanto o aumento da densidade de tirantes radiais também contribui com o aumento da confiabilidade, porém de forma discreta.

Uma vez considerada a situação mínima de densidade de tirantes aplicada ao túnel (planejamento CCD11), o risco de falha devido aos deslocamentos axiais excessivos da frente da escavação reduz de $p_f = 12,03\%$ (situação da Tab. 7.15) para $p_f = 8,50\%$, o que significa um aumento de aproximadamente 17% no índice β . O planejamento CCD13 gera um aumento de apenas 8% no índice β , se comparado ao planejamento CCD11, o que sugere uma contribuição dos tirantes radiais na redução dos deslocamentos axiais na face da escavação, mesmo que mínima. A mesma situação é visível na comparação entre os planejamentos CCD12 e CCD14.

O aumento da densidade de tirantes frontais, proposto pelos planejamentos CCD12 e CCD14 na Tab. 7.16, eleva o índice β em torno de 28% e 32% na comparação com os planejamentos CCD11 e CCD13, respectivamente. A probabilidade de falha chega a um valor próximo de 3,0% no caso do planejamento CCD14, o que representa uma redução de 9,0% em p_f e um aumento de 58% no índice β se comparado ao planejamento CCD10 (Tab. 7.15).

A Tabela 7.17 apresenta os resultados de confiabilidade para a função performance Z_5 de forma análoga ao apresentado na Tab. 7.11, porém considerando as solicitações $\hat{u}_{z,eq}$ e $\hat{u}_{z,eq}^{(2)}$ do Túnel C (Eqs. (C.4), (C.8), (C.12), (C.16) e (C.20)). O revestimento de concreto está instalado com ou sem associação com tirantes radiais e frontais. Os resultados da Tabela 7.17 novamente apresentam concordância entre os valores obtidos pelo método FORM e Monte Carlo com amostragem direta, o que verifica os resultados de confiabilidade obtidos pelas funções aproximadoras de $\hat{u}_{z,eq}$ e $\hat{u}_{z,eq}^{(2)}$.

Tabela 7.17: Resultados de confiabilidade para a função Z_5 , referente as solicitações de projeto $\hat{u}_{z,eq}$ e $\hat{u}_{z,eq}^{(2)}$ para túneis com revestimento em concreto projetado.

FUNÇÃO MSR	MONTE CARLO (A. DIRETA)			FORM iHLRF		
	Ciclos x Simulações	p_f (%)	β	Iterações	p_f (%)	β
CCD10	4 x 10.000	8,79	1,354	5	8,74	1,357
CCD11	4 x 10.000	5,81	1,571	5	5,96	1,558
CCD12	4 x 10.000	2,43	1,973	6	2,49	1,961
CCD13	4 x 10.000	5,31	1,615	6	5,19	1,627
CCD14	4 x 10.000	1,95	2,065	6	2,08	2,038

Fonte: elaborado pelo autor.

A comparação entre os resultados do planejamento CCD10 nas Tab. 7.15 e 7.17 mostra uma redução em p_f de 12,03% para 8,74%, o que representa um aumento de 16% em β . Quando

as mesmas comparações são realizadas com os planejamentos CCD11 a CCD14 (Tab. 7.16 e 7.17), ocorrem reduções similares em p_f , onde em todos os casos são registrados aumentos abaixo de 13% para o índice β . Estes resultados sugerem uma baixa contribuição do revestimento associado com tirantes na redução dos deslocamentos axiais na face da escavação, na comparação com os casos que consideram o túnel com tirantes e sem revestimento.

Considerando a comparação dos planejamentos CCD11 a CCD14 da Tab. 7.17 com CCD10 da Tab. 7.15, os índices de confiabilidade seguem em um crescimento contínuo. A evolução dos resultados de confiabilidade na comparação dos planejamentos CCD11 e CCD13 com CCD12 e CCD14 da Tab. 7.17 seguem conservadoras e em conformidade com a análise da Tab. 7.16. Para o caso do planejamento CCD14, que fornece os melhores resultados, ocorre um aumento de 74% no índice de confiabilidade se comparado ao planejamento CCD10 da Tab. 7.15, o que representa uma redução de 10% no valor de p_f .

De forma geral, a utilização de tirantes radiais e frontais, associada com o revestimento em concreto projetado, produz melhoras consistentes nos níveis de confiabilidade para o deslocamento axial máximo da frente de escavação, se comparado ao caso do Túnel C sem reforço e revestimento. Considerando a densidade de tirantes, os resultados mostram a necessidade de um aumento considerável da densidade de tirantes frontais para a obtenção de bons índices de confiabilidade nos casos estudados.

O planejamento CCD14 com revestimento foi a condição que produziu os melhores resultados de confiabilidade para o deslocamento axial máximo da frente de escavação, ainda que um pouco acima do limite aceitável $p_f = 1,0\%$ para a segurança estrutural (ver Tab. 7.17). Neste caso, o aumento da densidade de tirantes frontais é indicado manter o valor de p_f abaixo do limite aceitável para a segurança estrutural. Os resultados para este caso não serão demonstrados, uma vez que a intenção de demonstrar o bom funcionamento da metodologia para o estudo da confiabilidade já foi realizada.

Retomando as mesmas análises realizadas no item anterior, será verificada a influência da correlação entre a coesão e o ângulo de atrito (dada por $\rho_{c-\varphi}$) nos resultados de confiabilidade propostos para o deslocamento axial máximo de Z_5 , referentes aos planejamentos CCD10 e CCD14. As Tabelas 7.12 e 7.13 apresentam os resultados de confiabilidade considerando uma correlação fraca $\rho_{c-\varphi} = -0,50$ e forte $\rho_{c-\varphi} = -0,90$, para os casos do Túnel C sem revestimento e com revestimento, considerando apenas o método FORM.

Tabela 7.18: Resultados de confiabilidade para a função Z_5 , referente as correlações $\rho_{c-\varphi}$ para túneis sem revestimento em concreto projetado.

FUNÇÃO MSR	FORM iHLRF					
	$\rho_{\varphi-c} = -0,5$			$\rho_{\varphi-c} = -0,9$		
	Iterações	p_f (%)	β	Iterações	p_f (%)	β
CCD10	5	11,35	1,208	5	10,77	1,239
CCD14	6	2,75	1,919	6	2,408	1,976

Fonte: elaborado pelo autor.

Tabela 7.19: Resultados de confiabilidade para a função Z_5 , referente as correlações $\rho_{c-\varphi}$ para túneis com revestimento em concreto projetado.

FUNÇÃO MSR	FORM iHLRF					
	$\rho_{\varphi-c} = -0,5$			$\rho_{\varphi-c} = -0,9$		
	Iterações	p_f (%)	β	Iterações	p_f (%)	β
CCD10	5	8,11	1,398	5	7,59	1,433
CCD14	6	1,71	2,119	6	1,43	2,189

Fonte: elaborado pelo autor.

Analogamente ao estudo dos resultados das Tabelas 7.12 e 7.13, os resultados das Tabelas 7.18 e 7.19 sugerem que a consideração da correlação entre a coesão e o ângulo de atrito, no estudo da confiabilidade aplicada aos deslocamentos axiais da frente de escavação, geram reduções das probabilidades de falha pouco significativas podendo ser desprezadas.

A influência dos parâmetros estatísticos do maciço escavado (coesão, ângulo de atrito e Módulo de elasticidade), serão verificados por meio dos histogramas da função Z_5 para os deslocamentos axiais máximos, assim como as verificações realizadas anteriormente nas Fig. 7.6, 7.7 e 7.8. Os histogramas foram gerados por meio da amostragem direta de Monte Carlo com 40.000 simulações, onde em cada caso foram modificados apenas o coeficiente de variação de cada parâmetro. Para fins de análise, foi verificada a influência dos parâmetros do maciço apenas no planejamento CCD10 sem tirantes e revestimento, uma vez que para os demais planejamentos os resultados e comportamentos das funções densidade de probabilidade são similares aos apresentados nas Fig. 7.6, 7.7 e 7.8.

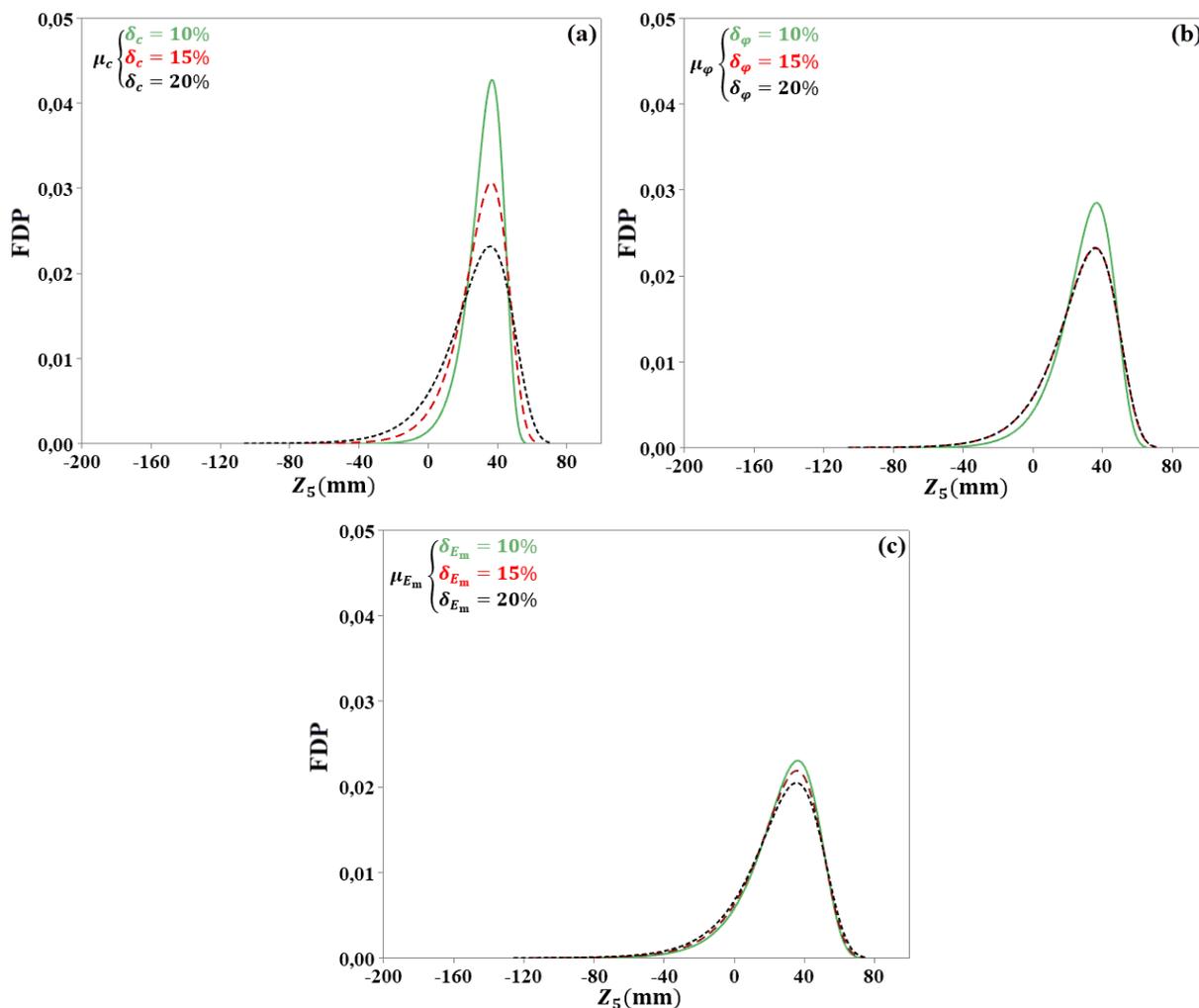


Figura 7.12: Influência dos parâmetros estatísticos do maciço nos resultados de confiabilidade da função Z_5 , referente ao planejamento CCD10 sem reforço e revestimento: (a) Coesão; (b) Ângulo de atrito; (c) Módulo de elasticidade (Elaborado pelo autor).

Os resultados da Figura 7.12 apresentam gráficos de distribuições de probabilidade menos dispersos que os gráficos correspondentes ao deslocamento radial nas Fig. 7.6 (a), 7.7 (a) e 7.8 (a), uma vez que os índices de confiabilidade para o estudo dos deslocamentos axiais máximos são maiores. Novamente a variação da coesão (Fig. 7.12 (a)) é o parâmetro que afeta de forma mais significativa os resultados de confiabilidade: a probabilidade de falha p_f aumenta de 1,44% para 12,14% com a variação de δ_c entre 10% e 20%, o que representa uma redução do índice β de 2,188 para 1,168. A variabilidade dos parâmetros φ e E_m , ilustrada nas distribuições de probabilidade das Fig. 7.12 (b) e (c), não afeta de forma significativa os resultados de confiabilidade referentes ao deslocamento axial da frente de escavação. Nestes casos, a diferença percentual entre os resultados de β ficaram abaixo de 1% com a variação de δ_φ e δ_{E_m} entre 10% e 20%.

As funções densidade de probabilidade lognormal das Figuras 7.13 e 7.14 descrevem a variabilidade dos deslocamentos axiais máximos da função Z_5 , onde a área abaixo das curvas para $u_i > 80$ mm representam a probabilidade de falha obtida. São definidas apenas as distribuições para os planejamentos CCD12 e CCD14, que fornecem os melhores resultados de confiabilidade, tanto para as solicitações de deslocamentos radiais (item 7.2.1) como axiais. As curvas referentes ao planejamento CCD10 são definidas apenas para fins de comparação.

Na comparação das curvas azul e vermelha das Figuras 7.13 e 7.14, verifica-se que a instalação do revestimento não contribui significativamente para a redução dos deslocamentos axiais máximos, uma vez que a redução da dispersão entre as curvas muda pouco. A análise das curvas preta e verde define que o aumento da densidade de tirantes radiais também não contribui para a redução dos deslocamentos axiais máximos. Como já é esperado, a instalação dos tirantes frontais fornecem reduções significativas dos deslocamentos axiais máximos, melhorando os índices de confiabilidade, conforme mostra a redução das dispersões na comparação entre as curvas vermelha e preta ou verde nas Fig. 7.13 e 7.14.

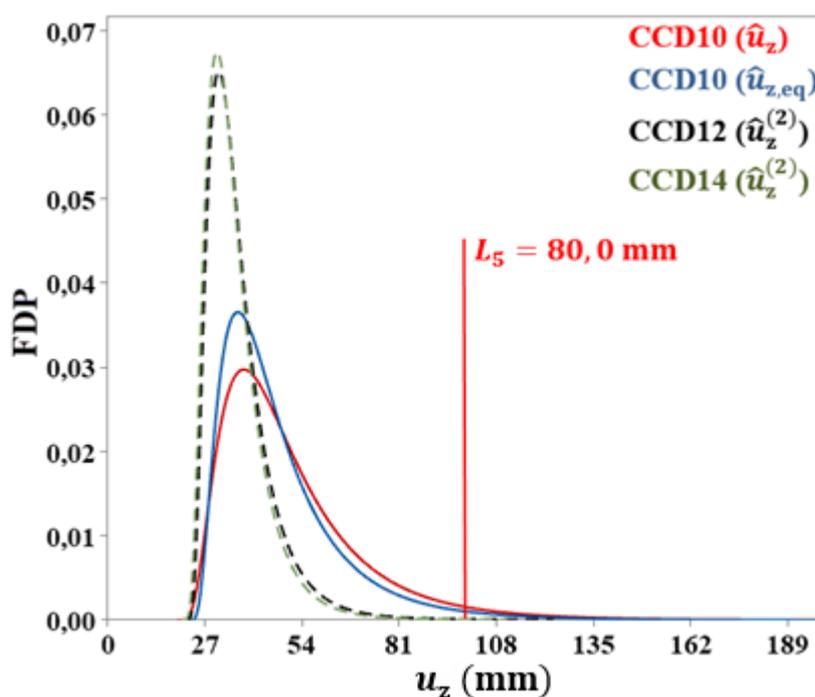


Figura 7.13: Funções densidade de probabilidade dos principais planejamentos do Túnel C: verificação dos túneis com tirantes e sem revestimento (Elaborado pelo autor).

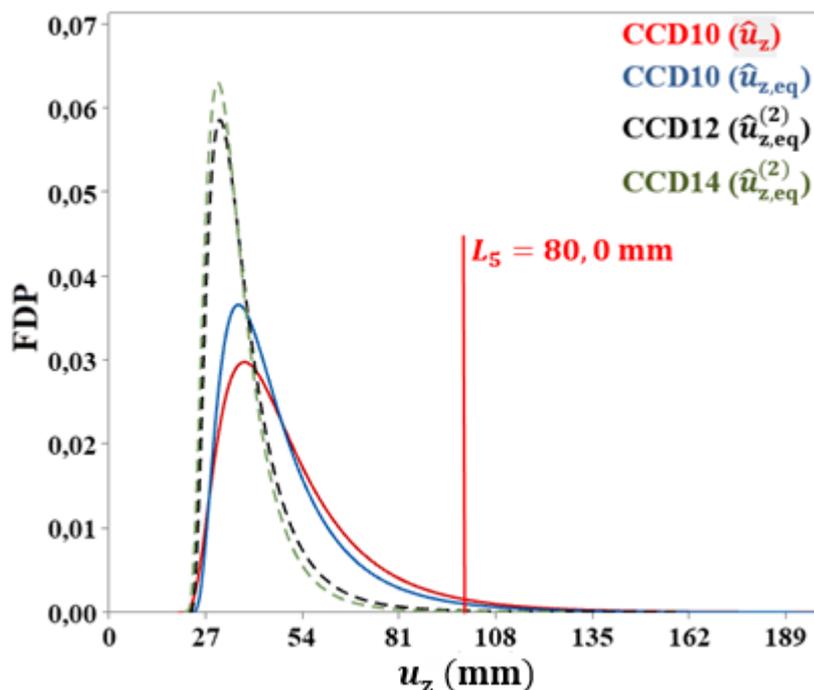


Figura 7.14: Funções densidade de probabilidade dos principais planejamentos do Túnel C: verificação dos túneis com tirantes e revestimento (Elaborado pelo autor).

Os valores médios e desvios-padrões dos deslocamentos axiais máximos são apresentados na Tab. 7.20, onde são descritos apenas os valores referentes as curvas da Fig. 7.14. De forma análoga aos resultados para os deslocamentos radiais máximos, as médias e desvios padrões da Tab. 7.20 apresentam reduções visivelmente em concordância com as curvas da Fig. 7.14, o que verifica os resultados obtidos.

Tabela 7.20: Parâmetros estatísticos do Túnel C obtidos por meio do método de Monte Carlo para as solicitações definidas na Figura 7.14.

PLANEJAMENTOS	PARÂMETROS ESTATÍSTICOS DE \hat{u}_i	
CCD10	$\mu_{\hat{u}_z} = 49,21 \text{ mm}$	$\sigma_{\hat{u}_z} = 20,81 \text{ mm}$
	$\mu_{\hat{u}_{z,eq}} = 47,77 \text{ mm}$	$\sigma_{\hat{u}_{z,eq}} = 16,00 \text{ mm}$
CCD12	$\mu_{\hat{u}_{z,eq}^{(2)}} = 36,54 \text{ mm}$	$\sigma_{\hat{u}_{z,eq}^{(2)}} = 10,02 \text{ mm}$
CCD14	$\mu_{\hat{u}_{z,eq}^{(2)}} = 35,53 \text{ mm}$	$\sigma_{\hat{u}_{z,eq}^{(2)}} = 9,79 \text{ mm}$

Fonte: elaborado pelo autor.

Por fim, os valores médios dos deslocamentos axiais máximos u_i do Túnel C também são obtidos diretamente através da simulação com o GEOMEQ91 e utilizando os parâmetros médios e fixos do túnel nas simulações. A Figura 7.15 ilustra as curvas de deslocamentos axiais

para 25 metros a frente da face de escavação do Túnel C simulado no GEOMECC91, onde novamente são apresentados apenas os resultados para os planejamentos de maior importância (descritos na Fig. 7.14 e Tab. 7.20). Os deslocamentos axiais máximos são dados na origem do gráfico (face da escavação) e tendem a reduzir abruptamente para distâncias a frente da face.

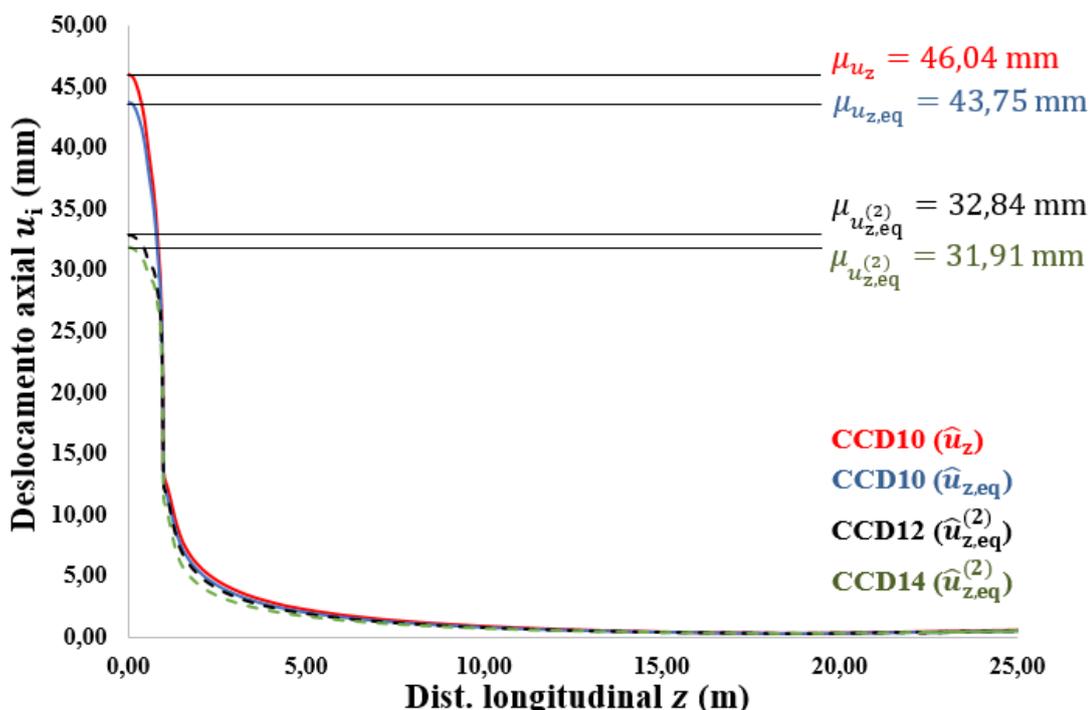


Figura 7.15: Curvas de deslocamentos radiais com o avanço da escavação obtidos para a última escavação do Túnel C no software GEOMECC91 (Elaborado pelo autor).

Conforme ocorreu com os deslocamentos radiais no item 7.2.1, os resultados da Figura 7.15 mostram que os deslocamentos axiais médios das simulações também atingem valores médios próximos aos obtidos com as funções aproximadoras através do método de Monte Carlo na Tab. 7.20. É possível observar também a redução das solicitações máximas, provocadas pela instalação dos tirantes frontais, ao comparar as curvas dos planejamentos CCD12 e CCD14 com CCD10 na Fig. 7.15. As diferenças entre os deslocamentos máximos da Fig. 7.15 e da Tab. 7.20 seguem abaixo de 7,0% para todos os planejamentos ilustrados.

Com a análise de confiabilidade referente aos deslocamentos axiais máximos finalizada, é possível definir as condições estruturais finais para o Túnel C que produzem os melhores resultados de confiabilidade frente as solicitações de deslocamentos radiais e axiais na escavação. As condições impostas pelo planejamento CCD14, túnel com revestimento em concreto projetado e densidade de tirantes radiais e frontais $\delta_r = \delta_f = 2,0 \text{ t./m}^2$, são as que

apresentaram os melhores resultados de confiabilidade para o Túnel C. Deste modo, as Figs. 7.16 e 7.17 apresentam os histogramas para o planejamento CCD14 com revestimento, para os casos da função Z_5 referente as solicitações por deslocamentos radiais e frontais. Os histogramas referentes ao planejamento CCD10, sem reforço por tirantes e revestimento, também são apresentados para fins de comparação.

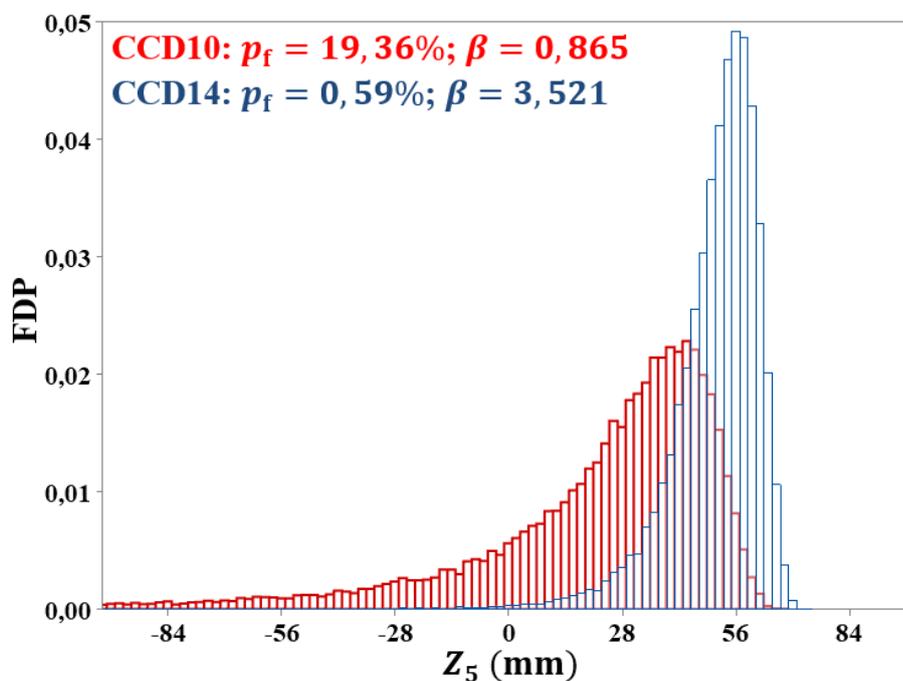


Figura 7.16: Histogramas da função performance Z_5 referentes as solicitações por deslocamentos radiais para as situações favoráveis e desfavoráveis de confiabilidade.

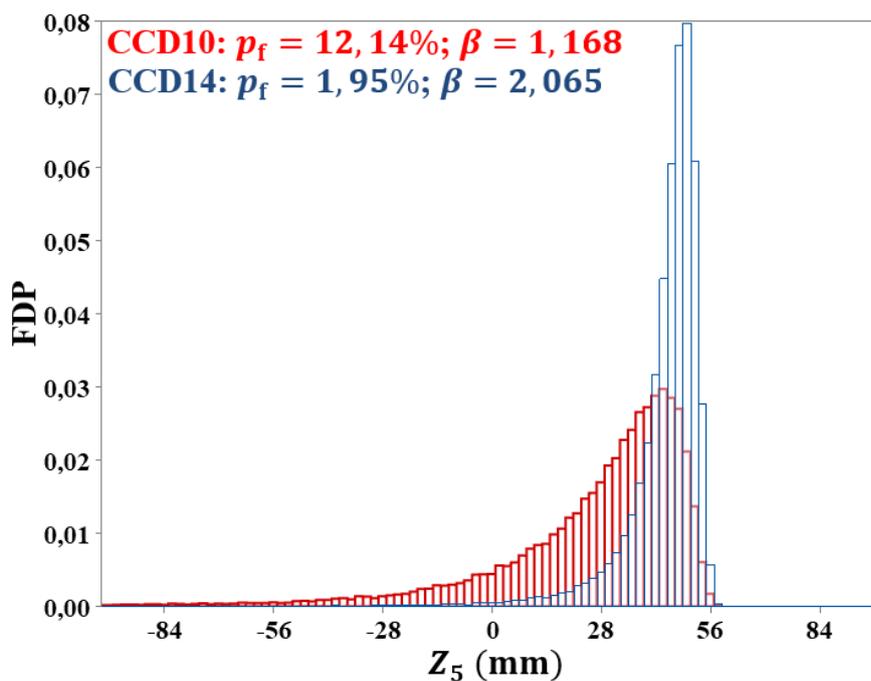


Figura 7.17: Histogramas da função performance Z_5 referentes as solicitações por deslocamentos axiais para as situações favoráveis e desfavoráveis de confiabilidade.

Os histogramas das Figuras 7.16 e 7.17 estão em concordância com os resultados de confiabilidade obtidos, uma vez que em ambas as solicitações ocorrem grandes reduções na dispersão dos histogramas de CCD14 quando comparados aos de CCD10. Desta forma, a implementação do planejamento CCD14 gera reduções na quantidade de valores negativos de Z_5 e, conseqüentemente, o aumento dos índices de confiabilidade.

8 CONCLUSÕES

Neste trabalho foi apresentado um amplo estudo de confiabilidade aplicado a análises geotécnicas e estruturais de túneis. As análises foram realizadas através de modelos analíticos e computacionais. As análises de confiabilidade foram aplicadas em três casos distintos de túneis, caracterizados pelos componentes estruturais aplicados: suporte em concreto projetado e reforço por meio de tirantes passivos radiais e frontais. O estudo da confiabilidade associada ao Método de Homogeneização, aplicado na análise do comportamento mecânico de túneis reforçados com tirantes passivos, foi tratado com maior ênfase.

Os principais modelos e conceitos para a análise analítica e numérica de túneis foram fundamentados de forma consistente no referencial teórico do trabalho, assim como os métodos e conceitos básicos da confiabilidade aplicada em engenharia de túneis.

Referente ao estudo de túneis sem reforço do maciço escavado, foi apresentada uma abordagem analítica baseada no comportamento do maciço em regime elástico e elasto-plástico, além da metodologia numérica baseada no Método dos Elementos Finitos e no uso do software GEOMEQ91. Para os casos de túneis reforçados com tirantes passivos, as metodologias analíticas em elasticidade e elasto-plasticidade foram descritas em detalhes juntamente com as simulações numéricas. A metodologia de análise assim como sua implementação foram validadas através de comparações com trabalhos disponíveis na literatura.

Os métodos de Monte Carlo e FORM foram adotados para as análises de confiabilidade deste trabalho, ambos os métodos e suas variantes foram detalhados de forma ampla e consistente. O Método da Superfície de Resposta (MSR) associado ao *Central Composite Design* (CCD) foi a metodologia de maior importância no trabalho. Como os métodos de confiabilidade adotados exigem metodologias analíticas para o bom funcionamento, o MSR associado ao CCD forneceu funções analíticas aproximadas aos modelos numéricos e demais modelos não compatíveis com as metodologias de confiabilidade. Deste modo, foi possível a obtenção de resultados de confiabilidade para todas as metodologias de túneis do estudo.

Os métodos de Monte Carlo e FORM foram programados na linguagem Python e verificados a partir de resultados obtidos no estudo de confiabilidade da zona plástica desenvolvido por Li & Low (2010), o que permitiu o uso dos algoritmos desenvolvidos na obtenção dos resultados de confiabilidade deste trabalho. Todos os resultados obtidos apresentaram boa concordância na comparação entre os dois métodos de confiabilidade utilizados, o que verificou os resultados de confiabilidade obtidos na análise de todos os túneis propostos.

Para os três túneis estudados foi utilizado o MSR para a obtenção das funções aproximadoras, necessárias para o cálculo das solicitações nos túneis, definidas pelas modelagens via GEOMEQ91 e processo iterativo de cálculo da zona plástica. Neste caso, um algoritmo de automatização das simulações foi desenvolvido na linguagem Python, o que permitiu realizar de forma rápida e eficiente a grande quantidade de simulações necessárias para obter as funções aproximadoras das solicitações. Todas as funções aproximadoras obtidas foram verificadas, através da comparação dos resultados das mesmas com os obtidos pelos modelos originais, apresentando excelente concordância de resultados das solicitações conforme observado nos Apêndices A, B e C.

Os resultados referentes ao Túnel A mostraram um considerável ganho de tempo computacional quando o método de Monte Carlo com amostragem por importância é utilizado, sendo esta metodologia indicada quando os índices de confiabilidade atingem valores altos. A análise de confiabilidade da zona plástica do Túnel A apresentou bons resultados sem a aplicação de qualquer tipo de revestimento no túnel, onde os resultados de confiabilidade ainda apresentaram uma melhora razoável quando a pressão do revestimento é considerada.

Quando a análise de confiabilidade referente aos deslocamentos radiais do Túnel A foi considerada, verificou-se que o aumento da distância d_0 foi eficiente na contenção dos deslocamentos radiais e na melhora dos níveis de confiabilidade. Por outro lado, o aumento da espessura do revestimento t_c não foi eficaz na melhora dos níveis de confiabilidade como o aumento da distância d_0 . Os planejamentos CCD2 e CCD4, que consideram o aumento de d_0 com parâmetros de revestimento econômicos, foram os que obtiveram os melhores parâmetros de confiabilidade para o Túnel A: $p_f = 0,08\%$ e $\beta = 3,166$ para CCD2; $p_f = 2,39E - 08\%$ e $\beta = 6,226$ para CCD4. Os parâmetros estruturais dos planejamentos CCD2 e CCD4 também mantiveram bons níveis de confiabilidade para a zona plástica da escavação, onde os valores médios da pressão de equilíbrio do revestimento ficaram acima de 0,50 MPa, o que gerou probabilidades de falha estrutural da zona plástica abaixo de 0,05% e índices β acima de 3,30. A correlação entre a coesão e o ângulo de atrito do maciço escavado não apresentou influências significativas nos resultados finais do Túnel A.

Os resultados de confiabilidade do Túnel B mostraram a importância do reforço com tirantes passivos, associado com revestimentos, na contenção das zonas plásticas e deslocamentos radiais da escavação. Foram produzidas melhoras significativas dos níveis de confiabilidade em todos os casos do túnel B reforçado com tirantes e considerando o revestimento, na comparação com o túnel sem qualquer tipo de reforço ou revestimento. Os planejamentos CCD7 e CCD8 mostraram que o aumento da densidade de tirantes radiais ou do

diâmetro dos tirantes produz reduções da probabilidade de falha estrutural para valores abaixo de 1% no caso da zona plástica e próximos a este valor para o deslocamento radial. Posteriormente, a redução da taxa de desconfinamento na instalação dos tirantes produziu níveis de confiabilidade ótimos, com probabilidade de falha estrutural abaixo de 1% tanto para a zona plástica como deslocamento radial do Túnel B. Deste modo, o planejamento CCD9 apresentou as melhores condições estruturais, fornecendo níveis de confiabilidade excelentes para o Túnel B (probabilidades de falha abaixo de 1% tanto para zona plástica como deslocamento radial).

A análise do Túnel C foi baseada em sua totalidade nas simulações numéricas por meio do GEOMECH91, onde foram analisados os deslocamentos radiais máximos na parede da escavação e os deslocamentos axiais máximos na frente de escavação do túnel. Para a análise referente aos deslocamentos radiais máximos, o aumento dos níveis de confiabilidade para valores aceitáveis foi proporcionado principalmente pela instalação do revestimento em concreto projetado associado ao reforço com tirantes radiais. Apenas a aplicação dos tirantes no maciço escavado não produziu melhoras significativas na confiabilidade para o deslocamento radial, o que sugere que os tirantes apresentam uma função principal de fornecer estabilidade ao maciço escavado e não efetivamente conter o aumento dos deslocamentos. Os tirantes radiais atuaram de forma secundária na melhora dos índices de confiabilidade através do aumento da densidade dos mesmos na escavação, enquanto os tirantes frontais não influenciaram a confiabilidade de forma significativa no caso dos deslocamentos radiais.

Para a análise referente aos deslocamentos axiais máximos na frente de escavação, o aumento dos níveis de confiabilidade para valores aceitáveis foi proporcionado principalmente pela instalação dos tirantes frontais. A influência dos tirantes radiais na redução da probabilidade de falha para os deslocamentos axiais foi mínima, da mesma forma a instalação do revestimento em concreto projetado produziu efeito mínimo na redução da confiabilidade para os deslocamentos axiais.

As verificações das correlações entre a coesão e o ângulo de atrito do maciço para o Túnel C mostraram novamente uma influência mínima da correlação destes parâmetros na mudança dos deslocamentos radiais, frontais e nos parâmetros de confiabilidade. Na análise da variabilidade dos parâmetros geotécnicos do maciço do Túnel C, a coesão foi o parâmetro que influenciou de forma significativa os índices de confiabilidade tanto dos deslocamentos radiais como frontais.

O planejamento CCD14, com revestimento em concreto projetado, foi o que apresentou os melhores resultados de confiabilidade para o Túnel C na contenção dos deslocamentos radiais e frontais. Os níveis de confiabilidade otimizados foram obtidos principalmente pelo

aumento na densidade de tirantes radiais e frontais, associados ao revestimento em concreto projetado. Apesar de a probabilidade de falha para os deslocamentos axiais, no caso do planejamento CCD14, ficar um pouco acima de 1%, estes resultados podem ser melhorados aumentando a densidade de tirantes frontais da escavação.

De forma geral, este trabalho apresentou uma metodologia clara e objetiva para o estudo da confiabilidade utilizando metodologias analíticas e numéricas de análise de túneis. A análise de confiabilidade através das metodologias analíticas baseadas no Método de Homogeneização, bem como todas as análises de confiabilidade através da modelagem numérica via GEOMEQ91 são estudos inéditos a serem agregados na bibliografia científica sobre o assunto. Os resultados obtidos fortalecem o bom funcionamento da metodologia desenvolvida, a qual oferece procedimentos funcionais de verificação de segurança em túneis, sendo este um setor da engenharia que necessita de extrema atenção e segurança nas fases de análise geotécnica e estrutural.

Como continuidade e estudos futuros associados a este trabalho, diversos aspectos podem ser investigados no contexto da modelagem de túneis e estudos de confiabilidade baseados nas técnicas MSR e CCD. Como exemplo podem ser citados os modelos analíticos e numéricos aplicados a túneis em meios viscoplásticos ou poroplásticos, a utilização de outros softwares de análise, bem como outros critérios de plasticidade para o maciço. A utilização de outros procedimentos de reforço e suporte estrutural, como anéis metálicos, enfilagens e suportes em concreto pré-moldado, também são nichos de estudo a serem explorados. A modelagem numérica tridimensional de túneis, que é um campo de estudo recente e em constante desenvolvimento na atualidade, é uma metodologia que, em um futuro próximo, certamente poderá ser associada a modelos de confiabilidade, o que permitirá obter resultados de análise de segurança em túneis muito próximos da realidade.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AFTES. Association Française des Tunnels et de l'Espace Souterrain. **Recommendations on the convergence-confinement method**. Paris. 2001. 11p.

ALMEIDA E SOUZA, J. **Túneis em maciços terrosos: comportamento e modelação numérica**, 1998 *apud* MARQUES, E. O. R. **Simulação numérica da construção de túneis: análises bidimensionais versus análises tridimensionais**. 2014. 86 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade de Coimbra, Coimbra, 2014.

ANG, A. H.-S.; TANG, W. H. **Probability Concepts in Engineering Planning and Design. VOLUME II: DECISION, RISK, AND RELIABILITY**. 1ª ed. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1984.

ANG, A. H.-S.; TANG, W. H. **Probability Concepts in Engineering - Emphasis on Applications to Civil and Environmental Engineering**. 2ª ed. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc., 2007.

AYYUB, B. M.; MCCUEN, R. H. **Probability , Statistics , and Reliability for Engineers and Scientists**. 3ª ed. New York: Taylor & Francis Group, 2011.

BARTON, N.; LIEN, R.; LUNDE, J. Engineering Classification of Rock Masses for the Design of Tunnel Support. **Rock Mech.** v. 6, p. 183-236, 1974.

BECK, A.T. **Confiabilidade e Segurança das Estruturas**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2019.

BENAMAR, I. **Etude des effets différés dans les tunnels profonds**. 1996. 207 f. Tese (Doutorado) - Marne-la-Vallée, l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, 1996.

BERNAUD, D. **Tunnels profonds dans les milieux viscoplastiques: approches expérimentale et numérique**. 1991. 353 f. Tese (Doutorado) - Marne-la-Vallée, l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, 1991.

BERNAUD, D.; BENAMAR, I.; ROUSSET, G. La "nouvelle méthode implicite" pour le calcul des tunnels dans les milieux élastoplastiques et viscoplastiques. **Revue Française de Géotechnique**, [s. l.], n. 68, p. 3–19, 1994.

BERNAUD, D.; DE BUHAN, P.; MAGHOUS, S. Calcul numérique des tunnels boulonnés par une méthode d'homogénéisation. **Revue Française de Géotechnique**, v. 1, n. 73, p. 53–65, 1995a.

BERNAUD, D.; DE BUHAN, P.; MAGHOUS, S. Numerical simulation of the convergence of a bolt-supported tunnel through a homogenization method. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, v. 19, n. 4, p. 267–288, 1995b.

BERNAUD, D.; MAGHOUS, S.; DE BUHAN, P.; COUTO, E. A numerical approach for design of bolt-supported tunnels regarded as homogenized structures. **Tunneling and Underground Space Technology**, v. 24, n. 5, p. 533–546, 2009.

BERNAUD, D.; ROUSSET, G. La "nouvelle méthode implicite" pour l'étude du dimensionnement des tunnels. **Revue Française de Géotechnique**, [s. l.], n. 60, p. 5–26, 1992.

BIENIAWSKI, Z. T. **Engineering Rock Mass Classification: A Complete Manual for Engineers and Geologists in Mining, Civil, and Petroleum Engineering**. 1^a ed. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1989.

BJURELAND, W.; SPROSS, J.; JOHANSSON, F.; PRÄSTINGS, A.; LARSSON, S. Reliability aspects of rock tunnel design with the observational method. **International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences**, v. 98, n. 1, p. 102-110, 2017.

BJURELAND, W.; JOHANSSON, F.; Sjölander, A.; SPROSS, J.; LARSSON, S. Probability distributions of shotcrete parameters for reliability-based analyses of rock tunnel support. **Tunnelling and Underground Space Technology**, v. 87, n. 1, p. 15-26, 2019.

BOX, G. E. P.; MULLER, M. E. A note on the generation of normal deviates. **Annals of Mathematics and Statistics**, [s. l.], v. 29, p. 610–611, 1958.

BOX, G. E. P.; WILSON, K. B. On the Experimental Attainment of Optimum Conditions. **Journal of the Royal Statistical Society Series B**, v. 13, n. 1, p. 1-45, 1951.

BRADY, B.; BROWN, E. **Rock Mechanics for underground mining**. 3^aed. New York: Springer Science + Business Media Inc., 2005.

BRANTMARK, J. **Rock Support in Weak Rock – A Case Study Based on the Uri Project**. 1998. 154f. Tese (Doutorado) – KTH Royal Institute of Technology, Stockholm, 1998.

BUCHER, C. Adaptive sampling an interative fast Monte Carlo procedure. **Strutural Safety**, v. 5, n. 2, p. 119-126, 1988.

CECIL, O. S. **Correlation of Rockbolts - Shotcret Support and Rock Quality Parameters in Scandinavian Tunnels**. 1970. 414 f. Tese (Doutorado) - University of Illinois, Urbana.

COOK, R. D. **Finite Element Modeling for Stress Analysis**. 1 ed. New York: John Wiley & Sons Inc., 1995.

CORBETTA, F. **Nouvelles méthodes d'étude des tunnels profonds: calculs analytiques et numériques**. 1990. 188 f. Tese (Doutorado) - École Nationale Supérieure des mines, Paris, 1990.

COUTO, E. C. **Um modelo tridimensional para túneis escavados em rocha reforçada por tirantes passivos**. 2011. 143 f. Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2011.

DE BUHAN, P. **Approache fondamentale du calcul à la rupture des ouvrages em sols renforcés**. 1986. Tese (Doutorado) – Université Pierre et Marie Curie, Paris, 1986.

DE BUHAN, P.; SALENÇON, J. Yield Strength of Reinforced Soils as Anisotropic Media. In: BOEHLER, J. P. (Ed.). **Yielding, Damage, and Failure of Anisotropic Solids**. London: Mechanical Engineering Publications, 1990. p. 791–803.

DE BUHAN, P.; SUDRET, B. Micropolar multiphase model for materials reinforced by linear inclusions. **Eur. J. Mech. A/Solids**, [s. l.], v. 19, p. 669–687, 2000.

DE BUAHN, P.; BOURGEOIS, E.; HASSEN, G. Numerical simulation of bolt-supported tunnels by means of a multiphase model conceived as an improved homogenization procedure. **International Journal of Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, v. 13, n. 32, p. 1597-1615, 2008.

DE BUHAN, P.; HASSEN, G. Multiphase approach as a generalized homogenization procedure for modelling the macroscopic behaviour of soils reinforced by linear inclusions. **European Journal of Mechanics A/Solids**, v. 27, p. 662–679, 2008.

DEERE, D. U. Technical Description of Rock Cores for Engineering Purposes. **Rock Mechanics and Engineering Geology**, V. 1, n. 1, p. 17-22, 1967.

DESIGN EXPERT SOFTWARE. Versão 13.0.5.0. Minneapolis: Stat-Ease Inc. 2021.

DRUCKER, D. C.; PRAGER, W. Soil mechanics and plastic analysis or limit design. **Q Appl Math**. v. X, n. 2, p. 157-165, 1952.

ELWI, A; HRUDEY, T.M. Finit element model for curved embedded reinforcement. **Journal of Engineering Mechanics Division**, v. 115,n. 4, p. 740-754, 1989.

FRANÇA, P. T. **Estudo do comportamento de túneis: análise numérica tridimensional com modelos elasto-plásticos**. 2006. 185 f. Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.

GALLI, G.; GRIMALDI, A.; LEONARDI, A. Three-dimensional modelling of tunnel excavation and lining. **Computers and Geotechnics**. v. 31, n. 3, p. 171-183, 2004.

GALOBARDES, I.; CAVALARO, S.; AGUADO, A.; GARCIA, T. Estimation of the modulus of elasticity for sprayed concrete. **Construction and Building Materials**. v. 53, n. 1, p. 48-58, 2014.

GHAROUNI-NIK, M.; MEYSAM, N.; AHADI, S.; ALIMORADI, Z. Reliability analysis of idealized tunnel support system using probability-based methods with case studies. **International Journal of Advanced Structural Engineering**, v. 6, n. 53, p. 1-24, 2014.

GOMES, R. A. M. F. **Análise tridimensional de túneis considerando o comportamento dependente do tempo na interação maciço-suporte**. 2006. 344f. Tese (Doutorado em Geotecnia) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2006.

GOMES, H. M. **Técnicas de avaliação da confiabilidade de estruturas de concreto armado**. 2001. 231 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – PPGEC, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. 2001

GREUELL, E. **Etude du soutènement des tunnels par boulons passifs dans les sols et les roches tendres, par une méthode d’homogénéisation**. 1993. Ecole Polytechnique, [s. l.], 1993.

GREUELL, E.; DE BUHAN, P.; PANET, M.; SALENÇON, J. Behaviour of tunnels reinforced by untensioned bolts. In: 13th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering., 1994, New Delhi,. **Proceedings...** New Delhi, 1994. p. 1-4.

HALDAR, A.; MAHADEVAN, S. **Probability, Reliability, and Statistical Methods in Engineering Design**. 1^a ed. New York: John Wiley & Sons, Inc., 2000.

HASSEN, G.; GUEGUIN, M.; DE BUHAN, P. No Title. **European Journal of Mechanics - A/Solids**, [s. l.], v. 37, p. 266–280, 2013.

HASOFER, A. M.; LIND, M. C. An Exact and Invariant First Order Reliability Format. **Journal of Engineering Mechanics**, Vol. 100, pp. 111-121, 1974.

HOEK, E. Reliability of Hoek-Brown Estimates of Rock Mass Properties and their Impact on Design. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, v. 35, n 1, p. 63-68, 1998.

HOEK, E; BROWN, E.T. **Underground Excavations in Rock**. 1^a Ed. London: E & FN Spon, 1980.

HOLMBERG, M.; STILLE, H. **The observational method and deformation measurements in tunnels**. Stockholm: SveBeFo, 2009.

IFTIMIE, T. **Contributions to the concept and structural analysis of precast circular linings for shield driven tunnels**. 1996. 93 f. Tese (Doutorado) - Technical University of Civil Engineering Bucharest. Bucharest, 1996.

JOHANSSON, F.; BJURELAND, W. & SPROSS, J. **Application of Reliability-Based Design Methods to Underground Excavation in Rock**. 1 ed. Stockholm: BeFo Rapport 155, 2016.

KIRSTEN, H. A. D. The Combined Q/NATM System – The Design and Specification of Primary Tunnel Support. **S. Afr. Tunnelling**, v. 6, p. 18-23, 1983.

KOHNO, S. **Reliability-based design of tunnel support systems**. 1989. Tese (Doutorado) - University of Illinois, Urbana - Champaign, 1989.

KOHNO, S.; ANG, A.H.-S.; TANG, W. H. Reliability evaluation of idealized tunnel system. **Structural Safety**, v. 11, n. 2, p. 81-93, 1992.

LASO, E. **Application of Level II reliability methods to the design of tunnels liners (in Spanish)**. 1991. Ph.D Thesis - Universidad Politécnica de Madrid, Madrid.

LASO, E.; LERA, M. S. G.; ALARCÓN, E. A Level II reliability approach to tunnel support design. **Applied Mathematical Modelling**, v. 19, p. 371-382, 1995.

LI, H.; LOW, B. K. Reliability analysis of circular tunnel under hydrostatic stress field. **Computers and Geotechnics**, [s. l.], v. 37, n. 1–2, p. 50–58, 2010.

LI, T.; YANG, X. L. Probabilistic Stability Analysis of Subway Tunnels Combining Multiple

Failure Mechanisms and Response Surface Method. **International Journal of Geomechanics**, v. 18, n. 12, p. 1–14, 2018.

DER KIUREGHIAN, A.; LIU, P. L. Structural Reliability under incomplete probability information. *J. Engng. Mechanics*, v. 112, n. 1, p. 85–105, 1986.

LOW, B. K. & EINSTEIN, H. H. Reliability analysis of roof wedges and rockbolt forces in tunnels. **Tunneling and Underground Space Technology**, v. 38, p. 1-10, 2013.

LOW, B. K.; TANG, W.H. Efficient reliability evaluation using spreadsheet. **Journal of Engineering Mechanics. Reston**, v. 123, n. 7, p. 749-752, 1997.

LÜ, Q.; LOW, B. K. Probabilistic analysis of underground rock excavations using response surface method and SORM. **Computers and Geotechnics**. v. 1, n. 38, p. 1008-1021, 2011.

LÜ, Q.; XIAO, Z.; JI, J.; ZHENG, J. Reliability based design optimization for a rock tunnel support system with multiple failure modes using response surface method. **Tunneling and Underground Space Technology**, v. 70, p. 1-10, 2017.

LÜ, Q.; XIAO, Z.; ZHENG, J.; SHANG, Y. Probabilistic assessment of tunnel convergence considering spatial variability in rock mass properties using interpolated autocorrelation and response surface method. **Tunneling and Underground Space Technology**, v. 9, N. 6, p. 1619-1629, 2018.

MAGHOUS, S.; BERNAUD, D.; COUTO, E. Three-dimensional numerical simulation of rock deformation in bolt-supported tunnels: A homogenization approach. **Tunneling and Underground Space Technology**, v. 1, n. 31, p. 68–79, 2012.

MARQUES, E. O. R. **Simulação numérica da construção de túneis: análises bidimensionais versus análises tridimensionais**. 2014. 86 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade de Coimbra, Coimbra, 2014.

MELCHERS, R. E.; BECK, A. T. **Structural Reliability Analysis and Prediction**. 3^a ed. New York: John Wiley & Sons, Inc., 2018.

MOLLON, G.; DIAS, D.; SOUBRA, A. Probabilistic Analysis of Circular Tunnels in Homogeneous Soil Using Response Surface Methodology. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, v. 135, n. 1, p. 1314-1325, 2009.

MOLLON, G.; DIAS, D.; SOUBRA, A. Probabilistic Analysis of Pressurized Tunnels against Face Stability Using Collocation-Based Stochastic Response Surface Method. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, v. 137, n. 4, p. 385-397, 2011.

MONTGOMERY, D. C. **Design and analysis of Experiments**. John Wiley & Sons, New York, 2012.

MYERS, R. H.; MONTGOMERY, D. C.; ANDERSON-COOK, C. M. **Response surface methodology: process and product optimization using designed experiments**. 4^a ed. New Jersey: John Wiley & Sons Inc., 2016.

RUBINSTEIN, R. Y; KROESE, D. P. **Simulation and the Monte Carlo Method**. 3^a Ed. Hoboken: John Wiley & Sons Ltd, 2017.

NETO, E. A. S.; PERIC, D; OWEN, D. R. J. **Computational Methods for Plasticity: Theory and Applications**. 1^a Ed. United Kingdom: Jon Wiley & Sons Ltd. 2008.

NOWAK, A. S.; COLLINS, K. R. **Reliability of Structures**, Mc Graw Hill, 2000.

PANET, M. **Le calcul des tunnels par la méthode converge-confinement**. Presses de l'ENPC, Paris, 1995.

PANET, M.; GUELLEC, P. Contribution à l'Etude du Soutènement d'un Tunnel à l'Arrière du Front de Taille. In: 3rd Int. Cong. Rock Mechanics, 1974, Denver, Vol. II B. 1982.

PANET, M.; GUENOT, A. Analysis of convergence behind the face of a tunnel. In: TUNNELING 82, 1982, London. **Proceedings...** London: The institution of Mining and Metallurgy, 1982, pp. 197-204.

POTTS, D. M.; ZIDRAVKOVIC, L. **Finite element analysis in geotechnical engineering**. 1^a ed. Londres: Thomas Telford Ltd., 1999.

QUEVEDO, F. P. da M. **Comportamento a Longo Prazo de Túneis Profundos Revestidos com Concreto: Modelo em Elementos Finitos**. 2017. 208 f. Dissertação (Mestrado) Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. 2017.

RAO, S S. **The Finite Element Method in Engineering**. 1 ed. Miami: Elsevier Science & Technology, 2004.

RACKWITZ, R. **Practical Probabilistic Approach to Design**. Paris (França): Comité European du Béton, 1976. Boletim técnico n° 112.

RACKWITZ, R.; FIESSLER, B. **Note on Discrete Safety Cheking When Using Non-Normal Stochastic Models for Basic Variables**. Cambridge (USA): Load Project Working Session, 1976.

RUBINSTEIN, R. Y; KROESE, D. P. **Simulation and the Monte Carlo Method**. 3^a Ed. Hoboken: John Wiley & Sons Ltd, 2017.

SALENÇON, J. Contraction Quasi-Statique D'une Cavite a Symetrie Spherique Ou Cylindrique Dans Un Milieu Elasto-Plastique. **Annales Des Ponts Et Chaussees**, [s. l.], v. 4, p. 231–236, 1969.

SALENÇON, J. **Handbook of Continuum Mechanics: General Concepts Thermoelasticity**. 1^a ed. New York: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2001.

SCHERER, M. **Avaliação da confiabilidade de vigas de concreto armado pelo Método dos Elementos Finitos**. 2018. 180 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2018.

SILVA, C. C.; REAL, M. V.; MAGHOUS, S. A simplified approach to reliability evaluation of deep rock tunnel deformation using First-Order Reliability Method and Monte Carlo

simulations. **Rev. IBRACON Estrut. Mater.** v. 15, n. 1, p. 1-19, 2022.

SONG, L.; CHAN, C. e LOW, B. Reliability analysis of underground excavation in elastic-strain-softening rock mass. **Tunnelling and Underground Space Technology.** v. 1, n. 60, p. 66-79, 2016.

STILLE, H.; ANDERSSON, J.; OLSSON, L. **Information based design in rock engineering.** Stockholm: SveBeFo, 2003.

SUQUET, P. Elements of homogenization for inelastic solid mechanics. In: HOMOGENIZATION TECHNIQUES FOR COMPOSITE MEDIA. **Lecture Notes in Physics**, n. 272, Springer Verlag, p. 193-278, 1985.

SWOBODA, G.; MARENCE, M.; MADER, I. Finite element modelling of tunnel excavation. **Engineering Modelling**, v.6, p. 51-63, 1994.

TERZAGHI, K. Rock Defects and Loads on Tunnel Support. In: **Rock Tunneling with Steel Supports.** PROCTOR, R. V.; WHITE, T. Ohio: Commercial Shearing Co., 1946. pp 15-99.

TITELLO, E. P. **Análise da confiabilidade de vigas em concreto armado reforçado com fibras de aço em relação aos esforços transversais.** 2020. 160 f. Dissertação (Mestrado) Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. 2020.

VERMA, A. K.; KARANKI, D. R.; AJIT, S. **Reliability and Safety Engineering.** 2^a ed. Londres: Springer-Verlag London Ltd., 2016.

WICKHAM, G.; TIEDEMANN, H.; SKINNER, E. H. Suport Determination Based on Geologic Predictions. In: Rapid Excavation Tunneling Conference, Ottawa. **Proceedings...** Estados Unidos: American Institution of Mining Engineers, 1972, p. 43-64.

WULLSCHLÄGER, D.; NATAU, O. Studies of the composite system of rockmass and non-prestressed grouted rockbolts. In: International Symposium of Rock Bolting, 1983, Abisko, Suécia. **Proceedings...**, Balkema, 1983. p. 75-85.

WULLSCHLÄGER, D.; NATAU, O. The bolted rock mass as an anisotropic continuum. Material behaviour and design suggestions for rock cavities. In: Sixth International Congress on Rock Mechanics., 1987, Montreal. **Proceedings...** Balkema, 1987, p. 1321-1324.

ZENG, P.; SENENT, S. & JIMENEZ, R. Reliability analysis of circular tunnel face stability obeying Hoek-Brown failure criterion considering different distribution types and correlation structures. **Journal of Computing in Civil Engineering**, v. 29, n. 1, 2014.

ZHANG, Y.; DER KIUREGHIAN, A. Two improved algorithms for reliability analysis. In: **Reliability and optimization of structural systems.** Boston, Springer: 1995. p. 297-304.

ZHAO, H.; SHAOJUN, L; CHEN, B. The Reliability-Based Design Optimization of considering Rock-Support Interaction for Rock Tunnels. **KSCE Journal of Civil Engineering**, v. 2021, n. 1, p. 1-13, 2021.

ZHAO, H.; WANG, M.; CHEN, B.; SHAOJUN, L. Sparse Polynomial Chaotic Expansion for

Uncertainty Analysis of Tunnel Stability. **KSCE Journal of Civil Engineering**, v. 1, n. 1, p. 1-12, 2022.

ZHOU, Y. D.; CHEUK, C. .; THAM, L. G. An embedded bond-slip model for finite element modelling of soil-nail interaction. **Computers and Geotechnics Geotechnics**, v. 36, 2009.

APÊNDICE A – FUNÇÕES DE SUPERFÍCIE DE RESPOSTA APLICADAS AO ESTUDO DE CONFIABILIDADE DO TÚNEL A

As funções de superfície de resposta, resultados e verificações descritos a seguir são referentes aos planejamentos compostos centrais descritos no item 5.7.1 para o Túnel A.

• PLANEJAMENTO CCD1:

Após a realização das 30 simulações com o GEOMEQ91, o software *Design Expert* define as funções aproximadoras de u_0 e u_{eq} com base em uma regressão com transformação em raiz quadrada para linearizar as respostas:

$$\begin{aligned} \sqrt{\hat{u}_0/R_i} = & 0,058 - 0,033\varphi - 0,02c - 9,4E - 05E_m + 0,024P_\infty + 0,024\varphi c \\ & + (2,1E - 05)\varphi E_m - 0,012\varphi P_\infty + (5,739E - 06)cE_m - 0,004cP_\infty \\ & - (8,175E - 06)E_m P_\infty + 0,019\varphi^2 + 0,006c^2 + (6,389E - 08)E_m^2 \\ & - 5,9E - 5P_\infty^2 \end{aligned} \quad (A.1)$$

$$\begin{aligned} \sqrt{\hat{u}_{eq}/R_i} = & 0,066 - 0,038\varphi - 0,021c - (1,05E - 04)E_m + 0,027P_\infty + 0,030\varphi \\ & + (2,2E - 05)\varphi E_m - 0,014\varphi P_\infty + (5,955E - 06)cE_m - 0,004cP_\infty \\ & - (8,95E - 06)E_m P_\infty + 0,029\varphi^2 + 0,006c^2 + (7,256E - 08)E_m^2 \\ & + (3,7E - 5)P_\infty^2 \end{aligned} \quad (A.2)$$

Onde \hat{u}_0 e \hat{u}_{eq} são dados em milímetros (mm) ou metros (m).

A Tabela A.1 mostra os níveis de ajustes R^2 dos tipos de funções aproximadoras propostas pelo software para determinar \hat{u}_0 e \hat{u}_{eq} , o que verifica que a função quadrática definida nas Eqs. (A.1) e (A.2) são adequadas aos resultados da modelagem numérica com precisão acima de 99%.

Tabela A.1: Verificação de ajustes R^2 das funções aproximadoras definidas para u_0 e u_{eq} no planejamento CCD1.

Solicitação	Função	R^2 Ajustado (%)	R^2 Previsto (%)
\hat{u}_0	Linear	99,49%	99,35%
	Quadrática	99,99%	99,98%
\hat{u}_{eq}	Linear	99,47%	99,31%
	Quadrática	99,99%	99,98%

Fonte: elaborada pelo autor.

As Tabelas A.2 e A.3 apresentam os resultados de u_0 e u_{eq} definidos pelas simulações em elementos finitos com o GEOMECC91, e \hat{u}_0 e \hat{u}_{eq} calculados pelas formulações equivalentes definidas pelas Eqs. (A.1) e (A.2), referente as 30 combinações definidas no software *Design Expert*.

Tabela A.2: Comparação entre os resultados do GEOMECC91 e do MSR para o deslocamento radial u_0 do planejamento CCD1.

AMOSTRAS (VARIÁVEIS DO MACIÇO)				GEOMECC 91	MSR	DIFERENÇA (%)
φ (rad)	c (MPa)	E_m (MPa)	P_∞ (MPa)	u_0 (mm)	\hat{u}_0 (mm)	$(\hat{u}_0 - u_0)/u_0$
0,236	1,65	550,00	4,40	22,50	22,33	0,75
0,262	1,50	600,00	4,00	18,81	18,69	0,62
0,236	1,65	550,00	3,60	17,23	17,08	0,90
0,262	1,50	500,00	3,20	16,04	15,92	0,78
0,288	1,35	550,00	4,40	23,33	23,17	0,67
0,236	1,35	550,00	4,40	24,50	24,33	0,71
0,262	1,50	400,00	4,00	25,28	25,13	0,62
0,262	1,50	500,00	4,00	21,51	21,37	0,63
0,314	1,50	500,00	4,00	20,72	20,57	0,77
0,262	1,80	500,00	4,00	20,31	20,21	0,51
0,236	1,35	450,00	3,60	21,31	21,21	0,48
0,262	1,50	500,00	4,00	21,51	21,37	0,63
0,262	1,50	500,00	4,00	21,51	21,37	0,63
0,209	1,50	500,00	4,00	22,37	22,27	0,48
0,236	1,65	450,00	4,40	26,05	25,91	0,53
0,288	1,35	550,00	3,60	17,70	17,57	0,76
0,288	1,65	450,00	3,60	19,35	19,24	0,54
0,262	1,20	500,00	4,00	23,50	23,33	0,72
0,262	1,50	500,00	4,80	27,71	27,57	0,50
0,236	1,35	450,00	4,40	28,34	28,20	0,49
0,288	1,35	450,00	3,60	20,48	20,38	0,51
0,262	1,50	500,00	4,00	21,51	21,37	0,63
0,288	1,65	550,00	3,60	16,74	16,61	0,80
0,288	1,65	550,00	4,40	21,63	21,46	0,79
0,288	1,35	450,00	4,40	26,98	26,87	0,41
0,236	1,65	450,00	3,60	19,93	19,82	0,59
0,236	1,35	550,00	3,60	18,40	18,27	0,73
0,262	1,50	500,00	4,00	21,51	21,37	0,63
0,288	1,65	450,00	4,40	25,04	24,90	0,54
0,262	1,50	500,00	4,00	21,51	21,37	0,63

Fonte: elaborada pelo autor.

Tabela A.3: Comparação entre os resultados do GEOMECC91 e do MSR para o deslocamento radial u_{eq} do planejamento CCD1.

AMOSTRAS (VARIÁVEIS DO MACIÇO)				GEOMECC 91	MSR	DIFERENÇA (%)
φ (rad)	c (MPa)	E_m (MPa)	P_∞ (MPa)	u_{eq} (mm)	\hat{u}_{eq} (mm)	$(\hat{u}_{eq} - u_{eq})/u_{eq}$
0,236	1,65	550,00	4,40	29,99	30,17	0,58
0,262	1,50	600,00	4,00	25,26	25,49	0,92
0,236	1,65	550,00	3,60	23,28	23,42	0,59
0,262	1,50	500,00	3,20	21,78	21,91	0,57
0,288	1,35	550,00	4,40	30,96	31,18	0,70
0,236	1,35	550,00	4,40	32,29	32,47	0,55
0,262	1,50	400,00	4,00	33,61	33,72	0,32
0,262	1,50	500,00	4,00	28,73	28,91	0,60
0,314	1,50	500,00	4,00	27,96	28,10	0,49
0,262	1,80	500,00	4,00	27,47	27,67	0,73
0,236	1,35	450,00	3,60	28,28	28,47	0,67
0,262	1,50	500,00	4,00	28,73	28,91	0,60
0,262	1,50	500,00	4,00	28,73	28,91	0,60
0,209	1,50	500,00	4,00	29,64	29,85	0,70
0,236	1,65	450,00	4,40	34,56	34,74	0,51
0,288	1,35	550,00	3,60	23,83	24,00	0,70
0,288	1,65	450,00	3,60	26,28	26,44	0,64
0,262	1,20	500,00	4,00	30,97	31,12	0,47
0,262	1,50	500,00	4,80	36,61	36,83	0,62
0,236	1,35	450,00	4,40	37,21	37,36	0,41
0,288	1,35	450,00	3,60	27,43	27,61	0,64
0,262	1,50	500,00	4,00	28,73	28,91	0,60
0,288	1,65	550,00	3,60	22,84	23,03	0,85
0,288	1,65	550,00	4,40	29,13	29,28	0,52
0,288	1,35	450,00	4,40	35,66	35,88	0,60
0,236	1,65	450,00	3,60	26,80	26,94	0,52
0,236	1,35	550,00	3,60	24,54	24,72	0,75
0,262	1,50	500,00	4,00	28,73	28,91	0,60
0,288	1,65	450,00	4,40	33,53	33,70	0,50
0,262	1,50	500,00	4,00	28,73	28,91	0,60

Fonte: elaborada pelo autor.

• PLANEJAMENTO CCD2:

Após a realização das 30 simulações com o GEOMECC91, o software *Design Expert* define as funções aproximadoras de u_0 e u_{eq} com base em uma regressão com transformação em logaritmo natural para linearizar as respostas:

$$\begin{aligned}
 \ln(\hat{u}_0/R_i) = & -4,437 - 1,963\varphi - 1,334c - 0,004E_m + 1,009P_\infty + 1,644\varphi c \\
 & + (7,3E - 05)\varphi E_m - 0,616\varphi P_\infty - (2,7E - 05)cE_m - 0,225cP_\infty \\
 & + (1,0E - 05)E_m P_\infty + 2,00\varphi^2 + 0,444c^2 + 1,968E - 06E_m^2 \\
 & - 0,011P_\infty^2
 \end{aligned} \tag{A.3}$$

$$\begin{aligned}
\ln(\hat{u}_{eq}/R_i) = & -4,411 - 1,891\varphi - 1,249c - 0,004E_m + 0,978P_\infty + 1,542\varphi c \\
& - (7,1E - 05)\varphi E_m - 0,578\varphi P_\infty - (9,73E - 06)cE_m - 0,218cP_\infty \\
& + (3,65E - 06)E_m P_\infty + 2,007\varphi^2 + 0,424c^2 + (1,87E - 06)E_m^2 \\
& - 0,011P_\infty^2
\end{aligned} \tag{A.4}$$

A Tabela A.4 mostra os níveis de ajustes R^2 para determinar \hat{u}_0 e \hat{u}_{eq} , o que verifica que a função quadrática definida nas Eqs. (A.3) e (A.4) são adequadas aos resultados da modelagem numérica com precisão acima de 99%.

Tabela A.4: Verificação de ajustes R^2 das funções aproximadoras definidas para u_0 e u_{eq} no planejamento CCD2.

Solicitação	Função	R^2 Ajustado (%)	R^2 Previsto (%)
\hat{u}_0	Linear	99,19%	98,94%
	Quadrática	99,99%	99,96%
\hat{u}_{eq}	Linear	99,21%	98,97%
	Quadrática	99,99%	99,97%

Fonte: elaborada pelo autor.

As Tabelas A.5 e A.6 apresentam os resultados de u_0 e u_{eq} definidos pelas simulações em elementos finitos com o GEOMECH91, e \hat{u}_0 e \hat{u}_{eq} calculados pelas formulações equivalentes definidas pelas Eqs. (A.3) e (A.4).

Tabela A.5: Comparação entre os resultados do GEOMECC91 e do MSR para o deslocamento radial u_0 do planeamento CCD2.

AMOSTRAS (VARIÁVEIS DO MACIÇO)				GEOMECC 91	MSR	DIFERENÇA (%)
φ (rad)	c (MPa)	E_m (MPa)	P_∞ (MPa)	u_0 (mm)	\hat{u}_0 (mm)	$(u_0 - \hat{u}_0)/\hat{u}_0$
0,236	1,65	550,0	4,40	42,62	42,52	0,23
0,262	1,50	600,0	4,00	34,66	34,69	0,09
0,236	1,65	550,0	3,60	30,65	30,63	0,07
0,262	1,50	500,0	3,20	29,32	29,27	0,17
0,288	1,35	550,0	4,40	47,42	47,39	0,05
0,236	1,35	550,0	4,40	51,01	51,04	0,07
0,262	1,50	400,0	4,00	51,57	51,48	0,16
0,262	1,50	500,0	4,00	41,44	41,43	0,02
0,314	1,50	500,0	4,00	39,68	39,68	0,00
0,262	1,80	500,0	4,00	37,21	37,35	0,37
0,236	1,35	450,0	3,60	42,44	42,49	0,11
0,262	1,50	500,0	4,00	41,44	41,43	0,02
0,262	1,50	500,0	4,00	41,44	41,43	0,02
0,209	1,50	500,0	4,00	43,75	43,72	0,07
0,236	1,65	450,0	4,40	51,88	51,79	0,17
0,288	1,35	550,0	3,60	33,18	33,23	0,13
0,288	1,65	450,0	3,60	36,54	36,50	0,11
0,262	1,20	500,0	4,00	49,96	49,74	0,44
0,262	1,50	500,0	4,80	57,85	57,91	0,11
0,236	1,35	450,0	4,40	62,04	62,14	0,15
0,288	1,35	450,0	3,60	40,41	40,49	0,20
0,262	1,50	500,0	4,00	41,44	41,43	0,02
0,288	1,65	550,0	3,60	29,99	29,94	0,19
0,288	1,65	550,0	4,40	40,56	40,50	0,14
0,288	1,35	450,0	4,40	57,69	57,71	0,03
0,236	1,65	450,0	3,60	37,33	37,34	0,01
0,236	1,35	550,0	3,60	34,87	34,88	0,05
0,262	1,50	500,0	4,00	41,44	41,43	0,02
0,288	1,65	450,0	4,40	49,39	49,34	0,08
0,262	1,50	500,0	4,00	41,44	41,43	0,02

Fonte: elaborada pelo autor.

Tabela A.6: Comparação entre os resultados do GEOMECC91 e do MSR para o deslocamento radial u_{eq} do planejamento CCD2.

AMOSTRAS (VARIÁVEIS DO MACIÇO)				GEOMECC 91	MSR	DIFERENÇA (%)
φ (rad)	c (MPa)	E_m (MPa)	P_∞ (MPa)	u_{eq} (mm)	\hat{u}_{eq} (mm)	$(u_{eq} - \hat{u}_{eq})/\hat{u}_{eq}$
0,236	1,65	550,0	4,40	48,89	48,82	0,14
0,262	1,50	600,0	4,00	39,97	40,03	0,15
0,236	1,65	550,0	3,60	35,38	35,35	0,07
0,262	1,50	500,0	3,20	33,69	33,65	0,11
0,288	1,35	550,0	4,40	54,10	54,13	0,04
0,236	1,35	550,0	4,40	58,09	58,12	0,05
0,262	1,50	400,0	4,00	58,41	58,35	0,11
0,262	1,50	500,0	4,00	47,39	47,40	0,02
0,314	1,50	500,0	4,00	45,49	45,49	0,00
0,262	1,80	500,0	4,00	42,77	42,93	0,38
0,236	1,35	450,0	3,60	48,26	48,34	0,16
0,262	1,50	500,0	4,00	47,39	47,40	0,02
0,262	1,50	500,0	4,00	47,39	47,40	0,02
0,209	1,50	500,0	4,00	49,89	49,91	0,03
0,236	1,65	450,0	4,40	58,99	58,94	0,08
0,288	1,35	550,0	3,60	38,18	38,23	0,12
0,288	1,65	450,0	3,60	41,77	41,77	0,01
0,262	1,20	500,0	4,00	56,67	56,47	0,34
0,262	1,50	500,0	4,80	65,71	65,81	0,15
0,236	1,35	450,0	4,40	70,09	70,17	0,11
0,288	1,35	450,0	3,60	46,07	46,15	0,18
0,262	1,50	500,0	4,00	47,39	47,40	0,02
0,288	1,65	550,0	3,60	34,62	34,60	0,07
0,288	1,65	550,0	4,40	46,66	46,61	0,12
0,288	1,35	450,0	4,40	65,28	65,35	0,11
0,236	1,65	450,0	3,60	42,68	42,68	0,00
0,236	1,35	550,0	3,60	40,00	40,04	0,11
0,262	1,50	500,0	4,00	47,39	47,40	0,02
0,288	1,65	450,0	4,40	56,31	56,27	0,07
0,262	1,50	500,0	4,00	47,39	47,40	0,02

Fonte: elaborada pelo autor.

• PLANEJAMENTO CCD3:

Após a realização das 30 simulações com o GEOMECC91, o software *Design Expert* define as funções aproximadoras de u_0 e u_{eq} com base em uma regressão com transformação em raiz quadrada e logaritmo natural para linearizar as respostas:

$$\begin{aligned}
 \sqrt{\hat{u}_0/R_i} = & 0,055 - 0,036\varphi - 0,022c - 8,5E - 05E_m + 0,024P_\infty + 0,019\varphi c \\
 & + (3,0E - 05)\varphi E_m - 0,010\varphi P_\infty + (1,1E - 05)cE_m - 0,003cP_\infty \\
 & - (9,315E - 06)E_m P_\infty + 0,017\varphi^2 + 0,005c^2 + (5,562E - 08)E_m^2 \\
 & - 1,6E - 4P_\infty^2
 \end{aligned} \tag{A.5}$$

$$\begin{aligned}
\ln(\hat{u}_{eq}/R_i) = & -5,479 - 1,309\varphi - 0,674c - 0,003E_m + 0,757P_\infty + 0,773\varphi c \\
& -(2,03E - 04)\varphi E_m - 0,289\varphi P_\infty + (1,0E - 04)cE_m - 0,082cP_\infty \\
& -(3,7E - 05)E_m P_\infty + 1,123\varphi^2 + 0,179c^2 + (1,47E - 06)E_m^2 \\
& -0,026P_\infty^2
\end{aligned} \tag{A.6}$$

A Tabela A.7 mostra os níveis de ajustes R^2 para determinar \hat{u}_0 e \hat{u}_{eq} , o que verifica que a função quadrática definida nas Eqs. (A.5) e (A.6) são adequadas aos resultados da modelagem numérica com precisão acima de 99%.

Tabela A.7: Verificação de ajustes R^2 das funções aproximadoras definidas para u_0 e u_{eq} no planejamento CCD3.

Solicitação	Função	R^2 Ajustado (%)	R^2 Previsto (%)
\hat{u}_0	Linear	99,54%	98,40%
	Quadrática	99,99%	99,98%
\hat{u}_{eq}	Linear	99,55%	98,40%
	Quadrática	99,99%	99,98%

Fonte: elaborada pelo autor.

As Tabelas A.8 e A.9 apresentam os resultados de u_0 e u_{eq} definidos pelas simulações em elementos finitos com o GEOMEQ91, e \hat{u}_0 e \hat{u}_{eq} calculados pelas formulações equivalentes definidas pelas Eqs. (A.5) e (A.6).

Tabela A.8: Comparação entre os resultados do GEOMECC91 e do MSR para o deslocamento radial u_0 do planeamento CCD3.

AMOSTRAS (VARIÁVEIS DO MACIÇO)				GEOMECC 91	MSR	DIFERENÇA (%)
φ (rad)	c (MPa)	E_m (MPa)	P_∞ (MPa)	u_0 (mm)	\hat{u}_0 (mm)	$(u_0 - \hat{u}_0)/\hat{u}_0$
0,236	1,65	550,00	4,40	19,54	19,79	1,25
0,262	1,50	600,00	4,00	16,35	16,62	1,65
0,236	1,65	550,00	3,60	14,86	15,08	1,51
0,262	1,50	500,00	3,20	13,73	13,91	1,31
0,288	1,35	550,00	4,40	20,24	20,45	1,07
0,236	1,35	550,00	4,40	21,26	21,50	1,13
0,262	1,50	400,00	4,00	21,69	21,86	0,77
0,262	1,50	500,00	4,00	18,59	18,81	1,17
0,314	1,50	500,00	4,00	17,83	18,03	1,14
0,262	1,80	500,00	4,00	17,38	17,66	1,65
0,236	1,35	450,00	3,60	18,42	18,60	1,02
0,262	1,50	500,00	4,00	18,59	18,81	1,17
0,262	1,50	500,00	4,00	18,59	18,81	1,17
0,209	1,50	500,00	4,00	19,42	19,66	1,24
0,236	1,65	450,00	4,40	22,51	22,73	0,97
0,288	1,35	550,00	3,60	15,32	15,52	1,30
0,288	1,65	450,00	3,60	16,44	16,62	1,11
0,262	1,20	500,00	4,00	20,40	20,55	0,75
0,262	1,50	500,00	4,80	24,03	24,30	1,11
0,236	1,35	450,00	4,40	24,58	24,80	0,90
0,288	1,35	450,00	3,60	17,60	17,80	1,11
0,262	1,50	500,00	4,00	18,59	18,81	1,17
0,288	1,65	550,00	3,60	14,39	14,60	1,51
0,288	1,65	550,00	4,40	18,73	18,97	1,27
0,288	1,35	450,00	4,40	23,36	23,56	0,85
0,236	1,65	450,00	3,60	17,01	17,22	1,25
0,236	1,35	550,00	3,60	15,99	16,19	1,25
0,262	1,50	500,00	4,00	18,59	18,81	1,17
0,288	1,65	450,00	4,40	21,51	21,75	1,08
0,262	1,50	500,00	4,00	18,59	18,81	1,17

Fonte: elaborada pelo autor.

Tabela A.9: Comparação entre os resultados do GEOMECC91 e do MSR para o deslocamento radial u_{eq} do planejamento CCD3.

AMOSTRAS (VARIÁVEIS DO MACIÇO)				GEOMECC 91	MSR	DIFERENÇA (%)
φ (rad)	c (MPa)	E_m (MPa)	P_∞ (MPa)	u_{eq} (mm)	\hat{u}_{eq} (mm)	$(u_{eq} - \hat{u}_{eq})/\hat{u}_{eq}$
0,236	1,65	550,00	4,40	25,81	25,81	0,02
0,262	1,50	600,00	4,00	21,71	21,75	0,21
0,236	1,65	550,00	3,60	19,94	19,94	0,02
0,262	1,50	500,00	3,20	18,62	18,65	0,15
0,288	1,35	550,00	4,40	26,65	26,70	0,16
0,236	1,35	550,00	4,40	27,85	27,90	0,17
0,262	1,50	400,00	4,00	28,85	28,85	0,00
0,262	1,50	500,00	4,00	24,66	24,68	0,09
0,314	1,50	500,00	4,00	23,95	23,97	0,08
0,262	1,80	500,00	4,00	23,47	23,55	0,32
0,236	1,35	450,00	3,60	24,32	24,35	0,14
0,262	1,50	500,00	4,00	24,66	24,68	0,09
0,262	1,50	500,00	4,00	24,66	24,68	0,09
0,209	1,50	500,00	4,00	25,55	25,58	0,12
0,236	1,65	450,00	4,40	29,72	29,74	0,08
0,288	1,35	550,00	3,60	20,45	20,47	0,07
0,288	1,65	450,00	3,60	22,44	22,44	0,02
0,262	1,20	500,00	4,00	26,76	26,72	0,12
0,262	1,50	500,00	4,80	31,57	31,58	0,05
0,236	1,35	450,00	4,40	32,20	32,24	0,12
0,288	1,35	450,00	3,60	23,52	23,56	0,15
0,262	1,50	500,00	4,00	24,66	24,68	0,09
0,288	1,65	550,00	3,60	19,54	19,55	0,05
0,288	1,65	550,00	4,40	25,00	25,00	0,01
0,288	1,35	450,00	4,40	30,77	30,82	0,17
0,236	1,65	450,00	3,60	22,91	22,91	0,02
0,236	1,35	550,00	3,60	21,12	21,13	0,08
0,262	1,50	500,00	4,00	24,66	24,68	0,09
0,288	1,65	450,00	4,40	28,75	28,78	0,09
0,262	1,50	500,00	4,00	24,66	24,68	0,09

Fonte: elaborada pelo autor.

• PLANEJAMENTO CCD4:

Após a realização das 30 simulações com o GEOMECC91, o software *Design Expert* define as funções aproximadoras de u_0 e u_{eq} com base em regressões análogas ao planejamento CCD2:

$$\begin{aligned}
 \ln(\hat{u}_0/R_i) = & -4,421 - 1,921\varphi - 1,331c - 0,004E_m + 0,993P_\infty + 1,631\varphi c \\
 & - (6,2E - 05)\varphi E_m - 0,611\varphi P_\infty - (2,3E - 05)cE_m - 0,221cP_\infty \\
 & + (8,57E - 06)E_m P_\infty + 1,953\varphi^2 + 0,441c^2 + (1,99E - 06)E_m^2 \\
 & - 0,009P_\infty^2
 \end{aligned} \tag{A.7}$$

$$\begin{aligned}
\ln(\hat{u}_{eq}/R_i) = & -4,401 - 1,872 - 1,268c - 0,004E_m + 0,968P_\infty + 1,555\varphi c \\
& + (4,9E - 06)\varphi E_m - 0,581\varphi P_\infty - (4,2E - 06)cE_m - 0,216cP_\infty \\
& + (1,56E - 06)E_m P_\infty + 1,968\varphi^2 + 0,426c^2 + (1,93E - 06)E_m^2 \\
& - 0,009P_\infty^2
\end{aligned} \tag{A.8}$$

A Tabela A.10 mostra os níveis de ajustes R^2 para determinar \hat{u}_0 e \hat{u}_{eq} , o que verifica que a função quadrática definida nas Eqs. (A.7) e (A.8) são adequadas aos resultados da modelagem numérica com precisão acima de 99%.

Tabela A.10: Verificação de ajustes R^2 das funções aproximadoras definidas para u_0 e u_{eq} no planejamento CCD4.

Solicitação	Função	R^2 Ajustado (%)	R^2 Previsto (%)
\hat{u}_0	Linear	99,19%	98,95%
	Quadrática	99,99%	99,96%
\hat{u}_{eq}	Linear	99,21%	98,97%
	Quadrática	99,99%	99,97%

Fonte: elaborada pelo autor.

As Tabelas A.11 e A.12 apresentam os resultados de u_0 e u_{eq} definidos pelas simulações em elementos finitos com o GEOMECH91, e \hat{u}_0 e \hat{u}_{eq} calculados pelas formulações equivalentes definidas pelas Eqs. (A.7) e (A.8).

Tabela A.11: Comparação entre os resultados do GEOMECC91 e do MSR para o deslocamento radial u_0 do planejamento CCD4.

AMOSTRAS (VARIÁVEIS DO MACIÇO)				GEOMECC 91	MSR	DIFERENÇA (%)
φ (rad)	c (MPa)	E_m (MPa)	P_∞ (MPa)	u_0 (mm)	\hat{u}_0 (mm)	$(u_0 - \hat{u}_0)/\hat{u}_0$
0,236	1,65	550,00	4,40	42,19	42,10	0,21
0,262	1,50	600,00	4,00	34,31	34,35	0,12
0,236	1,65	550,00	3,60	30,38	30,37	0,05
0,262	1,50	500,00	3,20	29,08	29,04	0,14
0,288	1,35	550,00	4,40	46,89	46,88	0,02
0,236	1,35	550,00	4,40	50,40	50,45	0,10
0,262	1,50	400,00	4,00	51,08	51,01	0,14
0,262	1,50	500,00	4,00	41,03	41,03	0,00
0,314	1,50	500,00	4,00	39,31	39,32	0,01
0,262	1,80	500,00	4,00	36,89	37,04	0,41
0,236	1,35	450,00	3,60	42,03	42,09	0,13
0,262	1,50	500,00	4,00	41,03	41,03	0,00
0,262	1,50	500,00	4,00	41,03	41,03	0,00
0,209	1,50	500,00	4,00	43,27	43,26	0,03
0,236	1,65	450,00	4,40	51,37	51,30	0,15
0,288	1,35	550,00	3,60	32,87	32,92	0,15
0,288	1,65	450,00	3,60	36,24	36,21	0,09
0,262	1,20	500,00	4,00	49,41	49,20	0,43
0,262	1,50	500,00	4,80	57,22	57,29	0,12
0,236	1,35	450,00	4,40	61,34	61,44	0,17
0,288	1,35	450,00	3,60	40,04	40,13	0,21
0,262	1,50	500,00	4,00	41,03	41,03	0,00
0,288	1,65	550,00	3,60	29,74	29,69	0,17
0,288	1,65	550,00	4,40	40,18	40,13	0,12
0,288	1,35	450,00	4,40	57,07	57,11	0,06
0,236	1,65	450,00	3,60	37,01	37,02	0,02
0,236	1,35	550,00	3,60	34,52	34,54	0,07
0,262	1,50	500,00	4,00	41,03	41,03	0,00
0,288	1,65	450,00	4,40	48,94	48,91	0,06
0,262	1,50	500,00	4,00	41,03	41,03	0,00

Fonte: elaborada pelo autor.

Tabela A.12: Comparação entre os resultados do GEOMECC91 e do MSR para o deslocamento radial u_{eq} do planejamento CCD4.

AMOSTRAS (VARIÁVEIS DO MACIÇO)				GEOMECC	MSR	DIFERENÇA (%)
φ (rad)	c (MPa)	E_m (MPa)	P_∞ (MPa)	u_{eq} (mm)	\hat{u}_{eq} (mm)	$(\hat{u}_{eq} - u_{eq})/u_{eq}$
0,24	1,65	550,00	4,40	47,36	47,29	0,15
0,26	1,50	600,00	4,00	38,69	38,75	0,15
0,24	1,65	550,00	3,60	34,25	34,23	0,08
0,26	1,50	500,00	3,20	32,66	32,62	0,10
0,29	1,35	550,00	4,40	52,42	52,45	0,05
0,24	1,35	550,00	4,40	56,29	56,32	0,05
0,26	1,50	400,00	4,00	56,73	56,66	0,11
0,26	1,50	500,00	4,00	45,94	45,95	0,02
0,31	1,50	500,00	4,00	44,10	44,09	0,01
0,26	1,80	500,00	4,00	41,44	41,61	0,41
0,24	1,35	450,00	3,60	46,83	46,91	0,17
0,26	1,50	500,00	4,00	45,94	45,95	0,02
0,26	1,50	500,00	4,00	45,94	45,95	0,02
0,21	1,50	500,00	4,00	48,34	48,36	0,05
0,24	1,65	450,00	4,40	57,24	57,19	0,08
0,29	1,35	550,00	3,60	37,00	37,04	0,13
0,29	1,65	450,00	3,60	40,52	40,51	0,01
0,26	1,20	500,00	4,00	54,99	54,79	0,37
0,26	1,50	500,00	4,80	63,75	63,84	0,14
0,24	1,35	450,00	4,40	68,05	68,12	0,11
0,29	1,35	450,00	3,60	44,71	44,79	0,18
0,26	1,50	500,00	4,00	45,94	45,95	0,02
0,29	1,65	550,00	3,60	33,53	33,51	0,07
0,29	1,65	550,00	4,40	45,22	45,16	0,13
0,29	1,35	450,00	4,40	63,35	63,43	0,13
0,24	1,65	450,00	3,60	41,39	41,38	0,02
0,24	1,35	550,00	3,60	38,75	38,79	0,11
0,26	1,50	500,00	4,00	45,94	45,95	0,02
0,29	1,65	450,00	4,40	54,65	54,61	0,07
0,26	1,50	500,00	4,00	45,94	45,95	0,02

Fonte: elaborada pelo autor.

APÊNDICE B – FUNÇÕES DE SUPERFÍCIE DE RESPOSTA APLICADAS AO ESTUDO DE CONFIABILIDADE DO TÚNEL B

As funções de superfície de resposta, resultados e verificações descritos a seguir são referentes aos planejamentos compostos centrais descritos no item 5.7.2 para o Túnel B.

• PLANEJAMENTO CCD5:

Após a realização dos 20 cálculos de $R_p^{(2)}$ e $u_\infty^{(2)}$ com o processo iterativo definido no item 4.2.5.2, o software *Design Expert* define as funções aproximadoras $\hat{R}_p^{(2)}$ e $\hat{u}_\infty^{(2)}$ com base em uma regressão com transformação em raiz quadrada inversa para linearizar as respostas:

$$\begin{aligned} 1/\sqrt{\hat{R}_p^{(2)}} = & 0,446 + 1,138c + (1,60E - 05)E_m - 0,459P_\infty + (6,10E - 05)cE_m \\ & + 0,222cP_\infty - (1,90E - 05)E_mP_\infty - 1,016c^2 + (2,74E - 08)E_m^2 \\ & + 0,061P_\infty^2 \end{aligned} \quad (B.1)$$

$$\begin{aligned} 1/\sqrt{\hat{u}_\infty^{(2)}} = & 4,141 + 11,183c + 0,033E_m - 7,535P_\infty + 0,026cE_m + 2,571cP_\infty \\ & - 0,017E_mP_\infty - 13,634c^2 - (3,5E - 05)E_m^2 + 1,886P_\infty^2 \end{aligned} \quad (B.2)$$

A Tabela B.1 mostra os níveis de ajustes R^2 dos tipos de funções aproximadoras propostas pelo software para determinar $\hat{R}_p^{(2)}$ e $\hat{u}_\infty^{(2)}$, o que verifica que a função quadrática definida nas Eqs. (B.1) e (B.2) são adequadas aos resultados do processo iterativo de cálculo com precisão acima de 99%.

Tabela B.1: Verificação de ajustes R^2 das funções aproximadoras definidas para $R_p^{(2)}$ e $u_\infty^{(2)}$ no planejamento CCD5.

Solicitação	Função	R^2 Ajustado (%)	R^2 Previsto (%)
$\hat{R}_p^{(2)}$	Linear	98,31	97,44
	Quadrática	99,94	99,76
$\hat{u}_\infty^{(2)}$	Linear	96,87	95,19
	Quadrática	99,87	99,47

Fonte: elaborada pelo autor.

As Tabelas B.2 e B.3 apresentam os resultados de $R_p^{(2)}/R_i$ e $u_\infty^{(2)}$ definidos pelo processo iterativo de cálculo, e $\hat{R}_p^{(2)}$ e $\hat{u}_\infty^{(2)}$ calculados pelas formulações equivalentes das Eqs. (B.1) e (B.2).

Tabela B.2: Comparação entre os resultados do processo iterativo de cálculo e do MSR para $R_p^{(2)}/R_i$ do planejamento CCD5.

AMOSTRAS (VARIÁVEIS DO MACIÇO)			PROCESSO ITERATIVO	MSR	DIFERENÇA (%)
c (MPa)	E_m (MPa)	P_∞ (MPa)	$R_p^{(2)}/R_i$	$\hat{R}_p^{(2)}/R_i$	$(\hat{R}_p^{(2)} - R_p^{(2)})/R_p^{(2)}$
0,40	100,00	1,20	2,26	2,26	0,01
0,32	80,00	0,96	2,17	2,18	0,61
0,27	100,00	1,20	4,19	4,10	2,01
0,40	100,00	0,80	1,42	1,42	0,04
0,40	100,00	1,20	2,26	2,26	0,01
0,40	100,00	1,20	2,26	2,26	0,01
0,40	100,00	1,20	2,26	2,26	0,01
0,40	100,00	1,60	3,65	3,65	0,25
0,32	80,00	1,44	4,39	4,43	0,99
0,32	120,00	0,96	2,16	2,17	0,61
0,53	100,00	1,20	1,66	1,68	1,05
0,48	80,00	1,44	2,34	2,33	0,46
0,40	133,64	1,20	2,26	2,25	0,10
0,48	120,00	0,96	1,46	1,45	0,42
0,32	120,00	1,44	4,38	4,42	0,93
0,40	100,00	1,20	2,26	2,26	0,01
0,40	100,00	1,20	2,26	2,26	0,01
0,48	80,00	0,96	1,46	1,46	0,39
0,40	66,36	1,20	2,28	2,27	0,15
0,48	120,00	1,44	2,33	2,32	0,45

Fonte: elaborada pelo autor.

Tabela B.3: Comparação entre os resultados do processo iterativo de cálculo e do MSR para $u_{\infty}^{(2)}$ do planejamento CCD5.

AMOSTRAS (VARIÁVEIS DO MACIÇO)			PROCESSO ITERATIVO	MSR	DIFERENÇA (%)
c (MPa)	E_m (MPa)	P_{∞} (MPa)	$u_{\infty}^{(2)}$ (mm)	$\hat{u}_{\infty}^{(2)}$ (mm)	$(\hat{u}_{\infty}^{(2)} - u_{\infty}^{(2)})/u_{\infty}^{(2)}$
0,40	100,00	1,20	94,07	94,08	0,01
0,32	80,00	0,96	87,62	87,96	0,39
0,27	100,00	1,20	215,75	205,69	4,89
0,40	100,00	0,80	38,63	39,00	0,96
0,40	100,00	1,20	94,07	94,08	0,01
0,40	100,00	1,20	94,07	94,08	0,01
0,40	100,00	1,20	94,07	94,08	0,01
0,40	100,00	1,60	240,12	233,03	3,04
0,32	80,00	1,44	346,31	362,96	4,81
0,32	120,00	0,96	59,63	60,09	0,78
0,53	100,00	1,20	66,86	68,46	2,39
0,48	80,00	1,44	145,24	143,99	0,86
0,40	133,64	1,20	71,33	71,23	0,15
0,48	120,00	0,96	40,13	39,57	1,40
0,32	120,00	1,44	234,49	241,29	2,90
0,40	100,00	1,20	94,07	94,08	0,01
0,40	100,00	1,20	94,07	94,08	0,01
0,48	80,00	0,96	58,76	58,07	1,20
0,40	66,36	1,20	138,23	137,85	0,28
0,48	120,00	1,44	98,96	98,84	0,12

Fonte: elaborada pelo autor.

• PLANEJAMENTO CCD6:

Após a realização dos 20 cálculos de $R_p^{(2)}$ e $u_{\infty}^{(2)}$ o software *Design Expert* define as funções aproximadoras $\hat{R}_p^{(2)}$ e $\hat{u}_{\infty}^{(2)}$ com base em uma regressão com transformação inversa e em raiz quadrada inversa para linearizar as respostas:

$$\begin{aligned}
 1/\hat{R}_p^{(2)} = & 0,222 + 0,877c + (4,61E - 05)E_m - 0,372P_{\infty} + (6,52E - 05)cE_m \\
 & - 0,061cP_{\infty} - (2,17E - 05)E_mP_{\infty} - 0,447c^2 - (1,43E - 07)E_m^2 \\
 & + 0,092P_{\infty}^2
 \end{aligned} \tag{B.3}$$

$$\begin{aligned}
 1/\sqrt{\hat{u}_{\infty}^{(2)}} = & 4,308 + 10,636c + 0,036E_m - 7,462P_{\infty} + 0,026cE_m + 3,27cP_{\infty} \\
 & - 0,018E_mP_{\infty} - 14,175c^2 - (3,90E - 05)E_m^2 + 1,750P_{\infty}^2
 \end{aligned} \tag{B.4}$$

A Tabela B.4 mostra os níveis de ajustes R^2 para determinar $\hat{R}_p^{(2)}$ e $\hat{u}_\infty^{(2)}$, o que verifica que a função quadrática definida nas Eqs. (B.3) e (B.4) são adequadas aos resultados do processo iterativo de cálculo com precisão acima de 99%.

Tabela B.4: Verificação de ajustes R^2 das funções aproximadoras definidas para $R_p^{(2)}$ e $u_\infty^{(2)}$ no planejamento CCD6.

Solicitação	Função	R^2 Ajustado (%)	R^2 Previsto (%)
$\hat{R}_p^{(2)}$	Linear	98,32	97,47
	Quadrática	99,94	99,77
$\hat{u}_\infty^{(2)}$	Linear	96,91	95,24
	Quadrática	99,87	99,48

Fonte: elaborada pelo autor.

As Tabelas B5 e B.6 apresentam os resultados de $R_p^{(2)}/R_i$ e $u_\infty^{(2)}$ definidos pelo processo iterativo de cálculo, e $\hat{R}_p^{(2)}$ e $\hat{u}_\infty^{(2)}$ calculados pelas formulações equivalentes definidas pelas Eqs. (B.3) e (B.4).

Tabela B.5: Comparação entre os resultados do processo iterativo de cálculo e do MSR para $R_p^{(2)}/R_i$ do planejamento CCD6.

AMOSTRAS (VARIÁVEIS DO MACIÇO)			PROCESSO ITERATIVO	MSR	DIFERENÇA (%)
c (MPa)	E_m (MPa)	P_∞ (MPa)	$R_p^{(2)}/R_i$	$\hat{R}_p^{(2)}/R_i$	$(\hat{R}_p^{(2)} - R_p^{(2)})/R_p^{(2)}$
0,27	100,00	1,20	3,67	3,63	1,17
0,40	100,00	1,20	2,07	2,07	0,00
0,40	133,64	1,20	2,07	2,07	0,01
0,40	100,00	0,80	1,34	1,35	0,65
0,40	100,00	1,60	3,25	3,20	1,58
0,48	80,00	1,44	2,14	2,15	0,16
0,40	100,00	1,20	2,07	2,07	0,00
0,40	100,00	1,20	2,07	2,07	0,00
0,53	100,00	1,20	1,55	1,56	0,49
0,40	100,00	1,20	2,07	2,07	0,00
0,32	120,00	0,96	1,98	1,98	0,15
0,48	80,00	0,96	1,38	1,37	0,46
0,40	100,00	1,20	2,07	2,07	0,00
0,40	100,00	1,20	2,07	2,07	0,00
0,32	80,00	0,96	1,99	1,98	0,13
0,48	120,00	1,44	2,14	2,14	0,15
0,40	66,36	1,20	2,08	2,08	0,01
0,48	120,00	0,96	1,37	1,37	0,46
0,32	120,00	1,44	3,84	3,89	1,31
0,32	80,00	1,44	3,85	3,90	1,32

Fonte: elaborada pelo autor.

Tabela B.6: Comparação entre os resultados do processo iterativo de cálculo e do MSR para

 $u_{\infty}^{(2)}$ do planejamento CCD6.

AMOSTRAS (VARIÁVEIS DO MACIÇO)			PROCESSO ITERATIVO	MSR	DIFERENÇA (%)
c (MPa)	E_m (MPa)	P_{∞} (MPa)	$u_{\infty}^{(2)}$ (mm)	$\hat{u}_{\infty}^{(2)}$ (mm)	$(\hat{u}_{\infty}^{(2)} - u_{\infty}^{(2)})/u_{\infty}^{(2)}$
0,27	100,00	1,20	169,48	162,13	4,53
0,40	100,00	1,20	80,77	80,78	0,01
0,40	133,64	1,20	61,13	61,06	0,12
0,40	100,00	0,80	35,31	35,55	0,68
0,40	100,00	1,60	192,89	188,55	2,30
0,48	80,00	1,44	124,43	123,15	1,03
0,40	100,00	1,20	80,77	80,78	0,01
0,40	100,00	1,20	80,77	80,78	0,01
0,53	100,00	1,20	59,89	61,27	2,31
0,40	100,00	1,20	80,77	80,78	0,01
0,32	120,00	0,96	51,43	51,91	0,93
0,48	80,00	0,96	53,63	53,11	0,96
0,40	100,00	1,20	80,77	80,78	0,01
0,40	100,00	1,20	80,77	80,78	0,01
0,32	80,00	0,96	75,87	76,26	0,51
0,48	120,00	1,44	84,53	84,36	0,21
0,40	66,36	1,20	119,19	118,73	0,39
0,48	120,00	0,96	36,47	35,99	1,32
0,32	120,00	1,44	183,20	187,42	2,30
0,32	80,00	1,44	271,05	282,77	4,32

Fonte: elaborada pelo autor.

• PLANEJAMENTO CCD7:

Após a realização dos 20 cálculos de $R_p^{(2)}$ e $u_{\infty}^{(2)}$, o software *Design Expert* define as funções aproximadoras $\hat{R}_p^{(2)}$ e $\hat{u}_{\infty}^{(2)}$ com base em uma regressão com transformação inversa e em raiz quadrada inversa para linearizar as respostas:

$$\begin{aligned}
 1/(\hat{R}_p^{(2)} - 1,69) &= 2,439 - 2,342c + 0,0017E_m - 2,579P_{\infty} - (1,11E - 03)cE_m \\
 &\quad + 0,909cP_{\infty} - (6,12E - 04)E_mP_{\infty} + 2,381c^2 \\
 &\quad - (2,14E - 06)E_m^2 + 0,709P_{\infty}^2
 \end{aligned} \tag{B.5}$$

$$\begin{aligned}
 1/\sqrt{\hat{u}_{\infty}^{(2)}} &= 4,250 + 9,629c + 0,039E_m - 6,677P_{\infty} + 0,019cE_m + 3,766cP_{\infty} \\
 &\quad - 0,017E_mP_{\infty} - 14,089c^2 - (4,40E - 05)E_m^2 + 1,354P_{\infty}^2
 \end{aligned} \tag{B.6}$$

A Tabela B.7 mostra os níveis de ajustes R^2 para determinar $\hat{R}_p^{(2)}$ e $\hat{u}_\infty^{(2)}$, o que verifica que a função quadrática definida nas Eqs. (B.5) e (B.6) são adequadas aos resultados do processo iterativo de cálculo com precisão acima de 99%.

Tabela B.7: Verificação de ajustes R^2 das funções aproximadoras definidas para $R_p^{(2)}$ e $u_\infty^{(2)}$ no planejamento CCD7.

Solicitação	Função	R^2 Ajustado (%)	R^2 Previsto (%)
$\hat{R}_p^{(2)}$	Linear	92,58	89,54
	Quadrática	99,86	99,44
$\hat{u}_\infty^{(2)}$	Linear	97,19	95,68
	Quadrática	99,86	99,44

Fonte: elaborada pelo autor.

As Tabelas B8 e B.9 apresentam os resultados de $R_p^{(2)}/R_i$ e $u_\infty^{(2)}$ definidos pelo processo iterativo de cálculo, e $\hat{R}_p^{(2)}$ e $\hat{u}_\infty^{(2)}$ calculados pelas formulações equivalentes definidas pelas Eqs. (B.5) e (B.6).

Tabela B.8: Comparação entre os resultados do processo iterativo de cálculo e do MSR para $R_p^{(2)}/R_i$ do planejamento CCD7.

AMOSTRAS (VARIÁVEIS DO MACIÇO)			PROCESSO ITERATIVO	MSR	DIFERENÇA (%)
c (MPa)	E_m (MPa)	P_∞ (MPa)	$R_p^{(2)}/R_i$	$\hat{R}_p^{(2)}/R_i$	$(\hat{R}_p^{(2)} - R_p^{(2)})/R_p^{(2)}$
0,48	80,00	1,44	1,87	1,85	1,11
0,48	120,00	0,96	1,24	1,24	0,08
0,40	100,00	1,60	2,68	2,74	2,41
0,40	100,00	1,20	1,76	1,76	0,03
0,40	100,00	1,20	1,76	1,76	0,03
0,27	100,00	1,20	1,90	1,94	1,69
0,32	80,00	0,96	1,33	1,32	0,70
0,32	80,00	1,44	3,00	2,95	1,65
0,40	133,64	1,20	1,75	1,76	0,12
0,48	120,00	1,44	1,86	1,86	0,22
0,40	100,00	1,20	1,76	1,76	0,03
0,53	100,00	1,20	1,40	1,40	0,25
0,48	80,00	0,96	1,24	1,25	0,37
0,32	120,00	0,96	1,30	1,30	0,14
0,40	66,36	1,20	1,77	1,79	1,06
0,40	100,00	1,20	1,76	1,76	0,03
0,32	120,00	1,44	2,99	2,92	2,44
0,40	100,00	1,20	1,76	1,76	0,03
0,40	100,00	0,80	1,09	1,09	0,17
0,40	100,00	1,20	1,76	1,76	0,03

Fonte: elaborada pelo autor.

Tabela B.9: Comparação entre os resultados do processo iterativo de cálculo e do MSR para

 $u_{\infty}^{(2)}$ do planejamento CCD7.

AMOSTRAS (VARIÁVEIS DO MACIÇO)			PROCESSO ITERATIVO	MSR	DIFERENÇA (%)
c (MPa)	E_m (MPa)	P_{∞} (MPa)	$u_{\infty}^{(2)}$ (mm)	$\hat{u}_{\infty}^{(2)}$ (mm)	$(\hat{u}_{\infty}^{(2)} - u_{\infty}^{(2)})/u_{\infty}^{(2)}$
0,48	80,00	1,44	101,98	100,97	1,00
0,48	120,00	0,96	32,96	32,55	1,26
0,40	100,00	1,60	142,18	139,87	1,65
0,40	100,00	1,20	65,55	65,56	0,01
0,40	100,00	1,20	65,55	65,56	0,01
0,27	100,00	1,20	115,56	111,31	3,82
0,32	80,00	0,96	62,11	62,51	0,64
0,32	80,00	1,44	184,17	190,87	3,63
0,40	133,64	1,20	49,66	49,68	0,03
0,48	120,00	1,44	69,52	69,29	0,33
0,40	100,00	1,20	65,55	65,56	0,01
0,53	100,00	1,20	52,85	53,99	2,16
0,48	80,00	0,96	48,25	47,91	0,70
0,32	120,00	0,96	42,17	42,56	0,92
0,40	66,36	1,20	96,72	96,11	0,64
0,40	100,00	1,20	65,55	65,56	0,01
0,32	120,00	1,44	124,26	126,26	1,61
0,40	100,00	1,20	65,55	65,56	0,01
0,40	100,00	0,80	31,99	32,13	0,44
0,40	100,00	1,20	65,55	65,56	0,01

Fonte: elaborada pelo autor.

• **PLANEJAMENTO CCD8:**

Após a realização dos 20 cálculos de $R_p^{(2)}$ e $u_{\infty}^{(2)}$, o software *Design Expert* define as funções aproximadoras $\hat{R}_p^{(2)}$ e $\hat{u}_{\infty}^{(2)}$ com base em uma regressão com transformação inversa e em raiz quadrada inversa para linearizar as respostas:

$$\begin{aligned}
 1/\sqrt{\hat{R}_p^{(2)} - 1,42} &= 1,828 - 1,824c + (1,63E - 03)E_m - 1,243P_{\infty} \\
 &\quad - (4,18E - 04)cE_m + 0,869cP_{\infty} - (6,03E - 04)E_mP_{\infty} \\
 &\quad + 1,275c^2 - (2,36E - 06)E_m^2 + 0,199P_{\infty}^2
 \end{aligned} \tag{B.7}$$

$$\begin{aligned}
 1/\sqrt{\hat{u}_{\infty}^{(2)}} &= 3,748 + 11,263c + 0,039E_m - 6,346P_{\infty} + 0,019cE_m + 3,401cP_{\infty} \\
 &\quad - 0,016E_mP_{\infty} - 15,552c^2 - (4,40E - 05)E_m^2 + 1,285P_{\infty}^2
 \end{aligned} \tag{B.8}$$

A Tabela B.10 mostra os níveis de ajustes R^2 para determinar $\hat{R}_p^{(2)}$ e $\hat{u}_\infty^{(2)}$, o que verifica que a função quadrática definida nas Eqs. (B.7) e (B.8) são adequadas aos resultados do processo iterativo de cálculo com precisão acima de 99%.

Tabela B.10: Verificação de ajustes R^2 das funções aproximadoras definidas para $R_p^{(2)}$ e $u_\infty^{(2)}$ no planejamento CCD8.

Solicitação	Função	R^2 Ajustado (%)	R^2 Previsto (%)
$\hat{R}_p^{(2)}$	Linear	96,81	95,41
	Quadrática	99,93	99,70
$\hat{u}_\infty^{(2)}$	Linear	97,04	95,47
	Quadrática	99,82	99,27

Fonte: elaborada pelo autor.

As Tabelas B.11 e B.12 apresentam os resultados de $R_p^{(2)}/R_i$ e $u_\infty^{(2)}$ definidos pelo processo iterativo de cálculo, e $\hat{R}_p^{(2)}$ e $\hat{u}_\infty^{(2)}$ calculados pelas formulações equivalentes definidas pelas Eqs. (B.7) e (B.8), referente as 20 combinações definidas no software *Design Expert*.

Tabela B.11: Comparação entre os resultados do processo iterativo de cálculo e do MSR para $R_p^{(2)}/R_i$ do planejamento CCD8.

AMOSTRAS (VARIÁVEIS DO MACIÇO)			PROCESSO ITERATIVO	MSR	DIFERENÇA (%)
c (MPa)	E_m (MPa)	P_∞ (MPa)	$R_p^{(2)}/R_i$	$\hat{R}_p^{(2)}/R_i$	$(\hat{R}_p^{(2)} - R_p^{(2)})/R_p^{(2)}$
0,48	80,00	1,44	1,80	1,82	0,78
0,48	120,00	0,96	1,15	1,15	0,12
0,40	100,00	1,60	2,55	2,53	1,01
0,40	100,00	1,20	1,52	1,52	0,01
0,40	100,00	1,20	1,52	1,52	0,01
0,27	100,00	1,20	1,52	1,53	0,83
0,32	80,00	0,96	1,18	1,17	0,40
0,32	80,00	1,44	2,26	2,26	0,23
0,40	133,64	1,20	1,49	1,50	0,36
0,48	120,00	1,44	1,79	1,80	0,27
0,40	100,00	1,20	1,52	1,52	0,01
0,53	100,00	1,20	1,36	1,36	0,30
0,48	80,00	0,96	1,18	1,18	0,27
0,32	120,00	0,96	1,15	1,14	0,67
0,40	66,36	1,20	1,56	1,57	0,11
0,40	100,00	1,20	1,52	1,52	0,01
0,32	120,00	1,44	2,21	2,21	0,06
0,40	100,00	1,20	1,52	1,52	0,01
0,40	100,00	0,80	1,00	1,01	0,60
0,40	100,00	1,20	1,52	1,52	0,01

Fonte: elaborada pelo autor.

Tabela B.12: Comparação entre os resultados do processo iterativo de cálculo e do MSR para $u_{\infty}^{(2)}$ do planejamento CCD8.

AMOSTRAS (VARIÁVEIS DO MACIÇO)			PROCESSO ITERATIVO	MSR	DIFERENÇA (%)
c (MPa)	E_m (MPa)	P_{∞} (MPa)	$u_{\infty}^{(2)}$ (mm)	$\hat{u}_{\infty}^{(2)}$ (mm)	$(\hat{u}_{\infty}^{(2)} - u_{\infty}^{(2)})/u_{\infty}^{(2)}$
0,48	80,00	1,44	98,11	97,18	0,96
0,48	120,00	0,96	32,40	31,97	1,33
0,40	100,00	1,60	133,43	131,00	1,85
0,40	100,00	1,20	63,27	63,28	0,02
0,40	100,00	1,20	63,27	63,28	0,02
0,27	100,00	1,20	113,17	108,41	4,39
0,32	80,00	0,96	61,17	61,71	0,88
0,32	80,00	1,44	172,77	179,58	3,94
0,40	133,64	1,20	47,95	47,96	0,02
0,48	120,00	1,44	66,82	66,52	0,45
0,40	100,00	1,20	63,27	63,28	0,02
0,53	100,00	1,20	51,61	52,84	2,39
0,48	80,00	0,96	47,39	47,01	0,81
0,32	120,00	0,96	41,58	42,00	1,00
0,40	66,36	1,20	93,42	92,66	0,82
0,40	100,00	1,20	63,27	63,28	0,02
0,32	120,00	1,44	116,46	118,70	1,92
0,40	100,00	1,20	63,27	63,28	0,02
0,40	100,00	0,80	31,68	31,82	0,44
0,40	100,00	1,20	63,27	63,28	0,02

Fonte: elaborada pelo autor.

• PLANEJAMENTO CCD9:

Após a realização dos 20 cálculos de $R_p^{(2)}$ e $u_{\infty}^{(2)}$, o software *Design Expert* define as funções aproximadoras $\hat{R}_p^{(2)}$ e $\hat{u}_{\infty}^{(2)}$ com base em uma regressão com transformação inversa e logarítmica para linearizar as respostas:

$$\begin{aligned} 1/\hat{R}_p^{(2)} = & 0,325 + 0,704c + (1,12E - 04)E_m - 0,396P_{\infty} + (1,08E - 04)cE_m \\ & + 0,076cP_{\infty} - (5,10E - 05)E_mP_{\infty} - 0,504c^2 - (2,03E - 07)E_m^2 + 0,075P_{\infty}^2 \end{aligned} \quad (B.9)$$

$$\begin{aligned} \ln(\hat{u}_{\infty}^{(2)}) = & -3,524 - 2,702c - 0,017E_m + 2,992P_{\infty} + (8,16E - 04)cE_m - 4,333cP_{\infty} \\ & - (6,80E - 05)E_mP_{\infty} + 7,147c^2 + (4,10E - 05)E_m^2 + 0,205P_{\infty}^2 \end{aligned} \quad (B.10)$$

A Tabela B.13 mostra os níveis de ajustes R^2 para determinar $\hat{R}_p^{(2)}$ e $\hat{u}_{\infty}^{(2)}$, o que verifica que a função quadrática definida nas Eqs. (B.9) e (B.10) são adequadas aos resultados do processo iterativo de cálculo com precisão acima de 99%.

Tabela B.13: Verificação de ajustes R^2 das funções aproximadoras definidas para $R_p^{(2)}$ e $u_\infty^{(2)}$ no planejamento CCD9.

Solicitação	Função	R^2 Ajustado (%)	R^2 Previsto (%)
$\hat{R}_p^{(2)}$	Linear	98,64	97,93
	Quadrática	99,96	99,84
$\hat{u}_\infty^{(2)}$	Linear	96,77	95,29
	Quadrática	99,91	99,64

Fonte: elaborada pelo autor.

As Tabelas B.14 e B.15 apresentam os resultados de $R_p^{(2)}/R_i$ e $u_\infty^{(2)}$ definidos pelo processo iterativo de cálculo, e $\hat{R}_p^{(2)}$ e $\hat{u}_\infty^{(2)}$ calculados pelas formulações equivalentes definidas pelas Eqs. (B.9) e (B.10).

Tabela B.14: Comparação entre os resultados do processo iterativo de cálculo e do MSR para $R_p^{(2)}/R_i$ do planejamento CCD9.

AMOSTRAS (VARIÁVEIS DO MACIÇO)			PROCESSO ITERATIVO	MSR	DIFERENÇA (%)
c (MPa)	E_m (MPa)	P_∞ (MPa)	$R_p^{(2)}/R_i$	$\hat{R}_p^{(2)}/R_i$	$(\hat{R}_p^{(2)} - R_p^{(2)})/R_p^{(2)}$
0,48	80,00	1,44	1,75	1,75	0,17
0,48	120,00	0,96	1,19	1,18	0,30
0,40	100,00	1,60	2,43	2,42	0,52
0,40	100,00	1,20	1,65	1,65	0,00
0,40	100,00	1,20	1,65	1,65	0,00
0,27	100,00	1,20	2,42	2,40	1,21
0,32	80,00	0,96	1,53	1,53	0,22
0,32	80,00	1,44	2,68	2,70	0,83
0,40	133,64	1,20	1,63	1,63	0,05
0,48	120,00	1,44	1,73	1,73	0,15
0,40	100,00	1,20	1,65	1,65	0,00
0,53	100,00	1,20	1,34	1,35	0,56
0,48	80,00	0,96	1,20	1,20	0,27
0,32	120,00	0,96	1,52	1,52	0,23
0,40	66,36	1,20	1,66	1,66	0,08
0,40	100,00	1,20	1,65	1,65	0,00
0,32	120,00	1,44	2,65	2,67	0,75
0,40	100,00	1,20	1,65	1,65	0,00
0,40	100,00	0,80	1,14	1,14	0,15
0,40	100,00	1,20	1,65	1,65	0,00

Fonte: elaborada pelo autor.

Tabela B.15: Comparação entre os resultados do processo iterativo de cálculo e do MSR para $u_{\infty}^{(2)}$ do planejamento CCD9.

AMOSTRAS (VARIÁVEIS DO MACIÇO)			PROCESSO ITERATIVO	MSR	DIFERENÇA (%)
c (MPa)	E_m (MPa)	P_{∞} (MPa)	$u_{\infty}^{(2)}$ (mm)	$\hat{u}_{\infty}^{(2)}$ (mm)	$(\hat{u}_{\infty}^{(2)} - u_{\infty}^{(2)})/u_{\infty}^{(2)}$
0,48	80,00	1,44	79,19	78,45	0,94
0,48	120,00	0,96	28,08	28,14	0,20
0,40	100,00	1,60	106,21	107,83	1,53
0,40	100,00	1,20	51,60	51,60	0,01
0,40	100,00	1,20	51,60	51,60	0,01
0,27	100,00	1,20	79,04	77,93	1,43
0,32	80,00	0,96	46,94	47,66	1,55
0,32	80,00	1,44	130,06	130,05	0,00
0,40	133,64	1,20	39,96	40,03	0,18
0,48	120,00	1,44	55,71	54,97	1,35
0,40	100,00	1,20	51,60	51,60	0,01
0,53	100,00	1,20	43,76	44,26	1,14
0,48	80,00	0,96	39,98	40,10	0,32
0,32	120,00	0,96	32,89	33,26	1,13
0,40	66,36	1,20	73,38	73,05	0,45
0,40	100,00	1,20	51,60	51,60	0,01
0,32	120,00	1,44	90,76	90,65	0,12
0,40	100,00	1,20	51,60	51,60	0,01
0,40	100,00	0,80	26,88	26,40	1,81
0,40	100,00	1,20	51,60	51,60	0,01

Fonte: elaborada pelo autor.

APÊNDICE C – FUNÇÕES DE SUPERFÍCIE DE RESPOSTA APLICADAS AO ESTUDO DE CONFIABILIDADE DO TÚNEL C

As funções de superfície de resposta, resultados e verificações descritos a seguir são referentes aos planejamentos compostos centrais descritos no item 5.7.3 para o Túnel C.

• PLANEJAMENTO CCD10:

Após a realização das 20 simulações, o software *Design Expert* define as funções aproximadoras de u_{∞} e u_z , para o Túnel C sem tirantes e sem revestimento, com base em regressões com transformação inversa e logarítmica conforme segue:

$$\begin{aligned} 1/\hat{u}_{\infty} = & -0,659 + 2,575\varphi + 1,104c + (3,88E - 04)E_m - 1,368\varphi c + (9,67E - 04)\varphi E_m \\ & + (4,57E - 04)cE_m - 3,335\varphi^2 - 0,324c^2 - (3,48E - 07)E_m^2 \end{aligned} \quad (C.1)$$

$$\begin{aligned} \ln \hat{u}_z = & 6,242 - 8,619\varphi - 4,915c - (3,99E - 03)E_m + 4,802\varphi c - (8,03E - 07)\varphi E_m \\ & - (4,59E - 08)cE_m - 2,895\varphi^2 + 1,257c^2 + (1,95E - 06)E_m^2 \end{aligned} \quad (C.2)$$

As funções aproximadoras de u_{eq} e $u_{z,eq}$, para o Túnel C sem tirantes e com revestimento, são dadas com base em regressões com transformação inversa e raiz quadrada conforme segue:

$$\begin{aligned} 1/\hat{u}_{eq} = & -0,150 + 1,016\varphi + 0,369c - (3,34E - 04)E_m - 0,609\varphi c + (2,44E - 03)\varphi E_m \\ & + (9,93E - 04)cE_m - 3,504\varphi^2 - 0,155c^2 - (7,11E - 08)E_m^2 \end{aligned} \quad (C.3)$$

$$\begin{aligned} \sqrt{\hat{u}_{z,eq}} = & 5,938 - 8,0\varphi - 4,168c - (4,06E - 03)E_m + 4,291\varphi c + (1,59E - 03)\varphi E_m \\ & + (7,88E - 04)cE_m + 0,938\varphi^2 + 1,062c^2 + (1,76E - 06)E_m^2 \end{aligned} \quad (C.4)$$

A Tabela C.1 define os níveis de ajustes R^2 dos tipos de funções aproximadoras propostas pelo software para determinar u_{∞} , u_z , u_{eq} e $u_{z,eq}$, o que verifica que a função quadrática definida nas Eqs. (C.1) a (C.4) são adequadas aos resultados do processo iterativo de cálculo com precisão acima de 99%.

Tabela C.1: Verificação de ajustes R^2 das funções definidas para u_∞ , u_z , u_{eq} e $u_{z,eq}$ no planejamento CCD10.

Solicitação	Função	R^2 Ajustado (%)	R^2 Previsto (%)
\hat{u}_∞	Linear	96,77	95,48
	Quadrática	99,96	95,21
\hat{u}_z	Linear	96,28	94,94
	Quadrática	99,95	99,81
\hat{u}_{eq}	Linear	97,63	96,35
	Quadrática	99,98	99,93
$\hat{u}_{z,eq}$	Linear	92,41	89,65
	Quadrática	99,97	99,88

Fonte: elaborada pelo autor.

As Tabelas C.2 a C.5 apresentam os resultados de u_∞ , u_z , u_{eq} e $u_{z,eq}$ definidos pelo GEOMECC91 e calculados pelas formulações equivalentes definidas pelas Eqs. (C.1) a (C.4), referente as 20 combinações definidas no software *Design Expert*.

Tabela C.2: Comparação entre os resultados do GEOMECC91 e do MSR para o deslocamento radial u_∞ do planejamento CCD10.

AMOSTRAS (VARIÁVEIS DO MACIÇO)			GEOMECC91	MSR	DIFERENÇA (%)
φ (rad)	c (MPa)	E_m (MPa)	u_∞ (mm)	\hat{u}_∞ (mm)	$(\hat{u}_\infty - u_\infty)/u_\infty$
0,0698	1,20	500,00	68,73	68,73	0,00
0,0933	1,20	500,00	64,67	64,66	0,02
0,0838	1,44	400,00	65,10	65,16	0,09
0,0698	1,20	500,00	68,73	68,73	0,00
0,0559	1,44	400,00	68,24	68,07	0,25
0,0698	1,60	500,00	47,39	47,77	0,78
0,0698	1,20	331,82	103,57	102,64	0,91
0,0698	0,80	500,00	169,85	167,62	1,33
0,0698	1,20	500,00	68,73	68,73	0,00
0,0698	1,20	500,00	68,73	68,73	0,00
0,0838	1,44	600,00	43,40	43,11	0,68
0,0559	1,44	600,00	45,49	45,26	0,51
0,0698	1,20	668,18	51,43	51,80	0,72
0,0838	0,96	600,00	82,68	82,85	0,20
0,0838	0,96	400,00	124,03	124,96	0,75
0,0698	1,20	500,00	68,73	68,73	0,00
0,0698	1,20	500,00	68,73	68,73	0,00
0,0463	1,20	500,00	73,96	74,05	0,12
0,0559	0,96	400,00	142,06	143,68	1,14
0,0559	0,96	600,00	94,71	94,54	0,18

Fonte: elaborada pelo autor.

Tabela C.3: Comparação entre os resultados do GEOMEQ91 e do MSR para o deslocamento frontal u_z do planeamento CCD10.

AMOSTRAS (VARIÁVEIS DO MACIÇO)			GEOMEQ91	MSR	DIFERENÇA (%)
φ (rad)	c (MPa)	E_m (MPa)	u_z (mm)	\hat{u}_z (mm)	$(\hat{u}_z - u_z)/u_z$
0,0698	1,20	500,00	46,04	46,04	0,00
0,0933	1,20	500,00	42,64	42,58	0,15
0,0838	1,44	400,00	40,99	41,31	0,79
0,0698	1,20	500,00	46,04	46,04	0,00
0,0559	1,44	400,00	43,35	43,82	1,08
0,0698	1,60	500,00	30,50	30,06	1,47
0,0698	1,20	331,82	69,37	68,68	1,01
0,0698	0,80	500,00	105,69	106,20	0,49
0,0698	1,20	500,00	46,04	46,04	0,00
0,0698	1,20	500,00	46,04	46,04	0,00
0,0838	1,44	600,00	27,32	27,42	0,33
0,0559	1,44	600,00	28,90	29,08	0,62
0,0698	1,20	668,18	34,45	34,46	0,03
0,0838	0,96	600,00	56,49	56,23	0,47
0,0838	0,96	400,00	84,74	84,73	0,01
0,0698	1,20	500,00	46,04	46,04	0,00
0,0698	1,20	500,00	46,04	46,04	0,00
0,0463	1,20	500,00	50,04	49,63	0,83
0,0559	0,96	400,00	95,58	95,84	0,27
0,0559	0,96	600,00	63,72	63,61	0,18

Fonte: elaborada pelo autor.

Tabela C.4: Comparação entre os resultados do GEOMEQ91 e do MSR para o deslocamento radial u_{eq} do planeamento CCD10.

AMOSTRAS (VARIÁVEIS DO MACIÇO)			GEOMEQ91	MSR	DIFERENÇA (%)
φ (rad)	c (MPa)	E_m (MPa)	u_{eq} (mm)	\hat{u}_{eq} (mm)	$(\hat{u}_{eq} - u_{eq})/u_{eq}$
0,0698	1,20	500,00	52,85	52,85	0,00
0,0838	0,96	600,00	55,61	55,46	0,27
0,0559	1,44	400,00	55,75	55,87	0,22
0,0698	0,80	500,00	82,79	83,16	0,44
0,0559	1,44	600,00	39,01	39,00	0,04
0,0463	1,20	500,00	55,35	55,37	0,03
0,0698	1,20	500,00	52,85	52,85	0,00
0,0838	1,44	400,00	53,93	54,11	0,32
0,0698	1,20	500,00	52,85	52,85	0,00
0,0559	0,96	600,00	60,05	59,81	0,41
0,0838	1,44	600,00	37,52	37,48	0,12
0,0698	1,60	500,00	41,51	41,44	0,16
0,0698	1,20	331,82	74,57	74,15	0,57
0,0559	0,96	400,00	82,14	82,29	0,18
0,0698	1,20	500,00	52,85	52,85	0,00
0,0698	1,20	500,00	52,85	52,85	0,00
0,0698	1,20	668,18	41,13	41,28	0,37
0,0698	1,20	500,00	52,85	52,85	0,00
0,0838	0,96	400,00	76,87	76,87	0,00
0,0933	1,20	500,00	50,86	50,88	0,04

Fonte: elaborada pelo autor.

Tabela C.5: Comparação entre os resultados do GEOMECC91 e do MSR para o deslocamento frontal $u_{z,eq}$ do planejamento CCD10.

AMOSTRAS (VARIÁVEIS DO MACIÇO)			GEOMECC91	MSR	DIFERENÇA (%)
φ (rad)	c (MPa)	E_m (MPa)	$u_{z,eq}$ (mm)	$\hat{u}_{z,eq}$ (mm)	$(\hat{u}_{z,eq} - u_{z,eq})/u_{z,eq}$
0,0698	1,20	500,00	43,75	43,76	0,02
0,0838	0,96	600,00	52,58	52,78	0,37
0,0559	1,44	400,00	42,04	42,12	0,18
0,0698	0,80	500,00	93,09	92,35	0,80
0,0559	1,44	600,00	28,26	28,15	0,38
0,0463	1,20	500,00	47,27	47,12	0,31
0,0698	1,20	500,00	43,75	43,76	0,02
0,0838	1,44	400,00	40,15	40,07	0,19
0,0698	1,20	500,00	43,75	43,76	0,02
0,0559	0,96	600,00	58,76	59,15	0,66
0,0838	1,44	600,00	26,91	26,99	0,27
0,0698	1,60	500,00	30,30	30,42	0,40
0,0698	1,20	331,82	64,84	64,60	0,38
0,0559	0,96	400,00	86,07	86,29	0,27
0,0698	1,20	500,00	43,75	43,76	0,02
0,0698	1,20	500,00	43,75	43,76	0,02
0,0698	1,20	668,18	33,06	32,92	0,42
0,0698	1,20	500,00	43,75	43,76	0,02
0,0838	0,96	400,00	77,18	77,70	0,67
0,0933	1,20	500,00	40,82	40,60	0,53

Fonte: elaborada pelo autor.

• PLANEJAMENTO CCD11:

Após a realização das 20 simulações, o software *Design Expert* define as funções aproximadoras de $u_{\infty}^{(2)}$ e $u_z^{(2)}$, para o Túnel C com tirantes e sem revestimento, com base em regressões com transformação em raiz quadrada inversa e logarítmica conforme segue:

$$\begin{aligned}
 1/\sqrt{\hat{u}_{\infty}^{(2)}} = & -0,649 + 2,279\varphi + 1,113c + (4,30E - 04)E_m - 1,398\varphi c \\
 & + (9,54E - 04)\varphi E_m + (4,41E - 04)cE_m - 0,827\varphi^2 - 0,328c^2 \\
 & - (3,57E - 07)E_m^2
 \end{aligned} \tag{C.5}$$

$$\begin{aligned}
 \ln(\hat{u}_z^{(2)}) = & 6,717 - 12,820\varphi - 5,684c - (4,19E - 03)E_m + 6,709\varphi c \\
 & + (6,50E - 05)\varphi E_m + (1,20E - 05)cE_m + 11,309\varphi^2 + 1,566c^2 \\
 & + (2,13E - 06)E_m^2
 \end{aligned} \tag{C.6}$$

As funções aproximadoras de $u_{eq}^{(2)}$ e $u_{z,eq}^{(2)}$, para o Túnel C com tirantes e com revestimento, são dadas com base em regressões com transformação inversa e logarítmica conforme segue:

$$1/\hat{u}_{\text{eq}} = -0,175 + 0,984\varphi + 0,408c - (2,81\text{E} - 04)E_m - 0,748\varphi c + (2,20\text{E} - 03)\varphi E_m \\ + (9,75\text{E} - 04)cE_m - 1,145\varphi^2 - 0,164c^2 - (5,02\text{E} - 08)E_m^2 \quad (\text{C.7})$$

$$\ln(\hat{u}_{z,\text{eq}}^{(2)}) = 6,163 - 12,337\varphi - 5,208c - (3,84\text{E} - 03)E_m + 6,449\varphi c \\ + (6,50\text{E} - 05)\varphi E_m + (1,20\text{E} - 05)cE_m + 11,309\varphi^2 + 1,566c^2 \\ + (2,13\text{E} - 06)E_m^2 \quad (\text{C.8})$$

A Tabela C.6 define os níveis de ajustes R^2 dos tipos de funções aproximadoras propostas pelo software para determinar u_∞ , u_z , u_{eq} e $u_{z,\text{eq}}$, o que verifica que a função quadrática definida nas Eqs. (C.1) a (C.4) são adequadas aos resultados do processo iterativo de cálculo com precisão acima de 99%.

Tabela C.6: Verificação de ajustes R^2 das funções definidas para u_∞ , u_z , u_{eq} e $u_{z,\text{eq}}$ no planejamento CCD11.

Solicitação	Função	R^2 Ajustado (%)	R^2 Previsto (%)
\hat{u}_∞	Linear	96,68	95,33
	Quadrática	99,96	95,82
\hat{u}_z	Linear	93,78	91,54
	Quadrática	99,97	99,88
\hat{u}_{eq}	Linear	97,71	96,47
	Quadrática	99,98	99,93
$\hat{u}_{z,\text{eq}}$	Linear	93,38	91,01
	Quadrática	99,95	99,82

Fonte: elaborada pelo autor.

As Tabelas C.7 a C.10 apresentam os resultados de $u_\infty^{(2)}$, $u_z^{(2)}$, $u_{\text{eq}}^{(2)}$ e $u_{z,\text{eq}}^{(2)}$ definidos pelo GEOMECH91 e calculados pelas formulações equivalentes definidas pelas Eqs. (C.5) a (C.8), referente as 20 combinações definidas no software *Design Expert*.

Tabela C.7: Comparação entre os resultados do GEOMECC91 e do MSR para o deslocamento radial $u_{\infty}^{(2)}$ do planejamento CCD11.

AMOSTRAS (VARIÁVEIS DO MACIÇO)			GEOMECC91	MSR	DIFERENÇA (%)
φ (rad)	c (MPa)	E_m (MPa)	$u_{\infty}^{(2)}$ (mm)	$\hat{u}_{\infty}^{(2)}$ (mm)	$(\hat{u}_{\infty}^{(2)} - u_{\infty}^{(2)})/u_{\infty}^{(2)}$
0,0698	1,20	500,00	65,75	65,74	0,00
0,0933	1,20	500,00	61,59	61,64	0,08
0,0838	1,44	400,00	62,88	62,90	0,03
0,0698	1,20	500,00	65,75	65,74	0,00
0,0559	1,44	400,00	65,84	65,69	0,24
0,0698	1,60	500,00	46,14	46,50	0,79
0,0698	1,20	331,82	98,89	98,08	0,83
0,0698	0,80	500,00	156,18	154,31	1,22
0,0698	1,20	500,00	65,75	65,74	0,00
0,0698	1,20	500,00	65,75	65,74	0,00
0,0838	1,44	600,00	42,01	41,71	0,70
0,0559	1,44	600,00	43,99	43,77	0,49
0,0698	1,20	668,18	49,24	49,60	0,72
0,0838	0,96	600,00	77,73	77,83	0,14
0,0838	0,96	400,00	116,53	117,29	0,65
0,0698	1,20	500,00	65,75	65,74	0,00
0,0698	1,20	500,00	65,75	65,74	0,00
0,0463	1,20	500,00	70,42	70,47	0,08
0,0559	0,96	400,00	133,11	134,56	1,09
0,0559	0,96	600,00	88,73	88,59	0,16

Fonte: elaborada pelo autor.

Tabela C.8: Comparação entre os resultados do GEOMECC91 e do MSR para o deslocamento frontal $u_z^{(2)}$ do planejamento CCD11.

AMOSTRAS (VARIÁVEIS DO MACIÇO)			GEOMECC91	MSR	DIFERENÇA (%)
φ (rad)	c (MPa)	E_m (MPa)	$u_z^{(2)}$ (mm)	$\hat{u}_z^{(2)}$ (mm)	$(\hat{u}_z^{(2)} - u_z^{(2)})/u_z^{(2)}$
0,0698	1,20	500,00	41,27	41,27	0,00
0,0933	1,20	500,00	38,37	38,56	0,50
0,0838	1,44	400,00	39,03	39,16	0,34
0,0698	1,20	500,00	41,27	41,27	0,00
0,0559	1,44	400,00	40,61	40,90	0,72
0,0698	1,60	500,00	29,86	29,64	0,74
0,0698	1,20	331,82	62,12	61,81	0,50
0,0698	0,80	500,00	94,93	95,72	0,82
0,0698	1,20	500,00	41,27	41,27	0,00
0,0698	1,20	500,00	41,27	41,27	0,00
0,0838	1,44	600,00	26,07	26,04	0,12
0,0559	1,44	600,00	27,11	27,19	0,27
0,0698	1,20	668,18	30,90	31,08	0,58
0,0838	0,96	600,00	50,34	49,96	0,77
0,0838	0,96	400,00	75,47	75,22	0,33
0,0698	1,20	500,00	41,27	41,27	0,00
0,0698	1,20	500,00	41,27	41,27	0,00
0,0463	1,20	500,00	44,92	44,73	0,42
0,0559	0,96	400,00	85,89	85,94	0,07
0,0559	0,96	600,00	57,28	57,06	0,39

Fonte: elaborada pelo autor.

Tabela C.9: Comparação entre os resultados do GEOMECC91 e do MSR para o deslocamento radial $u_{eq}^{(2)}$ do planejamento CCD11.

AMOSTRAS (VARIÁVEIS DO MACIÇO)			GEOMECC91	MSR	DIFERENÇA (%)
φ (rad)	c (MPa)	E_m (MPa)	$u_{eq}^{(2)}$ (mm)	$\hat{u}_{eq}^{(2)}$ (mm)	$(\hat{u}_{eq}^{(2)} - u_{eq}^{(2)})/u_{eq}^{(2)}$
0,06981	1,20	500,00	51,08	51,08	0,00
0,08378	0,96	600,00	53,25	53,10	0,29
0,05585	1,44	400,00	54,05	54,18	0,23
0,06981	0,80	500,00	78,76	79,12	0,45
0,05585	1,44	600,00	37,85	37,84	0,03
0,04633	1,20	500,00	53,31	53,32	0,01
0,06981	1,20	500,00	51,08	51,08	0,00
0,08378	1,44	400,00	52,37	52,52	0,29
0,06981	1,20	500,00	51,08	51,08	0,00
0,05585	0,96	600,00	57,34	57,12	0,38
0,08378	1,44	600,00	36,51	36,47	0,11
0,06981	1,60	500,00	40,50	40,43	0,17
0,06981	1,20	331,82	71,96	71,58	0,52
0,05585	0,96	400,00	78,88	79,00	0,15
0,06981	1,20	500,00	51,08	51,08	0,00
0,06981	1,20	500,00	51,08	51,08	0,00
0,06981	1,20	668,18	39,71	39,85	0,35
0,06981	1,20	500,00	51,08	51,08	0,00
0,08378	0,96	400,00	73,69	73,67	0,03
0,09330	1,20	500,00	49,08	49,12	0,07

Fonte: elaborada pelo autor.

Tabela C.10: Comparação entre os resultados do GEOMECC91 e do MSR para o deslocamento frontal $u_{z,eq}^{(2)}$ do planejamento CCD11.

AMOSTRAS (VARIÁVEIS DO MACIÇO)			GEOMECC91	MSR	DIFERENÇA (%)
φ (rad)	c (MPa)	E_m (MPa)	$u_{z,eq}^{(2)}$ (mm)	$\hat{u}_{z,eq}^{(2)}$ (mm)	$(\hat{u}_{z,eq}^{(2)} - u_{z,eq}^{(2)})/u_{z,eq}^{(2)}$
0,0698	1,20	500,00	39,41	39,40	0,02
0,0838	0,96	600,00	47,02	46,57	0,96
0,0559	1,44	400,00	39,77	40,00	0,58
0,0698	0,80	500,00	83,87	84,82	1,13
0,0559	1,44	600,00	26,69	26,74	0,18
0,0463	1,20	500,00	42,50	42,41	0,22
0,0698	1,20	500,00	39,41	39,40	0,02
0,0838	1,44	400,00	38,60	38,67	0,17
0,0698	1,20	500,00	39,41	39,40	0,02
0,0559	0,96	600,00	52,92	52,63	0,55
0,0838	1,44	600,00	25,86	25,79	0,24
0,0698	1,60	500,00	29,80	29,62	0,59
0,0698	1,20	331,82	58,44	58,31	0,22
0,0559	0,96	400,00	77,51	77,40	0,14
0,0698	1,20	500,00	39,41	39,40	0,02
0,0698	1,20	500,00	39,41	39,40	0,02
0,0698	1,20	668,18	29,77	30,00	0,75
0,0698	1,20	500,00	39,41	39,40	0,02
0,0838	0,96	400,00	69,02	68,63	0,56
0,0933	1,20	500,00	36,91	37,19	0,76

Fonte: elaborada pelo autor.

• **PLANEJAMENTO CCD12:**

Após a realização das 20 simulações, o software *Design Expert* define as funções aproximadoras de $u_{\infty}^{(2)}$ e $u_z^{(2)}$, para o Túnel C com tirantes e sem revestimento, com base em regressões com transformação em raiz quadrada inversa conforme segue:

$$\begin{aligned} 1/\sqrt{\hat{u}_{\infty}^{(2)}} = & -0,650 + 2,279\varphi + 1,115c + (4,30E - 04)E_m - 1,402\varphi c \\ & + (9,54E - 04)\varphi E_m + (4,40E - 04)cE_m - 0,792\varphi^2 - 0,329c^2 \\ & - (3,57E - 07)E_m^2 \end{aligned} \quad (C.9)$$

$$\begin{aligned} 1/\sqrt{\hat{u}_z^{(2)}} = & -1,422 + 6,802\varphi + 2,243c + (1,03E - 03)E_m - 3,479\varphi c \\ & + (1,19E - 03)\varphi E_m + (3,95E - 04)cE_m - 15,517\varphi^2 - 0,737c^2 \\ & - (6,73E - 07)E_m^2 \end{aligned} \quad (C.10)$$

As funções aproximadoras de $u_{eq}^{(2)}$ e $u_{z,eq}^{(2)}$, para o Túnel C com tirantes e com revestimento, são dadas com base em regressões com transformação inversa conforme segue:

$$\begin{aligned} 1/\hat{u}_{eq} = & -0,154 + 0,932\varphi + 0,392c - (2,67E - 04)E_m - 0,772\varphi c + (2,15E - 03)\varphi E_m \\ & + (9,66E - 04)cE_m - 0,530\varphi^2 - 0,159c^2 - (4,60E - 08)E_m^2 \end{aligned} \quad (C.11)$$

$$\begin{aligned} 1/\hat{u}_{z,eq} = & -1,979 + 9,181\varphi + 2,804c + (1,01E - 04)E_m - 5,319\varphi c \\ & + (3,79E - 03)\varphi E_m + (1,36E - 03)cE_m - 21,846\varphi^2 - 1,030c^2 \\ & - (3,10E - 07)E_m^2 \end{aligned} \quad (C.12)$$

A Tabela C.11 define os níveis de ajustes R^2 dos tipos de funções aproximadoras propostas pelo software para determinar u_{∞} , u_z , u_{eq} e $u_{z,eq}$, o que verifica que a função quadrática definida nas Eqs. (C.9) a (C.12) são adequadas aos resultados do processo iterativo de cálculo com precisão acima de 99%.

Tabela C.11: Verificação de ajustes R^2 das funções definidas para u_∞ , u_z , u_{eq} e $u_{z,eq}$ no planejamento CCD12.

Solicitação	Função	R^2 Ajustado (%)	R^2 Previsto (%)
\hat{u}_∞	Linear	96,67	95,32
	Quadrática	99,95	99,82
\hat{u}_z	Linear	88,37	83,95
	Quadrática	99,55	98,21
\hat{u}_{eq}	Linear	97,72	96,49
	Quadrática	99,98	99,94
$\hat{u}_{z,eq}$	Linear	90,28	86,12
	Quadrática	99,51	98,03

Fonte: elaborada pelo autor.

As Tabelas C.12 a C.15 apresentam os resultados de $u_\infty^{(2)}$, $u_z^{(2)}$, $u_{eq}^{(2)}$ e $u_{z,eq}^{(2)}$ definidos pelo GEOMECC91 e calculados pelas formulações equivalentes definidas pelas Eqs. (C.9) a (C.12), referente as 20 combinações definidas no software *Design Expert*.

Tabela C.12: Comparação entre os resultados do GEOMECC91 e do MSR para o deslocamento radial $u_\infty^{(2)}$ do planejamento CCD12.

AMOSTRAS (VARIÁVEIS DO MACIÇO)			GEOMECC91	MSR	DIFERENÇA (%)
φ (rad)	c (MPa)	E_m (MPa)	$u_\infty^{(2)}$ (mm)	$\hat{u}_\infty^{(2)}$ (mm)	$(\hat{u}_\infty^{(2)} - u_\infty^{(2)})/u_\infty^{(2)}$
0,0698	1,20	500,00	65,71	65,71	0,00
0,0933	1,20	500,00	61,55	61,60	0,07
0,0838	1,44	400,00	62,86	62,88	0,03
0,0698	1,20	500,00	65,71	65,71	0,00
0,0559	1,44	400,00	65,83	65,67	0,25
0,0698	1,60	500,00	46,13	46,50	0,81
0,0698	1,20	331,82	98,82	98,01	0,83
0,0698	0,80	500,00	156,13	154,19	1,26
0,0698	1,20	500,00	65,71	65,71	0,00
0,0698	1,20	500,00	65,71	65,71	0,00
0,0838	1,44	600,00	41,99	41,70	0,70
0,0559	1,44	600,00	43,98	43,76	0,50
0,0698	1,20	668,18	49,22	49,57	0,71
0,0838	0,96	600,00	77,64	77,77	0,16
0,0838	0,96	400,00	116,40	117,19	0,67
0,0698	1,20	500,00	65,71	65,71	0,00
0,0698	1,20	500,00	65,71	65,71	0,00
0,0463	1,20	500,00	70,37	70,43	0,08
0,0559	0,96	400,00	133,00	134,47	1,10
0,0559	0,96	600,00	88,65	88,52	0,15

Fonte: elaborada pelo autor.

Tabela C.13: Comparação entre os resultados do GEOMECC91 e do MSR para o deslocamento frontal $u_z^{(2)}$ do planejamento CCD12.

AMOSTRAS (VARIÁVEIS DO MACIÇO)			GEOMECC91	MSR	DIFERENÇA (%)
φ (rad)	c (MPa)	E_m (MPa)	$u_z^{(2)}$ (mm)	$\hat{u}_z^{(2)}$ (mm)	$(\hat{u}_z^{(2)} - u_z^{(2)})/u_z^{(2)}$
0,0698	1,20	500,00	33,73	33,71	0,06
0,0933	1,20	500,00	32,57	32,58	0,04
0,0838	1,44	400,00	37,57	37,47	0,26
0,0698	1,20	500,00	33,73	33,71	0,06
0,0559	1,44	400,00	38,36	37,71	1,73
0,0698	1,60	500,00	29,40	30,18	2,64
0,0698	1,20	331,82	50,70	50,56	0,27
0,0698	0,80	500,00	71,76	71,08	0,95
0,0698	1,20	500,00	33,73	33,71	0,06
0,0698	1,20	500,00	33,73	33,71	0,06
0,0838	1,44	600,00	25,18	24,78	1,59
0,0559	1,44	600,00	25,70	25,21	1,91
0,0698	1,20	668,18	25,28	25,80	2,06
0,0838	0,96	600,00	37,16	37,20	0,12
0,0838	0,96	400,00	55,73	56,22	0,88
0,0698	1,20	500,00	33,73	33,71	0,06
0,0698	1,20	500,00	33,73	33,71	0,06
0,0463	1,20	500,00	35,46	36,23	2,17
0,0559	0,96	400,00	64,38	64,68	0,46
0,0559	0,96	600,00	42,92	42,32	1,42

Fonte: elaborada pelo autor.

Tabela C.14: Comparação entre os resultados do GEOMECC91 e do MSR para o deslocamento radial $u_{eq}^{(2)}$ do planejamento CCD12.

AMOSTRAS (VARIÁVEIS DO MACIÇO)			GEOMECC91	MSR	DIFERENÇA (%)
φ (rad)	c (MPa)	E_m (MPa)	$u_{eq}^{(2)}$ (mm)	$\hat{u}_{eq}^{(2)}$ (mm)	$(\hat{u}_{eq}^{(2)} - u_{eq}^{(2)})/u_{eq}^{(2)}$
0,0698	1,20	500,00	50,55	50,55	0,00
0,0838	0,96	600,00	52,35	52,22	0,25
0,0559	1,44	400,00	53,65	53,77	0,23
0,0698	0,80	500,00	76,51	76,83	0,41
0,0559	1,44	600,00	37,62	37,62	0,01
0,0463	1,20	500,00	52,68	52,67	0,02
0,0698	1,20	500,00	50,55	50,55	0,00
0,0838	1,44	400,00	52,04	52,19	0,30
0,0698	1,20	500,00	50,55	50,55	0,00
0,0559	0,96	600,00	56,24	56,05	0,34
0,0838	1,44	600,00	36,34	36,31	0,09
0,0698	1,60	500,00	40,36	40,28	0,19
0,0698	1,20	331,82	70,97	70,62	0,49
0,0559	0,96	400,00	77,10	77,22	0,15
0,0698	1,20	500,00	50,55	50,55	0,00
0,0698	1,20	500,00	50,55	50,55	0,00
0,0698	1,20	668,18	39,38	39,49	0,30
0,0698	1,20	500,00	50,55	50,55	0,00
0,0838	0,96	400,00	72,19	72,16	0,05
0,0933	1,20	500,00	48,61	48,64	0,05

Fonte: elaborada pelo autor.

Tabela C.15: Comparação entre os resultados do GEOMECC91 e do MSR para o deslocamento frontal $u_{z,eq}^{(2)}$ do planejamento CCD12.

AMOSTRAS (VARIÁVEIS DO MACIÇO)			GEOMECC91	MSR	DIFERENÇA (%)
φ (rad)	c (MPa)	E_m (MPa)	$u_{z,eq}^{(2)}$ (mm)	$\hat{u}_{z,eq}^{(2)}$ (mm)	$(\hat{u}_{z,eq}^{(2)} - u_{z,eq}^{(2)})/u_{z,eq}^{(2)}$
0,0698	1,20	500,00	32,84	32,82	0,05
0,0838	0,96	600,00	34,30	34,25	0,15
0,0559	1,44	400,00	37,97	37,51	1,22
0,0698	0,80	500,00	61,73	61,54	0,30
0,0559	1,44	600,00	25,50	25,16	1,33
0,0463	1,20	500,00	34,13	34,75	1,81
0,0698	1,20	500,00	32,84	32,82	0,05
0,0838	1,44	400,00	37,34	37,53	0,50
0,0698	1,20	500,00	32,84	32,82	0,05
0,0559	0,96	600,00	39,03	38,28	1,94
0,0838	1,44	600,00	25,06	24,73	1,34
0,0698	1,60	500,00	29,36	29,85	1,68
0,0698	1,20	331,82	48,91	48,30	1,27
0,0559	0,96	400,00	56,94	57,50	0,98
0,0698	1,20	500,00	32,84	32,82	0,05
0,0698	1,20	500,00	32,84	32,82	0,05
0,0698	1,20	668,18	24,74	25,22	1,95
0,0698	1,20	500,00	32,84	32,82	0,05
0,0838	0,96	400,00	50,21	50,62	0,80
0,0933	1,20	500,00	31,90	31,90	0,02

Fonte: elaborada pelo autor.

• PLANEJAMENTO CCD13:

Após a realização das 20 simulações, o software *Design Expert* define as funções aproximadoras de $u_{\infty}^{(2)}$ e $u_z^{(2)}$, para o Túnel C com tirantes e sem revestimento, com base em regressões com transformação inversa e logarítmica conforme segue:

$$\begin{aligned}
 1/\hat{u}_{\infty}^{(2)} = & -0,615 + 2,854\varphi + 0,859c - (4,90E - 04)E_m - 1,395\varphi c \\
 & + (2,68E - 03)\varphi E_m + (1,11E - 03)cE_m - 7,999\varphi^2 - 0,311c^2 \\
 & - (3,38E - 08)E_m^2
 \end{aligned} \tag{C.13}$$

$$\begin{aligned}
 \ln(\hat{u}_z^{(2)}) = & 6,725 - 13,781\varphi - 5,788c - (4,24E - 03)E_m + 7,165\varphi c \\
 & + (1,04E - 04)\varphi E_m + (3,10E - 05)cE_m + 15,006\varphi^2 + 1,620c^2 \\
 & + (2,17E - 06)E_m^2
 \end{aligned} \tag{C.14}$$

As funções aproximadoras de $u_{eq}^{(2)}$ e $u_{z,eq}^{(2)}$, para o Túnel C com tirantes e com revestimento, são dadas com base em regressões com transformação inversa e logarítmica conforme segue:

$$\begin{aligned}
1/\hat{u}_{\text{eq}}^{(2)} = & -0,279 + 1,464\varphi + 0,537c - (1,41\text{E} - 04)E_m - 0,909\varphi c \\
& + (2,28\text{E} - 03)\varphi E_m + (9,50\text{E} - 04)cE_m - 3,102\varphi^2 - 0,206c^2 \\
& - (6,25\text{E} - 08)E_m^2
\end{aligned} \tag{C.15}$$

$$\begin{aligned}
\ln(\hat{u}_{z,\text{eq}}^{(2)}) = & 6,282 - 13,246\varphi - 5,402c - (3,97\text{E} - 03)E_m + 6,792\varphi c \\
& - (1,76\text{E} - 04)\varphi E_m - (1,38\text{E} - 04)cE_m + 17,35\varphi^2 + 1,544c^2 \\
& + (2,17\text{E} - 06)E_m^2
\end{aligned} \tag{C.16}$$

A Tabela C.16 define os níveis de ajustes R^2 dos tipos de funções aproximadoras propostas pelo software para determinar u_∞ , u_z , u_{eq} e $u_{z,\text{eq}}$, o que verifica que a função quadrática definida nas Eqs. (C.13) a (C.16) são adequadas aos resultados do processo iterativo de cálculo com precisão acima de 99%.

Tabela C.16: Verificação de ajustes R^2 das funções definidas para u_∞ , u_z , u_{eq} e $u_{z,\text{eq}}$ no planejamento CCD13.

Solicitação	Função	R^2 Ajustado (%)	R^2 Previsto (%)
\hat{u}_∞	Linear	96,89	95,34
	Quadrática	99,96	99,86
\hat{u}_z	Linear	92,89	90,32
	Quadrática	99,97	99,89
\hat{u}_{eq}	Linear	97,74	96,57
	Quadrática	99,98	99,92
$\hat{u}_{z,\text{eq}}$	Linear	92,47	89,78
	Quadrática	99,96	99,84

Fonte: elaborada pelo autor.

As Tabelas C.17 a C.20 apresentam os resultados de $u_\infty^{(2)}$, $u_z^{(2)}$, $u_{\text{eq}}^{(2)}$ e $u_{z,\text{eq}}^{(2)}$ definidos pelo GEOMECC91 e calculados pelas formulações equivalentes definidas pelas Eqs. (C.13) a (C.16), referente as 20 combinações definidas no software *Design Expert*.

Tabela C.17: Comparação entre os resultados do GEOMECC91 e do MSR para o deslocamento radial $u_\infty^{(2)}$ do planejamento CCD13.

AMOSTRAS (VARIÁVEIS DO MACIÇO)			GEOMECC91	MSR	DIFERENÇA (%)
φ (rad)	c (MPa)	E_m (MPa)	$u_\infty^{(2)}$ (mm)	$\hat{u}_\infty^{(2)}$ (mm)	$(\hat{u}_\infty^{(2)} - u_\infty^{(2)})/u_\infty^{(2)}$
0,0698	1,20	500,00	57,70	57,70	0,01
0,0933	1,20	500,00	54,60	54,70	0,18
0,0838	1,44	400,00	57,22	57,51	0,50
0,0698	1,20	500,00	57,70	57,70	0,01
0,0559	1,44	400,00	59,96	60,08	0,20
0,0698	1,60	500,00	42,90	42,84	0,14
0,0698	1,20	331,82	86,34	85,59	0,88
0,0698	0,80	500,00	124,51	125,90	1,12
0,0698	1,20	500,00	57,70	57,70	0,01
0,0698	1,20	500,00	57,70	57,70	0,01
0,0838	1,44	600,00	38,43	38,31	0,31
0,0559	1,44	600,00	40,25	40,22	0,07
0,0698	1,20	668,18	43,34	43,64	0,69
0,0838	0,96	600,00	64,93	64,63	0,47
0,0838	0,96	400,00	97,02	96,81	0,22
0,0698	1,20	500,00	57,70	57,70	0,01
0,0698	1,20	500,00	57,70	57,70	0,01
0,0463	1,20	500,00	62,07	62,16	0,14
0,0559	0,96	400,00	111,07	111,58	0,45
0,0559	0,96	600,00	74,18	73,49	0,94

Fonte: elaborada pelo autor.

Tabela C.18: Comparação entre os resultados do GEOMECC91 e do MSR para o deslocamento frontal $u_z^{(2)}$ do planejamento CCD13.

AMOSTRAS (VARIÁVEIS DO MACIÇO)			GEOMECC91	MSR	DIFERENÇA (%)
φ (rad)	c (MPa)	E_m (MPa)	$u_z^{(2)}$ (mm)	$\hat{u}_z^{(2)}$ (mm)	$(\hat{u}_z^{(2)} - u_z^{(2)})/u_z^{(2)}$
0,0698	1,20	500,00	39,21	39,20	0,01
0,0933	1,20	500,00	36,56	36,81	0,67
0,0838	1,44	400,00	37,97	38,01	0,10
0,0698	1,20	500,00	39,21	39,20	0,01
0,0559	1,44	400,00	39,26	39,45	0,48
0,0698	1,60	500,00	29,30	29,19	0,37
0,0698	1,20	331,82	58,78	58,63	0,26
0,0698	0,80	500,00	88,52	89,26	0,83
0,0698	1,20	500,00	39,21	39,20	0,01
0,0698	1,20	500,00	39,21	39,20	0,01
0,0838	1,44	600,00	25,45	25,38	0,30
0,0559	1,44	600,00	26,31	26,32	0,06
0,0698	1,20	668,18	29,42	29,63	0,72
0,0838	0,96	600,00	47,33	46,95	0,81
0,0838	0,96	400,00	70,80	70,53	0,39
0,0698	1,20	500,00	39,21	39,20	0,01
0,0698	1,20	500,00	39,21	39,20	0,01
0,0463	1,20	500,00	42,54	42,45	0,21
0,0559	0,96	400,00	80,59	80,57	0,03
0,0559	0,96	600,00	53,83	53,60	0,43

Fonte: elaborada pelo autor.

Tabela C.19: Comparação entre os resultados do GEOMECC91 e do MSR para o deslocamento radial $u_{eq}^{(2)}$ do planejamento CCD13.

AMOSTRAS (VARIÁVEIS DO MACIÇO)			GEOMECC91	MSR	DIFERENÇA (%)
φ (rad)	c (MPa)	E_m (MPa)	$u_{eq}^{(2)}$ (mm)	$\hat{u}_{eq}^{(2)}$ (mm)	$(\hat{u}_{eq}^{(2)} - u_{eq}^{(2)})/u_{eq}^{(2)}$
0,0698	1,20	500,00	46,69	46,69	0,00
0,0838	0,96	600,00	47,78	47,72	0,13
0,0559	1,44	400,00	50,20	50,24	0,08
0,0698	0,80	500,00	70,41	70,44	0,05
0,0559	1,44	600,00	35,11	35,07	0,11
0,0463	1,20	500,00	48,72	48,75	0,06
0,0698	1,20	500,00	46,69	46,69	0,00
0,0838	1,44	400,00	48,67	48,79	0,27
0,0698	1,20	500,00	46,69	46,69	0,00
0,0559	0,96	600,00	51,37	51,19	0,34
0,0838	1,44	600,00	33,94	33,86	0,22
0,0698	1,60	500,00	37,86	37,88	0,04
0,0698	1,20	331,82	66,11	65,71	0,60
0,0559	0,96	400,00	71,35	71,62	0,38
0,0698	1,20	500,00	46,69	46,69	0,00
0,0698	1,20	500,00	46,69	46,69	0,00
0,0698	1,20	668,18	36,22	36,36	0,39
0,0698	1,20	500,00	46,69	46,69	0,00
0,0838	0,96	400,00	66,76	66,85	0,13
0,0933	1,20	500,00	45,02	45,03	0,02

Fonte: elaborada pelo autor.

Tabela C.20: Comparação entre os resultados do GEOMECC91 e do MSR para o deslocamento frontal $u_{z,eq}^{(2)}$ do planejamento CCD13.

AMOSTRAS (VARIÁVEIS DO MACIÇO)			GEOMECC91	MSR	DIFERENÇA (%)
φ (rad)	c (MPa)	E_m (MPa)	$u_{z,eq}^{(2)}$ (mm)	$\hat{u}_{z,eq}^{(2)}$ (mm)	$(\hat{u}_{z,eq}^{(2)} - u_{z,eq}^{(2)})/u_{z,eq}^{(2)}$
0,0698	1,20	500,00	37,93	37,92	0,02
0,0838	0,96	600,00	45,00	44,60	0,90
0,0559	1,44	400,00	38,85	38,97	0,31
0,0698	0,80	500,00	80,65	81,45	0,99
0,0559	1,44	600,00	26,08	26,06	0,07
0,0463	1,20	500,00	40,85	40,85	0,00
0,0698	1,20	500,00	37,93	37,92	0,02
0,0838	1,44	400,00	37,79	37,78	0,03
0,0698	1,20	500,00	37,93	37,92	0,02
0,0559	0,96	600,00	50,72	50,44	0,56
0,0838	1,44	600,00	25,35	25,24	0,43
0,0698	1,60	500,00	29,34	29,29	0,15
0,0698	1,20	331,82	56,28	56,25	0,05
0,0559	0,96	400,00	74,55	74,43	0,16
0,0698	1,20	500,00	37,93	37,92	0,02
0,0698	1,20	500,00	37,93	37,92	0,02
0,0698	1,20	668,18	28,64	28,89	0,89
0,0698	1,20	500,00	37,93	37,92	0,02
0,0838	0,96	400,00	66,22	65,88	0,52
0,0933	1,20	500,00	35,58	35,88	0,84

Fonte: elaborada pelo autor.

• **PLANEJAMENTO CCD14:**

Após a realização das 20 simulações, o software *Design Expert* define as funções aproximadoras de $u_{\infty}^{(2)}$ e $u_z^{(2)}$, para o Túnel C com tirantes e sem revestimento, com base em regressões com transformação inversa conforme segue:

$$\begin{aligned} 1/\hat{u}_{\infty}^{(2)} = & -0,617 + 2,864\varphi + 0,861c - (4,89E - 04)E_m - 1,403\varphi c \\ & + (2,68E - 03)\varphi E_m + (1,12E - 03)cE_m - 7,992\varphi^2 - 0,312c^2 \\ & - (3,41E - 08)E_m^2 \end{aligned} \quad (C.17)$$

$$\begin{aligned} 1/\hat{u}_z^{(2)} = & -2,360 + 10,699\varphi + 3,220c + (2,46E - 04)E_m - 5,798\varphi c \\ & + (4,0E - 03)\varphi E_m + (1,31E - 03)cE_m - 28,094\varphi^2 - 1,153c^2 \\ & - (3,74E - 07)E_m^2 \end{aligned} \quad (C.18)$$

As funções aproximadoras de $u_{eq}^{(2)}$ e $u_{z,eq}^{(2)}$, para o Túnel C com tirantes e com revestimento, são dadas com base em regressões com transformação inversa e logarítmica conforme segue:

$$\begin{aligned} 1/\hat{u}_{eq}^{(2)} = & -0,251 + 1,426\varphi + 0,516c - (1,42E - 04)E_m - 0,965\varphi c \\ & + (2,25E - 03)\varphi E_m + (9,46E - 04)cE_m - 2,325\varphi^2 - 0,20c^2 - (5,23E - 08)E_m^2 \end{aligned} \quad (C.19)$$

$$\begin{aligned} 1/\hat{u}_{z,eq}^{(2)} = & -2,052 + 9,071\varphi + 2,935c + (2,08E - 04)E_m - 5,753\varphi c \\ & + (3,97E - 03)\varphi E_m + (1,26E - 03)cE_m - 17,938\varphi^2 - 1,061c^2 \\ & - (2,52E - 07)E_m^2 \end{aligned} \quad (C.20)$$

A Tabela C.21 define os níveis de ajustes R^2 para determinar u_{∞} , u_z , u_{eq} e $u_{z,eq}$, o que verifica que a função quadrática definida nas Eqs. (C.17) a (C.20) são adequadas aos resultados do processo iterativo de cálculo com precisão acima de 99%.

Tabela C.21: Verificação de ajustes R^2 das funções definidas para u_∞ , u_z , u_{eq} e $u_{z,eq}$ no planejamento CCD14.

Solicitação	Função	R^2 Ajustado (%)	R^2 Previsto (%)
\hat{u}_∞	Linear	96,88	95,33
	Quadrática	99,96	99,86
\hat{u}_z	Linear	89,62	85,26
	Quadrática	99,48	97,91
\hat{u}_{eq}	Linear	97,73	96,55
	Quadrática	99,98	99,92
$\hat{u}_{z,eq}$	Linear	89,90	85,57
	Quadrática	99,42	97,67

Fonte: elaborada pelo autor.

As Tabelas C.22 a C.25 apresentam os resultados de $u_\infty^{(2)}$, $u_z^{(2)}$, $u_{eq}^{(2)}$ e $u_{z,eq}^{(2)}$ definidos pelo GEOMECH91 e calculados pelas formulações equivalentes definidas pelas Eqs. (C.17) a (C.20), referente as 20 combinações definidas no software *Design Expert*.

Tabela C.22: Comparação entre os resultados do GEOMECC91 e do MSR para o deslocamento radial $u_{\infty}^{(2)}$ do planejamento CCD14.

AMOSTRAS (VARIÁVEIS DO MACIÇO)			GEOMECC91	MSR	DIFERENÇA (%)
φ (rad)	c (MPa)	E_m (MPa)	u_{∞} (mm)	\hat{u}_{∞} (mm)	$(\hat{u}_{\infty} - u_{\infty})/u_{\infty}$
0,0698	1,20	500,00	57,67	57,67	0,01
0,0933	1,20	500,00	54,57	54,67	0,18
0,0838	1,44	400,00	57,20	57,48	0,50
0,0698	1,20	500,00	57,67	57,67	0,01
0,0559	1,44	400,00	59,93	60,05	0,19
0,0698	1,60	500,00	42,89	42,83	0,14
0,0698	1,20	331,82	86,29	85,54	0,87
0,0698	0,80	500,00	124,48	125,88	1,12
0,0698	1,20	500,00	57,67	57,67	0,01
0,0698	1,20	500,00	57,67	57,67	0,01
0,0838	1,44	600,00	38,42	38,30	0,31
0,0559	1,44	600,00	40,24	40,21	0,07
0,0698	1,20	668,18	43,32	43,62	0,69
0,0838	0,96	600,00	64,90	64,59	0,47
0,0838	0,96	400,00	96,97	96,75	0,22
0,0698	1,20	500,00	57,67	57,67	0,01
0,0698	1,20	500,00	57,67	57,67	0,01
0,0463	1,20	500,00	62,04	62,13	0,14
0,0559	0,96	400,00	111,04	111,55	0,46
0,0559	0,96	600,00	74,16	73,47	0,95

Fonte: elaborada pelo autor.

Tabela C.23: Comparação entre os resultados do GEOMECC91 e do MSR para o deslocamento frontal $u_z^{(2)}$ do planejamento CCD14.

AMOSTRAS (VARIÁVEIS DO MACIÇO)			GEOMECC91	MSR	DIFERENÇA (%)
φ (rad)	c (MPa)	E_m (MPa)	u_z (mm)	\hat{u}_z (mm)	$(\hat{u}_z - u_z)/u_z$
0,0698	1,20	500,00	32,45	32,43	0,06
0,0933	1,20	500,00	31,44	31,50	0,18
0,0838	1,44	400,00	36,66	36,82	0,44
0,0698	1,20	500,00	32,45	32,43	0,06
0,0559	1,44	400,00	37,36	36,85	1,37
0,0698	1,60	500,00	28,85	29,36	1,75
0,0698	1,20	331,82	48,53	48,07	0,96
0,0698	0,80	500,00	65,98	66,26	0,43
0,0698	1,20	500,00	32,45	32,43	0,06
0,0698	1,20	500,00	32,45	32,43	0,06
0,0838	1,44	600,00	24,65	24,30	1,44
0,0559	1,44	600,00	25,11	24,77	1,39
0,0698	1,20	668,18	24,38	24,90	2,14
0,0838	0,96	600,00	34,53	34,41	0,35
0,0838	0,96	400,00	51,64	51,87	0,45
0,0698	1,20	500,00	32,45	32,43	0,06
0,0698	1,20	500,00	32,45	32,43	0,06
0,0463	1,20	500,00	33,90	34,61	2,09
0,0559	0,96	400,00	59,61	60,02	0,69
0,0559	0,96	600,00	39,82	38,91	2,34

Fonte: elaborada pelo autor.

Tabela C.24: Comparação entre os resultados do GEOMECC91 e do MSR para o deslocamento radial $u_{eq}^{(2)}$ do planejamento CCD14.

AMOSTRAS (VARIÁVEIS DO MACIÇO)			GEOMECC91	MSR	DIFERENÇA (%)
φ (rad)	c (MPa)	E_m (MPa)	$u_{eq}^{(2)}$ (mm)	$\hat{u}_{eq}^{(2)}$ (mm)	$(\hat{u}_{eq}^{(2)} - u_{eq}^{(2)})/u_{eq}^{(2)}$
0,0698	1,20	500,00	46,17	46,17	0,00
0,0838	0,96	600,00	46,96	46,90	0,13
0,0559	1,44	400,00	49,77	49,82	0,11
0,0698	0,80	500,00	68,35	68,36	0,02
0,0559	1,44	600,00	34,88	34,85	0,10
0,0463	1,20	500,00	48,13	48,13	0,01
0,0698	1,20	500,00	46,17	46,17	0,00
0,0838	1,44	400,00	48,31	48,45	0,27
0,0698	1,20	500,00	46,17	46,17	0,00
0,0559	0,96	600,00	50,41	50,25	0,31
0,0838	1,44	600,00	33,76	33,69	0,21
0,0698	1,60	500,00	37,71	37,72	0,02
0,0698	1,20	331,82	65,13	64,72	0,63
0,0559	0,96	400,00	69,63	69,92	0,41
0,0698	1,20	500,00	46,17	46,17	0,00
0,0698	1,20	500,00	46,17	46,17	0,00
0,0698	1,20	668,18	35,88	36,02	0,38
0,0698	1,20	500,00	46,17	46,17	0,00
0,0838	0,96	400,00	65,25	65,34	0,14
0,0933	1,20	500,00	44,53	44,54	0,03

Fonte: elaborada pelo autor.

Tabela C.25: Comparação entre os resultados do GEOMECC91 e do MSR para o deslocamento frontal $u_{z,eq}^{(2)}$ do planejamento CCD14.

AMOSTRAS (VARIÁVEIS DO MACIÇO)			GEOMECC91	MSR	DIFERENÇA (%)
φ (rad)	c (MPa)	E_m (MPa)	$u_{z,eq}^{(2)}$ (mm)	$\hat{u}_{z,eq}^{(2)}$ (mm)	$(\hat{u}_{z,eq}^{(2)} - u_{z,eq}^{(2)})/u_{z,eq}^{(2)}$
0,0698	1,20	500,00	31,91	31,89	0,04
0,0838	0,96	600,00	32,57	32,70	0,40
0,0559	1,44	400,00	37,20	36,64	1,53
0,0698	0,80	500,00	58,80	57,79	1,74
0,0559	1,44	600,00	25,02	24,66	1,45
0,0463	1,20	500,00	33,04	33,63	1,80
0,0698	1,20	500,00	31,91	31,89	0,04
0,0838	1,44	400,00	36,63	36,80	0,46
0,0698	1,20	500,00	31,91	31,89	0,04
0,0559	0,96	600,00	37,07	36,50	1,54
0,0838	1,44	600,00	24,63	24,29	1,38
0,0698	1,60	500,00	28,91	29,51	2,09
0,0698	1,20	331,82	47,50	46,84	1,42
0,0559	0,96	400,00	54,26	55,06	1,48
0,0698	1,20	500,00	31,91	31,89	0,04
0,0698	1,20	500,00	31,91	31,89	0,04
0,0698	1,20	668,18	24,04	24,46	1,74
0,0698	1,20	500,00	31,91	31,89	0,04
0,0838	0,96	400,00	47,85	48,52	1,39
0,0933	1,20	500,00	31,06	30,95	0,38

Fonte: elaborada pelo autor.