

Matemática aplicada - SBC
Análise numérica
Equações lineares
CNPq 1.01.04.00-3

Biblioteca com Alta Exatidão para Solução de Sistemas Lineares Densos

Bernardo Frederes Krämer Alcalde¹
Paulo Sérgio Morandi Júnior²
Carlos Amaral Hölbig³
Tiarajú Asmuz Diverio⁴

388456

1 Introdução

A solução de sistemas de equações lineares tem relevante importância para uma ampla gama de áreas do conhecimento humano, não se limitando apenas ao campo das ciências exatas (RUGGIERO; LOPES, 1996). Mas, apesar de haver um grande número de métodos numéricos disponíveis para a solução desses problemas, a maioria não se preocupa originalmente com a qualidade dos resultados obtidos. Sendo assim, além da evidente preocupação com a eficiência dos métodos, também é necessário adaptá-los de forma a evitar ou minimizar erros de exatidão. O objetivo do presente trabalho consiste na implementação em C-XSC (biblioteca com alta exatidão baseada em C++ (HOFSCHESTER; KRÄMER, 2001)) de uma biblioteca que resolva sistemas de equações lineares densos com alta exatidão.

2 A Biblioteca LSS

A biblioteca *Linear System Solver* foi desenvolvida inicialmente em Pascal-XSC (KRÄMER; KULISCH; LOHNER, 1994). Essa biblioteca foi portada para C-XSC com o objetivo de paralelizar os métodos implementados inicialmente para ambientes seqüências. A *LSS* visa solucionar sistemas de equações lineares densos (sobre-determinados - $m \times n$, com $m > n$, quadrados - $n \times n$ e sub-determinados - $m \times n$, com $m < n$) e calcular a inversa A^{-1} de A , no caso do sistema quadrado e a pseudo-inversa A^+ de A , no caso de sistemas sobre e sub-determinados. Além disso, ela trabalha com números reais, complexos, intervalos reais e intervalos complexos.

¹bfkcalcalde@inf.ufrgs.br Bolsista Dell

²sergio@inf.ufrgs.br Bolsista Dell

³holbig@inf.ufrgs.br

⁴Apoio: Dell, FAPERGS e CNPq

3 Testes

Um exemplo da qualidade do resultado obtida com o uso do *solver* é resolução de um sistema linear utilizando as matrizes de Hilbert (matrizes conhecidas como sendo bastante mal-condicionadas e têm seus elementos iguais a $(H_n)_{ij} = \frac{1}{i+j-1}$). A LSS resolveu o sistema $(mmc_{10}h_{10})x = (mmc_{10}\varepsilon_1)$, cujo vetor-solução é a primeira coluna da inversa de H_{10} (1).

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \\ x_{10} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [1.0000000000000000E+002, 1.0000000000000000E+002] \\ [-4.9500000000000000E+003, -4.9500000000000000E+003] \\ [7.9200000000000000E+004, 7.9200000000000000E+004] \\ [-6.0060000000000000E+005, -6.0060000000000000E+005] \\ [2.5225200000000000E+006, 2.5225200000000000E+006] \\ [-6.3063000000000000E+006, -6.3063000000000000E+006] \\ [9.6096000000000000E+006, 9.6096000000000000E+006] \\ [-8.7516000000000000E+006, -8.7516000000000000E+006] \\ [4.3758000000000000E+006, 4.3758000000000000E+006] \\ [-9.2378000000000000E+005, -9.2378000000000000E+005] \end{pmatrix} \quad (1)$$

4 Conclusões e Trabalhos Futuros

O principal objetivo e característica da biblioteca *Linear System Solver* é a preocupação com a qualidade numérica da solução de sistemas de equações lineares densos e da aproximação de matrizes inversas. Pode-se atribuir a alta exatidão das soluções ao uso da aritmética intervalar, aliado a um sofisticado tratamento numérico provido pelo C-XSC. Além disso, a biblioteca apresentada é bastante versátil, sendo aplicável para vários tipos numéricos. Atualmente o trabalho visa a paralelização dos algoritmos implementados utilizando, nesta paralelização, as bibliotecas MPI e DECK, integradas ao C-XSC.

Referências

HOFSCHUSTER, W.; KRÄMER, W. *C-XSC 2.0: A C++ Class Library for Extended Scientific Computing*. Wuppertal, Germany, 2001.

KRÄMER, W.; KULISCH, U.; LOHNER, R. *Numerical Toolbox for Verified Computing II - Advanced Numerical Problems*. Karlsruhe, Germany, 1994. Disponível em: <<http://www.uni-karlsruhe.de/Rudolf.Lohner/papers/tb2.ps.gz>>.

RUGGIERO, M.; LOPES, V. L. *Cálculo Numérico - Aspectos Teóricos e Computacionais*. 2a. ed. São Paulo: Makron Books, 1996.