

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA - CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

ATENUAÇÃO DE VIBRAÇÃO COM MODELO KDAMPER

por

Gibran Pereira Gomes

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Engenheiro Mecânico.

Porto Alegre, abril de 2023.

CIP - Catalogação na Publicação

Gomes, Gibran Pereira
ATEUNÇÃO DE VIBRAÇÃO COM MODELO KDAMPER/ Gibran Pereira
Gomes. -- 2023.
15 f.
Orientador: Herbert Martins Gomes.
Coorientador: José Gilberto Picoral.

Trabalho de conclusão de curso (Graduação) -- Universidade
Federal do Rio Grande do Sul, Escola de Engenharia, Curso de
Engenharia Mecânica, Porto Alegre, BR-RS, 2022.
1.KDAmper. 2. Atenuadores. 3.Elementos finitos. 4.Vibra-
ções. I. Gomes, Herbert Martins, orient. II. Picoral, José
Gilberto, coorient. III. Título.

Elaborada pelo Sistema de Geração Automática de Ficha Catalográfica da UFRGS com os
dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Gibran Pereira Gomes

ATENUAÇÃO DE VIBRAÇÃO COM MODELO KDAMPER

ESTA MONOGRAFIA FOI JULGADA ADEQUADA COMO PARTE DOS RE-
QUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
ENGENHEIRO MECÂNICO
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELA BANCA EXAMINADORA DO
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Prof. Cirilo Seppi Bresolin
Coordenador do Curso de Engenharia Mecânica

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos

Orientador: Prof. Dr. Herbert Martins Gomes

Coorientador: Me. José Gilberto Picoral Filho

Comissão de Avaliação:

Profa. Dr. Daniel Milbrath de Leon

Prof. Dr. Felipe Tempel Stumpf

Prof. Dr. Herbert Martins Gomes (Presidente)

Porto Alegre, abril de 2023.

DEDICATÓRIA

Dedico o meu trabalho aos meus familiares e amigos, por sempre estarem no meu lado nos momentos difíceis. Em especial aos meus pais por sempre me incentivarem a lutar pelos meus sonhos.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA - CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO – 2023

ATENUAÇÃO DE VIBRAÇÃO COM MODELO KDAMPER

Gibran Pereira Gomes

gibranpereiragomes@gmail.com

Resumo. As vibrações que as estruturas mecânicas são expostas, por diferentes motivos, são um tema de extrema relevância, principalmente em casos onde a ressonância e vibrações excessivas resultam na geração de problemas de diminuição do tempo de vida das estruturas, decorrente do fenômeno de fadiga. Uma das formas comumente utilizadas para atenuar as vibrações em estruturas é a utilização de suspensões com controle passivo de amortecimento como as TMD (Tuned Mass Damper) e as KDamper, tais sistemas consistem no acoplamento sintonizado de massas, molas e amortecedores. Estudos recentes apontam que ao acrescentar um componente de rigidez negativa junto aos demais componentes dos sistemas TMD ocorre uma melhoria no desempenho, uma vez em que se implemente essa alteração na configuração o sistema de suspensão passa a ser do tipo KDamper (algumas literaturas podem chamar de EKD). O respectivo trabalho tem como escopo apresentar as principais vantagens e desvantagens dos sistemas de atenuação de vibrações supracitados (TMD e KDamper) por meio de gráficos e comparações numéricas de suas correlatas funções de transferência e respostas dinâmicas. A modelagem numérica dos sistemas em questão foi implementada no ambiente de programação do software MatLab,

Palavras-chave: KDamper, TMD, Atenuadores Dinâmicos, Vibrações, Estrutura Mecânica

Vibration attenuation with kdamper model

Abstract. The vibrations that mechanical structures are exposed, for different reasons, are an extremely relevant topic, especially in cases where resonance and excessive vibrations result in the generation of problems of shortening the life of structures, due to the phenomenon of fatigue. One of the ways commonly used to attenuate vibrations in structures is the use of suspensions with passive damping control such as TMD (Tuned Mass Samper) and KDamper, such systems consist of the tuned coupling of masses, springs and dampers. Recent studies indicate that by adding a negative stiffness component to the other components of the TMD systems there is an improvement in performance, once this change is implemented in the configuration the suspension system becomes a KDamper type (some literature may call it EKD). The scope of the respective work is to present the main advantages and disadvantages of the aforementioned vibration attenuation systems (TMD and KDamper) by means of graphs and numerical comparisons of their correlated transfer functions and dynamic responses. The numerical modeling of the systems in question were implemented in the MatLab software programming environment,

Keywords: KDamper, TMD, Dynamic Attenuators, Vibrations, Mechanical Structure.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – (a) Estrutura original. (b) Estrutura original com sistema de suspensão do tipo TMD acoplado. (c) Estrutura original com suspensão do tipo KDamper acoplado. Adaptado de Antoniadis <i>et al.</i> , 2018.	3
Figura 2 – (a) Função de Amplificação Dinâmica do KDamper. (b) Função de Amplificação Dinâmica do KDamper e do TMD.	8
Figura 3 – (a) Estrutura original. (b) Estrutura com sistema de amortecimento tipo TMD. (c) Estrutura com sistema de amortecimento tipo KDamper.	9
Figura 4 – (a) Deslocamentos do terceiro GDL para as 3 estruturas avaliadas. (b) acelerações do terceiro GDL para as 3 estruturas avaliadas.....	11
Figura 5 – Curvas FFTs das acelerações para as estruturas analisadas.	13

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Variáveis relevantes para a formulação da função de transferência.	4
Tabela 2 – Média da aceleração, velocidade e deslocamento em cada em cada grau de liberdade...	13

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Motivação.....	1
1.2	Objetivos	1
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	1
3	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	2
3.1	Equações de movimento e funções de transferência.....	3
3.1.1	Estrutura Original	3
3.1.2	Tuned Mass Damper (TMD).....	4
3.1.3	KDamper	5
3.2	Método de solução das equações de Movimento por Newmark.....	7
4	Resultados e Discussões.....	8
4.1	Comparativo da Função de Amplificação Dinâmica do TMD e KDamper.....	8
4.2	Comparativo da Resposta Dinâmica de uma estrutura com TMD e KDamper acoplados	9
4.2.1	Equações de Movimento do Sistema.....	9
4.3	Resposta Dinâmica do sistema com atenuador de vibração a uma excitação senoidal na 1ª. Frequência natural da estrutura	11
5	Conclusão.....	14
5.1	Sugestões para trabalhos futuros.....	14
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	15
	ANEXO – 1.....	16
	ANEXO – 2.....	17
	APÊNDICE.....	18

NOMENCLATURA

Letras Romanas

k_N	Rigidez negativa	[N/m]
$\dot{\mathbf{u}}, \dot{\mathbf{x}}, \dot{\mathbf{z}}$	Vetor de velocidades	[m/s]
$\ddot{\mathbf{u}}, \ddot{\mathbf{x}}, \ddot{\mathbf{z}}$	Vetor de acelerações	[m/s ²]
\mathbf{C}, c	Matriz de amortecimento, amortecimento	[N s/m]
f	Frequência	[Hz]
$\mathbf{F}(t), f(t)$	Vetor de cargas aplicadas, cargas aplicadas	[N]
i	Número complexo $\sqrt{-1}$	[-]
\mathbf{K}, k	Matriz de rigidez, rigidez	[N/m]
\mathbf{M}, m	Matriz de massa, massa	[kg]
T, t	Tempo de análise	[s]
U	Deslocamento	[m]
$\mathbf{u}, \mathbf{x}, \mathbf{z}$	Vetor de deslocamentos	[m]

Letras gregas

Δ	Intervalo, variação	[-]
δ, α	Parâmetros do método de Newmark	[-]
Ω	Razão da frequência	[-]
β	Razão entre frequências naturais do atenuador e da estrutura	[-]
γ	Razão das massas	[-]
ζ	Razão de amortecimento	[-]
ω	Frequência angular	[rad/s]

Acrônimos

ADV	Atenuador Dinâmicos de Vibrações
GDL	Grau de Liberdade
KDamper	<i>Dynamic Absorber with negative stiffness</i>
RMS	<i>Root Mean Square</i>
TMD	<i>Tuned Mass Damper</i>
<i>opt</i>	Ótimo

1 INTRODUÇÃO

Vibrações de magnitudes elevadas nas estruturas mecânicas apresentam riscos de ocasionar fadiga e, por conseguinte, diminuir o tempo de vida de seus componentes, principalmente quando as estruturas oscilam em frequência próxima da frequência fundamental dos mesmos, ocasionando a ressonância. Um dos métodos frequentemente adotados objetivando atenuar as vibrações é a utilização do sistema de atenuação do tipo TMD (*Tuned Mass Damper*- também chamado em português de ADV Atenuador Dinâmico de Vibrações), entretanto o mesmo apresenta limitações por necessidade da instalação de grandes elementos inerciais. Pesquisadores tem proposto a utilização de sistemas que têm como base o funcionamento do TMD, adicionando modificações que propiciem a não utilização de inércias relativamente grandes, como exemplo de tais sistemas pode-se citar o TMDi (*Tuned Mass Damper Inerter*) proposto por SMITH *et al* (2002).

Estudos realizados por doutorandos da *National Technical University of Athens*, apresentaram um sistema, de KDamper, que utiliza um componente inovador de rigidez negativa (dispositivo de rigidez negativa apresentado no anexo 1) junto ao conjunto TMD. Conforme constatado por ANTONIADIS *et al* (2018), os KDamper oferecem capacidade de isolamento e amortecimento melhores do que aqueles entregues pelos TMD e proporcionam uma gama de aplicações que podem ser exploradas. Pelo fato de haver no sistema um elemento elástico de rigidez negativa, KAPASAKALIS *et al* (2022) acredita que o comportamento não linear desse possa acrescentar uma maior robustez nas estruturas (frente às variabilidades de frequências de excitação).

1.1 Motivação

Diversas estruturas mecânicas estão expostas a vibrações de magnitude elevada. O risco de colapso estrutural é significativo quando essas além de apresentarem amplitudes consideráveis, ocorrem em frequências que coincidem com aquelas em que as estruturas entram em ressonância. Conforme KAPASAKALIS *et al* (2022) há mais de 100 anos o sistema TMD vem sendo implementado e melhorado para atenuar as vibrações em estruturas mecânicas. Um novo sistema, KDamper, que utiliza como base o sistema TMD, apresentou melhora nos seus resultados ao colocar um elemento de rigidez negativa junto ao conjunto amortecedor, massa e mola. Por ser um estudo recente, a motivação principal para o presente trabalho é apresentar cálculos e resultados que apresentam o comportamento desse novo sistema (sistema KDamper).

1.2 Objetivos

O presente estudo propõe-se a comparar as respostas dinâmicas obtidas via modelagem numérica dos sistemas TMD e KDamper, a fim de identificar qual dos sistemas é o mais adequado quando se objetiva níveis de amortecimentos mais significativos, para uma mesma razão de massa. Serão construídos gráficos com as respostas dinâmicas de cada sistema no ambiente do MatLab (Matlab, 2012), assim permitindo a comparação gráfica das amplitudes dos deslocamentos.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Danos em estruturas mecânicas originados por trepidação, abalos sísmicos ou até mesmo por alguma outra fonte de vibração podem ser minimizados por diferentes técnicas de atenuação

de cargas dinâmicas que foram aprimoradas ao longo da história. As técnicas possuem acionamento de caráter passivo, ativo ou semiativos. Segundo MOUTINHO (2007) técnicas que utilizam acionamento passivo, diferentemente dos sistemas ativos e semiativos, não necessitam utilizar energia para acionar o sistema de amortecimento e apresentam uma grande capacidade de dissipação de energia, tornando-se a mais usual na área da engenharia sísmica.

O sistema de amortecimento TMD é considerado um dos primeiros sistemas passivos desenvolvidos para controlar vibrações em estruturas. Segundo KAPASAKALIS et al (2023), o conceito TMD foi proposto pela primeira vez por Frahm em 1909. Esse sistema, composto por massa, mola e amortecedor, possui performance limitada pela necessidade da utilização de grandes inércias para dissipar efetivamente a energia gerada pela vibração. Portanto, essa limitação pode ser um fator crítico na aplicação do TMD em certas estruturas, exigindo assim uma análise cuidadosa da relação entre a massa necessária e a efetividade do sistema de amortecimento.

Ao longo da história houve estudos que promoveram melhorias no sistema TMD, de forma que diminuísse a dependência do desempenho em relação à massa. Um dos sistemas mais populares foi o sistema TMDi proposto por SMITH *et al* (2002), que apresenta um conjunto de massa, mola e amortecedor além da instalação de um componente com dois terminais que têm a capacidade de igualar as forças geradoras com a aceleração relativa dos mesmos. O componente ficou conhecido como componente inerte. Conforme ANTONIADIS *et al* (2015), o sistema TMDi não precisa de grandes massas para atenuar de forma considerável as vibrações, fazendo com que pudesse ser utilizado no âmbito da engenharia automotiva e espacial. Entretanto, conforme o mesmo autor, o TMDi é indicado para situações com acelerações lineares e necessita constantemente de ajustes para deixar o sistema sintonizado, sendo isso necessário para garantir o seu desempenho.

De acordo com KAPASAKALIS et al (2022), o sistema KDamper é um aprimoramento do clássico sistema TMD, incorporando ao mesmo um elemento inovador de rigidez negativa. ANTONIADIS *et al* (2018) demonstraram que a rigidez negativa pode ser alcançada por meio do pré-tensionamento de elementos com rigidez positiva dentro da faixa elástica do material. Em seu estudo, ANTONIADIS *et al* (2015), concluíram que o pré-tensionamento do elemento elástico permite que ocorra melhor desempenho na neutralização de baixas frequências geradas por vibrações. Portanto, o sistema KDamper é uma técnica promissora para a atenuação de vibrações em estruturas mecânicas, oferecendo melhorias em relação ao sistema TMD clássico.

KAPASAKALIS *et al* (2017) realizaram um estudo sobre a performance da atenuação de vibrações em turbinas eólicas que os sistemas TMD, KDamper e Nacele, podem proporcionar. Para a análise, os autores implementaram numericamente uma turbina eólica com os sistemas de atenuação supramencionados e compararam suas respectivas respostas dinâmicas. Mediante a análise dos resultados, os autores concluíram que o sistema KDamper proporciona melhores níveis de atenuação de vibrações para mesmo valor dos elementos inerciais. Assim concluíram que esse é uma alternativa interessante aos sistemas de isolamento de cargas dinâmicas para torres eólicas, não só devido à performance de atenuação, como também devido ao mesmo proporcionar a possibilidade da utilização de menores massas frente ao TMD e Nacele.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

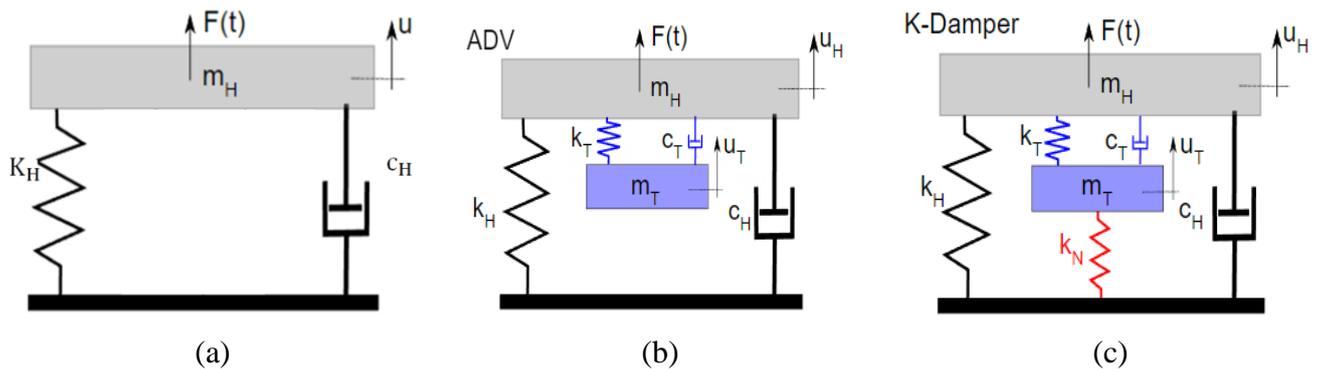
Ambos os dispositivos de controle, TMD e KDamper, considerados nesse trabalho, não possuem controle ativo dos parâmetros elásticos ou de amortecimento dos componentes do sistema, sendo dessa forma categorizados como dispositivos passivos de controle. Tais sistemas são projetados com objetivo de minimizar a resposta dinâmica de estruturas, sem fazer uso de uma fonte de energia externa.

O sistema original, Figura 1(a), onde serão acoplados os sistemas de atenuação TMD e KDamper, para formulação da função de transmissibilidade, possui apenas uma unidade de massa, mola e amortecimento. Assim, unicamente uma coordenada é suficiente para descrever de forma completa no tempo a posição do sistema, configurando dessa forma um sistema com um grau de liberdade (1 GDL).

O sistema *Tuned Mass Damper* analisado, Figura 1b, é formado pelos seguintes elementos: massa, mola e amortecedor, sendo cada um desses na quantidade de um componente. Assim o TMD considerado é do tipo convencional sendo esse um dos quatro tipos de TMDs encontrados na literatura (TMD convencional, TMD bidirecional e homogêneo, TMD pendular, e amortecedores de coluna líquida sintonizados).

O sistema KDamper analisado nesse trabalho está representado na Figura 1c. Tal sistema inclui um elemento de rigidez negativa (k_N) no conjunto de elementos existentes no TMD (massa, mola de rigidez positiva e amortecedor). O componente elástico de rigidez negativa está aterrado na superfície da estrutura vibrante.

Figura 1 – (a) Estrutura original. (b) Estrutura original com sistema de suspensão do tipo TMD acoplado. (c) Estrutura original com suspensão do tipo KDamper acoplado. Adaptado de ANTONIADIS *et al* (2018).



3.1 Equações de movimento e funções de transferência

3.1.1 Estrutura Original

Para que se possa obter a resposta dinâmica da estrutura, necessária para posteriormente se realizar a comparação com as respostas da mesma com os sistemas de atenuação acoplados é necessária a formulação das equações de movimento. Todas essas foram obtidas via método de Newton, sendo o mesmo um balanço entre as forças envolvidas na dinâmica do sistema (força de inércia, força elástica e força dissipativa). Na Equação (1) se tem a equação de movimento do sistema original (RAO, 2009).

$$m_H \ddot{u}_H(t) + c_H \dot{u}_H(t) + k_H u_H(t) = F(t) \quad (1)$$

As estruturas serão submetidas a uma força de excitação harmônica $F(t)$ de mesma frequência que suas frequências fundamentais. Assim, a resposta dinâmica obtida será a maior possível, devido à ocorrência do fenômeno de ressonância.

3.1.2 Tuned Mass Damper (TMD)

Seja o sistema com 2 graus de liberdade, como o indicado na Figura 1(b). O sistema secundário (T), atenuador de vibrações TMD, é acoplado ao sistema primário (H), sendo esse o sistema original. O sistema global (original mais TMD) está sujeito a uma força excitadora do tipo harmônica conforme anteriormente definido. As equações de movimento para o sistema em equilíbrio ficam as seguintes Equações (2) e (3).

$$m_T \ddot{u}_T(t) - k_T[u_H(t) - u_T(t)] - c_T[\dot{u}_H(t) - \dot{u}_T(t)] = 0 \quad (2)$$

$$m_H \ddot{u}_H(t) + k_H u_H(t) + c_H \dot{u}_H(t) + c_T[\dot{u}_H(t) - \dot{u}_T(t)] + k_T[u_H(t) - u_T(t)] = F(t) \quad (3)$$

onde os índices das variáveis são definidos com letra H para aqueles relacionados ao sistema primário, e índice T para os relacionados ao dispositivo TMD (secundário). Utilizando uma excitação harmônica na estrutura ($F(t) = F_H e^{i\omega t}$), a solução característica do sistema é do tipo periódica $u_T(t) = U_T e^{i\omega t}$ e $u_H(t) = U_H e^{i\omega t}$. Assim, substituindo nas equações anteriores, chega-se às Equações (4) e (5):

$$[-i\omega c_T - k_T]U_H + [-\omega^2 m_T + i\omega c_T + k_T]U_T = 0 \quad (4)$$

$$[-\omega^2 m_H + i\omega(c_H + c_T) + (k_H + k_T)]U_H + [-i\omega c_T - k_T]U_T = F_H \quad (5)$$

Com o intuito de simplificar o processo algébrico necessário para a formulação da função de transferência, foram definidas algumas variáveis adimensionais, listadas na Tabela 1. Além disso, na mesma tabela, encontram-se alguns parâmetros dimensionais também relevantes para facilitar a manipulação algébrica, sendo eles: frequência natural das estruturas sem atenuadores, frequência natural do atenuador e deslocamento estático da estrutura.

Tabela 1 – Variáveis relevantes para a formulação da função de transferência.

$\gamma = \frac{m_T}{m_H}$	Razão das massas (massa do atenuador/massa da estrutura) [adm]
$\omega_H = \sqrt{k_H/m_H}$	Frequência natural das estruturas sem atenuador [rad/s]
$\Omega = \omega/\omega_H$	Razão da frequência de excitação sobre a frequência natural da estrutura [adm]
ζ_H	Razão de amortecimento da estrutura [adm]
$\omega_T = \sqrt{k_T/m_T}$	Frequência natural do atenuador [rad/s]
$\beta = \omega_T/\omega_H$	Razão entre frequências naturais do atenuador e da estrutura [adm]
ζ_T	Razão de amortecimento do atenuador [adm]
$U_{H0} = F_H/k_H$	Deslocamento estático da estrutura [m]

Substituindo as variáveis anteriormente criadas nas Equações (4) e (5), e fazendo-se alguns procedimentos para avaliar o valor absoluto da equação complexa final, é possível chegar à Equação (6), na qual é definida a razão do deslocamento U_H da estrutura sobre o deslocamento estático ($U_{H0} = F_H/k_H$) da estrutura quando não há ações dinâmicas, chamada também de função de amplificação dinâmica para deslocamentos da estrutura:

$$\left| \frac{U_H}{U_{H0}} \right| = \sqrt{\frac{(\beta^2 - \Omega^2)^2 + (2\Omega\beta\zeta_T)^2}{[(\beta^2 - \Omega^2) - \Omega^2\beta^2(1+\gamma) + \Omega^2(\Omega^2 - 4\beta\zeta_H\zeta_T)]^2 + 4[(\beta^2 - \Omega^2)\zeta_H + (1 - \Omega^2 - \Omega^2\gamma)\beta\zeta_T]^2}} \quad (6)$$

A frequência ótima do TMD (obtida por DEN HARTOG, 1956), ou seja, a frequência ideal que o sistema acoplado deve vibrar para atenuar as vibrações da estrutura. Pode ser definida na Equação (7), de acordo com a frequência da estrutura e relaciona-se com a razão das massas (γ).

$$f_{T,opt} = \frac{f_H}{1 + m_T/m_H} = \frac{f_H}{1 + \gamma} \quad (7)$$

Através de observações gráficas das equações de deslocamento da estrutura, é possível definir quais fatores tornam o atenuador ótimo com relação ao amortecimento do TMD de forma a reduzir ao máximo a função de amplificação dinâmica da Equação (6), resultando na Equação (8) (DEN HARTOG, 1956):

$$\zeta_{T,opt} = \sqrt{\frac{\frac{3m_T}{m_H}}{8(1 + \frac{m_T}{m_H})^3}} = \sqrt{\frac{3\gamma}{8(1 + \gamma)^3}} \quad (8)$$

Sabendo que a atenuação da vibração é proporcional à razão entre a massa do TMD e a massa da estrutura, conforme a Equação (8), é importante estabelecer um limite para esse valor, levando em consideração não apenas a capacidade da estrutura em suportar uma massa extra, mas também os esforços adicionais que serão gerados. Em ANTONIADIS *et al* (2018) é sugerido uma razão entre a massa do atenuador e a massa da estrutura (γ) em torno de 3 a 5. Além disso, é preciso considerar a amplitude máxima que o TMD poderá oscilar para evitar danos à estrutura ou ao próprio sistema de atenuação.

3.1.3 KDamper

Seja o sistema com 2 graus de liberdade, como o indicado na Figura 1(c). Assim como o sistema indicado na Figura 1(b), a estrutura global é constituída por um sistema secundário (T) e um sistema primário (H). Da mesma forma que ocorre no TMD, a força excitadora de natureza harmônica atua no sistema primário como indicado na Figura 1(c). Analisando um sistema de 2 graus de liberdade, considerando as equações de movimento para um sistema em equilíbrio é possível chegar às seguintes Equações (9) e (10).

$$m_T \ddot{u}_T(t) + k_N u_T(t) - k_T [u_H(t) - u_T(t)] - c_T [\dot{u}_H(t) - \dot{u}_T(t)] = 0 \quad (9)$$

$$m_H \ddot{u}_H(t) + k_H u_H(t) + k_T [u_H(t) - u_T(t)] + c_H \dot{u}_H(t) + c_T [\dot{u}_H(t) - \dot{u}_T(t)] = F(t) \quad (10)$$

sendo k_N uma rigidez negativa ($k_N < 0$). Com o objetivo de manter a rigidez final estática da estrutura primária, pode-se impor que a rigidez final equivalente, Equação (11), seja mantida, de forma que:

$$k_{eq} = k_H + \frac{k_N k_T}{k_N + k_T} \quad (11)$$

Utilizando uma excitação harmônica na estrutura primária ($F(t) = F_H e^{i\omega t}$), a solução final do sistema resulta também do tipo periódica: $u_T(t) = U_T e^{i\omega t}$ e $u_H(t) = U_H e^{i\omega t}$. Assim, substituindo a excitação e respostas periódicas nas equações anteriores, e lembrando que $F_H = k_{eq} U_{H0}$ chega-se às Equações (12) e (13):

$$[-i\omega c_T - k_T] U_H + [-\omega^2 m_T + i\omega c_T + k_T] U_T = 0 \quad (12)$$

$$[-\omega^2 m_H + i\omega c_T + (k_H + k_T)] U_H + [-i\omega c_T - k_T] U_T = F_H = k_{eq} U_{H0} \quad (13)$$

Resolvendo-se a Equação (12) para U_T e substituindo na Equação (13), chega-se na seguinte Equação (14). Para isso devem-se fazer alguns procedimentos para avaliar o valor absoluto da equação complexa final, assim como utilizar-se das variáveis para simplificação da manipulação das equações presentes na Tabela 1. Essa tabela define a razão do deslocamento U_H da estrutura para o deslocamento estático ($U_{H0} = F_H/k_H$) da estrutura primária sem atenuador e sem ações dinâmicas externas. Esta razão também é chamada de função de amplificação dinâmica para deslocamentos da estrutura.

$$\left| \frac{U_H}{U_{H0}} \right| = \sqrt{\frac{(\beta^2 - \Omega^2)^2 + (2\Omega\beta\zeta_T)^2}{[\Omega^2 - \Omega^2[1 + \beta^2 + (1 + k)^2]\gamma\beta^2] + \beta^2 + (2\beta\zeta_T)^2\beta\Omega[(1 + \kappa^2\gamma\beta) - \Omega^2(1 + \gamma)]}} \quad (14)$$

A função de transferência indicada na Equação (12) apresenta dois polos (picos) de forma que apresentará dois valores máximos. Segundo ANTONIADIS *et al.* (2018) a seleção ótima dos parâmetros do KDamper requer que ambos os picos sejam o menor possível e se tornem iguais entre si. Da mesma forma que exposto por DEN HARTOG (1956), isto é possível de ser obtido por meio de uma aproximação por otimização. Ainda, ANTONIADIS *et al.* (2018), apresenta a dedução e forma que os parâmetros ótimos do KDamper podem ser escolhidos. Uma vez definida a razão de massas $\gamma = m_T/m_H$ (5%) e a relação $\kappa = -k_N/k_T$, a melhor relação $\beta_{otim} = \omega_T/\omega_H$ pode ser avaliada como indicado pela Equação (15):

$$\beta_{otm} = \omega_T / \omega_H = \sqrt{\frac{1}{(1 + \gamma + \kappa\gamma)(1 + \gamma) - \kappa^2\gamma}} \quad (15)$$

Já para a rigidez negativa do KDamper, ela pode ser escolhida como $k_N = -\kappa\gamma\beta_{otm}^2 k_{eq}$ e para a rigidez da mola usual do KDamper, tem-se $k_T = (1 + \kappa)\beta_{otm}^2 k_{eq}$. Por último, para a razão de amortecimento ideal do KDamper, Equação (16), pode ser descoberta assumindo $\omega = \sqrt{\beta_{otm}}$.

$$\zeta_{r,opt} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{C(\omega)^2 \frac{(2 + \gamma)}{\gamma} \left[\frac{1}{\beta_{otm}^2} \frac{1}{(1 + \gamma)^2 (1 + \kappa)} \right]^2 - A(\omega)^2}{D(\omega)^2 \frac{(2 + \gamma)}{\gamma} \left[\frac{1}{\beta_{otm}^2} \frac{1}{(1 + \gamma)^2 (1 + \kappa)} \right]^2 - B(\omega)^2}} \quad (16)$$

Equacionamento das variáveis $A(\omega)$, $B(\omega)$, $C(\omega)$ e $D(\omega)$ estão representadas no anexo - 2.

3.2 Método de solução das equações de movimento por Newmark

Para resolução de sistemas de equações diferenciais no tempo há os métodos de integração direta, como os Métodos de Newmark, de Houbolt e da Diferença Central, os quais são algoritmos aplicados diretamente ao sistema de equações original. O método Newmark é mais eficaz dentre os métodos implícitos e incondicionalmente estável. Utilizando os parâmetros $\delta=1/2$ e $\alpha=1/4$, é também chamado de método da aceleração média constante ou ainda como o método da regra trapezoidal (RAO, 2011).

Com base na premissa de que a aceleração varia linearmente entre dois instantes de tempo, t e $t+\Delta t$, o método utiliza as Equações (17) e (18) para determinar os vetores de velocidade e deslocamento no fim do intervalo $t+\Delta t$ para um sistema com vários graus de liberdade (RAO, 2011).

$$\vec{x}_{t+\Delta t} = \vec{x}_t + [(1 - \delta)\vec{\dot{x}}_t + \delta\vec{\dot{x}}_{t+\Delta t}]\Delta t \quad (17)$$

$$\vec{x}_{t+\Delta t} = \vec{x}_t + \Delta t\vec{\dot{x}}_t + [(0.5 - \alpha)\vec{\ddot{x}}_t + \alpha\vec{\ddot{x}}_{t+\Delta t}]\Delta t^2 \quad (18)$$

Expressando a aceleração e velocidade em relação ao deslocamento e substituindo na equação diferencial de movimento, e resolvendo-se para o deslocamento, chega-se na Equação (19):

$$\vec{x}_{t+\Delta t} = \left[\frac{1}{\alpha(\Delta t)^2} \mathbf{M} + \frac{\delta}{\alpha\Delta t} \mathbf{C} + \mathbf{K} \right]^{-1} \left\{ \vec{F}_{t+\Delta t} + \mathbf{M} \left(\frac{1}{\alpha(\Delta t)^2} \vec{x}_t + \frac{1}{\alpha\Delta t} \vec{\dot{x}}_t + \left(\frac{1}{2\alpha} - 1 \right) \vec{\ddot{x}}_t \right) + \mathbf{C} \left(\frac{\delta}{\alpha\Delta t} \vec{x}_t + \left(\frac{\delta}{\alpha} - 1 \right) \vec{\dot{x}}_t + \left(\frac{\delta}{\alpha} - 2 \right) \frac{\Delta t}{2} \vec{\ddot{x}}_t \right) \right\} \quad (19)$$

Pode-se resumir a aplicação do método de Newmark da seguinte forma: com os valores conhecidos de deslocamento ($\vec{x}_{t=0}$) e velocidade ($\vec{\dot{x}}_{t=0}$) iniciais, ou seja, quando $t=0$, determina-se a aceleração inicial ($\vec{\ddot{x}}_{t=0}$) com a Equação (20); em seguida, com os valores de passo de tempo (Δt) e os parâmetros α e δ definidos de forma adequada, utilizando a Equação (19) e as respectivas matrizes de massa, amortecimento e rigidez, calcula-se o vetor de deslocamento ($\vec{x}_{t+\Delta t}$), começando com o deslocamento inicial, com $t=0$; então, são calculados os vetores de aceleração ($\vec{\ddot{x}}_{t+\Delta t}$) e velocidade ($\vec{\dot{x}}_{t+\Delta t}$) com as Equações (21) e (22) indicadas a seguir.

$$\vec{\ddot{x}}_{t=0} = \mathbf{M}^{-1} (\vec{F}_{t=0} - \mathbf{C} \vec{\dot{x}}_{t=0} - \mathbf{K} \vec{x}_{t=0}) \quad (20)$$

$$\vec{x}_{t+\Delta t} = \frac{1}{\alpha(\Delta t)^2} (\vec{x}_{t+\Delta t} - \vec{x}_t) - \frac{1}{\alpha\Delta t} \vec{x}_t - \left(\frac{1}{2\alpha} - 1\right) \vec{x}_t \quad (21)$$

$$\vec{x}_{t+\Delta t} = \vec{x}_t + (1 - \delta)\Delta t \vec{\dot{x}}_t + \delta\Delta t \vec{\ddot{x}}_{t+\Delta t} \quad (22)$$

Neste trabalho foi adotado um passo de tempo para assegurar a acurácia dos resultados numéricos ($\Delta t = 1 \times 10^{-4}$ s), obtido com uma discretização decrescente dos intervalos de tempo até que os resultados numéricos de valores RMS (*Root Mean Square*) não alterassem em ao menos 1%.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

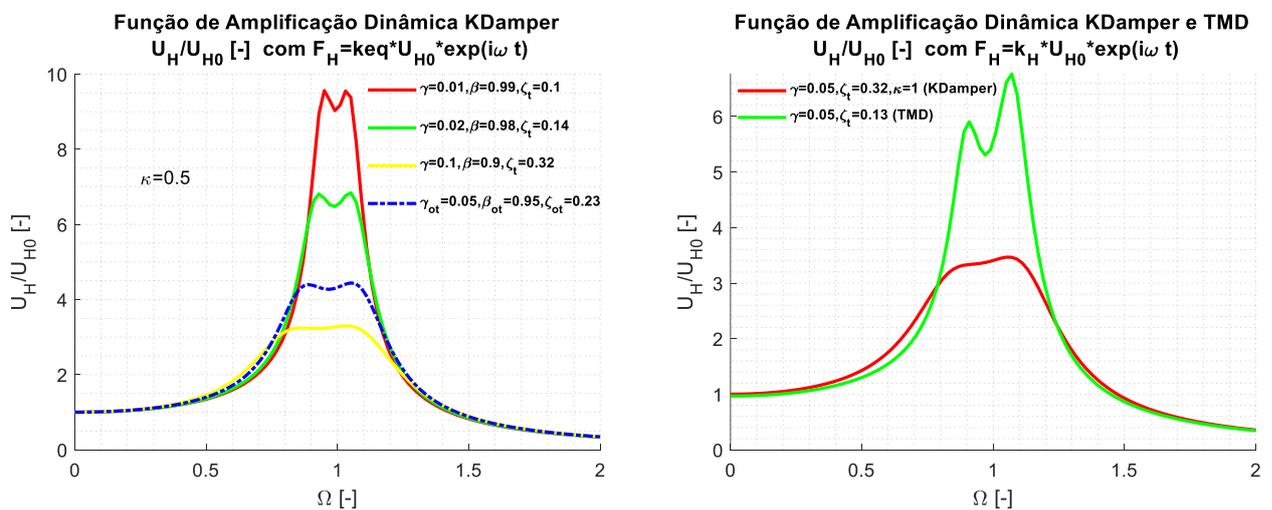
Este capítulo discutirá a transmissibilidade e as respostas dinâmicas dos sistemas TMD e KDamper, a fim de identificar qual deles apresenta atenuação mais significativa dos parâmetros de vibração (como deslocamento, velocidade e aceleração verticais), para condições idênticas de massa, rigidez e amortecimento, assim como de condições de carregamento dinâmico.

4.1 Comparativo da Função de Amplificação Dinâmica do TMD e KDamper

Mediante a utilização da função de transferência dos sistemas (TMD e KDamper), Equações (6) e (14) respectivamente, pode-se ilustrar por um gráfico a transmissibilidade das vibrações em função da razão da frequência de excitação sobre a frequência natural da estrutura. A relação entre transmissibilidade e razão das frequências é importante para a análise, permitindo o reconhecimento das frequências mais prejudiciais à estrutura e a magnitude da amplificação dos parâmetros ondulatórios. Dessa forma, é possível projetar os parâmetros elásticos e de inércia preliminarmente para evitar o fenômeno de ressonância nas frequências predominantes de excitação.

A Figura 2 mostra as curvas de amplificação das vibrações em função da razão de frequências, variando os parâmetros: razão de amortecimento (ζ), razão de massas (γ) e razão entre a frequência natural do sistema de atenuação e a frequência da força de excitação (β).

Figura 2 – (a) Função de Amplificação Dinâmica do KDamper. (b) Função de Amplificação Dinâmica do KDamper e do TMD.

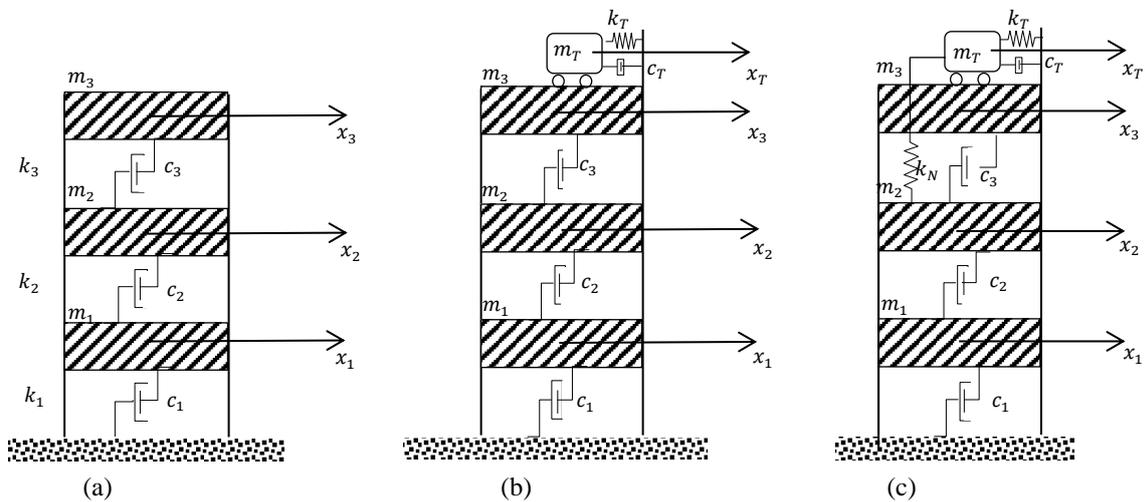


Na presença de ressonância, quando a razão entre a frequência de excitação e a frequência natural da estrutura é 1, a atenuação de vibrações torna-se fundamental para a garantia da integridade estrutural e conforto dos usuários. Nesse contexto, a Figura 2 revela que o sistema de atenuação KDamper apresenta significativamente melhor desempenho do que o TMD, promovendo uma redução mais expressiva da amplificação da resposta dinâmica da estrutura diante das frequências de excitação que se encontram mais perto daqueles naturais das estruturas.

4.2 Comparativo da Resposta Dinâmica de uma estrutura com TMD e KDamper acoplados

Para análise da resposta dinâmica utilizou-se um pórtico de 3 GDL como estrutura original, Figura 3(a). Preliminarmente, obteve-se a resposta dinâmica do pórtico sem sistema de atenuação, posteriormente junto ao terceiro GDL do pórtico acoplou-se o sistema de atenuação, primeiro utilizando o TMD, Figura 3(b), e depois, num segundo momento o KDamper, Figura 3(c). Em todos os casos analisados, uma excitação senoidal foi aplicada coincidente com a primeira frequência natural da estrutura para que ocorram as maiores respostas dinâmicas por consequência do fenômeno de ressonância. A amplitude desta força foi de 1×10^6 N do tipo senoidal e é aplicada à estrutura em cada um dos 3GDL como $F_i(t) = 1 \times 10^6 \text{ sen}(2\pi f_1 t)$ e os sistemas de atenuação são sintonizados para esta frequência (f_1). Uma vez obtendo-se as respostas dinâmicas das 3 configurações supramencionadas, em todos os graus de liberdade, pode-se realizar a análise de qual solução de atenuação (TMD ou KDamper) proporciona níveis melhores de dissipação de energia vibratória.

Figura 3 – (a) Estrutura original. (b) Estrutura com sistema de amortecimento tipo TMD. (c) Estrutura com sistema de amortecimento tipo KDamper.



4.2.1 Equações de Movimento do Sistema

A estrutura utilizada para comparação da resposta dinâmica dos sistemas TMD e KDamper é um pórtico com 3 GDL, sendo esses de translação na direção horizontal x_1, x_2 e x_3 . As rigidezes existentes entre as massas já é o resultado da associação (soma) das rigidezes das barras (em paralelo) que unem as mesmas. A escolha deste modelo simplificado é feita para que cada massa tenha apenas movimento de translação horizontal e não tenha movimento de rotação. Na Equação (23) está representada de forma matricial a equação de movimento da estrutura original em vibração livre, para simplificação das deduções. Para o caso com vibração forçada, o

vetor de forças excitadoras senoidais iguais, como indicadas na seção 4.2, será acrescentado à direita das equações.

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 \\ 0 & -c_3 & c_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (23)$$

Uma vez em que seja acoplado o sistema de amortecimento do tipo TMD no topo do pórtico original (terceiro GDL), a equação matricial de movimento que rege a estrutura passa a ser a Equação (24) (4 GDL). Daqui em diante o novo GDL será tratado como GDL 4.

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \\ \ddot{x}_4 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & 0 \\ 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & -c_4 \\ 0 & 0 & -c_4 & c_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3 + k_4 & -k_4 \\ 0 & 0 & -k_4 & k_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (24)$$

Adicionando-se um elemento elástico de rigidez negativa ao quarto grau de liberdade, a configuração desse sistema, anteriormente do tipo TMD passa a ser do tipo KDamper, conforme explicado na fundamentação teórica. A equação matricial de movimento que rege a estrutura passa a ser a Equação (25), onde o k_5 representa a rigidez negativa.

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \\ \ddot{x}_4 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & 0 \\ 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & -c_4 \\ 0 & 0 & -c_4 & c_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 + k_5 & -k_3 & -k_5 \\ 0 & -k_3 & k_3 + k_4 & -k_4 \\ 0 & -k_5 & -k_4 & k_4 + k_5 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (25)$$

Assume-se aqui valores aproximados das propriedades elásticas e de amortecimento de edifícios de concreto armado, com pé-direito de 2,80m e peso por m^2 de 12 kN/ m^2 . Assim, as propriedades da estrutura original ficam sendo as seguintes: $m_1 = 8,40 \times 10^5 [kg]$, $m_2 = 5,60 \times 10^5 [kg]$ e $m_3 = 8,40 \times 10^5 [kg]$. As razões de amortecimento modais são definidos como $\zeta_1 = 1,22 \times 10^{-3}$, $\zeta_2 = 1,96 \times 10^{-3}$ e $\zeta_3 = 5 \times 10^{-3}$. As rigidezes da estrutura original são $k_1 = 9,90 \times 10^8 [N/m]$, $k_2 = 8,46 \times 10^8 [N/m]$, $k_3 = 6,12 \times 10^8 [N/m]$. A partir das razões de amortecimento chega-se aos valores de amortecimento $c_1 = 0,96 \times 10^5 [N \cdot s/m]$, $c_2 = 1,57 \times 10^5 [N \cdot s/m]$, $c_3 = 0,86 \times 10^5 [N \cdot s/m]$. Assim, referente a esta estrutura original correspondem as frequências naturais amortecidas de $f_1 = 2,413$ Hz, $f_2 = 6,136$ Hz e $f_3 = 9,815$ Hz. Portanto os atenuadores serão sintonizados em relação à frequência $f_1 = 2,413$ Hz.

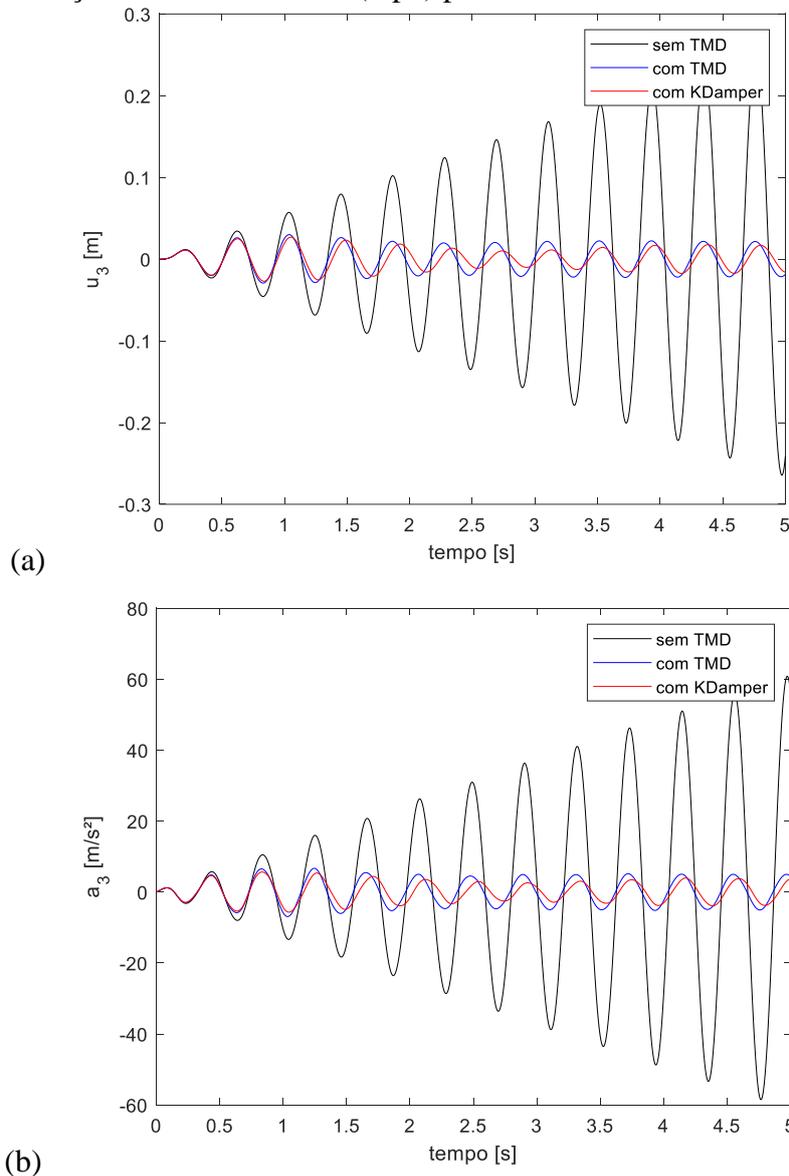
A partir do projeto ótimo descrito anteriormente, para o atenuador TMD calculou-se os seguintes parâmetros $m_4 = 1,12 \times 10^5 [kg]$ (valor que corresponde a 5% do massa total da estrutura original), rigidez $k_4 = 2,3354 \times 10^8 [N/m]$, e um amortecimento de $c_4 = 4,117 \times 10^5 [N \cdot s/m]$. Já para o sistema KDamper, assumindo mesma razão de massas do TMD e um valor de $\kappa=0,1$, chega-se a $k_5 = -2,76 \times 10^6 [N/m]$, $k_4 = 3,042 \times 10^7 [N/m]$, e o amortecimento ótimo do KDamper de $c_4 = 3,565 \times 10^5 [N \cdot s/m]$. Os subscritos 1, 2, 3 e 4 identificam os graus de liberdade aos quais estão relacionados os parâmetros (massa, rigidez e amortecimento), correspondendo, respectivamente, ao primeiro, segundo terceiro e quarto grau de liberdade. Enquanto os três primeiros graus de liberdade estão associados à estrutura onde os atenuadores foram acoplados, o quarto grau de liberdade refere-se àquele dos próprios atenuadores como indica a Figura 3.

4.3 Resposta Dinâmica do sistema com atenuador de vibração a uma excitação senoidal na 1ª. Frequência natural da estrutura

Nas Figuras 4a e 4b estão representadas as respostas dinâmicas (deslocamentos e acelerações) do terceiro grau de liberdade da estrutura. O tempo de simulação total foi de $T=30$ s com um $\Delta t=1\times 10^{-4}$ s, mas para melhor visualização dos gráficos, eles foram limitados a 5 s. Os valores RMS são calculados para o tempo total da simulação ($T=30$ s). O gráfico para velocidade de vibração, por questão de espaço e por nível de importância, foram omitidos.

Uma vez acoplados os atenuadores (TMD e KDamper) à estrutura, a mesma apresentou as seguintes características modais (frequências amortecidas e razões de amortecimento): (a) para o TMD acoplado $f_1 = 2,0409$ Hz, $f_2 = 2,686$ Hz, $f_3 = 6,152$ Hz e $f_4 = 9,817$ Hz; $\zeta_1 = 5,681 \times 10^{-2}$, $\zeta_2 = 7,497 \times 10^{-2}$, $\zeta_3 = 4,162 \times 10^{-3}$ e $\zeta_4 = 5,227 \times 10^{-3}$; e (b) para a estrutura com o KDamper acoplado: $f_1 = 2,101$ Hz, $f_2 = 2,846$ Hz, $f_3 = 6,158$ Hz e $f_4 = 9,814$ Hz; $\zeta_1 = 3,201 \times 10^{-2}$, $\zeta_2 = 7,255 \times 10^{-2}$, $\zeta_3 = 4,152 \times 10^{-3}$ e $\zeta_4 = 5,217 \times 10^{-3}$.

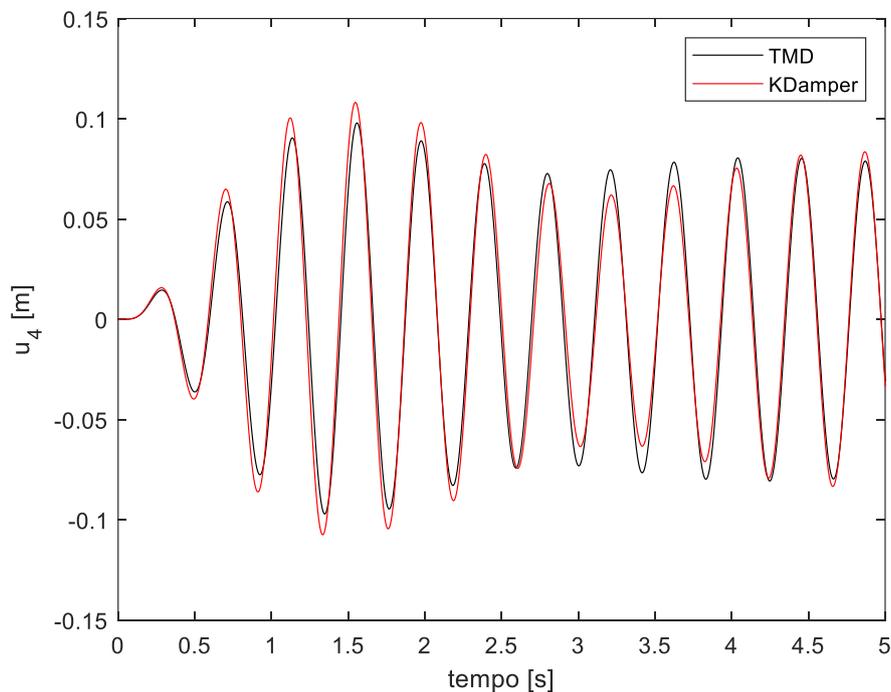
Figura 4 – (a) Deslocamentos do terceiro GDL (topo) para as 3 estruturas avaliadas. (b) acelerações do terceiro GDL (topo) para as 3 estruturas avaliadas.



Pode-se notar a ocorrência da ressonância na estrutura, maximização da amplitude das respostas dinâmicas quando não há atenuador acoplado, isso é justificado uma vez em que a frequência de excitação é coincidente com a frequência fundamental da estrutura. Observa-se a maior atenuação que o sistema KDamper proporciona frente ao sistema TMD. Embora as curva de deslocamento e aceleração do sistema com TMD/KDamper estejam distantes da estrutura sem atenuador, o sistema com KDamper está mais ligeiramente mais distante e entra em estado estacionário em um período de tempo menor.

Na Figura 5 os deslocamentos no TMD e no KDamper são apresentados para uma comparação entre seus valores.

Figura 5 – Deslocamentos nos atenuadores TMD e KDamper.



Percebe-se que o KDamper apresenta valores ligeiramente maiores em alguns instantes e menores em outros que os deslocamentos do atenuador TMD (valores máximos em módulo da ordem de 10 cm), mas que como será mostrado adiante em valores RMS, ainda são menores que os do TMD.

Na Tabela 2, foram registrados os valores RMS média da aceleração, velocidade e deslocamento em cada em cada grau de liberdade. Nota-se que o GDL 4 não foi considerado no sistema original, visto que este não possui atenuador.

Com base na tabela apresentada, pode-se concluir que o sistema de atenuação KDamper quando comparado com o TMD apresentou uma maior capacidade de reduzir as acelerações, velocidades e deslocamentos em todos os GDLs e deslocamentos, velocidades ou acelerações. A diferença relativa entre os dois sistemas, mostra que o KDamper propiciou valores significativamente menores das respostas dinâmicas em todos os graus de liberdade da estrutura original. Comparando individualmente cada sistema com a estrutura original, o KDamper foi capaz de reduzir as acelerações *RMS* no GDL 3 em até 98.03%, já o TMD alcançou reduções de 97.24%.

Tabela 2 – Valores RMS da aceleração, velocidade e deslocamento em cada em cada grau de liberdade.

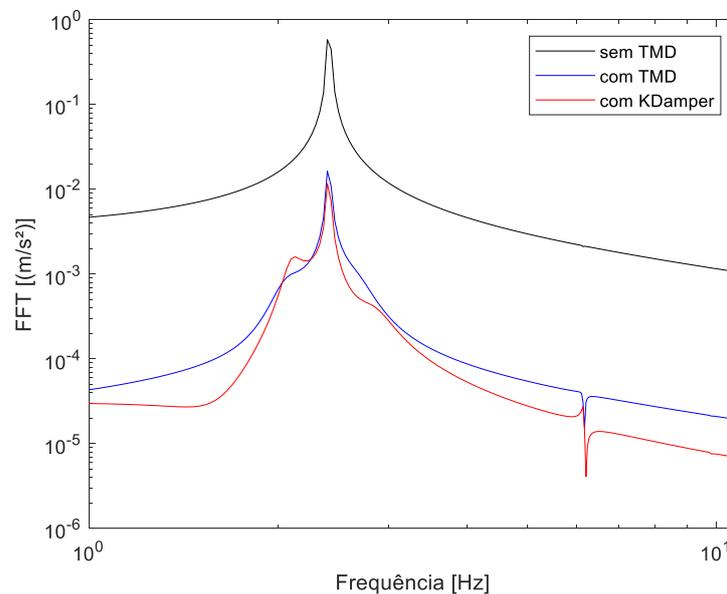
GDL	Estrutura Original	Estrutura com TMD	Estrutura com KDamper	Diferença Relativa $100 \times (\text{KDamper} - \text{TMD}) / \text{TMD}$	Diferença Relativa $100 \times (\text{TMD} - \text{Orig.}) / \text{Orig.}$	Diferença Relativa $100 \times (\text{KDamper} - \text{Orig.}) / \text{Orig.}$
Aceleração RMS (m/s²)						
1	45,21	1,2983	0,7953	-38.75%	-97.13%	-98.24%
2	87,92	2,4746	1,5912	-35.70%	-97.19%	-98.19%
3	128,42	3,5510	2,4996	-29.61%	-97.23%	-98.05%
4	-	12,6986	12,4231	-2.17%	-	-
Velocidade RMS (m/s)						
1	2,99	0,0855	0,0525	-38.60%	-97.14%	-98.24%
2	5,82	0,1632	0,1054	-35.44%	-97.19%	-98.19%
3	8,49	0,2343	0,1656	-29.33%	-97.24%	-98.05%
4	-	0,8371	0,8198	-2.06%	-	-
Deslocamento RMS (m)						
1	$1,967 \times 10^{-1}$	0,0056	0,0035	-38.28%	-97.13%	-98.23%
2	$3,825 \times 10^{-1}$	0,0108	0,0070	-35.07%	-97.19%	-98.17%
3	$5,586 \times 10^{-1}$	0,0154	0,0110	-28.93%	-97.24%	-98.03%
4	-	0,0553	0,0543	-1.93%	-	-

Ainda em termos de comparação dos atenuadores diretamente entre si, o KDamper apresentou um ganho de redução máximo de 38.75% na aceleração em relação quando comparado ao TMD para o 1º. GDL. Para o 3º. GDL esta redução máxima alcançada foi de 28.93%. Mas no geral ele sempre ficou melhor que o TMD em qualquer GDL, deslocamento, velocidade ou aceleração.

Embora ambos os sistemas tenham apresentados desempenho elevados na atenuação, pode-se dizer que o KDamper é uma alternativa promissora para o controle de vibrações em diferentes aplicações, como edifícios, pontes, torres e turbinas eólicas, entre outros.

Na Figura 6, estão apresentadas as FFTs dos sinais de aceleração (original, original com TMD e original com KDamper). As curvas das Transformada Rápida de Fourier indicam, nesse caso, o valor da aceleração por frequência. Em azul tem-se a curva para a estrutura original, em preto para a estrutura com TMD acoplado e em vermelho para a estrutura com KDamper acoplado. Da análise da Figura 6 percebe-se novamente o melhor desempenho do KDamper.

Figura 6 – Curvas FFTs das acelerações para as estruturas analisadas.



5 CONCLUSÃO

As análises realizadas no respectivo trabalho, mostram que há diferença considerável entre os níveis de atenuação de vibrações nas estruturas que utilizam os sistemas KDamper e TMD. Os resultados da função de amplificação e das respostas dinâmicas convergiram para a indicação de que o KDamper é mais interessante na redução dos valores de aceleração, velocidade e deslocamento, o que é fundamental para garantir a segurança e o conforto das pessoas que utilizam estruturas sujeitas às vibrações.

A melhor performance do KDamper frente ao TMD deve-se à utilização do elemento elástico de rigidez negativa. Esse reduz a rigidez estática equivalente do sistema de atenuação, permitindo a ocorrência de maiores velocidades dos elementos de massa do atenuador, consequentemente, promovendo a dissipação de maiores energias cinéticas das estruturas. Essa característica torna o sistema KDamper mais interessante na redução das vibrações e possibilita a utilização de elementos inerciais consideravelmente menores do que aqueles utilizados nos TMDs. Com essa inovação, o sistema KDamper pode ser utilizado de forma mais compacta do que os TMDs em diferentes tipos de estruturas, como edifícios, pontes, torres eólicas, entre outros.

Portanto, a literatura conclui que o sistema KDamper é uma solução adequada para o controle de vibrações estruturais, proporcionando maior segurança e conforto para as pessoas que as utilizam do que os sistemas TMDs. Essa é uma importante contribuição para a engenharia estrutural, que busca constantemente soluções inovadoras e confiáveis para garantir a qualidade dos equipamentos e construções e a segurança das pessoas.

5.1 Sugestões para trabalhos futuros

O presente trabalho abre espaço para estudos mais detalhados sobre posicionamento ótimo e do uso de um ou mais atenuadores de vibração do tipo KDamper em estruturas mais complexas como passarelas, edifícios, torres de linhas de transmissão além de aerogeradores ou mesmo como absorvedores de vibração em sistemas de suspensão veicular, de assentos de passageiros e/ou motoristas. A construção dos sistemas de rigidez negativa também é um assunto que poderá permear novos trabalhos nesta linha de pesquisa.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANTONIADIS, I.A., CHRONOPOULOS, D., SPITAS, V. KOULOCHERIS, D. “Hyper-damping properties of a stiff and stable linear oscillator with a negative stiffness element”. **Journal of Sound and Vibration**, v. 346, p. 37-52, jun. 2015.

ANTONIADIS, I.A., KANARACHOS, S.A., GRYLLIAS, K., SAPOUNTZAKIS, I.E. “KDamper: A stiffness based vibration absorption concept”. **Journal of Vibration and Control**, v. 24, n. 3, p. 588–606, feb. 2018.

DEN HARTOG, J. P. **Mechanical Vibration**, McGraw-Hill, New York. N.Y., 1956.

KAPASAKALIS, K., SAPOUNTZAKIS, I.E., ANTONIADIS, I.A. “**Implementation of the kdamper concept to wind turbine towers**”. 6th International Conference on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering (COMPDYN 2015). Rhodes Island, Greece. School of Civil Engineering. National Technical University of Athens (NTUA), Greece, 2017. Disponível em: <<https://www.eccomasproceedia.org/conferences/thematic-conferences/compdyn-2017/5409>>. Acesso em: 02/jan/2023.

KAPASAKALIS, K.A., SAPOUNTZAKIS, I.E., ANTONIADIS, I.A. “**Novel negative stiffness devices based on kdamper for vertical vibration absorption of structures**”. 27th ICCSV International Congress on Sound and Vibration. The annual Congress of the IIAV, 11-16 jul, pp.1-9, 2021.

KAPASAKALIS, K.A.; SAPOUNTZAKIS, I.E. “Vibration Absorption using KDamper-based Devices with Extreme Geometric Nonlinearity”. **International Journal of Mechanics**, v. 16, p. 15-27, 10 feb. 2022.

LE, T.D., AHN, K.K. “Experimental investigation of a vibration isolation system using negative stiffness structure”. **International Journal of Mechanical Sciences**, v. 70, p. 99-112, may, 2013.

MOUTINHO, C.M.R., “**Controlo de vibrações em estruturas de engenharia civil**”, Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto para a obtenção do grau de Doutor em Engenharia Civil, Porto, Portugal, aug. 2007

NAGARAJAIAH, S, PASSALA, D.T.R., REINHORN, A., CONSTATINOU, M., SIRILIS, A. A., TAYLOR, D. “Adaptive Negative Stiffness: A New Structural Modification Approach for Seismic Protection”. **Advanced Materials Research**, v. 639–640, p. 54–66, jan. 2013.

NEWMARK, N. M. **A Method of Computation for Structural Dynamics**. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 85 (EM3) 67-94. 1959.

RAO, S. S. **Vibrações Mecânicas**. 4^a. Edição, Prentice Hall. 388 p. 2009.

SAPOUNTZAKIS, I.E.; TRANAKIDIS, P.G.; ANTONIADIS, I.A. “Implementation of the KDamper concept using disc springs”. **Journal of Low Frequency Noise, Vibration and Active Control**, v. 38, n. 1, p. 168–186, mar. 2019.

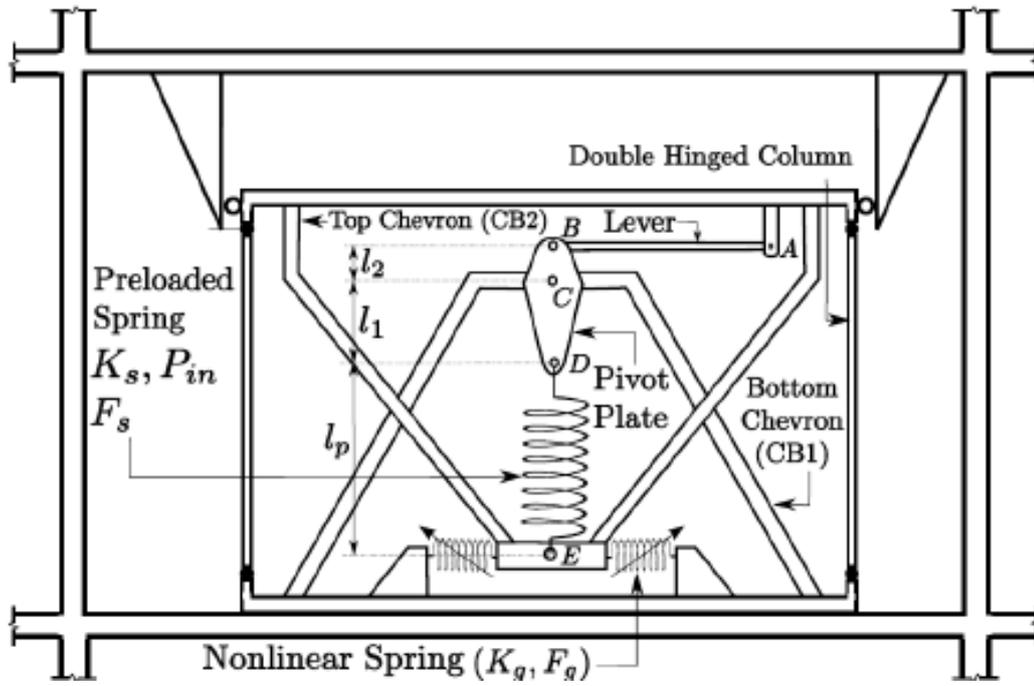
SMITH, M. C. “Synthesis of mechanical networks: the inerter”. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 47, n. 10, p. 1648–1662, out. 2002.

THE MATHWORKS INC. (2012). MATLAB version: 8.0 (R2012b), Natick, Massachusetts: The MathWorks Inc. <https://www.mathworks.com>.

ANEXO – 1

Conforme o estudo realizado em NAGARAJIAH *et al* (2013) o proposito de um dispositivo de rigidez negativa é auxiliar no movimento gerado pela força excitadora. A Figura A.1 apresenta um dispositivo de rigidez negativa apresentado em NAGARAJIAH *et al* (2013).

Figura A.1 – Dispositivo de rigidez negativa.



ANEXO – 2

O equacionamento das variáveis $A_{(\omega)}$, $B_{(\omega)}$, $C_{(\omega)}$ e $D_{(\omega)}$, conforme o estudo realizado em ANTONIADIS *et al* (2018):

$$A_{(\omega)} = \beta^2 - \Omega^2 \quad (26)$$

$$B_{(\omega)} = \beta^2 \Omega^2 \quad (27)$$

$$C_{(\omega)} = \Omega^4 - \Omega^2[1 + \beta^2 + (1 + \kappa)^2 \gamma \beta] + \beta^2 \quad (28)$$

$$D_{(\omega)} = \beta \Omega[(1 + \kappa^2 \beta^2 \gamma) - \Omega^2(1 + \gamma)] \quad (29)$$

APÊNDICE

As equações de equilíbrio para os 3 GDL do pórtico sem sistema de amortecimento:

$$m_1\ddot{x}_1 + c_1\dot{x}_1 + c_2(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k_1x_1 + k_2(x_1 - x_2) = 0 \quad (30)$$

$$m_2\ddot{x}_2 + c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + c_3(\dot{x}_2 - \dot{x}_3) + k_2(x_2 - x_1) + k_3(x_2 - x_3) = 0 \quad (31)$$

$$m_3\ddot{x}_3 + c_3(\dot{x}_3 - \dot{x}_2) + k_3(x_3 - x_2) = 0 \quad (32)$$

As equações de equilíbrio para os 4 GDL do pórtico com o sistema de amortecimento TMD:

$$m_1\ddot{x}_1 + c_1\dot{x}_1 + c_2(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k_1x_1 + k_2(x_1 - x_2) = 0 \quad (33)$$

$$m_2\ddot{x}_2 + c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + c_3(\dot{x}_2 - \dot{x}_3) + k_2(x_2 - x_1) + k_3(x_2 - x_3) = 0 \quad (34)$$

$$m_3\ddot{x}_3 + c_3(\dot{x}_3 - \dot{x}_2) + c_4(\dot{x}_3 - \dot{x}_4) + k_3(x_3 - x_2) + k_4(x_3 - x_4) = 0 \quad (35)$$

$$m_4\ddot{x}_4 + c_4(\dot{x}_4 - \dot{x}_3) + k_4(x_4 - x_3) = 0 \quad (36)$$

As equações de equilíbrio para 4 GDL do pórtico com o sistema de amortecimento KDamper:

$$m_1\ddot{x}_1 + c_1\dot{x}_1 + c_2(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k_1x_1 + k_2(x_1 - x_2) = 0 \quad (37)$$

$$m_2\ddot{x}_2 + c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + c_3(\dot{x}_2 - \dot{x}_3) + k_2(x_2 - x_1) + k_3(x_2 - x_3) + k_5(x_2 - x_4) = 0 \quad (38)$$

$$m_3\ddot{x}_3 + c_3(\dot{x}_3 - \dot{x}_2) + c_4(\dot{x}_3 - \dot{x}_4) + k_3(x_3 - x_2) + k_4(x_3 - x_4) = 0 \quad (39)$$

$$m_4\ddot{x}_4 + c_4(\dot{x}_4 - \dot{x}_3) + k_4(x_4 - x_3) + k_5(x_4 - x_2) = 0 \quad (40)$$