

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL – UFRGS  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA  
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA  
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

Diego Matos de Andrades

MODELAGEM MATEMÁTICA E ESPORTES

Porto Alegre  
2010

Diego Matos de Andrades

## **MODELAGEM MATEMÁTICA E ESPORTES**

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para obtenção do grau de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Dra. Marilaine de Fraga Sant'Ana.

Porto Alegre  
2010

Diego Matos de Andrades

## **MODELAGEM MATEMÁTICA E ESPORTES**

Trabalho de conclusão de curso de graduação apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para obtenção do grau de Licenciado em Matemática.

**Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Dra. Marilaine de Fraga Sant'Ana.**

Aprovado em 07 de Julho de 2010 com conceito \_\_\_\_\_.

### **BANCA EXAMINADORA**

---

Prof<sup>a</sup>. Dra. Marilaine de Fraga Sant'Ana – Orientadora –  
Professora do Instituto de Matemática da UFRGS

---

Prof. Dr. Marcus Vinicius Basso  
Professor do Instituto de Matemática da UFRGS

---

Prof. Msc. Luiz Davi Mazzei  
Professor do Colégio de Aplicação da UFRGS

## RESUMO

ANDRADES, Diego Matos de. **Modelagem Matemática e Esportes.** Trabalho de conclusão de Curso da disciplina de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. 2010.

Este trabalho tem por objetivo investigar como o processo de Modelagem Matemática dentro da perspectiva de ensino, aliado à temática dos esportes, pode facilitar a compreensão de conceitos abordados em aula pelos alunos. A pesquisa foi realizada com alunos de 7ª série de uma escola da rede pública de Porto Alegre. A metodologia utilizada foi a da Engenharia Didática cuja organização está em um capítulo especialmente destinado a este fim. Acreditamos que esta foi uma metodologia que permitiu uma boa organização estrutural para o trabalho, permitindo responder aos questionamentos levantados. O trabalho foi dividido em etapas, nas quais os alunos escolheram um esporte, elaboraram uma lista de tópicos ou questões a serem pesquisadas, levantaram dados, organizaram-se de acordo com seus questionamentos, montaram cartazes e realizaram uma apresentação de sua pesquisa para o professor e à turma. Sobre a validação da engenharia, podemos concluir que o resultado foi positivo com base nos trabalhos apresentados por eles e também na pesquisa de satisfação respondida pelos alunos após as apresentações.

Palavras-chaves: Ensino e Aprendizagem de Matemática; Modelagem Matemática; Matemática e Esportes; Engenharia Didática.

## **ABSTRACT**

The objective of the present work is to investigate the process of the Mathematics Modeling within the perspective of teaching along with the sports thematic, may facilitate the comprehension of the concepts developed in class by the students. The research was held with students of the 07<sup>th</sup> grade in a Public School in Porto Alegre. The methodology used was the Didactics Engineering and a map containing its organization is available in an appropriated chapter. We believe that this methodology enabled a good structural organization for the work, allowing us to come up with answers to the questions raised. The work was divided into steps where the students had to choose a sport, elaborate a list of topics or questions to be researched, collect data, organized themselves according to their doubts, mount posters and did a research for the teacher and the group. Regarding the engineering validation, we may conclude that the outcome was positive based on the works presented by them and also on the satisfaction survey answered by the students after the presentations.

Key-words: Teaching and Mathematics Learning; Modeling Mathematics; Mathematics and Sports; Didactics Engineering.

## Lista de Figuras

<b>Grupo A – Imagem 1 – Cartaz do grupo A.....</b>	<b>54</b>
<b>Grupo A – Imagem 2 – Cartaz do grupo A.....</b>	<b>54</b>
<b>Grupo B – Imagem 1 – Cartaz do grupo B.....</b>	<b>55</b>
<b>Grupo C – Imagem 1 – Cartaz do grupo C.....</b>	<b>55</b>
<b>Grupo C – Imagem 2 – Cartaz do grupo C.....</b>	<b>56</b>
<b>Grupo D – Imagem 1 – Cartaz do grupo D.....</b>	<b>56</b>

## Lista de Quadros

<b>Tabela 01</b> – Distribuição dos grupos por esporte, número de integrantes e turma .....	33
---	----

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	<b>9</b>
<b>2. ENGENHARIA DIDÁTICA</b> .....	<b>11</b>
<b>3. TEMA E CAMPO DE AÇÃO</b> .....	<b>13</b>
<b>4. ANÁLISES PRÉVIAS</b> .....	<b>15</b>
4.1. ANÁLISE HISTÓRICA.....	15
4.2. ANÁLISE DIDÁTICA .....	19
4.3. ANÁLISE COGNITIVA .....	21
4.4. CONSTRANGIMENTOS .....	22
<b>5. CONCEPÇÕES E ANÁLISE A <i>PRIORI</i></b> .....	<b>25</b>
<b>6. EXPERIMENTAÇÃO</b> .....	<b>27</b>
6.1. DESENVOLVIMENTO E ESTRUTURA DA PESQUISA.....	27
6.1.1. ETAPA 1 – ESCOLHA DO ESPORTE E ROTEIRO DE PERGUNTAS .....	27
6.1.2. ETAPA 2 – PESQUISA DE DADOS .....	28
6.1.3. ETAPA 3 – ORGANIZAÇÃO DOS DADOS, CARTAZ E APRESENTAÇÃO .....	29
6.1.4. ETAPA 4 – APRESENTAÇÃO DA PESQUISA E DO CARTAZ .....	31
6.2. DESCRIÇÃO DOS TRABALHOS DOS GRUPOS .....	32
6.2.1. GRUPO A – FUTEBOL .....	33
6.2.2. GRUPO B – VÔLEI .....	35
6.2.3. GRUPO C – XADREZ.....	36
6.2.4. GRUPO D – SURF .....	37
6.3. ANÁLISE DA PESQUISA APLICADA AOS ALUNOS – AVALIAÇÃO DO TRABALHO .....	38
<b>7. ANÁLISE A <i>POSTERIORI</i> E VALIDAÇÃO DA ENGENHARIA</b> .....	<b>41</b>
<b>8. CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	<b>45</b>
<b>9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	<b>47</b>
<b>10. APÊNDICES</b> .....	<b>49</b>
10.1. APÊNDICE A – Avaliação do Trabalho .....	49
10.1. APÊNDICE B – Planos de Aula .....	50
<b>11. ANEXOS</b> .....	<b>54</b>

## 1. INTRODUÇÃO

Este trabalho trata de um estudo sobre a Modelagem Matemática como perspectiva de ensino em Educação Matemática no Ensino Básico, aliada à temática dos esportes.

Foi desenvolvida uma pesquisa a partir de trabalhos já publicados sobre o assunto e elaborada uma proposta de ensino baseada em uma prática, dividida em 6 encontros, que serão descritos mais detalhadamente ao longo do texto.

A pesquisa foi desenvolvida com alunos de uma escola da rede pública de ensino, durante o período de regência em uma disciplina de Estágio Curricular, com duas turmas da 7ª série do Ensino Fundamental, no turno da manhã.

Pensamos em explorar esta pesquisa sobre a Modelagem Matemática e os esportes tendo em vista que esta pode ser uma possibilidade de aumentar o interesse dos alunos pelas aulas de matemática. O ensino atual, baseado em conteúdo e exercícios distancia muitas vezes a matemática do mundo real e este pode ser um dos motivos causadores do desinteresse dos alunos por esta disciplina escolar. Os alunos necessitam também de uma maior autonomia para identificar e resolver situações-problema nas quais apareça a necessidade de se utilizar ferramentas matemáticas.

Sendo assim, desenvolvemos este trabalho buscando verificar como a metodologia da Modelagem Matemática pode ser ou não melhor do que o ensino tradicional<sup>1</sup> e como a temática dos esportes pode ser rica em oportunidades de discussões e problematizações de conteúdos de Matemática.

Temos como objetivos:

- 1) detectar e descrever dificuldades no processo de ensino-aprendizagem;
- 2) propor uma mudança na prática didática usual, que pode ser muito pequena, mas que contribua para a melhoria do cenário encontrado.

---

<sup>1</sup> Referimo-nos ao ensino usual que se baseia na explicação dos conteúdos pelo professor, acompanhada de exercícios. A Modelagem Matemática oferece uma nova perspectiva introduzindo a questão da pesquisa realizada pelo aluno.

O trabalho foi estruturado segundo a metodologia da Engenharia Didática. No capítulo dois, explicaremos melhor como é o mapa da Engenharia Didática, fornecendo a divisão estrutural deste trabalho de forma mais detalhada.

No capítulo três, temos o Tema e o Campo de Ação, no qual apresentamos as justificativas para a escolha da Modelagem Matemática e dos esportes, bem como uma pergunta que servirá como questão norteadora deste trabalho.

A seguir, procedemos às análises prévias, no capítulo quatro, nas quais foram realizados estudos que fundamentaram nosso trabalho e nos deram condições de prepararmos para a prática e posteriores conclusões. É também nesta parte do trabalho que resumimos as dificuldades encontradas em um estudo prévio, etapa esta denominada de Constrangimentos.

O capítulo cinco traz as Concepções e Análise *a priori*, nas quais foi apresentada uma síntese das análises prévias e é formulado um plano de ensino para a realização de uma posterior prática de ensino. Além disso, neste capítulo foram levantadas hipóteses levadas posteriormente para a prática, para serem confirmadas ou não.

Seguimos com a Experimentação, capítulo seis, etapa em que descrevemos momentos importantes da prática relacionando com as hipóteses e objetivos do trabalho.

No sétimo capítulo, apresentamos a Análise *a posteriori* e Validação da Engenharia, no qual retomamos as hipóteses anteriores à Experimentação e fazemos uma nova análise com base na prática que desenvolvemos. A partir desta análise comprovamos a Validação da Engenharia apresentando as devidas justificativas.

Por fim, as considerações finais fazem uma reflexão sobre o estudo e a prática desenvolvida, destacando pontos importantes do trabalho.

## 2. ENGENHARIA DIDÁTICA

De origem francesa, o termo Engenharia Didática (ARTIGUE, 1994, 1996) inspira-se no trabalho do engenheiro que necessita de uma produção com sólido conhecimento científico, básico e essencial, aliado ao enfrentamento de problemas práticos para os quais não há uma teoria pronta. Busca-se, portanto, construir soluções.

A Engenharia Didática busca aliar a pesquisa referencial à prática mediante uma prévia observação da literatura pertinente seguida de uma experimentação em sala de aula. Dessa forma é possível analisar, conceber hipóteses baseadas na experiência e na análise prévia do estudo e, após a aplicação de uma proposta de ensino, verificar a validade ou não das hipóteses.

O método de pesquisa em questão divide-se, segundo Artigue (1996), nas seguintes etapas:

- 1) análises Prévias;
- 2) concepção *a priori* das experiências que serão desenvolvidas na sala de aula de Matemática;
- 3) aplicação da proposta de ensino/experimentação;
- 4) análise *a posteriori* e validação da engenharia.

As análises prévias subdividem-se em análise histórica, na qual foi apresentado um breve histórico da construção e evolução do tema, análise didática, etapa em que é feita uma revisão bibliográfica em teses, dissertações, livros e sites buscando resumir o que foi publicado em relação ao conhecimento a ser pesquisado, e análise cognitiva, cuja característica é definir, com base em teses, dissertações e relatos de experiência, quais são os principais problemas e obstáculos advindos da aplicação do conteúdo estudado, seja por parte de alunos ou professores.

Concluídas as análises prévias, ainda é necessário resumir as principais dificuldades elencadas pelas análises histórica e cognitiva. A esta parte das análises dá-se o nome de “constrangimentos”.

Concluídas as análises prévias por completo, a fase seguinte da Engenharia Didática é “concepção e análise *a priori*”. Nesta fase do trabalho, apresentamos uma concepção global sobre a nossa escolha, explicando nossa

proposta e deixando claro quais são os nossos objetivos com ela. Também apresentamos uma concepção mais estrita, ou dita local, explicitando detalhadamente como será desenvolvida essa proposta.

Com base nessas concepções, podemos elaborar hipóteses sobre o que esperamos da prática e levá-las para esta experimentação buscando perceber se ocorreram verdadeiramente como pensamos ou não.

A aplicação da proposta de ensino/experimentação é o momento em que é feita a prática da proposta didática que foi mencionada anteriormente. Nesta etapa também são feitos relatos e registros, coletando todo o material necessário para que se possa fazer uma posterior análise desta prática.

De posse dos registros que o(s) professor(es) aplicador(es) fez(fizeram), procede-se à análise *a posteriori* e validação da engenharia, etapa em que se deve confrontar a análise *a priori* com a análise *a posteriori* para verificar o que de fato foi ou não mantido com relação às hipóteses levantadas antes da experimentação. É, de acordo com Artigue (1996), com base essencialmente neste confronto que também se pode perceber a validação da experiência.

É importante ressaltar que a engenharia didática não é um método que busca encontrar a verdade absoluta para um determinado tipo de questão e que sirva para todos em qualquer situação, mas sim uma forma que melhore o desenvolvimento de algum tema para certo grupo de pessoas em algumas situações.

No capítulo seguinte, explicitamos as justificativas referentes à escolha do tema. Também apresentamos o campo de ação onde será feita a experimentação.

### 3. TEMA E CAMPO DE AÇÃO

Aqui explicitaremos a escolha do tema de pesquisa e os motivos adotados para tal escolha. Esta decisão deve ter coerência e deve ser um conteúdo de matemática que permita um estudo sob o método da Engenharia Didática.

A partir da vivência no ambiente da educação básica, seja como aluno, professor ou membro da comunidade escolar, percebemos que cada vez acentua-se mais e mais a dificuldade dos alunos em relacionar os conteúdos matemáticos que lhes são apresentados com situações reais e aplicações. A matemática parece se tornar apenas uma perda de tempo para estes alunos, que não a percebem mais como ferramenta potente que ela é para resolução de diversos problemas.

Essa falta de conexão que está aí sendo evidenciada gera uma desmotivação por parte do aluno que se vê desinteressado em estudar algo que ele não entende como aplicar ou como utilizar de forma prática.

É verdade que a Matemática não foi sempre desenvolvida única e exclusivamente com o intuito de ser aplicada em alguma situação do mundo real, porém não é exagero concordar que ela possui sim muitas aplicações. A Modelagem Matemática figura então como uma possibilidade motivante de estudar e ensinar conceitos matemáticos, utilizando uma generalização de uma situação real e mostrando como é possível trabalhar com suas aplicações como tema gerador.

Escolhemos também os esportes como tema geral de pesquisa por pensarmos que este é um assunto de comum interesse de alunos do Ensino Fundamental. A escola na qual foi aplicada a proposta de ensino aqui encaminhada é uma escola da rede pública de ensino. Imaginamos que este assunto pode trazer uma maior motivação nos alunos para buscarem aplicar conceitos matemáticos que no ensino atual surgem de forma abstrata demais.

Justamente essa é a nossa preocupação neste trabalho. Tentar responder **como os esportes e a Modelagem Matemática podem contribuir para uma maior motivação e melhor aprendizado de conteúdos de Matemática para alunos do Ensino Fundamental?**

Acrescentamos também que a metodologia da Modelagem como perspectiva de ensino fornece ao aluno uma característica que consideramos importantíssima para sua melhor compreensão dos conteúdos de Matemática, que é a autonomia. O aluno precisa aprender a sozinho elaborar relações e tomar decisões, interpretar dados, resolver pequenos problemas até chegar à solução desejada. Muitos alunos encontraram muitas dificuldades em relação a essas competências citadas anteriormente. São barreiras que entravam o desenvolver dos conteúdos. Com a modelagem, os alunos podem desenvolver a crítica e a pesquisa e passar a atuar mais ativamente e de forma mais autônoma na resolução dos problemas, adquirindo a confiança e a prática necessária para aprimorar o modo como compreendem a Matemática, da sala de aula e da sua realidade.

## 4. ANÁLISES PRÉVIAS

Nesta etapa, fornecemos um estudo inicial sobre o tema deste trabalho – Modelagem Matemática como perspectiva de ensino de Matemática na educação básica – de modo a contemplar o seu histórico, encontrar as principais dificuldades na sua aplicação e analisar o que versa a literatura sobre o assunto.

Dividimos as análises prévias em três momentos diferentes, que são:

- a) Análise histórica: Etapa na qual fizemos uma busca na história da Modelagem Matemática, sobretudo no Brasil e focando o seu uso como método de ensino-aprendizagem.
- b) Análise didática: Revisão e análise sobre artigos, livros didáticos, trabalhos de conclusão, teses e monografias, enfim, textos que discutem o assunto.
- c) Análise Cognitiva: Identificação das dificuldades dos alunos e professores ao trabalharem com Modelagem Matemática a partir de um estudo das monografias, teses e dissertações que tratam do assunto.

### 4.1. ANÁLISE HISTÓRICA

Pode-se dizer que o homem já há muito tempo usava técnicas semelhantes à modelagem quando buscava formular matematicamente “receitas” para seus problemas, seja nas previsões de eclipses, modelos para as enchentes do rio Nilo na civilização egípcia, obras e construções na antiga Babilônia ou nas primeiras escalas musicais de Pitágoras (escalas pitagóricas). Rosa e Orey (2005) acrescentam que talvez a mais antiga e importante ligação que se pode fazer com a modelagem matemática foi a invenção da roda pelos Sumérios em 3000 a.C. O próprio Pitágoras pretendia modelar o mundo segundo leis matemáticas, segundo contam as lendas.

Mais tarde, com o renascimento e também com o surgimento do Cálculo, a modelagem matemática começa a ganhar forma em sua existência de cunho

científico, com as aplicações desta vertente matemática à física. Nomes como Nicolau Copérnico, Leonardo Da Vinci, Galileu Galilei, René Descartes e Isaac Newton, despontaram como ícones de seu tempo por empregarem a matemática em aplicações do mundo real.

Apesar deste histórico, foi recentemente que o termo modelagem começou a ser utilizado e empregado no sentido que usualmente conhecemos.

Apesar da modelagem matemática ter sido constantemente utilizada desde os primórdios das civilizações, o termo modelo matemático somente foi introduzido no século XIX, por Lobachewsky (1792 – 1856), matemático russo e Riemann (1826 – 1866), matemático alemão, que criaram os modelos propostos pelas geometrias não-euclidianas. (ROSA; OREY, 2005, p. 4)

Desde então, em consequência do desenvolvimento das ciências separadamente (física, química, etc. e suas ramificações), a modelagem começou a ser largamente utilizada em favor do desenvolvimento científico.

No entanto, a modelagem como método de ensino, tal qual estamos interessados neste trabalho ganhou forma apenas ao fim do século XX. Biembengut (2007), falando sobre este período, afirma que nas últimas três décadas, a modelagem vem ganhando “espaço” em diversos países, nas discussões sobre ensino e aprendizagem, com posicionamento a favor e contra sua utilização como estratégia de ensino de Matemática.

Segundo Biembengut (2009), dois nomes podem ser encontrados nos registros como sendo os precursores do desenvolvimento e uso da Modelagem Matemática no Brasil: Aristides C. Barreto e Rodney C. Bassanezi.

Aristides C. Barreto aplicou as idéias da modelagem em suas aulas como professor universitário na metade da década de 70. Barreto sempre procurava utilizar-se de modelos matemáticos como estratégia de ensino nas disciplinas de Fundamentos de Matemática Elementar e Prática de Ensino da Licenciatura e de Cálculo Avançado para Engenheiros em cursos de Pós-Graduação (BIEMBENGUT, 2009, p. 10). Além disso, Barreto orientou as primeiras dissertações de Pós-Graduação sobre Modelagem Matemática da PUC-RJ e também levou o assunto para congressos e eventos de educação, nacionais e internacionais.

Na década de 80, Rodney C. Bassanezi utiliza a Modelagem, já conhecida da Matemática Aplicada, como estratégia de ensino para ministrar

aulas de Cálculo Diferencial e Integral. No ano de 1982, é convidado a ser coordenador de um curso de Pós-Graduação na Universidade Estadual de Guarapuava – PR, quando propõe que seja alterado o curso de forma que os alunos visitem as empresas da cidade e levantem questões de interesse para serem investigadas. Com esta atitude, Bassanezi promoveu o primeiro curso de Pós-Graduação que utiliza a Modelagem Matemática como estratégia de ensino, ato que impulsionou a criação de muitos outros cursos semelhantes em outras universidades, também sob a coordenação de Bassanezi.

É possível que a questão - *para que aprender matemática* - advinda de estudantes e a dificuldade de muitos professores em respondê-la a partir de aplicações nas diversas áreas do conhecimento tenham contribuído para Bassanezi defender a modelagem como estratégia de ensino de matemática. Sua proposta nos cursos que ministrou para professores era levar os estudantes a se inteirarem das atividades de uma região à qual pertenciam, e, a partir desse contato com as questões da realidade, levantar problemas de interesse para serem investigados. O conteúdo matemático era apresentado quando requerido pelos modelos que estavam sendo elaborados. Proposta que também conquistou muitos adeptos. (BIEMBENGUT, 2009, p. 12)

Os feitos realizados por estes dois precursores da Modelagem Matemática no Brasil, embora inovadores naquela época e importantes para o desenvolvimento do assunto em questão, ainda não tratavam da Modelagem na Educação Básica. Barreto e Bassanezi aplicaram estas idéias e compartilharam com a comunidade matemática no âmbito da Graduação e Pós-Graduação. É indiscutível, porém a sua importância como impulsionadores de outros trabalhos e motivadores de vários outros professores na produção e desenvolvimento da Modelagem Matemática.

A produção de artigos e dissertações sobre Modelagem no Brasil foi dividida por Biembengut (2009) em três fases. A primeira, entre 1976 e 1986, onde figuram aquelas dissertações orientadas por Barreto, como citado anteriormente, e mais uma dissertação pela UNICAMP (Campinas), sobre modelos matemáticos e modelos de aprendizagem. Na segunda fase mais 7 dissertações são consideradas, produzidas pela UNESP de Rio Claro. A partir de 1991, caracterizando a terceira fase da produção em Modelagem Matemática para Biembengut, várias produções começam a ocorrer em diferentes universidades brasileiras. Destaca-se o fato de que algumas destas

produções passam a ter reconhecimento internacional, divulgando a Modelagem Matemática produzida no Brasil para a comunidade matemática mundial.

Barbosa (2007) cita Fiorentini (1996) que faz um primeiro balanço sobre as produções de dissertações e teses sobre modelagem. Este último autor analisou os 15 trabalhos concluídos no período de 1976-1994. Segundo Fiorentini (1996), estes trabalhos, apesar de serem pioneiros no aspecto de trazerem novas possibilidades para a educação matemática no Brasil, ainda demandavam um alto rigor científico.

Barbosa (2007) ainda traz uma análise sobre a continuidade desse histórico a partir da obra de outro autor:

Recentemente, Silveira (2007) realizou um levantamento da produção de dissertações e teses publicadas até 2005, mostrando que até este ano havia sido publicados 54 dissertações e 11 teses sobre o tema. Em particular, o autor mostra que a partir de 2002 a média de defesas de dissertações/teses é cerca de 8 ou 9 unidades/ano, enquanto que antes deste ano ficava em torno de 2 ou 3 unidades/ano. (BARBOSA, 2007, p. 491)

Pode-se perceber a partir destas análises que o estudo de Modelagem Matemática no Brasil que ganhou força no final dos anos 90 e início do século XXI, mas que desde então atraiu cada vez mais os olhares dos pesquisadores.

As Conferências Nacionais sobre Modelagem no Ensino de Matemática (CNMEM) também impulsionaram o desenvolvimento desta linha de pesquisa em educação matemática. A primeira ocorreu em 1999, em Rio Claro, na UNESP.

Segundo o *site* da Universidade Estadual de Londrina, esse encontro, considerado como a primeira iniciativa de reunir os envolvidos com a pesquisa em Modelagem e Educação Matemática no Brasil, permitiu a instauração de um espaço próprio de discussão sobre o tema.<sup>1</sup>

O mesmo *site* ainda acrescenta:

Dois fatores importantes podem ser observados no decorrer das décadas de realização das conferências: um diz respeito à definição da Modelagem Matemática como área ou linha de pesquisa em reconhecidos programas de mestrado e doutorado em inúmeros estados brasileiros; outro fator é a participação de brasileiros em

---

<sup>1</sup> Informações disponíveis no *site* <http://www.uel.br/eventos/cnmem/historico.htm>.

eventos internacionais de Modelagem Matemática (especialmente no ICTMA - International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications).

Desta forma é possível ver uma síntese sobre como se deu a trajetória da modelagem matemática voltada para a educação matemática no Brasil e no mundo.

## 4.2. ANÁLISE DIDÁTICA

Após este breve histórico veremos agora a literatura referente ao estudo da modelagem matemática como perspectiva de ensino e sua aplicação na educação básica bem como sua relação com o esporte.

Analisando alguns autores que escreveram sobre a modelagem utilizada no ensino de matemática, é possível perceber que este é um método riquíssimo em possibilidades de experiências de aprendizagem. A liberdade de poder pesquisar, problematizar e então aplicar a matemática de forma a modelar o problema, é também útil no sentido em que traz o aluno para uma posição de maior responsabilidade frente ao problema.

Skovsmose (2000) trabalha com o conceito de *cenário de investigação*, definindo-o como sendo aquele que convida os alunos a formularem questões e procurarem explicações. Em seguida o autor transita deste conceito para o de *ambiente de aprendizagem*, sustentando que tal fato ocorre a partir do momento em que o aluno assume a responsabilidade pelo processo de exploração de explicação, melhor para o seu aprendizado.

Barbosa (2001b) diz que o ambiente de modelagem está relacionado com problematização e investigação. Acreditamos que estas duas características são importantes no aprendizado de matemática e atuam como motivadores para os alunos e pensamos que quanto mais responsabilidade é dada ao aluno em relação à investigação melhor pode ser o seu aproveitamento.

A modelagem pode diferenciar-se quanto à forma como são divididas as responsabilidades de cada etapa entre professor e aluno. Barbosa (2003) apresenta uma sugestão de classificação, organizada em três casos, em que a

carga de responsabilidade delegada ao aluno vai aumentando ao passo que avançamos do caso 1 para o caso 3.

- Caso 1: O professor apresenta o problema e traz os dados, dividindo com os alunos a tarefa de interpretar os dados e solucionar o problema.
- Caso 2: Neste caso o professor traz o problema, mas não os dados, de modo que a partir desta etapa – coleta de dados – a responsabilidade já é dividida com os alunos.
- Caso 3: Por fim, este é o caso em que os alunos formulam o problema – escolhendo um tema não-matemático de seu interesse – coletam os dados e solucionam o problema.

Com relação às tendências em modelagem matemática, a que apresenta uma preferência pela maioria no Brasil é a tendência sócio-crítica, com seu caráter reflexivo. A justificativa dada, de acordo com Barbosa (2001a) é a de que tanto a tendência pragmática, voltada para o estudo apenas de conteúdos com aplicação direta em áreas não matemáticas quanto a tendência científica, voltada para introdução de novos conceitos, ficam limitadas a matemática em si, sem a possibilidade de maiores reflexões.

As atividades de Modelagem são consideradas como oportunidades para explorar os papéis que a matemática desenvolve na sociedade contemporânea. Nem matemática nem Modelagem são “fins”, mas sim “meios” para questionar a realidade vivida. Isso não significa que os alunos possam desenvolver complexas análises sobre a matemática no mundo social, mas que Modelagem possui o potencial de gerar algum nível de crítica. (BARBOSA, 2001b, p. 4)

Consideramos útil essa contribuição que a modelagem matemática busca estimular nos alunos, pois este nível de crítica supracitado é uma característica esperada do aluno que visamos formar e é também ferramenta no próprio ensino-aprendizagem de matemática.

Podemos ilustrar alguns exemplos de atividades de modelagem trabalhados em sala de aula e relatados em trabalhos. Mota (2007) relata sobre uma atividade de modelagem matemática que foi desenvolvida com alunos de 8ª série envolvendo o Pan 2007, que se realizou no Rio de Janeiro no ano de 2007, onde desenvolveu com um grupo alguns conceitos de geometria plana e, mais especificamente, aplicações do teorema de Pitágoras com relação à

Ginástica Olímpica – solo. Outros tópicos de geometria foram também contemplados por grupos que trabalharam com natação, vôlei e atletismo.

É com base nesta análise que sustentamos que a modelagem matemática parece-nos uma ótima forma de atrair o interesse do aluno para o estudo de matemática, oportunizando que ele descubra ou reforce conceitos, por intermédio da aplicação em alguma área não-matemática. Pensamos que desta forma, podemos potencializar o ensino e tornar a aprendizagem um momento mais agradável, interessante e motivador.

### 4.3. ANÁLISE COGNITIVA

Agora, investigaremos as dificuldades encontradas atualmente no uso da modelagem matemática no ensino básico.

Pesquisando nos livros e dissertações que falam sobre a modelagem matemática e como o aluno e o professor lidam com isso, encontramos dificuldades com relação à indefinição do que está por vir, de quais conteúdos ou dúvidas surgirão e esta insegurança permeia o trabalho já que não há como prever o rumo que o processo irá tomar.

Há o inconveniente de não sabermos, inicialmente, por onde o modelo passará, ou seja, nem sempre o ferramental matemático está ao alcance do educando e mesmo do professor (BIEMBENGUT, 2007).

Ainda assim, pensamos que pode ser possível sempre algum tipo de simplificação do problema nos casos nos casos anteriormente citados por Biembengut (2007).

A partir de relatos de experiências de outros autores com modelagem matemática podemos ver que esta prática tem alcançado resultados positivos e oportunizado aos alunos um ambiente motivador.

Ferreira e Wodewotzki (2007) relatam uma experiência de modelagem em que são trabalhadas questões ambientais com alunos do ensino fundamental. Segundo estes autores:

(...) os alunos usaram vários conteúdos matemáticos vistos em sala de aula, tais como porcentagem, regra de três, unidades de medida, área, volume, e também ferramentas estatísticas: tabelas, gráficos e

algumas medidas de posição. Em geral, os alunos apresentaram muitas dificuldades ao utilizarem tais conteúdos matemáticos em uma situação real. (FERREIRA; WODEWOTZKI, 2007, p. 116-117)

Esta dificuldade dos alunos é algo digno de atenção, pois esta relação deve, em nosso entendimento, ser clara para o aluno, como uma possibilidade real que há de fazer conexões entre a matemática da sala de aula e a da matemática das situações reais. Pensamos que nesse sentido a modelagem pode exercer um papel fundamental.

Algo que também podemos destacar no trabalho de Ferreira e Wodewotzki (2007) é a presença de gráficos. Em outros relatos de experiências envolvendo o uso de modelagem, podemos novamente perceber a presença dos gráficos. Santos e Bisognin (2007) fazem um relato semelhante ao anterior, descrevendo um trabalho sobre o tema “Poluição do ar, do solo e das águas”. Neste relato, os autores dizem que, com as atividades trabalhadas, foi possível aos alunos explorar além do conceito de função, noções de estatística, como construção e análise de gráficos e tabelas.

Pensamos que o trabalho com gráficos, além de ser uma constante nesses trabalhos, é importantíssimo, já que a sua leitura e interpretação se tornam imprescindíveis em diversos momentos do seu aprendizado na escola e mesmo em situações reais, como os alunos podem constatar em sua prática.

Ainda observando o relato destes últimos autores, destacamos o seguinte trecho:

Trabalhar com a Modelagem Matemática, em uma turma regular do Ensino Fundamental, foi um grande desafio, pois é necessário vencer obstáculos, entre eles: a desmotivação dos alunos para aprender matemática; a estrutura formal da escola que cria barreiras e inibe iniciativas dos professores; a rigidez do programa a cumprir; a carga horária semanal que os professores do Ensino Fundamental devem cumprir; o tempo necessário para o estudo do tema; a ausência de bibliotecas e de laboratórios de computação junto às escolas (SANTOS e BISOGNIN, 2007, p. 111).

Estas foram as principais características encontradas neste estudo referentes à forma como a Modelagem Matemática vem sendo trabalhada nas escolas no momento do presente estudo. Na sequência e com base neste estudo procedemos aos constrangimentos.

#### 4.4. CONSTRANGIMENTOS

A aplicação da Modelagem Matemática como prática de ensino e com o intuito de desenvolver conteúdos já trabalhados ou ainda, introduzir novos conceitos, a partir de uma exploração de uma situação real, enfrenta alguns obstáculos. Isto pode ser justificado por ser pouco utilizada no ensino convencional nas escolas e por haver a necessidade do professor delegar ao aluno uma maior responsabilidade pelo andamento da aula. Esse deslocamento da posição tradicionalmente central ocupada pelo professor causa, a ele e ao aluno, certo desconforto e por esta razão faz com que todo o processo da Modelagem seja inevitavelmente permeado por uma sensação de insegurança.

O ensino de matemática, em geral, tem se caracterizado por ter o professor como elemento central da sala de aula. Ele apresenta o conteúdo oralmente, parte de definições e exemplos, segue com exercícios de fixação, e imagina-se que o aluno aprendeu pela reprodução (SANTOS e BISOGNIN, 2007, p. 101).

A proposta da Modelagem Matemática tem justamente como um de seus objetivos deslocar essa posição central do professor, ou melhor, trazer o aluno para dividir esta mesma posição no desenvolvimento do trabalho. Há que se perceber, porém, que esta mudança que o professor induz na atitude do aluno, provoca nele certo desconforto e, por ele não estar habituado a agir desta forma na sala de aula, pode resultar daí alguma resistência ou dificuldade. Esta talvez seja a maior dificuldade na utilização de Modelagem na Educação Básica, em nosso entendimento.

Percebemos também em nossa revisão da literatura que os próprios professores apresentam insegurança ao lidarem com a Modelagem Matemática como perspectiva de ensino. Os professores parecem sentir-se ameaçados ou inseguros ao deixarem de ser os responsáveis únicos pela condução da aula, pela elaboração dos questionamentos e pela detenção do saber e das respostas esperadas pelos alunos.

Barbosa (2001a) cita Burak (1992) quando faz alguns apontamentos sobre este assunto:

As conclusões apontam que os professores acreditavam que a Modelagem confere maior significado às atividades escolares, propicia envolvimento dos alunos, promove melhor relacionamento e influi positivamente no desempenho escolar. Por outro lado, sublinhavam sua insegurança em continuar utilizando Modelagem em suas aulas e com a reação de outros atores da escola (os colegas de trabalho, os diretores, os pais, os alunos). Os professores verbalizaram seu próprio “despreparo” para desenvolver atividades desta natureza e assinalaram que a continuidade da aplicação da Modelagem é a forma adequada de adquirir experiência, segurança e confiança. (BARBOSA, 2001a, p. 4)

Pensamos que é necessária uma mudança de atitude por parte dos professores com relação a este obstáculo, pois como eles reconhecem e afirmam, a Modelagem credita ao aluno um potencial crítico muito positivo para seu crescimento pessoal e melhor aproveitamento no estudo de matemática.

Além disso, torna-se difícil realizar trabalhos dentro desta metodologia de ensino também por dificuldades estruturais, como a falta de apoio das escolas, pouca carga horária disponível em face do tempo necessário e a pressão da comunidade em relação ao vencimento do conteúdo previsto. Com base em alguns estudos citados por Barbosa (2001a), pode-se dizer que, ao falarem dos obstáculos, os professores citam os programas pré-estruturados, os pais, a burocracia educacional e os próprios alunos.

Pensamos que estas são as principais barreiras existentes em relação à aplicação de modelagem matemática no ensino básico, levantadas a partir de nossas análises prévias. Acreditamos que estas barreiras precisam ser vencidas objetivando alcançar os benefícios, também citados nas análises anteriores, como a motivação dos alunos no estudo da matemática, a otimização da relação entre a matemática da sala de aula e as situações reais, a problematização e a investigação.

Na próxima etapa deste trabalho, de acordo com a metodologia da engenharia didática, procedemos à concepção e análise *a priori*.

## 5. CONCEPÇÃO E ANÁLISE A PRIORI

Com base no estudo realizado sobre Modelagem Matemática, sua análise histórica, relatos de experiência e estudo das dificuldades e vantagens decorrentes de sua aplicação na Educação Básica, elaboramos uma proposta de ensino. O objetivo principal da Modelagem Matemática é abordar temas matemáticos, conhecidos ou não, de alunos que os utilizaram como ferramenta para modelar uma situação adaptada – modelada – da realidade, inserida em um tema dado, a saber, os esportes.

O tema foi escolhido visando um campo de pesquisa rico em possibilidades e ao mesmo tempo pensando que este é um assunto de interesse dos alunos. Os esportes possuem suas regras, padrões, recordes, estratégias, estatísticas, estruturas, enfim, uma infinidade de brechas que podem ser observadas com um cunho mais crítico e metódico, mediante uma pesquisa e aplicando aí conceitos matemáticos.

A pesquisa que estamos nos referindo foi feita a partir de conversas entre professor e alunos de duas turmas de 7ª série do Ensino Fundamental em uma escola da rede pública, organizada em 6 encontros de 50 minutos.

Estes alunos foram divididos em grupos, como já mencionado, e cada grupo escolheu um esporte sobre o qual gostaria de pesquisar. O trabalho de Modelagem Matemática aqui desenvolvido pode ser classificado como uma transição entre o caso 2 e o 3, pois há o fato de o professor selecionar um tema geral – a saber, os esportes – sobre o qual os alunos irão decidir especificamente o que vão pesquisar mas também encontramos elementos característicos de uma Modelagem Matemática do caso 3, quando levamos em consideração o fato de que os alunos têm a responsabilidade de elaborar os questionamentos, buscar as informações e resolver os problemas criados, utilizando um modelo matemático, contando sempre com o auxílio do professor. Estes casos citados referem-se aos anteriormente mencionados, segundo Barbosa (2003). Escolhido o esporte, os grupos procederão a uma especificação do quê exatamente procuram pesquisar/compreender melhor e elaborarão um roteiro de questões a serem estudadas.

Em um segundo momento, os alunos fizeram uma pesquisa de dados sobre o assunto e buscaram respostas às perguntas que elaboraram,

procurando também encontrar relações com conteúdos de matemática. Esta etapa pode ser feita pelos grupos independentemente do professor, fora da sala de aula, mas também foi disponibilizado um período de aula, em um dos encontros, para uso do laboratório de informática da escola. Pensamos que este encontro foi necessário, pois alguns alunos não tinham computador ou internet em casa e desta forma teriam dificuldades em pesquisar os dados para constituir a sua pesquisa. Com o auxílio do professor e de posse dos dados pesquisados, passaram a tentar encontrar modelos com ferramentas matemáticas para as situações encontradas. Também foram promovidas discussões entre os grupos, buscando apreender o máximo de informações e conhecimento com esta parte do trabalho.

Com modelos estabelecidos e questões respondidas, os alunos pensaram em uma apresentação para o professor e demais grupos, preocupando-se em fazer com que os outros entendam, de forma resumida, o que estes alunos pesquisaram e o que puderem concluir. Também pensamos que os alunos poderiam elaborar cartazes para serem usados no momento das apresentações. Planos de aula mais detalhados são apresentados nos Apêndices, explicitando como foi pensada esta proposta.

Ao iniciar este trabalho, elaboramos algumas hipóteses, como a possibilidade de os alunos apresentarem dificuldades em estabelecer conexões entre os conteúdos de matemática e sua aplicação no mundo real. Também pensamos que a falta de experiência deles pode ser um entrave no sentido de dificultar o desenvolvimento do trabalho. Acreditamos que a característica da autonomia que é delegada aos alunos, presente nos trabalhos de Modelagem Matemática, pode trazer dificuldades no desenvolvimento do trabalho, mas que pode também ser de grande valia para desenvolver o raciocínio matemático e auxiliar na aprendizagem dos conteúdos de matemática.

A escolha dos esportes também constituiu a hipótese que elaboramos de que este tema seria interessante para a maioria dos alunos e, portanto, motivador, facilitando o processo de Ensino-Aprendizagem.

## 6. EXPERIMENTAÇÃO

Neste capítulo descreveremos como foi realizada a prática de ensino deste trabalho, destacando pontos importantes que ocorreram durante essa fase da pesquisa.

### 6.1. DESENVOLVIMENTO E ESTRUTURA DA PESQUISA

Resolvemos dividir o trabalho, para uma melhor organização em etapas, sendo a primeira etapa a que se refere ao momento em que os alunos decidiram o esporte que queriam pesquisar e definiram um roteiro de perguntas. Esta etapa se deu em 1 (um) encontro. A segunda etapa foi aquela em que foi realizada a busca de dados na internet ou com profissionais – como ocorreu e alguns casos em que alunos pediram informações a seus professores de Educação Física.

A terceira etapa compreende a parte do trabalho em que os alunos reunidos em seus grupos, juntaram os dados que obtiveram e procuraram organizá-los respondendo aos seus questionamentos quando possível. Também montaram um cartaz que resumiria a sua pesquisa e pensaram em uma apresentação de aproximadamente 10 minutos, para o professor e a turma, na qual falariam sobre o esporte que pesquisaram, seus questionamentos e respostas e o modelo matemático que empregaram. Esta apresentação citada no parágrafo anterior diz respeito a quarta e última etapa. Nos apêndices podem ser encontrados os planos de aula, a pesquisa realizada com os alunos e com a professora e também algumas imagens dos cartazes e trabalhos escritos entregues pelos alunos.

#### 6.1.1. ETAPA 1 – ESCOLHA DO ESPORTE E ROTEIRO DE PERGUNTAS

No primeiro encontro que tivemos, os alunos dividiram-se nos grupos e decidiram o esporte que gostariam de conhecer melhor. Alguns problemas apareceram já nesta parte do trabalho, pois houve alunos que não quiseram fazer o trabalho em grupos, seja por dificuldades de relacionamento ou pela

própria escolha do esporte. Concordamos em permitir que alguns alunos fizessem em duplas ou sozinhos, visando solucionar estes problemas e possibilitar um melhor desenvolvimento do trabalho.

Durante a elaboração do roteiro, grande parte dos alunos apresentou dificuldades. Este foi um momento do trabalho em que a foi necessária a intervenção do professor. Os alunos, salvo algumas poucas exceções, não conseguiram por si próprios elaborar um roteiro de perguntas. Aparentemente, se sentiram inseguros. Em outros casos, se afastaram demais da parte matemática do trabalho e passaram a fazer algo predominante histórico ou meramente descritivo. Nestes momentos o professor fez algumas interferências.

Esta etapa do trabalho foi realizada em um encontro e, apesar dessas dificuldades, acredito que foi bem produtiva. Os alunos se mostraram bem interessados e ao final do período, como solicitados, entregaram ao professor uma folha constando o nome dos integrantes de cada grupo, o esporte escolhido e o roteiro de questionamentos elaborado, além de ficarem com uma cópia para si.

Segue um exemplo de roteiro criado por um dos grupos.

*Nomes: Amanda e Bruna<sup>1</sup>      Esporte: Xadrez      Turma: 71*

*Quantos graus cada peça pode fazer?*

*Onde surgiu?*

*Quem Criou?*

*De que material é feito os tabuleiros profissionais?*

*Quais são as regras?*

*Quais os ângulos do tabuleiro?*

*Quantos quadrados tem em um tabuleiro?*

*Quando foi o primeiro campeonato?*

*Quanto mede um tabuleiro profissional?*

*Quem foi o primeiro campeão?*

*Que tipo de ângulo existe no tabuleiro?*

---

<sup>1</sup> Nomes fictícios.

### 6.1.2. ETAPA 2 – PESQUISA DE DADOS

Também resumida a um encontro em sala de aula com o professor, esta etapa, no entanto não se resumiu a apenas este encontro, já que os alunos podiam de forma independente buscar dados em suas casas ou em outros lugares. Justificamos, porém a necessidade deste encontro, na sala de informática, pois, se tratando de alunos de uma escola da rede pública de ensino, não poderíamos contar com a possibilidade de que todos teriam condições de realizar esta pesquisa com meios próprios. Também por serem alunos de 7ª série, imaginamos que eles poderiam não estar habituados a fazer este tipo de pesquisa.

Como já dito, professor e alunos se dirigiram ao laboratório de informática, onde contaram com computadores com acesso a internet e fizeram sua pesquisa em sites de busca. Problemas estruturais da escola como poucos computadores, alguns com problemas de funcionamento e a falta de uma pessoa como monitor do laboratório, trouxeram algumas dificuldades nesta etapa. Pedimos aos alunos então que gentilmente se organizassem em um grupo por computador. Esta medida trouxe como consequência uma agitação dos alunos. Também se tornou difícil manter o foco no trabalho, pois eles queriam ver outros sites e o professor precisou interferir para que o andamento do trabalho não fosse prejudicado, já que havia um limite de tempo de uso dos computadores – 50 minutos.

Muitos grupos não aproveitaram muito este encontro pelas razões citadas, no entanto a grande maioria dos alunos havia já pesquisado em casa ou na casa de amigos e assim o baixo aproveitamento não chegou a ser um obstáculo. Houve, é claro, alunos que se dedicaram e anotaram dados importantes para a constituição do seu trabalho.

### 6.1.3. ETAPA 3 – ORGANIZAÇÃO DOS DADOS, CARTAZ E APRESENTAÇÃO

A organização dos dados coletados de forma a responder os questionamentos por eles elaborados e buscando uma relação com conceitos matemáticos havia sido inicialmente prevista para ser realizada em apenas um

encontro. Logo, porém, percebemos que esta etapa do trabalho precisaria de mais tempo se desejássemos um melhor aproveitamento por parte dos alunos. Aumentamos então para três encontros nos quais os alunos discutiriam o que incluir no seu trabalho, que modelos poderiam utilizar e como organizariam o cartaz e a apresentação.

Os alunos perguntaram se poderiam mudar algumas perguntas, criar novas e eliminar outras e o professor atendeu aos seus pedidos. Objetivamos aqui o desenvolvimento e a sua relação com conceitos matemáticos; o roteiro era apenas um guia inicial, uma direção ou uma rota que poderia ser sim alterada no decorrer do trabalho se o grupo percebesse que isto era importante. Vimos estas mudanças de forma positiva, como possíveis indicadores de que os alunos estavam se interessando pelo trabalho.

Tornou-se difícil a tarefa de auxiliar os grupos nesta etapa da forma como organizamos o trabalho, pois eles tinham escolhido esportes completamente diferentes uns dos outros de modo que em cada uma das duas turmas em que foi realizada esta atividade, não houve dois grupos sequer que escolheram o mesmo esporte. Assim, o tempo que o professor tinha para auxiliar cada grupo era escasso. Por outro lado, isso fez com que os alunos não dependessem tanto do professor. Esperávamos, de fato, que os alunos fossem mais autônomos e isso acabou naturalmente ocorrendo.

A elaboração dos cartazes foi um pouco lenta pela dificuldade que os alunos tiveram de sintetizar seus dados e conclusões em apenas uma folha de cartolina. Deixamos a critério dos alunos pensar como fariam para montar esse cartaz, sugerindo e opinando o mínimo possível. Alguns pediram para utilizar mais de um cartaz e decidimos por não censurá-los apenas avisando que precisavam cuidar para sua apresentação não ficar extensa demais com relação ao tempo de cada grupo.

O envolvimento dos alunos nesta fase do trabalho foi grande. Eles se mostraram entusiasmados e a maior parte esforçou-se bastante. Questões interessantes surgiram, apesar de serem parecidas muitas vezes, como por exemplo, questões geométricas envolvendo a quadra do esporte escolhido, seu perímetro, área, medidas, demarcações e ângulos. Outros esportes tiveram suas particularidades.

Durante a montagem dos cartazes os alunos tiveram dificuldade em sintetizar a sua pesquisa de uma forma resumida, pois não queriam deixar nada do que pesquisaram de fora do trabalho. Sugerimos a eles que o cartaz poderia ser mais ilustrativo, organizado e resumido e que eles podiam acrescentar os itens que ficaram de fora no momento da apresentação. Ainda assim seria bom planejar também a apresentação para que fosse organizada, resumida pela questão do tempo e coletiva para que todos no grupo participassem e mostrassem que se envolveram igualmente com o trabalho.

Havíamos pensado que esta etapa poderia ser concluída em apenas um encontro ou dois no máximo, mas nos enganamos e alongamos o tempo para que os grupos pudessem se organizar tranquilamente. Sendo assim concluímos esta etapa em 4 encontros de 50 minutos cada e marcamos a apresentação para o dia seguinte ao do último dia de preparação.

#### 6.1.4. ETAPA 4 – APRESENTAÇÃO DA PESQUISA E DO CARTAZ

A última etapa do trabalho foi a da apresentação. Os alunos organizaram uma ordem para os grupos apresentarem suas pesquisas, contando qual esporte escolheram, quais perguntas ou questionamentos que elaboraram e como responderam a essas perguntas, utilizando os cartazes como guias.

Nesta parte conclusiva do trabalho, estávamos todos ansiosos – professores e alunos. A professora regente da turma foi convidada a assistir as apresentações. Ela não chegou a participar das etapas anteriores, mas se mostrou interessada em assistir as apresentações por isso a convidamos.

As apresentações foram interessantes e os alunos puderam mostrar que são capazes de se organizarem sozinhos. Alguns ficaram bem nervosos, outros foram superficiais de mais ou quase não falaram nada sobre matemática. Combinamos com eles que as apresentações precisavam ser curtas e sucintas pela questão do tempo. Avisamos também que ao final de cada apresentação os alunos poderiam fazer perguntas e o professor também poderia.

Durante as apresentações os alunos de outros grupos não fizeram perguntas. Estavam ansiosos ou nervosos antes de sua apresentação. Nós, porém, fizemos ao menos uma pergunta por grupo. As questões variavam de

acordo com o trabalho apresentado, tendo também relação com os conteúdos que os alunos já haviam trabalhado, seja com o professor estagiário ou anteriormente.

Alguns alunos surpreenderam a turma e a professora regente, pois apesar de em outras aulas possuírem um comportamento apático e desinteressado, mostraram-se engajados no trabalho e fizeram um bom trabalho e uma boa apresentação.

Houve também alguns alunos que não se organizaram e não apresentaram o trabalho. Causou-nos grande surpresa, pois parecia-nos que eles teriam condições de apresentar um excelente trabalho. No fechamento da nota, percebemos que estes alunos que estamos nos referindo não precisavam da nota do trabalho para ficar com uma boa nota no trimestre e talvez seja por isso que eles não se preocuparam com o trabalho.

Apesar destes casos isolados, esta etapa das apresentações, realizada em um período para cada turma, foi uma experiência muito rica, na qual os alunos puderam mostrar o resultado de um processo que fora quase que inteiramente realizado por eles, contando com apenas algumas interferências do professor no sentido de orientá-los. Os alunos pareceram alegres e orgulhosos de apresentar os seus trabalhos, mesmo estando nervosos.

Durante esta fase do trabalho, tiramos algumas fotos dos grupos e dos seus cartazes para registrar esses momentos. Algumas dessas imagens estão no Anexo (p. 53-55), no final deste trabalho. Concluídas as apresentações, em outro dia de aula, passamos aos alunos uma pesquisa buscando a avaliação deles sobre este trabalho, na qual questionamos de forma qualitativa o que eles acharam da idéia de envolver a matemática e os esportes, o que acharam da metodologia utilizada na qual a sua autonomia foi maximizada e pedindo também críticas e sugestões. Uma cópia em branco desta pesquisa também está presente no Apêndice A (p. 48).

## 6.2. DESCRIÇÃO DOS TRABALHOS DOS GRUPOS

Selecionamos a seguir os trabalhos de alguns grupos para comentar mais detalhadamente. Justificamos o fato de realizar esta escolha, pois como

houve mais de 11 trabalhos, tornar-se-ia demasiado cansativo e repetitivo comentar sobre todos estes trabalhos.

Dentro desta escolha buscamos selecionar trabalhos diferenciados que representem as diferentes experiências que passamos juntos, alunos e professor, durante o desenvolvimento desta prática. Algumas imagens estão anexadas no final deste trabalho.

Não identificaremos os alunos pelos seus nomes verdadeiros e os grupos serão aqui identificados como grupo A, B, C e assim por diante. Mais coerente será identificá-los com o esporte escolhido. Faremos algumas comparações também entre as turmas de origem de cada grupo, a saber, 71 e 72, destacando desde já que a turma 72 havia sido inicialmente classificada pela escola como uma turma com um comportamento agitado e desinteressado representado pela maioria dos alunos. A outra turma se diferenciava desta primeira por ser mais responsável e isto era refletido nas notas dos alunos.

Abaixo segue uma tabela com todos os 11 grupos que realizaram este trabalho, informando o esporte escolhido, o número de integrantes por grupo e a respectiva turma.

**Tabela 01** – Distribuição dos grupos por esporte, número de integrantes e turma

Esporte escolhido	Integrantes no grupo	Turma
Ballet	4	71
Futebol Americano	4	71
Ginástica Rítmica	4	71
Natação	3	71
Surf	4	71
Xadrez	2	71
Futebol	4	72
Futebol - Santos	6	72
Futebol Americano	3	72
Handebol	3	72
Vôlei	4	72

### 6.2.1. GRUPO A – FUTEBOL

O grupo era composto por quatro meninos da turma 72. Todos sentavam no fundo da sala de aula e já eram taxados como bagunceiros ou

desinteressados. Escolheram o futebol para a sua pesquisa, pois gostavam do esporte e acharam que com esta escolha seria mais fácil realizar o trabalho.

Elaboraram perguntas questionando quais são as dimensões do campo e da goleira, quais são as medidas da bola e como ela é fabricada, qual é a altura que uma bola atinge quando é lançada para cima com um chute e qual a velocidade que a bola chega a atingir em um chute em direção ao gol.

Na fase de pesquisa de dados responderam rapidamente às suas perguntas copiando as respostas de sites na internet, mas encontraram uma situação estranha em um site: havia uma tabela com várias velocidades de chute de uma bola registradas em diferentes momentos e também em diferentes unidades de medida. Tiveram dúvida em relação a qual daqueles números escolher e em qual unidade de medida. Conversamos para juntos interpretarmos aquela tabela e aqueles resultados. Falamos que a unidade deveria ser uma unidade plausível com a distância e o tempo que consideramos em uma situação como esta. Os alunos decidiram então pela velocidade em metros por segundo (m/s). A seguir comentei com eles que não havia jeito justo de escolher uma daquelas velocidades apenas. Mas que poderíamos usar todas levando em consideração a média entre elas. Perguntei-lhes se sabiam o que era uma média entre uma quantidade de valores e como determiná-la e neste momento produzimos uma discussão interessante. Sugerimos que estas idéias aparecessem no trabalho deles, pois o enriqueceria notavelmente e acredito que acrescentaria para a turma esta explicação sobre médias.

Os alunos acataram nossa sugestão e basearam o seu trabalho quase todo nisso. Encontraram medidas diferentes para o campo e a bola e fizeram novamente a média e em sua apresentação deram outro exemplo de média, a das idades dos alunos da turma, ilustrando melhor este conceito.

Acrescento que este grupo surpreendeu a nós e a professora regente da turma por contar com alunos que eram tidos como desinteressados e que apresentaram um trabalho de bom nível. Houve ainda o caso do aluno DOVAL<sup>1</sup> que começou a sentar-se na primeira fileira de classes e participar mais das aulas. Ao final do período de estágio, ele relatou-nos que seria muito bom se as

---

<sup>1</sup> Nome fictício.

aulas de matemática fossem sempre assim. Esperamos que o trabalho tenha sido um impulso para motivar a dedicação deste e de todos os outros alunos.

### 6.2.2. GRUPO B – VÔLEI

Também da turma 72, este foi um grupo formado por quatro alunos, três deles muito dedicados e um mais expansivo e agitado. Este grupo escolheu o vôlei como esporte a ser investigado.

As perguntas elaboradas pelos integrantes do grupo foram novamente sobre as dimensões da quadra, da rede, altura, diferenças da modalidade masculina para a feminina, entre outras perguntas. Uma questão interessante que discutimos junto ao grupo foi a da área da quadra e de cada time. Um dos integrantes do grupo, que chamaremos de ALVES<sup>1</sup>, sugeriu que poderia ser calculadas a área que cada jogador deveria ser responsável durante um determinado momento.

Eles verificaram que a divisão da quadra de cada time possuía tamanhos diferentes para os seus setores de ataque e de defesa. Sendo assim, seria necessário calcular independentemente a área do setor defensivo e do setor ofensivo de uma meia quadra.

Perguntamos aos alunos se eles sabiam como iriam fazer isso. Eles responderam que bastava determinar as medidas das áreas e dividir pela quantidade de jogadores em cada setor. De fato, o conceito de área de retângulos já havia sido trabalhado com estas turmas justamente pelo professor estagiário durante sua passagem pela escola, de modo que o conteúdo era recente e conhecido dos alunos. Este grupo aplicou então estas idéias e produziu um trabalho focado especialmente neste ponto.

Por ser integrado por três alunos com um bom rendimento escolar, já era esperado que este trabalho seria um trabalho de qualidade e não houve grandes surpresas nesse sentido. Um dos meninos do grupo era, porém, um rapaz muito agitado nas aulas que costumeiramente não prestava atenção nas explicações e não concluía as atividades. Neste trabalho o jovem mostrou-se

---

<sup>1</sup> Nome fictício.

interessado e apresentou a maior parte do trabalho, o que causou-nos surpresa, especialmente à professora da turma.

Destacamos a iniciativa deste grupo que não precisou praticamente de nenhuma intervenção do professor. Também se preocuparam com a questão da proporção quando reproduziram a quadra desenhada no cartaz. Perguntamos aos alunos quantos centímetros eles estavam usando para representar as medidas da quadra e nos responderam que usavam 5cm e 10cm, pois o comprimento do setor de ataque deveria ser a metade do comprimento do setor de defesa.

Os alunos aqui descritos conseguiram aplicar os conceitos de área e proporções para responder a questão por eles levantada sobre qual é o espaço ocupado por um jogador de ataque e por um jogador de defesa de um time de vôlei durante determinado momento de uma partida. Como não fosse o bastante, fizeram uma apresentação clara e objetiva que nos agradou muito.

### 6.2.3. GRUPO C – XADREZ

Composto por duas integrantes da turma 71, este grupo, ou esta dupla, trabalhou de forma dedicada e concentrada, sem se dispersar. Isto era esperado já que ambas eram alunas que se destacam por seu comportamento e dedicação, refletidos nas suas notas.

Na pesquisa de dados pediram para incluir no trabalho a história do xadrez e tiveram algumas dificuldades ao encontrarem diferentes versões para a mesma história. Sugerimos que fossem lidas as diferentes versões e que as meninas se concentrassem nas semelhanças entre cada história, pois aí estariam as partes mais confiáveis. Também pedimos que reforçassem que são lendas e que não podem, portanto, serem consideradas confiáveis.

Com relação à matemática, apresentaram a disposição do tabuleiro com 8 casas em uma fileira e 8 fileiras. Comentamos então com o grupo que, se medíssemos a área do tabuleiro com uma casa como sendo a unidade de área, qual seria a quantidade de casas necessária para medir a área total do tabuleiro. No início não compreenderam a questão, mas explicando novamente conseguimos obter a resposta: 64 casas. Perguntamos então se este tabuleiro

era um retângulo ou um retângulo quadrado, o que as meninas não tiveram dificuldade em responder.

No entanto, esse trabalho teve seu foco centrado na movimentação das peças e os ângulos de giro que descrevem. Apresentaram o cavalo informando que seu movimento perfaz um ângulo reto de  $90^\circ$ . É verdade que há aí redundância, pois, se o ângulo é reto, por definição ele é obrigatoriamente um ângulo de  $90^\circ$  e vice-versa, mas acreditamos, com base nas aulas que tivemos com estas alunas, que tenha sido uma questão de insegurança e preocupação excessiva e não uma situação de desconhecimento do assunto. Apesar desta observação, chamamos a atenção deste detalhe durante a apresentação, pois para os outros alunos, isto poderia não ser tão óbvio assim. Ainda em relação à movimentação das peças, comentaram também que a torre realiza também movimentos com um ângulo de  $90^\circ$  e ainda informaram que com quatro movimentos ela poderia representar um quadrado. Sobre os bispos, com referência ao seu movimento em diagonal, pediram-nos ajuda com relação aos ângulos descritos, sobre como poderiam representá-los. Elas sabiam que se comparassem o movimento na direção da diagonal superior direita com a linha da base do tabuleiro, o ângulo seria de  $45^\circ$ . Também o ângulo formado entre a linha da diagonal superior direita e a linha da diagonal superior esquerda era de  $90^\circ$ . Com base nesta percepção das meninas, apresentamos brevemente o círculo trigonométrico informando o sentido positivo da trigonometria e a origem de onde iniciamos a contagem dos graus de cada ângulo. Sendo assim, bastava marcar o primeiro ângulo como  $45^\circ$ , como elas já haviam notado, e somar  $90^\circ$  para cada ângulo seguinte do movimento do bispo. O resultado está em anexo na figura *Grupo C – Imagem 2*.

No momento da apresentação, as meninas ficaram um pouco tímidas no início, como aconteceu com vários grupos, mas logo em seguida ficaram mais tranqüilas e apresentaram de forma clara o que haviam pesquisado.

#### 6.2.4. GRUPO D – SURF

Também composto por integrantes da turma 71, este grupo era formado por 4 meninos que sentam-se normalmente no fundo da sala e costumam dispersar-se facilmente durante as aulas. Inicialmente havia apenas um menino

interessado em realizar o trabalho sobre surf e pediu para fazer sozinho. Os outros meninos entraram depois para o grupo, segundo eles, pois estavam mais interessados na ideia do colega.

Os rapazes elaboram questões sobre a história do surf, funcionamento das competições e marcas mundiais como a maior prancha, maiores ondas e praias mais frequentadas, por exemplo. Como as perguntas não estavam muito próximas do objetivo de aliar a matemática ao esporte, sugerimos a eles que investigassem sobre as manobras do esporte e procurassem encontrar alguma relação com a matemática. Um dos meninos comentou no mesmo instante que existia o *Aerial 360°*. Perguntamos como era essa manobra e o que significava o  $360^\circ$  do nome. O mesmo rapaz respondeu que é um salto do surfista para o alto ao mesmo tempo em que é executado um giro completo em volta de si mesmo para então voltar para a onda. Os alunos fizeram um desenho desta manobra em seu cartaz, como podemos ver na figura *Grupo D – Imagem 1*, constante dos anexos.

Este grupo teve dificuldades para organizar seu trabalho. Acreditamos que isto se deve ao comportamento já mencionado destes alunos em sala de aula. Eles não se concentravam nas tarefas e por causa disso tiveram dificuldades e quase não conseguiram apresentar.

No momento de sua apresentação ficaram bem tímidos e falaram rapidamente. Quando falaram sobre a manobra e o porquê do  $360^\circ$  no nome, questionamos sobre possíveis variações da manobra com relação ao giro do surfista e como ficaria o nome da manobra, remetendo o grupo e a turma ao conteúdo dos ângulos mais uma vez. Os alunos do grupo tiveram alguma dificuldade, mas os alunos da turma, a quem também dirigimos a pergunta, se manifestaram e responderam corretamente aos questionamentos que fizemos.

Apesar de apresentarem um cartaz organizado, este grupo não explorou muito a possibilidade de conexões entre a matemática e o esporte pesquisado, realizando, em nosso entendimento, um trabalho superficial. Contudo, os meninos do grupo ficaram muito orgulhosos com o resultado do seu trabalho e comentaram inclusive que o professor poderia fazer mais seguidamente trabalhos assim, como por exemplo, uma vez por trimestre pelo menos.

### 6.3. ANÁLISE DA PESQUISA APLICADA AOS ALUNOS – AVALIAÇÃO DO TRABALHO

A pesquisa aplicada aos alunos, presente nos apêndices, buscou obter uma avaliação por parte dos alunos sobre o trabalho que realizamos. Havia um quadro onde eles podiam qualificar, com valores de 1 a 5, pontos do trabalho com relação a proposta de unir a matemática com os esportes, a autonomia que lhes foi conferida, a participação do professor no desenvolvimento do trabalho e o comprometimento que eles tiveram com o trabalho. Pedimos que os alunos não se identificassem, pois não era o mais importante, mas que identificassem a turma, se 71 ou 72.

Ao todo 48 alunos responderam à pesquisa sendo 25 alunos da turma 71 e 23 da 72. Com relação ao quadro qualitativo, o retorno foi muito positivo, com todas as marcações avaliadas em no mínimo 3, e a grande maioria avaliadas com nota 4 ou 5. Também podemos destacar alguns aspectos que se repetiram nas diferentes avaliações entregues pelos alunos, ainda no quadro inicial, como por exemplo, na questão do comprometimento dos alunos na qual poucos marcaram 5. Vemos aí que os alunos reconhecem que poderiam ter se dedicado mais, já que este questionamento é na verdade uma auto-avaliação. Houve certo descontentamento dos alunos, relatado na avaliação, com respeito à autonomia que foi dada a eles. Os alunos realmente pediam muito a atenção e auxílio do professor durante as etapas do trabalho, confirmando este resultado presente nas avaliações.

A avaliação da atuação do professor estava presente no quadro da pesquisa na questão da “ajuda ou participação do professor”. Destacamos que neste ponto da pesquisa os alunos marcaram quase que unânimes nota 5. Apenas 2 entre os 48 alunos que marcaram nota 4 em vez de 5.

Nas questões abertas, no final da pesquisa, muitos alunos responderam de maneira rápida com “sim” ou “gostei” e “não tenho críticas” ou “foi muito bom”. Houve, entretanto, alunos que fizeram comentários mais elaborados, fazendo elogios, críticas e sugestões.

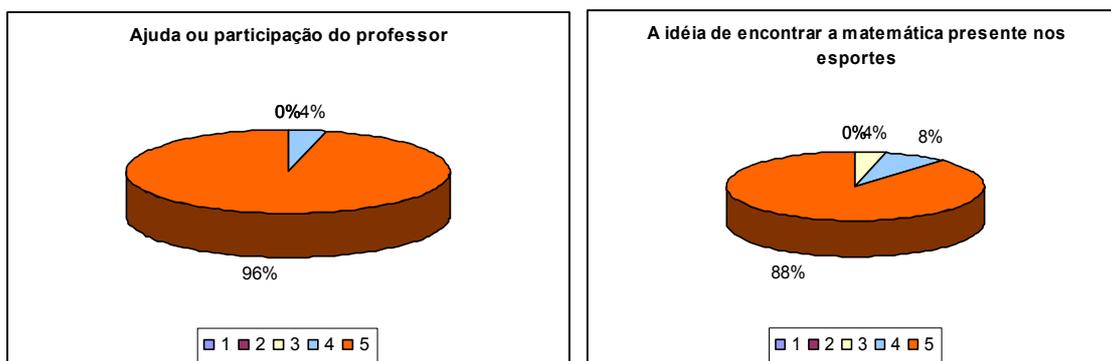
Uma crítica ou sugestão que foi bem frequente nas pesquisas foi que a apresentação do trabalho poderia ter sido realizada com o uso de

computadores, pois assim poderiam apresentar vídeos, montar apresentações no PowerPoint, mostrar fotos entre outras vantagens comentadas. Reconhecemos que não pensamos nesta possibilidade e que isto poderia ter enriquecido as apresentações ainda mais.

Também houve algumas poucas reclamações sobre o tempo para a realização do trabalho. Não concordamos com essas poucas manifestações já que o trabalho tinha uma previsão de 4 períodos para ser concluído e acabou levando 7 para ser totalmente concluído. A questão maior talvez seja que os alunos não estavam acostumados com um trabalho que demandasse tanta autonomia e responsabilidade por parte deles.

O que mais foi verificado nesta avaliação é que houve um grande contentamento e reconhecimento dos alunos, respondendo de forma positiva que o trabalho foi proveitoso, ajudou a perceber a presença da matemática em um mundo real fora da sala de aula e que a produção foi algo interessante para eles. Muitos foram os que disseram que entenderam melhor os conteúdos de matemática que surgiram no decorrer do desenvolvimento do trabalho, do que quando abordados em sala de aula. Procuramos fazer com que os conteúdos trabalhados recentemente em aula aparecessem durante as etapas do processo e acredito que tivemos êxito nesta investida.

Ainda nas questões abertas, apareceu novamente um reconhecimento dos alunos da sua falta de empenho, na parte das sugestões e críticas, quando responderam que faltou interesse dos alunos.





## 7. ANÁLISE A POSTERIORI E VALIDAÇÃO DA ENGENHARIA

Com base no que foi exposto anteriormente, na análise da pesquisa preenchida pelos alunos no final dos encontros entre o professor estagiário e as turmas, e também no relato dos grupos selecionados para uma descrição detalhada, procedemos agora à análise *a posteriori*.

As respostas dos alunos foram muito positivas para nós, pois mostraram que eles, de maneira geral, gostaram das atividades. Mesmo aqueles que tinham um comportamento disperso e agitado, se envolveram com as atividades e manifestaram interesse no trabalho, realizando-o orgulhosos de sua produção.

As etapas iniciais ocorreram de forma bem semelhante ao que planejamos previamente. As etapas posteriores, porém, demandaram mais tempo do que o previsto. Apesar disso, o trabalho pode ser concluído com sucesso e qualidade, sobretudo por parte de alguns grupos que surpreenderam a todos.

Os alunos envolveram-se com o trabalho sem manifestar descontentamento aparente. Pareciam gostar do que estavam desenvolvendo, de modo que não foi necessário de nossa parte insistir para que fizessem o trabalho. Pensamos também que eles só se dedicariam ao trabalho se este contasse para o aumento de suas notas trimestrais, porém não informamos aos alunos como se daria a avaliação e, mesmo sem saber como influenciaria as suas notas, os alunos se empenharam.

Respondendo a hipótese da escolha do tema esportes, pensamos que esta foi confirmada, pois, a partir da análise do professor e das respostas da pesquisa aplicada ao final do trabalho, verificamos que os alunos de forma geral gostaram muito do trabalho que desenvolveram. Alguns puderam mostrar qualidades e conhecimentos que já possuíam por já praticarem alguns esportes que poderiam não ser muito conhecidos. Outros investigaram sobre esportes que estavam curiosos para conhecer, como aconteceu com os grupos que trabalharam com o futebol americano.

Os trabalhos apresentados, no entanto tiveram uma presença ainda pequena de conteúdos de matemática e predominaram questões históricas ou sobre funcionamento e regras dos esportes escolhidos. Concluímos que isto

pode ser explicado pelo fato de serem alunos de 7ª série do Ensino Fundamental e, portanto ainda um pouco imaturos. A liberdade dada a eles, para que exerçam a sua autonomia, talvez também tenha sido um pouco excessiva nesse ponto, pois eles deram mais importância a outros aspectos que não eram matemáticos. Com a interferência do professor este problema foi sutilmente resolvido e o retorno dos alunos referente à participação do professor no trabalho nos mostrou que esta interferência foi bem aceita por eles.

Outra justificativa que podemos atribuir às dificuldades encontradas pelos alunos no desenvolvimento da pesquisa é a falta de experiência em situações de Modelagem Matemática por parte dos alunos. Aqui destacamos a imaturidade deles com relação ao processo da pesquisa, já que não é algo que faz parte da sua rotina. A inexperiência do professor também pode ser apontada como um dos fatores que impediu que o trabalho pudesse ter uma presença maior de conteúdos matemáticos. Apesar destes pontos negativos, acreditamos que isto deve servir de motivação para que esta metodologia de Ensino de Matemática passe a ser utilizada com mais frequência nas aulas de matemática, para que assim o entrave da falta de experiência seja suprido.

A apresentação dos alunos foi um momento muito importante do trabalho que retratou o empenho deles e mostrou que eles estavam contentes e orgulhosos. Apesar de estarem um pouco nervosos, preocuparam-se em distribuir as falas de sua apresentação entre todos os componentes do grupo e apresentaram cartazes bem elaborados, organizados e criativos. A surpresa e o relato de contentamento da professora da turma ao assistir as apresentações também contribuíram para considerarmos que os trabalhos foram bons e a experiência foi bem sucedida.

Transcreveremos algumas respostas dos alunos à questão “Você acha que este trabalho foi importante para você no seu aprendizado de matemática?”

*Sim, porque consegui descobrir que a geometria está em todos os lugares.*

*Sim, porque a gente desenvolve muito efetuando esses trabalhos então eu acho muito importante.*

*Claro. Além de aprendermos sobre o esporte tinha matemática junto os metros os kilos as medidas etc.*

*Sim, eu aprendi muitas coisas que eu não sabia, e fui aprendendo e gostei muito.*

*Sim, porque este trabalho mostra que tudo se relaciona a matemática.*

*Sim, porque com este tipo de trabalho podemos aprender coisas novas.*

Agora veja algumas respostas que destacamos sobre a questão “Cite alguma crítica ou sugestão para que este tipo de trabalho possa ser melhorado em outras oportunidades.”

*Mais tempo para fazer.*

*Crítica eu não tenho nenhuma, mas a gente deveria fazer mais trabalhos.*

*A sei La podíamos ver na sala de computadores os filmes dos esportes e explicando seria muito legal. É claro a gente faria montagem pegaria o vídeo e passaria.*

*Se nós fizéssemos uns vídeos e apresentassem ficaria melhor.*

*Que tenha mais trabalhos.*

*Seria interessante que o trabalho fosse projetado em programas de computador.*

Como podemos ver a partir destes exemplos, os alunos se envolveram bastante com o trabalho e podemos dizer que houve a validação da engenharia. Respondendo à pergunta elaborada no capítulo TEMA E CAMPO DE AÇÃO, p. 6, podemos dizer que a Modelagem Matemática aliada à temática dos esportes pode ser sim uma ferramenta muito útil no sentido em que possibilitou um envolvimento e motivação dos alunos para tentar compreender conceitos matemáticos em situações que abandonam o tradicional. Esta abordagem que utiliza temas do mundo real tem esta característica da motivação, que em nosso trabalho ocupou um papel de destaque, mostrando um caminho para que o aluno se sinta realmente interessado pelos conteúdos e pela aula de matemática.

## 8. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A idéia de utilizar Modelagem Matemática com alunos de 7ª série, que nunca trabalharam desta forma e que foram conduzidas por um professor sem experiência neste tipo de atividade, sem dúvida foi uma experiência complexa e acompanhada incessantemente por uma sensação de insegurança. O trabalho foi realizado sem que soubéssemos como iria terminar, se os alunos chegassem a conclusões importantes para eles ou novas, sem saber quais conteúdos que surgiriam no decorrer das atividades, sem saber como proceder em situações totalmente inesperadas.

Contudo, não devemos pensar que esta experiência foi ruim para o professor e os alunos. Muito pelo contrário, pensamos que o professor ao realizar um trabalho como esse, permite ao aluno enfrentar a sua insegurança e assumir uma posição mais ativa em aula. Acreditamos e verificamos que esta mudança de atitude do aluno lhe proporcionou um melhor aproveitamento daquele aprendizado. A abordagem escolhida e também o tema esportes deram aos alunos a motivação necessária para chamar a sua atenção e fazer com que eles se interessassem pelo trabalho.

O retorno que percebemos por parte dos alunos e da professora regente da turma, nos mostrou como esta ligação entre a Modelagem Matemática e os esportes pode ser útil na aprendizagem de matemática. As respostas deles à nossa pesquisa também revelaram sua satisfação com seus resultados individuais no trabalho.

Com relação às críticas e sugestões que fizeram, reconhecemos que poderíamos ter sugerido ou consultado os alunos sobre a utilização de uma sala multimídia ou da sala do laboratório de informática da escola para a apresentação dos trabalhos. Não pensamos nessa possibilidade e ela poderia ter enriquecido as apresentações.

A idéia dos cartazes nos pareceu muito proveitosa, pois fez com que os alunos necessitassem sintetizar suas pesquisas, momento no qual precisaram organizar o seu entendimento sobre os assuntos, filtrar informações desnecessárias e abandonar os dados copiados de *sites* e outras fontes utilizadas para então produzir um texto próprio. É bem verdade que alguns alunos não se saíram tão bem nesta síntese e acabaram por ler informações

copiadas, mas ainda nesses casos, eles necessitaram filtrar e selecionar os dados que tinham alguma relação com a matemática e isto já é positivo.

Reforçamos que estas atividades poderiam ser efetuadas com uma maior frequência, já que a inexperiência de professor e alunos foi uma barreira que impediu que a qualidade dos trabalhos fosse ainda maior. Com a repetição, este problema aos poucos estaria diminuindo.

Sobre o trabalho desenvolvido, acreditamos que o professor deve manter-se em constante busca pelo aperfeiçoamento de seus métodos de ensino, objetivando um ambiente cada vez melhor para seus alunos. Foi com este pensamento que desenvolvemos este estudo e esperamos que outros professores também tenham sempre em mente esta atitude no exercer de sua profissão.

## 9. REFERÊNCIAS

ARTIGUE, M. **Engenharia Didática**. In: BRUN, Jean. *Didáctica das Matemáticas*. Lisboa: Instituto Piaget. Horizontes Pedagógicos, 1996, p.193-217.

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática e os professores: a questão da formação**. *Bolema*, Rio Claro, Editora Da Universidade de São Paulo. n. 15, p. 5-23, 2001.

BARBOSA, J. C. **Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico**. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. *Anais...* Rio Janeiro: ANPED, 2001. 1 CD-ROM.

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática na sala de aula**. *Perspectiva*, Erechim (RS), v. 27, n. 98, p. 65-74, 2003.

BARBOSA, J. C. **Sobre a Pesquisa em Modelagem Matemática no Brasil**. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5., 2007, Ouro Preto. *Anais...* Ouro Preto: UFMG, 2007, p. 480-499.

BIEMBENGUT, M. Salett. HEIN, Nelson. **Modelagem no Ensino de Matemática**. 4ª Ed. São Paulo: Contexto, 2007.

BIEMBENGUT, M. Salett. **30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais**. In: Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia. V. 2, n. 2, p. 7-32. Julho, 2009.

CARNEIRO, Vera Clotilde Garcia. **Engenharia didática: um referencial para ação investigativa e para a formação de professores de Matemática**. Zetetike, Campinas-UNICAMP, v. 13, nº 23, 2005, p. 85-118.

FERREIRA, Denise H. Lombardo. WODEWOTZKI, Maria Lúcia L. Questões ambientais e modelagem matemática: uma experiência com alunos do ensino fundamental. In: BARBOSA, J. C. CALDEIRA, A. D. ARAÚJO, Jussara de Loiola. **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais**. SBEM, 2007, p. 115-132.

MOTA, Renato Icassatti. **Modelagem Matemática e o esporte contribuindo para o ensino aprendizagem**. Universidade Católica de Brasília. 2007. Disponível em <http://knol.google.com/k/lucia-helena-leal-dillenburg/a-matem%C3%A1tica-e-o-esporte-no-ensino/3qcpbu87t2xxt/4#> (acesso em Março de 2010).

ROSA, Milton. OREY, Daniel. **Modelagem Matemática: Como tudo começou...?** Encina High School – Sacramento – Califórnia. Universidade Federal de Ouro Preto. 2005.

SANTOS, Lozicler Maria Moro dos. BISOGNIN, Vanilde. Experiências por meio da modelagem matemática na educação fundamental. In: BARBOSA, J. C. CALDEIRA, A. D. ARAÚJO, Jussara de Loiola. **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais**. SBEM, 2007, p. 99-114.

SCHMITT, Ana Luisa Fantini. BIEMBENGUT, M. Salett. **Mapeamento das pesquisas sobre modelagem matemática no cenário Mundial – análise dos trabalhos apresentados no 14º grupo de estudo do comitê internacional de educação matemática**. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5., 2007, Ouro Preto. *Anais...* Ouro Preto: UFMG, 2007, p. 82-103.

SKOVSMOSE, O. **Cenários para investigação**. *Bolema – Boletim de Educação Matemática*, n. 14, p. 66-91, 2000.

<http://www.uel.br/eventos/cnmem/historico.htm> (acessado em março de 2010)

## 10. APÊNDICES

### 10.1. APÊNDICE A - AVALIAÇÃO DO TRABALHO

#### PESQUISA SOBRE O TRABALHO MATEMÁTICA E ESPORTES

Responda a pesquisa marcando um X na tabela, que varia em uma escala de 1 a 5, na qual 1 significa muito ruim e 5 significa muito bom. Não há a necessidade de se identificarem.

Avaliação do trabalho	1	2	3	4	5
A idéia de encontrar a matemática presente nos esportes					
A autonomia dos alunos em relação ao desenvolvimento do trabalho					
A ajuda ou participação do professor					
O comprometimento dos alunos com relação ao trabalho					

Você acha que este trabalho foi importante para você no seu aprendizado de matemática?

Cite alguma crítica ou sugestão para que este tipo de trabalho possa ser melhorado em outras oportunidades:

Obrigado.

## 10.2. APÊNDICE B - PLANOS DE AULA

### Plano de aula – 10/05/10

#### Diego Matos de Andrades

Nome da Escola: Escola Estadual Japão

Série: 7ª Turmas: 71 e 72 Professora Regente: Mariana

Previsão de duração: 1 período.

#### Objetivos

- Organizar grupos com um esporte de interesse em comum para pesquisar;
- Elaborar questões que resumem o quê os alunos desejam aprender sobre o esporte escolhido e cujas respostas deverão ser buscadas.

#### Conteúdo/tema

Pesquisa – Matemática e Esportes.

#### Metodologias/materiais

Modelagem Matemática;  
Aula teórica expositiva.

#### Procedimentos:

Marcar a data da última prova do trimestre, valendo 10, e informar os conteúdos que serão cobrados, conforme combinados com a professora. A saber, a prova deverá realizar-se no dia 19/05/10 e os conteúdos que serão trabalhados são soma dos ângulos internos de um polígono, número de lados de um polígono, ângulo interno de um polígono regular, elementos de cubo e paralelepípedo (faces, arestas e vértices) e área de quadrados e retângulos.

Após, pedir que os alunos reúnam-se em grupos e escolham um esporte para pesquisar sobre. Escolhido o esporte, os alunos devem então pensar o quê querem pesquisar neste esporte. Circularéi pelos grupos ajudando-os na decisão, fornecendo exemplos.

Feitas estas decisões, pedirei que me entreguem em uma folha e que mantenham outra folha com eles, constando o nome dos integrantes do grupo, o esporte escolhido e algumas perguntas que resumem a curiosidade deles ou o interesse deles neste esporte escolhido. Devo lembrá-los que a pesquisa será justamente focada nessa perguntas com o intuito de respondê-las e destacar como a matemática está presente nesta busca, neste esporte.

Ao final da aula conversar com a turma sobre o próximo dia, informando que iremos ao laboratório de informática e que eles precisam respeitar algumas regras para que possamos fazer o trabalho.

#### Avaliação

A avaliação será feita de acordo com o desenvolvimento dos alunos, observado a partir das discussões durante a aula e mediante a atividade.

**Plano de aula – 11/05/10****Diego Matos de Andrades**

Nome da Escola: Escola Estadual Japão

Série: 7ª Turmas: 71 e 72 Professora Regente: Mariana

Previsão de duração: 1 período.

**Objetivos**

- Proporcionar aos alunos um momento de coleta de dados;
- Auxiliar os alunos a selecionarem e interpretarem os dados selecionados para utilizar em sua pesquisa.

**Conteúdo/tema**

Pesquisa – Matemática e Esportes.

**Metodologias/materiais**

Modelagem Matemática.

Pesquisa utilizando o laboratório de informática.

**Procedimentos:**

Pedir novamente que os alunos respeitem as regras combinadas na aula anterior sobre o comportamento na sala de informática. Levá-los então até o laboratório de informática.

Auxiliar os alunos na busca de informações sobre seus questionamentos e na seleção de informações úteis ao seu trabalho. Pedir aos alunos que registrem suas informações no caderno para posteriormente organizá-las e concluir o trabalho.

Manter os alunos focados no objetivo de coletar dados e responder às perguntas que foram elaboradas.

**Avaliação**

A avaliação será feita de acordo com o desenvolvimento dos alunos, observado a partir das discussões durante a aula e mediante a atividade.

**Plano de aula – 12/05/10****Diego Matos de Andrades**

Nome da Escola: Escola Estadual Japão

Série: 7ª Turmas: 71 e 72 Professora Regente: Mariana

Previsão de duração: 1 período.

**Objetivos**

- Auxiliar os alunos na seleção e descarte de informações coletadas;

- Instigar os alunos a produzirem algo próprio deles, envolvendo a matemática que puder ser empregada neste trabalho.

#### **Conteúdo/tema**

Pesquisa – Matemática e Esportes.

#### **Metodologias/materiais**

Modelagem Matemática;  
Sala de aula, alunos em grupos.

#### **Procedimentos:**

Pedir aos alunos que novamente se reúnam nos grupos e comecem a juntar as informações que buscaram para começarem a responder às suas perguntas. Pedir que eles agora, ao responder suas perguntas, pensem o que podem relacionar deste esporte e desses questionamentos que estão desenvolvendo com algum conteúdo de matemática e como ele está sendo aplicado.

Circularrei pelos grupos auxiliando nesta parte do processo, no que for necessário, mas sempre procurando dar o máximo de autonomia a eles. Pedir que registrem suas idéias em alguma folha ou caderno pois no dia seguinte faremos cartazes com um resumo do trabalho e os grupos irão bolar uma apresentação rápida para a turma.

#### **Avaliação**

A avaliação será feita de acordo com o desenvolvimento dos alunos, observado a partir das discussões durante a aula e mediante a atividade.

### **Plano de aula – 13/05/10**

#### **Diego Matos de Andrades**

Nome da Escola: Escola Estadual Japão

Série: 7ª Turmas: 71 e 72 Professora Regente: Mariana

Previsão de duração: 1 período.

#### **Objetivos**

- Auxiliar os alunos no fechamento da atividade;
- Preparar as apresentações e montar os cartazes.

#### **Conteúdo/tema**

Pesquisa – Matemática e Esportes.

#### **Metodologias/materiais**

Sala de aula, alunos em grupos;

#### **Procedimentos:**

Pedir mais uma vez que os grupos se reúnam para que façam o fechamento do trabalho, concluindo seus questionamentos o quanto possível, e abordando a matemática aplicada no contexto. Auxiliar os grupos novamente no que for preciso, circulando pela sala, sempre objetivando não interferir demais, para preservar ao máximo a sua autonomia.

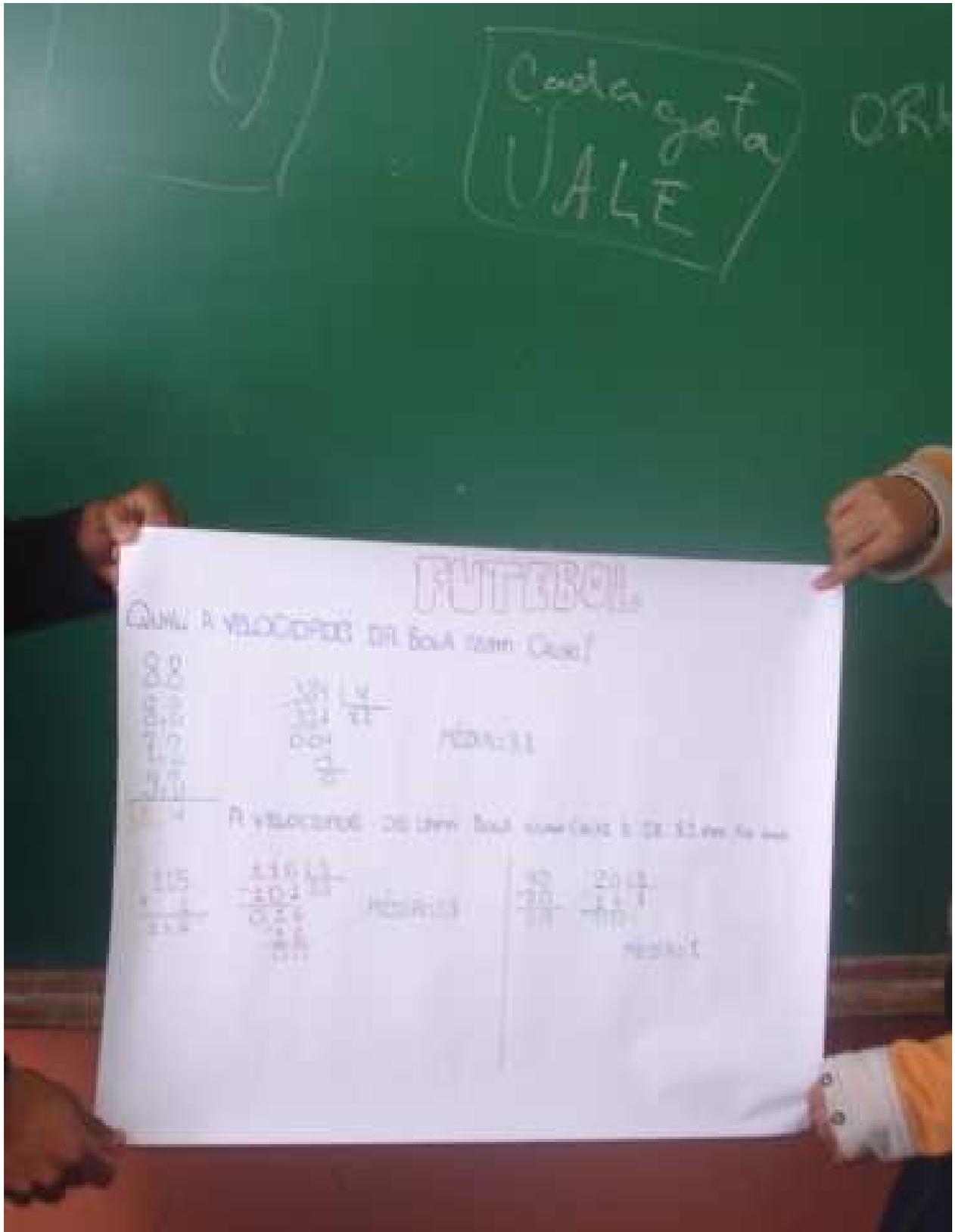
Proceder à montagem dos cartazes e organização da apresentação para a turma. Marcar um dia para a apresentação e entrega do cartaz e da parte escrita do trabalho.

### **Avaliação**

A avaliação será feita de acordo com o desenvolvimento dos alunos, observado a partir das discussões durante a aula e mediante a atividade.

## 11. ANEXOS

## IMAGENS



Grupo A – imagem 1

**FUTIBOL**

QUAL A VELOCIDADE DA BOLA NUM CHUTE?

8,8  
8,2  
7,2  
9,2

---

38,4

$$\begin{array}{r} 384 \quad | \quad 4 \\ - 32 \downarrow \\ \hline 004 \\ - 4 \\ \hline 0 \end{array}$$

MÉDIA = 8,1

A VELOCIDADE DE UMA BOLA NUM CHUTE É DE

$$\begin{array}{r} 115 \\ + 3 \\ \hline 118 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 116 \quad | \quad 2 \\ - 10 \downarrow \\ \hline 016 \\ - 16 \\ \hline 00 \end{array}$$

MÉDIA = 58

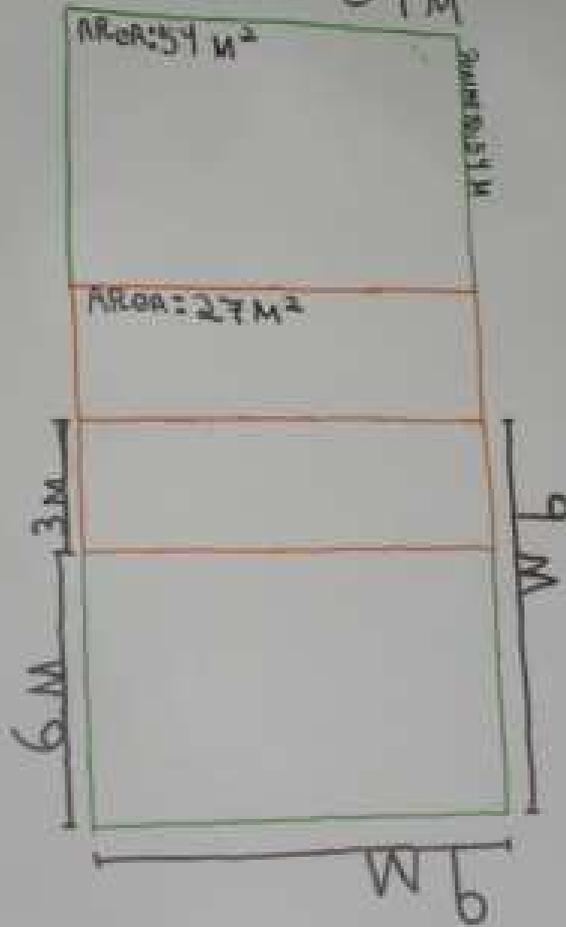
$$\begin{array}{r} 40 \\ - 20 \\ \hline 20 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \quad | \quad 2 \\ - 2 \downarrow \\ \hline 00 \end{array}$$

MÉDIA =

TODA ÁREA:  $162 \text{ m}^2$

TODO PERÍMETRO:  $54 \text{ m}$



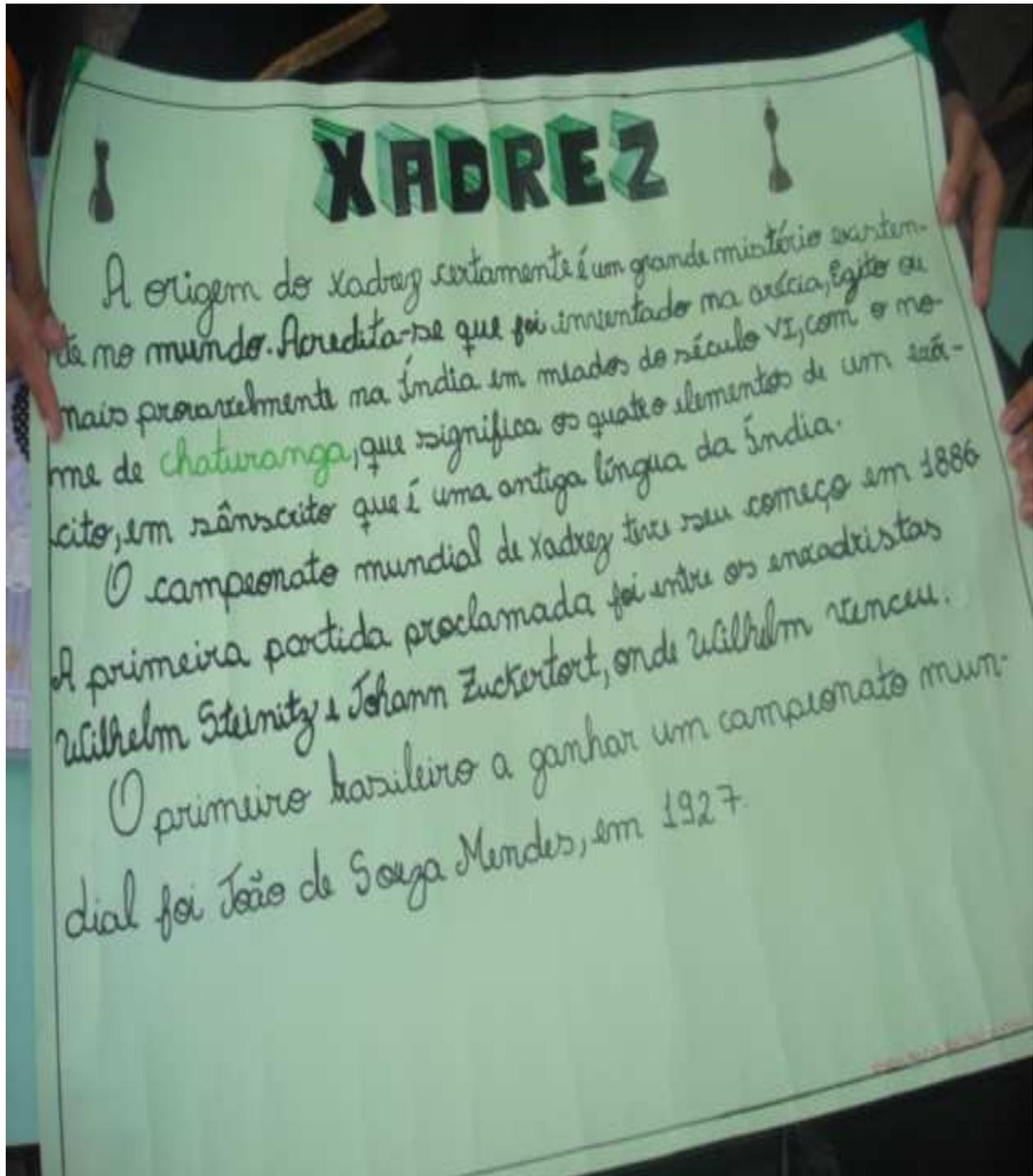
CADA JOGADOR DO ATK

Ocupa  $9 \text{ m}^2$

CADA JOGADOR DA DEF

Ocupa  $18 \text{ m}^2$

Grupo B - Imagem 1



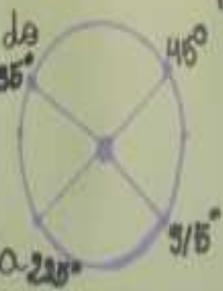
Grupo C – Imagem 1

A geometria contida nos xadrez

A geometria está presente em todos os lugares inclusive no xadrez. O tabuleiro de xadrez e os movimentos das peças já mostram a presença da geometria no xadrez.

### Tabuleiro do Xadrez

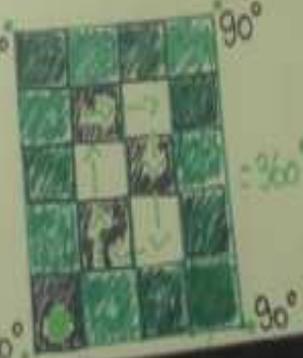
**Bispo:** se movimentar os movimentos do bispo em um transferidor, veja quantos graus seria em cada direção.



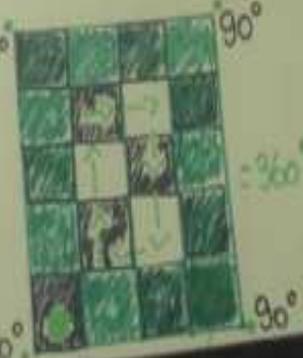
**Carro:** seu movimento representa um ângulo reto de  $90^\circ$ .



**Torre:** com quatro movimentos pode representar um quadrado.



**Dama:** se mover da mesma direção e peças, menos o Carro.



# SURF RADICAL

1 Antes do Campeonato existe eliminatórias e os melhores vão para o campeonato de Surf.

2 - A maior onda já surfada não tem registro fotográfico. Aconteceu em 1969, no Havaí enquanto a Políia evacuava as cidades, o Pionero Greu Nail encarou uma...

3 - A mais frequentada de uba-tuda, por surfistas como por banhistas, Praia chamada Pacuiba que oferece ondas de 4 pés com Sweet Bem.

4 - A maior prancha de surf mede em cerca de 6 metros de comprimento e 1 de largura

5 - Manobras em que o surfista derrapa a rabeta da prancha. Pode ser conjugado com outras manobras. Exemplos: Aerial 360° com tail slide.

6 - Um total de 144 surfistas de 14 Estados do País participam do primeiro grande Campeonato do Ano no Circuito Brasileiro. 7 - Roupas Adequadas - Neopreno que são de borracha e ideais em locais frios ou uma bermuda confortável que não dificulte os movimentos.

8 - Se as ondas forem mais gordas e mais lentas, então uma prancha com menos curva de rocker será melhor, pois aumenta a velocidade proporcionando manobras mais abertas.

9 - Os melhores lugares para surfar são: Buidorão, Dões, Irlanda, Lima, Peru, North Shore - Havaí, Gold Coast - Austrália, Califórnia e Fernando de Noronha - PE.

10 - Em cima da prancha e sobre a água. São semelhantes as pranchas de surf, podendo ter acabamento em ruínas e madeira.

