### UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL ESCOLA DE ENGENHARIA DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

Luiza Souza Vieira

# ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE AS NORMAS FRANCESA E BRASILEIRA PARA O CÁLCULO DE VIGAS E LAJES EM CONCRETO ARMADO

#### LUIZA SOUZA VIEIRA

# ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE AS NORMAS FRANCESA E BRASILEIRA PARA O CÁLCULO DE VIGAS E LAJES EM CONCRETO ARMADO

Trabalho de Diplomação apresentado ao Departamento de Engenharia Civil da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do título de Engenheiro Civil

Orientadora: Virgínia Maria Rosito D'Avila

#### LUIZA SOUZA VIEIRA

# ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE AS NORMAS FRANCESA E BRASILEIRA PARA O CÁLCULO DE VIGAS E LAJES EM CONCRETO ARMADO

Este Trabalho de Diplomação foi julgado adequado como pré-requisito para a obtenção do título de ENGENHEIRO CIVIL e aprovado em sua forma final pela Professora Orientadora e pela Coordenadora da disciplina Trabalho de Diplomação Engenharia Civil II (ENG01040) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, junho de 2010

Profa. Virgínia Maria D'Avila Dra. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul Orientadora

> Profa. Carin Maria Schmitt Coordenadora

#### **BANCA EXAMINADORA**

**Prof. Roberto Domingo Rios (UFRGS)**Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

**Prof. Rubem Clecio Schwingel (UFRGS)**MSc. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

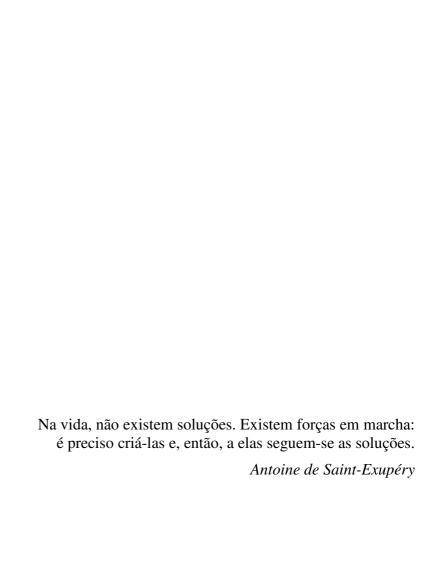
**Profa. Virgínia Maria Rosito D'Avila (UFRGS)** Dra. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

#### **AGRADECIMENTOS**

Agradeço à Profa. Virgínia Maria D'Avila, como orientadora do presente trabalho, e à Profa. Carin Maria Schmitt, como coordenadora das disciplinas de Trabalho de Diplomação, por terem me dado uma excelente orientação e terem me auxiliado sempre da melhor forma.

Agradeço aos chefes da equipe onde trabalho, Juliana Remor e Olivier Goegan, por também me orientarem e compreenderem as minhas responsabilidades com a Universidade.

Agradeço aos meus amigos, familiares, mãe, pai e namorado, que me apoiaram, me deram força e me compreenderam nos momentos em que eu não pude estar presente, ao longo do Trabalho de Diplomação e durante todo o curso de Graduação.



#### **RESUMO**

VIEIRA, L. S. Análise Comparativa entre as Normas Francesa e Brasileira para o Cálculo de Vigas e Lajes em Concreto Armado. 2010. 93 f. Trabalho de Diplomação (Graduação em Engenharia Civil) – Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

O trabalho em questão compara as Normas Francesa, BAEL 91, Règles Techniques de Conception et de Calcul des Ouvrages et Constructions en Béton Armé suivant la Méthode des Etats Limites, e Brasileira, NBR 6.118, Projeto de Estruturas de Concreto: procedimento, a partir do cálculo, no estado limite último de vigas e lajes em concreto armado. Nessa análise, foram considerandos fatores como métodos de cálculo, hipóteses, armaduras mínimas, coeficientes empregados, fatores de segurança e exigências em geral. Para a realização do estudo, os elementos estruturais foram definidos de forma conveniente para a abordagem dos fatores de pesquisa e como instrumento de análise, a fim de possibilitar a aplicação dessas Normas. A partir da revisão literária, baseada nas duas Normas em questão, fez-se um estudo preliminar das mesmas, procurando destacar seus pontos comuns e principais divergências. Pretendeu-se, de acordo com as etapas estabelecidas no trabalho, realizar um estudo comparativo aprofundado das referidas Normas, seguido da aplicação do mesmo de forma prática através do cálculo e detalhamento dos elementos estruturais. De acordo com o esperado, as Normas em questão possuem diferenças, mas que não alteram os resultados finais de forma significativa, principalmente no que diz respeito à configuração final dos elementos estruturais, visto que as duas Normas são aplicadas e consideradas eficientes em seus locais de aplicação.

# LISTA DE FIGURAS

Figura 1: viga 1	17
Figura 2: viga 2	18
Figura 3: laje 1	18
Figura 4: laje 2	19
Figura 5: diagrama de relacionamento	20
Figura 6: diagrama tensão-deformação idealizado para o concreto	23
Figura 7: diagrama tensão-deformação bilinear na tração para o concreto	24
Figura 8: diagrama tensão-deformação para aços de armaduras passivas	25
Figura 9: diagrama tensão-deformação para o concreto	27
Figura 10: diagrama tensão-deformação para o aço	28
Figura 11: domínios de deformação.	31
Figura 12: cobertura do diagrama de força de tração solicitante pelo diagrama resistente	34
Figura 13: diagrama retangular simplificado.	50
Figura 14: diagrama de deformações limites	51
Figura 15: ancoragem de armaduras com gancho.	56
Figura 16: representação da viga 1, modelo I e $\alpha$ = 90, calculada pela Norma Brasileira	75
Figura 17: representação da viga 1, modelo I e $\alpha$ = 45, calculada pela Norma Brasileira	75
Figura 18: representação da viga 1, modelo II e $\alpha$ = 90, calculada pela Norma Brasileira	76
Figura 19: representação da viga 1, modelo II e $\alpha$ = 45, calculada pela Norma Brasileira	76
Figura 20: representação da viga 1, $\alpha$ = 90, calculada pela Norma Francesa	77
Figura 21: representação da viga 1, $\alpha$ = 45, calculada pela Norma Francesa	77
Figura 22: representação da viga 2, modelo I e $\alpha$ = 90, calculada pela Norma Brasileira	81
Figura 23: representação da viga 2, modelo I e $\alpha$ = 45, calculada pela Norma Brasileira	82
Figura 24: representação da viga 2, modelo II e $\alpha$ = 90, calculada pela Norma Brasileira	83
Figura 25: representação da viga 2, modelo II e $\alpha$ = 45, calculada pela Norma Brasileira	84
Figura 26: representação da viga 2, $\alpha$ = 90, calculada pela Norma Francesa	85
Figura 27: representação da viga 2, $\alpha = 45$ , calculada pela Norma Francesa	86
Figura 28: representação da laje 1 calculada pela Norma Brasileira	88
Figura 29: representação da laje 1 calculada pela Norma Francesa	89
Figura 30: representação da laje 2 calculada pela Norma Brasileira	91
Figura 31: representação da laje 2 calculada pela Norma Francesa	91

# LISTA DE QUADROS

Quadro 1: valores dos coeficientes de ponderação das resistências	25
Quadro 2: taxas mínimas de armadura de flexão para vigas	32
Quadro 3: correspondência entre classe de agressividade ambiental e cobrimento nominal para uma tolerância de execução igual a 10 mm	33
Quadro 4: diâmetro dos pinos de dobramento (D)	38
Quadro 5: valores do coeficiente α <sub>ot</sub>	41
Quadro 6: valores de relações ls/Ø	55
Quadro 7: valores mínimos para armaduras passivas aderentes	63
Quadro 8: valores de $\mu_x$ e $\mu_y$	67
Quadro 9: espaçamento máximo das armaduras das lajes	69
Quadro 10: resultados viga 1	72
Quadro 11: resultados viga 2 - Armaduras Longitudinais	78
Quadro 12: resultados viga 2 - Armaduras Transversais	79
Quadro 13: resultados laje 1	88
Quadro 14: resultados laje 2	90

## LISTA DE SÍMBOLOS

#### Norma Brasileira

 $E_{ci}$  : módulo de elasticidade do concreto no instante zero  $f_{ck}$  : resistência característica à compressão do concreto

E<sub>cs</sub> : módulo de elasticidade secante do concreto

f<sub>ct m</sub> : resistência média à tração do concreto

 $f_{ctk,inf}$  : resistência característica inferior à tração do concreto  $f_{ctk,sup}$  : resistência característica superior à tração do concreto

 $\sigma_c$  : tensão à compressão no concreto

f<sub>cd</sub> : resistência de cálculo à compressão do concreto

 $\mathcal{E}_{c}$ : deformação específica do concreto

 $\sigma_{ct}$ : tensão à tração no concreto

f<sub>ctk.sup</sub> : resistência característica superior do concreto à tração

f<sub>yd</sub> : resistência de cálculo do aço à tração

f<sub>ctk</sub> : resistência característica do concreto à tração

 $\mathcal{E}_{ct}$ : deformação específica do concreto, quando submetido à tração

E<sub>ci</sub>: módulo de elasticidade do concreto no instante zero

 $\sigma_s$ : tensão normal no aço de armadura passiva

 $f_{yk}$  : resistência característica ao escoamento do aço de armadura passiva

f<sub>vd</sub> : resistência de cálculo ao escoamento do aço de armadura passiva

 $\mathcal{E}_{s}$  : deformação específica do aço da armadura passiva

 $E_s\ \ :$  módulo de elasticidade do aço de armadura passiva

 $\gamma_c$  : coeficiente de ponderação da resistência do concreto

γ<sub>s</sub> : coeficiente de ponderação da resistência do aço

M<sub>d</sub> : momento fletor de cálculo

W<sub>0</sub> : módulo de resistência da seção transversal bruta de concreto, relativo à fibra mais

tracionada

ρ : taxa de armadura em relação á área da seção de concreto

As : área da seção transversal de armadura

A<sub>c</sub> : área da seção de concreto

l<sub>b</sub>, <sub>nec</sub> : comprimento de ancoragem necessário

Ø: diâmetro da barra longitudinal

 $R_{sd}$  : força de tração de cálculo na armadura

M<sub>sd</sub>: momento fletor solicitante de cálculo

a<sub>l</sub> : deslocamento do diagrama de momentos fletores

z : distância entre os centros de gravidade das zonas tracionadas e comprimidas

d : altura útil da seção, igual à distância entre o eixo das armaduras longitudinais e a

parte superior da viga

V<sub>Sd</sub> : força cortante solicitante de cálculo na seção

A : ângulo de inclinação da armadura transversal em relação ao eixo longitudinal do

elemento estrutural

V<sub>d</sub> : força cortante no apoio

N<sub>d</sub> : força de tração eventualmente existente

r : diâmetro interno da curvatura dos ganchos

D : diâmetro dos pinos de dobramento

l<sub>b</sub> : comprimento de ancoragem básico

f<sub>bd</sub> : resistência de aderência de cálculo da armadura passiva

f<sub>ctd</sub> : resistência de cálculo à tração do concreto

 $l_{0c}$ : comprimento de traspasse para barras comprimidas

V<sub>Rd2</sub> : força cortante resistente de cálculo

S : espaçamento transversal

V<sub>Rd3</sub> : força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína por tração diagonal

V<sub>c</sub> : parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares ao de treliça

V<sub>SW</sub>: parcela resistida pela armadura transversal

 $\rho_{sw} \ \ :$  taxa geométrica de armadura transversal

A<sub>sw</sub>: área da seção transversal dos estribos

b<sub>w</sub>: menor largura da seção compreendida ao longo da altura útil d

f<sub>ywk</sub> : resistência ao escoamento do aço da armadura transversal

θ : ângulo de inclinação das diagonais de compressão

x : posição da linha neutra

 $\tau_{Rd}$  : tensão resistente de cálculo do concreto ao cisalhamento

 $\sigma_{cp}$  : tensão à compressão no concreto

N<sub>Sd</sub>: força longitudinal na seção devido à protensão ou carregamento

δ : coeficiente de redistribuição de momentos

#### Norma Francesa

E<sub>ii</sub> : módulo de elasticidade instantânea do concreto

E<sub>vi</sub> : módulo de elasticidade de longa duração do concreto

f<sub>cj</sub>: resistência característica à compressão do concreto a j dias

f<sub>ti</sub> : resistência característica à tração do concreto a j dias

 $\sigma_{bc}$ : tensão à compressão no concreto

 $\theta$  : coeficiente dependente da duração do carregamento  $\gamma_b$  : coeficiente de ponderação da resistência do concreto

 $\mathcal{E}_{bc}$ : deformação específica do concreto, quando submetido à compressão

 $\sigma_s$ : tensão normal no aço de armadura passiva

f<sub>e</sub> : resistência característica ao escoamento do aço de armadura passiva

 $\mathcal{E}_{s}$ : deformação específica do aço da armadura passiva

E<sub>s</sub> : módulo de elasticidade longitudinal do aço

γ<sub>b</sub> : coeficiente de ponderação da resistência do aço

 $\mathcal{E}_{bc}$ : deformação específica do concreto, quando submetido à compressão

y<sub>u</sub> : distância da linha neutra da deformação à fibra mais comprimida da seção

ρ : taxa de armadura em relação á área da seção de concreto

 $V_u$ : esforço cortante  $b_0$ : espessura da viga d: altura útil da seção

M<sub>u</sub>: momento fletor solicitante de cálculo

 $l_s$  : comprimento de ancoragem reto

Ø: diâmetro da barra longitudinal

 $\tau_u$  : tensão tangencial

A<sub>t</sub> : armadura transversal

s<sub>t</sub> : espaçamento entre as armaduras transversais

α : inclinação dos estribos em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural

 $\sigma_{cm}$  : tensão média de compressão da seção total da viga

σ<sub>tm</sub> : tensão média de tração da seção total da viga

M<sub>t</sub>: momento máximo considerado no vão

 $M_{\rm w}$  : valores considerados para os momentos nos apoios  $M_{\rm e}$  : valores considerados para os momentos nos apoios

M<sub>o</sub>: momento máximo calculado na hipótese de articulação

M<sub>x</sub>: momento, máximo no centro do menor vão

 $M_{y}$  : momento máximo no centro do maior vão

 $\begin{array}{ll} \mu_x & : coeficiente \ empregado \ na \ determinação \ do \ momento \ M_x \\ \mu_y & : coeficiente \ empregado \ na \ determinação \ do \ momento \ M_y \end{array}$ 

 $l_x$  : comprimento do menor vão

p : carga uniformemente distribuída

h : altura da laje

# SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	
2 MÉTODO DE PESQUISA	
2.1 QUESTÃO DE PESQUISA	
2.2 OBJETIVOS	
2.3 DELIMITAÇÕES	
2.4 LIMITAÇÕES DO TRABALHO	
2.5 DELINEAMENTO	
3 PARÂMETROS INICIAIS DE CÁLCULO	
3.1 NORMA BRASILEIRA	
3.1.1 Módulo de Elasticidade e Coeficiente de Poisson do Concreto	
3.1.2 Resistência à Tração do Concreto	
3.1.3 Diagramas Tensão-Deformação do Concreto	
3.1.4 Diagramas Tensão-Deformação do Aço	
3.1.5 Coeficiente de Ponderação das Resistências	
3.2 NORMA FRANCESA	
3.2.1 Módulo de Elasticidade e Coeficiente de Poisson do Concreto	
3.2.2 Resistência à Tração do Concreto	
3.2.3 Diagramas Tensão-Deformação do Concreto	
3.2.4 Diagramas Tensão-Deformação do Aço	
3.2.5 Coeficiente de Ponderação das Resistências	
4 PROCEDIMENTO DE CÁLCULO	
4.1 VIGAS	
4.1.1 Norma Brasileira	
4.1.1.1 Armaduras Longitudinais	
4.1.1.1 Distribuição transversal	
4.1.1.1.2 Armadura de tração na flexão simples, ancorada por aderência	
4.1.1.1.3 Armadura de tração nas seções de apoio	
4.1.1.1.4 Ancoragem de armaduras passivas por aderência	
4.1.1.1.5 Armadura de pele	
4.1.1.1.6 Emendas por trespasse	
4.1.1.2 Armaduras Transversais	
4.1.1.2.1 Modelo de Cálculo I	
4 1 1 2 2 Modelo de Cálculo II	

4.1.1.3 Redistribuição de Momentos e Condições de Dutilidade	••••
4.1.2 Norma Francesa	••••
4.1.2.1 Armaduras Longitudinais	
4.1.2.1.1 Distribuição transversal	
4.1.2.1.2 Armadura de tração na flexão simples, ancorada por aderência	· • • • •
4.1.2.1.3 Armadura de tração nas seções de apoio	••••
4.1.2.1.4 Ancoragem de armaduras passivas por aderência	••••
4.1.2.1.5 Armadura de pele	••••
4.1.2.1.6 Emendas por trespasse	••••
4.1.2.2 Armaduras Transversais	
4.1.2.3 Redistribuição de Momentos	
4.3 LAJES	••••
4.4.1 Norma Brasileira	••••
4.4.1.1 Armaduras Máximas e Mínimas	•••
4.4.1.2 Lajes sem Armadura para Força Cortante	· • • • •
4.4.1.3 Lajes com Armadura para Força Cortante	••••
4.4.2 Norma Francesa	
4.4.2.1 Armaduras Máximas e Mínimas	
4.4.2.2 Lajes sem Armadura para Força Cortante	
4.4.2.3 Lajes com Armadura para Força Cortante	••••
5 RESULTADOS ALCANÇADOS E CONSIDERAÇÕES	••••
5.1 VIGAS	
5.1.1 Viga 1	
5.1.1.1 Armaduras de flexão, mínimas, máximas e calculadas	
5.1.1.2 Distribuição Transversal	
5.1.1.3 Ancoragem das armaduras de tração por aderência	••••
5.1.1.4 Ancoragem das armaduras de tração nas seções de apoio	
5.1.1.5 Armaduras Transversais	
5.1.1.6 Representações gráficas	
5.1.2 Viga 2	
5.2 LAJES	
5.2.1 Laje 1	••••
5.2.2 Laje 2	
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	
REFERÊNCIAS	

# 1 INTRODUÇÃO

Para estruturas em concreto armado, tanto a Norma Francesa, **BAEL 91**, Règles Techniques de Conception et de Calcul des Ouvrages et Constructions en Béton Armé suivant la Méthode des Etats Limites, quanto a Norma Brasileira, **NBR 6.118**, Projeto de Estruturas de Concreto: procedimento, têm por meta definir os critérios gerais que regem os projetos das estruturas. Critérios estes, que em ambas as Normas demonstram possibilidades eficientes para a elaboração de projetos, mas que apresentam algumas diferenças, o que será o objeto do presente estudo, delimitado ao cálculo, no estado limite último, das vigas e das lajes. Isto oportunizará um conhecimento pormenorizado dessas Normas que as fazem eficientes apesar de diferentes.

O trabalho em questão visa o estudo comparativo entre as Normas Francesa e Brasileira, desenvolvido a partir de uma pesquisa bibliográfica e seguido do cálculo e detalhamento de estruturas de vigas e lajes, em concreto armado. O estudo considera fatores como métodos de cálculo, hipóteses, armaduras mínimas, coeficientes empregados, e exigências em geral. Um dos motivos para a realização do trabalho se deu por uma razão pessoal, pelo fato da autora ser uma estudante da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, dessa forma estudar e aprender pelas Normas Técnicas Brasileiras, e trabalhar em uma empresa francesa tendo contato com as Normas Técnicas Francesas. Esse confronto foi um dos principais motivos para a escolha do trabalho, que proporcionará um conhecimento útil e aprimorado a respeito dessas duas Normas.

O trabalho é desenvolvido em seis capítulos. No segundo será apresentado o desenvolvimento dos métodos de pesquisa do trabalho, explicitando seus objetivos, limitações e delimitações. O capítulo 3 aborda os parâmetros e considerações iniciais de cálculo, fundamentais para o procedimento do dimensionamento dos elementos estruturais, que será o assunto do quarto capítulo. No capítulo 5, serão apresentados os cálculos e considerações referentes a cada elemento estrutural; o conjunto de estruturas definido é composto por duas vigas e duas lajes, escolhidos de forma a melhor abordar os fatores de pesquisa. As conclusões serão apresentadas no capítulo 6.

# 2 MÉTODO DE PESQUISA

### 2.1 QUESTÃO DE PESQUISA

A questão de pesquisa do presente trabalho é colocada da seguinte forma: quais as diferenças na configuração final de vigas e lajes em concreto armado quando calculados, comparativamente, pelas Normas Francesa e Brasileira?

#### 2.2 OBJETIVOS

O trabalho em questão tem como objetivo principal a análise comparativa entre as Normas Francesa e Brasileira para o cálculo, no estado limite último, e detalhamento de vigas e lajes em concreto armado.

Para isso foram determinados os seguintes objetivos secundários:

- a) comparação das hipóteses e métodos de cálculo determinados por cada uma das Normas;
- b) comparação das exigências das Normas quanto a fatores de segurança e coeficientes empregados;
- c) determinação e comparação da armadura mínima exigida para cada tipo de elemento estrutural em estudo.

# 2.3 DELIMITAÇÕES

A seguir são apresentadas as delimitações definidas para o trabalho.

a) o trabalho em questão limita-se ao estudo das Normas Francesa, BAEL 91, e Brasileira, NBR 6.118, de estruturas em concreto armado;

 b) somente será realizado o estudo quanto aos cálculos no estado limite último de resistência dos elementos estruturais vigas e lajes. Não será realizado o estudo dos cálculos no estado limite de serviço.

# 2.4 LIMITAÇÕES DO TRABALHO

O trabalho em questão limita-se ao cálculo, segundo os estado limites último de resistência, dos elementos descritos a seguir, com dimensões e ações definidas de forma conveniente para a abordagem dos fatores de pesquisa.

Para a demonstração do estudo das vigas, escolheu-se fazer a análise de dois elementos de vigas, chamadas neste estudo de viga 1 e viga 2. O elemento viga 1, representado na figura 1, é uma viga simplesmente apoiada, com seção de 20 cm x 40 cm de altura, vão de 2,5 m e carregamento de cálculo igual a 126 kN/m, visto que a pesquisa não aborda coeficientes de ponderação de cargas. O elemento viga 2, representado na figura 2, é uma viga contínua, com seção de 20 cm x 40 cm de altura, dois vãos de 4 m e carregamento de cálculo igual a 45 kN/m. Para as duas vigas, foram considerados concreto de resistência característica à compressão igual a 20 MPa, aço de resistência ao escoamento igual a 500 MPa, e ambiente sem agressividade.

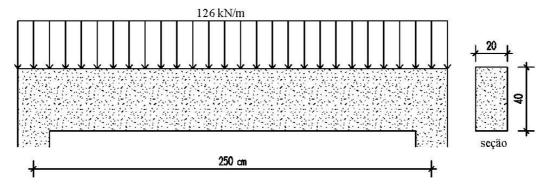


Figura 1: viga 1

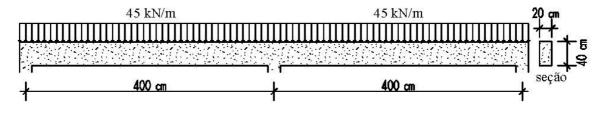


Figura 2: viga 2

Da mesma forma, para a demonstração do estudo das lajes, escolheu-se fazer a análise de dois elementos de lajes, chamadas neste estudo de laje 1 e laje 2. O elemento laje 1, representado na figura 3, é uma laje apoiada nos seus quatro bordos, com vãos de 3 m e 4 m, espessura de 8 cm e carregamento de cálculo igual a 8 kN/m². O elemento laje 2, representado na figura 4, é uma laje com as mesmas características da laje 1, porém com dois de seus bordos engastados. Para as duas lajes, foram considerados concreto de resistência característica à compressão igual a 20 MPa, aço de resistência ao escoamento igual a 500 MPa, e ambiente sem agressividade.

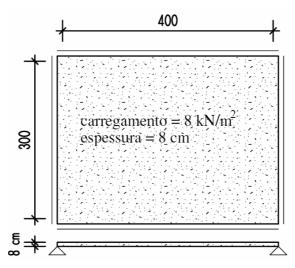


Figura 3: laje 1

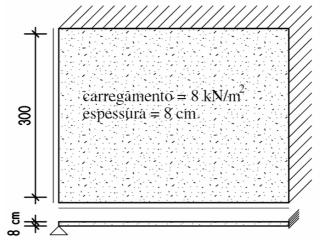


Figura 4: laje 2

#### 2.5 DELINEAMENTO

Para um bom andamento do trabalho, foi planejada a sequência de etapas apresentada a seguir:

- a) pesquisa bibliográfica;
- b) análise primária das Normas utilizadas na pesquisa (leitura comparativa entre as duas Normas referente aos principais pontos de abordagem dos cálculos);
- c) definição de elementos estruturais que possibilitem a abordagem dos fatores da pesquisa (análise de dimensões e forças e considerações iniciais de cálculo);
- d) cálculo pela Norma Brasileira (estudo aprofundado da Norma Brasileira e cálculo dos elementos estruturais segundo a Norma em questão);
- e) cálculo pela Norma Francesa (estudo aprofundado da Norma Francesa e cálculo dos elementos estruturais segundo a Norma em questão);
- f) comparação dos resultados e considerações finais.

É mostrado, na figura 5, o diagrama de relacionamento dessas etapas.

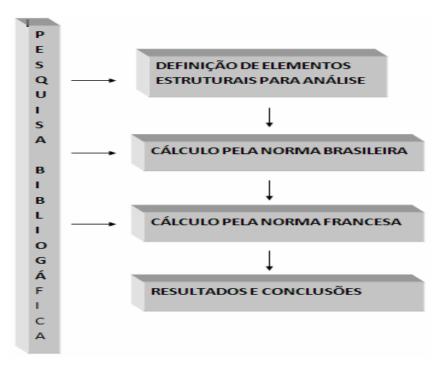


Figura 5: diagrama de relacionamento

# 3 PARÂMETROS INICIAIS DE CÁLCULO

Neste capítulo serão definidos alguns parâmetros e considerações, essências para o procedimento dos cálculos dos elementos estruturais em estudo.

#### 3.1 NORMA BRASILEIRA

A seguir serão abordados os parâmetros iniciais de cálculo definidos pela Norma Brasileira, NBR 6.118 / 2007.

#### 3.1.1 Módulo de Elasticidade e Coeficiente de Poisson do Concreto

Conforme a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007), quando não forem feitos ensaios e não existirem dados mais precisos sobre o concreto usado na idade de 28 dias, pode-se estimar o valor do módulo de elasticidade usando a fórmula 1. O módulo de elasticidade secante a ser utilizado nas análises elásticas de projeto, especialmente para a determinação de esforços solicitantes e verificação de estados limites de serviço, deve ser calculado pela fórmula 2:

$$E_{ci} = 5600 * f_{ck}^{1/2}$$
 (fórmula 1)

$$E_{cs} = 0.85 * E_{ci}$$
 (fórmula 2)

Onde:

 $E_{ci}$  = módulo de elasticidade do concreto no instante zero, em MPa;

 $f_{ck}$  = resistência característica à compressão do concreto, em MPa;

 $E_{cs}$  = módulo de elasticidade secante do concreto, em MPa.

Para tensões de compressão menores que  $0.5f_c$  e tensões de tração menores que  $f_{ct}$ , o coeficiente de Poisson pode ser fixado igual a 0.2 e o módulo de elasticidade transversal igual a  $0.4E_{cs}$ , onde  $f_c$  e  $f_{ct}$  são as resistências do concreto a compressão e a tração direta, respectivamente (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007).

#### 3.1.2 Resistência à Tração do Concreto

Segundo a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007), na falta de ensaios para a obtenção dos valores de resistência do concreto à tração indireta e da resistência do concreto à tração na flexão, o seu valor médio ou característico pode ser avaliado por meio das seguintes fórmulas:

$$f_{ct,m} = 0.3* f_{ck}^{2/3}$$
 (fórmula 3)

$$f_{\text{ctk,inf}} = 0.7 \text{ f}_{\text{ct.m}}$$
 (fórmula 4)

$$f_{\text{ctk.sup}} = 1.3 \text{ f}_{\text{ct.m}}$$
 (fórmula 5)

Onde:

 $f_{ct,m}$  = resistência média à tração do concreto, em MPa;

f<sub>ck</sub> = resistência característica à compressão do concreto, em MPa;

f<sub>ctk,inf</sub> = resistência característica inferior à tração do concreto, em MPa;

 $f_{\text{ctk,sup}}$  = resistência característica superior à tração do concreto, em MPa.

### 3.1.3 Diagramas Tensão-Deformação do Concreto

Segundo a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007), para tensões de compressão menores que 0,5fc, pode-se admitir uma relação linear entre tensões e deformações, adotando-se para módulo de elasticidade o valor secante dado pela fórmula 2. Para análises no estado limite último, pode ser empregado o diagrama tensão-deformação idealizado, mostrado na figura 6.

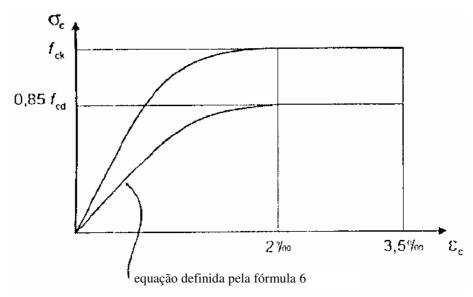


Figura 6: diagrama tensão-deformação idealizado para o concreto (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007)

Sendo:

$$\sigma_c = 0.85 f_{cd} * [1 - (1 - \mathcal{E}_c/2^{\circ}/_{oo})^2]$$
 (fórmula 6)

Onde:

 $\sigma_c$  = tensão à compressão no concreto;

 $f_{cd}$  = resistência de cálculo à compressão do concreto;

 $f_{ck}$  = resistência característica à compressão do concreto;

 $\mathcal{E}_{c}$  = deformação específica do concreto.

Para o concreto não fissurado, pode ser adotado o diagrama tensão-deformação bilinear de tração, indicado na figura 7 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007).

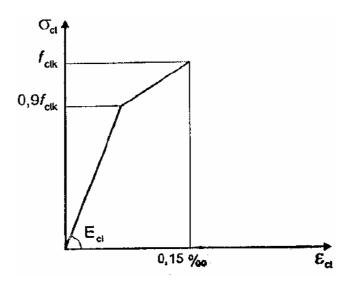


Figura 7: diagrama tensão-deformação bilinear na tração para o concreto (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007)

#### Onde:

 $\sigma_{ct}$  = tensão à tração no concreto;

 $f_{ctk}$  = resistência característica do concreto à tração;

 $\mathcal{E}_{ct}$  = deformação específica do concreto, quando submetido à tração;

E<sub>ci</sub> = módulo de elasticidade do concreto no instante zero.

# 3.1.4 Diagramas Tensão-Deformação do Aço

Para o cálculo nos estados limites de serviço e último, a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007), permite que seja utilizado o diagrama simplificado mostrado na figura 8, para os aços com ou sem patamar de escoamento. O diagrama é válido para intervalos de temperatura entre -20°C e 150°C e pode ser aplicado para tração e compressão.

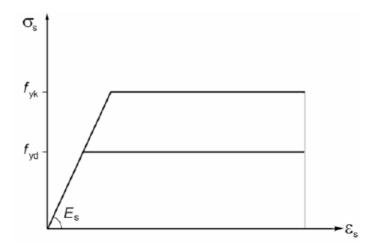


Figura 8: diagrama tensão-deformação para aços de armaduras passivas (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007)

#### Onde:

 $\sigma_s$  = tensão normal no aço de armadura passiva;

 $f_{yk}$  = resistência característica ao escoamento do aço de armadura passiva;

f<sub>vd</sub> = resistência de cálculo ao escoamento do aço de armadura passiva;

 $\mathcal{E}_s$  = deformação específica do aço da armadura passiva;

 $E_s$  = módulo de elasticidade do aço de armadura passiva.

# 3.1.5 Coeficiente de Ponderação das Resistências

Conforme a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007), para a verificação no estado limite último, as resistências devem ser minoradas pelos coeficientes indicados no quadro 1.

Combinações	Concreto (γ <sub>c</sub> )	Aço (γ <sub>s</sub> )
Normais	1,4	1,15
Especiais ou de construção	1,2	1,15
Excepcionais	1,2	1

Quadro 1: valores dos coeficientes de ponderação das resistências (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007)

Os limites estabelecidos para os estados limites de serviço não necessitam de minoração (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007).

#### 3.2 NORMA FRANCESA

A seguir serão abordados os parâmetros iniciais de cálculo definidos pela Norma Francesa, BAEL 91 / 2000.

#### 3.2.1 Módulo de Elasticidade e Coeficiente de Poisson do Concreto

Segundo a BAEL 91 (ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION, 2000), o módulo de elasticidade do concreto para carregamentos de duração menor que 24 horas e para carregamentos de longa duração são dados pelas fórmulas 7 e 8, respectivamente:

$$E_{ij} = 11000 * f_{cj}^{1/3}$$
 (fórmula 7)

$$E_{vj} = 3700 * f_{cj}^{1/3}$$
 (fórmula 8)

Onde:

 $E_{ij}$  = módulo de elasticidade instantânea do concreto, em MPa;

 $E_{vj}$  = módulo de elasticidade de longa duração do concreto, em MPa;

 $f_{cj} = resistência característica à compressão do concreto a j dias, em MPa.$ 

Exceto para casos particulares, o coeficiente de Poisson do concreto é fixado igual a zero, para cálculos de solicitações, e igual a 0,2 para cálculos de deformações (ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION, 2000).

I ' C II' D A AL DECIMEE/HED CO A010

### 3.2.2 Resistência à Tração do Concreto

Conforme a BAEL 91 (ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION, 2000), a resistência característica à tração do concreto à j dias é definida pela fórmula seguinte:

$$f_{ti} = 0.6 + 0.06 * f_{ci}$$
 (fórmula 9)

Onde:

 $f_{tj}$  = resistência característica à tração do concreto a j dias, em MPa;

f<sub>ci</sub> = resistência característica à compressão do concreto a j dias, em MPa.

### 3.2.3 Diagramas Tensão-Deformação do Concreto

Segundo a BAEL 91 (ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION, 2000), o diagrama tensão-deformação a ser considerado para os cálculos, é o diagrama parábola retângulo, mostrado na figura 9 (ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION, 2000).

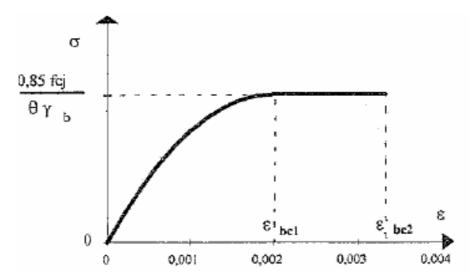


Figura 9: diagrama tensão-deformação para o concreto (ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION, 2000)

Sendo:

$$\mathcal{E}_{bc2} = (4,5 - 0,025 * f_{cj}) * 10^{-3}$$
 (fórmula 10)

Onde:

 $\sigma_{bc}$  = tensão à compressão no concreto;

 $f_{cj}$  = resistência característica à compressão do concreto a j dias;

θ = coeficiente dependente da duração do carregamento, igual a 1 nos casos em que a aplicação do carregamento é superior a 24 horas;

 $\gamma_b$  = coeficiente de ponderação da resistência do concreto;

 $\mathcal{E}_{bc}$  = deformação específica do concreto, quando submetido à compressão.

### 3.2.4 Diagramas Tensão-Deformação do Aço

O diagrama tensão-deformação a ser considerado para os cálculos nos estados limites de serviço e último é mostrado na figura 10 (ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION, 2000).

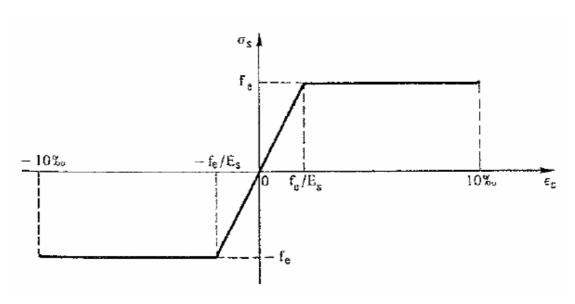


Figura 10: diagrama tensão-deformação para o aço (ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION, 2000)

Onde:

 $\sigma_s$  = tensão normal no aço de armadura passiva;

f<sub>e</sub> = resistência característica ao escoamento do aço de armadura passiva;

 $\mathcal{E}_s$  = deformação específica do aço da armadura passiva;

 $E_s$  = módulo de elasticidade longitudinal do aço.

### 3.2.5 Coeficiente de Ponderação das Resistências

Conforme a BAEL 91 (ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION, 2000), o coeficiente de minoração para o concreto,  $\gamma_b$ , é igual a 1,5, para combinações fundamentais, e igual a 1,15, para combinações especiais. Para o aço, o coeficiente de minoração,  $\gamma_s$ , é igual a 1,15.

## 4 PROCEDIMENTOS DE CÁLCULO

Neste capítulo, será realizado o estudo comparativo, entre as Normas Brasileira e Francesa, relativo ao procedimento de cálculo para o dimensionamento de vigas e lajes.

#### 4.1 VIGAS

A seguir serão estudados, comparativamente, os métodos, hipóteses e exigências de cálculo definidos por cada uma das Normas, para o dimensionamento e detalhamento de elementos estruturais de vigas.

#### 4.1.1 Norma Brasileira

Na análise dos esforços resistentes de uma seção de viga, devem ser consideradas as seguintes hipóteses básicas (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007):

- a) as seções transversais se mantêm planas após deformação;
- b) a deformação das barras passivas aderentes deve ser a mesma do concreto em seu entorno;
- c) a distribuição de tensões no concreto se faz de acordo com o diagrama parábola retângulo de tensão-deformação idealizado para o concreto, com tensão de pico igual a 85% da resistência de cálculo à compressão do concreto, conforme figura 6. Esse diagrama pode ser substituído pelo retângulo de altura 0,8x, onde x é a profundidade da linha neutra com a seguinte tensão,
  - 85% da resistência de cálculo à compressão do concreto nos casos em que a largura da seção permanece constante, medida paralelamente à linha neutra;
  - 80% da resistência de cálculo à compressão do concreto nos casos contrários.
- d) a tensão nas armaduras deve ser obtida a partir do diagrama tensão-deformação simplificado para aços de armaduras passivas;

d) o estado limite último é caracterizado quando as distribuições das deformações na seção transversal pertencerem a um dos domínios definidos na figura 11.

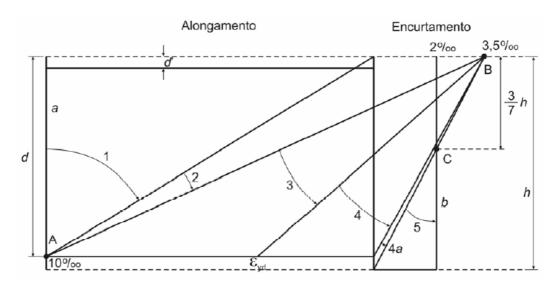


Figura 11: domínios de deformação (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007)

#### Onde:

reta a = tração uniforme

domínio 1 = tração não uniforme, sem compressão;

domínio 2 = flexão simples ou composta sem ruptura à compressão do concreto;

domínio 3 = flexão simples ou composta com ruptura à compressão do concreto e com escoamento do aço;

domínio 4 = flexão simples ou composta com ruptura à compressão do concreto e aço tracionado sem escoamento:

domínio 4a = flexão composta com armaduras comprimidas;

domínio 5 = compressão não uniforme sem tração;

reta b = compressão uniforme.

#### 4.1.1.1 Armaduras Longitudinais

A NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007) determina que a soma das armaduras de tração e de compressão de uma viga não deve ter valor maior que 4% da área da seção de concreto do elemento. Essa mesma Norma também fixa uma armadura mínima de tração, em elementos estruturais armados ou protendidos, determinada pelo dimensionamento da seção a um momento fletor mínimo. Esse momento fletor é determinado pela fórmula 11, respeitando a taxa mínima absoluta de 0,15%:

$$M_{d,min} = 0.8 * W_0 * f_{ctk,sup}$$
 (fórmula 11)

Onde:

 $M_{d,min}$  = momento fletor mínimo;

W<sub>0</sub> = módulo de resistência da seção transversal bruta de concreto, relativo à fibra mais tracionada;

 $f_{ctk,sup}$  = resistência característica superior à tração do concreto.

A NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007) indica que o dimensionamento para  $M_{d,min}$  pode ser considerado atendido se forem respeitadas as taxas mínimas de armadura,  $\rho_{min}$  do quadro 2.

Forma da seção	Valores de $\rho_{min}^{-1}$ $(A_{s,min}/A_c)$ %							
	$\omega_{min}$ $f_{ck}$	20	25	30	35	40	45	50
Retangular	0,035	0,15	0,15	0,173	0,201	0,23	0,259	0,288
T (mesa comprimida)	0,024	0,15	0,15	0,15	0,15	0,158	0,177	0,197
T (mesa tracionada)	0,031	0,15	0,15	0,153	0,178	0,204	0,229	0,255
Circular	0,07	0,23	0,288	0,345	0,403	0,46	0,518	0,575

<sup>1)</sup> Os valores de  $\rho$ min estabelecidos nesta tabela pressupõem o uso de aço CA-50,  $\gamma$ c = 1,4 e  $\gamma$ s = 1,15. Caso esses fatores sejam diferentes,  $\rho$ min deve ser recalculado com base no valor de  $\omega$ min dado.

Quadro 2: taxas mínimas de armadura de flexão para vigas (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007)

#### 4.1.1.1 Distribuição transversal

Segundo a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007), o espaçamento mínimo livre entre as faces das barras longitudinais, medido no plano da seção transversal, deve ser igual ou superior ao maior dos seguintes valores:

- a) na direção horizontal (a<sub>h</sub>),
  - 20 mm;
  - diâmetro da barra, do feixe ou da luva;
  - 1,2 vezes a dimensão máxima característica do agregado graúdo;
- b) na direção vertical (a<sub>v</sub>),
  - 20 mm;
  - diâmetro da barra, do feixe, ou da luva;
  - 0,5 vezes a dimensão máxima característica do agregado graúdo.

Para garantir o cobrimento mínimo, as dimensões das armaduras e os espaçamentos devem respeitar os cobrimentos nominais, estabelecidos no quadro 3, para uma tolerância de execução igual a 10 mm. O cobrimento nominal é definido como o cobrimento mínimo acrescido da tolerância de execução (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007).

Tipo de estrutura	Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental			
		I	II	III	IV
		Cobrimento nominal (mm)			
Concreto armado	Laje	20	25	35	45
	Viga/Pilar	25	30	40	50
Concreto protendido	Todos	30	35	45	55

Quadro 3: correspondência entre classe de agressividade ambiental e cobrimento nominal para uma tolerância de execução igual a 10 mm (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007)

#### 4.1.1.1.2 Armadura de tração na flexão simples, ancorada por aderência

O trecho da extremidade da barra de tração, denominado trecho de ancoragem, tem início na seção teórica onde sua tensão começa a diminuir, ou seja, onde o esforço da armadura começa a ser transferido para o concreto. O trecho de ancoragem deve prolongar-se pelo menos 10 Ø além do ponto teórico de tensão nula, não podendo em nenhum caso, ser inferior ao comprimento de ancoragem necessário. Dessa forma, na armadura longitudinal de tração dos elementos estruturais solicitados por flexão simples, o trecho de ancoragem da barra deve ter início no ponto A, da figura 12, decalado do comprimento a<sub>l</sub>, de acordo com a fórmula 12 (para modelo de cálculo I, que admite diagonais de compressão inclinadas a 45° em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural) ou de acordo com a fórmula 13 (para modelo de cálculo II, que admite diagonais de compressão inclinadas de 30° a 45° em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural). Se a barra não for dobrada, o trecho de ancoragem deve prolongar-se, além do ponto B, no mínimo 10 Ø . Se a barra for dobrada, o início do dobramento pode coincidir com o ponto B (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007).

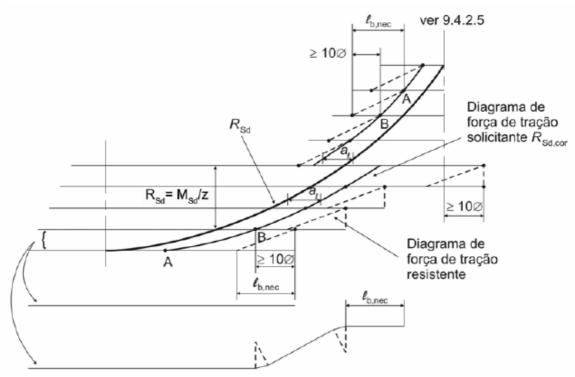


Figura 12: cobertura do diagrama de força de tração solicitante pelo diagrama resistente
(ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007)

Onde:

l<sub>b</sub>, <sub>nec</sub> = comprimento de ancoragem necessário;

 $\emptyset$  = diâmetro da barra longitudinal;

R<sub>sd</sub> = força de tração de cálculo na armadura;

M<sub>sd</sub> = momento fletor solicitante de cálculo;

 $a_1$  = deslocamento do diagrama de momentos fletores;

z = distância entre os centros de gravidade das zonas tracionadas e comprimidas.

Sendo:

$$a_l = d * [V_{Sd,m\acute{a}x} * (1 + \cot g \alpha) / (2V_{Sd,m\acute{a}x} - 2V_c) - \cot g \alpha]$$
 (fórmula 12)

$$a_l = 0.5 * d * (\cot \theta - \cot \alpha)$$
 (fórmula 13)

Onde:

 $a_1 \ge 0.5$  d, no caso geral;

 $a_1 \ge 0.2$  d, para estribos inclinados a  $45^{\circ}$ ;

 d = altura útil da seção, igual à distância entre o eixo das armaduras longitudinais e a parte superior da viga;

V<sub>Sd</sub> = força cortante solicitante de cálculo na seção;

 $V_c$  = parcela de força cortante resistida por mecanismos complementares ao modelo em treliça;

α = ângulo de inclinação da armadura transversal em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural.

## 4.1.1.1.3 Armadura de tração nas seções de apoio

A NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007) exige que os esforços de tração junto aos apoios de vigas simples ou contínuas sejam resistidos por armaduras longitudinais que se enquadrem na mais severa das seguintes condições:

- a) no caso de ocorrência de momentos positivos, as armaduras obtidas através do dimensionamento da seção;
- b) em apoios extremos, para garantir ancoragem da diagonal de compressão, armaduras capazes de resistir a uma força de tração igual a R<sub>Sd</sub>, dada pela fórmula 14;
- c) em apoios extremos e intermediários, por prolongamento de uma parte da armadura de tração do vão  $(A_{s,v\tilde{a}o})$ , correspondente ao máximo momento positivo do tramo  $(M_{v\tilde{a}o})$ , de modo que,
  - $A_{s,apoio} \ge 1/3$  ( $A_{s,vão}$ ) se  $M_{apoio}$  for nulo ou negativo e de valor absoluto  $|M_{apoio}| \le 0.5 M_{vão}$ ;
  - $A_{s,apoio} \ge 1/4$  ( $A_{s,v\tilde{a}o}$ ) se  $M_{apoio}$  for negativo e de valor absoluto  $|M_{apoio}| > 0.5$   $M_{v\tilde{a}o}$ .

Para as condições da alínea (b):

$$R_{Sd} = (a_1/d) * V_d + N_d$$
 (fórmula 14)

Onde:

R<sub>Sd</sub> = força de tração para cálculo das armaduras nos apoios;

 $V_d$  = força cortante no apoio;

 $N_d$  = força de tração eventualmente existente;

 $a_1$  = comprimento de decalagem do diagrama de momentos fletores;

d = altura útil da seção, igual à distância entre o eixo das armaduras longitudinais de tração e a fibra mais comprimida.

Para o caso da alínea (a), as ancoragens da armadura de tração nos apoios devem obedecer aos critérios do ponto 4.1.1.1.2, referente à armadura de tração na flexão simples, ancorada por aderência. Já para os casos das alíneas (b) e (c), em apoios extremos, as barras das armaduras

\_\_\_\_\_

devem ser ancoradas a partir da face do apoio, com comprimentos iguais ou superiores ao maior dos seguintes valores (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007):

- a) comprimento de ancoragem necessário ( $l_{b,nec}$ ), definido pela fórmula 18 do item 4.1.1.1.4, referente à ancoragem de armaduras passivas por aderência;
- b) (r + 5,5 Ø), onde r é o diâmetro interno da curvatura dos ganchos das armaduras longitudinais de tração e Ø seu diâmetro;
- c) 60 mm.

## 4.1.1.1.4 Ancoragem de armaduras passivas por aderência

A NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007) determina que as barras comprimidas devem ser ancoradas sem gancho, enquanto as barras tracionadas podem ser ancoradas ao longo de um comprimento retilíneo ou com grande raio de curvatura em sua extremidade, de acordo com as condições a seguir:

- a) obrigatoriamente com gancho para barras lisas;
- b) sem gancho nas que tenham alternância de solicitação, de tração e compressão;
- c) com ou sem gancho nos demais casos, não sendo recomendado o gancho para barras de diâmetro maior que 32 mm ou para feixes de barras.

Conforme a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007), os ganchos das extremidades das barras da armadura longitudinal de tração podem ser das seguintes formas:

- a) semicirculares, com ponta reta de comprimento não inferior a  $2 \emptyset$ ;
- b) em ângulo de 45 graus (interno), com ponta reta de comprimento não inferior a 4 Ø;
- c) em ângulo reto, com ponta reta de comprimento não inferior a 8 Ø.

A mesma Norma salienta ainda que para as barras lisas os ganchos devem ser semicirculares. O diâmetro interno da curvatura dos ganchos das armaduras longitudinais de tração deve ser pelo menos igual ao estabelecido no quadro 4.

Bitola	Tipo de aço		
(mm)	CA-25	CA-50	CA-60
< 20	4Ø	5Ø	6Ø
≥ 20	5Ø	8Ø	-

Quadro 4: diâmetro dos pinos de dobramento (D) (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007)

Uma outra forma de promover a ancoragem de barras pode ser feita com a utilização de várias barras soldadas, desde que os critérios abaixo sejam respeitados (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007):

- a) o diâmetro da barra soldada deve ser maior ou igual a 0,60Ø;
- b) a distância da barra transversal ao ponto de início da ancoragem deve ser maior ou igual a 5Ø;
- c) a resistência ao cisalhamento da solda deve superar a força mínima de 30% da resistência da barra ancorada.

Além disto, a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007) define **comprimento de ancoragem básico** como o comprimento reto de uma barra de armadura passiva necessário para ancorar a força limite nessa barra, considerando, ao longo desse comprimento, a resistência de aderência uniforme e igual a f<sub>bd</sub>. A força limite na barra é dada pelo produto da seção de armadura principal e da resistência de cálculo do aço a tração. O comprimento de ancoragem básico é expresso pela fórmula 15:

$$l_b = (\emptyset / 4) * (f_{vd} / f_{bd})$$
 (fórmula 15)

Onde:

l<sub>b</sub> = comprimento de ancoragem básico;

 $\emptyset$  = diâmetro da barra longitudinal;

f<sub>vd</sub> = resistência de cálculo do aço à tração;

 $f_{bd}$  = resistência de aderência de cálculo da armadura passiva.

É definido pela NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007) que a resistência de aderência de cálculo entre armadura e concreto na ancoragem de armaduras passivas deve ser obtida pelas seguintes expressões:

$$f_{bd} = \eta_1 * \eta_2 * \eta_3 * f_{ctd}$$
 (fórmula 16)

$$f_{ctd} = f_{ctk,inf} / \gamma_c$$
 (fórmula 17)

Onde:

 $f_{ctd}$  = resistência de cálculo à tração do concreto;

f<sub>ctk,inf</sub> = resistência característica inferior à tração do concreto;

 $\eta_1 = 1.0$  para barras lisas;

 $\eta_1 = 1,4$  para barras entalhadas;

 $\eta_1 = 2,25$  para barras nervuradas;

 $\eta_2 = 1,0$  para situações de boa aderência;

 $\eta_2 = 0.7$  para situações de má aderência;

 $\eta_3 = 1.0 \text{ para } \emptyset < 32 \text{ mm};$ 

 $\eta_3 = (132 - \emptyset) / 100$ , para  $\emptyset \ge 32$  mm;

 $\gamma_c$  = coeficiente de ponderação da resistência do concreto.

A mesma Norma ainda salienta que o comprimento de ancoragem necessário deve ser calculado de acordo com a fórmula 18 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007):

$$l_{b,nec} = \alpha * l_b * (A_{s,calc} / A_{s,ef}) \ge l_{b,min}$$
 (fórmula 18)

Onde:

l<sub>b,nec</sub> = comprimento de ancoragem necessário;

l<sub>b</sub> = comprimento de ancoragem básico;

A<sub>s,calc</sub> = área de seção transversal de armadura calculada;

 $A_{s,ef}$  = área da seção transversal de armadura efetiva;

 $\alpha = 1.0$  para barras sem gancho;

 $\alpha$  = 0,7 para barras tracionadas com gancho, com cobrimento no plano normal ao do gancho  $\geq$  3 Ø;

 $\alpha = 0.7$  quando houver barras transversais soldadas;

 $\alpha$  = 0,5 quando houver barras transversais soldadas e gancho, com cobrimento no plano normal ao do gancho  $\geq$  3 Ø;

 $l_{b,min}$  = maior valor entre 0,3  $l_b$ , 10 Ø e 100 mm.

#### 4.1.1.1.5 Armadura de pele

A NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007) considera uma armadura mínima lateral igual 0,10% da área da seção de concreto em cada face da alma da viga, devendo ser composta por barras de alta aderência e com espaçamento não maior que 20 cm e d/3. A utilização da armadura de pele pode ser dispensada em vigas com altura igual ou inferior a 60 cm.

## 4.1.1.1.6 Emendas por traspasse

Segundo a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007), esse tipo de emenda não é permitido para barras de bitola maior que 32 mm nem para feixes cujo diâmetro do círculo de mesma área seja superior a 45 mm.

O comprimento do trecho de traspasse para barras tracionadas isoladas é calculado através da fórmula 19, quando a distância livre entre as barras emendadas estiver compreendida entre 0 e 4 Ø. Nos casos em que essa distância for maior que 4 Ø , ao comprimento calculado segundo a formula 19 deve ser acrescida a distância livre entre as barras emendadas (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007).

$$l_{0t} = \alpha_{0t} * l_{b,nec} \ge l_{0t,min}$$
 (fórmula 19)

Onde:

 $l_{0t}$  = comprimento de traspasse para barras tracionadas;

 $l_{0t,min}$  = maior valor entre 0,3  $\alpha_{0t}$   $l_b$ , 15 Ø e 200 mm;

 $l_{b,nec}$  = comprimento de ancoragem necessário;

 $\alpha_{0t}$  = coeficiente função da porcentagem de barras emendadas na mesma seção, conforme quadro 5.

barras emendadas na mesma seção %	≤ 20	25	33	50	> 50
valores de $\alpha_{ot}$	1,2	1,4	1,6	1,8	2

Quadro 5: valores do coeficiente  $\alpha_{ot}$  (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007)

O comprimento do trecho de traspasse para quando as barras estiverem sendo submetidas à compressão é calculado através da seguinte expressão (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007):

$$l_{0c} = l_{b,nec} \ge l_{0c,min} \tag{f\'ormula 20}$$

Onde:

 $l_{0c}$  = comprimento de traspasse para barras comprimidas;

 $l_{0c,min}$  = maior valor entre 0,6  $l_b$ , 15 Ø e 200 mm;

l<sub>b,nec</sub> = comprimento de ancoragem necessário.

#### 4.1.1.2 Armaduras Transversais

Conforme com a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007), o diâmetro da barra que constitui o estribo deve ser maior ou igual a 5 mm, sem ultrapassar a 1/10 da largura da alma da viga. Quando a barra for lisa, seu diâmetro não pode exceder a 12 mm. No caso de estribos constituídos por telas soldadas, o diâmetro mínimo pode ser reduzido para 4,2 mm, exigindo que sejam tomadas precauções contra a corrosão dessa armadura.

Essa mesma Norma determina que o espaçamento mínimo entre estribos, medido segundo o eixo longitudinal do elemento estrutural, deve ser suficiente para permitir a passagem do vibrador, e assim, garantir um bom adensamento do concreto. O espaçamento máximo não deve exceder os seguintes valores:

a) se 
$$V_d \le 0.67 V_{Rd2}$$
, então  $s_{máx} = 0.6 d \le 300 \text{ mm}$ ;

b) se 
$$V_d > 0.67 V_{Rd2}$$
, então  $s_{máx} = 0.3 d \le 200 mm$ .

O espaçamento transversal entre ramos sucessivos da armadura constituída por estribos deve respeitar as seguintes condições:

a) se 
$$V_d \le 0.20 V_{Rd2}$$
, então  $s_{máx} = d \le 800 \text{ mm}$ ;

b) se 
$$V_d > 0.20 V_{Rd2}$$
, então  $s_{máx} = 0.6 d \le 350 \text{ mm}$ .

Onde:

 $V_d$  = força cortante no apoio;

 $V_{Rd2}$  = força cortante resistente de cálculo;

 $s_{m\acute{a}x}$  = espaçamento transversal máximo entre ramos sucessivos de armadura constituída por estribos:

d = altura útil da seção, igual à distância entre o eixo das armaduras longitudinais e a parte superior da viga.

A resistência do elemento estrutural, numa determinada seção transversal, deve ser considerada satisfatória quando verificadas simultaneamente as condições definidas pelas seguintes expressões (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007):

$$V_{Sd} \le V_{Rd2}$$
 (fórmula 21)

$$V_{Sd} \le V_{Rd3} = V_c + V_{SW}$$
 (fórmula 22)

Onde:

 $V_{Sd}$  = força cortante solicitante de cálculo;

 $V_{Rd2}$  = força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto;

V<sub>Rd3</sub> = força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína por tração diagonal;

 $V_c$  = parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares ao de treliça;

 $V_{SW}$  = parcela resistida pela armadura transversal.

A NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007), indica que os elementos lineares submetidos à força cortante devem conter armadura transversal mínima constituída por estribos, com taxa geométrica determinada pela fórmula 22. A Norma admite dois modelos de cálculo para a verificação e determinação das armaduras de elementos submetidos ao cisalhamento:

$$\rho_{sw} = A_{sw} / (b_w * s * sen \alpha) \ge 0.2 * f_{ct.m} / f_{vwk}$$
 (fórmula 22)

Onde:

 $\rho_{sw}$  = taxa geométrica de armadura transversal;

 $A_{sw}$  = área da seção transversal dos estribos;

b<sub>w</sub> = menor largura da seção compreendida ao longo da altura útil d;

s = espaçamento dos estribos, medido segundo o eixo longitudinal do elemento estrutural;

 $\alpha$  = inclinação dos estribos em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural;

 $f_{ct,m}$  = resistência média à tração do concreto;

 $f_{ywk}$  = resistência ao escoamento do aço da armadura transversal.

Para o cálculo da armadura transversal, no caso de apoio direto, se a carga e a reação de apoio forem aplicadas em faces opostas do elemento estrutural, valem as seguintes prescrições, que não se aplicam à verificação da resistência à compressão diagonal do concreto (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007):

- a) a força cortante oriunda de carga distribuída pode ser considerada, no trecho entre o apoio e a seção situada à distância d/2 da face de apoio, constante e igual à desta seção;
- b) a força cortante devida a uma carga concentrada aplicada a uma distância a ≤ 2d do eixo teórico do apoio pode, nesse trecho de comprimento a, ser reduzida multiplicando-a por a/(2d). Todavia, essa redução não se aplica às forças cortantes provenientes dos cabos inclinados de protensão.

#### 4.1.1.2.1 Modelo de Cálculo I

O modelo de cálculo I admite diagonais de compressão inclinadas a  $45^{\circ}$ , em relação ao eixo longitudinal da viga e admite ainda que a parcela de força cortante complementar,  $V_c$ , tenha valor constante, independente da força solicitante de cálculo. A verificação da compressão diagonal do concreto e o cálculo das armaduras transversais são dados pelas fórmulas 24 e 25, respectivamente (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007):

$$V_{Rd2} = 0.27 * (1 - f_{ck}/250) * f_{cd} * b_w * d$$
 (fórmula 24)

$$V_{Rd3} = V_c + V_{SW}$$
 (fórmula 25)

\_\_\_\_\_

Onde:

 $V_{Rd2}$  = força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto;

f<sub>ck</sub> = resistência característica à compressão do concreto, em MPa;

 $f_{cd}$  = resistência de cálculo à compressão do concreto, em kN/cm<sup>2</sup>;

b<sub>w</sub> = menor largura da seção compreendida ao longo da altura útil d, em cm;

 d = altura útil da seção, igual à distância da borda comprimida ao centro de gravidade da armadura de tração, em cm;

V<sub>Rd3</sub> = força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína por tração diagonal;

V<sub>c</sub> = parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares ao de treliça; igual a zero nos elementos estruturais tracionados quando a linha neutra se situar fora da seção; determinado segundo a fórmula 26, na flexão simples e na flexo-tração com a linha neutra cortando a seção, ou à fórmula 27, não flexo-compressão;

V<sub>SW</sub> = parcela resistida pela armadura transversal, definida pela fórmula 29.

Assim, tem-se:

$$V_c = V_{co}$$
 (fórmula 26)

$$V_c = V_{co} * (1 + M_o / M_{Sd,máx}) \le 2 * V_{co}$$
 (fórmula 27)

Sendo:

$$V_{co} = 0.6 * f_{ctd} *bw *d$$
 (fórmula 28)

Onde:

 $V_c$  = parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares ao de treliça;

M<sub>o</sub> = valor do momento fletor que anula a tensão normal de compressão na borda da seção;

M<sub>Sd,máx</sub> = momento fletor de cálculo máximo;

f<sub>ctd</sub> = resistência de cálculo à tração do concreto;

 $b_w$  = menor largura da seção compreendida ao longo da altura útil d;

d = altura útil da seção, igual à distância da borda comprimida ao centro de gravidade da armadura de tração.

E, para o cálculo do V<sub>SW</sub>, usa-se a fórmula 29:

$$V_{SW} = (A_{SW} / s) * 0.9 * d * f_{ywd} * (sen \alpha + cos \alpha)$$
 (fórmula 29)

Onde:

 $V_{SW}$  = parcela resistida pela armadura transversal;

 $A_{SW}$  = armadura transversal;

s = espaçamento entre elementos da armadura transversal;

f<sub>ywd</sub> = é a tensão na armadura transversal passiva, limitada ao valor ponderado da resistência ao escoamento do aço no caso de estribos e a 70 % desse valor no caso de barras dobradas, não se tomando, para ambos os casos, valores superiores a 435 MPa;

α = força ângulo de inclinação da armadura transversal em relação ao eixo longitudinal do elemento, podendo-se variar entre 45° e 90°.

## 4.1.1.2.1 Modelo de Cálculo II

O modelo de cálculo II admite diagonais de compressão inclinadas de 30° a 45°, em relação ao eixo longitudinal da viga e admite ainda que a parcela de força cortante complementar, V<sub>c</sub>, sofra redução com o aumento da força solicitante de cálculo. A verificação da compressão diagonal do concreto e o cálculo das armaduras transversais são dados pelas fórmulas 30 e 31, respectivamente (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007):

$$V_{Rd2} = 0.54 * (1 - f_{ck}/250) * f_{cd} * b_w * d * sen^2 \theta * (cotg \alpha + cotg \theta)$$
 (fórmula 30)

$$V_{Rd3} = V_c + V_{SW}$$
 (fórmula 31)

Onde:

V<sub>Rd2</sub> = força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto;

 $f_{ck}$  = resistência característica à compressão do concreto;

 $f_{cd}$  = resistência de cálculo à compressão do concreto;

b<sub>w</sub> = menor largura da seção compreendida ao longo da altura útil d;

- d = altura útil da seção, igual à distância da borda comprimida ao centro de gravidade da armadura de tração;
- α = força ângulo de inclinação da armadura transversal em relação ao eixo longitudinal do elemento, podendo-se variar entre 45° e 90°;
- $\theta$  = ângulo de inclinação das diagonais de compressão, variável entre 30° e 45°;

V<sub>Rd3</sub> = força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína por tração diagonal;

 $V_{SW}$  = parcela resistida pela armadura transversal, definida pela fórmula 35;

- V<sub>c</sub> = parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares ao de treliça; igual a zero em elementos estruturais tracionados quando a linha neutra se situar fora da seção; igual a V<sub>c1</sub>, na flexão simples e na flexo-tração com a linha neutra cortando a seção; ou determinado segundo a fórmula 32, na flexo-compressão;
- V<sub>c1</sub> = determinado segundo a fórmula 33, quando a força cortante solicitante de cálculo for menor ou igual a V<sub>c0</sub>, ou segundo a fórmula 34, quando a força cortante solicitante de cálculo for igual à força cortante resistente de cálculo, interpolando-se linearmente para valores intermediários;

V<sub>c0</sub> = determinado segundo a fórmula 28, modelo de cálculo I.

Sendo:

$$V_c = V_{c1} * (1 + M_o / M_{Sd,max}) \le 2 * V_{c1}$$
 (fórmula 32)

$$V_{c1} = Vc_0$$
 (fórmula 33)

$$V_{c1} = 0$$
 (fórmula 34)

Onde:

 $V_c$  = parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares ao de treliça;

 $M_o$  = valor do momento fletor que anula a tensão normal de compressão na borda da seção;

M<sub>Sd,máx</sub> = momento fletor de cálculo máximo.

Neste caso, o V<sub>SW</sub> é dado por:

$$V_{SW} = (A_{SW} / s) * 0.9 * d * f_{ywd} * (\cot \alpha + \cot \theta) * sen \alpha$$
 (fórmula 35)

Onde:

 $V_{SW}$  = parcela resistida pela armadura transversal;

 $A_{SW}$  = armadura transversal;

s = espaçamento entre elementos da armadura transversal;

f<sub>ywd</sub> = é a tensão na armadura transversal passiva, limitada ao valor ponderado da resistência ao escoamento do aço no caso de estribos e a 70 % desse valor no caso de barras dobradas, não se tomando, para ambos os casos, valores superiores a 435 MPa;

α = força ângulo de inclinação da armadura transversal em relação ao eixo longitudinal do elemento, podendo-se variar entre 45° e 90°;

 $\theta$  = ângulo de inclinação das diagonais de compressão, variável entre 30° e 45°.

## 4.1.1.3 Redistribuição de Momentos e Condições de Dutilidade

Segundo a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007), a capacidade de rotação dos elementos estruturais é função da posição da linha neutra no estado limite último; quanto menor for a relação x/d, onde x é a posição da linha neutra e d é a altura útil da viga, maior será essa capacidade. Para melhorar a dutilidade das estruturas nas regiões de apoio das vigas ou de ligações com outros elementos estruturais, mesmo quando não forem feitas redistribuições de esforços solicitantes, a posição da linha neutra no estado limite último deve obedecer os seguintes limites.

- a)  $x/d \le 0.50$  para concretos com  $f_{ck} \le 35$  MPa;
- b)  $x/d \le 0.40$  para concretos com  $f_{ck} > 35$  MPa.

Quando for efetuada uma redistribuição, reduzindo-se um momento fletor de M para δM, em uma determinada seção transversal, a relação entre o coeficiente de redistribuição e a posição da linha neutra nessa seção, para o momento reduzido, deve ser dada pelas condições seguintes. Para a adoção da redistribuição fora dos limites estabelecidos, a estrutura deve ser calculada mediante o emprego de análise não linear ou de análise plástica, com verificação explícita da capacidade de rotação de rótulas plásticas (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007).

- a)  $\delta \ge 0.44 + 1.25$  x/d, para concretos com  $f_{ck} \le 35$  MPa;
- b)  $\delta \ge 0.56 + 1.25$  x/d, para concretos com  $f_{ck} > 35$  MPa;
- c)  $\delta \ge 0.90$ , para estruturas de nós móveis;
- d)  $\delta \ge 0.75$ , em qualquer outro caso.

## 4.1.2 Norma Francesa

Para o dimensionamento de vigas no estado limite último, segundo a Norma Francesa, são consideradas as seguintes hipóteses de cálculo (ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION, 2000):

- a) as seções transversais se mantêm planas após deformação e não existe deslocamento relativo entre as armaduras e o concreto;
- b) a resistência à tração do concreto é desconsiderada;
- d) o diagrama tensão-deformação para o concreto é o definido na figura 9;
- d) a tensão nas armaduras deve ser obtida a partir do diagrama tensão-deformação definido na figura 10;
- c) pelo fato da seção considerada não ser completamente comprimida, é conveniente que se use o diagrama retangular simplificado, definido pela figura 13. No trecho definido pela altura igual a 0,2y<sub>u</sub> a partir da linha neutra, a tensão é nula; no trecho definido pela altura igual a 0,8y<sub>u</sub> restante, a tensão é igual a 0,85f<sub>c,j</sub>/(θ<sub>γb</sub>), para as zonas comprimidas em que a largura é crescente em direção as fibras mais comprimidas, e igual a 0,80f<sub>c,j</sub>/(θ<sub>γb</sub>), para as zonas comprimidas em que a largura é decrescente em direção à essas mesmas fibras;
- d) os diagramas possíveis, resultantes das deformações limites para os materiais em estudo, são definidos na figura 14.

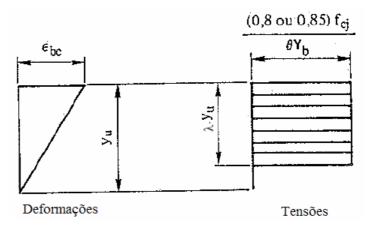


Figura 13: diagrama retangular simplificado (ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION, 2000)

Sendo:

$$\lambda = 1 - 0.7 / (4.5 - 0.025 * f_{ci})$$
 (fórmula 36)

Onde:

 $\mathcal{E}_{bc}$  = deformação específica do concreto, quando submetido à compressão;

y<sub>u</sub> = distância da linha neutra da deformação à fibra mais comprimida da seção;

 $f_{cj}$  = resistência característica à compressão do concreto a j dias;

θ = coeficiente dependente da duração do carregamento, igual a 1 nos casos em que a aplicação do carregamento é superior a 24 horas;

 $\gamma_b$  = coeficiente de ponderação da resistência do concreto.

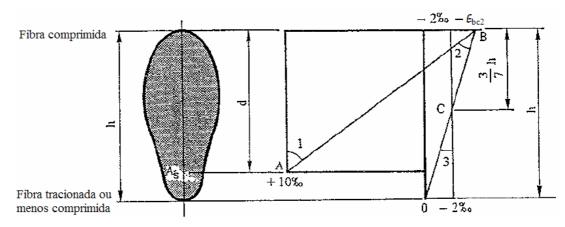


Figura 14: diagrama de deformações limites (ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION, 2000

#### Onde:

domínio 1 = flexão simples ou composta sem esgotamento da resistência do concreto, visto que toda seção é tracionada;

domínio 2 = flexão simples ou composta com esgotamento da resistência do concreto na fibra mais comprimida; as armaduras da fibra oposta podem ser tracionadas ou comprimidas com uma pequena parte do concreto tracionado;

domínio 3 = seção inteiramente comprimida.

#### 4.1.2.1 Armaduras Longitudinais

Segundo a BAEL 91 (ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION, 2000), em toda a viga submetida à flexão simples ou composta, devem existir armaduras longitudinais de tração com uma seção mínima igual a  $0.00033f_{tj}$  da área da seção da viga, sendo  $f_{tj}$  a resistência característica à tração do concreto a j dias.

Pela condição da não fragilidade, é considerado como não frágil, uma seção tracionada ou fletida cuja tensão considerada provoque no aço uma tensão mínima igual ao seu limite de elasticidade. No caso de peças submetidas à flexão simples, a condição de não fragilidade se exprime pela seguinte condição (ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION, 2000):

$$\rho = 0.23 * f_{ti} / f_e$$
 (fórmula 37)

Onde:

ρ = taxa de armadura em relação á área da seção de concreto;

f<sub>tj</sub> = resistência característica à tração do concreto a j dias;

f<sub>e</sub> = tensão de escoamento do aço.

## 4.1.2.1.1 Distribuição transversal

As armaduras das vigas podem ser agrupadas em feixes de barras, desde que dispostas de forma compacta e de forma que a altura do feixe de barras seja no mínimo igual ao dobro da sua largura (ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION, 2000).

Segundo a BAEL 91 (ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION, 2000), a distância livre entre barras deve ser no mínimo igual aos seus diâmetros, no caso de barras isoladas, e, no mínimo, igual à largura do feixe, no caso de feixes de barras. Ainda, essa distância livre deve ser no mínimo igual ao diâmetro do maior agregado utilizado, na direção vertical, e no mínimo igual 1,5 vezes o diâmetro do maior agregado utilizado, na direção horizontal. Para casos de barras isoladas, quando a viga for constituída por barras de diâmetro superior a 20 mm, o espaçamento no sentido horizontal entre essas barras deve ser no mínimo igual a quatro vezes o seu diâmetro.

Conforme a BAEL 91 (ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION, 2000) o cobrimento de qualquer armadura deve ser no mínimo igual aos seguintes valores:

a) 5 cm, para construções na beira do mar ou expostas à maresia, assim como para as construções expostas a um ambiente muito agressivo;

b) 3 cm, para elementos concretados, com ou sem uso de fôrmas, submetidos a ações agressivas, a intempéries ou a condensações ou mesmo para elementos submetidos a terem contato com líquidos;

a) 1 cm, para elementos de construções situadas em locais cobertos e fechados sem exposição a condensações.

#### 4.1.2.1.2 Armadura de tração na flexão simples, ancorada por aderência

Para determinar o esforço que age na fibra tracionada de uma viga, leva-se em consideração o momento fletor agindo a uma distância igual a 0,8h da seção considerada em direção a onde o momento aumenta em valor absoluto, sendo h a altura total da viga. O trecho de ancoragem deve ser prolongado uma distância ls, definido em 4.1.2.1.4 como comprimento de ancoragem reto, a partir do ponto teórico de tensão nula (ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION, 2000).

#### 4.1.2.1.3 Armadura de tração nas seções de apoio

Segundo a BAEL 91 (ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION, 2000), para apoios extremos, deve-se prolongar, além da borda do apoio, e ancorar uma seção de armaduras longitudinais inferiores suficiente para equilibrar o esforço cortante, dada pela fórmula 38. Para apoios intermediários, quando o valor absoluto do momento fletor no estado limite último for inferior a 0,9V<sub>u</sub>d, deve-se prolongar, além da borda do apoio, e ancorar uma seção de armaduras suficiente para equilibrar um esforço igual ao definido pela fórmula 39.

$$A_s = \gamma_s * V_u / f_e$$
 (fórmula 38)

Onde:

 $\gamma_s$  = coeficiente de ponderação da resistência do aço;

 $V_u$  = esforço cortante;

 $f_e$  = tensão de escoamento do aço.

Esforço = 
$$V_u + M_u / (0.9 * d)$$
 (fórmula 39)

Onde:

 $V_u$  = força cortante no apoio;

d = altura útil da seção, igual à distância entre o eixo das armaduras longitudinais e a parte superior da viga;

M<sub>u</sub> = momento fletor solicitante de cálculo.

No caso de vigas retangulares, deve-se verificar a condição estabelecida pela fórmula 40, na qual o comprimento de apoio a deve ser no máximo igual a 0,9 d, sendo d a altura útil da viga (ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION, 2000):

$$2 * V_u / (b_o * a) \le 0.8 * 3.4 * f_{ci}^{2/3} / \gamma_b$$
 (fórmula 40)

Onde:

 $V_u$  = esforço cortante;

 $b_0$  = espessura da viga;

a = comprimento de apoio;

f<sub>cj</sub> = resistência característica à compressão do concreto a j dias;

 $\gamma_b$  = coeficiente de ponderação da resistência do concreto.

Nos casos de apoio de comprimento curto, as armaduras situadas na parte baixa da viga devem poder equilibrar um esforço mínimo igual a Vu/3 e serem ancoradas a esse efeito (ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION, 2000).

## 4.1.2.1.4 Ancoragem de armaduras passivas por aderência

As barras retilíneas de diâmetro  $\emptyset$  e de resistência ao escoamento  $f_e$  devem ser ancoradas com um comprimento  $l_s$  denominado comprimento de ancoragem reto. No quadro 6, são mostrados valores para a relação  $l_s/\emptyset$  de acordo com a resistência característica à compressão do concreto (ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION, 2000). Nos casos em que a área real da seção reta de uma barra for maior que a área necessária de cálculo, o comprimento de ancoragem pode ser reduzido segundo a ralação da área calculada pela área real.

f <sub>cj</sub> (MPa)	l <sub>s</sub> /Ø, para barras de alta aderência		
	Fe E 400	Fe E 500	
20	41	51	
25	35	44	
30	31	39	
35	27	34	
40	25	31	
45	22	28	
50	21	26	
55	19	24	
60	18	22	
para barras lisas Fe E 215 e Fe E 235, $ls/Ø = 50$			

Quadro 6: valores de relações ls/Ø (ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION, 2000)

Para situações de ancoragens de barras com ganchos, a BAEL 91 (ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION, 2000), de acordo com a figura 15, determina que o raio da parte curva da ancoragem deve ser igual a três vezes o valor do seu diâmetro, para barras lisas de classe Fe E 215 ou Fe E 235; para barras de alta aderência, de classe Fe E 400 ou Fe E 500 o raio da parte curva deve ser igual a 5,5 vezes o valor do seu diâmetro. O comprimento de ancoragem medido fora da zona curva deve ser no mínimo igual a 0,61<sub>s</sub>, para

barras lisas de classe Fe E 215 ou Fe E 235, e no mínimo igual a  $0.4l_s$ , para barras de alta aderência, de classe Fe E 400 ou Fe E 500, sendo  $l_s$  o comprimento de ancoragem reto.

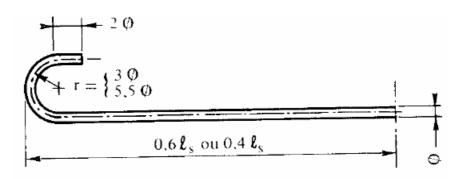


Figura 15: ancoragem de armaduras com gancho (ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION, 2000)

## 4.1.2.1.5 Armadura de pele

As armaduras denominadas armaduras de pele são repartidas e dispostas paralelamente à fibra média de vigas de grande altura. A seção de aço para esse tipo de armadura deve ser no mínimo igual a 3 cm<sup>2</sup> por metro de comprimento de viga, medida perpendicularmente à sua direção (ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION, 2000).

## 4.1.2.1.6 Emendas por traspasse

A junção de duas barras paralelas idênticas é assegurada por recobrimento se suas extremidades se cruzam com uma distância mínima igual ao seu comprimento de ancoragem acrescida da distância entre os eixos das referidas barras se essa distância for superior a cinco vezes o valor do seu diâmetro (ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION, 2000).

Quando na junção por recobrimento de duas barras paralelas houver armadura de costura, a resistência dessas armaduras deve ser no mínimo igual à resistência de cada uma das barras a serem ancoraradas. O diâmetro das armaduras de costura deve ser escolhido suficientemente pequeno para assegurar uma boa repartição dessas armaduras ao longo de toda a junção. Para

I ' C V' ' D A AL DECIMERCE 2010

vigas, pode ser dispensada a verificação das armaduras de costura nas condições em que o comprimento de ancoragem das barras for maior ou igual ao comprimento de ancoragem mínimo e em que a proporção das barras ancoradas não for superior a 25% (ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION, 2000).

#### 4.1.2.2 Armaduras Transversais

O cálculo das armaduras transversais de uma viga é conduzido a partir da tensão tangencial obtida através da fórmula 41 (ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION, 2000):

$$\tau_u = V_u / (b_0 * d)$$
 (fórmula 41)

Onde:

 $\tau_{\rm u}$  = tensão tangencial;

V<sub>u</sub> = esforço cortante de cálculo no estado limite último;

bo = largura da viga;

d = altura útil da seção, igual à distância entre o eixo das armaduras longitudinais e a parte superior da viga.

Nos casos em que as armaduras transversais formarem um ângulo de 90° em relação ao eixo da viga, a tensão tangencial calculada deve ser no máximo igual a  $0.64f_{cj}^{2/3}/\gamma_b$ , ou  $0.51f_{cj}^{2/3}/\gamma_b$  para situações de fissuração prejudicial ou muito prejudicial, onde  $f_{cj}$  é resistência característica à compressão do concreto a **j** dias e  $\gamma_b$  é o coeficiente de ponderação da resistência do concreto. Conforme a mesma Norma, nos casos em que as armaduras transversais forem inclinadas a 45° em relação ao eixo da viga, a tensão tangencial calculada deve ser no máximo igual a  $0.90f_{cj}^{2/3}/\gamma_b$  (ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION, 2000).

Para a verificação da resistência do concreto e das armaduras da alma em zonas próximas de apoios, o esforço cortante pode ser determinado desconsiderando as cargas situadas a uma

distância do apoio inferior à metade da altura da viga. Para cargas situadas a uma distância "a" do apoio, compreendida entre 0,5h e 1,5h, o esforço cortante pode ser determinado levando em consideração apenas uma fração igual a 2a/3h das cargas consideradas, sendo h, a altura da viga (ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION, 2000).

Conforme a BAEL 91 (ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION, 2000), para a determinação das armaduras da alma em relação ao estado limite último de resistência, deve-se levar em conta a seguinte relação:

$$A_t \, / \, (b_0 * s_t) \geq \gamma_s * (\tau_u - 0.14 * k * f_{cj}^{-1/2}) \, / \, [0.9 * f_e * (\cos \alpha + \sin \alpha)] \tag{f\'ormula 42}$$

Sendo:

$$k = 1 + 3 * \sigma_{cm} / f_{ci}$$
 (fórmula 43)

$$k = 1 - 0.75 * \sigma_{tm} / f_{tj} \tag{fórmula 44} \label{eq:formula 44}$$

Onde:

 $A_t$  = armadura transversal;

b<sub>o</sub> = largura da viga;

 $s_t$  = espaçamento entre as armaduras transversais;

 $\gamma_s$  = coeficiente de ponderação da resistência do aço;

 $\tau_{\rm u}$  = tensão tangencial;

f<sub>e</sub> = tensão de escoamento do aço;

 $f_{tj}$  = resistência característica à tração do concreto a j dias, limitada superiormente a 3,3 MPa;

 $\alpha$  = inclinação dos estribos em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural;

 k = coeficiente empírico definido pela fórmula 43, nos casos de flexão composta com compressão, e pela fórmula 44, nos casos de flexão composta com tração;  $\sigma_{cm}$  = tensão média de compressão da seção total da viga;

 $\sigma_{tm}$  = tensão média de tração da seção total da viga;

 $f_{cj}$  = resistência característica à compressão do concreto a j dias.

A BAEL 91 (ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION, 2000) determina que o diâmetro das armaduras da alma de uma viga deve ser no máximo igual a um trinta e cinco avos da sua altura, ao diâmetro das barras longitudinais e a um décimo da sua largura. Além disso, a Norma determina que a condição imposta pela fórmula 45 seja respeitada, assim como o espaçamento máximo entre as armaduras transversais, dado pelo menor dos seguintes valores:

a) 0,9 d;

b) 40 cm.

Sendo:

$$0.13 * f_{ti} = (A_t * f_e) / (b_o * s_t)$$
 (fórmula 45)

Onde:

d = altura útil da seção, igual à distância entre o eixo das armaduras longitudinais e a parte superior da viga;

 $f_{tj}$  = resistência característica à tração do concreto a j dias;

 $A_t$  = armadura transversal;

f<sub>e</sub> = tensão de escoamento do aço;

b<sub>o</sub> = largura da viga;

 $s_t$  = espaçamento entre as armaduras transversais.

## 4.1.2.3 Redistribuição de Momentos

Para a determinação do carregamento transmitido a diferentes elementos, utiliza-se o Método dos Valores Fixados, que leva em conta a redistribuição admissível dos esforços e é aplicável a elementos submetidos a carregamentos acidentais moderados. O Método se aplica a elementos fletidos, vigas ou lajes armadas em uma só direção, que tenham carregamento acidental máximo igual a duas vezes seu carregamento permanente, ou 5000 N/m². Além disso, para a aplicação do método, devem ser satisfeitas as seguintes condições (ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION, 2000):

- a) os momentos de inércia das seções transversais devem ser o mesmo nos diferentes vãos em continuidade;
- b) a relação dos vãos sucessivos deve ter valor entre 0,8 e 1,25;
- c) o tipo de fissuração não pode comprometer a integridade do concreto nem de seus revestimentos.

O Método consiste na determinação dos valores máximos dos momentos nos vãos e nos apoios a frações fixadas em relação ao momento fletor máximo do vão de comparação, sendo este, um vão de mesmo comprimento e submetido aos mesmos carregamentos que o vão em questão. Dessa forma, a redistribuição dos momentos deve ser feita respeitando as seguintes expressões (ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION, 2000):

$$M_t + (M_w + M_e) / 2 \ge (1 + 0.3 *\alpha) * M_o$$
 (fórmula 46)

$$(1 + 0.3 *\alpha) \ge 1.05$$
 (fórmula 47)

$$M_t \ge (1 + 0.3 *\alpha) * M_o / 2$$
 (fórmula 48)

$$M_t \ge (1.2 + 0.3 *\alpha) * M_o / 2$$
 (fórmula 49)

Onde:

M<sub>o</sub> = valor máximo do momento fletor no vão de comparação;

M<sub>w</sub> e M<sub>e</sub>= valores adotados para os momentos nos apoios;

M<sub>t</sub> = momento máximo adotado no vão considerado, respeitando a fórmula 48, no caso de vãos intermediários, ou a fórmula 49, no caso de vãos extremos;

 $\alpha$  = relação do carregamento acidental pela soma do carregamento total.

O valor absoluto dos momentos sobre apoios intermediários não deve ser inferior aos seguintes valores (ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION, 2000):

- a) 0,6 Mo, em casos de vigas de dois vãos;
- b) 0,5 Mo, em casos de apoios vizinhos a apoios extremos;
- c) 0,4 Mo, em casos de apoios intermediários de vigas com mais de três vãos.

No caso onde uma das três condições complementares para a aplicação do método não seja satisfeita, pode-se aplicar o método de cálculo aplicável a elementos submetidos a carregamento acidental relativamente elevado, Método de Caquot, sendo um método de continuidade teórica que apresenta correções levando em consideração a variação do momento de inércia das seções transversais e o amortecimento dos efeitos dos carregamentos acidentais nos vãos sucessivos (ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION, 2000).

#### 4.4 LAJES

A seguir serão estudados, comparativamente, os métodos, hipóteses e exigências de cálculo definidos por cada uma das Normas, para o dimensionamento e detalhamento de elementos estruturais de lajes.

## 4.4.1 Norma Brasileira

Para a consideração do estado limite último, a análise de esforços pode ser realizada através da teoria das charneiras plásticas. Para a garantia de condições apropriadas de dutilidade, dispensando a verificação explícita da capacidade de rotação plástica, deve-se ter a posição da linha neutra limitada segundo a fórmula 50. Na falta de melhores dados experimentais, deve ser adotada, para lajes retangulares, razão mínima de 1,5:1, entre momentos de borda e momentos de vão (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007):

$$x/d \le 0.30$$
 (fórmula 50)

Onde:

x = posição da linha neutra;

d = altura útil.

Na análise dos esforços resistentes das seções de lajes submetidas a esforços normais e momentos fletores, devem ser consideradas as mesmas hipóteses estabelecidas no item 4.1.1 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007).

Para o cálculo das reações de apoio das lajes maciças retangulares com carga uniforme, segundo a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007), as reações em cada apoio são as correspondentes às cargas atuantes nos triângulos ou trapézios determinados através das charneiras plásticas correspondentes à análise efetivada, sendo que essas reações podem ser consideradas uniformemente distribuídas sobre os elementos estruturais que lhe servem de apoio. Quando a análise plástica não for efetuada, as charneiras podem ser aproximadas por retas inclinadas, a partir dos vértices com os ângulos seguintes:

- a) 45° entre dois apoios do mesmo tipo;
- b) 60° a partir do apoio considerado engastado, se o outro for considerado simplesmente apoiado;
- c) 90° a partir do apoio, quando a borda vizinha for livre.

#### 4.4.1.1 Armaduras Máximas e Mínimas

Os princípios básicos para a determinação de armaduras máximas e mínimas são os dados no item 4.1.1.1, armaduras longitudinais de vigas. Como as lajes armadas em duas direções têm outros mecanismos resistentes possíveis, os valores mínimos das armaduras positivas são reduzidos em relação aos dados no quadro 2, taxas mínimas de armadura de flexão para vigas (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007).

Valores mínimos de armadura passiva são necessários para melhorar o desempenho e a dutilidade à flexão, assim como controlar a fissuração. Essa armadura, definida no quadro 7, deve ser constituída preferencialmente por barras com alta aderência ou por telas soldadas.

Armadura	Elementos estruturais sem armaduras ativas	Elementos estruturais com armadura ativa aderente	Elementos estruturais com armadura ativa não aderente
Armaduras negativas	$\rho_s \geq \rho_{min}$	$\rho_s \geq \rho_{min}$ - $\rho_p \geq 0.67 \rho_{min}$	$\begin{array}{c} \rho_s \geq \rho_{min} - 0.5 \rho_p \geq \\ 0.67 \rho_{min} \ \ (ver \ 19.3.3.2) \end{array}$
Armaduras positivas de lajes armadas nas duas direções	$\rho_s \geq 0.67 \rho_{min}$	$\begin{array}{c} \rho_s \geq 0.67 \rho_{min} \text{ - } 0.5 \rho_p \geq \\ 0.67 \rho_{min} \end{array}$	$\begin{array}{c} \rho_s \geq \rho_{min} \text{ - } 0.5 \rho_p \geq \\ 0.5 \rho_{min} \end{array}$
Armaduras positiva (principal) de lajes armadas em uma direção	$\rho_s \geq \rho_{min}$	$\rho_s \geq \rho_{min}$ - $\rho_p \geq 0.5 \rho_{min}$	$\begin{array}{c} \rho_s \geq \rho_{min} \text{ - } 0.5 \rho_p \geq \\ 0.5 \rho_{min} \end{array}$
Armaduras positiva (secundária) de lajes armadas em uma direção	$A_s/s \ge 20\%$ da armadura principal $A_s/s \ge 0.9 \text{ cm}^2/\text{m}$ $\rho_s \ge 0.5 \rho_{min}$		

#### Onde:

 $\rho_s$  = taxa de armadura da seção;

 $\rho_p$  = taxa de armadura passiva da seção;

 $\rho_{min}$  = taxa mínima de armadura de acordo com o quadro 2;

A<sub>s</sub>/s = área da seção transversal de armadura;

s = espaçamento entre armaduras.

Quadro 7: valores mínimos para armaduras passivas aderentes (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007)

Conforme a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007), qualquer barra da armadura de flexão deve ter diâmetro máximo igual a 1/8h, sendo h a espessura da laje. As barras da armadura principal de flexão devem apresentar espaçamento no máximo igual a 2h ou 20 cm, prevalecendo o menor desses dois valores na região dos maiores momentos fletores. A Norma diz ainda que a armadura secundária de flexão deve ser

igual ou superior a 20% da armadura principal, mantendo-se ainda, um espaçamento entre barras de, no máximo, 33 cm.

## 4.4.1.2 Lajes sem Armadura para Força Cortante

As lajes maciças ou nervuradas podem prescindir de armadura transversal para resistir aos esforços de tração oriundos da força cortante quando esta obedecer à seguinte expressão (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007):

$$V_{sd} \le V_{Rd1}$$
 (fórmula 51)

Onde:

$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd} * k * (1,2 + 40 * \rho_1) + 0,15 * \sigma_{cp}] * b_w *d$$
 (fórmula 52)

$$\tau_{Rd} \leq 0.25 * f_{ctd}$$
 (fórmula 53)

$$f_{ctd} \le f_{ctk,inf} / \gamma_c$$
 (fórmula 54)

$$\rho_1 = A_{S1} / (b_w * d) \le |0,02|$$
 (fórmula 55)

$$\sigma_{cp} \le N_{Sd} / A_c$$
 (fórmula 56)

Luiza Souza Vieira. Porto Alegre: DECIV/EE/UFRGS, 2010

k = |1|, para elementos onde 50% da armadura inferior não chega até o (fórmula 57) apoio

$$k = |1,6 - d| \ge |1|$$
, para os demais casos (fórmula 58)

Onde:

 $V_{sd}$  = força cortante de cálculo;

 $V_{Rd1}$  = força cortante resistente de projeto;

 $\tau_{Rd}$  = tensão resistente de cálculo do concreto ao cisalhamento;

 $\sigma_{cp}$  = tensão à compressão no concreto;

b<sub>w</sub> = largura mínima da seção ao longo da altura útil;

d = altura útil, em m para a fórmula 58;

f<sub>ctd</sub> = resistência de cálculo à tração do concreto, em MPa;

f<sub>ctk,inf</sub> = resistência característica inferior à tração do concreto, em MPa;

 $\gamma_c$  = coeficiente de ponderação da resistência do concreto;

A<sub>S1</sub> = área da armadura de tração que se estende, além da seção considerada, até não menos que o comprimento de ancoragem necessário acrescido da altura útil da laje;

N<sub>Sd</sub> = força longitudinal na seção devido à protensão ou carregamento;

A<sub>c</sub> = área da seção de concreto.

## 4.4.1.3 Lajes com Armadura para Força Cortante

Conforme a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007), aplicam-se os mesmos critérios definidos em 4.1.1.2, armaduras transversais em vigas, para a determinação das armaduras para a força cortante em lajes. A resistência dos estribos pode ser considerada com os seguintes valores máximos, sendo permitida interpolação linear:

a) 250 MPa, para lajes com espessura até 15 cm;

b) 435 MPa (f<sub>ywd</sub>), para lajes com espessura maior que 35 cm.

## 4.4.2 Norma Francesa

As lajes apoiadas em quatro bordos em que a relação dos vãos é inferior a 0,4, ou superior a 2,5, e que são submetidas apenas a cargas distribuídas, podem ser calculadas à flexão como vigas no sentido de menor vão. Deve-se ter o cuidado para que os momentos de engastamento nos bordos pequenos atinjam valores de mesma ordem que os momentos de engastamento nos bordos grandes (ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION, 2000).

As lajes retangulares engastadas, totalmente ou parcialmente, podem ser calculadas à flexão com base nos esforços que se desenvolveriam se elas fossem articuladas em seu contorno. Os momentos de flexão máximos, calculados na hipótese de articulação, podem ser reduzidos de 15% a 25% segundo as condições de engastamento. Os momentos de engastamento nos grandes bordos são, no mínimo, 40% dos momentos fletores máximos determinados na hipótese de articulação. Deve-se ter o cuidado para que os momentos de engastamento nos bordos pequenos atinjam valores de mesma ordem que os momentos de engastamento nos bordos grandes. Deve-se, ainda, para o vão principal, respeitar a inegualdade seguinte (ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION, 2000):

$$M_t + (M_w + M_e) / 2 \ge 1,25 * M_o$$
 (fórmula 59)

Onde:

M<sub>t</sub> = momento máximo considerado no vão;

M<sub>w</sub> e M<sub>e</sub>= valores considerados para os momentos nos apoios;

M<sub>o</sub> = momento máximo calculado na hipótese de articulação.

Segundo a BAEL 91 (ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION, 2000), os momentos fletores máximos que se desenvolvem em lajes articuladas em seus contornos são

determinados pela fórmula 60, para os maiores vãos, e pela fórmula 61, para os menores vãos. Os valores dos coeficientes,  $\mu_x$  e  $\mu_y$ , são definidos no quadro 8.

$l_x/l_y$	$\mu_{x}$	$\mu_{y}$
0,4	0,11	
0,45	0,102	
0,5	0,095	
0,55	0,088	
0,6	0,081	0,305
0,65	0,0745	0,369
0,7	0,068	0,436
0,75	0,062	0,509
0,8	0,056	0,595
0,85	0,051	0,685
0,9	0,046	0,778
0,95	0,041	0,887
1	0,037	1

Quadro 8: valores de  $\mu_x$  e  $\mu_y$  (ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION, 2000)

## Onde:

 $l_x$  = comprimento do menor vão;

 $l_y$  = comprimento do maior vão;

 $\mu_x$  = coeficiente empregado na determinação do momento  $M_x$ ;

 $\mu_y$  = coeficiente empregado na determinação do momento  $M_y$ .

$$M_x = \mu_x * p * l_x^2$$
 (fórmula 60)

$$M_v = \mu_v * M_x$$
 (fórmula 61)

Onde:

M<sub>x</sub> = momento, máximo no centro do menor vão;

M<sub>v</sub> = momento máximo no centro do maior vão;

 $\mu_x$  = coeficiente empregado na determinação do momento  $M_x$ ;

 $\mu_{\rm v}$  = coeficiente empregado na determinação do momento  $M_{\rm v}$ ;

 $l_x$  = comprimento do menor vão;

p = carga uniformemente distribuída.

#### 4.4.2.1 Armaduras Máximas e Mínimas

As condições de não fragilidade e de seções mínimas são determinadas a partir da porcentagem de referência estabelecida conforme as condições seguintes (ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION, 2000).

- a) 0,0012, para barras lisas de classe Fe E 215 ou Fe E 235;
- b) 0,0008 para barras lisas de alta aderência de classe Fe E 400 ou para telas soldadas de barras lisas com diâmetro superior a 6 mm;
- c) 0,0006 para barras lisas de alta aderência de classe Fe E 500 ou para telas soldadas de barras lisas com diâmetro inferior ou igual a 6 mm.

Conforme a BAEL 91 (ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION, 2000), as porcentagens mínimas das armaduras, no sentido x e no sentido y, devem satisfazer as seguintes inegualdades:

$$\rho_x \ge \rho_o * (3 - l_x / l_y) / 2$$
 (fórmula 62)

$$\rho_{v} \ge \rho_{o}$$
 (fórmula 63)

Onde:

 $\rho_x$  = taxa de armadura mínima no sentido x;

 $\rho_y$  = taxa de armadura mínima no sentido y;

 $\rho_o$  = taxa de armadura de referência para o cálculo das armaduras mínimas;

 $l_x$  = comprimento do menor vão;

 $l_v$  = comprimento do maior vão.

As armaduras dispostas em duas direções perpendiculares devem ser tais que a relação da seção de armadura da direção menos solicitada pela seção de armadura da direção mais solicitada seja no mínimo igual a 1/3, quando as cargas aplicadas compreendem esforços concentrados, ou a 1/4, nos casos contrários. O espaçamento das armaduras de uma mesma camada não deve ultrapassar os valores definidos no quadro 9 (ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION, 2000):

Direções	cargas distribuídas	cargas distribuídas e cargas concentradas
direção mais solicitada	3h e 33 cm	2h e 25 cm
direção menos solicitada	4h e 45 cm	3h e 33 cm
Onde: h = altura da laje		

Quadro 9: espaçamento máximo das armaduras das lajes (ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION, 2000)

As armaduras de flexão da região central de uma laje são prolongadas até os apoios de acordo com as seguinte condições (ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION, 2000):

- a) na sua totalidade, quando a laje for submetida a cargas concentradas móveis;
- b) a razão de um sobre dois, no caso contrário.

Nas partes do contorno do apoio onde podem se desenvolver momentos parciais de engastamento, deve-se prever armaduras superiores capazes de equilibrar um momento de sinal contrário ao momento de flexão máximo da região central de um valor mínimo igual a 15% deste (ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION, 2000).

## 4.4.2.2 Lajes sem Armadura para Força Cortante

Conforme a BAEL 91 (ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION, 2000), não é necessária a utilização de armaduras transversais quando a tensão tangencial for inferior a  $0.44f_{cj}^{1/2}/\gamma_b$ , sendo  $f_{cj}$  a resistência característica à compressão do concreto a  $\bf j$  dias e  $\gamma_b$  o coeficiente de ponderação da resistência do concreto.

## 4.4.1.3 Lajes com Armadura para Força Cortante

Na existência de armaduras para o esforço cortante, os valores limites para a tensão tangencial são os mesmos definidos para vigas com armaduras a 90°, item 4.1.2.2, multiplicados pelos seguintes valores, onde h é a espessura total da laje, em metros (ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION, 2000):

- a) 10h/3, se 0.15m < h < 0.30m;
- b) 1 se  $h \ge 0.30$ m.

As armaduras para esforço cortante para lajes são dimensionadas da mesma forma que para vigas, de acordo com o item 4.1.2.2 (ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION, 2000).

\_\_\_\_\_

# **5 RESULTADOS ALCANÇADOS E CONSIDERAÇÕES**

De acordo com os modelos estruturais, definidos no item 2.5, e a aplicação do estudo desenvolvido até então, foram alcançados resultados e desenvolvidas considerações referentes à análise comparativa das Normas Brasileira e Francesa para o cálculo e detalhamento de lajes e vigas em concreto armado. Esses resultados e considerações serão descritos a seguir.

## 5.1 VIGAS

De acordo com os modelos de estudo representados nas figuras 1 e 2, foram alcançados os seguintes resultados e desenvolvidas as seguintes considerações quanto à análise comparativa entre as Normas Brasileira e Francesa para o cálculo e detalhamento de vigas.

## 5.1.1 Viga 1

Para a viga 1, os resultados obtidos são apresentados no quadro 10.

#### 5.1.1.1 Armaduras de flexão, mínimas, máximas e calculadas

Os resultados mostram que a Norma Brasileira exige um pouco mais quanto à taxa de armadura mínima, além de fixar também uma quantidade de armadura longitudinal máxima. Em relação à quantidade de armadura de tração calculada, percebe-se que os resultados se mostram aproximados. A diferença existente á dada pela utilização de um coeficiente de ponderação maior para a resistência do concreto, pela Norma Francesa, e pela mesma considerar a altura do diagrama retangular simplificado dependente da resistência do concreto, que nesse caso, resulta em um valor ligeiramente menor . Vê-se que essa diferença não ocasiona diferentes armaduras adotadas.

			VIGA 1						
				NORMA BRASILEIRA				NORMA FRANCESA	
	а		armaduras inclinadas a 90° armaduras inclinadas a		clinadas a 45°	armaduras	armaduras		
			modelo I	modelo II	modelo I	modelo II	inclinadas a 90°	inclinadas a 45°	
armaduras		armadura calculada	7,75 cm <sup>2</sup>		7,7 cm <sup>2</sup>				
	armaduras de flexão	armadura mínima	$1.2 \text{ cm}^2$			$0,67 \text{ cm}^2$			
		armadura adotada	8,48 cm <sup>2</sup> (3 Ø 16 + 2 Ø 12,5)			$8,48 \text{ cm}^2 (3 \varnothing 16 + 2 \varnothing 12,5)$			
		comprimento mínimo de decalagem do diagrama de momentos fletores	18 cm 7,2 cm		-				
		comprimentode decalagem do diagrama de momentos fletores	26 cm	31 cm	16 cm	13 cm	28,8	3 ст	
longitudinais		comprimento de ancoragem necessário (Ø = 16 cm)	50 cm		82 cm				
		comprimento de ancoragem necessário $(\emptyset = 12,5 \text{ cm})$	38 cm		64 cm				
	armaduras de ancoragem nos apoios	armadura calculada	2,62 cm <sup>2</sup>	$3,13 \text{ cm}^2$	1,62 cm <sup>2</sup>	1,31 cm <sup>2</sup>	3,6	cm <sup>2</sup>	
		armadura mínima	2,83 cm <sup>2</sup>		-				
		comprimento de ancoragem nos apoios	16 cm	18 cm	16 cm	16 cm	11,83 cm	- 32,4 cm	
	força cortante solicitante ( $V_{Sd}$ ) / tensão tangencial calculada ( $\tau_u$ )		158 kN (sem redução)			1,6 MPa (co	om redução)		
	força cortante resistente de cálculo ( $V_{Rd2}$ ) / tensão tangencial mínima ( $\tau_{u,máx}$ )		255,4 kN	220,92 kN	255,4 kN	348,62 kN	3,14 MPa	4,42 MPa	
	$(V_{Rd2}/V_{Sd})$ / $(\tau_{u,máx}/\tau_{u})$		1,62	1,4	1,62	2,21	1,96	2,76	
armaduras	armadura calculada (sem redução dos esforços)		7,8 cm <sup>2</sup> /m	5,8 cm <sup>2</sup> /m	5,6 cm <sup>2</sup> /m	$4,7 \text{ cm}^2/\text{m}$	8,04 cm <sup>2</sup> /m	$5,7 \text{ cm}^2/\text{m}$	
tranversais	armadura calculada (com redução dos esforços)		6,7 cm <sup>2</sup> /m	5,0 cm <sup>2</sup> /m	4,8 cm <sup>2</sup> /m	4,0 cm <sup>2</sup> /m	4,98 cm <sup>2</sup> /m	3,53 cm <sup>2</sup> /m	
	armadura mínima		1,76 cm <sup>2</sup> /m		1,26 cm <sup>2</sup> /m		0,94 cm <sup>2</sup> /m		
	espaçamento máximo		21,6 cm	10,8 cm	21,6 cm	21,6 cm	32	cm	
		armadura adotada (com redução)		5,20 cm <sup>2</sup> /m (Ø 6,3 c/10)	$5,03 \text{ cm}^2/\text{m}$ (Ø 8 c/20)	$4,16 \text{ cm}^2/\text{m}$ (Ø 6,3 c/15)	5,03 cm <sup>2</sup> /m (Ø 8 c/20)	3,67 cm <sup>2</sup> /m (Ø 6,3 c/17)	

#### 5.1.1.2 Distribuição Transversal

As Normas se mostram semelhantes quanto ao espaçamento entre as barras das armaduras longitudinais e ao cobrimento exigido em relação ao nível de agressividade do ambiente. Porém, a Norma Brasileira exige um cobrimento maior, em relação à Norma Francesa, para um ambiente sem agressividade e sem condensações, o que permitiria a utilização de até quatro barras na primeira linha inferior das armaduras, pelo detalhamento pela Norma Francesa, se esse fosse o caso considerado.

#### 5.1.1.3 Ancoragem das armaduras de tração por aderência

O comprimento de decalagem do diagrama de momentos fletores definido pela Norma Francesa depende apenas da altura da viga, enquanto o definido pela Norma Brasileira depende de fatores como a inclinação das armaduras transversais, o esforço cortante solicitante e a parcela de força cortante resistida por mecanismos complementares ao modelo em treliça. Dessa forma, a Norma Francesa determina apenas um comprimento de decalagem do diagrama de momentos fletores para os dois casos de inclinação das armaduras. Porém, o comprimento definido por esta equivale, aproximadamente, aos maiores comprimentos de decalagem dos casos definidos pela Norma Brasileira, casos em que as armaduras são inclinadas a 90°. Quanto aos comprimentos de ancoragem, percebe-se que a Norma Francesa os exige consideravelmente maiores, o que ocasiona que as barras detalhadas por esta Norma sejam mais longas.

#### 5.1.1.4 Ancoragem das armaduras de tração nas seções de apoio

A Armadura de ancoragem exigida pela Norma Francesa é calculada de forma mais direta, levando apenas em consideração o esforço cortante e a resistência ao escoamento do aço, enquanto que, pela Norma Brasileira, leva-se em consideração também o deslocamento do diagrama de momentos fletores e a altura útil da viga. Os resultados obtidos mostram que a armadura de ancoragem necessária calculada pela Norma Francesa é maior que as calculadas pela Norma Brasileira. A Norma Francesa não determina armadura mínima nos apoios.

74

Quanto aos comprimentos de ancoragem nos apoios, a Norma Brasileira exige um valor

mínimo maior, em relação ao exigido pela Norma Francesa. Salienta-se, ainda, que a Norma

Francesa não leva em consideração a relação área de aço calculada por área de aço efetiva, se

houvesse essa consideração por parte desta, essa diferença seria maior.

5.1.1.5 Armaduras Transversais

Pela Norma Francesa nada é comentado quanto a diâmetros máximos e mínimos para as

armaduras transversais. Quanto ao cálculo das armaduras transversais mínimas, os valores

obtidos através do cálculo pela Norma Francesa são menores que os obtidos através do

cálculo pela Norma Brasileira. A Norma Francesa não faz diferenciação quanto ao ângulo de

inclinação das armaduras para o cálculo da armadura transversal mínima.

A Norma Brasileira indica dois modelos de cálculo para as armaduras transversais, enquanto a

Norma Francesa indica apenas um, que apresenta resultados mais próximos ao modelo de

cálculo I da Norma Brasileira (modelo que admite diagonais de compressão inclinadas a 45°

em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural). Os resultados obtidos através do

cálculo pela Norma Francesa são ligeiramente mais elevados, porém, quando considerada a

redução dos esforços nas proximidades dos apoios, para a determinação dessas armaduras, vê-

se que as reduções admitidas pela Norma Francesa são bruscamente maiores. Os valores de

espaçamento máximo entre as barras transversais, calculados segundo a Norma Brasileira, são

significativamente menores em relação ao calculado pela Norma Francesa.

Quanto à verificação das bielas comprimidas, a Norma Brasileira não fixa valores máximos

para a tensão tangencial, porém, fixa valores máximos para a força cortante resistente de

cálculo. Comparando-se as relações força cortante resistente por força cortante solicitante e

tensão tangencial máxima por tensão tangencial calculada, vê-se que a Norma Francesa

admite um coeficiente de segurança maior em relação à Norma Brasileira.

\_\_\_\_\_

#### 5.1.1.6 Representações gráficas

As figuras seguintes mostram as representações gráficas dos resultados referentes à viga 1, segundo o dimensionamento pela Norma Brasileira, para os modelos de cálculo considerados.

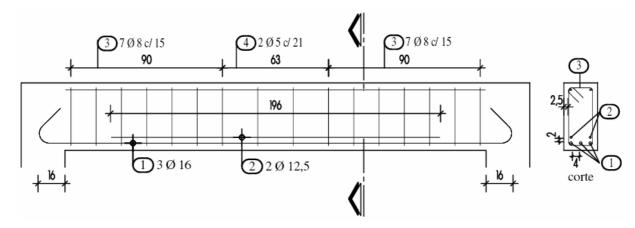


Figura 16: representação da viga 1, modelo I e  $\alpha$  = 90, dimensionada pela Norma Brasileira, em cm

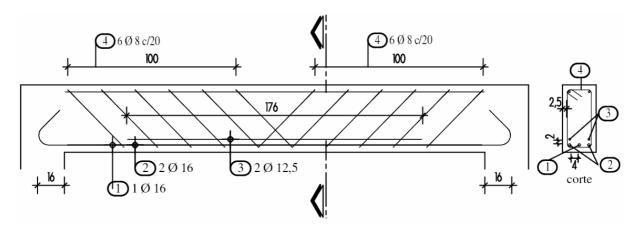


Figura 17: representação da viga 1, modelo I e  $\alpha$  = 45, dimensionada pela Norma Brasileira, em cm

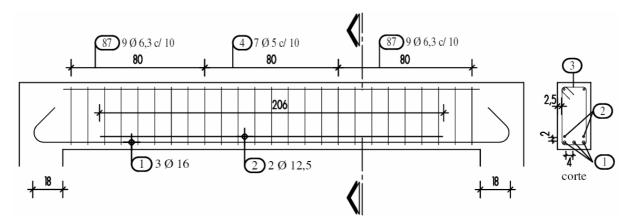


Figura 18: representação da viga 1, modelo II e  $\alpha$  = 90, dimensionada pela Norma Brasileira, em cm

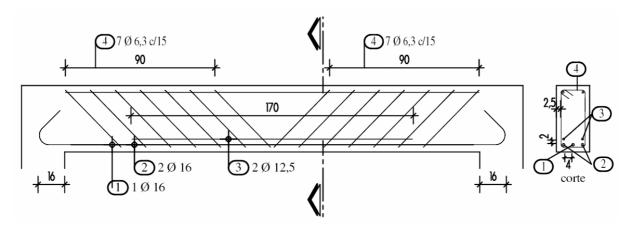


Figura 19: representação da viga 1, modelo II e  $\alpha$  = 45, dimensionada pela Norma Brasileira, em cm

As figuras seguintes mostram as representações gráficas dos resultados referentes à viga 1, segundo o dimensionamento pela Norma Francesa, para os modelos de cálculo considerados.

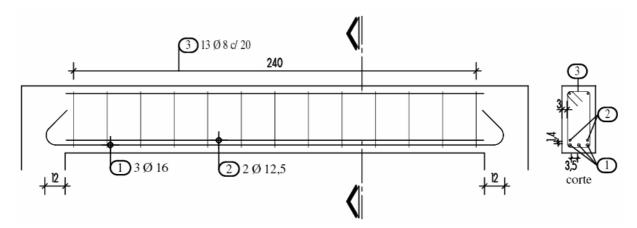


Figura 20: representação da viga 1, α = 90, dimensionada pela Norma Francesa, em cm

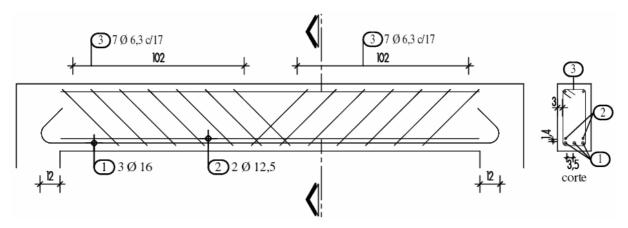


Figura 21: representação da viga 1, α = 45, dimensionada pela Norma Francesa, em cm

## 5.1.2 Viga 2

Para a viga 2, os resultados obtidos são apresentados nos quadros 11 e 12.

A Norma Francesa, pelo método considerado, permite até 40% de redução do momento nas seções do apoio, enquanto a Norma Brasileira permite redução máxima igual a 25%. Por essa razão, a viga quando calculada pela Norma Francesa apresenta maior armadura de flexão de cálculo nos vãos, em função do maior momento considerado nessa região. O contrário ocorre na viga quando calculada pela Norma Brasileira, onde o maior momento é considerado no apoio central e, portanto, maior armadura de flexão nessa zona.

		VIGA 2 - AR	MADURAS LO	NGITUDIN	AIS			
			NORMA BRASILEIRA				NORMA FRANCESA	
			armaduras inclinadas a 90°		armaduras inclinadas a 45°		armaduras	armaduras
			modelo I	modelo II	modelo I	modelo II	inclinadas a 90°	inclinadas a 45°
		momento teórico	50,6 kN.m					
		momento redistribuído	59 kN.m			65 kN.m		
	Vãos	armadura calculada	4,21 cm <sup>2</sup>			4,61 cm <sup>2</sup>		
	vaos	armadura mínima	1,2 cm <sup>2</sup>			0,67 cm <sup>2</sup>		
		armadura adotada	4,91 cm <sup>2</sup> (4 Ø 12,5)			4,91 cm <sup>2</sup> (4 Ø 12,5)		
Armaduras		comprimento de ancoragem necessário		38 cm (Ø =	= 12,5 cm)		64 cm (Ø = 12,5 cm)	
de flexão	apoio intermediário	momento teórico	90 kN.m					
		momento redistribuído	67,5 kN.m			54 kN.m		
		armadura calculada	$4.8 \text{ cm}^2 + 0.87 \text{ cm}^2 \text{ (comprimida)}$			3,73 cm <sup>2</sup>		
		armadura mínima	1,2 cm <sup>2</sup>			0,67 cm <sup>2</sup>		
		armadura adotada	$4,91 \text{ cm}^2 (4 \text{ Ø } 12,5) + 1,01 \text{ cm}^2 (2 \text{ Ø } 8)$			4,02 cm <sup>2</sup> (2 Ø 16)		
		comprimento de ancoragem necessário	$38 \text{ cm } (\emptyset = 12,5 \text{ cm}) / 25 \text{ cm } (\emptyset = 8 \text{ cm})$			82 cm (Ø	= 16 cm)	
		comprimento mínimo de decalagem do diagrama de momentos fletores	18 c	m	7,2 cm		-	
	apoios extremos	comprimentode decalagem do diagrama de momentos fletores	52 cm	31 cm	67 cm	13 cm	28,8	cm
		armadura calculada	2,43 cm <sup>2</sup>	1,45 cm <sup>2</sup>	$3,12 \text{ cm}^2$	$0,61 \text{ cm}^2$	1,74	cm <sup>2</sup>
,		armadura mínima	1,64 cm <sup>2</sup>				-	
armaduras de		comprimento de ancoragem nos apoios	27 cm	18,5 cm	17,5 cm	18,5 cm	5,65 cm	- 32,4 cm
ancoragem nos apoios	apoio intermediário	comprimento mínimo de decalagem do diagrama de momentos fletores	18 cm 7,2 cm		-			
1100 apoios		comprimentode decalagem do diagrama de momentos fletores	23 cm	31 cm	10 cm	13 cm	28,8	cm
		armadura calculada	-			$0.93 \text{ cm}^2$		
		armadura mínima	1,23 cm <sup>2</sup>				-	
		comprimento de ancoragem nos apoios	-			15,49 cm - 32,4 cm		

78

	VIGA 2 - A	RMADURAS	TRANSVERS	SAIS			
	NORMA BRASILEIRA				NORMA FRANCESA		
	armaduras inclinadas a 90° armaduras incl		clinadas a 45°	armaduras	armaduras		
		modelo I	modelo II	modelo I	modelo II	inclinadas a 90°	inclinadas a 45°
	força cortante solicitante ( $V_{Sd}$ ) / tensão tangencial calculada ( $\tau_u$ )	73 kN (sem redução)			0,86 MPa (com redução)		
	força cortante resistente de cálculo ( $V_{Rd2}$ ) / tensão tangencial mínima ( $\tau_{u,m\acute{a}x}$ )	255,4 kN	220,92 kN	255,4 kN	348,62 kN	3,14 MPa	4,42 MPa
	$(V_{Rd2}/V_{Sd})  /  (\tau_{u,m\acute{a}x}/\tau_u)$	3,5	3,03	3,5	4,78	3,65	5,14
apoios extremos	armadura calculada (sem redução dos esforços)	1,81 cm <sup>2</sup> /m	1,33 cm <sup>2</sup> /m	1,28 cm <sup>2</sup> /m	1,08 cm <sup>2</sup> /m	2,17 cm <sup>2</sup> /m	1,54 cm <sup>2</sup> /m
extremos	armadura calculada (com redução dos esforços)	0,86 cm <sup>2</sup> /m	0,8 cm <sup>2</sup> /m	$0,63 \text{ cm}^2/\text{m}$	0,61 cm <sup>2</sup> /m	1,19 cm <sup>2</sup> /m	0,84 cm <sup>2</sup> /m
	armadura mínima	1,76 cm <sup>2</sup> /m		1,26 cm <sup>2</sup> /m		0,94 cm <sup>2</sup> /m	
	espaçamento máximo	21,6 cm	21,6 cm	21,6 cm	21,6 cm	32 cm	
	armadura adotada (com redução)	$1,87 \text{ cm}^2/\text{m}$ (Ø 5 c/21)	1,22 cm <sup>2</sup> /m (Ø 5 c/32)	1,22 cm <sup>2</sup> /m (Ø 5 c/32)			
	força cortante solicitante ( $V_{Sd}$ ) / tensão tangencial calculada ( $\tau_u$ )	214 kN (sem redução)			2,4 MPa (com redução)		
	força cortante resistente de cálculo ( $V_{Rd2}$ ) / tensão tangencial mínima ( $\tau_{u,m\acute{a}x}$ )	255,4 kN	220,92 kN	255,4 kN	348,62 kN	3,14 MPa	4,42 MPa
	$(V_{Rd2}/V_{Sd}) \: / \: (\tau_{u,m\acute{a}x}/\tau_u)$	1,19	1,03	1,19	1,63	1,3	1,84
apoio intermediário	armadura calculada (sem redução dos esforços)	11,82 cm <sup>2</sup> /m	8,7 cm <sup>2</sup> /m	8,38 cm <sup>2</sup> /m	7,02 cm <sup>2</sup> /m	11,62 cm <sup>2</sup> /m	8,24 cm <sup>2</sup> /m
intermediario –	armadura calculada (com redução dos esforços)	11,39 cm <sup>2</sup> /m	8,46 cm <sup>2</sup> /m	8,08 cm <sup>2</sup> /m	6,8 cm <sup>2</sup> /m	9,07 cm <sup>2</sup> /m	6,43 cm <sup>2</sup> /m
	armadura mínima	1,76 cm <sup>2</sup> /m		1,26 cm <sup>2</sup> /m		0,94 cm <sup>2</sup> /m	
	espaçamento máximo	10,8 cm 10,8 cm		10,8 cm 21,6 cm		32 cm	
	armadura adotada (com redução)	12,57 cm <sup>2</sup> /m (Ø 8 c/8)	9,14 cm <sup>2</sup> /m (Ø 8 c/10)	8,38 cm <sup>2</sup> /m (Ø 8 c/10)	7,18 cm <sup>2</sup> /m (Ø 8 c/14)	9,14 cm <sup>2</sup> /m (Ø 8 c/11)	6,7 cm <sup>2</sup> /m (Ø 8 c/15)

80

As diferenças existentes entre vãos e apoio central não ocorrem de forma proporcional, dessa

forma, apesar das diferentes redistribuições de momentos, a armadura de flexão adotada para

os vãos são iguais para os dois cálculos. Porém, na região do apoio central as armaduras

adotadas não são correspondentes; a viga quando calculada pela Norma Brasileira apresenta

maior armadura de flexão, inclusive com armadura de compressão. A armadura de

compressão, resultante através do cálculo pela Norma Brasileira, é decorrente da limitação da

posição da linha neutra, pela mesma, em relação ao coeficiente de redução dos momentos nos

apoios.

Ainda em decorrência das diferentes redistribuições de momentos, salienta-se a pequena

diferença nos esforços cortantes resultantes. A viga calculada pela Norma francesa apresenta

menor esforço cortante no apoio central e maior esforço cortante nos apoios extremos, quando

comparada com a viga calculada pela Norma Brasileira, visto que a primeira admite maior

concentração de momento nos vãos. Os valores calculados para as armaduras transversais das

proximidades dos apoios extremos são maiores para a viga quando calculada pela Norma

Francesa, porém, em razão das armaduras mínimas calculadas, a viga quando calculada pela

Norma Brasileira apresenta-se mais armada nessa região. Para o apoio intermediário, o

esforço cortante é maior através do cálculo pela Norma Brasileira, porém os resultados para as

armaduras são equivalentes para as duas Normas.

Quanto às ancoragens necessárias nos apoios, para os extremos, apesar de o esforço cortante

ser maior no cálculo da viga pela Norma Francesa, a calculada pela Norma Brasileira

apresenta maior armadura de ancoragem, visto que esta leva em consideração para o cálculo,

também, o comprimento de decalagem do diagrama de momentos fletores e a altura útil da

viga. Para a ancoragem no apoio intermediário são exigidos valores mínimos para os dois

casos.

As figuras seguintes mostram as representações gráficas dos resultados referentes à viga 2,

segundo o dimensionamento pela Norma Brasileira, para os modelos de cálculo considerados.

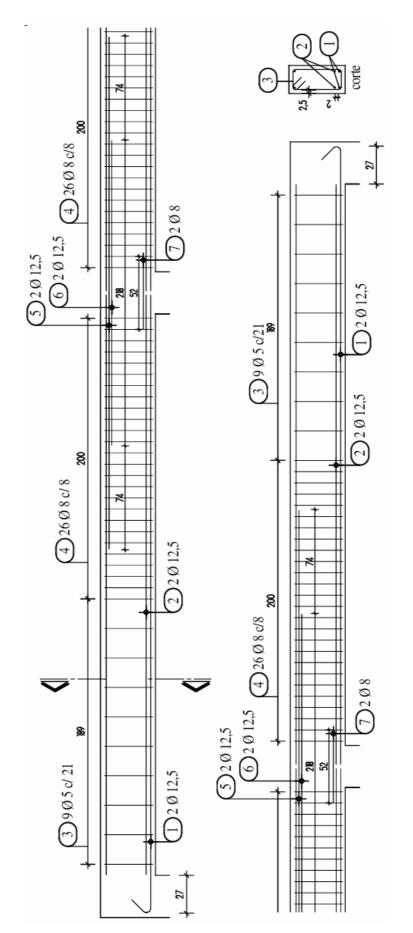
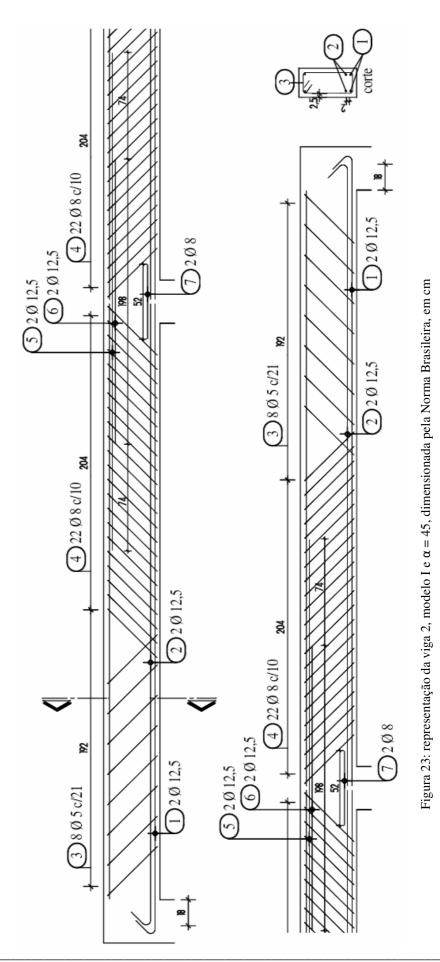
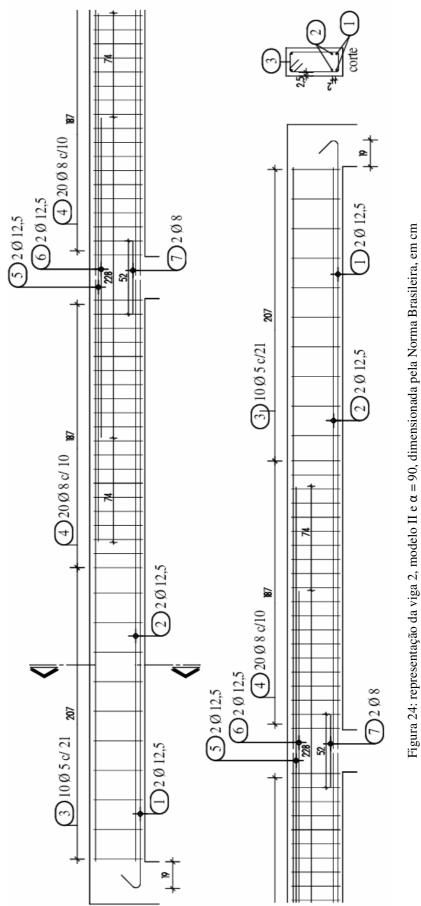


Figura 22: representação da viga 2, modelo I e α = 90, dimensionada pela Norma Brasileira, em cm



Luiza Souza Vieira. Porto Alegre: DECIV/EE/UFRGS, 2010



5

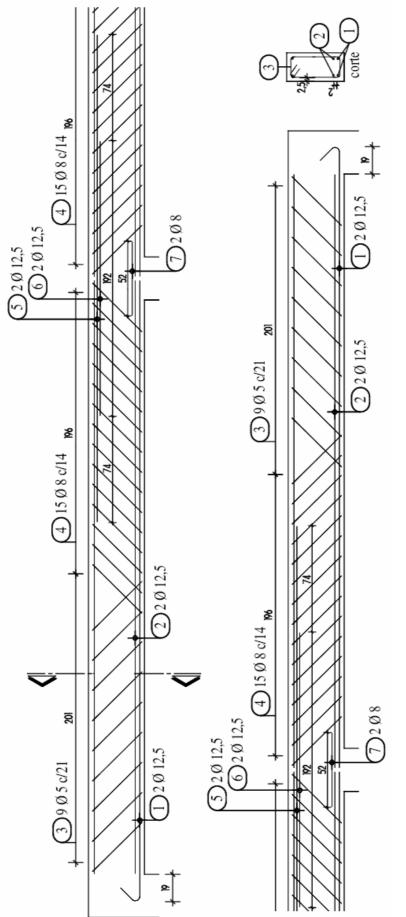


Figura 25: representação da viga 2, modelo II e  $\alpha = 45$ , dimensionada pela Norma Brasileira, em cm

As figuras seguintes mostram as representações gráficas dos resultados referentes à viga 2, segundo o dimensionamento pela Norma Francesa, para os modelos de cálculo considerados.

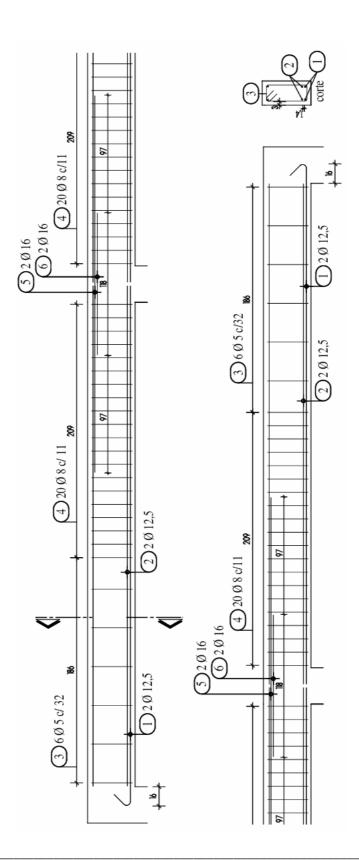


Figura 26: representação da viga 2,  $\alpha = 90$ , dimensionada pela Norma Francesa, em cm

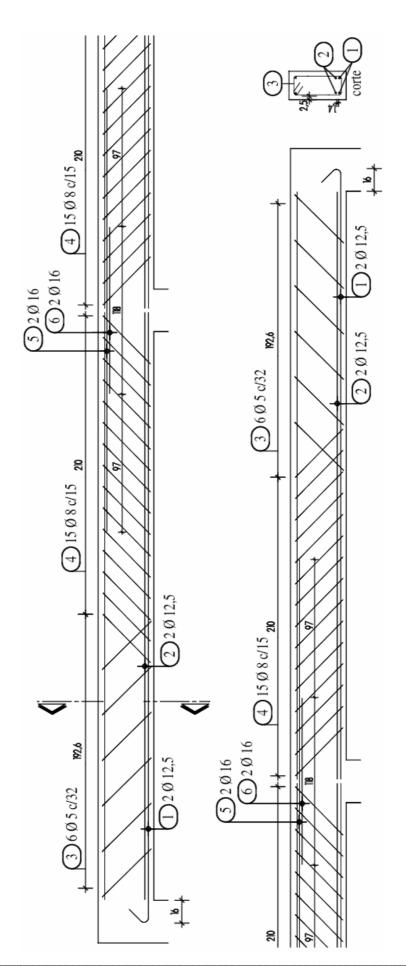


Figura 27: representação da viga 2,  $\alpha = 45$ , dimensionada pela Norma Francesa, em cm

#### 5.2 LAJES

De acordo com os modelos de estudo representados nas figuras 3 e 4, foram alcançados os seguintes resultados e desenvolvidas as seguintes considerações quanto à análise comparativa entre as Normas Brasileira e Francesa para o cálculo e detalhamento de lajes.

## **5.2.1** Laje 1

Para a laje 1, os resultados obtidos são apresentados no quadro 13.

O método de cálculo utilizado pela Norma Brasileira considera análise plástica, porém, o utilizado pela Norma Francesa se aproxima mais ao método de análise linear. Para o menor vão, os valores dos momentos obtidos através do cálculo pela Norma Brasileira são maiores, porém, essa diferença não ocasiona diferentes armaduras adotadas. Para o maior vão, a Norma Brasileira apresenta momento maior, em relação ao apresentado pela Norma Francesa, e consequentes maiores seções de armadura calculada e adotada.

As Normas apresentam diferenças significativas quanto à quantidade mínima de armadura e a espaçamento máximo; a Norma Brasileira apresenta maiores valores para armaduras mínimas e menores valores para espaçamentos máximos. Além disso, a Norma Francesa prevê uma armadura superior mínima nos apoios, pela possibilidade da ocorrência de momentos parciais, que não é prevista pela Norma Brasileira.

	LAJE 1							
			NORMA BRASILEIRA	NORMA FRANCESA				
	Vão	momento máximo no vão	4,67 kN.m	4,46 kN.m				
		armadura calculada	2,36 cm <sup>2</sup> /m	2,25 cm <sup>2</sup> /m				
		armadura mínima	0,8 cm <sup>2</sup> /m	0,54 cm <sup>2</sup> /m				
vão 3m		espaçamento máximo 16 cm		24 cm				
		armadura adotada	2,4 cm <sup>2</sup> /m (Ø 6,3 c/ 13 cm)	2,4 cm <sup>2</sup> /m (Ø 6,3 c/ 13 cm)				
	Apoios	armadura superior mínima	-	0,31 cm <sup>2</sup> /m				
		armadura adotada	-	0,66 cm <sup>2</sup> /m (Ø 5 c/ 30 cm)				
	Vão	momento máximo no vão	2,85 kN.m	2,27 kN.m				
		armadura calculada	1,39 cm <sup>2</sup> /m	1,09 cm <sup>2</sup> /m				
		armadura mínima	$0.8 \text{ cm}^2/\text{m}$	$0,48 \text{ cm}^2/\text{m}$				
vão 4m		espacamento máximo		16 cm	32 cm			
		armadura adotada	1,4 cm <sup>2</sup> /m (Ø 5 c/ 14 cm)	1,09 cm <sup>2</sup> /m (Ø 5 c/ 18 cm)				
	Apoios	armadura superior mínima	-	0,16 cm <sup>2</sup> /m				
		armadura adotada	-	0,66 cm <sup>2</sup> /m (Ø 5 c/ 30 cm)				

Quadro 13: resultados laje 1

As figuras seguintes mostram as representações gráficas dos resultados referentes à laje 1, segundo o dimensionamento pela Norma Brasileira, figura 28, e pela Norma francesa, figura 29.

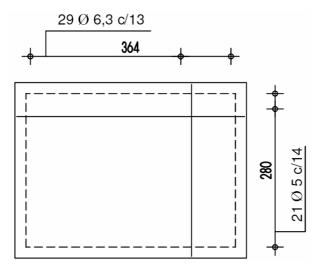


Figura 28: representação da laje 1 calculada pela Norma Brasileira

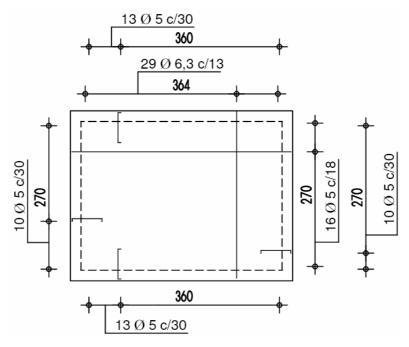


Figura 29: representação da laje 1 calculada pela Norma Francesa

### 5.2.2 Laje 2

Para a laje 2, os resultados obtidos são apresentados no quadro 14.

Da mesma forma que para a laje 1, a Norma Francesa apresenta menores valores para armaduras mínimas e maiores valores para espaçamentos máximos, além de prever uma armadura superior mínima nos apoios que não é prevista pela Norma Brasileira.

Para o menor vão, a Norma Francesa apresenta valores menores de redução, com isso momento e seção de armadura calculada maiores, resultando no emprego de diferentes armaduras adotadas. Para o maior vão, a Norma Brasileira apresenta valores de momentos e armaduras ligeiramente menores, porém, a quantidade de armadura adotada por esta é maior em função da exigência de um menor espaçamento máximo. Para os engastes, a Norma Francesa apresenta valores menores para os dois vãos, ocorrendo o emprego de diferentes quantidades de armadura.

Analisando o resultado de forma geral, o cálculo pela Norma Francesa considera a laje menos engastada que o cálculo pela Norma Brasileira. Tem-se essa diferença por se tratar de dois

métodos aproximados. Ocorrem diferenças consideráveis em relação às armaduras adotadas para os centros dos vãos e para os engastes.

			LAJE 2		
			NORMA BRASILEIRA	NORMA FRANCESA	
		momento máximo no vão	2,79 kN.m	3,79 kN.m	
		armadura calculada	1,35 cm <sup>2</sup> /m	1,88 cm <sup>2</sup> /m	
	Vão	armadura mínima	0,8 cm <sup>2</sup> /m	$0.54 \text{ cm}^2/\text{m}$	
		espaçamento máximo	16 cm	24 cm	
		armadura adotada	1,4 cm <sup>2</sup> /m (Ø 5 c/ 14 cm)	1,97 cm <sup>2</sup> /m (Ø 5 c/ 10 cm)	
vão 3m		momento no engaste	-4,19 kN.m	-3,58 kN.m	
	F	armadura calculada	2,08 cm <sup>2</sup> /m	1,77 cm <sup>2</sup> /m	
	Engaste	armadura mínima	1,2 cm <sup>2</sup> /m	0,26 cm <sup>2</sup> /m	
		armadura adotada	2,08 cm <sup>2</sup> /m (Ø 6,3 c/ 15 cm)	1,8 cm <sup>2</sup> /m (Ø 6,3 c/ 17 cm)	
	Apoio	armadura superior mínima	-	$0,26 \text{ cm}^2/\text{m}$	
		armadura adotada	-	0,66 cm <sup>2</sup> /m (Ø 5 c/ 30 cm)	
	Vão	momento máximo no vão	1,7 kN.m	1,93 kN.m	
		armadura calculada	rmadura calculada 0,81 cm²/m		
		armadura mínima	0,8 cm <sup>2</sup> /m	0,48 cm <sup>2</sup> /m	
		espaçamento máximo 16 cm		32 cm	
		armadura adotada	1,22 cm <sup>2</sup> /m (Ø 5 c/ 16 cm)	0,61 cm <sup>2</sup> /m (Ø 5 c/ 32 cm)	
vão 4m	engaste	momento no engaste	-2,55 kN.m	-1,82 kN.m	
		armadura calculada	1,23 cm <sup>2</sup> /m	0,87 cm <sup>2</sup> /m	
		armadura mínima	1,2 cm <sup>2</sup> /m	0,13 cm <sup>2</sup> /m	
		armadura adotada	1,31 cm <sup>2</sup> /m (Ø 5 c/ 15 cm)	0,89 cm <sup>2</sup> /m (Ø 5 c/ 22 cm)	
		armadura superior mínima	-	0,13 cm <sup>2</sup> /m	
	apoio	armadura adotada	-	0,66 cm <sup>2</sup> /m (Ø 5 c/ 30 cm)	

Quadro 14: resultados laje 2

As figuras seguintes mostram as representações gráficas dos resultados referentes à laje 2, segundo o dimensionamento pela Norma Brasileira, figura 30, e pela Norma francesa, figura 31.

\_\_\_\_\_\_

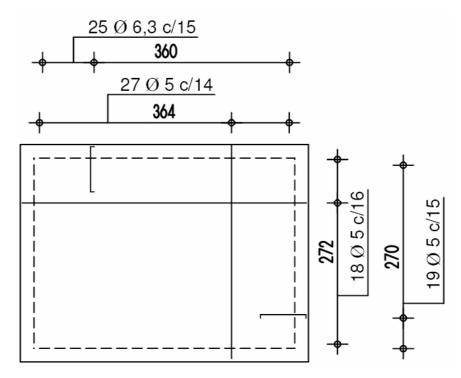


Figura 30: representação da laje 2 calculada pela Norma Brasileira

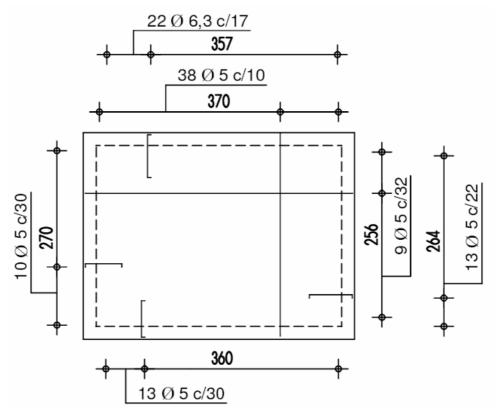


Figura 31: representação da laje 2 calculada pela Norma Francesa

# 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para o estudo das vigas, pode-se dizer que não existem diferenças significativas em relação aos resultados obtidos para as armaduras de flexão, porém, para a ancoragem dessas armaduras, percebe-se que a Norma Francesa exige comprimentos de ancoragem consideravelmente maiores, ocasionando barras mais longas quando detalhadas por esta Norma. Quanto às armaduras transversais, vê-se que as armaduras determinadas pela Norma Francesa são menores, em virtude das maiores reduções dos esforços admitidas por esta. Quando analisada uma viga com continuidade, vê-se que a Norma Francesa permite maior redução dos momentos nas seções do apoio, em relação à Norma Brasileira, ocasionando maior armadura de flexão na região do apoio central, para a viga quando calculada por essa Norma, inclusive com armadura de compressão. Apesar das diferentes redistribuições de momentos, não existe diferença considerável quanto aos resultados para as armaduras de flexão nos vãos.

Para o estudo das lajes, salienta-se que o método de cálculo utilizado pela Norma Brasileira considera análise plástica, porém, o utilizado pela Norma Francesa se aproxima mais ao método de análise linear. Para um tipo de laje simplesmente apoiada nos seus bordos, percebe-se que a diferença existente encontra-se no maior vão, quando a laje calculada pela Norma Brasileira apresenta momento maior, em relação ao apresentado pela Norma Francesa, e consequentes maiores seções de armaduras. Além disso, a Norma Francesa prevê uma armadura superior mínima nos apoios, pela possibilidade da ocorrência de momentos parciais, que não é prevista pela Norma Brasileira. Quando analisada uma laje apoiada em dois de seus bordos e engastada nos seus outros dois, percebe-se que o cálculo pela Norma Francesa considera a laje menos engastada que o cálculo pela Norma Brasileira, ocorrendo diferenças consideráveis em relação às armaduras adotadas para os centros dos vãos e para os engastes. Essa diferença é existente por se tratar de dois métodos aproximados.

De acordo com o esperado, as Normas em questão, BAEL 91 e NBR 6.118, possuem diferenças, mas que não alteram os resultados finais de forma significativa, principalmente no que diz respeito à configuração final dos elementos estruturais, visto que as duas Normas são aplicadas e consideradas eficientes em seus locais de aplicação.

# REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6.118**: projeto de estruturas de concreto: procedimento. Rio de Janeiro, 2007.

ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION. **BAEL 91**: règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en béton armé suivant la méthode des états limites. Paris, 2000.