



**REENCONTROS  
NOVOS ESPAÇOS  
OPORTUNIDADES**

**XXXIV SIC** Salão Iniciação Científica

**26 - 30**  
SETEMBRO  
CAMPUS CENTRO

<b>Evento</b>	Salão UFRGS 2022: SIC - XXXIV SALÃO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA DA UFRGS
<b>Ano</b>	2022
<b>Local</b>	Campus Centro - UFRGS
<b>Título</b>	Grafos unicíclicos integrais
<b>Autor</b>	MANUEL SPERANZA TORRES VERAS
<b>Orientador</b>	VIRGINIA MARIA RODRIGUES

# Grafos unicíclicos integrais

Autor: Manuel Speranza Torres Veras

Orientadora: Virgínia Maria Rodrigues

Universidade Federal do Rio Grande do Sul

A teoria espectral dos grafos é a área da matemática centrada no estudo de grafos a partir de suas representações matriciais e dos espectros a elas associados. Neste trabalho, estudamos os grafos unicíclicos integrais, que são grafos com somente um ciclo e cujo espectro da matriz de adjacências é formado apenas por números inteiros. A importância desse trabalho remonta a Harary F., Schwenk A.J. (1974), que em seu artigo questionaram: Quais grafos têm espectro integral? Sua conclusão é que o problema parece ser intratável. Dessa forma, surgiram diversos trabalhos estudando grafos integrais com enfoque em classes especiais de grafos. Um panorama geral do que foi descoberto pode ser visto no *survey* de Wang, L. (2005). É importante mencionar que existem aplicações de grafos integrais em outras áreas do conhecimento, como na mecânica quântica. De fato, no artigo de Bašić M., Petković M., Stevanović D. (2009) investiga-se a transferência perfeita de estados em grafos integrais circulantes.

Os autores R.O. Braga et al (2020) apresentaram as 3 primeiras famílias infinitas de grafos unicíclicos integrais. Cada grafo dessas famílias corresponde a uma solução de uma equação diofantina. Recentemente, a doutoranda Nelcy Arévalo observou que a cada solução da mesma equação diofantina corresponde uma árvore double-broom integral. Inspirados nesses resultados, encontramos uma correspondência entre árvores de Bethe generalizadas de diâmetro 4 integrais e unicíclicos integrais da família  $C_{4,1}(p, 2p, p, 0)$ , uma família infinita de unicíclicos integrais que encontramos e que apresentamos no SIC 2021. Mais especificamente, descobrimos que para todo  $x$  inteiro positivo, se  $s = a$  uma solução da equação diofantina  $s^2 + 4 = 2sx + x^2$ , então o unicíclico  $C_{4,1}(p, 2p, p, 0)$  com  $p = a^2$  e a árvore de Bethe generalizada de diâmetro 4 com  $\ell = a^2 = k - 4$  são ambos integrais. A importância dessa correspondência é que parece confirmar a existência de uma relação surpreendente entre duas famílias de grafos integrais. Ademais, esse resultado motiva a seguinte questão: É possível resolver o problema em aberto de encontrar todos grafos unicíclicos integrais ao estudar famílias de árvores integrais?