

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**

Tobias Bezzi Cardoso

**DIMENSIONAMENTO DE ELEMENTOS FLETIDOS EM
CONCRETO ARMADO COM ABERTURAS: MÉTODO
EMPÍRICO VERSUS MÉTODO DAS BIELAS E TIRANTES**

Porto Alegre
junho 2010

TOBIAS BEZZI CARDOSO

**DIMENSIONAMENTO DE ELEMENTOS FLETIDOS EM
CONCRETO ARMADO COM ABERTURAS: MÉTODO
EMPÍRICO VERSUS MÉTODO DAS BIELAS E TIRANTES**

Trabalho de Diplomação apresentado ao Departamento de
Engenharia Civil da Escola de Engenharia da Universidade Federal
do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do
título de Engenheiro Civil

Orientador: Alexandre Rodrigues Pacheco

Porto Alegre

junho 2010

TOBIAS BEZZI CARDOSO

**DIMENSIONAMENTO DE ELEMENTOS FLETIDOS EM
CONCRETO ARMADO COM ABERTURAS: MÉTODO
EMPÍRICO VERSUS MÉTODO DAS BIELAS E TIRANTES**

Este Trabalho de Diplomação foi julgado adequado como pré-requisito para a obtenção do título de ENGENHEIRO CIVIL e aprovado em sua forma final pelo Professor Orientador e pela Coordenadora da disciplina Trabalho de Diplomação Engenharia Civil II (ENG01040) da

Porto Alegre, 15 de julho de 2010

Prof. Alexandre Rodrigues Pacheco
Ph. D. pela The Pennsylvania State University, EUA
Orientador

Profa. Carin Maria Schmitt
Coordenadora

BANCA EXAMINADORA

Prof. Alexandre Rodrigues Pacheco (UFRGS)
Ph. D. pela The Pennsylvania State University, EUA

Prof. Américo Campos Filho (UFRGS)
Dr. pela Universidade de São Paulo (USP)

Prof. Roberto Domingo Rios (UFRGS)
Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)

Dedico este trabalho a meus pais, Odilon Renato Cardoso e Maria Helena Cardoso, que sempre me apoiaram, especialmente durante o período do meu curso de graduação, quando estiveram constantemente ao meu lado

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao Prof. Alexandre Rodrigues Pacheco, orientador deste trabalho, pela atenção, dedicação, ensinamento, disponibilidade e ajuda oferecida durante todo o período de realização do trabalho.

Agradeço à Profa. Carin Maria Schmitt, pela atenção, aprendizado e disponibilidade no acompanhamento de todas as etapas do trabalho.

Agradeço aos meus pais, Odilon Renato Cardoso e Maria Helena Cardoso, que sempre me apoiaram, especialmente durante o período do meu Curso de Graduação, quando não mediram esforços para me auxiliar no que fosse possível.

Agradeço ao meu irmão, colega de trabalho e engenheiro civil, Tomás Horácio Cardoso, pelo auxílio, ensinamento e companheirismo durante todo o período da faculdade, principalmente na realização deste trabalho e no estágio.

Agradeço às minhas irmãs, Cristina Cardoso Haberler e Carolina Cardoso Manica, pela constante preocupação e interesse relacionados ao meu estudo e bem-estar especialmente quando iniciei na vida acadêmica.

Agradeço a todos meus amigos da faculdade e de Gramado (RS) pela amizade, companheirismo e compreensão durante todo o curso.

Há muitas maneiras de avançar, mas só uma maneira de
ficar parado.

Franklin D. Roosevelt

RESUMO

CARDOSO, T. B. **Dimensionamento de elementos fletidos em concreto armado com aberturas:** método empírico versus Método das Bielas e Tirantes. 2010. 85 f. Trabalho de Diplomação (Graduação em Engenharia Civil) – Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

Este trabalho versa sobre a comparação do processo e resultados de dimensionamentos de elementos fletidos em concreto armado com aberturas, utilizando um método empírico e o Método das Bielas e Tirantes. Os elementos estruturais estudados apresentam aberturas que são entendidas como furos realizados na estrutura para passagem provisória de material de obra ou tubulações como, por exemplo, de hidráulica, elétrica ou ar-condicionado. Os elementos estruturais a serem abordados são as vigas e as lajes. O método empírico é baseado no método utilizado em uma empresa de cálculo estrutural, que utiliza os métodos encontrados na bibliografia, fazendo algumas considerações e modificações de acordo com cada caso em particular. O Método das Bielas e Tirantes foi o escolhido como base de comparação, pois é um método sistemático, que representa a região de influência da abertura muito próximo ao que acontece na realidade, sendo bem difundido no cálculo de algumas estruturas especiais em concreto, como vigas-parede, blocos de coroamento, vigas com descontinuidades, entre outros. Este trabalho pretende avaliar se o dimensionamento obtido através de cada um dos métodos apresenta resultados diferentes nos quantitativos de aço, na disposição da armadura, na consideração dos esforços, entre outros aspectos que possam vir a ser descritos. Há também o intuito de esclarecer e apontar as diferenças no cálculo das aberturas devidas aos diferentes posicionamentos nas lajes e nas vigas, analisando os esforços, quantitativos de aço e o posicionamento da armadura. Procurou-se, com este trabalho, entender ambos os métodos e demonstrar as diferenças no dimensionamento de elementos fletidos com aberturas, a fim de avaliar e sintetizar a utilização dos métodos no projeto de estruturas de concreto armado. Embora os dois métodos apresentem resultados semelhantes, em alguns pontos mostram diferenças que devem ser analisadas caso a caso. Para se ter uma melhor idéia qualitativa e quantitativa destas diferenças, seria necessária uma maior gama de avaliações, modificando carregamentos, geometria, modelos e realizando as devidas comparações.

Palavras-chave: estruturas; vigas; lajes; aberturas; Método das Bielas e Tirantes; concreto armado.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: diagrama do delineamento da pesquisa	18
Figura 2: dimensões limites para aberturas de lajes com dispensa de verificação	22
Figura 3: influência das condições de ancoragem na área da seção transversal da biela .	28
Figura 4: substituição da armadura em lajes apoiadas em uma direção com pequenas aberturas retangulares	33
Figura 5: cálculo aproximado da disposição da armadura em lajes apoiadas em uma direção com grandes aberturas retangulares	35
Figura 6: exemplo para o cálculo aproximado de uma laje com abertura retangular	36
Figura 7: detalhe da armadura nos bordos da abertura (grampo)	36
Figura 8: laje armada em duas direções com abertura retangular	37
Figura 9: dimensões máximas de furos em vigas, até as quais a furação será considerada	38
Figura 10: análise da região do furo	39
Figura 11: esforços para dimensionamento das seções S1-S1 e S2-S2	40
Figura 12: detalhamento da armadura de reforço do furo	40
Figura 13: abertura no centro da laje	42
Figura 14: posicionamento da abertura no centro do vão da viga	44
Figura 15: posicionamento da abertura próxima ao apoio da viga	45
Figura 16: fragmentação da laje devido à abertura no centro da laje	47
Figura 17: laje L2 com carga uniforme	48
Figura 18: laje L1 com carga uniforme mais carga no bordo livre	49
Figura 19: detalhamento do reforço da abertura no centro da laje	51
Figura 20: esforços atuantes no eixo da abertura no centro do vão	53
Figura 21: dimensionamento da seção S1-S1 no centro do vão	54
Figura 22: dimensionamento da seção S2-S2 no centro do vão	55
Figura 23: detalhamento do reforço da abertura no centro do vão	56
Figura 24: esforços atuantes no eixo da abertura próxima ao apoio A	57
Figura 25: dimensionamento da seção S1-S1 próxima ao apoio A	58
Figura 26: dimensionamento da seção S2-S2 próxima ao apoio A	59
Figura 27: modelo da zona tracionada na direção x para abertura no centro da laje	64
Figura 28: modelo da zona comprimida na direção x para a abertura no centro da laje ..	65
Figura 29: detalhamento do reforço para a abertura no centro da laje	66
Figura 30: modelo para a abertura no centro da viga	69
Figura 31: modelo para a abertura próxima ao apoio A	70

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: parâmetros de resistência das bielas: f_{cd1} para zonas não-fissuradas e f_{cd2} para zonas fissuradas	29
Quadro 2: valores de σ_{cd} para dimensionamento das bielas	30
Quadro 3: quantitativo do reforço da abertura no centro do vão pelo método empírico .	56
Quadro 4: quantitativo do reforço da abertura próxima ao apoio pelo método empírico.	60
Quadro 5: quantitativo do reforço da abertura no centro do vão pelo Método das Bielas e Tirantes	69
Quadro 6: quantitativo do reforço da abertura próxima ao apoio pelo Método das Bielas e Tirantes	71

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	13
2 MÉTODO DE PESQUISA	15
2.1 QUESTÃO DE PESQUISA	15
2.2 OBJETIVOS DO TRABALHO	15
2.2.1 Objetivo principal	15
2.2.2 Objetivos secundários	15
2.3 HIPÓTESE	16
2.4 DELIMITAÇÕES	16
2.5 LIMITAÇÕES	16
2.5.1 Limitações em lajes	16
2.5.2 Limitações em vigas	17
2.6 DELINEAMENTO	17
2.6.1 Pesquisa Bibliográfica	18
2.6.2 Seleção em projetos reais dos casos a serem dimensionados	19
2.6.3 Determinação do modelo empírico	19
2.6.4 Detalhamento do método das Bielas e Tirantes	19
2.6.5 Dimensionamento pelo método empírico	19
2.6.6 Dimensionamento pelo método das Bielas e Tirantes	19
2.6.7 Comparação dos métodos	20
2.6.8 Comparação dos resultados	20
2.6.9 Considerações finais e conclusões	20
3 DIRETRIZES PARA O DIMENSIONAMENTO DE ELEMENTOS FLETIDOS COM ABERTURAS	21
3.1 DIRETRIZES SEGUNDO A NBR 6118/2007	21
3.1.1 Lajes	21
3.1.2 Vigas	22
3.2 MÉTODO DAS BIELAS E TIRANTES	23
3.2.1 Definição	23
3.2.2 Geometria dos modelos	23
3.2.3 Regiões contínuas e descontínuas	25
3.2.4 Determinação do caminho de carga	25
3.2.5 Bielas	26
3.2.5.1 Dimensionamento das bielas	26

3.2.5.2 Parâmetros de resistência das bielas	28
3.2.6 Tirantes	30
3.2.7 Nós	31
3.2.7.1 Tipos de nós	31
3.2.7.2 Configuração de nós	32
3.2.7.3 Parâmetros de resistência das regiões nodais	32
3.3 MÉTODO EMPÍRICO	32
3.3.1 Lajes	32
3.3.1.1 Lajes apoiadas em uma direção com aberturas retangulares	33
3.3.1.1.1 <i>Aberturas pequenas</i>	33
3.3.1.1.2 <i>Aberturas grandes</i>	33
3.3.1.2 Lajes apoiadas em duas direções com aberturas retangulares	35
3.3.2 Vigas	37
3.3.2.1 Dimensões limites	37
3.3.2.2 Análise da região da abertura	38
3.3.2.3 Dimensionamento	39
3.3.2.4 Detalhamento da armadura	40
4 SELEÇÃO E CARACTERIZAÇÃO DOS ELEMENTOS PARA O DIMENSIONAMENTO	41
4.1 ABERTURAS EM LAJES	41
4.1.1 Caracterização da laje	41
4.1.2 Carregamento da laje	41
4.1.3 Tamanho da abertura	42
4.1.4 Posicionamento da abertura	42
4.2 ABERTURAS EM VIGAS	43
4.2.1 Caracterização da viga	43
4.2.2 Carregamento da viga	43
4.2.3 Armadura da viga	43
4.2.4 Tamanho da abertura	44
4.2.5 Posicionamento da abertura	44
4.2.5.1. Abertura no centro do vão	44
4.2.5.2. Abertura próxima ao apoio A	45
5 DIMENSIONAMENTO PELO MÉTODO EMPÍRICO	46
5.1 LAJES	46
5.1.1 Abertura no centro	46

5.1.1.1 Dados para o dimensionamento	46
5.1.1.2 Fragmentação da laje	47
5.1.1.3 Dimensionamento	47
5.1.1.3.1 Laje L2	47
5.1.1.3.2 Laje L1	49
5.1.1.4 Detalhamento	50
5.2 VIGAS	51
5.2.1 Abertura no centro do vão	51
5.2.1.1 Dados para o dimensionamento	51
5.2.1.2 Verificação da região da abertura	52
5.2.1.3 Estudo da região da abertura	52
5.2.1.4 Determinação dos esforços	52
5.2.1.5 Dimensionamento	53
5.2.1.5.1 Seção S1-S1.....	54
5.2.1.5.2 Seção S2-S2.....	55
5.2.1.6 Detalhamento	55
5.2.2 Abertura próxima ao apoio	56
5.2.2.1 Dados para o dimensionamento	56
5.2.2.2 Verificação da região da abertura	57
5.2.2.3 Estudo da região da abertura	57
5.2.2.4 Determinação dos esforços	57
5.2.2.5 Dimensionamento	58
5.2.2.5.1 Seção S1-S1.....	58
5.2.2.5.2 Seção S2-S2	59
5.2.2.6 Detalhamento	60
6 DIMENSIONAMENTO PELO MÉTODO DAS BIELAS E TIRANTES	61
6.1 LAJES	61
6.1.1 Escolha do modelo	61
6.1.2 Determinação da região descontínua	61
6.1.3 Desenho do modelo através do caminho de carga	62
6.1.4 Definição das cargas e vinculações	62
6.1.5 Resolução do modelo	62
6.1.6 Dimensionamento.....	63
6.2 VIGAS	66
6.2.1 Escolha do modelo	66

6.2.2	Determinação da região descontínua	66
6.2.3	Desenho do modelo através do caminho de carga	67
6.2.4	Definição das cargas e vinculações	67
6.2.5	Resolução do modelo	67
6.2.6	Dimensionamento	67
6.2.6.1	Abertura no centro	68
6.2.6.2	Abertura próxima ao apoio	70
7	COMPARAÇÃO DOS MÉTODOS E DOS RESULTADOS	72
7.1	LAJES	72
7.2	VIGAS	73
7.2.1	Abertura no centro	74
7.2.2	Abertura próxima ao apoio	75
8	CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES	77
	REFERÊNCIAS	80
	ANEXO A – TABELAS DE LAJES	79

1 INTRODUÇÃO

Com a crescente terceirização de projetos no ramo da construção, é imprescindível a compatibilização entre projetos, uma vez que cada empresa realiza seu projeto separadamente, para que, no produto final, seja alcançado o resultado desejado. Com isso, os calculistas estruturais necessitam de uma constante comunicação com os outros projetistas para conhecer previamente quais locais da estrutura possuirão aberturas para a passagem, por exemplo, de tubulações hidráulicas, elétricas, ar-condicionado e caixas de inspeção. Com os dados informados pelos outros profissionais, o projetista estrutural pode prever a abertura e o reforço necessário no seu projeto, evitando que se quebre a estrutura depois de pronta, garantindo a sua segurança, o acabamento, reduzindo custos e transtornos na obra após as concretagens. Diversas vezes o responsável pelo projeto estrutural verifica o posicionamento da abertura e, caso haja algo no local da furação que não seja o ideal para a estrutura, como uma região com grande quantidade de aço ou uma região crítica do ponto de vista estrutural, ambos os projetistas tentam chegar a um consenso para resolver a situação da melhor maneira possível.

Nas empresas de cálculo estrutural, para fazer o dimensionamento da armadura necessária para reforçar a região de influência da abertura, muitas vezes são utilizados cálculos aproximados baseados em formulações empíricas disponíveis na bibliografia. Como os métodos são empíricos, muitas vezes surgem dúvidas em casos especiais como aberturas muito próximas, ou de tamanhos e formas diferentes, sendo necessária uma análise por parte do engenheiro, que, com sua experiência, propõe uma solução. Porém, nesta situação, não seria utilizado um embasamento teórico para a tomada de decisão e, embora esta solução pudesse funcionar nas condições usuais de serviço, talvez não fosse a melhor.

O método teórico geralmente utilizado para a análise de aberturas é o Método das Bielas e Tirantes. Este Método discretiza a região de influência da abertura em um campo de tensões composto por barras comprimidas (bielas) e barras tracionadas (tirantes) ligadas por nós. O dimensionamento é feito a partir das barras tracionadas, quando se determina a área de aço necessária para suportar esses esforços. Já nas bielas e nos nós, é realizada apenas uma

verificação, para garantir o não esmagamento da seção de concreto e o comprimento de ancoragem necessário.

O presente trabalho apresenta a análise e comparação do dimensionamento destas aberturas em elementos fletidos de concreto armado, neste caso vigas e lajes. A análise é entre o método empírico aplicado em uma empresa de cálculo estrutural (neste trabalho nomeada como empresa A) e o Método das Bielas e Tirantes.

Inicialmente, a partir de uma pesquisa bibliográfica, foi realizada uma busca dos métodos empíricos que serviriam como base para o dimensionamento das aberturas no escritório de projeto estrutural da empresa A e se observou como estes métodos são utilizados em casos reais. Sobre o Método das Bielas e Tirantes foram buscadas somente informações na bibliografia para o aprendizado, procurando-se entender a rotina de projeto e analisando-se modelos que serviriam para o projeto de vigas e lajes com aberturas.

No capítulo de escolha dos elementos a serem dimensionados, foi realizada uma busca no escritório da empresa A de aberturas já dimensionadas. Nesta etapa foram decididas todas as informações sobre geometria, carregamento, vinculações e demais dados necessários relativos tanto ao elemento estrutural quanto à abertura.

Na parte do dimensionamento, foram dimensionados todos os elementos selecionados tanto pelo método empírico quanto pelo das Bielas e Tirantes. Pelo método empírico foi aplicado o conhecimento adquirido no escritório juntamente com as diretrizes buscadas na bibliografia. Já pelo Método das Bielas e Tirantes foram utilizados modelos existentes, tentando-se adaptá-los para o elemento escolhido.

Realizado o dimensionamento, foi possível avaliar ambos os métodos, verificando suas diferenças: o que cada um considera relevante, o tratamento de cada parte do elemento e seus respectivos resultados. As principais abordagens, dificuldades, pontos positivos ou outros comentários são apresentados a fim de se esclarecer os principais cuidados e análises de cada um dos métodos.

2 MÉTODO DE PESQUISA

2.1 QUESTÃO DE PESQUISA

A questão de pesquisa deste trabalho é: no dimensionamento de elementos fletidos em concreto armado com aberturas, quando se compara um método empírico com o das Bielas e Tirantes, quais são as diferenças obtidas nos resultados?

2.2 OBJETIVOS DO TRABALHO

Os objetivos do trabalho estão classificados em principal e secundários e são apresentados nos próximos itens.

2.2.1 Objetivo principal

O objetivo principal deste trabalho é a análise comparativa entre os resultados do método empírico e do das Bielas e Tirantes no dimensionamento de elementos fletidos em concreto armado com aberturas.

2.2.2 Objetivos secundários

Os objetivos secundários deste trabalho são:

- a) descrição e análise crítica do dimensionamento pelo método empírico e pelo das Bielas e Tirantes;
- b) comparação dos parâmetros utilizados em cada método para o dimensionamento;
- c) comparação do quantitativo de aço por cada método.

2.3 HIPÓTESE

A hipótese do trabalho é que o dimensionamento pelo método das Bielas e Tirantes apresenta um menor quantitativo de aço, um cálculo mais detalhado para cada região do elemento e considera os esforços de forma mais adequada.

2.4 DELIMITAÇÕES

O trabalho se delimita a realizar o estudo somente em elementos fletidos vigas e lajes em concreto armado.

2.5 LIMITAÇÕES

As limitações foram definidas em função do elemento estrutural estudado, ou seja, vigas e lajes, e são detalhadas nos próximos itens.

2.5.1 Limitações em lajes

São limitações no estudo de lajes deste trabalho:

- a) a laje será no formato retangular de 5 m por 7 m;
- b) a abertura será quadrangular com 1,5 m de aresta, sendo analisada somente no centro da laje;
- c) apoiada nos quatro lados por vigas de 20 cm de largura;
- d) maciça;
- e) o carregamento da laje será pré-estabelecido;
- f) o f_{ck} utilizado será de 30 MPa;
- g) não serão dimensionadas armaduras para evitar a fissuração nem grampos nas bordas da laje para absorver tensões devido à temperatura e retração;
- h) na determinação dos esforços no Método das Bielas e Tirantes será utilizado o software gratuito CAST (Computer Aided Strut and Tie), versão 0.9.11.

2.5.2 Limitações em vigas

São limitações no estudo de vigas deste trabalho:

- a) seção retangular de 20 cm de base por 50 cm de altura;
- b) a viga será considerada simplesmente apoiada com vão teórico de 5 m;
- b) a abertura será retangular com 40 cm de largura por 20 cm de altura e estará posicionada com sua face inferior a 13 cm do fundo da viga. Esta abertura será analisada tanto no meio do vão quanto a 50 cm do apoio;
- c) os carregamentos da viga serão pré-estabelecidos;
- d) o f_{ck} utilizado será de 25 MPa;
- e) serão previstas armaduras longitudinais mínimas na parte superior e inferior da viga, acima e abaixo da abertura, caso não haja esforço;
- f) serão previstas armaduras transversais mínimas na região acima, abaixo e ao lado da abertura, caso não haja esforço;
- g) na determinação dos esforços no Método das Bielas e Tirantes será utilizado o software gratuito CAST (Computer Aided Strut and Tie), versão 0.9.11.

2.6 DELINEAMENTO

O trabalho foi desenvolvido através das seguintes etapas:

- a) pesquisa bibliográfica;
- b) seleção em projetos reais dos casos a serem dimensionados;
- c) determinação do modelo empírico;
- d) detalhamento do Método das Bielas e Tirantes;
- e) dimensionamento pelo método empírico;
- f) dimensionamento pelo Método das Bielas e Tirantes;
- g) comparação dos métodos;
- h) comparação dos resultados;
- i) considerações finais e conclusões.

O trabalho foi realizado segundo a sequência de etapas apresentadas no diagrama da figura 1. Cada etapa é detalhada nos itens a seguir.

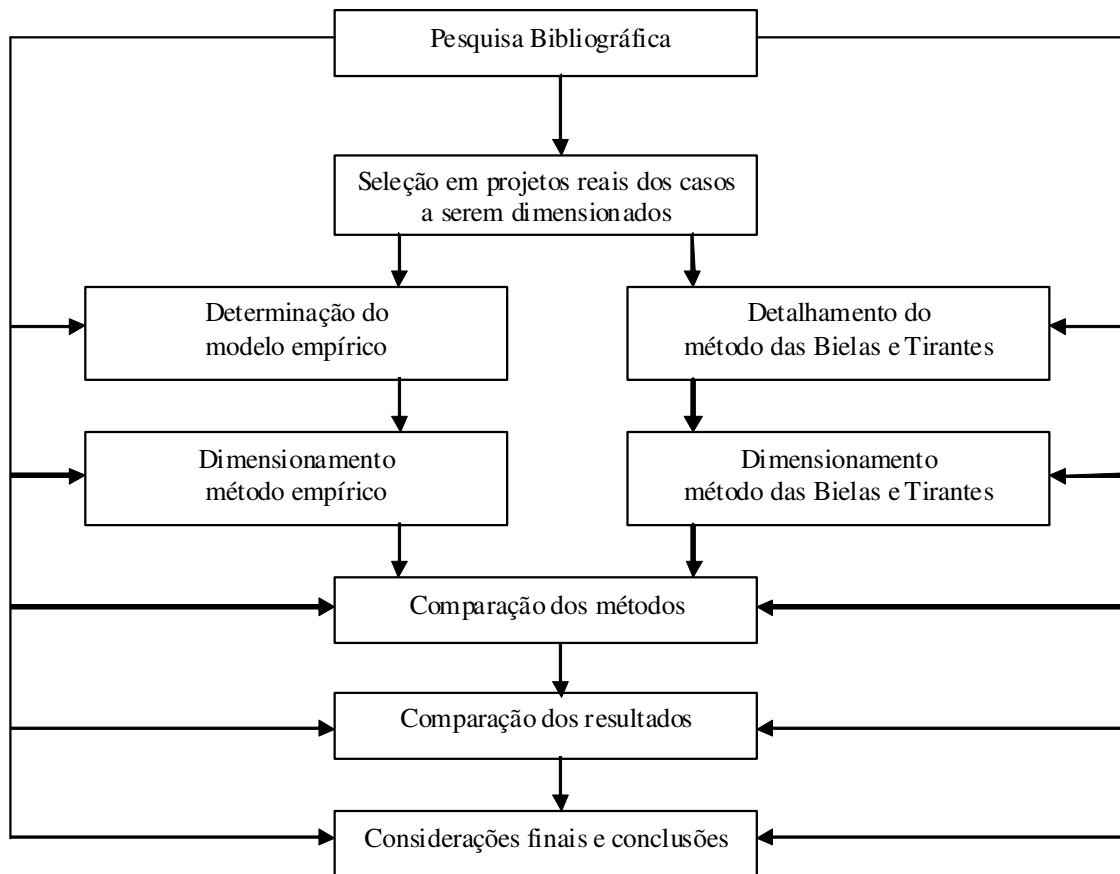


Figura 1: diagrama do delineamento da pesquisa

2.6.1 Pesquisa bibliográfica

Foi realizada uma constante pesquisa bibliográfica durante todo o desenvolvimento do trabalho, possibilitando o acompanhamento das novidades e formas de aplicação do Método das Bielas e Tirantes nos diferentes problemas de dimensionamento de elementos de concreto armado com aberturas. Foram utilizados livros e revistas da literatura estrangeira e nacional para o Método das Bielas e Tirantes e, para o método empírico, livros clássicos com resultados empíricos e, principalmente, a experiência e considerações normalmente adotadas por uma empresa do ramo, identificada neste trabalho apenas como empresa A.

2.6.2 Seleção em projetos reais dos casos a serem dimensionados

Nesta etapa, foram selecionados alguns casos típicos representativos a serem estudados. Esta seleção foi realizada com a colaboração da empresa A, que disponibilizou projetos de elementos estruturais com aberturas já dimensionadas para posterior estudo.

2.6.3 Determinação do modelo empírico

Com base nos casos selecionados, nesta etapa foi definido o procedimento para o cálculo de cada elemento de acordo com as práticas da empresa A. Para a definição do modelo, utilizou-se, também, a bibliografia, que serviu como base para a realização do procedimento empírico.

2.6.4 Detalhamento do Método das Bielas e Tirantes

Neste item, foram detalhadas as principais etapas que configuram o Método das Bielas e Tirantes. Este Método apresenta algumas variantes, dependendo da normatização utilizada ou do autor consultado. A versão originalmente proposta é a que foi apresentada e utilizada neste trabalho.

2.6.5 Dimensionamento pelo método empírico

Nesta etapa foi realizado o dimensionamento dos elementos estruturais selecionados segundo o método empírico definido. O processo de dimensionamento foi baseado na bibliografia-base (que disponibiliza resultados experimentais), juntamente com as considerações e adaptações utilizadas pela empresa A.

2.6.6 Dimensionamento pelo Método das Bielas e Tirantes

Nesta etapa foi realizado o dimensionamento dos elementos estruturais selecionados segundo o Método das Bielas e Tirantes. O processo foi baseado principalmente na bibliografia, procurando modelos que representariam a região da abertura. Os modelos foram lançados no

programa CAST, que, a partir da geometria, carregamento e vinculações apresentadas, determina as forças atuantes em cada barra.

2.6.7 Comparação dos métodos

Depois de todo o dimensionamento, nesta etapa foi realizada uma comparação entre os métodos, elaborando-se uma avaliação crítica dos procedimentos empregados em cada um deles. Foi analisada a maneira de cada método considerar os aspectos relacionados à geometria, carregamentos, esforços e vinculações de cada elemento.

2.6.8 Comparação dos resultados

Com o dimensionamento e avaliação de cada método, foi possível realizar a comparação entre os resultados. A comparação contemplou principalmente o quantitativo de aço e a disposição das armaduras. Ainda, foram discutidas as dificuldades encontradas, a existência de ambiguidades ou inconsistências de algum procedimento.

2.6.9 Considerações finais e conclusões

Na última etapa, com as comparações finalizadas, é feito um fechamento do trabalho, respondendo à questão de pesquisa, sintetizando e analisando a utilização de cada método em projetos estruturais, ressaltando pontos negativos, positivos, melhorias e considerações em cada caso estudado.

3 DIRETRIZES PARA O DIMENSIONAMENTO DE ELEMENTOS FLETIDOS COM ABERTURAS

Este capítulo apresenta as diretrizes para o dimensionamento de elementos fletidos em concreto armado com aberturas, estando dividido nas seguintes partes: a primeira tratando sobre as diretrizes gerais sobre aberturas, conforme a NBR 6118/2007 – Projeto de Estruturas de Concreto –, esclarecendo as situações e os requisitos mínimos para o dimensionamento de cada elemento. Na sequência, é abordado o Método das Bielas e Tirantes e, na terceira e última parte, o método empírico adotado no trabalho.

3.1 DIRETRIZES SEGUNDO A NBR 6118/2007

A seguir, serão apresentados os critérios da NBR 6118/2007 para lajes e, posteriormente, para vigas.

3.1.1 Lajes

De acordo com a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 161), nas aberturas em lajes, as condições seguintes devem ser respeitadas em qualquer situação:

- a) a seção do concreto remanescente da parte central ou sobre o apoio da laje deve ser capaz de equilibrar os esforços no estado limite último, correspondentes a essa seção sem aberturas;
- b) as seções das armaduras interrompidas devem ser substituídas por seções equivalentes de reforço, devidamente ancoradas.

No que diz respeito às dimensões limites, essa Norma salienta que a verificação de resistência e deformação pode ser dispensada, devendo ser armadas em duas direções e verificadas, simultaneamente, as seguintes condições (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 68):

- as dimensões da abertura devem corresponder no máximo a 1/10 do vão menor (l_x) conforme indica a figura 2;
- a distância entre a face de uma abertura e uma borda livre da laje deve ser igual ou maior que 1/4 do vão, na direção considerada;
- a distância entre faces de aberturas adjacentes deve ser maior que a metade do menor vão.

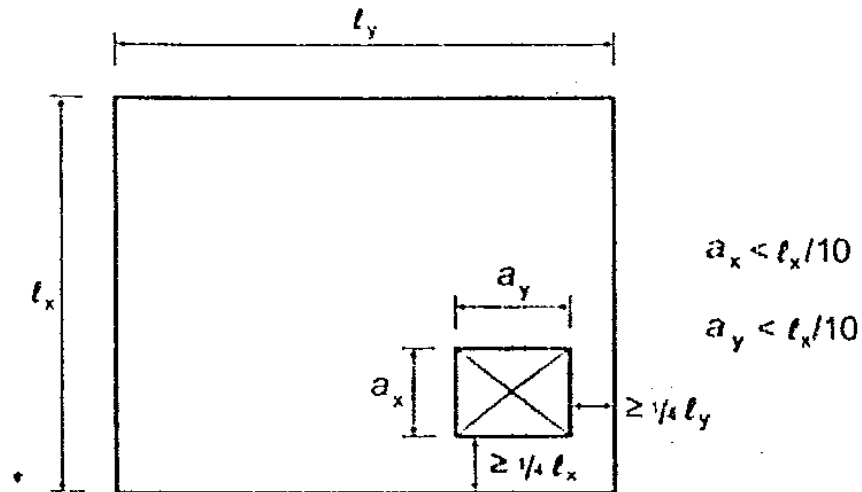


Figura 2: dimensões limites para aberturas de lajes com dispensa de verificação (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 68)

3.1.2 Vigas

Segundo a NBR 6118, a distância mínima de um furo à face mais próxima da viga deve ser, no mínimo, igual a 5 cm e duas vezes o cobrimento previsto para essa face. A seção remanescente nessa região, tendo sido descontada a área ocupada pelo furo, deve ser capaz de resistir aos esforços previstos no cálculo, além de permitir uma boa concretagem (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 68).

Essa mesma Norma afirma que, para dispensar a verificação de efeitos na resistência mecânica e na deformação, devem ser respeitadas, simultaneamente, as seguintes condições:

- furos em zona de tração e a uma distância da face do apoio de no mínimo $2h$, onde h é a altura da viga;
- dimensões do furo de, no máximo, 12 cm e $h/3$;
- distância entre faces de furos, num mesmo trecho, de, no mínimo, $2h$;
- cobrimentos suficientes e não seccionamento das armaduras.

3.2 MÉTODO DAS BIELAS E TIRANTES

A seguir, é apresentado o Método das Bielas e Tirantes, desde sua definição, até as etapas de dimensionamento.

3.2.1 Definição

Os modelos de bielas e tirantes são representações discretas dos campos de tensão nos elementos estruturais de concreto armado. O método consiste na consideração, dentro da peça, de barras ideais retilíneas comprimidas e tirantes tracionados, ligados por meio de nós. As barras comprimidas são formadas por bielas de concreto e as barras tracionadas são constituídas por armaduras de aço (FUSCO, 1995; SILVA; GIONGO, 2000).

Segundo Souza e Bittencourt (2005, p. 4), o método das Bielas e Tirantes tem sua validade fundamentada no teorema do Limite Inferior da Teoria da Plasticidade. Esse Teorema estabelece que, se existe uma carga para a qual se pode encontrar um estado de tensão estável e estaticamente admissível, existe a garantia que essa carga será inferior à carga de ruína da estrutura. Assim, para se obter um limite inferior para a carga de ruína, deve-se garantir que os tirantes de aço escoem antes que as bielas e regiões nodais entrem em ruptura.

3.2.2 Geometria dos modelos

Segundo Santos (2006, p. 35), os principais fatores que definem a geometria do problema são os seguintes:

- a) considerações sobre regiões contínuas e descontínuas;
- b) ângulo entre bielas e tirantes;
- c) tipos de ações atuantes;
- d) esforços solicitantes no contorno;
- e) área de aplicação das ações e reações;
- f) número de camadas da abertura;
- g) cobertura da armadura.

As dimensões das bielas e das regiões nodais dependem das áreas de aplicação das ações e reações e também da armadura (quanto ao número de camadas e ao revestimento).

Em relação ao ângulo entre bielas e tirantes, conforme Fusco (1995, p. 124), este é determinado principalmente pela área de aplicação das ações e reações. Quando o espalhamento das tensões de compressão não ficar determinado por estas condições da face regularizada e as tensões se distribuírem ao longo de toda uma face, o ângulo θ de inclinação das bielas comprimidas ficará sempre no seguinte intervalo:

$$\arctg(1/2) \leq \theta \leq \arctg(2) \quad (\text{condição 1})$$

O mesmo autor ressalta que no caso contrário, em que as condições de contorno determinam a inclinação das bielas, embora as bielas diretas ainda possam se formar até inclinações da ordem de $\theta = \arctg(3)$, isto não deve ser utilizado, pois estas inclinações são obtidas à custa de intensa fissuração da peça. A inclinação $\theta = \arctg(2)$ deve ser considerada como um máximo absoluto, e a partir daí, o problema deve ser tratado como um caso de flexão com cisalhamento.

Santos (2006, p. 27-28) sugere que o valor máximo de inclinação seja de 45° e, a medida em que o ângulo se aproxime deste valor, maior seria a taxa de armadura transversal necessária e, por outro lado, menor seria a tensão nas bielas. Contudo, adotando-se um valor próximo ao valor inferior, θ_{\min} , diminui-se a área da armadura transversal, resultando, porém, em acréscimo nas tensões de compressão atuantes nas bielas. Assim, é sugerida a adoção de valores de inclinação das bielas (θ) os mais próximos possíveis de θ_{\min} , pois as tensões de compressão são verificadas diretamente, devendo-se apenas garantir que estejam dentro dos limites estabelecidos. O mesmo autor afirma que sugestões baseadas em investigações experimentais indicam valores para inclinação mínima das bielas comprimidas em torno de $\theta_{\min} = 26,5^\circ$. Assim, pode-se explicar que bielas com baixas inclinações resultam em alta tensão na armadura transversal entre o início da fissuração e o estado limite último, além de requerer um maior comprimento de ancoragem da armadura longitudinal.

3.2.3 Regiões contínuas e descontínuas

Na definição geométrica dos modelos, Schlaich et al. (1987, p. 77) afirmam que se pode subdividir a estrutura em regiões contínuas e descontínuas. As regiões denominadas contínuas são aquelas em que as hipóteses de Bernoulli, que apresentam distribuição linear de deformações ao longo da seção transversal, são válidas. Em regiões descontínuas, essas hipóteses não permanecem válidas. Portanto, as regiões contínuas são chamadas de regiões B (Bernoulli) e as descontínuas de regiões D (descontinuidade).

Silva e Giongo (2000, p. 8) explicam que as regiões D, onde a distribuição de tensões é não-linear, podem ser produzidas por descontinuidades estáticas e/ou geométricas e o método das Bielas e Tirantes tem uma representação bem aproximada do fluxo interno de tensões nesta região. Já as regiões B fissuradas podem ser projetadas utilizando-se os modelos de treliça usuais. Estes mesmos autores ressaltam que “A utilização de modelos de bielas e tirantes permite um tratamento unificado do projeto de regiões B e D, pois o modelo de treliça nada mais é do que um caso particular do Método de Bielas e Tirantes.”.

A subdivisão da estrutura em regiões B e D pode ser feita considerando as trajetórias de tensões nas proximidades das regiões descontínuas. Com o auxílio do Princípio de Saint-Venant, que admite que, à exceção da vizinhança imediata dos pontos, a distribuição de tensões é independente do modo de aplicação das cargas, pode-se definir uma região na qual se processa a regularização das tensões. Esta região é definida por dimensões da mesma ordem de grandeza da seção transversal. Assim, pode-se delimitar as regiões D considerando, a partir das descontinuidades geométricas ou estáticas, distâncias iguais à altura das regiões B adjacentes. Porém, este procedimento é aproximado, visto que, para cada tipo de descontinuidade, a distribuição de tensões pode ser um pouco diferente. Mesmo assim, como não é necessária uma exatidão na definição da linha divisória dessas regiões, o procedimento proposto se torna satisfatório (SILVA; GIONGO, 2000, p. 9).

3.2.4 Determinação do caminho de carga

Primeiramente, deve-se assegurar que o equilíbrio externo da região a ser modelada seja atendido pela determinação de todos os esforços atuantes no contorno. Para regiões com ação

uniformemente distribuída no contorno, esta deve ser substituída por forças concentradas equivalentes, de modo que as ações no início e no fim do caminho de carga estejam equilibradas. Estes caminhos devem ser alinhados e não podem se interceptar. Além disso, sempre se deve realizar o caminho da carga buscando sempre o caminho mais curto, principalmente na ligação de duas ações opostas. Locais onde o traçado apresentar curvaturas, significa que haverá uma concentração de tensões no local. Após a determinação de todos os caminhos de carga, estes devem ser substituídos por linhas de um polígono. Os elementos comprimidos serão as bielas, que devem ser representadas por linhas interrompidas e os elementos tracionados serão os tirantes, representados por linhas contínuas (SILVA; GIONGO, 2000, p. 11).

Silva e Giongo (2000, p. 12) salientam que o posicionamento dos tirantes não é tão importante como o das bielas e devem ser dispostos paralelamente às extremidades dos elementos, onde o arranjo das armaduras é localizado na prática. Em regiões próximas a apoios e forças concentradas, onde se tem concentração de tensões, as bielas principais e os tirantes nunca podem se encontrar em ângulos inferiores a 45° , tentando sempre alcançar ângulos próximos a 60° .

3.2.5 BIELAS

A seguir são apresentados os critérios de dimensionamento das bielas e, posteriormente, os parâmetros de resistência das mesmas.

3.2.5.1 Dimensionamento das bielas

A CSA-A23.3-94 (ASSOCIAÇÃO DAS NORMAS CANADENSES, 1994 apud SILVA; GIONGO, 2000, p. 18), indica que as dimensões das bielas devem assegurar que a força de compressão não exceda o valor:

$$F_c \leq \varphi_c \cdot A_{cs} \cdot f_{cu} \quad (\text{condição 2})$$

Onde:

F_c = força de compressão (kN);

A_{cs} = área da seção transversal da biela (cm²);

f_{cu} = parâmetro de resistência da biela (kN/cm²);

φ_s = fator de segurança do concreto (igual a 0,6).

A área da seção transversal da biela deve ser calculada considerando a área de concreto disponível e as condições de ancoragem nas extremidades da biela, conforme mostra a figura 3.

No caso de biela ancorada por armadura, as dimensões da biela se estenderão a uma distância de seis vezes o diâmetro da barra do seu eixo. Assim, para se aumentar as dimensões de uma biela, pode-se optar por aumentar o número de camadas de armadura de tração ou se aumentar a largura da região de aplicação da força concentrada.

Já em bielas armadas com barras paralelas ao seu eixo, a força calculada na biela não pode exceder o seguinte valor (SILVA; GIONGO, 2000, p. 19):

$$F_b \leq \varphi_c \cdot A_{cs} \cdot f_{cu} + \varphi_s \cdot A_{ss} \cdot f_y \quad (\text{condição 3})$$

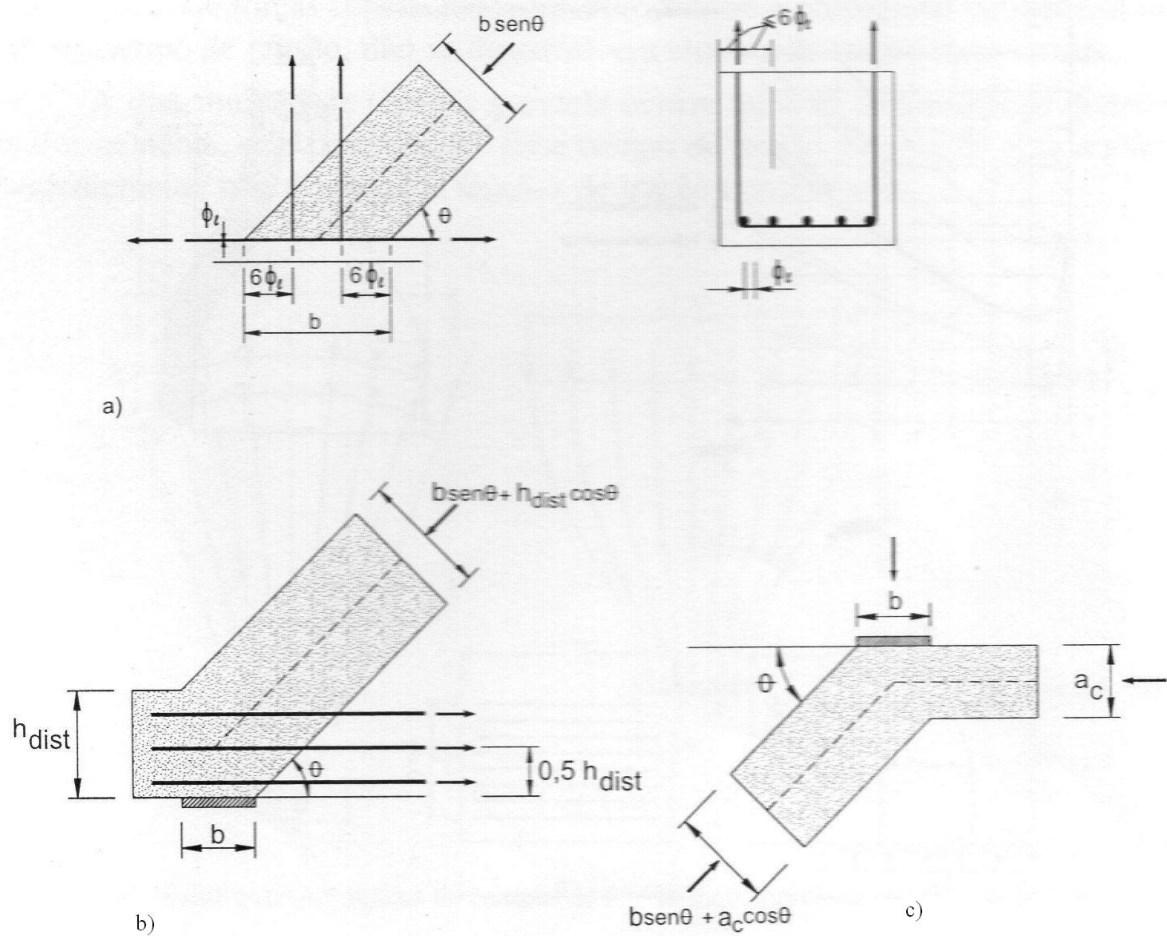


Figura 3: influência das condições de ancoragem na área da seção transversal da biela: (a) biela ancorada por armadura; (b) biela ancorada por apoio e armadura; (c) biela ancorada por região de aplicação de carga e outra biela (ASSOCIAÇÃO DAS NORMAS CANADENSES, 1994 apud SILVA; GIONGO, 2000, p. 18)

Onde:

F_b = força calculada na biela (kN);

A_{ss} = área de armadura da biela (cm²);

f_y = resistência ao escoamento do aço (kN/cm²);

ϕ_s = fator de segurança da armadura (igual a 0,85).

3.2.5.2 Parâmetros de resistência das bielas

Schlaich et al. (1987) sugerem os seguintes valores para as resistências das bielas:

- a) $1 \times 0,85 = 0,85 f_{cd}$ para um estado de tensão uniaxial e sem perturbação;
- b) $0,8 \times 0,85 = 0,68 f_{cd}$ para campos de compressão com fissuras paralelas às tensões de compressão;
- c) $0,6 \times 0,85 = 0,51 f_{cd}$ para campos de compressão com fissuras inclinadas.

Deve-se considerar a fórmula 1:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (\text{fórmula 1})$$

Onde:

f_{cd} = resistência de cálculo do concreto (kN/cm²);

f_{ck} = resistência característica do concreto (kN/cm²);

γ_c = coeficiente de segurança do concreto.

Segundo o Código Modelo CEB-FIP (COMITÊ EURO-INTERNACIONAL DE CONCRETO, 1990 apud SILVA; GIONGO, 2000, p. 21), os parâmetros de resistência das bielas podem ser divididos em zonas não-fissuradas e fissuradas. O quadro 1 apresenta os valores de acordo com o f_{ck} de projeto.

Concreto	f_{cd1}	f_{cd2}
C20	$0,782 f_{cd}$	$0,552 f_{cd}$
C25	$0,765 f_{cd}$	$0,540 f_{cd}$
C30	$0,748 f_{cd}$	$0,528 f_{cd}$
C35	$0,731 f_{cd}$	$0,516 f_{cd}$
C40	$0,714 f_{cd}$	$0,504 f_{cd}$
C50	$0,680 f_{cd}$	$0,480 f_{cd}$

Quadro 1: parâmetros de resistência das bielas: f_{cd1} para zonas não-fissuradas e f_{cd2} para zonas fissuradas (COMITÊ EURO-INTERNACIONAL DE CONCRETO, 1990 apud SILVA; GIONGO, 2000, p. 21)

Fusco (1995, p. 127) acrescenta que os nós das bielas podem ser considerados como submetidos a estado plano de tensão com confinamento ou a estados simples de compressão. Em certos casos, é preciso considerar estados simples de compressão, mas sujeitos à fissuração por efeito de tensões tangenciais. No quadro 2, são apresentados os valores de σ_{cd} correspondentes a cada caso, de acordo com o f_{ck} utilizado.

	Para $f_{ck} \leq 40 \text{ MPa}$	Para $f_{ck} \geq 40 \text{ MPa}$
concreto confinado em estado plano de tensões	$\sigma_{cd} \leq f_{cd}$	$\sigma_{cd} \leq 0,9 f_{cd}$
concreto não-confinado	$\sigma_{cd} \leq 0,85 f_{cd}$	$\sigma_{cd} \leq 0,8 f_{cd}$
concreto não-confinado e fissurado	$\sigma_{cd} \leq 0,60 f_{cd}$	$\sigma_{cd} \leq 0,5 f_{cd}$
cisalhamento	$\tau_{cd} \leq 0,30 f_{cd}$	$\tau_{cd} \leq 0,25 f_{cd}$

Quadro 2: valores de σ_{cd} para dimensionamento das bielas (FUSCO, 1995, p. 127)

O autor ainda justifica que as reduções para concreto com $f_{ck} > 40 \text{ MPa}$ decorrem do menor crescimento de sua resistência após os 28 dias de idade.

3.2.6 Tirantes

Silva e Giongo (2000, p. 22-23) definem que as forças nos tirantes devem ser absorvidas geralmente pelas barras da armadura cujo eixo deve coincidir com o do tirante no modelo. A área de armadura necessária é obtida diretamente por meio da força no tirante e da resistência de escoamento de cálculo do aço considerando o Estado Limite Último:

$$A_s = \frac{\gamma_f R_{st}}{f_{yd}} \quad (\text{fórmula 2})$$

Onde:

A_s = área necessária do tirante de aço (cm^2);

γ_f = coeficiente de majoração das ações;

R_{st} = força de tração atuante (kN);

f_{yd} = resistência ao escoamento de cálculo do aço (kN/cm²).

Os mesmos autores afirmam que mesmo existindo a área de armadura necessária definida no cálculo, deve-se dar uma atenção especial à ancoragem das barras nas extremidades das regiões nodais. Com uma ancoragem adequada e a utilização de bitolas mais finas em maior número de camadas se estará contribuindo com a resistência das bielas e regiões nodais.

3.2.7 Nós

Santos (2006, p. 37) define nó ou região nodal como sendo uma idealização de uma região de concreto na qual ocorrem mudanças bruscas nas direções das forças, provindas das bielas comprimidas, dos tirantes tracionados, de forças de ancoragem e forças externas como ações concentradas ou reações de apoio. Contudo, essa mudança brusca de direção das forças, a qual se idealiza acontecer pontualmente, na realidade ocorre num determinado comprimento e numa determinada largura do elemento estrutural. A seguir, serão apresentados os tipos existentes de nós, as suas configurações geométricas e seus parâmetros de resistência.

3.2.7.1 Tipos de nós

Segundo Schlaich et al. (1987), os nós podem ser divididos da seguinte maneira:

- a) singulares ou concentrados: são nós onde forças concentradas são aplicadas e o desvio da força é feito localizadamente. Estes nós são críticos e devem ter suas tensões verificadas, a fim de equilibrar as forças e não causar deformações excessivas e, conseqüentemente, provocar fissuração;
- b) contínuos: nestes nós ocorre o desvio da força em comprimentos, em que as armaduras podem ser ancoradas. Geralmente não são nós críticos, só devendo ser verificados os critérios de ancoragem.

3.2.7.2 Configuração de nós

Os mesmos autores propuseram um método simplificado para as configurações típicas de nós. Segundo eles, o nó tem sua geometria definida pela intersecção das dimensões das bielas e dos tirantes, cujos eixos devem coincidir. Assim, as tensões planas atuantes em todos os lados da região nodal não precisam ser iguais, porém as tensões em cada lado do nó devem ser constantes e devem permanecer abaixo de um limite pré-estabelecido para a tensão nodal.

3.2.7.3 Parâmetros de resistência das regiões nodais

Schlaich et al. (1987)) sugerem os seguintes limites para as tensões médias de compressão nos contornos dos nós:

- a) $0,935 f_{cd}$ – para nós onde só se encontram bielas comprimidas, criando um estado de tensão biaxial ou triaxial;
- b) $0,8 \times 0,85 = 0,680 f_{cd}$ – para nós onde a armadura é ancorada.

3.3 MÉTODO EMPÍRICO

O método empírico será subdividido em duas partes, para lajes e vigas, pois para cada um destes elementos estruturais será utilizado um método empírico diferente e proposto por principalmente dois autores.

3.3.1 Lajes

Para o estudo das lajes, será utilizado o método de Fritz Leonhardt, que obteve uma série de equações empíricas e aproximações para o cálculo destes elementos sujeitos a aberturas. As lajes são diferentemente tratadas se são armadas em uma ou em duas direções, e serão tratadas separadamente, como será mostrado a seguir.

3.3.1.1 Lajes apoiadas em uma direção com aberturas retangulares

Nas lajes apoiadas em uma direção, o dimensionamento deve ser dividido em aberturas pequenas e grandes.

3.3.1.1.1 Aberturas pequenas

No estudo de pequenas aberturas retangulares, com dimensões inferiores a um quinto do vão, basta dispor as barras da armadura resistente, que teoricamente estariam na abertura, de acordo com o fluxo de forças (figura 4a), como armadura adicional nos lados da abertura, concentrada nos bordos (figura 4b). Os picos de tensão que surgem nos cantos, devido ao **efeito de entalhe**, conduzem, geralmente, ao aparecimento de fissuras, que são mantidas com pequena abertura, por meio de uma armadura adicional na direção transversal ou, ainda, por uma armadura inclinada (LEONHARDT; MÖNNIG, 1978, p. 106-107).

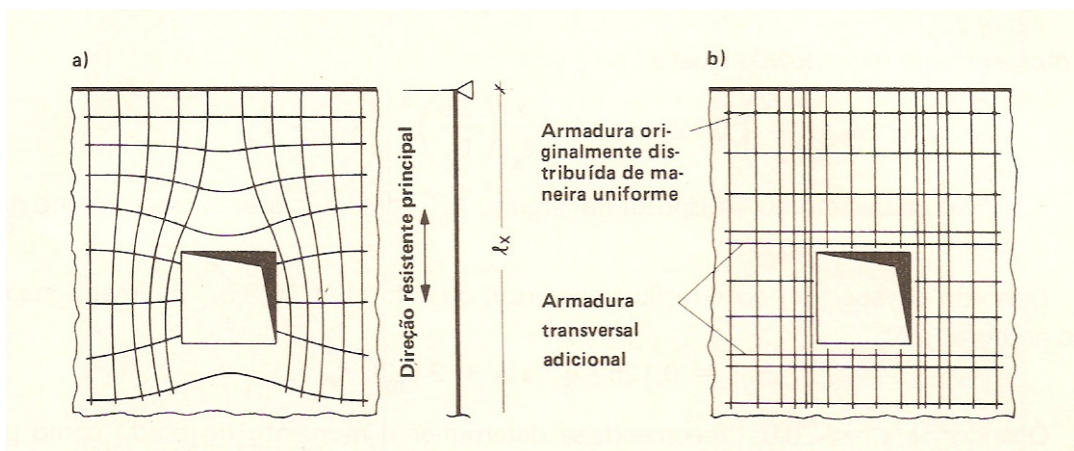


Figura 4: **substituição** da armadura em lajes apoiadas em uma direção com pequenas aberturas retangulares (LEONHARDT; MÖNNIG, 1978, p. 107)

3.3.1.1.2 Aberturas grandes

Segundo Leonhardt e Mönnig (1978, p. 107-108), em aberturas retangulares com dimensões maiores, no meio de lajes apoiadas em uma direção, com carga uniformemente distribuída (figura 5), dimensionam-se faixas resistentes com uma largura

$$b_m \cong \left(0,8 - \frac{b}{l}\right) l \quad (\text{fórmula 3})$$

para um momento no meio do vão igual a:

$$m_{xm} = \left[0,125 + 0,19 \frac{a}{l_x} \left(\frac{2b}{l_x}\right)^2\right] q l_x^2 \quad (\text{fórmula 4})$$

A armadura de reforço é disposta na largura b_m , diminuindo-se o espaçamento na direção do bordo. O bordo da abertura na direção transversal, quando $b/a \geq 0,5$, é dimensionado para o momento do bordo:

$$m_{yy} = 0,125 q a (a + 2b_m) \quad (\text{fórmula 5})$$

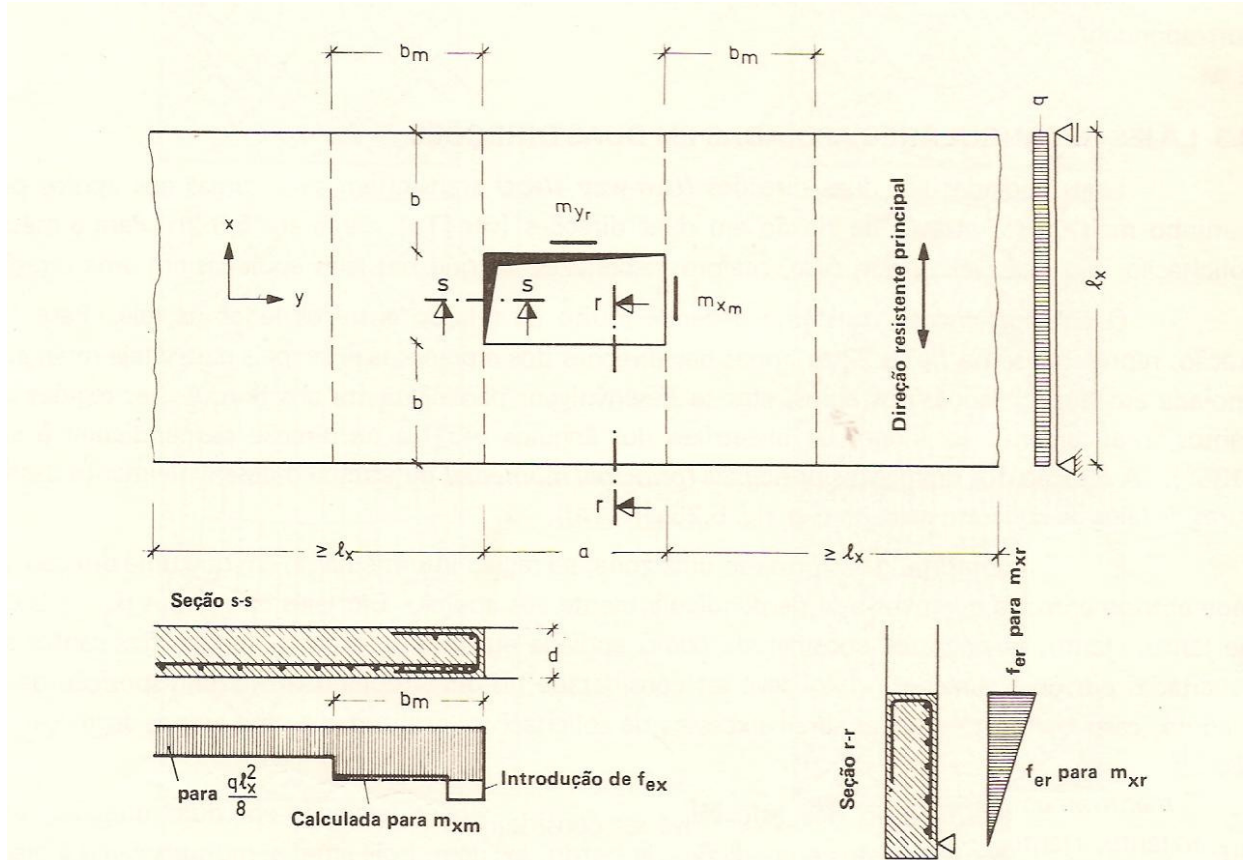


Figura 5: cálculo aproximado e disposição da armadura em lajes apoiadas em uma direção com grandes aberturas retangulares (LEONHARDT; MÖNNIG, 1978, p. 107)

Leonhardt e Mönnig (1978, p. 108), sugerem que “Quando $b/a < 0,5$, recomenda-se determinar o momento no bordo como para uma laje apoiada em três lados, com apoios livres à rotação.”.

3.3.1.2 Lajes apoiadas em duas direções com aberturas retangulares

Leonhardt e Mönnig (1978, p. 127), afirmam que, embora seja um cálculo aproximado, uma laje apoiada em quatro lados, com aberturas, pode ser decomposta em lajes apoiadas em três lados. Com uma escolha criteriosa das condições de contorno, pode-se estimar os esforços solicitantes, que estarão a favor da segurança. A figura 6 mostra uma decomposição dos esforços válida para $0,3 < a/l_x < 0,6$ e $b_1/a > 0,5$, porém, outras dimensões exigirão outras hipóteses. Essa maneira de tratar o problema é preferível à divisão da laje em faixas resistentes e em faixas secundárias, embora também neste caso, em geral, chegue-se ao comportamento resistente seguro.

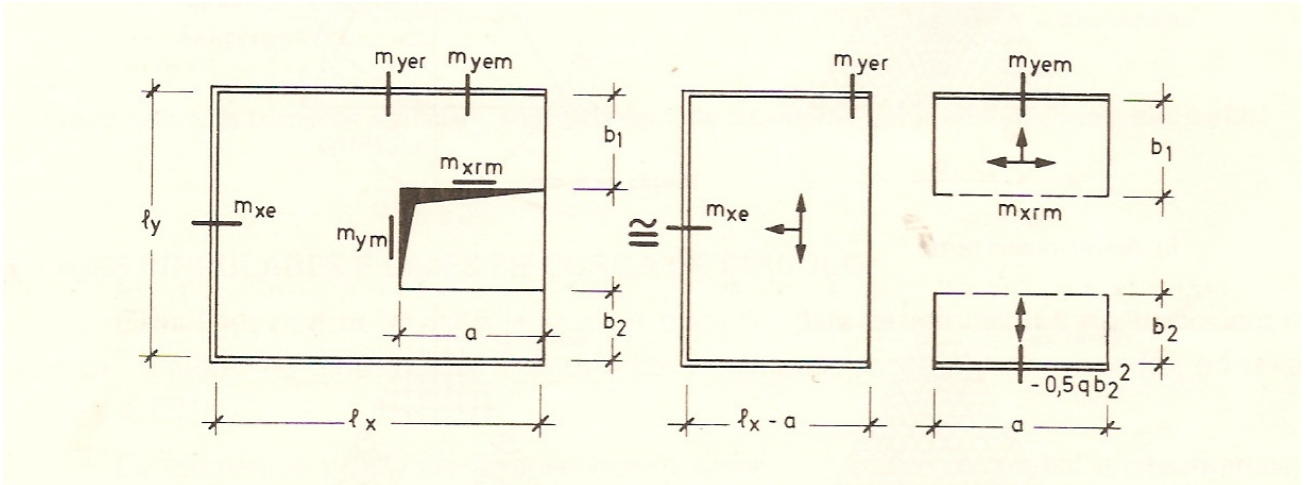


Figura 6: exemplo para o cálculo aproximado de uma laje com abertura retangular (LEONHARDT; MÖNNIG, 1978, p. 127)

Estes autores indicam ainda que os bordos da abertura devem ser sempre armados longitudinalmente em cima e embaixo e ser protegidos por grampos para absorver possíveis cargas no bordo e tensões devido à temperatura e à retração, conforme mostra a figura 7. Uma armadura superior serve para cobrir eventuais incompatibilidades entre as hipóteses, inevitáveis quando se empregam processos de cálculo aproximados. A armadura inferior na direção principal deve ser detalhada sem escalonamento; a armadura perpendicular a ela não pode ser muito curta (para cada lado da abertura, tomar cerca de metade largura da abertura, acrescida do comprimento de ancoragem).

	Espeçura da laje	$f_{eR} \text{ nec } [\text{cm}^2/\text{m}]$			
		BSt 22/34	BSt 42/50,	BSt 50/55	
Assim	$d \leq 30 \text{ cm}$	2,40	1,25	1,05	Interpolar linearmente para valores intermediários
Ou assim	$d \geq 80 \text{ cm}$	6,70	3,50	2,95	

Figura 7: detalhe da armadura nos bordos da abertura (grampo) (LEONHARDT; MÖNNIG, 1978, p. 100)

Araújo (2003, p. 147) reforça esta idéia, pois sugere o mesmo tratamento dado pelos outros autores, conforme mostra a figura 8.

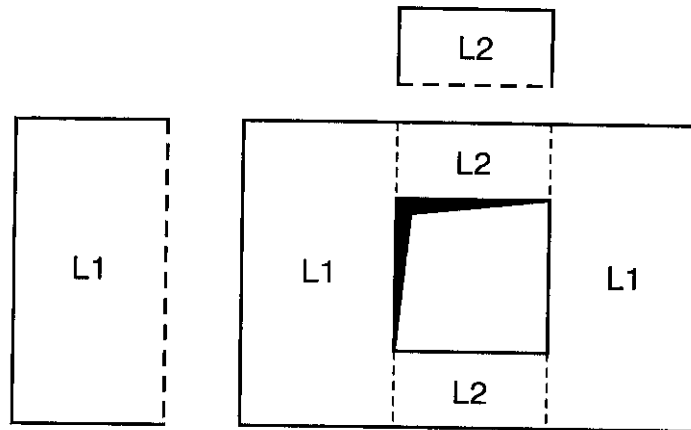


Figura 8: laje armada em duas direções com abertura retangular
(ARAUJO, 2003, p. 147)

3.3.2 Vigas

Para o estudo das vigas, será utilizado o método do engenheiro José Carlos Sússekind que propôs simplificações e considerações empíricas para o cálculo destes elementos sujeitos à aberturas.

3.3.2.1 Dimensões limites

Sússekind (1985, p. 160) considera que:

[...] “viga furada” é aquela em que a furação existente se situar dentro dos limites máximos fixados na figura [...] [9]. Enquanto eles forem respeitados, o dimensionamento geral da peça poderá se fazer como se tivéssemos uma viga maciça (sem furos), admitindo-se, mesmo na região furada, a validade da hipótese da seção plana [...].

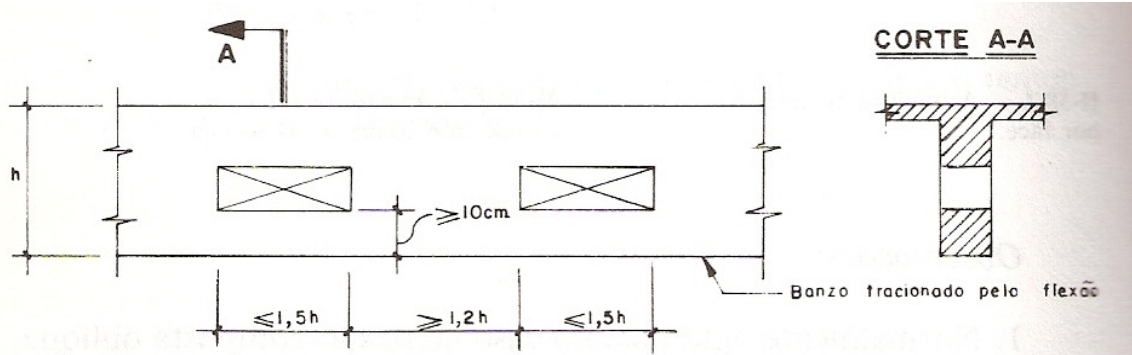


Figura 9: dimensões máximas de furos em vigas, até as quais a furação será considerada (SÜSSEKIND, 1985, p. 160)

3.3.2.2 Análise da região da abertura

Para Süsssekind (1985, p. 161) o tratamento local da abertura é realizado conforme a figura 10. Interceptando-se a viga por um plano que atravesse o eixo do furo, o equilíbrio se obtém se aplicando, nesta seção, os efeitos dos esforços atuantes, que são o momento fletor e o esforço cortante.

O momento fletor está transmitido pelas resultantes D_d e Z_d no concreto e no aço, respectivamente. Já o esforço cortante total Q_d se dividirá em duas frações Q_{1d} e Q_{2d} , proporcionais à rigidez à flexão das partes superior e inferior ao furo (hipótese de igual deformação vertical de ambas). Cabe, de imediato, notar que a rigidez da parte comprimida pela flexão é a de uma seção comprimida (maciça) de concreto, ao passo que a da parte tracionada (fissurada) é, exclusivamente, da armadura existente. Em suma, a parcela do cortante transmitida na região comprimida é tão maior, que se sugere tomar, pura e simplesmente, $Q_{1d} = Q_d$, adotando-se, ainda, $Q_{2d} = 0,1Q_d$ (apenas por precaução, este último valor, é adotado com o intuito de conduzir a uma armadura suplementar que assegure uma limitação de fissuração para o tirante inferior).

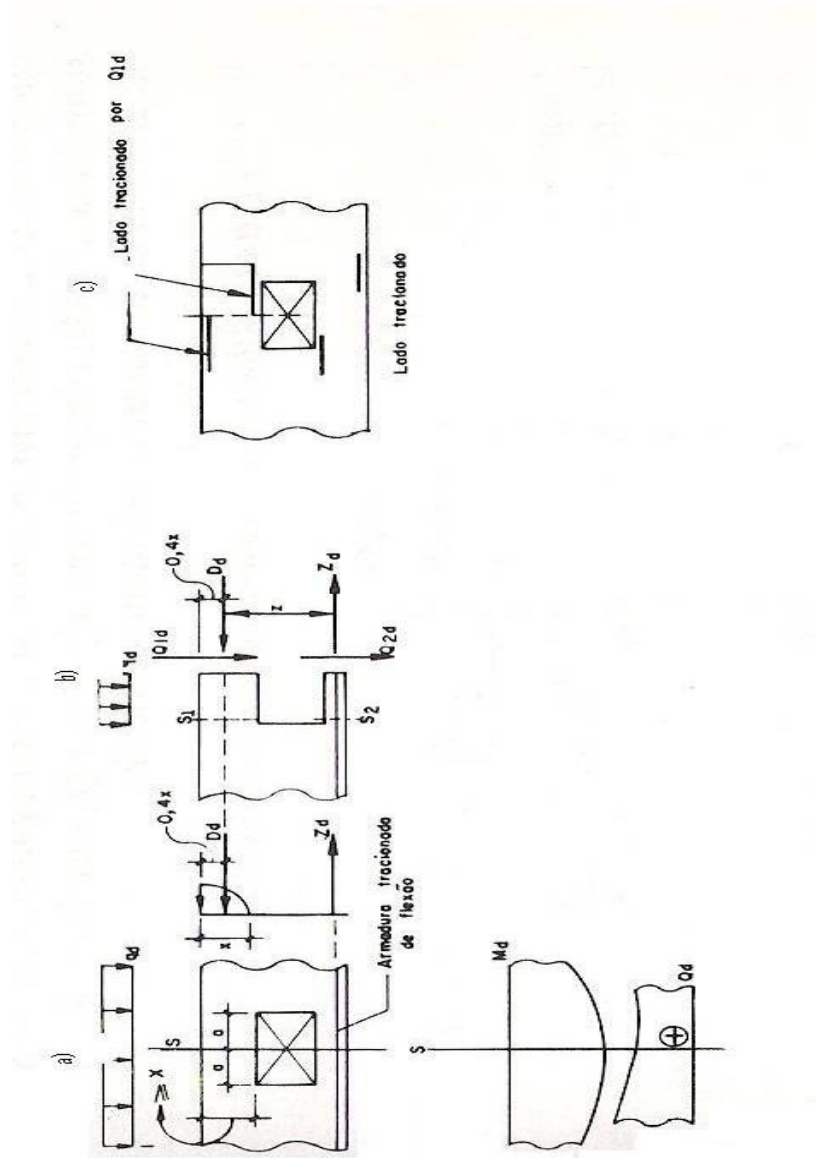


Figura 10: análise da região do furo; (a) esforços calculados como viga maciça; (b) interseção da viga por um plano no eixo do furo; (c) fibras tracionadas por Q_{1d} e Q_{2d} (supostos positivos) (SÜSSEKIND, 1985, p. 161)

3.3.2.3 Dimensionamento

Na determinação dos esforços para o dimensionamento, a seção S_1-S_1 terá o tratamento de uma seção submetida à flexão composta, tal conforme a figura 11. Nesta seção, atua um esforço normal D_d (aplicado a $0,4x$ do bordo mais comprimido) e um momento fletor M_{1d} .

Analogamente, S_2-S_2 está submetida à flexão composta com $M_{2d} = 0,1 Q_d \times a$ e $N_d = Z_d$, aplicado ao nível da armadura tracionada de flexão (SÜSSEKIND, 1985, p. 162).

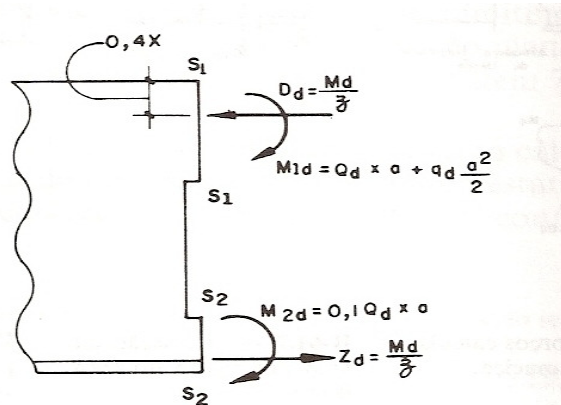


Figura 11: esforços para dimensionamento das seções $S_1 - S_1$ e $S_2 - S_2$ (SÜSSEKIND, 1985, p. 162)

3.3.2.4 Detalhamento da armadura

Então, de acordo com Süsssekind (1985, p. 162), “O detalhamento da armadura na região do furo é, então, o da figura [...] [12], preferindo-se (no intuito de evitar enganos) a adoção de armadura simétrica de reforço na região do furo.”.

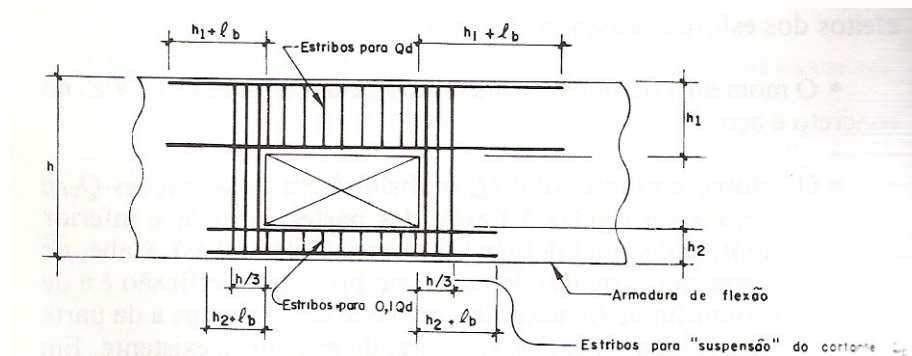


Figura 12: detalhamento da armadura de reforço do furo (SÜSSEKIND, 1985, p. 162)

4 SELEÇÃO E CARACTERIZAÇÃO DOS ELEMENTOS PARA O DIMENSIONAMENTO

Este capítulo foi destinado a definir, de projetos estruturais reais, aberturas com determinadas características para possibilitar a comparação com ambos os métodos de cálculo e posterior análise de cada caso. Cada abertura foi descrita, com seu posicionamento, tamanho, forma, carregamento e demais características que foram necessárias na etapa de cálculo. Os elementos nos quais estas aberturas estão dispostas também tiveram a mesma descrição, iniciando-se pelas lajes e depois para as vigas.

4.1 ABERTURAS EM LAJES

4.1.1 Caracterização da laje

A laje estudada possui as seguintes características da laje.

- a) laje convencional do tipo maciça de concreto armado;
- b) laje de um pavimento composto por escritórios;
- c) espessura da laje igual a 12 cm;
- d) a laje é retangular e possui largura de 5 m e comprimento de 7 m;
- e) a laje é apoiada nos seus quatro lados por vigas de 20 cm de largura por 50 cm de altura.

4.1.2 Carregamento da laje

O carregamento da laje será distribuído uniformemente em toda sua extensão. As parcelas contribuintes do carregamento final são compostas pelo peso próprio, pela sobrecarga e pelo revestimento, conforme é descrito a seguir.

- a) peso próprio = $0,12 \times 25 = 3 \text{ kN/m}^2$;
- b) sobrecarga = 2 kN/m^2 ;

- c) revestimento = 1 kN/m²;
- d) carga total = 6 kN/m².

4.1.3 Tamanho da abertura

Neste trabalho, foi escolhida uma abertura quadrangular de 1,5 m de lado que servirá como passagem provisória de material da obra. De acordo com as dimensões da laje e da abertura, ela se encaixa na definição de grande abertura, pois possui medidas maiores que um quinto do vão, sendo assim tratada.

4.1.4 Posicionamento da abertura

Neste trabalho, somente será estudada uma abertura posicionada no centro da laje que é definida como sendo uma abertura em que exista uma faixa de concreto remanescente nos seus quatro lados. Neste caso, a abertura foi posicionada com seus dois eixos coincidindo com os dois eixos da laje, conforme a figura 13

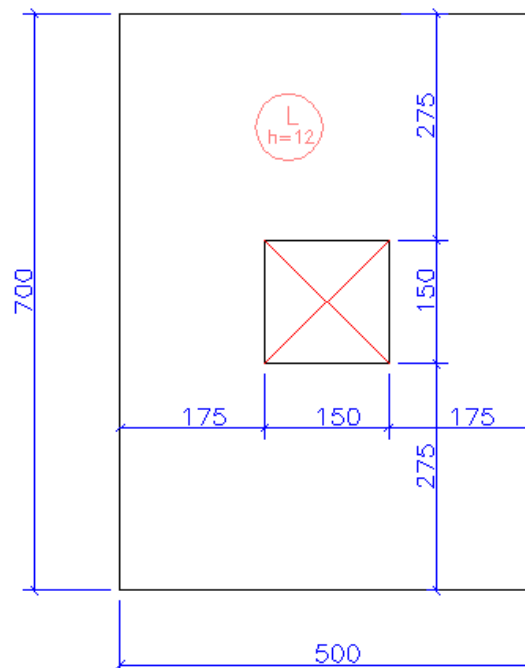


Figura 13: abertura no centro da laje

4.2 ABERTURAS EM VIGAS

4.2.1 Caracterização da viga

A viga estudada foi considerada sempre a mesma, modificando-se somente o posicionamento da abertura em cada caso. A seguir, as características da viga em questão.

- a) viga de concreto armado;
- b) seção retangular de 20 x 50 cm;
- c) vão teórico, entre eixos de apoio, de 5,0 m;
- d) simplesmente apoiada;
- e) $f_{ck} = 25$ MPa;
- f) cobrimento = 2 cm.

4.2.2 Carregamento da viga

O carregamento da viga é distribuído uniformemente em toda sua extensão. As parcelas contribuintes da carga total são o peso próprio, a parcela da carga da laje descarregada na viga e a carga da alvenaria de blocos cerâmicos, conforme é detalhado a seguir.

- a) peso próprio = $0,2 \times 0,5 \times 25 = 2,5$ kN/m;
- b) carga resultante da laje (arbitrada) = 7 kN/m;
- c) carga da alvenaria de blocos cerâmicos de 19 cm, mais revestimentos, resultando em parede de 25 cm com pé-direito de 2,80 m = $0,25 \times 2,80 \times 13 = 9,1$ kN/m;
- d) carga total = 18,6 kN/m.

4.2.3 Armadura da viga

O procedimento de cálculo da armadura não será demonstrado neste trabalho e foi realizado de acordo com o disposto na NBR 6118/2007. A partir do momento máximo encontrou-se a armadura longitudinal de quatro barras de 12,5 mm e com o cortante máximo se adotou estribos de $\varnothing 6,3$ mm a cada 14 cm.

4.2.4 Tamanho da abertura

A abertura na viga tem formato retangular, de 40 cm de largura por 20 cm de altura e é uma abertura para a passagem de tubulação hidráulica.

4.2.5 Posicionamento da abertura

A abertura foi posicionada em dois locais distintos, pois o tratamento para cada situação é diferente. Primeiramente, foi localizada no centro do vão e, depois, mais próxima ao apoio, utilizando sempre o mesmo tamanho e posicionamento em relação à horizontal, conforme é descrito a seguir.

4.2.5.1 Abertura no centro do vão

Neste caso, o eixo vertical da abertura foi posicionado exatamente no centro do vão (ponto C), a 2,5m do eixo do apoio A. A abertura foi posicionada com sua face inferior a 13 cm do fundo da viga, conforme a figura 14.



Figura 14: posicionamento da abertura no centro do vão

O valor do momento e do esforço cortante no centro do vão (eixo da abertura), que serão necessários no dimensionamento, foram encontrados com as fórmulas 6 e 7:

$$V(x) = \frac{p L}{2} - p x \quad (\text{fórmula 6})$$

$$M(x) = \frac{P \cdot x}{2} (L - x) \quad (\text{fórmula 7})$$

Entrando com os valores de $x = 2,5$, $q = 18,6$ kN.m, $L = 5$ m, encontra-se $V_c = 0$ kN e $M_c = 58,1$ kN.m.

4.2.5.2 Abertura próxima ao apoio

Neste caso, o eixo vertical da abertura foi posicionado a 0,50 m do eixo do apoio A. Em relação à altura, foi posicionada com sua face inferior a 13 cm do fundo da viga, da mesma forma que a abertura anterior, conforme a figura 15.

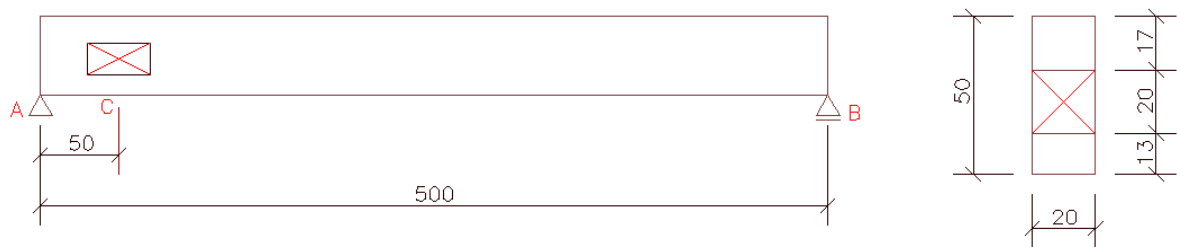


Figura 15: posicionamento da abertura próxima ao apoio da viga

No método empírico, é necessário determinar o momento e o cortante no eixo da abertura. Entrando nas fórmulas 6 e 7 com $x = 0,5$ m e os demais valores permanecendo os mesmos, encontra-se $V_a = 37,2$ kN e $M_a = 20,9$ kN.m. Já para o Método das Bielas e Tirantes, é necessário determinar o momento e o cortante a 80 cm do eixo do apoio (borda da região D), encontrando os valores de $V_b = 31,6$ e $M_b = 31,3$ kN.m.

5 DIMENSIONAMENTO PELO MÉTODO EMPÍRICO

Neste capítulo, foi realizado o dimensionamento pelo método empírico de acordo com a pesquisa bibliográfica e com as considerações da empresa A. Para cada um dos casos foi somente citada qual abertura que estava sendo estudada com o resumo das informações necessárias para o dimensionamento, as quais foram detalhadas no capítulo anterior. A seguir será descrito todo o procedimento de cálculo e análise para as lajes e, posteriormente, para as vigas.

5.1 LAJES

A análise da abertura na laje foi realizada de acordo com as sugestões de Leonhardt e Monnig (1978) e para o cálculo das lajes foram utilizadas as tabelas propostas por José Milton de Araújo (2003). Os valores dos coeficientes obtidos das tabelas de lajes (anexo A – tabelas de lajes) devem ser multiplicados pelas fórmulas que serão descritas durante o dimensionamento. O cálculo será baseado em faixas de 75 cm e não serão calculados os comprimentos dos ferros. A seguir será apresentado o dimensionamento para a abertura localizada no centro da laje.

5.1.1 Dados para o dimensionamento

A abertura possui formato quadrangular, de 1,5 m de lado e, neste caso, está localizada com ambos os eixos coincidindo com os eixos da laje. O carregamento da laje é de 6 kN/m² e ela é apoiada nos quatro lados.

5.1.2 Fragmentação da laje

Para a resolução do problema, a laje deve ser fragmentada em diversas outras lajes menores, isolando a abertura. Assim, se calcula cada laje separadamente para determinação dos esforços e posterior cálculo do reforço. Para este caso, a divisão escolhida é mostrada na figura 16.

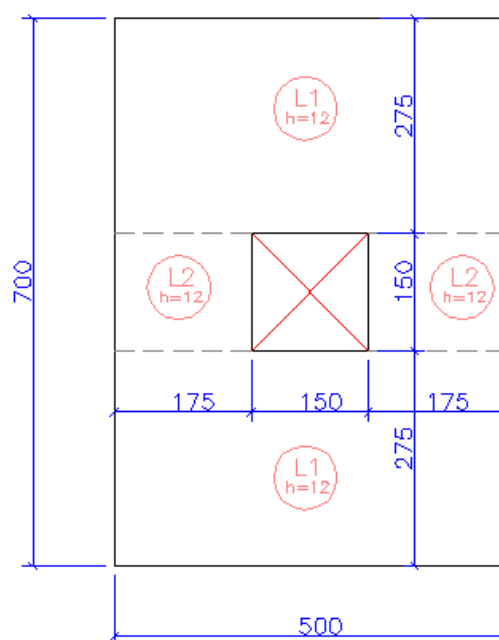


Figura 16: fragmentação da laje devido à abertura no centro da laje

Com esta nova disposição das lajes, tanto a laje L1 como a L2 serão consideradas apoiadas em três lados com um bordo livre.

5.1.3 Dimensionamento

Primeiramente, o dimensionamento foi realizado para a laje L2, descobrindo-se o momento no seu bordo livre e a reação na laje L1, para posterior cálculo da laje L1.

5.1.3.1 Laje L2

A laje L2 é uma laje apoiada em três lados com um bordo livre e carga uniformemente distribuída igual a 6 kN/m^2 . Para determinar a área de influência devida à abertura, considerou-se metade da área definida a partir de um ângulo de 45° do vértice da abertura para cada um dos lados, resultando em uma área de influência de $3,25 \times 1,75 \text{ m}$, conforme a figura 17. A relação entre os lados da laje é igual ao quociente entre o lado perpendicular ao bordo livre sobre o outro. Este valor resultou igual a $0,54$ e foi utilizado para entrar na tabela e

encontrar o coeficiente de 57 (tabela A-3), que deve ser multiplicado pela fórmula 8 para encontrar o momento no bordo da laje.

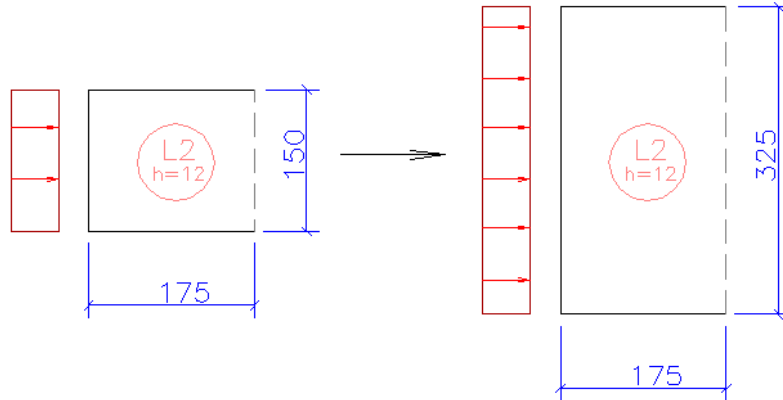


Figura 17: laje L2 com carga uniforme

$$M_{x0} = 0,001 p L_x^2 \quad (\text{fórmula 8})$$

Entrando com os dados obtidos, onde p é a carga e L_x é o vão paralelo ao bordo livre, encontra-se o momento de 3,61 kN.m/m.

Com este momento, calcula-se a área de armadura necessária no bordo livre, que é igual a 1,32 cm², considerando uma faixa de 75 cm. A armadura escolhida é de 2 Ø 10 mm como reforço no bordo da L2.

A reação da laje L2 sobre a laje L1, que será utilizada no cálculo da laje L1 é encontrada através da fórmula 9:

$$R = 0,001 p L_x \quad (\text{fórmula 9})$$

Entrando com o coeficiente de 390 (tabela A-1), o valor da reação R_y é 3,51 kN/m.

5.1.3.2 Laje L1

A laje L1 é uma laje apoiada em três lados composto por um lado sendo parte livre (região da abertura) e de parte apoiado (em contato com a L2). A parte em contato com a laje L2 possui carga resultante da reação da laje aplicada na sua borda. Cabe salientar que todo restante da laje L1 está submetida também à carga de 6 kN/m².

Como simplificação, tratou-se o lado em contato com a abertura e com a laje L2 como um bordo livre inteiro e com uma carga uniformemente distribuída na sua extremidade, conforme a figura 18. A carga equivalente no bordo, a partir da reação da laje L2, foi encontrada com a fórmula 10.

$$q_{\text{equiva}} = \frac{(3,51 \cdot 1,75) \cdot 2}{5} = 2,5 \text{ kN/m} \quad (\text{fórmula 10})$$

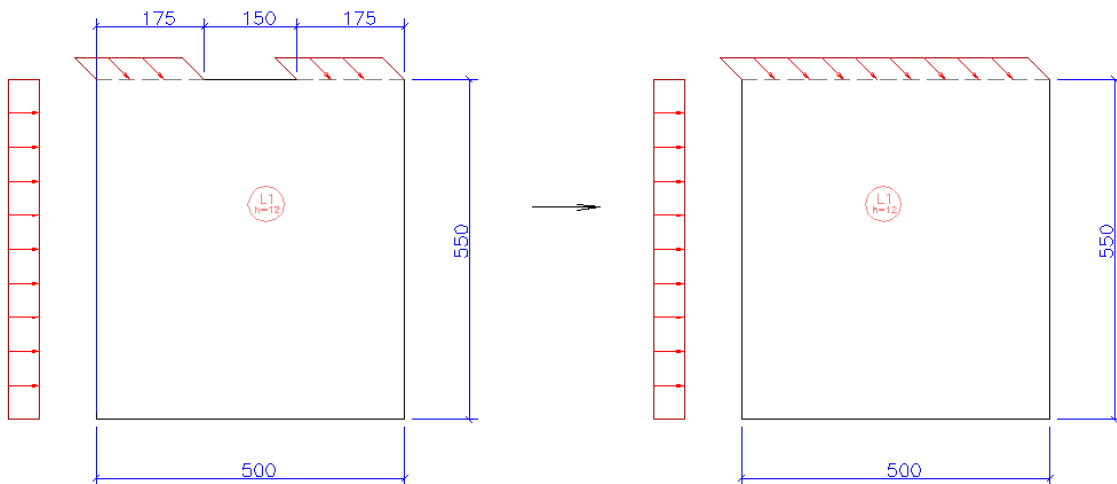


Figura 18: laje L1 com carga uniforme mais carga no bordo livre

O momento devido a esta carga distribuída no bordo livre é encontrado pela fórmula 11:

$$M_{x0} = 0,001 p L_x \quad (\text{fórmula 11})$$

Entrando com o coeficiente de 210 (tabela A-2) encontra-se o momento de 2,63 kN.m/m.

A outra parcela da carga atuante na laje é uniformemente distribuída e igual a 6 kN/m². Utilizando a relação entre os lados de 0,55, coeficiente de 58,3 (tabela A-3) e utilizando a fórmula 9, encontra-se o momento no bordo devido à carga distribuída igual a 8,75 kN.m/m

Somando-se estes dois momentos, tem-se o momento total no bordo igual a 11,38 kN.m/m. Com este momento e considerando uma faixa de 75 cm, encontra-se uma área de armadura igual a 4,42 cm², adotando-se 4 Ø 12,5mm no bordo da L1.

Para o cálculo da armadura superior na borda da abertura, não há um cálculo exato e o reforço é analisado caso a caso, adotando-se geralmente um percentual da armadura inferior. Neste caso, optou-se por utilizar metade da armadura da parte inferior, porém em casos mais complexos seria aconselhável a utilização de algum programa computacional para auxílio na determinação desta armadura. A armadura transversal próxima a abertura é um grampo e não foi dimensionada.

5.1.4 Detalhamento

No detalhamento não será apresentado o cálculo do comprimento dos ferros, apresentando-se somente as bitolas de reforço, onde as posições A e B representam a armadura inferior e C e D a armadura superior do bordo da abertura, conforme a figura 19.

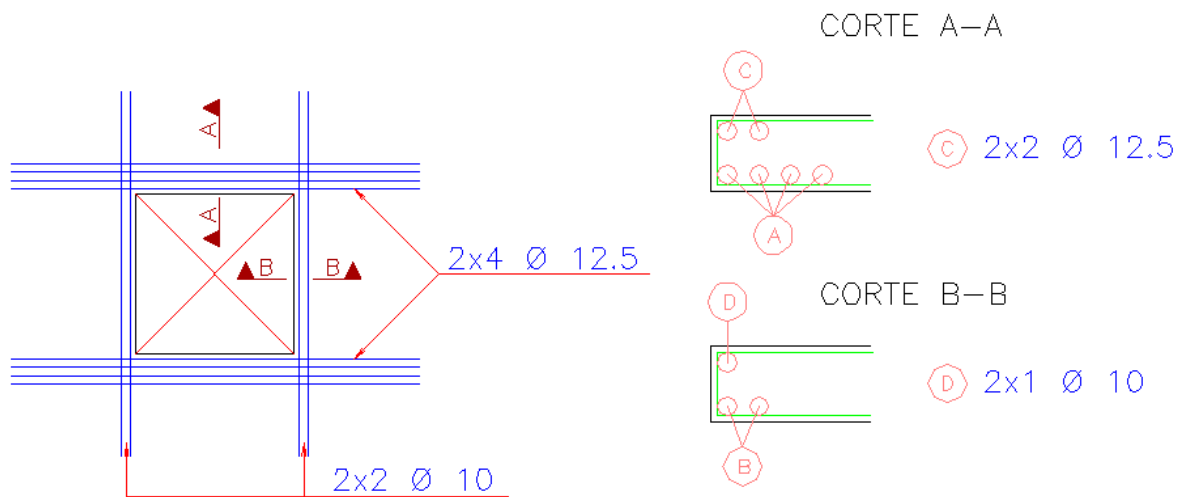


Figura 19: detalhamento do reforço da abertura no centro da laje

5.2 VIGAS

A análise da abertura foi realizada de acordo com as observações de Sussekind (2000). O dimensionamento ao cisalhamento e à flexão composta foram realizados de acordo com a NBR 6118/2007, sendo apresentados, portanto, somente os resultados.

A seguir, é realizado o dimensionamento para a abertura no centro do vão e, depois, para a abertura próxima ao apoio.

5.2.1 Abertura no centro do vão

5.2.1.1 Dados para o dimensionamento

A abertura possui formato retangular de 40 cm de largura por 20 cm de altura, sendo que seu eixo vertical está localizado no centro da viga, a 2,5m do apoio A e seu eixo horizontal está a 23 cm do fundo da viga. O momento no eixo da abertura é de 58,1 kN.m e o cortante é nulo.

5.2.1.2 Verificação da região da abertura

Primeiramente, verificou-se se o furo estaria interceptando a região comprimida da viga, o que não seria desejável já que a maior parte do esforço cortante deve se dissipar na zona comprimida. Para isto, calcula-se o posicionamento da linha neutra e se compara com a posição em que a abertura se inicia. O valor da linha neutra calculado é igual a 7,7 cm e é menor que os 17 cm que há disponível na parte superior da viga. Portanto, a abertura não intercepta a região comprimida da viga e o cálculo pode prosseguir.

5.2.1.3 Estudo da região da abertura

Interceptando-se a viga por um plano no eixo vertical da abertura, obtêm-se duas seções submetidas a determinados tipos de esforços. A seção superior, S1-S1, tem 17 cm de altura e foi tratada como uma seção submetida à flexo-compressão. O valor da resultante da força do concreto está a 0,4 x da face superior da viga. Já a seção inferior, S2-S2, tem 13 cm de altura e é tratada como uma seção submetida à flexo-tração, com resultante do aço aplicada ao nível da armadura. Como o eixo da abertura está na metade do vão, o esforço cortante é zero e a sua parcela contribuinte nas duas seções será nula.

5.2.1.4 Determinação dos esforços

Para ocorrer o equilíbrio, permitindo o cálculo das forças atuantes, a resultante na seção S1-S1 referente ao concreto deve ser igual à resultante na seção S2-S2 referente à armadura. A resultante do concreto está a 3,1 cm (04x) da face superior e a resultante do aço está a 46,7 cm (d) do mesmo ponto. O braço de alavanca entre estas forças é a diferença entre estes dois valores, que é igual a 43,6 cm. A figura 20 apresenta um desenho esquemático com os esforços atuantes, sendo que o cálculo das forças é realizado através da fórmula 12.

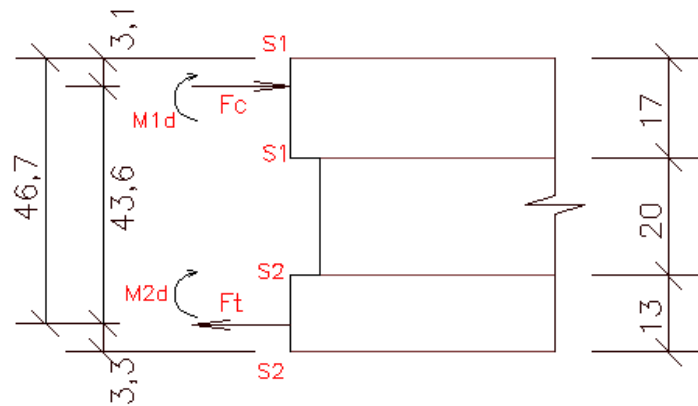


Figura 20: esforços atuantes no eixo da abertura no centro do vão

$$T = F_c = \frac{M}{d - 0,4x} \quad (\text{fórmula 12})$$

Onde:

T = força de tração, em kN;

F_c = força de compressão, em kN;

M = momento no eixo da abertura, em kN.cm.

Entrando com os valores acima descritos e com o momento de 5810 kN.cm, encontrado anteriormente, o valor das forças de tração e de compressão são iguais a 133,2 kN.

5.2.1.5 Dimensionamento

O dimensionamento ao cisalhamento deve ser tratado como uma viga de seção 20/17 na seção S1-S1 e 20/13 na seção S2-S2. Porém, neste caso, este cálculo não precisa ser realizado pois o cortante é nulo no eixo da abertura. Portanto, a armadura transversal a ser adotada nas duas seções será a armadura mínima, que é igual a Ø 5 a cada 8 cm. Já nas bordas da abertura, adotou-se estribos com um diâmetro nominal maior do que o diâmetro do estribo da viga, compensando a área de aço que está sendo interrompida pela abertura, encontrando-se 2 Ø 8.

O dimensionamento da armadura longitudinal é realizado para a seção S1-S1 e para a S2-S2, como é descrito a seguir.

5.2.1.5.1 Seção S1-S1

Como o cortante no eixo da abertura é igual a zero, somente haverá a parcela da força normal juntamente com o momento devido ao deslocamento desta força para o eixo da seção, conforme mostra a figura 21.

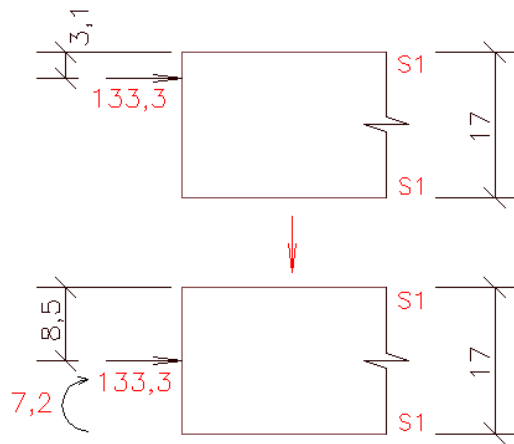


Figura 21: dimensionamento da seção S1-S1 no centro do vão

O dimensionamento é realizado para uma seção de 20/17 cm submetida à flexo-compressão com momento de 7,2 kN.m e força normal de 133,3 kN. A armadura encontrada foi praticamente nula, porém, a armadura mínima para $f_{ck} = 25$ MPa é igual ao seguinte valor:

$$A_{S_{\min}} = (0,15/100)(20)(17) = 0,51 \text{ cm}^2.$$

Portanto, a armadura mínima é igual a 2 Ø 6,3 mm em cada bordo da seção S1-S1.

5.2.1.5.2 Seção S2-S2

Nesta seção, só haverá a força normal aplicada ao nível do centro da armadura, juntamente com o momento devido ao deslocamento desta força para o eixo da seção, conforme a figura 22.

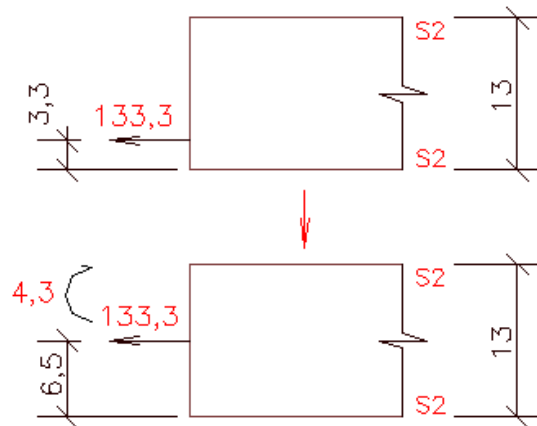


Figura 22: dimensionamento da seção S2-S2 no centro do vão

O dimensionamento é realizado para uma seção de 20/13 cm submetida à flexo-tração com momento de 4,3 kN.m e força normal de 133,3 kN.

A armadura encontrada foi igual a 4,12 cm² para a face inferior e 0,17 cm² para a face superior. Como a armadura longitudinal da viga é igual a quatro barras de 12,5 mm (4,91 cm²), na face inferior, a armadura existente já é suficiente e não é necessário mais armadura. Para a parte superior, deve-se adotar a armadura mínima de 2 Ø 6.3 mm.

5.2.1.6 Detalhamento

Na parte do detalhamento, foi elaborado um desenho esquemático com o posicionamento das armaduras. No desenho, a posição D é a própria armadura da viga e no quadro as células em branco representam que foi adotada a armadura mínima. A figura 23 mostra o detalhamento e, o quadro 3, o quantitativo do reforço da abertura.

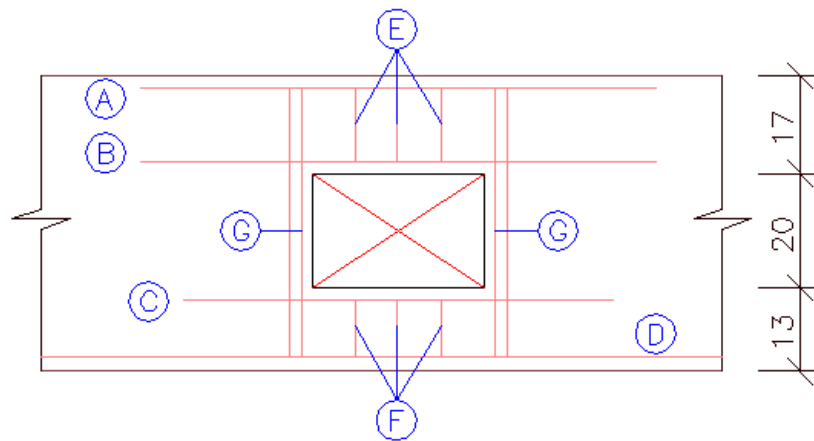


Figura 23: detalhamento do reforço da abertura no centro do vão

Posição	Área aço (cm ²)	Número barras	Bitola (mm)	Espaçamento (cm)
A	-	2	6.3	-
B	-	2	6.3	-
C	0,17	2	6.3	-
D	4,12	4	12.5	-
E	-	5	5	c/ 8
F	-	5	5	c/ 8
G	-	2X2	8	-

Quadro 3: quantitativo do reforço da abertura no centro do vão pelo método empírico

5.2.2 Abertura próxima ao apoio

5.2.2.1 Dados para o dimensionamento

A abertura possui o mesmo formato e posicionamento em relação ao eixo da viga, porém seu eixo vertical está localizado a 0,5 m do apoio A. O momento no eixo da abertura é de 20,93 kN.m e o cortante é de 37,2 kN.

5.2.2.2 Verificação da região da abertura

A verificação é realizada da mesma maneira, porém como o valor do momento é diferente, o cálculo deve ser refeito. Neste caso, o valor de x encontrado é de 2,64 cm e, portanto, o cálculo também pode prosseguir.

5.2.2.3 Estudo da região da abertura

O estudo da região da abertura se desenvolve da mesma maneira do que para a abertura no centro do vão, sendo que a única diferença é a existência de esforço cortante. O esforço cortante é dividido em duas frações proporcionais à rigidez e, portanto, o cortante transmitido na região comprimida é praticamente todo o cortante existente no eixo da abertura. Na parte inferior, cabe adotar um valor mínimo do cortante como forma de precaução para evitar a fissuração no tirante inferior. Assim, na seção S1-S1, o esforço cortante será tomado com seu valor inteiro do eixo da abertura, que é igual a 37,2 kN. Já na seção S2-S2, o valor do esforço cortante será 10% do cortante no eixo, encontrando-se o valor de 3,72 kN. Estas parcelas do esforço cortante vão gerar momentos que deverão ser somados aos momentos oriundos do deslocamento das forças normais para o centro das seções.

5.2.2.4 Determinação dos esforços

Neste caso, a resultante do concreto está a 1,1 cm ($0,4x$) da face superior e a resultante do aço está a 46,7 cm (d) do mesmo ponto, conforme a figura 24. Aplicando-se a fórmula 12, encontra-se $T = F_c = 45,9$ kN.

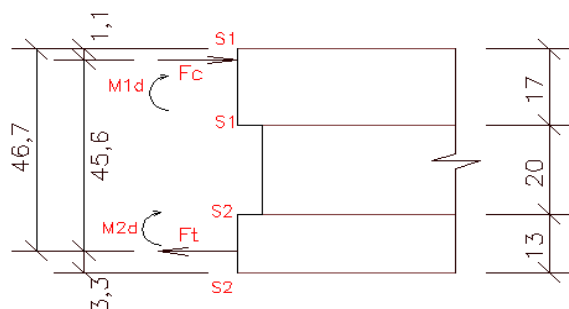


Figura 24: esforços atuantes no eixo da abertura próxima ao apoio A

5.2.2.5 Dimensionamento

O dimensionamento foi realizado para a seção S1-S1 e para S2-S2, calculando-se a armadura longitudinal e os estribos, como é descrito a seguir.

5.2.2.5.1 Seção S1-S1

Como o cortante no eixo da abertura não é igual a zero, haverá a parcela do momento derivado do cortante (multiplicando-se o cortante no eixo da abertura por metade da largura da abertura) mais o momento devido ao deslocamento da força normal para o eixo da seção, conforme a figura 25.

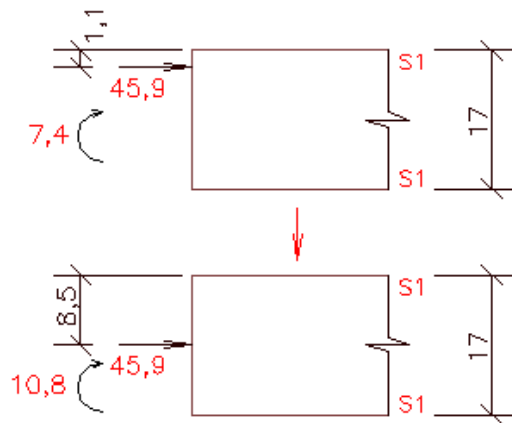


Figura 25: dimensionamento da seção S1-S1 próxima ao apoio A

O dimensionamento é realizado para uma seção de 20/17 cm submetida à flexo-compressão com momento de 10,8 kN.m e força normal de 45,9 kN. A armadura simétrica encontrada é de 2,15 cm², adotando-se 2 Ø12,5mm em cada bordo da seção.

O dimensionamento ao cisalhamento é realizado como se fosse uma viga de 20/17 cm submetida ao esforço cortante de 37,2 kN. A armadura calculada é de 5,57 cm²/m, adotando-se Ø 8 a cada 9 cm.

5.2.1.5.2 Seção S2-S2

Igualmente, nesta seção, haverá a parcela do momento derivado do cortante mais o momento devido ao deslocamento da força normal para o eixo da seção, conforme a figura 26.

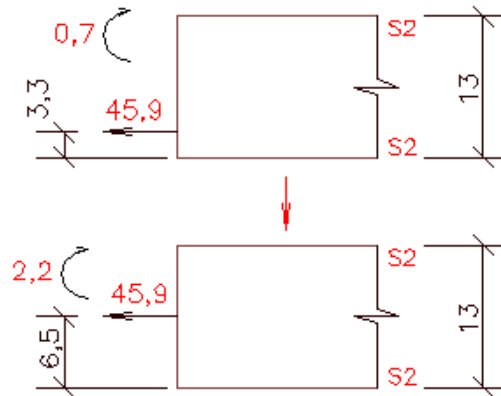


Figura 26: dimensionamento da seção S2-S2 próxima ao apoio A

O dimensionamento é realizado para uma seção de 20/13 cm submetida à flexo-tração com momento de 2,2 kN.m e força normal de 45,9 kN. A armadura encontrada foi igual a 1,67 cm² para a face inferior, adotando-se 2 Ø10 mm. Para a parte superior, encontrou-se uma armadura praticamente nula, adotando-se a armadura mínima de 2 Ø 6,3 mm.

O dimensionamento ao cisalhamento é realizado como se fosse uma viga de 20/13 cm submetida ao esforço cortante de 3,72 kN. O valor encontrado foi muito pequeno, portanto adotou-se a armadura transversal mínima de Ø 5 a cada 8 cm.

Já nas bordas da abertura, adotaram-se estribos com um diâmetro nominal maior do que o diâmetro do estribo da viga, compensando a área de aço que está sendo interrompida pela abertura, encontrando-se 2 Ø 8.

5.2.2.6 Detalhamento

O detalhamento é o mesmo da figura 23 e o quadro 4 apresenta o quantitativo do reforço da abertura.

Posição	Área aço (cm ²)	Número barras	Bitola (mm)	Espaçamento (cm)
A	2,15	2	12.5	-
B	2,15	2	12.5	-
C	-	2	6.3	-
D	1,67	4	12.5	-
E	5,57/m	5	8	c/9
F	-	5	5	c/8
G	-	2X2	8	-

Quadro 4: quantitativo do reforço da abertura próxima ao apoio pelo método empírico

6 DIMENSIONAMENTO PELO MÉTODO DAS BIELAS E TIRANTES

Neste capítulo, é realizado o dimensionamento pelo Método das Bielas e Tirantes de acordo com a literatura disponível e com o auxílio do programa gratuito CAST (TJHIN; KUCHMA, 2005) para a determinação dos esforços nas barras. O dimensionamento foi feito através das forças encontradas nos tirantes. A seguir será apresentado o modelo utilizado para cada um dos elementos estruturais, iniciando-se pelas lajes e, depois, para as vigas.

6.1 LAJES

A seguir, são apresentados todos os passos para o dimensionamento para a abertura no centro da laje.

6.1.1 Escolha do modelo

O modelo que foi utilizado como base foi proposto por Schlaich et al. (1987) para uma laje armada em uma direção. No caso deste trabalho, o problema é uma abertura em uma laje armada em duas direções e, portanto, foi utilizado o modelo nas duas direções separadamente. A seção foi considerada com a metade superior toda comprimida e com a metade inferior toda tracionada, sendo ambas submetidas somente à flexão simples. O dimensionamento da armadura na parte inferior da laje será dado pelo modelo do banzo tracionado e, a da parte superior, pelo modelo do banzo comprimido. Assim, haverá quatro modelos: um modelo para a direção x, um para a direção y, um para a o banzo tracionado e outro para o comprimido.

6.1.2 Determinação da região de descontinuidade

Para a determinação da região de descontinuidade em uma direção, tomou-se a distância entre a face da abertura e a borda da laje na direção perpendicular, sendo aplicada nos dois lados da

abertura na direção analisada. O mesmo procedimento foi realizado na outra direção, resultando em uma região D (descontínua) igual para as duas direções.

6.1.3 Desenho do modelo através do caminho de carga

Com a região D determinada, fez-se a análise de como se comporta a carga desde o ponto de aplicação da carga até a região de apoio. Para isto, procurou-se manter a disposição de barras proposta no modelo e se delimitou o problema desde o início da região D até o eixo da abertura. Assim, o modelo passou a representar metade da abertura, sendo que a outra parte é igual, devido à simetria do problema. O desenho foi realizado no programa CAST, montando-se a região D, a abertura e se colocando as barras.

6.1.4 Definição das cargas e vinculações

Para a definição das cargas, partiu-se do momento máximo encontrado em cada direção. Estes momentos foram calculados se utilizando fórmulas juntamente com as tabelas de lajes (Anexo A). Estes valores foram transformados em forças de compressão e tração através da tensão atuante na seção. Portanto, como a seção foi tratada metade comprimida e metade tracionada, ocorre um binário de forças de mesmo módulo, mas de sentidos contrários. Para manter o modelo estável, foram colocados três vínculos em locais apropriados, impedindo-se os deslocamentos no plano vertical, horizontal e o giro, conforme será demonstrado no item 6.1.6.

6.1.5 Resolução do modelo

Com todo o modelo lançado, a análise é realizada no programa. O programa calcula os esforços a partir das vinculações, cargas, da disposição e inclinação das barras. O programa gera um relatório com os esforços e também mostra na própria barra a força, representando com linha tracejada o que é biela e com linha cheia o que é tirante. Cabe ao usuário verificar se as forças estão coerentes e, principalmente, se as barras tracionadas e comprimidas estão como deveriam estar quando se definiu os caminhos de carga.

6.1.6 Dimensionamento

O procedimento consistiu em se analisar metade da laje primeiro em uma direção e, depois, na outra, separadamente. Como a região D criada é igual nas duas direções, a única diferença entre os modelos é a força atuante. Assim, somente é apresentado o modelo para uma direção, sendo os resultados apresentados para ambas as direções.

Os momentos máximos nas direções x e y foram encontrados ao se considerar a laje inteira, sem a abertura, utilizando-se a fórmula 13 (onde $p = 6 \text{ kN/m}^2$ e $L_y = 5\text{m}$) e as tabelas de lajes. Com coeficientes iguais a 43,7 e 73,1 (tabela A-4), os valores encontrados são de 6,6 kN.m/m e 11,0 kN.m/m, respectivamente.

$$M = 0,001 p L_y^2 \quad (\text{fórmula 13})$$

Estes momentos foram transformados em um binário de forças de compressão e tração através da tensão atuante na seção, resultando em forças de 82,5 kN/m e 137,5 kN/m, em x e y, respectivamente. Conforme o modelo, estas forças foram divididas em duas barras com região de influência igual à metade da abertura para cada uma. Portanto, o modelo na direção x teve uma força igual a 61,9 kN e, na direção y, de 103,1 kN. Primeiramente, é apresentado o modelo da parte tracionada e, depois da parte comprimida. O modelo da figura 27 é para a direção x na parte tracionada da laje.

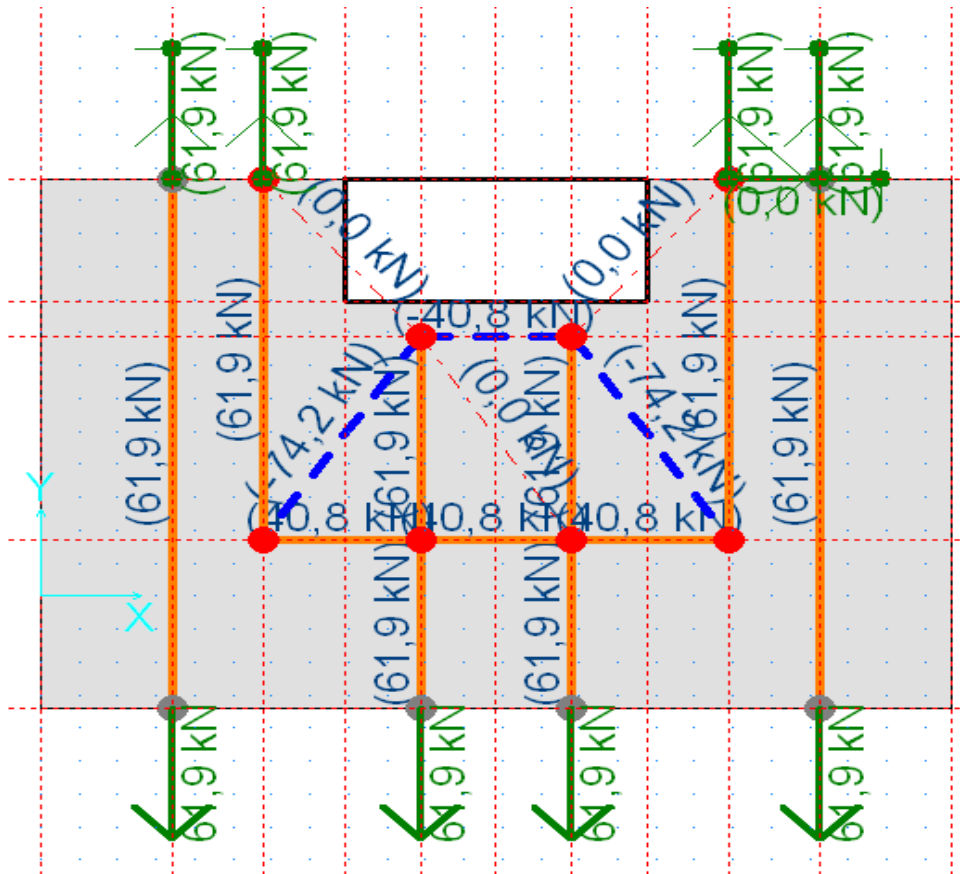


Figura 27: modelo da zona tracionada na direção x para a abertura no centro da laje

Com o modelo lançado, o programa faz os cálculos, representando com linha cheia os tirantes, com linha tracejada as bielas e, com linhas mais finas, as barras sem esforços. A partir da força em cada tirante, a armadura foi dimensionada se dividindo esta força pelo valor de cálculo da resistência do aço e se multiplicando pelo fator de majoração das cargas de 1,4. A força nas barras imediatamente ao lado da abertura, que neste caso são iguais, são as que serão utilizadas para o dimensionamento do reforço inferior da laje. Em x, a força encontrada foi de 61,9 kN e, em y, de 103,1 kN, resultando em uma área de aço de 2 cm² e 3,3 cm², respectivamente. Nota-se que estes valores são os mesmos das forças atuantes na borda da região D, verificando-se que estas forças sofreram apenas um desvio na região da abertura. As barras que estão passando mais longe da abertura, representam a própria armadura da laje, que não está sofrendo alteração devido à abertura Na figura 28 é apresentada o modelo da parte comprimida da laje para a direção x.

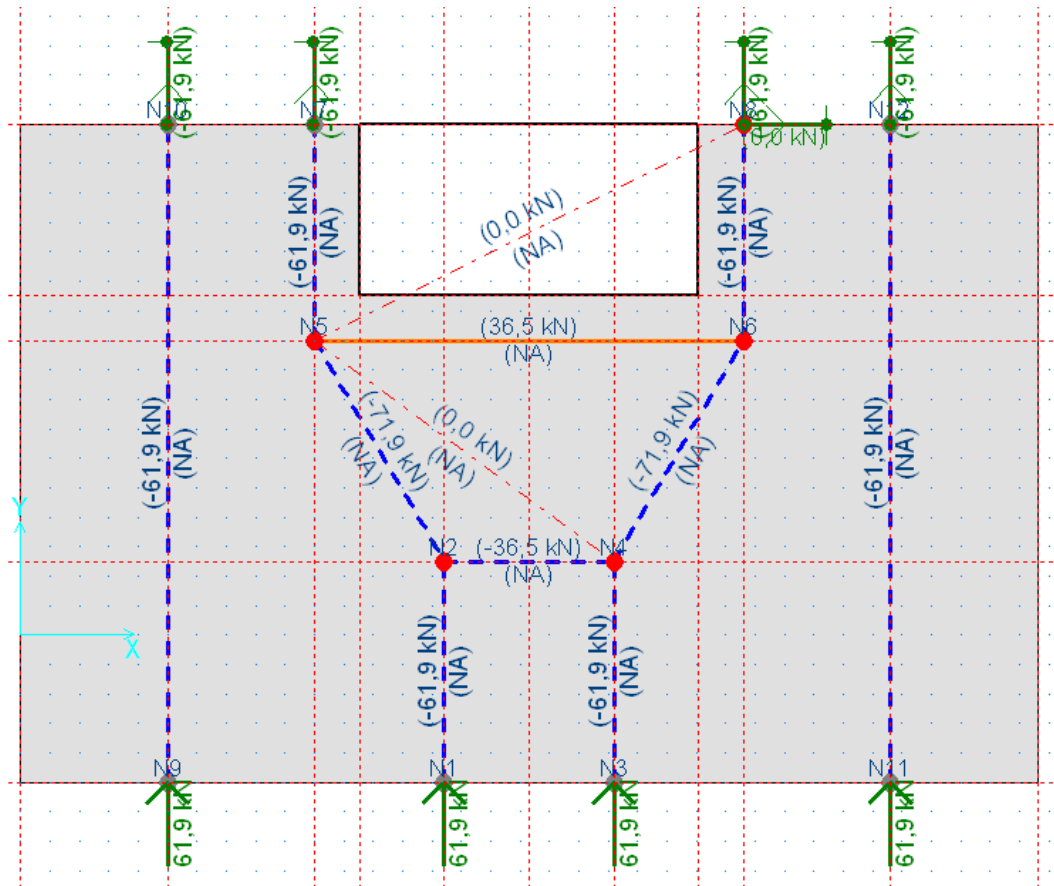


Figura 28: modelo da zona comprimida na direção x para a abertura no centro da laje

No modelo para a zona comprimida, surge um tirante bem na borda da abertura, significando que é necessária uma armadura na parte superior da laje bem próximo à abertura. Em x, a força encontrada foi de 36,5 kN e, em y, de 60,8 kN, resultando em uma área de aço de 1,2 cm² e 2,0 cm², respectivamente. A armadura transversal próxima à abertura deve ser colocada na forma de grampos e não foi dimensionada, pois, para efeito de comparação entre métodos considerados, seria sempre a mesma.

Assim, sobrepondo-se os resultados das duas direções, o detalhamento do reforço da laje é mostrado na figura 29, onde as posições A e B são referentes à parte inferior da laje e as posições C e D à parte superior da laje.

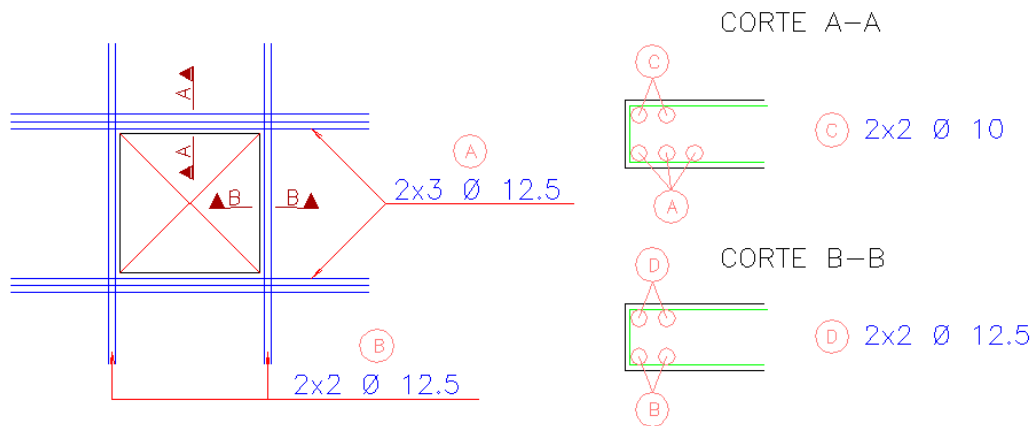


Figura 29: detalhamento do reforço para a abertura no centro da laje

6.2 VIGAS

O procedimento para determinação e resolução do modelo é praticamente igual para as duas aberturas consideradas e, portanto, são apresentadas todas as etapas de forma genérica e, depois, para cada caso em específico, são mostradas as diferenças entre elas.

6.2.1 Escolha do modelo

O modelo que foi utilizado como base foi proposto por Simões (1997) apud Silva e Giongo (2000). Este modelo foi proposto para vigas com aberturas próximas à extremidade inferior da viga, que é o caso em questão.

6.2.2 Determinação da região de descontinuidade

Para a determinação da região de descontinuidade no entorno da abertura, tomou-se a altura da viga, aplicando-a nos dois lados da abertura. A região D acima e abaixo da abertura, para simplificação, foi considerada ao longo de todo o comprimento da mesma.

6.2.3 Desenho do modelo através do caminho de carga

Com a região D determinada, fez-se a análise de como se comporta a carga desde o ponto de aplicação até a região de apoio. Para isto, procurou-se manter a disposição de barras proposta, aplicando-se uma carga de compressão a 0,4 x, uma de tração na altura da armadura da viga (d) e outra resultante de tração logo acima da abertura (15 cm). O desenho foi realizado no programa CAST, montando-se a região D, a abertura e colocando-se as barras em suas posições.

6.2.4 Definição das cargas e vinculações

Para a definição das cargas, utilizaram-se o momento e o cortante em uma determinada seção, a resultante de compressão do concreto, uma equação de equilíbrio de forças e outra de momentos. Para manter o modelo estável, foram colocados três vínculos em locais apropriados, impedindo-se o deslocamento no plano vertical, no horizontal e o giro.

6.2.5 Resolução do modelo

O procedimento adotado nesta etapa foi o mesmo das lajes, determinando-se os esforços através do programa CAST.

6.2.6 Dimensionamento

De posse de todos os esforços, deve-se dimensionar a armadura. Este procedimento será mostrado separadamente para as duas diferentes posições da abertura em relação à viga: no centro e próxima ao apoio. Para cada uma das aberturas, são apresentados o modelo, os esforços, os cálculos e os resultados.

6.2.6.1 Abertura no centro

O modelo proposto para a viga com abertura no centro foi representado no programa CAST com todas as barras, vinculações e forças aplicadas no modelo. Como não há esforço cortante no eixo da abertura, os esforços aplicados no modelo são para absorver o momento atuante. A força resultante de compressão é encontrada através da fórmula 14.

$$R_{cc} = A_{cc} \cdot f_{cd} \quad (\text{fórmula 14})$$

Utilizando-se valores obtidos anteriormente, como posição da linha neutra (7,7 cm), resistência do concreto (25 MPa), largura da viga (20 cm) e o coeficiente de parâmetro de resistência das bielas (0,765), conforme mostra o quadro 1, encontra-se o valor de 210,4 kN.

Aplicando-se uma equação de somatórios de momentos em torno do nó 13, encontra-se o valor do esforço de tração na parte inferior da viga (R_{st1}), conforme mostra a fórmula 15.

$$R_{st1} \cdot (z1 - z2) + R_{cc} (z2 - z3) = 1,4 M_d \quad (\text{fórmula 15})$$

Onde:

$z1$ = distância do topo da viga até a armadura própria da viga, igual a 46,7 cm;

$z2$ = distância do topo da viga até a armadura acima da abertura, igual a 15 cm;

$z3$ = distância do topo da viga até a resultante do concreto, igual a 3,85 cm;

M_d = momento fletor no eixo da abertura, igual a 5810 kN.cm

Isto resulta em R_{st1} igual a 182,6 kN. Para determinação da outra componente de tração, no nível da armadura acima da abertura, aplicou-se uma equação de somatório de forças, encontrando-se R_{st2} igual a 27,8 kN. Neste caso, não foi considerada a parcela da carga distribuída, pois o corante é nulo e o modelo foi considerado somente até o eixo da abertura, sendo os efeitos desta carga muito pequenos.

Na definição das vinculações, optou-se por delimitar o modelo do eixo da abertura até o fim da região D (interrompendo-o neste ponto), pois para o outro lado o modelo é simétrico. As restrições foram aplicadas na direção longitudinal das barras interrompidas. Os esforços

encontrados nestes apoios seriam equivalentes a forças na região B adjacente. Portanto, o modelo para a abertura no centro da viga é o da figura 30.

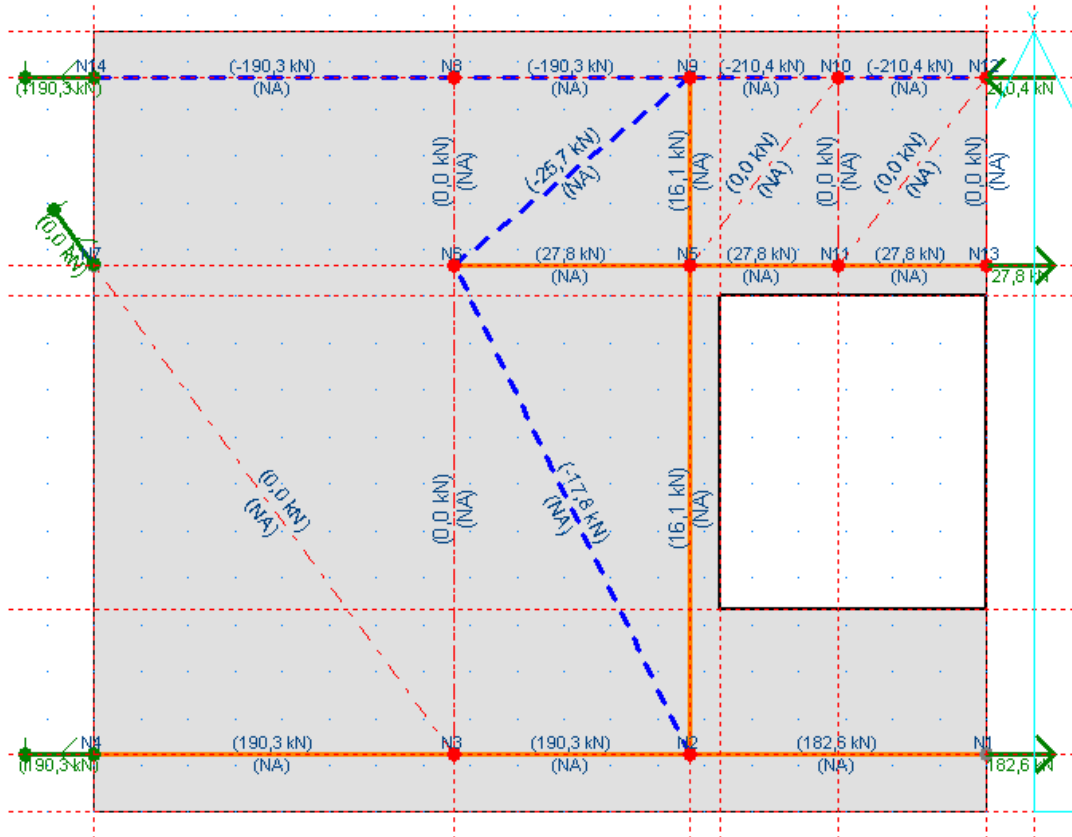


Figura 30: modelo para a abertura no centro da viga

Neste modelo, já se apresentam os esforços calculados pelo programa, que serviram para dimensionar a armadura, ao se dividir o esforço de tração nas barras simplesmente pela tensão de escoamento do aço, pois o fator de majoração das cargas de 1,4 já foi utilizado na determinação das forças.

Assim, o detalhamento do reforço é o mesmo da figura 23 e o quadro 5 apresenta o quantitativo do reforço da abertura.

Posição	Área aço (cm ²)	Número barras	Bitola (mm)	Espaçamento (cm)
A	-	2	6.3	-
B	0,64	2	8	-
C	-	2	6.3	-
D	4,2	4	12.5	-
E	-	5	5	c/ 8
F	-	5	5	c/ 8
G	0,37	2X2	6.3	-

Quadro 5: quantitativo do reforço da abertura no centro do vão pelo Método das Bielas e Tirantes

6.2.6.1 Abertura próxima ao apoio

O modelo proposto para a viga com abertura próxima ao apoio também foi representado no programa CAST. Neste caso, há esforço cortante, porém as forças atuantes são menores devido aos menores valores de momento próximo ao apoio. O modelo envolveu toda a abertura, desde o apoio até um pouco além da borda mais afastada. Não sendo o problema simétrico, é necessária uma melhor avaliação do cortante, diferentemente do que foi feito para a abertura no centro do vão. O cortante e o momento na borda da região D foram calculados no capítulo 4 e são iguais a 31,6 kN e 31,3 kN.m, respectivamente. A partir do momento, encontrou-se duas forças iguais de compressão e tração, dividindo-se o momento de cálculo pelo braço de alavanca entre as duas forças, encontrando-se o valor de 68,6 kN. A resultante de compressão foi aplicada a $0,4 \times (1,1 \text{ cm})$ do bordo superior e a de tração a 46,7 cm (d) do mesmo ponto. O cortante de 31,6 kN foi aplicado no nó inferior e foi transmitido para o restante do modelo pelo tirante vertical. Há ainda a parcela aplicada em cada nó referente à carga distribuída, calculada pela multiplicação da carga de 18,6 kN/m pelo valor da região de influência, resultando em 1,8 kN para os nós centrais e 0,9 kN para os nós laterais.

Portanto, o modelo para a abertura próxima ao apoio é o da figura 31.

7 COMPARAÇÃO DOS MÉTODOS E DOS RESULTADOS

Neste capítulo é realizada uma comparação entre os métodos, analisando-se como cada um considera aspectos relacionados à geometria, esforços, carregamentos e vinculações em cada elemento. Outra questão a ser avaliada é o resultado do dimensionamento pelos métodos, verificando-se o quantitativo de aço e a disposição das armaduras. Por fim, são realizados comentários sobre as limitações de alguns passos efetuados nos dimensionamentos. A comparação será realizada por elemento, iniciando-se pelas lajes e, depois, para as vigas.

7.1 LAJES

No método empírico, a geometria, os carregamentos e as vinculações são muito importantes na determinação dos esforços, pois são constantemente utilizadas na determinação dos esforços de cada uma das lajes após a fragmentação da laje inicial. Dependendo do tipo de divisão escolhida para as lajes, os esforços encontrados são diferentes e, por isso, as vinculações e carregamentos de cada uma das lajes menores devem ser escolhidas com cuidado. A altura da laje não é levada em conta em nenhum momento no dimensionamento, portanto, em lajes pouco espessas, deve-se realizar alguma verificação adicional.

No caso em estudo, a abertura está situada exatamente no centro da laje. Caso a abertura estivesse próxima ao centro, mas não com seus eixos coincidindo com os da laje, a fragmentação se daria em quatro lajes com tamanhos diferentes, gerando assim momentos e, conseqüentemente, reforços diferentes em todos os bordos da abertura. Na determinação da armadura na parte superior da laje, não há nenhum tipo de cálculo ou procedimento a ser seguido e geralmente são adotadas armaduras menores e relativas a uma porcentagem da armadura inferior da laje.

Nos resultados, nota-se que o reforço na borda das lajes que ficaram menores e que foram consideradas apoiadas nas outras na etapa de fragmentação, são bem menores do que o reforço nos bordos das lajes maiores. Isto se explica devido às lajes maiores estarem sendo consideradas com carga resultante das lajes apoiadas e com bordo livre inteiro na região da abertura.

No Método das Bielas e Tirantes, a força resultante no modelo é encontrada a partir do momento máximo da laje na direção desejada, mas se considerando a laje inteira, sem a abertura. Para determinar esta força, a altura da laje é levada em consideração, pois depende dela o valor do braço de alavanca. Já as vinculações e as dimensões da laje são pouco utilizadas neste método, sendo usadas somente na determinação do momento. Nota-se também que mesmo se a abertura não estiver exatamente no centro o resultado será o mesmo, pois as forças são obtidas através do momento máximo da laje sem a abertura. Os esforços encontrados nas bordas da abertura são exatamente o desvio da força nas barras que teoricamente passariam por ela, sem alterar a sua magnitude. Como neste método não há a separação das lajes e nem carga adicional nas lajes, o reforço encontrado nas duas direções não é tão diferente.

O cálculo considerando metade da parte tracionada e metade comprimida é uma boa aproximação e funciona bem em lajes não muito espessas e que o esforço cortante não é tão alto. Nestes casos, seria necessário realizar uma análise de como se comportaria a ligação entre a zona tracionada e a comprimida. Com um modelo para cada uma das partes como foi realizado neste trabalho, comprovou-se a necessidade de armadura na parte inferior e superior nos bordos da laje, com um cálculo mais embasado do que o utilizado no método empírico.

Comparando o resultado do dimensionamento em termos de quantidade de aço, observa-se que o método empírico apresenta 13 cm² na armadura inferior e 6,5 cm² na superior, resultando em um reforço total de 19,5 cm². Já no Método das Bielas e Tirantes foi encontrada 12,3 cm² na armadura inferior e 8,1 cm² na superior, resultando um total de 20,4 cm². Assim, mesmo a armadura inferior sendo menor no Método das Bielas e Tirantes, resulta num reforço total maior devido a sua armadura superior, indicando que no método empírico se deve realmente analisar cada caso e se verificar a armadura superior a ser adotada.

7.2 VIGAS

No método empírico as vinculações interferem somente no cálculo do momento e do cortante no eixo da abertura. O carregamento e a geometria são muito importantes, pois além de definirem as distâncias entre as forças aplicadas na seção, determinam os esforços para o cálculo da armadura. O cálculo da armadura é realizado separadamente para a região acima e

abaixo da abertura, sendo adotadas obrigatoriamente assim, armaduras mínimas no bordo inferior e superior de cada seção. No dimensionamento ao cisalhamento, o cortante é dividido nas duas seções, sendo a maior parte aplicada na seção superior. No cálculo da armadura transversal ao lado da abertura, utiliza-se a armadura que teoricamente estaria sendo interrompida pela abertura, concentrando-a igualmente nos bordos da abertura.

No Método das Bielas e Tirantes, o papel das vinculações, carregamento e geometria é basicamente o mesmo. Porém, o dimensionamento é realizado na peça inteira, onde a partir das forças aplicadas, os esforços vão se transferindo pelas barras até os apoios. Assim, o dimensionamento é realizado a partir da força normal atuante em cada uma das barras e o cortante também é transmitido através destas. No modelo, abaixo da abertura só há um tirante, significando que a força encontrada suportaria os esforços na região. Porém, cabe que se adote, para questões de fissuração e deformação, uma armadura mínima logo abaixo da abertura.

A análise específica será dividida de acordo com a posição da abertura na viga: no centro do vão e próxima ao apoio.

7.2.1 Abertura no centro

O dimensionamento por ambos os métodos apresentou praticamente o mesmo resultado, com armadura mínima transversal em todas as regiões e concentração de armadura longitudinal praticamente na parte mais inferior da viga, onde a própria armadura da viga resiste aos esforços.

No Método das Bielas e Tirantes, para a definição do modelo, não houve grandes dificuldades, pois praticamente todo o esforço de tração ficou concentrado na face inferior da viga sendo que também não havia a parcela do esforço cortante. Como a região estudada estava longe do apoio e era simétrica, o modelo foi interrompido ao final da região D, não sendo necessário representá-lo até o fim da viga, colocando-se vínculos nas barras interrompidas.

Comparando-se os resultados, nota-se que a armadura acima da abertura no Método das Bielas e Tirantes é um pouco maior enquanto a armadura ao lado da abertura no método empírico é superior, resultando em um quantitativo de aço praticamente igual.

7.2.2 Abertura próxima ao apoio

No método empírico, o tratamento é quase o mesmo do que para a abertura no centro da viga, acrescentando-se apenas as parcelas do cortante consideradas em cada seção. Neste trabalho, se adotou o cortante inteiro para a seção superior, 10% para a inferior e nos bordos da abertura se concentrou a armadura que passaria pela abertura. Porém, este procedimento é empírico, devendo-se analisar cada caso separadamente. O reforço adotado nos bordos da abertura é considerado igual, porém o maior reforço deveria estar na borda contrária ao apoio, como foi demonstrado pelo Método das Bielas e Tirantes. No caso de aberturas mais largas, caberia realizar uma análise mais próxima aos bordos da abertura, pois uma análise somente no eixo da abertura pode subestimar as forças atuantes.

No Método das Bielas e Tirantes, na determinação do modelo, a etapa de definição do caminho de carga foi mais complexa, pois na região há o esforço cortante e também o apoio para onde as cargas devem ser direcionadas. Diferentemente do modelo para a abertura no centro, tentou-se analisar toda a abertura, juntamente com uma região um pouco além das suas bordas para analisar o comportamento do esforço cortante nesta região. As principais diferenças observadas foram a grande diferença dos estribos ao lado da abertura e o incremento do esforço cortante próximo ao apoio devido à carga distribuída

Comparando-se os resultados, o método empírico apresentou um pouco mais de armadura na seção superior, sendo que esta está dividida em duas partes iguais, diferentemente do Método das Bielas e Tirantes, que concentrou quase toda a armadura acima da abertura. Na seção inferior, a armadura própria da viga consegue suportar os esforços calculados. Já no dimensionamento da armadura transversal, o Método das Bielas e Tirantes determinou uma área de aço ligeiramente maior, pois ele considera a variação do cortante devido à carga distribuída, o que em aberturas maiores poderia resultar em uma diferença significativa. O mesmo método também apresentou um reforço bem superior na borda da abertura oposta ao apoio para suspensão do cortante e inclusive maior do que o do método empírico. Em termos

totais, o Método das Bielas e Tirantes apresentou um pouco mais de aço no reforço, verificando-se esta diferença basicamente no tratamento do método empírico referente ao esforço cortante.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES

Após o dimensionamento e a comparação entre os métodos, pode-se concluir que ambos os procedimentos possuem algumas limitações e se deve tomar cuidado sempre ao utilizá-los. Nas lajes, no método empírico, as principais observações no dimensionamento são a grande diferença do reforço nos dois sentidos, a não verificação da espessura da laje e a falta de um procedimento de cálculo para a armadura superior da laje. Já o modelo adotado no Método das Bielas e Tirantes apresenta um resultado bem próximo da realidade em aberturas onde o esforço cortante na laje é mínimo, pois ele considera que só está atuando flexão simples. Em casos com esforço cortante maior, deveria ser escolhido outro modelo de Bielas e Tirantes para representar a região da abertura. O método analisa a parte inferior e superior da laje, calculando armaduras de reforço em ambos os bordos da abertura através do esforço atuante. A armadura nas duas direções não é tão diferente e se observa que os esforços nas barras inferiores representam o desvio da força que teoricamente passaria no local da abertura. Lajes muito espessas ou com esforço cortante significativo também devem sofrer um cuidado maior, prevendo uma análise entre a região considerada tracionada e comprimida da laje. No reforço total o método empírico apresentou menos aço, embora, na armadura inferior, tenha apresentado uma maior quantidade. A diferença principal nessa quantidade foi a diferença, no método empírico, na armadura superior, que foi adotada como sendo metade da inferior, sem um cálculo embasado.

Nas vigas, ambos os métodos apresentaram resultados bem parecidos, principalmente na abertura no centro da viga, onde não há esforço cortante. O método empírico é bastante coerente, principalmente no dimensionamento da armadura longitudinal. Já no dimensionamento da armadura transversal, abaixo e acima da abertura, deve-se analisar a parcela do esforço cortante total que está se considerando distribuída para cada uma das partes, pois é nesta análise que a diferença entre os métodos foi maior. Nas aberturas muito largas, deve-se analisar os esforços em seções mais próximas à borda da abertura, pois uma análise somente no eixo da abertura, como propõe o método empírico, pode se estar subestimando as forças atuantes.

No Método das Bielas e Tirantes, a principal diferença é na armadura transversal, onde o reforço de um lado da abertura é muito maior que o outro e, ainda, apresentou um reforço consideravelmente maior do que o método empírico, o que significa que se deve analisar cada caso cuidadosamente. Os estribos acima da abertura também resultaram ligeiramente maiores devido à consideração da carga distribuída na direção do apoio. A armadura longitudinal acima da abertura resultou um pouco menor e distribuída praticamente em um tirante, diferentemente do método empírico, que propõe reforços simétricos na seção superior.

Na viga com abertura próxima ao apoio, em ambos os métodos a maior parte da armadura de reforço está na região acima da abertura, onde o cortante está atuando com maior intensidade. Neste caso, como a viga é simplesmente apoiada e só é submetida a momentos positivos, quanto mais para baixo a abertura estiver será melhor, pois haverá mais espaço para a dissipação do cortante. Portanto, outra análise que se deve realizar é sobre o posicionamento em relação à altura da viga. A abertura deve ser posicionada em regiões onde os esforços de compressão sejam menores e, portanto, em vigas contínuas, nas regiões de momentos negativos próximas a apoios, o posicionamento da abertura é mais favorável na parte superior da viga.

Sobre a hipótese do trabalho, nota-se que, tanto nas vigas quanto nas lajes, o Método das Bielas e Tirantes é um método mais detalhado para cada uma das regiões do elemento e mais embasado, considerando os esforços de forma mais adequada para o cálculo das armaduras. Na questão do quantitativo de aço, o Método das Bielas e Tirantes apresenta uma quantidade total um pouco maior, pois ele analisa todas as regiões de forma embasada. Nos locais onde ocorreram maiores diferenças na armadura, nota-se que são áreas em que o método empírico adota um valor ou parcela para a armadura, como na armadura superior das lajes e a armadura de suspensão do cortante nas vigas, resultando em uma armadura menor do que o Método das Bielas e Tirantes, determinando assim a diferença no quantitativo de aço total.

O método empírico, apesar de algumas suposições partirem de considerações do projetista, também funciona e, em casos duvidosos, acaba-se sempre optando por aumentar a área de aço a favor da segurança. Mesmo o método empírico resultando em alguns casos com armadura menor, em projetos reais, seriam avaliadas cada situação separadamente, analisando a armadura existente do elemento, os carregamentos e, se necessário, utilizaria-se um programa computacional para se verificar os resultados. Ambos os métodos apresentam suas diferenças,

e para se obter resultados mais quantitativos e qualitativos, necessitaria-se de uma maior gama de avaliações.

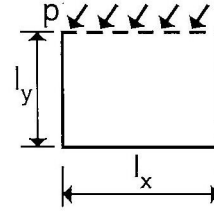
REFERÊNCIAS

- ARAÚJO, J. M. **Curso de concreto armado**. 2. ed. Rio Grande: Dunas, 2003, v. 2.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: projeto de estruturas de concreto - procedimento. Rio de Janeiro, 2007.
- FUSCO, P. B. **Técnica de armar as estruturas de concreto**. São Paulo: Pini, 1995.
- LEONHARDT, F.; MÖNNIG, E. **Construções de concreto**: princípios básicos sobre a armação de estruturas de concreto armado. 3. ed. Rio de Janeiro: Interciência, 1978. v. 3.
- SANTOS, D. **Análise de vigas de concreto armado utilizando modelos de bielas e tirantes**. 2006. 171 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.
- SCHLAICH, J.; SCHÄFER, K.; JENNEWEIN, M. Toward a consistent design of structural concrete. **PCI Journal**, Chicago, v. 32, n. 3, p. 74-150, May-June, 1987.
- SILVA, R. C.; GIONGO, J. S. **Modelos de bielas e tirantes aplicados a estruturas de concreto armado**. São Carlos: EESC-USP, 2000.
- SOUZA, R. A.; BITTENCOURT, T, N. Método das bielas: recomendações práticas para o dimensionamento de estruturas especiais em concreto estrutural. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 47., 2005, Recife. **Anais...** São Paulo: IBRACON, 2005. 1 CD.
- SÜSSEKIND, J. C. **Curso de concreto**: concreto armado. 2. ed. Porto Alegre: Globo, 1985, v. 2.
- TJHIN, T.; KUCHMA, D., **CAST**: Computer Aided Strut-and-Tie, Toronto, Canada, 2005. Software disponível para download. Disponível em <<http://dankuchma.com/stm>>. Acesso em: 24 de março de 2010.

ANEXO A – Tabelas de lajes

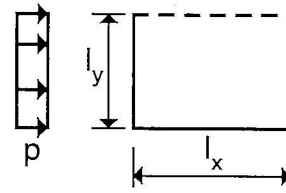
Tabela ⇒	A2.7 e A2.10		A2.8		A2.9	
l_y/l_x	r_x	r_y	r_x	r_y	r_x	r_y
0,30	210	150	248	87	144	259
0,35	227	175	279	101	144	294
0,40	240	200	308	115	144	320
0,45	248	225	333	130	144	340
0,50	250	250	356	144	144	356
0,55	250	273	375	159	144	369
0,60	250	292	392	173	144	380
0,65	250	308	406	188	144	389
0,70	250	321	417	202	144	397
0,75	250	333	425	217	144	404
0,80	250	344	430	231	144	410
0,85	250	353	433	245	144	415
0,90	250	361	433	259	144	420
0,95	250	368	433	272	144	424
1,00	250	375	433	283	144	428
1,10	250	386	433	303	144	434
1,20	250	396	433	320	144	440
1,30	250	404	433	333	144	444
1,40	250	411	433	345	144	448
1,50	250	417	433	356	144	452
1,75	250	429	433	376	144	459
2,00	250	438	433	392	144	464

Tabela A-1: reações de apoio nas lajes com um bordo livre (ARAUJO, 2003, p. 297)



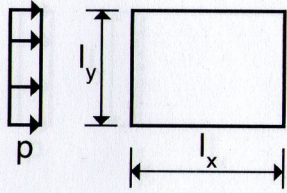
l_y/l_x	m_y	m_x	m_{xo}
0,30	-5,0	76,3	144,9
0,40	-11,0	92,6	178,6
0,50	-19,0	103,1	204,1
0,60	-25,4	107,5	222,2
0,70	-30,5	106,4	232,6
0,80	-34,1	104,2	238,1
0,90	-36,8	98,0	243,9
1,00	-36,8	91,7	243,9
1,10	-35,8	84,0	243,9
1,20	-34,2	76,3	243,9
1,30	-32,5	69,9	243,9
1,40	-30,3	62,1	243,9
1,50	-27,6	55,6	243,9

Tabela A-2: momentos nas lajes com carga no bordo livre (ARAUJO, 2003, p. 299)



l_y/l_x	w_c	m_y	m_x	w_o	m_{xo}
0,30	1,31	12,3	13,4	2,47	21,8
0,35	1,76	15,6	17,5	3,22	29,0
0,40	2,24	19,0	22,4	3,98	36,3
0,45	2,74	22,3	27,8	4,74	43,6
0,50	3,26	25,1	33,3	5,50	51,0
0,55	3,78	27,5	38,7	6,23	58,3
0,60	4,30	29,6	43,9	6,94	65,1
0,65	4,80	31,3	49,1	7,59	71,6
0,70	5,29	32,7	53,9	8,20	77,4
0,75	5,76	33,8	58,4	8,73	82,8
0,80	6,21	34,7	62,7	9,22	87,5
0,85	6,64	35,4	66,8	9,65	91,7
0,90	7,03	36,0	70,7	10,03	95,5
0,95	7,40	36,3	74,3	10,40	99,2
1,00	7,76	36,3	77,6	10,75	102,6
1,10	8,39	36,3	83,8	11,25	107,6
1,20	8,95	36,0	89,1	11,68	111,9
1,30	9,41	35,5	93,7	11,98	114,8
1,40	9,85	35,0	97,6	12,22	117,2
1,50	10,27	34,4	100,9	12,42	119,1
1,75	10,97	32,6	107,4	12,64	121,3
2,00	11,56	30,9	112,4	12,84	123,2

Tabela A-3: momentos nas lajes com carga uniforme (ARAUJO, 2003, p. 293)



l_x/l_y	w_c	m_x	m_y	m_{xy}	r_x	r_y
0,50	10,13	100,0	36,7	52,8	269	366
0,55	9,38	93,4	38,8	51,8	268	353
0,60	8,65	86,9	40,7	50,6	267	340
0,65	7,94	80,5	42,3	49,4	266	326
0,70	7,26	74,3	43,5	47,9	265	315
0,75	6,62	68,3	44,2	46,3	263	303
0,80	6,03	62,7	44,6	44,6	261	291
0,85	5,48	57,6	44,9	42,8	259	281
0,90	4,98	52,8	45,0	41,0	256	270
0,95	4,51	48,3	44,7	39,1	253	260
1,00	4,06	44,2	44,2	37,1	250	250

l_y/l_x	w_c	m_x	m_y	m_{xy}	r_x	r_y
1,00	4,06	44,2	44,2	37,1	250	250
0,95	4,51	44,7	48,3	39,1	260	253
0,90	4,98	45,0	52,8	41,0	270	256
0,85	5,48	44,9	57,6	42,8	281	259
0,80	6,03	44,6	62,7	44,6	291	261
0,75	6,62	44,2	68,3	46,3	303	263
0,70	7,26	43,5	74,3	47,9	315	265
0,65	7,94	42,3	80,5	49,4	326	266
0,60	8,65	40,7	86,9	50,6	340	267
0,55	9,38	38,8	93,4	51,8	353	268
0,50	10,13	36,7	100,0	52,8	366	269

Tabela A-4: momentos nas lajes apoiadas em quatro lados com carga uniforme (ARAUJO, 2003, p. 285)