

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
FACULDADE DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS  
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA E RELAÇÕES INTERNACIONAIS**

**ROBERTO TORRES DE CARVALHO**

**ESTIMAÇÃO DA TAXA NATURAL DE JUROS PARA O BRASIL (2003-2022)**

**Porto Alegre**

**2023**

**ROBERTO TORRES DE CARVALHO**

**ESTIMAÇÃO DA TAXA NATURAL DE JUROS PARA O BRASIL (2003-2022)**

Trabalho de conclusão submetido ao Curso de Graduação em Ciências Econômicas da Faculdade de Ciências Econômicas da UFRGS, como requisito parcial para obtenção do título Bacharel em Economia.

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Savino Portugal

**Porto Alegre**

**2023**

## CIP - Catalogação na Publicação

Carvalho, Roberto Torres

Estimação da taxa natural de juros para o Brasil  
(2003-2022) / Roberto Torres Carvalho. -- 2023.

58 f.

Orientador: Marcelo Savino Portugal.

Trabalho de conclusão de curso (Graduação) --  
Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Faculdade  
de Ciências Econômicas, Curso de Ciências Econômicas,  
Porto Alegre, BR-RS, 2023.

1. Taxa natural de juros. 2. Filtro de Kalman. 3.  
Hiato de juros. 4. Política monetária. I. Portugal,  
Marcelo Savino, orient. II. Título.

**ROBERTO TORRES DE CARVALHO**

**ESTIMAÇÃO DA TAXA NATURAL DE JUROS PARA O BRASIL (2003-2022)**

Trabalho de conclusão submetido ao Curso de Graduação em Ciências Econômicas da Faculdade de Ciências Econômicas da UFRGS, como requisito parcial para obtenção do título Bacharel em Economia.

Aprovada em: Porto Alegre, \_\_\_\_ de \_\_\_\_ de 2023.

BANCA EXAMINADORA:

---

Prof. Dr. Marcelo Savino Portugal – Orientador

UFRGS

---

Prof. Dr. Sabino da Silva Porto Júnior

UFRGS

---

Prof. Dr. Ronald Otto Hillbrecht

UFRGS

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço àqueles que de alguma forma foram pacientes e compreensivos na medida em que tive que me dedicar a este trabalho. Isso também serve a mim mesmo, no que se refere a aceitação dessa dedicação.

Agradeço ao João Moreira, que gentilmente colaborou com questões técnicas de implementação do modelo principal aqui aplicado.

Agradeço ao meu orientador, com quem compartilhei bons almoços, discussões e aprendizados durante os 2 anos em que fui bolsista de Iniciação Científica. Foi e ainda está sendo um prazer. Acredito que o contato contigo tenha sido uma daquelas coisas que faz a gente objetivamente modificar nossa trajetória de vida e reformular nossas certezas.

Agradeço aos meus amigos que tornaram esse percurso mais leve de alguma forma. Obrigado a todos vocês, mas nenhum em especial, sob pena de eu cometer injustiça em (não) citação particular.

Agradeço a minha mãe incondicionalmente. Que nossa convivência dure muitos anos ainda.

Agradeço ao meu pai pelo suporte e pela instigação do meu perfil cauteloso com a lida das coisas.

Agradeço aos professores da FCE.

Agradeço ao contribuinte.

“Naturalism holds that there is no higher access to truth than empirically testable hypothesis. Still it does not repudiate untestable hypotheses. They fill out interstices of theory and lead to further hypothesis that are testable.” (QUINE, 1995. p. 251)

## RESUMO

A taxa natural de juros é uma variável não observável que serve como referencial fundamental para a correta condução da política monetária. Este estudo estima a taxa natural de juros para o Brasil desde o primeiro trimestre de 2003 até o último trimestre de 2022 através do modelo de Holston, Laubach e Williams (2017) considerando especialmente o período pós 2019, definido como período pandêmico. Observou-se três movimentos marcantes no comportamento da tendência da taxa natural ao longo do período analisado. O primeiro movimento, de 2003 até o fim de 2008, marca estabilidade da taxa. O segundo movimento ocorre de 2009 até o final de 2016, em que se observa um declínio da taxa natural. No terceiro período, de 2017 em diante, a taxa volta a exibir comportamento estável, mas em patamar menor do que no primeiro. Em particular, a taxa natural de juros encontrada para o período pandêmico foi de 3,3% (2,8%) para a formulação *ex ante* (*ex post*). A taxa média para toda a amostra foi de 5,2% (3,7%), respectivamente. Para comparar os resultados do modelo principal estimou-se a taxa natural a partir de metodologia alternativa tomando a taxa de juro real *ex ante* de quatro anos extraídas da pesquisa Focus, submetendo-a à curva IS que captura o efeito dos juros sobre o hiato do produto. Os resultados obtidos pelo modelo comparativo convergiram com os do modelo principal, em particular no período pandêmico. Os valores encontrados para a última observação no quarto trimestre de 2022 foram de 3,1% para a taxa *ex ante* e 2,8% para a taxa *ex post*.

**Palavras-chave:** Taxa natural de juros. Filtro de Kalman. Hiato de juros. Política monetária.

## ABSTRACT

The natural rate of interest is an unobservable variable that represents a fundamental reference to correct implement monetary policy. This study aims to estimate this rate to Brazil between the first quarter of 2003 to the fourth quarter of 2022 using the Holston, Laubach and Williams (2017) model, highlighting the post 2019 time framing, defined as the pandemic period. By observing the trend behavior of the natural rate of interest, three distinct movements were identified over the analyzed period. The first movement takes place between 2003 to 2008 and denotes a stable estimation to the natural rate. The second movement occurs from 2009 to 2016, denoting a decline to the natural rate of interest. In the third period, from 2017 onwards, the rate exhibits a stable behavior as in the first period, but at lower level. In particular, the natural rate of interest found for the pandemic period was 3,3% (2,8%) for the *ex ante* (*ex post*) formulation. The mean rate for the entire sample was 5,2% (3,7%), respectively. In order to compare the results of the main model, the natural rate of interest was estimated using an alternatively model that uses the four-year *ex ante* real rate of interest from the Focus survey, taking into account an IS curve that capture the interest rate effect over the output gap. The results obtained by the comparative model converged with those encountered by the main model, particularly in the pandemic period. The values found for the last observation in the fourth quarter of 2022 were 3.1% for the *ex ante* rate and 2.8% for the *ex post* rate.

**Keywords:** Natural rate of interest. Kalman Filter. Interest rate gap. Monetary policy.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Gráficos do Hiato de Juros ex ante e ex post .....	57
Figura 2 - Gráficos do Hiato do Produto ex ante e ex post.....	58
Figura 3 - Comparação do Hiato de Juros com Hiato do Produto .....	59

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Gráficos dos dados tratados (2002T1-2023T1) .....	37
Gráfico 2 - Taxa Natural de Juros ex ante filtrada .....	40
Gráfico 3 - Taxa Natural de Juros ex post filtrada .....	41
Gráfico 4 - Comparação entre TNJ alisada e filtrada .....	42
Gráfico 5 - Comparação entre TNJ alisada e filtrada (ex post).....	42
Gráfico 6 - Taxas Naturais Alternativas comparadas com a TNJ filtrada .....	46
Gráfico 7 - Taxas Naturais Alternativas comparadas com a TNJ alisada.....	48

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Dados utilizados na estimação da TNJ .....	37
Tabela 2 - Resultados da estimação dos parâmetros .....	39
Tabela 3 - Valores selecionados da TNJ alisada estimada .....	43
Tabela 4 - Comparação de seleção de valores com taxas alternativas (HF) .....	47
Tabela 5 - Comparação de seleção de valores com taxas alternativas (LF) .....	48

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BC	Banco Central do Brasil
CMN	Conselho Monetário Nacional
DSGE	<i>Dynamic Stochastic General Equilibrium</i>
FK	Filtro de Kalman
HF	<i>High Frequency</i>
HLW	Holston, Laubach e Williams
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IPCA	Índice de Preços ao Consumidor Amplo
LF	<i>Low Frequency</i>
LW	Laubach e Williams
NAIRU	<i>Non-Accelerating Inflation Rate of Unemployment</i>
PIB	Produto Interno Bruto
RMI	Regime de Metas de Inflação
TNJ	Taxa Natural de Juros
TQM	Teoria Quantitativa da Moeda

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>13</b>
<b>2</b>	<b>REVISÃO DA LITERATURA.....</b>	<b>16</b>
2.1	TAXA NATURAL DE JUROS: CONCEITO E RELEVÂNCIA HISTÓRICA .....	16
2.2	AS ESTRATÉGIAS DE ESTIMAÇÃO DA TAXA NATURAL DE JUROS .....	18
2.3	ESTIMAÇÕES PREGRESSAS DA TNJ NO BRASIL APÓS O REGIME DE METAS DE INFLAÇÃO .....	19
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA.....</b>	<b>25</b>
3.1	O FILTRO DE KALMAN.....	25
3.2	O MODELO DE LAUBACH E WILLIAMS REESPECIFICADO .....	26
<b>3.2.1</b>	<b>O modelo de Holston, Laubach e Williams em espaço de estado .....</b>	<b>30</b>
<b>3.2.2</b>	<b>Formato matricial do HLW em espaço de estado e considerações adicionais .....</b>	<b>32</b>
<b>4</b>	<b>ESTIMANDO A TNJ .....</b>	<b>34</b>
4.1	DADOS.....	34
4.2	APRESENTAÇÃO DO GRÁFICO DOS DADOS TRATADOS .....	37
4.3	RESULTADOS .....	38
<b>5</b>	<b>MODELO COMPARATIVO DE ESTIMAÇÃO.....</b>	<b>44</b>
5.1	MODELO DE TAXAS DE JUROS REAIS EX-ANTE DA PESQUISA FOCUS .....	44
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES FINAIS.....</b>	<b>50</b>
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>52</b>
	<b>ANEXO A – RESULTADOS PERIFÉRICOS E EXPLICAÇÕES.....</b>	<b>57</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A Taxa Natural de Juros (TNJ a partir de agora) é conhecida desde o seu cunho por Wicksell (1898). Em formulação moderna, a TNJ pode ser entendida como a taxa real de curto prazo consistente com crescimento potencial do produto e inflação constante passados os choques econômicos. Servindo como *benchmark* para a política monetária, a TNJ é fundamental para a sua classificação. Se a taxa real de juros praticada está abaixo da TNJ, a política monetária é dita expansionista. Se está acima, a política é classificada como contracionista.

A importância da estimação da TNJ é de alta magnitude, visto que a informação contida puramente na observação da taxa nominal de juros não fornece informações suficientes para classificar corretamente a condução da política monetária pelo Banco Central, não sendo possível interpretar a geração de incentivos econômicos sem um referencial de equilíbrio. Por esse motivo, a TNJ é relevante, como argumenta Bomfim (2001), principalmente após a adoção do Regime de Metas de Inflação no Brasil em 1999, por ser uma variável de referência de equilíbrio por excelência. Através de sua estimativa é possível tirar conclusões adequadas acerca do andamento da política monetária e dos impactos que dela derivam na economia, principalmente no curto prazo.

Conforme o segundo capítulo do relatório "World Economic Outlook: a Rocky Recovery" do FMI de abril de 2023, a TNJ também tem importância para a política fiscal porque serve de âncora para a determinação dos custos de arrecadação de fundos, impactando a rolagem da dívida pública e a restrição intertemporal do governo. O capítulo também estuda a evolução no tempo da TNJ em economias grandes e emergentes, encontrando padrão declinante nos últimos 40 anos. O relatório argumenta no sentido de que o declínio sincronizado pode ter relação com tendências demográficas e trajetórias diminutas de produtividades no período. No entanto, o padrão declinante foi rompido em alguns países nos anos de pandemia. A presente monografia encontra algo parecido para o Brasil, em que a trajetória tendencial de queda da TNJ foi ficando cada vez mais horizontal, chegando a estacionar nos últimos anos, inclusive nos anos pandêmicos.

Esta monografia estima a taxa natural de juros, admitindo-se equivalência conceitual entre taxa neutra de juros ou taxa de juros de equilíbrio, segundo Hamilton *et al.* (2015), desde 2003 até o quarto trimestre de 2022, com foco no

período pandêmico<sup>1</sup>, período não coberto por trabalhos progressos de estimação com base na metodologia utilizada em Holston, Laubach e Williams (2017) bem como a dissertação de Moreira (2019), em que esta última servirá como apoio para o desenvolvimento deste trabalho. A metodologia base empregada estima a TNJ em conjunto com o produto potencial, reespecificando o modelo de Laubach e Williams (2003), trabalho seminal que introduziu na literatura econômica os modelos semiestruturais com emprego do Filtro de Kalman.

A diferença principal entre a reespecificação e o modelo apresentado no trabalho seminal é o fato de que no primeiro não é incluído os preços relativos das importações de petróleo bruto. O presente trabalho utiliza a mesma metodologia e estratégia exposta na reespecificação.

Com o objetivo de tornar as estimativas mais estáveis, o autor julgou necessário modificar brevemente aplicação para o caso brasileiro. Tal procedimento, também realizado em Moreira (2019), levou em consideração a estabilidade das estimações, visto que a aplicação direta com a inicialização dos parâmetros propostos pelos autores para o caso brasileiro não encontra solução. Uma hipótese sobre esse fenômeno, em linha com a tese de Alves (2022), é de que as dificuldades decorrem principalmente do fato de que o modelo foi concebido para economias avançadas (e em geral grandes), em que os ciclos econômicos têm dinâmica dominante.

Para comparar os resultados obtidos nesta monografia, utiliza-se um modelo alternativo que assume hiato do produto e de juros com tendência a zero em prazos grandes e que o mercado precifica implicitamente uma taxa de retornos de equilíbrio compatível com a taxa neutra para esses prazos, expurgado o prêmio de risco. Utiliza-se embasamento teórico de Roberts (2018) e o Relatório de Inflação do Banco Central de Junho de 2023 para fundamentar a estratégia.

Destaca-se ainda, que embora trabalhos como Amato (2005) apontam para potenciais fragilidades da taxa neutra em ambientes que experimentam imperfeições no sistema financeiro, trabalhos como Krustev (2018), em que o autor introduz variáveis financeiras ao modelo de Laubach e Williams de 2003, estimam de forma relativamente consistente a TNJ abordando tais imperfeições e destacando a relevância desse aspecto para a estimação, contribuindo para o amadurecimento da

---

<sup>1</sup> Esta monografia chama o período pandêmico o período que compreende o primeiro trimestre de 2020 até o último trimestre de 2022.

relação entre o bloco financeiro e o indicador. É relevante pontuar que o modelo macroeconômico Stochastic Analytical Model with a Bayesian Approach (SAMBA) de posse do Banco Central do Brasil, peça fundamental para auxiliar na condução da política monetária brasileira desde sua criação em 2011, contempla variáveis chaves do sistema financeiro mundial, revelando sua importância.

Não obstante, problemas metodológicos e operacionais ainda são bastante desafiadores para a correta aplicação da TNJ por Bancos Centrais e para o seu estudo no campo acadêmico. Esse aspecto torna ainda mais importante a comparação entre diferentes metodologias para testar se os resultados encontrados são consistentes, cobrindo potenciais fraquezas. Notadamente, os problemas citados não são impeditivos, visto que a estimação da variável é essencial para que o Banco Central desempenhe uma política monetária desejável e vários métodos foram desenvolvidos ao longo do tempo para lidar com os mais diversos contratemplos – como apresentados não exaustivamente no decorrer desta monografia. Ou seja, a TNJ segue (e deve seguir) sendo utilizada pelos bancos centrais ao redor do globo como um importante parâmetro porque suas limitações não são suficientemente degradantes a ponto de provocar o descarte da variável, mas estimulam cautela quanto a interpretação de seus resultados, tanto no meio acadêmico quanto no desempenho como instrumento de referência para a formulação de uma política monetária desejável.



## 2 REVISÃO DA LITERATURA

Neste capítulo busca-se descrever a literatura econômica ligada ao tema central da presente monografia, ou seja, ao de estimar a TNJ. Inicialmente será apresentado o conceito histórico da TNJ e sua relevância no decorrer do século passado e após a popularização dos Regimes de Metas de Inflação para então estabelecer definições técnicas utilizadas no desenvolver do trabalho. Para facilitar a apresentação dos trabalhos relacionados ao tema, agrupou-se as abordagens aplicadas a estimação da TNJ no Brasil em quatro grandes blocos, diferenciando-os pelas metodologias empregadas e justificando a escolha de escopo adotado para este trabalho.

Ademais, na seção 2.3 apresenta-se trabalhos selecionados que se debruçam ao caso de interesse particular de estimar a TNJ brasileira após a adoção do RMI. Ressalta-se, porém, que os trabalhos apresentados nesse capítulo não esgotam o tema, nem o autor tem a pretensão de fazê-lo. O objetivo é destacar os referenciais teórico-metodológicos e as diferentes conclusões e limitações de cada grupo definido na seção 2.2 deste capítulo.

### 2.1 TAXA NATURAL DE JUROS: CONCEITO E RELEVÂNCIA HISTÓRICA

O conceito de taxa natural de juros foi introduzido na literatura econômica por Knut Wicksell em 1898. De acordo com o autor, existe um nível de taxa de juros que não exerce pressão sobre a inflação, sendo neutro aos preços. Como Wicksell afirmou: "*Existe uma certa taxa de juros em empréstimos que é neutra em relação aos preços das commodities e não tende a elevá-los ou diminuí-los. [...] É quase a mesma coisa que descrevê-la como o valor atual da taxa natural de juros sobre o capital.*" Passagem de (WICKSELL, 1936, p. 102, tradução nossa).

Assim, para manter a estabilidade dos preços, seria necessário manter a taxa de juros da economia em um nível equivalente à sua taxa natural. Mais precisamente, de acordo com Wicksell (1898), é possível definir a taxa natural de juros a partir de três distintas concepções:

- a) a taxa real que iguala a poupança ao investimento;
- b) a taxa marginal de produtividade do capital;
- c) a taxa de juros condizente com a estabilidade geral dos preços.

Apesar dessas três formas de definir a taxa natural de juros não terem sido diretamente conectadas por Wicksell, Amato (2005) sustenta que é possível inferir a partir de seus escritos que ele trabalhava com a hipóteses de que os conceitos são de fato perfeitamente compatíveis em formulação de modelo simples com mercado de bens e títulos monetários em consonância com a lei de Walras.

Ainda, é possível destacar três propriedades atribuídas à TNJ por Wicksell. A primeira é a noção de que a taxa natural é consistente com equilíbrio [econômico]. A segunda é que ela pode ser considerada uma característica da economia no longo prazo. A terceira propriedade é que a taxa natural de juros não necessariamente é fixa no tempo, ou seja, ela pode variar de período em período, estabelecendo especial relação com mudanças em parâmetros estruturais da economia como tecnologia e produtividade do capital.

Wicksell acreditava, em consonância com a maior parte de seus pares, que o aumento no nível geral de preços - o efeito inflacionário, era decorrência direta da expansão da base monetária em maior proporção do que o crescimento do produto. Tal ideia está ancorada na *Teoria Quantitativa da Moeda* (TQM). No seu trabalho, o autor utiliza o conceito de TNJ com o objetivo primeiro de elucidar o mecanismo de transmissão da teoria. Ocorre que no decorrer do século XX foi ficando claro que os bancos centrais não controlavam a base monetária e sim a taxa de juros. Isso levou ao abandono da TQM pelo *mainstream* econômico segundo Resende (2017), pelo menos no sentido estrito de abandonar a recomendação do uso de quantidade de moeda como principal instrumento de política monetária. Apesar disso, a TNJ não perdeu significado. Após a disseminação dos regimes de metas de inflação adotados no decorrer dos anos 90 a taxa neutra de juros - o *benchmark* da política monetária nesses termos – vigora como uma das variáveis mais importantes para o correto funcionamento do arcabouço da política. De fato, a TNJ desempenhou um papel fundamental na condução da política monetária em diferentes momentos ao longo dos últimos dois séculos, embora, segundo aponta Leijonhufvud (1989), tenha havido períodos substanciais em que ela não figurou com destaque no pensamento econômico dominante.

No final do século XX e início do século XXI a política monetária é absorvida pelos diferentes Regimes de Metas de Inflação. Esses regimes incorporam a *Regra de Taylor*, descrita por Taylor (1993), no qual relaciona os desvios da taxa nominal de juros de curto prazo ao valor de equilíbrio aos desvios entre a meta de inflação e

a inflação observada. Nesses termos, fica evidente que a autoridade monetária deve, em momentos de inflação acima da meta, elevar mais do que proporcionalmente a taxa de juros para fazer com que a inflação convirja para a meta. Quando a taxa nominal de juros está no patamar de equilíbrio concomitantemente com desvios nulos da meta de inflação em relação à inflação observada, temos exatamente o valor da taxa natural de juros.

Nesse novo arcabouço de política monetária - cada vez mais popular inclusive nos países emergentes com a adoção paulatina do RMI ao longo do final do século XX e início do século XXI na América Latina<sup>1</sup>, a taxa neutra de juros volta a ter um papel fundamental como *benchmark*, ou seja, a TNJ se consagra como uma taxa de referência não observável para a condução da política monetária em diversos países.

## 2.2 AS ESTRATÉGIAS DE ESTIMAÇÃO DA TAXA NATURAL DE JUROS

É possível dividir a literatura sobre a estimação da TNJ em quatro grandes grupos, classificando os trabalhos de acordo com a metodologia empregada na análise da variável não observada TNJ.

Primeiramente existem os trabalhos que estimam a TNJ a partir de um modelo DSGE (*Dynamic Stochastic General Equilibrium*), geralmente novo-keynesiano, como é o caso de Blinder (1998) e Woodford (2003). De acordo com Mésonnier e Renne (2007), os modelos DSGE propiciam uma estimativa período a período da TNJ, o que a torna volátil - sujeita a choques de alta frequência - dificultando seu uso na condução da política monetária.

Em segundo lugar, tem-se os trabalhos que se utilizam de modelos puramente estatísticos. Esses modelos podem se utilizar de médias históricas, assumindo que a taxa real flutua em torno da taxa de equilíbrio da economia, ou seja, é a própria TNJ. Como se trata de modelos ateóricos, ou seja, modelos sem fundamentos econômicos, segundo Hamilton (2017), podem ser enganosos<sup>2</sup>, o que sugere cautela na sua aplicação.

---

<sup>1</sup> Para mais informações a respeito da adoção do RMI na América Latina consultar Magud e Tsounta (2012).

<sup>2</sup> Essa constatação é alvo de disputas na literatura. Hodrick (2020) fornece uma visão alternativa, defendendo o uso do Filtro HP, por exemplo.

Também é encontrado na literatura uma terceira categoria de trabalhos que estimam a TNJ. Essa categoria reúne trabalhos que se utilizam de abordagens de mercado financeiro tal qual o artigo de Bernanke e Blinder (1992), que estima a TNJ a partir de *spreads* entre as taxas de juros de curto e longo prazo para obtenção do estado da política monetária. É importante notar que além do prêmio de risco embutido nas taxas futuras, existe um componente relacionado ao equilíbrio econômico que é não observável. É em cima desse componente que os trabalhos dessa categoria inferem a TNJ.

Por fim, existem os trabalhos que se utilizam de modelos macroeconômicos simplificados ou semiestruturados. A literatura nesse segmento é bem representada por Miranda e Muinhos (2003), em que os autores tomam uma curva IS em conjunto com regra de Taylor especificada por Horvath (2007). O trabalho de Laubach e Williams (2003) segue essa classificação. Os autores estimam a TNJ através de modelo macroeconômico simplificado, representado por uma equação de Phillips e uma curva IS. Neste modelo a TNJ é a taxa de estabilização da economia no médio prazo capturada pelo intercepto de uma regra de Taylor dinâmica. Os autores ainda se utilizam de Filtro de Kalman. O presente trabalho segue a metodologia descrita neste parágrafo.

### 2.3 ESTIMAÇÕES PREGRESSAS DA TNJ NO BRASIL APÓS O REGIME DE METAS DE INFLAÇÃO

Nesta parte da monografia, será feito um apanhado de trabalhos pregressos cujo objetivo final, geral, restrito ou parcial, perpassa a estimação da TNJ no contexto brasileiro pós adoção do RMI. A literatura condicionada a este aspecto é recente, visto que o RMI no Brasil foi instituído apenas em julho de 1999, e diversificada, apoiando-se em diferentes conceitos de TNJ aplicando-se diferentes metodologias.

Muinhos e Nakane (2006) estendem a abordagem auferida em Miranda e Muinhos (2003) não só para o caso brasileiro, mas também para mais 19 países emergentes, utilizando-se de vários métodos para comparar as medidas de juro real. A taxa de juros de equilíbrio - aqui com sinônimo de TNJ, é obtida a partir de equações de curva IS, produto marginal do capital, dados em painel com a TNJ como variável dependente dado um conjunto de variáveis explicativas efeitos fixos

como controle e, por fim, extraindo as expectativas de inflação pelo *spread* comparando títulos do Tesouro pré-fixados e indexados à inflação.

O trabalho utiliza-se de filtro Hodrick-Prescott com alto parâmetro *lambda* para suavizar a componente tendência da série da TNJ. Encontra-se, para todos os métodos aplicados, uma TNJ significativamente mais alta para o caso brasileiro dentre as comparações estabelecidas.

Borges e Silva (2006), utilizam-se de modelo SVAR (VAR estrutural) para estimar a TNJ no Brasil, no período de 2000 a 2003, como especificado por Brzoza-brzezina (2003). Comparando com a taxa de juros real na economia no período, eles encontram uma TNJ média de 10% ao ano. A política monetária, segundo os autores, foi conservadora durante grande parte do período analisado, com uma TNJ mais volátil do que a taxa de juros real.

Barcellos e Portugal (2009) são os primeiros que se tem notícia que utilizam a metodologia básica desta monografia para a estimação da TNJ no caso brasileiro. Os autores estimam a TNJ para o período de 1999 até 2005 e encontram que a TNJ *ex ante* e *ex post* tem média e mediana muito próxima para o período, ao redor de 9,5%. Os resultados apontam que a taxa real de juros flutuou em torno da TNJ para o período, e então, a política monetária não pode ser considerada nem expansionista nem contracionista – o que diverge de resultados de trabalhos tal qual Arida et al (2005), que conclui que a política foi contracionista.

Já Bicalho e Goldfajn (2011) tal qual Muinhos e Nakane, utilizaram diversos métodos para estimar a TNJ para o período de 2002 a 2009, em particular, estimaram a TNJ através de uma curva IS. Os autores encontraram, principalmente após a crise de 2008, uma tendência decrescente para a TNJ. Durante o período de 2000 a 2009 a TNJ média foi de 8%. A política fiscal, de acordo com a análise dos autores, poderia ter ajudado a reduzir ainda mais a TNJ se o caminho fosse a redução da taxa de crescimento dos gastos correntes, já que essa redução aumentaria a poupança na economia, induzindo a uma taxa de juro de equilíbrio menor, tudo mais constante.

Umezu (2011) utilizou-se do modelo especificado por Laubach e Williams (2003). Porém, o autor optou por utilizar de métodos bayesianos para estimar a distribuição dos parâmetros ao invés do Filtro de Kalman. Para o período de dezembro de 2001 até janeiro de 2010 observou-se uma tendência descendente na TNJ. O autor notou também que o hiato dos juros - a diferença entre a taxa real

observada e a taxa natural estimada - foi positivo na maior parte do período, o que classifica a política monetária à época como contracionista.

Magud e Tsounta (2012) estima a TNJ para 10 países com RMI. Assim como Muinhos e Nakane, os autores utilizam-se de diversos métodos estatísticos para estimar a TNJ. Os métodos podem ser divididos em (i) estáticos - com consumidores resolvendo problema de otimização entre consumir e poupar em mercado com preços flexíveis considerando-se hábitos de consumo tal qual especificado por Campbell e Cochrane (1999) e paridade descoberta de juros, e, (ii) dinâmicos - com filtro de Hodrick-Prescott na série de taxa de juros *ex-ante* com foco no curto prazo, corrigindo o viés das observações mais recentes utilizando estimações dinâmicas com Filtro de Kalman para projeção realizada 18 meses a frente. Também nessa categoria, os autores estimam a TNJ através de método de tendência estocástica comum implícita, tomando o *spread* entre as curvas de juros de curto e longo prazo. A mais, Magud e Tsounta (2012) utilizam-se de Regra de Taylor Dinâmica em que o intercepto da regra é interpretado como a TNJ, ou seja, o valor da TNJ é o valor que vigora dado desvios da meta de inflação e desvios de produto potencial nulos. Ainda na esteira dos métodos dinâmicos, os autores estimam a TNJ a partir de modelo semiestrutural como descrito por Laubach e Williams (2003). Para o Brasil, no período de 2000 a 2012, os modelos auferiram uma TNJ média no intervalo de 4,5% e 5,7%, considerando todos os métodos aplicados.

Barbosa *et al.* (2016) estima a taxa de juros de equilíbrio da economia brasileira em modelo que estabelece o Brasil como uma pequena economia aberta. A abordagem desses autores permite desagregar a TNJ em componentes e inferir quais são as mais importantes para explicar os movimentos ao longo do tempo na TNJ brasileira. O artigo aponta que durante o primeiro mandato da ex-presidente Dilma Rousseff o BC foi mais leniente em relação aos demais anos analisados. Os autores estimam a TNJ particularmente através de uma regra de Taylor em que os fatores internacionais relacionados a prêmio de risco país e juro internacional tem grande impacto na trajetória da TNJ brasileira - o que é esperado para um país emergente.

Outro trabalho que tem por objetivo estimar a TNJ no Brasil após a adoção do RMI é o trabalho de Candido e Rochi Neto (2017). Para melhor calibrar o modelo, é aplicado Filtro de Kalman multivariado para calcular quatro variáveis latentes, a saber: a TNJ, o produto potencial, a NAIRU (*Non-accelerating inflation rate of*

*unemployment*) e a NAICU (*Non-accelerating inflation rate of capacity utilization*). Essas duas últimas variáveis podem ser entendidas como as taxas de desemprego e utilização da capacidade instalada, respectivamente, que não aceleram a inflação.

Em relação a política monetária, Candido e Rochi Neto (2017) encontram que para o período de 2006 até 2014 a política foi expansionista, com hiato de juros negativo. Além do mais, a estimativa da trajetória da TNJ foi decrescente no período, atingindo na crise de 2014-2016 valor de 1,3% a.a, o que pode ser explicado pelos impactos negativos da crise devido ao arrefecimento das pressões de preços pelo lado da demanda.

A dissertação de Moreira (2019), trabalho que servirá como base para a presente monografia, perpassa todo o período em que vigorou o RMI no Brasil até o ano de 2019. O modelo construído foi abastecido com dados de taxa de juros e expectativas de inflação divulgadas pelo banco central, enquanto o índice de inflação utilizado foi o IPCA, auferido pelo IBGE, órgão oficial do governo. A principal métrica considerada para inferir a taxa natural se deu sobre o juro *ex-ante* que é calculado considerando a expectativa dos agentes sobre os juros e inflação para os 12 meses à frente. Moreira (2019) argumenta que essa taxa de juros é a que melhor define o horizonte de políticas monetárias e é tão relevante quanto a taxa *ex-post* para a tomada de decisões dos agentes econômicos. De todo modo o juro natural *ex-post* foi estimado, porque segundo o autor, ele tem uma alta relevância para os agentes e a literatura não é consensual sobre o melhor caminho.

A dissertação constrói modelo teórico através de estimação de curva de oferta baseada na curva de Phillips e em curva de demanda de Investimento e Poupança (IS) e obtém resultados consistentes com a literatura internacional e nacional sob o qual está ancorado suas premissas e sobre o que define como Taxa Natural de Juros. A definição da variável não observável vem de Bomfim (1997). Várias técnicas estatísticas são utilizadas para tal, vide Filtro de Kalman seguido de ajustes para o modelo convergir, evitando que os parâmetros utilizados para a construção das curvas de oferta e demanda tendam a zero. O trabalho também realizou testes exponenciais para quebras estruturais para dados preliminares do produto potencial - variável chave para se chegar no resultado da taxa de juros neutra. Utilizando-se de modelo abstrato e lógico, permite-se tangenciar questões estruturais da economia brasileira, em que pese o ajuste aos fatos estilizados - o

modelo base de Holston, Laubach e Williams (2017) permite que a TNJ varie ao longo do tempo.

Ademais, Moreira (2019) assume hipóteses condizentes com a literatura em voga, em que o produto potencial converge para zero se a diferença entre a taxa de juros real (diferença da taxa nominal pela inflação ao consumidor) e a taxa natural de juros é zero e que a taxa de variação da inflação tenderá a zero para um hiato de produto zero. O trabalho teve que adaptar o uso das variáveis de expectativas de inflação retiradas do Sistema Gerenciador de Séries Temporais do Bacen para uma taxa trimestral.

Por fim, Moreira (2019) encontra que a política monetária foi contracionista, i.e., com juro real maior do que o juro neutro (*ex-ante* ou *ex-post*), para a maior parte dos anos do governo Lula I e II, em que houve uma tendência à neutralidade no passar do tempo. O governo Dilma iniciou uma era de política monetária expansionista que só cessou após o processo de *impeachment*. Uma das conclusões mais relevantes do trabalho indica que a era de juros altos no Brasil pode estar terminando, dado que há uma clara tendência de queda do juro nominal ao longo do tempo, desde a implementação do RMI - o que é condizente com a literatura. Ademais, em particular, a taxa neutra de juros *ex-ante* média para o período foi de 6,2% com uma variabilidade bastante elevada.

A tese de Alves (2022) é o primeiro trabalho que estima a TNJ para o Brasil utilizando-se de modelo DSGE novo keynesiano estruturado de média escala investigando explicitamente os efeitos de variáveis externas, derivados da modelagem de uma pequena economia aberta para um país emergente. No primeiro capítulo destaca-se a importância dos fatores externos e internos para estimar a TNJ no Brasil. É encontrado que 70% da variação da TNJ ao longo do período analisado - desde a implementação do RMI até o quarto trimestre de 2019 - é explicada pelo prêmio de risco país e pelo juro internacional. Os fatores externos, portanto, dominam os fatores internos na determinação da TNJ.

O modelo de Alves (2022) é caracterizado pela presença de fricções nominais e reais, rigidez de preços, choques tecnológicos estacionários e estocásticos de raiz unitária, além de outros choques estruturais próprios de uma pequena economia aberta. O autor encontra também que os choques permanentes de produtividade não são relevantes para explicar a TNJ, gerando indícios de que a hipótese de estagnação secular não se aplica ao Brasil. A trajetória da TNJ, segundo o autor,



tem clara tendência decrescente ao longo do período analisado, principalmente após as eleições de 2002.

Em junho de 2023, Houston, Laubach e Williams publicaram uma nova atualização no seu modelo reespecificado de 2017 para comportar os choques econômicos advindos da Pandemia do coronavírus nos últimos anos.

À semelhança de outros modelos que utilizam o filtro de Kalman ou outros filtros estatísticos, impõem-se hipóteses de identificação quanto à natureza dos processos de choque. Em particular, os choques são considerados serialmente não correlacionados com o produto e descritos por distribuições gaussianas invariantes no tempo. De acordo com os autores, a pandemia de COVID-19 gerou oscilações extraordinárias nos dados macroeconômicos que estão potencialmente em desacordo com essas duas suposições.

Nessa nova reespecificação, os autores adicionaram variável  $\kappa > 1$  na matriz de covariância de inovações estocástica começando no segundo trimestre de 2020 até o último de 2022 para obter estimativas consistentes comportando os efeitos extraordinários trazidos pelo vírus. Na prática, isso faz com que as mudanças nas estimativas das variáveis latentes do vetor de estado, e.g., a TNJ, sejam de menor magnitude.

### 3 METODOLOGIA

Neste capítulo será apresentado em detalhes a metodologia utilizada para estimar a TNJ para o Brasil a partir de 2003 até dezembro de 2022. Também há breve descrição do Filtro de Kalman. Nas seções subsequentes descreve-se o modelo de Laubach e Williams e sua reespecificação, no trabalho de Holston, Laubach e Williams (2017). A seção 3.2 sistematiza as equações e apresenta em detalhes a configuração do modelo em espaço de estado, formato utilizado para aplicar as técnicas econométricas e efetuar a estimativa do objeto de análise – a TNJ. Observa-se que a grande diferença entre os modelos LW e HLW reside na não utilização dos preços relativos de importação de petróleo bruto como variável para estimar a TNJ na reespecificação (HLW).

#### 3.1 O FILTRO DE KALMAN

Pretende-se introduzir brevemente o Filtro de Kalman nesta seção. Optou-se por uma abordagem descritiva sem formalizar matematicamente as definições<sup>1</sup>.

O Filtro de Kalman (FK) é um filtro linear recursivo que foi inicialmente desenvolvido como algoritmo discreto para ser utilizado em aplicações na área de engenharia, mas sua utilidade logo transcendeu escopo original, em que se seu uso pode ser constatado em diversos trabalhos estatísticos e econométricos<sup>2</sup>. A função genérica do FK é expressar sistema dinâmico em um particular formato de representação em espaço de estado. Em particular, o FK é útil para separar sinal de ruído. Ou seja, é um instrumento muito útil quando queremos obter uma variável que não é diretamente observada, mas está latente dentro de um sistema de equações. Por esta razão o FK serve para estimar qualquer variável não observada que possa ser incluída no vetor de estados, como é o caso da TNJ e do produto potencial da economia.

Em 1960, R.E. Kalman publicou artigo descrevendo uma solução recursiva para o problema de filtragem linear de dados discretos. Dado os avanços computacionais da época, o algoritmo do FK começou a se popularizar principalmente na área de navegação autônoma e navegação assistida. Composto

---

<sup>1</sup> Para maior profundidade, formalização e detalhamento, recomenda-se Hamilton (1994).

<sup>2</sup> O paper de Paricha (2006) faz uma breve descrição de aplicações alternativas do Filtro de Kalman.

por um conjunto de equações matemáticas, o algoritmo é capaz de fornecer estimativas de estados de sistemas de natureza desconhecida no passado, presente e futuro.

As equações do FK são de dois tipos: atualização e predição. Nas equações da etapa de atualização, o FK incorpora as medições recebidas para corrigir estimativa anterior do estado do sistema, ponderando por incerteza de variáveis do modelo e de medições. A atualização é tão acurada quanto menor for a variância do erro de medição.

Na segunda etapa, de predição, o filtro utiliza o conjunto de informações do período anterior ajustada pela diferença entre a medição da variável observável atual e a previsão do período anterior dessa medição, atribuindo peso ao erro inversamente proporcional a variância do ruído da equação que relaciona a variável observável a variável não observável.

Para este trabalho, considera-se o sistema dinâmico formado a partir de modelo macroeconômico simplificado. Com o auxílio do algoritmo de Kalman é possível expressá-lo em formato de espaço de estado fornecendo, dentre outras informações, a estimação da TNJ para o período de interesse.

Uma das grandes vantagens desse método é que ele permite calcular de forma exata a função de máximo verossimilhança para processos ARMA gaussianos, fatorar funções matriciais de geração automática de covariância e densidades espectrais, bem como estimar autorregressões vetoriais com coeficientes que mudam ao longo do tempo.

É possível mostrar que o FK fornece o estimador que minimiza o erro quadrado médio dado normalidade conjunta da variável observada e do ruído. Nesses termos, o Filtro de Kalman recebe o título de melhor filtro de classe linear de acordo com Paricha (2006). Mesmo relaxando a suposição de normalidade conjunta, funções de perda simétrica são minimizadas, incluindo possíveis torções.

### 3.2 O MODELO DE LAUBACH E WILLIAMS REESPECIFICADO

O modelo proposto por Laubach e Williams (2003) é um modelo novo-keynesiano que se baseia na definição de que a taxa natural de juros é aquela que é obtida em um contexto de equilíbrio de mercados com preços flexíveis e

expectativas racionais. A ideia subjacente é que existe uma taxa de juros real que é compatível com o produto potencial da economia e com uma inflação estável.

Neste modelo, a taxa natural de juros está relacionada a fatores estruturais da economia, tais como a produtividade, a tecnologia e as preferências dos consumidores. Por essa razão, a taxa natural de juros deve ser interpretada em uma perspectiva de longo prazo. Portanto, o modelo de LW captura as mudanças nas componentes de baixa frequência da TNJ, tangenciando os choques e flutuações de curto prazo – componentes de alta frequência que estão relacionados a conceito de TNJ que satisfaz as condições de equilíbrio de preços na economia período a período<sup>3</sup>.

A estratégia de apresentação do modelo e a notação utilizada na presente monografia está em linha com a dissertação de Moreira (2019), em que a notação segue Hamilton (1989) e o modelo especificado tal qual HLW, com possíveis modificações admitidas, que serão devidamente explicitadas no decorrer da apresentação da monografia.

O modelo de LW é formulado em termos de um Espaço de Estado, uma vez que a taxa natural de juros é vista como uma variável que muda ao longo do tempo. Esse tipo de modelo permite que variáveis não observáveis, como é o caso da TNJ, e seus determinantes estruturais, sejam tratados de maneira sistemática. A definição da TNJ adotada para a correta aplicação da metodologia proposta segue em linha com a apresentada por Bomfim (1997), em que a TNJ é definida como a taxa de juros consistente com inflação estável com crescimento do PIB igual ao crescimento potencial.

A premissa do modelo de que a TNJ tem relação com variações nas preferências dos indivíduos, na produtividade e na tecnologia de produção deriva dos modelos de crescimentos tradicionais em que a condição de otimização da taxa de poupança relaciona os parâmetros citados, tal qual a equação a seguir:

$$r_t^* = c g_t + z_t \quad (3.1)$$

---

<sup>3</sup> Em geral, um conceito de TNJ de alta frequência é um conceito associado ao curto prazo, em que a taxa neutraliza o hiato do produto para cada período da amostra. Woolford (2003) desenvolve seu trabalho em cima dessa abordagem.

Em que  $g_t$  é componente da tendência de crescimento da produtividade,  $c$  é uma constante e  $z_t$  é um termo estocástico que modela a preferência temporal das famílias. A equação (3.1) é definida como a lei de movimento da taxa natural de juros.

Assim como utilizado em HLW, este trabalho opta por tomar a constante  $c$  como a unidade. Os autores justificam essa simplificação porque encontram um valor muito próximo de 1 para a constante em aplicações variadas.

Temos ainda que  $z_t$  e  $g_t$ , variáveis da equação (3.1), são modelados como um passeio aleatório tal qual as equações (3.2) e (3.3), respectivamente, como seguem:

$$z_t = z_{t-1} + \varepsilon_{zt} \quad (3.2)$$

$$g_t = g_{t-1} + \varepsilon_{gt} \quad (3.3)$$

Como anteriormente mencionado, a TNJ tem relação com fatores estruturais tais qual taxa de crescimento da produtividade, preferências dos indivíduos e mudanças na tecnologia. Mais precisamente, a TNJ é um caso particular de taxa de juros real, no que segue que esse conjunto de variáveis é utilizado para modelar  $r$ , o juro real, conforme equação abaixo:

$$r = \frac{q}{\sigma} + n + \theta \quad (3.4)$$

Em que  $q$  é a taxa de crescimento da tecnologia do trabalho,  $\theta$  é a taxa de preferência no tempo.  $\sigma$  é a elasticidade de substituição intertemporal entre consumo e poupança e  $n$  a taxa de crescimento populacional.

Nota-se que a modelagem da equação (3.4) exprime relação de estado estacionário, tipicamente utilizadas em modelos DSGE. A equação é adequada, segundo Holston, Laubach e Williams (2017) para fornecer o intercepto apropriado para regras de taxa de juros simples em tais modelos.

Observa-se, porém, que não é possível identificar  $r^*$  de (3.1). Para isso, é estabelecido um modelo macroeconômico simplificado composto por equação de oferta via *Curva de Phillips*, em que a inflação é determinada pelo hiato do produto,

ou seja, a diferença do crescimento observado do produto e a taxa de crescimento potencial estimada, e pelos valores defasados de inflação, seguido de termo de erro.

A equação que modela a demanda é uma curva IS, na qual relaciona os valores do hiato do produto com defasagens em dois períodos pregressos e uma média móvel da diferença entre o juro real  $r_t$  e o juro neutro  $r_t^*$  - o hiato de juros, seguido de termo de erro.

Representando o lado da demanda no modelo macroeconômico proposto, A curva IS mencionada no parágrafo anterior pode ser descrita conforme a equação abaixo:

$$h_t = a_{y1}h_{t-1} + a_{y2}h_{t-2} + \sum_{j=1}^2 \left[ \frac{a_r}{2} (r_{t-j} - r_{t-j}^*) \right] + \varepsilon_{1t} \quad (3.5)$$

Onde  $h_t = 100 * (y_t - y_t^*)$ , o hiato do produto e  $y_t$  e  $y_t^*$  são os logaritmos naturais do PIB real e PIB potencial, respectivamente. A equação é montada de forma que o erro idiossincrático  $\varepsilon_{1t}$  capture os choques transitórios de curto prazo conjuntamente com as defasagens do hiato do produto. Dessa forma, a relação entre o hiato do produto e a taxa real de juros são relacionadas apenas aos movimentos persistentes. As variações no juro real  $r^*$  devem demarcar esses movimentos.

Ainda sobre a equação (3.5), tem-se que o termo do somatório  $\sum_{j=1}^2 \left[ \frac{a_r}{2} (r_{t-j} - r_{t-j}^*) \right]$  representa a média móvel do hiato dos juros para os lags 1 e 2 do hiato do produto. Tal formulação suaviza o hiato sem dar mais peso para o lag de ordem 1 ou 2. O erro é assumido não correlacionado serialmente.

Já *Curva de Phillips* mencionada em parágrafos anteriores tem sua forma como mostra a equação abaixo:

$$\pi_t = b_\pi \pi_{t-1} + (1 - b_\pi) \pi_{t-2,4} + b_y h_{t-1} + \varepsilon_{2t} \quad (3.6)$$

Onde  $\pi_t$  é medido pelo IPCA – Inflação dos Preços ao Consumidor Amplo, utilizando-se os dados do IBGE, como desenvolvido no capítulo seguinte.  $\pi_{t-2,4}$  é termo utilizado na reespecificação do modelo HLW para denotar a média de inflação observada do segundo ao quarto lag.

Por fim, supõe-se que o *log* do produto potencial evolui de acordo com um passeio aleatório com *drift* dado por  $g_t$ , que também segue um *Random Walk*, mas sem *drift*. A equação abaixo descreve essa relação:

$$y_t^* = y_{t-1}^* + g_{t-1} + \varepsilon_{y^*t} \quad (3.7)$$

É assumido que os termos dos erros das equações (3.2), (3.3) e (3.7) -  $\varepsilon_{zt}$ ,  $\varepsilon_{gt}$  e  $\varepsilon_{y^*t}$  respectivamente, são normalmente distribuídos e serialmente não correlacionados com seus desvios padrão.

Deve-se pontuar que a estimativa do modelo precisa corrigir o viés a zero dos desvios padrão de  $z$  e  $g$ . Esse problema é conhecido como *pile up problem*. Tal ocorrência geraria indesejada estabilidade na TNJ, incompatível com o comportamento esperado para o indicador. Segundo HLW, as evidências de pesquisas e de séries temporais sugerem que o crescimento real do PIB, a produtividade do trabalho e as taxas reais de juros são variáveis sujeitas a variações persistentes mascaradas por choques transitórios e voláteis. Essa seria provavelmente a razão por trás do viés a zero dos desvios-padrão.

Para atacar esse problema, é utilizado o estimador de Stock e Watson (1998), impondo as razões  $\lambda_g = \sigma_g/\sigma_y^*$  e  $\lambda_z = a_r\sigma_z/\sigma_h^*$  ao estimar por máxima verossimilhança os demais parâmetros do modelo.

### 3.2.1 O modelo de Holston, Laubach e Williams em espaço de estado

O modelo de HLW pressupõe um sistema dinâmico representável no formato estado-espço. Isso ocorre, conforme explicado na seção 3.1, em decorrência do uso do Filtro de Kalman para estimar a TNJ, hiato de juros e do produto. Utiliza-se a notação de Hamilton (1994).

Um sistema dinâmico no formato estado de espaço é colocável na forma:

$$Y_t = A'X_t + H'\xi_t + v_t \quad (3.8)$$

$$\xi_t = F\xi_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.9)$$

A equação (3.8) é chamada de equação de medida e a equação (3.9) é chamada equação de estados.  $Y_t$  é o vetor das variáveis explicadas no modelo e o vetor  $X_t$  corresponde as variáveis explicativas.  $v_t$  e  $\varepsilon_t$  são perturbações estocásticas gaussianas não correlacionadas de média zero.  $\xi_t$  representa o vetor de estados. A formatação matricial do modelo será apresentada na seção subsequente.

Para ser possível operar o modelo corretamente em formato estado-espço, é necessário introduzir a equação (3.1) dentro da equação (3.5) da curva IS, como abaixo:

$$h_t = a_{y1}h_{t-1} + a_{y2}h_{t-2} + \frac{a_r}{2}[(r_{t-1} - g_{t-1} - z_{t-1}) + (r_{t-2} - g_{t-2} - z_{t-2})] + \varepsilon_{1t} \quad (3.10)$$

Ainda, deve-se reescrever a equação da curva IS e da curva de Phillips da seguinte maneira:

$$y_t = y_t^* + a_{y1}(y_{t-1} - y_{t-1}^*) + a_{y2}(y_{t-1} - y_{t-1}^*) + \frac{a_r}{2}[(r_{t-1} - g_{t-1} - z_{t-1}) + (r_{t-2} - g_{t-2} - z_{t-2})] + \varepsilon_{1t} \quad (3.11)$$

$$\pi_t = b_\pi\pi_{t-1} + (1 - b_\pi)\pi_{t-2,4} + b_y(y_{t-1} - y_{t-1}^*) + \varepsilon_{2t} \quad (3.12)$$

O modelo de estimação segue em três estágios<sup>4</sup>. No primeiro estágio é aplicado FK para estimar a TNJ omitindo o hiato de juros da equação (3.11), assumindo que a componente de tendência de crescimento da produtividade do produto,  $g$ , é constante. Prosseguimos com a estatística de *Wald Exponential* de Andrews e Ploberger (1994) para teste de quebra estrutural em data desconhecida a partir da primeira diferença da estimativa preliminar de  $g$  com o objetivo de assim obter estimativa da mediana não viesada de  $\lambda_g$ .

No segundo estágio impomos  $\lambda_g$  obtido na primeira etapa na aplicação do FK com o hiato de juros incluído na equação (3.11), sob hipótese de que  $z$  é constante. Novamente utiliza-se da estatística *Wald Exponential* para teste de quebra estrutural em data desconhecida com o objetivo de obter, agora,  $\lambda_z$ . A estratégia utilizada para

---

<sup>4</sup> Ver Holston, Laubach e Williams (2017). É possível observar o detalhamento matricial de cada estágio na subseção 3.2.2 desta monografia.



operar o teste é a inclusão de parâmetro na equação (3.11) para mensurar uma mudança de interceptação.

No terceiro e último estágio é imposto tanto  $\lambda_g$  como  $\lambda_z$  obtidos nas etapas anteriores para a aplicação do FK. Nessa etapa é imposto restrições para facilitar a convergência numérica do modelo. Por exemplo, impõe-se que  $a_r$  (coeficiente do hiato de juros) seja negativo e que  $a_{y1}$  e  $a_{y2}$ , os parâmetros relacionados ao hiato do produto na equação (11) sejam parâmetros positivos.

### 3.2.2 Formato matricial do HLW em espaço de estado e considerações adicionais

Nesta subseção mostra-se a formatação matricial do HLW destacando-se pontos relevantes de cada estágio do modelo.

A forma matricial do primeiro estágio do modelo é dada por:

$$Y_t = [y_t, \pi_t]'; X_t = [y_{t-1}, y_{t-2}, \pi_{t-1}, \pi_{t-2,4}]'; \xi_t = [y_t^*, y_{t-1}^*, y_{t-2}^*]';$$

$$A' = \begin{bmatrix} a_{y2} & a_{y2} & 0 & 0 \\ b_y & 0 & b_\pi & 1 - b_\pi \end{bmatrix}; H' = \begin{bmatrix} 1 & -a_{y1} & -a_{y2} \\ 0 & -b_y & 0 \end{bmatrix};$$

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; Q = \begin{bmatrix} \sigma_{y^*}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Nota-se que não há presença do hiato de juros e  $g$  é assumido constante ao longo do tempo.

Para o segundo estágio temos:

$$Y_t = [y_t, \pi_t]'; X_t = [y_{t-1}, y_{t-2}, r_{t-1}, r_{t-2}, \pi_{t-1}, \pi_{t-2,4}, 1]';$$

$$\xi_t = [y_t^*, y_{t-1}^*, y_{t-2}^*, g_{t-1}]';$$

$$A' = \begin{bmatrix} a_{y1} & a_{y2} & a_r/2 & a_r/2 & 0 & 0 & a_0 \\ b_y & 0 & 0 & 0 & b_\pi & 1 - b_\pi & 0 \end{bmatrix};$$

$$H' = \begin{bmatrix} 1 & -a_{y1} & -a_{y2} & a_g \\ 0 & -b_y & 0 & 0 \end{bmatrix}; F = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; Q = \begin{bmatrix} \sigma_{y^*}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (\lambda_g \sigma_{y^*})^2 \end{bmatrix}$$

Neste estágio ocorre a inclusão do hiato de juros e a utilização de  $\lambda_g$  estimado na etapa anterior. Além disso, há a inclusão de  $a_0$  na curva IS para execução do teste *Wald Exponential* de Andrews e Ploberger (1994).  $z$  é assumido constante e  $g$  é usado com *lag* no vetor da equação de estados.

Por fim, no terceiro estágio temos:

$$\begin{aligned}
 Y_t &= [y_t, \pi_t]'; X_t = [y_{t-1}, y_{t-2}, r_{t-1}, r_{t-2}, \pi_{t-1}, \pi_{t-2,4}]'; \\
 \xi_t &= [y_t^*, y_{t-1}^*, y_{t-2}^*, g_{t-1}, g_{t-2}, z_{t-1}, z_{t-2}]'; \\
 A' &= \begin{bmatrix} a_{y1} & a_{y2} & a_r/2 & a_r/2 & 0 & 0 \\ b_y & 0 & 0 & 0 & b_\pi & 1 - b_\pi \end{bmatrix}; \\
 H' &= \begin{bmatrix} 1 & -a_{y1} & -a_{y2} & -a_r/2 & -a_r/2 & -a_r/2 & -a_r/2 \\ 0 & -b_y & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \\
 F &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \\
 Q &= \begin{bmatrix} (1 + \lambda_g^2)\sigma_{y^*}^2 & 0 & 0 & (\lambda_g\sigma_{y^*})^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ (\lambda_g\sigma_{y^*})^2 & 0 & 0 & (\lambda_g\sigma_{y^*})^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (\lambda_z\sigma_h/a_r)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

No terceiro estágio há a imposição de  $\lambda_g$  e  $\lambda_z$  obtidos nas etapas anteriores. Além disso, o vetor de estados contempla o *lag* de ordem 1 e 2 para as variáveis da lei de movimento da TNJ, i.e.,  $g$  e  $z$ . Registra-se o uso do método de Monte Carlo de Hamilton (1986) para o cálculo dos intervalos de confiança das variáveis não observadas estimadas que compõem o vetor de estados.

## 4 ESTIMANDO A TNJ

Neste capítulo busca-se apresentar a estimação da TNJ a partir do modelo HLW em detalhes. É importante destacar que a estimação se mostrou bastante desafiadora no decorrer da implementação do modelo para o caso brasileiro – o que também é documentado por Moreira (2019) e Maka (2023).

### 4.1 DADOS

Com o objetivo de estimar corretamente a TNJ para o caso brasileiro, é necessário realizar a coleta de quatro diferentes tipos de dados para alimentar o modelo de HLW.

Sabe-se que a inflação oficial do país é medida pelo Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA). Além disso, o IPCA é o índice de inflação associado a Meta de Inflação definida pelo CMN. Com essas duas informações julgou-se natural seu uso direto na aferição da TNJ, deflacionando o juro nominal definido pelo BC. Esse trabalho reconhece a possibilidade, mas não a implementa, de estimar a TNJ utilizando ajuste sazonal na série de dados do IPCA. Uma escolha possível seria a utilização de método multiplicativo por média móvel tal qual X-12-ARIMA do U.S. Census Bureau<sup>1</sup>.

A série de dados do IPCA observado é mensal, devendo, portanto, ser transformada em frequência trimestral para corretamente alimentar o modelo. É tomado a média do índice dos três meses que compõe cada trimestre para o período de referência. A série mensal do IPCA se encontra na tabela de código 1737 do SIDRA.

A Selic Meta é a taxa básica de juros definida pelo BC. Seu uso com juro nominal é indispensável e direto. A definição desta taxa é o principal instrumento de política monetária. A TNJ diz respeito a referencial de equilíbrio da política monetária para esta taxa deflacionada. Utiliza-se a série diária da taxa, em que se toma a média dos dias que compõe os trimestres para a adoção do seu valor de referência. A série temporal da Selic Meta diária foi retirada do Sistema Gerenciador de Séries Temporais do Banco Central do Brasil com código 432.

---

<sup>1</sup> Uma série de dados nesses termos pode ser retirada com frequência mensal diretamente do Sistema IBGE de Recuperação automática (SIDRA – IBGE) com código 118.

Utiliza-se da série de volume de PIB trimestral com ajuste sazonal medido pelo IBGE. Essa série é multiplicada por 100 para correta adequação as equações do modelo. A série temporal do PIB nesses termos se encontra na tabela de código 1621 do SIDRA.

Por último, é utilizado a mediana das expectativas de inflação suavizada 12 meses a frente divulgada pela pesquisa FOCUS do Banco Central do Brasil como inflação esperada. Como a série tem frequência diária, é necessário tomar a média das expectativas dos dias pertencentes a cada trimestre. Essa média é o dado trimestral que alimenta o modelo. A série temporal se encontra no Sistema de Expectativas de Mercado do BC. Em “Grupo de indicadores” seleciona-se “Índice de Preços”, em “Periodicidade” seleciona-se “Horizontes Móveis” e em “Indicadores” seleciona-se “IPCA”. Coleta-se os dados de inflação em 12 meses suavizada desde o início da amostra até 31/03/2023 ou dia útil imediatamente anterior. É importante ressaltar que a pesquisa FOCUS divulga esse indicador apenas desde 2002. Essa limitação temporal restringiu o período inicial de análise desta monografia<sup>2</sup>.

Como é possível perceber, o modelo é concebido para trabalhar com séries de tempo em frequência trimestral. Os dados alimentados vão desde o primeiro trimestre de 2002 até o primeiro trimestre de 2023, totalizando 85 observações. A TNJ é estimada desde o primeiro trimestre de 2003 até o último de 2022, totalizando 80 observações. Julga-se que o valor da TNJ do primeiro trimestre de 2023 não é de alta relevância, visto que os dados de PIB são bastante voláteis e sujeitos a correções para períodos recentes e o modelo não é estruturado para apresentar precisão em tempo real para TNJ, o que, para todos os efeitos, diminui a relevância do último dado da estimação. Ainda sim, entende-se que o uso dos dados até o primeiro trimestre de 2023 podem corroborar na margem para uma melhor captura de tendência da variável no período especificado.

Faz-se importante o destaque de que o modelo opera com uma única variável de inflação por vez, ou seja, a TNJ deverá ser deflacionada ora pelo IPCA, ora pela

---

<sup>2</sup> Moreira (2019) contorna esse problema desenvolvendo um ARIMA multivariado simples em que a variável exógena era a inflação observada nos últimos 12 meses. Maka (2023) toma a média móvel do IPCA para os quatro trimestres anteriores, assim como HLW. O presente trabalho absteve-se de implementar qualquer valor para os dados de inflação esperada anteriores ao início da divulgação das expectativas da pesquisa FOCUS. Entende-se que não há ganho substancial ao exercício de estimação da TNJ em termos de precisão e de identificação de tendência ao retroplar série de inflação visto que o período de vigência da divulgação da pesquisa já passa dos 20 anos e o simples uso de média móvel de inflação observada tornaria uma TNJ *ex ante* em *ex post*.

expectativa de inflação em 12 meses. A TNJ do primeiro tipo é chamada de TNJ *ex post*, enquanto a do segundo tipo é chamada de TNJ *ex ante*. A política monetária precisa se debruçar especialmente sobre o segundo tipo de TNJ, sendo esse tipo considerado de maior relevância para o exercício deste trabalho. A favor dessa escolha tem-se o fato de que a TNJ *ex ante* estimada nessa monografia tem um nível de incerteza menor em relação a sua contraparte (ver Tabela 2). Esta taxa é também associada mais fortemente a tomada de decisão dos agentes<sup>3</sup>. O exercício de comparação de método de estimação do capítulo 5 é especialmente útil para a TNJ *ex ante*.

Há que mencionar que a TNJ *ex post* não deve ser descartada, vide o debate sob o seu papel em relação a demanda agregada devido a sensibilidade da dinâmica da dívida pós fixada das famílias e das empresas<sup>4</sup>. Levando em consideração a importância dos dois tipos de TNJ, daremos preferência a taxa *ex ante* ainda que mostraremos resultados à cerca da estimação de ambas.

A tabela a seguir visa compactar as informações relevantes aos dados utilizados na estimação da TNJ.

---

<sup>3</sup> Segundo o Relatório de Inflação Trimestral de março de 2017 do Banco Central do Brasil (2017).

<sup>4</sup> Ver Moreira (2019).

Tabela 1 - Dados utilizados na estimação da TNJ

Tipo de medida	Dado utilizado	Fonte	Informações adicionais
Inflação	IPCA mensal	IBGE	Utilizado para TNJ <i>ex post</i> Dado é trimestralizado*
Taxa de Juros Nominal	Selic Meta diária	BC	Dado é trimestralizado*
Produto	PIB trimestral em volume com ajuste sazonal	IBGE	Multiplica-se a série por 100
Inflação Esperada	Mediana da expectativa de inflação diária divulgado pelo Boletim Focus	BC	Utilizado para TNJ <i>ex ante</i> Dado é trimestralizado*

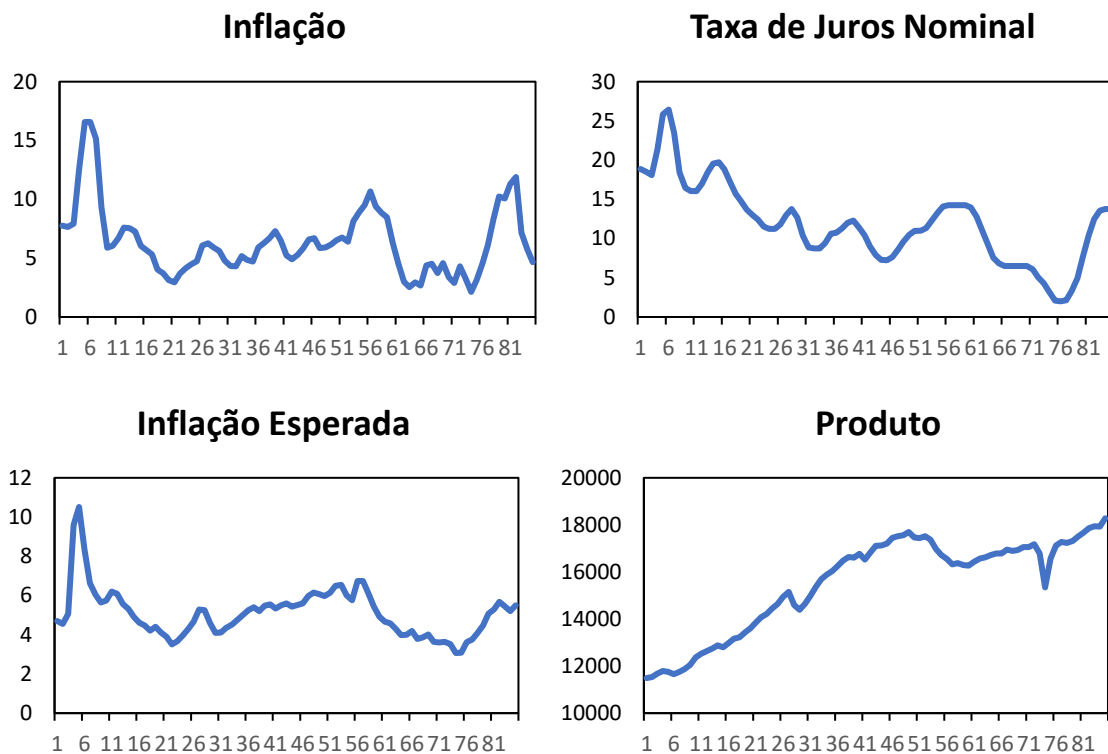
Fonte: Elaboração própria

Nota: \*A trimestralização específica para cada tipo de dado está disposta na seção 4.1

## 4.2 APRESENTAÇÃO DO GRÁFICO DOS DADOS TRATADOS

Esta subseção se destina a referenciar graficamente a última tabela. Notar que todas as séries correspondem ao mesmo período e contém 85 observações.

Gráfico 1 - Gráficos dos dados tratados (2002T1-2023T1)



Fonte: BC e IBGE. Cálculos do autor.

### 4.3 RESULTADOS

Nesta seção, mostram-se os resultados da aplicação do modelo HLW para o Brasil no período do primeiro trimestre de 2003 até o último trimestre de 2022. Algumas adaptações ao modelo se mostraram necessárias para a correta estimação da TNJ para o caso brasileiro. No modelo original de 2017, HLW propõe um chute inicial para a componente de tendência do Produto igual a zero. Para fins de otimização e de comportar um valor associado tipicamente aos valores encontrados para o modelo, optou-se por fornecer como parâmetro inicial o valor de 2,2.

Também se adaptou o valor inicial de  $z$ , componente que incorpora todas as informações relativas a preferências intertemporal dos indivíduos, para a unidade. Esse conjunto de variáveis calibrada desta maneira mostrou-se apto a convergir mais rapidamente e com maior taxa de sucesso para cada uso do modelo.

Assim como Maka (2023) e Moreira (2019), esse trabalho presenciou algumas dificuldades na tentativa de obter sucesso com o modelo atuando sob mesmas restrições de variáveis que os autores HLW aplicaram para Canada, Reino Unido e Estados Unidos. Operar com a restrição  $b_y > 0,025$ , o parâmetro da Curva de *Phillips* que relaciona o hiato do produto a inflação mostrou-se inconsistente. A ideia dos autores é forçar uma relação positiva entre o hiato do produto e a inflação, mantendo conexão com os fatos estilizados. Para o caso brasileiro, tais parâmetros não permitiram convergência do modelo.

A estratégia empregada passou por considerar cautelosamente um aumento gradual na restrição do parâmetro, observando atentamente a ocorrência de soluções de canto. Obteve-se sucesso com a restrição  $b_y > 0,20$  na estimação de ambas as TNJ (*ex ante* e *ex post*), com solução fora do extremo.

Importante destacar que existe uma relação de *trade-off* entre o desvio padrão de  $g_t$ , a tendência de crescimento da produtividade, e a estabilidade e amplitude do hiato do produto  $h_t$ . Isso acarreta um problema, visto que a estabilidade de  $g_t$  leva a formulações bastante voláteis e instáveis - por vezes inconsistentes do hiato. Como o objetivo dessa monografia é estimar a TNJ, opta-se por penalizar relativamente mais o hiato do produto, a fim de poupar a componente de tendência, o termo dominante na lei de movimento da TNJ descrita pela equação (3.1).

Com essa estratégia, o hiato acaba por ter uma amplitude menor do que se gostaria. Além deste problema, observa-se uma grande instabilidade na variável no período inicial da amostra, advindo dos desdobramentos das eleições de 2002, como abordado por Giambiagi *et al.* (2011). Por esse motivo optamos por omitir o período de 2003 do hiato.

Os resultados estão divididos entre os dois tipos de TNJ, *ex ante* e *ex post*. A tabela abaixo resume os resultados de estimação do modelo. As estatísticas T estão entre parênteses.

**Tabela 2 - Resultados da estimação dos parâmetros**

Amostra	TNJ <i>ex ante</i>	TNJ <i>ex post</i>
	2003T1 - 2023T1	2003T1 - 2023T1
$\lambda_g$	0,067	0,068
$\lambda_z$	0,158	0,212
$\Sigma a_y$	-0,050	-0,036
$a_r$	-0,105	-0,046
	(1,625)	(2,049)
$b_y$	1,860	1,767
	(1,652)	(2,414)
$\sigma_\pi$	0,961	1,133
$\sigma_{y^*}$	1,730	1,744
$\sigma_g$	1,789	1,461
$\sigma_z$	0,108	0,367
$\sigma_{r^*}$	1,723	1,335
Desvio Padrão - média amostra		
$r^*$	1,300	2,071
$g$	1,228	1,338
$y^*$	0,256	0,212
Desvio Padrão (último dado)*		
$r^*$	1,624	2,333
$g$	1,567	1,771
$y^*$	0,321	0,210

Fonte: Elaboração Própria.

Nota: \*Considerou-se o dado de 2022T4.

Os valores de  $\sigma(\cdot)$  se referem ao desvio padrão dos valores da amostra. Quanto maior seu valor, maior a variabilidade da variável. A comparação entre a média dos desvios padrões das amostras e o desvio padrão associado a estimação do último dado revela um fato esperado: o desvio padrão (a incerteza relacionada ao valor estimado) é maior para o último dado do que para a amostra como um todo. Reparar também que a incerteza média da TNJ *ex ante* é menor, de magnitude de



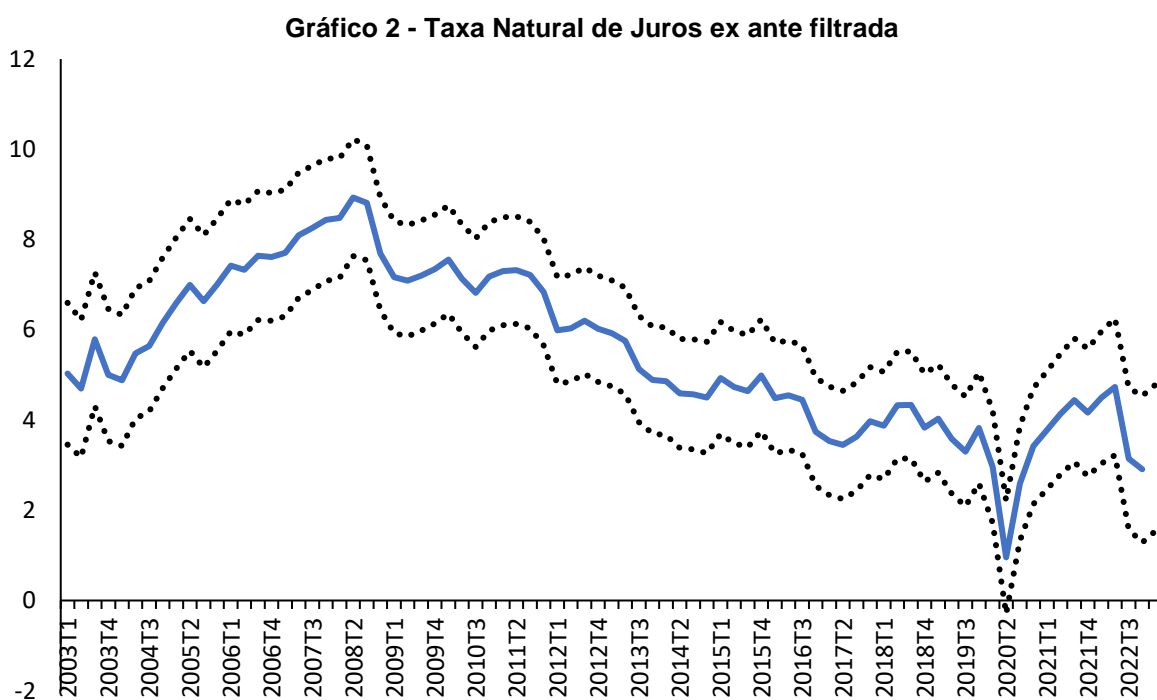
1,3 unidades para cada desvio enquanto a incerteza média associada a medição da TNJ *ex post* é de 2,07 unidades para cada desvio.

Encontra-se para a TNJ *ex ante* um número de *draws* descartados<sup>5</sup> na faixa de 14% e para a TNJ *ex post* na faixa de 21%. Esse número segue em linha com o encontrado para a estimação dos autores em 2017 para os EUA (2%), Canada (25%) e Reino Unido (15%).

O parâmetro  $b_y$  encontrado foi relativamente alto, o que tornou o hiato do produto mais estável do que se gostaria, ainda que o hiato *ex ante* mantenha grau de aderência esperada aos movimentos ao longo dos anos observados.

As estimativas das variáveis são condizentes com os valores encontrados por Holston *et al.* (2017), Moreira (2019) e Maka (2023). As restrições utilizadas para as variáveis seguem HLW, exceto por  $b_y > 0,20$  (no lugar de  $b_y > 0,025$ ) conforme exposto.

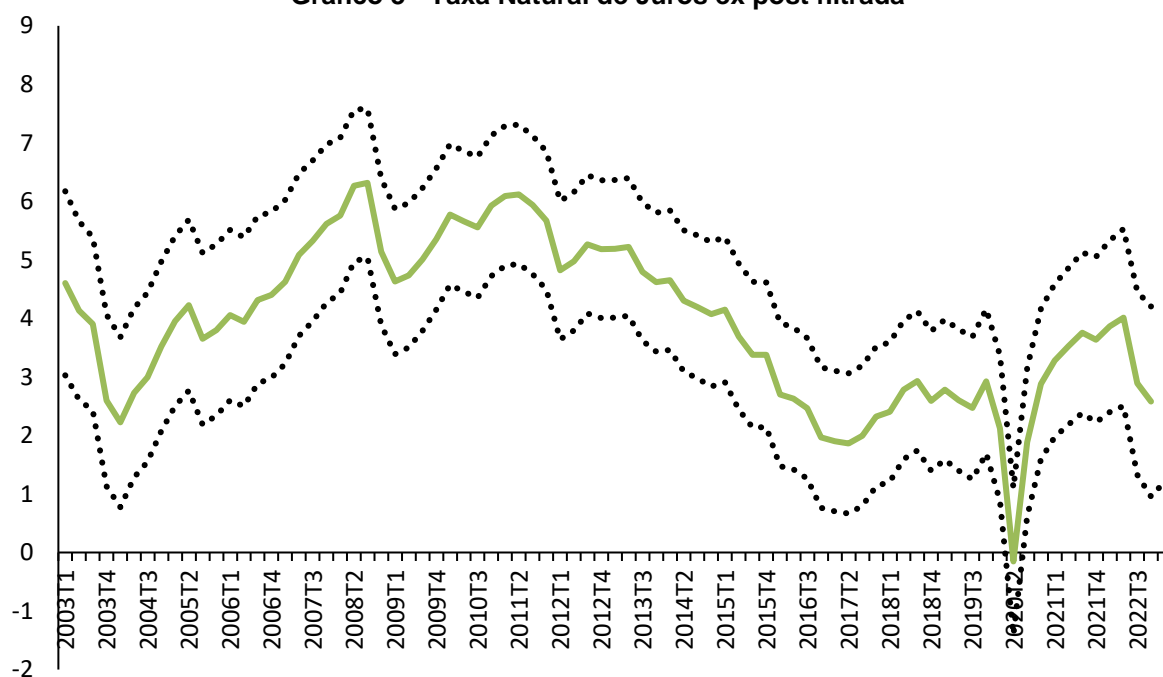
Os gráficos que seguem mostram as 80 observações das duas taxas filtradas com um desvio de tolerância.



Fonte: BC e IBGE. Cálculos do autor.

<sup>5</sup> *Draws* descartados devem-se ao fato do modelo estimar parâmetros por máximo verossimilhança. Os parâmetros que não estão de acordo com as restrições  $b_y > 0,20$ ,  $a_r < -0,0025$  e  $a_{y1} + a_{y2} < 1$  são descartados.

Gráfico 3 - Taxa Natural de Juros ex post filtrada



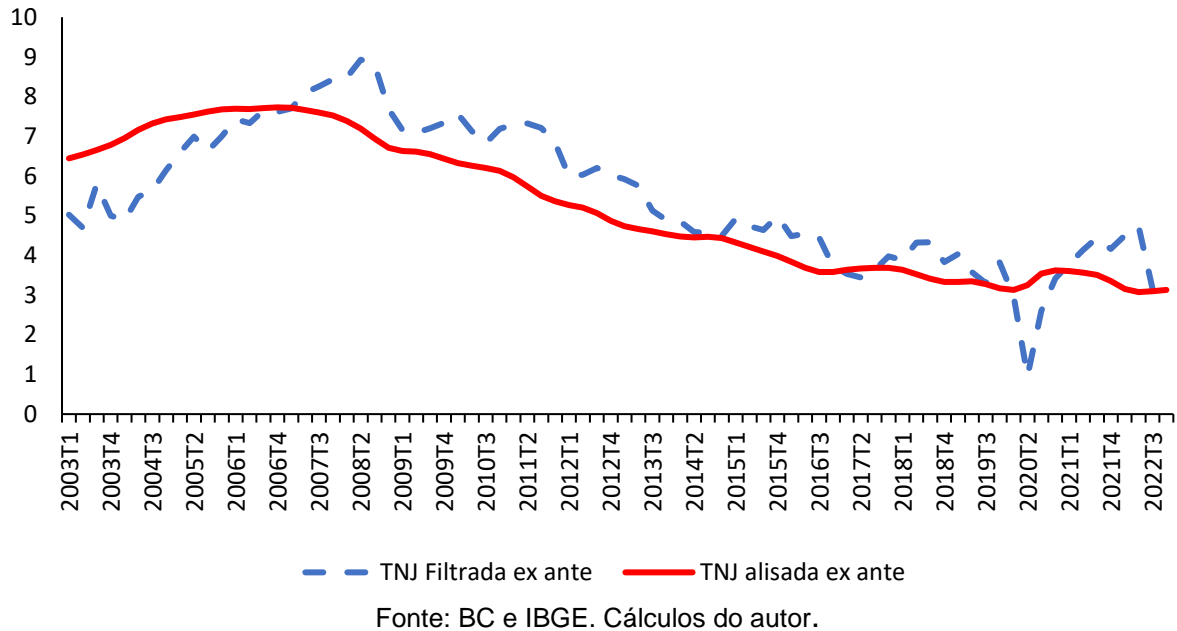
Fonte: BC e IBGE. Cálculos do autor.

Como é possível perceber, as estimativas têm um elevado nível de incerteza. O objetivo é prosseguir com um enfoque duplo, qual seja, o de averiguar a tendência da TNJ ao longo do período e o de observar o patamar de estimativa no período de 2020-2022 que se caracterizou pela pandemia de COVID-19. Entende-se que a OMS determinou o fim da Emergência de Saúde Pública em maio de 2023 (OPAS, 2023) por questões relacionadas à segurança sobre a continuidade de bons indicadores a respeito da situação (CHADE, 2022). Isso significa que o real final do período pandêmico pode ter se dado anteriormente. No Brasil, por exemplo, o então Ministro Marcelo Queiroga decretou o fim da Emergência de Saúde Pública para o Brasil ainda em abril de 2022 (BRANDÃO, 2022). Para todos os efeitos, chamaremos o período de 2020-2022 de período pandêmico.

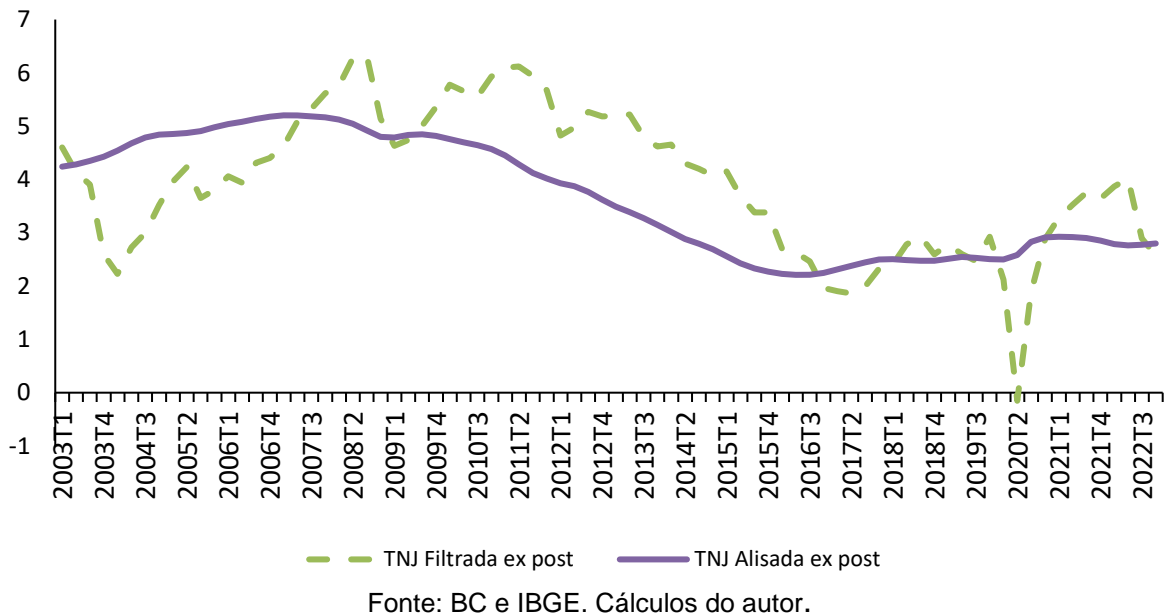
As TNJs estimadas exibem certa variabilidade local que pode ser retirada da série a partir de processo de alisamento. O próprio modelo utilizado fornece tais estimativas, chamadas de *two-sided* (alisadas) em contraposição as *one-sided* (filtradas). A vantagem da observação da TNJ alisada pode também ser interpretada complementarmente à primeira, assumindo-a como ponto de partida para quantificar precisão adicional que a amostra completa introduz. Isso porque o processo de alisamento, além de fornecer uma tendência para a variável, incorpora toda informação disponível para estimar o vetor de estado em qualquer ponto

intermediário. Como são simétricas, as duas estimativas não possuem mudança de fase<sup>6</sup>. Nos gráficos a seguir busca-se fornecer uma comparação entre ambas.

**Gráfico 4 - Comparação entre TNJ alisada e filtrada (ex ante)**



**Gráfico 5 - Comparação entre TNJ alisada e filtrada (ex post)**



Tomando as TNJs alisadas, percebe-se uma tendência de queda da TNJ ao longo do período como um todo, de forma mais pronunciada ao se analisar a curva *ex ante*.

<sup>6</sup> Ver Maka (2023).

O período de 2003 até meados de 2008 é assemelhado a um platô. Após, temos o período de queda mais acentuada da TNJ, muito provavelmente em resultado do fim do ciclo do *boom das commodities* prolongado pela crise de 2015 e 2016, que manteve a componente de tendência de crescimento de produtividade  $g_t$  em níveis baixos. Reparar que a componente  $g_t$  é dominante na lei de movimento da TNJ dado pela equação (3.1). Em torno do ano de 2017, temos uma nova formação de platô, que segue até o final da amostra com a TNJ próxima de 3% (3,13% para TNJ *ex ante* e 2,8% para TNJ *ex post*).

A tabela a seguir busca mostrar valores de média em relação as TNJ alisadas, separando os períodos citados acima, dividindo o período recente para analisar em particular o período pandêmico (2020T1 até 2022T4).

**Tabela 3 - Valores selecionados da TNJ alisada estimada**

Períodos	TNJ ex ante (%)	TNJ ex post (%)
2003T1-2008T4	7,30	4,87
2009T1-2016T4	5,06	3,54
2017T1-2019T4	3,47	2,47
2022T4 (último)	3,13	2,80
<b>2020T1-2022T4</b>	<b>3,34</b>	<b>2,80</b>
<b>2003T1-2022T4</b>	<b>5,23</b>	<b>3,67</b>

Fonte: Elaboração Própria.

A tabela registra a queda de patamar da TNJ para o período pandêmico em relação à média do período analisado, embora também gere evidências de que nos últimos anos há certa estabilidade no seu valor.

Cabe observar que o mercado precifica a TNJ em um patamar mais alto do que o encontrado pelo modelo utilizado nesta monografia para o período pandêmico, mas outros estudos que utilizaram o HLW aplicado diretamente para o Brasil obtiveram resultados semelhantes<sup>7</sup>.

Não é objetivo desta monografia analisar a dinâmica da política monetária em relação a TNJ, nem discorrer sobre a sua correta condução. No entanto, no Anexo A é possível encontrar gráficos de hiato do produto e de hiato de juros, em que o autor perpassa esses temas e faz uma análise sobre a aderência dessas variáveis latentes auxiliares estimadas pelo modelo de HLW aos fatos relevantes do período.

<sup>7</sup> O *Special Report* de setembro de 2023 de política monetária do Santander explora essa divergência e estima vários modelos para a TNJ. Deve-se notar que a curva da TNJ encontrada no relatório é aderente à estimação da TNJ *ex ante* alisada estimada na presente monografia.

## 5 MODELO COMPARATIVO DE ESTIMAÇÃO

Neste capítulo irei utilizar um método alternativo para estimar o constructo teórico da TNJ. A escolha do método alternativo se deu por parcimônia e simplicidade. Utilizando o Relatório de Inflação do Banco Central do Brasil de junho de 2023 – Medidas de taxas de juros real neutra no Brasil, é possível confirmar o que já foi abordado anteriormente nesta monografia. A estimação da TNJ é bastante complexa e exige cautela na sua interpretação, principalmente em relação aos valores mais recentes da amostra.

Dentre os diversos métodos apresentados no relatório é possível perceber a diversidade de arcabouços teóricos que existem - o que vai ao encontro com a prescrição encontrada recorrentemente na literatura de reavaliar as estimativas constantemente e comparar os resultados obtidos de uso de alguma metodologia em particular com alternativa fundamentada. Esse procedimento gera robustez a estimação.

Em linha com essa recomendação, na seção seguinte será apresentado uma versão da primeira metodologia apresentada no relatório do Banco Central. Importante frisar que, por se tratar de uma taxa medida pela expectativa de mercado, a limitação implícita é a possibilidade de comparação apenas com a TNJ *ex ante* do modelo principal. Será feita uma comparação com a TNJ filtrada (*one-sided*) e alisada (*two-sided*).

### 5.1 MODELO DE TAXAS DE JUROS REAIS EX-ANTE DA PESQUISA FOCUS

A estimativa se baseia em taxas de juros reais *ex ante* tomando as expectativas inflacionárias da pesquisa Focus como referência. É possível utilizar essa metodologia como uma proxy direta para a TNJ ao tomarmos horizonte de 4 anos, considerados de médio prazo.

Mais precisamente, é utilizado a mediana das taxas de juros nominais, deflacionadas também pela mediana das expectativas no horizonte dos 4 anos, obtendo então as estimativas da TNJ. Como argumentado na introdução, taxas mais longas e livres de prêmios de risco tendem a ser boas estimativas para a taxa neutra.

A ideia por trás de tal metodologia é a assunção de que a média do hiato do produto tende a zero com o passar do tempo. Isso também pode ser assumido para o hiato de juros, em que pese a condução da política monetária visando prover estabilidade de preços convergindo para a Meta de Inflação. Nesses termos, associa-se a precificação de mercado ao juro real - expurgado o prêmio de risco e componentes cíclicas da política monetária - como uma boa medida referencial de equilíbrio econômico. A opção de uma taxa de prazo de 4 anos cumpre esse papel<sup>1</sup>.

De Roberts (2018) observa-se uma metodologia complementar ao procedimento de extração da TNJ diretamente de pesquisas de expectativas de indicadores de taxas de juros e índice de inflação relacionada a meta perseguida pelo Banco Central. Utiliza-se uma equação que relaciona o hiato do produto a diferença da taxa real a TNJ ao longo do tempo, ponderando por parâmetros estruturais da economia. A equação abaixo denota essa relação:

$$h_t = \eta h_{t-1} - \sigma(r_t - r_t^*) \quad (5.1)$$

Em que  $r_t^*$  é a TNJ de curto prazo ou de alta frequência.  $h_t$  e  $r_t$  são respectivamente o hiato do produto e o juro real de longo prazo no período t.  $\sigma$  mede a sensibilidade da política monetária ao nível de atividade econômica e  $\eta$  é um parâmetro de persistência relacionado ao hiato do produto.

O Relatório propõe a utilização de  $\eta = 0.84$  e  $\sigma = 0.75$  para a economia brasileira, mas seu uso não é mandatório. Ressalta-se a grande sensibilidade aos parâmetros à estimativa da TNJ, além de que existem diferentes metodologias para estimar o hiato do produto, o que também gera diferentes estimações para  $r_t^*$ . Para o presente exercício de comparação, usa-se o filtro Hodrick-Prescott para estimar o hiato do produto a partir da componente cíclica do logaritmo do PIB e os parâmetros propostos. Após, resolve-se (5.1) para chegar na TNJ expressa abaixo:

$$TNJ_t = r_t^* = r_t + (h_t - \eta h_{t-1})/\sigma \quad (5.2)$$

---

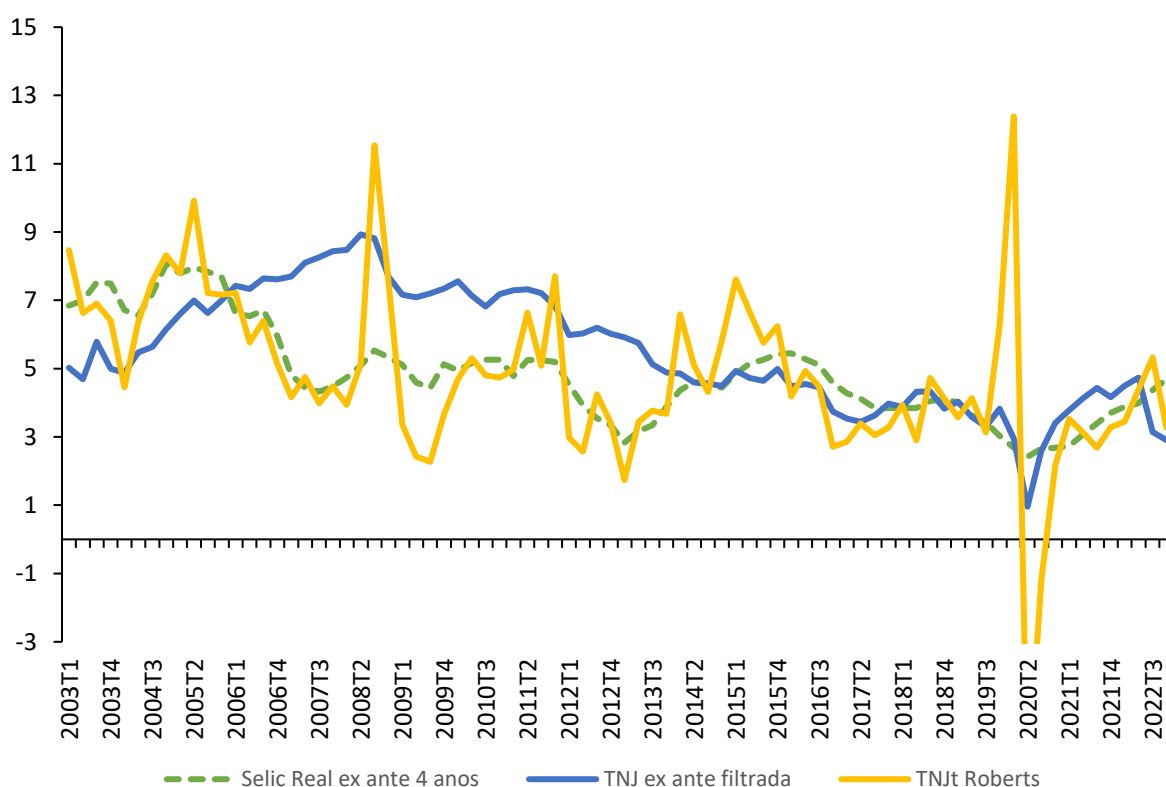
<sup>1</sup> Para mais informações consultar o Relatório de Inflação do Banco Central de Junho de 2023.

A  $TNJ_t$  é uma taxa neutra de alta frequência (*high frequency* – HF) - entendida como uma taxa que captura tendências do crescimento de produtividade associadas a variações período a período do hiato do produto na economia.

Como consta no relatório do BC, as estimativas que seguem Roberts (2018) tendem a ser bastante próximas da taxa de juros real *ex ante* de 4 anos. Esta monografia também utilizará a própria taxa de juros real *ex ante* de 4 anos como uma possibilidade de comparação com a  $TNJ$  *one-sided* do modelo principal. Notar que a  $TNJ$  *one-sided* é mais estável por construção do que a taxa de juros real *ex ante* de 4 anos, visto que a primeira é controlada para choques cíclicos, ainda que permaneça sensível a incerteza aos dados futuros.

Para o período de interesse, o gráfico a seguir compara a Selic real esperada em 4 anos e a  $TNJ_t$  com a  $TNJ$  *one-sided* *ex ante* do modelo principal.

**Gráfico 6 - Taxas Naturais Alternativas comparadas com a TNJ filtrada**



Fonte: BC e IBGE. Cálculos do autor.

A  $TNJ_t$  é bastante volátil, o que já era esperado, dado a sua natureza de alta frequência. A medida de 2020T2, que saiu de escala do gráfico, é de -7,33%. A

seguir está uma tabela resumo de comparação com os mesmos períodos da tabela 3.

**Tabela 4 - Comparação de seleção de valores com taxas alternativas (HF)**

Períodos	TNJ Roberts (%)	Selic ex ante 4 anos (%)	TNJ ex ante filtrada HLW (%)
2003T1-2008T4	6,55	6,38	6,93
2009T1-2016T4	4,56	4,62	5,85
2017T1-2019T4	3,78	3,83	3,81
2022T4 (último)	3,27	4,69	2,91
<b>2020T1-2022T4</b>	<b>2,92</b>	<b>3,36</b>	<b>3,48</b>
<b>2003T1-2022T4</b>	<b>4,79</b>	<b>4,84</b>	<b>5,51</b>

Fonte: Elaboração própria.

Pela comparação com os modelos, em geral há uma convergência. Para o primeiro período a convergência da média é aceitável. Os valores situam-se próximos de 6,5%. Para o período de 2009T1 até 2016T4 tem-se a maior divergência. O modelo de HLW acaba por sobreestimar a TNJ para o período em relação as comparações. O Período de 2017T1 até 2019T4 denota uma convergência estreita em torno de 3,8%.

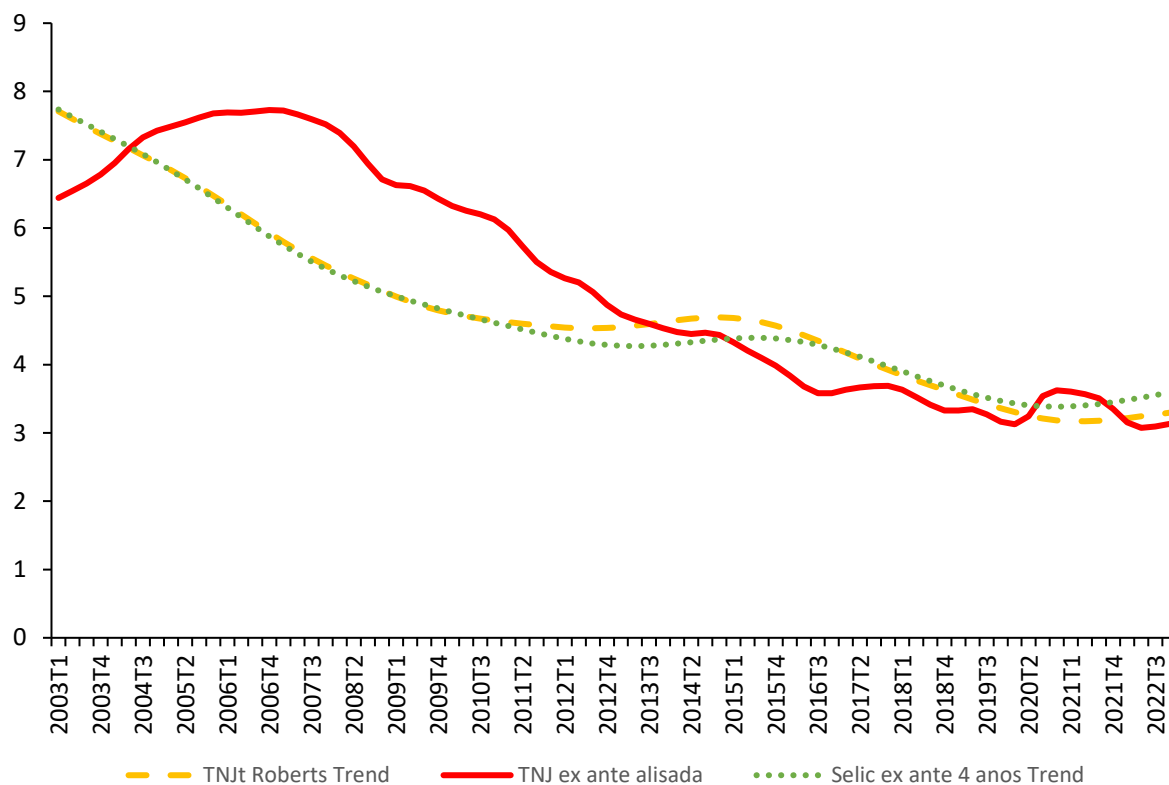
Para o período pandêmico – marcado por forte instabilidade na aferição da TNJ - os três métodos surpreenderam e acabaram relativamente próximos em patamar de 3% com viés para cima. A média para todo o período ficou próxima, com a TNJ do HLW com viés de alta, muito puxada pelo período de 2009T1 até 2016T4.

Por fim, o último dado da amostra, 2022T4, mostrou certa divergência. A TNJ de Roberts e a de HLW concordam em patamar próximo dos 3%, mas a Selic ex ante de 4 anos estima 4,7% para o trimestre.

Para compararmos a TNJ *two-sided* ou alisada com as taxas naturais modeladas alternativamente nesta seção precisamos expurgar os efeitos dos ciclos econômicos de sua estimação. Para fazer isto, iremos utilizar o filtro Hodrick-Prescott novamente. Assim, a  $TNJ_t$  se torna uma taxa de baixa frequência (*low frequency* – LF) O gráfico a seguir mostra a componente de tendência da aplicação do filtro para ambas as taxas naturais alternativas em relação a TNJ alisada de HLW.



Gráfico 7 - Taxas Naturais Alternativas comparadas com a TNJ alisada



Fonte: BC e IBGE. Cálculos do autor.

É notório que a TNJ de Roberts em sua forma de baixa frequência seja bastante aderente a componente de tendência da Selic *ex ante* de 4 anos. A tabela a seguir resume a comparação mostrada.

Tabela 5 - Comparação de seleção de valores com taxas alternativas (LF)

Períodos	TNJ Roberts LF (%)	Selic ex ante 4 anos LF (%)	TNJ ex ante HLW alisada (%)
2003T1-2008T4	6,38	6,37	7,30
2009T1-2016T4	4,62	4,47	5,06
2017T1-2019T4	3,75	3,81	3,47
2022T4 (último)	3,29	3,59	3,13
<b>2020T1-2022T4</b>	<b>3,22</b>	<b>3,45</b>	<b>3,34</b>
<b>2003T1-2022T4</b>	<b>4,81</b>	<b>4,79</b>	<b>5,23</b>

Fonte: Elaboração Própria.

Tem-se novamente uma convergência em termos gerais. A TNJ alisada para os primeiros dois períodos apresenta viés altista em relação a Roberts (LF) e a Selic *ex ante* de 4 anos (LF). Em menor grau, para o período de 2009T1 até 2016T4 encontramos novamente viés altista para a estimação de HLW. Para o período

recente de 2017T1 até 2019T4 temos uma boa convergência em torno de 3,5% com viés de alta.

Para o período pandêmico temos uma convergência estreita em torno de 3,3%. Para o valor médio da amostra há pequena divergência com o modelo de HLW tendo viés de alta para 5,2% em relação a 4,8%.

O último valor da amostra, 2022T4, apresenta uma convergência para 3,3%. O modelo de HLW fica com o valor mais baixo, enquanto a Selic *ex ante* de 4 anos (LF) fica com o maior valor, de 3,6%.

É notável que os resultados em comparação apresentam bons indícios para o modelo. A tendência de queda da TNJ é visível para três modelos, que concordam sobre a formação de platô no período recente – em torno de 7 anos para o HLW e em torno de 5 anos para os dois modelos alternativos – da TNJ em torno de 3,3%.

## 6 CONCLUSÕES FINAIS

Esta monografia estimou a taxa natural de juros através da aplicação da reespecificação do modelo seminal de Laubach e Williams (2003) no formato apresentado em Holston, Laubach e Williams (2017). A estimação para o Brasil começou no primeiro trimestre de 2003 e percorre o período até o último trimestre de 2022.

Observa-se que a aplicação direta do modelo sem pequenos ajustes nos parâmetros iniciais não permitiu convergência do modelo para o caso brasileiro para o período analisado. Por esse motivo foram realizadas mudanças pontuais no valor de  $b_y$  com a finalidade de obter resultado convergente, o que ocorreu com a restrição  $b_y > 0,20$  tanto para a TNJ *ex ante* quanto para a TNJ *ex post*. Outras pequenas modificações relatadas no decorrer do trabalho também foram necessárias.

Os resultados obtidos pelo modelo se somam as evidências de que a TNJ descreveu uma trajetória declinante no período, em especial para os anos de 2009 até 2016. A média no período pandêmico ficou em 3,3% para a TNJ *ex ante* e em 2,8% para a TNJ *ex post*. O valor encontrado para o último dado da amostra – o quarto trimestre de 2022 foi de 3,1% (2,8%) para a taxa *ex ante* (*ex post*). A comparação com o modelo alternativo convergiu para os valores encontrados pelo modelo HLW, principalmente para o período pandêmico.

Tais resultados denotam robustez ao modelo HLW de 2017, mesmo considerando que os choques provocados pela pandemia potencialmente romperam com as suposições do modelo sobre sua natureza não serialmente correlacionada e descrita por distribuição invariante no tempo, vide oscilações de grande magnitude nos dados macroeconômicos no período.

Ainda, revela-se a existência de três movimentos notáveis da TNJ ao longo do período analisado. O primeiro movimento ocorre do início da amostra até meados de 2008, em que a TNJ permanece relativamente estável. O segundo movimento denota um declínio rápido da taxa, compreendendo o período de 2009 até meados de 2016. Por fim, o último período contempla desde 2017 até o final da amostra e registra uma tendência de estabilidade novamente. Esse último período foi dividido em duas partes, o período pós crise do biênio 2015-16- compreendido pelo período de 2017 até o final de 2019 – e o período pandêmico, de 2020 até o final de 2022.

Para o período pós crise, obtêm-se um resultado de 3,5% para a TNJ *ex ante* e 2,5% para a TNJ *ex post*. A divergência das duas formulações também aparece quando computamos a média da taxa para o período completo da amostra, de 5,2% (3,7%) para a *ex ante* (*ex post*).

Reitera-se que o nível da TNJ é importante, mas mais importante é a tendência auferida. Nesse último quesito, ambas as taxas se comportaram similarmente, denotando queda de patamar entre o início da amostra e o final. No entanto, o período pandêmico pode ter posto em xeque a tendência de queda da TNJ para o Brasil no futuro, mas é cedo para afirmar.

## REFERÊNCIAS

- ALVES, Renan S. **Essays on monetary and fiscal policies in a small open economy**. 2022. Tese (Doutorado em Economia) - Escola de Economia de São Paulo, Fundação Getúlio Vargas, São Paulo, 2022. Disponível em: [https://bibliotecadigital.fgv.br/dspace/bitstream/handle/10438/32733/Tese\\_Renan\\_Alves.pdf?sequence=1](https://bibliotecadigital.fgv.br/dspace/bitstream/handle/10438/32733/Tese_Renan_Alves.pdf?sequence=1). Acesso em: 16 jul. 2023.
- AMATO, Jeffery D. **The role of natural rate of interest in monetary policy**. Basel: Bank for International Settlements (BIS), 2005. (Technical Report, 171). Disponível em: <https://www.bis.org/publ/work171.pdf>. Acesso em: 08 abr. 2023.
- ANDREWS, Donald. W. K.; PLOBERGER, Werner. Optimal Tests when a Nuisance Parameter is Present Only Under the Alternative. **Econometrica**, Orebro, v.62, n. 6, p. 1383-1414, 1994.
- ARIDA, Pérsio; BACHA, Edmar; REZENDE, Lara A. Credit, interest and jurisdictional uncertainty: Conjectures on the case of Brazil. *In*: GIAVAZZI, Francesco; GOLDFAJN, Ilan; HERRERA, Santiago (ed.). **Inflation Targeting, Debt and the Brazilian Experience, 1999 to 2003**. Rio de Janeiro, MIT Press, 2005. p.265-293.
- BANCO CENTRAL DO BRASIL. **Medidas de taxa de juros real neutra no Brasil**. Relatórios de Inflação, jun. 2023 Disponível em: <https://www.bcb.gov.br/content/ri/relatorioinflacao/202306/ri202306b6p.pdf>. Acesso em: 20 jul. 2023.
- BANCO CENTRAL DO BRASIL. **Relatório Trimestral de Inflação**. Brasília: Banco Central, 2017. Disponível em: <https://www.bcb.gov.br/content/ri/relatorioinflacao/201703/RELINF201703-ri201703P.pdf>. Acesso em 19 ago. de 2023.
- BARBOSA, Fernando de H.; CAMÊLO Felipe D.; JOÃO, Igor. C. A taxa de juros natural e a regra de Taylor no Brasil: 2003–2015. **Revista Brasileira de Economia**, Rio de Janeiro, v. 70, n. 4, p. 399–417, 2016.
- BERNANKE, Ben S.; BLINDER, Alan S. The Federal Funds Rate and The Channels of Monetary Transmission. **The American Economic Review**, Estados Unidos, v. 82, n. 04, p. 901-921, set. 1992.
- BERNANKE, Ben S. Alternative explanations of the money-income correlation. **Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy**, Netherlands, v. 25, n. 1, p. 49-99, Feb. 1986. Disponível em: [https://doi.org/10.1016/0167-2231\(86\)90037-0](https://doi.org/10.1016/0167-2231(86)90037-0). Acesso em: 19 ago. 2023.
- BICALHO, A.; GOLDFAJN, I. **A longa travessia para a normalidade: os juros reais brasileiros**. Technical report number. Economic research - itaú unibanco. fev. 2011.
- BLINDER, A. **Central banking in theory and practice**. 2nd ed. Cambridge, MIT Press, 1998.
- BOMFIM, Antulio. N. The Equilibrium Fed Funds Rate and the Indicator Properties of Term Structure Spreads. **Economic Inquiry**, v. 35, p. 830–846, 1997.

BOMFIM, Antulio N. **Measuring equilibrium real interest rates: what can we learn from yields on indexed bonds?** Washington: Federal Reserve Board of Governors, 2001. (Finance and Economics Discussion Series, n. 53). Disponível em: [https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=293888](https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=293888). Acesso em 15 mar. 2023.

BORGES, Bráulio L.; DA SILVA, Maximiliano B. Estimando a taxa de juros natural para o Brasil: Uma aplicação da metodologia VAR estrutural. **Estudos Econômicos**, São Paulo, v. 36, n. 1, p. 87–114, 2006.

BRANDÃO, Marcelo. Governo publica portaria com o fim da emergência sanitária: norma passa a valer em 30 dias. **Agência Brasil**, 22 fev. 2023. Disponível em: <https://agenciabrasil.ebc.com.br/saude/noticia/2022-04/governo-publica-portaria-com-o-fim-da-emergencia-sanitaria>

BRZOZA-BRZEZINA, M. **Estimating the natural rate of interest: a SVAR approach.** Warsaw: National Bank of Poland, 2003. (Materialy I Studia, n. 27). Disponível em: [https://www.researchgate.net/publication/23747275\\_Estimating\\_the\\_Natural\\_Rate\\_of\\_Interes\\_t\\_A\\_SVAR\\_Approach](https://www.researchgate.net/publication/23747275_Estimating_the_Natural_Rate_of_Interes_t_A_SVAR_Approach). Acesso em 08 abr. 2023.

CANDIDO, O.; RONCHI NETO, A. **Measuring the neutral real interest rate in Brazil: a joint estimation with potential output, NAIRU e NAICU.** In: ENCONTRO NACIONAL DE ECONOMIA, 45., 2017 Natal. Anais [...]. Natal: ANPEC, 2017.

CAMPBELL, John Y.; COCHRANE, John H. By force of Habit: a Consumption Based Explanation of Aggregate Stock Market Behavior, **Journal of Political Economy**, Chicago, v. 107, n. 02, p. 205-251, abr. 1999.

CHADE, Jamil. OMS espera que fim da pandemia ocorra em 2023, mas vírus não desaparecerá. **Uol Notícias**, 14 dez. 2022. Disponível em: <https://noticias.uol.com.br/colunas/jamil-chade/2022/12/14/oms-espera-que-fim-da-pandemia-ocorra-em-2023-mas-virus-nao-desaparecera.htm>.

DANYL, H. et al. **SPECIAL REPORT - MONETARY POLICY.** [s.l.] Santander Macroeconomic Research, set. 2023. Disponível em: [https://cms.santander.com.br/sites/WPS/documentos/arq-monetary-special-sep23/23-09-06\\_202852\\_bzmonpolnaturalrate090523.pdf](https://cms.santander.com.br/sites/WPS/documentos/arq-monetary-special-sep23/23-09-06_202852_bzmonpolnaturalrate090523.pdf). Acesso em: 06 set. 2023.

FUNDO MONETÁRIO INTERNACIONAL – FMI. **World Economic Outlook: a Rocky Recovery.** Washington, abr. 2023. Capítulo: “The Natural Rate of Interest: Drivers and Implications for Policy” Disponível em: <https://www.imf.org/en/Publications/WEO/Issues/2023/04/11/world-economic-outlook-april-2023>. Acesso em: 26 jul. 2023.

GIAMBIAGI, Fabio. et al. Rompendo com a Ruptura: o Governo Lula (2003-2010). Em: **Economia Brasileira Contemporânea**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2011. p. 197–233.

HAMILTON, James D. **Time Series Analysis**. Princeton: Princeton University Press, 1995.

HAMILTON, James D. *et al.* The Equilibrium Real Funds Rate: Past, Present and Future. Cambridge, **National Bureau of Economic Research**. 2015. (Working Paper n. 21476). Disponível em: <https://www.nber.org/papers/w21476.pdf>. Acesso em: 08 abr. 2023.

HAMILTON, James D. **Why you should never use de the Hodrick-Prescott Filter**. Cambridge, National Bureau of Economic Research. 2017. (Working Paper n. 23429). Disponível em: [https://www.mitpressjournals.org/doi/abs/10.1162/rest\\_a\\_00706](https://www.mitpressjournals.org/doi/abs/10.1162/rest_a_00706). Acesso em: 08 abr. 2023.

HODRICK, Robert J. AN EXPLORATION OF TREND-CYCLE DECOMPOSITION METHODOLOGIES IN SIMULATED DATA. **NATIONAL BUREAU OF ECONOMIC RESEARCH**, fev. 2020. Disponível em: [https://www.nber.org/system/files/working\\_papers/w26750/w26750.pdf](https://www.nber.org/system/files/working_papers/w26750/w26750.pdf). Acesso em: 07 set. 2023.

HOLSTON, K.; LAUBACH, T.; WILLIAMS, John C. Measuring the natural rate of interest: International trends and determinants. **Journal of International Economics**. v. 108, p.59-75, 2017.

HOLSTON, K.; LAUBACH, T.; WILLIAMS, John C. **Measuring the natural rate of interest after COVID-19**. Staff Reports, n. 1063, Federal Reserve Bank of New York, jun. 2023.

HORVATH, R. **The Time-Varying Policy Neutral Rate in Real Time**: A Predictor for Future Inflation. Working Paper n. 4, Czech National Bank, dez. 2007.

KRUSTEV, Georgi. **The natural rate of interest and the financial cycle**. Working Paper n. 2168, European Central Bank, jul. 2018.

LAUBACH, T.; WILLIAMS, John C. Measuring the natural rate of interest. The **Review of Economics and Statistics**, Cambridge, v. 83, p. 218–231, 2003.

LAUBACH, T.; WILLIAMS, John C. **Measuring the natural rate of interest redux**. São Francisco: Federal Bank of San Francisco, 2016. (Finance and Economics Discussion Series, n. 2016-11). Disponível em: <https://www.frbsf.org/economic-research/files/wp2015-16.pdf>. Acesso em 15 mar. 2023.

LEIJONHUFVUD, A. Natural Rate and Market Rate. *In*: EATWELL, J.; MILGATE, M.; NEWMAN, P. (ed.). **Money**: The New Palgrave. London: Palgrave Macmillan, 1989. [https://doi.org/10.1007/978-1-349-19804-7\\_32](https://doi.org/10.1007/978-1-349-19804-7_32). Acesso em: 08 abr. 2023.

MADDALA, S.; KIM, M. **Unit Roots, Cointegration, and Structural Change**. Cambridge: Cambridge University Press, 1998.

MAGUD, N.; TSOUNTA, E. **To cut or not to cut?** That is the (central bank's) question, in search of the neutral interest rate in latin America. International Monetary Fund, Working Paper 12/243, out. 2012.

MAKA, Alexis. **Measuring the natural rate of interest in brazil**. Instituto de Pesquisa Econômica e Aplicada, 2023. Discussion Paper, 274. Disponível em: [https://repositorio.ipea.gov.br/bitstream/11058/11825/1/dp\\_274.pdf](https://repositorio.ipea.gov.br/bitstream/11058/11825/1/dp_274.pdf). Acesso em: 12 jul. 2023

MÉSONNIER, Jean-Stéphane; RENNE, Jean-Paul. A time-varying “natural” rate of interest for the euro area. **European Economics Review**, Paris, v. 51, n. 7, p. 1768-1784, 12 jan. 2007

MOREIRA, João R. R. **Estimativas para a taxa natural de juros no brasil após a adoção do regime de metas de inflação**. Dissertação (Mestrado em Economia) – Faculdade de Ciências Econômicas, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2019. Disponível em: <https://lume.ufrgs.br/handle/10183/205633>. Acesso em: 08 abr. 2023.

MUINHOS, M. K.; NAKANE, M. I. **Comparing equilibrium real interest rates: different approaches to measure Brazilian rates**. Brasília, Working Paper BCB, n. 101, p. 1-32, mar. 2006. Disponível em: <https://www.bcb.gov.br/pec/wps/ingl/wps101.pdf>. Acesso em: 08 abr. 2023.

MUINHOS, Marcelo K.; MIRANDA, Pedro C. **A taxa de juros de equilíbrio: uma abordagem múltipla**. Brasília, Working Paper BCB, n. 66, p. 1-29, fev. 2003., 2006. Disponível em: <https://www.bcb.gov.br/pec/wps/port/wps66.pdf>. Acesso em: 08 abr. 2023.

OMS declara fim da Emergência de Saúde Pública de Importância Internacional referente à COVID-19. **OPAS**, 05 maio 2023. Disponível em: <https://www.paho.org/pt/noticias/5-5-2023-oms-declara-fim-da-emergencia-saude-publica-importancia-internacional-referente>. Acesso em 19 ago. 2023.

PARICHA, Gurnain K. **Kalman Filter and its Economic Applications**. Universidade da Califórnia, Santa Cruz, 2006.

PETHERICK, Anna. et al. **Brazil’s fight against covid-19: risk, policies, and behaviours**. Oxford: Blavatnik School of Government, 24 nov. 2020. Acesso em: 19 ago. 2023

QUINE, Willard V. Naturalism; Or, living within one’s means. **Dialectica**, v. 49, n. 2/4, p. 251–261, 1995.

RESENDE, Lara A. **Juros, moeda e ortodoxia**. São Paulo: Companhia das Letras, 2017.

ROBERTS, John M. **An estimate of the long-term neutral rate of interest**, United States: FEDS Notes, Board of Governors of the Federal Reserve System, 2018. Disponível em: <https://www.federalreserve.gov/econres/notes/feds-notes/estimate-of-the-long-term-neutral-rate-of-interest-20180905.html>. Acesso em: 19 ago. 2023.

SIMS, Christopher A. Are forecasting models usable for policy analysis? **Quarterly Review**, Minneapolis, v. 10, p. 2-16. 1986.



STOCK, J.; WATSON, M. Median unbiased estimation of coefficient variance in a timevarying parameter model. **Journal of The American Statistical Association**, Cambridge, v.93, n. 441, p.349–358, 1998.

TAYLOR, J. Discretion versus policy rules in practice. **Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy**, Palo Alto, v. 39, p. 195-214, 1993.

UMEZU, F. Estimando a taxa natural de juros para o Brasil. **Temas de economia aplicada**, São Paulo, n. 65 p. 18-24, 2011.

WOODFORD, M. **Interest and Prices: Foundations of a Theory of Monetary Policy**. Princeton: Princeton University Press, 2003.

WICKSELL, K. **Interest and Prices: A study of the Causes Regulating the Value of Money**. London: Macmillan, 1898. *In*: KAHN, Richard F. Ed: 1936.

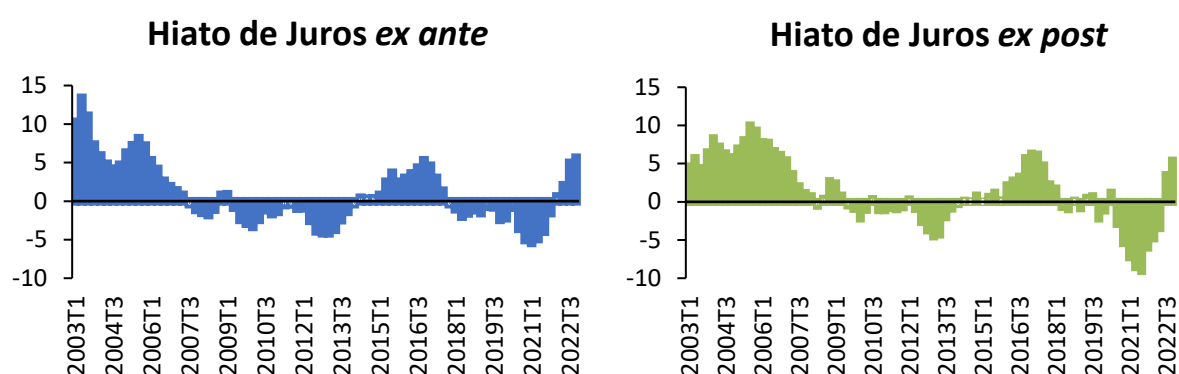
TAYLOR, J. Discretion versus policy rules in practice. **Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy**, Palo Alto, v. 39, p. 195-214, 1993.

## ANEXO A – RESULTADOS PERIFÉRICOS E EXPLICAÇÕES

Neste anexo será mostrado gráficos de algumas variáveis secundárias estimadas pelo modelo, tal qual o hiato dos juros e o hiato do produto. Procura-se uma ancoragem dos resultados aos fatos relevantes.

A seguir os gráficos de Hiato de Produto de 2003T1 até 2022T4 nas formas *ex ante* e *ex post*.

Figura 1 - Gráficos do Hiato de Juros *ex ante* e *ex post*



Fonte: BC e IBGE. Cálculos do autor.

Podemos observar um hiato *ex post* na média mais agressivo do que o hiato *ex ante*<sup>1</sup>. Isso é um bom sinal para o condutor de política monetária, visto que a política monetária deve tender a neutralidade para prazos longos, i.e., é esperado uma suavização dos ciclos. Nesse sentido, tem-se que o juro real tende a TNJ, expurgado fatores de prêmio de risco. Na contabilização da inflação esperada, se o agente econômico adotar postura racional e acreditar no BC como perseguidor da Meta de Inflação, este tipicamente entenderá a Meta como a expectativa plausível. Daí decorre que para prazos longos, os ciclos monetários são contrabalanceados.

No entanto, o Hiato *ex ante* apresenta no início valores mais altos, passando de 15%. No mesmo período sua contraparte perpassa valores na casa dos 5 a 10%. Essa diferença decorre de pressões típicas da época, muito provavelmente relacionado a eleição presidencial e a especulação dos agentes quanto as políticas sinalizadas pelo potencial vitorioso – que não chegaram a se materializar, levando a correção das expectativas adiante<sup>2</sup>.

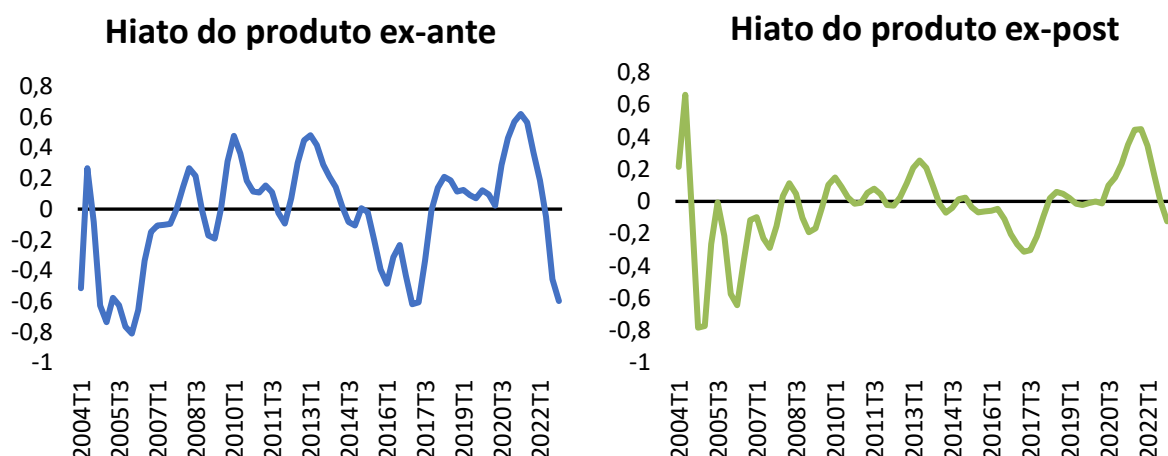
<sup>1</sup> O desvio padrão (média) do hiato *ex ante* para o período é de 3,93 (0,93), já para o hiato *ex post* temos 4,18 (1,30).

<sup>2</sup> Ver Giambiagi *et al.* (2011)

Para o período do segundo mandato do presidente Lula temos uma política levemente expansionista, mas de modo tímido, próximo a neutralidade. Na gestão Tombini, no governo Dilma, há uma guinada expansionista, que perdura até a crise do biênio de 2015-16. Na crise o modelo percebe uma política contracionista, em que a inflação está acima da meta mesmo com a economia devagar. No período pós crise tivemos um retorno a neutralidade, que finda com o início da pandemia, dando início a uma política intencionalmente expansionista em um período de grande incerteza. Essa política se mostrou excessivamente permissiva, o que levou o BC a subir vertiginosamente os juros em meados de 2021. O desenho do hiato (*ex ante* e *ex post*) mostrado parece sobreviver a análise histórica dos fatos relevantes do período observado.

A seguir os gráficos de Hiato de Produto de 2004T1 até 2022T4 nas formas *ex ante* e *ex post*<sup>3</sup>.

**Figura 2 - Gráficos do Hiato do Produto *ex ante* e *ex post***

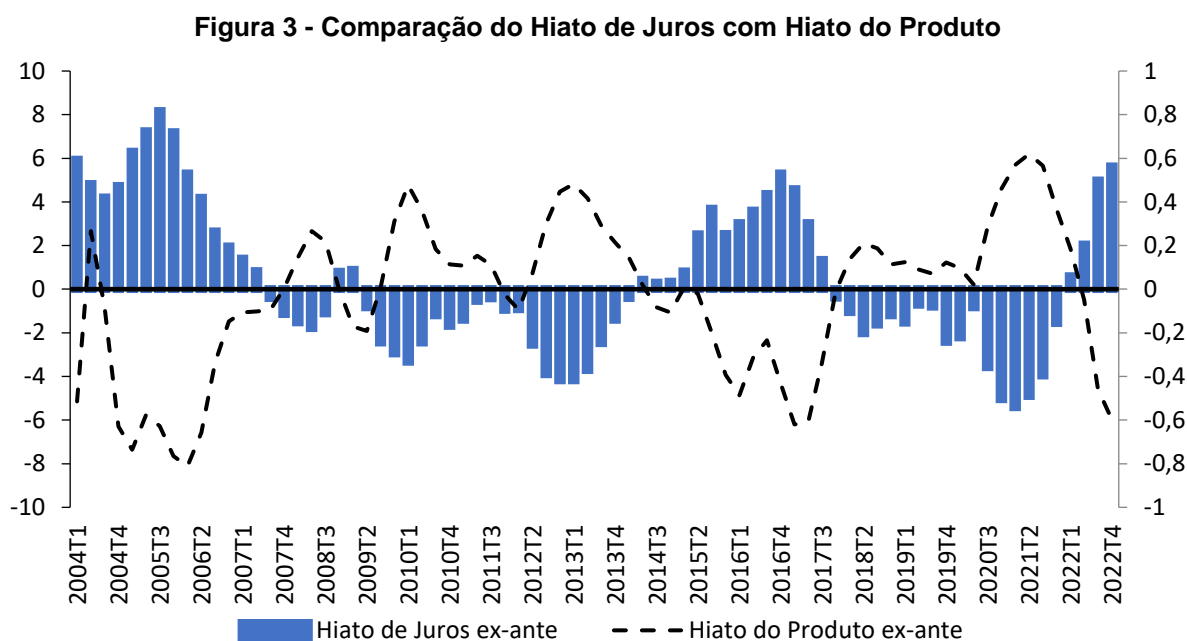


Fonte: BC e IBGE. Cálculos do autor.

O hiato do produto, como já mencionado, foi a variável penalizada pela variável  $b_y$  encontrada ser de alta magnitude dado o ajuste da restrição  $b_y > 0,20$ . A variável tornou-se relativamente estável ao longo do período, com exceção ao ano de 2003. O autor julga muito difícil fazer qualquer tipo de comentários com o hiato *ex post* já que a amplitude dos valores no meio da amostra tende a zero. Mesmo assim,

<sup>3</sup> Omite-se propositalmente o período de 2003 porque julgou-se demasiadamente instável para produzir qualquer tipo de análise. Uma hipótese que pode explicar esse fato é decorrente da escolha do início do período para rodar o modelo. Os anos de 2002 e 2003, o primeiro por uma gigantesca especulação acerca das eleições, o segundo por uma reancoragem das expectativas e uma guinada na política econômica, podem ser responsabilizados pelo fenômeno.

vemos que o hiato *ex ante* apresenta demarcações mais claras, ainda que seja um hiato de pequena amplitude. No gráfico abaixo temos uma comparação das variáveis *ex ante* de hiatos.



Fonte: BC e IBGE. Cálculos do autor.

Percebe-se um casamento bastante virtuoso entre as variáveis. Se entendemos que uma política monetária deve neutralizar os hiatos do produto no longo prazo, então deve-se notar que a direção do hiato de juros “esperado” e do hiato do produto “esperado” (porque estamos falando de variáveis *ex ante*) só podem ser virtualmente opostas, dado um *lag* de atuação.

Note, porém, que pouco se pode afirmar sobre a correta condução da política sob a ótica *ex ante* comparativa, na medida em que não há diretamente uma boa medida de intensidade da comparação entre os hiatos.

Sob a análise do hiato do produto em si mesmo, observa-se que o período inicial da amostra capta uma penalização de crescimento, ao passo que após a crise de 2008 temos um longo período de crescimento acima do produto potencial. A crise do biênio 2015-16 é marcada por um recrudescimento do hiato do produto, na medida em que se adotaram medidas contracionistas juntamente ao período recessivo. Na pandemia a análise realmente mostra que a variável não adere aos fatos corretamente. Era de se esperar um hiato bastante sensível ao período inicial da pandemia, com um hiato muito negativo em 2020T2, quando do auge da reação

voluntária e governamental para evitar contágio<sup>4</sup>. Tanto o hiato *ex post* quanto o hiato *ex ante* não marcam esse início de pandemia corretamente.

---

<sup>4</sup> Ver Petherick *et al.* (2020)