

Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Escola de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

**Avaliação da capacidade de carga ao arrancamento
de placas de ancoragem em meios marítimos
através da teoria da análise limite**

Mateus Forcelini

Porto Alegre
2023

MATEUS FORCELINI

**AVALIAÇÃO DA CAPACIDADE DE CARGA AO
ARRANCAMENTO DE PLACAS DE ANCORAGEM EM
MEIOS MARÍTIMOS ATRAVÉS DA TEORIA DA ANÁLISE
LIMITE**

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação
em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do
Sul como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor
em Engenharia.

Porto Alegre
2023

CIP - Catalogação na Publicação

Forcelini, Mateus

Avaliação da capacidade de carga ao arrancamento de placas de ancoragem em meios marítimos através da teoria da análise limite / Mateus Forcelini. -- 2023. 204 f.

Orientador: Samir Maghous.

Tese (Doutorado) -- Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Escola de Engenharia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Porto Alegre, BR-RS, 2023.

1. placas de ancoragem. 2. análise limite. 3. carga de arrancamento. 4. tensões totais. 5. tensões efetivas. I. Maghous, Samir, orient. II. Título.

MATEUS FORCELINI

**AVALIAÇÃO DA CAPACIDADE DE CARGA AO
ARRANCAMENTO DE PLACAS DE ANCORAGEM EM
MEIOS MARÍTIMOS ATRAVÉS DA TEORIA DA
ANÁLISE LIMITE**

Esta tese de doutorado foi julgada adequada para a obtenção do título de DOUTOR EM ENGENHARIA, na área de concentração Estruturas, e aprovada em sua forma final pelo professor orientador e pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, 01 de setembro de 2023

Prof. Samir Maghous
Dr. pela École Nationale des Ponts et Chaussées, França
Orientador

Prof. Nilo Consoli
Dr. pela Concordia University, Canadá
Coordenador do PPGEC/UFRGS

BANCA EXAMINADORA

Prof. Pedro Domingos Marques Prietto (UPF) **Prof. Mauro de Vasconcellos Real (FURG)**
Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Brasil)
Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Brasil

Prof. Liércio André Isoldi (FURG)
Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Brasil

Prof. Fernando Schnaid (UFRGS)
Ph.D. pela University of Oxford, Inglaterra

A Patrícia Tomasini do Nascimento.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a meu orientador Professor Samir Maghous por sua confiança, amizade, conhecimento e inspiração transmitidos a mim durante o desenvolvimento deste trabalho, por todas as oportunidades oferecidas e pelo contínuo aprendizado. És sem dúvida um exemplo de professor, pesquisador e de caráter.

A Patrícia Tomasini do Nascimento, muito obrigado pelo amor, compreensão e apoio prestado durante todo este período. Obrigado por me proporcionar uma vida tão feliz ao seu lado. Esta conquista também é vossa!

A minha família, por toda a compreensão, incentivo e suporte sempre prestados. Muito obrigado por estarem ao meu lado durante todos esses anos.

A todos os colegas e amigos que, ao longo dos anos, me deram a oportunidade de conviver e reconhecer que a felicidade reside em uma xícara de café ou uma mesa de bar. Agradeço em particular aos queridos Augusto, Bianka, Bira, Bruna, Bruno, Caio, Cássio, Chepel, Daniel, Daniele, Isabel, Jujo, Lucas, Luciene, Marcos, Mario, Minfroi, Quevedo, Renato, Rosi, sem vocês esta caminhada não faria sentido.

A todos os demais colegas e amigos, os quais não foram citados, não por menor importância, e foram fundamentais em meu aprendizado tanto como pessoa como quanto profissional.

A Universidade Federal do Rio Grande do Sul pelas oportunidades e estruturas fornecidas.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico CNPq e a CAPES pelo fomento fornecido que possibilitou a minha total dedicação a este trabalho.

Partiu Xiru.

Os agradecimentos principais são direcionados à Gerald Weber, Miguel Frasson, Leslie H. Watter, Bruno Parente Lima, Flávio de Vasconcellos Corrêa, Otavio Real Salvador, Renato Machnievscz e todos aqueles que contribuíram para que a produção de trabalhos acadêmicos conforme as normas ABNT com \LaTeX fosse possível.

Agradecimentos especiais são direcionados ao Centro de Pesquisa em Arquitetura da Informação da Universidade de Brasília (CPAI), ao grupo de usuários *latex-br* e aos novos voluntários do grupo *abnTeX2* que contribuíram e que ainda contribuirão para a evolução do *abnTeX2*.

"Mire veja: o mais importante e bonito, do mundo, é isto: que as pessoas não estão sempre iguais, ainda não foram terminadas – mas que elas vão sempre mudando. Afinam ou desafinam.

Verdade maior. É o que a vida me ensinou"

(Guimarães Rosa)

RESUMO

FORCELINI, M. **Avaliação da capacidade de carga ao arrancamento de placas de ancoragem em meios marítimos através da teoria da análise limite**. 2023. 203p. Tese (Doutorado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

As atividades de exploração de petróleo e gás em meios offshore requerem a instalação de diversos equipamentos sobre o leito marítimo, sendo estes usualmente suportados por fundações superficiais denominadas placas de ancoragem ou *mudmats*. Devido às cargas impostas tanto pelo ambiente como pela utilização destes equipamentos, bem como a necessidade de extração destes após o fim da vida útil da estrutura, o projeto deste tipo de fundação comumente é governado pela sua capacidade de carga ao arrancamento, que deve ser otimizada de modo a suportar as cargas durante sua utilização sem impôr grandes dificuldades à sua remoção. O presente trabalho tem como objetivo estudar a capacidade de carga ao arrancamento destes elementos de fundação através da abordagem cinemática da análise limite, permitindo estimativas rigorosas do limite superior da carga de arrancamento vista como carga última do sistema material considerado. Para tanto, o problema será analisado tanto via uma abordagem em tensões totais quanto em tensões efetivas, evidenciando as grandezas mecânicas envolvidas em cada uma das abordagens. O método cinemático da análise limite é empregado para avaliar a carga de arrancamento baseando-se na investigação de mecanismos de ruína especificamente elaborados para tais sistemas materiais. No contexto da análise em tensões efetivas do problema, um modelo simplificado para avaliar os esforços de sucção gerados durante o arrancamento é implementado, estendendo a formulação original para placas retangulares. Os resultados apresentados permitem obter estimativas da carga de arrancamento bem como avaliar a influência de cada um dos principais parâmetros relevantes ao problema.

Palavras-chave: *placas de ancoragem, análise limite, carga de arrancamento, tensões totais, tensões efetivas.*

ABSTRACT

FORCELINI, M. **Avaliação da capacidade de carga ao arrancamento de placas de ancoragem em meios marítimos através da teoria da análise limite**. 2023. 203p. Tese (Doutorado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

The offshore oil and gas exploration activities require several sub-sea infrastructures to be installed over the ocean floor, this equipment being commonly supported by shallow foundations namely anchor plates or mudmats. Due to the environmental conditions, live loads imposed, and the requirement for extraction processes after its end of life, the design practice for anchor plates strongly relies on the evaluation of the vertical uplift capacity of the foundation system, which should be optimized to support the structural loads without imposing great difficulties on its removal. The present work aims to evaluate the extraction bearing capacity of these foundation elements based on the theoretical framework of limit analysis and its related kinematic approach, providing rigorous upper bound estimates for the uplift load, viewed as ultimate load for the considered material system. The problem will be analyzed using both total and effective stresses frameworks, emphasizing the mechanical quantities involved in each approach. The kinematic approach of limit analysis will be employed to evaluate the uplift bearing capacity by investigating failure mechanisms specifically developed for such material systems. In the context of the effective stress analysis, a simplified model will be implemented to evaluate the suction forces developed during the anchor extraction, extending the original formulation for rectangular anchors. The results presented allow to obtain upper bound estimates of the uplift bearing capacity as well to evaluate the influence of the main relevant parameters present in the problem.

Keywords: *plate anchors, limit analysis, uplift bearing capacity, total stresses, effective stresses.*

LISTA DE FIGURAS

| | |
|--|----|
| Figura 1.1 – Exemplo da configuração de leito marinho nas imediações de plataformas <i>offshore</i> . Fonte: (LAI, 2009). | 27 |
| Figura 1.2 – Exemplo de fundação superficial do tipo <i>mudmat</i> . Fonte: Safelink (2016). | 28 |
| Figura 2.1 – Fatores envolvidos na extração de um corpo qualquer sob o leito marinho (adaptado de Vésic (1969)). | 35 |
| Figura 2.2 – Variação dos fatores de capacidade da âncora com a razão de embutimento H/B (adaptado de Rowe e Davis (1982)). | 38 |
| Figura 2.3 – Resultados de formação de zonas plásticas para âncoras (a) rasas e (b) profundas e campos de velocidade para âncoras (c) rasas e (d) profundas considerando uma interface perfeitamente aderente. Fonte: Rowe e Davis (1982). | 39 |
| Figura 2.4 – (a) Zona plástica e (b) campos de velocidades obtidos numericamente para placas de ancoragem rasas considerando que a interface não possui resistência à tração. Fonte: Rowe e Davis (1982). | 39 |
| Figura 2.5 – Mecanismos de ruptura para placas de ancoragem (a) rasas e (b) profundas e (c) comportamento esperado para os mecanismos (adaptado de Merifield et al. (1999)). | 40 |
| Figura 2.6 – Efeito da sobrecarga no fator de capacidade ao arrancamento (adaptado de Merifield et al. (1999)). | 42 |
| Figura 2.7 – Fator de correção para placas de ancoragem quadradas (adaptado de Merifield et al. (2003)). | 44 |
| Figura 2.8 – Fator de correção para placas de ancoragem circulares (adaptado de Merifield et al. (2003)). | 45 |
| Figura 2.9 – Geometria do problema de expansão de cavidade analisado por Yu (2000) (adaptado de Yu (2000)). | 46 |
| Figura 2.10 – Distribuições de deformação cisalhante normalizada observadas através de uma análise em elementos finitos até a ruptura para (a) compressão e (b) arrancamento. Fonte: Li (2015). | 48 |

| | |
|---|----|
| Figura 2.11 – Distribuições do excesso de poropressão normalizada durante a ruptura para (a) compressão e (b) arrancamento. Fonte: Li (2015). | 49 |
| Figura 2.12 – Curvas de resistência e poropressão negativa na base da fundação em função da velocidade normalizada V^* Adaptado de Li (2015). | 50 |
| Figura 2.13 – Medidas de capacidade ao arrancamento e excesso de poropressão gerada durante o arrancamento de fundações superficiais (a) circulares e (b) quadradas em ensaios de centrífuga (adpatado de Li (2015).) | 51 |
| Figura 2.14 – Comparação entre os resultados experimentais em centrífuga e as predições do modelo numérico para (a) $q/q_{u,ref} = 0.2$, (b) $q/q_{u,ref} = 0.4$, (c) $q/q_{u,ref} = 0.6$ e (d) $q/q_{u,ref} = 0.8$ (adpatado de Li (2015).) | 52 |
| Figura 2.15 – Configurações adotadas nos ensais de arrancamento em centrífuga por Lehane et al. (2008) com solo de fundação (a) arenoso e (b) argiloso. | 54 |
| Figura 2.16 – Resistência ao arrancamento em função da velocidade empregada para placas de (a) 30 mm e (b) 60 mm. (Adaptado de Lehane et al. (2008)). | 55 |
| Figura 2.17 – Modelo esquemático proposto por Foda (1982): ao passo que o vão Δ e o leito poroso expandem, a água flui lateralmente pelas periferias do vão bem como verticalmente pelos poros do leito. A deflexão vertical do material poroso é devido à força de arrasto exercida pelo fluxo de água dentro dos poros. (Adaptado de Foda (1982)). | 55 |
| Figura 2.18 – Evolução da expansão do vão médio abaixo de uma placa bidimensional. As linhas intermitentes representam um fluido com saturação completa em relação à bolhas de ar enquanto as linhas contínuas representam saturação ligeiramente menor que a unidade. Fonte: Foda (1982). | 57 |
| Figura 2.19 – Relação entre força de arrancamento e o tempo em que o desprendimento ocorre. As linhas intermitentes representam um fluido com saturação completa enquanto as linhas contínuas representam saturação ligeiramente menor do que a unidade. Fonte: Foda (1982). | 58 |
| Figura 2.20 – Histórico da força de sucção desenvolvida em função do tempo para diversas taxas de arrancamento distintas (em m/s). Linhas contínuas correspondem a $G = 10^7$ Pa e linhas intermitentes a $G = 10^5$ Pa. Fonte: Foda (1982). | 59 |
| Figura 2.21 – Modelo da análise proposta por Chang et al. (2015). (Adaptado de Chang et al. (2015)). | 59 |

| | |
|---|----|
| Figura 2.22 – Força por unidade de área registrada durante o levantamento de um corpo bidimensional sob velocidade constante $W(t) = 10^{-5}$ m/s em função da abertura do vão. Fonte: Chang et al. (2015). | 62 |
| Figura 2.23 – Força por unidade de área registrada durante o levantamento de um corpo bidimensional em função da abertura do vão para um mesmo material variando-se a velocidade de extração. Fonte: Chang et al. (2015). | 63 |
| Figura 3.1 – Viga engastada estudada por Galileu (1638). Fonte: Salençon (1990). | 65 |
| Figura 3.2 – Compressão de uma fundação superficial em um material friccional. Fonte: Salençon (2002). | 65 |
| Figura 3.3 – (a) Geometria do sistema analisado e (b) domínio de resistência do material. | 67 |
| Figura 3.4 – Conjunto das cargas suportáveis de um sistema. | 69 |
| Figura 3.5 – Construção de K através da abordagem estática: (a) nuvem de carregamentos admissíveis e (b) envelope convexo formado. | 71 |
| Figura 3.6 – Exemplo de domínio formado pela abordagem cinemática | 74 |
| Figura 3.7 – Construção de K através da abordagem cinemática: (a) plano formado por $\underline{\hat{q}}(\underline{\hat{U}}^{(i)})$ e (b) domínio formado por diversos planos. | 75 |
| Figura 3.8 – Casos típicos para determinação de $\pi(\underline{x}, \underline{\hat{d}}(\underline{x}))$. Adaptado de Salençon (1983). | 76 |
| Figura 3.9 – Representação gráfica do critério de Tresca no (a) espaço tridimensional de tensões principais e (b) plano desviador. | 79 |
| Figura 4.1 – Ilustração esquemática das geometrias analisadas. Placas (a) em estado plano de deformações, (b) circulares e (c) retangulares. | 85 |
| Figura 4.2 – Mecanismo de ruptura tridimensional para placas circulares formado por descontinuidades cônicas: (a) superfície gênese do sólido de revolução e (b) ilustração tridimensional. | 88 |
| Figura 4.3 – Mecanismo tridimensional composto por uma seção de trechos cônicos para placas circulares: (a) superfície gênese do sólido de revolução e (b) ilustração tridimensional. | 91 |

| | |
|---|-----|
| Figura 4.4 – Mecanismo tridimensional otimizado para placas circulares: (a) superfície gênese do sólido de revolução e (b) ilustração tridimensional. | 93 |
| Figura 4.5 – Exemplo de superfície de descontinuidade superior obtida para placas circulares com descontinuidades desconhecidas. | 97 |
| Figura 4.6 – Exemplo de superfície de descontinuidade inferior obtida para placas circulares com descontinuidades desconhecidas. | 99 |
| Figura 4.7 – Visualização esquemática da superfície tridimensional formada por uma sucessão de trechos planos. | 100 |
| Figura 4.8 – Seções transversais passando pelos planos (a) Oyz e (b) Oxz do mecanismo formado por uma sucessão de planos. Ambas as figuras apresentam simetria em relação ao eixo z | 101 |
| Figura 4.9 – Superfícies de descontinuidade de velocidade para uma placa retangular obtida através da adoção de 15 trechos planos. | 103 |
| Figura 4.10 – Problema em análise para superfícies de descontinuidade superior otimizada em placas retangulares. Dada a simetria da superfície, apenas um quadrante será utilizado. | 105 |
| Figura 4.11 – Exemplo de resultado obtido através da otimização das superfícies de descontinuidade superiores para uma placa retangular. | 106 |
| Figura 4.12 – Problema em análise para superfícies de descontinuidade inferior otimizada em placas retangulares. | 107 |
| Figura 4.13 – Exemplo de resultado obtido através da otimização das superfícies de descontinuidade inferiores para uma placa retangular. | 108 |
| Figura 4.14 – Mecanismo de ruptura formado por descontinuidades de velocidade retas em estado plano de deformações. | 109 |
| Figura 4.15 – Mecanismo formado por descontinuidades desconhecidas em estado plano de deformações. | 111 |
| Figura 4.16 – Geometria obtida pela minimização do funcional que descreve as descontinuidades superiores do mecanismo de ruptura em estado plano de deformações. | 116 |

| | |
|---|-----|
| Figura 4.17 – Geometria obtida pela minimização do funcional que descreve as descontinuidades superior e inferior do mecanismo de ruptura otimizado em estado plano de deformações. | 118 |
| Figura 5.1 – Resultados obtidos pelos os mecanismos de ruptura com descontinuidades otimizadas e cônicas para $t_i = 0$ e $T = 0$ | 122 |
| Figura 5.2 – Superfícies de descontinuidade superiores observadas para (a) $\gamma H/C = 0.1$, (b) $\gamma H/C = 0.5$ e (c) $\gamma H/C = 1.0$ | 123 |
| Figura 5.3 – Comparativo entre os resultados obtidos pelos os mecanismos otimizado e de cone para $t_i = 0$ e $T = C$ | 124 |
| Figura 5.4 – Comparativo entre os resultados obtidos pelos os mecanismos otimizado e de cone para $t_i = C$ e $T = C$ | 125 |
| Figura 5.5 – Resultados obtidos para F_{inf} em placas de ancoragem circulares com $t_i = T = C$ | 126 |
| Figura 5.6 – Comparativo entre os resultados obtidos pelo mecanismo otimizado levando em conta a variação de altura da coluna d’água para $d/D =$ (a) 0, (b) 1, (c) 2 e (d) 3. | 127 |
| Figura 5.7 – Comparativo entre os resultados obtidos por Merifield et al. (2003) e pelo presente trabalho para a capacidade de carga de placas circulares. | 129 |
| Figura 5.8 – Comparativo entre os resultados experimentais obtidos por Vésic (1969) e pelas predições do presente trabalho para a capacidade de carga de placas circulares. | 130 |
| Figura 5.9 – Estimativas obtidas para o limite superior da força de arrancamento considerando-se placas quadradas com $T = 0$ e $t_i = 0$ | 131 |
| Figura 5.10 – Estimativas obtidas para o limite superior da força de arrancamento considerando-se placas retangulares com $L/B = 2$, $T = 0$ e $t_i = 0$ | 133 |
| Figura 5.11 – Estimativas obtidas para o limite superior da força de arrancamento considerando-se placas retangulares com $L/B = 5$, $T = 0$ e $t_i = 0$ | 133 |
| Figura 5.12 – Estimativas obtidas para o limite superior da força de arrancamento considerando-se placas retangulares com $L/B = 1$, $T = C$ e $t_i = 0$ | 134 |

| | |
|---|-----|
| Figura 5.13 – Estimativas obtidas para o limite superior da força de arrancamento considerando-se placas retangulares com $L/B = 1$, $T = C$ e $t_i = C$ | 135 |
| Figura 5.14 – Estimativas obtidas para o limite superior da força de arrancamento considerando-se placas retangulares com $L/B = 2$, $T = C$ e $t_i = C$ | 136 |
| Figura 5.15 – Estimativas obtidas para o limite superior da força de arrancamento considerando-se placas retangulares com $L/B = 5$, $T = C$ e $t_i = C$ | 136 |
| Figura 5.16 – Limite superior da força de arrancamento de placas quadradas ($L/B = 1$) em tensões totais sob profundidades de coluna d'água d/B de (a) 1, (b) 2, (c) 3 e (d) 5. | 137 |
| Figura 5.17 – Limite superior da força de arrancamento de placas retangulares ($L/B = 2$) em tensões totais sob profundidades de coluna d'água d/B de (a) 1, (b) 2, (c) 3 e (d) 5. | 138 |
| Figura 5.18 – Limite superior da força de arrancamento de placas retangulares ($L/B = 3$) em tensões totais sob profundidades de coluna d'água d/B de (a) 1, (b) 2, (c) 3 e (d) 5. | 139 |
| Figura 5.19 – Limite superior da força de arrancamento de placas retangulares ($L/B = 5$) em tensões totais sob profundidades de coluna d'água d/B de (a) 1, (b) 2, (c) 3 e (d) 5. | 140 |
| Figura 5.20 – Comparativo entre as superfícies de descontinuidade obtidas para uma placa quadrada ($L/B = 1$) com $\gamma H/C = 0,1$ para alturas de lâmina d'água d/B iguais a (a)1, (b)3 e (c)5. | 141 |
| Figura 5.21 – Comparação entre os resultados obtidos numericamente por Merifield et al. (2003) e pelo presente trabalho para placas quadradas ($L/B = 1$). | 142 |
| Figura 5.22 – Comparação entre os resultados obtidos numericamente por Merifield et al. (2003) e pelo presente trabalho para placas retangulares com $L/B = 2$ | 142 |
| Figura 5.23 – Comparação entre os resultados obtidos numericamente por Merifield et al. (2003) e pelo presente trabalho para placas retangulares com $L/B = 4$ | 143 |
| Figura 5.24 – Comparação entre os resultados obtidos experimentalmente por Das (1978) e pelo presente trabalho para placas retangulares com (a) $L/B = 1$, (b) $L/B = 2$, (c) $L/B = 3$, e (d) $L/B = 5$ | 144 |

| | |
|---|-----|
| Figura 5.25 – Comparação entre os resultados obtidos experimentalmente por Singh e Ramaswamy (2008) e pelo presente trabalho para placas retangulares com (a) $L/B = 1$, (b) $L/B = 2$, (c) $L/B = 3$, e (d) $L/B = 4$ | 145 |
| Figura 5.26 – Comparativo entre os resultados obtidos para $t_i = T = 0$ para o mecanismo em estado plano de deformações. | 146 |
| Figura 5.27 – Mecanismos de ruptura observados para (a) $\gamma H/C = 1$, (b) $\gamma H/C = 2$ e (c) $\gamma H/C = 3$ | 147 |
| Figura 5.28 – Comparativo entre os resultados obtidos para $t_i = 0$ e $T = C$ para o mecanismo em estado plano de deformações. | 147 |
| Figura 5.29 – Resultados obtidos para $t_i = T = C$ | 148 |
| Figura 5.30 – Resultados obtidos para $t_i = C$ e $T = \infty$ para o mecanismo em estado plano de deformações. | 149 |
| Figura 5.31 – Comparativo entre os resultados do presente trabalho e os apresentados por Merifield et al. (1999) para a capacidade de carga de placas de ancoragem. | 150 |
| Figura 5.32 – Comparativo entre os resultados do presente trabalho e os apresentados por Song et al. (2008) para a capacidade de carga de placas de ancoragem. | 151 |
| Figura 5.33 – Comparativo entre os resultados do presente trabalho e os apresentados por Singh e Ramaswamy (2008) para a capacidade de carga de placas de ancoragem corridas. | 153 |
| Figura 6.1 – Mecanismo tridimensional composto por uma seção de trechos cônicos para placas circulares: (a) superfície gênese do sólido de revolução e (b) ilustração tridimensional. | 159 |
| Figura 6.2 – Visualização esquemática da superfície tridimensional formada por uma sucessão de trechos planos. | 161 |
| Figura 6.3 – Seções transversais passando pelos planos (a) Oyz e (b) Oxz do mecanismo formado por uma sucessão de planos. Ambas as figuras apresentam simetria em relação ao eixo z | 162 |

| | |
|---|-----|
| Figura 7.1 – Croqui da análise proposta por Foda (1982): ao passo que o vão Δ e o leito poroso expandem, a água flui lateralmente pelas periferias do vão bem como verticalmente pelos poros do leito. A deflexão vertical do material poroso é devido à força de arrasto exercida pelo fluxo de água dentro dos poros. (Adaptado de Foda (1982)). | 165 |
| Figura 7.2 – Resultado ilustrativo de $ F_p $ vs. t obtido através da aplicação do modelo para sucção proposto em uma placa de ancoragem retangular submetida à três taxas de arrancamento constante. | 177 |
| Figura 7.3 – Análise paramétrica da permeabilidade e taxa de arrancamento sobre o valor máximo de $ F_{p,max} $ em placas circulares. | 179 |
| Figura 7.4 – Análise paramétrica da permeabilidade e taxa de arrancamento sobre o valor máximo de $ F_{p,max} $ em placas em estado plano de deformação. | 180 |
| Figura 7.5 – Análise paramétrica da permeabilidade e taxa de arrancamento sobre o valor máximo de $ F_{p,max} $ em placas retangulares. | 181 |
| Figura 7.6 – Análise paramétrica do módulo cisalhante e taxa de arrancamento sobre o valor máximo de $ F_{p,max} $ em placas circulares. | 182 |
| Figura 7.7 – Comparativo entre os dados experimentais obtidos por Mei et al. (1985) e as predições numéricas da Equação 7.55. | 183 |
| Figura 7.8 – Comparativo entre os dados experimentais obtidos por Mei et al. (1985) e as predições numéricas da Equação 7.55. | 184 |
| Figura 8.1 – Predições do limite superior de F obtido para âncoras circulares com $T = t_i = 0$ e $F_p = 0$ | 186 |
| Figura 8.2 – Predições do limite superior de F obtido para âncoras circulares com $T = C$, $t_i = 0$ e $F_p = 0$ | 187 |
| Figura 8.3 – Predições do limite superior de F adicionando-se o efeito de $ F_p $ para âncoras circulares $H/D = 1$ e $D = 1$ m, em um solo com $\varphi = 25^\circ$, com $T = t_i = 0$, $k = 10^{-8}$ m/s e $G = 10^6$ Pa. | 188 |
| Figura 8.4 – Evolução de $ F_p /F$ em função da taxa de arrancamento normalizada w/k para uma placa de ancoragem circular. | 189 |

| | |
|---|-----|
| Figura 8.5 – Evolução de $ F_p /F$ em função da taxa de arrancamento normalizada w/k para uma placa de ancoragem circular com o eixo das abscissas em escala logarítmica. | 190 |
| Figura 8.6 – Evolução de $ F_p /F$ em função da taxa de arrancamento normalizada w/k a razão de embutimento. | 191 |
| Figura 8.7 – Predições do limite superior de F obtido para âncoras retangulares com $T = t_i = F_p = 0$. Razões de aspecto $L/B =$ (a) 1, (b) 2, (c) 3 e (d) 5. | 192 |
| Figura 8.8 – Predições do limite superior de F obtido para âncoras retangulares com $T = C$ e $t_i = F_p = 0$. Razões de aspecto $L/B =$ (a) 1, (b) 2, (c) 3 e (d) 5. | 193 |
| Figura 8.9 – Exemplo de evolução de $ F_p /F$ em função da taxa de arrancamento normalizada w/k para uma placa de ancoragem retangular com $L/B = 2$ | 194 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|---|-----|
| Tabela 5.1 – Tabela comparativa entre os resultados obtidos pelos diferentes mecanismos para $t_i = 0$, $T = 0$ e $H/D = 1$ | 123 |
| Tabela 5.2 – Tabela comparativa entre os resultados obtidos pelos diferentes mecanismos para placas quadradas com $t_i = 0$ e $T = 0$ | 132 |
| Tabela 5.3 – Tabela comparativa ilustrando os resultados obtidos considerando $T = C$ e $T = 0$ para placas com $d/B = 2$ | 141 |
| Tabela 5.4 – Propriedades dos ensaios experimentais de Das (1978) | 143 |
| Tabela 5.5 – Propriedades dos ensaios experimentais de Singh e Ramaswamy (2008) | 145 |
| Tabela 7.1 – Características da mistura argilosa adotada no trabalho de Faria (2019). Fonte: Faria (2019). | 182 |

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos romanos:

| | |
|-----------------------------|---|
| B | Menor dimensão da placa (base) |
| C | Coesão |
| c_v | Coefficiente de consolidação vertical |
| D | Diâmetro da placa |
| d | Altura da lâmina d'água |
| $\underline{\underline{d}}$ | Taxa de deformação virtual |
| \underline{e}_z | Vetor unitário na direção z |
| F | Força de arrancamento |
| F_{inf} | Força de arrancamento devido à contribuição abaixo da placa |
| F_p | Força de sucção |
| F_{sup} | Força de arrancamento devido à contribuição acima da placa |
| G | Módulo de cisalhamento |
| H | Profundidade da placa |
| H_{cr} | Profundidade crítica |
| h | Tamanho do subdomínio |
| I_r | Índice de rigidez |
| I_0 | Função de Bessel modificada de ordem zero |
| J | Funcional |
| K_0 | Coefficiente de empuxo no repouso |
| K_f | Módulo volumétrico do fluido |
| K_w | Módulo volumétrico da água |
| k | Condutividade hidráulica |
| L | Maior dimensão da placa (largura) |

| | |
|-------------------|--|
| N_c | Fator de capacidade de carga |
| \underline{n} | Vetor normal unitário |
| P_{def} | Potência de deformação |
| P_{ext} | Potência das forças externas |
| P_{int} | Potência das forças internas |
| P_p | Potência da poropressão |
| P_{rm} | Potência resistente máxima |
| P_{rm}^{sup} | Potência resistente desenvolvida acima da âncora |
| P_{rm}^{inf} | Potência resistente máxima desenvolvida abaixo da âncora |
| p | Poropressão |
| p_a | Pressão atmosférica |
| p_w | Pressão hidrostática |
| \underline{Q} | Modo de de carregamento |
| R | Raio da placa |
| Re | Número de Reynolds |
| R_p | Raio da região plástica |
| S | Saturação |
| S_u | Resistência ao cisalhamento em condições não drenadas |
| T | Resistência à tração isotropa |
| t | Tempo |
| t_i | Resistência à tração da interface |
| \underline{t} | Vetor unitário tangente |
| U | Velocidade da placa |
| \underline{U} | Velocidade do fluido |
| \underline{U}^s | Velocidade do solo |
| \underline{U}^P | Velocidade da placa |

| | |
|-----------------|---|
| \hat{U} | Velocidade virtual |
| u | Excesso de poropressão |
| \underline{v} | Velocidade dos sólidos |
| W' | Peso submerso do objeto |
| w | Velocidade da placa |
| \underline{x} | Ponto material (coordenadas) |
| z | coordenada perpendicular à placa (vertical) |

Símbolos gregos:

| | |
|----------------|--|
| α | Ângulo de abertura |
| β | Ângulo de abertura |
| Γ^+ | Interface acima da âncora |
| Γ^- | Interface abaixo da âncora |
| γ | Peso específico do solo |
| γ' | Peso específico submerso do solo |
| γ^p | Peso específico da placa |
| γ_w | Peso específico da água |
| Δ | Abertura do vão entre o leito e a placa |
| δ_{ij} | Delta de Kroenecker |
| $\bar{\Delta}$ | Abertura média do vão entre o leito e a placa |
| μ | Coefficiente de viscosidade dinâmica |
| ν | Coefficiente de Poisson |
| π^s | Função de apoio do domínio de resistência do solo |
| π^{int} | Função de apoio do domínio de resistência da interface |
| ρ | Massa específica |
| ρ_w | Massa específica da água |
| Σ | Superfície de descontinuidade |

| | |
|-----------------------------------|----------------------------|
| $\underline{\underline{\sigma}}$ | Tensor de tensões totais |
| $\underline{\underline{\sigma'}}$ | Tensor de tensões efetivas |
| τ | Tensão cisalhante |
| φ | Ângulo de atrito interno |
| ϕ | Porosidade lagrangeana |
| ∇^2 | Operador Laplaciano |
| Ω | Sistema material |
| Ω^s | Volume de solo |
| Ω^p | Volume da placa |

SUMÁRIO

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | INTRODUÇÃO | 26 |
| 1.1 | CONTEXTUALIZAÇÃO DA PROBLEMÁTICA | 26 |
| 1.2 | DIRETRIZES GERAIS DA PESQUISA | 31 |
| 1.2.1 | Tema | 31 |
| 1.2.2 | Metodologia | 31 |
| 1.2.3 | Objetivos | 31 |
| 1.2.4 | Delimitações | 32 |
| 1.2.5 | Organização da tese | 33 |
| 2 | REVISÃO BIBLIOGRÁFICA | 34 |
| 2.1 | AVALIAÇÃO DA CAPACIDADE DE CARGA EM PLACAS DE ANCORAGEM | 34 |
| 2.2 | EFEITOS DA SUCCÃO NA INTERFACE | 51 |
| 3 | ELEMENTOS FUNDAMENTAIS DA TEORIA DA ANÁLISE LIMITE | 64 |
| 3.1 | DOMÍNIO DE RESISTÊNCIA DO MATERIAL | 66 |
| 3.2 | CARREGAMENTOS POTENCIALMENTE SUPORTÁVEIS DO SISTEMA | 68 |
| 3.3 | CONSTRUÇÃO DE K PELO INTERIOR: ABORDAGEM ESTÁTICA | 70 |
| 3.4 | CONSTRUÇÃO DE K PELO EXTERIOR: ABORDAGEM CINEMÁTICA | 72 |
| 3.5 | ESTUDO DAS FUNÇÕES π | 75 |
| 3.5.1 | Critério de Tresca | 78 |
| 3.5.2 | Critério de Tresca truncado em tração | 79 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 3.5.3 | Critério de Mohr-Coulomb | 80 |
| 3.5.4 | Critério de Mohr-Coulomb truncado em Tração | 81 |
| 3.5.5 | Interface com resistência à tração | 81 |
| 4 | CARGA DE ARRANCAMENTO DE PLACAS DE ANCORAGEM: FORMULAÇÃO EM TENSÕES TOTAIS | 83 |
| 4.1 | DEFINIÇÃO DO PROBLEMA | 83 |
| 4.2 | ÂNCORAS CIRCULARES | 87 |
| 4.2.1 | Placa circular: Mecanismo de ruptura com dois blocos cônicos em translação | 87 |
| 4.2.2 | Placa circular: Superfície de ruptura definida por uma sucessão de trechos cônicos | 90 |
| 4.2.3 | Placa circular: Otimização da superfície de ruptura | 93 |
| 4.2.3.1 | Obtenção da descontinuidade superior $r = f(z)$ | 95 |
| 4.2.3.2 | Obtenção da descontinuidade inferior $z = g(r)$ | 98 |
| 4.3 | ÂNCORAS RETANGULARES | 100 |
| 4.3.1 | Placa retangular: Superfície de ruptura definida por uma sucessão de trechos planos | 100 |
| 4.3.2 | Placa retangular: Otimização da superfície de ruptura | 103 |
| 4.3.2.1 | Superfícies de descontinuidade acima da placa de ancoragem | 104 |
| 4.3.2.2 | Superfícies de descontinuidade abaixo da placa de ancora- gem | 106 |
| 4.4 | MECANISMOS EM ESTADO PLANO DE DEFORMAÇÕES | 108 |
| 4.4.1 | Mecanismo formado por descontinuidades retas | 108 |
| 4.4.2 | Mecanismos de blocos em translação com otimização das linhas de ruptura | 111 |
| 4.4.2.1 | Obtenção da linha de descontinuidade superior $x = f(z)$ | 113 |
| 4.4.2.2 | Obtenção da linha de descontinuidade inferior $z = g(x)$ | 116 |
| 5 | APLICAÇÃO NUMÉRICA: ABORDAGEM EM TENSÕES TO- TAIS | 120 |
| 5.1 | ÂNCORAS CIRCULARES | 121 |

| | | |
|----------|---|------------|
| 5.1.1 | Análise paramétrica e comparação entre os mecanismos para placas circulares | 121 |
| 5.1.2 | Verificação e validação da abordagem em tensões totais para placas circulares | 128 |
| 5.2 | ÂNCORAS RETANGULARES | 130 |
| 5.2.1 | Análise paramétrica e comparação entre os mecanismos para placas retangulares | 130 |
| 5.2.2 | Validação e verificação da abordagem para placas retangulares | 138 |
| 5.3 | ÂNCORAS CORRIDAS | 145 |
| 5.3.1 | Análise paramétrica e comparação entre os mecanismos para âncoras corridas (Estado Plano de Deformação) . . . | 145 |
| 5.3.2 | Validação e verificação da abordagem para âncoras corridas (Estado Plano de Deformação) | 149 |
| 6 | CARGA DE ARRANCAMENTO DE PLACAS DE ANCORAGEM: FORMULAÇÃO EM TENSÕES EFETIVAS | 154 |
| 6.1 | DEFINIÇÃO DO PROBLEMA | 154 |
| 6.2 | ÂNCORAS CIRCULARES | 159 |
| 6.3 | ÂNCORAS RETANGULARES | 161 |
| 7 | UM MODELO SIMPLIFICADO PARA AVALIAR OS EFEITOS DA SUCCÃO | 164 |
| 7.1 | PLACAS CIRCULARES | 171 |
| 7.2 | PLACAS EM ESTADO PLANO DE DEFORMAÇÃO | 173 |
| 7.3 | PLACAS RETANGULARES | 173 |
| 7.4 | APLICAÇÃO NUMÉRICA | 177 |
| 8 | APLICAÇÃO NUMÉRICA: ABORDAGEM EM TENSÕES EFETIVAS | 185 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 8.1 | ÂNCORAS CIRCULARES | 186 |
| 8.2 | ÂNCORAS RETANGULARES | 191 |
| 9 | CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS | 195 |
| 9.1 | SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS | 196 |
| | REFERÊNCIAS | 198 |

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO DA PROBLEMÁTICA

Ao final do século XIX, com a invenção do motor de combustão interna, o petróleo tornou-se uma das principais matrizes energéticas do mundo. Contando com uma demanda atual de cerca de 98 milhões de barris por dia (Mb/d) e uma demanda futura estimada em 106 Mb/d até 2030 (IEA, 2019), este hidrocarboneto é fundamental no setor de transportes, além de ser o principal responsável pela geração de energia elétrica em diversos países.

Ao passo em que a exploração petrolífera em terra tornou-se mais escassa no século XX, as operações de extração voltaram-se para alto mar. As primeiras operações em meio marítimo bem sucedidas foram realizadas nos anos de 1930 a 1950 na Venezuela e no Golfo do México, enquanto que, no Brasil, o primeiro campo *offshore* foi descoberto em 1968 no Sergipe. Atualmente, uma grande parte do suprimento mundial de petróleo é proveniente de operações em alto mar, com grandes investimentos anunciados por alguns países, como Estados Unidos, Brasil, Canadá e Noruega.

A exploração em grandes profundidades necessita de diversos equipamentos que subsidiam as operações de extração e transporte em alto mar, como válvulas, bombas, conexões, terminais, *manifolds*, dormentes para as tubulações rígidas, além de equipamentos de interligação e proteção, configurando assim uma vasta gama de componentes a serem instalados sobre o leito oceânico, como pode ser observado pela Figura 1.1. Tais equipamentos se encontram comumente apoiados sobre fundações superficiais no solo marinho, denominadas placas de ancoragem ou *mudmats* (Figura 1.2¹). Estas fundações são normalmente constituídas de placas de aço pré-fabricadas com dimensões que variam usualmente de 2 a 10 m, podendo chegar a mais de 40 m, onde os equipamentos são frequentemente integrados à estrutura, favorecendo assim a sua instalação em águas profundas (CHANDLER et al., 2017; FAGUNDES, 2010).

A etapa de instalação destes equipamentos sob o leito marinho é uma operação importante para a determinação do comportamento da estrutura. Inicialmente, o sistema integrado de fundação e equipamento é içado e descido através de cabos de aço de forma controlada até próximo ao solo marinho, sendo monitorado por sensores e/ou veículos submarinos operados remotamente (*ROVs*) de modo a garantir a sua orientação e nivelamento. Ao se aproximar do leito, o içamento final é realizado lenta e gradualmente a fim de permitir a fuga da água e

¹ Disponível em <<http://safelink.eng.br/prelude-offshore-installation/>>, acessado em 11/06/2019.



Figura 1.1 – Exemplo da configuração de leito marinho nas imediações de plataformas *offshore*. Fonte: (LAI, 2009).

evitar que o seu deslocamento produza erosão ao solo de fundação. Finalmente, uma inspeção submarina é realizada para verificar a condição geral do equipamento após a instalação, sendo também verificado o deslocamento vertical do solo e a inclinação da estrutura (LAI, 2009). Este deslocamento vertical, que garante o embutimento da estrutura, é produto do assentamento do *mudmat*, que varia tipicamente entre 0,1 a 2 m (5 a 20% da base do *mudmat*), podendo alcançar profundidades maiores em casos especiais (RANDOLPH et al., 2011).

Devido à importância dos equipamentos integrados à este tipo de fundação no processo de extração de petróleo e gás, bem como os prejuízos relacionados a eventuais paralisações e os riscos ambientais atrelados a possíveis vazamentos no meio marítimo, o dimensionamento de *mudmats* é prática que requer atenção.

Via de regra, o conjunto de carregamentos presentes sobre estas fundações compreende o peso próprio submerso do equipamento instalado, bem como o peso de suas conexões, esforços hori-



Figura 1.2 – Exemplo de fundação superficial do tipo *mudmat*. Fonte: Safelink (2016).

zontais provenientes de correntes marítimas, eventuais cargas de equipamentos interconectados e expansão térmica das tubulações, que em geral governam o dimensionamento em comparação às cargas verticais (SHEN et al., 2017). A magnitude do peso próprio dos equipamentos pode variar consideravelmente em função da sua finalidade e capacidade de operação, oscilando de poucas toneladas para equipamentos de conexão, até mais de 2000 toneladas em *manifolds* de larga capacidade. (LAI, 2009; CHANDLER et al., 2017).

Além destes carregamentos impostos durante a vida útil da estrutura, a resolução n° 27/2006 da Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis (ANP) estabelece que toda a infraestrutura presente sob o leito oceânico deve ser removida ao final das operações, prática conhecida como descomissionamento, de modo a mitigar impactos ambientais sobre o bioma marinho, exigência adotada da mesma forma por outros órgãos internacionais. Esta remoção também pode ser desejada quando há necessidade de manutenção ou troca de algum equipamento. Assim sendo, é pertinente que a resistência à extração da fundação seja avaliada durante o seu dimensionamento.

Boa parte da infraestrutura *offshore* está ou esteve em serviço por muitos anos, e logo serão descomissionadas. A título de exemplo, mais de 550 plataformas (e conseqüente infraestrutura presente sobre o leito oceânico) já haviam sido descomissionadas até 2017, cerca de 7% de todas as instalações no Mar do Norte, sendo previstas muitas mais destas operações para as próximas três décadas. No sudeste asiático, por exemplo, cerca de 50% das 1700 instalações em alto mar possuem mais de 20 anos e encontram-se próximas do fim de sua vida útil (CHANDLER et al., 2017).

Tais operações de remoção representam uma etapa adversa devido às grandes profundidades em relação ao nível d'água envolvidas em processos de exploração *offshore*, que em geral exigem a

mobilização de equipamentos especiais e, conseqüentemente, altos investimentos. Desta forma, almeja-se que o dimensionamento da fundação minimize a sua resistência ao arrancamento, favorecendo assim o descomissionamento da estrutura. Por este motivo, comumente adotam-se perfurações na base do *mudmat*, que além de facilitar o processo de extração, reduzem também a quantidade de material, diminuindo o custo e facilitando o manuseio durante a instalação, uma vez que a estrutura torna-se menos suscetível à ação de forças hidrodinâmicas. Resultados experimentais de arrancamento em placas de ancoragem indicam que mesmo uma pequena razão de perfuração (como 3,1% da área da base do *mudmat*) pode reduzir a resistência ao arrancamento em aproximadamente 50% (LIENG; BJORGEN, 1995) através de uma significativa redução nos esforços de sucção desenvolvidos na base da placa (LI et al., 2014).

O dimensionamento atual de *mudmats* tem como principal referência à normatização internacional API RP 2A - *Recommended Practice for Planning, Designing and Constructing Fixed Offshore Platforms - Working Stress Design*, publicada pelo *American Petroleum Institute* (API) (API, 2002). Este documento estabelece que o dimensionamento destas fundações deva atender a critérios de estabilidade (capacidade de carga e deslizamento), deformações estáticas e dinâmicas, estabilidade hidráulica (erosão e *piping*) e remoção da estrutura, apresentando assim um método de dimensionamento à compressão baseado nas teorias clássicas de capacidade de carga de Terzaghi. Observa-se que tal método proposto não atende às complexidades apontadas, além de se basear principalmente em abordagens empíricas ou simplificações exacerbadas do problema.

A problemática se acentua quando deseja-se prever a capacidade ao arrancamento destes elementos, necessária ao descomissionamento da estrutura ou eventuais manutenções. O arrancamento de fundações superficiais consiste em uma importante área de estudo para a comunidade geotécnica, sendo abordado desde a década de 50 por diversos autores, uma vez que tal temática é relevante a diversas aplicações, como por exemplo, torres de transmissão, estruturas de contenção, pontes, aerogeradores, entre outros.

As teorias de dimensionamento convencionais sugerem que a resistência ao arrancamento (*uplifting*) pode ser obtida de maneira similar à compressão, realizando-se modificações nos fatores de capacidade de carga empregados. Contudo, a bibliografia atual não é conclusiva quanto à determinação destes fatores, principalmente no que tange os efeitos geométricos da fundação, variação da resistência ao cisalhamento com a profundidade, incorporação de esforços de sucção e a relevância de efeitos viscosos durante o arrancamento. Desta forma, esta temática vem sendo objeto de constantes revisões pela literatura devido à sua complexidade (ROWE, 1978; ROWE; DAVIS, 1982; DAS; PICORNELL, 1987; MERIFIELD et al., 1999; MERIFIELD et al., 2001; MERIFIELD et al., 2003; KHATRI; KUMAR, 2009; MERIFIELD; SMITH, 2010; FENG et al., 2014; ARDEBILI et al., 2016).

A experiência mostra que a resistência ao arrancamento é altamente dependente da velocidade

empregada, que governa a poropressão negativa (sucção) gerada e sua consequente dissipação, especialmente relevante em materiais de baixa permeabilidade como argilas encontradas no leito oceânico (LI, 2015). Entretanto, devido à complexidade atrelada à avaliação deste fenômeno, observa-se que os métodos tradicionais ignoram o mecanismo de poropressão negativa e baseiam sua análise na hipótese de que a interface solo/fundação é incapaz de sustentar esforços de tração; ou que esta possui aderência perfeita ao solo, desprezando uma eventual resistência à tração que possa se desenvolver durante a ruptura.

A grande parte dos estudos presentes na literatura se baseia sob resultados obtidos através de métodos numéricos ou análises em equilíbrio limite, sustentados por resultados experimentais que, por consequência, tornam o dimensionamento baseado amplamente em métodos empíricos (MEYERHOF; ADAMS, 1968; ALI, 1968; DAS, 1980; DAS et al., 1994). De modo a simplificar o problema, usualmente adotam-se abordagens em deformações planas, que desprezam a natureza tridimensional das geometrias adotadas na prática. Mais recentemente, técnicas baseadas nos teoremas da análise limite vêm sendo empregadas, demonstrando-se uma boa técnica para a estimativa de carga de arrancamento de placas de ancoragem. Contudo, a bibliografia não incorpora os efeitos do mecanismo de sucção desenvolvidos durante o arrancamento nesta abordagem, além de tratar o solo como um material coesivo com resistência ilimitada à tração, o que pode levar a estimativas desfavoráveis quanto à capacidade de carga ao arrancamento.

Poucos estudos teóricos são encontrados na literatura que visam quantificar a resistência desenvolvida por esforços de sucção durante a extração de corpos assentes sob o leito oceânico. Em geral, estes estudos consideram o arrancamento de um corpo simplesmente apoiado sob o solo marinho e, através de simplificações do problema, são capazes de estimar os esforços de sucção e o consequente comportamento que é altamente dependente do tempo envolvido no processo (FODA, 1982; MEI et al., 1985; HUANG et al., 2010; CHANG et al., 2015). Contudo, estudos que levem em consideração o embutimento destas fundações ainda são necessários a fim de melhor compreender o fenômeno de arrancamento de placas de ancoragem.

Tendo em vista a relevância para a comunidade geotécnica da avaliação da capacidade de carga durante à extração de placas de ancoragem, o presente trabalho buscará estudar o comportamento destes elementos de fundação através da abordagem cinemática da análise limite, tanto para casos em estado plano de deformações como levando em consideração a natureza tridimensional do problema, buscando incorporar os esforços de sucção desenvolvido sob a base da placa durante tal processo. Complementarmente ao considerado hoje como estado da arte no tema, a resistência à tração do solo será levada em consideração nas análises deste trabalho, dando ênfase a fundações superficiais com baixa profundidade de embutimento, conforme é o caso observado na experiência de fundações para infraestrutura de plataformas *offshore*.

1.2 DIRETRIZES GERAIS DA PESQUISA

1.2.1 Tema

Esta tese tem como tema central o estudo da capacidade de carga ao arrancamento de placas de ancoragem rasas em meios marítimos, caracterizadas por baixas razões de embutimento além da presença de água, fazendo com que a resistência à extração destes elementos seja altamente dependente da sucção ou adesão gerada na interface solo/placa.

1.2.2 Metodologia

A metodologia consiste no emprego da Abordagem Cinemática da Teoria da Análise Limite ao problema de arrancamento supracitado, permitindo um tratamento teórico do problema que conduz a estimativas rigorosas do limite superior da capacidade de carga.

A avaliação dos esforços de sucção desenvolvidos foi realizada através de uma teoria simplificada considerando-se a natureza poroelástica do leito oceânico. Métodos numéricos foram empregados para a aproximação das equações diferenciais encontradas quando necessário. Os resultados obtidos serão verificados ou validados por meio de resultados numéricos ou experimentais de acordo com sua disponibilidade na literatura.

1.2.3 Objetivos

O **objetivo geral** desta pesquisa consiste em avaliar a capacidade de carga ao arrancamento de placas de ancoragem adotadas em meios marítimos, levando em consideração os esforços de sucção desenvolvidos.

Como **objetivos específicos**, pode-se destacar:

- a) Estimar a carga de ruptura ao arrancamento de placas rasas tanto para geometrias circulares e retangulares quanto para o estado plano de deformações;
- b) Verificar ou validar os resultados obtidos através de resultados numéricos e experimentais presentes na literatura, respectivamente;
- c) Incorporar o efeito da sucção desenvolvida na interface entre o solo e a base da âncora, cuja gravidade impera em diversos processos de arrancamento em meios marítimos.

1.2.4 Delimitações

Em geral, o mecanismo de ruptura observado durante a extração de elementos inseridos no solo é altamente dependente da profundidade envolvida, alternando entre deslocamentos puramente verticais quando a profundidade é relativamente baixa até mecanismos de cisalhamento local para razões de embutimento maiores. Como em meios marítimos as profundidades envolvidas tendem a ser baixas (inferiores à 50% da maior dimensão da placa), este trabalho irá se limitar em estudar **placas de ancoragem rasas**, cuja resistência é afetada diretamente pela distância até superfície livre, não sendo localmente contido.

Apesar do solo ser um meio particulado, em muitos casos, seu comportamento global pode ser aproximado efetivamente como um meio contínuo. Apesar também da complexa distribuição de suas propriedades, que em geral variam espacialmente, neste trabalho o solo será considerado como um material **contínuo, homogêneo, isotrópico** e dotado de **peso específico**. Sua resistência será modelada seguindo o **Critério de Tresca truncado em tração** nas análises em tensões totais, devido à independência da pressão na resistência observada nestes casos; ou pelo **Critério de Mohr-Coulomb truncado em tração** nas análises em tensões efetivas.

Devido às baixas razões de embutimento supracitadas, **os parâmetros de resistência** do material, como coesão e ângulo de atrito interno, **serão considerados constantes com a profundidade**, uma vez que a adoção de um gradiente para estas grandezas não parece produzir uma grande influência sobre os resultados nas configurações adotadas dadas as baixas razões de embutimento adotadas.

A âncora será modelada como um elemento de placa **rígido**, de espessura muito pequena quando comparada às outras dimensões, cujos efeitos de perturbação durante a instalação na profundidade analisada serão desconsiderados (*whised-in-place*). O peso próprio do elemento de fundação bem como da estrutura integrada serão descritos nas formulações gerais porém desconsiderados nos resultados apresentados, uma vez que estes podem ser facilmente acrescentados quando na estimativa do arrancamento destes elementos. A interface entre o solo de fundação e a base da âncora será modelada através de uma lei de interface específica, de modo a simular quaisquer esforços de adesão que venham a se desenvolver durante o arrancamento.

Nas análises em tensões efetivas, o efeito da poropressão desenvolvida no maciço durante a extração da âncora será negligenciado uma vez que espera-se que os esforços de sucção desenvolvidos na interface possuam magnitude muito maior. Esta premissa será considerada razoável uma vez que o baixo embutimento das *mudmats* conduzem também a baixos volumes onde a poropressão realiza trabalho, além das dificuldades em se avaliar sua distribuição e intensidade sem o auxílio de métodos numéricos.

1.2.5 Organização da tese

O delineamento do trabalho será dado pelas seguintes etapas:

- a) Pesquisa bibliográfica sobre os métodos usuais de avaliação da resistência ao arrancamento de placas de ancoragem;
- b) Pesquisa bibliográfica sobre o estado da arte dos efeitos de sucção nas interações solo-estrutura;
- c) Breve contextualização dos principais conceitos empregados na Teoria da Análise Limite;
- d) Avaliação da capacidade de carga de âncoras rasas sob uma abordagem em tensões totais, bem como uma comparação com resultados numéricos e experimentais presentes na literatura;
- e) Apresentação da teoria empregada para a avaliação dos esforços de sucção gerados sob a base da âncora;
- f) Avaliação da capacidade de carga à extração de âncoras rasas sob uma abordagem em tensões efetivas.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 AVALIAÇÃO DA CAPACIDADE DE CARGA EM PLACAS DE ANCORAGEM

A determinação do comportamento de sistemas estruturais soterrados sob a ação de esforços de arrancamento, como fundações superficiais em torres de transmissão, muros de arrimo, tubulações enterradas, fundações de estruturas assentes sobre o leito marinho, âncoras de sucção, entre outros, representa uma grande área de interesse da engenharia geotécnica. Aos elementos sujeitos a este tipo de carregamento, tanto verticais quanto horizontais, refere-se em geral como "placas de ancoragem", ou simplesmente, "âncoras".

Os trabalhos pioneiros sobre este tema remetem a meados da década de 1950, onde as primeiras publicações quanto à resistência ao arrancamento de placas de ancoragem foram realizadas, baseadas exclusivamente em correlações empíricas com resultados experimentais. Mais formalidade sobre o tema foi introduzida a partir do trabalho de Balla (1961) que determinou o mecanismo de ruptura observado em placas de ancoragem rasas em areias densas, propondo um método racional para a análise dos esforços de arrancamento baseado nos formatos das bandas de cisalhamento observadas. Posteriormente, autores como Baker e Kondner (1966) e Mariupol'skii (1965) observaram que os mecanismos de ruptura em placas próximas à superfície diferem dos mecanismos envolvidos na cinemática de arrancamento de placas localizadas em grandes profundidades, propondo então procedimentos diferentes para a análise destes casos.

Com o crescente interesse na exploração e utilização de recursos localizados em alto mar, tornou-se necessário compreender o mecanismo de arrancamento de placas de ancoragem também em materiais argilosos saturados, similares aos encontrados em ambientes marinhos. Estes se caracterizam por apresentarem comportamento não drenado perante os tempos característicos utilizados e um perfil crescente de resistência não drenada com a profundidade, além de desenvolverem poropressões negativas durante os processos de extração (CHEN et al., 2012). As primeiras aplicações em solos argilosos foram propostas por Ali (1968) e Bhatnagar (1969), que demonstraram a importância dos esforços de sucção gerados em argilas moles.

De forma geral, a avaliação da resistência à extração de corpos soterrados e submersos é consequência de diversos fatores envolvidos no processo de arrancamento. Para um solo coesivo submerso, Vésic (1969) cita as principais componentes presentes nestes mecanismos de arrancamento (ver Figura 2.1):

- O peso submerso do objeto W' ;
- O peso submerso da massa de solo mobilizada no mecanismo de ruptura W'_s ;
- Os esforços de cisalhamento desenvolvidos ao longo da superfície de ruptura R ;
- A componente vertical dos esforços de adesão entre a superfície do objeto e o solo adjacente C_a ;
- Os esforços de sucção desenvolvidos que se opõem ao movimento vertical do sistema (usualmente evidenciados porém não quantificados) P_W .

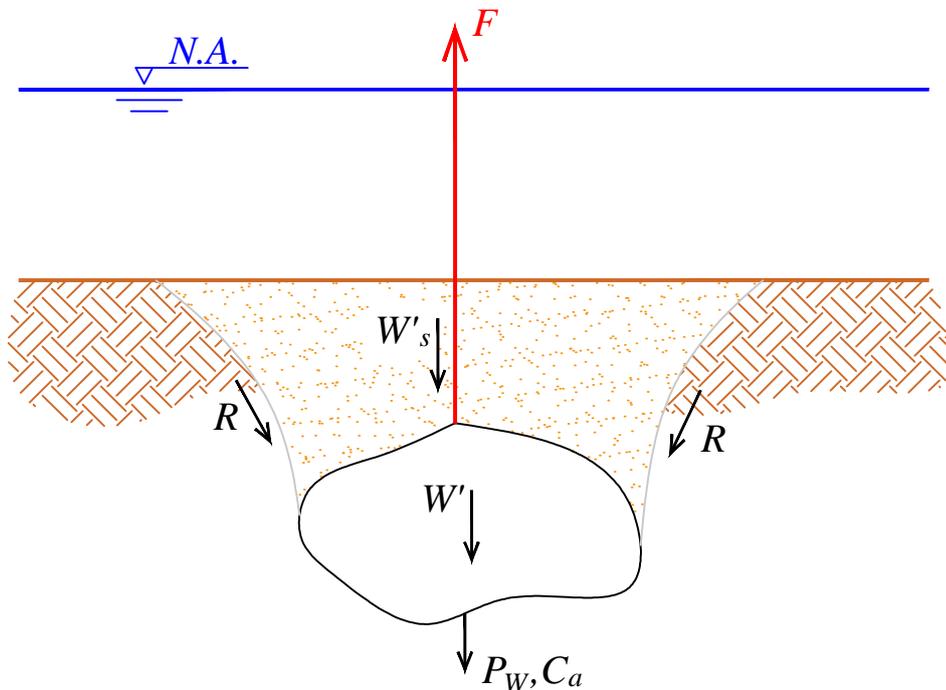


Figura 2.1 – Fatores envolvidos na extração de um corpo qualquer sob o leito marinho (adaptado de Vésic (1969)).

Em geral a capacidade da âncora é tipicamente expressa em termos de fatores de capacidade de carga, em concordância com a prática usual do dimensionamento de fundações superficiais à compressão. Via de regra, estes fatores são função do formato da placa, da profundidade de embutimento, da sobrecarga e das propriedades do solo, de modo a incorporar as diferentes variáveis envolvidas no sistema (MERIFIELD et al., 1999).

Em seu trabalho, Vésic (1969) propõe que a carga de arrancamento F de uma âncora circular pode ser estimada extrapolando-se a sua solução para o problema de expansão de uma cavidade

cilíndrica em um material rígido plástico, através da seguinte expressão:

$$F = W' + \pi R_0 (H - R + R_0) f_0 + \frac{\pi/4 (R^2 - R_0^2)}{1 - 0.5 \tan \varphi} p_u \quad (2.1)$$

onde W' é o peso submerso da âncora, R e R_0 correspondem, respectivamente, ao raio da placa e o raio inicial da cavidade cilíndrica (delimitado pelo raio da haste de ligação com a placa de ancoragem), H é a profundidade de embutimento, f_0 é a resistência unitária de atrito lateral da haste, φ é o ângulo de atrito interno do solo e p_u é a pressão última de expansão da cavidade cilíndrica, obtida através de:

$$p_u = CN'_c + \gamma'HN'_q \quad (2.2)$$

onde C é a coesão do solo, γ' é o peso específico submerso e os fatores N'_c e N'_q são relacionados à expansão de uma cavidade cilíndrica, obtidos através de:

$$N'_q = (1 + \sin \varphi) \left(\frac{I_r}{2 \cos \varphi} \right)^{\frac{\sin \varphi}{1 + \sin \varphi}} \quad (2.3)$$

$$N'_c = (N'_q - 1) \cot \varphi \quad (2.4)$$

com I_r representando o índice de rigidez do solo, definido em função dos parâmetros de resistência C e φ , e do módulo cisalhante elástico do solo G por:

$$I_r = \frac{2G}{C + \gamma'H \tan \varphi} \quad (2.5)$$

pressupondo-se que não ocorra variação volumétrica na zona plástica ao redor da cavidade. Vésic (1969) então segue apresentando a aplicação do seu modelo a resultados experimentais; no entanto, as magnitudes dos resultados obtidos pelos método apresentado não apresentam boa concordância com os dados avaliados, além de desconsiderar explicitamente os efeitos de adesão, sucção, taxa de arrancamento e os diferentes mecanismos observados para placas de ancoragem rasas e profundas.

Um estudo mais rigoroso sobre o problema foi realizado por Rowe e Davis (1982). Em seu trabalho, os autores apresentam uma análise baseada em elementos finitos sobre o comportamento

não drenado de placas de ancoragem em uma argila homogênea e isotrópica. As análises realizadas seguem as condições do estado plano de deformações em uma âncora corrida de largura B , rígida, fina e imersa a uma profundidade H em um material elastoplástico seguindo o critério de Tresca. Segundo os autores, a tensão de arrancamento q_u necessária para causar a ruptura não drenada da placa pode ser expressa por:

$$q_u = S_u N'_c \quad (2.6)$$

onde S_u é a resistência ao cisalhamento em condições não drenadas e N'_c representa um fator adimensional de capacidade de carga da placa de ancoragem. Devido ao fato deste fator ser altamente dependente dos esforços de sucção e adesão atuantes na placa, o autor se limita então a analisar dois casos extremos distintos:

- a) A interface inferior da placa de ancoragem é incapaz de sustentar esforços de tração, ou seja, não existe nenhuma forma de aderência entre a base da placa e o solo adjacente, como se a base da âncora fosse "ventilada". Portanto, haveria uma separação imediata (*immediate breakaway*) da placa com o solo assim que a carga de tração fosse aplicada. Neste cenário, $N'_c = N_c + \gamma H / S_u$, sendo a resistência descrita por um coeficiente intermediário N_c ;
- b) O solo é completamente aderente à placa de ancoragem, não havendo separação entre estes elementos em nenhum momento (*no breakaway*). Esta situação aconteceria caso a interface tivesse uma resistência suficientemente grande à tração, devido a esforços de adesão. Nestas condições, nomeia-se $N'_c = N_c^*$.

Rowe e Davis (1982) citam que, na prática, o mecanismo real deve se situar entre os dois extremos delimitados por N_c e N_c^* , em função dos esforços de sucção e adesão atuantes na placa, comentando que estes efeitos poderiam levar a uma resposta similar à da interface resistente à tração até que a cavitação na base da placa ocorra ou a capacidade de carga à tração seja superada pelos esforços de arrancamento. Contudo, devido à indeterminação da redistribuição de esforços após a separação e as incertezas quanto a real magnitude dos esforços de sucção, os autores sugerem muita cautela ao se projetar levando em consideração estes efeitos.

A partir das análises em elementos finitos para diversas profundidades e tamanhos de placas, Rowe e Davis (1982) reportam que, apesar da carga última ser claramente visível para todos os casos, a deformação devido ao fluxo plástico necessária para atingir este estado pode ser tão grande que a falha do sistema provavelmente já haveria acontecido. Desta forma, os autores definem arbitrariamente um critério de falha denominado k_4 , onde a carga última é obtida pela

interseção da curva carga vs. deslocamento com uma reta de inclinação quatro vezes inferior à rigidez elástica inicial da estrutura, determinando um método prático para a utilização no dimensionamento de âncoras. Os autores ressaltam que para placas rasas, a carga k_4 é equivalente à carga última, uma vez que estas atingem um patamar de escoamento antes.

Desta forma, Rowe e Davis (1982) apresentam valores de N_c e N_c^* através dos resultados de análises numéricas em elementos finitos para os dois casos de interface supracitados. Tais resultados obtidos pelos autores podem ser observados pela Figura 2.2.

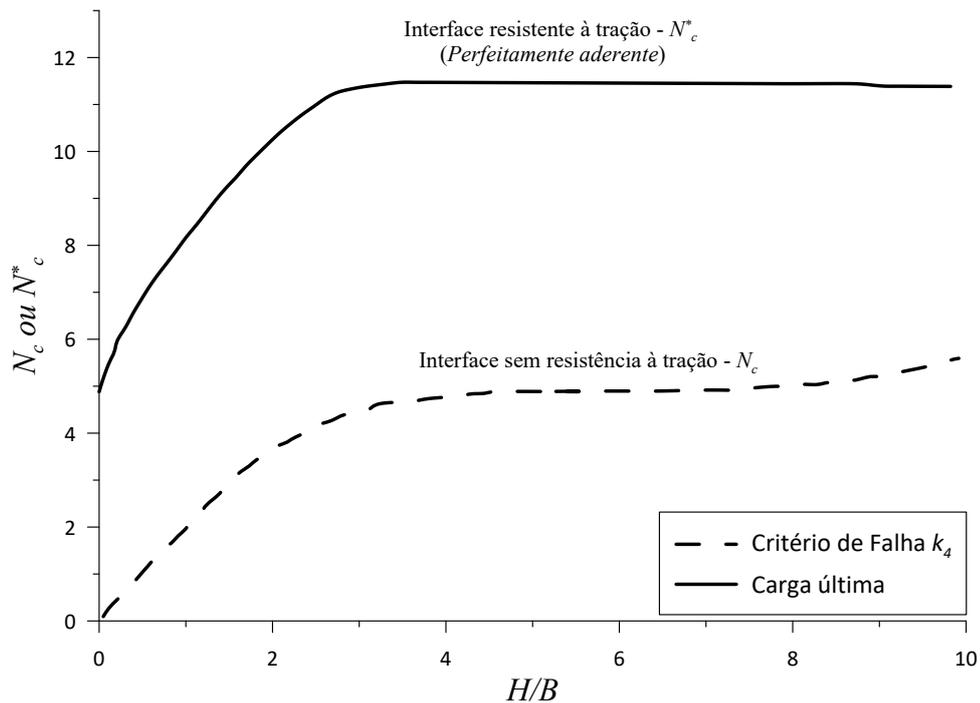


Figura 2.2 – Variação dos fatores de capacidade da âncora com a razão de embutimento H/B (adaptado de Rowe e Davis (1982)).

Observando-se a formação das zonas plásticas e os vetores de velocidade, Rowe e Davis (1982) verificam que dois mecanismos distintos podem predominar em virtude da razão de embutimento H/B das placas. Para âncoras com $H/B < 3$ a 4, notou-se que a extensão do solo mobilizado no mecanismo atinge a superfície, sendo a capacidade de carga ao arrancamento proporcional a H/B . Já, acima desta margem, nenhum acréscimo na capacidade da âncora foi observado, uma vez que a zona plástica permanece confinada na massa de solo caracterizando uma ruptura local. Exemplos destes mecanismos pode ser observado pela Figura 2.3 para o caso onde a interface é perfeitamente aderente, e pela Figura 2.4 para o caso onde a interface não possui resistência à tração em placas rasas.

Assim sendo, o comportamento das placas de ancoragem pode ser dividido em dois casos: âncoras rasas ou âncoras profundas, conforme a Figura 2.5. A placa é classificada como rasa se, na sua ruptura, o mecanismo de ruptura atinge a superfície do solo (Figura 2.5(a)), enquanto que

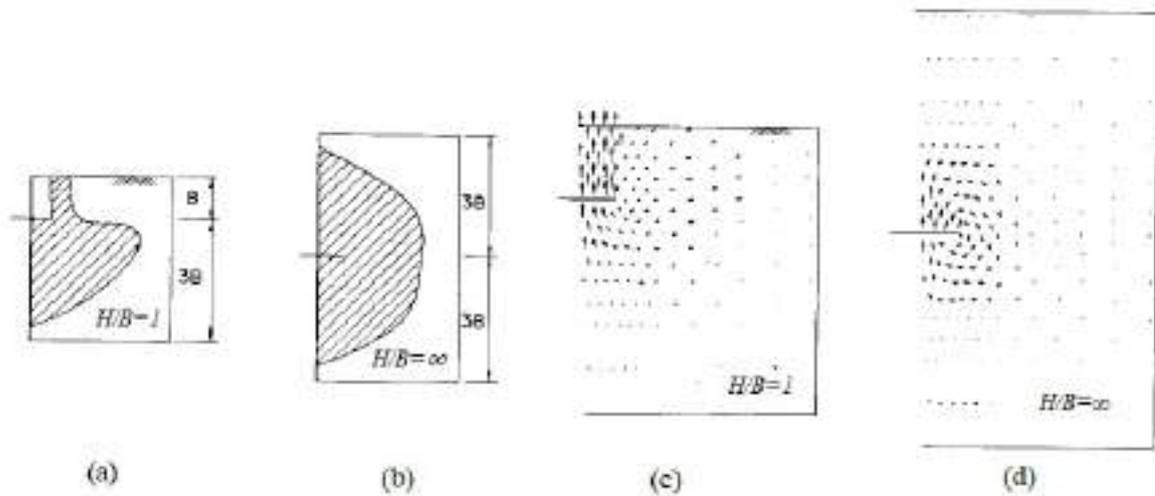


Figura 2.3 – Resultados de formação de zonas plásticas para âncoras (a) rasas e (b) profundas e campos de velocidade para âncoras (c) rasas e (d) profundas considerando uma interface perfeitamente aderente. Fonte: Rowe e Davis (1982).

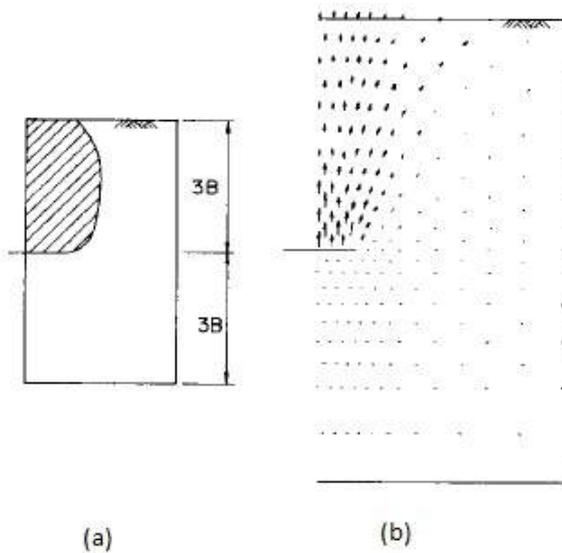


Figura 2.4 – (a) Zona plástica e (b) campos de velocidades obtidos numericamente para placas de ancoragem rasas considerando que a interface não possui resistência à tração. Fonte: Rowe e Davis (1982).

uma âncora profunda (Figura 2.5(b)) não é afetada pela distância à superfície, apresentando cisalhamento localizado nas suas vizinhanças. Logo, nestas análises o valor máximo de capacidade de carga é atingido a partir de uma profundidade crítica H_{cr} (Figura 2.5(c)) (MERIFIELD et al., 1999).

Baseado em ensaios em modelos físicos do problema, Rowe e Davis (1982) concluem que a adoção do critério k_4 se demonstra promissora para a avaliação da capacidade de carga ao

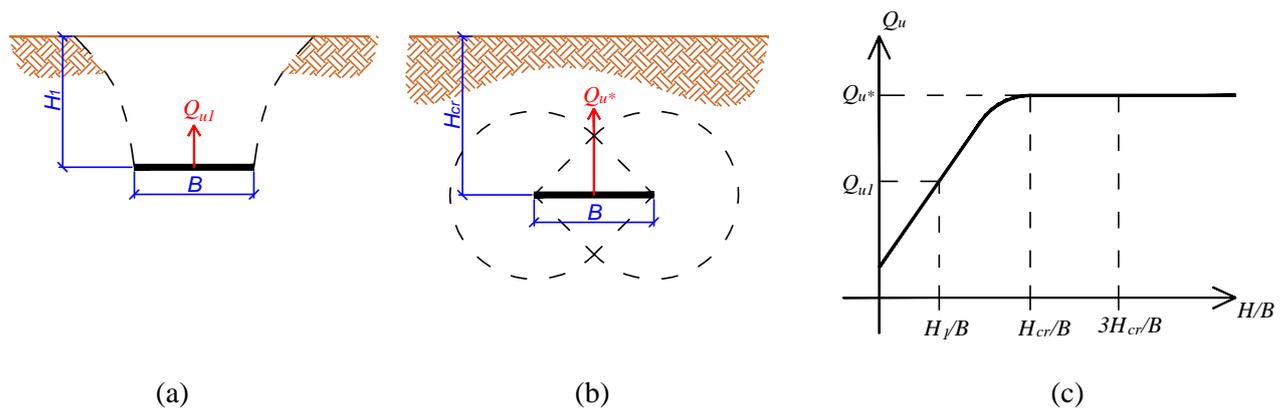


Figura 2.5 – Mecanismos de ruptura para placas de ancoragem (a) rasas e (b) profundas e (c) comportamento esperado para os mecanismos (adaptado de Merifield et al. (1999)).

arrancamento de placas de ancoragem, e que este critério, em conjunto com fatores de segurança da ordem de 2,5 a 3, apresentariam cargas de trabalho próximas do tramo linear e, portanto, os deslocamentos poderiam ser estimados por soluções elásticas.

As primeiras aplicações baseadas nos teoremas da análise limite para o problema de placas de ancoragem remetem ao trabalho de Merifield et al. (1999). Nele, os autores empregaram procedimentos numéricos de forma a obterem-se os limites superior e inferior da carga de arrancamento em âncoras corridas (estado plano de deformação) para um solo homogêneo, isotrópico e perfeitamente plástico seguindo o critério de Tresca em tensões totais, adotando-se a condição em que a interface entre o solo e a base da âncora não possui resistência à tração.

As soluções adotadas para o limite inferior se baseiam na técnica desenvolvida por Sloan (1988) no contexto da hipótese de deformações planas, que consiste em obter campos de tensões estaticamente admissíveis utilizando uma técnica de elementos finitos, onde discontinuidades de tensão podem ocorrer entre elementos adjacentes. Nestas análises, são incluídos elementos de extensão nos contornos, permitindo que o campo de tensões se estenda sobre o domínio semi-infinito sem violar as condições de contorno, equilíbrio, ou critério de ruptura, assim garantindo que o campo de tensões seja verdadeiramente estaticamente admissível e uma análise rigorosa do limite inferior seja possível (MERIFIELD et al., 2001).

Já o limite superior do problema foi obtido explorando-se campos de velocidade cinematicamente admissíveis através da abordagem desenvolvida por Sloan e Kleeman (1995), que consiste em discretizar o domínio em prismas, onde cada aresta descreve um campo de descontinuidade de velocidade descrita por quatro parâmetros. A solução passa por aplicar uma velocidade vertical unitária nos nós ao longo da âncora horizontal (ou uma velocidade horizontal se a âncora for vertical) e resolver o problema de otimização das descontinuidades que minimizam a potência

dissipadora em relação à potência das forças externas, não necessitando assim que um mecanismo de ruptura seja pressuposto inicialmente.

Através de suas análises em elementos finitos para o limite inferior, Merifield et al. (1999) concluem que o fator N'_c da Equação 2.6 para o caso de uma interface sem resistência à tração ($N'_c = N_c$) pode então ser estimado para placas de ancoragem corridas horizontais com $H/B \geq 1$ através da seguinte expressão:

$$N_c = 2.46 \ln \left(2.21 \frac{H}{B} \right) \quad (2.7)$$

no caso em que a sobrecarga devido ao peso da massa de solo sobre a placa é desprezado. Posteriormente, investigando-se o efeito desta sobrecarga, os autores concluem que a capacidade última de arrancamento aumenta linearmente com a sobrecarga do solo até um valor limite, que reflete a transição entre os modos de ruptura de âncoras rasas e profundas previamente apresentados, podendo este ser obtido através da seguinte expressão:

$$N_c = \left(\frac{q_u}{S_u} \right)_{\gamma \neq 0} = N_{c0} + \frac{\gamma H}{S_u} \quad (2.8)$$

onde γ representa o peso específico submerso do material. Merifield et al. (2001) apresentam uma aproximação para a obtenção do fator de capacidade de referência N_{c0} , obtido quando $\gamma = 0$, através dos teoremas da análise limite para $H/B \geq 1$:

$$N_{c0} = 2.56 \ln(2H/B) \quad \text{para o limite inferior} \quad (2.9a)$$

$$N_{c0} = 2.76 \ln(2H/B) \quad \text{para o limite superior} \quad (2.9b)$$

Com diferenças entre os limites situando-se abaixo de 10% para valores de $1 \leq H/B \leq 10$, evidenciando uma boa estimativa para a avaliação do fator de capacidade de carga quando a interface é incapaz de sustentar tração. Já, o valor limite (N_c^*) encontrado pelos autores para esta condição, correspondendo a uma âncora em grandes profundidades, é de 11.16, enquanto que para outras razões de embutimento, este fator pode ser obtido através do ábaco apresentado pela Figura 2.6.

A partir das abordagens numéricas desenvolvidas por Sloan (1988) e Sloan e Kleeman (1995), Merifield et al. (2001) apresentam um estudo mais rigoroso apoiado sobre os conceitos da análise limite, complementando a análise anterior de forma a se levar em consideração uma variação

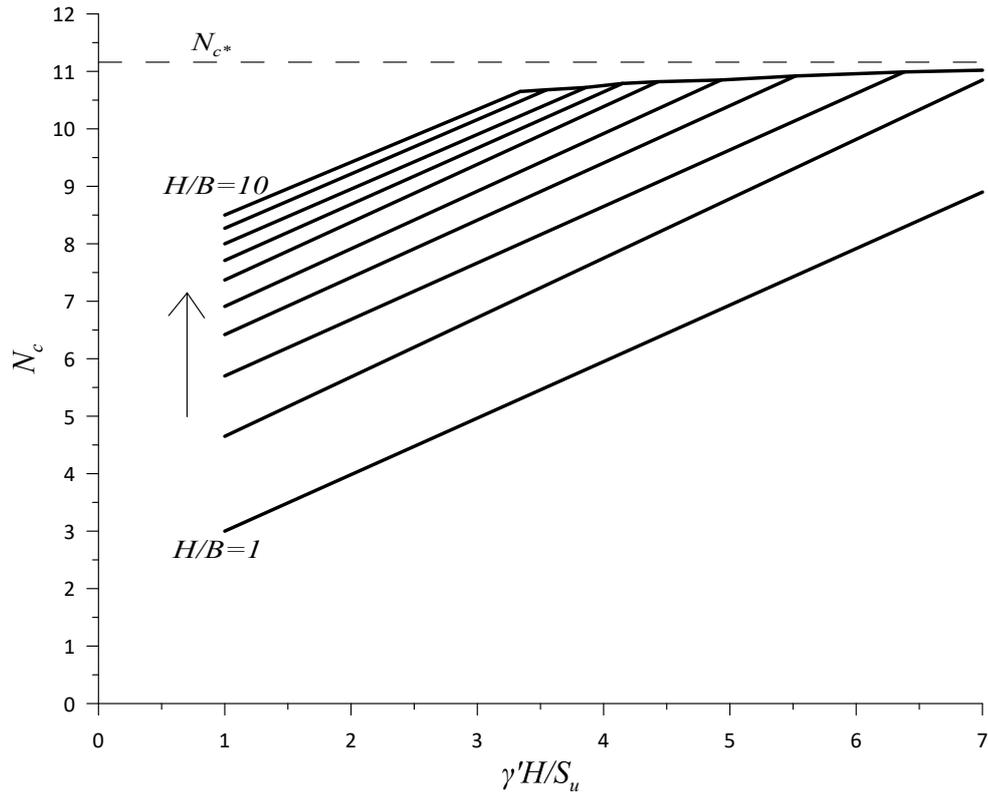


Figura 2.6 – Efeito da sobrecarga no fator de capacidade ao arrancamento (adaptado de Merifield et al. (1999)).

linear da resistência não drenada ao cisalhamento $S_u(z)$ com a profundidade de embutimento da seguinte forma:

$$S_u(z) = S_{u0} + \rho z \quad (2.10)$$

onde z é a profundidade, S_{u0} é a resistência não drenada para $z = 0$, e $\rho = dS_u/dz$ descreve a taxa de variação da resistência não drenada com a profundidade. Para este caso, a Equação 2.8 pode então ser reescrita como:

$$N_c = \left(\frac{q_u}{S_{u0}} \right)_{\gamma' \neq 0, \rho \neq 0} = N_{c0\rho} + \frac{\gamma' H}{S_{u0}} \quad (2.11)$$

com o coeficiente $N_{c0\rho}$ definido como:

$$N_{c0\rho} = \left(\frac{q_u}{S_{u0}} \right)_{\gamma' = 0, \rho \neq 0} \quad (2.12)$$

podendo este ser estimado por:

$$N_{c0\rho} = N_{c0} \left[1 + 0.408 \frac{\rho B}{S_{u0}} \left(\frac{2H}{B} - 1 \right) \right] \quad (2.13)$$

E o seu valor limite dado por $N_{c^*\rho}$, aproximado por:

$$N_{c^*\rho} = N_{c^*} + \left(1 + \frac{\rho H}{S_{u0}} \right) = 11.16 \left(1 + \frac{\rho H}{S_{u0}} \right) \quad (2.14)$$

Assim sendo, um método de dimensionamento de placas de ancoragem horizontais proposto por Merifield et al. (2001) consiste nas seguintes etapas:

- a) Determinar os parâmetros do material S_{u0} , ρ e γ' ;
- b) Definir uma dimensão B para a âncora e uma profundidade de embutimento H .
Calcular a razão de embutimento H/B e a razão de sobrecarga $\gamma'H/S_{u0}$;
- c) Calcular o fator N_{c0} através da Equação 2.9a;
- d) Calcular o fator $N_{c0\rho}$ através da Equação 2.13;
- e) Calcular o fator de capacidade de carga ao arrancamento N_c pela Equação 2.11;
- f) Calcular o valor limite para o fator de capacidade de carga através da Equação 2.14.
 - Se $N_c \geq N_{c^*\rho}$ então a placa de ancoragem é profunda, logo a capacidade ao arrancamento pode ser obtida através da Equação 2.6 com $N'_c = N_{c^*\rho}$;
 - Se $N_c \leq N_{c^*\rho}$ então a âncora se comporta como rasa e a capacidade ao arrancamento é obtida pela Equação 2.6 com N'_c calculado na etapa (e).

Posteriormente, Merifield et al. (2003) ampliaram sua abordagem utilizada para a determinação da capacidade de carga ao arrancamento em âncoras corridas para o caso tridimensional, permitindo assim a avaliação de placas de ancoragem circulares e retangulares. Tais formatos são mais próximas à geometria real do problema, uma vez que a hipótese de deformações planas apresentou valores inferiores aos observados em âncoras circulares ou quadradas. As análises empregadas pelos autores se baseiam no teorema do limite inferior da análise limite, utilizando uma técnica de discretização do domínio, e abrangem o caso onde o solo não apresenta variação da resistência com a profundidade e a interface solo/base da âncora não possui resistência à tração.

Nestas condições, os autores concluem que o fator de arrancamento N_{c0} para âncoras quadradas é aproximadamente 70% maior do que a obtida em deformações planas, aumentando com a

profundidade e atingindo um valor limite de 11,9 para uma razão de embutimento de $H/b \approx 7$, enquanto que para âncoras corridas (estado plano de deformações) este valor foi observado para $H/B \geq 10$, indicando que a transição de comportamento entre placas rasas e profundas também difere no caso tridimensional. Para placas quadradas, este fator pode ser aproximado por:

$$N_{c0} = S \left[2.56 \ln \left(2 \frac{H}{B} \right) \right] \quad (2.15)$$

onde S é um fator dado pela razão entre o fator N_{c0} para o caso tridimensional e o caso em estado plano de deformações que ajusta a aproximação do limite inferior (Equação 2.9a) para considerar-se os efeitos tridimensionais, podendo este ser obtido através da Figura 2.7.

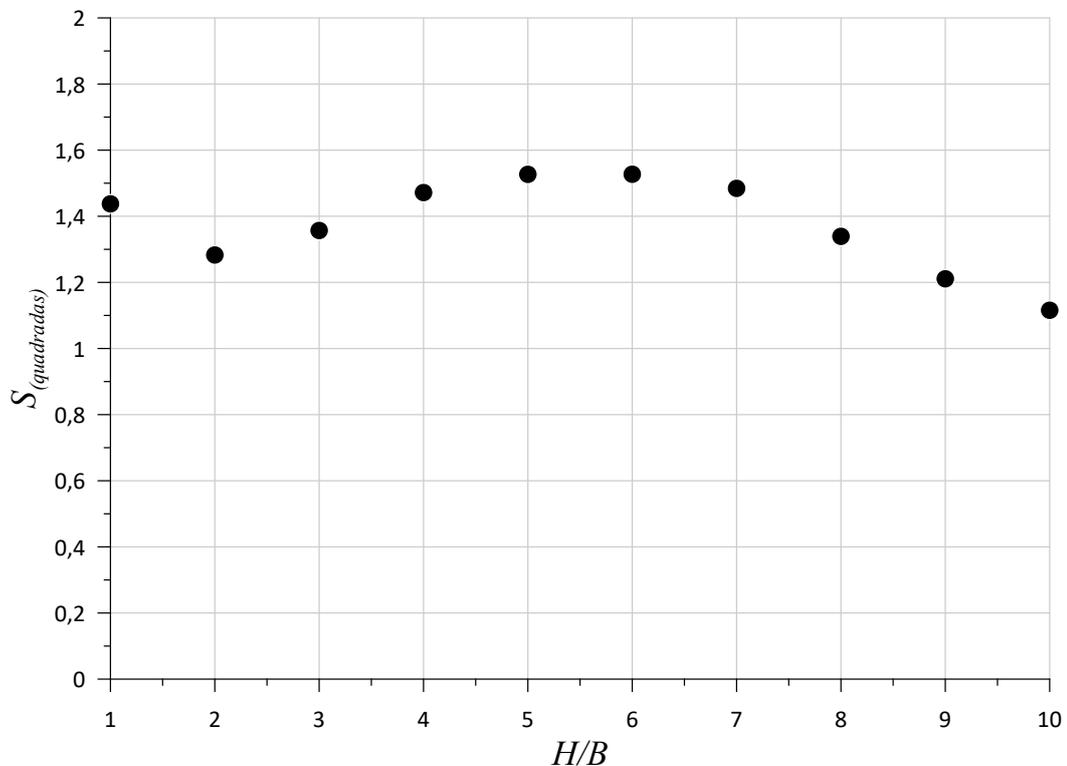


Figura 2.7 – Fator de correção para placas de ancoragem quadradas (adaptado de Merifield et al. (2003)).

Já, para o caso de âncoras circulares, os autores observaram que o fator de capacidade ao arrancamento atinge um valor constante de aproximadamente 12,56 para $H/D \approx 7$, sendo a resistência em geral da ordem de 10% maior da que a observada para âncoras quadradas. Para a avaliação de N_{c0} nestes casos, o fator S da Equação 2.15 pode ser obtido através da Figura 2.8. Os autores reportam também que, placas retangulares com razão entre as dimensões L/B maior que 10, se comportam essencialmente como âncoras corridas, apresentando uma solução em forma de ábaco em função das dimensões da placa e da razão de embutimento para valores de $L/B \leq 10$.

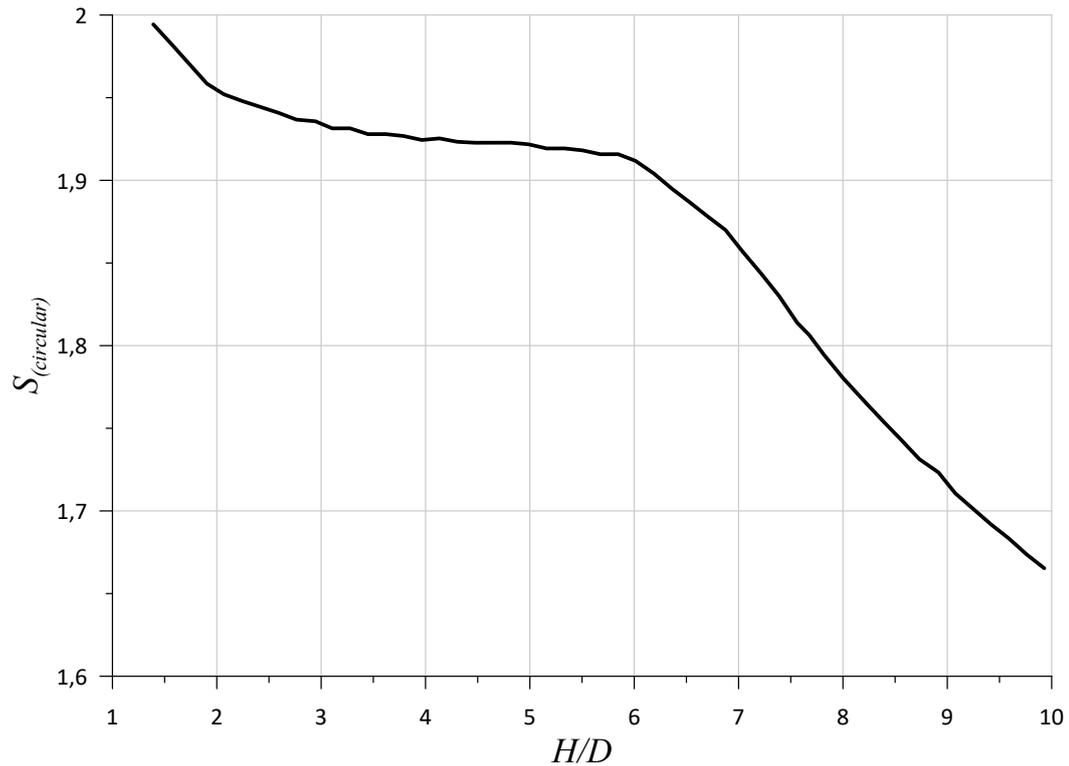


Figura 2.8 – Fator de correção para placas de ancoragem circulares (adaptado de Merifield et al. (2003)).

A capacidade de arrancamento de âncoras circulares em argilas também foi analisada por Khatri e Kumar (2009), considerando o efeito do acréscimo linear da resistência não-drenada com a profundidade através da abordagem estática da análise limite, utilizando o método dos elementos finitos. Para as análises propostas, os autores reforçam que a magnitude de N_c aumenta continuamente com H/B até um certo valor de embutimento crítico H_{cr}/B onde então permanece praticamente constante, fornecendo ábacos para a obtenção dos fatores de capacidade em função da razão de embutimento e da taxa de crescimento da resistência com a profundidade.

Outra abordagem é baseada em soluções de expansão de cavidade para a determinação da carga de arrancamento de placas de ancoragem, conforme apresentada por Yu (2000) sob a hipótese de um estado plano de tensões. Nestas análises, o autor considera que o arrancamento da âncora ocorre quando o limite da zona plástica devido aos esforços de arrancamento (calculados pela teoria da expansão de cavidade) atinge a superfície do solo. Em outras palavras, a ruptura ocorre quando o fluxo plástico não é mais confinado pela zona elástica adjacente e se torna livre (YU, 2000). A geometria do problema analisado é apresentada pela Figura 2.9

Pressupondo que a tensão de arrancamento p é igual a pressão de expansão da cavidade cilíndrica

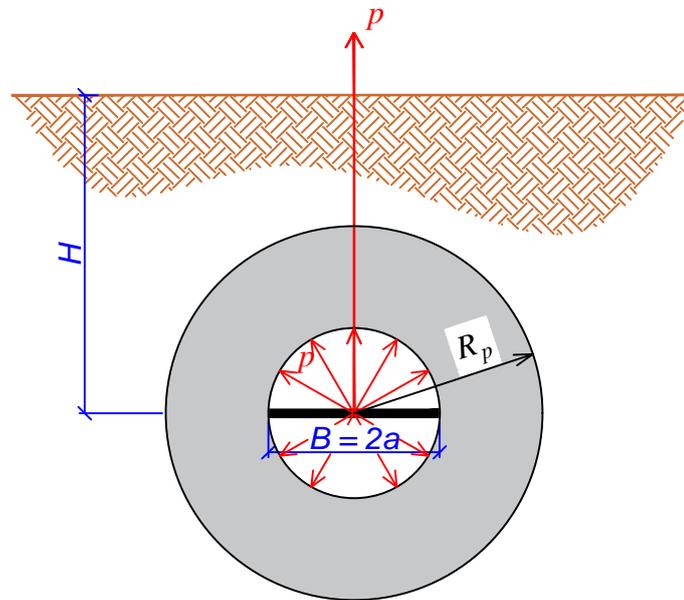


Figura 2.9 – Geometria do problema de expansão de cavidade analisado por Yu (2000) (adaptado de Yu (2000)).

quando o raio da região plástica R_p é igual à profundidade H , Yu (2000) demonstra que:

$$N_{c0} = \frac{p - p_0}{S_u} = 2k \ln \left(\frac{R_p}{a} \right) + \frac{2k}{1+k} \quad (2.16)$$

onde p_0 é o estado de tensão do solo antes do arrancamento e k é um fator de forma considerado igual a 1 para âncoras corridas e 2 para placas circulares. Esta solução proposta pelo autor apresenta uma estimativa simples que condiz razoavelmente bem com outros métodos encontrados na literatura e resultados experimentais reportados (KUPFERMAN, 1971; ALI, 1968; DAS et al., 1994).

A tecnologia da concepção de placas de ancoragem também se modificou ao longo dos anos. De modo a dimensionar *mudmats* para a infraestrutura marítima do campo de exploração de Heidrun, na Noruega, Lieng e Bjorgen (1995) realizaram ensaios em modelo reduzido da extração destes elementos seguindo uma nova concepção para as placas de ancoragem, adotando perfurações na base da placa de modo a minimizar os esforços de extração durante o reposicionamento da *mudmat* e diminuir os esforços hidrodinâmicos durante o içamento. Lieng e Bjorgen (1995) concluem que a geometria proposta apresentou uma redução na força de arrancamento de aproximadamente 50% para uma *mudmat* com 3,1% de sua área vazada em comparação com placas sem aberturas, adotando uma velocidade de extração constante igual a 40 cm/min. Apesar dos resultados serem limitados, esta técnica foi incorporada em diversos outros trabalhos de

modo a minimizar os esforços de arrancamento no dimensionamento de *mudmats*.

Outra abordagem mais recente ao dimensionamento das placas de ancoragem coube a Feng et al. (2014). Em seu trabalho, os autores propõem que o dimensionamento seja baseado em envelopes de ruptura dos esforços horizontal, vertical, torsor e momento, propondo assim expressões algébricas para uma fundação retangular submetida a um carregamento tridimensional sobre uma camada de argila em que a resistência aumenta linearmente com a profundidade. As análises se baseiam no método dos elementos finitos, de forma a investigar a capacidade de carga perante combinações das solicitações propostas (esforços horizontais, verticais, momentos e torção) em um solo elastoplástico que se comporta segundo o modelo de Tresca em condições não drenadas, com a interface da base da âncora sem resistência à tração.

Os autores apresentam então um procedimento para o dimensionamento aplicando-se expressões para a verificação das capacidades uniaxiais de cada carregamento, seguido de métodos de redução devido aos efeitos tridimensionais de momento e torção sobre a âncora, reduzindo a interação dos seis graus de liberdade do sistema a um envelope de ruptura bidimensional de esforços horizontais e momento. Posteriormente, Shen et al. (2017) apresentam uma continuação deste trabalho para o caso em que o solo é completamente aderido à base da âncora.

Uma análise levando em consideração a poropressão desenvolvida no solo durante o arrancamento de elementos estruturais foi realizada por Li (2015). Em seu trabalho, o autor modelou o arrancamento de fundações corridas simplesmente apoiadas sobre o solo (que podem ser vistas como placas de ancoragem rasas sem embutimento) em condições não drenadas, utilizando uma sapata rígida e de interface perfeitamente aderente assente em um solo saturado seguindo o modelo constitutivo *cam-clay* modificado. Através de uma análise por elementos finitos acoplando deslocamentos e poropressão, o autor observou que independentemente do valor do coeficiente de empuxo K_0 , a resistência à compressão e ao arrancamento apresentaram o mesmo valor na ruptura, com $N_c^* = 5,30$, ligeiramente superior ao teórico de 5,14 para cargas de compressão, sendo a resposta carga-deslocamento mais rígida no arrancamento do que na compressão. Os mecanismos observados nos dois casos remetem ao mecanismo de Prandtl, como pode ser observado pela Figura 2.10.

Apesar da capacidade de carga ser similar nos casos de compressão e arrancamento, diferentes níveis de poropressão foram observados nas simulações, que variam também com a magnitude de K_0 . Li (2015) observa que o excesso de poropressão u_p desenvolvido pelas variações na tensão média é positivo para o caso de compressão e negativo durante o arrancamento, enquanto que as poropressões u_q , geradas devido ao cisalhamento, são positivas em ambos os casos. Durante a compressão, tanto u_p quanto u_q contribuem para o desenvolvimento de excesso de poropressão positivo durante a mobilização da capacidade de carga. Em contraste, durante o arrancamento, u_p é negativo e contrapõe u_q de forma que a magnitude absoluta da poropressão negativa gerada

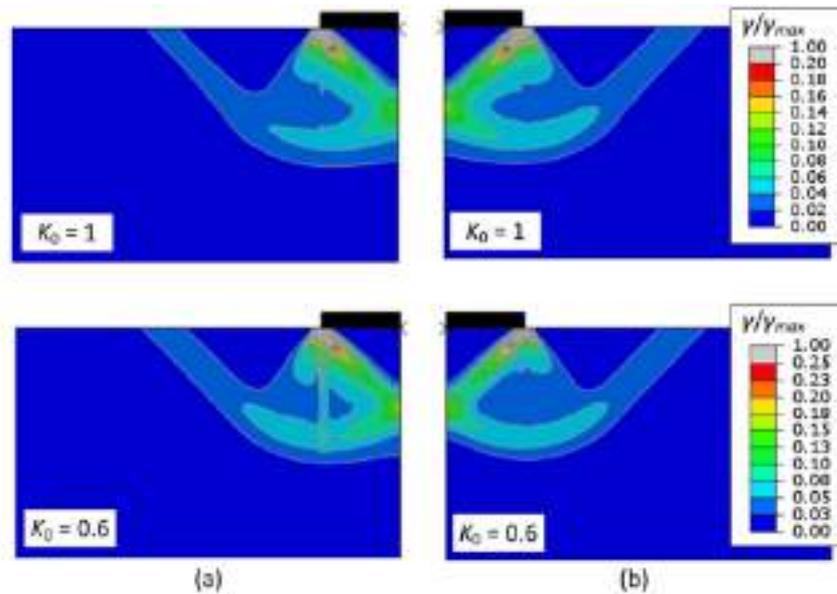


Figura 2.10 – Distribuições de deformação cisalhante normalizada observadas através de uma análise em elementos finitos até a ruptura para (a) compressão e (b) arrancamento. Fonte: Li (2015).

durante o arrancamento é inferior do que o excesso de poropressão positiva desenvolvido durante a compressão (LI, 2015). Uma ilustração dos resultados de poropressão observados pelo autor podem ser visualizados na Figura 2.11.

Para taxas de arrancamento inferiores, onde efeitos de drenagem parcial são esperados, o autor observou que a capacidade de carga à compressão aumenta com a redução da velocidade, ao passo que a resistência ao arrancamento diminui. Ambos efeitos são relacionados à dissipação do excesso de poropressão, que no primeiro caso aumenta a sua tensão efetiva, e conseqüentemente sua resistência, e no segundo diminui o nível de poropressão negativa gerado e conseqüentemente a resistência ao arrancamento. Para este último caso, os efeitos da taxa empregada na resistência e poropressão desenvolvidas podem ser observados em função da velocidade adimensional $V^* = vB/c_v$ pela Figura 2.12, onde v é a velocidade de arrancamento empregada e c_v é o coeficiente de consolidação vertical do solo, enquanto que u_{ref} e $q_{u,ref}$ são os valores de poropressão e resistência obtidos em condições não drenadas, respectivamente.

Através da adoção de uma centrífuga geotécnica, Li (2015) realizou ensaios de arrancamento de fundações circulares e quadradas em escala reduzida, possibilitando assim a observação dos efeitos de sucção desenvolvidos bem como os mecanismos de ruptura. Os resultados em função do deslocamento relativo w/D reportados pelo autor para três velocidades distintas são observados na Figura 2.13, com os pontos de desprendimento entre a fundação e o solo devidamente destacado, onde pode-se observar uma súbita queda nos valores medidos. Percebe-se que para maiores velocidades a resistência última ao arrancamento q_u , considerada como a

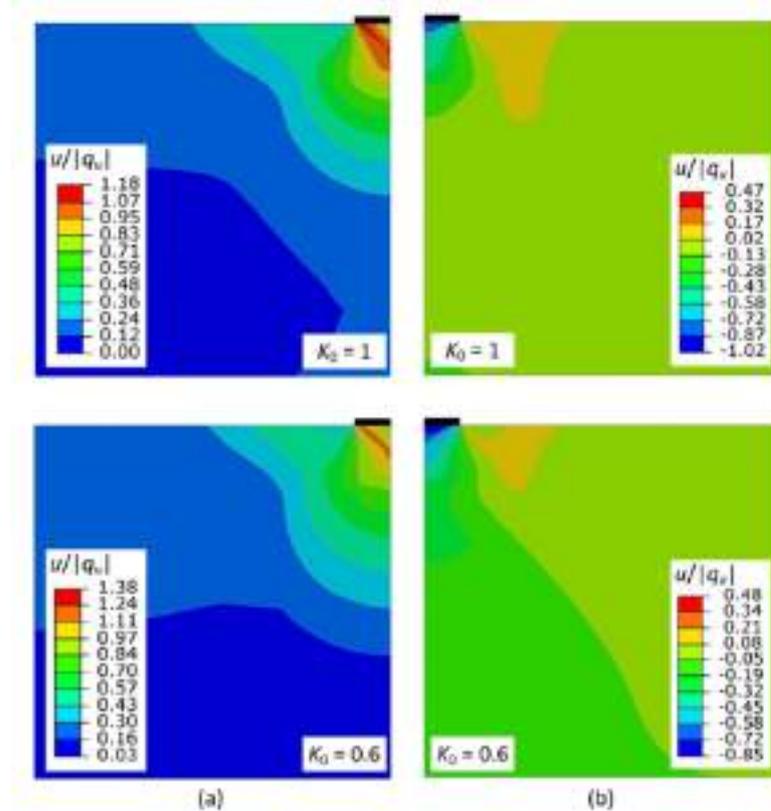


Figura 2.11 – Distribuições do excesso de poropressão normalizada durante a ruptura para (a) compressão e (b) arrancamento. Fonte: Li (2015).

resistência de pico do ensaio, é maior devido aos efeitos viscosos atrelados aos mecanismos de sucção, como esperado.

Li (2015) também observa o efeito da redução da capacidade de arrancamento ao adotarem-se perfurações na base da fundação. A partir das suas análises, percebe-se que um grande número de perfurações pequenas reduziu a resistência ao arrancamento em cerca de 74% quando comparado à não perfurada, enquanto que um pequeno número de grandes perfurações reduziu em cerca de 45%. Em contraponto, fundações não perfuradas porém carregadas excêntrica, se demonstraram mais efetivas na redução da resistência à extração, reduzindo a resistência de pico entre 66% a 79% em função da excentricidade. A combinação de ambas as técnicas se provou capaz de reduzir em 93% a resistência ao arrancamento em comparação ao caso de carregamento vertical sem perfurações na base da fundação para os casos analisados.

Comparando-se os seus resultados numéricos com os obtidos experimentalmente através de ensaios de arrancamento em centrífuga adotando-se uma razão de embutimento de 20%, Li (2015) verifica que o modelo numérico apresentou certa capacidade preditiva dos dados experimentais. Estes resultados são apresentados pela Figura 2.14, onde U é o grau de adensamento do ensaio, obtido pela razão entre o adensamento da fundação w no instante do arrancamento e seu

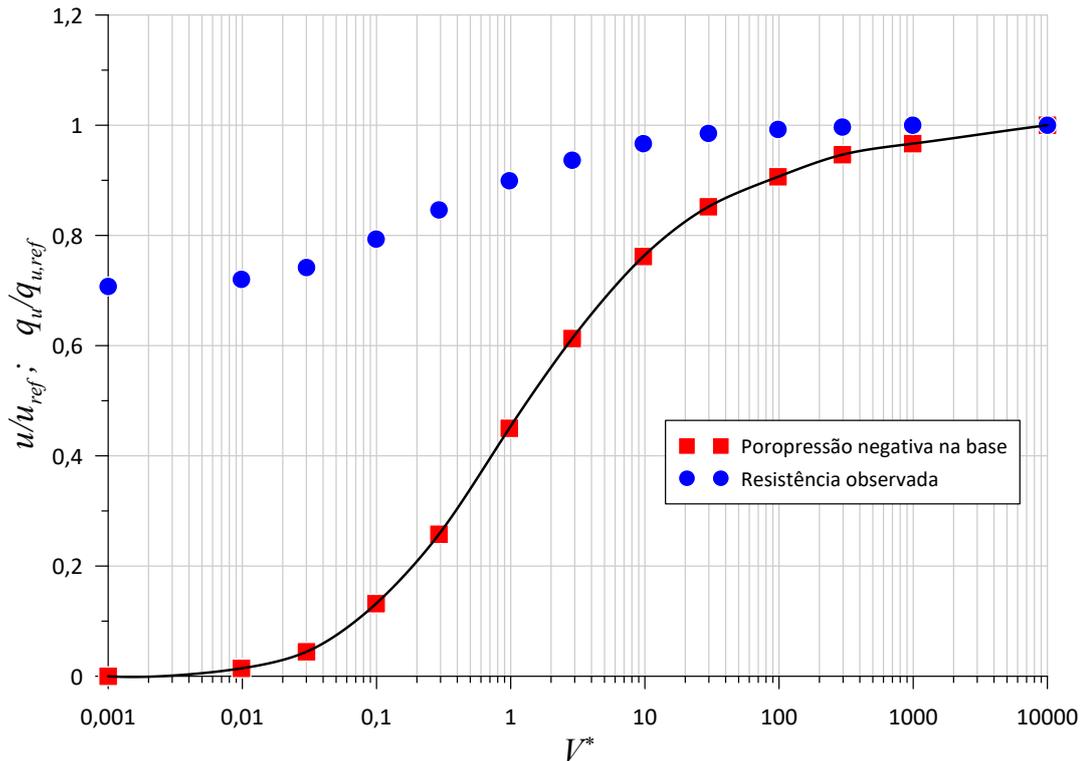


Figura 2.12 – Curvas de resistência e poropressão negativa na base da fundação em função da velocidade normalizada V^* . Adaptado de Li (2015).

adensamento final w_f em um período de tempo suficientemente grande. Cada uma das figuras apresentadas representa um nível de sobrecarga inicial q aplicado sobre o modelo, normalizado por uma capacidade de carga não drenada $q_{u,ref}$, onde os ensaios de centrífuga foram realizados variando-se o grau de adensamento na ruptura sendo o valor q_u obtido pela carga máxima observada durante o ensaio. O autor justifica que a resistência obtida em seu modelo físico seria controlada por efeitos de consolidação e rearranjo do solo devido à inserção e sobrecarga da placa, não levados em conta pela modelagem em elementos finitos, sendo somente possível observar a tendência de crescimento da capacidade de carga com o aumento do grau de adensamento.

É importante observar que em todos os trabalhos numéricos observados, a interface entre o solo e a base da âncora situa-se entre os dois extremos: sem resistência à tração ou completamente aderente. Contudo, em arrancamentos reais, observa-se que inicialmente a fundação apresenta certa aderência ao solo, devido aos esforços de adesão e sucção gerados, e após certo deslocamento, ocorre o desprendimento entre o *mudmat* e o solo de fundação, sendo este altamente dependente da taxa de arrancamento empregada e da geometria da placa de ancoragem. Desta forma, a maioria dos autores concordam que um modelo de interface mais avançado ainda é necessária para simular o comportamento observado fenomenologicamente.

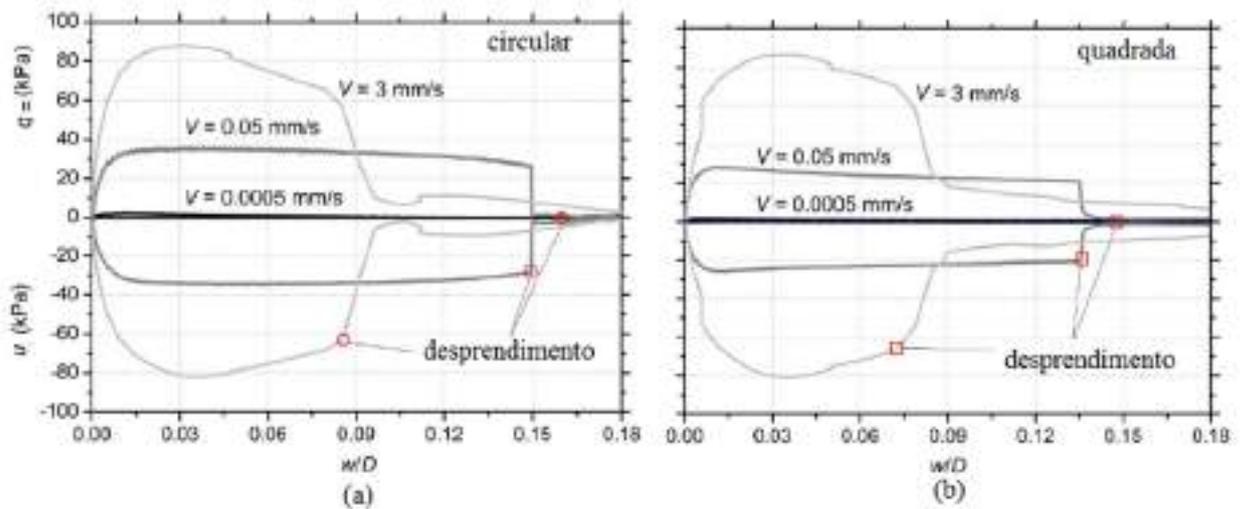


Figura 2.13 – Medidas de capacidade ao arrancamento e excesso de poropressão gerada durante o arrancamento de fundações superficiais (a) circulares e (b) quadradas em ensaios de centrífuga (adaptado de Li (2015).)

2.2 EFEITOS DA SUCCÃO NA INTERFACE

Dado que a maioria das análises apresentadas até o momento desconsideram o efeito da sucção na base da placa durante o arrancamento, espera-se que as estimativas apresentadas anteriormente superestimem (no caso de uma aderência perfeita) ou subestimem (no caso de uma interface sem resistência à tração) a capacidade de carga das placas de ancoragem, simplificando o problema através dos dois casos extremos conforme discutido na seção anterior.

Ressalta-se que outros tipos de fundação adotadas na prática da engenharia *offshore* como as chamadas “caixas de sucção” (*suction caissons*) também adotam o emprego deste tipo de esforços durante sua etapa de instalação, porém de forma artificial e com a finalidade principal de fornecer uma maior inserção do elemento no leito marinho. Desta forma, a análise da estrutura não se preocupa com a sucção desenvolvida na extração uma vez que esta pode ser facilmente vencida injetando-se água no sentido contrário ao da aplicação da pressão negativa da fase inicial. Assim sendo, esta seção destina-se a investigar primordialmente o adicional de resistência observado quando na extração de placas submersas.

É fácil de intuir que, durante a aplicação de uma força de arrancamento sobre uma âncora embutida no solo, o solo imediatamente acima da âncora é comprimido, enquanto que o maciço abaixo da âncora apresenta um alívio de tensões. Assim, um acréscimo na poropressão acima e um decréscimo abaixo do objeto irão ocorrer, salvo casos em que o solo seja permeável o suficiente para responder quase que imediatamente às diferenças de tensão. Esta diferença de poropressões acima e abaixo do objeto são responsáveis pelo desenvolvimento de esforços de

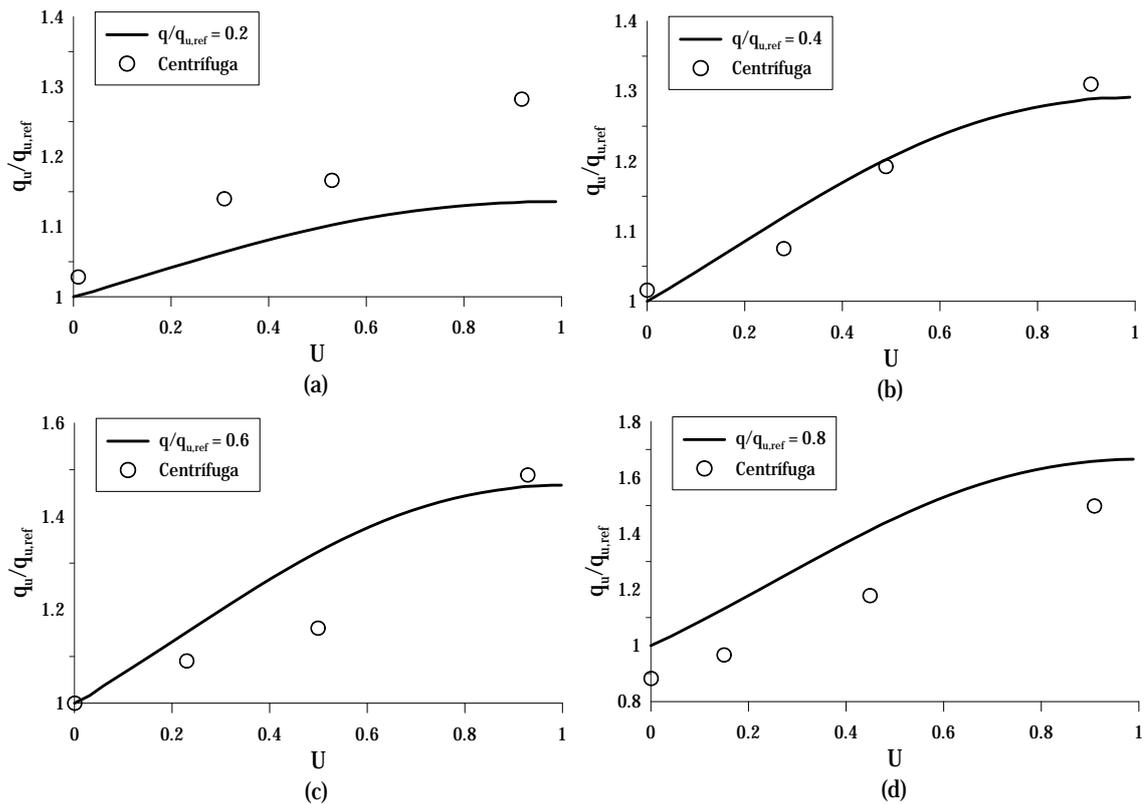


Figura 2.14 – Comparação entre os resultados experimentais em centrífuga e as previsões do modelo numérico para (a) $q/q_{u,ref} = 0.2$, (b) $q/q_{u,ref} = 0.4$, (c) $q/q_{u,ref} = 0.6$ e (d) $q/q_{u,ref} = 0.8$ (adaptado de Li (2015).)

sucção (VÉSIC, 1969).

Descrições rigorosas sobre tais efeitos de sucção gerados e seu conseqüente mecanismo de dissipação em placas de ancoragem são raros na literatura, sendo a grande maioria relatada por dados experimentais que, em geral, mais evidenciam o fenômeno do que o quantificam. O problema de extração de corpos assentes sobre o leito oceânico também tem um papel importante em outras atividades como recuperação de objetos e resgate de navios naufragados ou ainda manobras de embarcações submarinas, motivando análises em outras áreas de conhecimento como na mecânica dos fluídos e engenharia naval. Assim, esta seção destina-se a apresentar uma revisão do estado da arte acerca deste fenômeno.

A primeira vez que esta problemática foi trazida à tona no contexto do descomissionamento de plataformas petrolíferas em alto mar coube ao trabalho de Pliskin (1979), no qual o autor ressalta a grande parcela de resistência à extração de estruturas *offshore* devido aos esforços de sucção desenvolvidos e propõe que sejam usados métodos de jateamento ou destabilização química do solo de fundação para auxiliar o processo.

Historicamente, diversos autores também reportam o surgimento de esforços de sucção ou adesão

durante a extração de fundações assentes sob solos argilosos como os comumente encontrados no leito marinho (LIU, 1969; VÉSIC, 1969; NINOMIYA et al., 1973; RODERICK; LUBBAD, 1975; BYRNE; FINN, 1978; CRAIG; CHUA, 1990; LEHANE et al., 2008; GOURVENEK et al., 2009; MANA et al., 2013; LI, 2015), de modo que estes dois termos, sucção e adesão, são usados indiscriminadamente: enquanto a adesão é gerada por esforços de grandeza molecular entre o solo e o material constituinte da âncora e depende primordialmente de tais características e o tempo de consolidação após a inserção da placa no solo, a sucção é um fenômeno de natureza viscosa devido à presença de água nos poros do leito oceânico, na interface entre a âncora e no ambiente marinho, sendo sua magnitude função essencialmente das velocidades empregadas durante a extração do elemento bem como da permeabilidade do solo de fundação (CRAIG; CHUA, 1990).

Em geral, resultados experimentais obtidos através de ensaios de arrancamento em laboratório demonstram que inicialmente a força de arrancamento registrada aumenta rapidamente com o deslocamento até o ponto onde a componente de adesão/sucção na interface é vencida e a água penetra efetivamente entre o solo de fundação e a base da âncora. Posteriormente, uma rápida queda na resistência ao arrancamento é observada mesmo que o solo permaneça em condições não drenadas, caracterizada pelo desprendimento da placa, como pode ser observado pela Figura 2.13, sendo este pico de resistência também virtude da velocidade de extração empregada no ensaio.

De fato, a resistência desenvolvida pela sucção durante a extração na interface âncora/solo de fundação possui magnitude relevante, apresentando uma componente adicional na resistência observada de 5 a 10 vezes o produto da área de fundação pela resistência não drenada do leito marinho, dependendo das condições do solo considerado (GOURVENEK et al., 2009; MANA et al., 2013; LI, 2015; CHANDLER et al., 2017). Assim sendo, é extremamente pertinente à diversos aspectos da engenharia de fundações que os efeitos deste fenômeno sejam compreendidos e incorporados na prática de dimensionamento.

Em seu trabalho, Lehane et al. (2008) apresentam os resultados de uma série de ensaios de arrancamento realizados em centrífuga geotécnica, variando-se o solo de fundação, a velocidade de arrancamento, a inclinação do deslocamento e a razão de embutimento, enquanto se registrava a força necessária para produzir este movimento. Os ensaios conduzidos pelos autores baseiam-se em dois modelos físicos distintos, descritos na Figura 2.15. Observa-se que em ambas as configurações foi utilizado um material arenoso para o embutimento da fundação, com o nível d'água localizado junto a superfície livre, sendo que no caso (a) adotou-se uma areia para o solo de fundação e no caso (b) um material argiloso caolinítico sobreadensado ($OCR = 5$).

O programa de ensaios conduzido pelos autores abrangeu três placas de ancoragem quadradas com dimensões de 30, 45 e 60 mm a uma profundidade fixa de 40 mm ($H/B = 1,33; 0,89$ e

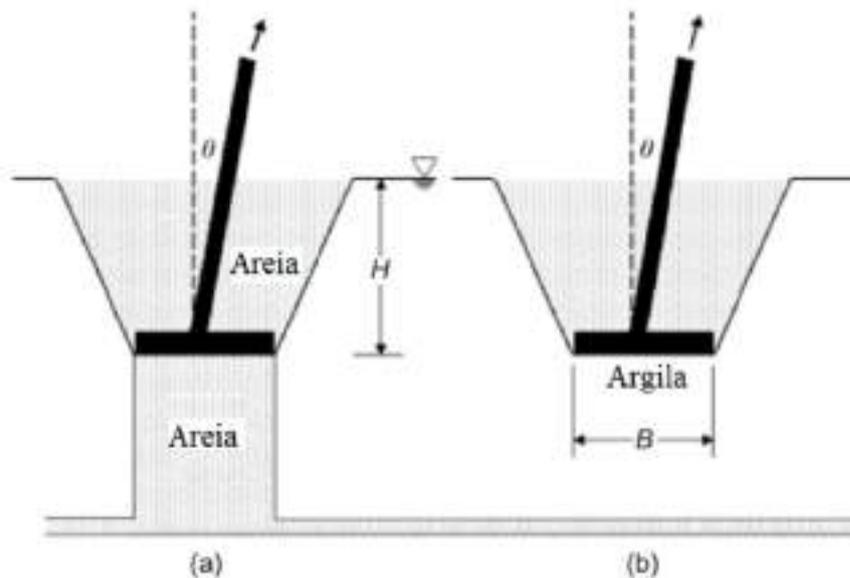


Figura 2.15 – Configurações adotadas nos ensaios de arrancamento em centrífuga por Lehane et al. (2008) com solo de fundação (a) arenoso e (b) argiloso.

0,67, respectivamente) enquanto que a taxa de arrancamento variou entre 0,03 a 100 mm/s com ângulos de inclinação $\theta = 5, 10$ e 15° . Os resultados obtidos para um carregamento puramente vertical ($\theta = 0^\circ$) podem ser observados para as placas de 30 e 60 mm pelas Figura 2.16(a) e (b), respectivamente. Percebe-se que com o aumento da velocidade de arrancamento é registrado um aumento da força necessária à extração F_u das placas apoiadas sobre materiais argilosos, enquanto que para os casos assentes sobre uma fundação arenosa, a capacidade ao arrancamento não demonstrou uma dependência relevante da taxa de arrancamento, como pode ser observado na Figura 2.16.

Lehane et al. (2008) atribuem este fenômeno aos efeitos da sucção desenvolvida nas placas assentes sobre solos argilosos, uma vez que a resistência obtida para $v = 0,003$ mm/s nestes materiais se aproxima da obtida em solos arenosos, onde este fenômeno não é esperado, indicando que sob esta velocidade o arrancamento se deu em condições próximas à drenagem completa. Segundo os autores, a distância vertical entre a linha tracejada horizontal (correspondente à resistência em fundação arenosa) e a linha de tendência dos resultados em argila seria uma medida aproximada da sucção desenvolvida, tais valores atingindo aproximadamente 70 kPa para uma taxa de arrancamento de 100 mm/s, abaixo da pressão de cavitação (85 a 100 kPa). Investigando-se o solo de fundação após o arrancamento, os autores observaram uma camada argilosa aderida à base da placa após o arrancamento para os ensaios de 30 e 100 mm/s, com espessura de aproximadamente $B/3$, enquanto este comportamento não foi observado para taxas de arrancamento inferiores.

Uma abordagem teórica sobre o desenvolvimento de tais esforços de sucção é apresentada no tra-

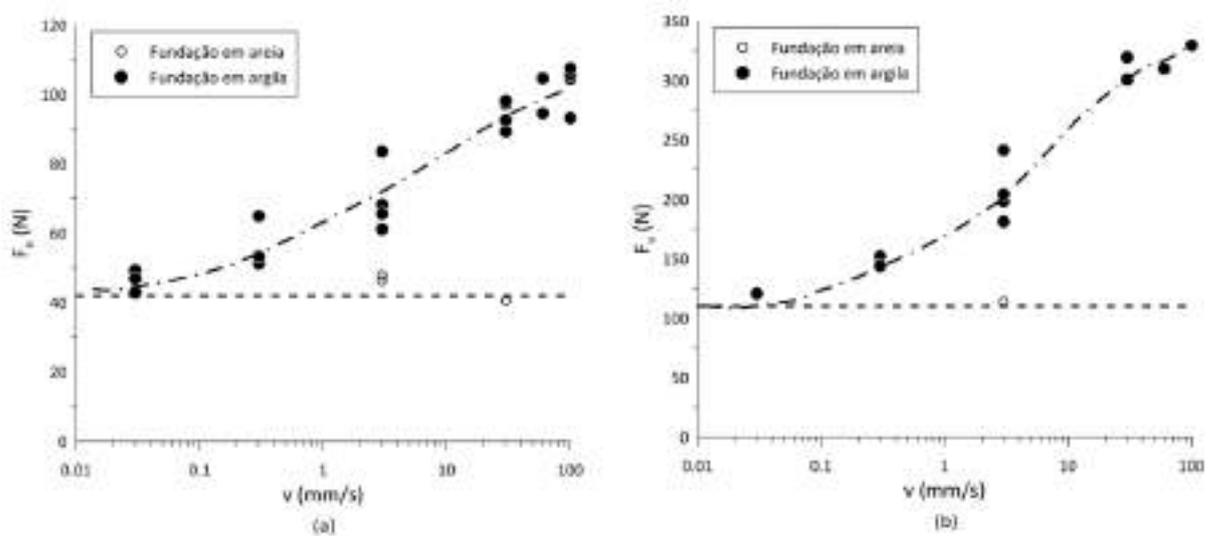


Figura 2.16 – Resistência ao arrancamento em função da velocidade empregada para placas de (a) 30 mm e (b) 60 mm. (Adaptado de Lehane et al. (2008)).

balho pioneiro de Foda (1982). Nele, o autor se propõe a analisar o problema do desprendimento de uma placa submersa e inicialmente assente sobre um material poroelástico, se deslocando verticalmente com uma velocidade $\underline{W} = W(t)\underline{e}_z$, como demonstrado pela Figura 2.17, enquanto o vão Δ formado é preenchido pela água tanto periférica quanto advinda do material poroso que constitui o leito marinho. As análises se baseiam na teoria da poroelasticidade de Biot (1941) e na teoria da lubrificação, oriunda das equações de Navier-Stokes.

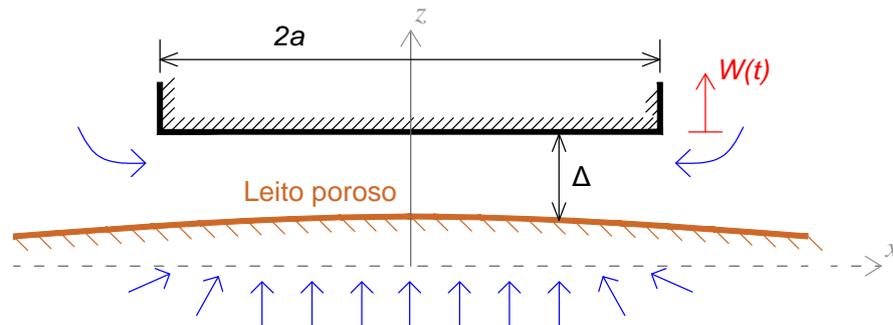


Figura 2.17 – Modelo esquemático proposto por Foda (1982): ao passo que o vão Δ e o leito poroso expandem, a água flui lateralmente pelas periferias do vão bem como verticalmente pelos poros do leito. A deflexão vertical do material poroso é devido à força de arrasto exercida pelo fluxo de água dentro dos poros. (Adaptado de Foda (1982)).

Como a espessura do vão Δ é considerada muito menor do que a dimensão horizontal deste ($\Delta \ll a$), uma aproximação pela teoria da lubrificação pode ser adotada para descrever o

movimento. Mais detalhes da formulação adotada pelo autor são descritas no Capítulo 7. Ademais, das premissas impostas no trabalho de Foda (1982), destacam-se:

- a) O esqueleto sólido, constituído de grãos incompressíveis, é elástico linear;
- b) O fluxo de fluido através do meio poroso obedece à Lei de Darcy;
- c) A placa de ancoragem é rígida;
- d) Os efeitos inerciais são desprezados.

Foda (1982) argumenta então que, devido à baixa permeabilidade dos solos em questão, o deslocamento relativo do fluido em relação à matriz no meio poroso é notável apenas em finas camadas limite próximas à superfície livre, sendo que abaixo desta camada este movimento relativo é altamente resistido e tanto o fluido como o sólido se deslocam essencialmente com a mesma velocidade. Assim, o autor desenvolve uma aproximação dada pela soma de duas componentes: uma solução exterior e uma correção de camada limite, formando um sistema de equações transientes acopladas. A resolução do sistema passa por uma série de simplificações devido às complexidades envolvidas. Porém, os resultados permitem capturar a maior parte das características essenciais do problema como, por exemplo, estimar os esforços de sucção que se desenvolvem abaixo do corpo sendo extraído e a expansão do vão entre a placa e o leito sob a ação tanto de uma força de arrancamento prescrita quanto de um deslocamento prescrito.

A Figura 2.18 exemplifica a evolução de expansão da média espacial do vão $\bar{\Delta}$ em função do tempo t para um corpo bidimensional com 10 m de comprimento sendo extraído de um leito oceânico com coeficiente de permeabilidade $k = 10^{-9} \text{ m}^2\text{Pa}^{-1}\text{s}^{-1}$ e módulo cisalhante $G = 10^7 \text{ Pa}$, sob a ação de uma força de arrancamento $F_p(t)$ prescrita aplicada segundo:

$$-F_p(t) = \frac{t}{1+t} F_m \quad (2.17)$$

onde F_m é o valor máximo da força de arrancamento atingido quando $t \rightarrow \infty$ (ver canto superior direito da Figura 2.18). É interessante observar da Figura 2.18 que, para todas as curvas, $\bar{\Delta}$ permanece pequeno ($\leq 10^{-3} \text{ m}$) pela maior parte do processo de arrancamento e depois aumenta drasticamente até que o tempo de desprendimento t_b é alcançado, quando as forças de sucção são vencidas e o solo perde completamente sua “adesão” à placa, demonstrando a dependência do tempo no modelo desenvolvido. Cada curva apresentada na Figura 2.18 corresponde a um par de força e tempo de arrancamento, e conseqüentemente um ponto na relação força mobilizado vs. tempo necessário ao desprendimento. Algumas dessas relações podem ser observadas pela Figura 2.19 para um problema similar variando-se também a permeabilidade k do solo.

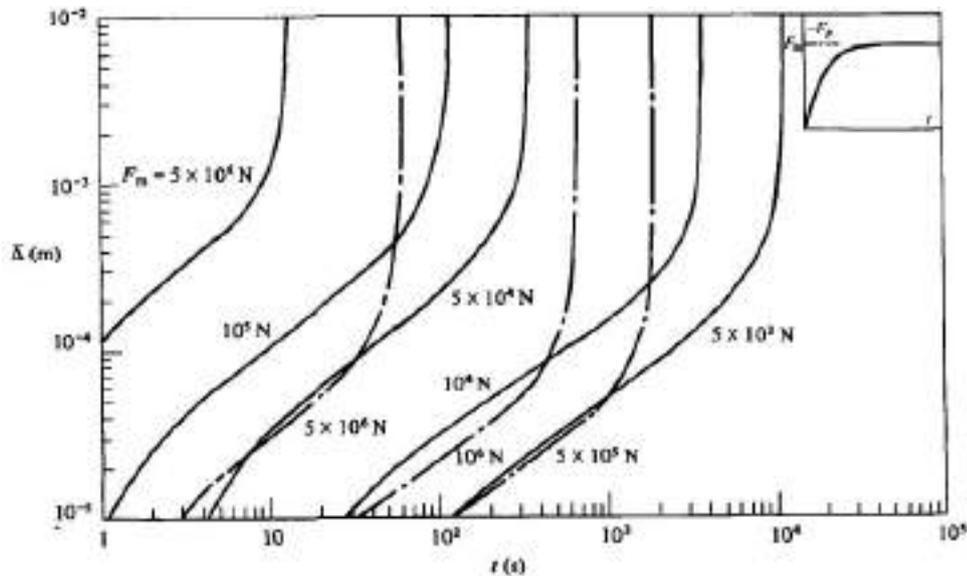


Figura 2.18 – Evolução da expansão do vão médio abaixo de uma placa bidimensional. As linhas intermitentes representam um fluido com saturação completa em relação à bolhas de ar enquanto as linhas contínuas representam saturação ligeiramente menor que a unidade. Fonte: Foda (1982).

Outro resultado interessante apresentado pelo autor pode ser observado pela Figura 2.20, que mostra a evolução da força de sucção F_p desenvolvida em função do tempo por diversos valores prescritos para a taxa de arrancamento $W(t) \approx \bar{\Delta}$ de uma placa circular de raio igual a 1 metro. Nesta figura, cada curva é associada a uma taxa constante W distinta. O autor ressalta que durante as fases iniciais a maior parte da água que preenche o vão é oriunda do meio poroso, com muito pouco fluxo periférico oriundo das laterais do vão formado. Com o aumento da diferença entre a pressão no vão e no fluido do meio, mais água irá fluir advinda do perímetro da placa reduzindo o fluxo pelo meio poroso. Este mecanismo sendo descrito na Figura 2.20 pelo pico observado nas curvas.

Ainda que apresentando diversas simplificações, a teoria apresentada pelo trabalho de Foda (1982) demonstra-se capaz de reproduzir as principais características envolvidas no processo de arrancamento de placas assentes sobre o leito marinho, capturando os efeitos das variáveis essenciais do problema. Apesar da ausência de dados experimentais que possam corroborar os resultados obtidos, o trabalho consegue fornecer um melhor entendimento do mecanismo envolvido no desenvolvimento dos esforços de sucção. Posteriormente, Mei et al. (1985) apresentaram uma extensão do trabalho desenvolvido por Foda (1982), simplificando as deduções apresentadas por Foda (1982) para placas bidimensionais e apresentando resultados experimentais que corroboram os resultados obtidos por ambos os autores, assim validando a aplicação desta teoria.

Huang et al. (2010) analisaram o arrancamento de objetos assentes sobre um leito poroso e

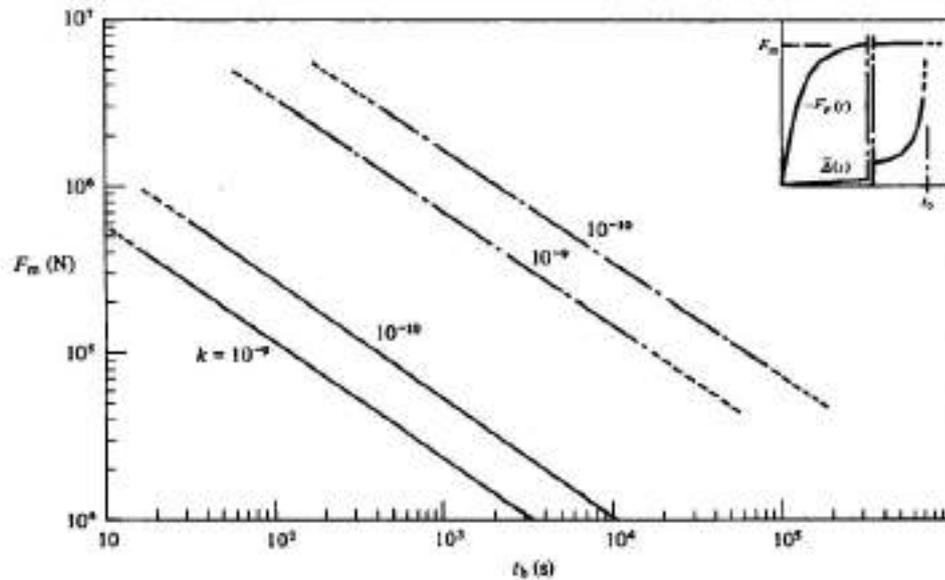


Figura 2.19 – Relação entre força de arrancamento e o tempo em que o desprendimento ocorre. As linhas intermitentes representam um fluido com saturação completa enquanto as linhas contínuas representam saturação ligeiramente menor do que a unidade. Fonte: Foda (1982).

rígido, considerando o efeito de um levantamento inclinado do objeto, metodologia largamente aplicada na prática de modo a minimizar os esforços de sucção. Os autores argumentam que, ao invés de se adotar a lei de Darcy como em outros trabalhos, as equações de Brinkman devem ser adotadas para descrever a percolação, uma vez que a componente rotacional da velocidade de fluxo não altera a pressão do fluxo acima do leito oceânico. Como a lei de Darcy se aplica somente para fluxos do meio poroso que se conectam com o fluxo potencial fora deste, as equações de Brinkman são capazes de melhor descrever os efeitos viscosos do fluxo nos poros interconectados (HUANG et al., 2010). Ademais, os autores demonstram também que o fluxo próximo aos cantos não é puramente paralelo ao leito oceânico como considerado por Foda (1982), e a resistência devido à sucção decai drasticamente na medida em que o corpo é inclinado antes do completo desprendimento.

Mais recentemente, Chang et al. (2015) estenderam as análises a um corpo bidimensional apoiado sobre um leito oceânico poroso e rígido sendo extraído verticalmente deste (Figura 2.21), sustentando a adoção da equação de Brinkman para o fluxo no meio poroso e um fluxo de Stokes para o fluido periférico ao vão, uma vez que o problema do processo de arrancamento é lento e o fluido é considerado incompressível. Assim, as equações que governam o fluxo periférico podem ser escritas como:

$$\operatorname{div} \underline{U}^{(1)} = 0 \quad (2.18a)$$

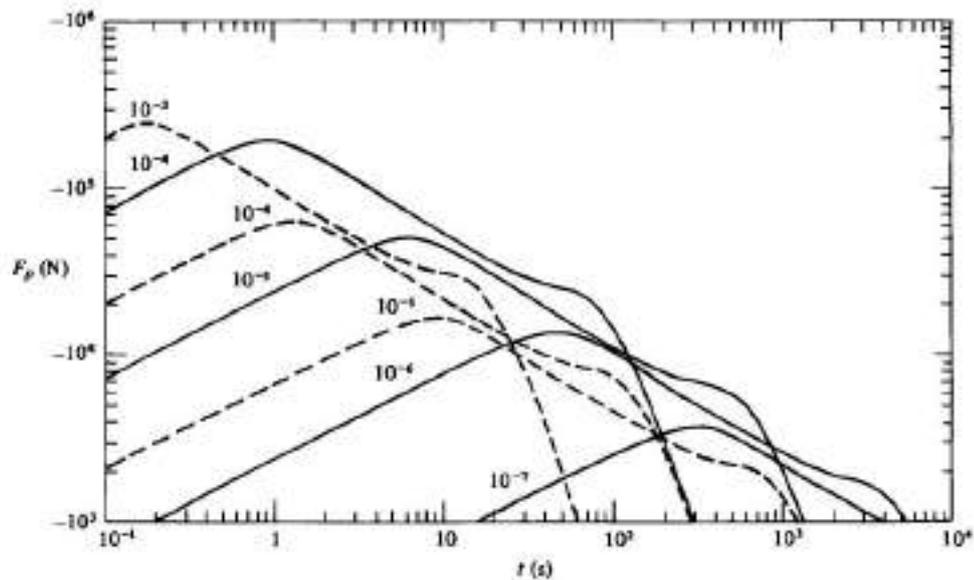


Figura 2.20 – Histórico da força de sucção desenvolvida em função do tempo para diversas taxas de arrancamento distintas (em m/s). Linhas contínuas correspondem a $G = 10^7$ Pa e linhas intermitentes a $G = 10^5$ Pa. Fonte: Foda (1982).

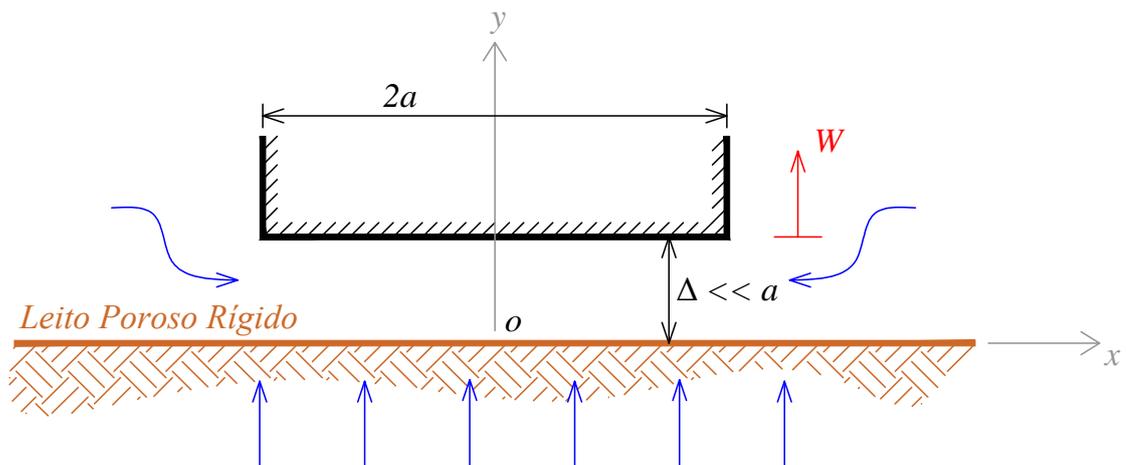


Figura 2.21 – Modelo da análise proposta por Chang et al. (2015). (Adaptado de Chang et al. (2015)).

$$-\nabla p^{(1)} + \mu \nabla^2 \underline{U}^{(1)} = 0 \quad (2.18b)$$

onde \underline{U} é a velocidade do fluido, p é pressão no fluido, ∇^2 é o operador laplaciano e o sobrescrito (1) representa a região do vazio entre o corpo e o leito poroso. Os autores adotam então uma

função corrente ψ , de modo que:

$$U_x^{(1)} = -\frac{\partial \psi^{(1)}}{\partial y}, \quad U_y^{(1)} = \frac{\partial \psi^{(1)}}{\partial x} \quad (2.19)$$

Aplicando o rotacional da Equação 2.18b juntamente com as condições dadas pela Equação 2.19, observa-se que:

$$\nabla^2 \left(\nabla^2 \psi^{(1)} \right) = 0 \quad (2.20)$$

Já para o meio poroso, adotando-se as condições supracitadas e as equações de Brinkman:

$$\text{div } \underline{U}^{(2)} = 0 \quad (2.21a)$$

$$-\nabla p^{(2)} + \mu \nabla^2 \underline{U}^{(2)} - \mu b \underline{U}^{(2)} = 0 \quad (2.21b)$$

onde $b = \phi/k_p$, ϕ é a porosidade lagrangeana, k_p a permeabilidade específica e o sobrescrito (2) denota a região do meio poroso. Adotando-se novamente a função de corrente ψ e realizando-se os procedimentos anteriores, verifica-se que:

$$\nabla^2 \left(\nabla^2 \psi^{(2)} \right) - b \nabla^2 \psi^{(2)} = 0 \quad (2.22)$$

Assim, as equações que governam o problema em termos de velocidade do fluido são descritas por duas equações diferenciais parciais de quarta ordem dadas pelas Equações 2.20 e 2.22 que, juntamente com as condições de contorno do problema, permitem resolver as equações para $\psi^{(1)}$ e $\psi^{(2)}$. Uma vez que estes são avaliados, as pressões $p^{(1)}$ e $p^{(2)}$ são deduzidas a partir das velocidades $\underline{U}^{(1)}$ e $\underline{U}^{(2)}$ associadas utilizando-se as equações 2.18b e 2.21b. Os campos de velocidade do problema e a força de arrancamento da placa são determinados então a partir de $\underline{U}^{(1)}$ e $\underline{U}^{(2)}$. Limitando-se a analisar apenas metade da placa devido à sua simetria, Chang et al. (2015) adotam as seguintes condições de contorno:

a) Nos contornos do vão:

– Da simetria em torno do eixo y têm-se:

$$U_x^{(1)} = 0, \quad \frac{\partial U_y^{(1)}}{\partial x} = 0, \quad \text{em } x = 0, \quad 0 \leq y \leq \Delta \quad (2.23)$$

– Na face superior do vão:

$$U_x^{(1)} = 0, \quad U_y^{(1)} = W, \quad \text{em } y = \Delta, \quad 0 \leq x \leq a \quad (2.24)$$

– Como a abertura do vão Δ é pequena, na periferia deste Chang et al. (2015) assumem que o fluxo completamente é paralelo. Assim:

$$\frac{\partial U_x^{(1)}}{\partial x} = 0, \quad U_y^{(1)} = 0, \quad \text{em } x = a, \quad 0 \leq y \leq \Delta \quad (2.25)$$

– A pressão do fluido fora do vão pode ser negligenciada:

$$p^{(1)} = 0, \quad \text{em } x = a, \quad 0 \leq y \leq \Delta \quad (2.26)$$

b) Nos contornos do meio poroso:

– Da simetria em torno do eixo y :

$$U_x^{(2)} = 0, \quad \frac{\partial U_y^{(2)}}{\partial x} = 0, \quad \text{em } x = 0, \quad -\infty \leq y \leq 0 \quad (2.27)$$

– Não há perturbação no fundo do leito poroso:

$$U_x^{(2)} = 0, \quad U_y^{(2)} = 0, \quad \text{em } y = -\infty, \quad 0 \leq x \leq a \quad (2.28)$$

– Na periferia do vão:

$$\frac{\partial U_x^{(2)}}{\partial x} = 0, \quad U_y^{(2)} = 0, \quad \text{em } x = a, \quad -\infty \leq y \leq 0 \quad (2.29)$$

– E, da Equação 2.29:

$$p^{(2)} = 0, \quad \text{em } x = a, \quad -\infty \leq y \leq 0 \quad (2.30)$$

c) Na face do leito poroso:

– A continuidade do fluxo requer que:

$$\underline{U}^{(1)} = \phi \underline{U}^{(2)}, \quad \text{em } y = 0, \quad 0 \leq x \leq a \quad (2.31)$$

– A continuidade de tensões normais no fluido:

$$-p^{(1)} + 2\mu \frac{\partial U_y^{(1)}}{\partial y} = -p^{(2)} + 2\mu \frac{\partial U_y^{(2)}}{\partial y}, \quad \text{em } y = 0, \quad 0 \leq x \leq a \quad (2.32)$$

– E a continuidade de tensões tangenciais no fluido:

$$\frac{\partial U_x^{(1)}}{\partial y} + \frac{\partial U_y^{(1)}}{\partial x} = \frac{\partial U_x^{(2)}}{\partial y} + \frac{\partial U_y^{(2)}}{\partial x}, \quad \text{em } y = 0, \quad 0 \leq x \leq a \quad (2.33)$$

Os autores validam então seu modelo com dados experimentais de arrancamento em areias apresentados por Mei et al. (1985), apresentando boa concordância com os resultados obtidos. Chang et al. (2015) demonstram através dos seus resultados que, no caso de um leito rígido impermeável, a força de arrancamento tende ao infinito quando o vão ainda é muito pequeno, em consonância com o caso do problema de separação de duas placas rígidas e impermeáveis com uma das faces inicialmente em contato. Tal resultado pode ser observado pela Figura 2.22 juntamente a carga necessária para produzir a extração de um corpo bidimensional assente sobre um leito poroso sendo extraído sob uma velocidade constante de 10^{-5} m/s. Como pode ser observado, a força necessária tende a ser constante com o aumento da abertura do vão Δ até um certo ponto onde esta cai rapidamente, caracterizando o completo desprendimento da placa. Apesar dos resultados se concentrarem na faixa granulométrica de areias, estes comprovam a experiência de que materiais mais finos desenvolvem maiores esforços de sucção durante o arrancamento.

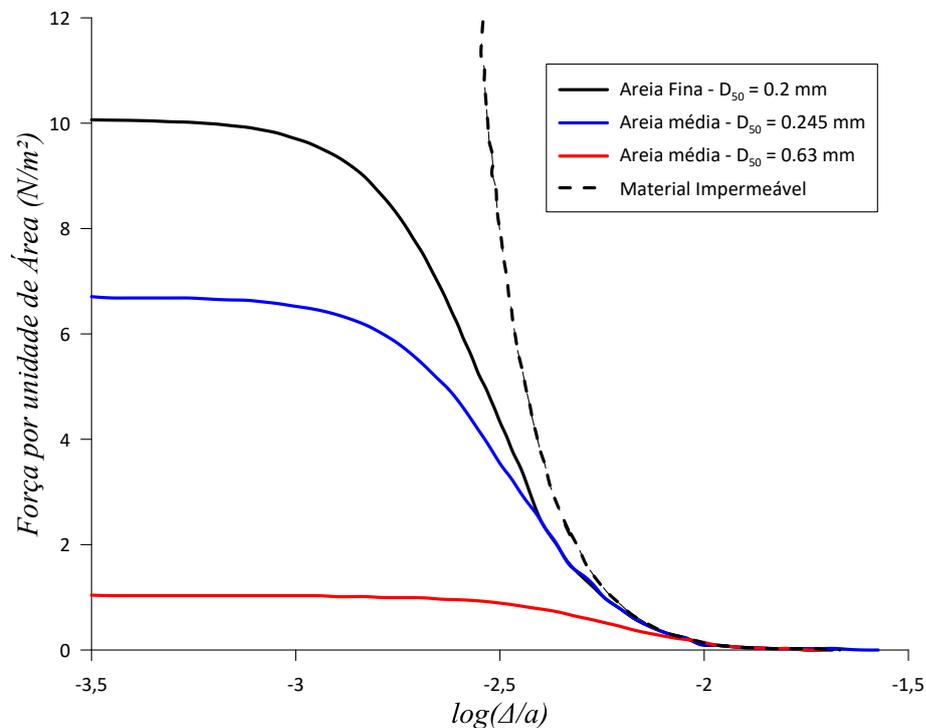


Figura 2.22 – Força por unidade de área registrada durante o levantamento de um corpo bidimensional sob velocidade constante $W(t) = 10^{-5}$ m/s em função da abertura do vão. Fonte: Chang et al. (2015).

Já, variando-se a velocidade de extração em um material, a Figura 2.23 apresenta os resultados obtidos por Chang et al. (2015), de onde fica evidente que ao passo em que se aumenta a taxa de arrancamento, a força necessária para a extração também aumenta. Apesar de os resultados apresentados pelos autores não demonstrarem o tamanho do vão Δ no desprendimento para velocidades acima $2,3 \cdot 10^{-5}$, estes argumentam que é essencialmente o mesmo independente da velocidade.

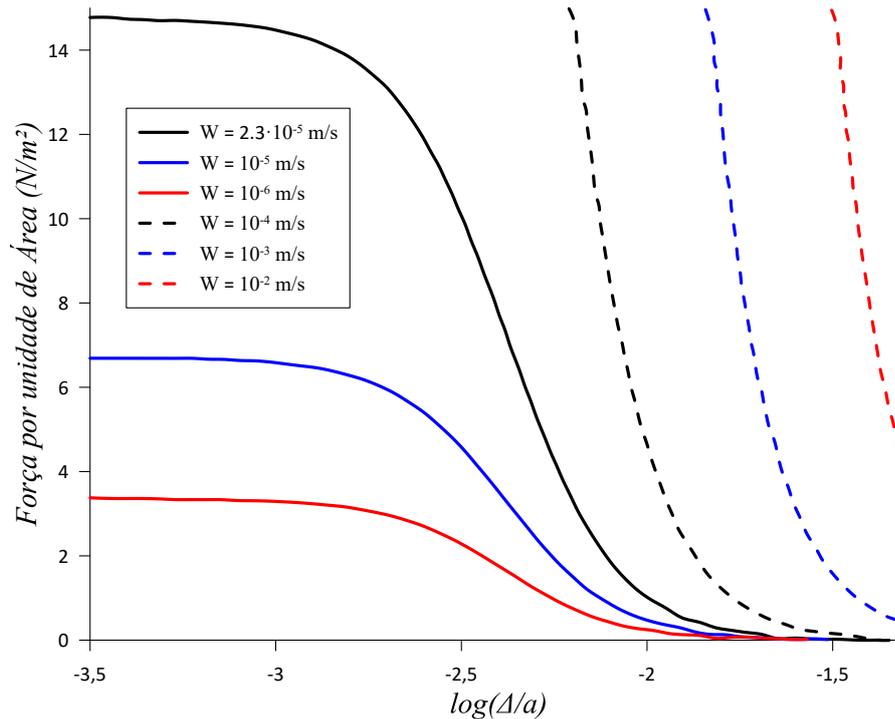


Figura 2.23 – Força por unidade de área registrada durante o levantamento de um corpo bidimensional em função da abertura do vão para um mesmo material variando-se a velocidade de extração. Fonte: Chang et al. (2015).

Assim, os resultados de Chang et al. (2015) também ilustram que, apesar da força de arrancamento e o tempo até o desprendimento variarem largamente em função das propriedades do material constituinte do meio poroso, a abertura do vão no desprendimento verificada é essencialmente a mesma. Acrescentando que, apesar de nos primeiros instantes o fluxo de água ser essencialmente oriundo do fluido intersticial, quando ocorre o desprendimento o fluxo é cerca de 98% oriundo das periferias do corpo.

Apesar dos desenvolvimentos teóricos recentes apresentados, a literatura carece ainda de validações para o desprendimento em solos de baixa permeabilidade como os comumente encontrados em campos de exploração *offshore* e, principalmente, que levem em conta a natureza embutida de muitos destes elementos, raramente encontrados simplesmente apoiados sobre o leito marinho. Na próxima seção será apresentada uma breve revisão acerca do aumento da resistência evidenciada em solos argilosos sob condições não drenadas em virtude do aumento da taxa de deformação.

3 ELEMENTOS FUNDAMENTAIS DA TEORIA DA ANÁLISE LIMITE

Os problemas em mecânica dos solos são usualmente divididos em dois grupos distintos: problema de análise de estabilidade e problemas de análise em deslocamento. Os problemas de análise de estabilidade lidam com condições de falha ou ruptura do solo, onde a determinação da carga máxima suportável pelo solo é essencial, como por exemplo, problemas de capacidade de carga de fundações e estabilidade de taludes. Já em problemas de análise em deslocamento, os esforços se concentram em determinar os deslocamentos e as tensões do solo quando não há ruptura envolvida, esta categoria abrange, por exemplo, a estimativa de acréscimo de tensões e recalques em fundações e muros de arrimo, deformações em túneis ou escavações, entre outros. Neste contexto, a adoção de técnicas da análise limite se refere ao primeiro grupo, onde a estimativa da carga de ruptura do sistema é desejável.

As primeiras referências à utilização do cálculo à ruptura (*yield design*) remetem aos trabalhos de Galileu Galilei (1638) em seu livro *Discorsi*, onde Galileu se propõe a determinar a carga máxima suportável por uma viga de madeira em balanço (Figura 3.1) partindo da resistência em tração das fibras longitudinais. Mediante esta abordagem, Galileu estimou a carga máxima que pode ser aplicada na extremidade livre da viga realizando a compatibilidade entre a equação de equilíbrio de momentos e a resistência à tração da madeira, avaliando assim o carregamento limite suportável através de uma abordagem "estática"(SALENÇON, 1990).

Durante os séculos seguintes, esta técnica governou a maior parte das análises de estabilidade geotécnica, principalmente em virtude dos trabalhos de Coulomb (1773), que contribuiu para análises de estabilidade em escavações e muros de arrimo, considerando por alguns autores como um texto precursor do cálculo à ruptura. A abordagem empregada por Coulomb serviu como base para o desenvolvimento de técnicas de equilíbrio limite, que culminaram em estimativas cruciais para a mecânica dos solos, a exemplo dos trabalhos desenvolvidos por Rankine (1857), Prandtl (1920), Fellenius (1927) e Terzaghi (1943).

A história mostra que o cálculo à ruptura provavelmente surgiu na engenharia civil a partir de raciocínios intuitivos baseados no modo de ruptura observado fenomenologicamente, muito antes da formulação das teorias da elasticidade e plasticidade. Os mecanismos de ruptura observados em obras geotécnicas, por exemplo, tanto em escala real como em modelos reduzidos, colocam em evidência a formação de "bandas de cisalhamento"(Figura 3.2), permitindo a visualização dos campos de descontinuidade de velocidade e, conseqüentemente, escrever o equilíbrio das forças motrizes e resistentes ao movimento nestas faixas através de uma abordagem cinemática

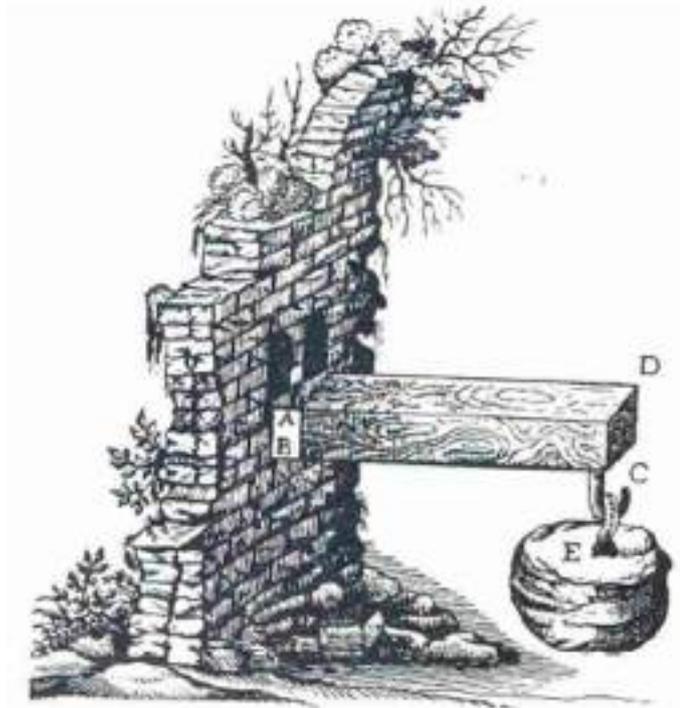


Figura 3.1 – Viga engastada estudada por Galileu (1638). Fonte: Salençon (1990).

do problema (SALENÇON, 1990).

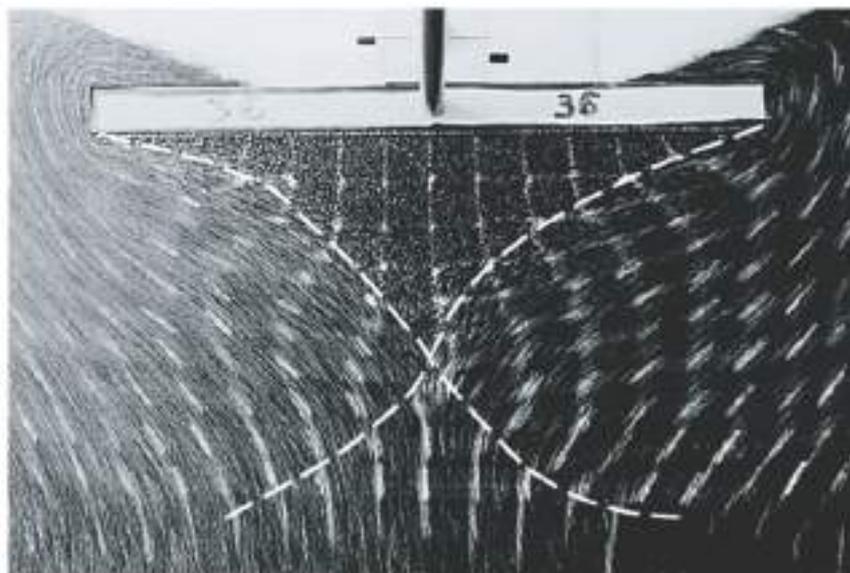


Figura 3.2 – Compressão de uma fundação superficial em um material friccional. Fonte: Salençon (2002).

Com o avanço da teoria da elastoplasticidade, tornou-se então possível fornecer uma resposta a questões não resolvidas pelo cálculo à ruptura através da formalização da análise limite. Na hipótese de um sistema constituído de materiais elásticos e perfeitamente plásticos obedecendo ao princípio do trabalho plástico máximo, a presunção de estabilidade proporcionada pelo cálculo

à ruptura é transformada em certeza pela análise limite, validada experimentalmente por séculos de aplicação em obras clássicas (SALENÇON, 1983).

A existência de um carregamento máximo que um sistema composto de materiais elásticos e perfeitamente plásticos pode suportar surge como resultado necessário entre compatibilidade e equilíbrio do sistema e a condição de plasticidade perfeita do material constitutivo. Desta forma, o objetivo da análise limite é a determinação direta das cargas máximas suportáveis para que o sistema seja estável (SALENÇON, 2013).

Estas análises se apoiam simplesmente sobre os dados de geometria do sistema analisado, do modo de carregamento (dependente de um número finito de parâmetros) e das capacidades de resistência dos materiais constitutivos, usualmente obtidas de forma mais acessível do que parâmetros de deformabilidade necessários ao emprego de cálculos elastoplásticos.

Garantindo-se a compatibilidade entre o equilíbrio de um campo de esforços internos estaticamente admissíveis e as condições impostas pela capacidade de resistência dos materiais envolvidos em todos os pontos do sistema, permite-se obter os carregamentos potencialmente suportáveis do sistema, através de uma abordagem "estática" do problema. Já, por uma dualização matemática do princípio das potências virtuais, permite-se colocar em evidência uma abordagem "cinemática": todo carregamento cuja potência de um campo de velocidade virtual cinematicamente admissível com o modo de carga é superior à potência resistente máxima, não é suportável.

Logo, este capítulo destina-se a introduzir os conceitos fundamentais da análise limite, apresentando as abordagens estáticas e cinemáticas utilizadas durante a resolução de um problema em análise limite.

3.1 DOMÍNIO DE RESISTÊNCIA DO MATERIAL

A capacidade de resistência de qualquer ponto contido em um sólido pode ser definida pelo seu respectivo domínio de resistência do material constitutivo, ou seja, o domínio de todos os possíveis estados de tensão $\underline{\underline{\sigma}}(\underline{x})$ admissíveis do material. Isto posto, considera-se um sólido tridimensional de volume $\Omega \subset \mathbb{R}^3$ e contorno $\partial\Omega$ submetido a um modo de carregamento \underline{Q} , onde suas componentes Q_j ($j = 1, \dots, n$) representam a intensidade das ações externas atuantes sobre o sistema, conforme ilustrado pela Figura 3.3(a), onde \underline{x} corresponde a um ponto material qualquer de volume infinitesimal $d\Omega$.

De um modo geral, o campo de tensões internas $\underline{\underline{\sigma}}$ induzido no corpo pelas ações externas deve

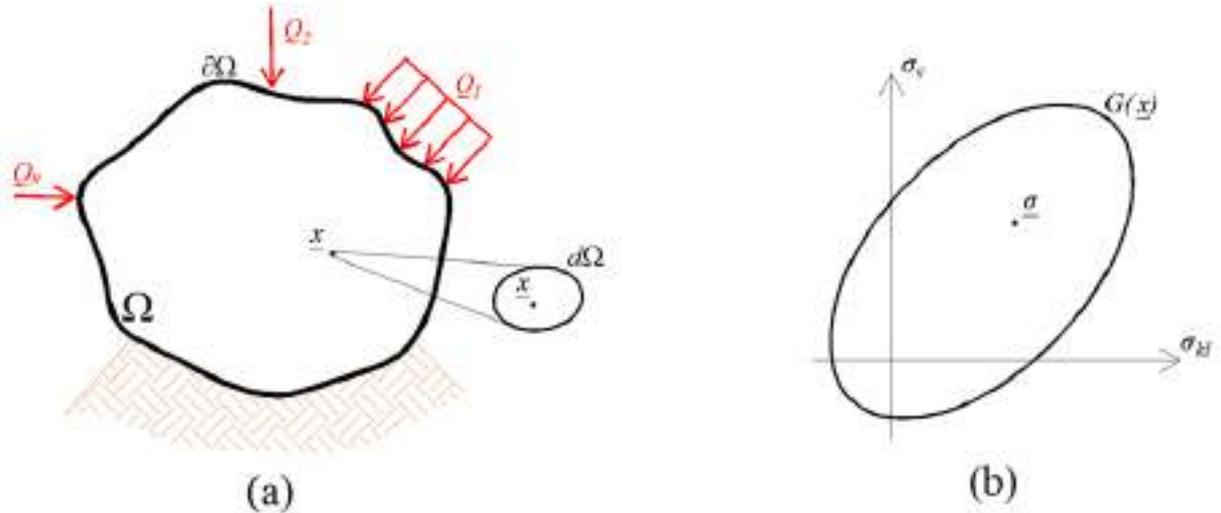


Figura 3.3 – (a) Geometria do sistema analisado e (b) domínio de resistência do material.

respeitar localmente o equilíbrio do estático, expresso por (SALENÇON, 1990):

$$\operatorname{div} \underline{\underline{\sigma}} + \rho \underline{f} = 0 \quad (3.1)$$

onde $\rho \underline{f}$ são as forças de volume atuantes sobre o corpo, como por exemplo, devido à ação de um campo gravitacional.

A resistência do material pode então ser definida em qualquer ponto \underline{x} do sistema pelo domínio de resistência do material, denotado por $G(\underline{x})$ contido no espaço \mathbb{R}^6 (Figura 3.3(b)). Este domínio é dito invariável, ou seja, independente do tempo e das solicitações atuantes, e sua extensão abrange todos os estados de tensão interna $\underline{\underline{\sigma}}(\underline{x})$ admissíveis: estados de tensões que não violam o critério de resistência do material (SALENÇON, 2013). Do ponto de vista prático, o critério de resistência pode ser definido por uma função escalar $f(\underline{x}, \underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}))$, análoga ao domínio de elasticidade de um material perfeitamente plástico, onde somente os estados definidos por $f \leq 0$ são admissíveis, tal que:

$$\underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}) \in G(\underline{x}) \subset \mathbb{R}^6 \Leftrightarrow f(\underline{x}, \underline{\underline{\sigma}}(\underline{x})) \leq 0 \quad (3.2)$$

Conseqüentemente, $\underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}) \notin G(\underline{x}) \therefore f(\underline{x}, \underline{\underline{\sigma}}(\underline{x})) > 0$ é um estado de tensões impossível para o material, pois este viola o seu critério de resistência. De modo a garantir a pertinência de $G(\underline{x})$,

este deve possuir ainda as seguintes propriedades (SALENÇON, 1990):

$$\begin{cases} \forall \underline{\underline{\sigma}}_1(x) \in G(x), \forall \underline{\underline{\sigma}}_2(x) \in G(x), \forall \alpha \in [0, 1] \\ \alpha \underline{\underline{\sigma}}_1(x) + (1 - \alpha) \underline{\underline{\sigma}}_2(x) \in G(x) \end{cases} \quad (3.3)$$

$$\underline{\underline{\sigma}}(x) = 0 \in G(x) \quad (3.4)$$

que descrevem matematicamente a convexidade de $G(x)$ e a admissibilidade de um estado de tensões nulo no domínio pelas equações 3.3 e 3.4, respectivamente.

3.2 CARREGAMENTOS POTENCIALMENTE SUPORTÁVEIS DO SISTEMA

A análise limite consiste em uma ferramenta que tem por objetivo determinar se um sistema submetido a um modo de carregamento \underline{Q} , dependente de n parâmetros, é estável, ou seja, se as cargas \underline{Q} são suportáveis pelo sistema dadas as condições de resistência do material constituinte. Assim sendo, pode-se denotar que:

$$\begin{array}{c} \text{Sistema "potencialmente estável" sob } \underline{Q} \\ \Downarrow \\ \text{compatibilidade entre } \left\{ \begin{array}{l} \text{equilíbrio estático sob } \underline{Q} \\ \text{capacidade de resistência do material} \end{array} \right. \end{array} \quad (3.5)$$

É importante ressaltar que o termo "potencialmente" adotado se remete ao fato de que as deformações necessárias para mobilizar a resistência dos elementos do sistema devem ser fisicamente compatíveis, o que implica que os elementos devem apresentar ductilidade suficiente, além do que as hipóteses de mudanças desprezíveis na geometria deve ser mantida (SALENÇON, 2013). Feita esta ressalva, o termo "potencialmente" será desconsiderado doravante por simplicidade.

Como consequência da condição (3.5), permite-se colocar em evidência a existência de um domínio invariável K denominado conjunto das cargas admissíveis, que delimita a estabilidade do sistema sobre uma geometria fixa. Este conjunto é contido no espaço \mathbb{R}^n , onde n corresponde ao número de componentes do carregamento $\underline{Q} = Q_j (j = 1, \dots, n)$. Assim, em comparação com

o domínio de resistência do material têm-se que (SALENÇON, 1990):

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Localmente (elemento material):} \\ \underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}) \in G(\underline{x}) \Leftrightarrow \underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}) \text{ é suportável pelo elemento do material em } \underline{x}. \\ \text{No sistema:} \\ \underline{Q} \in K \Leftrightarrow \underline{Q} \text{ é suportável pelo sistema na geometria dada.} \end{array} \right. \quad (3.6)$$

Logo, para que um carregamento \underline{Q} seja suportável, este deve respeitar a condição:

$$\underline{Q} \in K \subset \mathbb{R}^n \Leftrightarrow \exists \underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}) \left\{ \begin{array}{l} \text{Estaticamente admissível (E.A.) com } \underline{Q} \\ \underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}) \in G(\underline{x}), \forall \underline{x} \in \Omega \end{array} \right. \quad (3.7)$$

que expressa a compatibilidade entre o equilíbrio e a capacidade de resistência do material constituinte.

A Figura 3.4 exemplifica o domínio K . Neste espaço, os carregamentos situados ao interior de K são ditos suportáveis pelo sistema, por outro lado, carregamentos externos a K são certamente instáveis, e conseqüentemente não podem ser suportados pelo sistema. Os carregamentos \underline{Q}^x , situados na fronteira ∂K do domínio, são denominados carregamentos extremos e caracterizam as cargas limites que o sistema pode suportar.

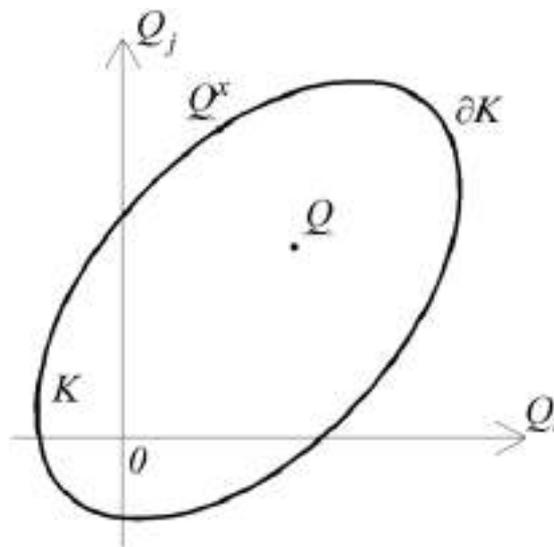


Figura 3.4 – Conjunto das cargas suportáveis de um sistema.

Através da linearidade da aplicação $\underline{\underline{\sigma}} \leftrightarrow \underline{Q}(\underline{\underline{\sigma}}) \in \mathbb{R}^n$, da definição (6.2), da linearidade da condição (3.1) e das propriedades (3.3) e (3.4) pode-se, de forma análoga à $G(\underline{x})$, definir-se as

seguintes propriedades de K :

$$\left\{ \begin{array}{l} \forall \underline{Q}_1 \in K, \forall \underline{Q}_2 \in K, \forall \alpha \in [0, 1] \\ \alpha \underline{Q}_1 + (1 - \alpha) \underline{Q}_2 \in K \end{array} \right. \quad (3.8)$$

$$\underline{Q} = 0 \in K \quad (3.9)$$

que definem a convexidade de K e a estabilidade do sistema perante um modo de carregamento nulo. Salençon (2013) apresenta as seguintes características aos carregamentos limites $\underline{Q}^x \in \partial K$:

- a) São independentes do estado de tensões iniciais;
- b) São independentes da trajetória de carregamento no interior de K ;
- c) São independentes das propriedades elásticas do material constitutivo;
- d) Podem ser determinados diretamente a partir do estado inicial conhecido, não sendo necessária a resolução incremental de procedimentos em elasticidade.

Como a análise limite se ocupa em encontrar os carregamentos máximos de um sistema, a determinação das fronteiras ∂K é crucial. Contudo, à medida que os sistemas vão ficando mais complexos, a sua determinação analítica não é sempre possível, e torna-se necessário então aproximar o domínio. Estas abordagens de aproximação visam construir o domínio pelo interior e pelo exterior, sendo denominadas, respectivamente, abordagens estática e cinemática.

3.3 CONSTRUÇÃO DE K PELO INTERIOR: ABORDAGEM ESTÁTICA

Como já descrito anteriormente, o conceito de carregamento suportável é baseado na compatibilidade necessária entre equilíbrio estático do sistema e as capacidades de resistência do material constitutivo. Logo, se for possível construir um campo de tensões $\underline{\underline{\sigma}}(x)$ que respeite essas condições, o carregamento $\underline{Q} = \underline{Q}(\underline{\underline{\sigma}})$ atrelado a ele será suportável. Logo:

$$\left. \begin{array}{l} \underline{\underline{\sigma}}(x) \text{ E.A. com o modo} \\ \underline{\underline{\sigma}}(x) \in G(x), \forall x \in \Omega \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{Q}(\underline{\underline{\sigma}}) \in K \quad (3.10)$$

Conforme Chen (1975), o teorema do limite inferior, que serve de base para a abordagem estática, pode ser formulado da seguinte forma: "Se uma distribuição de tensões em equilíbrio por todo o

volume puder ser encontrada de forma a balancear as cargas aplicadas sem violar o critério de resistência, então não haverá colapso do sistema". Na prática isto implica que o domínio K pode ser aproximado pelo interior construindo-se campos de tensão $\underline{\underline{\sigma}}^{(i)}$ que satisfaçam a condição 3.10.

Como a estabilidade é garantida para estes campos, logo eles situam-se no interior de K ou em sua fronteira. Desta forma, pode-se adotar o seguinte procedimento para a construção de K pelo interior:

- Construir um campo de tensão $\underline{\underline{\sigma}}^{(i)}$ que satisfaça as condições de equilíbrio e contorno, baseado na intuição, experiência e imaginação;
- Assegurar que $\underline{\underline{\sigma}}^{(i)}$ respeite as condições de resistência, logo a carga $\underline{Q}^{(i)}$ será suportável, i. e., $\underline{Q}^{(i)} \in K$;
- Repetir os procedimentos anteriores enquanto desejável de modo a se obter uma nuvem de pontos $\underline{Q}^{(1)}, \underline{Q}^{(2)}, \dots, \underline{Q}^{(n)}$ contidos em K (Figura 3.5(a));
- Como K é convexo, o envelope convexo K_S desta nuvem de pontos é contido em K (Figura 3.5(b)).

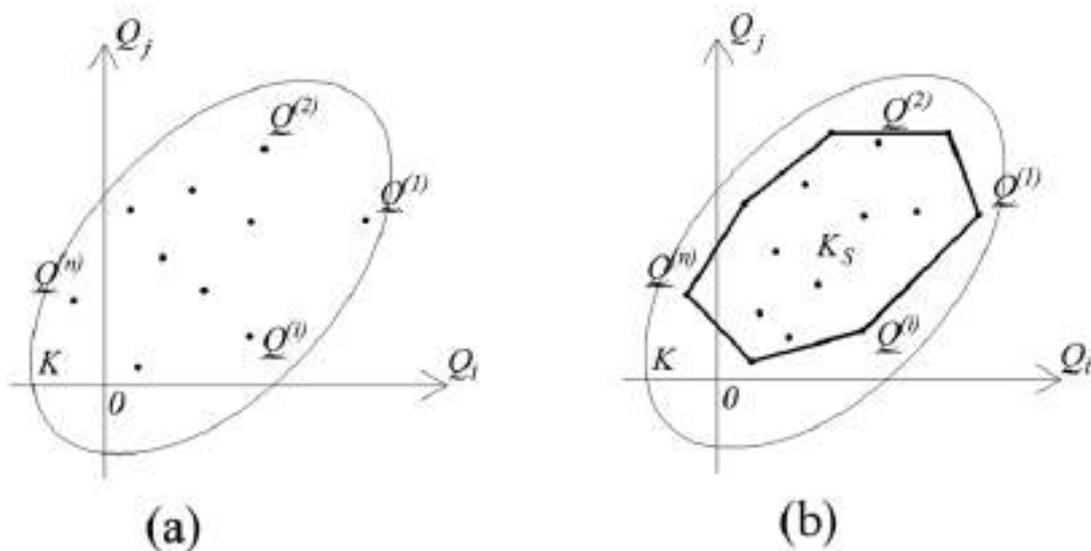


Figura 3.5 – Construção de K através da abordagem estática: (a) nuvem de carregamentos admissíveis e (b) envelope convexo formado.

De modo geral, a determinação exata de K necessitaria uma exploração completa de todos os campos $\underline{\underline{\sigma}}$ satisfazendo (3.10). Contudo, na prática este trabalho não é trivial, uma vez que a determinação destes campos é de difícil implementação em muitas situações. Portanto, torna-se

necessário a adoção de um método complementar, que permita construir o domínio a partir de um limite superior.

3.4 CONSTRUÇÃO DE K PELO EXTERIOR: ABORDAGEM CINEMÁTICA

O objetivo da abordagem cinemática da análise limite consiste em construir o domínio K pelo exterior, ou seja, fornecer limites superiores das cargas limites admissíveis pelo sistema baseando-se na construção de campos de velocidade virtuais \hat{U} cinematicamente admissíveis (C.A.) com o problema (SALENÇON, 1990).

Em um problema estático, o princípio das potências virtuais - a forma de taxa do princípio dos trabalhos virtuais - constitui uma condição de equilíbrio do sistema, onde a soma da potência das forças externas e internas deve ser nula, ou seja:

$$\begin{aligned} P_{ext} + P_{int} &= 0 \quad \text{logo,} \\ P_{ext} &= -P_{int} = P_{def} \quad \forall \text{ movimento virtual} \end{aligned} \quad (3.11)$$

onde P_{ext} é a potência das forças externas, P_{int} a potência das forças internas e P_{def} a potência de deformação. A potência das forças externas é expressa por:

$$P_{ext} = \underline{Q}(\underline{\sigma}) \cdot \underline{\dot{q}}(\hat{U}) \quad (3.12)$$

onde $\underline{\dot{q}}(\hat{U})$ expressa a velocidade generalizada da carga \underline{Q} através da aplicação linear $\hat{U} \rightarrow \underline{\dot{q}}(\hat{U}) \in \mathbb{R}^n$. Desta forma, para qualquer \hat{U} cinematicamente admissível, o princípio das potências virtuais pode ser escrito como:

$$\begin{aligned} \forall \underline{\sigma} \text{ E.A. com } \underline{Q}(\underline{\sigma}) \text{ e } \forall \hat{U} \text{ C.A. com } \underline{\dot{q}}(\hat{U}), \\ P_{ext} = P_{def} \\ \Downarrow \\ \underline{Q}(\underline{\sigma}) \cdot \underline{\dot{q}}(\hat{U}) = \int_{\Omega} \underline{\sigma}(x) : \hat{d}(x) d\Omega + \int_{\Sigma} [[\hat{U}(x)]] \cdot \underline{\sigma}(x) \cdot \underline{n}(x) d\Sigma \end{aligned} \quad (3.13)$$

onde \hat{d} é a taxa de deformação virtual do sistema, associada ao campo de velocidades virtuais \hat{U} , e $[[\hat{U}(x)]]$ representa a descontinuidade de velocidade atuante em um ponto x de normal $\underline{n}(x)$ com a superfície de descontinuidade Σ .

Conforme abordado anteriormente, a capacidade de resistência do material é limitada pela envoltória de $G(\underline{x})$ em qualquer ponto $\underline{x} \in \Omega$ (Equação 3.2). De modo a levar em conta esta limitação, introduzem-se as "funções π ", que representam a densidade da potência resistente máxima que pode ser desenvolvida em \underline{x} por $\underline{\hat{d}}$ ou $[[\hat{U}(\underline{x})]]$ de acordo com a restrição em $\underline{\sigma}(\underline{x}) \in G(\underline{x})$ imposta pelo critério de resistência (SALENÇON, 2013). Tais funções podem ser obtidas por:

$$\pi(\underline{x}, \underline{\hat{d}}(\underline{x})) = \sup \left\{ \underline{\sigma}(\underline{x}) : \underline{\hat{d}}(\underline{x}) \mid \underline{\sigma}(\underline{x}) \in G(\underline{x}) \right\} \quad (3.14)$$

$$\pi(\underline{x}, \underline{n}(\underline{x}), [[\hat{U}(\underline{x})]]) = \sup \left\{ [[\hat{U}(\underline{x})]] \cdot \underline{\sigma}(\underline{x}) \cdot \underline{n}(\underline{x}) \mid \underline{\sigma}(\underline{x}) \in G(\underline{x}) \right\} \quad (3.15)$$

que, do ponto de vista matemático, constituem as funções de apoio do convexo $G(\underline{x})$ (SALENÇON, 2013). Partindo destas definições, para qualquer campo de velocidade virtual \hat{U} , a potência resistente máxima P_{rm} que pode ser desenvolvida é expressa como:

$$P_{rm}(\hat{U}) = \int_{\Omega} \pi(\underline{x}, \underline{\hat{d}}) d\Omega + \int_{\Sigma} \pi(\underline{x}, \underline{n}(\underline{x}), [[\hat{U}(\underline{x})]]) d\Sigma \quad (3.16)$$

Conduzindo ao raciocínio cinemático da análise limite: todo carregamento em que a potência de um campo de velocidade cinematicamente admissível e plasticamente admissível é superior a potência resistente máxima não será suportável pelo sistema (SALENÇON, 2013). Ou seja:

$$\text{Se } \exists \hat{U} \text{ C.A. } \underline{Q} \cdot \underline{\dot{q}} > \int_{\Omega} \pi(\underline{x}, \underline{\hat{d}}) d\Omega + \int_{\Sigma} \pi(\underline{x}, \underline{n}(\underline{x}), [[\hat{U}(\underline{x})]]) d\Sigma \Rightarrow \underline{Q} \notin K \quad (3.17)$$

Logo, para que o carregamento seja suportável pelo sistema é necessário que a seguinte condição seja garantida:

$$\left\{ \begin{array}{l} \forall \underline{Q} \in K, \forall \hat{U} \text{ C. A.} \\ \underline{Q} \cdot \underline{\dot{q}}(\hat{U}) \leq \int_{\Omega} \pi(\underline{x}, \underline{\hat{d}}) d\Omega + \int_{\Sigma} \pi(\underline{x}, \underline{n}(\underline{x}), [[\hat{U}(\underline{x})]]) d\Sigma \end{array} \right. \quad (3.18)$$

Que pode ser escrito como:

$$\left\{ \begin{array}{l} \forall \hat{U} \text{ C.A. e correspondendo a } \underline{\dot{q}}(\hat{U}) \\ K \subset \{ \underline{Q} \cdot \underline{\dot{q}}(\hat{U}) - P_{rm}(\hat{U}) \leq 0 \} \end{array} \right. \quad (3.19)$$

Constituindo assim um método de construção de K pelo exterior, que fornece um limite superior das cargas limites. Este método é efetivo uma vez que se escolha um campo \hat{U} cinematicamente admissível tal que $P_{rm}(\hat{U})$ possua um valor finito e $\dot{q}(\hat{U}) \neq 0$. Para estes campos, a inequação (3.18) define no espaço \mathbb{R}^n um plano exterior à K , como ilustrado pela Figura 3.6.

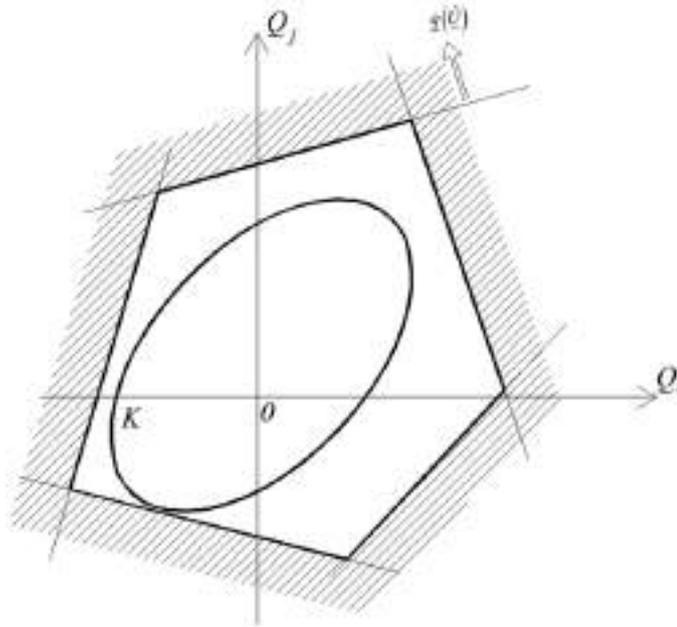


Figura 3.6 – Exemplo de domínio formado pela abordagem cinemática

Desta forma, objetiva-se buscar campos de velocidades virtuais cinematicamente admissíveis que minimizem $P_{rm}(\hat{U})$, assim aproximando o domínio K pelo domínio convexo formado pelos planos mais restritivos (SALENÇON, 1983).

A abordagem cinemática garante que campos de velocidade em que a potência das forças externas for maior que a potência resistente máxima será certamente instável. Desta forma, é possível uma implementação prática para a construção do domínio K pelo exterior, consistindo em:

- Escolher um mecanismo de ruptura virtual $\hat{U}^{(i)}$ cinematicamente admissível baseado na intuição, experiência e imaginação do modo de ruptura;
- Calcular $P_{ext} = \underline{Q} \cdot \dot{q}(\hat{U}^{(i)})$ e $P_{rm}(\hat{U}^{(i)})$ obtendo-se assim $\underline{Q}^{(i)}$ tal que $K \subset \{ \underline{Q}^{(i)} \cdot \dot{q}(\hat{U}^{(i)}) \leq P_{rm} \}$ formando um plano limite como apresentado pela Figura 3.7(a);
- Repetir as etapas anteriores enquanto desejável de modo a se obterem diversos planos $\dot{q}(\hat{U}^{(1)})$, $\dot{q}(\hat{U}^{(2)})$, ..., $\dot{q}(\hat{U}^{(n)})$ externos a K Figura 3.7(b);
- Como K é convexo, o envelope convexo K_c formado pelo interior destes planos contém K , i.e., $K \subset K_c$.

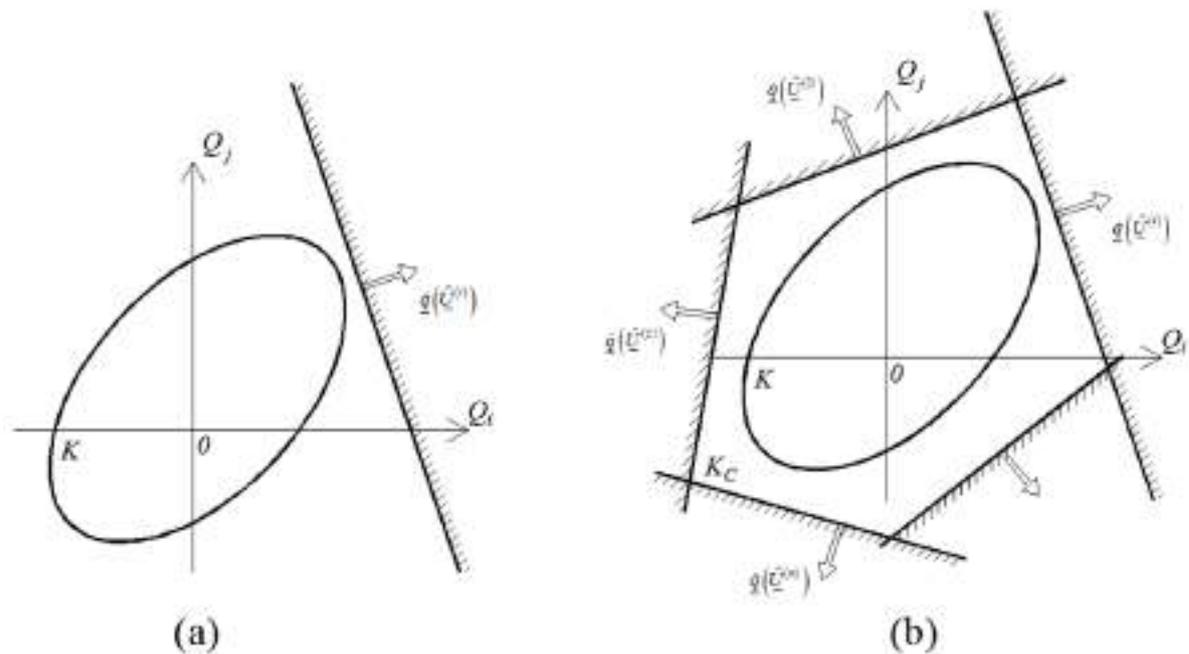


Figura 3.7 – Construção de K através da abordagem cinemática: (a) plano formado por $\underline{\dot{q}}(\underline{\hat{U}}^{(i)})$ e (b) domínio formado por diversos planos.

A abordagem cinemática apresentada permite a construção do domínio K por uma abordagem exterior, baseada na construção de campos de velocidade cinematicamente admissíveis. Para a construção de campos pertinentes, muitas vezes é útil inspirar-se na intuição ou no conhecimento experimental de casos reais de ruptura do sistema, de modo a reproduzirem-se os mecanismos observados (SALENÇON, 2013). Na prática, esta abordagem é utilizada largamente uma vez que a determinação dos mecanismos de ruptura é mais intuitiva do que a distribuição de tensões num corpo empregada pela abordagem estática.

3.5 ESTUDO DAS FUNÇÕES π

Dado um tensor de taxa de deformação virtual $\underline{\hat{d}}(\underline{x})$ simétrico, o valor de $\pi(\underline{x}, \cdot)$ se obtém a partir das definições apresentadas pela Equação 3.14. A obtenção das funções de apoio π consiste em buscar o máximo valor do produto escalar $\underline{\sigma}(\underline{x}) : \underline{\hat{d}}(\underline{x})$, buscando-se estados de tensão $\underline{\sigma}^*(\underline{x})$ localizados sobre a fronteira de $G(\underline{x})$ em que a normal externa é colinear com $\underline{\hat{d}}(\underline{x})$ (SALENÇON, 2013). A Figura 3.8 apresenta esquematicamente dois casos típicos encontrados durante o cálculo destas funções.

As funções de apoio podem ser obtidas para os dois casos da Figura 3.8 da seguinte forma:

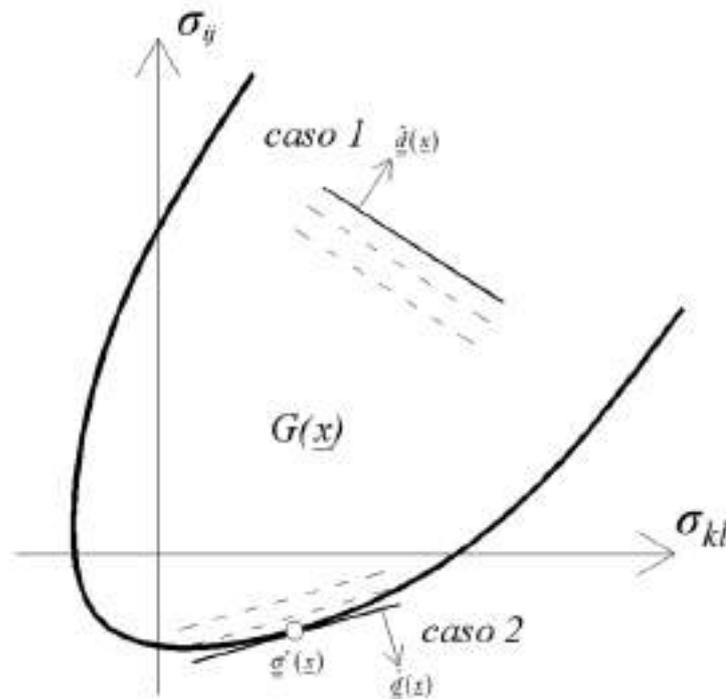


Figura 3.8 – Casos típicos para determinação de $\pi(\underline{x}, \hat{\underline{d}}(\underline{x}))$. Adaptado de Salençon (1983).

- a) Caso 1: Se não houver um $\underline{\sigma}^*(\underline{x})$ a uma distância finita colinear na direção de $\hat{\underline{d}}(\underline{x})$, o supremo em (3.14) conduz a um valor infinito, uma vez que o material não apresentará ruptura para o dado $\hat{\underline{d}}(\underline{x})$. Assim:

$$\pi(\underline{x}, \underline{d}(\underline{x})) = +\infty \quad (3.20)$$

- b) Caso 2: Se o domínio convexo $G(\underline{x})$ for limitado na direção de $\hat{\underline{d}}(\underline{x})$, o supremo em (3.14) é sempre um máximo. Esta condição também é válida para qualquer $\hat{\underline{d}}(\underline{x})$ se $G(\underline{x})$ for limitado em todas as direções de \mathbb{R}^6 . Logo, a função conduz a um valor finito:

$$\pi(\underline{x}, \underline{d}(\underline{x})) = \underline{\sigma}^*(\underline{x}) : \underline{d}(\underline{x}) \quad (3.21)$$

O estudo da obtenção das funções $\pi(\underline{x}, \underline{n}(\underline{x}), \llbracket \hat{\underline{U}}(\underline{x}) \rrbracket)$ se desenvolve de maneira similar através do vetor $\underline{T}(\underline{n}(\underline{x}), \underline{\sigma}(\underline{x})) = \underline{\sigma}(\underline{x}) \cdot \underline{n}(\underline{x})$ de forma que quando $\underline{\sigma}(\underline{x})$ percorre $G(\underline{x})$, \underline{T} percorre um domínio $g(\underline{x}, \underline{n}(\underline{x})) \subset \mathbb{R}^3$, que possui as mesmas propriedades do domínio $G(\underline{x})$. Assim a Equação 3.15 pode ser reescrita como (SALENÇON, 2013):

$$\pi(\underline{x}, \underline{n}(\underline{x}), \llbracket \hat{\underline{U}}(\underline{x}) \rrbracket) = \sup \{ \underline{T} \cdot \llbracket \hat{\underline{U}}(\underline{x}) \rrbracket \mid \underline{T} \in g(\underline{x}, \underline{n}(\underline{x})) \} \quad (3.22)$$

E a determinação do valor de $\pi(\underline{x}, \underline{n}(\underline{x}), \llbracket \hat{U}(\underline{x}) \rrbracket)$ se dá como escrito para a determinação de $\pi(\underline{x}, \underline{d}(\underline{x}))$ adotando-se o domínio convexo $g(\underline{x}, \underline{n}(\underline{x}))$.

Ademais, as funções de apoio apresentam as seguintes propriedades:

a) $\pi(\underline{x}, \cdot)$ é positiva, uma vez que a potência resistente máxima deve ser sempre positiva:

$$\begin{cases} \forall \underline{d}(\underline{x}), & \pi(\underline{x}, \underline{d}(\underline{x})) \geq 0 \\ \forall \llbracket \hat{U}(\underline{x}) \rrbracket, & \pi(\underline{x}, \underline{n}(\underline{x}), \llbracket \hat{U}(\underline{x}) \rrbracket) \geq 0 \end{cases} \quad (3.23)$$

b) $\pi(\underline{x}, \cdot)$ é positivamente homogênea de grau 1 em relação a $\hat{d}(\underline{x})$ e $\llbracket \hat{U}(\underline{x}) \rrbracket$:

$$\begin{cases} \forall \underline{d}(\underline{x}), \quad \forall \alpha \geq 0, & \pi(\underline{x}, \alpha \underline{d}(\underline{x})) = \alpha \pi(\underline{x}, \underline{d}(\underline{x})) \\ \forall \llbracket \hat{U}(\underline{x}) \rrbracket, \quad \forall \alpha \geq 0, & \pi(\underline{x}, \underline{n}(\underline{x}), \alpha \llbracket \hat{U}(\underline{x}) \rrbracket) = \alpha \pi(\underline{x}, \underline{n}(\underline{x}), \llbracket \hat{U}(\underline{x}) \rrbracket) \end{cases} \quad (3.24)$$

c) $\pi(\underline{x}, \cdot)$ é convexa em $\hat{d}(\underline{x})$ e $\llbracket \hat{U}(\underline{x}) \rrbracket$;

d) $\pi(\underline{x}, \cdot)$ pode tomar valores infinitos, conduzindo a potências máximas também infinitas. Contudo, o campo \hat{U} só será relevante se

$$\begin{cases} \pi(\underline{x}, \hat{d}(\underline{x})) < +\infty \\ \pi(\underline{x}, \underline{n}(\underline{x}), \llbracket \hat{U}(\underline{x}) \rrbracket) < +\infty \end{cases} \quad (3.25)$$

Em geral as funções $\pi(\underline{x}, \cdot)$ são obtidas a partir dos critérios usuais de resistência para materiais isotrópos. No contexto de materiais isotrópos, o critério de resistência expresso pela Equação 3.2 depende apenas das tensões principais ou seus invariantes, ou seja:

$$f(\underline{d}) = f(\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III}) \quad (3.26)$$

onde σ_I, σ_{II} e σ_{III} correspondem, respectivamente, as tensões principais maior, intermediária e menor.

A seguir serão apresentados os critérios de resistência utilizados no desenvolvimento desta tese, bem como suas respectivas funções de apoio, e o critério de interface adotado. Outros critérios comumente utilizados na análise limite podem ser encontrados em Salençon (1983, 2002, 2013).

3.5.1 Critério de Tresca

O critério de Tresca foi proposto por Henri Tresca na segunda metade do século XX, inicialmente para representar o comportamento observado em corpos de prova de chumbo. Atualmente, este critério é largamente utilizado para modelar a resistência de metais e geomateriais não friccionais, como por exemplo, solos saturados em condições não drenadas em análises de tensões totais.

O domínio de resistência do critério de Tresca $f(\underline{\underline{\sigma}}) \leq 0$ é definido por:

$$f(\underline{\underline{\sigma}}) = \sup \{ \sigma_i - \sigma_j - \sigma_0 \mid i = I, II, III; j = I, II, III \} \quad (3.27)$$

onde σ_0 representa o limite de resistência em tração simples, podendo ser correlacionado a coesão C do material através de:

$$C = \frac{\sigma_0}{2} \quad (3.28)$$

Este critério também é conhecido por alguns autores como critério de "cisalhamento máximo", uma vez que ele limita a resistência do material através da máxima tensão cisalhante τ que este pode suportar:

$$|\tau| \leq \frac{\sigma_0}{2} \quad (3.29)$$

No espaço \mathbb{R}^3 das tensões principais, o domínio de resistência de um material do tipo Tresca é um prisma hexagonal regular de eixo hidrostático $\underline{H} = (H, H, H)$ e um hexágono no plano desviador, como pode ser observado pela Figura 3.9, podendo este ser truncado em tração caso desejável.

Utilizando-se a abordagem descrita anteriormente no item 3.5, obtêm-se as funções $\pi(\underline{x}, \underline{\hat{d}})$ como:

$$\begin{cases} \pi(\underline{x}, \underline{\hat{d}}) = +\infty & \text{se } \text{tr} \underline{\hat{d}} \neq 0 \\ \pi(\underline{x}, \underline{\hat{d}}) = \frac{\sigma_0}{2} (|\hat{d}_1| + |\hat{d}_2| + |\hat{d}_3|) & \text{se } \text{tr} \underline{\hat{d}} = 0 \end{cases} \quad (3.30)$$

É importante ressaltar o significado físico por trás da Equação 3.30: um material que obedece ao critério de Tresca só apresentará ruptura sob uma condição de conservação volumétrica ($\text{tr} \underline{\hat{d}} = 0$), como em casos de cisalhamento puro, caso contrário, sua potência resistente máxima

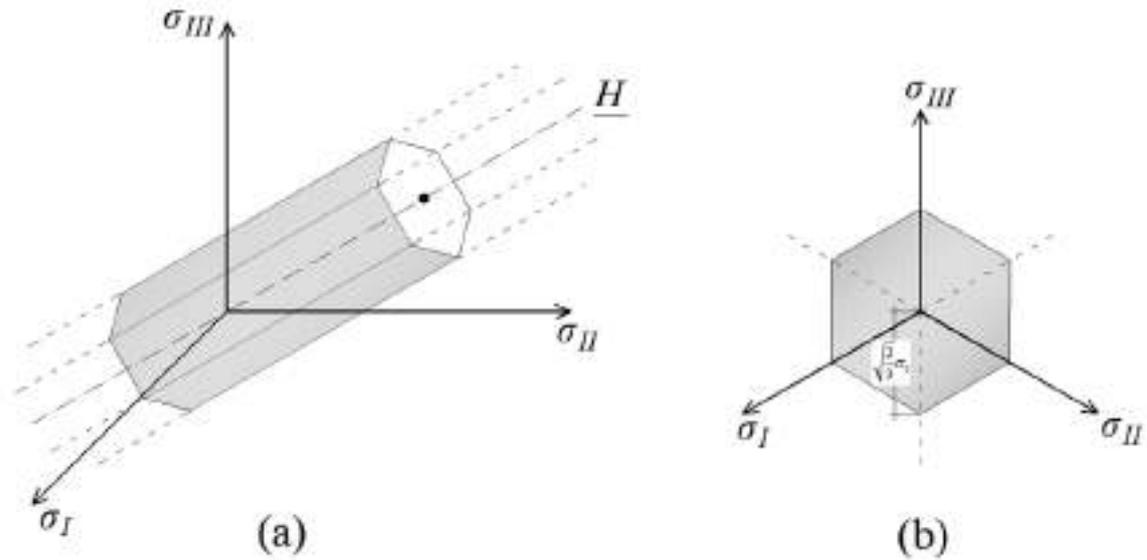


Figura 3.9 – Representação gráfica do critério de Tresca no (a) espaço tridimensional de tensões principais e (b) plano desviador.

será infinita. Já as funções de apoio das discontinuidades de velocidades podem ser expressas por:

$$\begin{cases} \pi(x, \underline{n}(x), [[\hat{U}(x)]]) = +\infty & \text{se } [[\hat{U}(x)]] \neq 0 \\ \pi(x, \underline{n}(x), [[\hat{U}(x)]]) = \frac{\sigma_0}{2} |[[\hat{U}(x)]]| & \text{se } [[\hat{U}(x)]] = 0 \end{cases} \quad (3.31)$$

Que descrevem matematicamente que o material de Tresca só apresentará ruptura se a discontinuidade de velocidade for perpendicular a normal $\underline{n}(x)$. Como apresentado anteriormente, o campo \hat{U} adotado só será pertinente se as funções de apoio conduzirem a valores finitos, ou seja:

$$\hat{U} \text{ pertinente se } \begin{cases} \text{tr} \underline{d}(x) = 0 \\ [[\hat{U}(x)]] \cdot \underline{n}(x) = 0 \end{cases} \quad (3.32)$$

3.5.2 Critério de Tresca truncado em tração

O critério de Tresca apresentado anteriormente também pode ser limitado por uma resistência máxima que o material pode suportar sob esforços de tração. Assim, para um material isotrópico, este domínio de resistência convexo é definido como a intersecção do domínio dado pelo critério de Tresca e um domínio que restringe a tração isótropa máxima à um limite de resistência à tração T . Desta forma, o domínio de resistência do critério de Tresca truncado em tração é

definido por:

$$f(\underline{\underline{\sigma}}) = \sup \{ \sigma_i - \sigma_j - \sigma_0, \sigma_i - T \mid i = I, II, III; j = I, II, III \} \quad (3.33)$$

E suas respectivas funções π :

$$\begin{cases} \pi(\underline{x}, \underline{\hat{d}}) = +\infty & \text{se } \text{tr} \underline{\hat{d}} < 0 \\ \pi(\underline{x}, \underline{\hat{d}}) = C(|\hat{d}_1| + |\hat{d}_2| + |\hat{d}_3| - \text{tr} \underline{\hat{d}}) + T \text{tr} \underline{\hat{d}} & \text{se } \text{tr} \underline{\hat{d}} \geq 0 \end{cases} \quad (3.34)$$

$$\begin{cases} \pi(\underline{x}, \underline{n}(\underline{x}), \llbracket \hat{U}(\underline{x}) \rrbracket) = +\infty & \text{se } \llbracket \hat{U}(\underline{x}) \rrbracket \cdot \underline{n} < 0 \\ \pi(\underline{x}, \underline{n}(\underline{x}), \llbracket \hat{U}(\underline{x}) \rrbracket) = C(|\llbracket \hat{U}(\underline{x}) \rrbracket| - \llbracket \hat{U}(\underline{x}) \rrbracket \cdot \underline{n}) + T \llbracket \hat{U}(\underline{x}) \rrbracket \cdot \underline{n} & \text{se } \llbracket \hat{U}(\underline{x}) \rrbracket \cdot \underline{n} \geq 0 \end{cases} \quad (3.35)$$

3.5.3 Critério de Mohr-Coulomb

O critério de Mohr-Coulomb amplia a resistência ao cisalhamento apresentada no critério de Tresca de modo a incorporar em sua formulação uma parcela friccional definida pela tensão normal de contato. Este critério é amplamente empregado para modelar o comportamento de geomateriais cuja resistência depende diretamente da confinante ao qual o corpo está submetido, como resistência de solos e rochas em tensões efetivas, concreto, entre outros.

O domínio de resistência do critério de Mohr-Coulomb $f(\underline{\underline{\sigma}}) \leq 0$ é definido por:

$$f(\underline{\underline{\sigma}}) = \sup \{ \sigma_i(1 + \sin \phi) - \sigma_j(1 - \sin \phi) - 2C \cos \phi \mid i = I, II, III; j = I, II, III \} \quad (3.36)$$

onde ϕ é o ângulo de atrito interno do material e C sua coesão. No espaço das tensões principais o domínio de resistência de um material de Coulomb é uma pirâmide hexagonal de eixo hidrostático e um hexágono no plano desviador, tal qual no critério de Tresca, também podendo ser truncado em tração caso desejável.

As funções π para este critério podem ser escritas como:

$$\begin{cases} \pi(\underline{x}, \underline{\hat{d}}) = +\infty & \text{se } \text{tr} \underline{\hat{d}} < (|\hat{d}_1| + |\hat{d}_2| + |\hat{d}_3|) \sin \phi \\ \pi(\underline{x}, \underline{\hat{d}}) = \frac{C}{\tan \phi} \text{tr} \underline{\hat{d}} & \text{se } \text{tr} \underline{\hat{d}} \geq (|\hat{d}_1| + |\hat{d}_2| + |\hat{d}_3|) \sin \phi \end{cases} \quad (3.37)$$

$$\begin{cases} \pi(\underline{x}, \underline{n}(\underline{x}), \llbracket \hat{U}(\underline{x}) \rrbracket) = +\infty & \text{se } \llbracket \hat{U}(\underline{x}) \rrbracket \cdot \underline{n} < |\llbracket \hat{U}(\underline{x}) \rrbracket| \sin \phi \\ \pi(\underline{x}, \underline{n}(\underline{x}), \llbracket \hat{U}(\underline{x}) \rrbracket) = \frac{C}{\tan \phi} \llbracket \hat{U}(\underline{x}) \rrbracket \cdot \underline{n} & \text{se } \llbracket \hat{U}(\underline{x}) \rrbracket \cdot \underline{n} \geq |\llbracket \hat{U}(\underline{x}) \rrbracket| \sin \phi \end{cases} \quad (3.38)$$

3.5.4 Critério de Mohr-Coulomb truncado em Tração

Ampliando-se o critério de resistência apresentado na subseção subseção 3.5.3 para apresentar uma limitação em tração, o domínio de resistência do critério de Coulomb truncado em tração é definido por:

$$f(\underline{\underline{\sigma}}) = \sup \{ \sigma_i(1 + \sin \phi) - \sigma_j(1 - \sin \phi) - 2C \cos \phi, \sigma_i - T \mid i, j = I, II, III \} \quad (3.39)$$

Cujas respectivas funções π são dadas por:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \pi(\underline{x}, \underline{\underline{\hat{d}}}) = +\infty & \text{se } \text{tr} \underline{\underline{\hat{d}}} < (|\hat{d}_1| + |\hat{d}_2| + |\hat{d}_3|) \sin \phi \\ \pi(\underline{x}, \underline{\underline{\hat{d}}}) = C (|\hat{d}_1| + |\hat{d}_2| + |\hat{d}_3| - \text{tr} \underline{\underline{\hat{d}}}) \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right) + & \\ \frac{T}{1 - \sin \phi} [\text{tr} \underline{\underline{\hat{d}}} - (|\hat{d}_1| + |\hat{d}_2| + |\hat{d}_3|) \sin \phi] & \text{se } \text{tr} \underline{\underline{\hat{d}}} \geq (|\hat{d}_1| + |\hat{d}_2| + |\hat{d}_3|) \sin \phi \end{array} \right. \quad (3.40)$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \pi(\underline{x}, \underline{n}(\underline{x}), \llbracket \hat{U}(\underline{x}) \rrbracket) = +\infty & \text{se } \llbracket \hat{U}(\underline{x}) \rrbracket \cdot \underline{n} < \llbracket \hat{U}(\underline{x}) \rrbracket \sin \phi \\ \pi(\underline{x}, \underline{n}(\underline{x}), \llbracket \hat{U}(\underline{x}) \rrbracket) = C (\llbracket \hat{U}(\underline{x}) \rrbracket - \llbracket \hat{U}(\underline{x}) \rrbracket \cdot \underline{n}) \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right) + & \\ \frac{T}{1 - \sin \phi} (\llbracket \hat{U}(\underline{x}) \rrbracket \cdot \underline{n} - \llbracket \hat{U}(\underline{x}) \rrbracket \sin \phi) & \text{se } \llbracket \hat{U}(\underline{x}) \rrbracket \cdot \underline{n} \geq \llbracket \hat{U}(\underline{x}) \rrbracket \sin \phi \end{array} \right. \quad (3.41)$$

3.5.5 Interface com resistência à tração

Da mesma forma que o material constituinte do sistema estrutural poderá desenvolver uma potência máxima na ruptura devido às suas limitações de resistência dadas por um critério de ruptura, as interfaces presentes no problema também podem contribuir para a resistência do sistema em função de suas características.

De modo a simular os efeitos de adesão/sucção desenvolvidas durante o arrancamento de placas de ancoragem, pode-se adotar uma interface com resistência à tração limitada, permitido assim avaliar a parcela de resistência mobilizada por esta componente durante a ruptura do sistema. O domínio de resistência para tal classe de interface é então descrito por:

$$f(\underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{n}) = \underline{n} \cdot \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{n} - t_i \quad (3.42)$$

onde t_i representa a resistência à tração da interface. Buscando-se o supremo da função, define-se

então a função π do critério como:

$$\pi(\underline{n}, [[\hat{U}]]) = t_i [[\hat{U}]] \cdot \underline{n} \quad \text{se} \quad [[\hat{U}]] \cdot \underline{t} = 0 \quad \text{e} \quad [[\hat{U}]] \cdot \underline{n} > 0 \quad (3.43)$$

Sendo pertinente apenas se a componente normal da descontinuidade de velocidade for positiva (representando o desprendimento da interface) e a componente tangencial nula.

Ressalta-se que ambos os comportamentos usuais encontrados na literatura, onde a interface apresenta aderência perfeita ao solo de fundação ou então não apresenta nenhuma resistência à tração, podem ser expressos por essa lei de comportamento de interface assumindo $t_i = \infty$ e $t_i = 0$, respectivamente.

4 CARGA DE ARRANCAMENTO DE PLACAS DE ANCORAGEM: FORMULAÇÃO EM TENSÕES TOTAIS

Este capítulo consiste em apresentar a problemática de estabilidade de placas de ancoragem submetidas a esforços de arrancamento em meios marítimos, objeto principal desta tese, bem como implementar o teorema cinemático da análise limite de modo a se obterem estimativas da carga última destes sistemas adotando-se de uma formulação em tensões totais. Neste tipo de análise a capacidade de carga não depende explicitamente das poropressões desenvolvidas no maciço durante a ruptura, sendo largamente implementada em problemas geotécnicos que envolvem materiais de baixa permeabilidade, como as argilas marinhas, onde as velocidades empregadas e o tempo evolvido permitem garantir que não ocorra drenagem significativa durante a fase de carregamento.

Inicialmente o problema em análise será exposto, apresentando as principais variáveis envolvidas no sistema bem como as geometrias e hipóteses adotadas ao longo do desenvolvimento deste trabalho. Posteriormente, mecanismos descrevendo a ruptura do sistema serão propostos e investigados através do teorema cinemático da análise limite, conduzindo assim a estimativas do limite superior da capacidade de carga através de uma abordagem pelo exterior do domínio das cargas suportáveis.

4.1 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Fundamentalmente, o objetivo principal deste capítulo consiste na avaliação da carga última de uma placa de ancoragem sendo extraída do solo marítimo adotando-se uma formulação em tensões totais para descrever o comportamento do solo de fundação. Visando levar em consideração as geometrias comumente encontradas na prática de engenharia, três configurações distintas serão analisadas, sendo estas:

- a) Placas circulares: a configuração tridimensional de uma âncora circular será simplificada através da revolução completa de uma geometria bidimensional em torno do eixo vertical, de modo que as condições de axissimetria se aplicam e o problema pode ser definido apenas pelas suas coordenadas verticais e radiais;
- b) Placas retangulares: onde a geometria da âncora torna necessária a consideração das três dimensões espaciais para descrever completamente o problema;

- c) Estado plano de deformação: onde o sistema correspondente a um domínio originalmente tridimensional é simplificado a uma configuração bidimensional partindo da suposição que o comportamento de uma âncora muito longa em uma direção pode ser analisada como uma sucessão de fatias bidimensionais de espessura unitária, de modo que as deformações estejam contidas no plano analisado.

A Figura 4.1 ilustra esquematicamente os três casos supracitados em análise. Em todos os cenários, o sistema material Ω é composto pelo volume de solo Ω^s bem como da placa de ancoragem Ω^p , ou seja:

$$\Omega = \text{sistema material} = \begin{cases} \Omega^s \\ + \\ \Omega^p \end{cases} \quad (4.1)$$

De modo que a superfície livre do leito oceânico em $z = H$ representa $\partial\Omega$, enquanto que as fronteiras dos domínios materiais da placa e do solo são dadas, respectivamente, por $\partial\Omega^p = \Gamma$ e $\partial\Omega^s = \partial\Omega \cup \Gamma$. De modo genérico, os campos de velocidade virtual $\hat{U}(\underline{x})$ agindo no sistema podem ser divididos nas diferentes fases por:

$$\hat{U}(\underline{x}) = \begin{cases} \underline{U}^s(\underline{x}) & \text{em } \Omega^s \\ \underline{U}^p(\underline{x}) & \text{em } \Omega^p \end{cases} \quad (4.2)$$

A velocidade \underline{U}^p da placa de ancoragem descreve sempre um movimento de corpo rígido, correspondendo então a $\underline{d} = 0$ em Ω^p . Na análise apresentada neste trabalho, restringe-se à situação de uma translação vertical (i.e, paralela ao eixo z) \underline{U}^p para descrever o movimento virtual da placa. De forma genérica, a potência das forças externas, definida pelo modo de carregamento do sistema, é composta pela força de arrancamento \underline{F} aplicada no centroide da placa; o peso próprio da âncora; a força peso do maciço de solo mobilizado durante o movimento e pela sobrecarga atuante sobre o leito oceânico em virtude do peso da coluna d'água sobre este. Assim, a potência das forças externas pode ser descrita como:

$$P_{ext}(\hat{U}) = \underline{F} \cdot \hat{U} - \int_{\Omega^s} \underline{\gamma} \cdot \hat{U} d\Omega^s - \int_{\Omega^p} \underline{\gamma}^p \cdot \hat{U} d\Omega^p - \int_{\partial\Omega} \gamma_w d\underline{e}_z \cdot \hat{U} dS \quad (4.3)$$

onde $\underline{\gamma} = \gamma \underline{e}_z$ representa as forças de volume do solo, descritas pelo seu peso específico γ , $\underline{\gamma}^p = \gamma^p \underline{e}_z$ é a força peso do peso próprio da placa de ancoragem, γ_w é o peso específico da água e d é a altura de lâmina d'água sobre a superfície do solo marítimo.

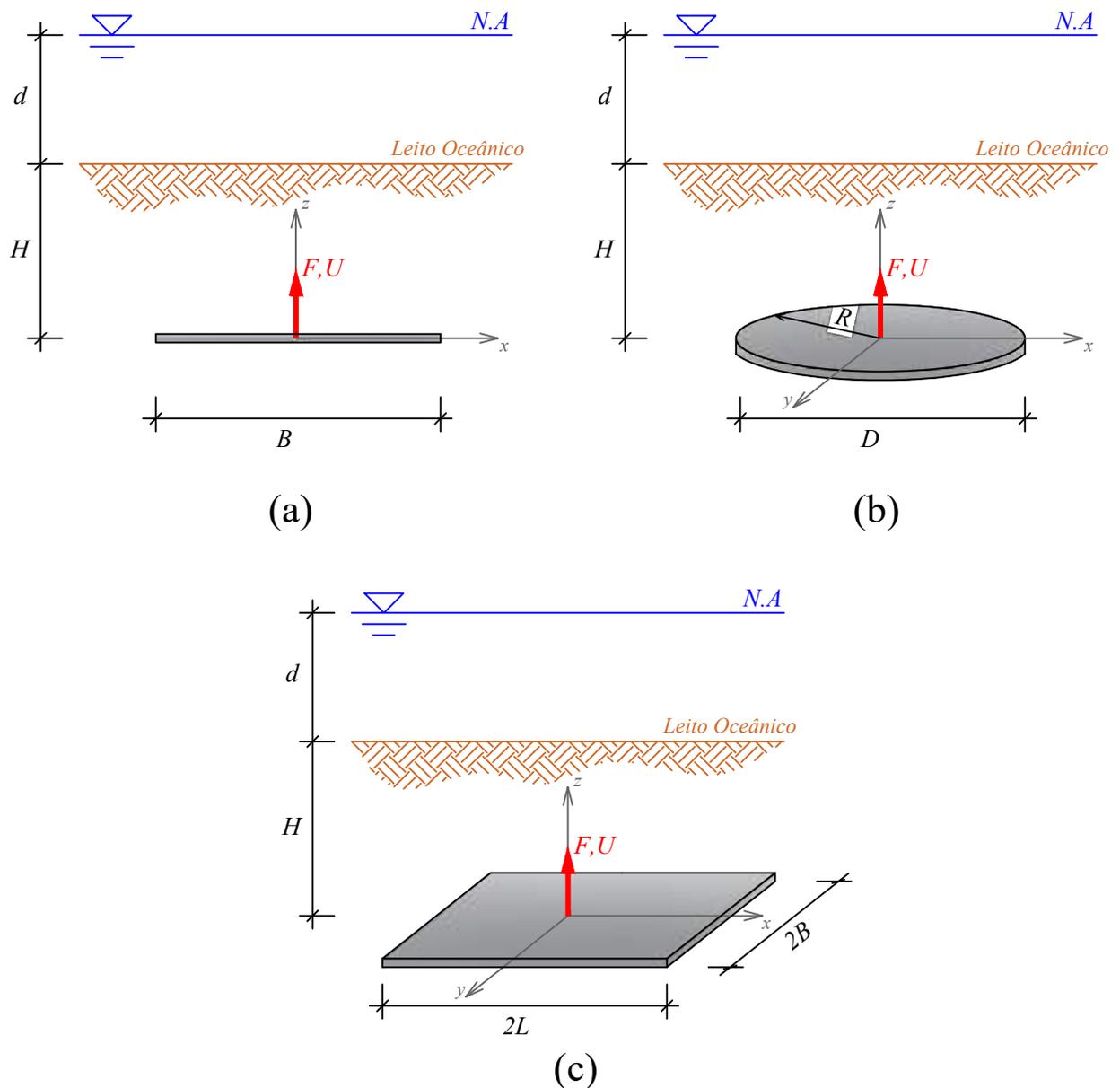


Figura 4.1 – Ilustração esquemática das geometrias analisadas. Placas (a) em estado plano de deformações, (b) circulares e (c) retangulares.

Nos mecanismos de ruptura analisados neste trabalho, o sistema estrutural é composto por uma placa de ancoragem rígida, fina, embutida sob uma profundidade H no leito oceânico, sendo continuamente extraída do solo com uma velocidade constante $\underline{U}^P = U \underline{e}_z$ sob a aplicação de uma força de arrancamento $\underline{F} = F \underline{e}_z$ aplicada em seu centroide até a ruptura. Em todos os casos, será considerado que a massa de solo localizada acima da placa e mobilizada nos mecanismos se desloca juntamente com a âncora, de modo que $\underline{U}^S = \underline{U}^P = U \underline{e}_z$ nesta zona.

Em todos os casos, a potência resistente máxima será calculada especificamente para cada uma

das classes de mecanismos propostas através da seguinte expressão:

$$P_{rm} = \int_{\Omega^s} \pi^s(\underline{d}) d\Omega^s + \int_{\Sigma} \pi^s(\underline{n}, [[\hat{U}]]) d\Sigma + \int_{\Gamma^+} \pi^{int}(\underline{n}, [[\hat{U}]]) dS + \int_{\Gamma^-} \pi^{int}(\underline{n}, [[\hat{U}]]) dS \quad (4.4)$$

onde π^s e π^{int} representam as funções de apoio do domínio de resistência do material e da interface, respectivamente, Σ representa as descontinuidades de velocidade ocorrendo no volume de solo, enquanto Γ^+ e Γ^- representam as interfaces acima e abaixo da âncora, respectivamente. No caso específico deste trabalho, $\int_{\Gamma^+} \pi^{int}(\underline{n}, [[\hat{U}]]) dS = 0$

Nas análises em tensões totais apresentadas nesta seção, o solo será modelado como um material homogêneo e isotrópico, obedecendo ao critério de Tresca truncado em tração, tal como apresentado na subseção 3.5.2, de modo que π^s pode ser obtido conforme as equações 3.34 ou 3.35, enquanto a interface será modelada como apresentando uma resistência limitada à tração, de modo que π^{int} pode ser obtido conforme Equação 3.43.

Como em geral as âncoras usualmente encontradas em meio marítimos apresentam baixa razão de embutimento (em geral inferiores à 50% da maior dimensão da placa) este trabalho se limitará a estudar placas de ancoragem denominadas "rasas" ou "superficiais", situação em que a resistência ao arrancamento é função direta da profundidade em que a placa se encontra abaixo da superfície livre do solo, em contraponto à âncoras profundas, onde um cisalhamento local é predominante durante o estado último e a capacidade de carga é independente da profundidade H . Deste modo, apenas mecanismos de ruptura que contemplem estas condições serão investigados durante o desenvolvimento deste trabalho

Ademais, os parâmetros de resistência abordados serão considerados constantes com a profundidade, não apresentando variação com o aumento desta. Apesar da experiência demonstrar que em geral alguns parâmetros como a coesão dos solos marinhos tende a aumentar com a profundidade, este gradiente vertical será desconsiderado uma vez que se acredita que tal acréscimo possui pouca influência na resistência das placas de ancoragem usualmente encontradas em meios marítimos devido à sua baixa razão de embutimento.

Nas próximas subseções serão apresentados os mecanismos de ruptura analisados de modo a se obterem limites superiores da carga de arrancamento em âncoras circulares, retangulares e corridas (estado plano de deformação), adotando-se a formulação em tensões totais descrita anteriormente.

4.2 ÂNCORAS CIRCULARES

De modo a levar em consideração a natureza tridimensional do comportamento de placas de ancoragem circulares, esta seção destina-se a apresentar limites superiores de resistência ao arrancamento de âncoras rasas possuindo geometria circular (Figura 4.1(b)), sendo este resultado também um limite superior de qualquer placa retangular que possa ser inscrita em uma âncora circular.

Três classes de mecanismos de ruptura distintos serão investigados. Inicialmente será apresentado um mecanismo de bloco em translação, onde as superfícies de descontinuidade de velocidade na ruptura ocorrem em superfícies cônicas. Em seguida, uma extensão do primeiro mecanismo será apresentada, onde as descontinuidade agora serão formadas por uma sucessão destes trechos cônicos, visando obter uma melhor aproximação do limite superior da carga última. Por fim, um mecanismo otimizado será proposto, onde as descontinuidades de velocidade são descritas por uma função inicialmente indeterminada que deve ser obtida de modo a minimizar a forma funcional de F . Como as análises através do teorema cinemática da análise limite conduzem sempre a um limite superior da força de arrancamento, a minimização de F perante os parâmetros geométricos pertinentes aos respectivos mecanismo conduz a uma melhor aproximação do domínio atual de resistência do sistema.

4.2.1 Placa circular: Mecanismo de ruptura com dois blocos cônicos em translação

A classe de mecanismos de ruptura propostos nesta análise pode ser observado pela Figura 4.2, onde o volume que compõe a geometria tridimensional é obtida pela revolução completa da superfície apresentada pela Figura 4.2(a) em torno do eixo z , sendo os blocos superior e inferior volumes cônicos de eixo oz se apoiando nas superfícies circulares da placa. A cinemática do mecanismo de ruptura é então descrita por dois blocos, delimitados pelos volumes 1 e 2, se deslocando verticalmente num movimento de corpo rígido com velocidade uniforme $\underline{U}_1^s = \underline{U}_2^s = U \underline{e}_z$, enquanto que, o volume 3, representativo do resto do maciço não mobilizado na ruptura, permanece em repouso ($\underline{U}_3^s = 0$). Assim, duas superfícies de descontinuidade de velocidade são formadas nesta classe de mecanismos: uma dada pela geometria cônica que delimita a superfície de ruptura abaixo da âncora, caracterizada pelo ângulo β ; e outra dada pela revolução da descontinuidade acima da âncora, que compõe um tronco de cone de abertura 2α .

Inicialmente, a interface solo/âncora será considerada perfeitamente aderente, de modo com que a zona 2 se desloca conectada à placa de ancoragem, enquanto o caso de uma interface com resistência à tração limitada será posteriormente incorporada a análise. Desta forma, a potência das formas externas descrita pela Equação 4.3 pode ser reescrita para a classe de mecanismos de

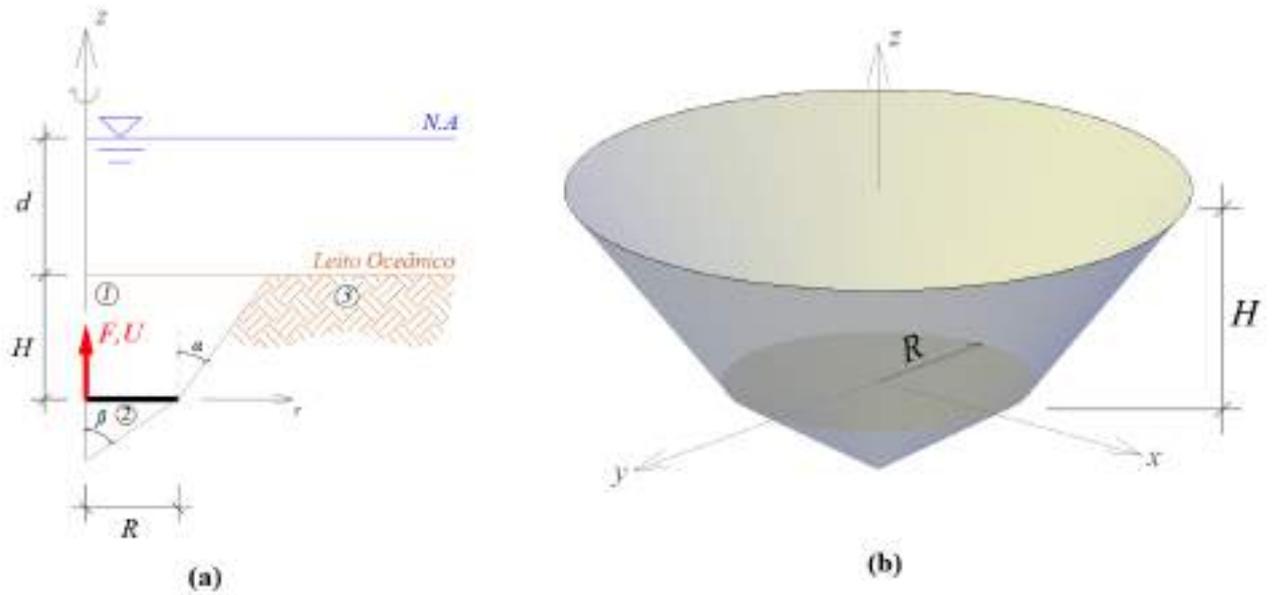


Figura 4.2 – Mecanismo de ruptura tridimensional para placas circulares formado por descontinuidades cônicas: (a) superfície gênese do sólido de revolução e (b) ilustração tridimensional.

ruptura em questão por:

$$P_{ext} = FU - \gamma U \frac{\pi H}{3} (3R^2 + 3RH \tan \alpha + H^2 \tan^2 \alpha) - \pi \gamma_w d (R + H \tan \alpha)^2 - \gamma U \frac{\pi R^3}{3} \cot \beta - \gamma^p U |\Omega^p| \quad (4.5)$$

Como o mecanismo proposto descreve um movimento de corpo rígido o solo não apresenta taxa de deformação e, conseqüentemente, a potência resistente máxima será descrita apenas pelas parcelas referentes às descontinuidades de velocidade $[[\hat{U}]]_{13}$ e $[[\hat{U}]]_{23}$, ou seja, pelas superfícies cônicas formadas devido à revolução completa das linhas de descontinuidade acima e abaixo da âncora. Desta forma, a potência resistente máxima da descontinuidade superior $[[\hat{U}]]_{13} = \underline{U}_3^s - \underline{U}_1^s$ é dada por:

$$P_{rm}^{sup} = \frac{\pi U H (H \sin \alpha + 2R \sin \alpha)}{\cos^2 \alpha} [C + (T - C) \sin \alpha] \quad (4.6)$$

sujeita à condição de pertinência do critério:

$$[[\hat{U}]]_{13} \cdot n_{13} \geq 0 \quad \therefore \quad \sin \alpha \geq 0 \quad (4.7)$$

Já, a potência resistente máxima da descontinuidade inferior $[[\hat{U}]]_{12} = \underline{U}_2^s - \underline{U}_1^s$, dada pela superfície cônica abaixo da âncora circular:

$$P_{rm}^{inf} = \frac{\pi UR^2}{\text{sen } \beta} [C + (T - C) \text{sen } \beta] \quad (4.8)$$

sujeita à condição de pertinência:

$$[[\hat{U}]]_{12} \cdot n_{12} \geq 0 \quad \therefore \quad \text{sen } \beta \geq 0 \quad (4.9)$$

Adotando-se então a abordagem cinemática da análise limite descrita pela Equação 3.18 e substituindo os valores apresentados nas Equações 4.6, 4.8, e 4.5, chega-se na inequação que fornece a condição necessária à estabilidade do sistema perante uma força de arrancamento F em função dos ângulos de abertura α e β do mecanismo apresentado:

$$\begin{aligned} \frac{F}{\pi R^2 C} \leq & \frac{H(H \text{sen } \alpha + 2R \cos \alpha)}{R^2 \cos^2 \alpha} \left[1 + \left(\frac{T-C}{C} \right) \text{sen } \alpha \right] + \frac{1}{\text{sen } \beta} \left[1 + \left(\frac{T-C}{C} \right) \text{sen } \beta \right] + \\ & \frac{\gamma}{R^2 C} \left[\frac{H}{3} (3R^2 + 3RH \tan \alpha + H^2 \tan^2 \alpha) + \frac{R^3}{3} \cot \beta \right] + \frac{\gamma_w d}{R^2 C} (R + H \tan \alpha)^2 + \frac{\gamma^p |\Omega^p|}{\pi R^2 C} \end{aligned} \quad (4.10)$$

De modo que a Equação 4.10 representa um limite superior da carga suportável do sistema, a minimização dos parâmetros α e β perante as condições de pertinência do critério adotado conduzem a melhores estimativas do domínio das cargas admissíveis. Como no mecanismo proposto estes ângulos podem ser minimizados separadamente, verifica-se que o valor mínimo de F sem violar a Equação 4.9 ocorre para $\beta = \pi/2$, ou seja, a ruptura da placa de ancoragem ocorre sob o solo de fundação imediatamente abaixo da âncora, mobilizando a sua resistência à tração. Assim, a Equação 4.10 se reescreve como:

$$\begin{aligned} \frac{F}{\pi R^2 C} \leq & \frac{H(H \text{sen } \alpha + 2R \cos \alpha)}{R^2 \cos^2 \alpha} \left[1 + \left(\frac{T-C}{C} \right) \text{sen } \alpha \right] + \\ & \frac{\gamma H}{3R^2 C} (3R^2 + 3RH \tan \alpha + H^2 \tan^2 \alpha) + \frac{\gamma_w d}{R^2 C} (R + H \tan \alpha)^2 + \frac{T}{C} + \frac{\gamma^p |\Omega^p|}{\pi R^2 C} \end{aligned} \quad (4.11)$$

Como a minimização de F perante o ângulo α não se dá de forma trivial na Equação 4.11, esta será realizada numericamente utilizando a função `brute` da biblioteca `scipy.optimize` para a linguagem de programação `Python`. Através deste algoritmo, o valor de α que minimiza a Equação 4.11 é obtido pelo método discreto de grelha, ou seja, computando o valor da função

para cada valor da variável em um *grid* de pontos de modo a encontrar o mínimo global dentro de um intervalo determinado, sempre respeitando a condição dada pela Equação 4.7. Apesar de simples, esta técnica é muito efetiva em problemas envolvendo a minimização de poucas variáveis uma vez que a exploração completa do domínio permite que o mínimo global seja encontrado com acurácia.

Adotando-se uma lei de interface com resistência à tração como a apresentada na subseção 3.5.5, o valor do limite superior de F passa então a depender de como o desprendimento da placa irá ocorrer, podendo ser este por falta de resistência à tração no solo de fundação, ou então na interface devido à sua limitação em tração, qual for menor. Assim, a forma final para F pode ser escrita como:

$$\frac{F}{\pi R^2 C} \leq \frac{H(H \sin \alpha + 2R \cos \alpha)}{R^2 \cos^2 \alpha} \left[1 + \left(\frac{T - C}{C} \right) \sin \alpha \right] + \frac{\gamma H}{3R^2 C} (3R^2 + 3RH \tan \alpha + H^2 \tan^2 \alpha) + \frac{\gamma_w d}{R^2 C} (R + H \tan \alpha)^2 + \frac{\gamma^p |\Omega^p|}{\pi R^2 C} + \frac{\min(T, t_i)}{C} \quad (4.12)$$

onde a minimização de F perante α conduz à melhor estimativa possível para esta classe de mecanismos de ruptura.

4.2.2 Placa circular: Superfície de ruptura definida por uma sucessão de trechos cônicos

Uma extensão natural do mecanismo desenvolvido na subseção 4.2.1 consiste em descrever tanto as superfícies de descontinuidade de velocidade superiores quanto inferiores pela revolução de um conjunto de retas consecutivas, visando assim obter uma melhor aproximação do limite superior da força de arrancamento.

Uma ilustração genérica do problema proposto pode ser observado pela Figura 4.3, onde o mecanismo tridimensional é obtido pela revolução completa da Figura 4.3(a) em torno do eixo z . Como pode ser observado, a descontinuidade superior é descrita por uma sucessão de n cones caracterizados pela sua semi-abertura α_i e altura H_i , de modo que o embutimento total H é dado pela soma das n alturas intermediárias que compõe o sistema, ou seja, $H = \sum_{i=1}^n H_i$. Por sua vez, a superfície de descontinuidade inferior é descrita por n trechos cônicos, descritos pela sua semi-abertura β_i e sua projeção radial R_i , de modo que $R = \sum_{i=1}^n R_i$.

A cinemática do mecanismo na ruptura é a mesma já disposta anteriormente: os volumes 1 e 2 se deslocam verticalmente num movimento de translação vertical sob a ação de uma força F aplicada no centroide de uma âncora circular de raio R , enquanto o volume 3, não envolvido

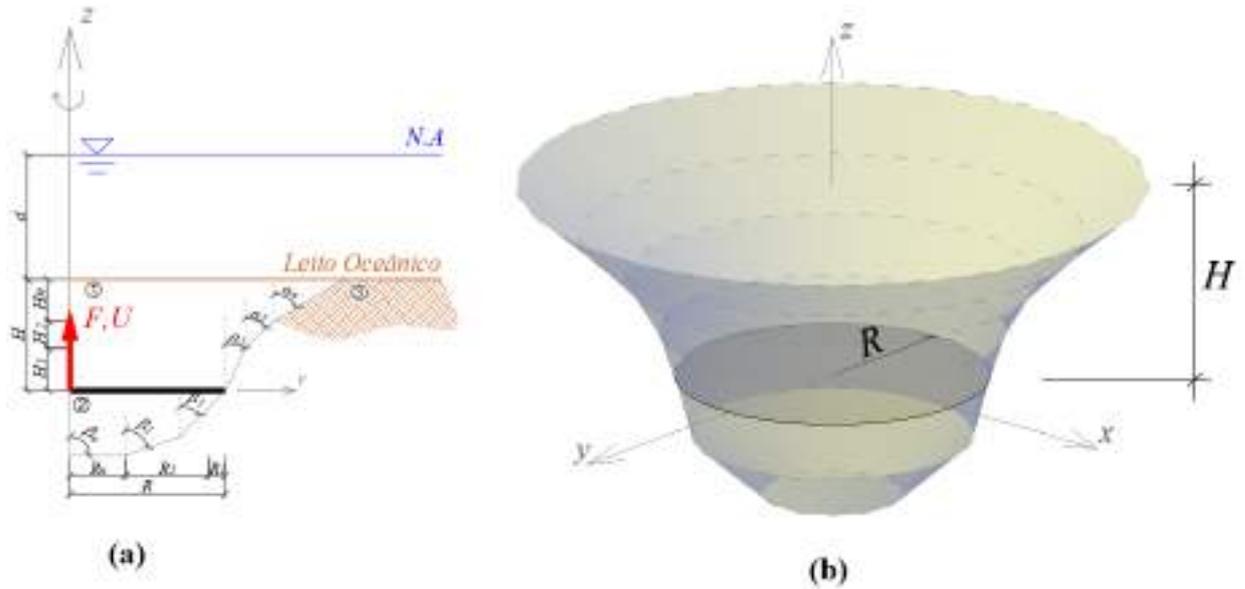


Figura 4.3 – Mecanismo tridimensional composto por uma seção de trechos cônicos para placas circulares: (a) superfície gênese do sólido de revolução e (b) ilustração tridimensional.

ativamente na ruptura, permanece em repouso. Como as parcelas de resistência desenvolvidas devido as discontinuidades acima e abaixo da âncora podem ser descritas de forma independente uma da outra, o limite superior da carga ultima pode ser escrito pela soma destas parcelas, uma acima da placa de ancoragem F_{sup} e outra abaixo da âncora F_{inf} . Assim:

$$F \leq F_{sup} + F_{inf} \quad (4.13)$$

Aplicando-se a abordagem cinemática da análise limite, a parcela de resistência dada pelas discontinuidades de velocidade acima da âncora F_{sup} pode ser escrita da seguinte forma para a classe de mecanismos em questão:

$$\frac{F_{sup}}{\pi R^2 C} = \frac{1}{3R^2 C} \sum_{i=1}^n \left\{ 3\gamma H_i (R_i^{sup})^2 - 3\gamma H_i^2 \tan \alpha_i R_i^{sup} + \gamma H_i^3 \tan^2 \alpha_i + \frac{3H_i}{\cos \alpha_i} (2R_i^{sup} - H_i \tan \alpha_i) [C + (T - C) \sin \alpha_i] \right\} + \frac{\gamma_w d (R_n^{sup})^2}{R^2 C} + \frac{\gamma^p |\Omega^p|}{\pi R^2 C} \quad (4.14)$$

com:

$$R_i^{sup} = R + \sum_{j=1}^i H_j \tan \alpha_j \quad (4.15)$$

Enquanto a parcela dada pela descontinuidade inferior:

$$\frac{F_{inf}}{\pi R^2 C} = \frac{1}{R^2 C} \left\{ \frac{\gamma}{3} \sum_{i=1}^{n-1} \left[\frac{R_i}{\tan \beta_i} (r_i^2 + r_i r_{i+1} + r_{i+1}^2) \right] + \frac{\gamma R_n^3}{3 \tan \beta_n} + \frac{(r_i^2 - r_{i+1}^2)}{\sin \beta_i} [C + (T - C) \sin \beta_i] + \frac{R_n^2}{\sin \beta_n} [C + (T - C) \sin \beta_n] \right\} \quad (4.16)$$

onde:

$$r_i = \sum_{j=i}^n R_j \quad (4.17)$$

sujeitas ao critério de pertinência descrito pela Equação 3.35 em que, necessariamente, $\sin \alpha_i \geq 0$ e $\sin \beta_i \geq 0$. Desta forma, considerando-se uma interface com resistência limitada em tração bem como a separação entre F_{sup} e F_{inf} (Equação 4.13), o limite superior da força de arrancamento descrita por este mecanismo é dada por:

$$F \leq F_{sup} + \min (F_{inf}, \pi R^2 T, \pi R^2 t_i) \quad (4.18)$$

onde F_{sup} e F_{inf} podem ser obtidos pelas Equações 6.20 e 6.23 respectivamente. Percebe-se do segundo termo do lado direito da Equação 4.18 que a ruptura pode ocorrer tanto mobilizando a interface inferior entre o solo e âncora, quanto o solo de fundação abaixo desta. Neste último caso, o desprendimento pode ainda ocorrer mobilizando um volume de solo tal qual o descrito pelo volume 2 na Figura 4.3, ou ainda apenas envolvendo uma fina camada aderida à placa, cuja resistência é descrita apenas pela resistência à tração T do critério.

Evidencia-se ainda que, de modo a se obter a melhor estimativa da carga última para a classe de mecanismos propostos, haverá $2n - 1$ parâmetros a serem minimizados para n trechos cônicos em cada uma das parcelas (acima e abaixo da âncora), sendo estes dados pelos n parâmetros α_i (ou β_i) e $n - 1$ alturas (ou raios) intermediários, uma vez que a última altura H_n (ou raio R_n) é obtido juntamente ao comprimento total. Tais parâmetros devem ser obtidos de modo a minimizar F e obter uma melhor estimativa do limite superior da resistência ao arrancamento.

Como o tempo envolvido na implementação de métodos de minimização em grelha aumenta exponencialmente com o número de parâmetros de minimização, esta será realizada numericamente através do método de ponto interior, uma classe de algoritmos consagrada na otimização de problemas de diversas variáveis sujeitas à restrições. A título de exemplo, a adoção desta estratégia através da biblioteca *cyipopt*, disponível em *python*, leva em geral poucos minutos

para a minimizar F com 58 parâmetros de minimização ($n = 15$ tanto para as descontinuidades superiores quanto inferiores) em um computador de uso doméstico.

4.2.3 Placa circular: Otimização da superfície de ruptura

A classe de mecanismo de ruptura proposto nestas análises pode ser observado pela Figura 4.4, onde o sólido da Figura 4.4(b) é obtido pela revolução completa da superfície apresentada pela Figura 4.4(a) em torno do eixo z . Tal qual descrito nas subseções anteriores, a cinemática de ruptura do mecanismo consiste nos volumes 1 e 2 se movimentando verticalmente com velocidade constante ($\underline{U}_1^s = \underline{U}_2^s = U \underline{e}_z$) tal qual a âncora que se desloca sob a ação de uma força $\underline{F} = F \underline{e}_z$ aplicada em seu centroide. Complementarmente, o volume 3, marginal ao mecanismo, permanece em repouso ($\underline{U}_3^s = 0$).

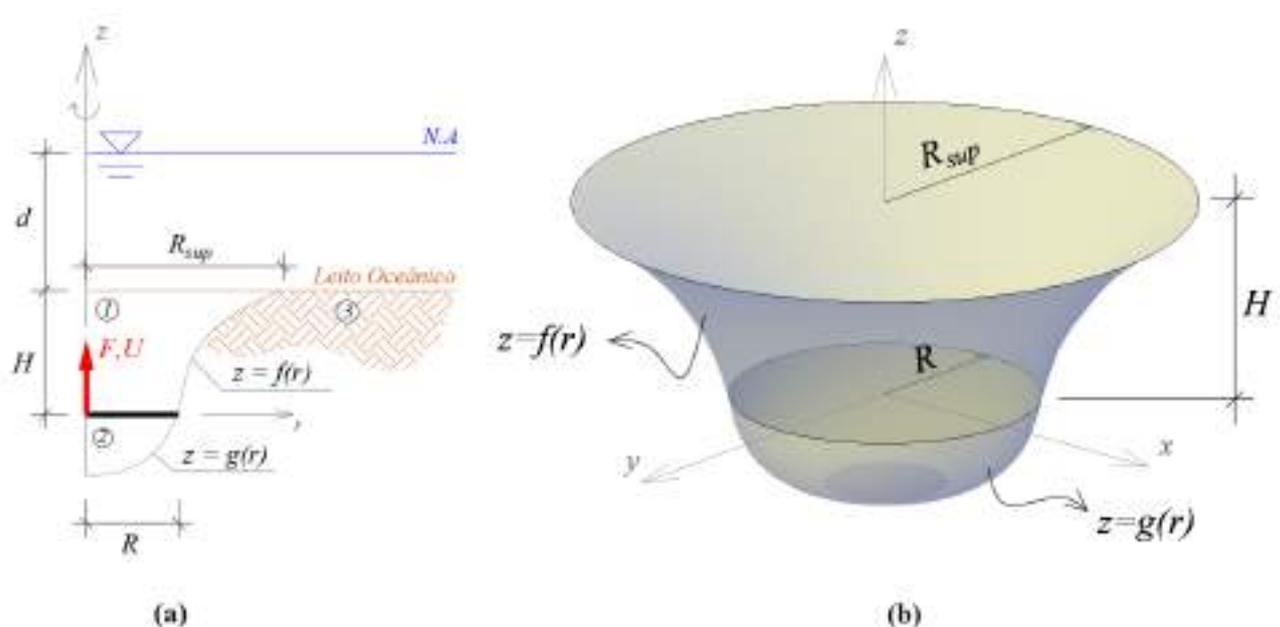


Figura 4.4 – Mecanismo tridimensional otimizado para placas circulares: (a) superfície gênese do sólido de revolução e (b) ilustração tridimensional.

Na análise proposta, as descontinuidades de velocidade são consideradas ocorrendo ao longo de superfícies inicialmente desconhecidas, a serem determinadas de forma a minimizar a forma funcional da força F desenvolvida na ruptura do sistema. A geometria da descontinuidade superior (localizada acima da placa) é dada pela revolução completa ao longo do eixo z de uma função qualquer $z = f(r)$, com $r \in [R, R_{sup}]$ onde R_{sup} é o valor da função para $z = H$, delimitando a superfície $\partial\Omega$, enquanto a descontinuidade inferior é obtida pela revolução completa de uma função $z = g(r)$, com $r \in [0, R]$ também ao longo do eixo z . Estas funções sendo sujeitas às

condições de contorno:

$$z(R) = f(r = R) = g(r = R) = 0 \quad (4.19a)$$

$$z(R_{sup}) = f(r = R_{sup}) = H \quad (4.19b)$$

Adotando-se todas as condições previamente descritas nas delimitações do trabalho para a placa de ancoragem e o solo de fundação, a potência das forças externas do mecanismo é então dada por:

$$P_{ext} = FU - 2\pi U \left\{ \int_R^{R_{sup}} [\gamma(H - f(r)) + \gamma_w d] r dr + \int_0^R \gamma |g(r)| r dr \right\} - \pi R^2 U (\gamma H + \gamma_w d) - \gamma^p U |\Omega^p| \quad (4.20)$$

Enquanto que as potências resistentes máximas para o mecanismo sob estudo são descritas para as parcelas acima e abaixo da âncora por:

$$P_{rm}^{sup} = 2\pi U \int_R^{R_{sup}} \left[C \sqrt{1 + f'(z)^2} + T - C \right] r dr \quad (4.21a)$$

$$P_{rm}^{inf} = 2\pi U \int_0^R \left[C \sqrt{1 + g'(r)^2} + T - C \right] r dr \quad (4.21b)$$

Sujeitas às condições de pertinência do critério de Tresca truncado em tração (Equação 3.35):

$$f'(r) \geq 0 \quad \forall r \in [R, R_{sup}] \quad (4.22a)$$

$$g'(r) \geq 0 \quad \forall r \in [0, R] \quad (4.22b)$$

Doravante, as dependências $f = f(r)$ e $g = g(r)$ serão omitidas por simplicidade. Aplicando a abordagem cinemática do limite superior da análise limite ($P_{ext} \leq P_{rm}$):

$$F \leq 2\pi \int_R^{R_{sup}} \left[C \sqrt{1 + f'^2} + T - C + \gamma(H - f) + \gamma_w d \right] r dr + 2\pi \int_0^R \left[C \sqrt{1 + g'^2} + T - C + \gamma |g| \right] r dr + \pi R^2 (\gamma H + \gamma_w d) + \gamma^p |\Omega^p| \quad (4.23)$$

Que expressa a força de arrancamento em função de dois funcionais não convexos onde as funções $f(r)$ e $g(r)$ devem ser encontradas de forma a minimizar F . Este problema se assemelha ao problema de minimização descrito na subseção 4.2.2 na medida em que o número de segmentos cônicos n tende ao infinito. Devido à independência dos funcionais descritos, estes serão minimizados separadamente nas próximas seções.

4.2.3.1 Obtenção da descontinuidade superior $r = f(z)$

A obtenção da função $r = f(z)$ que descreve a descontinuidade superior do mecanismo apresentado na subseção 4.2.3 passa pela minimização do primeiro funcional presente no lado direito da Equação 4.23 respeitando a condição descrita pela Equação 4.22a. Desta forma, o funcional $J = J(r, f(r), f'(r))$ que descreve a forma funcional de F_{sup} é dado por:

$$J(r, f(r), f'(r)) = \int_R^{R_{sup}} \left[C\sqrt{1+f'^2} + T - C + \gamma(H - f) + \gamma_w d \right] r dr \quad (4.24)$$

Seguindo os procedimentos descritos por Petrov (1968) para a minimização de funcionais sujeitos a restrições tais quais a apresentada no problema, a solução ótima do problema conduz a uma curva composta no domínio. Assim, divide-se o domínio $z \in [0, H]$ em dois subdomínios: um dado por $0 \leq z \leq H_0$, onde H_0 é uma altura intermediária de modo que $H_0 \in [0, H]$, onde a função apresentará um valor constante onde $r = R \forall z \in [0, H_0]$; e outro subdomínio para $z \in [H_0, H]$ onde a curva ótima é descrita pela condição de estacionariedade do funcional, dada pela equação de Euler-Lagrange:

$$\frac{\partial J}{\partial r} - \frac{d}{dr} \left(\frac{\partial J}{\partial f'(r)} \right) = 0 \quad (4.25)$$

Deste modo, a parcela de F relativa à superfície de descontinuidade superior pode ser reescrita como:

$$F_{sup} = 2\pi \int_R^{R_{sup}} \left[C\sqrt{1+f'^2} + T - C + \gamma(H - f) + \gamma_w d \right] r dr + \pi R^2 (\gamma H + \gamma_w d) + 2\pi R C H_0 + \gamma^p |\Omega^p| \quad (4.26)$$

Aplicando-se a condição de estacionariedade do funcional (Equação de Euler-Lagrange) para a obtenção da curva que minimiza F no segundo subdomínio, obtém-se a seguinte equação

diferencial ordinária não linear de segunda ordem:

$$f''(r) = \frac{\gamma}{C} (1 + f'(r)^2)^{3/2} - f'(r) \frac{1 + f'(r)^2}{r} \quad (4.27)$$

Que, juntamente com as condições de contorno descritas pela Equação 4.19, descrevem um problema de valor de contorno (PVC) a ser resolvido. Dado que uma solução analítica para a Equação 4.27 não parece trivial, esta será aproximada numericamente adotando-se uma discretização por diferenças finitas, onde o domínio original é dividido por N pontos em $N - 1$ subdomínios de tamanho h , de modo que as derivadas de primeira e segunda ordem da EDO são substituídas por aproximações obtidas pela expansão em séries de Taylor no intervalo considerado (ASCHER et al., 1995). Assim, seguindo o método das diferenças finitas, as seguintes diferenças centrais podem ser adotadas para a aproximação das derivadas nos pontos $i = 2, \dots, N - 1$:

$$f'_i = \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2h} \quad (4.28a)$$

$$f''_i = \frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{h^2} \quad (4.28b)$$

que, substituindo na Equação 4.27, permite escrever um sistema de $N - 2$ equações da forma:

$$\begin{aligned} & \frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{h^2} - \frac{\gamma}{C} \left(\frac{f_{i+1}^2 - 2f_{i+1}f_{i-1} + f_{i-1}^2 + 4h^2}{4h^2} \right)^{3/2} + \\ & \frac{(f_{i+1} - f_{i-1})(f_{i+1}^2 - 2f_{i+1}f_{i-1} + f_{i-1}^2 + 4h^2)}{8h^4(i-1)} = 0 \quad \forall i = 2, \dots, N - 1 \end{aligned} \quad (4.29)$$

possuindo N incógnitas referentes aos valores de f_i em cada ponto da discretização a serem determinadas. As duas equações restantes necessárias para a determinação do sistema são então dadas pelas condições de contorno em que $f(H_0) = R$ e $f(H) = R_{sup}$. Assim, o sistema é então determinado com o acréscimo das seguintes equações:

$$f_1 = R \quad (4.30)$$

$$f_N = R_{sup} \quad (4.31)$$

Descrevendo assim um sistema de equações não lineares que permite a aproximação de $f(r)$ nos N pontos do domínio, podendo este ser resolvida pela implementação numérica do método

iterativo de Newton (LEVEQUE, 2007). Como a obtenção de F_{sup} pela Equação 4.26 necessita ainda da integração dos resultados obtidos no sistema de equações, esta será realizada através da regra de Simpson composta, de modo que a integral pode ser aproximada pela seguinte forma:

$$\int_R^{R_{sup}} J(r) \approx \frac{h}{3} \left(J(R) + 2 \sum_{j=1}^{N/2-1} J(r_{2j}) + 4 \sum_{j=1}^{N/2} J(r_{2j-1}) + J(R_{sup}) \right) \quad (4.32)$$

adotando-se a mesma discretização utilizada na aproximação da EDO por diferenças finitas para a aproximação da integral. Contudo, percebe-se ainda que os valores de H_0 e R_{sup} não são conhecido *a priori* e, portanto, como a adoção de qualquer valor pertinente a estes parâmetros conduz a um limite superior da força de arrancamento F , estes serão tratados como parâmetros de minimização da Equação 4.26, buscando assim uma melhor aproximação do limite superior de F_{sup} .

Desta forma, uma rotina em *python* foi desenvolvida para a obtenção da geometria da descontinuidade superior e o conseqüente valor de F_{sup} , onde tanto a resolução numérica da EDO quanto sua subsequente integração numérica são obtidas em um laço de minimização contendo H_0 e R_{sup} , buscando assim encontrar o valor destes parâmetros geométricos que minimizam a forma funcional da parcela de força desenvolvida devido à descontinuidade superior. Um exemplo de superfície obtida numericamente para $\gamma = 17 \text{ kN/m}^3$, $C = 85 \text{ kPa}$, $T = 0 \text{ kPa}$ e $H/D = 0,5$ é apresentada pela Figura 4.5 para fins ilustrativos.

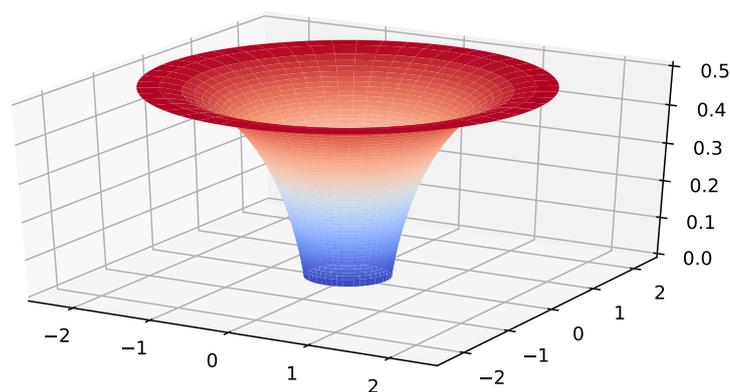


Figura 4.5 – Exemplo de superfície de descontinuidade superior obtida para placas circulares com descontinuidades desconhecidas.

4.2.3.2 Obtenção da descontinuidade inferior $z = g(r)$

De forma similar, a obtenção da função $z = g(r)$ que descreve a geometria da superfície onde ocorre a descontinuidade de velocidade abaixo da placa de ancoragem (Figura 4.4) consiste em minimizar o funcional presente na segunda integral do lado direito da equação Equação 4.23, respeitando a restrição imposta pela Equação 4.22b em que necessariamente $g'(r) \geq 0 \forall r \in [0, R]$. Desta forma, o funcional $J = J(r, g(r), g'(r))$ a ser minimizado nesta análise é dado por:

$$J(r, g(z), g'(z)) = \int_0^R \left[Cr\sqrt{1+g'^2} + (T-C)r - \gamma rg \right] dr \quad (4.33)$$

Adotando-se os mesmos procedimentos anteriores, a minimização do funcional irá conduzir a uma curva composta no domínio $r \in [0, R]$, onde um trecho será dado pela restrição e, consequentemente, $z = g(r) = A$ para $z \in [0, R_0]$, onde A é uma constante de integração, a ser determinada de modo a garantir a continuidade com o segundo trecho, e R_0 é um ponto intermediário contido entre 0 e R ; enquanto o segundo trecho será dado pela condição de estacionariedade do funcional, descrito pela equação de Euler-Lagrange. Assim, a parcela de força mobilizada no mecanismo proposto devido à descontinuidade inferior (abaixo da placa de ancoragem):

$$F_{inf} = \pi R_0^2 (T - \gamma g(R_0)) + 2\pi \int_{R_0}^R \left[Cr\sqrt{1+g'^2} + (T-C)r - \gamma rg \right] dr \quad (4.34)$$

A condição de estacionariedade do funcional descrito conduz então a seguinte equação diferencial ordinária não linear de segunda ordem:

$$g''(r) = -\frac{\gamma}{C} (1 + g'(r)^2)^{3/2} - g'(r) \left(\frac{1 + g'(r)^2}{r} \right) \quad (4.35)$$

sujeita às condições de contorno $g(r=R) = 0$ e $g'(r=0) = 0$, uma vez que a adoção deste valor inicial para a derivada da função conduz a menores valores de F_{inf} na Equação 4.34. Dadas estas condições, a obtenção da superfície de descontinuidade abaixo da placa pode ser vista então como um problema de valor de contorno (PVC). Desta forma, a solução da Equação 4.35 será aproximada numericamente adotando-se uma discretização por diferenças finitas, tal qual a descrita na Equação 4.28. Substituindo-se então as aproximações por diferenças finitas na Equação 4.35 é possível escrever um sistema de $N - 2$ equações para os N pontos da discretização da forma:

$$\begin{aligned} & \frac{g_{i+1} - 2g_i + g_{i-1}}{h^2} + \frac{\gamma}{C} \left(\frac{g_{i+1}^2 - 2g_i g_{i-1} + g_{i-1}^2 + 4h^2}{4h^2} \right)^{3/2} + \\ & \frac{(g_{i+1} - g_{i-1})(g_{i+1}^2 - 2g_i g_{i-1} + g_{i-1}^2 + 4h^2)}{8h^4(i-1)} = 0 \quad \forall i = 2, \dots, N-1 \end{aligned} \quad (4.36)$$

possuindo N incógnitas a serem determinadas que aproximam o valor da $g(x)$ para cada ponto da discretização. As duas equações restantes para a determinação do sistema são então dadas pelas condições de contorno, ou seja, $g'(0) = 0$ e $g(R) = 0$. Adotando-se a fórmula das diferenças

progressivas para a obtenção da primeira derivada no ponto inicial $i = 1$ do sistema, este é então completo através do acréscimo das seguintes equações:

$$g_2 - g_1 = 0 \quad (4.37)$$

$$g_N = 0 \quad (4.38)$$

Descrevendo assim um sistema de equações não lineares que permite a aproximação de $g(r)$ nos N pontos do domínio, podendo ser resolvido pela implementação do método iterativo de Newton. A solução completa do problema se dá de forma análoga à desenvolvida na subseção 4.2.3.1, realizando-se a integração pela regra de Simpson composta e buscando-se o valor de R_0 que minimiza a parcela de força desenvolvida devido à presença da descontinuidade abaixo da placa de ancoragem. Uma superfície de descontinuidade típica obtida pela resolução do sistema pode ser observada pela Figura 4.6.

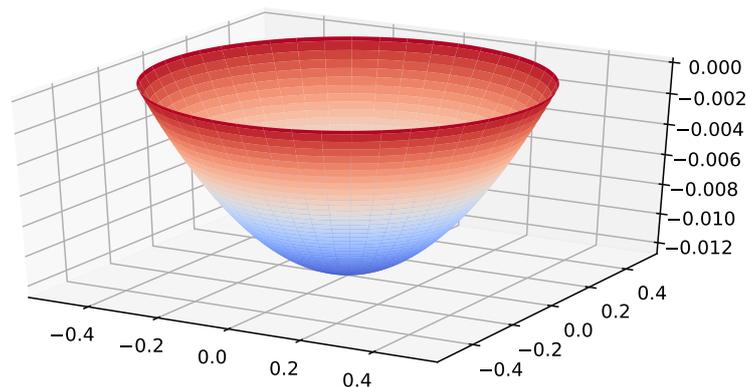


Figura 4.6 – Exemplo de superfície de descontinuidade inferior obtida para placas circulares com descontinuidades desconhecidas.

Lembrando que esta solução é válida enquanto a interface solo/âncora possuir aderência suficiente para garantir que o menor limite superior do mecanismo será descrito pela formação desta superfície de descontinuidade de velocidade. De forma mais genérica, o limite superior da força de arrancamento última do mecanismo proposto considerando-se também uma lei de interface como a descrita na subseção 3.5.5 e a possibilidade de ausência de resistência à tração no solo pode ser descrita como:

$$F \leq F_{sup} + \min(F_{min}, \pi R^2 T, \pi R^2 t_i) \quad (4.39)$$

onde F_{sup} e F_{inf} são as parcelas de força mobilizadas devido à mobilização do solo acima e abaixo da placa de ancoragem, respectivamente, e obtidas numericamente pelos procedimentos previamente descritos.

4.3 ÂNCORAS RETANGULARES

Esta seção destina-se a aplicar o teorema cinemático da análise limite para se estimar a carga de ruptura em âncoras retangulares através de uma abordagem em tensões totais, onde a natureza tridimensional do problema não pode ser simplificada em uma configuração bidimensional. Duas classes de mecanismos de ruptura serão investigados, tanto adotando-se uma sucessão de blocos em translação como investigando-se a formação de uma superfície de descontinuidade de velocidade otimizada através da forma funcional de F em relação aos parâmetros geométricos do problema.

4.3.1 Placa retangular: Superfície de ruptura definida por uma sucessão de trechos planos

Nesta subseção, avalia-se a carga última de arrancamento de placas de ancoragem retangulares adotando-se uma classe de mecanismos de ruptura onde as superfícies de descontinuidade são descritas por uma sucessão de trechos planos, como ilustrado de forma esquemática pelas Figuras 4.7 e 4.8.

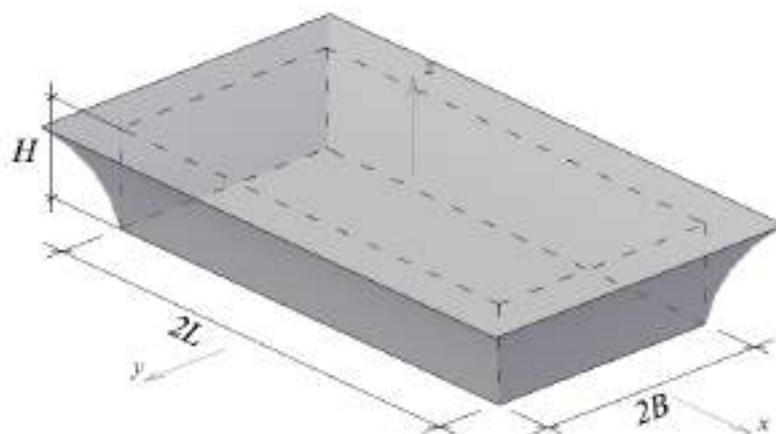


Figura 4.7 – Visualização esquemática da superfície tridimensional formada por uma sucessão de trechos planos.

De maneira análoga à desenvolvida na subseção 4.2.2, cada uma das n superfícies da descontinuidade superior (acima da placa) é caracterizada pela sua altura H_i , tal que a profundidade de embutimento total da placa é dada pela soma de todas as alturas intermediárias, ou seja,

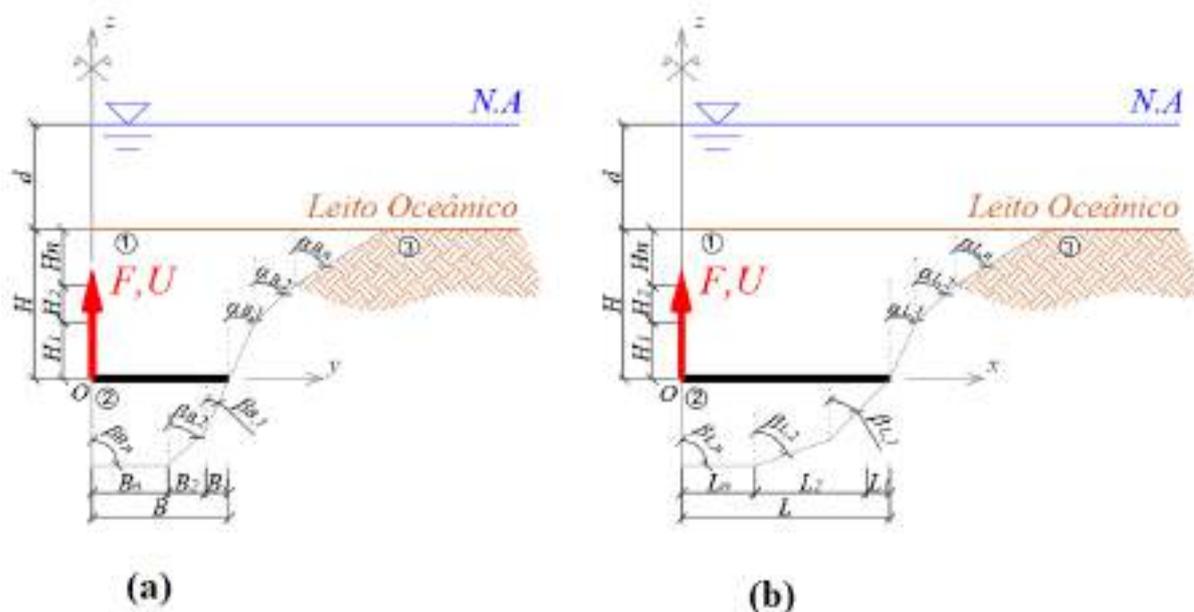


Figura 4.8 – Seções transversais passando pelos planos (a) Oyz e (b) Oxz do mecanismo formado por uma sucessão de planos. Ambas as figuras apresentam simetria em relação ao eixo z .

$H = \sum_{i=1}^n H_i$, além dos ângulos $\alpha_{L,i}$, para as descontinuidades ocorrendo nos planos paralelos a Oxz , e os ângulos $\alpha_{B,i}$ para as descontinuidades dos planos paralelos a Oxy . De forma análoga, as descontinuidades inferiores são descritas por n superfícies planares caracterizadas pelos seus comprimentos intermediários B_i (ou L_i) bem como os ângulos de abertura $\beta_{B,i}$ (ou $\beta_{L,i}$)

A cinemática do mecanismo analisado na ruptura consiste mais uma vez pelos volumes 1 e 2 se deslocando apenas verticalmente como um corpo rígido, com velocidade $\underline{U}^s = U \underline{e}_z$, tal qual a âncora que se desloca com a mesma velocidade sob a ação de uma força vertical $\underline{F} = F \underline{e}_z$ aplicada no centroide de uma placa retangular com comprimento $2L$ e largura $2B$. Como o volume 3, representativo de todo o solo não mobilizado durante o arrancamento, permanece no repouso, formam-se então as superfícies de descontinuidade de velocidade consideradas nesta classe de mecanismo.

Aplicando-se o teorema cinemático da análise limite para a classe de mecanismos proposta e dividindo-se as parcelas de resistência mobilizada pelas descontinuidades acima e abaixo da

placa, a parcela superior pode ser escrita como:

$$\begin{aligned}
 F_{sup} = 2 \sum_{i=1}^n \left\{ [C(1 - \sin \alpha_{L,i}) + T \sin \alpha_{L,i}] \left(\frac{2BH_i + H_i^2 \tan \alpha_{B,i}}{\cos \alpha_{L,i}} \right) + \right. \\
 [C(1 - \sin \alpha_{B,i}) + T \sin \alpha_{B,i}] \left(\frac{2LH_i + H_i^2 \tan \alpha_{L,i}}{\cos \alpha_{B,i}} \right) + \\
 \left. \frac{\gamma H_i}{6} [B_{i-1}^{sup} L_{i-1}^{sup} + 4(B_i^{sup} - H_i \tan \alpha_{B,i})(L_i^{sup} - H_i \tan \alpha_{L,i}) + B_i^{sup} L_i^{sup}] \right\} + \\
 4\gamma_w d B_n^{sup} L_n^{sup} + \gamma^p |\Omega^p|
 \end{aligned} \tag{4.40}$$

onde:

$$B_i^{sup} = B + \sum_{j=1}^i H_j \tan \alpha_{B,j} \tag{4.41a}$$

$$L_i^{sup} = L + \sum_{j=1}^i H_j \tan \alpha_{L,j} \tag{4.41b}$$

com $B_0^{sup} = B$ e $L_0^{sup} = L$. Já, a parcela de força mobilizada abaixo da placa no caso em estudo:

$$\begin{aligned}
 F_{inf} = 4 \sum_{i=1}^n \left\{ [C(1 - \sin \beta_{L,i}) + T \sin \beta_{L,i}] \left[\frac{(B_{i-1}^{inf} + B_i^{inf}) L_i}{2 \sin \beta_{L,i}} \right] + \right. \\
 [C(1 - \sin \beta_{B,i}) + T \sin \beta_{B,i}] \left[\frac{(L_{i-1}^{inf} + L_i^{inf}) B_i}{2 \sin \beta_{B,i}} \right] + \\
 \left. \frac{3\gamma L_i}{2 \tan \beta_{L,i}} [L_i (B_{i-1}^{inf} + B_i^{inf}) + B_i (L_{i-1}^{inf} + L_i^{inf})] \right\}
 \end{aligned} \tag{4.42}$$

onde:

$$B_i^{inf} = B - \sum_{j=1}^i B_j \tag{4.43a}$$

$$L_i^{inf} = L - \sum_{j=1}^i L_j \tag{4.43b}$$

com $L_0^{inf} = L$ e $B_0^{inf} = B$. A melhor aproximação para o limite superior da carga de ruptura dado por esta classe de mecanismos consiste então em encontrar os ângulos de abertura ($\alpha_{L,i}, \alpha_{B,i}, \beta_{B,i}$ e $\beta_{L,i}$) bem como os parâmetros geométricos intermediários (H_i, B_i e L_i) que minimizem F_{sup} e F_{inf} respeitando-se o critério de pertinência do critério de Tresca truncado em tração, que pode ser reescrito para o problema em questão por:

$$\sin \alpha_{L,i} \geq 0 \quad \text{e} \quad \sin \alpha_{B,i} \geq 0 \tag{4.44a}$$

$$\sin \beta_{L,i} \geq 0 \quad \text{e} \quad \sin \beta_{B,i} \geq 0 \quad (4.44b)$$

Além da pertinência geométrica em que $H = \sum_{i=1}^n H_i$, $B = \sum_{i=1}^n B_i$ e $L = \sum_{i=1}^n L_i$. Desta forma, o limite superior da força de arrancamento considerando também uma interface com resistência limitada em tração para a classe de mecanismos considerada será dada por:

$$F \leq F_{sup} + \min \{ F_{inf}, 4BLt_i, 4BLT \} \quad (4.45)$$

Ressalta-se que, adotando-se n parâmetros para descrever as discontinuidades acima e abaixo da placa, têm-se um total de $5n + 1$ parâmetros a serem minimizados de modo a obter-se a melhor estimativa para o mecanismo considerado. Tal qual descrito anteriormente para âncoras circulares, a minimização destes será realizada numericamente através do método de ponto interior, onde a adoção desta estratégia através da biblioteca *cyipopt*, disponível em *python*, leva em geral poucos minutos para minimizar a expressão com 76 parâmetros ($n = 15$) em um computador de uso doméstico. Uma ilustração típica do resultado obtido para as discontinuidades superiores pode ser observado pela Figura 4.9 para $n = 15$ retas.

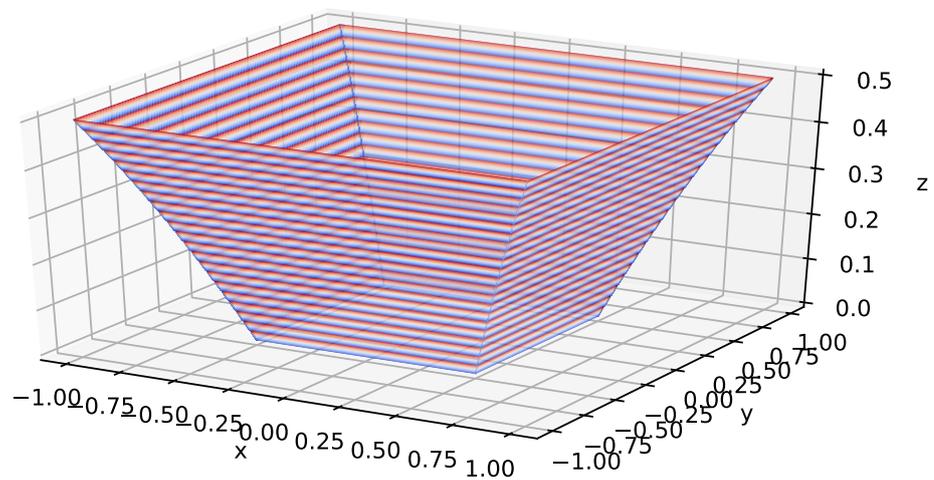


Figura 4.9 – Superfícies de discontinuidade de velocidade para uma placa retangular obtida através da adoção de 15 trechos planos.

4.3.2 Placa retangular: Otimização da superfície de ruptura

Assim como demonstrado para placas circulares, é possível obter-se uma superfície de descontinuidade de velocidade que minimize a forma funcional da força de arrancamento mobilizada

durante o estado último do sistema para placas tridimensionais retangulares. Esta subseção destina-se a analisar o caso onde as superfícies de descontinuidade são dadas por funções inicialmente desconhecidas, devendo estas serem obtidas de modo à minimizar tal resistência dada pelo teorema cinemático da análise limite, buscando assim uma melhor aproximação do domínio de cargas de ruptura do sistema pela abordagem exterior.

A cinemática do mecanismo de ruptura é a mesma admitida anteriormente: uma placa retangular rígida deslocando-se verticalmente com velocidade constante através da aplicação de uma força em seu centroide. Uma parte do solo é mobilizada neste mesmo movimento de corpo rígido enquanto outra permanece em repouso, resultando no surgimento de superfícies de descontinuidade de velocidade que irão determinar a resistência ao arrancamento da placa. Inicialmente a interface inferior da placa é considerada perfeitamente aderente de modo a mobilizar também o solo abaixo desta e, posteriormente, uma lei de interface será adotada para a determinação do mecanismo completo. O solo mais uma vez é modelado como um material de Tresca truncado em tração, apresentando peso específico. Como a obtenção das superfícies de descontinuidade acima e abaixo da âncora podem ser obtidas separadamente, estas serão apresentadas nas próximas subseções.

4.3.2.1 Superfícies de descontinuidade acima da placa de ancoragem

Assumindo os dois planos de simetria de uma placa retangular como a apresentada pela Figura 4.7 (Oxz e Oyz), é possível então analisar-se apenas um quadrante da placa, conforme ilustrado pela Figura 4.10. Assim, será admitido que a superfície de descontinuidade paralela ao plano Oyz será descrita por uma função onde $z = g(r, \theta)$, enquanto a descontinuidade em face paralela ao plano Oxz é dada por uma $z = f(r, \theta)$, de modo que $f(r, \theta) = g(r, \theta)$ no plano passando pela origem e pelos pontos $(L, B, 0)$ e (L_{sup}, B_{sup}, H) , ou seja, em coordenadas cilíndricas, quando $\theta = \arctan(B/L)$.

Sob tais condições, a parcela de resistência mobilizada devido às descontinuidades acima da âncora pode ser descrita através das seguinte forma funcional:

$$\begin{aligned} \frac{F_{sup}}{4} = & \gamma BLH + \int_0^\phi \int_{\frac{L}{\cos\theta}}^{\frac{L_{sup}}{\cos\theta}} \left[C \sqrt{1 + f_{,r}^2 + \frac{f_{,\theta}^2}{r^2}} + T - C + \gamma(H - f) \right] r dr d\theta + \\ & \int_0^{\frac{\pi}{2} - \phi} \int_{\frac{B}{\cos\theta}}^{\frac{B_{sup}}{\cos\theta}} \left[C \sqrt{1 + g_{,r}^2 + \frac{g_{,\theta}^2}{r^2}} + T - C + \gamma(H - g) \right] r dr d\theta + BLd\gamma_w + \frac{\gamma^p |\Omega^p|}{4} \end{aligned} \quad (4.46)$$

onde $\phi = \arctan(B/L)$. De modo a encontrar as funções que minimizam as integrais da Equação 4.46, estas devem obedecer à condição de estacionariedade do funcional, descritas pelas

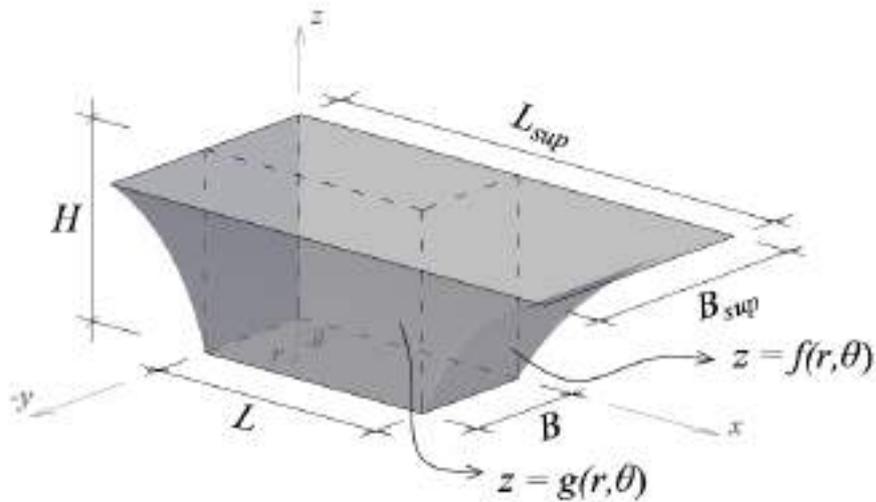


Figura 4.10 – Problema em análise para superfícies de descontinuidade superior otimizada em placas retangulares. Dada a simetria da superfície, apenas um quadrante será utilizado.

equações de Euler-Lagrange. Aplicando-se esta condição ao funcional acima, chega-se então nas seguintes equações diferenciais parciais não lineares:

$$\frac{f_{,r} \left(r^2 f_{,r} f_{,rr} + f_{,\theta} f_{,r\theta} - \frac{f_{,\theta}^2}{r} \right) + f_{,\theta} \left(f_{,r} f_{,\theta} + \frac{f_{,\theta} f_{,\theta\theta}}{r^2} \right)}{r \left(1 + f_{,r}^2 + \frac{f_{,\theta}^2}{r^2} \right)^{3/2}} - \frac{r (r f_{,rr} + f_{,r}) + f_{,\theta\theta}}{r \sqrt{1 + f_{,r}^2 + \frac{f_{,\theta}^2}{r^2}}} + \frac{\gamma r}{C} = 0 \quad (4.47a)$$

$$\frac{g_{,r} \left(r^2 g_{,r} g_{,rr} + g_{,\theta} g_{,r\theta} - \frac{g_{,\theta}^2}{r} \right) + g_{,\theta} \left(g_{,r} g_{,\theta} + \frac{g_{,\theta} g_{,\theta\theta}}{r^2} \right)}{r \left(1 + g_{,r}^2 + \frac{g_{,\theta}^2}{r^2} \right)^{3/2}} - \frac{r (r g_{,rr} + g_{,r}) + g_{,\theta\theta}}{r \sqrt{1 + g_{,r}^2 + \frac{g_{,\theta}^2}{r^2}}} + \frac{\gamma r}{C} = 0 \quad (4.47b)$$

onde $f_{,r} = \frac{\partial f(r,\theta)}{\partial r}$, $f_{,r\theta} = \frac{\partial^2 f(r,\theta)}{\partial r \partial \theta}$, e assim sucessivamente. As condições de contorno a serem respeitadas pelas funções são dadas por:

$$f(L/\cos \theta, \theta) = 0 \quad \forall \theta \in [0, \phi] \quad (4.48a)$$

$$f(L_{sup}/\cos \theta, \theta) = H \quad \forall \theta \in [0, \phi] \quad (4.48b)$$

$$g(B/\cos \theta, \theta) = 0 \quad \forall \theta \in [0, \pi - \phi] \quad (4.48c)$$

$$g(B_{sup}/\cos\theta, \theta) = H \quad \forall \theta \in [0, \pi - \phi] \quad (4.48d)$$

$$f(r, \phi) = g(r, \pi/2 - \phi) \quad \forall r \quad (4.48e)$$

sendo que B_{sup} e L_{sup} (Figura 4.10) podem ser vistos como parâmetros de minimização juntamente com a altura intermediária $H_0 \in [0, H]$ de modo a obter-se uma melhor estimativa do limite superior da carga última para a classe de mecanismos em questão.

A resolução do problema foi executada através da implementação de um software em diferenças finitas para a resolução das equações diferenciais parciais (Equação 4.47) em *python*, seguido pela integração numérica através da regra de Simpson da Equação 4.46 em um laço de repetições minimizando F_{sup} em relação aos parâmetros geométricos B_{sup} , L_{sup} e H_0 . Um exemplo do resultado típico obtidos através do programa pode ser observados pela Figura 4.11.

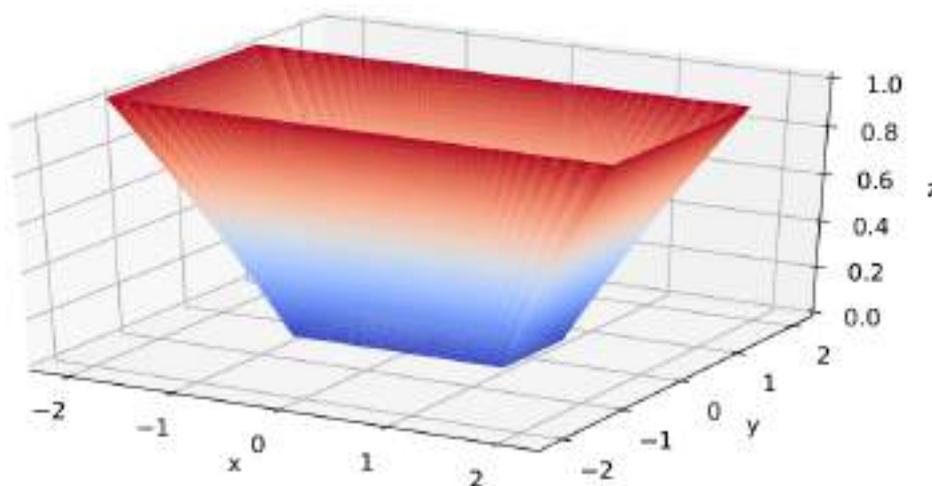


Figura 4.11 – Exemplo de resultado obtido através da otimização das superfícies de descontinuidade superiores para uma placa retangular.

4.3.2.2 Superfícies de descontinuidade abaixo da placa de ancoragem

Ao considerar-se que a interface entre a base da âncora e o solo de fundação possuem uma aderência perfeita, espera-se que superfícies de descontinuidade de velocidade se formem abaixo da placa, separando a parcela de solo mobilizado durante o arrancamento de sua vizinhança que permanece em repouso. Uma ilustração do problema proposto nesta classe de mecanismos de ruptura pode ser observada pela Figura 4.12.

Após uma série de testes, percebeu-se que adoção de uma superfície única da forma $z = f(x, y)$ apresentou melhores resultados quando comparado a duas funções em coordenadas

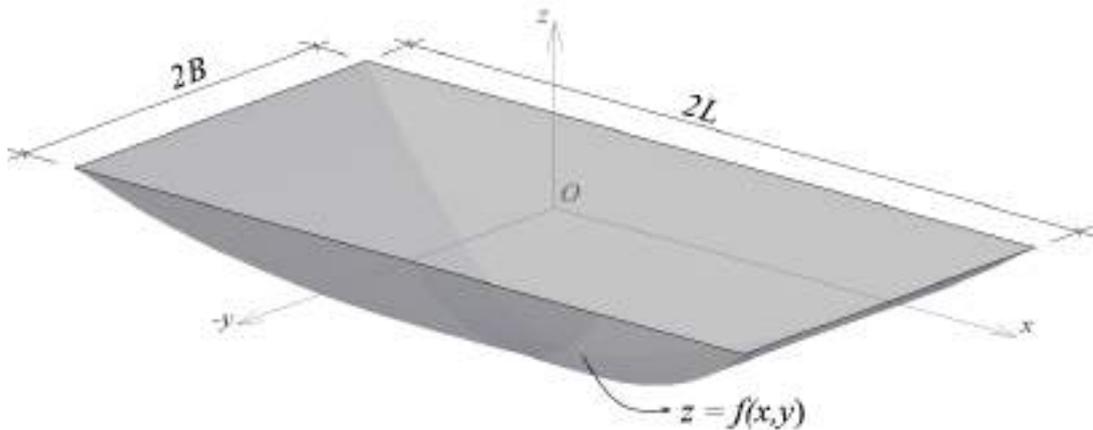


Figura 4.12 – Problema em análise para superfícies de descontinuidade inferior otimizada em placas retangulares.

cilíndricas tais quais as apresentadas na subseção 4.3.2.1. Isto se deve provavelmente ao fato da limitação imposta nas premissas, onde as funções $f(r, \theta)$ e $g(r, \theta)$ são iguais em um plano passando pela origem e pelos pontos $(L, B, 0)$, o que limita a formação de uma superfície de descontinuidade completamente livre que possa minimizar da forma mais efetiva a parcela de resistência desenvolvida pelas descontinuidades inferiores. Deste modo, a seguinte forma funcional para a parcela de força referente ao solo mobilizado sob a placa de ancoragem F_{inf} pode então ser obtida através da abordagem cinemática da análise limite:

$$F_{inf} = \int_{-B}^B \int_{-L}^L \left[C \sqrt{1 + f_{,x}^2 + f_{,y}^2} + T - C - \gamma f \right] dx dy \quad (4.49)$$

Aplicando-se a condição de estacionariedade ao funcional, têm-se então à seguinte equação diferencial parcial para a curva dada por $z = f(x, y)$:

$$\frac{f_{,xx} (1 + f_{,y}^2) - 2f_{,xy} f_{,x} f_{,y} + f_{,yy} (1 + f_{,x}^2)}{(1 + f_{,x}^2 + f_{,y}^2)^{3/2}} = -\frac{\gamma}{C} \quad (4.50)$$

Sujeita às condições de contorno:

$$f(L, y) = f(-L, y) = 0 \quad (4.51a)$$

$$f(x, B) = f(x, -B) = 0 \quad (4.51b)$$

Tal qual descrito em mais detalhes nas seções anteriores, a resolução da Equação 4.50 foi aproximada numericamente através do método das diferenças finitas, realizando-se a integração numérica da forma funcional de F_{inf} através da regra de Simpson composta, conforme já comentado. Uma ilustração típica dos resultados obtidos pode ser observado na Figura 4.13.

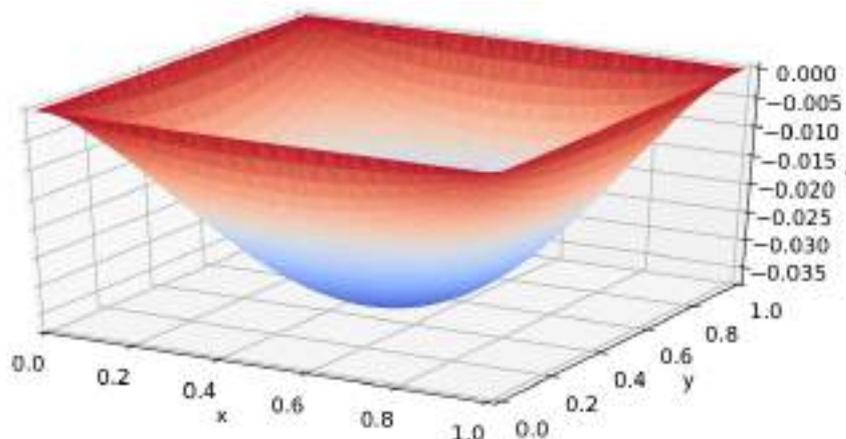


Figura 4.13 – Exemplo de resultado obtido através da otimização das superfícies de descontinuidade inferiores para uma placa retangular.

4.4 MECANISMOS EM ESTADO PLANO DE DEFORMAÇÕES

Uma terceira análise pertinente à resistência ao arrancamento de placas de ancoragem compete a estimativa da carga última das chamadas âncoras corridas, onde o comprimento em uma direção de uma placa retangular é muito superior quando comparado a sua largura. Sob estas circunstâncias, o domínio originalmente tridimensional pode ser simplificado a uma configuração bidimensional partindo da suposição que o comportamento de uma âncora muito longa em uma direção pode ser analisada como uma sucessão de fatias bidimensionais de espessura unitária, de modo que todas as deformações estejam contidas no plano analisado.

Assim, duas classes de mecanismos de ruptura distintas serão investigadas para uma âncora em estado plano de deformações. Inicialmente será apresentado um mecanismo de bloco em translação, onde as superfícies de descontinuidade de velocidade na ruptura ocorrem em linhas retas, de modo que o ângulo de inclinação destas superfícies deve ser obtido de modo a minimizar a potência desenvolvida durante a ruptura do mecanismo proposto e o consequente valor da força de arrancamento F . Em seguida, um mecanismo otimizado será proposto onde as superfícies de descontinuidade são descritas por uma função que deve ser obtida de forma a minimizar a forma funcional de F . De forma simplificada, apenas a condição em que o solo se encontre seco ou então o nível d'água se encontre junto à superfície do solo será analisada, permitindo assim a comparação com resultados clássicos encontrados na literatura. Ou seja, nas análises apresentadas nesta seção, a altura da coluna d'água será considerada igual a zero ($d = 0$).

4.4.1 Mecanismo formado por descontinuidades retas

O mecanismo de ruptura proposto nesta análise pode ser observado pela Figura 4.14. A cinemática deste mecanismo consiste em um bloco trapezoidal, delimitado pela zona 1, e um bloco triangular

(zona 2), ambos se deslocando sob uma velocidade constante puramente vertical $\underline{U}_1^s = \underline{U}_2^s = U \underline{e}_z$ em um movimento de corpo rígido, enquanto a zona 3, que descreve o solo nas vizinhanças, permanece em repouso ($\underline{U}_3^s = 0$). Isto posto, assume-se que descontinuidades de velocidades ocorrem ao longo das retas AB e $A'B'$ bem como BD e $B'D$ durante a ruptura do sistema, cuja abrangência é função dos ângulos de abertura α e β , apresentando simetria em torno do eixo z . Inicialmente a interface solo/âncora será considerada perfeitamente aderente, de modo com que a zona 2 se desloque conectada à placa de ancoragem, posteriormente a possibilidade de uma interface com resistência limitada em tração será incorporada à análise.

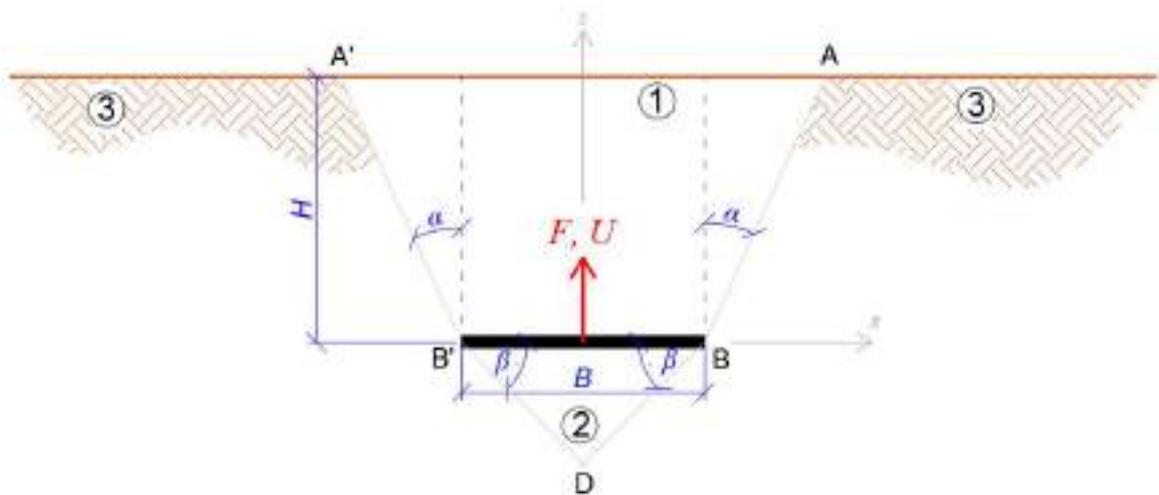


Figura 4.14 – Mecanismo de ruptura formado por descontinuidades de velocidade retas em estado plano de deformações.

Assim, na classe de mecanismos considerada, a potência virtual das forças externas dada pela Equação 4.3 se escreve:

$$P_{ext} = FU - \gamma U \left(BH + H^2 \tan \alpha + \frac{B^2}{2} \tan \beta \right) - \gamma^p U |\Omega^p| \quad (4.52)$$

onde o último termo da Equação 4.52 refere-se ao peso da placa para um dado comprimento transversal. Como o mecanismo de ruptura proposto descreve um movimento de corpo rígido, o solo não apresenta taxa de deformação e conseqüentemente a potência resistente máxima será descrita apenas pela parcela referente às descontinuidades de velocidade ocorrendo ao longo das linhas AB e BD , bem como $A'B'$ e $B'D'$ por simetria. Desta forma, a potência resistente máxima do mecanismo pode ser obtido segundo a Equação 4.4 como:

$$P_{rm} = 2U \frac{H}{\cos \alpha} (C + (T - C) \sin \alpha) + 2U \frac{B}{\cos \beta} (C + (T - C) \cos \beta) \quad (4.53)$$

Sujeitas às condições de pertinência do critério para ambas as descontinuidades:

$$[[\hat{U}]]_{12} \cdot n_{12} \geq 0 \quad \therefore \quad \sin \alpha \geq 0 \quad (4.54a)$$

$$[[\hat{U}]]_{23} \cdot n_{23} \geq 0 \quad \therefore \quad \cos \beta \geq 0 \quad (4.54b)$$

Adotando-se então a abordagem cinemática da análise limite descrita pela Equação 3.18 e substituindo os valores apresentados nas Equações 4.52 e 4.53, chega-se na inequação que fornece a condição necessária à estabilidade do sistema perante uma força de arrancamento F em função dos ângulos de abertura α e β do mecanismo apresentado:

$$\frac{F}{BC} \leq \frac{2}{\cos \alpha} \frac{H}{B} \left(1 + \left(\frac{T-C}{C} \right) \sin \alpha \right) + \frac{1}{\cos \beta} \left(1 + \left(\frac{T-C}{C} \right) \cos(\beta) \right) + \frac{\gamma H}{C} \left(1 + \frac{H/B}{\tan(\alpha)} + \frac{B}{2H} \tan \beta \right) + \frac{\gamma^p |\Omega^p|}{BC} \quad (4.55)$$

De modo que os ângulos independentes α e β devem ser obtidos de forma a minimizar a potência desenvolvida na ruptura do sistema. Derivando-se F em relação a β , verifica-se que os valores de β que minimizam F são dados por $\beta_{min} = \arcsin(-\gamma B/2C)$. Contudo, como γ , B e C são sempre positivos, tal minimização conduz sempre a valores negativos para β , violando a condição de pertinência do mecanismo em que $0 \leq \beta < \pi/2$ e evidenciando então que o valor de β que minimiza F garantindo a pertinência é dada por $\beta = 0$, ou seja, para este mecanismo a ruptura acontece com a movimentação de uma camada limite do solo localizado imediatamente abaixo da base da âncora, mobilizando a sua resistência à tração T .

Da mesma forma, minimizando-se F em relação a α e considerando o critério de pertinência do mecanismo dado pela Equação 4.54a, duas conclusões são possíveis:

- a) Se $C \geq T + \gamma H/2$, a abertura α que minimiza F é dada por:

$$\alpha = \arcsin \left(\frac{2C - 2T - \gamma H}{2C} \right) \quad (4.56)$$

E a conseqüente força de arrancamento que fornece um limite superior de resistência para o mecanismo proposto:

$$\frac{F}{BC} \leq \frac{H}{B} \frac{\sqrt{(2T - \gamma H)(4C - 2T - \gamma H)}}{C} + \frac{\gamma H + T}{C} + \frac{\gamma^p |\Omega^p|}{BC} \quad (4.57)$$

- b) Se $C \leq T + \gamma H/2$, a minimização de α perante a condição de pertinência conduz ao extremo $\alpha = 0$, logo as descontinuidades ocorrerão em linhas puramente verticais.

O limite superior da força de arrancamento para este caso é dado então por:

$$\frac{F}{BC} \leq \frac{2H}{B} + \frac{\gamma H + T}{C} + \frac{\gamma^p |\Omega^p|}{BC} \quad (4.58)$$

Outra análise pertinente consiste em considerar uma interface com resistência à tração limitada por um valor t_i , como apresentado na subseção 3.5.5. Verifica-se então que neste caso a ruptura acontece ou no solo imediatamente abaixo da âncora devido a mobilização de sua resistência à tração; ou na interface solo/âncora, dependendo qual dos dois parâmetros apresenta magnitude menor. Perante estas condições, conclui-se que a condição necessária à estabilidade do sistema dada por este mecanismo é descrita por:

$$\begin{cases} \frac{F}{BC} \leq \frac{H}{B} \sqrt{\frac{(2T-\gamma H)(4C-2T-\gamma H)}{C}} + \frac{\gamma H + \min(T, t_i)}{C} + \frac{\gamma^p |\Omega^p|}{BC} & \text{se } C \geq T + \gamma H/2 \\ \frac{F}{BC} \leq \frac{2H}{B} + \frac{\gamma H + \min(T, t_i)}{C} + \frac{\gamma^p |\Omega^p|}{BC} & \text{se } C \leq T + \gamma H/2 \end{cases} \quad (4.59)$$

4.4.2 Mecanismos de blocos em translação com otimização das linhas de ruptura

A classe de mecanismos de ruptura proposta nesta análise é apresentado pela Figura 4.15. A cinemática da ruptura se dá de forma similar às apresentadas anteriormente, onde as zonas 1 e 2 se deslocam verticalmente num movimento de corpo rígido com $\underline{U}_1^s = \underline{U}_2^s = U \underline{e}_z$ enquanto a zona 3 permanece em repouso. Contudo, neste mecanismo, as discontinuidades de velocidade são consideradas ocorrendo sobre superfícies inicialmente indeterminadas, devendo estas serem obtidas de forma a minimizar a resistência à extração da placa de ancoragem. Desta forma, as coordenadas da discontinuidade de velocidade superior AB (acima da âncora) são descritas por uma função qualquer $x = f(z)$, enquanto a discontinuidade inferior BD (abaixo da placa) é dada por uma função $z = g(x)$. As discontinuidades $A'B'$ e $B'D$ são obtidas pela simetria em relação ao eixo z do modelo. Novamente, a interface será inicialmente modelada perfeitamente aderida ao solo de fundação delimitado pela $g(x)$.

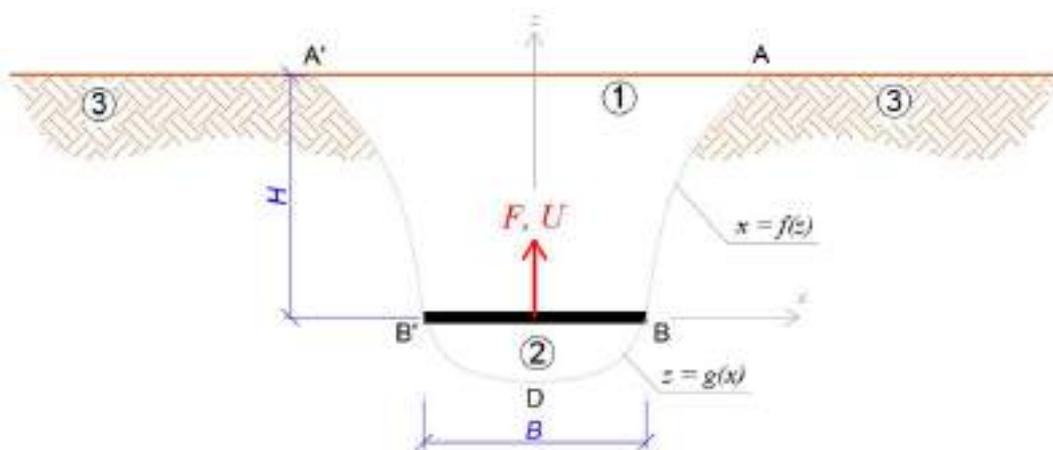


Figura 4.15 – Mecanismo formado por discontinuidades desconhecidas em estado plano de deformações.

Consequentemente, a potência das forças externas deste mecanismo será dada por uma parcela

referente à potência gerada pela força de arrancamento F , bem como pelas forças de volume das áreas acima e abaixo da placa de ancoragem e o peso próprio da âncora, como descreve a expressão:

$$P_{ext} = FU - 2\gamma U \left(\int_0^H f(z) dz + \int_0^{B/2} |g(x)| dx \right) - \gamma^p U |\Omega^p| \quad (4.60)$$

Mais uma vez, o mecanismo não apresenta taxa de deformação do solo, de forma que as potências resistentes máximas de cada descontinuidade serão dadas pela Equação 3.35. Portanto, para cada uma das descontinuidades:

a) Descontinuidade $[[\hat{U}]]_{13} = \underline{U}_3^s - \underline{U}_1^s$:

$$P_{rm}^{AB \cup A'B'} = 2U \int_0^H \left[C \sqrt{1 + f'(z)^2} + (T - C) f'(z) \right] dz \quad (4.61)$$

Sujeita a condição de pertinência do critério:

$$[[\hat{U}]]_{13} \cdot \underline{n}_{23} \geq 0 \quad \therefore \quad f'(z) \geq 0 \quad \forall z \in [0, H] \quad (4.62)$$

b) Descontinuidade $[[\hat{U}]]_{23} = \underline{U}_3^s - \underline{U}_2^s$:

$$P_{rm}^{BD \cup B'D} = 2U \int_0^{B/2} \left[C \sqrt{1 + g'(x)^2} + T - C \right] dx \quad (4.63)$$

Sujeita também a condição de pertinência:

$$[[\hat{U}]]_{23} \cdot \underline{n}_{23} \geq 0 \quad \therefore \quad U \geq 0 \quad (4.64)$$

Automaticamente verificada pela positividade de U no mecanismo de arrancamento considerado.

Aplicando-se o teorema cinemático da análise limite, a seguinte condição necessária à estabilidade do sistema pode ser escrita:

$$F \leq 2 \int_0^H \left[C \sqrt{1 + f'(z)^2} + (T - C) f'(z) + \gamma f(z) \right] dz + \quad (4.65)$$

$$2 \int_0^{B/2} \left[C \sqrt{1 + g'(x)^2} + T - C + \gamma |g(x)| \right] dx + \gamma^p |\Omega^p|$$

Descrevendo assim uma forma funcional de F onde as funções $f(z)$ e $g(x)$ devem ser encontradas de forma a minimizar a resistência à extração, sujeitas as condições de pertinência descritas pelas equações 4.62 e 4.64. Novamente, como a obtenção de ambas as funções é independente uma da outra, estas serão tratadas separadamente nas próximas subseções, de modo que a força de arrancamento F será composta de duas parcelas, uma acima da placa de ancoragem F_{sup} e outra abaixo da âncora F_{inf} .

4.4.2.1 Obtenção da linha de descontinuidade superior $x = f(z)$

A obtenção da superfície de descontinuidade entre os pontos A e B (bem como A' e B' , por simetria), é dada pela minimização do funcional não convexo descrito pelo primeiro termo do lado direito da Equação 4.65, sujeito a condição de pertinência dada pela Equação 4.62, impondo que necessariamente $f'(z) \geq 0$ dentro do domínio considerado.

Seguindo os procedimentos de minimização de funcionais sujeitos à restrições, percebe-se que a equação $f'(z) = 0$ descreve uma fronteira no domínio admissível onde a função que extremiza o funcional deve ser encontrada. Assim, assume-se a equação da fronteira $f'(z) = 0$ e conseqüentemente $f(z) = A$, onde A é uma constante de integração. A inequação original dada pela condição de pertinência pode então ser reescrita a partir de uma troca de variáveis da forma $h^2(z) = f(z) - A$. Sob estas circunstâncias, a equação que fornece a condição de estacionariedade de funcional $J = J(z, f(z), f'(z))$ é dada por (PETROV, 1968):

$$2h(z) \left(\frac{\partial J}{\partial f(z)} - \frac{d}{dz} \left(\frac{\partial J}{\partial f'(z)} \right) \right) = 0 \quad (4.66)$$

Levando a duas equações que garantem a pertinência de 4.66: $h = 0$ e conseqüentemente $f(z) = A$, ou seja, a fronteira do domínio admissível dado pela restrição; e a equação de Euler-Lagrange que fornece a condição de estacionariedade do funcional. Assim sendo, o extremo do funcional submetido à condição supracitada pode ser alcançado por uma curva composta no domínio da variável independente z , formada por uma parcela de cada uma das condições evidenciadas pela Equação 4.66.

A solução para a minimização do funcional consiste então em dividir o domínio da variável independente em dois segmentos, delimitados por um ponto intermediário H_0 contido entre 0 e H que conduz a uma curva composta no domínio. O primeiro sendo relativo ao trecho $z \in [0, H_0]$ onde $f'(z) = 0$ e conseqüentemente $f(z) = B/2$ (de modo a anteder à condição de contorno), e o segundo para $z \in [H_0, H]$ onde a $f(z)$ que minimiza a forma funcional de F_{sup} é obtida pela equação de Euler-Lagrange. Desta forma, a parcela de resistência fornecida pela geometria acima da placa de ancoragem no mecanismo pode ser escrita como:

$$F_{sup} = 2 \left\{ \int_0^{H_0} C dz + \int_{H_0}^H \left[C \sqrt{1 + f'(z)^2} + (T - C) f'(z) + \gamma f(z) \right] dz \right\} + \gamma B H_0 + \gamma^p |\Omega^p| \quad (4.67)$$

Analisando-se a condição de estacionariedade da segunda integral da equação acima, dada pela equação de Euler-Lagrange, chega-se a seguinte equação diferencial ordinária não-linear de segunda ordem, cuja solução constitui em uma função de curvatura constante dada pela razão γ/C :

$$\frac{f''(z)}{(1 + f'(z)^2)^{3/2}} = \frac{\gamma}{C} \quad (4.68)$$

Integrando-se uma vez a Equação 4.68 por separação de variáveis e substituição trigonométrica:

$$\frac{C}{\gamma} \frac{f'(z)}{\sqrt{1+f'(z)^2}} + K_1 = z \quad (4.69)$$

onde K_1 é uma constante de integração que, pela condição de pertinência descrita pela Equação 4.62, verifica-se que obrigatoriamente $K_1 \leq H_0$. Reescrevendo a equação acima:

$$(f'(z))^2 = \frac{\gamma^2(z - K_1)^2}{C^2 - \gamma^2(z - K_1)^2} \quad (4.70)$$

Como $z \in [H_0, H]$, o numerador sempre será positivo ou igual a zero. Logo, para que seja possível obterem-se raízes reais do lado direito da equação e a solução seja pertinente perante o critério de ruptura do material, deve-se garantir que:

$$\frac{\gamma H_0 + C}{\gamma} \leq K_1 \leq H_0 \quad (4.71)$$

Assumindo esta condição, a solução final para a Equação 4.68 é dada por:

$$f(z) = K_2 - \frac{1}{\gamma} \sqrt{C^2 - \gamma^2(z - K_1)^2} \quad (4.72)$$

onde K_2 é uma constante de integração que deve respeitar a continuidade entre os dois trechos dada a condição de contorno $f(z = H_0) = B/2$. Assim, a equação final que descreve o trecho $H_0 \leq z \leq H$ é dado pela cônica:

$$f(z) = \frac{\gamma B + 2\sqrt{\alpha}}{2\gamma} + \frac{\sqrt{C^2 - \gamma^2(z - K_1)^2}}{\gamma} \quad (4.73)$$

onde $\alpha = C^2 - \gamma^2(H_0 - K_1)^2$. Substituindo esta forma de $f(z)$ na Equação 4.67 chega-se então na condição necessária à estabilidade do mecanismo de ruptura superior perante a ação de F :

$$F_{sup} = 2CH_0 + \frac{C^2}{\gamma} \arcsin \left(\frac{\gamma(\sqrt{\alpha}(H - K_1) - \sqrt{\beta}(H_0 - K_1))}{C^2} \right) + \frac{\sqrt{\alpha}}{\gamma} (2\gamma H - \gamma H_0 - \gamma K_1 + 2T - 2C) + \frac{\sqrt{\beta}}{\gamma} (\gamma K_1 - \gamma H - 2T + 2C) + B\gamma H + \gamma^p |\Omega^p| \quad (4.74)$$

onde $\beta = C^2 - \gamma^2(H - K_1)^2$. Minimizando F em relação a K_1 e H_0 mantendo-se as restrições descritas pela Equação 4.71, verifica-se que estes assumem os seguintes valores em função das propriedades do material e da profundidade H da âncora:

$$\begin{cases} K_1 = \frac{\gamma H - C + T}{\gamma}, H_0 = 0 & \text{se } C \geq \gamma H + T \\ K_1 = H_0 = \frac{\gamma H - C + T}{\gamma} & \text{se } T \leq C \leq \gamma H + T \\ K_1 = H_0 = H & \text{se } C \leq T \end{cases} \quad (4.75)$$

Descrevendo assim quando a superfície de descontinuidade será dada apenas pelo trecho não linear oriundo da condição de estacionariedade do funcional, apenas por linhas retas verticais ou uma configuração composta entre estes extremos. Em suma:

- a) Se $C \geq \gamma H + T$: a superfície será descrita pela função encontrada dada a condição de estacionariedade do funcional, uma vez que $H_0 = 0$. Assim:

$$\frac{F_{sup}}{BC} = \frac{1}{\gamma B} \left[C \arcsin \left(\frac{\sqrt{\alpha}(C-T) + \sqrt{\beta}(\gamma H - C + T)}{C^2} \right) + \sqrt{\alpha} \left(\frac{\gamma H - C + T}{C} \right) + \sqrt{\beta} \left(\frac{C-T}{C} \right) \right] + \frac{\gamma H}{C} + \frac{\gamma^p |\Omega^p|}{BC} \quad (4.76)$$

onde $\alpha = (\gamma H + T)(2C - \gamma H - T)$ e $\beta = T(2C - T)$. A função que descreve a descontinuidade AB é então dada por:

$$x = f(z) = \frac{\gamma B + 2\sqrt{\alpha}}{2\gamma} - \sqrt{(\gamma H - \gamma z + T)(2C + \gamma z - T - \gamma H)} \quad (4.77)$$

Sendo $A'B'$ encontrada por simetria em relação ao eixo z .

- b) Se $T \leq C \leq \gamma H + T$: A superfície será descrita por um trecho constante (condição de contorno do extremo) até uma altura $H_0 \in [0, H] = \frac{\gamma H - C + T}{\gamma}$ e um trecho dado pela estacionariedade do funcional:

$$\frac{F_{sup}}{BC} = \frac{2}{B} \left(\frac{\gamma H - C + T}{\gamma} \right) + \frac{C}{\gamma B} \arcsin \left(\frac{C-T}{C} \right) + \frac{\sqrt{T(2C-T)}}{\gamma B} \left(\frac{C-T}{C} \right) + \frac{\gamma H}{C} + \frac{\gamma^p |\Omega^p|}{BC} \quad (4.78)$$

onde a função que descreve a geometria da descontinuidade AB é dada por:

$$x = f(z) = \begin{cases} B/2 & \text{se } z \leq \frac{\gamma H - C + T}{\gamma} \\ \frac{\gamma B + 2\sqrt{\alpha}}{2\gamma} - \sqrt{(\gamma H - \gamma z + T)(2C + \gamma z - T - \gamma H)} & \text{se } z \geq \frac{\gamma H - C + T}{\gamma} \end{cases} \quad (4.79)$$

- c) Se $C \leq T$: A superfície será descrita somente por uma reta vertical constante em todo o domínio uma vez que $H_0 = H$. Logo:

$$\frac{F_{sup}}{BC} = 2\frac{H}{B} + \frac{\gamma H}{C} + \frac{\gamma^p |\Omega^p|}{BC} \quad (4.80)$$

E a geometria da descontinuidade AB :

$$x = f(z) = \frac{B}{2} \quad (4.81)$$

Uma ilustração esquemática da minimização das descontinuidades superiores para a cinemática de ruptura proposta pode ser observada pela Figura 4.16. A obtenção da superfície de ruptura abaixo da placa de ancoragem será descrita na próxima subseção.

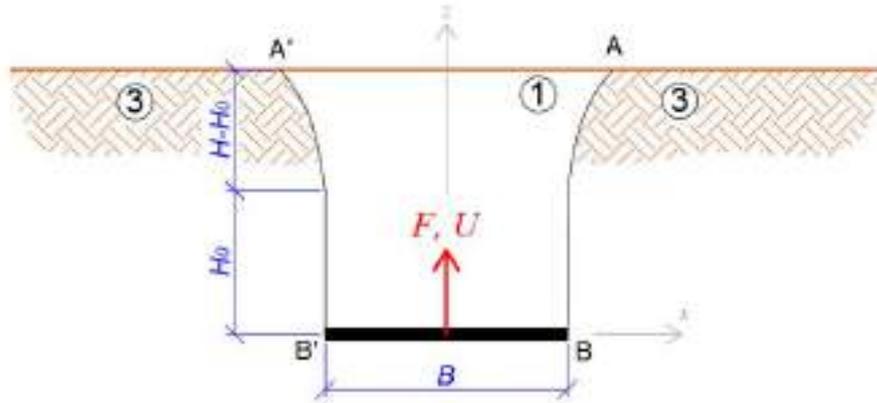


Figura 4.16 – Geometria obtida pela minimização do funcional que descreve as descontinuidades superiores do mecanismo de ruptura em estado plano de deformações.

4.4.2.2 Obtenção da linha de descontinuidade inferior $z = g(x)$

De forma análoga, a obtenção da superfície BD (e $B'D$ por simetria) onde ocorre a descontinuidade de velocidade abaixo da placa de ancoragem é obtida pela minimização do funcional $J = J(x, g(x), g'(x))$ abaixo:

$$J = \int_0^{B/2} \left[C\sqrt{1 + g'(x)^2} + T - C - \gamma g(x) \right] dx \quad (4.82)$$

Apesar de, neste caso, a condição de pertinência do critério de resistência do material não impor nenhuma restrição diretamente sobre a $g(x)$, de modo a levar em conta o formato da descontinuidade proposta, onde a função $g(x)$ não decresce no domínio $x \in [0, B/2]$, a condição de que $g'(x) \geq 0$ será adotada.

Desta forma, a extremização do funcional será dada de forma afim à realizada anteriormente para as descontinuidades superiores, assumindo um trecho linear para $x \in [0, B_0]$ com B_0 sendo um ponto intermediário contido entre 0 e $B/2$, e outro trecho dado pela condição de estacionariedade do funcional, como pode ser observado na Figura 4.17. Logo, o limite superior da força de arrancamento será dado por:

$$F \leq 2 \left(B_0 T - \gamma B_0 \cdot g(B_0) + \int_{B_0}^{B/2} \left[C\sqrt{1 + g'(x)^2} + T - C - \gamma g(x) \right] dx \right) + F_{sup}. \quad (4.83)$$

onde F_{sup} é a força de arrancamento obtida na subseção 4.4.2.1 para as descontinuidades superiores em função dos três casos descritos anteriormente. Tomando-se a integral da Equação 4.83, pode-se aplicar o procedimento convencional para extremização de funcionais segundo o cálculo das variações, conduzindo à seguinte equação diferencial:

$$\frac{g''(x)}{(1 + g'(x)^2)^{3/2}} = -\frac{\gamma}{C} \quad (4.84)$$

Resolvendo-se a *EDO*, encontra-se então a equação que fornece a superfície de descontinuidade de velocidade *BD* para o trecho dado por $x \in [B_0, B/2]$:

$$g(x) = \frac{1}{\gamma} \left(\sqrt{\beta_i} - \sqrt{C^2 - \gamma^2(K_1 + x)^2} \right) \quad (4.85)$$

onde $\beta_i = C^2 - \gamma^2(K_1 + B/2)^2$ e K_1 é uma constante de integração que deve respeitar as seguintes condições de pertinência do mecanismo e integrabilidade da equação diferencial:

$$K_1 \geq -B_0 \quad \text{e} \quad -\frac{2C - \gamma B}{2\gamma} \leq K_1 \leq \frac{C - \gamma B_0}{\gamma} \quad (4.86)$$

De modo a manter a continuidade entre os dois trechos, o trecho linear descrito por $x \in [0, B_0]$ é dado então por:

$$g(x) = \frac{1}{\gamma} \left(\sqrt{\beta_i} - \sqrt{C^2 - \gamma^2(K_1 + B_0)^2} \right) \quad (4.87)$$

Substituindo a forma da $g(x)$ para o segundo trecho, dada pela Equação 4.85 na Equação 4.83 e minimizando K_1 respeitando as condições 4.86, verifica-se que o valor que minimiza F em relação a K_1 é dado por $K_1 = -B_0$, sendo que a minimização de B_0 conduz a três valores em função das condições previamente descritas:

$$B_0 = \begin{cases} 0 & \text{se } C \geq \gamma B/2 \\ \frac{\gamma B - 2C}{2\gamma} & \text{se } \frac{2\gamma B}{(8-\pi)} \leq C < \gamma B/2 \\ \frac{B}{2} & \text{se } C < \frac{2\gamma B}{(8-\pi)} \end{cases} \quad (4.88)$$

Conduzindo então a três conclusões distintas para o mecanismo de ruptura ocorrendo imediatamente abaixo da âncora:

- a) Se $C \geq \gamma B/2$, a superfície de ruptura será descrita apenas pelo trecho não linear obtido pela minimização do funcional uma vez que $B_0 = 0$. Assim:

$$\frac{F_{inf}}{BC} = \frac{C}{\gamma B} \arcsin\left(\frac{\gamma B}{2C}\right) + \frac{1}{2C} \sqrt{C^2 - \frac{\gamma^2 B^2}{4}} - \left(\frac{C - T}{C}\right) \quad (4.89)$$

enquanto a geometria da descontinuidade para $x \in [0, B/2]$:

$$g(x) = \frac{1}{\gamma} \left(\sqrt{C^2 - \frac{\gamma^2 B^2}{4}} - \sqrt{C^2 - \gamma^2 x^2} \right) \quad (4.90)$$

- b) Se $2\gamma B/(8 - \pi) \leq C < \gamma B/2$, a superfície será descrita por um trecho constante para $x \in [0, B_0]$ e outro trecho não linear para $x \in [B_0, B/2]$, com $B_0 = (\gamma B - 2C)/2\gamma$. Assim, a descontinuidade *DB* (e *B'D* por simetria) é dada por:

$$g(x) = \begin{cases} -\frac{C}{\gamma} & \text{se } 0 \leq x \leq \frac{\gamma B - 2C}{2\gamma} \\ -\frac{1}{\gamma} \sqrt{C^2 - \gamma^2 \left(x - \frac{\gamma B - 2C}{2\gamma}\right)^2} & \text{se } \frac{\gamma B - 2C}{2\gamma} \leq x \leq \frac{B}{2} \end{cases} \quad (4.91)$$

Com o respectivo limite superior da força de arrancamento devido à descontinuidade inferior sendo dado por:

$$\frac{F_{inf}}{BC} = \frac{C(\pi - 8)}{2\gamma B} - \frac{C + T}{C} \quad (4.92)$$

- c) Se $C < (2\gamma B)/(8 - \pi)$, têm-se que $B_0 = B/2$ e, conseqüentemente, $g(x) = 0 \quad \forall x$, de modo que a ruptura acontece mobilizando o solo imediatamente abaixo da âncora e sua conseqüente resistência à tração:

$$\frac{F_{inf}}{BC} = \frac{T}{C} \quad (4.93)$$

Assim, a Figura 4.17 apresenta uma representação esquemática da geometria obtida para ambas descontinuidades

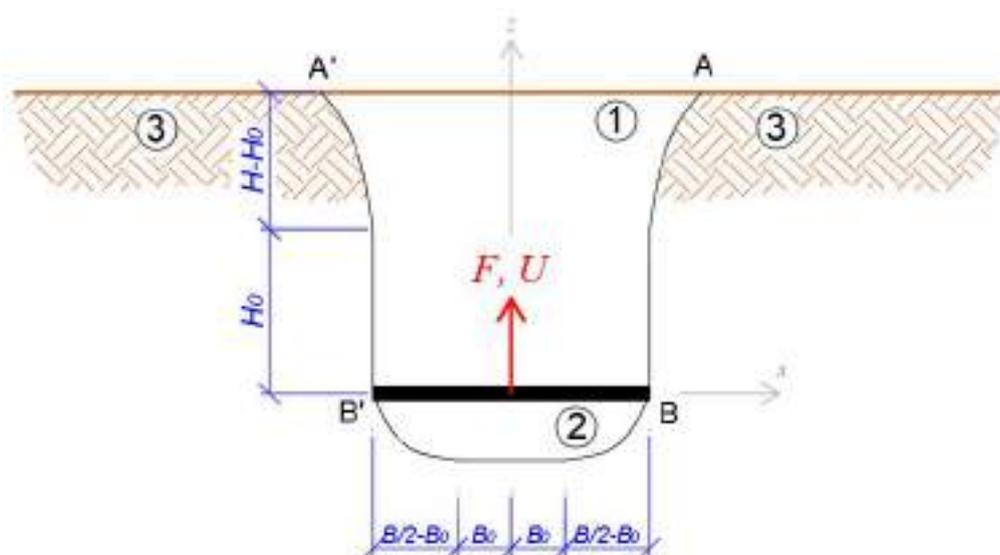


Figura 4.17 – Geometria obtida pela minimização do funcional que descreve as descontinuidades superior e inferior do mecanismo de ruptura otimizado em estado plano de deformações.

É importante salientar que estas condições são válidas sempre que a resistência à tração da interface t_i for suficientemente grande para suportar a massa de solo mobilizada abaixo da âncora e garantir a continuidade de velocidade entre as zonas 2 e 3. Assim, para um caso genérico, levando-se em consideração também uma resistência à tração t_i limitada na interface, o limite superior da força de arrancamento é dado por:

$$F \leq F_{sup} + \min(F_{inf}, Bt_i) \quad (4.94)$$

onde F_{inf} é a parcela de força desenvolvida devido à mobilização da descontinuidade inferior descrita nesta seção. A Equação 4.94 caracteriza assim que a ruptura pode ocorrer na interface, devido a uma falta de resistência à tração; mobilizando a resistência à tração do solo imediatamente abaixo da âncora; ou ainda desenvolvendo as superfícies de descontinuidade obtidas.

5 APLICAÇÃO NUMÉRICA: ABORDAGEM EM TENSÕES TOTAIS

Este capítulo destina-se a apresentar os resultados obtidos a partir da implementação numérica dos limites superiores da força de arrancamento desenvolvidos nos mecanismos de ruptura em tensões totais apresentados no Capítulo 4. Simulações numéricas foram realizadas de modo a tanto comparar as diferentes classes de mecanismos para cada uma das geometrias sob análise e investigar os efeitos dos principais parâmetros envolvidos no problema, quanto comparar as predições obtidas com dados experimentais e numéricos disponíveis na literatura, respectivamente, validando e verificando assim sua aplicação a placas de ancoragem rasas.

Para tanto, rotinas utilizando a linguagem *python* foram desenvolvidas pelo autor em cada um dos casos específicos, com exceção da minimização pelo método do ponto interior onde a biblioteca *cyipopt* (disponível em <https://cyipopt.readthedocs.io/en/stable/>) foi adotada. Cabe ressaltar que, após diversos testes de modo a determinar o tamanho das discretizações adotadas para as aproximações das equações diferenciais bem como o tamanho dos incrementos das minimizações, os seguintes parâmetros foram adotados nas análises:

- a) Discretização do domínio em 5 000 intervalos no método das diferenças finitas, utilizando-se os mesmos pontos para a integração numérica pela regra de Simpson;
- b) 10 iterações para a resolução do sistema de equações não lineares pelo método de Newton;
- c) Incrementos de tamanho $\Delta H_0 = H/100$ para a minimização de F_{sup} , quando pertinente;
- d) Incrementos de tamanho $\Delta R_{sup} = R_{sup}/100$ para a minimização de F_{sup} nos mecanismos de ruptura de âncoras circulares, adotando-se um R_{sup} máximo igual a $5R$, a não ser quando evidenciado que o mínimo se encontra além deste limite. Um raciocínio análogo se aplica para a minimização de B_{sup} e L_{sup} para placas retangulares.

A adoção destes valores permitiu garantir boa precisão na convergência dos resultados obtidos sem sobrecarregar demasiadamente o tempo de execução das rotinas desenvolvidas, que, em geral, permaneceu na ordem de grandeza de minutos para um computador de uso doméstico.

Ademais, nas análises paramétricas, serão apresentados resultados para os mecanismos analisando-se três situações distintas:

- a) A resistência à tração na interface é nula ($t_i = 0$) e conseqüentemente não há mobilização de resistência no solo de fundação;
- b) A resistência à tração na interface é igual à coesão do solo ($t_i = C$), caso onde o mecanismo de ruptura pode ocorrer mobilizando a interface ou no solo de fundação;
- c) A resistência à tração na interface é infinita ($t_i = \infty$) e logo a ruptura se dá mobilizando o solo abaixo da âncora.

Estas configurações de interface serão analisadas juntamente a três valores de resistência à tração do solo: $T = 0$, $T = C$, e $T = \infty$, de modo a fornecer padrões de comportamento das placas que permitam observar a influência dos principais parâmetros envolvidos na sua extração. Os resultados destas análises serão apresentados e discutidos nas próximas subseções para âncoras circulares, retangulares e corridas (estado plano de deformações) sob uma abordagem em tensões totais. Cabe ressaltar que todos os resultados aqui apresentados correspondem a limites superiores da força de arrancamento, dado que o teorema cinemático da análise limite conduz a uma condição necessária à estabilidade.

5.1 ÂNCORAS CIRCULARES

5.1.1 Análise paramétrica e comparação entre os mecanismos para placas circulares

Esta seção destina-se a comparar os resultados obtidos pelos mecanismos de ruptura dados por descontinuidades de velocidade cônicas e otimizadas desenvolvidos na seção 4.2 para placas circulares. Os resultados serão apresentados comparando-se a força de arrancamento normalizada pela área da placa vezes a coesão $F/(AC)$ versus o parâmetro adimensional $\gamma H/C$ para os diversos casos sob análise. Três razões de embutimento serão apresentadas: $H/D = 0.5, 1$ e 2 , de modo a cobrir uma grande parte das aplicações em geotecnia. Inicialmente uma comparação será realizada considerando-se $d = 0$ e, posteriormente, predições levando em consideração o peso da coluna d'água serão apresentados como referência.

Para o caso onde a interface solo/âncora não apresenta resistência nula à tração ($t_i = 0$), o limite superior da força de arrancamento normalizada pode ser observado pelas Figuras 5.1 e 5.3 para os cenários onde $T = 0$ e $T = C$, respectivamente. Ressalta-se que, como nestas condições a resistência de interface é dada por $t_i = 0$, toda a resistência observada nas curvas é fruto das descontinuidades de velocidade acima da âncora, e, conseqüentemente, F_{sup} , uma vez que o a ruptura ocorre sem mobilizar qualquer parcela de resistência abaixo da placa.

Assim, as curvas apresentando os resultados para descontinuidades cônicas foram obtidos através do problema de minimização de parâmetros apresentado na subseção 4.2.2; enquanto as descontinuidades otimizadas correspondem à resolução da equação diferencial não linear desenvolvida na subseção 4.2.3.

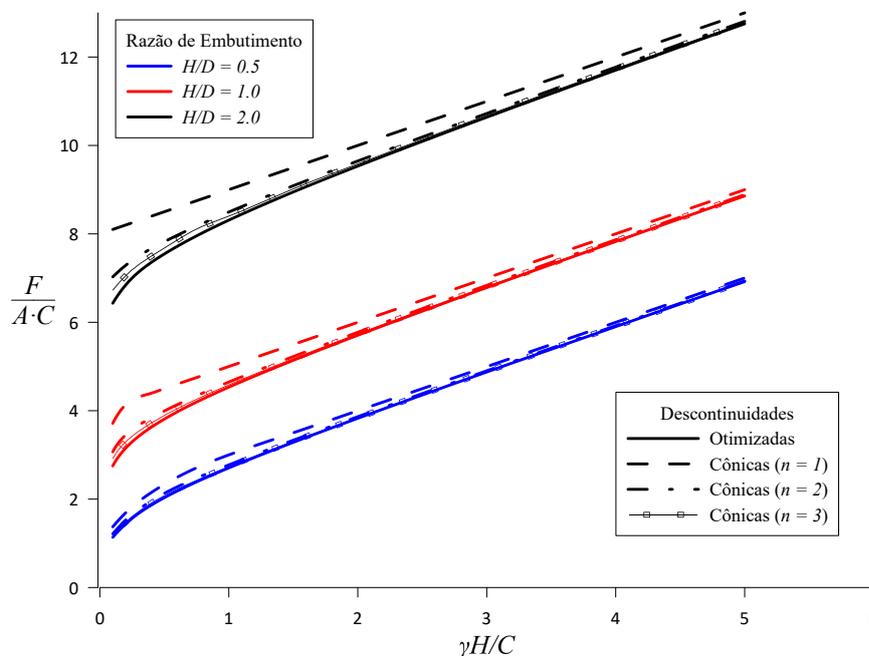


Figura 5.1 – Resultados obtidos pelos os mecanismos de ruptura com descontinuidades otimizadas e cônicas para $t_i = 0$ e $T = 0$.

A Figura 5.1 apresenta os resultados obtidos para o caso onde o material de Tresca em tração apresenta $T = 0$ e a interface possui resistência à tração igual a zero. Percebe-se que, sob estas condições, o mecanismo com descontinuidades otimizadas apresenta valores inferiores de resistência à extração quando comparados ao mecanismo de descontinuidades cônicas, sendo esta diferença tão pronunciada quanto menor a razão $\gamma H/C$. Contudo, fica evidente que mesmo a adoção de poucas sucessões de trechos cônicos a mais para descrever o mecanismo consegue aproximações melhores dos resultados obtidos pela solução do mecanismo otimizado que quando comparado ao caso onde $n = 1$. De modo ilustrativo, a Tabela 5.1 apresenta a razão entre as forças obtidas pelos diferentes mecanismos para a razão de embutimento $H/D = 1$, onde, por exemplo, a adoção de 3 trechos cônicos excede o resultado obtido pelas descontinuidades otimizadas em aproximadamente 6% para $\gamma H/C = 0.1$, em contraponto aos 35% obtidos para apenas um tronco de cone.

Da Figura 5.1 pode-se evidenciar também que inicialmente a curva referente ao mecanismo otimizado apresenta uma não linearidade e, com o aumento de $\gamma H/C$, tende a uma evolução linear ao passo em que as superfícies de descontinuidade de velocidade tornam-se cada vez mais próximas de um cilindro, como pode ser observado na Figura 5.2 para três valores distintos de $\gamma H/C$. Esta tendência também pode ser observada nos demais mecanismos, evidenciando-se que

Tabela 5.1 – Tabela comparativa entre os resultados obtidos pelos diferentes mecanismos para $t_i = 0$, $T = 0$ e $H/D = 1$

| $\gamma H/C$ | $F_{retas}/F_{otimizado}$ | | |
|--------------|---------------------------|---------|---------|
| | $n = 1$ | $n = 2$ | $n = 3$ |
| 0.1 | 1.350 | 1.116 | 1.058 |
| 0.25 | 1.290 | 1.084 | 1.039 |
| 0.5 | 1.181 | 1.048 | 1.022 |
| 1.0 | 1.103 | 1.025 | 1.012 |
| 2.0 | 1.051 | 1.012 | 1.006 |

estes convergem ao mesmo resultado, dado que tanto a minimização dos mecanismos cônicos quanto a resolução do mecanismo otimizado evoluem para as descontinuidades cilíndricas mencionadas anteriormente, paralelas ao eixo z .

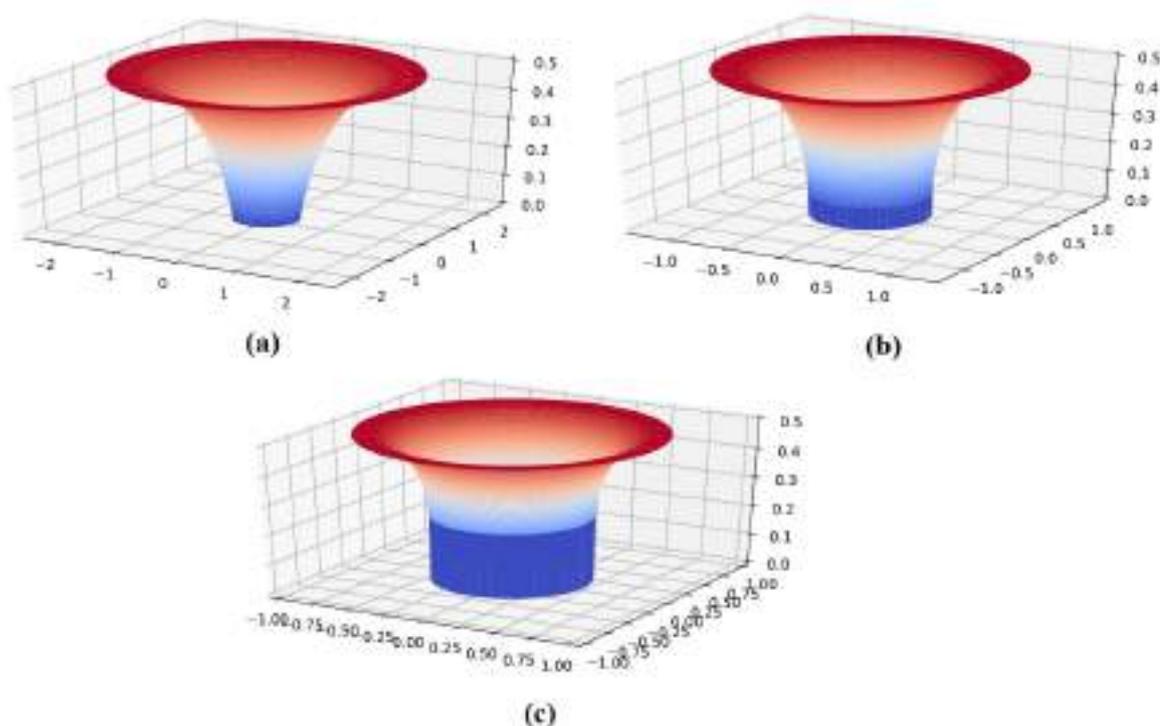


Figura 5.2 – Superfícies de descontinuidade superiores observadas para (a) $\gamma H/C = 0.1$, (b) $\gamma H/C = 0.5$ e (c) $\gamma H/C = 1.0$

Já, quando $t_i = 0$ e $T = C$ (Figura 5.3) percebe-se que a resolução de todos os mecanismos propostos conduzem ao mesmo resultado, uma vez que a minimização da descontinuidade superior conduz sempre à superfície cilíndrica supracitada não mobilizando a resistência à tração uma vez que $[[\hat{U}]] \cdot n = 0$. Este mesmo resultado é obtido quando $T = \infty$, caso onde o critério de Tresca truncado em tração se resume ao critério de Tresca convencional. Assim, nestes casos, o limite superior da força de arrancamento para um mecanismo com descontinuidades cilíndricas é

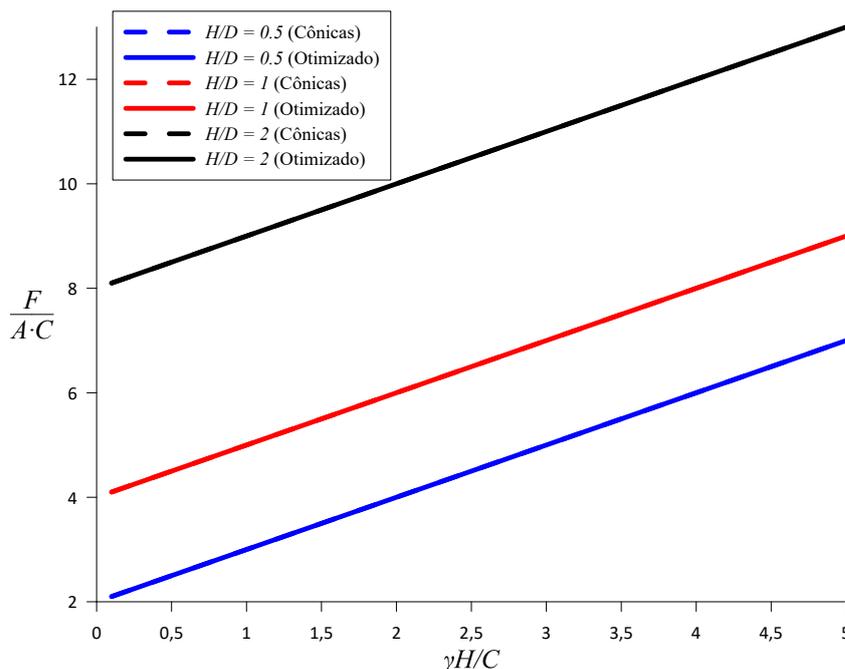


Figura 5.3 – Comparativo entre os resultados obtidos pelos os mecanismos otimizado e de cone para $t_i = 0$ e $T = C$.

dado por:

$$F \leq 2\pi CRH + \pi R^2(\gamma H + \gamma_w d + t_i) \quad (5.1)$$

Considerando-se agora uma resistência à tração da interface igual à coesão do material de Tresca ($t_i = C$), o mecanismo de ruptura desenvolvido irá depender da magnitude dos outros parâmetros envolvidos, principalmente no que diz respeito a como o desprendimento da placa irá ocorrer. Ao considerar-se uma resistência à tração do solo nula ($T = 0$), os resultados obtidos são os mesmos previamente apresentados pela Figura 5.1, uma vez que mesmo a interface apresentando uma resistência $t_i > 0$, a ruptura acontece no solo de fundação imediatamente abaixo da placa de ancoragem sem mobilizar resistência (dado que $T = 0$), de modo que toda a resistência imposta no mecanismo é dada somente pelo solo mobilizado sobre a âncora.

Já, quando se considera um material de Tresca truncado em tração com $T = C$ para o caso onde $t_i = T$, os resultados de força de arrancamento normalizados podem ser observados pela Figura 5.4. Nestas análises, a ruptura ocorre mobilizando também o solo abaixo da âncora, que no caso do mecanismo otimizado existe a formação da superfície de descontinuidade desenvolvida na subseção 4.2.3.2, enquanto que, para o mecanismo envolvendo trechos cônicos, a resistência mobilizada pelo processo de minimização retornou sempre um valor igual de $F_{inf} = \pi R^2 T$ para testes até $n = 40$ trechos cônicos, demonstrando que a ruptura acontece imediatamente abaixo da placa. Apesar de, teoricamente, o mecanismo formado por uma sucessão de trechos cônicos

tender a se aproximar do mecanismo otimizado à medida que n aumenta, acredita-se que a estratégia de minimização utilizada através do método de ponto interior esteja convergindo para um mínimo local onde todos os ângulos β_i são iguais a $\pi/2$, ou seja, as descontinuidades seriam puramente paralelas à placa de ancoragem.

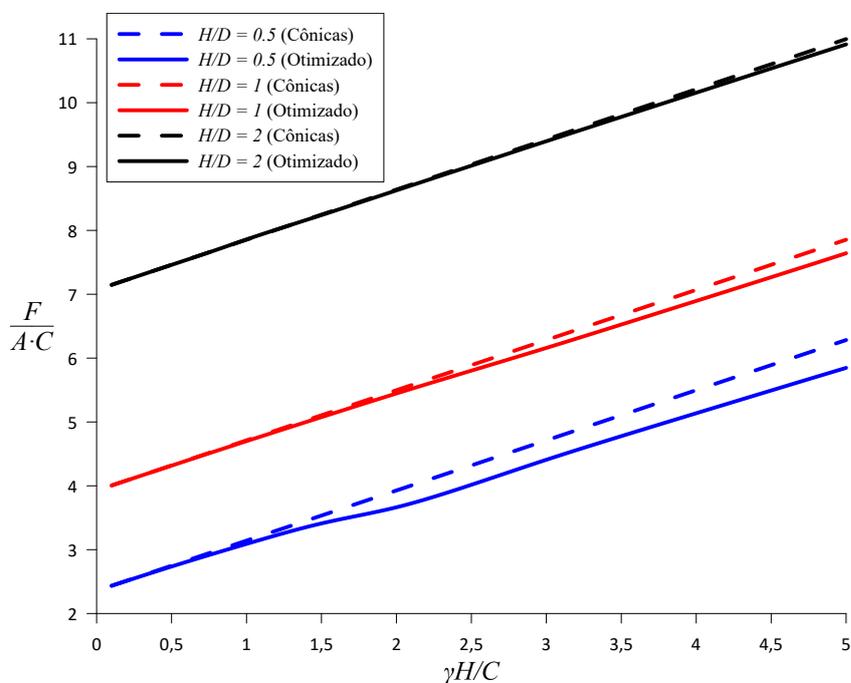


Figura 5.4 – Comparativo entre os resultados obtidos pelos os mecanismos otimizado e de cone para $t_i = C$ e $T = C$.

Da Figura 5.4 percebe-se ainda que a diferença entre os resultados obtidos pelos mecanismos otimizados e cônicos diminui com o aumento da razão de embutimento. Isto se deve ao fato de que, como quando $T = C$ a descontinuidade superior é um cilindro para ambos os mecanismos (Equação 5.1), a diferença entre as resistências observadas na Figura 5.4 deve-se unicamente ao mecanismo desenvolvido abaixo da placa de ancoragem, sendo esta diferença menos pronunciada para placas com maior razão de embutimento uma vez que o valor de F_{inf} independe da profundidade, ou seja, F passa a ser controlada predominantemente pela parcela acima da âncora ao passo que a profundidade aumenta. Assim, a Figura 5.5 apresenta apenas a variação de F_{inf} obtida pelo mecanismo otimizado para o caso em questão, dado que a adoção do mecanismos com descontinuidades cônicas conduziu sempre a valores de $F_{inf}/(AC)$ iguais a 1.

Já, quando considera-se $T = \infty$ (Tresca sem limitação em tração) para uma interface com $t_i = C$, a tendência do resultado obtido é similar ao anteriormente apresentado pela Figura 5.3 uma vez que os mecanismos se resumem ao caso cilíndrico (Equação 5.1), sendo que agora a descontinuidade inferior do mecanismo ocorre indefinidamente na interface ou no solo de fundação uma vez que ambos apresentam a mesma magnitude de resistência.

Por fim, no caso onde a resistência à tração da interface é infinita ($t_i = \infty$), os resultados obtidos

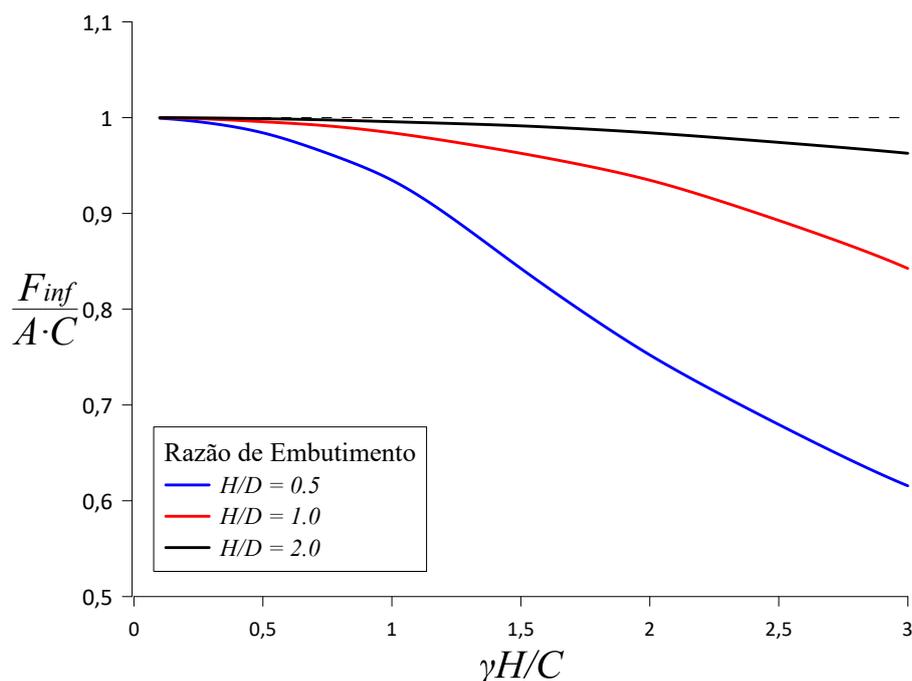


Figura 5.5 – Resultados obtidos para F_{inf} em placas de ancoragem circulares com $t_i = T = C$.

são análogos aos previamente apresentados. No caso onde o solo assume $T = 0$, os resultados obtidos são os mesmos apresentados pela Figura 5.1, onde toda a resistência mobilizada deve-se ao mecanismo desenvolvido acima da âncora, sendo que agora a mobilização inferior ocorre no solo imediatamente abaixo da âncora pela ausência de resistência à tração. Já, quando $C = T$, os resultados são idênticos aos apresentados pela Figura 5.4, onde a diferença entre os mecanismos deve-se unicamente ao formato da descontinuidade localizada abaixo da âncora.

Assim, percebe-se dos resultados anteriores que o mecanismo otimizado apresentou o menor valor para o limite superior da força de arrancamento, e conseqüentemente a melhor aproximação do domínio das cargas suportáveis do sistema, sendo que o mecanismo formado por uma sucessão de trechos cônicos tende ao mesmo valor à medida em que o número de segmentos aumenta. Desta forma, apenas as predições obtidas pelo mecanismo com descontinuidades otimizadas serão utilizadas nas próximas análises.

Levando-se em consideração agora a influência da altura da coluna d'água d na resistência obtida, a Figura 5.6 apresenta os resultados obtidos variando-se essa profundidade normalizada pelo diâmetro da placa em $d/D = 0, 1, 2$ e 3 para o caso em que $t_i = 0$, de modo que as predições do modelo possam ser utilizadas para a estimativa da carga última real de placas de ancoragem em meios marítimos ao se adotar uma abordagem em tensões totais. Comportamentos similares aos discutidos anteriormente podem ser observados, sendo que os resultados quando $T = C$, correspondentes a descontinuidades cilíndricas, podem ser obtidos diretamente pela Equação 5.1. Ademais percebe-se que, à medida que a altura da coluna d'água aumenta, cada vez mais os

resultados se aproximam do resultado cônico, dado que o processo de minimização do funcional tende a diminuir a abertura sob a superfície do leito oceânico para diminuir o efeito da sobrecarga sobre este, fazendo com que H_0 se aproxime de H e, conseqüentemente, o resultado convirja para o de descontinuidades cilíndricas

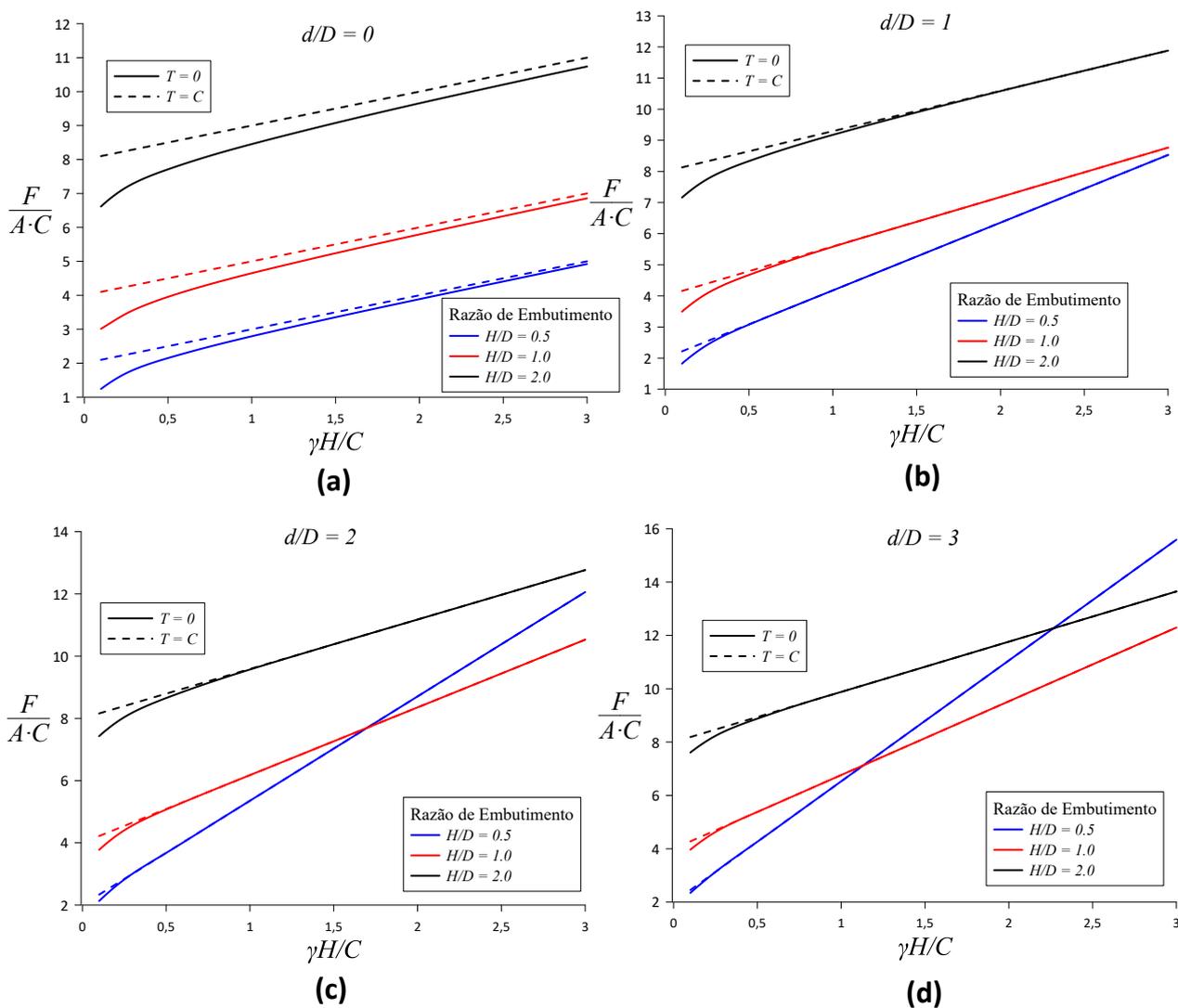


Figura 5.6 – Comparativo entre os resultados obtidos pelo mecanismo otimizado levando em conta a variação de altura da coluna d'água para $d/D =$ (a) 0, (b) 1, (c) 2 e (d) 3.

Quanto às descontinuidades inferiores, estas não apresentam distinção ao se variar o parâmetro d dado que este não influencia diretamente a parcela de resistência dada por F_{inf} nos mecanismos propostos. Assim, os resultados apresentados anteriormente pela Figura 5.5 permanecem válidos independentemente da magnitude de d .

5.1.2 Verificação e validação da abordagem em tensões totais para placas circulares

Esta seção destina-se a validar e verificar os resultados obtidos pelo mecanismo desenvolvido na subseção 4.2.3, comparando as previsões para o limite superior da resistência à extração obtidos pela abordagem cinemática da análise limite com resultados numéricos e experimentais presentes na literatura. Ressalta-se que apenas os resultados obtidos pelo mecanismo formado por descontinuidades otimizadas será utilizado nas análises uma vez que este constitui uma melhor aproximação do domínio das cargas admissíveis quando comparado aos mecanismos de descontinuidades cônicas.

Em seu trabalho, Merifield et al. (2003) quantificaram os efeitos geométricos de placas de ancoragem tridimensionais através de uma aplicação numérica da abordagem estática da análise limite, desenvolvida por Sloan (1988), apresentando assim uma construção do domínio das cargas admissíveis pelo interior. Desta forma, os autores realizaram simulações numéricas considerando o solo como um material homogêneo e isotrópico, dotado de peso específico, obedecendo ao critério de Tresca convencional (não truncado em tração: $T = \infty$), onde a interface entre a base da âncora e o solo de fundação não possui nenhuma aderência ($t_i = 0$).

Os resultados numéricos obtidos por Merifield et al. (2003) podem ser observados em comparação com desenvolvidos no presente estudo pela Figura 5.7. Como pode ser observado, os resultados do presente trabalho apresentam boa concordância com os obtidos por Merifield et al. (2003) para a razão de embutimento $H/D = 1$, aumentando a discrepância entre o limite inferior apresentado pelos autores e o presente limite superior à medida que esta razão também aumenta, sustentando a aplicabilidade dos resultados presentes à âncoras com baixas razões de embutimento, como as comumente encontradas em meios marítimos, que compõe o escopo deste trabalho. Cabe ressaltar também que, como a comparação foi feita utilizando-se $T = \infty$, os resultados obtidos podem ser alcançados através da Equação 5.1 utilizando-se $t_i = 0$.

Tal diferença supracitada entre os resultados para razões de embutimento maiores do que 1 pode ser justificada por dois argumentos distintos cujos efeitos podem estar sobrepostos em certo grau. Em primeiro lugar, os resultados apresentados por Merifield et al. (2003) configuram uma abordagem estática da análise limite, fornecendo assim um limite inferior da força de arrancamento, enquanto que os resultados do presente estudo foram obtidas através da abordagem cinemática, que apresentam uma estimativa do limite superior da capacidade de carga. Posto isto, espera-se que ao resultado mais preciso se encontre sobre ou entre um destes dois limites.

Contudo, a razão mais provável para explicar esta diferença é de que o mecanismo proposto na seção 4.2 não é adequado para prever o comportamento de âncoras mais profundas, sendo esperado que, ao passo que a profundidade da placa aumente, seu mecanismo também se

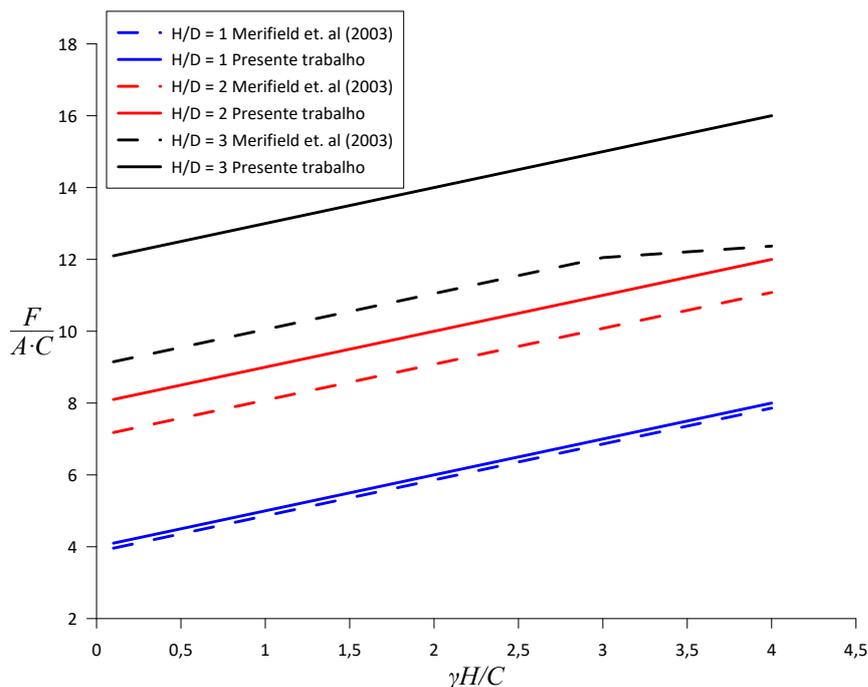


Figura 5.7 – Comparativo entre os resultados obtidos por Merifield et al. (2003) e pelo presente trabalho para a capacidade de carga de placas circulares.

modifique, podendo apresentar outros campos de velocidade na cinemática de ruptura que diferem do puramente vertical considerado no desenvolvimento do mecanismo. Este aspecto encontra-se visível nos resultados de Merifield et al. (2003) para $H/B = 3$ (Figura 5.7), onde a mudança de inclinação na reta representa justamente a transição total para um mecanismo de âncoras profundas, onde existe a prevalência de um cisalhamento local e a resistência passa a independe da profundidade da âncora.

Um dos primeiros trabalhos experimentais sob a resistência à extração de placas de ancoragem em solos argilosos é apresentado por Vésic (1969). Nele, o autor compara sua solução baseada na teoria de expansão de cavidades com dados experimentais obtidos através de ensaios onde a base da âncora não é ventilada, deixando que esforços de sucção se desenvolvam livremente. Poucos dados são informados acerca da argila utilizada, além dos limites de Atterberg e de uma resistência ao cisalhamento não drenada $S_u = 5,17$ kPa.

A Figura 5.8 apresenta os resultados obtidos por Vésic (1969) em comparação com as predições do mecanismo otimizado desenvolvido na subseção 4.2.3. Devido às incertezas frente à determinação do parâmetro de resistência à tração do solo no critério de Tresca truncado e a resistência à tração da interface t_i , esta última foi considerada perfeitamente aderente e três curvas podem ser observadas, referentes aos resultados obtidos para $T = 0$, $T = C/2$ e $T = C$, sendo a área sombreada representativa dos resultados esperados para valores intermediários a estes. Como pode ser observado, os resultados obtidos pelo modelo conseguem representar a tendência dos

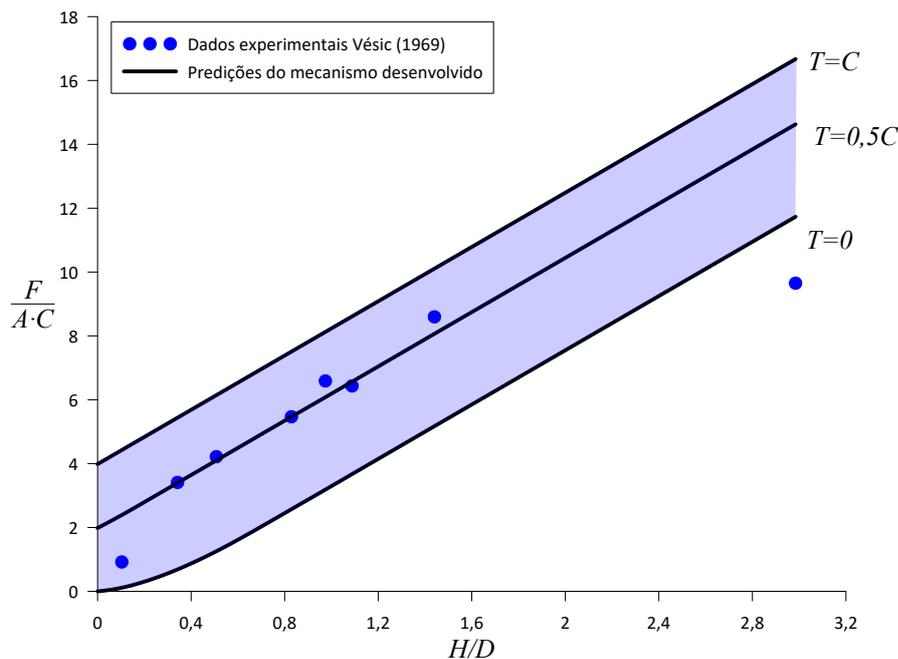


Figura 5.8 – Comparativo entre os resultados experimentais obtidos por Vésic (1969) e pelas previsões do presente trabalho para a capacidade de carga de placas circulares.

dados sob baixas razões de embutimento, especialmente quando adota-se $T = C/2$.

5.2 ÂNCORAS RETANGULARES

5.2.1 Análise paramétrica e comparação entre os mecanismos para placas retangulares

Os resultados numéricos obtidos através das classes de mecanismos apresentadas anteriormente nas seções 4.3.1 e 4.3.2 serão apresentados e discutidos aqui considerando-se os mesmos casos distintos para a resistência à tração da interface: incapaz de resistir esforços de tração ($t_i = 0$); igual à coesão do solo ($t_i = C$); e perfeitamente aderente ($t_i = \infty$). Novamente estes casos serão analisados juntamente com três valores ilustrativos da resistência à tração isotropa do material de Tresca: $T = 0$, $T = C$, e $T = \infty$, tanto para placas quadradas ($L/B = 1$), quanto para placas retangulares com duas razões de aspecto: $L/B = 2$ e $L/B = 5$. Inicialmente a comparação entre os mecanismos será realizada para $d = 0$ e posteriormente esta variável será incorporada na apresentação das previsões do modelo.

Ao considerar-se que a interface inferior da âncora é incapaz de resistir esforços de tração, toda a resistência mobilizada durante o arrancamento será dada somente pelas classes de mecanismos superiores (localizadas acima da placa), dado que o solo abaixo da âncora não será mobilizado

na cinemática da ruptura. Assim, a Figura 5.9 apresenta os resultados obtidos para o limite superior de F quando $t_i = 0$ e o material de Tresca apresenta limite em tração isótropa nulo igual a zero ($T = 0$) para placas quadradas ($L/B = 1$). Para isso, adotou-se tanto superfícies de descontinuidade formadas por n trechos planos (subseção 4.3.1) quanto a superfície otimizada proposta (subseção 4.3.2), avaliando-se três razões de embutimento: $H/B = 0,5, 1$ e 2 . Percebe-se inicialmente que a tendência de crescimento da resistência é mais acentuada para baixos valores de $\gamma H/C$ e maiores razões de embutimento, sendo este aumento não linear mais pronunciado do que o observado nos resultados de placas circulares. Como esperado, tanto melhor é a estimativa do limite superior da força de arrancamento quanto maior é o número de planos adotados para descrever a descontinuidade, sendo que a adoção de 15 planos apresentou resultados condizentes aos obtidos através da otimização da superfície de ruptura.

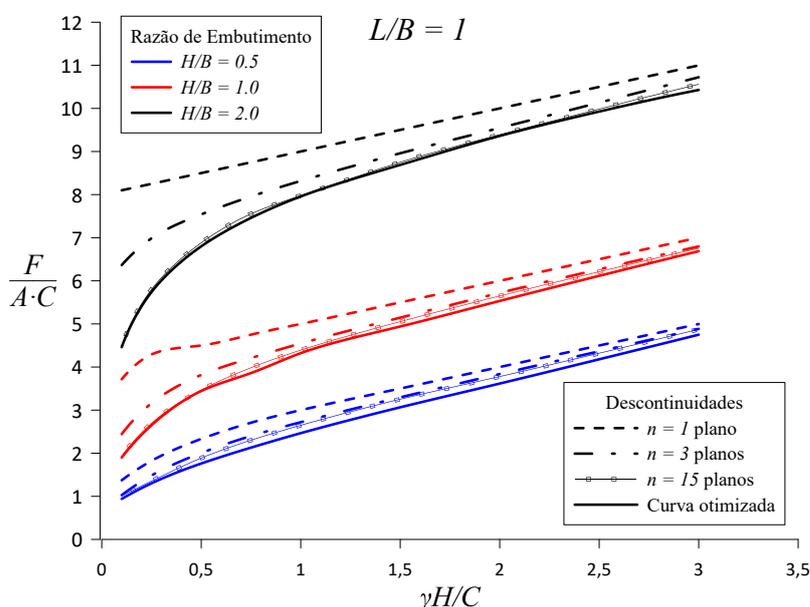


Figura 5.9 – Estimativas obtidas para o limite superior da força de arrancamento considerando-se placas quadradas com $T = 0$ e $t_i = 0$.

A Tabela 5.2 apresenta um comparativo entre os resultados apresentados pela Figura 5.9, onde a razão entre o resultado obtido pelo mecanismo de trechos planos F_{planos} e o obtido pela curva otimizada $F_{otimizado}$ é apresentada para as três razões de embutimento e uma gama de valores da razão $\gamma H/C$, adotando-se $n = 1, 3$ e 15 planos para descrever a descontinuidade superior. Percebe-se que, quanto menor o valor de $\gamma H/C$, maior é a divergência entre os resultados, sendo que de fato a adoção de 15 planos apresentou um valor muito próximo ao obtido pela otimização da descontinuidade. Percebe-se que adoção de apenas um plano constitui uma aproximação ainda distante do limite superior da carga de ruptura, especialmente para baixos valores de $\gamma H/C$, superando em 95% a resistência obtida pela superfície otimizada no caso de $\gamma H/C = 0,1$ e $H/L = 1,0$.

Tabela 5.2 – Tabela comparativa entre os resultados obtidos pelos diferentes mecanismos para placas quadradas com $t_i = 0$ e $T = 0$

| $\gamma H/C$ | $H/L = 0,5$ | | | $F_{\text{planos}}/F_{\text{otimizado}}$ $H/L = 1,0$ | | | $H/L = 2,0$ | | |
|--------------|-------------|---------|----------|---|---------|----------|-------------|---------|----------|
| | $n = 1$ | $n = 3$ | $n = 15$ | $n = 1$ | $n = 3$ | $n = 15$ | $n = 1$ | $n = 3$ | $n = 15$ |
| 0,1 | 1,46 | 1,09 | 1,08 | 1,95 | 1,29 | 1,02 | 1,82 | 1,43 | 1,00 |
| 0,25 | 1,40 | 1,14 | 1,04 | 1,62 | 1,19 | 1,02 | 1,44 | 1,22 | 1,01 |
| 0,5 | 1,32 | 1,14 | 1,07 | 1,31 | 1,11 | 1,01 | 1,25 | 1,11 | 1,01 |
| 1,0 | 1,22 | 1,10 | 1,07 | 1,16 | 1,05 | 1,02 | 1,13 | 1,05 | 1,00 |
| 2,0 | 1,11 | 1,06 | 1,04 | 1,08 | 1,03 | 1,02 | 1,07 | 1,02 | 1,00 |

Analisando-se o caso de âncoras retangulares ($L/B \neq 1$) embutidas em um material com resistência à tração isotrópica nula ($T = 0$), as Figuras 5.10 e 5.11 apresentam os resultados obtidos para placas com razão de aspecto L/B igual a 2 e 5, respectivamente. Percebe-se que a mesma tendência de crescimento observada para placas quadradas é também cumprida em placas retangulares. Contudo, o mecanismo otimizado agora não apresenta o menor valor do limite superior de F , teoricamente a melhor aproximação do domínio de cargas admissíveis, apresentando resultados intermediários entre os mecanismos compostos por um e três planos, sendo tanto mais distinta esta diferença quanto menor o valor de $\gamma H/C$. Este fato se deve à suposição adotada na subseção 4.3.2.1 em que as superfícies de descontinuidade de velocidade se encontram num plano vertical passando pela origem e pelo vértice da placa, ou seja, que $f(r, \phi) = g(r, \pi/2 - \phi)$ com $\phi = \arctan(B/L)$. Verifica-se que esta suposição impõe uma limitação nesta classe de mecanismos que restringe a formação de uma superfície de descontinuidade otimizada, enquanto que, no caso onde a superfície de descontinuidade é descrita por uma sucessão de planos, esta restrição não é imposta *a priori* e logo a interseção entre as superfícies pode ocorrer livremente onde a minimização dos ângulos envolvidos conduzir, assim sendo possível obter-se melhores estimativas da carga de arrancamento. Em placas quadradas este efeito não é visível dado que este apresenta 4 planos de simetria, assim espera-se que este efeito seja mais visível quanto maior for a razão de aspecto da placa, conforme observado também pelos resultados das Figuras 5.10 e 5.11.

Considerando-se agora o caso em que a resistência à tração isotrópica do critério de Tresca é igual à coesão ($T = C$), todas as classes de mecanismos propostos conduzem ao caso trivial onde as superfícies de descontinuidade de velocidade são puramente verticais, paralelas ao eixo z . Este mesmo resultado é obtido para altas razões de embutimento e/ou altos valores de $\gamma H/C$, conforme discutido anteriormente para placas circulares, mesmo quando $T = 0$, sendo demonstrado mesmo pela convergência dos resultados de todos os mecanismos desenvolvidos sob estas circunstâncias. Para estes casos, o limite superior da força de arrancamento pode ser

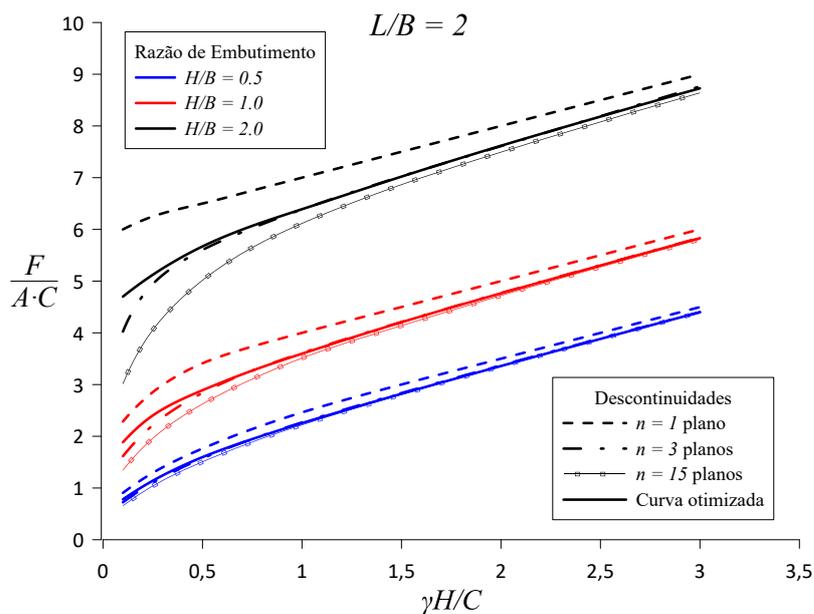


Figura 5.10 – Estimativas obtidas para o limite superior da força de arrancamento considerando-se placas retangulares com $L/B = 2$, $T = 0$ e $t_i = 0$.

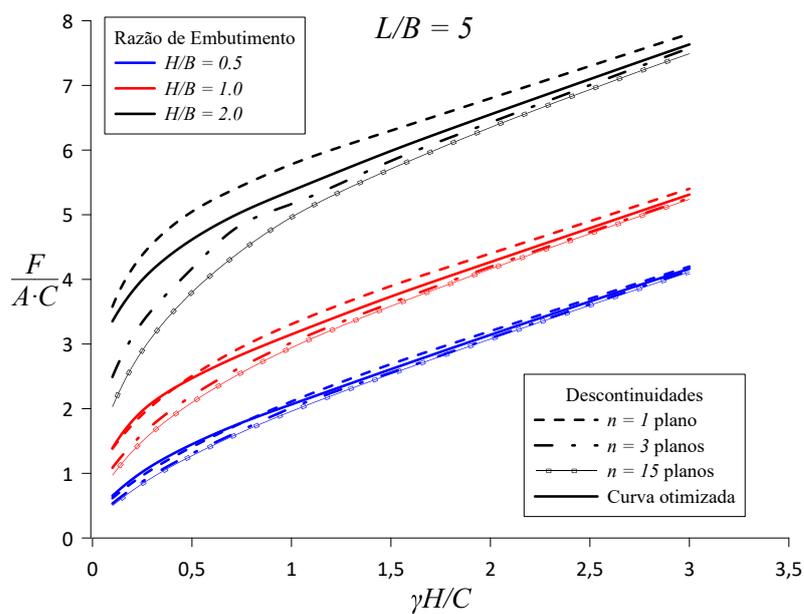


Figura 5.11 – Estimativas obtidas para o limite superior da força de arrancamento considerando-se placas retangulares com $L/B = 5$, $T = 0$ e $t_i = 0$.

estimado através da seguinte expressão:

$$F \leq 4CH(L+B) + 4BL(\gamma H + \gamma_w d) \quad (5.2)$$

A Figura 5.12 ilustra este resultado para o caso de placas quadradas, sendo a mesma tendência observada em placas retangulares, onde F pode ser calculado pela Equação 5.2.

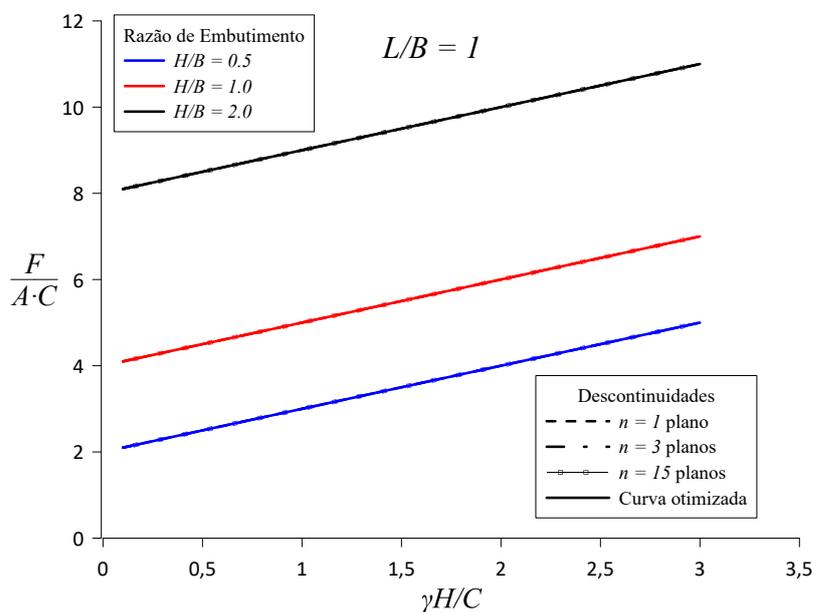


Figura 5.12 – Estimativas obtidas para o limite superior da força de arrancamento considerando-se placas retangulares com $L/B = 1$, $T = C$ e $t_i = 0$.

Considerando-se que a resistência à tração da interface é igual a coesão do material de Tresca ($t_i = C$), o mecanismo de ruptura predominante irá depender também dos parâmetros do solo de fundação. Para o caso em que a resistência em tração isotropa do material é zero ($T = 0$), o desprendimento da placa ocorre mobilizando o solo de fundação e sua consequente ausência de resistência à tração, de modo que a descontinuidade de velocidade abaixo da âncora ocorre imediatamente sob a placa de forma paralela à esta, sem o desenvolvimento de uma superfície tal qual a demonstrada pela Figura 4.12. Assim, os resultados para a força de arrancamento são iguais ao apresentado nas Figuras 5.9, 5.10 e 5.11 caso onde a resistência à tração da interface é nula, uma vez que nenhuma resistência abaixo da âncora é mobilizada.

Já, quando o material de Tresca truncado em tração apresenta $T = C$, a parcela de força mobilizada devido as descontinuidades superiores (acima da placa de ancoragem) é obtida conforme a Equação 5.2, resultado trivial comentado anteriormente, enquanto que, abaixo da âncora, acontece o desenvolvimento das superfícies de ruptura em que há a mobilização de um volume do solo de fundação, como a ilustrada pela Figura 4.13. A Figura 5.13 apresenta os resultados obtidos sob estas circunstâncias para placas quadradas ($L/B = 1$), onde se percebe uma redução na força de arrancamento ao se adotar a superfície otimizada. Como acima da âncora ambas classes de mecanismos conduzem ao mesmo resultado, essa diminuição deve-se somente ao mecanismo inferior, que no caso de sucessivos trechos planos apresentou descontinuidades paralelas à placa de ancoragem, enquanto que, adotando-se a superfície otimizada, evidenciou-se a mobilização de

um volume de material abaixo da âncora. A diferença observada é relativamente pequena, sendo mais pronunciada para baixas razões de embutimento - uma vez que em grandes profundidades a parcela de resistência dominante é dada pelas descontinuidades acima da placa - e para altos valores de $\gamma H/C$.

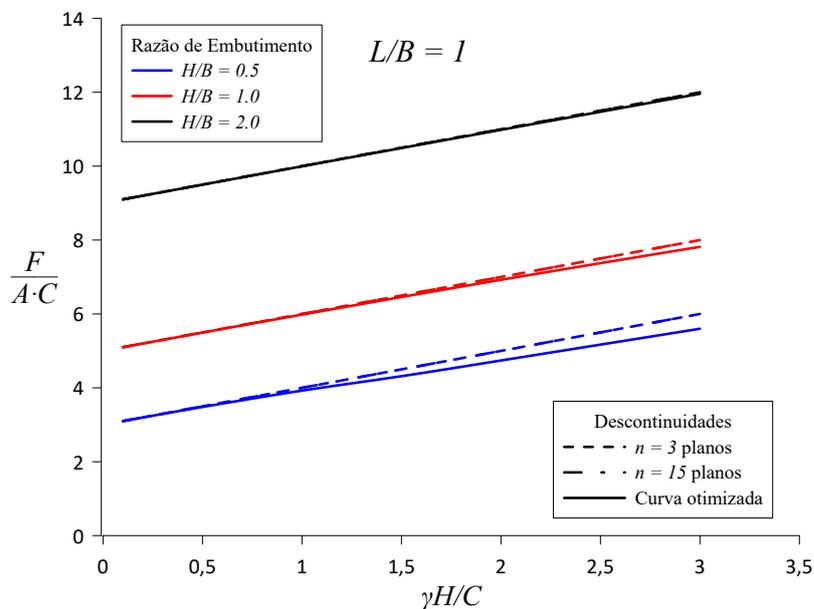


Figura 5.13 – Estimativas obtidas para o limite superior da força de arrancamento considerando-se placas retangulares com $L/B = 1$, $T = C$ e $t_i = C$.

Considerando-se agora placas retangulares, as Figuras 5.14 e 5.15 apresentam os resultados obtidos para âncoras com razão de aspecto $L/B = 2$ e $L/B = 5$, respectivamente. O resultado obtido nestes casos possui a mesma tendência observada para placas quadradas, sendo maior a redução relativa obtida pelo mecanismo otimizado quanto menor for a razão de embutimento de placa, sendo quase imperceptível para $H/B = 2$.

De forma análoga a apresentada para placas circulares, no caso em que $t_i = \infty$ os resultados se reduzem aos já apresentados anteriormente. Quando a resistência à tração isotropa do critério de Tresca é nula ($T = 0$), a ruptura acontece mobilizando a ausência de resistência do solo de fundação, obtendo-se os mesmos resultados apresentados pelas Figuras 5.9, 5.10 e 5.11. Já, quando $T = C$, as superfícies superiores de descontinuidade acima da âncora são puramente verticais em todos os mecanismos, sendo a única diferença obtida pela descontinuidade inferior, do mesmo modo apresentado quando $t_i = C$ e $T = C$ pelas Figuras 5.13, 5.14 e 5.15.

Assim, percebe-se dos resultados anteriores que a classe de mecanismos composta por uma sucessão de trechos planos constituiu uma melhor aproximação externa do domínio de cargas admissíveis do sistema, dado que as premissas adotadas no desenvolvimento do mecanismo dito otimizado não permitiram o desenvolvimento de uma superfície mais genérica. Desta

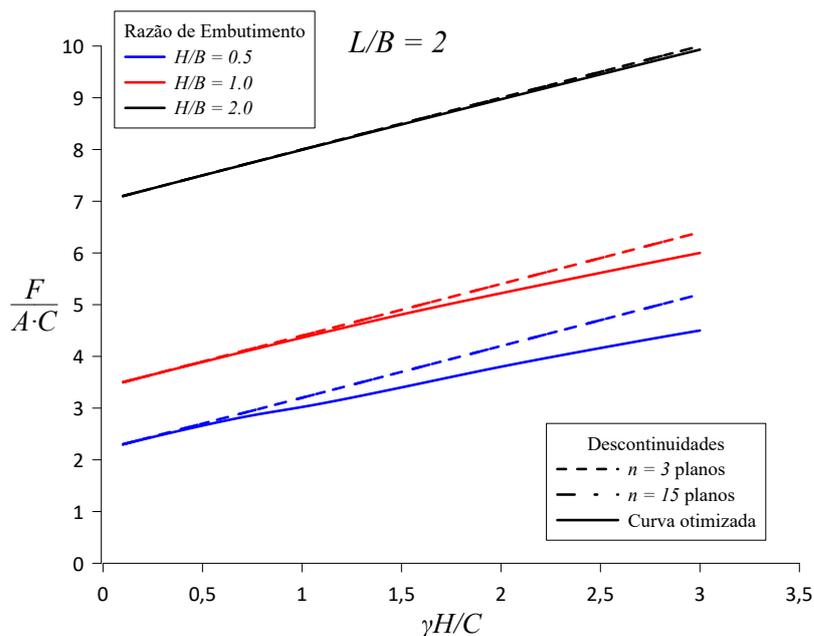


Figura 5.14 – Estimativas obtidas para o limite superior da força de arrancamento considerando-se placas retangulares com $L/B = 2$, $T = C$ e $t_i = C$.

forma, apenas os resultados obtidos pela minimização do mecanismo com descontinuidades de velocidade plana adotando-se $n = 25$ trechos planares serão utilizados nas próximas análises.

Incorporando-se o efeito da altura de coluna d'água d , as estimativas do limite superior de F_{sup}

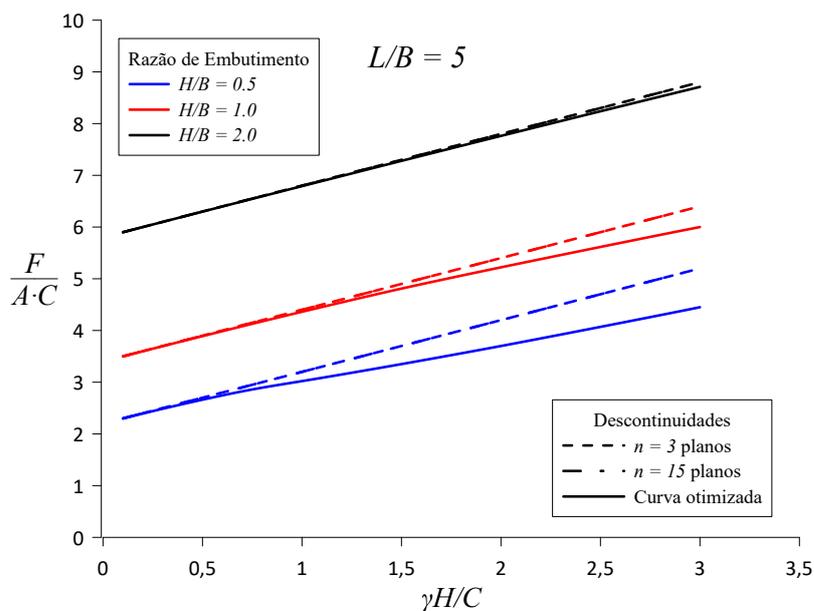


Figura 5.15 – Estimativas obtidas para o limite superior da força de arrancamento considerando-se placas retangulares com $L/B = 5$, $T = C$ e $t_i = C$.

dos casos propostos podem ser observados nas Figuras 5.16 a 5.19, onde as linhas contínuas correspondem a $T = 0$ enquanto as linhas intermitentes a $T = C$. Ressalta-se que, neste último caso, e sempre que $T \geq C$, a minimização conduz a descontinuidades puramente verticais (paralelas ao eixo z) na classe de mecanismo considerada, conduzindo ao resultado trivial onde F_{sup} é obtido pela Equação 5.2

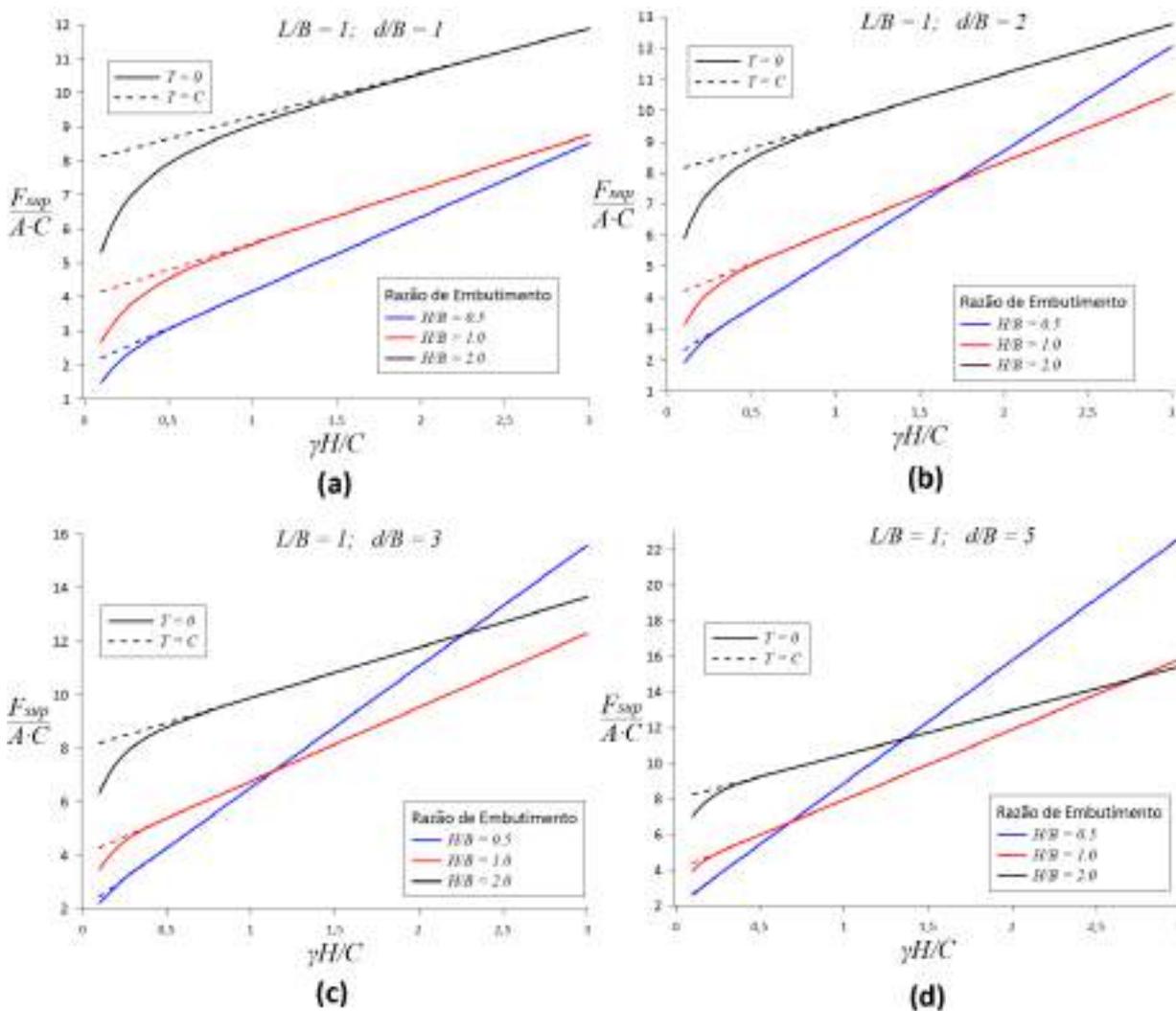


Figura 5.16 – Limite superior da força de arrancamento de placas quadradas ($L/B = 1$) em tensões totais sob profundidades de coluna d'água d/B de (a) 1, (b) 2, (c) 3 e (d) 5.

Bem como mencionado anteriormente para placas circulares, a medida em que a altura da lâmina d'água cresce para uma mesma razão de aspecto, o resultado da minimização para $T = 0$ se aproxima cada vez mais do resultado trivial apresentado pela Equação 5.2, onde $T = C$. Isto decorre do fato de que, durante a minimização de F_{sup} , a área formada na superfície do solo pelas descontinuidades tende a diminuir para reduzir a ação do peso da coluna d'água, que se opõe à força de arrancamento da âncora. Desta forma, a geometria das descontinuidades se torna cada vez mais próxima à vertical, diminuindo sua abertura, como pode ser observado na Figura 5.20 para uma placa quadrada.

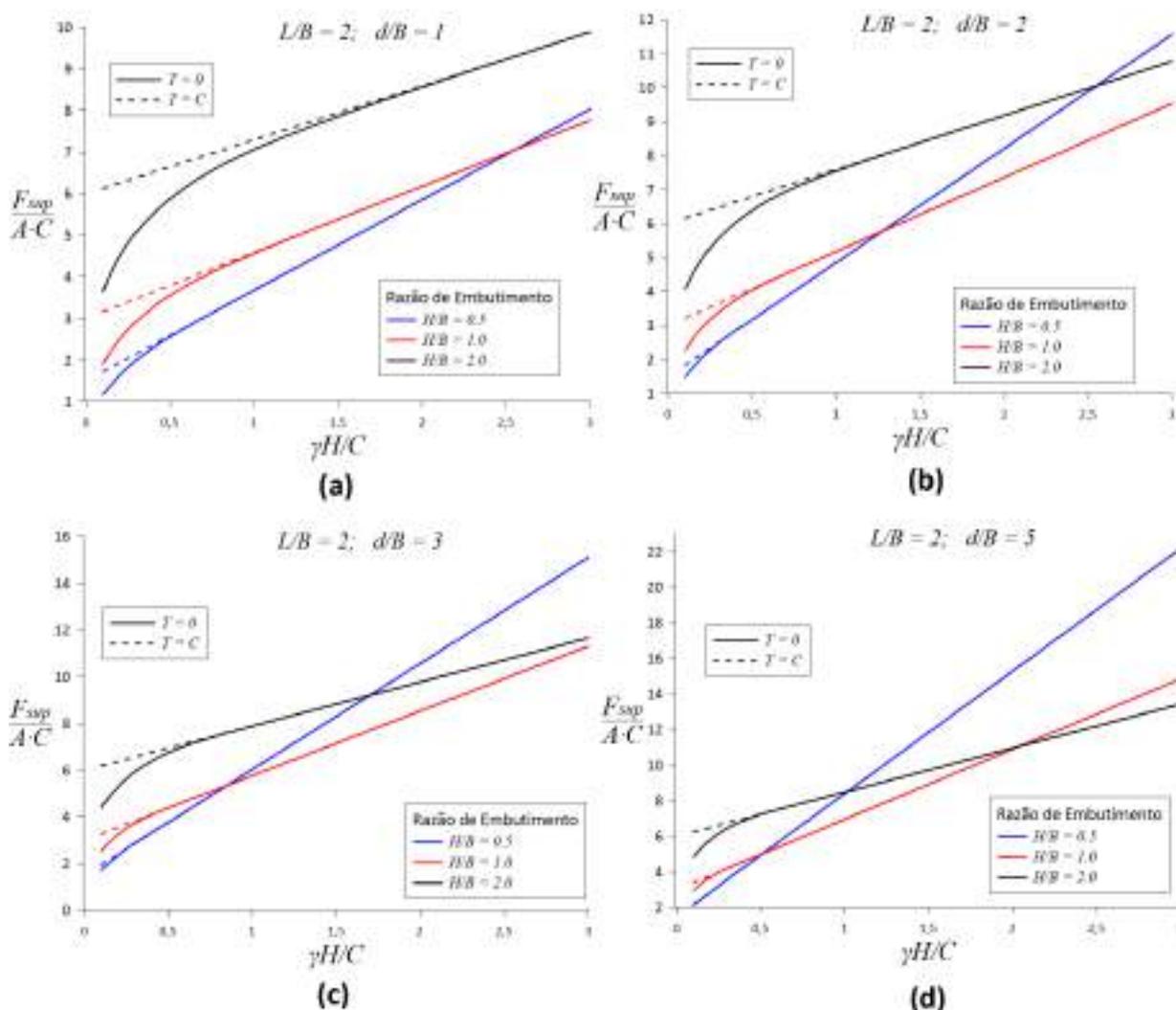


Figura 5.17 – Limite superior da força de arrancamento de placas retangulares ($L/B = 2$) em tensões totais sob profundidades de coluna d'água d/B de (a) 1, (b) 2, (c) 3 e (d) 5.

Ressalta-se também que quanto mais superficial for o embutimento da placa de ancoragem e maior for o valor de $\gamma H/C$, mais evidente é o efeito supracitado. A título de exemplo, a Tabela 5.3 apresenta a razão entre os limites superiores obtidos quando $T = 0$ e $T = C$ ($F_{sup,T=C}/F_{sup,T=0}$) para o caso onde $d/B = 2$ em placas retangulares com as razões de aspecto $L/B = 1$ e 3, evidenciando assim tais efeitos. Ademais, para profundidades de $d/B > 5$ os resultados encontrados foram praticamente iguais em ambas as condições de T .

5.2.2 Validação e verificação da abordagem para placas retangulares

Esta seção destina-se a comparar os resultados obtidos para o limite superior da força de arrancamento em placas retangulares com os disponíveis na literatura tanto em análises numéricas quanto com resultados experimentais. Salienta-se que todos os resultados apresentados nesta seção foram obtidos pelo mecanismo composto por uma sucessão de trechos planos adotando-se $n = 25$,

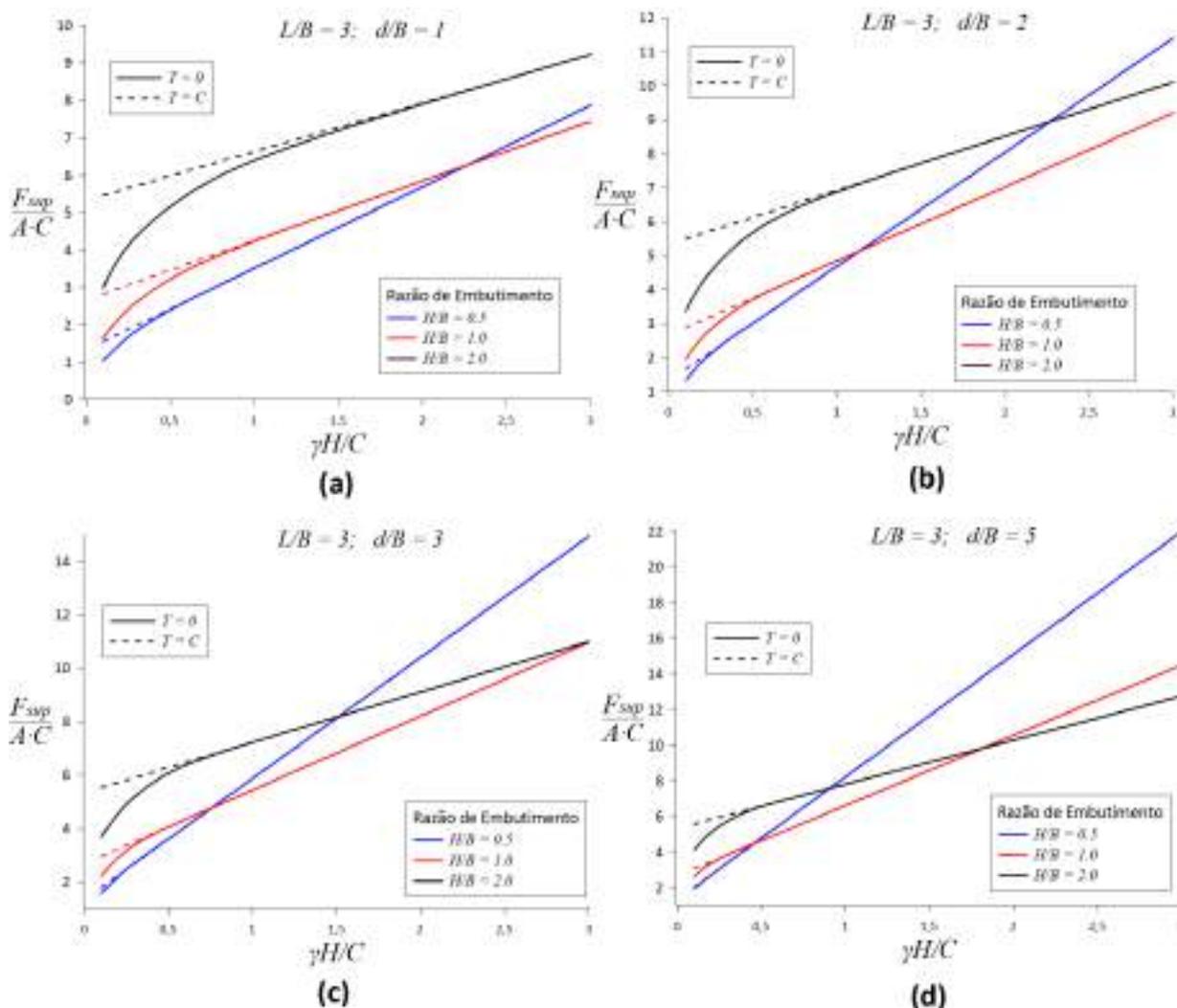


Figura 5.18 – Limite superior da força de arrancamento de placas retangulares ($L/B = 3$) em tensões totais sob profundidades de coluna d'água d/B de (a) 1, (b) 2, (c) 3 e (d) 5.

conforme apresentado na subseção 4.3.1, uma vez que este apresentou uma melhor aproximação do domínio de resistência do sistema estrutural, conforme demonstrado na subseção 5.2.1.

Merifield et al. (2003) em seu trabalho apresentam estimativas para o limite inferior da força de arrancamento de placas retangulares embutidas em materiais coesivos. Para tanto, os autores utilizaram o procedimento desenvolvido por Lyamin e Sloan (2002) baseado no teorema estático da análise limite, adotando-se uma estratégia em elementos finitos e programação não linear para se obter as referidas estimativas da carga última em meios tridimensionais. Nestas análises, a âncora é modelada como uma placa rígida de espessura desprezível, possuindo uma resistência de interface nula ($t_i = 0$), enquanto o solo é modelado como uma material de Tresca convencional ($T = \infty$) dotado de peso específico.

Comparações entre os resultados obtidos por Merifield et al. (2003) e os desenvolvidos neste

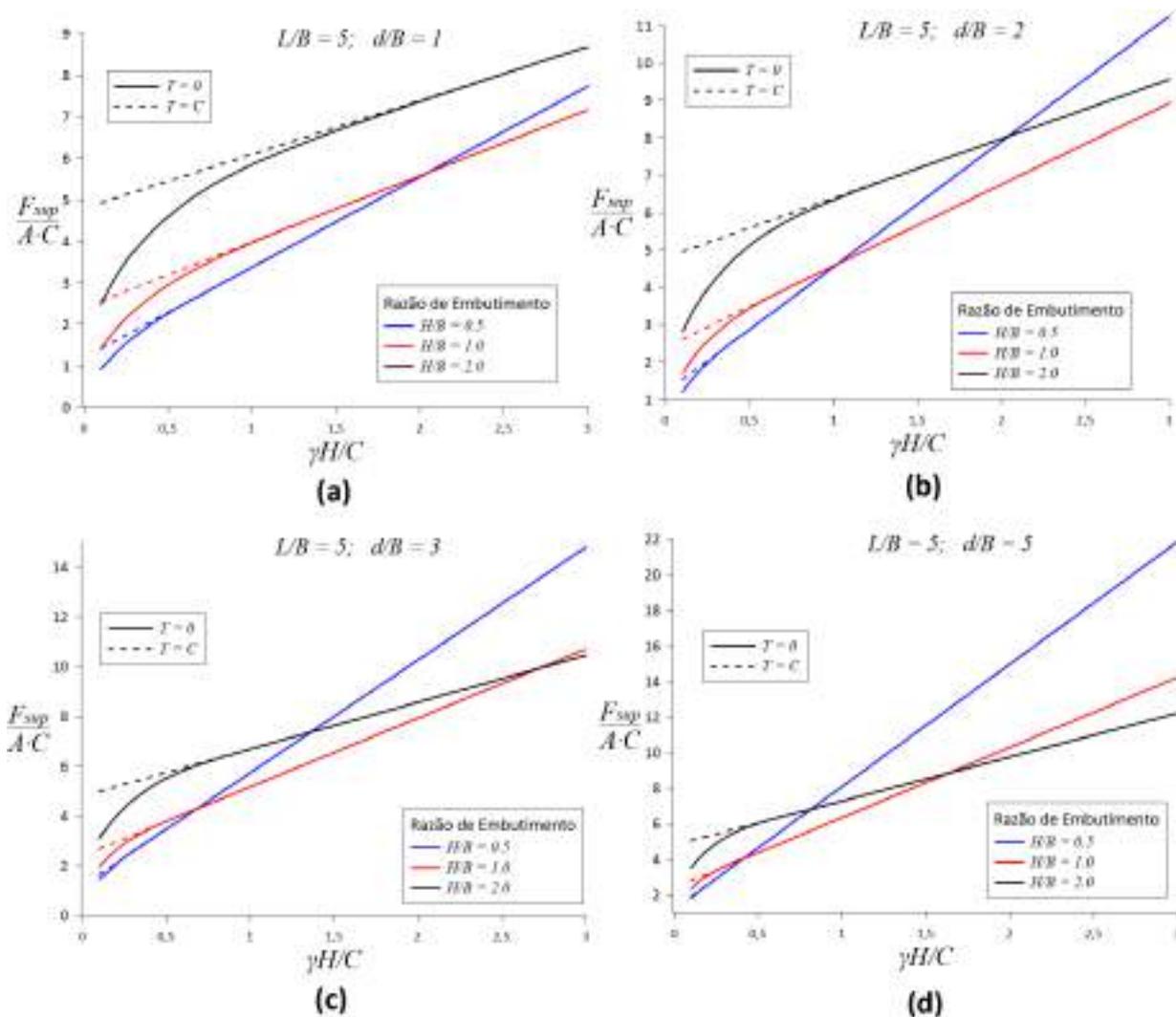


Figura 5.19 – Limite superior da força de arrancamento de placas retangulares ($L/B = 5$) em tensões totais sob profundidades de coluna d'água d/B de (a) 1, (b) 2, (c) 3 e (d) 5.

trabalho podem ser observadas nas Figuras 5.21, 5.22 e 5.23 para âncoras retangulares com razões de aspecto $L/B = 1, 2$ e 4 , respectivamente. Como pode ser observado, quanto menor a razão de embutimento, menor é a diferença observada entre ambos os resultados, salientando a validade da aplicação das classes de mecanismos de ruptura desenvolvidas nestes trabalhos a âncoras com baixas razões de embutimento, como as encontradas em meio *offshore*, escopo deste trabalho. A título de exemplo, para âncoras com $H/B = 1$, os resultados do presente estudo excederam os obtidos por Merifield et al. (2003) em, no máximo, 18,5; 11,82 e 9,89% para as placas com $L/B = 1, 2$ e 4 , respectivamente, enquanto que para $H/B = 2$ estes valores sobem para 31,89; 22,87 e 20,35%.

Ressalta-se que tal diferença observada entre os resultados deve-se principalmente à duas razões distintas: primeiramente, o trabalho apresentado por Merifield et al. (2003) apresenta limites inferiores da carga de ruptura, enquanto que o presente estudo se restringe a desenvolver limites

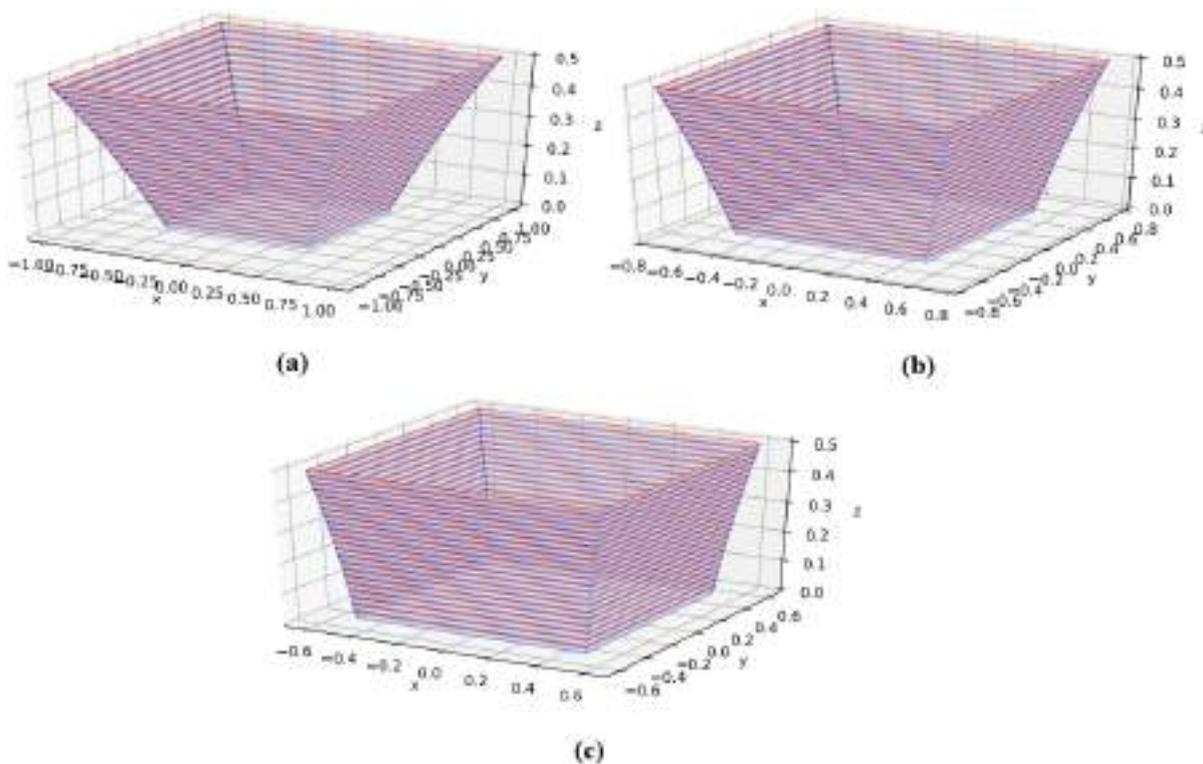


Figura 5.20 – Comparativo entre as superfícies de descontinuidade obtidas para uma placa quadrada ($L/B = 1$) com $\gamma H/C = 0, 1$ para alturas de lâmina d'água d/B iguais a (a)1, (b)3 e (c)5.

Tabela 5.3 – Tabela comparativa ilustrando os resultados obtidos considerando $T = C$ e $T = 0$ para placas com $d/B = 2$

| $\gamma H/C$ | $F_{sup,T=C}/F_{sup,T=0}$ | | | | | |
|--------------|---------------------------|-----------|-----------|-------------|-----------|-----------|
| | $H/B = 0,5$ | $L/B = 1$ | | $L/B = 3$ | | $H/B = 2$ |
| | | $H/B = 1$ | $H/B = 2$ | $H/B = 0,5$ | $H/B = 1$ | |
| 0,10 | 1,21 | 1,34 | 1,38 | 1,25 | 1,48 | 1,63 |
| 0,25 | 1,02 | 1,08 | 1,13 | 1,02 | 1,13 | 1,26 |
| 0,50 | 1,00 | 1,01 | 1,04 | 1,00 | 1,02 | 1,08 |
| 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,01 |

superiores da mesma, sendo desta forma esperado que o resultado mais próximo à realidade se encontre sobre ou entre estes dois limites de resistência do sistema. O segundo motivo sugere que as classes de mecanismos de ruptura desenvolvidas neste trabalho não sejam tão representativas do mecanismo real de ruptura, o que é esperado à medida que a razão de embutimento aumenta uma vez que os campos de velocidade deixam de ser puramente verticais, como admitido neste trabalho, e passem a migrar para um cisalhamento local, o que de fato explica o aumento na diferença entre os resultados apresentados a medida que H/B aumenta.

Um dos primeiros programas experimentais envolvendo o arrancamento de placas retangulares foi

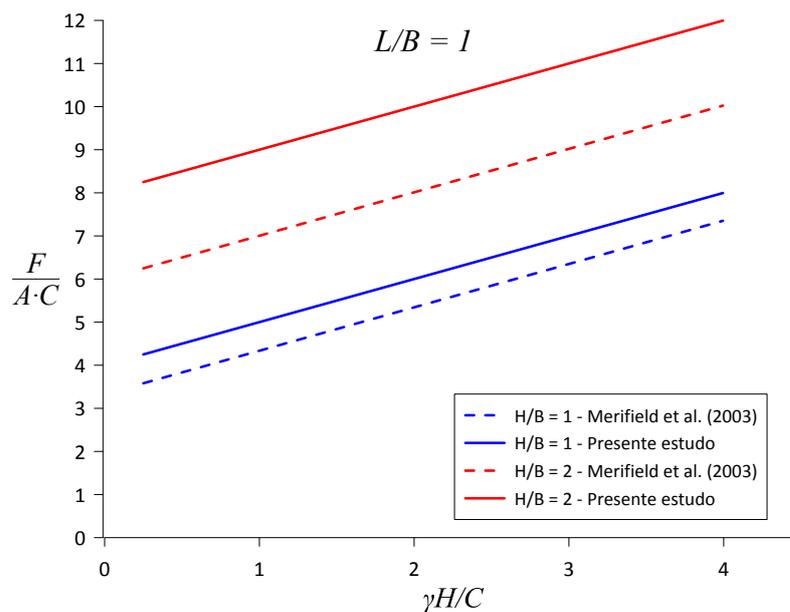


Figura 5.21 – Comparação entre os resultados obtidos numericamente por Merifield et al. (2003) e pelo presente trabalho para placas quadradas ($L/B = 1$).

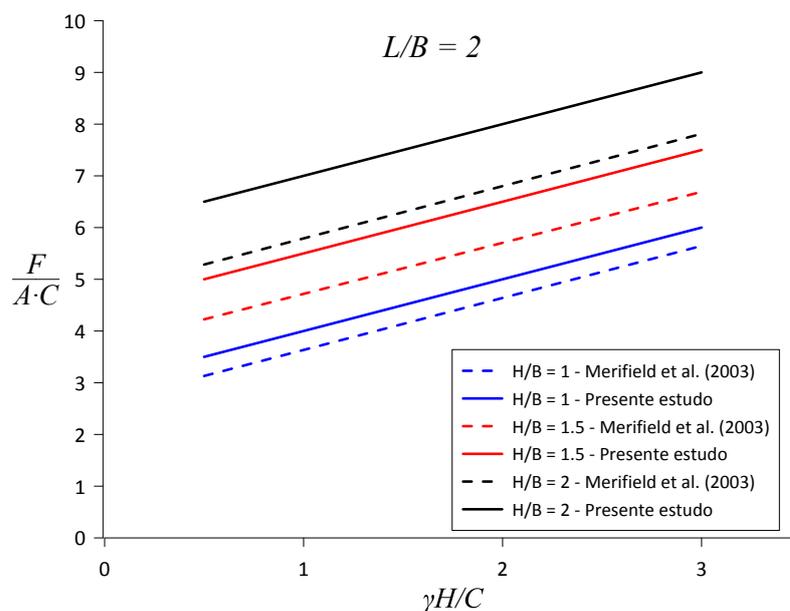


Figura 5.22 – Comparação entre os resultados obtidos numericamente por Merifield et al. (2003) e pelo presente trabalho para placas retangulares com $L/B = 2$.

realizado por Das (1978). Em seu trabalho, o autor realiza uma série de ensaios de arrancamento em laboratório, adotando-se um material argiloso de fundação, cujas propriedades podem ser observadas na Tabela 5.4, e um esquema de ventilação da base da placa de modo a evitar o desenvolvimento de esforços de sucção, de modo que toda a resistência mobilizada se deve ao solo acima da placa de ancoragem. O autor realizou os testes utilizando placas retangulares em

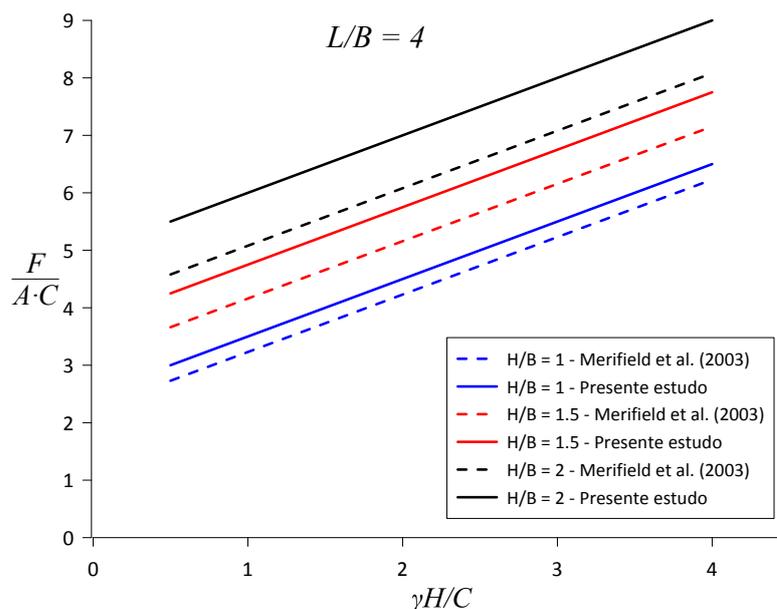


Figura 5.23 – Comparação entre os resultados obtidos numericamente por Merifield et al. (2003) e pelo presente trabalho para placas retangulares com $L/B = 4$.

alumínio, onde a razão de aspecto da placa variou entre $L/B = 1, 2, 3$ e 5 alternando também a razão de embutimento H/B das placas.

Tabela 5.4 – Propriedades dos ensaios experimentais de Das (1978)

| $B \times L$ (cm) | Densidade média (kg/m^3) | Umidade (%) | Grau de Saturação (%) | S_u (kPa) |
|----------------------|--|----------------|--------------------------|----------------|
| 3,81 x 3,81 | 1934 | 34,6 | 93 | 22,06 |
| 3,81 x 7,62 | | | | |
| 3,81 x 11,43 | | | | |
| 3,81 x 19,05 | | | | |

A Figura 5.24 apresenta os resultados experimentais obtidos em Das (1978), juntamente com as previsões do limite superior obtidas neste trabalho. Seguindo o modelo apresentado pelo autor, a resistência normalizada $\frac{F}{AC}$ é apresentada em função da razão de embutimento para cada uma das quatro razões de aspecto L/B adotadas experimentalmente. Devido a incertezas quanto à magnitude da resistência à tração isotrópica T da argila, os resultados obtidos através dos mecanismos desenvolvidos neste trabalho são apresentados em uma faixa de valores esperados, onde T varia entre 0 e C . Apesar dos resultados experimentais abrangerem uma vasta gama de H/B , percebe-se que para baixos valores de embutimento as previsões obtidas são coerentes com o observado em laboratório, permanecendo dentro da faixa esperada em função da magnitude de T . À medida que H/B aumenta, as previsões do limite superior fornecida apresentam grande disparidade dos resultados, uma vez que a cinemática de ruptura considerada não é mais representativa, onde claramente se observa uma transição ao mecanismo de placas profundas dado que a resistência não aumenta significativamente com aumentos de profundidade. Fica

demonstrada também a importância da consideração da resistência à tração do solo na avaliação da carga última de placas de ancoragem, parâmetro usualmente desprezado na literatura clássica.

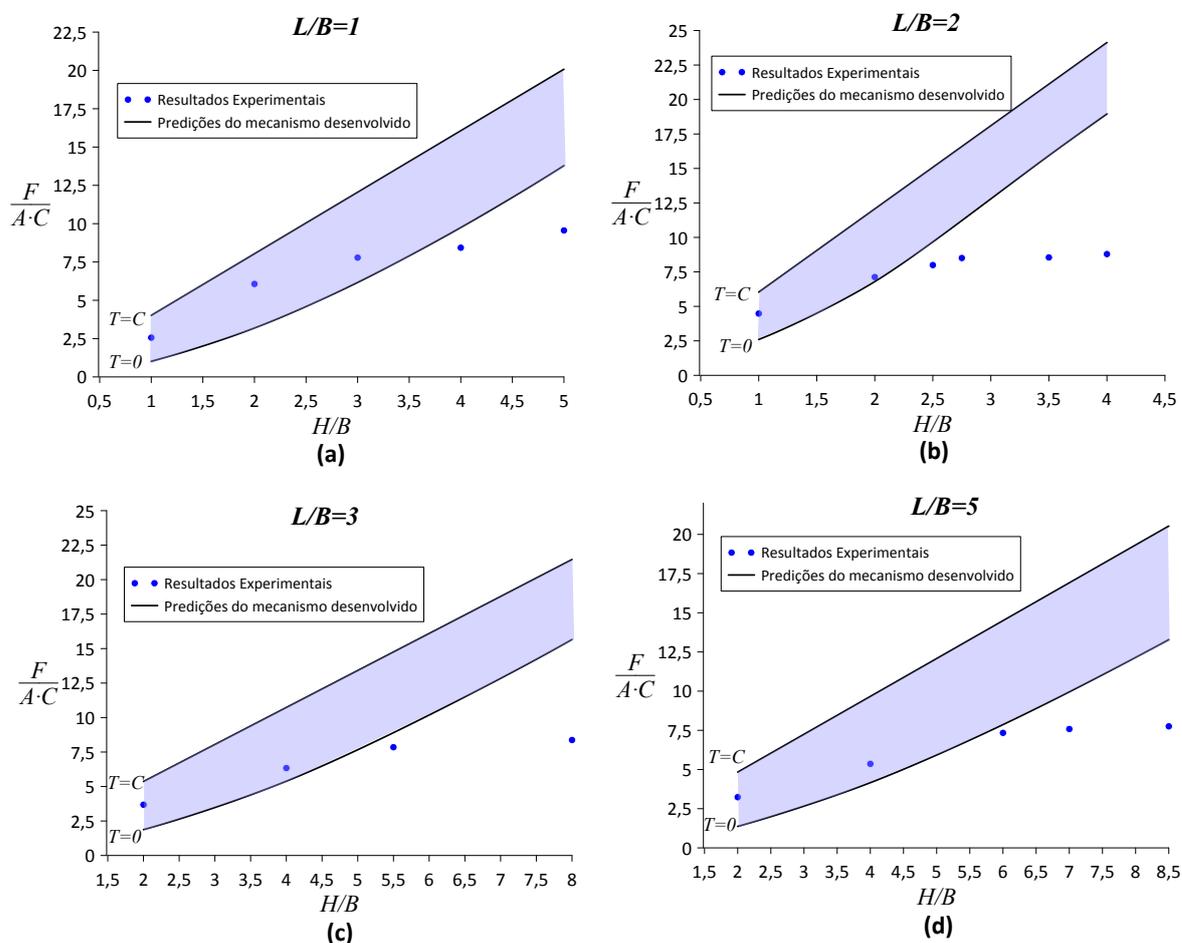


Figura 5.24 – Comparação entre os resultados obtidos experimentalmente por Das (1978) e pelo presente trabalho para placas retangulares com (a) $L/B = 1$, (b) $L/B = 2$, (c) $L/B = 3$, e (d) $L/B = 5$.

Resultados similares são obtidos ao se comparar as previsões obtidas pelo teorema cinemática da análise limite desenvolvidas neste estudo com os resultados experimentais apresentados por Singh e Ramaswamy (2008). Em seu trabalho, os autores realizaram uma série de ensaios sob uma taxa de arrancamento constante, adotando-se placas de ancoragem com razões de aspecto $L/B = 1, 2, 3$ e 4 , e variando-se a razão de embutimento destas. De forma análoga à desenvolvida por Das (1978), uma estratégia de ventilação da base da âncora foi adotada pelos autores de modo a mitigar possíveis esforços de sucção que poderiam vir a ser desenvolvidos durante a extração. O solo utilizado nos ensaios foi uma argila bentonítica, cujos parâmetros podem ser observados na Tabela 5.5, enquanto os resultados experimentais juntamente com as estimativas do limite superior podem ser observados na Figura 5.25, onde as mesmas conclusões observadas para os resultados de Das (1978) podem ser destacadas.

Tabela 5.5 – Propriedades dos ensaios experimentais de Singh e Ramaswamy (2008)

| $B \times L$ (mm) | Peso Específico (kN/m ³) | Umidade (%) | Grau de Saturação (%) | S_u (kPa) |
|----------------------|---|----------------|--------------------------|----------------|
| 50 x 50 | | | | |
| 50 x 100 | 16,61 | 63,9 | 98,7 | 2,8 |
| 50 x 150 | | | | |
| 50 x 200 | | | | |

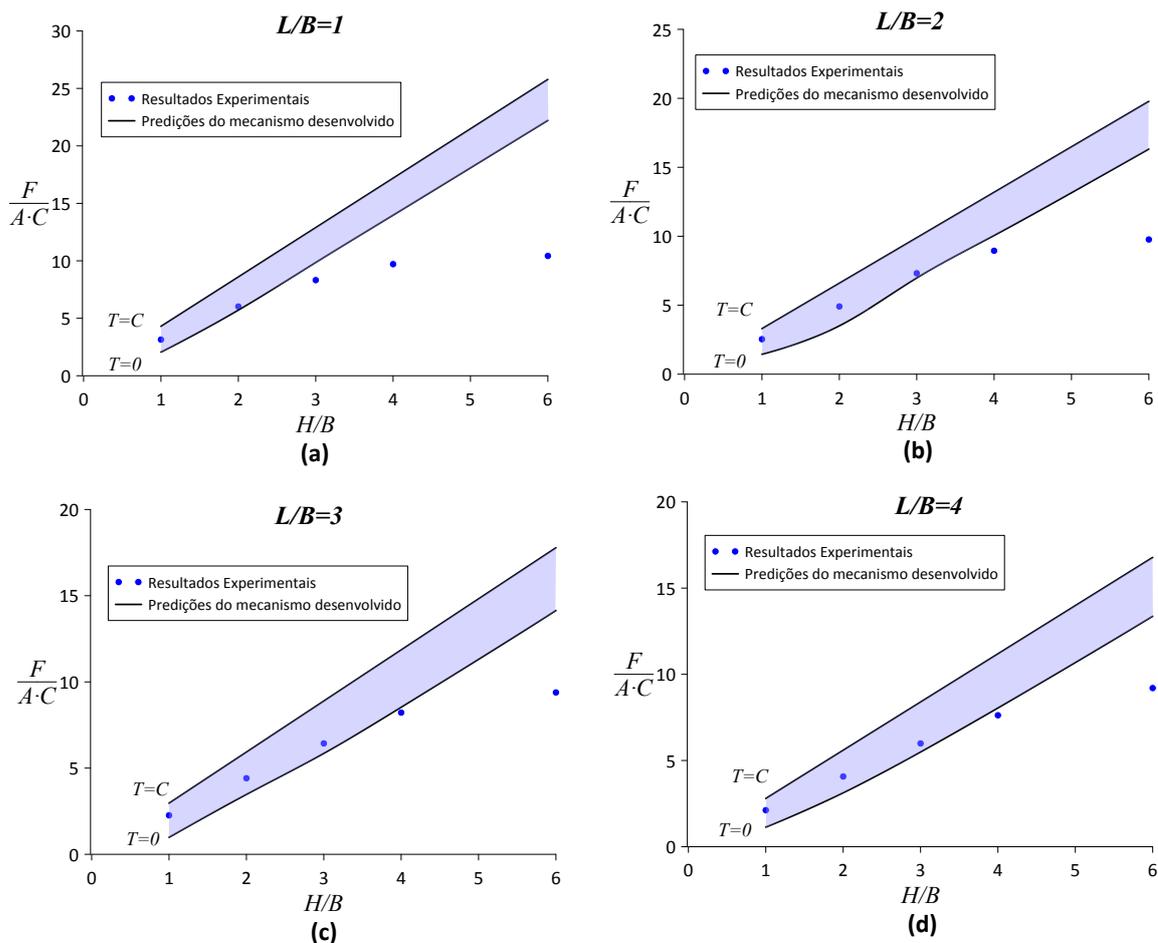


Figura 5.25 – Comparação entre os resultados obtidos experimentalmente por Singh e Ramaswamy (2008) e pelo presente trabalho para placas retangulares com (a) $L/B = 1$, (b) $L/B = 2$, (c) $L/B = 3$, e (d) $L/B = 4$.

5.3 ÂNCORAS CORRIDAS

5.3.1 Análise paramétrica e comparação entre os mecanismos para âncoras corridas (Estado Plano de Deformação)

Os resultados obtidos para a resistência ao arrancamento das placas de ancoragem para o caso em que a interface apresenta resistência à tração nula são apresentadas pelas Figuras 5.26

e 5.28, comparando-se a força normalizada F/BC necessária para produzir o arrancamento versus o parâmetro $\gamma H/C$ entre o mecanismo otimizado e o mecanismo descrito apenas por descontinuidades retas, adotando-se três razões de embutimento: $H/B = 0,5$; 1 e 2 para fins ilustrativos. Ressalta-se que nestes casos, a ruptura acontece na interface entre a base da âncora e solo abaixo desta, onde conseqüentemente toda a mobilização de resistência é dada pelas descontinuidades superiores.

A Figura 5.26 apresenta os resultados obtidos para o caso onde o material de Tresca truncado em tração apresenta $T = 0$. Percebe-se que ambos os mecanismos apresentam evolução não linear até valores de $\gamma H/C \leq 2$ aproximadamente, sendo que o mecanismo otimizado apresenta valores ligeiramente inferiores de resistência ao arrancamento os casos analisados. Em geral, a redução na resistência observada neste exemplo pelo mecanismo otimizado permanece abaixo de 10%, dependendo dos parâmetros adotados.

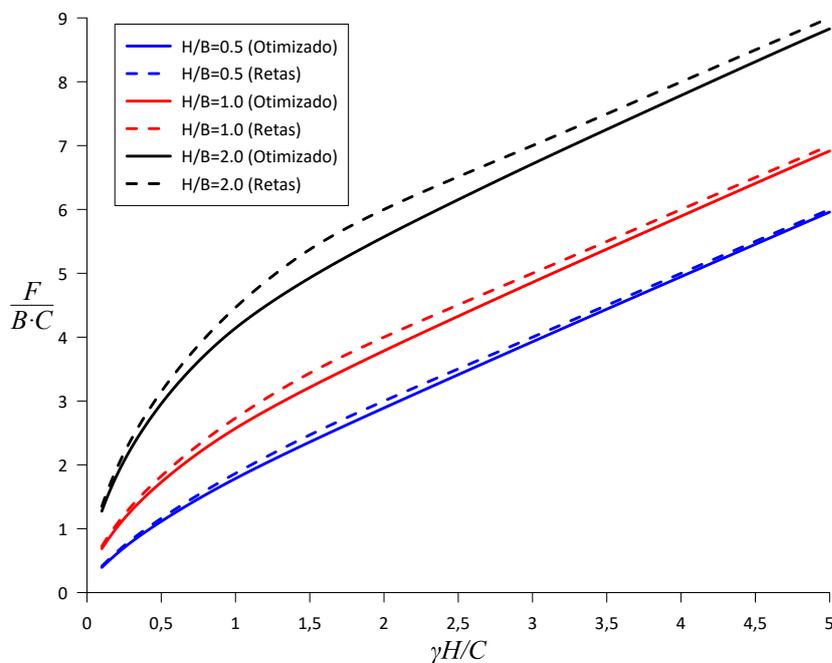


Figura 5.26 – Comparativo entre os resultados obtidos para $t_i = T = 0$ para o mecanismo em estado plano de deformações.

Analisando-se a forma das descontinuidades de velocidade descritas pelo mecanismo otimizado, percebe-se que para valores de $H/B < 1$ e $\gamma H/C \leq 1$, as descontinuidades são puramente não lineares, enquanto que para valores acima deste limite, as descontinuidades são compostas por um trecho não linear e outro linear, aumentando o tamanho do trecho linear com o aumento de $\gamma H/C$, como ilustrado pela Figura 5.27

Os resultados para o caso onde a resistência à tração do material é igual à coesão ($T = C$) são apresentados pela Figura 5.28. Percebe-se que ambos os mecanismos apresentam os mesmos resultados, uma vez que para esta condição o mecanismo otimizado descreve uma descontinuidade

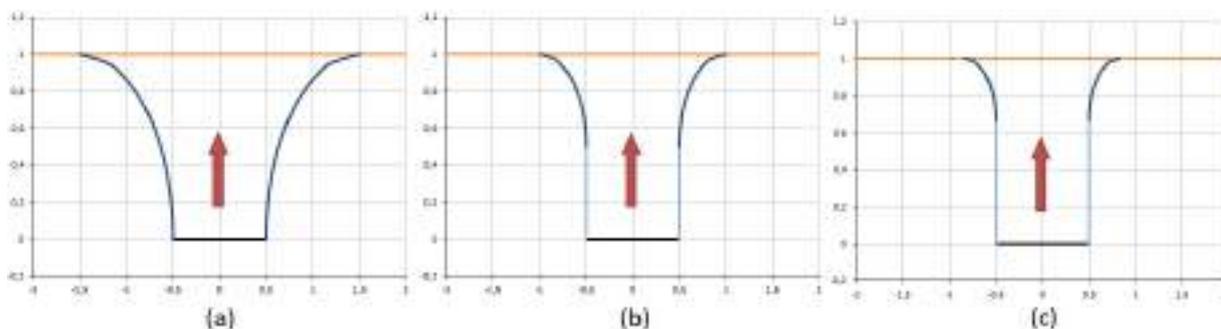


Figura 5.27 – Mecanismos de ruptura observados para (a) $\gamma H/C = 1$, (b) $\gamma H/C = 2$ e (c) $\gamma H/C = 3$.

com inclinação constante puramente vertical, conforme Equação 4.81, bem como o mecanismo das descontinuidades retas. Este mesmo resultado também é encontrado quando T tende ao infinito, uma vez que os mecanismos levam à mesma conclusão para o caso em que $C \leq T$.

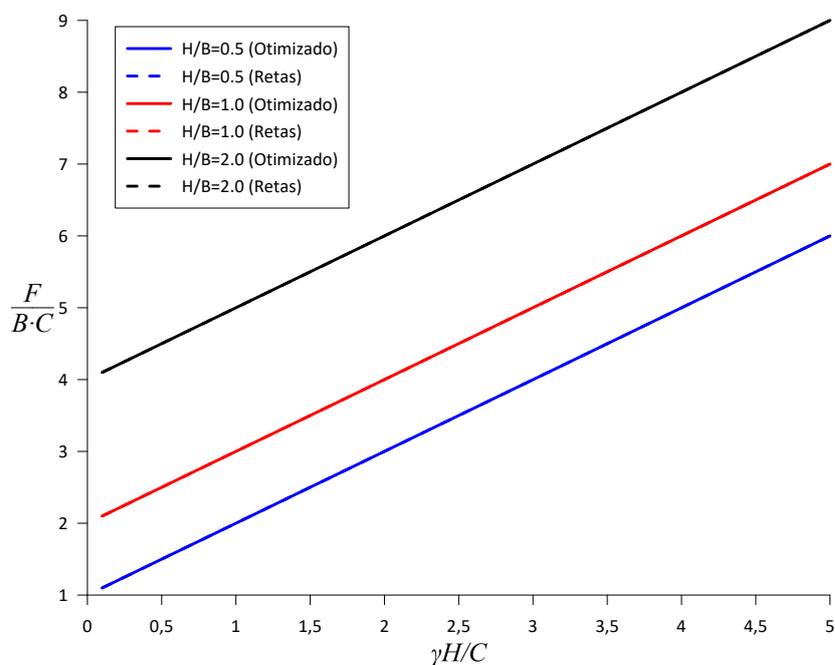


Figura 5.28 – Comparativo entre os resultados obtidos para $t_i = 0$ e $T = C$ para o mecanismo em estado plano de deformações.

Considerando-se agora que a resistência à tração da interface é igual a coesão do solo ($t_i = C$) no caso onde a resistência à tração do solo é nula ($T = 0$), os resultados são idênticos aos apresentados pela Figura 5.26, onde $t_i = T = 0$, uma vez que a ruptura acontece imediatamente abaixo da placa. Contudo, desta vez a ruptura mobiliza o solo de fundação (e sua consequente ausência de resistência à tração) ao invés da interface uma vez que $t_i = C$, sendo a resistência obtida representativa apenas da fornecida pelo solo acima da placa.

A Figura 5.29 apresenta os resultados da análise para o caso onde a resistência à tração do

solo é igual a sua coesão ($T = C$). Percebe-se que o mecanismo otimizado apresenta resistência ligeiramente inferior devido à parcela de resistência mobilizada abaixo da âncora ser sempre menor. Ressalta-se que, quando $T = C$, o mecanismo acima da âncora é igual para ambos os casos, descrevendo uma descontinuidade constante puramente vertical.

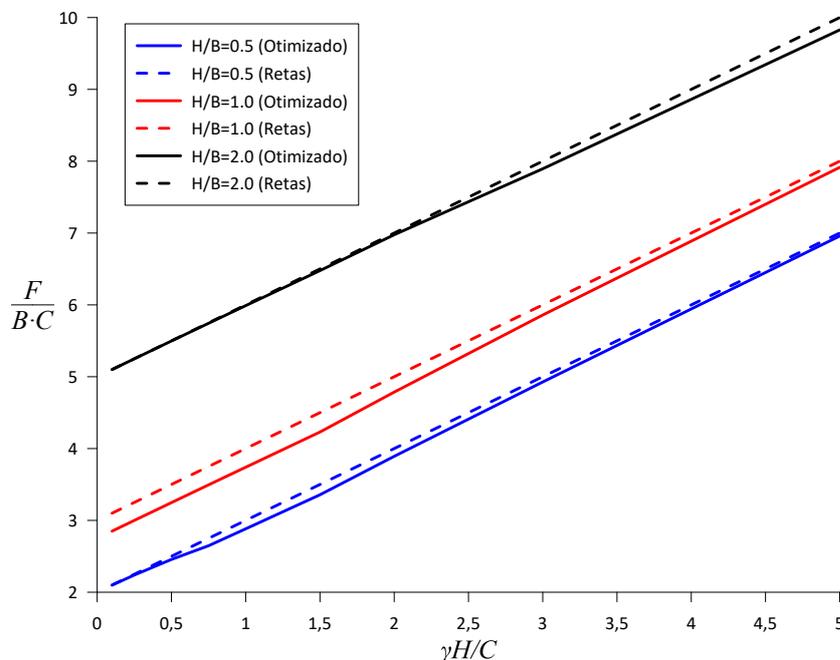


Figura 5.29 – Resultados obtidos para $t_i = T = C$.

Já, quando $T = \infty$, percebe-se que ambos os mecanismos apresentam os mesmos resultados, ilustrados pela Figura 5.30. Nestas condições, a ruptura na placa ocorre indefinidamente ou na interface ou no solo de fundação (mobilizando sua coesão) devido à resistência à tração na interface ser igual a coesão $t_i = C$. Destaca-se também que os elevados valores de T fazem com que o mecanismo otimizado acima da placa se resuma ao caso do mecanismo de retas, conduzindo a uma solução análoga ao material de Tresca convencional (sem limitação na tração).

Quando a resistência à tração da interface é considerada infinita ($t_i = \infty$) a ruptura sempre irá se dar no solo de fundação, seja pelo mecanismo otimizado ou pela mobilização do solo imediatamente abaixo da placa devido à ausência de resistência à tração deste. Assim os resultados desta análise se resumem aos casos apresentados anteriormente. Se a resistência à tração do solo é nula, os resultados obtidos são os mesmos descritos pela Figura 5.26, com a ruptura acontecendo imediatamente no solo de fundação devido à ausência de resistência à tração do material de Tresca. Já para o caso onde $T = C$, os valores obtidos correspondem aos mesmos ilustrados pela Figura 5.29, com a superfície de ruptura abaixo da âncora sendo descrita pelo mecanismo otimizado.

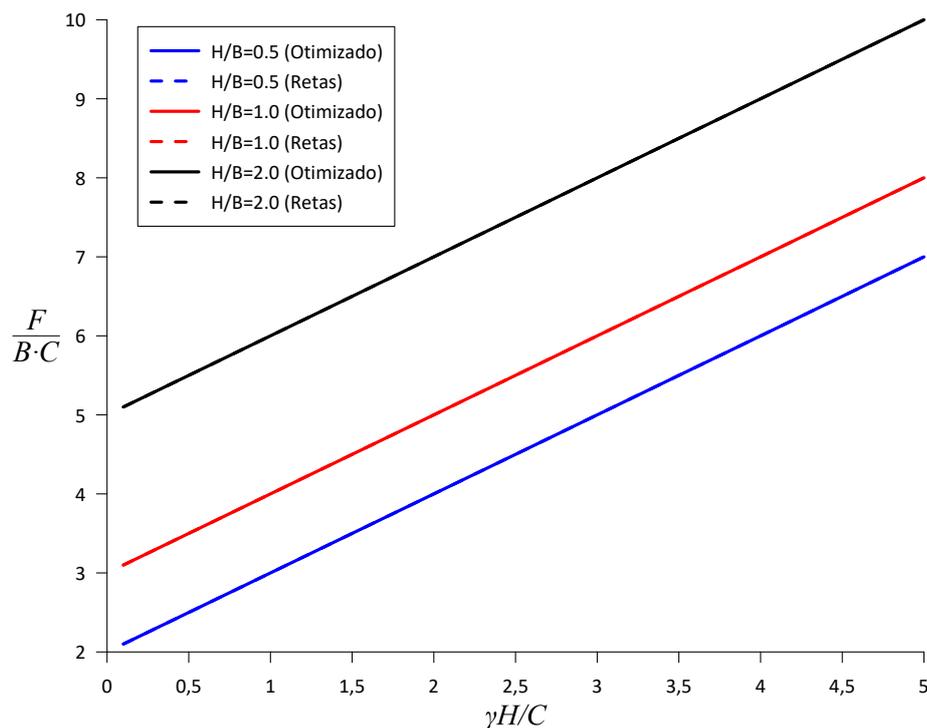


Figura 5.30 – Resultados obtidos para $t_i = C$ e $T = \infty$ para o mecanismo em estado plano de deformações.

5.3.2 Validação e verificação da abordagem para âncoras corridas (Estado Plano de Deformação)

De forma a verificar e validar os resultados obtidos para o limite superior da força de arrancamento de placas de ancoragem através da abordagem cinemática da análise limite, os resultados obtidos em estado plano de deformações serão comparados com dados de problemas similares apresentados na literatura, tanto de resultados numéricos quanto experimentais.

Merifield et al. (1999) apresentam uma avaliação da capacidade de carga ao arrancamento de placas de ancoragem em materiais coesivos, utilizando uma abordagem numérica baseada na formulação de elementos finitos para os limites inferior e superior da análise limite. Para tanto, simulações foram realizadas em estado plano de deformações, considerando o solo como um material elástico-perfeitamente plástico seguindo o critério de Tresca convencional (i.e., sem limitação em tração isótropa: $T = \infty$) com perfil de coesão homogênea, contando com uma interface solo/âncora sem resistência à tração.

A Figura 5.31 apresenta as predições do modelo desenvolvido na subseção 4.4.2 em comparação com os resultados fornecidos por Merifield et al. (1999) do limite inferior da força de arrancamento normalizada F/BC em função de $\gamma H/C$. Ressalta-se que o autor não apresenta resultados do limite superior para o caso de um solo com peso específico tal qual desenvolvido neste trabalho. Como pode ser observado, os resultado do mecanismo desenvolvido condizem com os

apresentados por Merifield et al. (1999) para a razão de embutimento $H/B = 1$, aumentando a discrepância entre o limite inferior apresentado pelo autor e o presente limite superior à medida que esta razão também aumenta, sustentando a aplicabilidade dos resultados presentes à âncoras com baixas razões de embutimento.

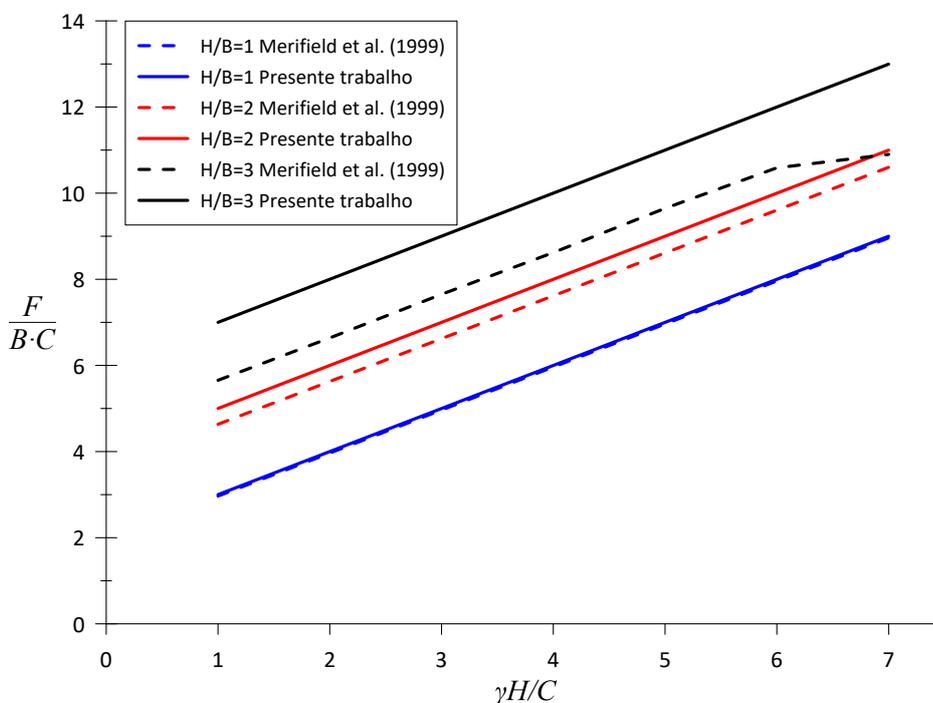


Figura 5.31 – Comparativo entre os resultados do presente trabalho e os apresentados por Merifield et al. (1999) para a capacidade de carga de placas de ancoragem.

Novamente a diferença é atribuída à distinção entre as abordagens utilizadas, que fornecem limites inferiores ou superiores da carga de ruptura, bem como a não representatividade da cinemática de ruptura adotada neste trabalho para âncoras mais profundas, fato que é visível nos resultados de Merifield et al. (1999) para $H/B = 3$, onde a mudança de inclinação na reta representa justamente a transição total para o mecanismo de âncoras profundas, onde a resistência passa a independe da profundidade da placa.

Song et al. (2008) também realizaram análises numéricas para analisar o arrancamento de placas de ancoragem, utilizando o métodos dos elementos finitos com adaptatividade de malha. De forma análoga às análises de Merifield et al. (1999), o solo foi modelado como um material elástico-perfeitamente plástico, seguindo o modelo constitutivo de Tresca sem limitação em tração ($T = \infty$).

Uma comparação entre a resistência ao arrancamento predita pelo mecanismo desenvolvido e os resultados obtidos por Song et al. (2008) para o caso onde a interface não apresenta resistência à tração pode ser observada pela Figura 5.32, onde os resultados de resistência normalizada

são apresentados em função da razão de embutimento H/B para três valores diferentes de $\gamma B/C$, conforme os resultados originais dos autores. Novamente, os resultados reforçam que o mecanismo proposto é adequado para representar a resistência ao arrancamento de placas de ancoragem com baixas razões de embutimento, tipicamente inferiores a 1, ao passo em que com o aumento da profundidade o mecanismo desenvolvido não se mostra mais adequado e superestima a resistência evidenciada numericamente.

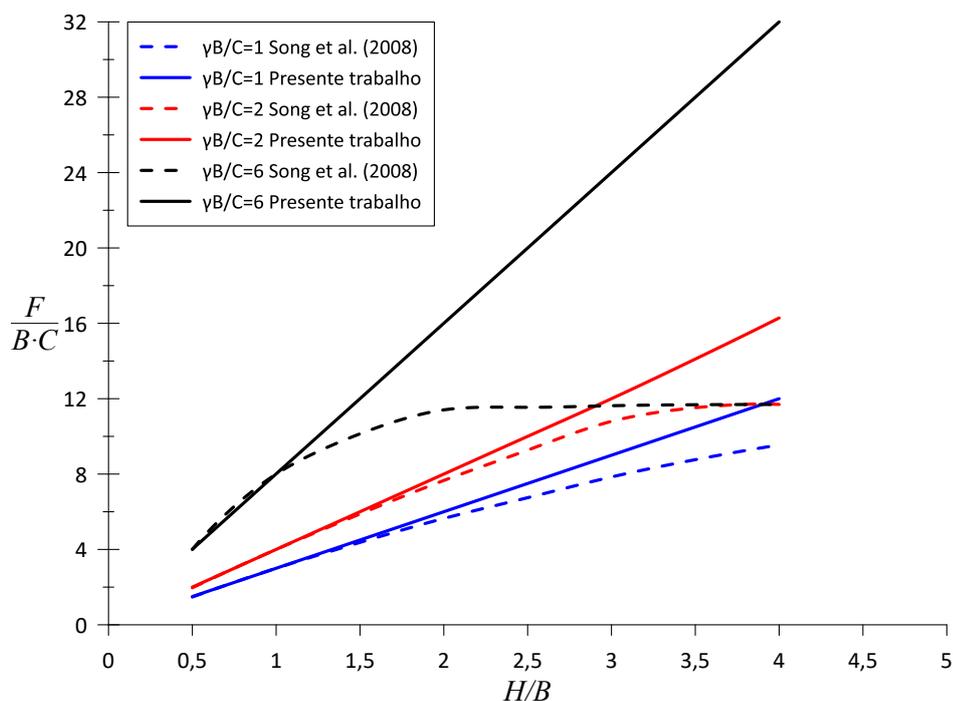


Figura 5.32 – Comparativo entre os resultados do presente trabalho e os apresentados por Song et al. (2008) para a capacidade de carga de placas de ancoragem.

Conforme os resultados de Song et al. (2008) percebe-se também que a evolução das curvas tendem a um valor máximo de resistência, alcançado em diferentes estágios em função tanto da razão de embutimento como de $\gamma B/C$. Os autores justificam que este patamar é alcançado quando há a separação do contato placa/solo de fundação, provavelmente indicando a prevalência de um mecanismo de âncoras profundas, apesar desta conclusão não ser mencionada no trabalho.

Cabe ressaltar que todos os resultados encontrados na literatura e previamente apresentados adotam o critério de Tresca convencional, i.e, sem limitação em tração ($T = \infty$). Nestes casos, ambos os mecanismos desenvolvidos neste trabalho conduzem a um mesmo resultado, onde as discontinuidades são dadas por retas puramente verticais. Assim, a força de arrancamento obtida pelos mecanismos desenvolvidos e apresentada nestes exemplos é dada simplesmente por:

$$\frac{F}{BC} \leq 2\frac{H}{B} + \frac{\gamma H + \gamma_w d + t_i}{C} \quad (5.3)$$

adotando-se $t_i = 0$ de forma a garantir a ausência de resistência à tração na interface nas verificações supracitadas.

Uma avaliação experimental da resistência à extração de âncoras corridas coube ao trabalho de Singh e Ramaswamy (2008). Para tanto, os autores realizaram ensaios de extração em uma placa metálica retangular de 50 mm x 300 mm ($L/B = 6$) em um tanque com 600 mm de comprimento e 302 mm de largura, tamanho considerado suficiente pelos autores para representar um estado plano de deformações. Os ensaios procederam com o arrancamento da placa imersa em uma argila bentonítica saturada, apresentando $S_u = 2,80$ kPa e $\gamma = 16,61$ kN/m³ (SINGH; RAMASWAMY, 2008), sob 6 razões de embutimento distintas ($H/B = 1; 2; 3; 4; 6$ e 8) de modo a avaliar a evolução da resistência com o aumento de H/B .

Os resultados obtidos por Singh e Ramaswamy (2008) juntamente com as predições do mecanismo otimizado podem ser observado pela Figura 5.33, onde os autores eliminaram o efeito da sucção na base da placa conectando um pequeno duto nesta em contato com a atmosfera. Devido às incertezas quanto à determinação do limite de resistência à tração do material utilizado, a área sombreada apresenta o intervalo de resultados obtidos pelo mecanismo otimizado considerando-se uma variação de $T = 0$ a $T = C$. Como pode ser observado, as predições do limite superior da força de arrancamento obtidas pelo mecanismo desenvolvido apresentam uma aproximação plausível da carga de arrancamento para as razões de embutimento mais baixas, quando o mecanismo proposto é representativo do esperado experimentalmente.

A partir destes resultados encontrados na literatura, percebe-se que o mecanismo proposto foi capaz de capturar com boa concordância o resultado esperado de resistência ao arrancamento de âncoras com baixas razões de embutimento, similares as encontradas tipicamente em problemas de meios marítimos, onde a profundidade da âncora é virtude da consolidação primária do solo. A literatura carece de dados experimentais para o arrancamento de placas de ancoragem em estado plano de deformações, assim a verificação dos mecanismos frente à ensaios disponíveis na literatura será tratada mais extensivamente nos próximos capítulos considerando-se a geometria tridimensional do problema.

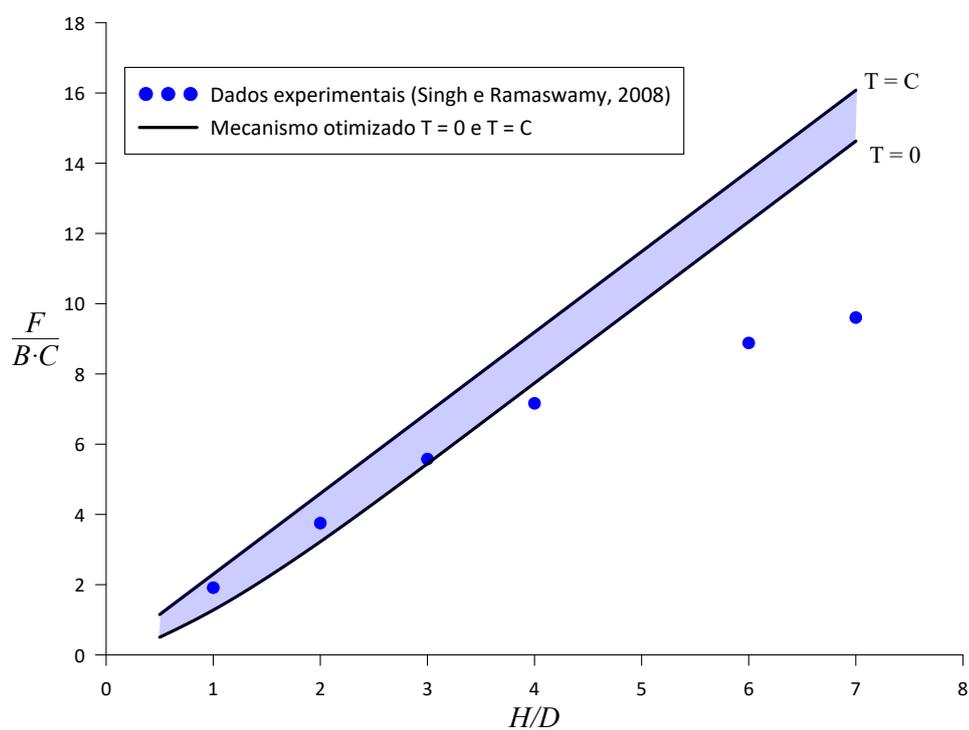


Figura 5.33 – Comparativo entre os resultados do presente trabalho e os apresentados por Singh e Ramaswamy (2008) para a capacidade de carga de placas de ancoragem corridas.

6 CARGA DE ARRANCAMENTO DE PLACAS DE ANCORAGEM: FORMULAÇÃO EM TENSÕES EFETIVAS

De forma à incorporar os efeitos gerados pelas variações de poropressão no solo marinho, como a sucção desenvolvida na base da âncora durante o arrancamento, é fundamental que uma abordagem em tensões efetivas, complementar à análise em tensões totais desenvolvida no Capítulo 4 seja investigada. Assim, este capítulo destina-se a estender a implementação do teorema cinemático da análise limite de modo a incorporar os efeitos da poropressão desenvolvidas no maciço durante a ruptura através de uma formulação em tensões efetivas, podendo também ser aplicado ao caso de âncoras embutidas em materiais granulares devido à adoção de uma lei de comportamento coesiva-friccional.

Inicialmente o problema em análise será exposto, apresentando as principais variáveis envolvidas no sistema bem como as geometrias e hipóteses adotadas ao longo do desenvolvimento deste capítulo. Posteriormente, mecanismos de ruptura descrevendo a ruptura do sistema serão propostos e investigados através do teorema cinemático da análise limite, conduzindo assim a estimativas do limite superior da capacidade de carga através de uma abordagem pelo exterior do domínio das cargas suportáveis em tensões efetivas.

6.1 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Assim, como apresentado na Capítulo 4, a problemática do arrancamento de placas de ancoragem ilustrado pela Figura 4.1 será avaliada agora a partir de uma formulação em tensões efetivas. Conforme discutido anteriormente, o sistema material é composto por um volume de solo Ω^s e uma placa de ancoragem de volume Ω^p embutida no leito oceânico a uma profundidade H sob uma coluna d'água de altura d . Por consequência, têm-se as fronteiras dos domínios dadas por $\partial\Omega^p = \Gamma$ e $\partial\Omega^s = \partial\Omega \cup \Gamma$, de modo que a superfície do domínio material $d\Omega$ em $z = H$ é dada por $d\Omega^s - \Gamma$.

Nestas análises, será adotada a hipótese de que o domínio de resistência tanto do material quanto da interface obedecem ao conceito de tensão efetiva de Terzaghi, ou seja (COUSSY, 2004):

$$f^s(\underline{\underline{\sigma}}, p) = f^s(\underline{\underline{\sigma}}' = \underline{\underline{\sigma}} + p\underline{\underline{1}}) \leq 0 \quad (6.1a)$$

$$f^{int}(\underline{T}, p) = f^{int}(\underline{T}' = \underline{T} + p\underline{n}) \leq 0 \quad (6.1b)$$

onde $\underline{\sigma}'$ é o tensor de tensões efetivas e p é a poropressão desenvolvida em qualquer ponto material \underline{x} do volume de solo Ω^s . De modo genérico o campo de velocidade virtual $\hat{U}(\underline{x})$ pode ser escrito como:

$$\hat{U}(\underline{x}) = \begin{cases} \underline{U}^s(\underline{x}) & \text{em } \Omega^s \\ \underline{U}^p(\underline{x}) & \text{em } \Omega^p \end{cases} \quad (6.2)$$

Definindo assim os movimentos virtuais que ocorrem no solo e na placa, este último sendo sempre um movimento de translação ($\underline{d} = 0$ em Ω^p). Retomando-se o conceito do Teorema das Potências Virtuais (TPV) apresentando no Capítulo 3, têm-se que $P_{def} = P_{ext}$ e, conseqüentemente:

$$P_{def} = \int_{\Omega} \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{d}} d\Omega + \int_{\Sigma} \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{n} \cdot [[\hat{U}]] dS + \int_{\Gamma} \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{n} \cdot [[\hat{U}]] dS \quad (6.3)$$

Do princípio das tensões efetivas de Terzaghi, têm-se que:

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\sigma}}' - p\underline{1} \quad (6.4)$$

Conseqüentemente, substituindo-se a Equação 6.4 na Equação 6.3:

$$P_{def} = \int_{\Omega} \underline{\underline{\sigma}}' : \underline{\underline{d}} d\Omega + \int_{\Sigma} \underline{\underline{\sigma}}' \cdot \underline{n} \cdot [[\hat{U}]] dS + \int_{\Gamma} \underline{\underline{\sigma}}' \cdot \underline{n} \cdot [[\hat{U}]] dS - \left[\int_{\Omega^s} p\underline{1} : \underline{\underline{d}} d\Omega + \int_{\Sigma} p [[\hat{U}]] \cdot \underline{n} dS + \int_{\Gamma} p [[\hat{U}]] \cdot \underline{n} dS \right] \quad (6.5)$$

Ao adotar um critério de resistência em tensões efetivas tais quais os definidos pela Equação 6.1, é evidente que os três primeiros termos da Equação 6.5 vão ser sempre menores ou iguais às respectivas potências resistentes máximas que o material ou da interface podem desenvolver respeitando seus respectivos critérios de resistência. Já, os termos entre colchetes, representam a potência desenvolvida pela poropressão P_p nos mecanismos considerados. Avaliando-se os dois primeiros termos da expressão entre colchetes:

$$\int_{\Omega^s} p\underline{1} : \underline{\underline{d}} d\Omega + \int_{\Sigma} p [[\hat{U}]] \cdot \underline{n} dS = \int_{\Omega^s} -\text{grad } p \cdot \underline{U} d\Omega + \int_{\partial\Omega^s} p\underline{U} \cdot \underline{n} dS \quad (6.6)$$

Assim:

$$P_p = \int_{\Omega^s} -\text{grad } p \cdot \underline{U} d\Omega + \int_{\partial\Omega^s} p \underline{U} \cdot \underline{n} dS + \int_{\Gamma} p \llbracket \hat{U} \rrbracket \cdot \underline{n} dS \quad (6.7)$$

onde P_p representa a potência desenvolvida pela poropressão, justamente aquela descrita anteriormente na Equação 6.5 pelos termos entre colchetes. Sobre a interface Γ , a descontinuidade de velocidade é definida como $\llbracket \hat{U} \rrbracket = \underline{U}^P - \underline{U}^S$, assim:

$$P_p = - \int_{\Omega^s} \text{grad } p \cdot \underline{U} d\Omega + \int_{\partial\Omega^s - \Gamma} p \underline{n} \cdot \underline{U} dS + \int_{\Gamma} p \underline{U}^P \cdot \underline{n} dS \quad (6.8)$$

Conseqüentemente, a partir do TPV e da abordagem cinemática da análise limite, têm-se que:

$$\begin{aligned} P_{ext} + P_p &= \int_{\Omega^s} \underline{\underline{\sigma}}' : \underline{\underline{d}} d\Omega + \int_{\Sigma} \underline{\underline{\sigma}}' \cdot \underline{n} \cdot \llbracket \hat{U} \rrbracket dS + \int_{\Gamma} \underline{\underline{\sigma}}' \cdot \underline{n} \cdot \llbracket \hat{U} \rrbracket dS \\ &\leq \int_{\Omega^s} \pi^s(\underline{\underline{d}}) d\Omega + \int_{\Sigma} \pi^s(\underline{n}, \llbracket \hat{U} \rrbracket) dS + \int_{\Gamma} \pi^{int}(\underline{n}, \llbracket \hat{U} \rrbracket) dS \end{aligned} \quad (6.9)$$

Sendo que as funções π do lado direito da inequação acima são definidas agora pelo domínio de resistência em tensões efetivas, ou seja:

$$\pi^s(\underline{\underline{d}}) = \sup \left\{ \underline{\underline{\sigma}}' : \underline{\underline{d}} \mid f^s(\underline{\underline{\sigma}}') \leq 0 \right\} \quad (6.10a)$$

$$\pi^s(\underline{n}, \llbracket \hat{U} \rrbracket) = \sup \left\{ \underline{\underline{\sigma}}' \cdot \underline{n} \cdot \llbracket \hat{U} \rrbracket \mid f^s(\underline{\underline{\sigma}}') \leq 0 \right\} \quad (6.10b)$$

$$\pi^{int}(\underline{n}, \llbracket \hat{U} \rrbracket) = \sup \left\{ \underline{T}' \cdot \llbracket \hat{U} \rrbracket \mid f^{int}(\underline{T}') \leq 0 \right\} \quad (6.10c)$$

Analisando-se o termo referente à potência resistente máxima que pode-se desenvolver interface, a última integral do lado direito da Equação 6.9 pode ser decomposta em três termos:

$$\int_{\Gamma} \pi^{int}(\underline{n}, \llbracket \hat{U} \rrbracket) dS = \int_{\Gamma^+} \pi^{int}(\underline{n}, \llbracket \hat{U} \rrbracket) dS + \int_{\Gamma^-} \pi^{int}(\underline{n}, \llbracket \hat{U} \rrbracket) dS + \int_{\Gamma^{lat}} \pi^{int}(\underline{n}, \llbracket \hat{U} \rrbracket) dS \quad (6.11)$$

onde os três termos do lado direito da Equação 6.11 representam as interfaces acima, abaixo e nas laterais da placa de ancoragem, respectivamente. Como este trabalho se limita à análise de âncoras finas, onde a espessura é muito menor que a dimensão característica da placa, a contribuição da

interface lateral na Equação 6.11 será desprezada doravante. Tal qual desenvolvido no Capítulo 4, a potência das forças externas pode ser escrita de forma genérica para o arrancamento de placas de ancoragem como:

$$P_{ext} = \int_{\Omega^s} \underline{\gamma} \cdot \underline{U} d\Omega + \int_{\Omega^p} \underline{\gamma}^p \cdot \underline{U}^p d\Omega + \underline{F} \cdot \underline{U}^p - \int_{\partial\Omega} \gamma_w d\underline{e}_z \cdot [[\hat{U}]] dS \quad (6.12)$$

Enquanto a potência desenvolvida pelos esforços de poropressão é dada por:

$$P_p = - \int_{\Omega^s} \text{grad } p \cdot \underline{U} d\Omega + \int_{\partial\Omega} \gamma_w d\underline{e} \cdot \underline{U} dS + \underline{U}^p \int_{\Gamma} p \underline{n} dS \quad (6.13)$$

Assim, fazendo-se $P_{ext} + P_p$ de modo a se obter lado esquerdo da Equação 6.9, têm-se que:

$$P_{ext} + P_p = \int_{\Omega^s} \underline{\gamma} \cdot \underline{U} d\Omega + \underline{\gamma}^p \cdot \underline{U}^p |\Omega^p| + \underline{F} \cdot \underline{U}^p - \int_{\Omega^s} \underline{U} \cdot \text{grad } p d\Omega - \underline{U}^p \int_{\Gamma} p \underline{n} dS \quad (6.14)$$

onde evidencia-se que o termo da integral sobre $\partial\Omega$, referente à sobrecarga sobre o leito oceânico, se anula quando adota-se a formulação em tensões efetivas. Como o excesso de poropressão u é definido como a diferença entre poropressão p e a pressão hidrostática p_w , ou seja, $u = p - p_w = p - \gamma_w(H + d - z)$, por consequência tem-se que $\text{grad } p = \text{grad } u + \text{grad } p_w = \text{grad } u + \underline{\gamma}_w$. Logo:

$$P_{ext} + P_p = \int_{\Omega^s} \underline{\gamma}' \cdot \underline{U} d\Omega + \underline{\gamma}^p \cdot \underline{U}^p |\Omega^p| + \underline{F} \cdot \underline{U}^p - \int_{\Omega^s} \text{grad } u \cdot \underline{U} d\Omega + \underline{U}^p \int_{\Gamma} p \underline{n} dS \quad (6.15)$$

onde $\underline{\gamma}' = \underline{\gamma}' \underline{e}_z = (\gamma - \gamma_w) \underline{e}_z$ representa o peso específico submerso (também denominado efetivo) do solo. Expandindo-se o termo referente a integral sobre a superfície Γ da placa (último termo do lado esquerdo da Equação 6.15):

$$\int_{\Gamma} p \underline{U}^p \cdot \underline{n} dS = \int_{\Gamma^+} p \underline{U}^p \cdot \underline{n} dS + \int_{\Gamma^-} p \underline{U}^p \cdot \underline{n} dS + \int_{\Gamma^{lat}} p \underline{U}^p \cdot \underline{n} dS \quad (6.16)$$

Como no presente trabalho \underline{U}^p é sempre perpendicular a normal \underline{n} em Γ^{lat} , o produto escalar presente na última integral da Equação 6.16 será sempre igual a zero. Lembrando que pela convenção adotada $\underline{n} = -\underline{e}_z$ em Γ^+ e $\underline{n} = \underline{e}_z$ em Γ^- , a Equação 6.16 pode ser reescrita como:

$$\int_{\Gamma} p \underline{U}^p \cdot \underline{n} dS = \underline{U}^p \cdot \underline{e}_z \left(\int_{\Gamma^-} p dS - \int_{\Gamma^+} p dS \right) = \underline{U}^p \cdot \underline{e}_z \int_{\Gamma^p} \Delta p dS \quad (6.17)$$

onde $\Gamma^p = \Gamma^-$ é a superfície inferior da placa com $\underline{n} = \underline{e}_z$ e $\Delta p = p^- - p^+ \leq 0$. Como a placa é considerada muito fina, as variações sobre p_w podem ser desprezadas de modo que $\Delta p \approx \Delta u$. A Equação 6.17 evidencia a ação dos esforços de sucção como a diferença entre as pressões atuantes no solo acima e abaixo da placa, apresentando como esta interfere na avaliação da capacidade de carga de placas de ancoragem em uma análise de tensões efetivas. Por fim, a Equação 6.15 pode então ser reescrita como:

$$P_{ext} + P_p = \underline{F} \cdot \underline{U}^p + \int_{\Omega^s} \underline{\gamma}' \cdot \underline{U} d\Omega - \int_{\Omega^s} \text{grad } u \cdot \underline{U} d\Omega + \underline{U}^p \cdot \underline{e}_z \int_{\Gamma^p} \Delta p dS + \underline{\gamma}^p \cdot \underline{U}^p |\Omega^p| \quad (6.18)$$

Que, pelo teorema cinemático da análise limite, deve ser sempre menor ou igual a potência resistente máxima desenvolvida pelo critério expresso em tensões efetivas, tal qual apresentado pela Equação 6.9.

Bem como adotado no Capítulo 4, nas classes de mecanismos de rupturas desenvolvidas aqui será considerado que $\underline{U}^p = \underline{U}^s = \underline{U} = U \underline{e}_z$, aplicado no centroide da placa de ancoragem sob uma força de arrancamento $\underline{F} = F \underline{e}_z$ até o seu valor último. No contexto das tensões efetivas, o problema de análise limite definido pelas equações 6.9 e 6.18 requer a avaliação de:

- a) Potência desenvolvida pelas forças de percolação $\int_{\Omega^s} \text{grad } u \cdot \underline{U} d\Omega$
- b) Potência desenvolvida pelas forças de sucção F_p , definidas por:

$$F_p = \int_{\Gamma^p} \Delta p dS \quad (6.19)$$

Dado que a distribuição de poropressão no maciço durante o problema de arrancamento de uma placa de ancoragem é de difícil avaliação e carece de uma investigação mais profunda na literatura, a parcela referente às forças de percolação será desprezada nas análises assumindo-se que a magnitude destes esforços é muito inferior aos esforços de sucção desenvolvidos ao se analisar âncoras com baixas razões embutimento.

Ressalta-se que nesta abordagem em tensões efetivas, o domínio de resistência na obtenção funções π adotadas será controlado pelas tensões efetivas do material. Assim, o solo será modelado como um material homogêneo e isotrópico obedecendo ao critério de Coulomb truncado em tração conforme as equações 3.40 ou 3.41, enquanto que a interface será modelada como apresentando uma resistência limitada à tração, de modo que π^{int} pode ser obtido conforme Equação 3.43.

Tendo em mente os resultados apresentados no Capítulo 5, apenas as classes de mecanismos definidas por uma sucessão de trechos serão replicadas neste capítulo. Esta escolha se deve a

facilidade na definição do problema e agilidade no processo de minimização, além da facilidade em lidar com as condições de pertinência do critério de Coulomb truncado em tração. Desta forma, nas próximas subseções serão apresentados as classes de mecanismos de ruptura analisadas para âncoras tridimensionais em uma análise de tensões efetivas.

6.2 ÂNCORAS CIRCULARES

O mecanismo adotado para a análise de âncoras circulares sob uma abordagem em tensões efetivas pode ser observado esquematicamente pela Figura 6.1. Este consiste em uma âncora circular sendo extraída do maciço de solo sob a aplicação de uma força $\underline{F} = F\mathbf{e}_z$ tal qual apresentado anteriormente nos mecanismos em tensões totais da subseção 4.2.2.

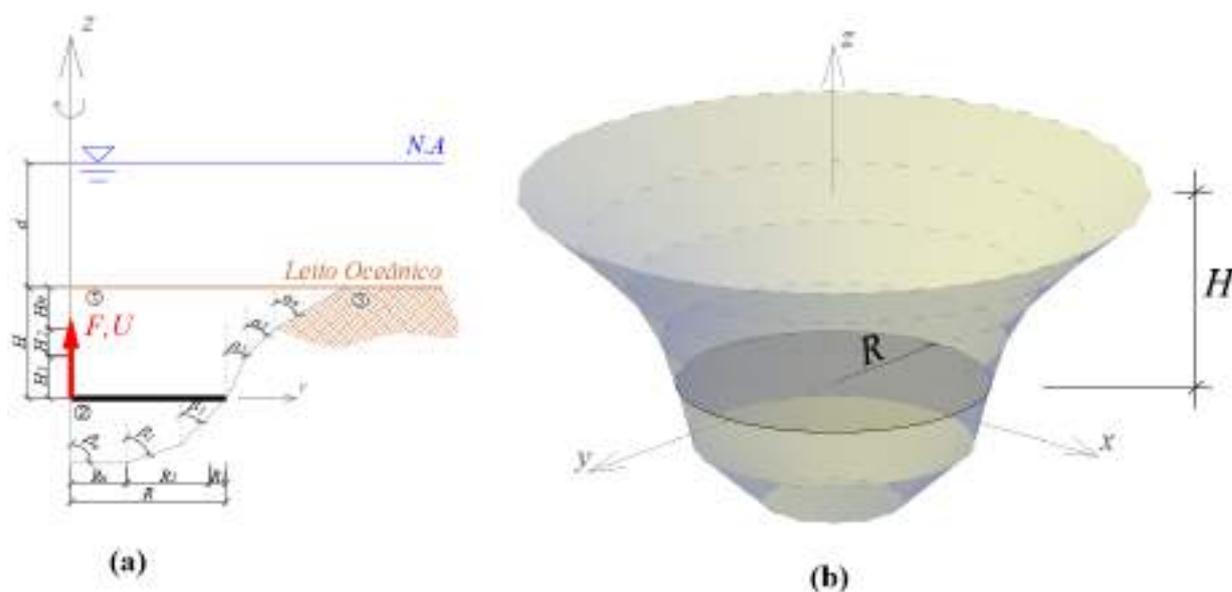


Figura 6.1 – Mecanismo tridimensional composto por uma seção de trechos cônicos para placas circulares: (a) superfície gênese do sólido de revolução e (b) ilustração tridimensional.

Devido a este movimento, superfícies de descontinuidade de velocidade se desenvolvem delimitando as zonas de movimento e repouso envolvidas no mecanismo, de modo que as geometrias das descontinuidades superior e inferior são consideradas com descritas por uma sucessão de trechos cônicos. Aplicando-se procedimento similar ao descrito na subseção 4.2.2, têm-se, para

o critério de Coulomb em tensões efetivas que:

$$\frac{F_{sup}}{\pi R^2 C} = \frac{1}{3R^2 C} \sum_{i=1}^n \left\{ 3\gamma H_i (R_i^{sup})^2 - 3\gamma H_i^2 \tan \alpha_i R_i^{sup} + \gamma H_i^3 \tan^2 \alpha_i + \right. \\ \left. \frac{3H_i}{\cos \alpha_i} (2R_i^{sup} - H_i \tan \alpha_i) \left[C(1 - \sin \alpha_i) \tan \psi + \frac{T}{1 - \sin \phi} (\sin \alpha_i - \sin \phi) \right] \right\} + \frac{\gamma^p |\Omega^p| + F_p}{\pi R^2 C} \quad (6.20)$$

onde:

$$\psi = \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \quad (6.21)$$

e

$$R_i^{sup} = R + \sum_{j=1}^i H_j \tan \alpha_j \quad (6.22)$$

Enquanto a parcela dada pela descontinuidade inferior:

$$\frac{F_{inf}}{\pi R^2 C} = \frac{1}{R^2 C} \left\{ \frac{\gamma}{3} \sum_{i=1}^{n-1} \left[\frac{R_i}{\tan \beta_i} (r_i^2 + r_i r_{i+1} + r_{i+1}^2) \right] + \frac{\gamma R_n^3}{3 \tan \beta_n} + \right. \\ \left. \frac{(r_i^2 - r_{i+1}^2)}{\sin \beta_i} \left[C(1 - \sin \beta_i) \tan \psi + \frac{T}{1 - \sin \phi} (\sin \beta_i - \sin \phi) \right] + \right. \\ \left. \frac{R_n^2}{\sin \beta_n} \left[C(1 - \sin \beta_i) \tan \psi + \frac{T}{1 - \sin \phi} (\sin \beta_i - \sin \phi) \right] \right\} \quad (6.23)$$

onde:

$$r_i = \sum_{j=i}^n R_j \quad (6.24)$$

sujeitas ao critério de pertinência descrito pela 3.41 em que, para a classe de mecanismos em questão, $\alpha \geq \phi$ e $\beta \geq \phi$. Considerando-se também uma interface com resistência limitada em tração, o limite superior da força de arrancamento descrito por este mecanismo é dado por:

$$F \leq F_{sup} + \min (F_{inf}, \pi R^2 T, \pi R^2 t_i) \quad (6.25)$$

Do mesmo modo como desenvolvido anteriormente, a minimização dos $2n - 1$ parâmetros envolvidos em cada uma das descontinuidades será realizado numericamente através da biblioteca *cyipopt*, que apresentou uma ótima performance na aplicação numérica dos mecanismos em tensões totais.

6.3 ÂNCORAS RETANGULARES

Considerando-se agora placas de natureza retangular, um mecanismo similar ao descrito na subseção 4.3.1 será apresentado, onde as descontinuidades podem ser descritas por uma sucessão de planos tal como ilustrado de forma esquemática pelas Figuras 6.2 e 6.3.

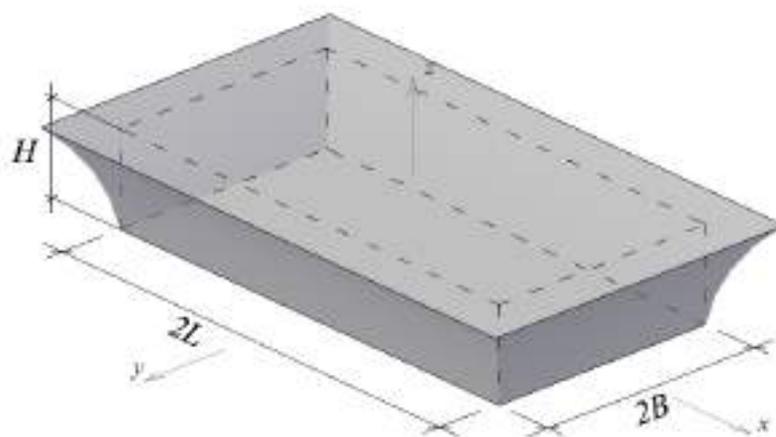


Figura 6.2 – Visualização esquemática da superfície tridimensional formada por uma sucessão de trechos planos.

De maneira análoga à desenvolvida na subseção 4.3.1, cada uma das n superfícies de descontinuidade superior (acima da placa) é caracterizada pela sua altura H_i , tal que a profundidade total da placa é dada pela soma de todas estas, ou seja, $H = \sum_{i=1}^n H_i$. Ademais, as descontinuidades paralelas ao eixo x são descritas também pelo seu ângulo de abertura com relação à vertical $\alpha_{L,i}$, enquanto as descontinuidades paralelas ao eixo y são caracterizadas pelo ângulo $\alpha_{B,i}$. A cinemática de ruptura desta classe de mecanismos se dá de forma análoga a apresentada anteriormente.

Adotando-se a divisão entre as parcelas de força mobilizadas pelas descontinuidades acima e abaixo da placa tal que o limite superior da força de arrancamento possa ser descrita como $F \leq F_{sup} + F_{inf}$ para a classe de mecanismos presente, a parcela de resistência devido as descon-

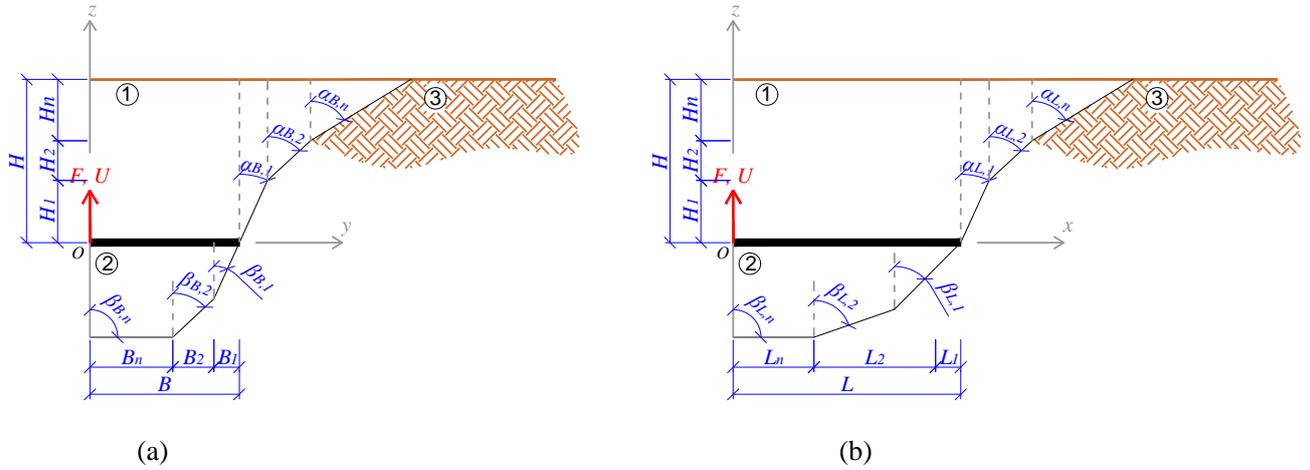


Figura 6.3 – Seções transversais passando pelos planos (a) Oyz e (b) Oxz do mecanismo formado por uma sucessão de planos. Ambas as figuras apresentam simetria em relação ao eixo z .

tinuidades acima da placa pode ser escrita por:

$$\begin{aligned}
 F_{sup} = 2 \sum_{i=1}^n \left\{ \left[C(1 - \sen \alpha_{B,i}) \tan \psi + \frac{T}{1 - \sen \phi} (\sen \alpha_{B,i} - \sen \phi) \right] \cdot \left(\frac{2L_{i-1}^{sup} H_i + H_i^2 \tan \alpha_{L,i}}{\cos \alpha_{B,i}} \right) + \right. \\
 \left[C(1 - \sen \alpha_{L,i}) \tan \psi + \frac{T}{1 - \sen \phi} (\sen \alpha_{L,i} - \sen \phi) \right] \cdot \left(\frac{2B_{i-1}^{sup} H_i + H_i^2 \tan \alpha_{B,i}}{\cos \alpha_{L,i}} \right) + \\
 \left. \frac{\gamma H_i}{3} \left[B_{i-1}^{sup} L_{i-1}^{sup} + 4 \left(B_i^{sup} - \frac{H_i}{2} \tan \alpha_{B,i} \right) \cdot \left(L_i^{sup} - \frac{H_i}{2} \tan \alpha_{L,i} \right) + B_i^{sup} L_i^{sup} \right] \right\} \quad (6.26)
 \end{aligned}$$

onde:

$$B_i^{sup} = B + \sum_{j=1}^i H_j \tan \alpha_{B,j} \quad (6.27a)$$

$$L_i^{sup} = L + \sum_{j=1}^i H_j \tan \alpha_{L,j} \quad (6.27b)$$

Com $B_0^{sup} = B$ e $L_0^{sup} = L$. Já, a resistência mobilizada abaixo da placa no caso em estudo:

$$F_{inf} = 2 \sum_{i=1}^n \left\{ \left[C(1 - \text{sen } \beta_{L,i}) \tan \psi + \frac{T}{1 - \text{sen } \phi} (\text{sen } \beta_{L,i} - \text{sen } \phi) \right] \cdot \left[\frac{B_i (B_i^{inf} + B_{i-1}^{inf})}{\tan \beta_{B,i} \cos \beta_{L,i}} \right] + \right. \\ \left. \left[C(1 - \text{sen } \beta_{B,i}) \tan \psi + \frac{T}{1 - \text{sen } \phi} (\text{sen } \beta_{B,i} - \text{sen } \phi) \right] \cdot \left[\frac{B_i (L_i^{inf} + L_{i-1}^{inf})}{\text{sen } \beta_{B,i}} \right] + \right. \\ \left. \frac{\gamma B_i}{3 \tan \beta_{B,i}} \left[B_{i-1}^{inf} L_{i-1}^{inf} + 4 \left(B_i^{inf} + \frac{B_i}{2} \right) \cdot \left(L_i^{inf} + \frac{L_i}{2} \right) + B_i^{inf} L_i^{inf} \right] \right\} + 4BLF_p \quad (6.28)$$

onde:

$$B_i^{inf} = B - \sum_{j=1}^i B_j \quad (6.29a)$$

$$L_i^{inf} = L - \sum_{j=1}^i L_j \quad (6.29b)$$

De modo que $L_0^{inf} = L$ e $B_0^{inf} = B$. A melhor aproximação para o limite superior da carga de ruptura dado por esta classe de mecanismos consiste então em encontrar os ângulos de abertura ($\alpha_{L,i}$, $\alpha_{B,i}$, $\beta_{B,i}$ e $\beta_{L,i}$) bem como os parâmetros geométricos intermediários (H_i , B_i e L_i) que minimizem F_{sup} e F_{inf} respeitando-se o critério de pertinência do critério de Tresca, dado por:

$$\sin \alpha_{L,i} \geq 0 \quad \text{e} \quad \sin \alpha_{B,i} \geq 0 \quad (6.30a)$$

$$\sin \beta_{B,i} \geq 0 \quad \text{e} \quad \sin \beta_{L,i} \geq 0 \quad (6.30b)$$

Além da pertinência geométrica em que $H = \sum_{i=1}^n H_i$, $B = \sum_{i=1}^n B_i$ e $L = \sum_{i=1}^n L_i$. Desta forma, o limite superior da força de arrancamento para a classe de mecanismos considerada será dada por:

$$F \leq F_{sup} + \min \{ F_{inf}, 4BLt_i, 4BLT \} \quad (6.31)$$

Novamente, ao se adotar n parâmetros para descrever as descontinuidades acima e abaixo da placa, têm-se um total de $5n + 1$ parâmetros a serem minimizados de modo a obter-se a melhor estimativa para o mecanismo considerado. Mais uma vez, tal minimização será realizada numericamente através do método de ponto interior devido à sua rapidez e capacidade de minimizar problemas de diversas variáveis com restrições.

Como pode-se perceber, tanto para âncoras circulares quanto retangulares, a determinação da carga última na abordagem em tensões efetivas passa necessariamente pela determinação dos esforços de sucção que se desenvolvem sob a placa durante o arrancamento. Assim, o próximo capítulo se destinará a descrever um modelo simplificado para a determinação da magnitude de tais esforços.

7 UM MODELO SIMPLIFICADO PARA AVALIAR OS EFEITOS DA SUCCÃO

Como evidenciado anteriormente no Capítulo 6 pela Equação 6.18, a determinação completa da força necessária para extrair uma âncora do leito oceânico é função direta dos esforços de sucção que se desenvolvem sob esta durante o arrancamento. Assim, este capítulo destina-se a apresentar a teoria proposta por Foda (1982) que será adotada neste trabalho para a estimativa da força de sucção máxima que se desenvolve sob uma âncora ante o seu desprendimento. Inicialmente a teoria e suas premissas de desenvolvimento serão explicitadas, evidenciando os principais pontos e simplificações adotadas, em seguida serão apresentadas as soluções para placas circulares e em estado plano de deformações conforme apresentado por Foda (1982). Por fim, a teoria desenvolvida pelo autor será estendida para o caso de âncoras retangulares, geometria não explorada no trabalho original, complementando assim a análise para a maioria das geometrias encontradas na prática de *mudmats*.

O problema analisado por Foda (1982) consiste então no arrancamento de um corpo assente sobre um leito poroso saturado, tal qual o apresentado pela Figura 7.1. Anteriormente ao começo da extração, o meio poroso ocupa o espaço delimitado por $z \leq 0$, enquanto um corpo rígido tridimensional se encontra apoiado com sua face sobre este em $z = 0$, com a origem do sistema cartesiano convenientemente localizada no centroide de sua base. O problema consiste então na avaliação do sistema ao passo em que o corpo é uniformemente extraído do leito marinho sob uma velocidade vertical $\underline{w} = w(t)\underline{e}_z$.

Inicialmente, o autor assume que todos os efeitos de inércia podem ser desprezados, tanto no vão formado entre a placa e o leito poroso, quanto na resposta do solo. Assim, a validade do modelo fica sujeita à condição de que a velocidade $w(t)$ é aplicada suavemente, sendo sempre muito inferior à velocidade de fase de propagação de uma onda elástica no meio saturado; e de que o número de Reynolds no vão formado é muito pequeno. Ou seja:

$$\text{Re} = \frac{\rho_w U_x \Delta}{\mu} \ll 1 \quad (7.1)$$

onde ρ_w é a densidade da água, U_x é a velocidade horizontal da água no vão, Δ é a espessura do vão e μ é o coeficiente de viscosidade dinâmica da água. Adotando-se a premissa de que a espessura Δ é muito inferior à dimensão horizontal do corpo a , uma aproximação pela teoria da lubrificação pode ser adotada para descrever o movimento. Tomando-se a equação de Navier-

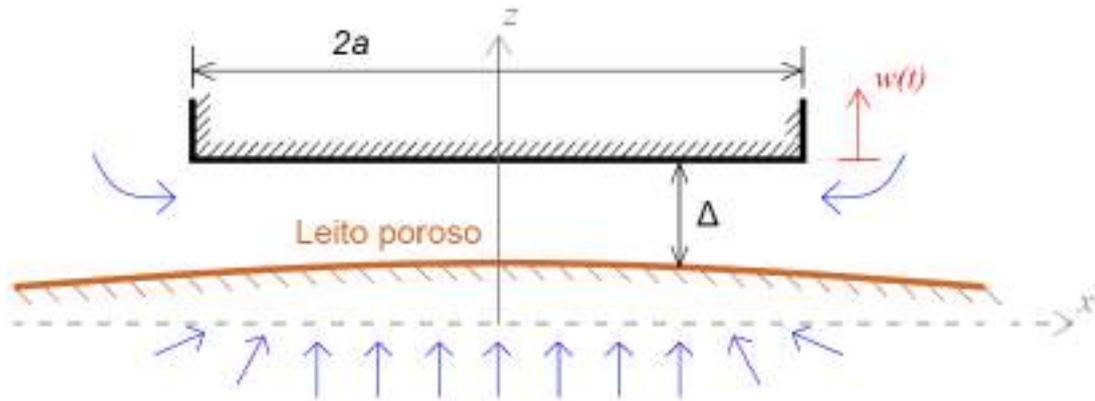


Figura 7.1 – Croqui da análise proposta por Foda (1982): ao passo que o vão Δ e o leito poroso expandem, a água flui lateralmente pelas periferias do vão bem como verticalmente pelos poros do leito. A deflexão vertical do material poroso é devido à força de arrasto exercida pelo fluxo de água dentro dos poros. (Adaptado de Foda (1982)).

Stokes simplificada para o caso onde o fluido é Newtoniano e incompressível:

$$\rho_w \frac{D\mathbf{U}}{Dt} = -\text{grad } p + \mu \nabla^2 \mathbf{U} + \rho \mathbf{g} \quad (7.2)$$

onde \mathbf{U} é a velocidade do fluido no vão e \mathbf{g} são as acelerações agindo no sistema. Através de uma análise de grandezas para o caso em que o fluxo ocorre em um meio onde duas dimensões são muito superiores às outras, a teoria da lubrificação conduz a uma simplificação da Equação 7.2, desprezando as forças de volume do fluido e assumindo que o fluxo é constante, de modo que a única resistência ao escoamento devido à viscosidade irá ocorrer nas direções paralelas à placa. Logo, a Equação 7.2, que descreve a conservação de momento no vão, pode ser reescrita sobre estas hipóteses como:

$$\frac{\partial p}{\partial x_i} = \mu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_3^2} \quad (i = 1, 2), \quad \frac{\partial p}{\partial x_3} = 0 \quad (7.3)$$

onde p é o excesso de pressão acima do valor hidrostático, enquanto $i = 1, 2, 3$ correspondem respectivamente às coordenadas x, y e z . Sob as condições descritas anteriormente, a equação de continuidade de fluxo que garante o balanço de massa fluída será dada então por:

$$\text{div } \mathbf{U} = 0 \quad (7.4)$$

Sendo as equações 7.3 e 7.4 sujeitas às seguintes condições de contorno:

a) Na periferia do vão:

$$p = 0 \quad (7.5)$$

Teoricamente, essa condição de contorno deveria ser imposta em $|x_1|, |x_2| = \infty$, porém como esse fluxo externo é admitido livre de efeitos de inércia e a abertura do vão Δ é muito inferior à dimensão característica do problema, Foda (1982) assume que os efeitos do fluxo fora do vão podem ser desprezados.

b) Na interface entre a placa e o vão formado:

$$U_1 = U_2 = 0, \quad U_3 = w(t) \quad \text{em} \quad x_3 = \int_0^t w dt \quad (7.6)$$

c) Na interface entre o vão e o meio poroso, tanto a velocidade como as tensões devem ser contínuas. Assim, a continuidade de velocidade é dada por:

$$\underline{U}^+ = \phi \underline{U}^- + (1 - \phi) \underline{v}^- \quad \text{em} \quad x_3 = \int_0^t v_3^- dt \quad (7.7)$$

onde ϕ é a porosidade lagrangiana do solo, dada pela fração volumétrica dos poros em uma configuração de referência, e \underline{v} é a velocidade dos sólidos no leito poroso. O sobrescrito + significa imediatamente acima da interface enquanto - significa imediatamente abaixo desta. Da continuidade de tensões, têm-se que:

$$\underline{\underline{\sigma}}^- \cdot \underline{n} = \underline{\underline{\sigma}}^+ \cdot \underline{n} \quad (7.8)$$

Acima da interface, o tensor de tensões na água é dado por:

$$\underline{\underline{\sigma}}^+ = -p^+ \underline{\underline{1}} + \mu (\text{grad} \underline{U} + {}^t \text{grad} \underline{U})^+ \quad (7.9)$$

Contudo, como as razões $(n_1, n_2)/n_3$ são da ordem de $O(\Delta/a)$, o vetor normal unitário \underline{n} será aproximado pelo vetor unitário vertical \underline{e}_3 , de modo que a Equação 7.8 pode ser reescrita como:

$$\underline{\underline{\sigma}}_{i3}^- = -p^+ \delta_{i3} + \mu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_3} + \frac{\partial U_3}{\partial x_i} \right)^+ \quad (7.10)$$

Além disso, é também necessário que a pressão seja contínua ao longo da interface, ou seja:

$$p^- = p^+ \quad (7.11)$$

Assim, as sete condições de contorno dadas pelas equações 7.7, 7.10 e 7.11 acoplam o movimento no vão com o complexo sistema fluido-sólido no solo.

De modo a introduzir uma simplificação importante ao problema, Mei e Foda (1981) argumentam que, como solos de baixa permeabilidade tendem a resistir o fluxo de água relativo à matriz sólida, o movimento relativo de fluido só é relevante em finas camadas limites próximas a superfície livre, onde é muito mais fácil do fluido ser expelido ou absorvido. Fora desta camada limite, tal movimento relativo é altamente resistido e, ambos, fluido e sólido, se deslocam com essencialmente a mesma velocidade. Assim a solução do problema pode ser descrita como a soma de duas componentes: uma solução exterior e uma correção de camada limite. Na solução exterior, nenhum movimento relativo entre fluido e sólido é permitido, enquanto na uma solução de camada limite baseada na teoria de Biot (1941) é adicionada na região próxima à superfície livre de modo a corrigir possíveis movimentos nesta região. Assim, a solução completa no meio poroso será dada por:

$$(\underline{\quad}) = (\underline{\quad})^o + (\underline{\quad})^b \quad (7.12)$$

onde o sobrescrito o denota a solução exterior, enquanto b representa a correção da camada limite. Assumindo que os grãos sólidos são incompressíveis e a matriz apresenta comportamento elástico, o problema exterior é definido por:

$$\underline{U}^o = \underline{v}^o \quad (7.13a)$$

$$\text{div } \underline{\underline{\sigma}}^o = 0 \quad (7.13b)$$

$$\frac{\partial p^o}{\partial t} = -\frac{K_f}{\phi} \text{div } \underline{v} \quad (7.13c)$$

$$\frac{\partial \underline{\underline{\sigma}}^o}{\partial t} = G \left(\text{grad } \underline{v}^o + {}^t \text{grad } \underline{v}^o + \frac{2v_e}{1-2v_e} \text{div } \underline{v}^o \underline{\underline{1}} \right) \quad (7.13d)$$

onde G é o módulo cisalhante da matriz sólida, v_e é o coeficiente de Poisson equivalente do meio compósito, e K_f é o módulo volumétrico do fluido, uma correção do módulo da água para levar em consideração a possibilidade da presença de pequenas bolhas de ar nos poros, que aumentam substancialmente a compressibilidade da mistura ar-água. Estes dois últimos podendo ser obtidos por:

$$v_e = \frac{1}{2} \left(\frac{2v}{1-2v} + \frac{K_f}{\phi G} \right) \left(\frac{1}{1-2v} + \frac{K_f}{\phi G} \right)^{-1} \quad (7.14a)$$

$$\frac{1}{K_f} = \frac{1}{K_W} + \frac{1-S}{p_a} \quad (7.14b)$$

onde v é o coeficiente de Poisson da matriz sólida, K_W é o módulo volumétrico da água, S é o grau de saturação em relação ao volume de ar aprisionado e p_a denota a poropressão absoluta ($K_W \approx 2,2 \cdot 10^9$ Pa, enquanto que, para 99% de saturação e $p_0 = 1$ atm, $K_f \approx 10^7$ Pa).

A Equação 7.13a simplesmente estabelece que, no problema exterior, as velocidades do fluido e do sólido são iguais, enquanto a Equação 7.13b fornece a condição de equilíbrio. Como o movimento do fluido segue o movimento do sólido, a Equação 7.13c relaciona a evolução da poropressão com a dilatação do sólido. Já a Equação 7.13d representa a equação constitutiva adotado para o problema exterior. Contraindo-se a 7.13d com o tensor unitário e substituindo em 7.13c, Foda (1982) apresenta então a seguinte relação entre a poropressão e o traço de $\underline{\underline{\sigma}}^o$:

$$p^o = -\frac{(1-2\nu_e)K_f}{2(1+\nu_e)\phi G}\sigma_{ii}^o \quad (7.15)$$

Por sua vez, a correção de camada limite $()^b$ é dada por:

$$\text{grad } p^b = -\frac{\phi}{k}(\underline{U} - \underline{v}) \quad (7.16a)$$

$$\mathcal{K} \frac{\partial^2 p^b}{\partial x_3^2} = \frac{\partial p^b}{\partial t}, \quad \mathcal{K} = k \left[\frac{\phi}{K_f} + \frac{1-2\nu}{2G(1-\nu)} \right]^{-1} \quad (7.16b)$$

$$\sigma_{11}^b = \sigma_{22}^b = -\frac{1-2\nu}{1-\nu} p^b (1 + O(\varepsilon)) \quad (7.16c)$$

$$\sigma_{33}^b = O(\varepsilon), \quad \sigma_{ij}^b = O(\varepsilon) \quad \text{para } i \neq j \quad (7.16d)$$

$$(\underline{U}^b, \underline{v}^b) = O(\varepsilon)(\underline{U}^o, \underline{v}^o) \quad (7.16e)$$

$$\varepsilon = \frac{\delta}{a} = \frac{(\mathcal{K}t)^{1/2}}{a} \ll 1 \quad (7.16f)$$

onde k é o coeficiente de permeabilidade do solo, medido em $[\text{m}^2\text{Pa}^{-1}\text{s}^{-1}]$ no SI, e δ é a espessura da camada limite. A Equação 7.16a é a lei de Darcy, que estabelece que a velocidade de filtração, dada pela diferença entre a velocidade do fluido e do sólido, é uma função linear do gradiente de pressão. A Equação 7.16b governa a correção de camada limite da poropressão, sendo similar a equação de difusão unidimensional, de onde o autor conclui que a espessura da camada limite é da ordem de $\delta = (\mathcal{K}t)^{1/2}$, assim a validade do modelo é sempre garantida quando $\delta \ll a$. Por exemplo, para sedimentos oceânicos compostos de areias finas, siltes ou argilas, com $k \approx 10^{-10} - 10^{-12} \text{ m}^2\text{Pa}^{-1}\text{s}^{-1}$ (10^{-6} a 10^{-8} m/s) o tempo de validade do modelo segundo Equação 7.16f pode ser de algumas horas, porém será reduzido a alguns segundos se o solo for composto por materiais muito permeável com $k \approx 10^{-7} \text{ m}^2\text{Pa}^{-1}\text{s}^{-1}$ (10^{-3} m/s) por exemplo.

De modo a obter o fluxo no vão, inicialmente integra-se as componentes horizontais da Equação 7.3 na direção vertical com o auxílio das condições de contorno dadas pelas equações 7.6 e 7.7, obtendo então a seguinte forma para a velocidade horizontal do fluido no vão:

$$U_i = -\frac{1}{2\mu} \frac{\partial p_0}{\partial x_i} (\Delta - \eta) \eta + U_i^+ \left(1 - \frac{\eta}{\Delta}\right) \quad \text{para } i = 1, 2 \quad (7.17)$$

com:

$$\Delta = \int_0^t (w - v_3^-) dt, \quad \eta = x_3 - \int_0^t v_3^- dt \quad (7.18)$$

onde p_0 é o excesso de poropressão (desconhecido) no vão de espessura Δ , sendo este último função de x_1 , x_2 e do tempo t .

A partir de uma análise da ordem de grandeza dos termos que compõe a Equação 7.17 e assumindo que tipicamente para solos $G \approx 10^7$ Pa, $\mu \approx 10^{-3}$ Pa·s e a dimensão horizontal do vão $a \sim O(1\text{m})$, Foda (1982) assume que U_i^+ para $i = 1, 2$ pode ser desprezado sempre que $\Delta \geq 10^{-10}$ m. Assim, adotando-se as condições de contorno e continuidade de velocidade previamente dispostas e integrando-se a equação Equação 7.4 ao longo da espessura do vão (ou seja, de $\eta = 0$ a $\eta = \Delta$), chega-se a:

$$w - \phi U_3^- - (1 - \phi)v_3^- = \frac{1}{12\mu} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\Delta^3 \frac{\partial p_0}{\partial x_i} \right) \quad (7.19)$$

Quanto à solução da camada limite, a equação que governa a correção p^b é dada pela equação de difusão unidimensional descrita pela Equação 7.16b. Das equações 7.16a e 7.19 temos que na superfície do leito poroso, abaixo do corpo:

$$\frac{\partial p^b}{\partial x_3} = -\frac{\phi}{k} (U_3^- - v_3^-) = -\frac{1}{k} \left[w - v_3^- - \frac{1}{12\mu} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\Delta^3 \frac{\partial p_0}{\partial x_i} \right) \right] \quad \text{em } x_3 = \int_0^t v_3^- dt \quad (7.20)$$

Sendo p^b é sujeito às condições de contorno de que $p^b \rightarrow 0$ ao passo que $x_3 \rightarrow -\infty$ e $p^b = 0$ em $t = 0$. Adotando-se uma transformada de Laplace no tempo e o teorema da convolução, p_0^b pode ser obtido das equações 7.16b e 7.20 como:

$$p_0^b = -\frac{(\mathcal{K}/\pi)^{1/2}}{k} \int_0^t \left[w - v_3^- - \frac{1}{12\mu} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\Delta^3 \frac{\partial p_0}{\partial x_i} \right) \right] \frac{d\tau}{(t - \tau)^{1/2}} \quad (7.21)$$

com $p_0 = p_0^b + p_0^o$ sendo a pressão no vão, enquanto p_0^b e p_0^o são respectivamente a correção de camada limite e parte exterior da solução para a poropressão na superfície do solo.

Para a solução exterior, as tensões são regidas pelas equações 7.13b e 7.15. Como da Equação 7.16d σ_{3i}^b é desprezível, a condição de continuidade de tensão expressa pela Equação 7.10 pode ser dada diretamente pela solução externa. Assim, o problema externo pode ser escrito como:

$$\text{div } \underline{\underline{\sigma}}^o = 0 \quad \text{em } x_3 \leq 0 \quad (7.22a)$$

$$\sigma_{3i}^o = -p_0 \delta_{3i} + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_i} \right)^+ \quad \text{em } x_3 = 0 \quad (7.22b)$$

$$p^o = -\frac{(1-2\nu_e)K_f}{2(1+\nu_e)\phi G} \sigma_{ii}^o \quad (7.22c)$$

Decompondo o problema em duas componentes, aplicando o princípio da superposição e assumindo que a dilatação devido ao cisalhamento viscoso na superfície pode ser negligenciado quando comparado à dilatação devido a pressão, Foda (1982) demonstra após uma série de manipulações matemáticas que:

$$p_0^b = \frac{m}{1+m} p_0, \quad m = \frac{\phi G}{(1-2\nu)K_f} \quad (7.23)$$

E finalmente a equação governante para a pressão no vão:

$$p_0 = -\alpha \int_0^t \left[\frac{\partial \Delta}{\partial \tau} - \frac{1}{12\mu} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\Delta^3 \frac{\partial p_0}{\partial x_i} \right) \right] \frac{d\tau}{(t-\tau)^{1/2}} \quad (7.24)$$

onde:

$$\alpha = \frac{1+m}{m} \left[\frac{G/k}{\pi(1-2\nu)m + \frac{\pi(1-2\nu)}{2(1-\nu)}} \right]^{1/2} \quad (7.25a)$$

$$\frac{\partial \Delta}{\partial t} = w - v_3^- \quad (7.25b)$$

A Equação 7.24 é uma equação integro-diferencial para as variáveis p_0 e a espessura do vão Δ (ou a componente vertical da velocidade do meio poroso v_3^- quando w é prescrito). Assim, o problema consiste em resolver a Equação 7.24 para a pressão abaixo da placa sendo arrancada, acoplada com o problema elástico dado pelas equações 7.13d, 7.22a e 7.22b. Contudo, a resolução do problema dado tal acoplamento é de difícil avaliação analítica e, segundo Foda (1982), mesmo uma avaliação numérica seria 'complexa e tediosa'. Desta forma, o autor propõe o desacoplamento de tais equações substituindo Δ pela sua média espacial $\bar{\Delta}(t)$, de modo que:

$$\frac{d\bar{\Delta}}{dt} = w - (v_3^-)_{av} \quad (7.26)$$

onde $(v_3^-)_{av}$ é a média da velocidade vertical da superfície do leito abaixo do corpo. Desta forma, a Equação 7.24 pode ser reescrita como:

$$p_0 = -\alpha \int_0^t \left[\frac{d\bar{\Delta}}{dt} - \frac{\bar{\Delta}^3}{12\mu} \nabla^2 p_0 \right] \frac{d\tau}{(t-\tau)^{1/2}} \quad (7.27)$$

De onde a resolução pode ser obtido para p_0 em termos de $\bar{\Delta}(t)$. Contudo, a solução obtida irá negligenciar a variação espacial de Δ (e v_3^- por consequência), deste modo sendo uma aproximação do problema. A determinação da força desenvolvida devido aos esforços de sucção abaixo da placa F_p pode então ser obtida integrando-se p_0 sob a área da placa, sendo possível também a avaliação de como o vão $\bar{\Delta}(t)$ se desenvolve com o tempo dada uma força de arrancamento prescrita. Foda (1982) procede então negligenciando as deflexões relativas do meio poroso e assim descrevendo a solução para dois casos particulares: placas circulares e bidimensionais (estado plano de deformações), que serão apresentadas a seguir.

7.1 PLACAS CIRCULARES

Considerando-se um corpo axissimétrico de raio a , p_0 será função da coordenada radial r mas não do ângulo θ , assim a Equação 7.27 pode ser reescrita reescrevendo o termo do Laplaciano como:

$$p_0 = -\alpha \int_0^t \left[\frac{d\bar{\Delta}}{dt} - \frac{\bar{\Delta}^3}{12\mu} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p_0}{\partial r} \right) \right] \frac{d\tau}{(t-\tau)^{1/2}} \quad (7.28)$$

E a força de sucção total no corpo:

$$F_p = \int_0^a 2\pi r p_0 dr = -\pi a^2 \alpha \int_0^t \left(\frac{d\bar{\Delta}}{d\tau} \right) \frac{d\tau}{(t-\tau)^{1/2}} + \frac{2\pi a \alpha}{12\mu} \int_0^t \bar{\Delta}^3 \frac{\partial p_0}{\partial r} \Big|_{r=a} \frac{d\tau}{(t-\tau)^{1/2}} \quad (7.29)$$

onde, além de $\bar{\Delta}$, é necessário conhecer o gradiente da pressão p_0 na extremidade da placa. Assim, expandindo p_0 em uma série de Taylor no tempo:

$$p_0(r, \tau) = p_0(r, t) + (t-\tau) \frac{\partial p_0}{\partial t}(r, t) + \frac{1}{2} (t-\tau)^2 \frac{\partial^2 p_0}{\partial t^2}(r, t) + \dots \quad (7.30)$$

e, substituindo na Equação 7.28:

$$p_0(r, t) = -\alpha \left\{ G - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p_0}{\partial r} \right) \int_0^t \frac{\bar{\Delta}^3}{12\mu (t-\tau)^{1/2}} d\tau + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial^2 p_0}{\partial r \partial t} \right) \int_0^t \frac{\bar{\Delta}^3}{12\mu} (t-\tau)^{1/2} d\tau - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial^3 p_0}{\partial r \partial t^2} \right) \int_0^t \frac{\bar{\Delta}^3}{12\mu} (t-\tau)^{3/2} d\tau + \dots \right\} \quad (7.31)$$

onde:

$$\mathcal{G} = \int_0^t \left(\frac{d\bar{\Delta}}{d\tau} \right) \frac{d\tau}{(t-\tau)^{1/2}} \quad (7.32)$$

A Equação 7.31 deve ser resolvida levando-se em conta a condição de contorno dada pela Equação 7.5, em que $p_0 = 0$ em $r = a$. Mantendo-se somente o primeiro termo da expansão em série de Taylor, a solução da Equação 7.31 é dada por:

$$p_0 = -\alpha \mathcal{G} \left[1 - \frac{I_0(fr)}{I_0(fa)} \right] \quad (7.33)$$

onde $I_0(fr)$ é a função de Bessel modificada de ordem zero, com f sendo dada por:

$$f = \left[\alpha \int_0^t \frac{\bar{\Delta}^3}{12\mu (t-\tau)^{1/2}} d\tau \right]^{-1/2} \quad (7.34)$$

Assim, mantendo-se todos os termos da Equação 7.31, pode-se considerar a seguinte expansão:

$$p_0 = -\alpha \mathcal{G} \left[1 - \frac{I_0(f_0r)}{I_0(f_0a)} \right] + (a-r)^3 f_1(t) + (a-r)^4 f_2(t) + \dots \quad (7.35)$$

de modo que:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p_0}{\partial r} \right) &= \alpha \mathcal{G} f_0^2 \frac{I_0(f_0r)}{I_0(f_0a)} + [6(a-r) - (3/r)(a-r)^2] f_1(t) \\ &+ [12(a-r)^2 - (4/r)(a-r)^3] f_2(t) + \dots \end{aligned} \quad (7.36)$$

onde f_0, f_1, f_2, \dots são funções somente do tempo. Contudo, para que $p_0 = 0$ em $r = a$, têm-se da Equação 7.28 que:

$$\left. \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p_0}{\partial r} \right) \right|_{r=a} = \frac{12\mu}{\bar{\Delta}^3} \frac{d\bar{\Delta}}{dt} = \alpha \mathcal{G} f_0^2 \quad (7.37)$$

que determina a função $f_0(t)$ em termos de $\bar{\Delta}(t)$. No contorno $r = a$, o gradiente de pressão é obtida então por:

$$\frac{\partial p_0}{\partial r} = \alpha \mathcal{G} f_0 \frac{I_1(f_0a)}{I_0(f_0a)} \quad \text{em } r = a \quad (7.38)$$

Que é independente de f_1, f_2 , etc. Substituindo-se a Equação 7.38 na Equação 7.29 com o auxílio da Equação 7.37:

$$F_p = -\pi a^2 \alpha \int_0^t \left(\frac{d\bar{\Delta}}{d\tau} \right) \left[1 - \frac{2(I_1(f_0a))}{f_0 a I_0(f_0a)} \right] \frac{d\tau}{(t-\tau)^{1/2}} \quad (7.39)$$

que define a solução exata da Equação 7.29 para a força de sucção $F_p(t)$ em termos da média da abertura do vão $\bar{\Delta}(t)$, que pode ser considerado prescrito ao desprezar-se as deflexões do meio poroso. A Equação 7.39 pode ser invertida para obter-se:

$$\frac{d\bar{\Delta}}{dt} \left[1 - \frac{2(I_1(f_0a))}{f_0 a I_0(f_0a)} \right] = -\frac{1}{\pi^2 a^2 \alpha} \frac{d}{dt} \int_0^t \frac{d\tau}{(t-\tau)^{1/2}} F_p(\tau) \quad (7.40)$$

Sendo esta última mais útil quando a entrada do problema é o histórico da força de arrancamento $|F_p(t)|$.

7.2 PLACAS EM ESTADO PLANO DE DEFORMAÇÃO

Como segundo exemplo, Foda (1982) considera o arrancamento de uma placa em que o seu comprimento é muito superior à sua largura (caso de estado plano de deformações), de modo que o problema inicialmente tridimensional é reduzido à uma configuração bidimensional. Assumindo a direção x_2 perpendicular ao plano como a do comprimento e a direção x_1 contendo a base de largura $2B$, a Equação 7.27 se reduz à:

$$p_0 = -\alpha \int_0^t \left[\frac{d\bar{\Delta}}{d\tau} - \frac{\bar{\Delta}^3}{12\mu} \frac{\partial^2 p_0}{\partial x_1^2} \right] \frac{d\tau}{t-\tau} \quad -B \leq x_1 \leq B \quad (7.41)$$

Adotando-se o mesmo procedimento que o descrito para placas axissimétricos, a força de sucção F_p por unidade de comprimento é dada por:

$$F_p = -2B\alpha \int_0^t \left(\frac{d\bar{\Delta}}{d\tau} \right) \left[1 - \frac{\tanh(f_0 B)}{f_0 B} \right] \frac{d\tau}{(t-\tau)^{1/2}} \quad (7.42)$$

onde f_0 é ainda dado pela Equação 7.37 e Equação 7.32. Novamente, a Equação 7.42 pode ser invertida para se obter:

$$\frac{d\bar{\Delta}}{dt} \left(1 - \frac{\tanh(f_0 B)}{f_0 B} \right) = -\frac{1}{2\pi B\alpha} \frac{d}{dt} \int_0^t F_p(\tau) \frac{d\tau}{(t-\tau)^{1/2}} \quad (7.43)$$

Assim, a maioria dos aspectos que influenciam o problema do arrancamento de placas de ancoragem podem ser discutidos observando estas soluções: as Equações 7.39 e 7.42, que descrevem como a força de sucção se desenvolve sob placas circulares ou bidimensionais, respectivamente, ao passo em que elas se desprendem do leito oceânico; e as Equações 7.40 e 7.43, que descrevem como o vão médio $\bar{\Delta}(t)$ se expande dada uma força de arrancamento prescrita $|F_p(t)|$. Os resultados encontrados pelo autor e apresentados na seção 2.2 foram obtidos através da integração numérica destas equações.

7.3 PLACAS RETANGULARES

Percebe-se que o trabalho original desenvolvido por Foda (1982) não apresenta uma solução específica para o caso de placas de ancoragem tridimensionais com formato retangular. Assim, esta seção destina-se a estender a formulação desenvolvido pelo autor para esta configuração de âncora, tipicamente encontrada na prática *offshore*, possibilitando assim estimar a carga última para todos os mecanismos desenvolvidos em tensões efetivas no Capítulo 6.

Adotando-se uma geometria retangular, a Equação 7.27 pode então ser reescrita como:

$$p_0 = -\alpha \int_0^t \left[\frac{d\bar{\Delta}}{d\tau} - \frac{\bar{\Delta}^3}{12\mu} \left(\frac{\partial^2 p_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p_0}{\partial y^2} \right) \right] \frac{d\tau}{(t-\tau)^{1/2}} \quad (7.44)$$

Substituindo-se a definição dada pela Equação 7.32 na Equação 7.44 e expandindo $p_0(x, y, \tau)$ no tempo tal qual realizado pela Equação 7.30, têm-se que:

$$p_0 = -\alpha \left\{ \mathcal{G} - \left(\frac{\partial^2 p_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p_0}{\partial y^2} \right) \int_0^t \frac{\bar{\Delta}^3}{12\mu} \frac{d\tau}{(t-\tau)^{1/2}} + \left(\frac{\partial^3 p_0}{\partial x^2 \partial t} + \frac{\partial^3 p_0}{\partial y^2 \partial t} \right) \int_0^t \frac{\bar{\Delta}^3}{12\mu} \sqrt{t-\tau} d\tau - \right. \\ \left. \left(\frac{\partial^4 p_0}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{\partial^4 p_0}{\partial y^2 \partial t^2} \right) \int_0^t \frac{\bar{\Delta}^3}{24\mu} (t-\tau)^{3/2} d\tau + \dots \right\} \quad (7.45)$$

Seguindo os mesmos procedimentos explicitados anteriormente e retendo apenas o primeiro termo da expansão em séries de Taylor da Equação 7.45, a seguinte equação diferencial parcial em função das coordenadas pode ser obtida:

$$p_0(x, y) + \mathcal{B} = \mathcal{A} \left(\frac{\partial^2 p_0(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p_0(x, y)}{\partial y^2} \right) \quad (7.46)$$

onde:

$$\mathcal{A} = \alpha \int_0^t \frac{\bar{\Delta}^3}{12\mu} \frac{d\tau}{(t-\tau)^{1/2}} \quad (7.47a)$$

$$\mathcal{B} = \alpha \mathcal{G} = \alpha \int_0^t \frac{d\bar{\Delta}}{d\tau} \frac{d\tau}{(t-\tau)^{1/2}} \quad (7.47b)$$

Avaliando-se as condições de contorno do problema para uma placa de largura $2B$ e comprimento $2L$, têm-se que:

$$p_0(L, y) = p_0(-L, y) = 0 \quad (7.48a)$$

$$p_0(x, B) = p_0(x, -B) = 0 \quad (7.48b)$$

Através de uma substituição do tipo $\mathcal{P}(x, y) = p_0(x, y) + \mathcal{B}$, a Equação 7.46 pode ser vista como uma equação de Helmholtz com condições de contorno não-homogêneas, sendo possível obter-se uma solução particular ao resolver-se todas as condições de contorno separadamente e aplicar o princípio da superposição. Assim, resolvendo-se a Equação 7.46 têm-se que $p_0(x, y)$ pode ser escrita pelo seguinte somatório:

$$p_0(x, y) = \frac{2\alpha\mathcal{G}}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{[1 - (-1)^n]}{n \cosh[\Omega L]} \text{sen}[\omega(y + B)] \cosh[\Omega x] + \frac{[1 - (-1)^n]}{n \cosh[\bar{\Omega} B]} \text{sen}[\bar{\omega}(x + L)] \cosh[\bar{\Omega} y] \right\} - \alpha\mathcal{G} \quad (7.49)$$

onde:

$$\omega = \frac{n\pi}{2B} \quad (7.50a)$$

$$\bar{\omega} = \frac{n\pi}{2L} \quad (7.50b)$$

$$\Omega = \sqrt{\frac{1}{\mathcal{A}} + \left(\frac{n\pi}{2B}\right)^2} \quad (7.50c)$$

$$\bar{\Omega} = \sqrt{\frac{1}{\mathcal{A}} + \left(\frac{n\pi}{2L}\right)^2} \quad (7.50d)$$

Integrando-se p_0 na Equação 7.27 de modo a se obter a força de sucção resultante F_p , têm-se que:

$$F_p = 4 \int_0^B \int_0^L p_0(x, y) dx dy = 4\alpha \left[- \int_0^t \int_0^B \int_0^L \left(\frac{d\bar{\Delta}}{d\tau} \right) \frac{dx dy d\tau}{\sqrt{t - \tau}} + \int_0^t \int_0^B \int_0^L \left(\frac{\bar{\Delta}^3}{12\mu} \nabla^2 p_0 \right) \frac{dx dy d\tau}{\sqrt{t - \tau}} \right] \quad (7.51)$$

Aplicando-se a definição do Laplaciano e o teorema da divergência, a Equação 7.51 pode então ser reescrita em função do gradiente de p_0 no contorno como:

$$F_p = -4\alpha \int_0^t \left[\left(\frac{d\bar{\Delta}}{d\tau} \right) BL - \frac{\bar{\Delta}^3}{12\mu} \left(\oint_{\partial\Omega^p} \nabla p_0 dS \right) \right] \frac{d\tau}{\sqrt{t - \tau}} \quad (7.52)$$

De modo que a adoção de uma expansão similar a apresentada na Equação 7.35 evidenciando que os termos de mais alta ordem desaparecem no contorno da placa e permitem a avaliação direta de F_p . Substituindo então o gradiente de $p_0(x, y)$ avaliado no contorno na expressão acima, chega-se na seguinte forma final para F_p em função de $\bar{\Delta}(t)$:

$$\begin{aligned}
 F_p = & -4\alpha \int_0^t \left(\frac{d\bar{\Delta}}{d\tau} \right) \left\{ BL - \frac{2}{f_0^2} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{2B[1 - (-1)^n]}{(\pi n)^2} \left[\cos\left(\frac{\pi n}{2}\right) - (-1)^n \right] \cdot \right. \right. \\
 & \sqrt{f_0^2 + \left(\frac{n\pi}{2B}\right)^2} \tanh \left[L\sqrt{f_0^2 + \left(\frac{n\pi}{2B}\right)^2} \right] + \frac{[(-1)^n - 1] \left(\frac{n\pi}{2L}\right)}{n\pi\sqrt{f_0^2 + \left(\frac{n\pi}{2L}\right)^2}} \tanh \left[B\sqrt{f_0^2 + \left(\frac{n\pi}{2L}\right)^2} \right] + \\
 & \frac{[(-1)^n - 1] \left(\frac{n\pi}{2B}\right)}{n\pi\sqrt{f_0^2 + \left(\frac{n\pi}{2B}\right)^2}} \tanh \left[L\sqrt{f_0^2 + \left(\frac{n\pi}{2B}\right)^2} \right] + \frac{2L[1 - (-1)^n]}{(n\pi)^2} \left[\cos\left(\frac{\pi n}{2} - (-1)^n\right) \right] \cdot \\
 & \left. \left. \left. \sqrt{f_0^2 + \left(\frac{n\pi}{2L}\right)^2} \tanh \left[B\sqrt{f_0^2 + \left(\frac{n\pi}{2L}\right)^2} \right] \right\} \right\} \frac{d\tau}{\sqrt{t - \tau}}
 \end{aligned} \tag{7.53}$$

onde:

$$f_0^2 = \frac{12\mu}{\alpha \mathcal{G} \bar{\Delta}^3} \frac{d\bar{\Delta}}{dt} \tag{7.54}$$

Tal qual encontrado por Foda (1982) para os casos de âncoras circulares e corridas, conforme demonstrado anteriormente pela Equação 7.37. Como a Equação 7.53 representa uma equação de Abel, esta pode ser invertida quando se deseja conhecer o comportamento da abertura do vão dada a aplicação de uma força de arrancamento prescrita. Assim, têm-se que:

$$\begin{aligned}
 \frac{d\bar{\Delta}}{dt} \left\{ BL - \frac{2}{f_0^2} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{2B[1 - (-1)^n]}{(\pi n)^2} \left[\cos\left(\frac{\pi n}{2}\right) - (-1)^n \right] \cdot \right. \right. \\
 \sqrt{f_0^2 + \left(\frac{n\pi}{2B}\right)^2} \tanh \left[L\sqrt{f_0^2 + \left(\frac{n\pi}{2B}\right)^2} \right] + \frac{[(-1)^n - 1] \left(\frac{n\pi}{2L}\right)}{n\pi\sqrt{f_0^2 + \left(\frac{n\pi}{2L}\right)^2}} \tanh \left[B\sqrt{f_0^2 + \left(\frac{n\pi}{2L}\right)^2} \right] + \\
 \frac{[(-1)^n - 1] \left(\frac{n\pi}{2B}\right)}{n\pi\sqrt{f_0^2 + \left(\frac{n\pi}{2B}\right)^2}} \tanh \left[L\sqrt{f_0^2 + \left(\frac{n\pi}{2B}\right)^2} \right] + \frac{2L[1 - (-1)^n]}{(n\pi)^2} \left[\cos\left(\frac{\pi n}{2} - (-1)^n\right) \right] \cdot \\
 \left. \left. \left. \sqrt{f_0^2 + \left(\frac{n\pi}{2L}\right)^2} \tanh \left[B\sqrt{f_0^2 + \left(\frac{n\pi}{2L}\right)^2} \right] \right\} \right\} = -\frac{1}{4\alpha\pi} \frac{d}{dt} \int_0^t F_p(\tau) \frac{d\tau}{\sqrt{t - \tau}}
 \end{aligned} \tag{7.55}$$

7.4 APLICAÇÃO NUMÉRICA

Esta seção destina-se a apresentar uma aplicação numérica dos resultados obtidos a partir da implementação das formulações apresentadas nas Seções 7.1, 7.2 e 7.3, visando assim explorar a influência dos principais parâmetros mecânicos envolvidos na formulação adotada e suas influências sobre os esforços de sucção. Todos os resultados foram obtidos através da integração numérica das equações pertinentes através de rotinas desenvolvidas em *Python*.

A Figura 7.2 apresenta de forma esquemática os resultados obtidos da evolução do módulo da força de sucção F_p em função do tempo t para uma placa retangular com $L/B = 2$ sendo extraída de leito oceânico sob três velocidades de arrancamento distintas: $w = 10^{-4}$, $5 \cdot 10^{-4}$ e 10^{-5} m/s, de modo que $\bar{\Delta} = wt$. De maneira a representar um solo marítimo genérico apenas de forma ilustrativa, admitiu-se que o leito poroso apresenta $k = 10^{-8}$ m/s, $G = 10^7$ Pa, $\phi = 0.5$ e $\nu = 0.3$, parâmetros da ordem de grandeza de solos argilosos.

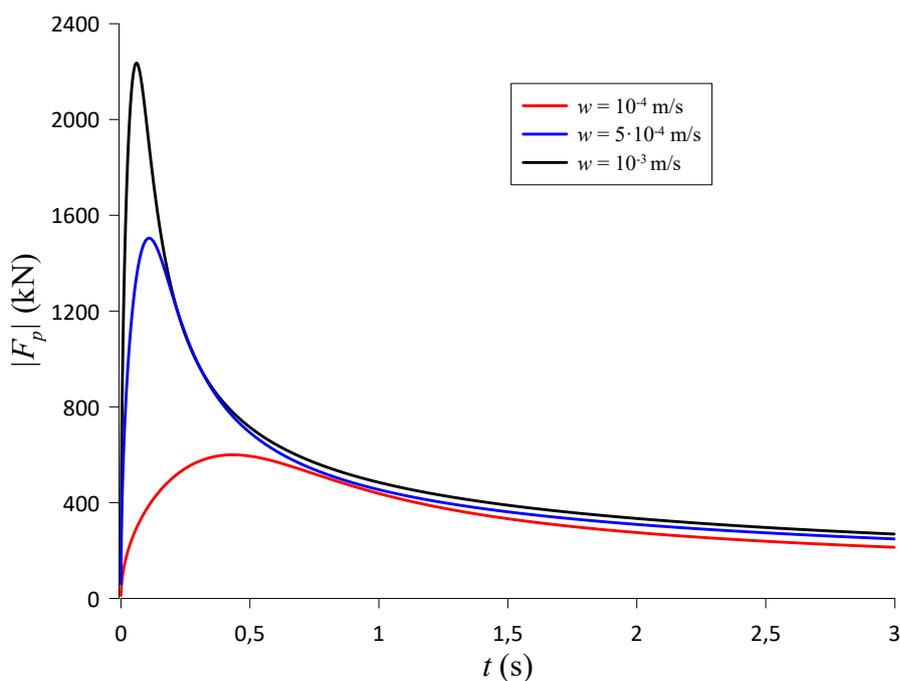


Figura 7.2 – Resultado ilustrativo de $|F_p|$ vs. t obtido através da aplicação do modelo para sucção proposto em uma placa de ancoragem retangular submetida à três taxas de arrancamento constante.

Como pode ser observado na Figura 7.2, nos instantes iniciais evidencia-se um crescimento rápido da força de sucção desenvolvida sob a âncora à medida em que o vão vai se formando, sendo tão rápido este crescimento quanto maior a taxa de arrancamento adotada. Durante esta fase, a maior parte da água que preenche o vão flui verticalmente do solo abaixo da âncora, com muito pouco fluxo horizontal periférico. Com o passar do tempo, o aumento da pressão no vão entre a âncora e o leito oceânico bem como a abertura do vão, fazem com que mais água

se desloque pelas bordas da âncora para preencher o vão, diminuindo assim o fluxo de água oriundo do leito poroso. Esta troca de mecanismos predominantes é manifestada na Figura 7.2 pela súbita queda de F_p após a presença de um pico de resistência, que define o momento em que há o rompimento brusco da sucção sobre a placa.

Ademais, percebe-se também que, quanto maior for a taxa de arrancamento, maior é a magnitude do pico da força de sucção e mais rapidamente este acontece. Ressalta-se que este comportamento, apesar de ilustrado para uma placa retangular na Figura 7.2, é também evidenciado para todas as outras geometrias, tanto circulares quanto em estado plano de deformações. Como na teoria da análise limite apenas os carregamentos máximos do sistema são pertinentes à avaliação da carga última, somente a resistência de pico obtida nestes gráficos será adotada nas próximas análises, tida como a informação mais relevante para a análise da capacidade de carga de placas de ancoragem.

Assim, de modo a investigar melhor o efeito da velocidade de extração bem como da permeabilidade do solo no valor máximo de $|F_p|$ obtido, as Figuras 7.3, 7.4 e 7.5 apresentam uma análise paramétrica destes parâmetros para âncoras circulares, retangulares, e em estado plano de deformação, respectivamente. Ressalta-se a adoção de ambos os eixos em escala logarítmica de modo a facilitar a visualização dos resultados dada a ordem de grandeza do domínio das variáveis. Percebe-se do resultado que tanto a taxa de arrancamento quanto a permeabilidade do leito poroso possuem grande influência nos resultados obtidos, aumentando o valor máximo de $|F_p|$ com o aumento da taxa de arrancamento e/ou a diminuição da permeabilidade, tal qual esperado.

De forma geral, independentemente da geometria e taxa de arrancamento da âncora, uma redução em 10 vezes da permeabilidade (e.g., $k = 10^{-8}$ para 10^{-9} m/s) resultou em um aumento de 2.68 vezes no valor máximo de $|F_p|$. Ao mesmo tempo, um aumento na taxa de arrancamento de 10 vezes (e.g. $w = 10^{-5}$ para $w = 10^{-4}$ m/s) resulta em um aumento de aproximadamente 3.73 vezes o pico dos esforços de sucção, em todos os casos. Cabe ressaltar ainda que na escala adotada a variação da permeabilidade apresentou apenas um translado das curvas, que se demonstram retas paralelas em escala *log-log*. Em tal escala, tais linhas retas podem ser representadas por monômios no espaço selecionado pela seguinte expressão:

$$\frac{|F_{p,max}|}{A} = 10^a \cdot \left(\frac{w}{k}\right)^b \quad (7.56)$$

onde a e b são coeficientes a se determinam. Evidenciou-se para todos os casos apresentados nas Figuras 7.3, 7.4 e 7.5 que o coeficiente b obtido foi sempre igual 0.5714, ou seja, este independe da geometria adotada, taxa de arrancamento da placa e permeabilidade do solo de fundação. O coeficiente a , por sua vez, varia com todos estes parâmetros, mas apresentou um

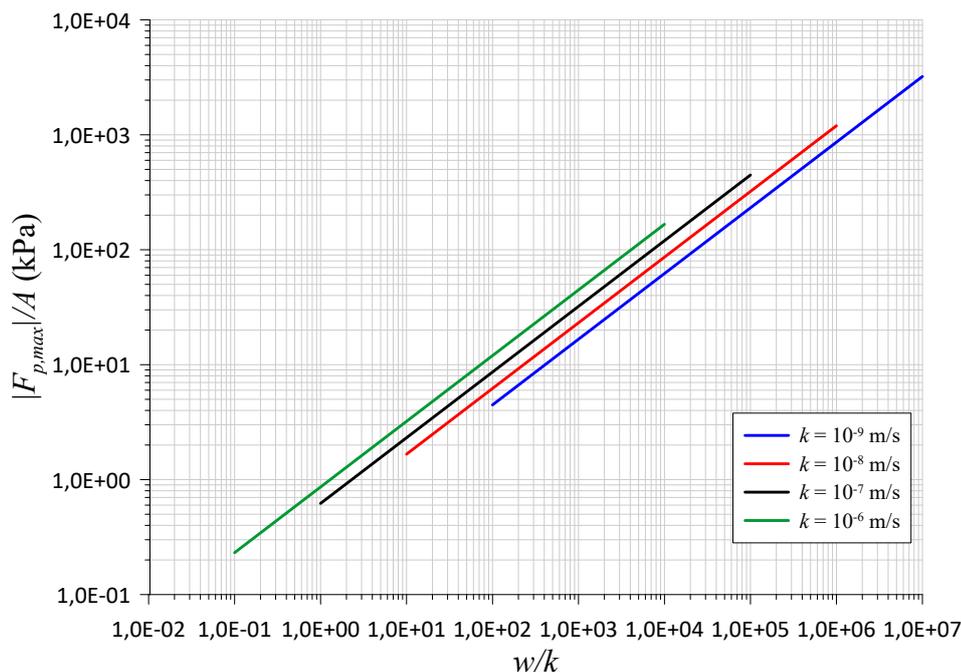


Figura 7.3 – Análise paramétrica da permeabilidade e taxa de arrancamento sobre o valor máximo de $|F_{p,max}|$ em placas circulares.

crescimento constante de 0.1427 vezes a cada aumento de 10 vezes no valor de k . De qualquer forma, não foi possível traçar uma relação direta entre os demais parâmetros do modelo para a determinação de tais coeficientes, contudo a independência verificada acima pode ser usada para reduzir o número de simulações numéricas necessárias para determinar o comportamento de um material específico. Ademais, percebe-se da Figura 7.5 que a variação da razão de aspecto L/B em âncoras retangulares não apresentou uma diferença tão significativa dos resultados obtidos quando comparado à influência dos outros parâmetros.

De modo a verificar a influência do módulo de cisalhamento elástico G do solo de fundação, a Figura 7.6 apresenta os resultados obtidos para uma âncora circular sendo extraída com de um meio poroso com $k = 10^{-8}$ m/s, sendo que as demais propriedades são fixadas tal qual discutido anteriormente enquanto se variou a magnitude de G entre 10^5 , 10^6 e 10^7 Pa, afim de cobrir uma gama de valores esperados em solos naturais, além de um valor extremo onde 10^{50} Pa, para um material teórico considerado rígido. Como pode se observar, a variação de G não produziu uma diferença muito significativa no valor de pico de $|F_p|$, avaliando-se a magnitude verificou-se que na realidade um aumento de $G = 10^5$ para 10^7 Pa provocou uma redução de aproximadamente 15% no valor de $|F_p|$, enquanto que um aumento de $G = 10^7$ para 10^{50} reduziu o $|F_{p,max}|$ em aproximadamente 5%. Cabe ressaltar que não ouve alteração com relação ao parâmetro b da Equação 7.56, sendo encontrado igual a 0.5714 tal qual anteriormente, evidenciando que a inclinação de tais retas não é alterada também pela magnitude de G .

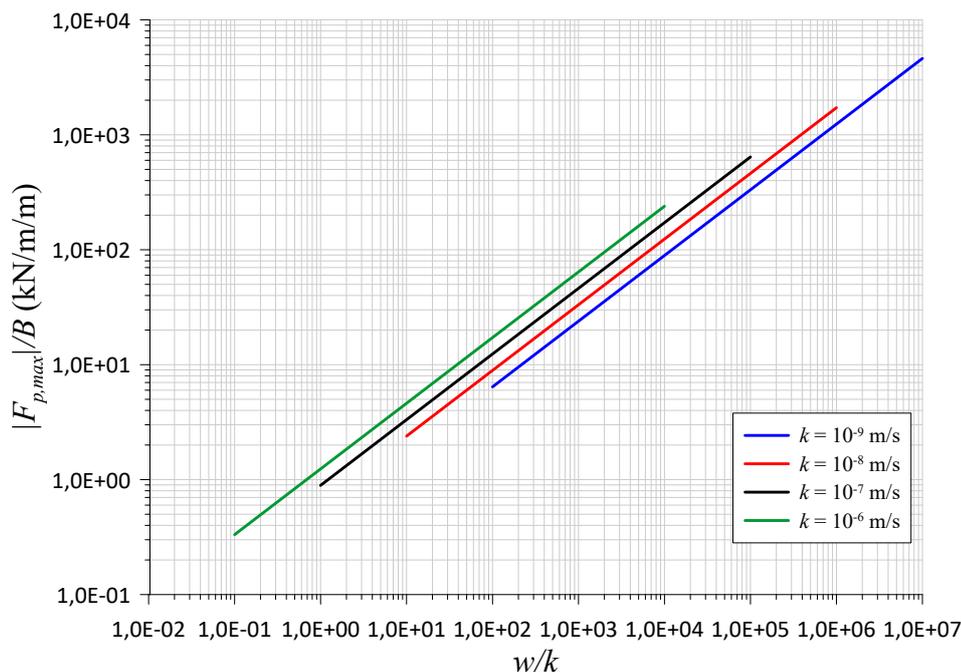


Figura 7.4 – Análise paramétrica da permeabilidade e taxa de arrancamento sobre o valor máximo de $|F_{p,max}|$ em placas em estado plano de deformação.

De modo a validar a aplicação do modelo apresentado para a avaliação dos esforços de sucção, é pertinente que os resultados obtidos numericamente sejam confrontados perante dados experimentais. Tal qual comentado anteriormente, a temática de operações de resgate de navios naufragados, objetos, entre outros do leito oceânico é tema recorrente na engenharia oceânica, o que de fato motivou as primeiras pesquisas quanto à avaliação dos esforços de sucção em leito oceânico, justificando o fato dos modelos desenvolvidos nesta área não incorporar nenhuma forma de embutimento.

Em tais operações, a extração é comumente realizada pelo uso de 'sacos de levantamento' (*lifting bags*), que, contrariamente ao uso de gruas ou guindastes que forneceriam uma taxa de arrancamento, estes equipamentos atuam apresentando uma 'força de arrancamento' prescrita através de seu inflamento submerso, de modo que o tempo sob o qual tal força deve ser mantida para obter o desprendimento do objeto se torna uma variável importante na análise. Como apresentado anteriormente, tal análise é possível através das formas apresentadas uma vez que as equações de $F_p(t, \bar{\Delta})$ podem ser invertidas para se obter $\dot{\bar{\Delta}}(t, F_p)$ no caso da aplicação de uma força de arrancamento prescrita.

Mei et al. (1985) realizaram ensaios experimentais de arrancamento em laboratório utilizando-se uma placa metálica com dimensões de 45.4 x 15.24 cm simplesmente apoiadas em um material arenoso através da aplicação de uma força constante em uma roldana simples. Poucas informações acerca das propriedades do solo de fundação utilizados pelos autores são fornecidas,

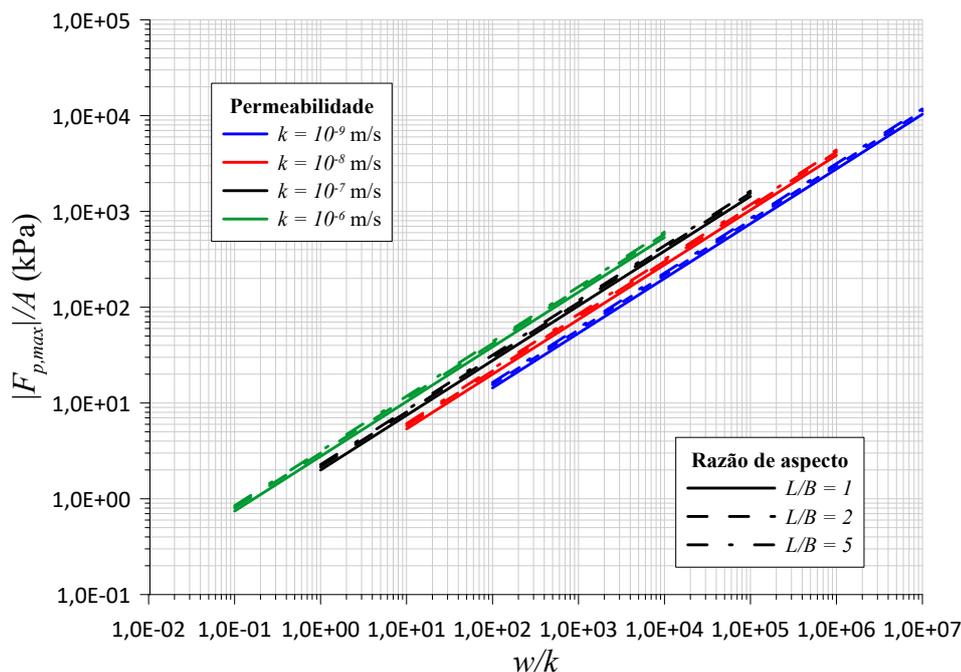


Figura 7.5 – Análise paramétrica da permeabilidade e taxa de arrancamento sobre o valor máximo de $|F_{p,max}|$ em placas retangulares.

além de este ser constituído por uma areia média de construção, apresentando $D_{50} = 0.245$ mm e um gradiente hidráulico $k = 6.2 \cdot 10^{-4}$ m/s. Assim, de modo a realizar as análises, adotou-se parâmetros elásticos $G = 10^7$ Pa e $\nu = 0.2$, além de uma porosidade de $\phi = 0.44$ (equivalente a um índice de vazios $e = 0.8$). A Figura 7.7 apresenta os resultados experimentais da força aplicada em função do tempo até o desprendimento t_b obtidos pelos autores em comparação com as predições do modelo obtidas a partir da Equação 7.55, adotando-se a aplicação da força de arrancamento constante através de uma função de Heaviside.

Como pode ser observado pela Figura 7.7, o modelo superestimou os tempos até a ruptura encontrados pelos autores nos resultados experimentais, principalmente para baixos valores de $|F_p|$, contudo foi capaz de capturar com clareza a mesma tendência de comportamento dos resultados, onde há um aumento de t_b com a redução da força aplicada durante o arrancamento. Apesar dos resultados conservadores obtidos, acredita-se que o modelo apresentou resultados razoáveis dadas as simplificações adotadas durante seu desenvolvimento, como por exemplo, a desconsideração do comportamento plástico do solo de fundação.

Por outro lado, Faria (2019) realizou ensaios em laboratório considerando o arrancamento de uma placa quadrada simplesmente apoiada em um solo saturado adotando-se diversas taxas de arrancamento constantes. O solo utilizado foi uma mistura composta por 85% de caulim e 15% de bentonita. As propriedades desta composição, relatadas pelo próprio autor, podem ser observadas pela Tabela 7.1. Complementarmente, adotou-se uma condutividade hidráulica k

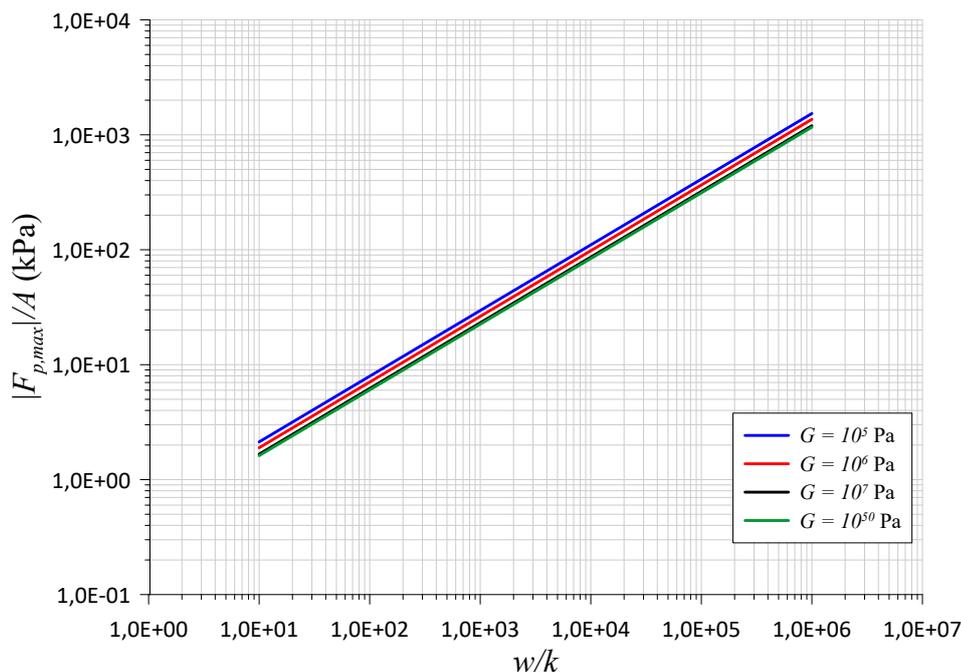


Figura 7.6 – Análise paramétrica do módulo cisalhante e taxa de arrancamento sobre o valor máximo de $|F_{p,max}|$ em placas circulares.

igual a 10^{-7} m/s e um módulo cisalhante G igual a 10^5 Pa.

Tabela 7.1 – Características da mistura argilosa adotada no trabalho de Faria (2019). Fonte: Faria (2019).

| | |
|---|-------|
| Teor de Caulim (%) | 85 |
| Teor de Bentonita (%) | 15 |
| Teor de umidade (%) | 120 |
| Peso específico γ (kN/m ³) | 13.46 |
| Peso esp. dos grãos γ_s (kN/m ³) | 25.76 |
| Peso esp. seco γ_d (kN/m ³) | 6.12 |
| Peso esp. saturado γ_{sat} | 13.62 |
| Peso esp. efetivo γ' | 3.62 |
| Índice de vazios e | 3.19 |
| Porosidade ϕ | 0.76 |
| Limite de Liquidez (%) | 103 |
| Limite de plasticidade (%) | 37 |
| Índice de plasticidade (%) | 66 |
| Fração argilosa (%) | 41 |
| Fração siltosa (%) | 58 |
| Fração arenosa (%) | 1 |

Os ensaios realizados por Faria (2019) consistiram então no arrancamento de uma placa quadrada com 100 mm de lado simplesmente apoiada sobre a superfície do solo variando-se a taxa de arrancamento w entre 0.001 e 2.5 mm/s enquanto se registrava tanto a força necessária para produzir o arrancamento quanto a poropressão desenvolvida na base. Desta forma, a Figura 7.8 apresenta um comparativo entre os resultados obtidos pelo autor e as previsões do modelo simplificado desenvolvido neste trabalho. Como pode ser observado, existe uma tendência dos

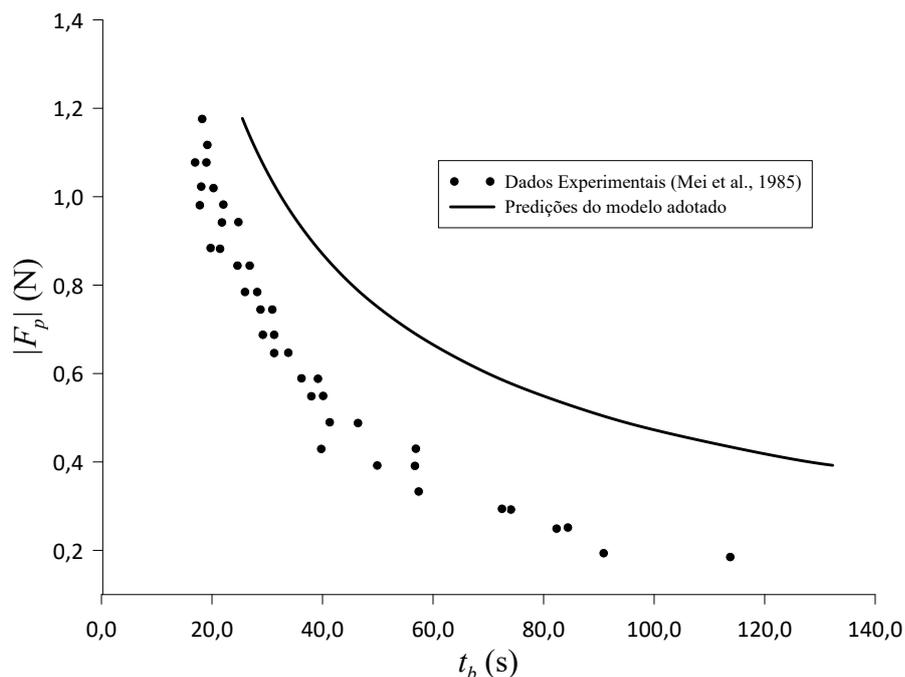


Figura 7.7 – Comparativo entre os dados experimentais obtidos por Mei et al. (1985) e as previsões numéricas da Equação 7.55.

resultados numéricos superestimarem os resultados experimentais à medida em que w aumenta. É muito possível que tal fato se deva as simplificações adotadas durante o desenvolvimento do modelo para sucção, principalmente por desconsiderar a componente irreversível do solo. De qualquer forma, a aplicação do modelo como uma estimativa do limite superior da força de arrancamento ainda se justifica para o planejamento de operações de extração *offshore*.

Apesar do modelo de F_p aqui apresentado não levar em consideração o embutimento da âncora, tal modelo será utilizado de forma a estimar os esforços de sucção em *mudmats*, que em geral apresentam baixíssimas razões de embutimento. Acredita-se que, a incorporação deste fator na avaliação de F_p , provavelmente aumenta a resistência final de extração da âncora, dado que o fluxo proveniente das periferias da placa deverá ser descrito pela percolação do fluido em um meio poroso, em contraponto ao fluxo livre considerado.

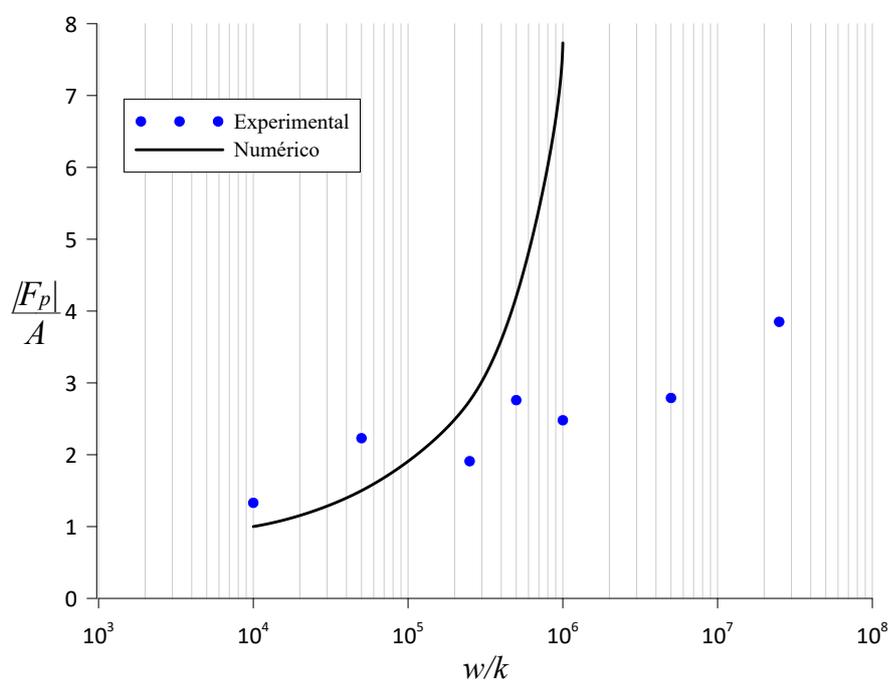


Figura 7.8 – Comparativo entre os dados experimentais obtidos por Mei et al. (1985) e as previsões numéricas da Equação 7.55.

8 APLICAÇÃO NUMÉRICA: ABORDAGEM EM TENSÕES EFETIVAS

Este capítulo tem como objetivo apresentar os resultados obtidos através da resolução numérica dos mecanismos de ruptura formulados em tensões efetivas no Capítulo 6. Tal qual desenvolvido no Capítulo 5, predições para o limite superior da força de arrancamento de placas de ancoragem em meios marítimos são apresentadas, visando investigar os efeitos dos principais parâmetros envolvidos no problema. Os efeitos dos esforços de sucção desenvolvidos durante a extração da âncora serão modelados conforme a teoria apresentada no Capítulo 7, incorporando os resultados de resistência obtidos pelas descontinuidades de modo a se obterem estimativas da carga de ruptura na abordagem em tensões efetivas. Por fim, os resultados obtidos serão comparados com dados experimentais disponíveis na literatura, validando assim sua aplicação para a avaliação da carga de ruptura em âncoras rasas.

Deste modo, bem como no Capítulo 5, rotinas em *python* foram desenvolvidas pelo autor para cada um dos casos visando obter-se a melhor aproximação do limite superior de F . Como os mecanismos em tensões efetivas abordados neste trabalho envolvem um procedimento de minimização multivariável com restrições, a biblioteca *cyipopt* foi utilizada, onde, em todos os casos, a adoção de 20 trechos para representar cada uma das descontinuidades apresentou ótima convergência dos resultados obtidos. O tempo de execução médio de cada um destes processos permaneceu, em geral, na ordem de grandeza de minutos em um computador de uso doméstico.

Cabe ressaltar que, em todos os resultados apresentados neste capítulo, o limite superior de F foi obtido desconsiderando-se a parcela de resistência referente ao peso próprio da placa de ancoragem, de modo que o efeito desta variável pode ser facilmente incorporado apenas adicionando-se $\gamma^p|\Omega^p|$ ao valor de F aqui apresentado. Bem como exposto anteriormente no Capítulo 5, nas análises paramétricas apresentadas neste capítulo, três situações distintas serão investigadas:

- a) A resistência à tração da interface é nula ($t_i = 0$) e, conseqüentemente, não há mobilização de resistência no solo de fundação;
- b) A resistência à tração na interface é igual a coesão do solo ($t_i = C$), caso onde o mecanismo de ruptura pode ocorrer mobilizando tanto a interface quanto o solo de fundação, a depender da magnitude dos parâmetros adotados;
- c) A resistência à tração na interface é infinita ($t_i = \infty$) e logo a ruptura se dá mobilizando

o solo abaixo da âncora.

Tais configurações serão analisadas juntamente a três valores de resistência à tração do solo: $T = 0$, $T = C$ e $T = \infty$, de modo a fornecer padrões de comportamento das placas que permitam observar a influência dos principais parâmetros envolvidos na sua extração. Complementarmente, três valores de ângulo de atrito serão investigados: $\varphi = 20^\circ$, 25° e 30° , cobrindo assim uma gama de solos encontrados na prática da engenharia *offshore*.

8.1 ÂNCORAS CIRCULARES

Inicialmente, apresenta-se o resultado da implementação numérica do mecanismo apresentado na seção 6.3 considerando que $F_p = 0$ através das Figuras 8.1 e 8.2 para os casos em que $T = 0$ e $T = C$, respectivamente, ambos apresentando interface com $t_i = 0$. Bem como evidenciado na abordagem em tensões totais, a minimização dos parâmetros geométricos das descontinuidades inferiores através do algoritmo utilizado sempre conduziu ao mínimo local com descontinuidades paralelas à base da placa, e, conseqüentemente, $F_{inf} = \pi R^2 T$. Assim, para o caso em que $T = t_i = C$, os resultados são similares aos apresentados pela Figura 8.2 porém acrescentando-se este valor de F_{inf} à F .

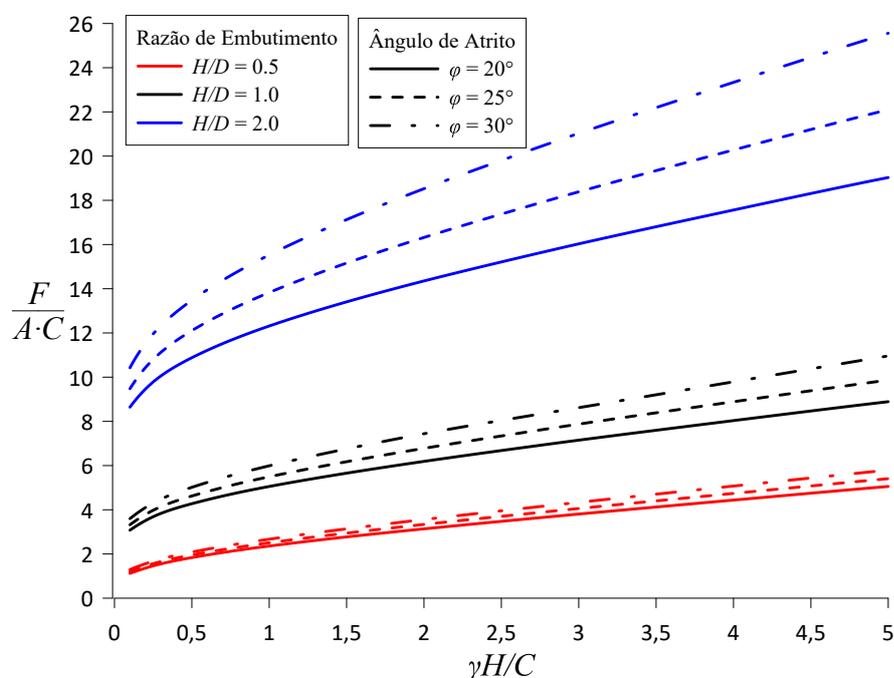


Figura 8.1 – Previsões do limite superior de F obtido para âncoras circulares com $T = t_i = 0$ e $F_p = 0$.

Como pode ser observado, o efeito do aumento do ângulo de atrito do material de Coulomb é mais evidente quanto maior é a profundidade e maior o valor de $\gamma H/C$, dado que, neste último

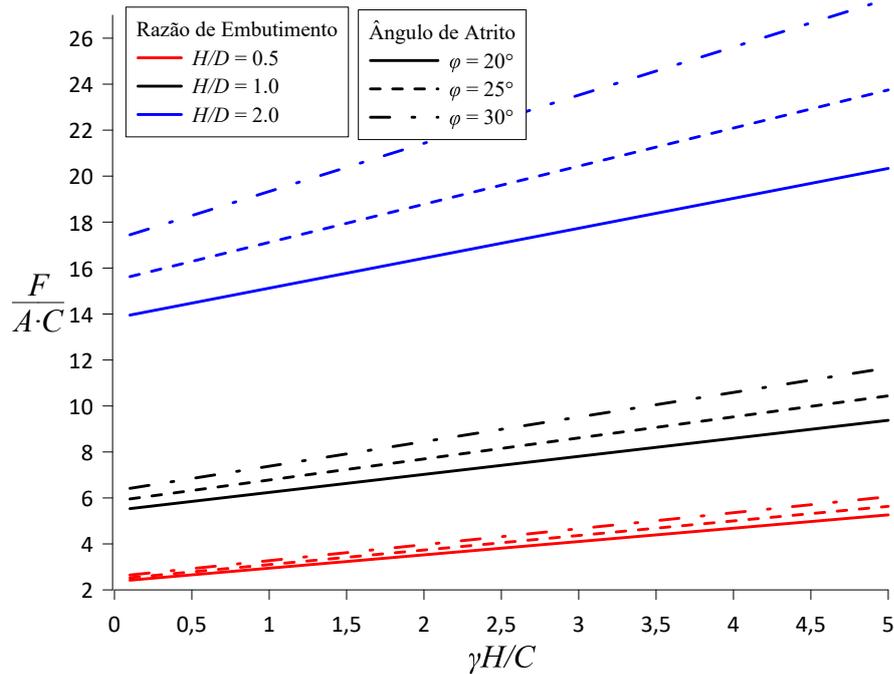


Figura 8.2 – Predições do limite superior de F obtido para âncoras circulares com $T = C$, $t_i = 0$ e $F_p = 0$.

caso, a coesão apresenta valores mais baixos e uma parcela maior da resistência mobilizada é atribuída à contribuição do atrito nas discontinuidades. Ademais, o comportamento observado é o mesmo já extensamente discutido no Capítulo 5 para a abordagem em tensões totais.

Tomando-se o caso específico da Figura 8.2, percebe-se que F/AC evolui linearmente com $\gamma H/C$, dado que a minimização dos parâmetros α_i e H_i conduz sempre a apenas um tronco de cilindro, de forma que $\alpha_i = \phi$, condição dada pelo critério de pertinência do Critério de Coulomb truncado em tração. Nestes casos, e sempre que $T \geq C$, a melhor estimativa do limite superior de F dada pelo mecanismo avaliado pode ser expressa por:

$$\frac{F}{\pi R^2 C} \leq \frac{H}{R^2 \cos \phi} C \tan \psi (1 - \sin \phi) (2R + H \tan \phi) + \frac{\gamma'}{3R^2 C} (3R^2 + 3RH \tan \phi H^2 \tan^2 \phi) + \frac{F_p}{\pi R^2 C} + \frac{\min(T, t_i)}{C} \quad (8.1)$$

Visando incorporar o efeito da força de sucção que se desenvolve sob a âncora durante o arrancamento, a Figura 8.3 apresenta de forma ilustrativa o resultado obtido para uma âncora circular com $H/D = 1$, $\phi = 25^\circ$ e $T = 0$ (Figura 8.1. Para o meio poroso, adotou-se um índice de vazios $e = 2$, módulo cisalhante $G = 10^6$ Pa e condutividade hidráulica $k = 10^{-8}$ m/s, considerados representativos de um solo marinho argiloso, sendo que os valores de $|F_p|$ são

calculados segundo a Equação 7.39. Nestas análises, considerou-se que a abertura média do vão se desenvolve linearmente em função do tempo conforme a expressão $\bar{\Delta} = wt$. Ressalta-se que, como $|F_p|$ não varia com os valores de $\gamma H/C$ no modelo para sucção adotado, o mesmo valor de $|F_p|$ foi acrescentado à Figura 8.1 para cada uma das curvas apresentadas.

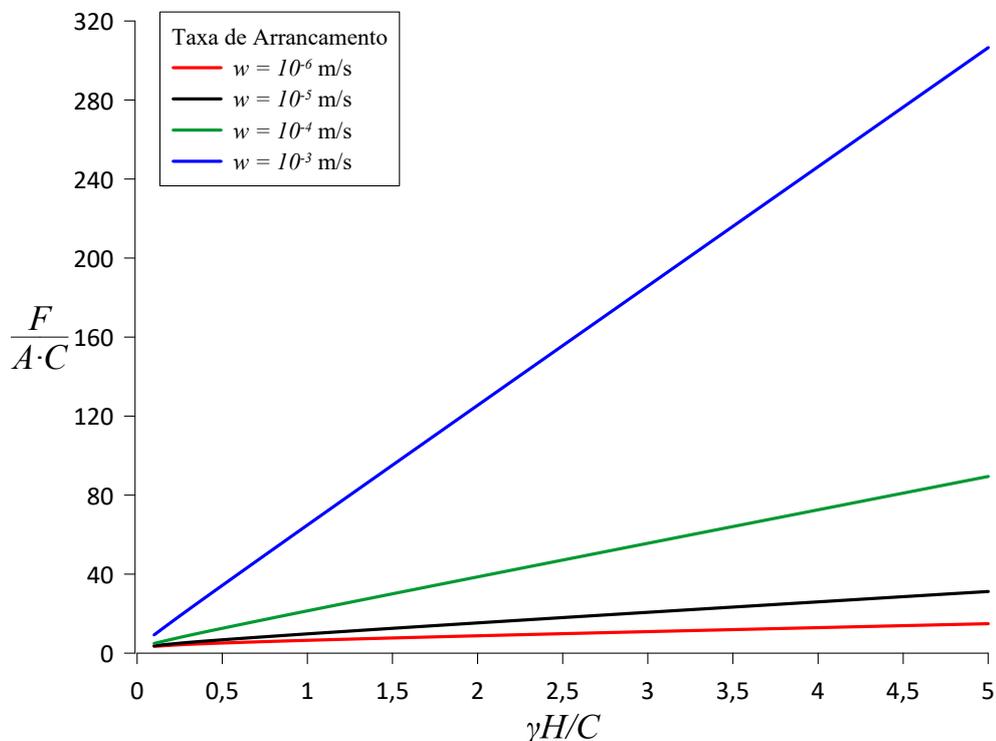


Figura 8.3 – Predições do limite superior de F adicionando-se o efeito de $|F_p|$ para âncoras circulares $H/D = 1$ e $D = 1$ m, em um solo com $\varphi = 25^\circ$, com $T = t_i = 0$, $k = 10^{-8}$ m/s e $G = 10^6$ Pa.

Percebe-se da Figura 8.3 que a taxa de arrancamento possui forte influência nos valores de F/AC obtidos através dos mecanismos em tensões efetivas, bem como esperado após a Figura 7.3. Tal influência pode ser observada também pelo fato de que as curvas, tais quais apresentadas pela Figura 8.1 no caso em que $F_p = 0$, se tornam praticamente lineares devido ao valor constante de $|F_p|$ adicionado a estas.

A título de exemplo, de modo a investigar o efeito de $|F_p|$ sobre a resistência total F com a variação da taxa de arrancamento, a Figura 8.4 apresenta a razão $|F_p|/F$ em função da velocidade normalizada w/k para o mesmo caso avaliado na Figura 8.3, visando avaliar assim os limites de velocidade em que a força de sucção domina a resistência à extração da âncora. Como pode ser observado, a partir de certo valor de w a resistência à extração é predominantemente ditada pelo valor de $|F_p|$, dado que este é muito maior do que o obtido pelas discontinuidades de velocidade acima da âncora. Como evidenciado, este valor depende de outros parâmetros do solo envolvidos na determinação de F , como $\gamma H/C$, ficando claro que este limite é atingido mais

precocemente para valores mais altos de $\gamma H/C$, dado que o valor de resistência devido somente as descontinuidades é menor nestes casos.

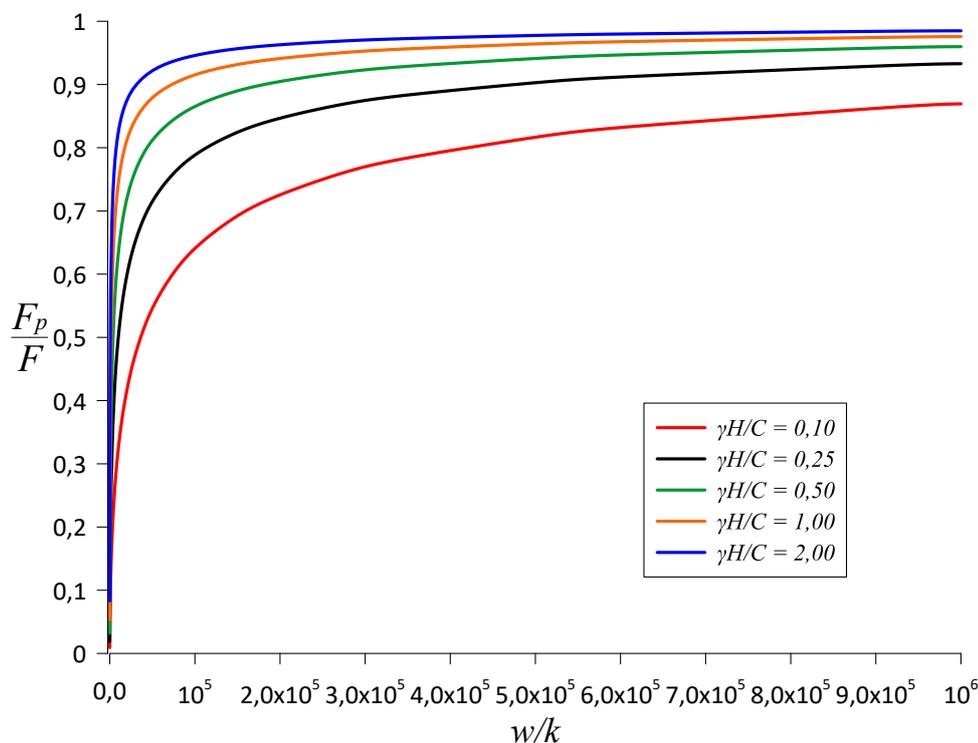


Figura 8.4 – Evolução de $|F_p|/F$ em função da taxa de arrancamento normalizada w/k para uma placa de ancoragem circular.

Assim como pode ser definida uma velocidade limite onde a resistência à extração é majoritariamente determinada por $|F_p|$, também espera-se que exista uma velocidade tal em que o valor de $|F_p|$ seja desprezível perante F . Assim, o mesmo gráfico presente na Figura 8.4 é agora apresentado pela Figura 8.5 em escala logarítmica a fim de melhor evidenciar a ampla faixa de valores utilizadas para w , além de incorporar uma variação do ângulo de atrito de movimento a avaliar a sensibilidade do modelo à esta variável. As linhas tracejadas horizontais correspondem a $|F_p|/F$ iguais a 95 e 5%, consideradas representativas de quando o valor da força de sucção é predominante ou desprezível, respectivamente.

Como pode ser observado da Figura 8.5, a velocidade em que a placa atingiu cada uma das condições supracitadas varia consideravelmente com $\gamma H/C$, fruto, é claro, da resistência obtida nestes casos pelas descontinuidades, corroborando o resultado apresentado pela Figura 8.1. Contudo evidencia-se que estes possuem pouca sensibilidade ao valor do ângulo de atrito para o caso especificado. Ressalta-se que esta variação da resistência com relação a φ é mais sensível em âncoras mais profundas, e, como este não é o escopo deste trabalho, esta variação não deve apresentar grandes efeitos na avaliação das placas de ancoragem adotadas em meios marítimos. De modo geral, observou-se para a âncora em questão, que velocidades normalizadas w/k inferiores a 10^2 ($w = 10^{-6}$ m/s) e superiores a $3 \cdot 10^6$ ($w = 0,03$ m/s) produziram resistências

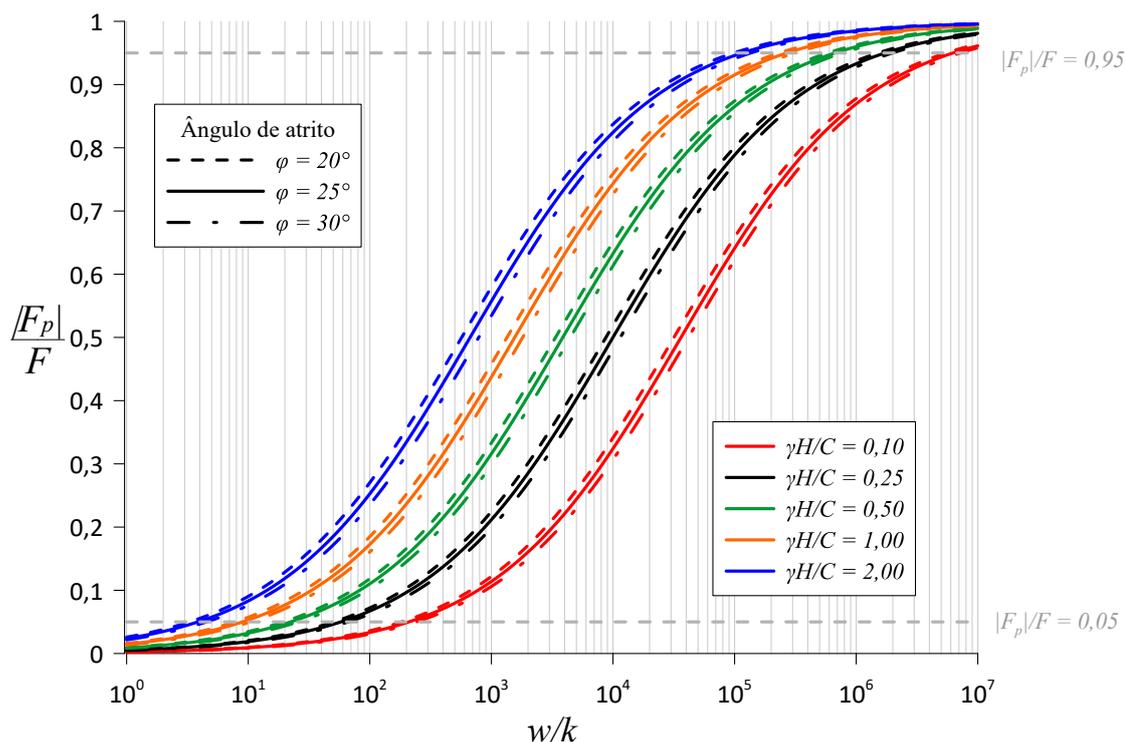


Figura 8.5 – Evolução de $|F_p|/F$ em função da taxa de arrancamento normalizada w/k para uma placa de ancoragem circular com o eixo das abscissas em escala logarítmica.

predominantes dominadas pelas discontinuidades ou pelos esforços de sucção, respectivamente.

De modo a cobrir também o efeito da razão de embutimento, a Figura 8.6 apresenta os resultados obtidos para o mesmo caso em análise contudo considerando-se apenas o valor de $\gamma H/C = 0,5$ e $\varphi = 25^\circ$ e variando-se H/D . Mais uma vez observa-se uma grande diferença entre as curvas, atribuída completamente a resistência desenvolvida pelas discontinuidades de velocidade, dado que o modelo adotado para a avaliação de F_p não leva em consideração o embutimento da âncora.

Ressalta-se aqui que uma vasta gama de casos de interesse prático podem ser avaliados apenas por uma análise gráfica dos resultados apresentados até o momento. Como a avaliação dos esforços de sucção é realizada em um procedimento separado neste trabalho, uma estimativa do limite superior da resistência à extração de âncoras em meios marítimos pode ser obtida tomando-se a resistência avaliada no caso em que $F_p = 0$, apresentada pelas Figuras 8.1 e 8.2, e acrescentar separadamente a estimativa de $|F_p|$ tal como ilustrada pela Figura 7.3, fornecendo assim estimativas de resistência para o problema prático do arrancamento de placas de ancoragem.

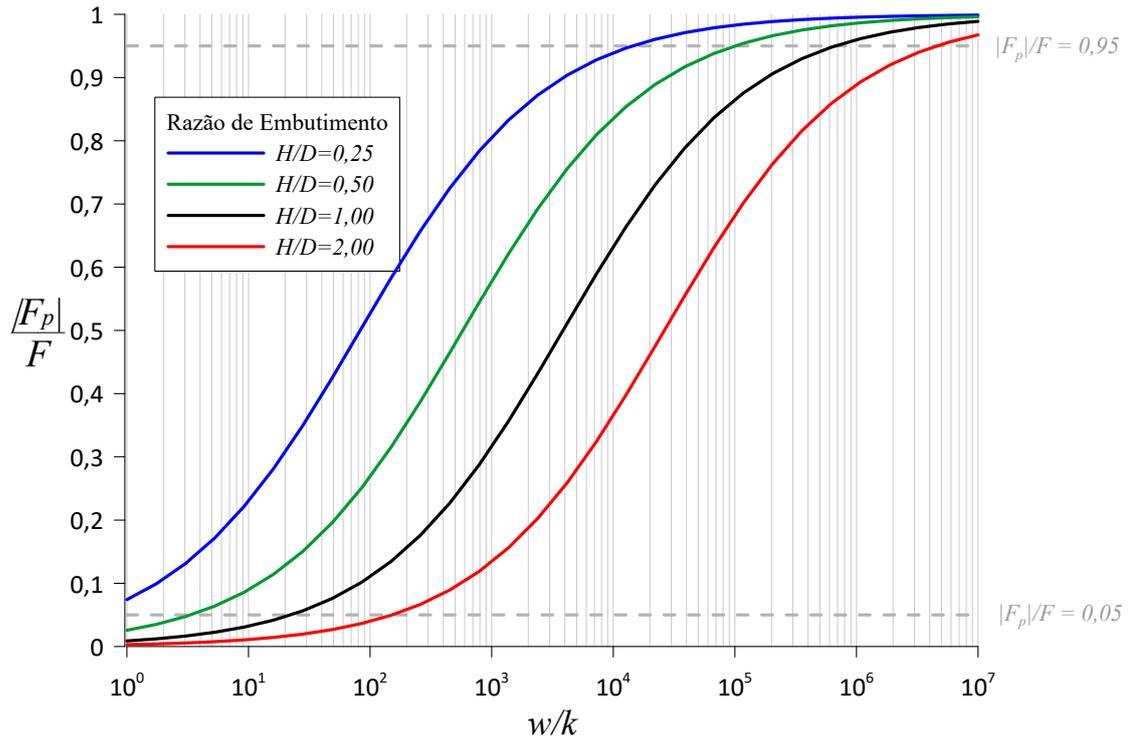


Figura 8.6 – Evolução de $|F_p|/F$ em função da taxa de arrancamento normalizada w/k a razão de embutimento.

8.2 ÂNCORAS RETANGULARES

Tal qual apresentado anteriormente para âncoras circulares, as Figuras 8.7 e 8.8 apresentam as predições obtidas do limite superior de F para os casos em que $T = 0$ e $T = C$, respectivamente, em um cenário em que F_p e t_i são iguais a zero, variando-se também a razão de aspecto da âncora retangular L/B entre 1, 2, 3 e 5. Ressalta-se que o efeito destas variáveis pode ser facilmente incorporado aos resultados apresentados apenas acrescentando devidamente seu valor normalizado aos valores presentes nos gráficos supracitados, da mesma forma disposta para o caso de âncoras circulares.

A tendência dos resultados é a mesma já detalhada nos casos anteriores, sendo o efeito de φ mais pronunciado a medida que se aumenta H/B e $\gamma H/C$. Tomando-se o resultado trivial apresentado pela Figura 8.8, onde a minimização dos parâmetros geométricos resultou em apenas uma descontinuidade planar de inclinação constante, a estimativa apresentada do limite superior de F pode ser expressa como:

$$F \leq \frac{4CH}{\cos \varphi} (B + L + H \tan \varphi) (1 - \sin \varphi) \tan \psi + F_p + 4BL \min(T, t_i) + \frac{2\gamma H}{3} [6BL + 3H(B + L) \tan \varphi + 2H^2 \tan^2 \varphi] \quad (8.2)$$

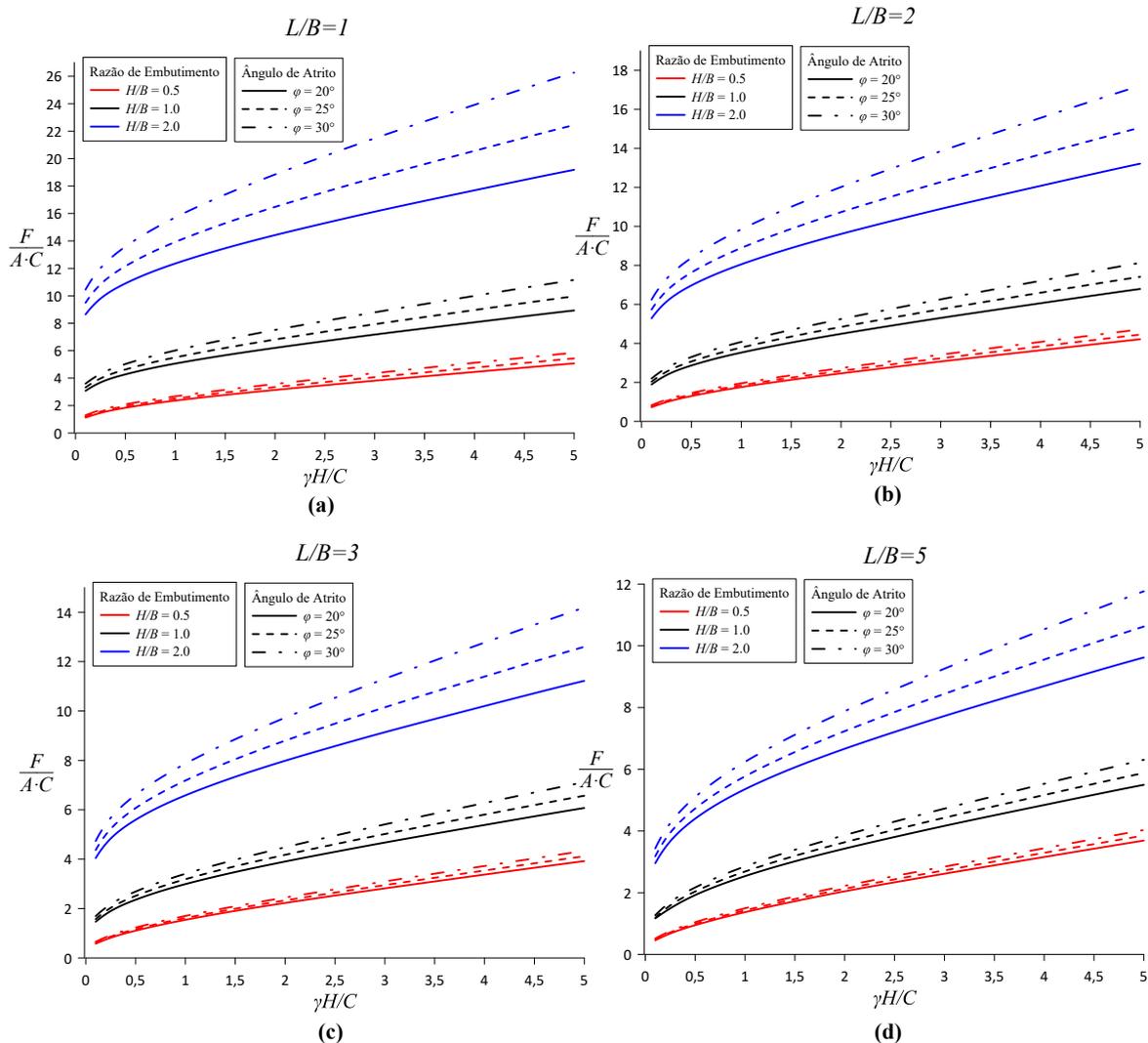


Figura 8.7 – Predições do limite superior de F obtido para âncoras retangulares com $T = t_i = F_p = 0$. Razões de aspecto $L/B =$ (a) 1, (b) 2, (c) 3 e (d) 5.

Da mesma forma, de modo a investigar o efeito da força de sucção $|F_p|$ sobre F com a variação da taxa de arrancamento, a Figura 8.9 apresenta a razão $|F_p|/F$ em função da velocidade de extração w da âncora. Dado que uma completa investigação de todas as variáveis envolvidas seria extensa e repetitiva, a tendência de comportamento será ilustrada aqui tomando-se uma placa retangular com $L/B = 2$, $H/B = 0.5$, embutida em um solo apresentando $T = t_i = 0$, $e = 2$, $G = 10^6$ Pa e $k = 10^{-8}$ m/s, valores considerados representativos de um material argiloso tipicamente encontrado em ambientes marinhos.

Ressalta-se que todos os comentários tecidos anteriormente para o caso de placas de ancoragem circulares permanecem válidos e não serão repetido aqui por simplicidade. Como evidenciado, a completa determinação do limite superior de F é função de diversos parâmetros, sendo que, para grande parte dos casos, uma estimativa da resistência pode ser obtida graficamente adotando-se

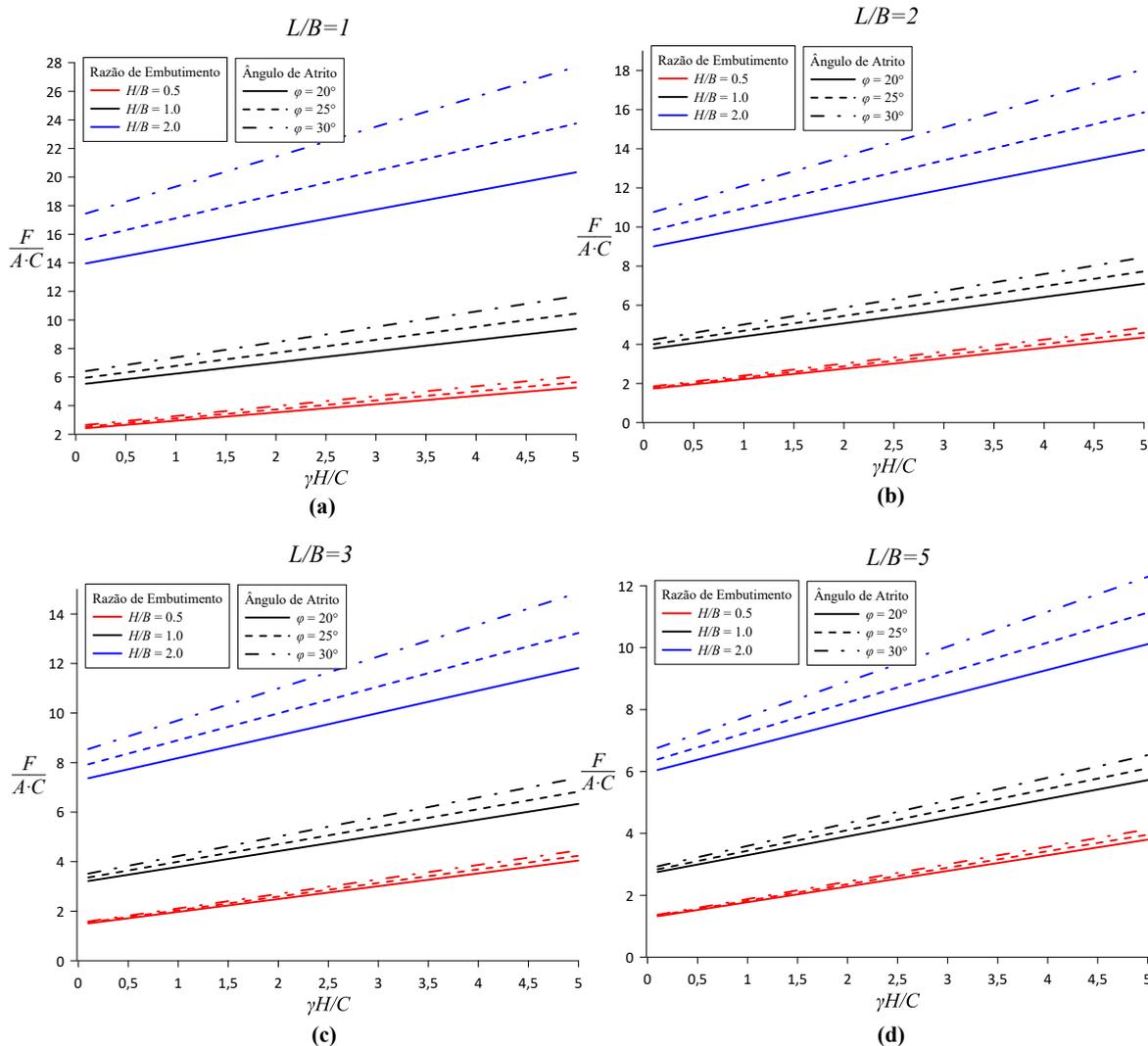


Figura 8.8 – Predições do limite superior de F obtido para âncoras retangulares com $T = C$ e $t_i = F_p = 0$. Razões de aspecto $L/B =$ (a) 1, (b) 2, (c) 3 e (d) 5.

os resultados apresentados para $F_p = 0$ (Figuras 8.7 e 8.8), e acrescentar os efeitos de sucção apresentados pela Figura 7.5 no Capítulo 8 incorporando assim o efeito da taxa de arrancamento e permeabilidade do meio poroso.

Apesar dos resultados experimentais apresentados ao final do Capítulo 7, ressalta-se aqui a dificuldade em validar a aplicação do modelo levando-se em consideração tanto o embutimento quanto os efeitos da sucção que, por sua natureza, dependem das velocidades empregadas no processo de arrancamento. Diversos dos estudos mencionados neste trabalho ainda avaliam apenas a influência da taxa de arrancamento em placas com saia ou perfurações em sua base, não condizendo com as delimitações deste trabalho.

A título de exemplo, Baba et al. (1989) avaliou tais esforços porém sob razões de embutimento consideravelmente altas ($H/B = 6$), onde aplicação dos mecanismos desenvolvidos não possui

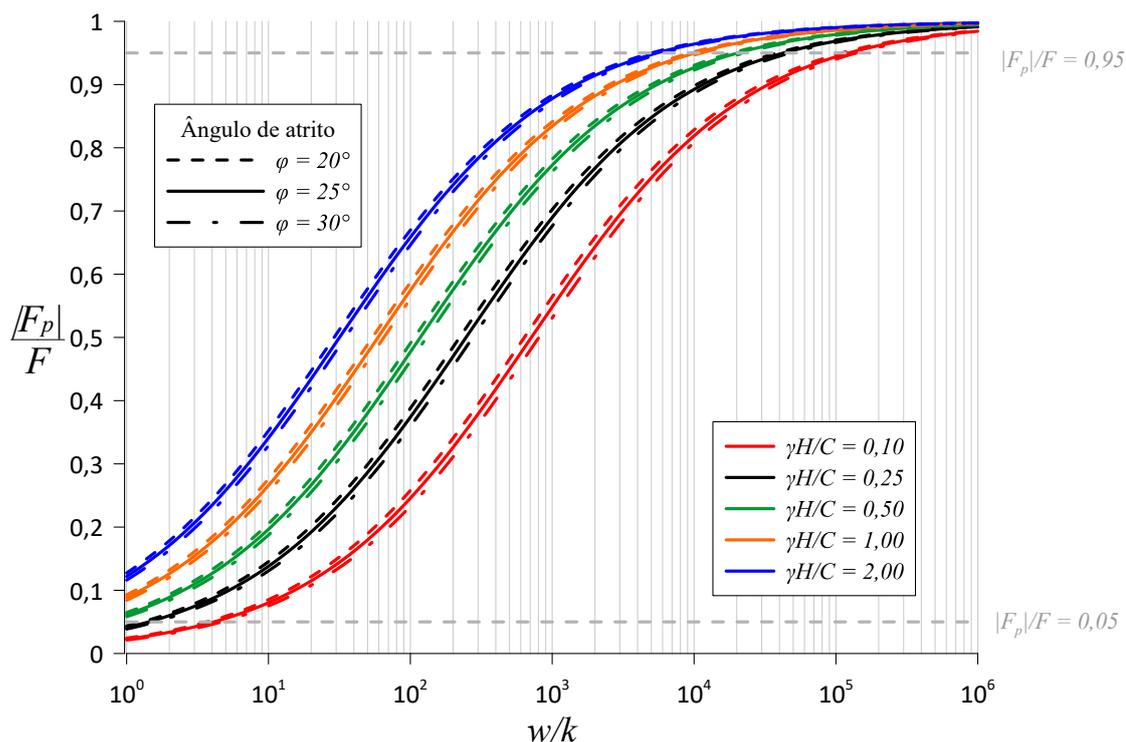


Figura 8.9 – Exemplo de evolução de $|F_p|/F$ em função da taxa de arrancamento normalizada w/k para uma placa de ancoragem retangular com $L/B = 2$.

mais validade, enquanto o trabalho de Li (2015) relata problemas nas medições de poropressão nas placas sem saia. Já, o trabalho de Lehane et al. (2009), cujos resultados poderiam ser utilizados diretamente, apresenta incertezas quanto à imposição de uma superfície de ruptura específica, dado a adoção de solo arenoso no solo acima da âncora.

Assim, considera-se apenas a validação realizada sem incorporar os efeitos da razão de embutimento para a avaliação em âncoras rasas, tal qual discutido ao fim do Capítulo 7. De qualquer forma, dada a escassez de outros trabalhos, julga-se que as estimativas aqui apresentadas apresentam uma fonte razoável de estimativas da força de arrancamento em âncoras rasas, principalmente para a aplicação em *mudmats*.

9 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

O presente trabalho de doutorado teve como propósito desenvolver um ferramental para se obterem estimativas do limite superior da carga de arrancamento de placas de ancoragem rasas em meios marítimos. Tal fim foi atingido através implementação da abordagem cinemática da análise limite para o problema em questão, enquanto que estimativas dos esforços de sucção desenvolvidos durante a ruptura foram obtidos através de um modelo simplificado baseado na teoria da poroelasticidade.

Inicialmente, o problema foi abordado sob uma formulação em tensões totais, onde os efeitos resultantes da poropressão no meio são desconsiderados. Diversos mecanismos de ruptura foram avaliados, buscando assim encontrar as melhores aproximações do limite superior da força de arrancamento de placas de ancoragem rasas. Através da implementação numérica destes mecanismos, evidenciou-se que os resultados obtidos no presente trabalho apresentam boa aplicação a âncoras com baixas razão de embutimento, abrangendo assim a maioria dos casos encontrados na prática *offshore* de *mudmats*.

Posteriormente, uma formulação em tensões efetivas foi desenvolvida para o problema em questão, ficando evidente como as poropressões, e conseqüentemente a sucção na base da âncora, influencia nas resistências obtidas durante o processo de extração destes elementos. Novamente, mecanismos de ruptura foram avaliados através do teorema cinemática da análise limite, fornecendo assim estimativas do limite superior da força de arrancamento para âncoras rasas.

Dada a necessidade de se estimar os esforços de sucção que se desenvolvem sob a âncora, o modelo simplificado desenvolvido por Foda (1982) foi implementado e estendido para âncoras retangulares, cobrindo assim a grande parte dos casos encontrados na prática. Uma investigação paramétrica de tal modelo permitiu se obter informações valiosas quanto à influência das principais componentes presentes no problema, fornecendo assim estimativas da magnitude dos esforços de sucção desenvolvidos sob placas simplesmente apoiadas sobre o leito marinho. Percebe-se que tanto a taxa de arrancamento empregada quanto a permeabilidade do meio poroso são os principais envolvidos na magnitude das forças de sucção.

Os resultados obtidos pelo modelo foram confrontados com resultados experimentais presentes na literatura que, apesar de escassos, permitiram demonstrar que a teoria adotada pode ser adotada para estimar a capacidade de carga ao arrancamento destes elementos. Foi possível perceber destes resultados que o modelo adotado tende a superestimar o valor de F_p obtido à

medida que a velocidade de extração aumenta. Uma das possíveis causas pode ser atribuída ao negligenciamento das deformações plásticas no modelo, que podem prevalecer principalmente em tais casos onde as forças de sucção se elevam drasticamente.

O modelo para sucção foi então implementado juntamente às análises em tensões efetivas, onde pode-se avaliar o efeito conjunto das propriedades de resistência do solo e os parâmetros poroelásticos relevantes ao problema. Apesar da profundidade da placa não estar embutida no modelo desenvolvido por Foda (1982), os resultados permitem se obter julgamentos valiosos sobre até quando a resistência obtida é predominantemente determinada pela sucção ou não. Não obstante, acredita-se que a consideração do embutimento da âncora tenderia a aumentar a magnitude de F_p , que, em certo nível, vai na mesma direção dos comentários tecidos anteriormente. A carga obtida através destes resultados pode ajudar na prática do planejamento das operações de extração, que, devido às grandes escalas encontradas na prática da engenharia *offshore*, representa uma etapa complexa do descomissionamento.

Ademais, pelos resultados obtidos, fica evidente a importância de se incorporar também a resistência à tração do material quando na análise do arrancamento de placas de ancoragem. Este parâmetro é usualmente desprezado na literatura clássica, porém argumentos intuitivos sustentam sua importância e foi observado pela análise limite a relevância deste parâmetro para o modo de falha analisado. Apesar de pouco explorados ainda na literatura, os esforços de adesão representados pela resistência de interface adotada também pode estar intimamente ligado com a magnitude da resistência obtida.

9.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

De modo a dar continuidade à pesquisa, recomenda-se que algumas questões sejam investigadas em trabalhos futuros, melhorando assim a compreensão do tema:

- a) Avaliar a magnitude dos efeitos do excesso de poropressão desenvolvidos no volume de solo durante o arrancamento, desprezados neste trabalho;
- b) Desenvolver um modelo para a sucção mais complexo que retrate também os efeitos do embutimento da âncora no solo e considere os efeitos das deformações plásticas no meio;
- c) Dada a influência que as velocidades empregadas possuem nos parâmetros de resistência do solo, uma avaliação de natureza viscosa do problema também seria de grande valia para a compreensão desta variável sobre as resistências obtidas;

- d) Avaliar de forma mais assertiva a magnitude da adesão e outros elementos que possam contribuir na resistência de interface, parâmetros que possivelmente também apresentam comportamento diferido no tempo.

REFERÊNCIAS

ALI, M. **Pullout resistance of anchor plates in soft bentonite clays**. Tese (Tese (Doutorado)) — Duke University, Durhan, USA, 1968. Citado 3 vezes nas páginas 30, 34 e 46.

AMERICAN PETROLEUM INSTITUTE. **API RP 2A**: Recommended practice for planning, designing and constructing fixed offshore platforms - working stress design. Washington, EUA, 2002. 242 p. Citado na página 29.

ARDEBILI, Z. A.; GABR, M. A.; RAHMAN, M. S. Uplift Capacity of Plate Anchors in Saturated Clays: Analyses with Different Constitutive Models. **International Journal of Geomechanics**, v. 16, n. 2, p. 04015053, abr. 2016. ISSN 1532-3641, 1943-5622. Disponível em: <<http://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%29GM.1943-5622.0000518>>. Citado na página 29.

ASCHER, U. M.; MATTHEIJ, R. M. M.; RUSSELL, R. D. **Numerical solution of boundary value problems for ordinary differential equations**. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1995. (Classics in applied mathematics, 13). ISBN 978-0-89871-354-1. Citado na página 96.

BABA, H. U.; GULHATI, S. K.; DATTA, M. Suction effect in plate anchors in soft clays. In: . Rio de Janeiro: [s.n.], 1989. p. 409–412. Citado na página 193.

BAKER, W. H.; KONDRER, R. L. Pullout load capacity of a circular earth anchor buried in sand. **National Academy of Sciences**, v. 108, p. 1–10, 1966. Citado na página 34.

BALLA, A. The resistance to breaking out mushroom foundations for pylons. In: . Paris: [s.n.], 1961. Citado na página 34.

BHATNAGAR, R. S. **Pullout Resistance of Anchors in Silty Clay**. Tese (Dissertação (Mestrado)) — Duke University, Durhan, USA, 1969. Citado na página 34.

BIOT, M. A. General Theory of Three-Dimensional Consolidation. **Journal of Applied Physics**, v. 12, n. 2, p. 155–164, fev. 1941. ISSN 0021-8979, 1089-7550. Disponível em: <<http://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.1712886>>. Citado 2 vezes nas páginas 55 e 167.

BYRNE, P. M.; FINN, W. D. L. Breakout of submerged structures buried to a shallow depth. **Canadian Geotechnical Journal**, v. 15, n. 2, p. 146–154, 1978. Citado na página 53.

CHANDLER, J.; WHITE, D.; TECHERA, E. J.; GOURVENEC, S.; DRAPER, S. Engineering and legal considerations for decommissioning of offshore oil and gas infrastructure in Australia. **Ocean Engineering**, v. 131, p. 338–347, fev. 2017. ISSN 00298018. Disponível em: <<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0029801816306163>>. Citado 3 vezes nas páginas 26, 28 e 53.

CHANG, Y.; HUANG, L. H.; YANG, F. P. Y. Two-dimensional lift-up problem for a rigid porous bed. **Physics of Fluids**, v. 27, n. 5, p. 053101, maio 2015. ISSN 1070-6631, 1089-7666. Disponível em: <<http://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.4919434>>. Citado 9 vezes nas páginas 9, 10, 30, 58, 59, 60, 61, 62 e 63.

CHEN, R.; GAUDIN, C.; CASSIDY, M. Investigation of the vertical uplift capacity of deep water mudmats in clay. **Canadian Geotechnical Journal**, v. 49, n. 7, p. 853–865, jul. 2012. ISSN 0008-3674, 1208-6010. Disponível em: <<http://www.nrcresearchpress.com/doi/10.1139/t2012-037>>. Citado na página 34.

CHEN, W.-F. **Limit analysis and soil plasticity**. 1. ed. Amsterdam: Elsevier, 1975. v. 1. Citado na página 70.

COUSSY, O. **Poromechanics**. England: John Wiley & Sons, 2004. v. 1. Citado na página 154.

CRAIG, W. H.; CHUA, K. Extraction Forces for Offshore Foundations under Undrained Loading. **Journal of Geotechnical Engineering**, v. 116, n. 5, p. 868 – 884, 1990. Citado na página 53.

DAS, B. M. Model Tests for Uplift Capacity of Foundations in Clay. **Soils and Foundations**, v. 18, n. 2, p. 17–24, jun. 1978. ISSN 00380806. Disponível em: <<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0038080620325166>>. Citado 5 vezes nas páginas 13, 17, 142, 143 e 144.

_____. A procedure for estimation of ultimate uplift capacity of foundations in clay. **Soils and Foundations**, v. 20, n. 1, p. 77–82, 1980. Citado na página 30.

DAS, B. M.; PICORNELL, M. Ultimate Resistance of Vertical Plate Anchors in Clay. In: **Coastal Engineering 1986**. Taipei, Taiwan: American Society of Civil Engineers, 1987. p. 1831–1842. ISBN 978-0-87262-600-3 978-0-7844-7956-8. Disponível em: <<http://ascelibrary.org/doi/10.1061/9780872626003.134>>. Citado na página 29.

DAS, B. M.; SHIN, E. C.; DASS, R. N.; OMAR, M. T. Suction force below plate anchors in soft clay. **Marine Georesources & Geotechnology**, v. 12, n. 1, p. 71–81, jan. 1994. ISSN 1064-119X, 1521-0618. Disponível em: <<http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/10641199409388255>>. Citado 2 vezes nas páginas 30 e 46.

FAGUNDES, D. d. F. **Modelagem Física de estruturas Offshore assentes em leito marinho**. Tese (Mestrado (Engenharia Civil)) — UFRJ, Rio de Janeiro, 2010. Citado na página 26.

FARIA, D. d. A. **Estudo do arrancamento de fundações superficiais apoiadas em argilas marinhas através de experimentos em modelo reduzido**. Tese (Dissertação (Mestrado)) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), Porto Alegre, 2019. Citado 3 vezes nas páginas 17, 181 e 182.

FENG, X.; RANDOLPH, M.; GOURVENEC, S.; WALLERAND, R. Design approach for rectangular mudmats under fully three-dimensional loading. **Géotechnique**, v. 64, n. 1, p. 51–63, jan. 2014. ISSN 0016-8505, 1751-7656. Disponível em: <<http://www.icevirtuallibrary.com/doi/10.1680/geot.13.P.051>>. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 47.

FODA, M. A. On the extrication of large objects from the ocean bottom (the breakout phenomenon). **Journal of Fluid Mechanics**, v. 117, n. 1, p. 211–231, 1982. Citado 19 vezes nas páginas 9, 15, 30, 55, 56, 57, 58, 59, 164, 165, 166, 168, 169, 170, 171, 173, 176, 195 e 196.

GOURVENEC, S.; ACOSTA-MARTINEZ, H.; RANDOLPH, M. Experimental study of uplift resistance of shallow skirted foundations in clay under transient and sustained concentric loading. **Géotechnique**, v. 59, n. 6, p. 525–537, ago. 2009. ISSN 0016-8505, 1751-7656. Disponível em: <<http://www.icevirtuallibrary.com/doi/10.1680/geot.2007.00108>>. Citado na página 53.

HUANG, H.-m.; LIN, M.-y.; HUANG, L.-h. Lifting of a large object from a rigid porous seabed. **Journal of Hydrodynamics**, v. 22, n. S1, p. 106–113, out. 2010. ISSN 1001-6058, 1878-0342. Disponível em: <[http://link.springer.com/10.1016/S1001-6058\(09\)60178-5](http://link.springer.com/10.1016/S1001-6058(09)60178-5)>. Citado 3 vezes nas páginas 30, 57 e 58.

IEA, I. E. A. **World Energy Outlook 2019**. Paris, França, 2019. Disponível em: <<https://www.iea.org/reports/world-energy-outlook-2019/oil#abstract>>. Citado na página 26.

KHATRI, V. N.; KUMAR, J. Vertical uplift resistance of circular plate anchors in clays under undrained condition. **Computers and Geotechnics**, v. 36, n. 8, p. 1352–1359, out. 2009. ISSN 0266352X. Disponível em: <<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0266352X09001153>>. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 45.

KUPFERMAN, M. **The vertical holding capacity of marine anchors in clay subjected to static and cycling loading**. Tese (Dissertação (Mestrado)) — University of Massachusetts, Amherst, USA, 1971. Citado na página 46.

LAI, H. S. **Análise Estática de fundação rasa em argila para manifolds submarinos**. Tese (Dissertação (Mestrado)) — COPPE-UFRJ, Rio de Janeiro, 2009. Citado 3 vezes nas páginas 8, 27 e 28.

LEHANE, B.; O'LOUGHLIN, C.; GAUDIN, C.; RANDOLPH, M. Rate effects on penetrometer resistance in kaolin. **Géotechnique**, v. 59, n. 1, p. 41–52, fev. 2009. ISSN 0016-8505, 1751-7656. Disponível em: <<http://www.icevirtuallibrary.com/doi/10.1680/geot.2007.00072>>. Citado na página 194.

LEHANE, B. M.; GAUDIN, C.; RICHARDS, D. J.; RATTLE, M. J. Rate effects on the vertical uplift capacity of footings founded in clay. **Géotechnique**, v. 58, n. 1, p. 13–21, fev. 2008. ISSN 0016-8505, 1751-7656. Disponível em: <<http://www.icevirtuallibrary.com/doi/10.1680/geot.2008.58.1.13>>. Citado 4 vezes nas páginas 9, 53, 54 e 55.

LEVEQUE, R. J. **Finite difference methods for ordinary and partial differential equations: steady-state and time-dependent problems**. Philadelphia, PA: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2007. OCLC: ocm86110147. ISBN 978-0-89871-629-0. Citado na página 97.

LI, X. **The uplift of offshore shallow foundations**. Tese (Tese (Doutorado)) — University of Western Australia, Perth, Australia, 2015. Citado 11 vezes nas páginas 8, 9, 30, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53 e 194.

LI, X.; GAUDIN, C.; TIAN, Y.; CASSIDY, M. J. Effect of perforations on uplift capacity of skirted foundations on clay. **Canadian Geotechnical Journal**, v. 51, n. 3, p. 322–331, mar. 2014. ISSN 0008-3674, 1208-6010. Disponível em: <<http://www.nrcresearchpress.com/doi/10.1139/cgj-2013-0110>>. Citado na página 29.

LIENG, J.; BJORGEN, H. New Flow-through Mudmat Design for Heidrun Subsea Structure. In: **Offshore Technology Conference**. Houston, Texas: Offshore Technology Conference, 1995. Disponível em: <<http://www.onepetro.org/doi/10.4043/7671-MS>>. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 46.

LIU, C. L. **Ocean sediment holding strength against breakout of embedded objects**. Port Hueneme, California, 1969. 78 p. Citado na página 53.

LYAMIN, A. V.; SLOAN, S. W. Lower bound limit analysis using non-linear programming. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 55, n. 5, p. 573–611, out. 2002. ISSN 0029-5981, 1097-0207. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/nme.511>>. Citado na página 139.

MANA, D. S.; GOVERNEC, S.; RANDOLPH, M. F. Experimental investigation of reverse end bearing of offshore shallow foundations. **Canadian Geotechnical Journal**, v. 50, n. 10, p. 1022–1033, 2013. Citado na página 53.

MARIUPOL'SKII, L. G. The bearing capacity of anchor foundations. **Osnovaniya, Fundamenty i Mekhanika Gruntov**, v. 3, n. 1, p. 14–18, 1965. Citado na página 34.

MEI, C. C.; FODA, M. A. Wave-induced responses in a fluid-filled poro-elastic solid with a free surface - a boundary layer theory. **Geophysical Journal International**, v. 66, n. 3, p. 597–631, set. 1981. ISSN 0956-540X, 1365-246X. Disponível em: <<https://academic.oup.com/gji/article-lookup/doi/10.1111/j.1365-246X.1981.tb04892.x>>. Citado na página 167.

MEI, C. C.; YEUNG, R. W.; LIU, K.-F. Lifting of a large object from a porous seabed. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 152, p. 203–215, mar. 1985. ISSN 0022-1120, 1469-7645. Disponível em: <https://www.cambridge.org/core/product/identifier/S0022112085000659/type/journal_article>. Citado 7 vezes nas páginas 15, 30, 57, 62, 180, 183 e 184.

MERIFIELD, R.; SMITH, C. The ultimate uplift capacity of multi-plate strip anchors in undrained clay. **Computers and Geotechnics**, v. 37, n. 4, p. 504–514, jun. 2010. ISSN 0266352X. Disponível em: <<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0266352X10000261>>. Citado na página 29.

MERIFIELD, R. S.; LYAMIN, A. V.; SLOAN, S. W.; YU, H. S. Three-Dimensional Lower Bound Solutions for Stability of Plate Anchors in Clay. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, v. 129, n. 3, p. 243–253, mar. 2003. ISSN 1090-0241, 1943-5606. Disponível em: <<http://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%291090-0241%282003%29129%3A3%28243%29>>. Citado 13 vezes nas páginas 8, 12, 13, 29, 43, 44, 45, 128, 129, 139, 140, 142 e 143.

MERIFIELD, R. S.; PEARCE, A.; YU, H. .; SLOAN, S. . Stability of Anchor Plates. **Australian Geomechanics**, p. 55–63, 1999. Citado 10 vezes nas páginas 8, 14, 29, 35, 39, 40, 41, 42, 149 e 150.

MERIFIELD, R. S.; SLOAN, S. W.; YU, H. S. Stability of plate anchors in undrained clay. **Géotechnique**, v. 51, n. 2, p. 141–153, mar. 2001. ISSN 0016-8505, 1751-7656. Disponível em: <<http://www.icevirtuallibrary.com/doi/10.1680/geot.2001.51.2.141>>. Citado 4 vezes nas páginas 29, 40, 41 e 43.

MEYERHOF, G. G.; ADAMS, J. I. The Ultimate Uplift Capacity of Foundations. **Canadian Geotechnical Journal**, v. 5, n. 4, p. 225–244, 1968. Citado na página 30.

NINOMIYA, K.; TAGAYA, K.; YOSHIHIDE, M. A study of suction and scouring of bottom-sitting offshore structures. **Journal of Petroleum Technology**, v. 25, n. 3, p. 279–287, 1973. Citado na página 53.

PETROV, I. P. **Variational methods in optimum control theory**. [S.l.]: Academic Press New York and London, 1968. Citado 2 vezes nas páginas 95 e 113.

PLISKIN, L. Removal of Concrete Gravity Platforms. In: **Proc. of the 11th Annual Offshore Technology Conference**. Houston, Texas: [s.n.], 1979. v. 1, p. 1009 – 1013. Citado na página 52.

RANDOLPH, M. F.; GAUDIN, C.; GOURVENEC, S. M.; WHITE, D. J.; BOYLAN, N.; CASSIDY, M. J. Recent advances in offshore geotechnics for deep water oil and gas developments. **Ocean Engineering**, v. 38, n. 7, p. 818–834, maio 2011. ISSN 00298018. Disponível em: <<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0029801810002453>>. Citado na página 27.

RODERICK, G. L.; LUBBAD, A. L. Effect of Object In-situ Time on Bottom Breakout. In: **Offshore Technology Conference**. Houston, Texas: Offshore Technology Conference, 1975. Disponível em: <<http://www.onepetro.org/doi/10.4043/2184-MS>>. Citado na página 53.

ROWE, R. K. **Soil structure interaction analysis and its application to the prediction of anchor plate behaviour**. Tese (Tese (Doutorado)) — University of Sidney, Sidney, Australia, 1978. Citado na página 29.

ROWE, R. K.; DAVIS, E. H. The behaviour of anchor plates in clay. **Géotechnique**, v. 32, n. 1, p. 9–23, mar. 1982. ISSN 0016-8505, 1751-7656. Disponível em: <<http://www.icevirtuallibrary.com/doi/10.1680/geot.1982.32.1.9>>. Citado 6 vezes nas páginas 8, 29, 36, 37, 38 e 39.

SALENÇON, J. **Calcul à la rupture et analyse limite**. Paris: Presses de l'école nationale des Ponts et chaussées, 1983. v. 1. Citado 4 vezes nas páginas 10, 66, 74 e 76.

_____. An introduction to the yield design theory and its applications to soil mechanics. **Application of the Yield Design Theory to the Mechanics of reinforced Soils**, v. 1, n. 1, p. 477–500, 1990. Citado 7 vezes nas páginas 10, 64, 65, 67, 68, 69 e 72.

_____. **De l'élasto-plasticité au Calcul de la rupture**. Palaiseau: École Polytechnique, 2002. v. 1. Citado 2 vezes nas páginas 10 e 65.

_____. **Yield Design**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2013. Citado 7 vezes nas páginas 66, 67, 68, 70, 73, 75 e 76.

SHEN, Z.; FENG, X.; GOURVENEC, S. Effect of interface condition on the undrained capacity of subsea mudmats under six-degree-of-freedom loading. **Géotechnique**, v. 67, n. 4, p. 338–349, abr. 2017. ISSN 0016-8505, 1751-7656. Disponível em: <<http://www.icevirtuallibrary.com/doi/10.1680/jgeot.16.P.097>>. Citado 2 vezes nas páginas 28 e 47.

SINGH, S. P.; RAMASWAMY, S. V. Effect of shape on holding capacity of plate anchors buried in soft soil. **Geomechanics and Geoengineering**, v. 3, n. 2, p. 145–154, maio 2008. ISSN 1748-6025, 1748-6033. Disponível em: <<http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/17486020802126875>>. Citado 6 vezes nas páginas 14, 17, 144, 145, 152 e 153.

SLOAN, S.; KLEEMAN, P. Upper bound limit analysis using discontinuous velocity fields. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 127, n. 1-4, p. 293–314, nov. 1995. ISSN 00457825. Disponível em: <<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0045782595008681>>. Citado 2 vezes nas páginas 40 e 41.

SLOAN, S. W. Lower bound limit analysis using finite elements and linear programming. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, v. 12, n. 1, p. 61–77, jan. 1988. ISSN 0363-9061, 1096-9853. Disponível em: <<http://doi.wiley.com/10.1002/nag.1610120105>>. Citado 3 vezes nas páginas 40, 41 e 128.

SONG, Z.; HU, Y.; RANDOLPH, M. F. Numerical Simulation of Vertical Pullout of Plate Anchors in Clay. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, v. 134, n. 6, p. 866–875, jun. 2008. ISSN 1090-0241, 1943-5606. Disponível em: <<http://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%291090-0241%282008%29134%3A6%28866%29>>. Citado 3 vezes nas páginas 14, 150 e 151.

VÉSIC, A. **Breakout Resistance of Objects Embedded in Ocean Bottom**. Durham, North Caroline, EUA, 1969. 38 p. Citado 9 vezes nas páginas 8, 12, 34, 35, 36, 52, 53, 129 e 130.

YU, H.-S. **Cavity Expansion Methods in Geomechanics**. [S.l.]: Springer-Science+Business Media, B.V., 2000. Citado 3 vezes nas páginas 8, 45 e 46.