

Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
Escola de Engenharia  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

**ANÁLISE NUMÉRICA DE ESCOAMENTOS DE TORNADO  
USANDO OS MÉTODOS DE TAYLOR-GALERKIN E CBS  
COM ADAPTAÇÃO DE MALHA**

**Miguel Angel Aguirre**

Porto Alegre  
2023

MIGUEL ANGEL AGUIRRE

**ANÁLISE NUMÉRICA DE ESCOAMENTOS DE TORNADO  
USANDO OS MÉTODOS DE TAYLOR-GALERKIN E CBS  
COM ADAPTAÇÃO DE MALHA**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia.

Porto Alegre  
2023

### CIP - Catalogação na Publicação

Aguirre, Miguel Angel

Análise numérica de escoamentos de tornado usando os métodos de Taylor-Galerkin e CBS com adaptação de malha / Miguel Angel Aguirre. -- 2023.

204 f.

Orientador: Alexandre Luis Braun.

Tese (Doutorado) -- Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Escola de Engenharia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Porto Alegre, BR-RS, 2023.

1. Tornados. 2. Método dos Elementos Finitos (MEF). 3. Simulação de Grandes Escalas (LES). 4. Malhas Adaptativas. 5. Paralelização CUDA-FORTRAN. I. Braun, Alexandre Luis, orient. II. Título.

**AGUIRRE MIGUEL ANGEL**

**ANÁLISE NUMÉRICA DE ESCOAMENTOS DE TORNADO  
USANDO OS MÉTODOS DE TAYLOR-GALERKIN E CBS  
COM ADAPTAÇÃO DE MALHA**

Esta tese de doutorado foi julgada adequada para a obtenção do título de DOUTOR EM ENGENHARIA, Área de Estruturas, e aprovada em sua forma final pelo professor orientador e pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, 30 de junho de 2023

**Prof. Alexandre Luis Braun**  
Dr. pela UFRGS  
Orientador

**Prof. Lucas Festugato**  
Coordenador do PPGEC/UFRGS

**BANCA EXAMINADORA**

**Prof. Acir Mércio Loredo-Souza (UFRGS)**  
PhD. Pela University of Western Ontario (UWO), Canadá

**Prof. Gustavo Bono (UFPE)**  
Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)

**Prof. Liércio André Isoldi (FURG)**  
Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)

Dedico este trabalho a minha mãe, Isabel Zaleski, ao meu  
irmão, Gabriel Aguirre, e à memória do meu pai, Juan  
Aguirre.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a Deus pela vida, por botar esse sonho no meu coração e me dar as forças para alcançá-lo.

Agradeço a minha família pelo seu amor, sacrifício, incentivo e ajuda em todo momento, apesar da distância.

Agradeço à CAPES e ao CNPq pela bolsas de estudos que possibilitaram a minha permanência e dedicação a esta pesquisa.

Agradeço ao Prof. Alexandre Luis Braun, que orientou este trabalho, por todo o conhecimento e experiências transmitidas na minha vida.

Agradeço ao Prof. Renato Vaz Linn por toda a ajuda prestada para a concretização deste trabalho.

Agradeço aos meus colegas do Doutorado, em especial aos do CEMACOM, pelo intercambio de conhecimento, os debates, as partilhas e toda a ajuda brindada.

Agradeço aos irmãos da Igreja que contribuíram com suas orações, apoio e acolhida, em especial os do Ministério Universidades Renovadas da RCC, da Paróquia São Sebastião e da Igreja do Divino Espírito Santo.

“A fé e a razão são as duas asas que nos elevam para a  
contemplação da verdade.” São João Paulo II

## RESUMO

AGUIRRE, M. A. **Análise numérica de escoamentos de tornado usando os métodos de Taylor-Galerkin e CBS com adaptação de malha.** 2023. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

Neste trabalho é apresentado um estudo sobre escoamentos de tornado e sua ação sobre corpos imersos usando modelos numéricos baseados nos métodos de Taylor-Galerkin e CBS (*Characteristic-Based Split*) e técnicas de adaptação de malha. A importância do tema constata-se pelos índices de ocorrência anual de tornados observados na região meridional da América do Sul, abrangendo o sul do Brasil e países vizinhos, e pela potencialidade de danos às estruturas e risco à vida associados ao fenômeno. Uma investigação comparativa é feita entre o modelo explícito de dois passos de Taylor-Galerkin, usando elementos finitos hexaédricos com um ponto de integração, e um modelo baseado no Método CBS, utilizando elementos finitos tetraédricos de quatro nós e uma abordagem quase-implícita, aplicada pela primeira vez em problemas de Engenharia do Vento. Escoamentos turbulentos são simulados usando-se a metodologia LES (*Large Eddy Simulation*) e modelos de turbulência sub-malha. Modelos de perfis de velocidade algébricos e simulações numéricas de câmaras experimentais são adotados para a geração de campos de escoamentos típicos de tornado, onde condições de contorno de deslizamento em parede curva são incorporadas. Um esquema de movimento e refinamento de malha adaptativo e anisotrópico baseado em métrica riemanniana é adotado de forma inédita na análise de escoamentos de tornado. Em razão do alto custo computacional, um estudo introdutório sobre a simulação de escoamentos com técnicas de paralelização em memória compartilhada e placas gráficas é apresentado para o modelo de Taylor-Galerkin, onde são utilizadas instruções OpenMP e CUDA-FORTRAN. Problemas clássicos envolvendo escoamentos incompressíveis são analisados inicialmente para a verificação do modelo CBS proposto neste trabalho. Na sequência, resultados experimentais de escoamentos de tornado com e sem objetos imersos são reproduzidos numericamente utilizando-se as formulações aqui propostas. O uso de malha adaptativa anisotrópica e de paralelização com instruções CUDA-FORTRAN, mesmo que separadamente, significa um avanço importante para a simulação de tornados.

**Palavras-chave:** *Tornados; Método dos Elementos Finitos (MEF); Simulação de Grandes Escalas (LES); Malhas Adaptativas; Paralelização CUDA-FORTRAN.*



## ABSTRACT

AGUIRRE, M. A. **Numerical analysis of tornado flows using Taylor-Galerkin and CBS methods with mesh adaptation.** 2023. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

This work presents a study on tornado flows and their action on immersed bodies using numerical models based on Taylor-Galerkin and CBS (Characteristic-Based Split) methods and mesh adaptation techniques. The importance of the theme is evidenced by the annual occurrence rates of tornadoes observed in the southern region of South America, covering the south of Brazil and neighboring countries, and by the potential damage to structures and risk to life associated with the phenomenon. A comparative investigation is made between the explicit two-step Taylor-Galerkin model, using hexahedral finite elements with one-point quadrature, and a model based on the CBS method, using four-node tetrahedral finite elements and a quasi-implicit approach, applied for the first time in Wind Engineering problems. Turbulent flows are simulated using LES (Large Eddy Simulation) and sub-grid scale turbulence models. Algebraic velocity profile models and numerical simulations of experimental chambers are adopted for the generation of typical tornado flow fields, where slip boundary conditions for curved walls are implemented. An adaptive and anisotropic meshing and motion scheme based on Riemannian metric is utilized for the first time in the analysis of tornado flows. Due to the high computational cost, an introductory study on flow simulation with parallelization techniques in shared memory and graphics cards is presented for the Taylor-Galerkin model, where OpenMP and CUDA-FORTRAN instructions are used. Classical problem involving incompressible flows are initially analyzed to verify the CBS model proposed in this work. Next, experimental results of tornado flows with and without immersed objects are numerically reproduced using the formulations proposed here. The use of anisotropic adaptive mesh and parallelization with CUDA-FORTRAN instructions, even separately, represents an important advance for tornado simulation.

**Keywords:** *Tornadoes; Finite Element Method (FEM); Large Eddy Simulation (LES); Adaptive Meshes; CUDA-FORTRAN Parallelization.*

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – (a) Tornado F0 na cidade de São Paulo; (b) Tornado F3 de vórtices múltiplos em Indaiatuba (adaptado de AMORIM <i>et al.</i> , 2005).....	32
Figura 1.2 – Simulador de tornado: (a) tipo Ward original; (b) do Texas Tech; (c) da ISU; (d) WinDEE da UWO (adaptado de HONERKAMP; YAN; SNYDER, 2020).....	35
Figura 3.1 – Plano $x \times t$ – procedimento do método das características (adaptado de ZIENKIEWICZ; TAYLOR; NITHIARASU, 2014). .....	60
Figura 4.1 – Esquema de subdivisão de tetraedro baseado em aresta (adaptado de LINN, 2017). .....	75
Figura 4.2 – Procedimento de colapso de aresta (adaptado de LINN, 2017).....	76
Figura 4.3 – Alternância de faces do: (a) interior; (b) contorno (adaptado de LINN, 2017). ..	79
Figura 4.4 – Estratégia de suavização nodal anisotrópica (adaptado de LINN; AWRUCH, 2017). .....	80
Figura 5.1 – Perfis de velocidade do Modelo de Rankine Modificado para diferentes índices de decaimento $\varepsilon$ . No gráfico, $V = v_\theta$ (adaptado de KIM; MATSUI, 2017).....	85
Figura 5.2 – Variação da velocidade tangencial no modelo de Wood-White em função dos parâmetros $\kappa$ , $\eta$ e $\lambda$ (adaptado de WOOD <i>et al.</i> , 2013). .....	89
Figura 5.3 – Distribuições de velocidade tangencial no modelo de Wood-White para diferentes combinações de parâmetros $\kappa$ , $\eta$ e $\lambda$ : (a) efeito da variação de $\kappa$ ; (b) efeito da variação de $\eta$ ; efeito da variação de $\lambda$ (adaptado de KIM; MATSUI, 2017). .....	90
Figura 5.4 – Representação gráfica do Modelo de Kuo-Wen (adaptado de WEN, 1975). .....	90
Figura 5.5 – Características do vórtice de tornado segundo o Modelo de Fujita: (a) vista da seção; (b) definição do ângulo de cruzamento $\alpha$ (adaptado de FUJITA, 1978). ....	92
Figura 5.6 – Estrutura de tornado (linhas de corrente) para vórtice de uma célula (adaptado de HOUZE JR., 2014).....	95
Figura 5.7 – Estrutura de tornado (linhas de corrente) para vórtice de duas células (adaptado de HOUZE JR., 2014).....	97
Figura 5.8 – Perfis de velocidade tangencial para diferentes modelos algébricos: (a) para mesma velocidade tangencial máxima; (b) para mesma circulação no infinito (adaptado de KIM; MATSUI, 2017).....	103
Figura 5.9 – Diferentes estruturas de tornado de acordo com a razão de redemoinho $S$ (adaptado de DAVIES-JONES; TRAAP; BLUESTEIN, 2001).....	105

Figura 5.10 – Modelos analíticos para o perfil de velocidade tangencial: (a) vista esquemática das regiões do vórtice; (b) distribuição da velocidade tangencial normalizada ( $v_\theta/V_{max}$ ) em função do raio relativo ( $r'/r_c$ ); L-O/B-R: Lamb-Oseen/Burgers-Rott e MRCVM: Modelos de Vórtice Combinado de Rankine Modificado.....	106
Figura 5.11 – Sistemas de coordenadas utilizados na definição das condições de contorno transitórias para campos de escoamento de tornado.....	107
Figura 5.12 – Tratamento de um contorno curvo com deslizamento: (a) vetores unitários normais; (b) plano tangencial e graus de liberdade locais (baseado em NOMURA; MIYATA; HASEBE, 2009).....	109
Figura 5.13 – Grau de liberdade da velocidade do escoamento no nó acima do contorno com deslizamento (baseado em HASEBE; NOMURA, 2006).....	111
Figura 5.14 – Esquema de um simulador experimental (baseado em NOMURA; MIYATA; HASEBE, 2009).....	112
Figura 5.15 – Esquema das linhas de corrente de escoamentos de tornado observadas para várias relações de redemoinho (baseado em DAVIES-JONES <i>et al.</i> , 2001; LUGT, 1989): (a) $S = 0,1$ ; (b) $S = 0,4$ ; (c) $S = 0,8$ ; (d) $S = 2,0$ . ....	113
Figura 6.1 – Unidades componentes do <i>device</i> (adaptado de RUETSCH; FATICA, 2014)..	119
Figura 6.2 – Organização local e global dos <i>threads</i> em função do bloco de processamento especificado no <i>kernel</i> (adaptado de RUETSCH; FATICA, 2014).....	120
Figura 7.1 – Malha da cavidade: (a) corte em $Z = 0$ ; (b) perspectiva.....	125
Figura 7.2 – Esquema e condições de contorno da cavidade tridimensional. ....	127
Figura 7.3 – Campo de velocidade média $v_{1m}$ no plano $Z = 0$ para: (a) Bouffanais, Deville e Leriche (2007); (b) CSM do presente trabalho; (c) ZDSM do presente trabalho; (d) ADSM do presente trabalho.....	128
Figura 7.4 – Campo de velocidade média $v_{2m}$ no plano $Z = 0$ para: (a) Bouffanais, Deville e Leriche (2007); (b) CSM; (c) ZDSM; (d) ADSM.....	129
Figura 7.5 – Campo de velocidade fluante média $v_{1f}$ no plano $Z = 0$ para: (a) Bouffanais, Deville e Leriche (2007); (b) CSM; (c) ZDSM; (d) ADSM. ....	130
Figura 7.6 – Campo de velocidade fluante média $v_{2f}$ no plano $Z = 0$ para: (a) Bouffanais, Deville e Leriche (2007); (b) CSM; (c) ZDSM; (d) ADSM. ....	131
Figura 7.7 – Velocidade média $v_{1m}$ no plano $Z = 0$ e: (a) na linha $X = 0$ ; (b) na linha $Y = 0$ - linha sólida laranja: DNS (LERICHE; GAVRILAKIS, 2000), +: Exp. (PRASAD; KOSEFF, 1989), tracejada vermelha: ZDSM, pontilhada verde: CSM e traço e ponto azul: ADSM. ....	132
Figura 7.8 – Velocidade média $v_{2m}$ no plano $Z = 0$ e: (a) na linha $X = 0$ ; (b) na linha $Y = 0$ - linha sólida laranja: DNS (LERICHE; GAVRILAKIS, 2000), +: Exp. (PRASAD;	

KOSEFF, 1989), tracejada vermelha: ZDSM, pontilhada verde: CSM e traço e ponto azul: ADSM. ....	132
Figura 7.9 – Velocidades flutuantes médias $v_{1f}$ no plano $Z = 0$ e: (a) na linha $X = 0$ ; (b) na linha $Y = 0$ - linha sólida laranja: DNS (LERICHE; GAVRILAKIS, 2000), +: Exp. (PRASAD; KOSEFF, 1989), tracejada vermelha: ZDSM, pontilhada verde: CSM e traço e ponto azul: ADSM. ....	133
Figura 7.10 – Velocidades flutuantes médias $v_{2f}$ no plano $Z = 0$ e: (a) na linha $X = 0$ ; (b) na linha $Y = 0$ - linha sólida laranja: DNS (LERICHE; GAVRILAKIS, 2000), +: Exp. (PRASAD; KOSEFF, 1989), tracejada vermelha: ZDSM, pontilhada verde: CSM e traço e ponto azul: ADSM. ....	133
Figura 7.11 – Velocidades cruzadas flutuantes $v_{12f}$ no plano $Z = 0$ e: (a) na linha $X = 0$ ; (b) na linha $Y = 0$ - linha sólida laranja: DNS (LERICHE; GAVRILAKIS, 2000), +: Exp. (PRASAD; KOSEFF, 1989), tracejada vermelha: ZDSM, pontilhada verde: CSM e traço e ponto azul: ADSM. ....	134
Figura 7.12 – Configuração inicial da função trigonométrica: (a) Malha; (b) Solução. ....	136
Figura 7.13 – Iterações da função trigonométrica correspondente a: (a) Adaptação 9 (malha); (b) Adaptação 9 (solução); (c) Adaptação 29 (malha); (d) Adaptação 29 (solução); (e) Adaptação 49 (malha); (f) Adaptação 49 (solução).....	137
Figura 7.14 – Malha e isosuperfície de valor 0,597 da solução final da função trigonométrica $v_1$ para: (a) dados originais; (b) $l_{min} = 0,1$ ; (c) $\varepsilon_{L^2} = 0,5$ ; (d) $\varepsilon_{L^2} = 0,025$ (desrefinamento); (e) $L^\infty$ ; (f) $h_{máx} = 10,0$ e $h_{min} = 0,0001$ . ....	138
Figura 7.15 – Detalhe aumentado de uma porção da malha adaptada final e metade do domínio para a função trigonométrica. ....	139
Figura 7.16 – Malha adaptada da cavidade: (a) corte em $Z = 0$ ; (b) perspectiva. ....	141
Figura 7.17 – Campo de velocidade média $v_{1m}$ no plano $Z = 0$ para: (a) Bouffanais, Deville e Leriche (2007); (b) malha adaptativa e ZDSM do presente trabalho.....	141
Figura 7.18 – Campo de velocidade média $v_{2m}$ no plano $Z = 0$ para: (a) Bouffanais, Deville e Leriche (2007); (b) malha adaptativa e ZDSM. ....	142
Figura 7.19 – Campo de velocidade flutuante média $v_{1f}$ no plano $Z = 0$ para: (a) Bouffanais, Deville e Leriche (2007); (b) malha adaptativa e ZDSM. ....	143
Figura 7.20 – Campo de velocidade flutuante média $v_{2f}$ no plano $Z = 0$ para: (a) Bouffanais, Deville e Leriche (2007); (b) malha adaptativa e ZDSM. ....	143
Figura 7.21 – Velocidade média $v_{1m}$ no plano $Z = 0$ e: (a) na linha $X = 0$ ; (b) na linha $Y = 0$ - linha sólida laranja: DNS (LERICHE; GAVRILAKIS, 2000), +: Exp. (PRASAD; KOSEFF, 1989), tracejada vermelha: malha adaptativa e ZDSM, pontilhada azul: malha estática e ZDSM. ....	144

- Figura 7.22 – Velocidade média  $v_{2m}$  no plano  $Z = 0$  e: (a) na linha  $X = 0$ ; (b) na linha  $Y = 0$  - linha sólida laranja: DNS (LERICHE; GAVRILAKIS, 2000), +: Exp. (PRASAD; KOSEFF, 1989), tracejada vermelha: malha adaptativa e ZDSM, pontilhada azul: malha estática e ZDSM. .... 144
- Figura 7.23 – Velocidades flutuantes médias  $v_{1f}$  no plano  $Z = 0$  e: (a) na linha  $X = 0$ ; (b) na linha  $Y = 0$  - linha sólida laranja: DNS (LERICHE; GAVRILAKIS, 2000), +: Exp. (PRASAD; KOSEFF, 1989), tracejada vermelha: malha adaptativa e ZDSM. .... 145
- Figura 7.24 – Velocidades flutuantes médias  $v_{2f}$  no plano  $Z = 0$  e: (a) na linha  $X = 0$ ; (b) na linha  $Y = 0$  - linha sólida laranja: DNS (LERICHE; GAVRILAKIS, 2000), +: Exp. (PRASAD; KOSEFF, 1989), tracejada vermelha: malha adaptativa e ZDSM. .... 145
- Figura 7.25 – Velocidades cruzadas flutuantes médias  $v_{12f}$  no plano  $Z = 0$  e: (a) na linha  $X = 0$ ; (b) na linha  $Y = 0$  - linha sólida laranja: DNS (LERICHE; GAVRILAKIS, 2000), +: Exp. (PRASAD; KOSEFF, 1989), tracejada vermelha: malha adaptativa e ZDSM. .... 146
- Figura 7.26 – Esquema da interação paralela de um vórtice que impacta com um cilindro circular, rígido e longo. .... 148
- Figura 7.27 – Malha de vórtice bidimensional: (a) malha estática; (b) malha adaptativa para escoamento uniforme; (c) malha adaptativa para escoamento de tornado. .... 149
- Figura 7.28 – Ilustração do domínio computacional e condições de contorno. .... 151
- Figura 7.29 – Comparação dos perfis de velocidade tangencial de L-O/B-R para: (a) malha estática e adaptativa; (b) decremento de  $r_c$  e  $v_2$ . .... 152
- Figura 7.30 – Histórico dos coeficientes de força  $C_x$  e  $C_y$  para o escoamento uniforme com  $Re = 150$ : (a) malha estática; (b) malha adaptativa; (c) malha hexaédrica; (d) espectro de potência de  $F_y$  para as duas malhas. .... 153
- Figura 7.31 – Campo de vorticidade dos vórtices anexados e desprendidos na esteira do cilindro em: (a)  $TDI1$  estática; (b)  $TDI1$  (baseado em STRASSER; SELVAM, 2015b); (c)  $TDI2$  estática; (d)  $TDI2$  (baseado em STRASSER; SELVAM, 2015b); (e)  $TDI3$  estática; (f)  $TDI3$  (baseado em STRASSER; SELVAM, 2015b); (g)  $TDI4$  estática; (h)  $TDI4$  (baseado em STRASSER; SELVAM, 2015b). .... 155
- Figura 7.32 – Histórico dos coeficientes de força para impacto do vórtice  $1 \cdot D$  em: (a)  $TDI1$  estática; (b)  $TDI1$  adaptativa; (c)  $TDI2$  estática; (d)  $TDI2$  adaptativa; (e)  $TDI3$  estática; (f)  $TDI3$  adaptativa; (g)  $TDI4$  estática; (h)  $TDI4$  adaptativa. .... 157
- Figura 7.33 – Distribuição de vorticidade em  $TDI1-4$  (por linha) para o escoamento uniforme sobre o cilindro (1ª coluna) e para as três posições relativas do vórtice em relação ao cilindro (2ª, 3ª e 4ª coluna): (a) malha adaptativa; (b) Strasser e Selvam (2015b). .... 159

Figura 7.34 – Medidas e malha de elementos finitos da câmara: (a) inicial; (b) sem deslizamento no contorno inferior; (c) adaptada com RCVM; (d) adaptada com deslizamento no contorno inferior. ....	161
Figura 7.35 – Esquema do modelo com: (a) SBC adaptativa; (b) NBC estática.....	162
Figura 7.36 – Linhas de corrente para a SBC: (a) malha adaptativa; (b) Nomura, Miyata e Hasebe (2009). ....	163
Figura 7.37 – Linhas de corrente para a NBC: (a) malha estática; (b) Nomura, Miyata e Hasebe (2009). ....	164
Figura 7.38 – Distribuição de pressão $p$ no plano $x_3 = 0$ para a SBC: (a) malha adaptativa; (b) Miyata <i>et al.</i> (2008). ....	165
Figura 7.39 – Distribuição de vorticidade vertical $\omega_3$ no plano $x_3 = 0$ para a SBC: (a) malha adaptativa; (b) Miyata <i>et al.</i> (2008). ....	165
Figura 7.40 – Perfis adimensionais na linha $x_2 = x_3 = 0$ para a SBC e malha adaptativa: (a) velocidade tangencial; (b) pressão. ....	166
Figura 7.41 – Simulação de vórtice de tornado: a) perspectiva e corte da malha hexaédrica; b) perspectiva e corte da malha tetraédrica; c) corte da malha adaptada; d) domínio computacional e condições de contorno. ....	168
Figura 7.42 – Simulação do vórtice de tornado: (a) velocidade tangencial instantânea (hexaedro); (b) campo de pressão instantânea (hexaedro); (c) velocidade tangencial média no tempo (hexaedro); (d) campo de pressão média no tempo (hexaedro); (e) velocidade tangencial média no tempo (tetraedro); (f) campo de pressão média no tempo (tetraedro). ....	172
Figura 7.43 – Vórtice de tornado, variáveis médias no tempo: (a) velocidade tangencial, perfil horizontal (hexaedro); (b) velocidade tangencial, perfil horizontal (tetraedro); (c) pressão, perfil horizontal (hexaedro); (d) pressão, perfil horizontal (tetraedro); (e) velocidade tangencial, perfil vertical (hexaedro); (f) velocidade tangencial, perfil vertical (tetraedro); (g) velocidade radial, perfil vertical (hexaedro); (h) velocidade radial, perfil vertical (tetraedro); (i) velocidade axial, perfil vertical (hexaedro); (j) velocidade axial, perfil vertical (tetraedro). ....	174
Figura 7.44 – Características da turbulência no tornado (malha hexaédrica): (a) velocidade tangencial, perfil horizontal para diferentes elevações; (b) velocidade tangencial, perfil vertical; (c) velocidade radial, perfil vertical e (d) velocidade vertical, perfil vertical. ....	178
Figura 7.45 – Edifício cúbico sujeito ao escoamento de tornado estacionário: a) domínio computacional e condições de contorno; (b) malha computacional; (c) detalhe do corte frontal; (d) detalhe do corte superior. ....	180
Figura 7.46 – Edifício cúbico submetido a um escoamento de tornado estacionário: (a) campo de velocidade tangencial média no tempo; (b) coeficiente de pressão média no tempo nas paredes do edifício; (c) campo de velocidade tangencial média no tempo	

(adaptado de CAO; WANG; CAO, 2018); (d) coeficiente de pressão média no tempo nas paredes do edifício (adaptado de CAO; WANG; CAO, 2018). ..... 181

## LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1 – Distribuições de velocidade para diferentes modelos algébricos (adaptado de KIM; MATSUI, 2017).....	99
Tabela 5.2 – Valores dos parâmetros dos modelos numéricos.....	102
Tabela 7.1 – Constantes físicas e geométricas adotadas na cavidade com escoamento tridimensional.....	126
Tabela 7.2 – Erro absoluto máximo para as três malhas da cavidade em relação aos resultados experimentais. ....	126
Tabela 7.3 – Erro absoluto máximo dos modelos do presente trabalho em relação aos resultados experimentais. ....	135
Tabela 7.4 – Erro absoluto máximo para diferentes combinações de parâmetros de adaptação em relação à solução analítica da função trigonométrica.....	139
Tabela 7.5 – Erro absoluto máximo dos modelos do presente trabalho em relação aos resultados experimentais. ....	147
Tabela 7.6 – Constantes físicas e geométricas adimensionais utilizadas nas análises do vórtice de L-O/B-R sobre um cilindro circular bidimensional. ....	151
Tabela 7.7 – Comparação dos coeficientes aerodinâmicos e do número de Strouhal de escoamento uniforme sobre o cilindro bidimensional. ....	152
Tabela 7.8 – Constantes físicas e geométricas utilizadas nas análises do escoamento no simulador de tornado laminar. ....	162
Tabela 7.9 – Constantes físicas e geométricas adotadas na simulação do vórtice de tornado para cada combinação. ....	170
Tabela 7.10 – Parâmetros que definem a estrutura do escoamento de tornado: a) hexaedros; b) tetraedros. ....	170
Tabela 7.11 – Edifício cúbico submetido a um escoamento com tornado estacionário, coeficientes de força média no tempo.....	183
Tabela 8.1 – Comparação de desempenho entre códigos.....	187



## LISTA DE SÍMBOLOS

### CAPÍTULO 1

#### *Letras Romanas*

$k$	Energia cinética turbulenta
Re	Número de Reynolds
$v_r$	Velocidade radial
$v_t$	Velocidade tangencial

#### *Letras Gregas*

$\varepsilon$	Taxa de dissipação turbulenta ou da energia cinética turbulenta
---------------	---

### CAPÍTULO 2

#### *Letras Romanas*

$c$	Velocidade do som
$C(\mathbf{x}, t)$	Coefficiente dinâmico, função do tempo e do espaço
$C_s$	Constante adimensional de Smagorinsky
$D$	Dimensão característica do problema
$d_i^j$	Distância euclidiana entre os nós $i$ e $j$
$f_i$	Componentes de força de campo do escoamento
$\bar{k}$	Variável genérica correspondente às grandes escalas do primeiro filtro
$\langle \bar{k} \rangle^i$	Variável genérica associado ao segundo filtro em um nó $i$
$\bar{k}^j$	Variável associada ao primeiro filtro e avaliada no nó $j$
$L_{ij}$	Componentes resolvidas do tensor de tensão associadas às escalas de turbulência entre o filtro de teste e o filtro a nível de malha
$M_{ij}$	Tensor que modela as partes anisotrópicas (deviatórias) de $L_{ij}$
$n$	Número de nós com conectividade direta ao nó $i$
$NE$	Número de elementos comuns ao nó $i$
$n_j$	Componentes do vetor unitário normal em qualquer ponto dos contornos
$p$	Pressão
$\bar{p}$	Pressão em parcelas relativas às grandes escalas
$\tilde{p}$	Valor prescrito de pressão
$p'$	Pressão referentes às escalas inferiores à resolução da malha
$p_0$	Valores iniciais para pressão
Re	Número de Reynolds
$S$	Relação de redemoinho
$ \bar{S} $	Magnitude do tensor taxa de deformação
$S_{ij}$	Componentes do tensor taxa de deformação do fluido
$\bar{S}_{ij}$	Componentes do tensor taxa de deformação em grandes escalas
$t$	Tempo
$t_0$	Instante inicial do escoamento
$t_i$	Componentes do vetor de tensões
$\tilde{t}_i$	Valores prescritos para as componentes do vetor de tensões

$V_\infty$	Velocidade característica do escoamento (não perturbada)
$v_i$	Componentes de velocidade
$\bar{v}_i$	Componentes de velocidade relativas às grandes escalas
$\tilde{v}_i$	Valores prescritos para as componentes de velocidade
$v'_i$	Componentes de velocidade referentes às escalas inferiores à resolução da malha
$v_{i0}$	Valores iniciais para as componentes de velocidade
$x_j$	Direções dos eixos de coordenadas

### Letras Gregas

$\Gamma_\sigma$	Contorno com as condições naturais de Neumann
$\Gamma_v$ e $\Gamma_p$	Contornos onde são impostas condições de contorno essenciais ou de Dirichlet
$\delta_{ij}$	Componentes do delta de Kronecker, sendo $\delta_{ij} = 1$ para $i = j$ e $\delta_{ij} = 0$ para $i \neq j$
$\bar{\Delta}$	Largura ou dimensão característica do filtro em nível de malha
$\langle \bar{\Delta} \rangle^i$	Dimensão característica do filtro teste referente ao nó $i$ de um elemento
$\Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3$	Dimensões do elemento hexaédrico nas três direções do espaço
$\lambda$	Viscosidade volumétrica do fluido
$\mu$	Viscosidade dinâmica do fluido
$\mu_t$	Viscosidade dinâmica turbulenta
$\rho$	Massa específica do fluido
$\sigma_{ij}$	Componentes do tensor de tensões totais (tensor de tensões de Cauchy)
$\tau_{ij}$	Componentes do tensor de tensões viscosas
$\bar{\tau}_{ij}^{SGS}$	Componentes do tensor de tensões sub-malha
$\Omega$	Domínio de análise
$\Omega_e$	Volume do elemento $e$

## CAPÍTULO 3

### Letras Romanas

$A$	Área da face do tetraedro oposta ao nó $i$
$\mathbf{A}$	Matriz de advecção
$\mathbf{b}$	Vetor com termo de contorno oriundo da integração por partes da matriz de balanço difusivo
$\mathbf{B}$	Matriz de balanço difusivo
$\mathbf{D}_{ij}$ ou $\mathbf{D}$	Matriz de difusão
$e$	Parâmetro seletivo de massa
$\mathbf{f}_i$ e $\mathbf{f}_p$	Vetores de forças e termos de contorno
$\mathbf{G}_i$	Matrizes de gradiente
$h$	Dimensão característica do elemento finito
$\mathbf{H}$	Matriz Laplaciana
$ie$	Número de elementos conectados ao nó $i$
$k$	Constante de difusão
$\mathbf{M}$	Matriz de massa consistente
$\mathbf{M}_D$	Forma discreta da matriz de massa consistente $\mathbf{M}$

$M_{Dij}$	Elementos da matriz de massa discreta em nível local
$n$	Índice correspondente ao instante $t$ do intervalo $[t, t + \Delta t] = [n, n + 1]$
$\mathbf{N}$	Matriz contendo as funções de interpolação do elemento hexaédrico de oito nós ou tetraédrico de quatro nós
$n + 1/2$	Índice correspondente ao instante $t + \Delta t/2$
$\mathbf{N}_p$	Matriz com funções de interpolação para pressão
$\mathbf{N}_v$	Matriz com funções de interpolação para velocidade
$\mathbf{p}$	Vetor contendo valores nodais da pressão
$p^{n+1/2}$	Pressão para o escoamento no instante $n + 1/2$
$p^{n+1}$	Pressão para o escoamento obtidas em $n + 1$
$\mathbf{S}_v$ e $\mathbf{S}_i^p$	Matrizes de estabilização
$\mathbf{t}_i$	Vetor com termos de contorno oriundo da integração por partes do termo difusivo de 2ª ordem
$u$	Velocidade de onda ou do escoamento
$V$	Volume do elemento tetraédrico
$V_E$	Velocidade características do elemento $E$
$\mathbf{v}_i$	Vetor contendo valores nodais das componentes de velocidade
$\mathbf{v}_i^*$	Componentes do vetor de velocidade intermediária do escoamento
$\mathbf{v}_i^{n+1/2}$	Componentes do vetor de velocidade do escoamento no instante $n + 1/2$
$\mathbf{v}_i^{n+1}$	Componentes do vetor de velocidade do escoamento obtidas em $n + 1$
$\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$	Vetor de coordenadas de um ponto do domínio espacial $\Omega$
$x'$	Sistema de coordenadas móveis
$x \times t$	Plano de eixos no domínio espaço-tempo

### Letras Gregas

$\alpha$	Coefficiente de segurança
$\beta$	Parâmetro de compressibilidade artificial (ou pseudo-compressibilidade)
$\beta_E$	Parâmetro de compressibilidade artificial referente ao elemento $E$
$\Delta t$	Incremento de tempo no intervalo $[t_n = t, t_{n+1} = t + \Delta t]$
$\Delta t_{conv}$	Passo de tempo de convecção
$\Delta t_E^{crit}$	Valor crítico do incremento de tempo
$\Delta x$	Distância percorrida por uma partícula (dada por $u \cdot \Delta t$ )
$\Delta x_E$	Dimensão características do elemento $E$
$\theta$	Parâmetro para determinação da formulação: explícita, implícita ou semi-implícita
$\theta_1$ e $\theta_3$	Parâmetros de relaxação nos termos advectivos e difusivos
$\theta_2$	Parâmetro de relaxação
$\theta_4$	Parâmetro de relaxamento para garantir a estabilidade do campo de pressão
$\xi_i$	Coordenadas paramétricas de um ponto qualquer no interior do espaço de quadratura de Gauss-Legendre
$\xi_{iN}$	Coordenadas paramétricas do nó $N$ do elemento no espaço de quadratura de Gauss-Legendre
$\phi$	Variável qualquer ou genérica do escoamento

## CAPÍTULO 4

### Letras Romanas

$a$	Aresta
$\mathbf{a}$	Vértice ou ponto inicial da aresta
$\mathbf{ab}$	Aresta a ser desrefinada ou, simplesmente, aresta
$\mathbf{ac}$ e $\mathbf{cb}$	Novas arestas
$A_k$	Conjunto de $3k - 3$ vetores de aresta
$\mathbf{b}$	Vértice ou ponto final da aresta
$B$	Conjunto de todos os simplexes que compartilham o vértice $\mathbf{a}$ , mas não estão contidos no conjunto $G$
$\mathcal{B}$	Matrix diagonalizável com autovalores reais, sendo $\mathcal{M}_{A^{-1}} \mathcal{M}_B$
$B'$ e $C'$	Novo conjunto
$\mathbf{c}$	Novo ponto ou nó de colapso entre $\mathbf{a}$ e $\mathbf{b}$
$C$	Conjunto de todos os simplexes que compartilham o vértice $\mathbf{b}$ , mas não estão contidos no conjunto $G$
$\mathbf{e}_i$	Autovetores normalizados de $\mathcal{B}$ com $i = 1, d$ que compõem a base comum diagonalizável $\mathcal{P}$
$E_{LP}(\mathbf{ab})$	Erro estimado para uma aresta $\mathbf{ab}$
$G$	Conjunto dos simplexes que compartilham pelo menos uma aresta com $\mathbf{ab}$
$\mathbf{H}$	Matriz simétrica que representa o Hessiano de $u$
$ \mathbf{H} $	Fator obtido como a matriz Hessiana com autovalores normalizados e limitados, tal que $ \mathbf{H}  = \mathcal{R}  \tilde{\Lambda}  \mathcal{R}^T$
$h_{m\acute{a}x}$ e $h_{m\acute{i}n}$	Tamanhos de aresta máximo e mínimo permitidos na malha
$i$	Contador de iteração
$\mathcal{I}$	Matriz de identidade $d$ -dimensional, define o espaço Euclidiano canônico
$j$	Contador de vértice da malha
$K$	$k$ -simplex ( $0 \leq k \leq d$ )
$ K $	Medida de um $k$ -simplex $K$ (área ou volume orientado)
$K_1$ e $K_2$	Elementos antes da alternância de faces
$K'_1$ e $K'_2$	Elementos depois da alternância de faces
$ K _{\mathcal{M}}$	Medida de um simplex $K$
$\ell_0$ e $\ell_1$	Valores de comprimento da aresta, tais que $\ell_0 \neq \ell_1$
$\ell_i(\mathbf{ab})$	Comprimento da aresta na métrica $\mathcal{M}(\mathbf{x}_i)$ com $i = 0, 1$ para os pontos finais da aresta $\mathbf{a}$ e $\mathbf{b}$
$\ell_{\mathcal{M}}(\mathbf{ab})$	Comprimento da aresta $\mathbf{ab}$
$L^p$	Norma
$m$ e $n$	Parâmetros de aresta variando (continuamente) entre $[0, 1]$
$maxiter$	Número máximo de iterações
$\mathcal{M}$	Matriz $d \times d$ simétrica positivo-definida chamada tensor métrico ou métrica
$\mathcal{M}(\mathbf{x})$	Tensor métrico ou métrica
$\mathcal{M}_{A \cap B}$	Interseção métrica
$\mathcal{M}_i(\mathbf{x})$	Métrica em cada um dos $i$ vértices do $k$ -simplex $K$ com medida orientada euclidiana $ K $

$(\mathcal{M}(\mathbf{x}))_{\mathbf{x} \in \Omega}$	Espaço métrico riemanniano
$\mathcal{N}$	Conjunto de pontos (chamados de nós) em um domínio $\Omega$
$n_c$	Posições discretas $n_j$ , com $j = 1, \dots, n_c$
$n_j$	Posição variando entre $[0, 1]$
$\mathcal{P}$	Base comum de dois campos métricos $\mathcal{M}_A$ e $\mathcal{M}_B$
$\bar{Q}_0$	Soma da qualidade da malha anisotrópica dos elementos circundantes na posição inicial
$\bar{Q}_{k',1}$	Soma da qualidade anisotrópica associada nas posições $\mathbf{r}_{k',l}$
$\bar{Q}_{k,1}$	Soma da qualidade anisotrópica dos elementos circundantes em cada uma das $\mathbf{r}_{k,1}$ posições
$Q_M$	Função de qualidade de um simplex $K$ (ou elemento)
$\mathcal{R}$	Matriz ortonormal que satisfaz $\mathcal{R}^T \mathcal{R} = \mathcal{R} \mathcal{R}^T = \mathcal{I}$ , tal que $\mathcal{R}$ é composto pelos autovetores $(\mathbf{v}_i)_{i=1,d}$ associados a $\mathbf{H}$
$\mathbb{R}^d$	Conjunto de números reais com dimensão $d$
$\mathbf{r}_{k,1}$	Vetor localizado ao longo de cada uma das $k$ arestas conectadas ao vértice $j$
$\mathbf{r}_{k',l}$	Posição depois de mover o vértice $j$ de sua posição inicial $\mathbf{x}_j$ , com $l = 2, \dots, w$
$\mathcal{T}$	Conjunto de $k$ -simplexes (chamados elementos) não degenerados, cujos vértices $\in \mathcal{T}$
$t_{\text{displ}}$	Tolerância de deslocamento
$u$	Campo de solução ou função contínua
$\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$	Vetores
$v$	Vértices $k + 1$ nós independentes
$V_K$	Conjunto de $k + 1$ vértices
$w$	Número de posições ou subdivisões de aresta
$\mathbf{x}$	Vetor de coordenadas para qualquer ponto $\in \Omega$
$\mathbf{x}_j$	Posição inicial do vértice $j$ da malha
$\mathbf{x}'_j$	Nova posição do vértice da malha, que corresponde à posição $\mathbf{r}_{k',l}$
$\mathbf{x}_k$	Posição do ponto final da aresta $k$ oposta ao vértice $j$

### Letras Gregas

$\gamma(t)$	Parametrização dada por $\mathbf{a} + t\mathbf{ab}$ , com $t \in [0, 1]$
$\varepsilon_{\mathbf{L}^p}$	Erro de interpolação objetivo medido na norma $\mathbf{L}^p$
$\eta_U$ e $\eta_L$	Valores limites de erro superior e inferior
$\Lambda$	Matriz diagonal composta pelos autovalores $(\lambda_i)_{i=1,d}$ associados a $\mathbf{H}$
$\tilde{\lambda}_i$	Autovalores de $ \tilde{\Lambda}  = \text{diag}(\tilde{\lambda}_i)$
$\Omega$	Domínio do espaço

## CAPÍTULO 5

### Letras Romanas

$a$	Velocidade angular de B-R
$A$	Área da região de convecção ou área projetada na qual a força está atuando
$A_m$	Tangente máxima de influxo

$\mathbf{A}(\bar{\mathbf{u}})_e$	Adevecção em nível de elemento e expressas no sistema de coordenadas globais
$B_m$	Tangente máxima em fluxo para o exterior
$C_x, C_y$ e $C_z$	Coefficientes de força nas direções $X$ , $Y$ e $Z$
$D$	Comprimento ou dimensão característica
$\mathbf{D}_e$	Difusão em nível de elemento e expressas no sistema de coordenadas globais
$f_s$	Frequência de desprendimento de vórtices
$F(r)$ e $F(z)$	Função radial e a função de altura
$F_x, F_y$ e $F_z$	Forças na direções $X$ , $Y$ e $Z$
$\mathbf{G}_e$	Gradientes em nível de elemento e no sistema de coordenadas globais
$h$	Altura da região de convergência
$H$	Altura do objeto imerso
$H(\infty)$	Função em termos de integrais do Modelo de Sullivan quando $\xi$ tende a infinito
$H_i$	Profundidade da camada de influxo
$\mathbf{I}$	Matriz identidade
$j$	Nó genérico
$k_0$ e $k$	Constantes do Modelo de Fujita
$K_B$	Constante do Modelo de Baker
$K_{BR1}$ e $K_{BR2}$	Constantes do Modelo de B-R
$K_{S1}$ e $K_{S2}$	Constantes do Modelo de Sullivan
$l_x$ e $l_y$	Coordenadas do ponto mais próximo da trajetória do tornado em relação à origem do sistema de coordenadas fixas $XYZ$
$\mathbf{M}_e$	Matrizes de massa em nível de elemento e expressas no sistema de coordenadas globais
$n$	Constante do Modelo de Vatistas ou razão de núcleo
$\bar{\mathbf{n}}$	Vetor normal à superfície num nó do elemento finito
$\hat{\mathbf{n}}_i$	Vetor normal unitário apontando para fora do domínio
$n_{sr}$	Número de superfícies de elementos circundantes
$r$	Raio do modelo
$r'$	Distância radial variável no tempo
$R$	Raio da região de convecção
$r_1, r_2, V_1$ e $V_2$	Condições de contorno que satisfazem as condições $r_2 > r_1$ e $V_1 > V_2$ para cada segmento (região) do vórtice
$r_c$	Raio da velocidade tangencial máxima associados ao vórtice
$r_{co}$ [m]	Raio da velocidade tangencial máxima acima da camada limite de Kuo-Wen
$Re_r$	Número de Reynolds radial
$r_m$	Raio para o qual ocorre a velocidade radial máxima
$r_n$ e $r_o$	Raios dos núcleos interno e externo
$S$	Relação de redemoinho
$St$	Número de Strouhal
$t^* = t - T_{lag}$	Tempo relativo
$\mathbf{T}$	Matriz de transformação de coordenadas $\mathbf{T}_n$
$T_{lag}$	Tempo de atraso do tornado

$\mathbf{u}$	Vetor contendo os graus de liberdade das velocidades nas coordenadas globais
$\bar{\mathbf{u}}$	Vetor de velocidades nodais do escoamento nas coordenadas $\xi_w \eta_w$
$u^*$	Velocidade de fricção, definida considerando que $Z_f = 1$ em $x_3 = h$
$\mathbf{U} = (U_x, U_y)$	Vetor de velocidade de translação do tornado
$U$ e $W$	Velocidades nas direções radial e vertical
$U_\infty$	Velocidade não perturbada ou de referência do fluido
$\mathbf{u}_e$	Vetor de velocidade nodal do nó dentro do domínio
$\bar{\mathbf{u}}_e$	Vetor das componentes de velocidade relativas ao plano tangencial
$\mathbf{u}_{ew}$	Vetor de velocidade nodal do nó sobre o contorno
$u_j$	Componente da velocidade nodal do escoamento segundo $x$
$\bar{u}_j$	Componente da velocidade nodal do escoamento segundo a direção $\xi_w$
$\bar{\mathbf{u}}_n$	Vetor contendo os graus de liberdade das velocidades nodais locais
$\bar{u}_n$ e $\bar{v}_n$	Componentes de velocidade contidas no plano da superfície
$V$	Velocidade tangencial
$V_{0,max}$	Velocidade tangencial máxima acima da camada limite
$v_1(t)$ , $v_2(t)$ e $v_3(t)$	Componentes de velocidade do escoamento
$v_j$	Componente da velocidade nodal do escoamento segundo $y$
$\bar{v}_j$	Componente da velocidade nodal do escoamento segundo a direção $\eta_w$
$V_{max}$	Velocidade tangencial máxima
$v_r$ , $v_\theta$ e $v_z$	Componentes da velocidade em um sistema de coordenadas cilíndrico $(r, \theta, z)$ , nas direções radial, tangencial e vertical, respectivamente
$v_{r0}$ , $v_{\theta 0}$ e $v_{z0}$	Componentes de velocidade acima da camada limite
$v_{ri}$ , $v_{\theta i}$ e $v_{zi}$	Componentes de velocidade dentro da camada limite
$v_{rmax}$	Velocidade radial máxima
$V_{\theta,max}$	Valor máximo da velocidade tangencial no raio crítico $r_c$
$W_0$	Velocidade na saída
$\bar{w}_n$	Componente normal às superfícies
$x$	Constante do MRCVM
$x_1$ , $x_2$ e $x_3$	Coordenadas de um nó do campo de escoamento no sistema de coordenadas fixas $XYZ$
$x'_1$ , $x'_2$ e $x'_3$	Coordenadas de um nó do contorno no sistema de coordenadas móvel $X'Y'Z'$
$z$	Altura do modelo
$z_0$	Comprimento de rugosidade
$z_m$	Altura para o qual ocorre a velocidade radial máxima
<i>Letras Gregas</i>	
$\alpha$	Ângulo de cruzamento de Fujita
$\alpha_o$	Valor de $\alpha$ em $r = r_o$
$\beta$	Índice de lei de potência de Vatistas
$\Gamma$	Circulação associados ao vórtice
$\Gamma_\infty$	Circulação do vórtice ( $m^2/s$ ) no infinito
$\delta$	Espessura da camada limite
$\delta_\infty$ [m]	Espessura da camada limite no infinito

$\varepsilon$	Índice de decaimento do Modelo de Rankine Modificado
$\eta, \kappa$ e $\lambda$	Índices ou parâmetros referentes à lei de potência, que controlam o perfil de velocidade de Wood-White
$\theta$	Ângulo a partir da normal com o qual o escoamento entra na superfície curva da região de convergência
$\bar{\theta}_j$	Ângulo do eixo $\xi_w$ em relação ao eixo $x$
$\kappa$	Constante de von Kármán
$\nu$	Viscosidade cinemática do fluido
$\nu_e$	Viscosidade turbulenta do vórtice
$\xi$	Variável dependente ou argumento do Modelo de Sullivan
$\rho$	Massa específica do fluido
$\phi$	Ângulo da trajetória do tornado
$\omega$	Velocidade angular do vórtice
$\Omega$	Velocidade angular

## CAPÍTULO 7

.	Ponto, separador decimal somente na figuras
<i>Letras Romanas</i>	
$a$	Relação de aspecto
$c$	Parâmetro de pseudo-compressibilidade
$C_p$	Coefficientes de pressão média ou máximo
$C_s$	Constante de Smagorinsky
$C_x$	Coefficientes de força na direção $x_1$ (horizontal)
$\bar{C}_x$	Coefficientes de força $C_x$ médio
$C(\mathbf{x}, t)$	Coefficiente do modelo de Smagorinsky dinâmico
$C_y$	Coefficiente de força na direção $x_2$ (vertical ou transversal)
$C_{y(rms)}$	Coefficiente de força médio quadrático (RMS) na direção $x_2$
$D$ ou $L$	Dimensão característica
$e$	Parâmetro de seletivo de massa
$f_s$	Frequência de desprendimento de vórtice
$\mathbf{F}_r, \mathbf{F}_t$ e $\mathbf{F}_v$	Coefficientes de força média no tempo nas direções radial, tangencial e vertical
$F_y$	Força vertical exercida pelo fluido sobre o corpo imerso
$h$	Altura
$H$	Altura de entrada
$h_{máx}$	Limiar superior da adaptação
$H_{máx}$	Altura em $V_{\theta, \max}$
$h_{min}$	Limiar inferior da adaptação
$\mathbf{L}^\infty$	Norma
$l_{min}$	Tamanho mínimo permitido para a aresta
$l_y$	Deslocamento da origem de coordenadas
$\mathbf{M}(u)$	Intercessão de métricas
$N_F$	Ciclos de adaptação
$p$	Pressão nodal ou condição inicial de pressão em todos os pontos do domínio
$p^*$	Pressão adimensional



$p_0$	Condição de contorno de pressão
$P_{min}$	Valor absoluto da pressão média mínima (sucção máxima)
$p_{ref}$	Pressão de referência
$Q$	Vazão volumétrica
$r$	Distância ou posição radial em relação ao centro do prédio ou tornado
$R$	Raio da região de convergência
$r_0$	Raio do orifício de corrente ascendente
$r_{0,5P_{min}}$	Posição radial onde é observada a metade da pressão média mínima no tempo
$r_c$	Raio crítico do tornado
$r_{máx}$	Raio máximo
$Re$	Número de Reynolds
$Re_r$	Número de Reynolds radial
$R_{max}$	Raio em $V_{\theta,max}$
$R_{max,h}$	Raio em $V_{\theta,max,h}$
$S$	Relação de redemoinho
$St$	Número de Strouhal
$St_{an}$ e $St_{cir}$	Relação de redemoinho
$t$	Variável de tempo
$TDI$	Tempo de impacto
$t_f$	Tempo final
$t_i$	Componentes de tensão no contorno
$t_{lag}$	Tempo de atraso inicial do vórtice
$U_\infty$	Velocidade de referência
$U_{max}$ ou $U_{tmax}$	Velocidade tangencial máxima
$U_{tmax,h} = V_{\theta,max,h}$	Velocidade tangencial máxima no perfil horizontal e na altura do modelo ( $h = 50$ mm)
$U_{ts,d}$	Componente tangencial para diferentes alturas
$v^*$	Componente adimensional da velocidade tangencial
$v_1$ e $v_2$	Funções trigonométricas ou analíticas impostas
$v_1(t)$ e $v_2(t)$	Condições de contorno conforme o modelo de Vatisas
$V_\infty$	Velocidade de referência ou da placa superior (cavidade)
$v_{12f}$	Velocidades cruzadas flutuantes médias
$v_{1f}$	Velocidade flutuante média, direção $x_1$
$v_{2f}$	Velocidade flutuante média, direção $x_2$
$v_{1m}$	Velocidade média, direção $x_1$
$v_{2m}$	Velocidade média, direção $x_2$
$V_r$	Velocidade radial média
$V_t$	Velocidade tangencial média avaliada localmente
$V_x$	Velocidade de translação, direção $x$
$V_{\theta,max}$	Velocidade tangencial máxima
$W_0$	Velocidade de saída uniforme
$x^*$	Distância radial adimensional a partir do centro do domínio
$X$ e $Y$	Linhas ou direções no plano
$(x;y)$	Coordenadas do centro do tornado
$y^+$	Coordenada ou distância de parede adimensional

Z Coordenada vertical ou plano definido por vetor normal a  $X$  e  $Y$

*Letras Gregas*

$\alpha$	Coefficiente de segurança
$\beta$	Parâmetro de Vatistas
$\Gamma$	Circulação de corrente livre
$\Gamma_{4N}$	Superfície sem deslizamento
$\Gamma_{4S}$	Superfície com deslizamento
$\Gamma_i$	Superfície de contorno
$\Delta\alpha$	Número de passos entre chamada da sub-rotina de adaptação
$\Delta t$	Incremento de tempo
$\varepsilon_{\mathbf{L}^2}$	Erro de interpolação objetivo para refinamento e/ou desrefinamento
$\theta$	Ângulo de orientação das palhetas-guia
$\theta_{fix}$	Ângulo de afluência
$\lambda$	Viscosidade volumétrica do fluido
$\mu$	Viscosidade dinâmica do fluido
$\nu$	Viscosidade cinemática do fluido
$\nu_e$	Viscosidade de turbulência de Vatistas
$\rho$	Massa específica do fluido
$\Phi$	Variáveis adotadas para o controle ou análise do erro de interpolação
$\omega$	Velocidade angular
$\omega_3$	Vorticidade na direção $x_3$
$\Omega$	Domínio que contem a posição $\mathbf{x}$

## LISTA DE ABREVIATURAS/SIGLAS

ADSM	<i>Absolut dynamic Smagorinsky model</i>
ALE	<i>Arbitrary-Lagrangian-Eulerian (Method)</i>
AMR	<i>Adaptive Mesh Refinement</i>
API	<i>Application Programming Interface</i>
ASCE	<i>American Society of Civil Engineers</i>
CBS	<i>Characteristic-Based Split</i>
CFD	<i>Computational Fluid Dynamics</i>
CLT	<i>Cross-laminated timber</i>
Comb.	Combinação
CPU	<i>Central Processing Unit</i>
CSM	<i>Constant-coefficient Smagorinsky model</i>
CUDA	<i>Compute Unified Device Architecture (API)</i>
CWT	<i>Continuous Wavelet Transform</i>
DES	<i>Detached-Eddy Simulation</i>
DFC	Dinâmica de Fluidos Computacional
DG	<i>Discontinuous Galerkin (Method)</i>
DNS	<i>Direct numerical simulation</i>
DRAM	<i>Dynamic Random Access Memory</i>
EF-3	<i>Enhanced Fujita scale level 3</i>
EPSD	<i>Evolutionary Power Spectral Density</i>
EUA	Estados Unidos da América
EVC	Engenharia do Vento Computacional
Exp.	Experimental
F0; F3	<i>Fujita scale level 0; Fujita scale level 3</i>
FLOPS	<i>Floating point operations per second</i>
FORTRAN	<i>The IBM Mathematical Formula Translating System (Language)</i>
GPU	<i>Graphics Processing Unit</i>
HPC	<i>High performance computing</i>
IB	<i>Immersed boundary (Method)</i>
ISU	<i>Iowa State University</i>
KLD	<i>Kernel loop directive</i>
LBM	<i>Lattice Boltzmann Method</i>
LES	<i>Large Eddy Simulation</i>
L-O/B-R	Lamb-Oseen/Burgers-Rott
LOFS	<i>Lack Of a File System</i>
LOFT	<i>Lagrangian Offline Flow Trajectories</i>
MEF	Método dos Elementos Finitos
MOF	<i>Moment-of-Fluid (Method)</i>
MPI	<i>Message Passing Interface</i>
MRCVM	Modelo de Vórtice Combinado de Rankine Modificado
NBC	<i>No-slip boundary condition</i>
Num.	Numérico
OpenCL	<i>Open Computing Language</i>
OpenFOAM	<i>Open-source Field Operation And Manipulation (Software)</i>
OpenGL	<i>Open Graphics Library</i>
OpenMP	<i>Open Multi-Processing (API)</i>
PD	Precisão dupla

PGI	<i>The Portland Group, Inc.</i>
PISO	<i>Pressure Implicit with Splitting of Operators</i>
PPGEC	Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil
PS	Precisão simples
RANS	<i>Reynolds-Averaged Navier-Stokes</i>
RATFM	<i>Reynolds-averaged two-fluid model</i>
RCVM	<i>Rankine Combined Vortex Model</i>
ReALE	<i>Reconnection-based Arbitrary-Lagrangian-Eulerian (Method)</i>
RMS	<i>Root mean square</i>
RNG	<i>Re-Normalisation Group</i>
RSM	<i>Reynolds Stress Model</i>
SBC	<i>Slip boundary condition</i>
SIMPLE	<i>Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations</i>
SUPG	<i>Streamline Upwind Petrov-Galerkin</i>
TDI	Tempo de Impacto
UFRGS	Universidade Federal do Rio Grande do Sul
UWO	<i>University of Western Ontario</i>
VBD	<i>Vortex Break Down</i>
VM	<i>Vatistas Model</i>
WindEEE	<i>Wind Engineering, Energy and Environment</i>
ZDSM	<i>Zero dynamic Smagorinsky model</i>

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>31</b>
1.1	JUSTIFICATIVA E CONTEXTUALIZAÇÃO .....	31
1.2	REVISÃO SOBRE MODELOS DE TORNADO .....	33
1.3	REFINAMENTO DE MALHA ADAPTATIVO E SUA APLICAÇÃO EM ESCOAMENTOS DE TORNADOS .....	38
1.4	USO DE PLACAS GRÁFICAS EM PLATAFORMA CUDA PARA PROBLEMAS DE DINÂMICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL .....	41
1.5	METODOLOGIA .....	42
1.6	OBJETIVOS .....	43
1.6.1	Objetivo Geral .....	43
1.6.2	Objetivos Específicos .....	44
1.6.3	Organização do texto .....	44
<b>2</b>	<b>EQUAÇÕES GOVERNANTES E MODELO NUMÉRICO .....</b>	<b>46</b>
2.1	EQUAÇÕES DE ESCOAMENTO INCOMPRESSÍVEL .....	46
2.2	TURBULÊNCIA .....	49
<b>3</b>	<b>MODELOS NUMÉRICOS.....</b>	<b>54</b>
3.1	MODELO DE TAYLOR-GALERKIN .....	54
3.2	MODELO CBS .....	59
<b>4</b>	<b>REFINAMENTO DE MALHA ADAPTATIVO.....</b>	<b>68</b>
4.1	TOPOLOGIA DA MALHA .....	68
4.2	ESTIMATIVAS DE MÉTRICA.....	69
4.2.1	Medidas Métricas .....	69
4.2.2	Estimativas de Erro .....	71
4.2.3	Intersecção Multi-métrica.....	72
4.3	ADAPTAÇÃO DE MALHAS.....	73
4.3.1	Refinamento Anisotrópico da Malha .....	73
4.3.2	Desrefinamento Anisotrópico da Malha.....	75
4.3.3	Alternância Anisotrópica de Faces.....	78
4.3.4	Suavização Nodal Anisotrópica .....	79
4.3.5	Algoritmo de Adaptação .....	81
<b>5</b>	<b>MODELOS PARA A GERAÇÃO DE TORNADOS.....</b>	<b>83</b>

5.1	MODELOS ALGÉBRICOS PARA REPRESENTAÇÃO DE CAMPOS DE ESCOAMENTO DE TORNADOS .....	84
5.1.1	Modelo de Rankine e Modelo de Rankine Modificado .....	84
5.1.2	Modelo de Vatistas .....	87
5.1.3	Modelo de Wood-White .....	88
5.1.4	Modelo de Kuo-Wen .....	89
5.1.5	Modelo de Fujita .....	91
5.1.6	Modelo de Baker .....	94
5.1.7	Modelo de Burgers-Rott .....	96
5.1.8	Modelo de Sullivan .....	97
5.1.9	Comparação entre os modelos .....	98
5.1.10	Observações finais .....	102
5.2	MODELO ALGÉBRICO UTILIZADO NESTE TRABALHO .....	105
5.3	CONDIÇÕES DE CONTORNO DE DESLIZAMENTO E ÂNGULO DE AFLUÊNCIA FORÇADO .....	109
5.4	PARÂMETROS ASSOCIADOS AOS TORNADOS .....	112
<b>6</b>	<b>PROCESSAMENTO PARALELO COM PLACAS GRÁFICAS NA PLATAFORMA CUDA .....</b>	<b>115</b>
6.1	CONTEXTUALIZAÇÃO .....	115
6.2	<i>COMPUTE UNIFIED DEVICE ARCHITECTURE (CUDA)</i> .....	117
<b>7</b>	<b>RESULTADOS .....</b>	<b>124</b>
7.1	ESTUDO DA TURBULÊNCIA EM UMA CAVIDADE TRIDIMENSIONAL ...	124
7.2	ADAPTAÇÃO DE MALHA SEGUNDO FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS ...	135
7.3	ESCOAMENTO EM UMA CAVIDADE TRIDIMENSIONAL USANDO MALHA ADAPTATIVA .....	140
7.4	TORNADO 2D BASEADO EM UM MODELO DE VÓRTICE .....	147
7.5	TORNADO LAMINAR BASEADO EM CÂMARA EXPERIMENTAL .....	159
7.6	TORNADO TURBULENTO BASEADO EM MODELO DE VÓRTICE .....	167
7.7	MODELO DE EDIFÍCIO CÚBICO SOB A AÇÃO DE UM VÓRTICE DE TORNADO TURBULENTO .....	179
<b>8</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>184</b>
8.1	PROPOSTAS DE TRABALHOS FUTUROS .....	187
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>189</b>

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 JUSTIFICATIVA E CONTEXTUALIZAÇÃO

Escoamentos de tornado têm potencialidade para causar grandes danos às estruturas, especialmente em edificações baixas, torres para linhas de transmissão de energia e em placas de publicidade, onde os destroços carregados pelo vento acabam tornando-se projéteis, elevando o risco às vidas humanas. Neste sentido, técnicas experimentais em túneis de vento e algoritmos para simulação numérica têm sido desenvolvidas com o intuito de avançar o conhecimento nesta área. Do ponto de vista numérico, a análise de problemas deste tipo é bastante complexa, pois envolve escoamentos com padrões não usuais e altamente turbulentos, nos quais a utilização de técnicas de movimento e adaptação de malhas pode trazer uma melhora significativa na precisão dos resultados e um uso racional e equilibrado de elementos nestas malhas. Computacionalmente, a necessidade de malhas com número elevado de graus de liberdade torna obrigatória a aplicação de técnicas de computação de alto desempenho (HPC – *High Performance Computing*), onde o uso de processamento paralelo em placas gráficas tem se mostrado promissor.

Tornados são fenômenos naturais que ocorrem nos cinco continentes, contudo apresentam maior frequência na região central dos Estados Unidos da América, sul do Brasil, nordeste da Argentina, Paraguai e Uruguai e nas cercanias do Himalaia (BROOKS, 2006; BROOKS; LEE; CRAVEN, 2003; SNOW; WYATT, 1997). No século passado acreditava-se que os tornados eram bastante raros no Brasil porque poucos ocorriam dentro do alcance dos radares. No entanto, através da cobertura da mídia e do advento da Internet, a frequência dos relatos desses eventos aumentou significativamente nas últimas décadas (GOMES *et al.*, 2000; PEREIRA FILHO; VEMADO; ABI KARAM, 2019; SILVA DIAS, 2011). Também existe muita carência de conhecimento em relação aos tornados e sua interação com as estruturas, a mencionar a frequência e distribuição desses eventos, o mecanismo que os origina, os campos de velocidade que os caracterizam e seus perfis, sua velocidade próxima à superfície (< 10 m sobre o chão), as escalas de turbulência dos mesmos, as ações globais e tensões internas pela incidência destes em estruturas, etc. (LOMBARDO; ROUECHE; PREVATT, 2015; NICORA

*et al.*, 2015; PECIN; ALMEIDA; ROEHL, 2011; ROTUNNO, 2013). A Figura 1.1 mostra fotos de tornados registrados no Estado de São Paulo, Brasil.



(a)

(b)

Figura 1.1 – (a) Tornado F0 na cidade de São Paulo; (b) Tornado F3 de vórtices múltiplos em Indaiatuba (adaptado de AMORIM *et al.*, 2005).

Para compreender melhor os tornados e sua interação com o terreno e as estruturas, o ideal seria realizar medições detalhadas de tornados reais. No entanto, as modelagens experimental e numérica são as melhores alternativas por não necessitar a presença no local e instante de ocorrência do tornado, o que representa um alto risco aos assistentes (AHMED, 2016). Em relação ao trabalho experimental, os modelos numéricos apresentam vantagens, tais como: menor custo de insumos e operação, maior flexibilidade quanto a parâmetros físicos, dimensões e condições de contorno, maior disponibilidade de resultados durante a simulação em vários pontos do domínio, além da possibilidade de estudar-se a estrutura turbulenta do vórtice de tornado (GORECKI, 2015; KARSTENS *et al.*, 2010; LEWELLEN; LEWELLEN; XIA, 2000). Neste contexto, os dois principais modelos existentes para simular o vórtice na escala do tornado são: os que reproduzem os simuladores experimentais (HANGAN; KIM, 2008; ISHIHARA; OH; TOKUYAMA, 2011; KUAI *et al.*, 2008; NATARAJAN, 2011) e os que se baseiam em perfis de velocidade (e até de pressão) de vórtice (SELVAM, 1993; SELVAM; MILLETT, 2003; STRASSER; SELVAM, 2015a).

Ao tentar reproduzir o simulador tipo Ward de Purdue a partir do domínio simplificado de Natarajan (2011), Aguirre (2017) concluiu que com as malhas geradas manualmente não foi possível validar o modelo e sugeriu a implementação de uma rotina de adaptação de malha



para tal fim. As justificativas encontradas para utilizar um método de adaptação de malha na simulação numérica de vórtices de tornados são a viabilidade computacional para grandes domínios (NOLAN; FARRELL, 1999), a eficácia em domínios regulares e escoamentos localizados altamente complexos (NOLAN; ALMGREN; BELL, 1999), possibilidade de grande economia de tempo de processamento e memória computacional para problemas 3D (NOLAN; ALMGREN; BELL, 2000) e a redução da dissipação numérica inerente contida nos códigos de CFD (*Computational Fluid Dynamics*) (OH; KIM; KWON, 2003).

Tradicionalmente, o processamento das simulações numéricas é realizado nas CPUs (*Central Processing Units*) e, inicialmente, isto era feito de forma serial. Com o avanço da tecnologia, surgiram os multiprocessadores, que permitem o processamento paralelo dos códigos numéricos a partir de aplicações OpenMP (*Open Multi-Processing*) ou MPI (*Message Passing Interface*). Conjuntamente, a tecnologia das GPUs (*Graphics Processing Units*) também avançou de dezenas a centenas de núcleos de processamento lógico, adquirindo maior capacidade de processamento e memória. Para aproveitar estes núcleos de processamento da GPU, tanto quanto os da CPU, em linguagens de programação consagradas, como C/C++ e FORTRAN, a NVIDIA e outras empresas de software desenvolveram uma API (*Application Programming Interface*) chamada CUDA. Neste sentido, Senocak, Thibault e Caylor (2009) mostraram que a evolução das GPUs em relação às CPUs em termos de processamento de operações de ponto flutuante (FLOPS – *floating point operations per second*) é exponencial e Lee *et al.* (2010) demonstraram que o desempenho de GPU em relação à CPU é superior a 2x para rotinas usuais de códigos numéricos. Estas vantagens adquirem especial interesse em problemas de Engenharia do Vento, em particular na simulação de tornados, que apresentam escoamentos com altos números de Reynolds, grandes tamanhos de domínios, grande número de graus de liberdade, entre outras características.

## 1.2 REVISÃO SOBRE MODELOS DE TORNADO

A seguir é apresentada uma revisão sobre os trabalhos relacionados com alguns simuladores de vórtices de tornados de laboratório, também sobre os que modelam numericamente alguns simuladores experimentais e, finalmente, sobre aqueles que se baseiam em perfis de velocidade de vórtice. Para mais informações, consultar Aguirre (2017), Ahmed (2016), Gairola e Bitsuamlak (2019), Honerkamp, Yan e Snyder (2020) e Refan (2014).

Ward (1972) construiu um simulador que permitiu analisar a importância da influência de quantidade de movimento radial e da relação de configuração nos padrões de vórtice (ver Figura 1.2 (a)). Com base neste dispositivo, Church, Snow e Agee (1977) construíram um simulador na Universidade de Purdue que contava com uma tela rotativa na entrada e controlaram o vórtice com uma relação de redemoinho dependente de quatro parâmetros. Snow e Lund (1988), na mesma universidade, deram lugar a uma segunda geração de simuladores que incorpora palhetas ajustáveis na entrada e velocímetro laser Doppler, cujos registros foram apresentados oportunamente. Mishra, James e Letchford (2008a; 2008b) desenvolveram o VorTECH na Universidade Tecnológica do Texas, um simulador tipo Ward de tamanho muito maior, onde a circulação é acionada por 16 jatos ranhurados (ver Figura 1.2 (b)). Como mostrado por Haan Jr., Sarkar e Gallus (2008), o simulador da Universidade Estadual de Iowa (ISU) é capaz de reproduzir os padrões observáveis em tornados reais, incluindo a translação, e estudar sua interação com estruturas (ver Figura 1.2 (c)). O domo WindEEE da Universidade de Ontário Ocidental permite manipular ventiladores e palhetas para a geração de vórtices semelhantes a tornados usando uma estratégia de controle sofisticada (REFAN; HANGAN, 2016), com o qual Refan (2014) apresenta os métodos de visualização de escoamento e onde Ashrafi *et al.* (2021) produziu um vórtice de aproximadamente 1:50 da escala geométrica de um tornado real (ver Figura 1.2 (d)). Na Universidade Politécnica de Tokio, Japão, um simulador de tornado tipo Ward foi utilizado para estudar o escoamento de tornado com circulação imposta por escoamento de cisalhamento e por palhetas-guia, considerando o efeito de rugosidade no piso (MATSUI; TAMURA, 2009), enquanto na Universidade de Tongji, China, um simulador de vórtice foi empregado para estudar a carga de vento tornádico sobre uma torre de resfriamento (CAO *et al.*, 2015).

Entre os autores que modelam numericamente um simulador de laboratório, Rotunno (1977, 1979) conseguiu reproduzir o fenômeno de ruptura do vórtice (VBD - *Vortex Break Down*) utilizando um modelo axissimétrico 2D sem considerar deslizamento na base do dispositivo. Hangan e Kim (2008) constataram a existência de ligação entre a Escala Fujita de um tornado real e a relação de redemoinho de um tornado na escala experimental, simulado com o Modelo de Tensões de Reynolds. Kuai *et al.* (2008) compararam os perfis de um tornado real com os obtidos a partir da reprodução numérica do simulador de ISU com o modelo  $k-\epsilon$  RNG. Ishihara, Oh e Tokuyama (2011) utilizaram a Simulação de Grandes Escalas (LES - *Large Eddy Simulation*) e materializaram as palhetas de um simulador tipo Ward em duas posições,

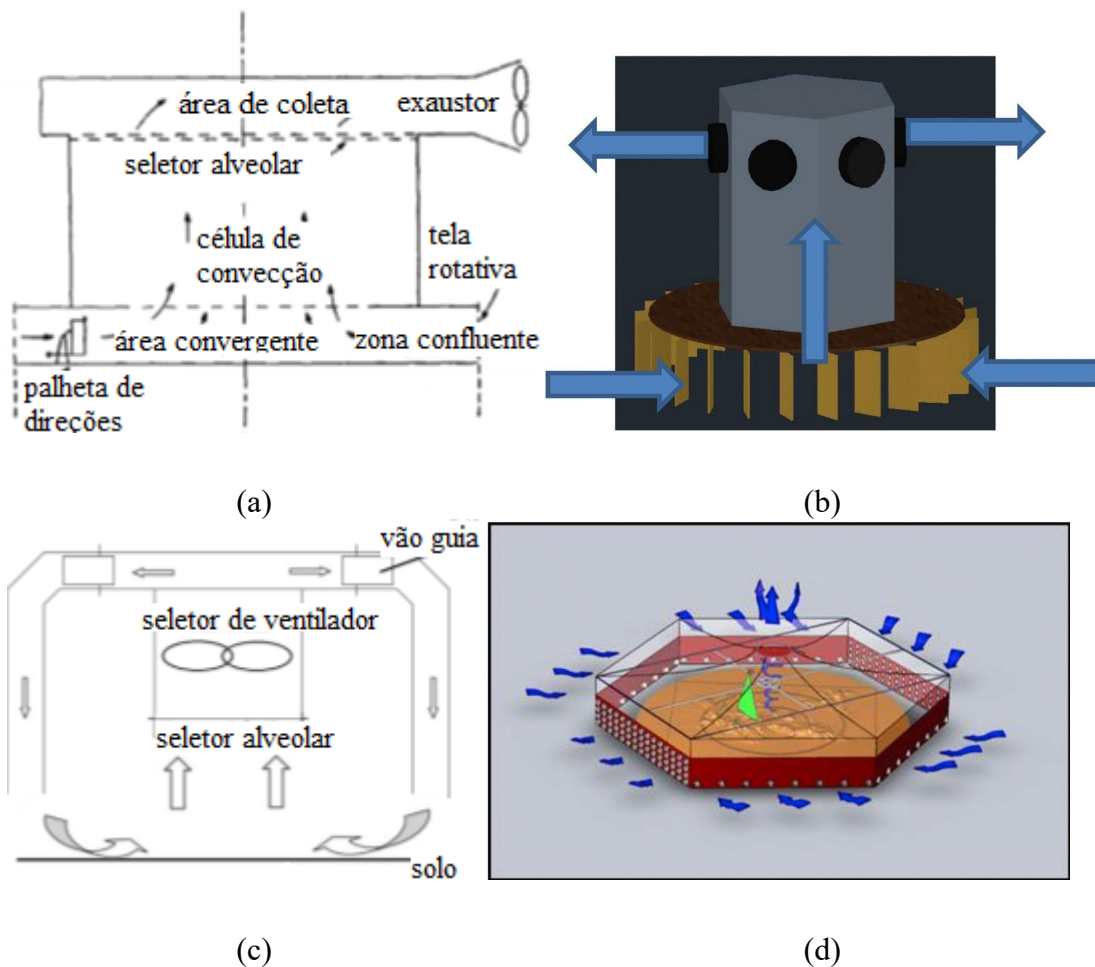


Figura 1.2 – Simulador de tornado: (a) tipo Ward original; (b) do Texas Tech; (c) da ISU; (d) WindEEE da UWO (adaptado de HONERKAMP; YAN; SNYDER, 2020).

conseguindo assim padrões de escoamentos semelhantes. Natarajan (2011) demonstrou numericamente a viabilidade operacional de cinco cenários de escoamento para o WindEEE. Cao, Wang e Cao (2018) modelaram a parte inferior do duto de um simulador tipo ISU impondo uma velocidade com ângulo na entrada e um meio poroso para reproduzir o filtro alveolar e, assim, analisar a variação dos coeficientes de força e pressão para diferentes posições e inclinações do telhado da edificação. Kashefizadeh, Verma e Selvam (2019) empregaram a metodologia LES em um modelo axissimétrico com condições semelhantes ao modelo usado por Rotunno (1977), mas com lei de parede na base, para investigar a velocidade tangencial máxima junto ao solo para diferentes raios. Yuan *et al.* (2019) modelaram detalhadamente uma variante do simulador ISU, onde as câmaras/duetos superiores e as palhetas-guias internas a estas seguem a forma curva, produzindo os campos de vento para um tornado estacionário e em translação para duas relações de redemoinho. Gairola e Bitsuamlak (2019) desenvolveram um modelo simplificado de tornado numérico genérico,

verificado com modelos numéricos que reproduzem detalhada e satisfatoriamente os simuladores experimentais VorTECH, ISU e WindEEE, mostrando uma dependência direta da estrutura de escoamento do vórtice com parâmetros obtidos do campo de escoamento, sendo preponderante a relação  $v_t/v_r$  (velocidade tangencial/velocidade radial) na comparação. Li *et al.* (2020) utilizaram um domínio cilíndrico de grande tamanho para investigar o efeito da estrutura do vórtice de uma e duas células sobre estruturas civis através de técnicas de CFD e concluíram que o vórtice de duas células é mais turbulento que o de uma célula, o que produz uma variação de cargas mais aleatória sobre a estrutura imersa.

O Modelo de Vórtice Combinado de Rankine (RCVM – *Rankine Combined Vortex Model*) foi implementado pela primeira vez por Wilson (1977) em um código de diferenças finitas baseado nas equações bidimensionais de Euler para determinar as cargas tornádicas sobre objetos quadrados e retangulares. Selvam (1993) aplicou o RCVM conjuntamente com o perfil logarítmico em um código tridimensional que considera o efeito da viscosidade e a turbulência a partir do modelo  $k-\varepsilon$ , mas teve dificuldades relacionadas às condições de contorno. O mesmo perfil foi utilizado por Selvam e Millett (2003, 2005), mas desta vez a turbulência foi modelada utilizando a metodologia LES, uma malha suficientemente refinada e um ângulo de ataque para o tornado de  $0^\circ$  e  $45^\circ$  em relação a um edifício imerso no escoamento. Strasser e Selvam (2015b) utilizaram o Modelo Algébrico, proposto por Vatistas, Kozel e Mih (1991), para simular a interação vórtice-cilindro em modelo 2D variando o tamanho relativo entre ambos e o tempo de impacto. Strasser, Yousef e Selvam (2016), configurando o modelo de Vatistas para reproduzir o modelo de Lamb-Oseen, estudaram a amplificação dinâmica que produz o campo de escoamento de tornado sobre um cilindro 2D. Yousef e Selvam (2016) empregaram o RCVM para investigar a interação de um tornado com uma estrutura de domo e concluíram que os coeficientes de força em  $x$  e de pressão em um prisma são ao redor de 200% maiores que em uma estrutura com domo. Dominguez e Selvam (2017) apresentam uma nova técnica para medir a largura da trilha de um tornado baseada no RCVM e, mediante simulações de interação tornado-topografia, relatam que quando o tornado passa pelo lado esquerdo de um morro, somente ocorrem danos neste lado esquerdo, sendo que quando passa pelo lado direito, danos são observados em ambos os lados do mesmo. Guo e Cao (2019) propuseram uma nova abordagem do Método de Lattice-Boltzmann com Fronteira Imersa (IB-LBM), a qual permite deslocar um cilindro imerso e manter as condições de contorno do RCVM invariáveis no tempo. Os autores examinaram a variação dos

coeficientes aerodinâmicos à medida que a velocidade tangencial aumenta até alcançar a velocidade tangencial crítica.

Como mencionado por Li *et al.* (2019), as propriedades utilizadas para descrever as características da turbulência associadas a um tipo específico de terreno são a intensidade da turbulência, a escala de comprimento integral, o fator de rajada e o espectro de potência. Ashrafi *et al.* (2021) constataram que a caracterização do campo de turbulência em vórtices de tornado é muito escassa e, assim, procuraram obter perfis das componentes da intensidade de turbulência em diferentes locais no domo WindEEE. Savory *et al.* (2001) modelaram o carregamento de vento induzido por tornado sobre uma torre de transmissão e, seguindo as diretrizes da ASCE 74-91, usaram um fator de rajada igual a 1,0. Krupar III, Mason e Glanville (2016) narraram que uma estação meteorológica do governo australiano registrou uma rajada relacionada a uma supercélula tornádica, produzindo um fator de rajada  $G_{3,60}$ <sup>1</sup> igual a 1,72. Raymond (2019) estudou considerar o uso de madeira laminada cruzada (CLT) no projeto de casas resistentes a tornados até a escala EF-3 e apresenta as expressões da ASCE 7-16 para o fator de efeito de rajada e a intensidade de turbulência quando a construção não é assumida como rígida. Pelc (2014) constatou altos valores de intensidade de turbulência, sendo que os valores máximos encontram-se no centro do vórtice e logo diminuem conforme aumenta o raio até o limite do núcleo do vórtice, enquanto fora do mesmo não dependem da posição. Tang *et al.* (2018), a partir das medições da sonda Cobra e para quatro relações de redemoinho, apresentaram campos da intensidade de turbulência da velocidade tangencial onde, perto do núcleo dos vórtices, verificou-se que a mudança com a altura é insignificante para os vórtices unicelulares enquanto cresce consideravelmente com a altura para os vórtices bicelulares. Estes mesmos autores mostram ainda os perfis axiais da intensidade de turbulência da velocidade tangencial em três posições radiais para quatro relações de redemoinho e descrevem a existência de um incremento da mesma com a altura para as baixas elevações e a permanência praticamente constante em elevações maiores em todos os casos. Li *et al.* (2020) investigaram os efeitos que os ventos tornádicos induzem num

---

<sup>1</sup> Fator de rajada  $G_{3,60}$ : definido como a rajada de vento máxima de três segundos dividida pela velocidade média do vento de um minuto (KRUPAR III; MASON; GLANVILLE, 2016).

domo mediante simulações CFD e constataram que as intensidades de turbulência das três componentes da velocidade na elevação de 25 m são quase equivalentes, além de que as do tornado bicelular são geralmente maiores do que as do unicelular ao longo do raio do núcleo do tornado. Pelc (2014) também mencionou que a escala de comprimento integral é máxima no centro do vórtice e vai reduzindo com o aumento da posição radial, além de constatar que esta propriedade tem uma relação mais definida com a relação de redemoinho do que a escala de tempo integral. Raymond (2019), ao discutir sobre o fator de rajada, apresentou a expressão da escala de comprimento integral de turbulência na altura equivalente presente na ASCE 7-16. Feng e Chen (2018) analisaram as pressões dinâmicas e as forças internas produzidas por um tornado em movimento sobre uma estrutura de edifício baixo. Neste sentido, com uma abordagem baseada na transformada *wavelet* contínua (CWT), foram determinadas as funções de densidade espectral de potência evolutiva (EPSP) dos coeficientes de pressão dinâmica, de onde se produziu um espectro mais amplo, dado que a distribuição de energia das flutuações de pressão foi deslocada para frequências mais altas. Elbing, Petrin e Broeke (2019) observaram e caracterizaram o infrassom de uma tempestade geradora de tornado, concluindo que os espectros de energia associados a um período de tempo que abranja as duas explosões de infrassom registradas (o tornado ocorreu durante o primeiro período) foram quase idênticos ao espectro do período correspondente ao tornado confirmado, permitindo inferir que, se um segundo tornado ocorreu, provavelmente apresentou o mesmo processo geofísico do primeiro.

### 1.3 REFINAMENTO DE MALHA ADAPTATIVO E SUA APLICAÇÃO EM ESCOAMENTOS DE TORNADOS

O desenvolvimento de algoritmos para adaptação de malha em formulações de elementos finitos já tem uma tradição relativamente longa no campo da Dinâmica de Fluidos Computacional (CFD), onde seu emprego leva a um processo de discretização eficiente e racional do espaço físico de análise (domínio computacional). Em geral, os esquemas de refinamento de malha adaptativo podem ser classificados como isotrópicos ou anisotrópicos. A adaptação isotrópica é aplicável em problemas com grande disparidade de escalas espaciais e resulta suficiente para obter o tamanho ideal dos elementos da malha (PRIETO; CARPIO, 2019). Na adaptação anisotrópica devem ser fornecidas também a forma e a orientação dos elementos, além de permitir uma solução com menos graus de liberdade quando as características direcionais são relevantes (FREY; ALAUZET, 2005). O critério para refinar ou

desrefinar uma malha se expressa através do estimador de erro, que na adaptação isotrópica é independente da direção e na adaptação  $h$  anisotrópica depende de cada direção (UZGOREN, 2017). A base de cálculo dos indicadores de erro no refinamento anisotrópico ou direcional é a entidade aresta, já no refinamento isotrópico é a entidade elemento ou aresta, segundo a preferência (POPIOLEK, 2005). Segundo Antonietti *et al.* (2019), as malhas adaptativas anisotrópicas sempre têm melhor desempenho e menor erro do que as uniformes e isotrópicas. Alauzet e Loseille (2016) e Antepará Zambrano (2019) apresentaram uma revisão exaustiva para estes dois tipos de adaptação de malha. No PPGEC-UFRGS, Popiolek (2005) implementou um esquema de refinamento de malha isotrópico para escoamentos incompressíveis, enquanto Linn (2013, 2017) implementou um refinamento de malha anisotrópico para escoamentos compressíveis, além de apresentar uma revisão detalhada sobre cada tipo de adaptação.

Entre os esquemas de refinamentos de malha adaptativa isotrópicos pode-se destacar o trabalho pioneiro de Babuška e Rheinboldt (1978), mais recentemente o Método *Level Set* de banda estreita de Gómez, Hernández e López (2005), a estratégia baseada no Método do *Moment-of-Fluid* (AMR-MOF) de Ahn e Shashkov (2009), o método baseado na metodologia *reconnection-based* Arbitrária Lagrangiana-Euleriana (ReALE) de Bo e Shashkov (2015), o Método *Level Set* para geometrias 3D com refinamento de malha adaptativa (AMR) de Morgan e Waltz (2017), o Método ALE de malha fixa com capacidade de AMR de Baiges *et al.* (2017) e a implementação adaptativa do Método de Galerkin Descontínuo (*Discontinuous Galerkin* – ForestDG) de Papoutsakis *et al.* (2018).

Entre os diversos trabalhos sobre refinamento de malha adaptativo anisotrópico podem-se mencionar as primeiras tentativas propostas por Peraire *et al.* (1987), Löhner (1989) e Selmin e Formaggia (1992) para duas dimensões, assim como as sugeridas por Löhner (1989) e Peraire, Peiró e Morgan (1992) para três dimensões, nas quais o nível de alongamento ainda era reduzido. Alguns dos desenvolvimentos mais recentes compreendem o Método *Level Set* com adaptação de malha anisotrópica de Bui, Dapogny e Frey (2012), o método que combina parametrizações de malhas de domínio de Dapogny, Dobrzynski e Frey (2014), o Método da Fronteira Imersa que usa adaptação combinada com o *level set* de Abgrall, Beaugendre e Dobrzynski (2014), a formulação de adaptação de malha orientada a objetos de Brèthes e Dervieux (2016) e o método adaptativo baseado na métrica ALE proposto por Barral, Olivier e Alauzet (2017).

No que se refere à variação da topologia do domínio ao longo da simulação numérica, foram propostas três classes de metodologias: malha monolítica com descrição ALE (BAUM; LUO; LÖHNER, 1994; THOMAS; LOMBARD, 1979), os métodos de malha de Quimera ou de sobreposição de malhas (*overset mesh*) (BENEK; BUNING; STEGER, 1985; BREZZI; LIONS; PIRONNEAU, 2001) e métodos de fronteiras imersas (LÖHNER, 2008-; LÖHNER; BAUM, 1992).

Alguns trabalhos sobre simulação numérica de tornados foram apresentados a partir da utilização de métodos de refinamento de malha adaptativa, no entanto, a maioria dos autores emprega malhas fixas. Wicker e Wilhelmson (1995) empregaram um modelo de supercélula tridimensional ao qual incorporaram um esquema de advecção monotônico e uma malha aninhada tridimensional totalmente interativa, que permitiu analisar o desenvolvimento e dissipação de um tornado. Nolan, Almgren e Bell (1999) utilizaram um modelo numérico de escoamento incompressível axissimétrico com refinamento de malha adaptativa, que aumenta ou diminui a resolução nas regiões correspondentes segundo um critério baseado no número de Reynolds ( $Re$ ) constante no elemento, o qual foi usado para investigar a influência do tamanho do domínio, a localização e forma do forçamento convectivo<sup>2</sup> e o número de Reynolds efetivo do vórtice. Nolan, Almgren e Bell (2000) utilizaram o modelo do trabalho de Nolan, Almgren e Bell (1999), destacando que o mesmo pode ter vários níveis de refinamento em regiões diferentes em função da evolução do escoamento, concluindo que se pode reproduzir um modelo de resolução total, mas que o tempo de simulação aumenta significativamente com a diminuição da viscosidade turbulenta. Oh, Kim e Kwon (2003) desenvolveram um modelo de volumes finitos bidimensional com um procedimento de malha dinâmica adaptativa não estruturada de vários níveis, usado em conjunto com um indicador de enriquecimento de malha para capturar de forma precisa a estrutura do vórtice de convecção e a propagação de ondas acústicas. Natarajan (2011) gerou as malhas iniciais usando o *software* comercial Gambit e realizou as adaptações das mesmas através dos recursos disponíveis no Fluent 6.3, tendo como foco de adaptação a região central próxima à superfície da base a fim

---

<sup>2</sup> Forçamento convectivo: campo de força vertical fixo sob a forma de uma distribuição gaussiana no centro do domínio que conduz o escoamento (NOLAN; ALMGREN; BELL, 1999).



de estudar os perfis de vento junto à camada superficial. Aguirre, Linn e Braun (2021) propuseram um modelo numérico para simulação de escoamento de tornados utilizando técnicas de adaptação de malha anisotrópica baseada na métrica riemanniana.

Bem reduzido é o número de trabalhos que simulam tornados utilizando metodologias para lidar com a variação da topologia do domínio durante a simulação. Phuc *et al.* (2012) estudaram os efeitos do movimento de um tornado sobre um cubo no Fluyente 6.3, fazendo uso de malhas móveis com interfaces deslizantes (*sliding interfaces*) e o Método de Camada Dinâmica (*Dynamic Layering Method*) para manter a qualidade da malha. Guo e Cao (2019) utilizaram o modelo IB-LBM para analisar a relação da intensidade de rotação do tornado com os coeficientes aerodinâmicos.

#### 1.4 USO DE PLACAS GRÁFICAS EM PLATAFORMA CUDA PARA PROBLEMAS DE DINÂMICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL

A aplicação de processamento paralelo com placas gráficas em plataforma CUDA para a simulação de problemas da DFC tem um histórico recente. Thibault e Senocak (2012) simularam o problema do escoamento em cavidade 2D com  $Re = 1.000$ , a partir do qual constatou-se uma proporção de 12,2x entre o maior *speedup* com múltiplas GPUs e o maior *speedup* entre os CPUs considerados. No mesmo trabalho, os autores simularam escoamentos em ambientes urbanos, inclusive um caso reproduzindo o centro da cidade de Oklahoma (EUA) onde apresentaram resultados referentes às linhas de corrente. Oyarzun *et al.* (2013) desenvolveram um código que realiza a simulação direta das equações de Navier-Stokes (DNS) e escolheram o passo correspondente à solução da Equação de Poisson para avaliar o seu desempenho, o que produziu um *speedup* acima de 12x, considerando um único GPU em relação a um único CPU para a malha mais refinada. Couto (2016) simulou o escoamento em cavidades 2D e em torno de um cilindro 2D, comparando neste último caso o *speedup* e o tempo de simulação total para diferentes níveis de discretização entre um código serial com CPU e o mesmo paralelizado com GPU, atingindo valores de *speedup* acima de 4. Lai *et al.* (2018) compararam a *performance* de um código que utiliza os recursos de processamento de GPU e CPU em relação ao mesmo utilizando apenas processamento em CPU, empregando problemas de elipsoide duplo, escoamento em torno de um jato e escoamento supersônico, obtendo um *speedup* próximo a 50x em todos os casos para as malhas mais refinadas. Davis *et al.* (2023) estenderam um código de CFD, chamado CRoCCo, para incluir a adaptação de

malhas em bloco, usando a biblioteca AMReX e plataformas de GPU de grande escalabilidade, obtendo um aumento de velocidade de 6x a 44x em relação à versão apenas para CPU.

Depois de uma pesquisa exaustiva, foram encontradas poucas publicações referentes ao uso de códigos em CUDA/CUDA-FORTRAN na simulação de tornados e sua ação sobre as estruturas, o que demonstra a importância da presente tese como geradora de contribuições nesta área. Entre as publicações existentes, pode-se citar Liu *et al.* (2007), que realizaram uma simulação em tempo real de um tornado adotando um modelo de dois fluidos (ar e partículas de poeira) com média de Reynolds (RATFM – *Reynolds-average two-fluid model*) e GPU a partir da extensão *GLEXT-framebuffer-object* em OpenGL, além de simular a interação do escoamento com grandes objetos circundantes. Gao *et al.* (2019) implementaram um modelo híbrido de malha-partícula em C++ com CUDA e simularam uma tempestade em uma caixa de areia através da imposição de um campo de vento em espiral, mas não realizaram qualquer estudo sobre *performance*. Orf (2021) desenvolveu um código denominado Trajetórias de Escoamento Offline Lagrangiano (LOFT – *Lagrangian Offline Flow Trajectories*) em CUDA C++, que utiliza *hardware* de GPU para realizar análises lagrangianas a partir de dados do tipo LOFS (*Lack Of a File System*) para rastreamento da trajetória de partículas de ar.

## 1.5 METODOLOGIA

Neste trabalho serão utilizados dois modelos numéricos distintos baseados no Método dos Elementos Finitos (MEF) para a análise de escoamentos de tornados: o modelo explícito de dois passos de Taylor-Galerkin, proposto por Aguirre (2017), e um novo modelo construído a partir do Método CBS (*Characteristic-Based Split*). No primeiro modelo são usados elementos hexaédricos de oito nós com um ponto de integração para o processo de discretização espacial, enquanto no segundo modelo são empregados elementos tetraédricos de quatro nós. Propõe-se aqui a modificação do esquema explícito CBS original, desenvolvido por Barroso (2019), por uma versão denominada quase-implícita, a qual apresenta vantagens significativas sobre as versões totalmente explícita e semi-implícita para escoamentos transientes, entre as quais destaca-se a independência da condição de estabilidade viscosa, que pode impor uma restrição severa no incremento de tempo permitido (BEVAN *et al.*, 2016). Escoamentos turbulentos são analisados empregando-se a metodologia LES e os modelos sub-malha clássico (SMAGORINSKY, 1963) e dinâmico (GERMANO *et*

*al.*, 1991; LILLY, 1992). Com objetivo de simular tornados a partir de perfis de velocidade de vórtice, são implementadas condições de contorno correspondentes ao modelo de Vatistas, Kozel e Mih (1991), sendo acrescentada a parcela de translação (STRASSER; SELVAM, 2015b), enquanto para modelar os simuladores experimentais são implementadas condições de deslizamento para contornos curvos e de ângulo de afluência forçado (AGUIRRE, 2017; HASEBE; NOMURA, 2006; NOMURA; MIYATA; HASEBE, 2009). Um esquema de movimento e adaptação de malha anisotrópico transiente apresentado por Linn (2017) é incorporado ao modelo CBS a fim de captar adequadamente os altos gradientes de variáveis encontrados em campos de escoamento referentes aos simuladores experimentais e em modelos de geração de tornado baseados em perfis algébricos. Técnicas de paralelização em memória compartilhada e placas gráficas usando diretivas OpenMP e CUDA-FORTRAN, respectivamente, são implementadas nos códigos aqui utilizados a fim de reduzir significativamente o tempo de processamento das simulações.

Uma investigação comparativa é feita entre os dois modelos aqui propostos para a simulação de escoamentos de tornado, destacando-se o caráter inovador da aplicação da abordagem CBS quase-implícita em problemas de Engenharia do Vento. Outro aspecto inovador do trabalho está na utilização de um esquema de movimento e refinamento de malha adaptativo e anisotrópico baseado em métrica riemanniana na análise de escoamentos deste tipo. Um estudo introdutório sobre a simulação de escoamentos com técnicas de paralelização em memória compartilhada e placas gráficas é também apresentado para o modelo de Taylor-Galerkin. Problemas com escoamentos incompressíveis são analisados inicialmente para a verificação da formulação CBS proposta neste trabalho. Por fim, escoamentos típicos de tornado produzidos numérica e experimentalmente são reproduzidos com as ferramentas numéricas desenvolvidas, considerando campos de escoamento com e sem objetos imersos.

## 1.6 OBJETIVOS

### 1.6.1 Objetivo Geral

O objetivo principal deste trabalho é desenvolver ferramentas numéricas eficientes e acuradas para a simulação de escoamentos de tornado e sua ação sobre estruturas imersas através da determinação de coeficientes aerodinâmicos. Para a concretização deste objetivo, são indicados também objetivos específicos descritos na seção a seguir.

### 1.6.2 Objetivos Específicos

- Transformar o código existente (BARROSO, 2019), baseado no Método CBS para a simulação de escoamentos incompressíveis e isotérmicos, com elementos finitos tetraédricos de quatro nós e procedimento explícito, para uma versão quase-implícita.
- Implementar o perfil de velocidade algébrico de Vatistas, Kozel e Mih (1991), com as três componentes de velocidade e a pressão, para estudar o efeito do escoamento de tornados sobre edificações rígidas. A aplicação do modelo em casos tridimensionais constitui outra contribuição inédita deste trabalho.
- Implementar as condições de contorno necessárias para reproduzir os simuladores experimentais, como a condição de deslizamento em parede curva, condição de ângulo de afluência, condição de saída, etc.
- Realizar um estudo sobre a turbulência em escoamentos de tornado para sua caracterização em termos de variáveis tais como a intensidade de turbulência, tensores de Reynolds, perfis de velocidade típicos, etc.
- Realizar um estudo comparativo envolvendo modelos numéricos baseados nos métodos de Taylor-Galerkin e CBS na reprodução de escoamentos de tornado gerados em câmaras experimentais e sua ação sobre estruturas.
- Incorporar o esquema de movimento e adaptação de malha proposto por Linn (2017) para a análise de escoamentos viscosos incompressíveis e escoamentos de tornado.
- Utilizar técnicas de processamento paralelo em placas gráficas usando as instruções CUDA-FORTRAN para a análise de problemas de grande porte envolvendo escoamentos de tornado. Como mencionado anteriormente, trata-se de uma das contribuições inéditas desta Tese.

### 1.6.3 Organização do texto

O presente trabalho está organizado da seguinte maneira: no Capítulo 1 foi apresentada uma introdução contendo os principais temas tratados neste trabalho, bem como uma revisão bibliográfica referente a cada um destes assuntos. No Capítulo 2 são apresentadas as equações fundamentais e a metodologia de turbulência LES. No Capítulo 3 são expostos os modelos numéricos empregados neste trabalho, baseados nos métodos de Taylor-Galerkin e CBS. No Capítulo 4 são descritas as questões relacionadas ao refinamento de malha adaptativo. No

Capítulo 5 são apresentados os modelos utilizados para a geração de tornados através de modelos algébricos e através da simulação numérica de câmaras experimentais. No Capítulo 6 são abordadas, de forma introdutória, tópicos sobre paralelização com placas gráficas na plataforma CUDA e uma comparação com técnicas de paralelização em memória compartilhada usando diretivas OpenMP. No Capítulo 7 são apresentados, inicialmente, resultados referentes a testes de verificação das ferramentas desenvolvidas para este trabalho. Na sequência, escoamentos de tornados gerados numericamente e em câmaras experimentais são reproduzidos com os modelos numéricos propostos, onde um estudo comparativo entre os modelos é mostrado a partir dos resultados apresentados. As conclusões obtidas no presente trabalho são resumidas no Capítulo 8, onde propostas para trabalhos futuros são também sugeridas.

## 2 EQUAÇÕES GOVERNANTES E MODELO NUMÉRICO

As equações fundamentais do escoamento de fluidos são obtidas pelas equações de conservação de quantidade de movimento, massa e energia. Além disso, deve-se estabelecer relações termodinâmicas e uma equação constitutiva para o mesmo. Neste capítulo serão apresentadas as equações para escoamentos incompressíveis sem transporte de calor e massa, considerando a Simulação de Grandes Escalas (LES) com os modelos clássico e dinâmico de Smagorinsky (GERMANO *et al.*, 1991; LILLY, 1992; SMAGORINSKY, 1963) como modelos de turbulência sub-malha.

### 2.1 EQUAÇÕES DE ESCOAMENTO INCOMPRESSÍVEL

A análise de escoamentos de fluidos viscosos está relacionada a um conjunto de equações diferenciais parciais acopladas e não-lineares, as quais descrevem a dinâmica dos fluidos (SCHLICHTING; GERSTEN, 2017). Esse sistema é formado pelas equações de balanço de quantidade de movimento, massa e energia, além das equações de estado e relações constitutivas.

O ar é considerado neste trabalho como um fluido newtoniano, onde o escoamento se dá sem efeitos de transferência de calor e massa. A partir dessas hipóteses, o sistema de equações se reduz às equações de balanço de massa e quantidade de movimento, além de relações termodinâmicas e a equação constitutiva clássica, que representa a relação entre estados de tensão e taxa de deformação.

As equações do movimento derivam da segunda lei de Newton. Em um fluido, as forças atuantes podem ser divididas em conjuntos: forças de corpo (gravitacionais) e forças que agem sobre as superfícies (normais e cisalhantes). Seguindo a descrição cinemática euleriana em um sistema de coordenadas cartesianas retangulares tridimensional, obtém-se a equação de Navier-Stokes na seguinte forma (SCHLICHTING; GERSTEN, 2017):

$$\frac{\partial(\rho v_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_i v_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + f_i \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (2.1)$$

onde  $\rho$  é a massa específica do fluido,  $v_i$  e  $f_i$  são as componentes de velocidade e de força de campo do escoamento,  $p$  é a pressão e  $\tau_{ij}$  representa as componentes do tensor de tensões

viscosas, todas estas variáveis fornecidas em função da posição, segundo as direções dos eixos de coordenadas  $x_j$  e do tempo  $t$ .

Um fluido newtoniano possui relação constitutiva descrita pela expressão abaixo (SCHLICHTING; GERSTEN, 2017):

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \tau_{ij} \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (2.2)$$

onde  $\sigma_{ij}$  representa as componentes do tensor de tensões totais (tensor de tensões de Cauchy) e  $\delta_{ij}$  são as componentes do delta de Kronecker, sendo  $\delta_{ij} = 1$ , para  $i = j$  e  $\delta_{ij} = 0$ , para  $i \neq j$ . As componentes do tensor de tensões viscosas são obtidas por (SCHLICHTING; GERSTEN, 2017):

$$\tau_{ij} = \mu \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) + \lambda \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \quad (i, j, k = 1, 2, 3) \quad (2.3)$$

onde  $\mu$  é a viscosidade dinâmica e  $\lambda$  é a viscosidade volumétrica. Na expressão (2.3), uma relação entre as viscosidades é estabelecida pela hipótese de Stokes (SCHLICHTING; GERSTEN, 2017), descrita por:

$$3\lambda + 2\mu = 0 \quad (2.4)$$

Para escoamentos incompressíveis, considera-se que  $\lambda = 0$ .

O tensor taxa de deformação do fluido  $S_{ij}$  é definido como sendo (SCHLICHTING; GERSTEN, 2017):

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (2.5)$$

Substituindo a Equação (2.3) na Equação (2.1) e considerando a hipótese de escoamento incompressível, obtém-se a chamada forma conservativa das equações de Navier-Stokes (SCHLICHTING; GERSTEN, 2017):

$$\frac{\partial(\rho v_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_i v_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j^2} + f_i \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (2.6)$$

Por outro lado, o balanço de massa é expresso através da equação abaixo (SCHLICHTING; GERSTEN, 2017):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (j = 1, 2, 3) \quad (2.7)$$

Para escoamentos incompressíveis, o número de Mach é menor que 0,3 (SCHLICHTING; GERSTEN, 2017), aproximadamente, sendo definido por:

$$Ma = \frac{V_\infty}{c} \quad (2.8)$$

onde  $V_\infty$  representa a velocidade não perturbada do escoamento e  $c$  a velocidade do som.

Neste trabalho adota-se a hipótese de escoamentos incompressíveis, na qual assume-se que a massa específica permanece constante, provocando o desaparecimento do termo envolvendo a derivada temporal da Equação (2.7). Assim, obtém-se a chamada equação da continuidade, onde impõe-se que o divergente do campo de velocidades do escoamento deva ser nulo (SCHLICHTING; GERSTEN, 2017):

$$\frac{\partial v_j}{\partial x_j} = 0 \quad (j = 1, 2, 3) \quad (2.9)$$

A Equação (2.9) apresenta dificuldades numéricas para a obtenção do campo de pressão. Neste sentido, os detalhes sobre o tratamento da pressão em escoamentos incompressíveis serão dados no Capítulo 3, referente aos modelos numéricos utilizados neste trabalho.

Para a solução das equações de conservação, condições iniciais e condições de contorno sobre as variáveis do problema devem ser impostas. As equações apresentadas na sequência exprimem as condições iniciais de velocidade e pressão impostas no domínio de análise  $\Omega$  no instante inicial do escoamento (SCHLICHTING; GERSTEN, 2017), em  $t = t_0$ :

$$v_i(\mathbf{x}, t = t_0) = v_{i0} \quad \text{em } \Omega \quad (i = 1, 2, 3) \quad (2.10)$$

$$p(\mathbf{x}, t = t_0) = p_0 \quad \text{em } \Omega \quad (2.11)$$

sendo  $v_{i0}$  e  $p_0$  os valores iniciais para as componentes de velocidade e pressão.

A fronteira do domínio de análise é formada pelo contorno  $\Gamma = \Gamma_v + \Gamma_p + \Gamma_\sigma + \Gamma_q$ . Aos contornos  $\Gamma_v$  e  $\Gamma_p$  são impostas condições de contorno essenciais ou de Dirichlet, com valores prescritos de velocidade  $\tilde{v}_i$  e pressão  $\tilde{p}$  (SCHLICHTING; GERSTEN, 2017), como segue:



$$v_i(\mathbf{x}) = \tilde{v}_i \quad \text{em } \Gamma_v \quad (i=1,2,3) \quad (2.12)$$

$$p(\mathbf{x}) = \tilde{p} \quad \text{em } \Gamma_p \quad (2.13)$$

No contorno  $\Gamma_\sigma$  são impostas as condições naturais de Neumann nas componentes do vetor de tensões  $t_i$ , onde deve ser satisfeita a condição de equilíbrio entre o vetor  $\tilde{t}_i$  e as componentes do tensor de tensões  $\sigma_{ij}$  da Equação (2.2), ou seja (SCHLICHTING; GERSTEN, 2017):

$$t_i = \left[ -p\delta_{ij} + \mu \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \right] n_j = \tilde{t}_i \quad \text{em } \Gamma_\sigma \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (2.14)$$

onde  $n_j$  são as componentes do vetor unitário normal em qualquer ponto dos contornos  $\Gamma_\sigma$  em relação ao eixo  $x_j$ .

## 2.2 TURBULÊNCIA

Os escoamentos de ar em torno de objetos são altamente turbulentos devido ao elevado número de Reynolds observado, sendo geradas instabilizações no movimento das partículas de fluido a partir de qualquer perturbação aplicada ou obstáculo encontrado por estas. Para Murakami (1997), os fenômenos de desprendimento e recirculação de vórtices, além do recolamento junto às paredes, são comuns nesses casos. Portanto, o número de Reynolds é um parâmetro essencial para a avaliação dos escoamentos, sendo definido por:

$$\text{Re} = \frac{DV_\infty\rho}{\mu} \quad (2.15)$$

onde  $V_\infty$  é a velocidade característica do escoamento, geralmente associada à velocidade do escoamento em uma região não perturbada, e  $D$  é a dimensão característica do problema.

Quando o número de Reynolds é muito alto, as forças de viscosidade podem ser desprezadas na presença de forças de inércia, assim o escoamento pode ser estudado como um fluido sem viscosidade em regiões afastadas de paredes e obstáculos (BLESSMANN, 2011). Prandtl demonstrou (OERTEL, 2004) que é possível realizar esta simplificação considerando-se uma fina camada de fluido situada nas proximidades dos contornos dos sólidos imersos na corrente, denominada camada limite. De acordo com Blessmann (2011), a velocidade na

camada limite varia desde o valor correspondente ao escoamento do fluido não viscoso até zero, na superfície do contorno sólido. Assim, na camada limite há predominância dos efeitos viscosos: quanto maior a velocidade, menor será a espessura da camada. Além disso, a pressão no seu interior é sempre determinada pelo escoamento circundante.

Um escoamento turbulento é constituído por uma faixa ampla de escalas de vórtices, onde os menores pertencem à chamada microescala de Kolmogorov. Para solucionar as equações pelo método da Simulação Numérica Direta (DNS - *Direct Numerical Simulation*) seria necessária uma discretização da malha demasiadamente fina e intervalos de tempo muito pequenos, tornando esse processo inviável pela capacidade atual dos computadores. Para evitar o custo computacional excessivo associado à DNS, modelos de turbulência são geralmente utilizados nestes casos. Assim, escolhe-se a Simulação de Grandes Escalas (LES - *Large Eddy Simulation*) nesse trabalho, além de modelos sub-malha de fechamento. Vários autores já demonstraram que a metodologia RANS (*Reynolds-Averaged Navier-Stokes*) aplicada a problemas de Engenharia do Vento Computacional (EVC) não produz resultados satisfatórios (BLOCKEN, 2014; STATHOPOULOS, 1997). Na metodologia LES, apresentada por Smagorinsky (1963), é realizado um processo de filtragem espacial sobre o escoamento, levando à separação do mesmo em grandes e pequenas escalas. As grandes escalas são resolvidas diretamente de acordo com a malha existente, sendo que as escalas inferiores à resolução da malha são resolvidas de forma aproximada através de modelos de turbulência, onde o comportamento do escoamento é mais homogêneo. Modelos numéricos baseados em LES apresentam maior grau de acurácia a custos de malhas com alto nível de refinamento junto a contornos sólidos. Esse problema tem sido resolvido usando modelos híbridos, os quais combinam os melhores aspectos das metodologias RANS e LES em uma única estratégia de solução, como a *Detached-Eddy Simulation* (DES) (SHUR *et al.*, 1999).

No contexto da simulação numérica de tornados, autores como Lewellen (1993), Rotunno (1984) e Davies-Jones, Traap e Bluestein (2001) usaram LES para reproduzir vórtices na forma de estruturas de uma célula, duas células e vórtices múltiplos a fim de examinar suas características. No mesmo sentido, Ishihara, Oh e Tokuyama (2011), Maruyama (2011), Natarajan (2011) e Ishihara e Liu (2014) descobriram que o núcleo do vórtice contém escoamentos turbulentos complicados e, portanto, idealmente adequado para a abordagem LES. Natarajan e Hangan (2012) afirmam que uma metodologia baseada no Modelo das Tensões de Reynolds (RSM - *Reynolds Stress Model*) não captura os vórtices múltiplos

observados em relações de redemoinho mais altas ( $S > 1,0$ ), optando assim pela Simulação de Grande Escalas (LES) com o modelo sub-malha de Smagorinsky dinâmico.

O desenvolvimento de uma formulação LES inicia-se pela decomposição das variáveis de campo (velocidade e pressão) em parcelas relativas às grandes escalas,  $\bar{v}_i$  e  $\bar{p}$ , e referentes às escalas inferiores à resolução da malha,  $v'_i$  e  $p'$ , da seguinte forma:

$$v_i = \bar{v}_i + v'_i \quad (i = 1, 2, 3) \quad (2.16)$$

$$p = \bar{p} + p' \quad (2.17)$$

No contexto do Método dos Elementos Finitos, esta decomposição é obtida através de um processo de filtragem, onde os elementos presentes na malha atuam como filtros, sendo sua dimensão característica expressa em função da raiz cúbica do seu volume, como mostrado na equação abaixo (GERMANO *et al.*, 1991):

$$\bar{\Delta} = (\Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3)^{1/3} \quad (2.18)$$

Com o emprego desse filtro uniforme, o processo de filtragem reduz-se a uma operação de média espacial das variáveis envolvidas. Portanto, substituindo os termos presentes nas Equações (2.16) e (2.17) na equação de balanço de quantidade de movimento, Equação (2.6), e realizando as devidas simplificações, obtém-se (MURAKAMI, 1997):

$$\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial t} + \bar{v}_j \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} - \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 \bar{v}_i}{\partial x_j^2} - \frac{\partial \bar{\tau}_{ij}^{SGS}}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho} \bar{f}_i \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (2.19)$$

O termo  $\bar{\tau}_{ij}^{SGS}$  corresponde às componentes do tensor de tensões sub-malha, ou seja, aos efeitos relativos entre as escalas inferiores e a resolução da malha, exigindo um modelo de fechamento para a solução do problema.

Na simulação de grandes escalas, o termo  $\bar{\tau}_{ij}^{SGS}$  é determinado através da seguinte equação:

$$\bar{\tau}_{ij}^{SGS} = \rho \overline{(v'_i v'_j)} = 2\mu_t \bar{S}_{ij} \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (2.20)$$

onde  $\bar{S}_{ij}$  representa as componentes do tensor taxa de deformação (Equação (2.5)) e  $\mu_t$  é a viscosidade turbulenta, determinada através de modelos de turbulência. Os modelos de

turbulência utilizados nesse trabalho são: o modelo clássico de Smagorinsky (1963) e o modelo Dinâmico, apresentado por Germano *et al.* (1991) e modificado por Lilly (1992). Estes modelos são comumente utilizados para representar os efeitos das pequenas escalas em Simulações de Grandes Escalas (LES).

Pelo modelo clássico de Smagorinsky (1963) a viscosidade turbulenta é calculada pela seguinte equação:

$$\mu_t = \rho (C_S \bar{\Delta})^2 |\bar{S}| = \rho (C_S \bar{\Delta})^2 \sqrt{2 \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij}} \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (2.21)$$

onde  $C_S$  é a constante adimensional de Smagorinsky, que conforme Murakami (1997) varia entre 0,1 e 0,25 de acordo com o tipo de escoamento,  $|\bar{S}|$  é a magnitude do tensor taxa de deformação, calculado em termos de velocidades de grandes escalas, e  $\bar{\Delta}$  corresponde à largura do filtro em nível de malha, conforme apresentado na Equação (2.18).

Já o modelo dinâmico, proposto por Germano *et al.* (1991) e modificado por Lilly (1992), apresenta vantagens em relação ao modelo anterior, visto que a constante de Smagorinsky passa a ser tratada como uma variável em função do espaço e do tempo, não mais imposta como anteriormente. Assim, por essa metodologia, tem-se a viscosidade turbulenta expressa por:

$$\mu_t = \rho C(\mathbf{x}, t) \bar{\Delta}^2 |\bar{S}| = \rho C(\mathbf{x}, t) \bar{\Delta}^2 \sqrt{2 \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij}} \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (2.22)$$

onde  $C(\mathbf{x}, t)$  é o coeficiente dinâmico, função do tempo e do espaço, determinado nos nós da malha de elementos finitos. Após as modificações propostas por Lilly (1992), o coeficiente passa a ser determinado por meio da seguinte equação:

$$C(\mathbf{x}, t) = -\frac{1}{2} \frac{L_{ij} M_{ij}}{M_{ij} M_{ij}} \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (2.23)$$

$$L_{ij} = \langle \bar{v}_i \bar{v}_j \rangle - \langle \bar{v}_i \rangle \langle \bar{v}_j \rangle \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (2.24)$$

$$M_{ij} = \langle \bar{\Delta} \rangle^2 \langle |\bar{S}| \rangle \langle \bar{S}_{ij} \rangle - \langle \bar{\Delta}^2 |\bar{S}| \bar{S}_{ij} \rangle \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (2.25)$$

onde  $L_{ij}$  são as componentes resolvidas do tensor de tensão associadas às escalas de turbulência entre o filtro de teste e o filtro a nível de malha e  $M_{ij}$  é o tensor que modela as partes anisotrópicas (deviatórias) de  $L_{ij}$ . Logo, este modelo pressupõe o uso de dois filtros.

A primeira filtragem nesse processo duplo é realizada como no modelo clássico de Smagorinsky (1963). As variáveis que passaram por esse processo são identificadas através de uma barra superior, enquanto variáveis associadas ao segundo filtro são representadas pelo símbolo  $\langle \rangle$ . Seja uma variável genérica  $\bar{k}$ , correspondente às grandes escalas do primeiro filtro, seu valor  $\langle \bar{k} \rangle$  associado ao segundo filtro em um nó  $i$  é obtido através da equação abaixo:

$$\langle \bar{k} \rangle^i = \frac{\sum_{j=1}^n (\bar{k}^j d_i^j)}{\sum_{j=1}^n (d_i^j)} \quad (2.26)$$

sendo  $n$  o número de nós com conectividade direta ao nó  $i$ ,  $d_i^j$  a distância euclidiana entre os nós  $i$  e  $j$ , enquanto  $\bar{k}^j$  é a variável associada ao primeiro filtro e avaliada no nó  $j$ .

A segunda filtragem utiliza um filtro de dimensão característica superior ao primeiro, denominado de filtro teste  $\langle \bar{\Delta} \rangle$ . A dimensão característica do filtro teste referente ao nó  $i$  de um elemento pode ser dada por (BRAUN, 2007):

$$\langle \bar{\Delta} \rangle^i = \left( \sum_{e=1}^{NE} \Omega_e \right)^{1/3} \quad (2.27)$$

onde  $NE$  é o número de elementos comuns ao nó  $i$  e  $\Omega_e$  é o volume do elemento  $e$ .

### 3 MODELOS NUMÉRICOS

Na sequência são apresentadas as formulações dos dois modelos numéricos utilizados neste trabalho para a simulação de escoamentos incompressíveis, baseados nos métodos de Taylor-Galerkin e CBS. Em ambos os modelos se adota o Método dos Elementos Finitos para a discretização do domínio espacial de análise, sendo que no modelo de Taylor-Galerkin são empregados elementos hexaédricos de oito nós com integração reduzida e no modelo CBS são utilizados elementos tetraédricos de quatro nós. Para a análise da turbulência, adota-se uma abordagem de simulação direta de grandes escalas (LES) com modelos sub-malha clássico e dinâmico para as escalas inferiores à resolução da malha.

#### 3.1 MODELO DE TAYLOR-GALERKIN

Um dos modelos adotados neste trabalho baseia-se no algoritmo explícito de Taylor-Galerkin de dois passos, proposto inicialmente por Kawahara e Hirano (1983) e empregado recentemente por Aguirre (2017). Neste modelo as equações fundamentais do escoamento são submetidas inicialmente a um processo de discretizadas no tempo por meio das expansões em séries de Taylor de segunda ordem (DONEA, 1984). Na sequência, o método de Bubnov-Galerkin é aplicado no contexto do Método dos Elementos Finitos para a discretização espacial das equações do escoamento, usando-se as respectivas formas fracas, onde elementos hexaédricos de oito nós são adotados juntamente com a técnica de integração reduzida e controle de modos espúrios (CHRISTON, 1997). O método de projeção de Chorin (1968) é usado em associação com a hipótese de pseudo-compressibilidade a fim de obter o campo de pressão de forma explícita e estável.

Para a dedução da formulação, considera-se de início a seguinte expansão em série de Taylor para uma variável  $\phi$  qualquer do escoamento (DONEA, 1984):

$$\begin{aligned}\phi(\mathbf{x}, t + \Delta t) &= \phi(\mathbf{x}, t) + \Delta t \frac{\partial \phi(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + \frac{\Delta t}{2} \frac{\partial^2 \phi(\mathbf{x}, t)}{\partial t^2} \\ &= \phi(\mathbf{x}, t) + \Delta t \frac{\partial}{\partial t} \left( \phi(\mathbf{x}, t) + \frac{\Delta t}{2} \frac{\partial \phi(\mathbf{x}, t)}{\partial t} \right)\end{aligned}\tag{3.1}$$

onde  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$  representa as coordenadas de um ponto do domínio espacial  $\Omega$  e  $\Delta t$  é o incremento de tempo no intervalo  $[t, t + \Delta t]$ . No esquema de dois passos de Taylor-Galerkin, a

Equação (3.1) deve ser resolvida em dois estágios, sendo que para o instante de tempo  $t + \Delta t/2$ , em um primeiro estágio (KAWAHARA; HIRANO, 1983), tem-se:

$$\phi^{n+1/2} = \phi^n + \frac{\Delta t}{2} \frac{\partial \phi^n}{\partial t} \quad (3.2)$$

onde  $n + 1/2$  corresponde ao instante  $t + \Delta t/2$  e  $n$  corresponde ao instante  $t$  do intervalo  $[t, t + \Delta t] = [n, n + 1]$ . No segundo passo (ou estágio) (KAWAHARA; HIRANO, 1983), tem-se:

$$\phi^{n+1} = \phi^n + \Delta t \frac{\partial \phi^{n+1/2}}{\partial t} \quad (3.3)$$

Aplicando a Equação (3.2) nos termos temporais das equações de conservação de momentum e massa (na forma pseudo-compressível), considerando que  $\phi$  é o vetor velocidade e a pressão, respectivamente, obtém-se o seguinte sistema de equações discretas no tempo para o escoamento no instante  $n + 1/2$  (BRAUN, 2007):

$$\begin{aligned} \tilde{v}_i^{n+1/2} = v_i^n + \frac{\Delta t}{2} \left\{ \frac{1}{\rho} f_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (v + v_i) \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) + \frac{\lambda}{\rho} \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] + \right. \\ \left. \frac{\Delta t}{4} v_j v_k \frac{\partial^2 v_i}{\partial^2 x_j x_k} - v_j \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\Delta t}{4} \frac{1}{\rho} \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \right) \right\}^n \quad (i, j, k = 1, 2, 3) \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$p^{n+1/2} = p^n - \frac{\Delta t}{2} \left[ \rho \beta^2 \frac{\partial v_j}{\partial x_j} \right]^n \quad (j = 1, 2, 3) \quad (3.5)$$

onde  $\beta$  é o parâmetro de compressibilidade artificial (ou pseudo-compressibilidade), com valores escolhidos a fim de que o número de Mach do escoamento fique menor que 0,3, dentro dos limites da incompressibilidade. O parâmetro  $\beta$  funciona como uma constante de penalidade, sendo que a condição de divergente nulo do campo de velocidades será tanto melhor satisfeita quanto maiores forem os seus valores. Por outro lado, valores altos de  $\beta$  levam a maiores restrições no passo de tempo adotado, de acordo com a condição de Courant (CHORIN, 1967; NITHIARASU, 2003; NITHIARASU *et al.*, 2004).

Calculada a pressão em  $n + 1/2$ , o campo de velocidades deve ser corrigido pela seguinte equação (BRAUN, 2007):

$$v_i^{n+1/2} = \tilde{v}_i^{n+1/2} - \frac{1}{\rho} \frac{\Delta t}{4} \frac{\partial \Delta p^{n+1/2}}{\partial x_i} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (3.6)$$

Com as variáveis do escoamento avaliadas em  $n + 1/2$ , é possível finalmente obtê-las em  $n + 1$  usando-se a Equação (3.3), resultando nas seguintes expressões (BRAUN, 2007):

$$v_i^{n+1} = v_i^n + \Delta v_i^{n+1/2} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (3.7)$$

$$p^{n+1} = p^{n+1/2} + \Delta p^{n+1/2} \quad (3.8)$$

onde:

$$\Delta v_i^{n+1/2} = \Delta t \left\{ \frac{1}{\rho} f_i - v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (v + v_t) \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) + \frac{\lambda}{\rho} \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] \right\}^{n+1/2} \quad (i, j, k = 1, 2, 3) \quad (3.9)$$

$$\Delta p^{n+1/2} = -\Delta t \left[ \rho \beta^2 \frac{\partial v_j}{\partial x_j} \right]^{n+1/2} \quad (j = 1, 2, 3) \quad (3.10)$$

Como o esquema tem natureza explícita, o incremento de tempo adotado para o processo de integração deve respeitar a condição de estabilidade numérica, sendo menor que um determinado valor crítico. Pela condição de Courant, válida para problemas com convecção dominante, o valor crítico do incremento de tempo é dado por:

$$\Delta t_E^{crit} = \alpha \frac{\Delta x_E}{V_E + \beta_E} \quad (E = 1, NTE) \quad (3.11)$$

sendo  $\Delta x_E$  e  $V_E$  a dimensão e velocidade características do elemento  $E$ ,  $\beta_E$  é o parâmetro de compressibilidade artificial referente ao elemento  $E$  e  $\alpha$  é um coeficiente de segurança, apresentando sempre valores abaixo da unidade. No presente trabalho será utilizado o menor incremento de tempo calculado sobre todos os elementos da malha.

Uma vez que o processo de discretização esteja realizado, aplica-se sobre o sistema discreto de equações o Método dos Resíduos Ponderados de Galerkin em sua forma convencional. Além disso, aplica-se também o teorema de Gauss-Green sobre os termos difusivos das equações de Navier-Stokes para redução das exigências de continuidade no domínio do elemento. Como resultado, obtém-se o seguinte sistema de equações matriciais em nível global (BRAUN, 2007):

Passo 1 – solução do sistema de equações em  $n + 1/2$ :



$$\mathbf{M}\tilde{\mathbf{v}}_i^{n+1/2} = \mathbf{M}\mathbf{v}_i^n + \frac{\Delta t}{2} \left[ \frac{1}{\rho} \mathbf{f}_i - (\mathbf{A} + \mathbf{B}) \mathbf{v}_i - \frac{1}{\rho} \mathbf{G}_i \mathbf{p} - \mathbf{D}_{ij} \mathbf{v}_j + \mathbf{t}_i + \mathbf{b}_i \right]^n \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (3.12)$$

$$\mathbf{M}\mathbf{p}^{n+1/2} = \mathbf{M}\mathbf{p}^n - \frac{\Delta t}{2} [\rho \beta^2 \mathbf{G}_j \mathbf{v}_j]^n \quad (j = 1, 2, 3) \quad (3.13)$$

Correção do campo de velocidades em  $n + 1/2$ :

$$\mathbf{M}\mathbf{v}_i^{n+1/2} = \mathbf{M}\tilde{\mathbf{v}}_i^{n+1/2} - \frac{1}{\rho} \frac{\Delta t}{4} \mathbf{G}_i (\mathbf{p}^{n+1/2} - \mathbf{p}^n) \quad (i = 1, 2, 3) \quad (3.14)$$

Passo 2 – solução do sistema de equações em  $n + 1$ :

$$\mathbf{M}\mathbf{v}_i^{n+1} = \mathbf{M}\mathbf{v}_i^n + \frac{\Delta t}{2} \left[ \frac{1}{\rho} \mathbf{f}_i - \mathbf{A} \mathbf{v}_i - \frac{1}{\rho} \mathbf{G}_i \mathbf{p} - \mathbf{D}_{ij} \mathbf{v}_j + \mathbf{t}_i \right]^{n+1/2} \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (3.15)$$

$$\mathbf{M}\mathbf{p}^{n+1} = \mathbf{M}\mathbf{p}^n - \Delta t [\rho \beta^2 \mathbf{G}_j \mathbf{v}_j]^{n+1/2} \quad (j = 1, 2, 3) \quad (3.16)$$

Nas Equações (3.12), (3.13), (3.14), (3.15) e (3.16),  $\mathbf{v}_i$  e  $\mathbf{p}$  são vetores contendo valores nodais das componentes de velocidade e da pressão, respectivamente, os quais são aproximados em nível local da seguinte forma:

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{N}\mathbf{v}_i^e \quad (i = 1, 2, 3) \quad (3.17)$$

$$p = \mathbf{N}\mathbf{p}^e \quad (3.18)$$

onde  $\mathbf{N}$  é uma matriz-linha contendo as funções de interpolação do elemento hexaédrico de oito nós, como mostrado abaixo:

$$\mathbf{N} = [N_1 \quad N_2 \quad N_3 \quad N_4 \quad N_5 \quad N_6 \quad N_7 \quad N_8] \quad (3.19)$$

$$N_N = \frac{1}{8} (1 + \xi_{1N} \xi_1) (1 + \xi_{2N} \xi_2) (1 + \xi_{3N} \xi_3) \quad (N = 1, 8) \quad (3.20)$$

onde  $\xi_i$  são as coordenadas paramétricas de um ponto qualquer no interior do espaço de quadratura de Gauss-Legendre e  $\xi_{iN}$  são as coordenadas paramétricas do nó  $N$  do elemento no mesmo espaço.

As matrizes e vetores do modelo são definidos como mostrado a seguir:

$$\begin{aligned}
\mathbf{M} &= \bigcup_{e=1}^{nel} \int_{\Omega_e} \mathbf{N}^T \mathbf{N} d\Omega; \quad \mathbf{A} = \bigcup_{e=1}^{nel} \int_{\Omega_e} (\mathbf{N} \mathbf{v}_j^n) \mathbf{N}^T \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x_j} d\Omega; \quad \mathbf{G}_i = \bigcup_{e=1}^{nel} \int_{\Omega_e} \mathbf{N}^T \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x_i} d\Omega; \\
\mathbf{B} &= \bigcup_{e=1}^{nel} \frac{\Delta t}{4} \int_{\Omega_e} (\mathbf{N} \mathbf{v}_j^n) (\mathbf{N} \mathbf{v}_k^n) \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial x_j} \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x_k} d\Omega; \\
\mathbf{f}_i &= \bigcup_{e=1}^{nel} \int_{\Omega_e} \mathbf{N}^T f_i d\Omega; \quad \mathbf{b} = \bigcup_{e=1}^{nel} \frac{\Delta t}{4} \int_{\Gamma_e} \left[ (\mathbf{N} \mathbf{v}_j^n) (\mathbf{N} \mathbf{v}_k^n) \mathbf{N}^T \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x_k} \mathbf{v}_i^n \right] n_j d\Gamma; \\
\mathbf{t}_i &= \bigcup_{e=1}^{nel} \int_{\Gamma_e} \mathbf{N}^T \left[ (\nu + \nu_t) \left( \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x_j} \mathbf{v}_i^n + \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x_i} \mathbf{v}_j^n \right) + \frac{\lambda}{\rho} \left( \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x_k} \mathbf{v}_k^n \right) \delta_{ij} \right] n_j d\Gamma; \\
\mathbf{D}_{ij} &= \begin{cases} \text{se } i=j \text{ (k=valores restantes)} \\ \bigcup_{e=1}^{nel} \int_{\Omega_e} \left[ 2(\nu + \nu_t) + \frac{\lambda}{\rho} \right] \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial x_i} \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x_j} d\Omega + \int_{\Omega_e} (\nu + \nu_t) \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial x_k} \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x_k} d\Omega \\ \text{se } i \neq j \\ \bigcup_{e=1}^{nel} \int_{\Omega_e} (\nu + \nu_t) \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial x_i} \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x_j} d\Omega + \int_{\Omega_e} \frac{\lambda}{\rho} \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial x_k} \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x_k} d\Omega \end{cases} \quad (3.21)
\end{aligned}$$

As matrizes e vetores da Equação (3.21) são avaliados neste trabalho usando a técnica de integração reduzida, onde apenas um ponto de integração é empregado nos procedimentos de integração numérica, os quais tornam-se bastante simplificados, com o cálculo sendo feito de forma totalmente analítica. Por outro lado, para evitar o surgimento de instabilidades, um esquema de controle de modos espúrios similar ao utilizado por Christon (1997) é adotado.

Para a obtenção de um sistema de equações totalmente explícito, emprega-se a forma discreta  $\mathbf{M}_D$  da matriz de massa consistente  $\mathbf{M}$ , cujos elementos são obtidos em nível local por:  $M_{Dij} = \delta_{ij} \Omega_e / 8$ . Para a estabilização do campo de pressões, emprega-se neste trabalho o conceito de matriz de massa seletiva, proposto por Kawahara e Hirano (1983). Neste caso, o termo de massa a direita da igualdade na equação de conservação de massa é substituído pela matriz de massa seletiva, dada por:

$$\tilde{\mathbf{M}} = e \mathbf{M}_D + (1 - e) \mathbf{M} \quad (3.22)$$

onde  $e$  é o parâmetro seletivo de massa, com valores entre 0 e 1. Neste trabalho, o parâmetro seletivo de massa foi fixado em 0,9.

Maiores informações sobre os procedimentos de integração reduzida empregados neste trabalho podem ser obtidas em Braun (2007) e Burbridge (1999).

### 3.2 MODELO CBS

Um segundo modelo numérico para a simulação de escoamentos incompressíveis é proposto na sequência, o qual baseia-se no Método CBS (*Characteristic-based Split*) em sua forma quase-implícita (BEVAN *et al.*, 2016).

A aplicação do método convencional de Galerkin sobre as equações de Navier-Stokes gera oscilações espúrias nos campos de velocidade do fluido em problemas com advecção dominante devido à natureza não auto-adjunta destas equações (TEZDUYAR; MITTAL; SHIH, 1991). Neste sentido, de acordo com Zienkiewicz, Taylor e Nithiarasu (2014), o Método das Características tem sido empregado como método de estabilização, produzindo como resultado a eliminação do termo convectivo de equações do tipo advecção-difusão, tornando-as, assim, auto-adjuntas, o que possibilita a utilização do método convencional de Galerkin.

O Método CBS (*Characteristic Based Split*), idealizado por Zienkiewicz e Codina (1995), consiste na aplicação do método de projeção de Chorin (1968) no contexto do Método das Características, onde a solução do sistema de equações é obtida em três etapas: em um primeiro passo, obtém-se uma primeira aproximação para o campo de velocidades resolvendo-se uma equação de balanço de quantidade de movimento sem o termo de pressão e com um termo difusivo, na versão quase-implícita, que torna implícita a resolução da mesma (BEVAN *et al.*, 2016). No segundo passo, é obtida a solução do campo de pressão a partir do campo de velocidades aproximado do primeiro passo. Na última etapa, o campo de velocidade é corrigido a partir do campo de pressão obtido no segundo passo, sendo que na versão quase-implícita do método, a equação de massa é resolvida de forma implícita usando uma equação de Poisson (NITHIARASU; LEWIS; SEETHARAMU, 2016). A abordagem semi-implícita também depende da solução da equação de Poisson, enquanto a abordagem totalmente explícita utiliza o parâmetro de compressibilidade artificial.

Apesar do método de Taylor-Galerkin ter sido utilizado em vários trabalhos do PPGE/UFRGS (BRAUN, 2007; MADALOZZO, 2012; ROSSA, 2000) para a simulação de escoamentos incompressíveis com a hipótese de pseudo-compressibilidade, um modelo numérico baseado no Método CBS (*Characteristic Based Split*) foi proposto recentemente por Barroso (2019). Este esquema numérico mostrou-se mais eficiente em aplicações da EVC, onde a turbulência tem papel preponderante.

O método pode ser demonstrado pelas equações descritas na sequência, onde é aplicado a uma equação advecção-difusão unidimensional (ZIENKIEWICZ; TAYLOR; NITHIARASU, 2014):

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + u \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) = 0 \quad (3.23)$$

sendo  $\phi$  a variável da equação,  $u$  a velocidade do escoamento e  $k$  a constante de difusão.

A evolução do escoamento se dá em um intervalo de tempo qualquer  $\Delta t = [t_n, t_{n+1}]$ , onde a distância percorrida por uma partícula é dada por  $\Delta x = u \cdot \Delta t$ . A reta produzida em um plano de eixos  $x \times t$  representa a linha característica do escoamento no domínio espaço-tempo (Figura 3.1).

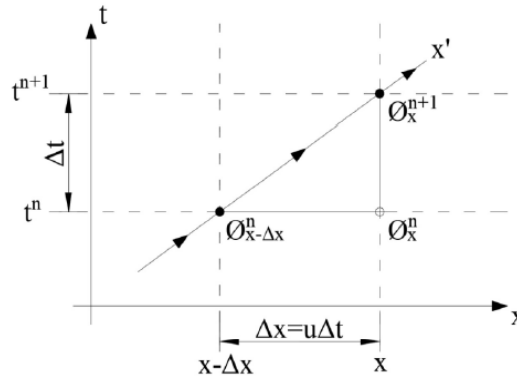


Figura 3.1 – Plano  $x \times t$  – procedimento do método das características (adaptado de ZIENKIEWICZ; TAYLOR; NITHIARASU, 2014).

Uma abordagem lagrangiana incremental é utilizada para a descrição cinemática da partícula ao longo da linha característica, onde um sistema de coordenadas móveis  $x'$  com velocidade de onda  $u$  é assumido, conforme apresentado por Zienkiewicz, Taylor e Nithiarasu (2014):

$$\frac{\partial \phi(x', t)}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) = 0 \quad (3.24)$$

Percebe-se na Equação (3.24) que o termo advectivo, presente na Equação (3.23), desaparece. No entanto, embora o termo advectivo seja eliminado pelo procedimento anterior, a solução torna-se complexa pela adoção do sistema de coordenadas móveis. A alternativa que pode ser adotada é empregar séries de Taylor descendentes (negativas) sobre os termos da equação. A forma semi-discreta da Equação (3.24) é então aproximada por (ZIENKIEWICZ; TAYLOR; NITHIARASU, 2014):

$$\frac{\phi^{n+1}|_x - \phi^n|_{x-\Delta x}}{\Delta t} \approx \theta \frac{\partial}{\partial x'} \left( k \frac{\partial \phi}{\partial x'} \right)^{n+1} \Big|_x + (1-\theta) \frac{\partial}{\partial x'} \left( k \frac{\partial \phi}{\partial x'} \right)^n \Big|_{x-\Delta x} \quad (3.25)$$

Quando  $\theta = 0$  a formulação é dita explícita, para  $\theta = 1$  é implícita e semi-implícita para  $0 < \theta < 1$ . Os termos avaliados em  $x - \Delta x$  são aproximados por séries de Taylor, conforme apresentado abaixo (ZIENKIEWICZ; TAYLOR; NITHIARASU, 2014):

$$\phi^n|_{x-\Delta x} = \phi^n|_x - \frac{\partial \phi^n}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial^2 \phi^n}{\partial x^2} \frac{\Delta x^2}{2} \quad (3.26)$$

$$\frac{\partial}{\partial x'} \left( k \frac{\partial \phi}{\partial x'} \right)^n \Big|_{x-\Delta x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \Big|_x - \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^n \right] \Delta x \quad (3.27)$$

Substituindo as Equações (3.26) e (3.27) na Equação (3.25) e desprezando os termos de ordem 3 ou superior, além de considerar  $\Delta x = u \cdot \Delta t$ , obtém-se (ZIENKIEWICZ; TAYLOR; NITHIARASU, 2014):

$$\frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\Delta t} = -u \frac{\partial \phi^n}{\partial x} + u^2 \frac{\Delta t}{2} \frac{\partial^2 \phi^n}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^n \quad (3.28)$$

Na Equação (3.28), o termo  $u$  pode ser considerado constante ou variável, de onde diferentes formas de estabilização podem ser obtidas. Ao longo da linha, no entanto, deve ser considerado como a velocidade média.

Assim, ao utilizar as séries de Taylor, o termo advectivo reaparece acompanhado de um termo adicional de ordem 2. Esse termo age como um operador difusivo artificial, reduzindo as oscilações espúrias provenientes da discretização espacial do termo advectivo. Assim, a equação está adequada para a aplicação do método de Galerkin.

Ao contrário da equação de advecção-difusão, as equações de Navier-Stokes constituem uma equação vetorial. Logo, uma extensão direta do Método das Características de Galerkin para as equações de momentum não é trivial. Para a aplicação do método, é necessário remover o termo de gradiente de pressão, levando a um procedimento de cálculo do campo de velocidades em dois estágios. Este procedimento de duas etapas apresenta duas vantagens: a primeira vantagem é que, sem os termos de pressão, cada equação de momentum assemelha-se a uma equação de advecção-difusão, favorecendo a aplicação do Método das

Características de Galerkin. A segunda vantagem é que a remoção do termo de pressão das equações de momentum aumenta a estabilidade do campo de pressões. Devido à decomposição introduzida nas equações, o método é usualmente referido como esquema *Characteristic Based Split* (CBS).

O método da projeção de Chorin (1968) pode ser aplicado para a resolução de problemas envolvendo escoamentos incompressíveis através de uma formulação mista (variáveis de pressão e velocidade), onde a solução é obtida em três passos a partir da separação dos termos de pressão da equação de momentum discretizada. Com o intuito de satisfazer a condição de Babuška-Brezzi (BABUŠKA, 1973) para elementos finitos, as formulações são desenvolvidas considerando as funções de interpolação para pressão ( $\mathbf{N}_p$ ) e para velocidade ( $\mathbf{N}_v$ ), as quais devem ser escolhidas adequadamente. Conforme Zienkiewicz, Taylor e Nithiarasu (2014), se o método da projeção for aplicado de forma consistente, a formulação permite a arbitrariedade de escolha das funções de  $\mathbf{N}_p$  e  $\mathbf{N}_v$ . Para este trabalho adota-se  $\mathbf{N}_p = \mathbf{N}_v$ .

Será adotado aqui um modelo CBS na versão quase-implícita, um dos modelos apresentados recentemente por Nithiarasu, Lewis e Seetharamu (2016), onde os procedimentos empregados para a obtenção das equações referentes aos três passos de projeção do método são descritos como segue:

Passo 1:

Campo de velocidades intermediário (aproximado): esta etapa é realizada removendo-se o termo de pressão das equações de Navier-Stokes e adicionando os parâmetros de relaxação  $\theta_1$  e  $\theta_3$  nos termos advectivos e difusivos, respectivamente, para obter a seguinte expressão, semelhante à equação advecção-difusão (3.23):

$$\frac{v_i^* - v_i^n}{\Delta t} = -v_j^n \frac{\partial v_i^{n+\theta_1}}{\partial x_j} + (v + v_i) \frac{\partial^2 v_i^{n+\theta_3}}{\partial x_j^2} + \frac{1}{\rho} f_i^n \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (3.29)$$

onde  $v_i^*$  são as componentes do vetor velocidade intermediária do escoamento e os parâmetros  $\theta_1 = 0$  e  $0,5 \leq \theta_3 \leq 1$  (escolhe-se  $\theta_3 = 0,5$ ). Aplicando os procedimentos referentes ao Método das Características à Equação (3.29), chega-se a:

$$\begin{aligned} \frac{v_i^* - v_i^n}{\Delta t} = & -v_j^n \frac{\partial v_i^n}{\partial x_j} + (v + v_t) \frac{\partial^2 v_i^{n+\theta_3}}{\partial x_j^2} + \\ & + \frac{\Delta t}{2} v_k^n \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ v_j^n \frac{\partial v_i^n}{\partial x_j} \right] + \frac{1}{\rho} f_i^n \quad (i, j, k = 1, 2, 3) \end{aligned} \quad (3.30)$$

Passo 2:

Cálculo do campo de pressões: o campo de pressões é calculado a partir de uma equação de Poisson, a qual é derivada considerando-se que o campo de velocidades intermediário obtido no primeiro passo precisa ser corrigido. A forma semi-discreta das equações de momento, sem a remoção do termo de gradiente de pressão com seu parâmetro de relaxação  $\theta_2$ , pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} \frac{v_i^{n+1} - v_i^n}{\Delta t} = & -v_j^n \frac{\partial v_i^n}{\partial x_j} + (v + v_t) \frac{\partial^2 v_i^{n+\theta_3}}{\partial x_j^2} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p^{n+\theta_2}}{\partial x_i} + \\ & + \frac{\Delta t}{2} v_k^n \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ v_j^n \frac{\partial v_i^n}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p^n}{\partial x_i} \right] + \frac{1}{\rho} f_i^n \quad (i, j, k = 1, 2, 3) \end{aligned} \quad (3.31)$$

onde o parâmetro  $0,5 \leq \theta_2 \leq 1$  (adota-se  $\theta_2 = 1$ ). O campo de velocidades correto pode ser obtido diretamente se a Equação (3.31) for utilizada, mas com a perda de algumas vantagens. Subtraindo a Equação (3.30) pela Equação (3.31), obtém-se a seguinte expressão:

$$\frac{v_i^{n+1} - v_i^*}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p^{n+\theta_2}}{\partial x_i} + \frac{\Delta t}{2} v_k^n \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \frac{1}{\rho} \frac{\partial p^n}{\partial x_i} \right] \quad (i, k = 1, 2, 3) \quad (3.32)$$

Da Equação (3.32), pode-se observar que se a pressão puder ser calculada a partir de outra equação, o campo de velocidades intermediário poderá ser corrigido usando a Equação (3.32). Neste sentido, a fim de obter o campo de pressões, aplica-se uma relaxação na equação da continuidade usando a seguinte expressão:

$$\frac{\partial v_i^{n+\theta_4}}{\partial x_i} = \theta_4 \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_i} \right)^{n+1} + (1 - \theta_4) \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_i} \right)^n = 0 \quad (i = 1, 2, 3) \quad (3.33)$$

O parâmetro de relaxamento deve ser  $0,5 \leq \theta_4 \leq 1$  para garantir a estabilidade do campo de pressão (BEVAN *et al.*, 2016). Neste trabalho, adota-se a opção  $\theta_4 = 1$ . Uma vez que o campo

de velocidades em  $n + 1$  não está disponível no passo 2, substitui-se a Equação (3.33) no divergente da Equação (3.32), obtendo-se:

$$\theta_4 \left( \frac{\partial v_i^*}{\partial x_i} \right) - \frac{\Delta t \theta_4}{\rho} \left( \frac{\partial^2 p}{\partial x_i^2} \right)^{n+\theta_2} + (1 - \theta_4) \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_i} \right)^n = 0 \quad (i = 1, 2, 3) \quad (3.34)$$

Na Equação (3.34) são desprezados termos de terceira ordem e superiores. Aplicando a relaxação ao termo com gradiente de pressão na Equação (3.34), obtém-se:

$$\frac{\theta_4 \theta_2}{\rho} \frac{\partial^2 \Delta p}{\partial x_i^2} = \frac{1}{\Delta t} \left( \frac{\partial v_i^n}{\partial x_i} + \theta_4 \frac{\partial \Delta v_i^*}{\partial x_i} \right) - \frac{\theta_4}{\rho} \left( \frac{\partial^2 p}{\partial x_i^2} \right)^n \quad (i = 1, 2, 3) \quad (3.35)$$

Embora a Equação (3.35) não exija nenhum tratamento especial para estabilizar oscilações no campo de pressões, a ausência de um termo transiente torna obrigatória a montagem e solução implícita de um sistema de equações.

### Passo 3:

Correção do campo de velocidades: a equação de correção de velocidades foi derivada anteriormente (Equação (3.32)), envolvendo a pressão obtida no passo 2 e o campo de velocidades intermediário obtido no passo 1, sendo reapresentada abaixo depois de aplicada a relaxação:

$$\frac{v_i^{n+1} - v_i^*}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial p^n}{\partial x_i} + \theta_2 \frac{\partial \Delta p}{\partial x_i} \right) + \frac{\Delta t}{2} v_k^n \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \frac{1}{\rho} \frac{\partial p^n}{\partial x_i} \right] \quad (i, k = 1, 2, 3) \quad (3.36)$$

Aplicando o método convencional de Galerkin no contexto do MEF nas equações que definem os três passos do Método CBS quase-implícito e integrando por partes os termos de segunda ordem, obtém-se a forma discretizada do sistema de equações do escoamento em nível de elemento (BEVAN *et al.*, 2016):

**Passo 1:** cálculo do campo de velocidades intermediário.

$$(\mathbf{M} + \theta_3 \Delta t \mathbf{D}) \frac{\Delta \mathbf{v}_i^*}{\Delta t} = -\mathbf{A} \mathbf{v}_i^n - \mathbf{D} \mathbf{v}_i^n - \frac{\Delta t}{2} \mathbf{S}_v \mathbf{v}_i^n + \mathbf{f}_i \quad (i = 1, 2, 3) \quad (3.37)$$

**Passo 2:** cálculo do campo de pressões.



$$\theta_2\theta_4\mathbf{H}\Delta\mathbf{p} = \frac{1}{\Delta t}(\mathbf{G}_i\mathbf{v}_i^n + \theta_4\mathbf{G}_i\Delta\mathbf{v}_i^* - \theta_4\Delta t\mathbf{H}\mathbf{p}^n) + \mathbf{f}_p \quad (i=1,2,3) \quad (3.38)$$

**Passo 3:** correção do campo de velocidades.

$$\mathbf{M}\mathbf{v}_i^{n+1} = \mathbf{M}\mathbf{v}_i^* - \frac{\Delta t}{\rho}\mathbf{G}_i(\mathbf{p}^n + \theta_2\Delta\mathbf{p}) - \frac{\Delta t^2}{2\rho}\mathbf{S}_i^p\mathbf{p}^n \quad (i=1,2,3) \quad (3.39)$$

Nas Equações (3.37), (3.38) e (3.39), os vetores  $\mathbf{v}_i$  e  $\mathbf{p}$  possuem os valores nodais de velocidade e pressão, respectivamente. As matrizes e vetores com termos de contorno em nível de elemento da formulação são descritas na sequência (BARROSO, 2019):

Matriz de massa:

$$\mathbf{M} = \int_{\Omega_e} \mathbf{N}^T \mathbf{N} d\Omega \quad (3.40)$$

Matriz de advecção:

$$\mathbf{A} = \int_{\Omega_e} (\mathbf{N}\mathbf{v}_j^n) \mathbf{N}^T \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x_j} d\Omega \quad (j=1,2,3) \quad (3.41)$$

Matriz de difusão:

$$\mathbf{D} = \int_{\Omega_e} (\nu + \nu_t) \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial x_j} \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x_j} d\Omega \quad (j=1,2,3) \quad (3.42)$$

Vetores de forças e termos de contorno:

$$\mathbf{f}_i = \frac{1}{\rho} \int_{\Omega_e} \mathbf{N}^T f_i d\Omega + (\nu + \nu_t) \int_{\Gamma_e} \mathbf{N}^T \left( \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x_j} n_j \mathbf{v}_i^n \right) d\Gamma \quad (i, j=1,2,3) \quad (3.43)$$

$$\mathbf{f}_p = \int_{\Gamma_e} \mathbf{N}^T \left( \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x_i} n_i \mathbf{p}^n \right) d\Gamma \quad (i=1,2,3) \quad (3.44)$$

Matrizes de gradiente:

$$\mathbf{G}_i = \int_{\Omega_e} \mathbf{N}^T \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x_i} d\Omega \quad (i=1,2,3) \quad (3.45)$$

Matriz Laplaciana:

$$\mathbf{H} = \int_{\Omega_e} \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial x_i} \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x_i} d\Omega \quad (i=1,2,3) \quad (3.46)$$

Matrizes de estabilização:

$$\mathbf{S}_v = \int_{\Omega_e} (\mathbf{N}\mathbf{v}_k^n)(\mathbf{N}\mathbf{v}_j^n) \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial x_k} \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x_j} d\Omega \quad (j,k=1,2,3) \quad (3.47)$$

$$\mathbf{S}_i^p = \int_{\Omega_e} (\mathbf{N}\mathbf{v}_k^n) \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial x_k} \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x_i} d\Omega \quad (i,k=1,2,3) \quad (3.48)$$

Nas Equações (3.40), (3.41), (3.42), (3.43), (3.44), (3.45), (3.46), (3.47) e (3.48),  $\mathbf{N}$  é uma matriz linha contendo as funções de interpolação do elemento tetraédrico linear. Detalhes sobre a formulação do elemento usado neste trabalho são encontrados no trabalho de Barroso (2019).

A matriz de massa consistente  $\mathbf{M}$  pode ser substituída pela matriz de massa discreta  $\mathbf{M}_D$ , possibilitando a obtenção do campo de velocidades e/ou de pressões de forma explícita, pois evita a necessidade de fatoração da matriz de coeficientes do sistema de equações. O método semi-implícito utiliza a matriz de massa discreta nos passos 1 e 3, o método de projeção quase-implícito utiliza a matriz de massa discreta no passo 3, e o método totalmente explícito utiliza a matriz de massa discreta em todos os três passos. Quando esta substituição é utilizada, alguns pequenos erros podem ocorrer na solução de problemas transientes, enquanto para a solução de problemas estacionários nenhum erro é introduzido. Mesmo para problemas transientes, uma solução acurada ainda pode ser obtida por meio de refinamento da malha.

Os passos de tempo globais são empregados para os esquemas semi-implícitos e quase-implícitos, sendo que passos de tempo local e duplo (real e pseudotempo) são empregado para o esquema explícito. Na variante quase-implícita, o passo de tempo é calculado localmente apenas pela seguinte condição (BEVAN *et al.*, 2016):

$$\Delta t \leq \Delta t_{conv} \quad (3.49)$$

onde o passo de tempo de convecção é dado por:

$$\Delta t_{conv} = \frac{h}{\|u\|} \quad (3.50)$$

sendo  $h$  a dimensão característica do elemento finito, calculada para os elementos tetraédricos (utilizados nesse trabalho) como:

$$h_i = \min \left( \frac{3V}{A_{face\ oposta}} \right)_{ie} \quad (3.51)$$

sendo  $ie$  o número de elementos conectados ao nó  $i$ ,  $V$  o volume do elemento tetraédrico e  $A$  a área da face do tetraedro oposta ao nó  $i$ . No passo de tempo do esquema semi-implícito e no passo de pseudotempo do método totalmente explícito se aplicam as condições de estabilidade decorrentes dos termos convectivo e viscoso, sendo que esta última pode impactar negativamente no tempo de solução dos problemas.

Destaca-se que o valor de  $\Delta t$  a ser utilizado é calculado multiplicando-se o valor obtido pela Equação (3.49) por um fator de segurança que varia de 0,5 a 2,0, dependendo do problema e do nível de refinamento de malha empregado. Para este trabalho, é adotado um  $\Delta t$  global como sendo o menor de todos os elementos.

A preferência pela forma quase-implícita, neste trabalho, deriva das conclusões apresentadas por Bevan et al. (2016). Das comparações realizadas pelos autores, extrai-se que o método quase-implícito possui uma vantagem significativa de velocidade (de 3 a 100 vezes) em relação à abordagem totalmente explícita. Também que o método semi-implícito é inferior ao quase-implícito, devido aos critérios adicionais de estabilidade impostos pela componente difusiva nas equações de quantidade de movimento.

## 4 REFINAMENTO DE MALHA ADAPTATIVO

No presente trabalho emprega-se uma abordagem baseada em métrica riemanniana para estimar o erro e adaptar a malha de forma anisotrópica, conforme o modelo apresentado por Linn (2017). Através desta métrica pode-se determinar o erro de forma direcional, considerar os efeitos multi-escalas associando a medida de erro a uma norma  $L^p$  e estender a avaliação do erro a problemas multi-dimensionais pela interseção de métricas riemannianas. A adaptação de malhas não-estruturadas consiste em etapas de refinamento, desrefinamento, alternância de faces e suavização nodal considerando a anisotropia dos campos de solução. Neste capítulo, apresentam-se os conceitos topológicos, uma descrição dos temas relacionados a estimativas de métrica, os procedimentos de refinamento, desrefinamento, alternância de faces, suavização nodal e, finalmente, o algoritmo de adaptação de malhas.

### 4.1 TOPOLOGIA DA MALHA

Para garantir a generalidade dos procedimentos de adaptação para qualquer caso dimensional, a malha é descrita como um simplex nesta seção. Um  $k$ -simplex ( $0 \leq k \leq d$ ) é o invólucro convexo de  $k + 1$  nós independentes em  $\mathbb{R}^d$ , chamados vértices. Geometricamente, um 0-simplex é um ponto, um 1-simplex é um segmento de linha, um 2-simplex é um triângulo, um 3-simplex é um tetraedro e assim por diante. O conjunto de  $k + 1$  vértices  $v$  de um  $k$ -simplex  $K$  é definido como  $V_K$  (GRUAU, 2004):

$$V_K = \{v_0, \dots, v_k\} \quad (4.1)$$

O conjunto de  $3k - 3$  vetores de aresta  $a$  de um  $k$ -simplex  $K$  é definido como  $A_K$ :

$$A_K = \{a_0, \dots, a_{3k-4}\} \quad k > 1 \quad (4.2)$$

A medida  $|K|$  de um  $k$ -simplex  $K$  (área ou volume orientado) é definido por:

$$|K| = \frac{\det \begin{pmatrix} v_1 - v_0 & v_2 - v_0 & \dots & v_{k-1} - v_0 & v_k - v_0 \end{pmatrix}}{k!} \quad (4.3)$$

e um  $k$ -simplex  $K$  é não degenerado apenas se:

$$|K| > 0 \quad (4.4)$$

Para um determinado conjunto de  $\mathcal{N}$  pontos (chamados de nós) em um domínio  $\Omega$  e um conjunto  $\mathcal{T}$  de  $k$ -simplexes (chamados elementos) não degenerados, cujos vértices  $\in \mathcal{T}$ , os procedimentos de adaptação modificam a malha  $(\mathcal{N}, \mathcal{T})$  garantindo que a topologia não seja violada em qualquer lugar durante todo o processo.

## 4.2 ESTIMATIVAS DE MÉTRICA

Tanto a direção quanto a magnitude da anisotropia são informações importantes e necessárias para a construção de um procedimento de adaptação da malha anisotrópica. Essas informações podem ser avaliadas através do uso dos chamados métodos baseados em métricas, onde um espaço métrico riemanniano é avaliado com base no erro de interpolação do campo de solução. Neste espaço métrico riemanniano, o erro pode ser monitorado como uma grandeza tensorial (um espaço curvo), permitindo a avaliação da direção e magnitude do campo anisotrópico. As características mais importantes do método baseado em métrica empregado neste trabalho são brevemente descritas nesta seção. Uma visão geral mais detalhada dessa metodologia pode ser encontrada em Castro-Díaz *et al.* (1997), Frey e Alauzet (2005) e Loseille (2008).

### 4.2.1 Medidas Métricas

Um espaço métrico  $(\mathbb{R}^d, \mathcal{M})$  é um espaço vetorial finito no qual o produto escalar de dois vetores  $\mathbf{u}$  e  $\mathbf{v}$  é definido por (LINN, 2017):

$$\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle_{\mathcal{M}} = \mathbf{u}^T \mathcal{M} \mathbf{v} \quad \text{para } (\mathbf{u}, \mathbf{v}) \in \mathbb{R}^d \times \mathbb{R}^d \quad (4.5)$$

onde  $\mathcal{M}$  é uma matriz  $d \times d$  simétrica positivo-definida chamada tensor métrico, ou apenas métrica. Um espaço métrico riemanniano  $(\mathcal{M}(\mathbf{x}))_{\mathbf{x} \in \Omega}$  é um campo espacial que define em qualquer ponto  $\mathbf{x} \in \Omega$  um tensor métrico  $\mathcal{M}(\mathbf{x})$  que é variável através do domínio do espaço  $\Omega$ . O caso  $\mathcal{M} = \mathcal{I}$ , no qual  $\mathcal{I}$  é a matriz de identidade  $d$ -dimensional, define o espaço euclidiano canônico como um caso particular do espaço riemanniano, onde a métrica é constante no espaço e isotrópica. Assim, o cálculo de grandezas geométricas em um espaço riemanniano requer integração para levar em conta a variação do campo métrico. O

comprimento da aresta  $\mathbf{ab}$ ,  $\ell_{\mathcal{M}}(\mathbf{ab})$ , é continuamente avaliado com uma parametrização dada por  $\gamma(t) = \mathbf{a} + t\mathbf{ab}$ , com  $t \in [0,1]$ , ou seja:

$$\ell_{\mathcal{M}}(\mathbf{ab}) = \int_0^1 \|\gamma'(t)\|_{\mathcal{M}} dt = \int_0^1 \sqrt{\mathbf{ab}^T \mathcal{M}(\mathbf{a} + t\mathbf{ab}) \mathbf{ab}} dt \quad (4.6)$$

A medida de um simplex  $K$  é avaliada por:

$$|K|_{\mathcal{M}} = \int_K \sqrt{\det \mathcal{M}(\mathbf{x})} d\mathbf{x} \quad (4.7)$$

A ideia central de uma adaptação de malha através de métricas é gerar uma malha na qual as arestas tenham o comprimento mais próximo da unidade possível no espaço métrico riemanniano prescrito. Quanto mais próximo da unidade, melhor distribuído é o erro sobre a malha. A qualidade de um simplex  $K$  (ou elemento) pode ser controlada por meio de uma função de qualidade  $Q_{\mathcal{M}}$  que combina informações de dimensionamento e orientação (DUCROT; FREY; CLAISSE, 2009):

$$Q_{\mathcal{M}}(K) = \frac{\sum \ell_{\mathcal{M}}^2(A_k)}{|K|_{\mathcal{M}}^{2/d}} \quad (4.8)$$

Na Equação (4.8), o numerador leva em consideração o tamanho dos elementos da malha. Diminuir o comprimento das arestas avaliadas no espaço riemanniano também reduz  $Q_{\mathcal{M}}$ . O denominador é uma medida da orientação do simplex no espaço riemanniano, onde um simplex orientado mais próximo dos autovetores do campo local leva a uma redução de  $Q_{\mathcal{M}}$ . Assim, minimizando  $Q_{\mathcal{M}}$  a qualidade do elemento é maximizada em um sentido anisotrópico. Uma versão normalizada da Equação (4.8) também pode ser empregada.

De um ponto de vista discreto, o campo métrico precisa ser interpolado para avaliar comprimentos e volumes aproximados no espaço riemanniano. Considerando uma interpolação linear do tensor métrico, a integração da Equação (4.6) é avaliada por (HABASHI *et al.*, 2000):

$$\ell_{\mathcal{M}}(\mathbf{ab}) \approx \frac{2}{3} \frac{\ell_0^2 + \ell_0 \ell_1 + \ell_1^2}{\ell_0 + \ell_1} \quad (4.9)$$

onde  $\ell_i(\mathbf{ab}) = \sqrt{\mathbf{ab}^T \mathcal{M}(\mathbf{x}_i) \mathbf{ab}}$  é o comprimento da aresta na métrica  $\mathcal{M}(\mathbf{x}_i)$  com  $i = 0, 1$  para os pontos finais da aresta  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{b}$ , respectivamente. Da mesma forma, a integral da Equação (4.7) pode ser numericamente aproximada por:

$$|K|_{\mathcal{M}} \approx \sqrt{\det \frac{1}{k+1} \sum_{i=1}^{k+1} \mathcal{M}_i(\mathbf{x})} |K| \quad (4.10)$$

onde  $\mathcal{M}_i(\mathbf{x})$  é a métrica em cada um dos  $i$  vértices do  $k$ -simplex  $K$  com medida orientada euclidiana  $|K|$ .

#### 4.2.2 Estimativas de Erro

O erro  $E_{\mathbf{L}^p}(\mathbf{ab})$  estimado para uma aresta  $\mathbf{ab}$  é definido como o limite superior da diferença entre uma aproximação quadrática e a interpolação linear avaliada na norma  $\mathbf{L}^p$  para uma dada função contínua  $u$ , que pode ser expressa como (LINN, 2017):

$$E_{\mathbf{L}^p}(\mathbf{ab}) = \ell_{\mathcal{M}}(\mathbf{ab}) \quad (4.11)$$

com a métrica  $\mathcal{M}(\mathbf{x})$  definida como o Hessiano normalizado da função  $u$  avaliada na norma  $\mathbf{L}^p$  (LOSEILLE; ALAUZET, 2009, 2011):

$$\mathcal{M}(\mathbf{x}) = \mathcal{M}_{\mathbf{L}^p}(\mathbf{x}) = (\det |\mathbf{H}|)^{\frac{1}{2p+d}} |\mathbf{H}| \quad (4.12)$$

onde  $\mathbf{H}$  é uma matriz simétrica que representa o Hessiano de  $u$ . Por ser uma matriz simétrica, permite a decomposição  $\mathbf{H} = \mathcal{R} \Lambda \mathcal{R}^T$ , onde  $\mathcal{R}$  é uma matriz ortonormal que satisfaz  $\mathcal{R}^T \mathcal{R} = \mathcal{R} \mathcal{R}^T = \mathcal{I}$ , tal que  $\mathcal{R}$  é composto pelos autovetores  $(\mathbf{v}_i)_{i=1,d}$  associados a  $\mathbf{H}$  e  $\Lambda$  é uma matriz diagonal composta pelos autovalores  $(\lambda_i)_{i=1,d}$  associados a  $\mathbf{H}$ . Para garantir que  $\mathbf{H}$  seja uma matriz positiva-definida, o fator  $|\mathbf{H}|$  é obtido como a matriz hessiana com autovalores normalizados e limitados, tal que  $|\mathbf{H}| = \mathcal{R} |\tilde{\Lambda}| \mathcal{R}^T$ , onde os autovalores de  $|\tilde{\Lambda}| = \text{diag}(\tilde{\lambda}_i)$  são dados por (FREY; ALAUZET, 2005):

$$\tilde{\lambda}_i = \min \left( \max \left( |\lambda_i|, \frac{1}{h_{\max}^2} \right), \frac{1}{h_{\min}^2} \right) \quad (4.13)$$

onde  $h_{\max}$  e  $h_{\min}$  são os tamanhos de aresta máximo e mínimo permitidos na malha. A matriz hessiana é avaliada usando uma formulação fraca baseada na fórmula de Green (VALLET *et al.*, 2007).

Na Equação (4.12), o último fator  $|\mathbf{H}|$  da equação especifica a orientação da malha local e a anisotropia, enquanto o fator escalar  $(\det|\mathbf{H}|)^{-\frac{1}{2p+d}}$  modifica a estimativa de erro para levar em conta a sensibilidade da norma  $\mathbf{L}^p$ . Se  $p = \infty$ , então  $\mathcal{M}_{\mathbf{L}^p}(\mathbf{x}) = \mathcal{M}_{\mathbf{L}^\infty}(\mathbf{x}) = |\mathbf{H}|$  e nenhuma sensibilidade da norma  $\mathbf{L}^p$  é levada em consideração. Estratégias de adaptação baseadas no controle da norma de interpolação  $\mathbf{L}^\infty$  falham em capturar pequenas feições do campo de solução que exibem valores que diferem dos demais em várias ordens de magnitude. A anisotropia também será perdida perto das descontinuidades (LOSEILLE; ALAUZET, 2009). Portanto, controlar o erro na norma  $\mathbf{L}^p$  permite capturar todas as escalas do campo de solução. Finalmente, os autovalores limitados da Equação (4.13) são empregados para truncar os autovalores mínimos e máximos e são adequados para aplicações como simulações de transientes, onde o avanço do tempo está diretamente associado ao tamanho mínimo da aresta da malha. É importante salientar que este procedimento estima o erro de apenas uma variável  $u$  escolhida. A extensão a um número qualquer de variáveis é descrita a seguir.

### 4.2.3 Intersecção Multi-métrica

Quando mais de um campo métrico é especificado em um ponto, o procedimento de adaptação deve garantir a cobertura do erro de interpolação de todos esses campos conjuntamente. Para fazer isso, uma técnica de redução simultânea é usada. Nesta abordagem, procura-se uma base comum  $\mathcal{P}$  de dois campos métricos  $\mathcal{M}_A$  e  $\mathcal{M}_B$ , tal que eles sejam congruentes com uma matriz diagonal nestas bases. A matriz  $\mathcal{B} = \mathcal{M}_A^{-1} \mathcal{M}_B$  é introduzida de forma que  $\mathcal{B}$  é diagonalizável com autovalores reais. Os autovetores normalizados de  $\mathcal{B}$  são  $\mathbf{e}_i$  (com  $i = 1, d$ ) e compõem a base comum diagonalizável  $\mathcal{P}$ . As principais componentes de  $\mathcal{M}_A$  e  $\mathcal{M}_B$  projetadas nesta base podem ser obtidas com (ALAUZET; FREY, 2003; FREY; ALAUZET, 2005):

$$\mu_i = \mathbf{e}_i^T \mathcal{M}_A \mathbf{e}_i \quad \text{e} \quad \beta_i = \mathbf{e}_i^T \mathcal{M}_B \mathbf{e}_i \quad (4.14)$$

Como  $\mathcal{P}$  também é invertível, a intersecção métrica pode ser avaliada por:



$$\mathcal{M}_{A \cap B} = \mathcal{M}_A \cap \mathcal{M}_B = (\mathcal{P}^{-1})^T \text{diag}(\max(\mu_i, \beta_i)) \mathcal{P}^{-1} \quad (4.15)$$

Para mais de dois campos métricos, o procedimento pode ser avaliado da mesma maneira, com  $\mathcal{M}_{A \cap B \cap C}$  usando  $\mathcal{M}_A = \mathcal{M}_{A \cap B}$  e  $\mathcal{M}_B = \mathcal{M}_C$  e assim por diante para mais interseções métricas. É importante observar que esta operação não é comutativa e quanto maior o número de interseções empregadas, menor será a anisotropia final da malha (CASTRO-DÍAZ *et al.*, 1997).

### 4.3 ADAPTAÇÃO DE MALHAS

O procedimento de adaptação de malhas utiliza o arcabouço baseado em métrica para avaliar o erro associado a cada aresta da malha. Quando o erro está acima de um valor especificado, a aresta é dividida em duas novas arestas. Quando o erro é menor do que o desejado, a aresta é removida por um procedimento de colapso da aresta. A troca de aresta e face também é usada para melhorar a qualidade da malha junto com uma estratégia de suavização nodal. Todas as estratégias são desenvolvidas de forma a adaptar a malha considerando a anisotropia em cada estágio individualmente e visando utilizar apenas as informações da malha naturalmente disponíveis em cada procedimento. Assim, uma estratégia bastante geral e robusta é empregada.

#### 4.3.1 Refinamento Anisotrópico da Malha

Quando uma aresta  $\mathbf{ab}$  está designada para ser refinada, um novo nó  $\mathbf{c}$  é inserido em seu centro, gerando duas novas arestas:  $\mathbf{ac}$  e  $\mathbf{cb}$ . Usualmente,  $\mathbf{c}$  é adotado como o centro euclidiano da aresta, mas dessa forma a informação anisotrópica é perdida porque o erro da aresta não é distribuído equitativamente neste ponto. Propõem-se uma divisão centrada riemanniana, de modo que o novo nó inserido  $\mathbf{c}$  verifica a seguinte relação (LINN, 2017):

$$\ell_{\mathcal{M}}(\mathbf{ac}) = \ell_{\mathcal{M}}(\mathbf{cb}) \quad (4.16)$$

A Equação (4.16) define uma relação não linear porque a relação integral dada pela Equação (4.6) deve levar em consideração a variação espacial da métrica. Além disso, usando a Equação (4.6) e a parametrização  $\mathbf{ac} = m\mathbf{ab}$  e  $\mathbf{cb} = (1 - m)\mathbf{ab}$ , com  $m \in [0,1]$ , a divisão centrada riemanniana definida na Equação (4.16) pode ser avaliada encontrando um  $m$  tal que:

$$\int_0^1 \sqrt{\mathbf{a}\mathbf{c}^T \mathcal{M}(\mathbf{a} + t\mathbf{a}\mathbf{c}) \mathbf{a}\mathbf{c}} dt = \int_0^1 \sqrt{\mathbf{c}\mathbf{b}^T \mathcal{M}(\mathbf{c} + t\mathbf{c}\mathbf{b}) \mathbf{c}\mathbf{b}} dt \quad (4.17)$$

Considerando uma interpolação linear do tensor métrico ao longo de  $\mathbf{ab}$ , o valor de  $m$  é obtido como (LINN, 2017):

$$m = \frac{\ell_0^2 - 2^{\frac{2}{3}} (\ell_0^3 + \ell_1^3)^{\frac{2}{3}}}{\ell_0^2 - \ell_1^2} \quad (4.18)$$

que é válido para todos os valores de  $\ell_0$  e  $\ell_1$  tais que  $\ell_0 \neq \ell_1$ . Se  $\ell_0 = \ell_1$ , não há variação de métrica ao longo da aresta e o centro euclidiano é escolhido para a divisão, com  $m = 0,5$ .

O procedimento de refinamento deve garantir que a topologia da malha não seja violada, gerando apenas elementos válidos. Para satisfazer esta condição, a subdivisão de um elemento é realizada de acordo com o número e a posição das arestas refinadas. Todos os casos de subdivisão anisotrópica são cobertos. Para um caso tridimensional, com  $d = 3$ , em uma malha composta por elementos tetraédricos, onze tipos de subdivisão são possíveis, cobrindo sessenta e quatro casos anisotrópicos (ver Figura 4.1):

0: Nenhuma aresta a ser refinada;

1: Uma aresta a ser refinada;

2a: Duas arestas a serem refinadas na mesma face;

2b: Duas arestas a serem refinadas em faces opostas;

3a: Três arestas a serem refinadas que compartilham um nó;

3b: Três arestas a serem refinadas na mesma face;

3c: Três arestas a serem refinadas que não compartilham um único nó e não estão na mesma face;

4a: Quatro arestas a serem refinadas com três delas compartilhando um nó;

4b: Quatro arestas a serem refinadas com dois nós em cada face;

5: Cinco arestas a serem refinadas;

6: Seis arestas a serem refinadas.

Mais uma vez, as condições de existência e unicidade são mantidas e a topologia não é violada em nenhum lugar. Como o procedimento de subdivisão de um elemento é totalmente independente da divisão dos outros, o processamento paralelo pode ser facilmente realizado para reduzir o tempo computacional. Este método de refinamento é descrito em sua totalidade por Ruprecht e Müher (1998).

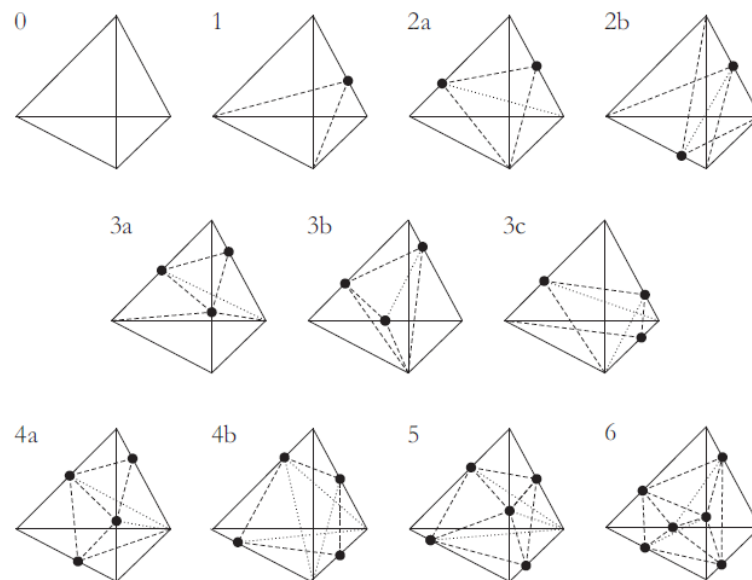


Figura 4.1 – Esquema de subdivisão de tetraedro baseado em aresta (adaptado de LINN, 2017).

#### 4.3.2 Desrefinamento Anisotrópico da Malha

O procedimento de desrefinamento adotado no presente trabalho é baseado no colapso da aresta. Este procedimento tem a vantagem de ser computacionalmente rápido e independente do histórico de refinamento, ou seja, não se trata de uma simples anulação de uma etapa de refinamento, voltando à situação anterior. Normalmente, o colapso da malha é executado colapsando um vértice de aresta para o outro diretamente, ou ambos os vértices para o ponto médio euclidiano. A topologia válida é assegurada sucessivamente definindo tipos de arestas de acordo com o simplex dimensional envolvido, exigindo um tratamento diferenciado para arestas que se encontram nas faces limites, identificação de cantos agudos, linhas de dobra em superfícies e outros casos. Assim, a forma anisotrópica é um pouco perdida com esse tipo de estratégias, já que o colapso realizado com esta metodologia não contém as informações anisotrópicas e informações adicionais da malha são necessárias para manter uma topologia

válida. Propõe-se aqui uma estratégia de colapso de aresta anisotrópica que otimiza a pior qualidade anisotrópica de elementos evoluídos em torno da aresta desrefinada, onde a topologia é preservada como uma restrição imposta. A metodologia é independente do caso dimensional, sendo diretamente aplicável a ambas as malhas formadas por elementos triangulares e tetraédricos.

Seja  $\mathbf{ab}$  uma aresta a ser desrefinada, com vértice inicial  $\mathbf{a}$  e vértice final  $\mathbf{b}$ , define-se o conjunto  $G$  de todos os simplexes que compartilham pelo menos uma aresta com  $\mathbf{ab}$  (ver Figura 4.2) (LINN, 2017):

$$G = \{K : \mathbf{ab} \in A_K\} \quad (4.19)$$

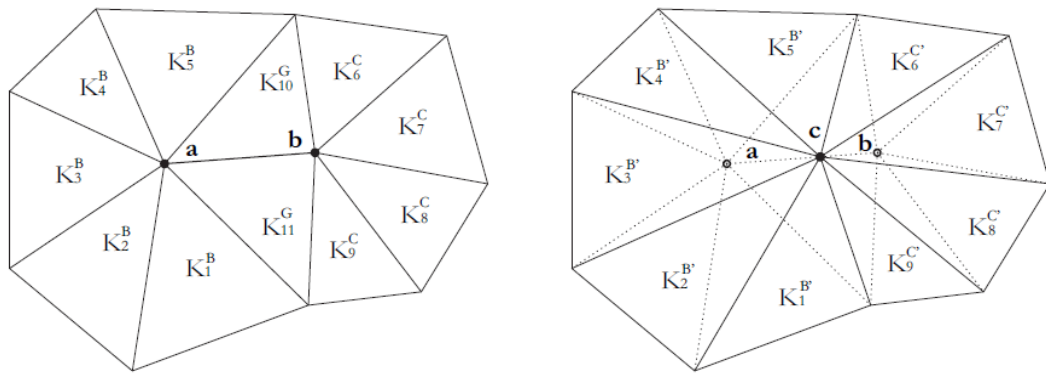


Figura 4.2 – Procedimento de colapso de aresta (adaptado de LINN, 2017).

Seja  $B$  o conjunto de todos os simplexes que compartilham o vértice  $\mathbf{a}$ , mas não estão contidos no conjunto  $G$ :

$$B = \{K : \mathbf{a} \in V_K \wedge \mathbf{ab} \notin A_K\} \quad (4.20)$$

Similarmente,  $C$  é definido como o conjunto de todos os simplexes que compartilham o vértice  $\mathbf{b}$ , mas não estão contidos no conjunto  $G$ :

$$C = \{K : \mathbf{b} \in V_K \wedge \mathbf{ab} \notin A_K\} \quad (4.21)$$

Os vértices  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{b}$  são unidos ao longo da direção da aresta  $\mathbf{ab}$  para um novo ponto  $\mathbf{c}$  entre  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{b}$ , colapsando todos os simplexes do conjunto  $G$ . Todos os simplexes contidos no conjunto  $B$  são linearmente transformados em um novo conjunto  $B'$  pela seguinte relação:

$$B' = \{K \in B : (\mathbf{a} \in V_K) \mapsto \mathbf{c}\} \quad (4.22)$$

Da mesma forma, os simplexes do conjunto  $C$  são transformados em um novo conjunto  $C'$  por:

$$C' = \{K \in C : (\mathbf{b} \in V_K) \mapsto \mathbf{c}\} \quad (4.23)$$

Para manter as informações anisotrópicas ao longo do procedimento, a escolha do ponto de colapso  $\mathbf{c} = \mathbf{a} + n\mathbf{ab}$  é realizado encontrando  $n \in [0,1]$ , que minimiza a soma de todas as funções de qualidade dos simplexes restantes afetados pelo colapso (LINN, 2017):

$$\min_{n \in [0,1]} \sum_{K \in B' \cup C'} Q_{\mathcal{M}}(K) \quad (4.24)$$

sujeito às seguintes restrições:

$$|K| > 0 \forall K \in B' \cup C' \quad (4.25)$$

$$\sum_{K \in G \cup B \cup C} |K| - \sum_{K \in B' \cup C'} |K| = 0 \quad (4.26)$$

A função objetivo definida na Equação (4.24) traduz matematicamente que o ponto colapsado  $\mathbf{c}$  deve ser um ponto que fornece o valor mínimo para a soma da qualidade anisotrópica associada a cada simplex afetado pelo colapso, mantendo assim informações de tamanho e orientação devido às propriedades de  $Q_{\mathcal{M}}$ . A primeira e a segunda restrição fornecida nas Equações (4.25) e (4.26) são usadas para manter válida a topologia e conservar os limites do domínio (a aproximação geométrica inicial do domínio é preservada no sentido de que o volume total é preservado). Se ambos os vértices  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{b}$  não pertencem ao contorno, a segunda restrição, Equação (4.26), não precisa ser verificada. Esta conservação do domínio garante automaticamente apenas condições de colapso topologicamente válidas, como o caso quando uma aresta tem apenas um vértice pertencente ao contorno e só pode ser colapsada a partir do nó que não se encontra em tal contorno ou no caso em que ambos os vértices pertencem ao contorno, permitindo apenas colapsos que não criam buracos no domínio. Se uma posição não satisfizer nenhuma das restrições, é excluída como uma possibilidade de ser selecionada como o ponto de colapso  $\mathbf{c}$ .

Uma abordagem discreta é empregada para resolver a Equação (4.24) neste trabalho. A parametrização contínua  $n$  é substituída por  $n_c \geq 2$  posições discretas  $n_j \in [0,1]$  (LINN; AWRUCH, 2017):

$$n_j = \frac{j-1}{n_c-1} \quad (4.27)$$

com  $j = 1, \dots, n_c$ . Para cada posição  $n_j$ , o somatório da Equação (4.24) é avaliado usando a Equação (4.8) e considerando uma interpolação linear do tensor métrico entre  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{b}$ . Finalmente, a posição  $n_j$  que possui o valor mínimo para esta função objetivo e que não viola as restrições das Equações (4.25) e (4.26) é escolhida como o ponto de colapso. Esta abordagem discreta é equivalente a escolher entre colapsar a aresta para um dos pontos finais da aresta  $\mathbf{a}$  ou  $\mathbf{b}$  se  $n_c = 2$ . Para  $n_c = 3$ , o ponto médio euclidiano também é considerado como uma posição possível para o colapso e assim por diante. Neste trabalho,  $n_c = 5$  é adotado.

### 4.3.3 Alternância Anisotrópica de Faces

O procedimento de alternância de faces é realizado apenas em malhas tridimensionais, que correspondem a elementos tetraédricos neste trabalho. Um estudo completo do método pode ser encontrado em Freitag e Ollivier-Gooch (1997). Dois casos são possíveis: alternância de faces do interior ou do contorno do domínio. No primeiro caso (Figura 4.3 (a)), dois elementos internos compartilham uma face e uma nova aresta é inserida, resultando em três elementos. O procedimento inverso também é considerado, passando de três para dois elementos ao remover a aresta. Para o segundo caso (Figura 4.3 (b)), dois elementos que compartilham uma face podem alternar as faces de contorno, resultando em dois novos elementos. Para levar em consideração a anisotropia, a seguinte condição deve ser verificada:

$$\max\{Q_{\mathcal{M}}(K'_1), Q_{\mathcal{M}}(K'_2)\} < \max\{Q_{\mathcal{M}}(K_1), Q_{\mathcal{M}}(K_2)\} \quad (4.28)$$

onde  $K_1$  e  $K_2$  representam os elementos antes e  $K'_1$  e  $K'_2$  representam os elementos depois da alternância de faces. Se esta condição é verificada e a condição de não-degeneração dos elementos é satisfeita, então a alternância é realizada, melhorando a qualidade da malha em um contexto anisotrópico.

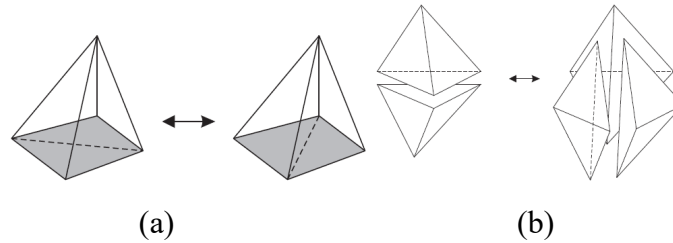


Figura 4.3 – Alternância de faces do: (a) interior; (b) contorno (adaptado de LINN, 2017).

#### 4.3.4 Suavização Nodal Anisotrópica

A suavização nodal é executada em todos os vértices da malha para melhorar a qualidade da malha. Cada vértice  $j$  da malha com posição inicial  $\mathbf{x}_j$  é movido para uma nova posição  $\mathbf{x}'_j$ . Neste trabalho, o movimento é restringido ao longo das direções de cada aresta compartilhada do vértice. Com esta restrição imposta ao longo do movimento do vértice, a interpolação da solução da malha inicial para a final pode ser facilmente realizada de forma precisa, interpolando linearmente o campo de solução entre os pontos finais das arestas. Além disso, considerando que uma interpolação linear do campo métrico é adotada para a avaliação do tamanho das arestas no espaço métrico riemanniano, a atualização do campo métrico também pode ser facilmente realizada por interpolação linear simples em uma abordagem consistente enquanto movimenta os vértices. Esta abordagem é essencialmente diferente das estratégias heurísticas de minimização de energia local, como a analogia do vértice ou da mola do segmento. A desvantagem de tal restrição é que as direções possíveis de movimento são mais limitadas (somente possibilidades discretas), o que pode ser superado repetindo o movimento a partir da posição atualizada. As etapas do algoritmo funcionam da seguinte forma (ver Figura 4.4) (LINN; AWRUCH, 2017):

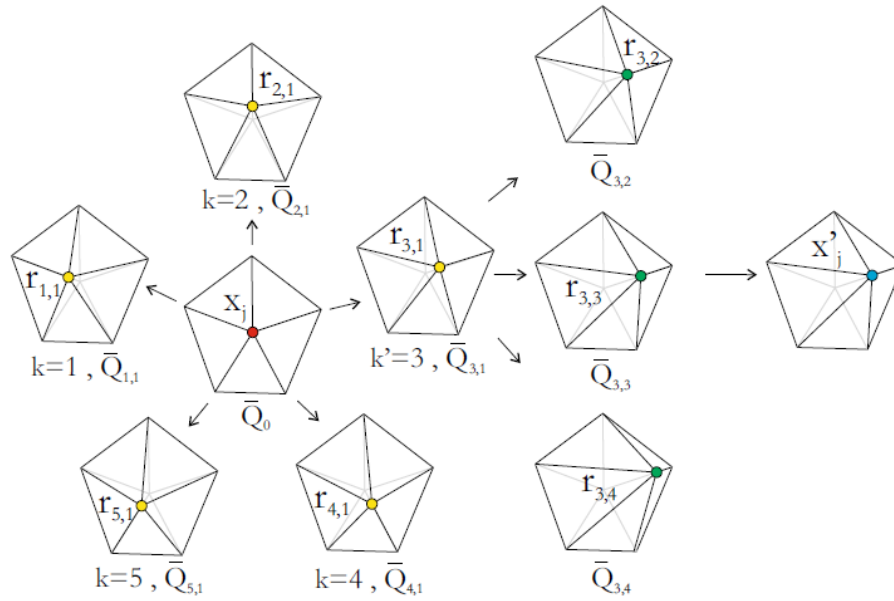


Figura 4.4 – Estratégia de suavização nodal anisotrópica (adaptado de LINN; AWRUCH, 2017).

1. Inicializar o contador de iteração  $i = 0$  e definir um número de subdivisões de aresta  $w$ ;
2. Percorrer cada vértice  $j$  da malha e:
  - Avaliar a soma da qualidade da malha anisotrópica dos elementos circundantes na posição inicial,  $\bar{Q}_0$ ;
  - Mover o vértice  $j$  de sua posição inicial  $\mathbf{x}_j$  para  $\mathbf{r}_{k,1}$ , onde  $\mathbf{r}_{k,1} = \mathbf{x}_j + (\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_j)[1/(w + 1)]$  está localizado ao longo de cada uma das  $k$  arestas conectadas ao vértice  $j$  e  $\mathbf{x}_k$  é a posição do ponto final da aresta  $k$  oposta ao vértice  $j$ . Considerando uma interpolação linear do campo de solução  $u$  e do campo métrico  $\mathcal{M}$ , calcular a soma associada da qualidade anisotrópica dos elementos circundantes  $\bar{Q}_{k,1}$  em cada uma dessas  $\mathbf{r}_{k,1}$  posições e verificar se a topologia não é violada;
  - A direção de descida mais íngreme  $k'$  ao longo das arestas é escolhida como a aresta  $k$  que atinge o valor mínimo para  $\bar{Q}_{k,1}$  e não viola a topologia da malha. Ao longo desta aresta  $k'$ :
    - Avaliar a soma da qualidade anisotrópica associada  $\bar{Q}_{k',l}$  nas posições  $\mathbf{r}_{k',l} = \mathbf{x}_j + (\mathbf{x}_{k'} - \mathbf{x}_j)[l/(w + 1)]$ , com  $l = 2, \dots, w$ , também movendo o vértice  $j$  de sua posição inicial  $\mathbf{x}_j$  para  $\mathbf{r}_{k',l}$  e atualizando linearmente o campo de solução  $u$  e o campo métrico  $\mathcal{M}$ ;



- A posição do vértice  $\mathbf{x}_j$  é atualizada para a posição  $\mathbf{x}'_j$ , que corresponde à posição  $\mathbf{r}_{k',l}$  que atinge o valor mínimo para  $\bar{Q}_{k',1}$ ;

3. Definir  $i = i + 1$ ;

4. Se  $\sum |\mathbf{x}'_j - \mathbf{x}_j| \leq \text{toldispl}$  ou  $i > \text{maxiter}$  terminar o processo, caso contrário, voltar ao passo 2.

Ao aumentar o número especificado pelo usuário de subdivisões de arestas  $w$ , mais posições ao longo das arestas são avaliadas para encontrar qual delas fornece a melhor qualidade anisotrópica para os elementos circundantes. Um número de quatro posições ( $w = 4$ ) é considerado neste trabalho (ver Figura 4.4). O algoritmo funciona primeiro encontrando indiretamente a direção de descida mais íngreme por meio da avaliação da qualidade anisotrópica dos elementos circundantes na posição inicial e em uma posição de cada aresta circundante. Essa estratégia é empregada para reduzir o custo computacional, levando em conta que o número de arestas circundantes se torna considerável em casos tridimensionais. Além disso, essa estratégia evita a avaliação de outras posições que fornecem topologia de malha inválida. Depois de encontrar a direção de descida mais íngreme, o algoritmo segue em busca de uma posição melhor ao longo desta direção de aresta. Por fim, após realizar o movimento ao longo de cada vértice, o algoritmo inicia novamente até que seja verificado um número máximo de iterações *maxiter* ou uma dada tolerância de deslocamento *toldispl* seja verificada. Estes parâmetros são tomados como *maxiter* = 50 para problemas estacionários, *maxiter* = 1 para problemas transientes, e *toldispl* =  $10^{-6}$  para todos os casos neste trabalho. Ao avaliar a qualidade anisotrópica em cada posição, tanto a solução quanto o campo métrico são atualizados através da realização de interpolação linear, o que é uma vantagem em comparação com estratégias que requerem técnicas de interpolação mais sofisticadas devido à consideração de posições que não caem ao longo das arestas. Entre as principais vantagens destaca-se a atualização mais rápida da solução e do campo métrico sem a necessidade de avaliar derivadas ou realizar outras operações geométricas, como interseções de malha, que normalmente são necessárias ao considerar posições dentro de um elemento (ALAUZET; MEHRENBERGER, 2010; FARRELL *et al.*, 2009).

#### 4.3.5 Algoritmo de Adaptação

Várias abordagens podem ser desenvolvidas usando os procedimentos de adaptação. O algoritmo geral implementado neste trabalho executa a seguinte sequência de modificações locais da malha (LINN; AWRUCH, 2017):

1. Executar a suavização nodal;
2. Refinar as arestas com erro acima de um determinado valor de erro limite  $\eta_U$ ;
3. Alternar faces até a convergência;
4. Executar a suavização nodal;
5. Desrefinar as arestas com erro abaixo de um determinado valor de erro limite  $\eta_L$ ;
6. Alternar faces até a convergência;
7. Executar a suavização nodal;

as quais definem uma iteração de adaptação. A convergência do procedimento de alternância é obtida quando não são mais possíveis alternâncias benéficas. Uma aresta **ab** é refinada se:

$$E_{\mathbf{L}^p}(\mathbf{ab}) = \eta_U \varepsilon_{\mathbf{L}^p} \quad (4.29)$$

e é desrefinada se:

$$E_{\mathbf{L}^p}(\mathbf{ab}) = \eta_L \varepsilon_{\mathbf{L}^p} \quad (4.30)$$

onde  $\varepsilon_{\mathbf{L}^p}$  é o erro de interpolação objetivo medido na norma  $\mathbf{L}^p$ . Os valores limites de erro superior e inferior  $\eta_U$  e  $\eta_L$  são constantes e assumidos como 1,4 e 0,6, respectivamente (HABASHI *et al.*, 2000).

## 5 MODELOS PARA A GERAÇÃO DE TORNADOS

Diversos autores têm buscado reproduzir matematicamente as condições naturais observadas nos tornados usando dados de campo e experimentais. Neste sentido, foram formulados modelos de vórtice que procuram aproximar o perfil de velocidade (e em alguns casos de pressão) dos tornados como, por exemplo, o RCVM (*Rankine-combined vortex model*), proposto originalmente por Lewellen (1976). Selvam (1985) utilizou este modelo na simulação de um tornado 2D idealizado interagindo com um objeto rígido. Na presente pesquisa, será implementado o modelo algébrico de Vatistas, Kozel e Mih (1991) e utilizado na forma do perfil de velocidade de Lamb-Oseen/Burgers-Rott (L-O/B-R), conforme será descrito da Seção 5.3.

Por outro lado, vários autores têm procurado reproduzir os simuladores experimentais através de modelos computacionais com geometria e condições de contorno mais detalhadas (LIU; ISHIHARA, 2015; NATARAJAN, 2011). Alguns dos modelos numéricos, principalmente os mais simplificados (HARLOW; STEIN, 1974; NOMURA *et al.*, 2009), consideram condições de deslizamento nas paredes e no piso do simulador para levar em conta o escoamento livre da atmosfera na região de convecção e junto à superfície terrestre. Deste modo, em escoamentos viscosos nos quais foi imposta a condição de contorno de deslizamento serão observadas velocidades, em geral, não nulas nesses contornos, com exceção da componente normal ao mesmo devido à condição de impermeabilidade ( $v_{in} = 0$ ). Portanto, nos nós de contorno com deslizamento a velocidade é calculada da mesma forma que no resto do domínio, para depois anular a componente normal ao contorno e, assim, forçar o vetor velocidade a ser tangente ao mesmo. Na Seção 5.4 serão apresentadas as metodologias para gerar o deslizamento em paredes curvas e para impor um ângulo de afluência no contorno de entrada, a fim de simular o efeito das palhetas direcionadoras presentes em alguns simuladores.

Na seção a seguir, uma revisão sobre os principais modelos algébricos existentes para geração de campos de tornado analiticamente é apresentada de forma comparativa. Logo após, a formulação do modelo algébrico empregado neste trabalho é mostrada detalhadamente, além de algumas técnicas numéricas para reprodução de escoamentos de tornado em câmaras experimentais. Ao final do capítulo, os principais parâmetros associados à caracterização de escoamentos de tornados são apresentados.

## 5.1 MODELOS ALGÉBRICOS PARA REPRESENTAÇÃO DE CAMPOS DE ESCOAMENTO DE TORNADOS

A componente tangencial da velocidade é o parâmetro mais importante na caracterização dos escoamentos gerados por tornados, sendo sua distribuição no espaço usualmente aproximada por funções contínuas, apresentando valores nulos junto ao centro do tornado, aumentando até o valor máximo a uma dada distância radial e diminuindo assintoticamente para zero a uma distância infinita. Vários modelos baseados em argumentos teóricos e empíricos têm sido propostos para representar a variação da velocidade tangencial no campo de escoamento de um tornado. Uma primeira aproximação foi apresentada com o modelo idealizado de Rankine (1891), a partir do qual muitos outros modelos têm sido apresentados para obtenção de melhores aproximações. Na sequência, são apresentados comparativamente os principais modelos existentes, seguindo o trabalho de Kim e Matsui (2017).

### 5.1.1 Modelo de Rankine e Modelo de Rankine Modificado

O modelo apresentado por Rankine (1891) é o primeiro modelo proposto e o mais simples entre os modelos existentes. Neste modelo, o perfil de velocidades tangenciais no interior do escoamento é obtido a partir de condições idealizadas, sendo o fluido considerado invíscido e as componentes verticais e radiais de velocidade tomadas como nulas. O escoamento é caracterizado por duas regiões distintas, delimitadas pelo raio de máxima velocidade tangencial ( $r_c$ ), ou seja, o raio no qual a velocidade tangencial atinge o seu valor máximo ( $V_{\max}$ ). Dentro da região mais interna ( $r < r_c$ ), a velocidade tangencial aumenta linearmente com o raio, variando de zero até o seu valor máximo no raio  $r_c$ , onde assume-se que a massa de ar nessa região gira como um corpo sólido. Na região mais externa, a velocidade tangencial máxima diminui inversamente com o raio, apresentando características de escoamento potencial por não possuir vorticidade (escoamento irrotacional). O modelo de Rankine pode ser expresso matematicamente como:

$$\begin{cases} v_r = 0 \\ v_\theta(r) = \frac{\Gamma}{2\pi} \begin{cases} r & (r \leq r_c) \\ r_c^2 & (r > r_c) \end{cases} \\ v_z = 0 \end{cases} \quad (5.1)$$

onde  $v_r$ ,  $v_\theta$  e  $v_z$  são as componentes da velocidade em um sistema de coordenadas cilíndrico ( $r$ ,  $\theta$ ,  $z$ ) e  $r_c$  e  $\Gamma$  são o raio e a circulação associados ao vórtice. A estrutura de vórtice pode também ser caracterizada pela velocidade angular  $\Omega$ , dada por:  $\Omega = \Gamma/(2\pi r_c^2)$ .

O Modelo de Rankine Modificado é capaz de controlar o grau de diminuição da velocidade tangencial na região mais externa do escoamento incorporando ao Modelo de Rankine o índice de decaimento  $\varepsilon$ . A forma matemática do Modelo de Rankine Modificado é mostrada abaixo (KIM; MATSUI, 2017):

$$v_\theta(r) = \begin{cases} V_{\max} \left( \frac{r}{r_c} \right) & (r < r_c) \\ V_{\max} \left( \frac{r}{r_c} \right)^\varepsilon & (r \geq r_c) \\ V_{\max} = \frac{\Gamma_\infty}{2\pi r_c} \end{cases} \quad (5.2)$$

onde  $\varepsilon$  ( $\varepsilon = 1$  corresponde ao Modelo de Rankine) é o índice de decaimento, que expressa o grau de decréscimo da velocidade na região mais externa do escoamento, e  $\Gamma_\infty$  é a circulação do vórtice ( $\text{m}^2/\text{s}$ ) no infinito. O perfil de velocidades na região mais interna segue a mesma distribuição do Modelo de Rankine.

Alguns perfis de velocidade tangencial são mostrados na Figura 5.1 considerando-se o Modelo de Rankine Modificado aplicado com diferentes índices de decaimento  $\varepsilon$ .

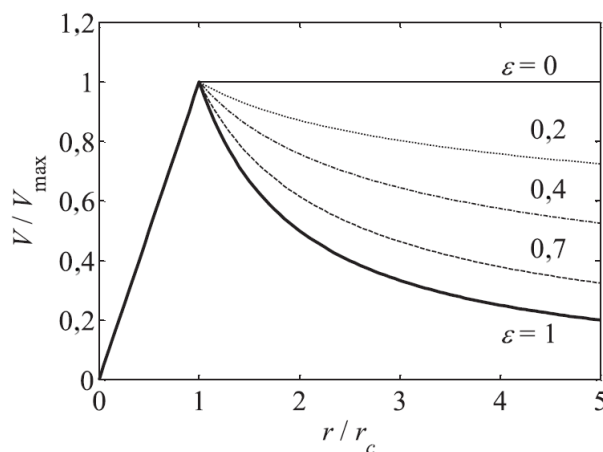


Figura 5.1 – Perfis de velocidade do Modelo de Rankine Modificado para diferentes índices de decaimento  $\varepsilon$ . No gráfico,  $V = v_\theta$  (adaptado de KIM; MATSUI, 2017).

Como pode-se observar, diferentes graus de decréscimo são vistos na região externa para os diferentes índices de decaimento utilizados, onde as velocidades tangenciais, para índices de decaimento maiores, são menores do que aquelas verificadas para índices de decaimento menores. Informações adicionais sobre investigações e valores sugeridos para o índice de decaimento podem ser obtidas em Kim e Matsui (2017).

Sun, Burdette e Barnett (1977) derivaram um modelo simplificado a partir da Dinâmica dos Fluidos e descobriram que o Modelo de Rankine é um caso especial do modelo proposto. Neste modelo, a distribuição de velocidades tangenciais é dada por:

$$v_{\theta}(r) = \frac{1}{r_2^2 - r_1^2} \left\{ (r_2 V_2 - r_1 V_1) r - \frac{r_1 r_2 (r_1 V_2 - r_2 V_1)}{r} \right\} \quad (5.3)$$

onde  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $V_1$  e  $V_2$  são condições de contorno que satisfazem as condições  $r_2 > r_1$  e  $V_1 > V_2$ . Quando o centro do vórtice é considerado como uma das condições de contorno, ou seja,  $r_1 = V_1 = 0$ , a distribuição de velocidades tangenciais torna-se:

$$v_{\theta}(r) = \frac{V_2}{r_2} r \quad (5.4)$$

que leva ao perfil de velocidades do Modelo de Rankine na região mais interna do escoamento. Quando a distância infinita é considerada como a condição de contorno, ou seja, quando  $r_2 = \infty$  e  $V_2 = 0$ , a distribuição de velocidades tangenciais torna-se:

$$v_{\theta}(r) = \frac{r_1 V_1}{r} \quad (5.5)$$

que leva ao perfil de velocidades do Modelo de Rankine na região mais externa do escoamento.

Sun, Burdette e Barnett (1977) afirmam que a Equação (5.3) pode ser usada como expressão geral para qualquer segmento de um tornado axissimétrico sem componentes de velocidade nas direções vertical e radial. As condições de contorno  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $V_1$  e  $V_2$  para cada segmento podem ser escolhidas para obter-se valores estatisticamente esperados com base em dados de observações de campo. Usando a Equação (5.3), pode-se até mesmo descrever o comportamento de tornados com múltiplas inclinações de velocidade tangencial ao longo da direção radial.

### 5.1.2 Modelo de Vatistas

Vatistas, Kozel e Mih (1991) propuseram um modelo empírico para a descrever a distribuição de velocidades tangenciais no escoamento com as mesmas premissas do Modelo de Rankine: a velocidade tangencial é função apenas do raio, o escoamento das massas de ar na região mais interna segue uma rotação semelhante a um corpo sólido e escoamento potencial na região mais externa. A velocidade tangencial emprega três parâmetros principais: velocidade tangencial máxima, raio da velocidade tangencial máxima e um índice de lei de potência ( $\beta$ ), o qual governa a forma do perfil de velocidade na região de transição junto ao raio da velocidade tangencial máxima. A partir da expressão da distribuição de velocidades tangenciais, expressões para as outras duas componentes de velocidade foram derivadas das equações de Navier-Stokes. Neste modelo, a velocidade tangencial é dada como:

$$v_{\theta}(r) = \begin{cases} V_{\max} \frac{\left(\frac{r}{r_c}\right)}{\left\{1 + \left(\frac{r}{r_c}\right)^{2\beta}\right\}^{\frac{1}{\beta}}} \\ V_{\max} = \frac{\Gamma_{\infty}}{2\pi r_c} \end{cases} \quad (5.6)$$

enquanto as componentes de velocidade nas direções radial e vertical vêm dadas, respectivamente, por:

$$v_r(r) = -2(\beta + 1) \left(\frac{v_e}{r_c}\right) \frac{\left(\frac{r}{r_c}\right)^{2\beta-1}}{1 + \left(\frac{r}{r_c}\right)^{2\beta}} \quad (5.7)$$

$$v_z(r) = 4\beta(\beta + 1) \left(\frac{v_e}{r_c}\right) \left(\frac{z}{r_c}\right) \frac{\left(\frac{r}{r_c}\right)^{2(\beta-1)}}{\left\{1 + \left(\frac{r}{r_c}\right)^{2\beta}\right\}^2} \quad (5.8)$$

Nas Equações (5.6), (5.7) e (5.8), valores de  $\beta$  menores que 1 não devem ser permitidos porque levam a singularidade nas distribuições de velocidade radial e vertical no centro do tornado. Para qualquer outro valor finito, todas as componentes de velocidade apresentam funções de distribuição bem comportadas, podendo se estender até o infinito na direção radial

e com valores limitados em todo o domínio. Em Vatistas, Kozel e Mih (1991), recomenda-se o valor de  $\beta = 2$  a fim de reproduzir os dados experimentais de velocidade tangencial, o que leva a perfil de velocidades muito semelhante ao perfil descrito pelo Modelo de Burgers-Rott, apresentado mais adiante. A velocidade tangencial máxima é teoricamente a mesma do Modelo de Rankine, sendo que o perfil de velocidades do Modelo de Rankine é obtido aproximadamente quando o parâmetro  $\beta$  tende ao infinito ( $\beta \rightarrow \infty$ ). De acordo com estudos já realizados (DAVIES-JONES; WOOD, 2006), os valores adotados para a viscosidade turbulenta ( $\nu_z$ ) variam de  $1 \text{ m}^2/\text{s}$  a  $10 \text{ m}^2/\text{s}$ .

### 5.1.3 Modelo de Wood-White

Wood e White (2011) e Wood *et al.* (2013) propuseram um perfil paramétrico de velocidade tangencial a partir da modificação do Modelo de Vatistas, identificando a necessidade de um maior número de graus de liberdade do modelo a fim de se ajustar às observações reais. Foram então sugeridos cinco novos parâmetros ao modelo de Vatistas, dois deles são a velocidade tangencial máxima e o raio da velocidade tangencial máxima, sendo que os três outros ( $\eta$ ,  $\kappa$  e  $\lambda$ ) são índices referentes à lei de potência, que controlam o perfil de velocidade. De acordo com o Modelo de Wood-White, a distribuição de velocidades tangenciais vem dada por:

$$v_z(r) = \eta^\lambda V_{\max} \frac{\left(\frac{r}{r_c}\right)^\kappa}{\left\{ \eta - \kappa + \kappa \left(\frac{r}{r_c}\right)^{\frac{\eta}{4}} \right\}} \quad (1 \leq \kappa < \eta, \lambda > 0) \quad (5.9)$$

Os papéis dos parâmetros  $\eta$ ,  $\kappa$  e  $\lambda$  na distribuição de velocidades tangenciais são mostrados na Figura 5.2 (WOOD *et al.*, 2013), onde  $\kappa$  é o parâmetro que controla a linearidade ou não linearidade do perfil de velocidade na região mais interna (Figura 5.2 (a)), entre o centro do tornado e o raio da velocidade tangencial máxima,  $\eta$  é o parâmetro que controla o grau de decaimento na região mais externa (Figura 5.2 (b)) e  $\lambda$  é o parâmetro que controla a amplitude do perfil de velocidade próximo ao raio da velocidade tangencial máxima (Figura 5.2 (c)).

O Modelo de Rankine Modificado pode ser visto como um caso especial do Modelo de Wood-White à medida que  $\lambda \rightarrow 0$  e também do modelo de Vatistas quando  $\beta \rightarrow \infty$ .



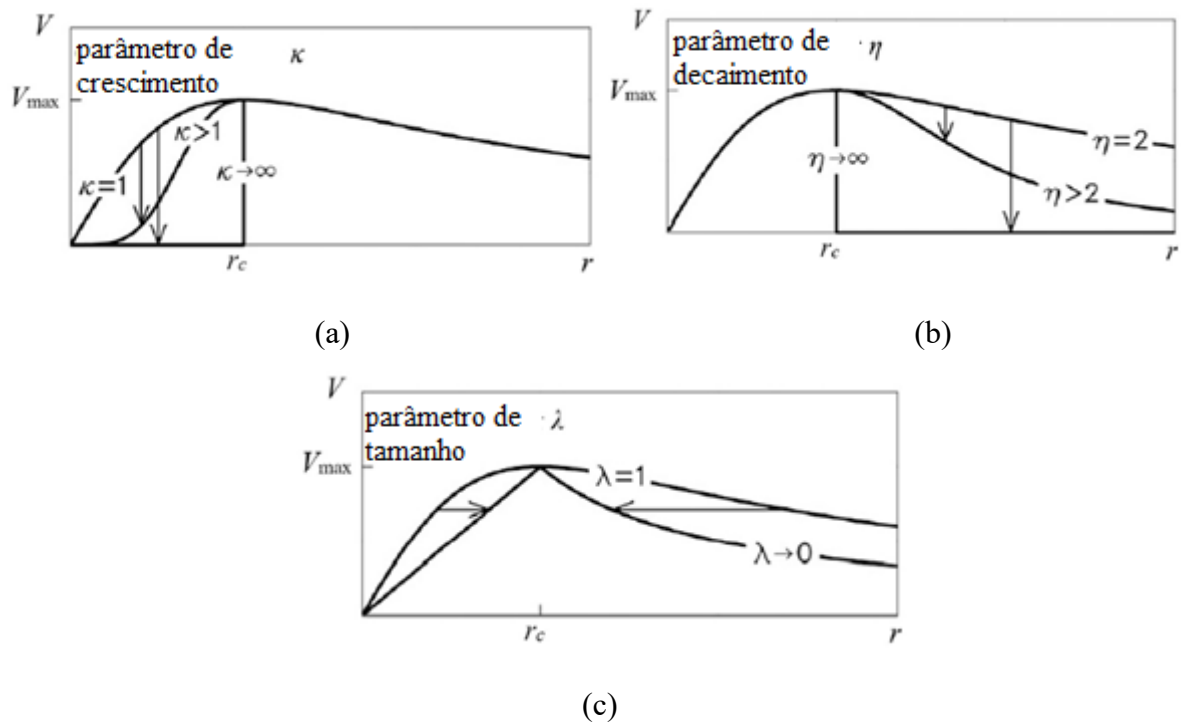


Figura 5.2 – Variação da velocidade tangencial no modelo de Wood-White em função dos parâmetros  $\kappa$ ,  $\eta$  e  $\lambda$  (adaptado de WOOD *et al.*, 2013).

Exemplos de perfis de velocidade para diferentes combinações de parâmetros podem ser observados na Figura 5.3.

#### 5.1.4 Modelo de Kuo-Wen

Kuo (1971) apresentou um modelo teórico tridimensional para representar a distribuição de velocidades em escoamentos de tornado, o qual foi mais tarde modificado por Wen (1975), que resumiu os resultados numéricos obtidos com o modelo apresentado por Kuo (1971) e propôs equações de regressão a partir destes resultados. Destaca-se que o Modelo de Kuo-Wen é o único que considera a existência de uma camada limite no escoamento. Uma representação esquemática do modelo é mostrada na Figura 5.4, onde considera-se que a origem do sistema de coordenadas está localizada no centro do tornado e as linhas tracejadas representam as fronteiras da camada limite (WEN, 1975).

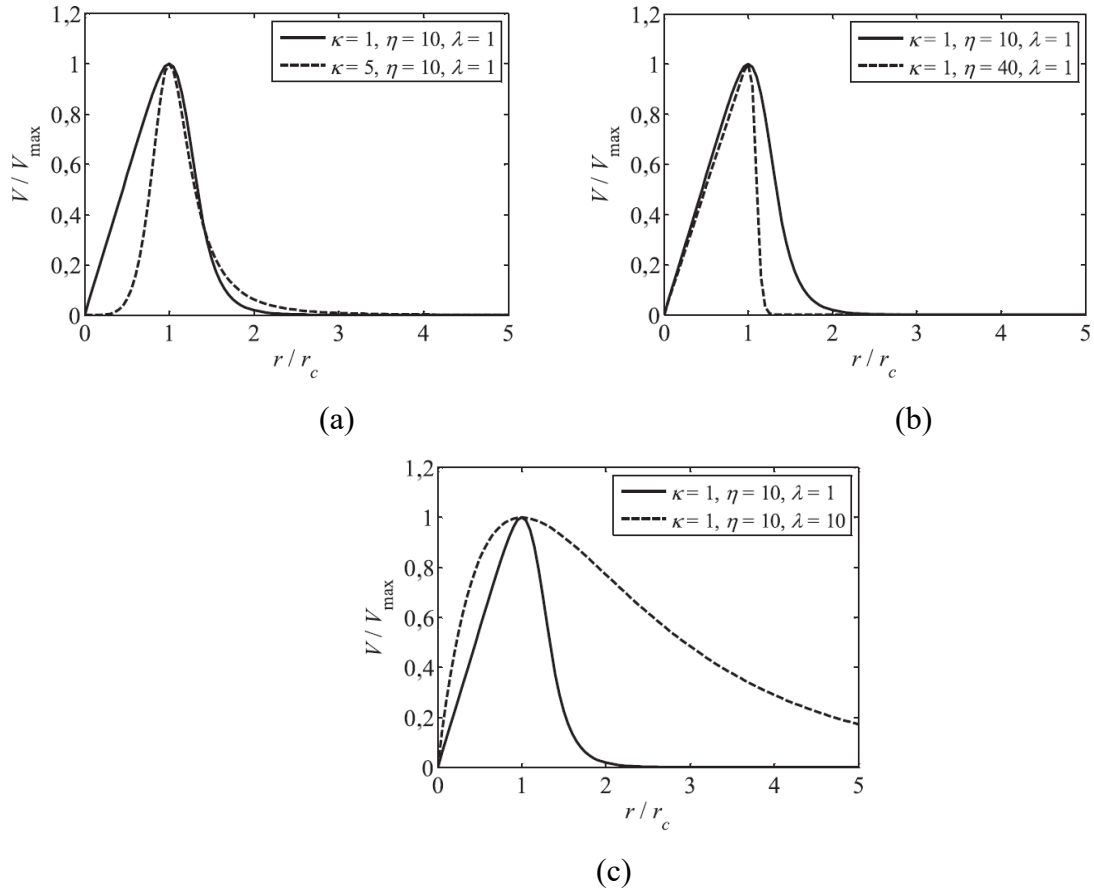


Figura 5.3 – Distribuições de velocidade tangencial no modelo de Wood-White para diferentes combinações de parâmetros  $\kappa$ ,  $\eta$  e  $\lambda$ : (a) efeito da variação de  $\kappa$ ; (b) efeito da variação de  $\eta$ ; efeito da variação de  $\lambda$  (adaptado de KIM; MATSUI, 2017).

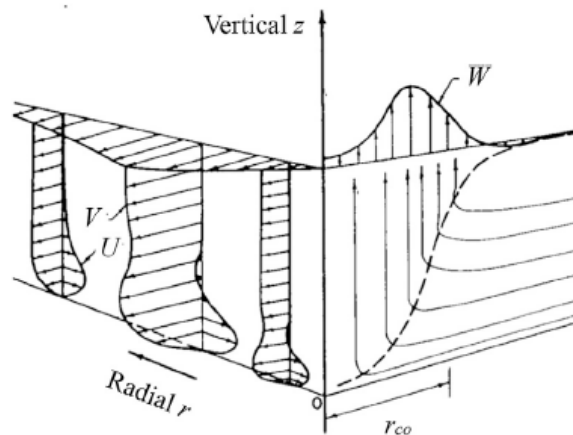


Figura 5.4 – Representação gráfica do Modelo de Kuo-Wen (adaptado de WEN, 1975).

Observa-se que a espessura da camada limite é muito pequena na região junto ao centro do tornado e aumenta rapidamente com o aumento do raio, atingindo um tamanho relativamente grande e valor constante na região mais externa. Os perfis verticais das três componentes de velocidade são definidos de forma diferente para as regiões acima e dentro da camada limite. A espessura da camada limite  $\delta$  é definida como:

$$\delta = \delta_{\infty} \left\{ 1 - \exp \left( -0,5 \left( \frac{r}{r_{co}} \right)^2 \right) \right\} \quad (5.10)$$

onde  $\delta_{\infty}$  [m] é a espessura da camada limite no infinito e  $r_{co}$  [m] é o raio da velocidade tangencial máxima acima da camada limite. As componentes de velocidade acima da camada limite são definidas através das seguintes expressões (KIM; MATSUI, 2017):

$$\begin{cases} v_{r0} = 0 \\ v_{\theta0} = 1,4 \left( \frac{V_{0,\max}}{r/r_{co}} \right) \left\{ 1 - \exp \left( -1,256 \left( \frac{r}{r_{co}} \right)^2 \right) \right\} \\ v_{z0} = 93V_{0,\max} \left( \frac{r}{r_{co}} \right)^3 \exp \left( -5 \left( \frac{r}{r_{co}} \right) \right) \end{cases} \quad (5.11)$$

onde  $V_{0,\max}$  é a velocidade tangencial máxima acima da camada limite.

As componentes de velocidade dentro da camada limite são definidas como:

$$\begin{cases} v_{ri} = v_{\theta0} \left\{ 0,672 \exp(-\pi\eta_{KW}) \sin((b+1)\pi\eta_{KW}) \right\} \\ v_{\theta i} = v_{\theta0} \left\{ 1 - \exp(-\pi\eta_{KW}) \cos(2b\pi\eta_{KW}) \right\} \\ v_{zi} = v_{z0} \left\{ 1 - \exp(-\pi\eta_{KW}) \cos(2b\pi\eta_{KW}) \right\} \end{cases} \quad (5.12)$$

onde:

$$\eta_{KW} = \frac{z}{\delta}; \quad b = 1,2 \exp \left( -0,8 \left( \frac{r}{r_{co}} \right)^4 \right) \quad (5.13)$$

### 5.1.5 Modelo de Fujita

Fujita (1978) propôs um modelo empírico para representação do campo de escoamento de tornados a partir de dados obtidos por fotogrametria, onde fotos estáticas e em movimento de

tornados foram empregadas. Neste modelo, três componentes de velocidade são utilizadas além de parâmetros tais como raio do núcleo externo do tornado, velocidade tangencial máxima, velocidade de translação e altura da camada de influxo. Um esquema representativo do modelo é mostrado na Figura 5.5.

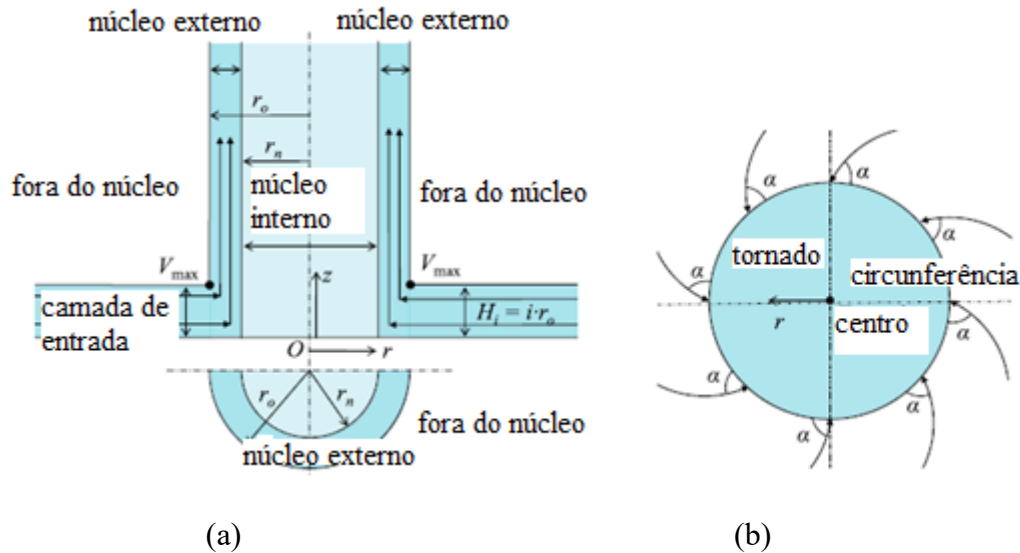


Figura 5.5 – Características do vórtice de tornado segundo o Modelo de Fujita: (a) vista da seção; (b) definição do ângulo de cruzamento  $\alpha$  (adaptado de FUJITA, 1978).

No modelo de Fujita considera-se a existência de uma camada inferior de influxo e as estruturas do escoamento são modeladas separadamente em função do raio do tornado na região central. Além disso, assume-se que as massas de ar junto ao núcleo interno giram como um corpo sólido sem qualquer movimento vertical, considerando que esta região central é rodeada por um núcleo externo com corrente ascendente vertical. Assim, fortes movimentos verticais só podem existir dentro do núcleo externo, enquanto o influxo para o núcleo externo ocorre apenas dentro da camada de influxo, sendo que as velocidades máximas radial e tangencial são identificadas próximo ou sobre o limite do núcleo externo. Os raios dos núcleos interno ( $r_n$ ) e externo ( $r_o$ ) são dados por:

$$r_n = n.r_o; \quad n = 0,9 - 0,7 \exp(-0,005r_o) \quad (5.14)$$

onde  $n$  é a chamada razão de núcleo.

A profundidade da camada de influxo ( $H_i$ ) varia com o raio do núcleo externo e é dada por:

$$H_i = 0,55(1 - n^2)r_o \quad (5.15)$$

- *Velocidade tangencial:*

A velocidade tangencial é expressa pelo produto de duas funções, cada uma variando com a altura e o raio, como mostra a expressão a seguir (KIM; MATSUI, 2017):

$$v_{\theta}(r, z) = V_{\max} F(r) F(z) \quad (5.16)$$

onde  $F(r)$  e  $F(z)$  são a função radial e a função de altura, respectivamente, sendo expressas por:

$$F(r) = \begin{cases} \frac{r}{r_o} & (r < r_o) \\ \frac{r_o}{r} & (r_o \leq r) \end{cases}; \quad F(z) = \begin{cases} \left(\frac{z}{H_i}\right)^{k_0} & (z < H_i) \\ \exp\left(-k\left[\left(\frac{z}{H_i}\right)-1\right]\right) & (H_i \leq z) \end{cases} \quad (5.17)$$

sendo  $k_0 = 1/6$  e  $k = 0,03$ .

- *Velocidade radial:*

A velocidade radial é considerada proporcional à velocidade tangencial, apresentando uma constante ( $\tan \alpha$ ) que é definida como uma função do raio, ou seja (KIM; MATSUI, 2017):

$$v_r = v_{\theta} \tan \alpha \quad (5.18)$$

onde  $\alpha$  é o ângulo de cruzamento, formado entre a direção do escoamento e a circunferência do tornado em seu ponto de cruzamento (ver Figura 5.5 (b)). Supõe-se que a velocidade radial seja zero dentro do núcleo interno e aumente ou diminua dentro do núcleo externo. Fora do núcleo externo, ela permanece constante, valendo  $\tan \alpha_0$ . Assim, a função  $\tan \alpha$  fica expressa como:

$$\tan \alpha = \begin{cases} 0 & (r < r_n) \\ \frac{\tan \alpha_0}{1-n^2} \left\{ 1 - \left(\frac{r_o}{r}\right)^2 n^2 \right\} & (r_n \leq r < r_o) \\ \tan \alpha_0 & (r_o \leq r) \end{cases} \quad (5.19)$$

sendo:

$$\tan \alpha_0 = \begin{cases} -A_m \left[ 1 - \left( \frac{z}{H_i} \right)^{1,5} \right] & (z < H_i) \\ B_m \left\{ 1 - \exp \left( -k \left( \left( \frac{z}{H_i} \right) - 1 \right) \right) \right\} & (H_i \leq z) \end{cases} \quad (5.20)$$

onde  $A_m$  é a tangente máxima de influxo,  $B_m$  é a tangente máxima em fluxo para o exterior e  $\alpha_0$  é o valor de  $\alpha$  em  $r = r_o$ , sendo função apenas da altura. Observa-se que  $A_m$  e  $B_m$  não podem ser escolhidos independentemente, mas estão relacionados pela razão  $A_m/B_m = 0,02892$ . No trabalho de Fujita (1978) foi adotado um valor de  $A_m$  igual a 0,75, o que leva a um  $B_m$  de 0,0217.

- *Velocidade vertical:*

A componente de velocidade vertical dentro do núcleo interno e fora do núcleo externo é considerada nula, sendo que dentro do núcleo externo a velocidade vertical é tomada como sendo horizontalmente uniforme. Com base no balanço de massa, a distribuição de velocidade vertical no escoamento pode ser expressa como (KIM; MATSUI, 2017):

$$v_z(r) = \begin{cases} 0 & (r < r_n) \\ V_{\max} v_{z0}(z) & (r_n \leq r < r_o) \\ 0 & (r_o \leq r) \end{cases} \quad (5.21)$$

sendo:

$$v_{z0}(z) = \begin{cases} 0,059 A_m \left[ 16 \left( \frac{z}{H_i} \right)^{\frac{7}{6}} - 7 \left( \frac{z}{H_i} \right)^{\frac{8}{3}} \right] & (z < H_i) \\ 0,55 \frac{B_m}{k} \left\{ 2 \exp \left( -k \left( \left( \frac{z}{H_i} \right) - 1 \right) \right) - \exp \left( -2k \left( \left( \frac{z}{H_i} \right) - 1 \right) \right) \right\} & (H_i \leq z) \end{cases} \quad (5.22)$$

### 5.1.6 Modelo de Baker

Baker e Sterling (2017) propuseram um modelo numérico com três componentes de velocidade, no qual a solução não depende implicitamente da suposição de uma viscosidade constante. Assumindo as condições de tornado com baixa turbulência e alto número de Reynolds (termos viscosos podem ser ignorados), além de estrutura de escoamento com uma única célula de vórtice (ver Figura 5.6), influxo radial e corrente vertical ascendente, a distribuição de velocidades radiais segundo este modelo pode ser descrita por:

$$v_r(r, z) = v_{r\max} \frac{-4 \left( \frac{r}{r_m} \right) \left( \frac{z}{z_m} \right)}{\left[ 1 + \left( \frac{r}{r_m} \right)^2 \right] \left[ 1 + \left( \frac{z}{z_m} \right)^2 \right]} \quad (5.23)$$

onde  $v_{r\max}$  é a velocidade radial máxima e  $r_m$  e  $z_m$  são o raio e a altura para os quais ocorre a velocidade radial máxima, respectivamente. Diferentemente de outros modelos, Baker e Sterling (2017) consideraram a velocidade radial máxima e não a velocidade tangencial máxima como um dos principais parâmetros, além de usar outro comprimento característico, tanto na direção vertical quanto na direção radial.

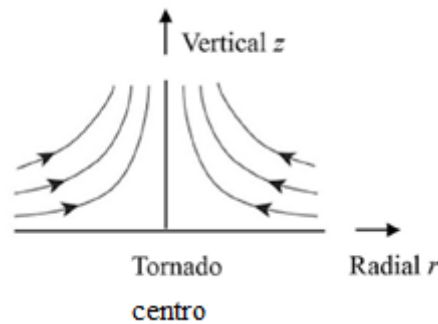


Figura 5.6 – Estrutura de tornadão (linhas de corrente) para vórtice de uma célula (adaptado de HOUZE JR., 2014).

As componentes de velocidade nas direções tangencial e vertical vêm dadas por:

$$v_\theta(r, z) = v_{r\max} \frac{K_B \left( \frac{r}{r_m} \right) \ln \left[ 1 + \left( \frac{z}{z_m} \right)^2 \right]}{1 + \left( \frac{r}{r_m} \right)^2} \quad (5.24)$$

$$v_z(r, z) = v_{r\max} \frac{4 \left( \frac{z}{z_m} \right) \ln \left[ 1 + \left( \frac{z}{z_m} \right)^2 \right]}{\left[ 1 + \left( \frac{r}{r_m} \right)^2 \right]^2} \quad (5.25)$$

onde  $K_B = 2S/\ln 2$ , sendo  $S$  a chamada relação de redemoinho (ou turbilhonamento), definida como a razão entre o valor máximo da velocidade tangencial e o valor máximo da velocidade radial em uma altura de referência.

### 5.1.7 Modelo de Burgers-Rott

O modelo viscoso de Burgers-Rott (BURGERS, 1948; ROTT, 1958) é derivado a partir de uma solução exata das equações de Navier-Stokes, assumindo uma estrutura de vórtice de uma célula, com corrente vertical ascendente na zona junto ao centro do tornado e um perfil suave e arredondado próximo ao raio correspondente à velocidade tangencial máxima, devido à hipótese de viscosidade turbulenta constante. Com isso, as componentes de velocidade acabam expressas como sendo:

$$v_r(r) = -ar \quad (5.26)$$

$$v_\theta(r) = \frac{\Gamma_\infty}{2\pi r} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{ar^2}{2v_e}\right) \right] \quad (5.27)$$

$$v_z(z) = 2az \quad (5.28)$$

onde  $a$  é o gradiente de velocidade [1/s]. Quando positivo, este parâmetro indica um influxo com velocidade radial orientada em direção ao eixo vertical do tornado.

Como mostram as Equações (5.26), (5.27) e (5.28), a componente de velocidade radial é uma função apenas do raio, aumentando até o infinito e independentemente da altura. Além disso, como a componente vertical é uma função apenas da altura, ela também aumenta indefinidamente. A velocidade tangencial máxima e o raio correspondente podem ser obtidos por diferenciação da velocidade tangencial em relação ao raio, levando à seguinte relação:

$$\frac{ar^2}{2v_e} \cong 1,26 \quad (5.29)$$

Verifica-se que o raio que satisfaz a Equação (5.29) corresponde ao raio da velocidade tangencial máxima. A velocidade tangencial máxima e seu raio podem ser definidos como:

$$r = \sqrt{\frac{2v_e K_{BR1}}{a}} = r_c \quad (5.30)$$

$$V_{\max} = \frac{K_{BR2} \Gamma_\infty}{2\pi r_c} \quad (5.31)$$

onde  $K_{BR1} = 1,26$  e  $K_{BR2} = 0,72$ . Observa-se que a velocidade tangencial máxima fornecida pelo presente modelo corresponde, teoricamente, a cerca de 72% do valor sugerido pelo Modelo de Rankine.



Usando a velocidade tangencial máxima e o raio correspondente, a distribuição de velocidade tangencial pode ser reexpressa como (KIM; MATSUI, 2017):

$$v_{\theta}(r) = V_{\max} \frac{1}{K_{BR2}} \frac{r_c}{c} \left\{ 1 - \exp \left( -K_{BR1} \left( \frac{r}{r_c} \right)^2 \right) \right\} \quad (5.32)$$

onde a velocidade gradiente e a viscosidade turbulenta não aparecem.

### 5.1.8 Modelo de Sullivan

O Modelo de Sullivan (SULLIVAN, 1959) foi também desenvolvido a partir de uma solução exata das equações de Navier-Stokes, apresentando uma expressão semelhante ao Modelo de Burgers-Rott. O modelo consegue reproduzir estruturas de vórtice de duas células, com corrente vertical nos sentidos ascendente e descendente. A corrente descendente existe na região próxima ao centro do tornado, tornando-se uma corrente ascendente junto ao raio de núcleo ( $r_c$ ), conforme mostrado na Figura 5.7.

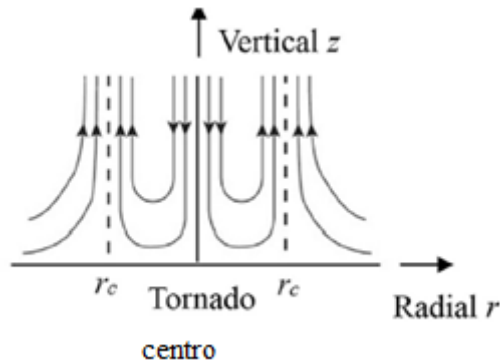


Figura 5.7 – Estrutura de tornado (linhas de corrente) para vórtice de duas células (adaptado de HOUZE JR., 2014).

As componentes de velocidade do escoamento vêm dadas por (KIM; MATSUI, 2017):

$$v_r(r) = -ar + \frac{6v_e}{r} \left[ 1 - \exp \left( -\frac{ar^2}{2v_e} \right) \right] \quad (5.33)$$

$$v_{\theta}(r) = \frac{\Gamma_{\infty}}{2\pi r} \frac{H \left( \frac{ar^2}{2v_e} \right)}{H(\infty)} \quad (5.34)$$

$$v_z(r, z) = 2az \left[ 1 - 3 \exp \left( -\frac{ar^2}{2v_e} \right) \right] \quad (5.35)$$

onde  $a$  é o gradiente de velocidade [1/s] e:

$$H(\xi) = \int_0^{\xi} \exp\left(-t + 3 \int_0^t [1 - \exp(-s)] \frac{1}{s} ds\right) dt. \quad (5.36)$$

Observe que no Modelo de Sullivan a velocidade vertical é função tanto da altura como do raio, enquanto a velocidade radial é uma função do raio, como no Modelo de Burgers-Rott. A velocidade tangencial máxima e o raio correspondente podem ser obtidos da seguinte maneira:

$$\xi = \frac{ar^2}{2v_e} \quad (5.37)$$

Diferenciando a expressão da velocidade tangencial em relação ao raio, obtém-se  $\xi = 6,24$ . Como no Modelo de Burgers-Rott, o raio crítico e a velocidade tangencial máxima podem ser definidos como:

$$r_c = \sqrt{\frac{2v_e K_{S1}}{a}} \quad (5.38)$$

$$V_{\max} = \frac{K_{S2} \Gamma_{\infty}}{2\pi r_c} \quad (5.39)$$

onde  $K_{S1} = 6,24$ ,  $K_{S2} = 0,88$  e  $H(\infty) = 37,9$ . A velocidade tangencial máxima segundo o Modelo de Sullivan é um valor intermediário entre valores sugeridos pelos modelos de Rankine e Burgers-Rott, ou seja, teoricamente, 88% do valor indicado pelo Modelo de Rankine.

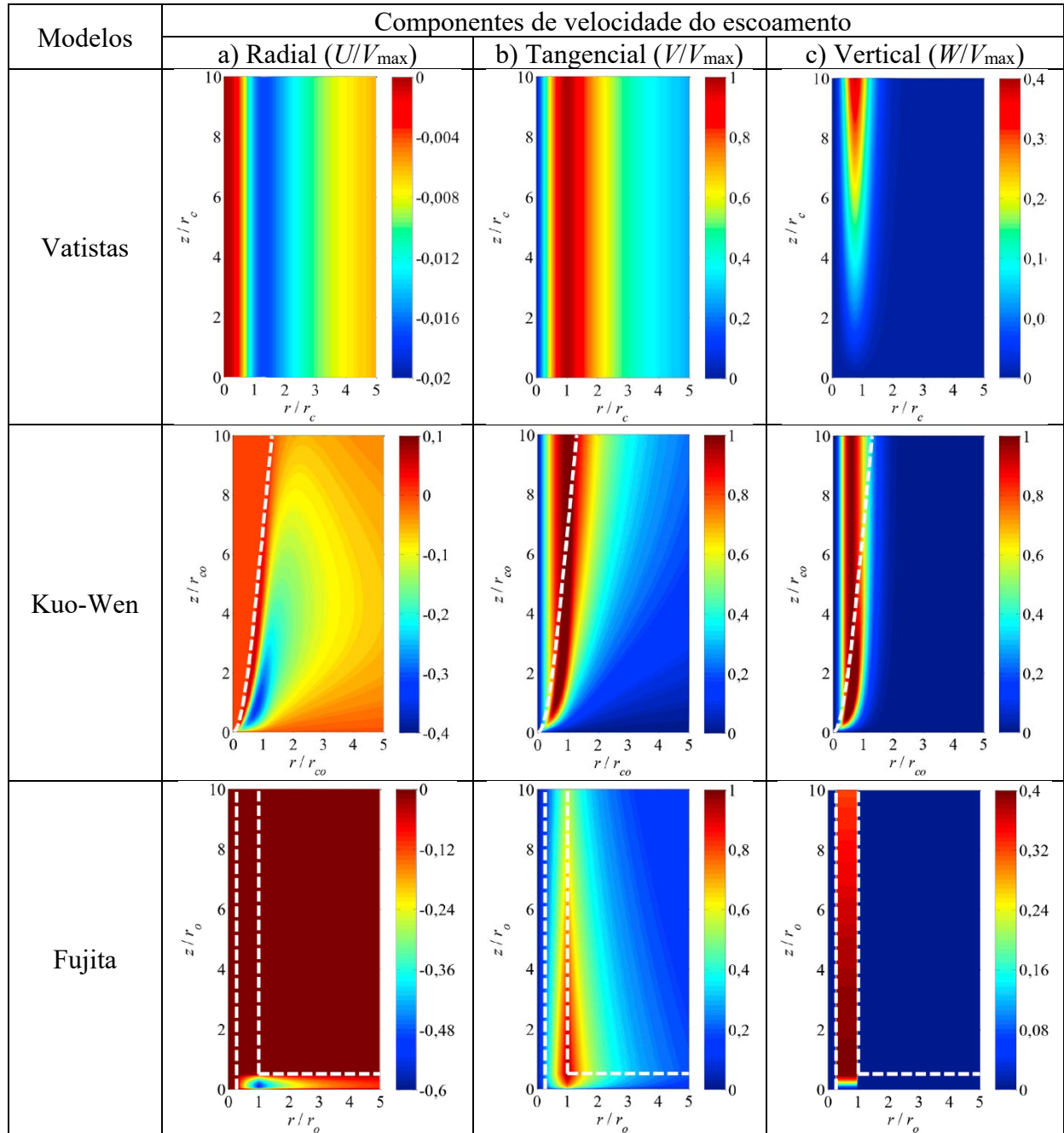
Usando os valores acima, a distribuição de velocidades tangenciais pode ser reexpressa sem o gradiente de velocidade e sem a viscosidade turbulenta, ou seja (KIM; MATSUI, 2017):

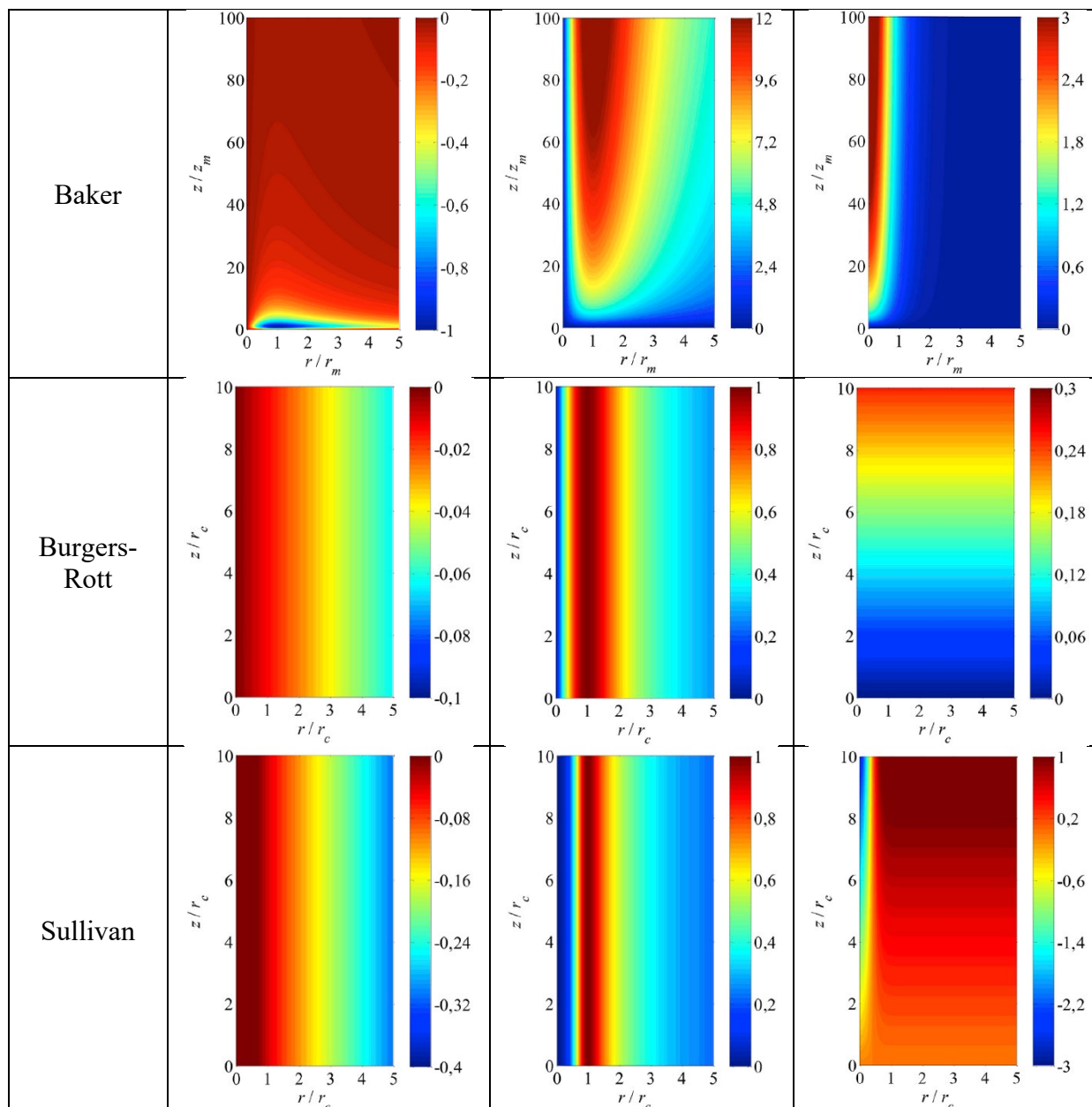
$$v_{\theta}(r) = V_{\max} \frac{1}{K_{S2}} \frac{r_c}{r} \frac{H\left(K_{S1} \left(\frac{r}{r_c}\right)^2\right)}{H(\infty)} \quad (5.40)$$

### 5.1.9 Comparação entre os modelos

Na Tabela 5.1 são apresentadas comparativamente as distribuições das componentes de velocidade do escoamento segundo alguns dos modelos de perfis de velocidade aqui apresentados.

Tabela 5.1 – Distribuições de velocidade para diferentes modelos algébricos (adaptado de KIM; MATSUI, 2017).





No Modelo de Vattistas, nota-se que as componentes radial e vertical são relativamente pequenas comparadas com a velocidade tangencial, sendo que a componente radial apresenta os menores valores. Como a componente radial da velocidade indica valores negativos, conclui-se que o escoamento é direcionado para o centro do tornado (influxo radial). Já a componente vertical é quase nula junto ao solo, mas aumenta infinitamente com a altura, implicando que a velocidade é ilimitada na região próxima ao centro do tornado.

Para o Modelo de Kuo-Wen ocorre influxo radial no escoamento, embora se observe também fluxo radial orientado para a região externa em zonas próximas da camada limite, implicando reversão de velocidade. Na região onde o grande influxo radial é observado (coluna (a)),

ocorre uma forte corrente ascendente (coluna (c)) no interior da camada limite, sendo que acima da camada limite, a forte corrente ascendente ainda é percebida junto ao centro do tornado. A linha pontilhada branca indica a fronteira da camada limite.

As distribuições das componentes de velocidade do escoamento segundo o Modelo de Fujita indicam que a velocidade tangencial máxima é encontrada na região próxima ao limite entre o núcleo externo e a camada de influxo. Além disso, há também valores relativamente altos de velocidade radial na região da camada de influxo, com valor máximo situado sobre o raio do núcleo externo. Velocidades verticais são encontradas apenas dentro da região do núcleo externo, com valor máximo observado junto à altura da camada de influxo. As duas linhas pontilhadas verticais indicam o limite dos núcleos interno e externo, enquanto a linha pontilhada horizontal indica a altura da camada de influxo.

Para a obtenção das distribuições das componentes de velocidade do escoamento segundo o Modelo de Baker foi usada a mesma relação de redemoinho adotada por Baker e Sterling (2017), ou seja,  $S = 1$ . Observa-se que neste modelo todas as componentes de velocidade apresentam diminuição em seus valores com o aumento da distância radial. No entanto, há também um aumento nos valores de velocidade nas direções tangencial e vertical com a altura, o que leva a uma distribuição de velocidades irreal. O modelo de Baker mostra-se adequado para a determinação de trajetórias de partículas e destroços compactos suspensos no escoamento, mas sua aplicação na determinação de cargas de vento diretamente dos campos de velocidade propostos deve ser considerada com cuidado. Isto se deve a limitações do modelo no que se refere ao tratamento tanto da camada limite como da turbulência do tornado (BAKER; STERLING, 2017).

A partir das distribuições das componentes de velocidade do escoamento segundo o Modelo de Burgers-Rott pode-se observar que enquanto a velocidade tangencial apresenta valores limitados, as componentes radial e vertical são ilimitadas, aumentando com o raio e com a altura. Para a construção das presentes distribuições foi utilizada uma viscosidade turbulenta de  $5 \text{ m}^2/\text{s}$ .

No Modelo de Sullivan ocorre influxo e fluxo orientado para as regiões externas do escoamento, com corrente vertical nos sentidos descendente e ascendente. O fluxo radial existe principalmente dentro da região interna, com a ocorrência de corrente descendente em uma região relativamente estreita, junto ao eixo central do tornado ( $r/r_c \leq 0,25$ ).

Na Tabela 5.2 são mostrados os valores dos parâmetros que foram empregados no estudo comparativo dos diferentes modelos. Cabe observar que foram comparados apenas os modelos tridimensionais.

Tabela 5.2 – Valores dos parâmetros dos modelos numéricos.

Modelos	Parâmetros numéricos
Vatistas	$V_{máx} = 1; r_c = 1; \beta = 2; v_e = 5 \text{ m}^2/\text{s}$
Kuo-Wen	$V_{o,máx} = 1; r_{co} = 1; \delta_\infty = 1;$
Fujita	$V_{máx} = 1; r_o = 1; k = 0,03; k_0 = 1/6; A_m = 0,75; B_m = 0,0217$
Baker	$U_{máx} = 1; r_m = 1; z_m = 1; S = 1$
Burgers-Rott	$V_{máx} = 1; r_c = 1; K_{BR1} = 1,26; K_{BR2} = 0,72; v_e = 5 \text{ m}^2/\text{s}$
Sullivan	$V_{máx} = 1; r_c = 1; K_{S1} = 6,24; K_{S2} = 0,88; H(\infty) = 37,9; v_e = 5 \text{ m}^2/\text{s}$

### 5.1.10 Observações finais

Com base em dados obtidos de experimentos de laboratório, simulações computacionais, radar móvel e medições in situ, observa-se que os principais parâmetros que afetam a estrutura de um vórtice de tornado incluem a relação de redemoinho, o número de Reynolds (radial), a rugosidade do solo e o efeito de translação. A partir disso, vários modelos para representação do campo de escoamento de tornados têm sido propostos ao longo dos anos, entre os quais verifica-se que as características dos campos de velocidade variam consideravelmente de modelo para modelo (ver Figura 5.8).

De uma forma geral, os modelos devem incluir parâmetros que contenham informações úteis sobre as características físicas do escoamento, sendo usados especialmente para determinar a estrutura do tornado. Os modelos de Baker e Burgers-Rott, por exemplo, são baseados em uma estrutura de vórtice de uma célula, enquanto o modelo de Sullivan é baseado em um vórtice de duas células, cujas características foram examinadas através de muitas medições de campo (KAREN A. KOSIBA; TRAPP; WURMAN, 2008; KOSIBA; WURMAN, 2010; LEE; WURMAN, 2005) e experimentos em túneis de vento (HAAN JR.; SARKAR; GALLUS, 2008). No modelo de Sullivan, a velocidade tangencial máxima foi encontrada entre os ramos ascendente e descendente do vórtice de duas células, o que também foi observado em medições de campo (KAREN A. KOSIBA; TRAPP; WURMAN, 2008; KOSIBA; WURMAN, 2010; LEE; WURMAN, 2005), embora sua variação ao longo da altura não reproduza os dados de campo. A partir das medições de campo (KOSIBA; WURMAN, 2013, 2010) e testes em túnel de vento (HAAN JR.; SARKAR; GALLUS, 2008),

verificou-se que o influxo radial foi detectado até centenas de metros de altura, sendo que o influxo mais intenso ficou confinado a uma região muito próxima da superfície do solo, levando à conclusão de que há variações na velocidade radial ao longo da direção vertical. Estas variações são também encontradas nos modelos de Kuo-Wen, Fujita e Baker. No modelo de Fujita, a velocidade radial está limitada no interior da camada de influxo, enquanto no Modelo de Baker as componentes de velocidade nas direções tangencial e vertical são ilimitadas. A partir de experimentos em túnel de vento, Haan Jr., Sarkar e Gallus (2008) apontaram que o efeito da rugosidade da superfície deve ser considerado a fim de reproduzir os perfis de velocidade radial extraídos das medições de campo.

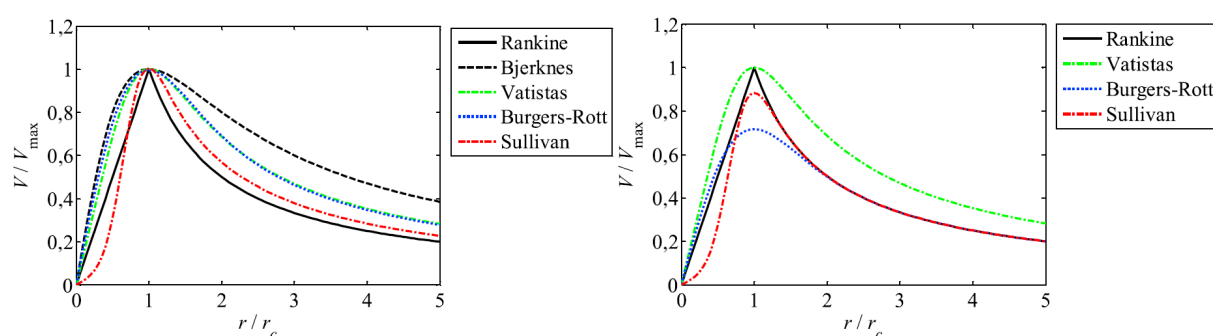


Figura 5.8 – Perfis de velocidade tangencial para diferentes modelos algébricos: (a) para mesma velocidade tangencial máxima; (b) para mesma circulação no infinito (adaptado de KIM; MATSUI, 2017).

O efeito do aumento da relação de redemoinho  $S$  na estrutura do tornado é ilustrado na Figura 5.9 (DAVIES-JONES; TRAAP; BLUESTEIN, 2001; KOSIBA; WURMAN, 2010). Aqui, a relação de redemoinho  $S$  é definida como a razão entre as componentes tangencial e vertical da velocidade do escoamento, que é um pouco diferente da definição utilizada no Modelo de Baker. No entanto, quando a relação de redemoinho é definida usando-se a velocidade radial em vez da velocidade vertical, a estrutura do tornado mostrada na Figura 5.9 tende a permanecer inalterada (KOSIBA; WURMAN, 2010).

Observa-se que quando a relação de redemoinho é muito pequena (Figura 5.9 (a)), o gradiente de pressão horizontal ao longo do solo é adverso e o escoamento externo se separa em um determinado ponto da superfície, não invadindo a região junto ao centro do tornado, evitando assim a formação de um vórtice. Para valores de  $S$  pequenos, verifica-se que não há a formação de tornado, mas quando o valor de  $S$  é levemente aumentado (Figura 5.9 (b)), uma estrutura de escoamento com vórtice de uma célula é desenvolvida. À medida que a relação

de redemoinho  $S$  vai sendo aumentada (Figuras 5.9 (c) e 5.9 (d)), ocorre uma corrente descendente no centro do tornado, quebrando o vórtice de uma célula em duas células. Mesmo que a taxa de redemoinho siga aumentando (Figura 5.9 (e)), a corrente descendente central consegue atingir o solo, formando um vórtice perfeito de duas células. Neste caso, o raio do núcleo aumenta rapidamente com a relação de redemoinho. Para uma relação de redemoinho muito grande (Figura 5.9 (f)), o tornado se divide em vários vórtices. A evolução dos vórtices de tornado para diferentes valores de relação de redemoinho foi bem documentada experimentalmente por Refan e Hangan (2016).

É possível identificar que nenhum modelo utiliza o número de Reynolds como parâmetro básico em suas expressões. De fato, desde que o escoamento seja turbulento, constata-se que o efeito do número de Reynolds na estrutura do tornado é pequeno e, como a separação do escoamento não depende do número de Reynolds para corpos rombudos com arestas vivas, as técnicas convencionais usadas em testes de túnel de vento também podem ser aplicadas para ventos de tornados (HAAN JR.; SARKAR; GALLUS, 2008; MISHRA; JAMES; LETCHFORD, 2008a). A relação de redemoinho terá provavelmente mais efeito do que o número de Reynolds sobre o raio do núcleo e estruturas de vórtice, definindo a transição de um único para vários vórtices (REFAN; HANGAN, 2016).

O efeito da translação do vórtice de tornado também não está incluído em nenhum dos modelos acima mencionados, sendo que o efeito da rugosidade é considerado apenas no Modelo de Kuo-Wen indiretamente, através da espessura da camada limite. Natarajan e Hangan (2012) relataram que para razões de redemoinho mais baixas a translação do vórtice de tornado faz com que haja uma redução da velocidade tangencial máxima, enquanto para razões de redemoinho altas há um leve aumento. A introdução da rugosidade de superfície para uma condição equivalente a centros urbanos causou, em geral, um efeito semelhante à redução da relação de redemoinho. Observações semelhantes para o efeito da rugosidade de superfície foram apresentadas por Liu e Ishihara (2016).

Ao longo dos anos, certas características das estruturas de tornados foram identificadas, mas muitas outras precisam ainda ser analisadas no futuro. Assim, dificilmente se pode concluir que qualquer modelo seja perfeito ou mesmo preciso o suficiente, tornando muito difícil a escolha de um modelo adequado para representação de campos de velocidade de tornado em um sentido geral. Kimura *et al.* (2015), por exemplo, relataram que o Modelo de Rankine Modificado fornece o melhor ajuste da velocidade tangencial aos dados de medição de campo. No entanto, mesmo que o Modelo de Rankine Modificado apresente boa concordância



com os dados de campo, engenheiros estruturais devem adotar o Modelo de Burgers para um projeto seguro, uma vez que este modelo sempre leva a respostas estruturais de maior magnitude em relação aos demais modelos. Isso significa que engenheiros e projetistas devem levar em consideração o objetivo do trabalho ao escolher o modelo de tornado a ser utilizado, devendo sua escolha estar baseada em um bom entendimento dos modelos disponíveis (KIM; MATSUI, 2017).

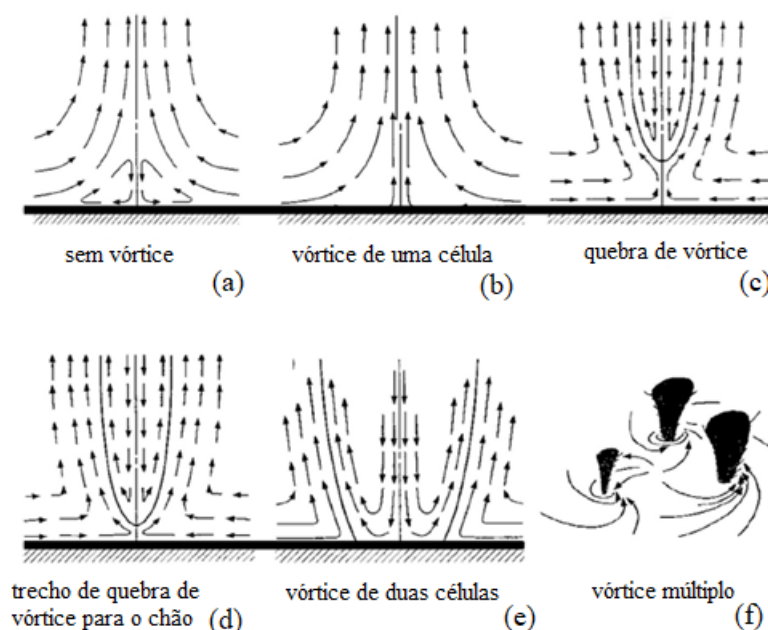


Figura 5.9 – Diferentes estruturas de tornado de acordo com a razão de redemoinho  $S$  (adaptado de DAVIES-JONES; TRAAP; BLUESTEIN, 2001).

## 5.2 MODELO ALGÉBRICO UTILIZADO NESTE TRABALHO

De acordo com Strasser e Selvam (2015a), a seção transversal de um vórtice de tornado pode ser considerada como uma composição de três regiões diferentes: (1) núcleo laminar interno, (2) região de transição e (3) região turbulenta externa, onde o campo de velocidade do escoamento pode ser decomposto em componentes de velocidade tangencial e de translação. A Figura 5.10 mostra alguns perfis de velocidade tangencial típicos utilizados por diferentes autores (KIM; MATSUI, 2017; STRASSER; SELVAM, 2015a; STRASSER, 2015), que indicam que os valores de velocidade tangencial aumentam com a distância  $r$  para o centro do vórtice, onde o valor máximo é obtido ( $V_{\theta,max}$ ) no raio crítico  $r_c$ . Para  $r > r_c$ , os valores da velocidade tangencial diminuem à medida que a distância ao centro do vórtice aumenta.

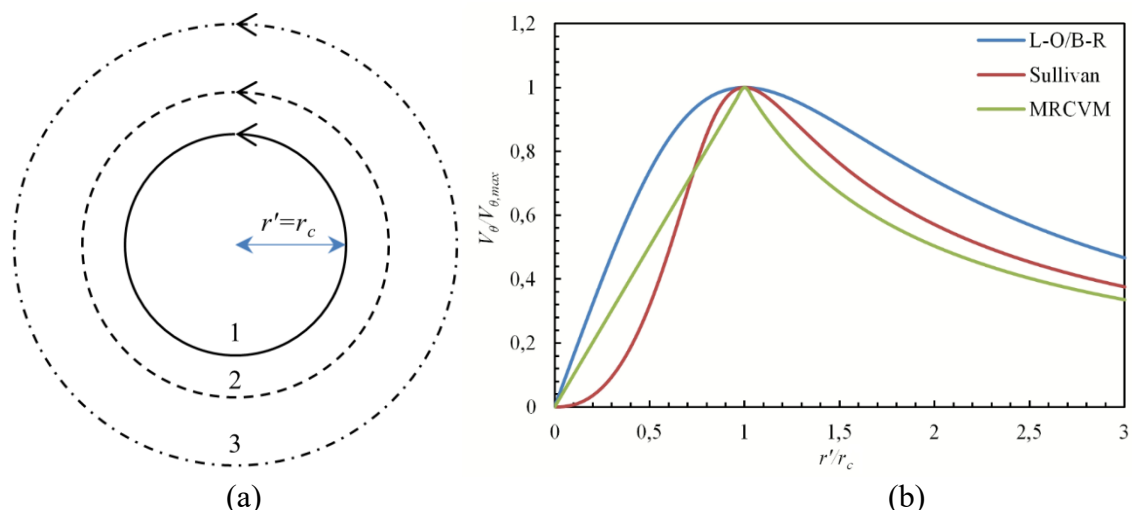


Figura 5.10 – Modelos analíticos para o perfil de velocidade tangencial: (a) vista esquemática das regiões do vórtice; (b) distribuição da velocidade tangencial normalizada ( $v_\theta/V_{\max}$ ) em função do raio relativo ( $r'/r_c$ ); L-O/B-R: Lamb-Oseen/Burgers-Rott e MRCVM: Modelos de Vórtice Combinado de Rankine Modificado.

O campo de escoamento do tornado é gerado usando condições de contorno transientes de acordo com os modelos de perfil de velocidade empregados neste trabalho, que são definidos considerando dois sistemas de coordenadas (ver Figura 5.11): (a) um sistema de coordenadas fixo  $XYZ$ , que é definido arbitrariamente, e (b) um sistema de coordenadas móvel  $X'Y'Z'$ , que está associado ao vórtice do tornado e com sua origem definida no centro do vórtice. É importante notar que  $t^* = 0$  quando o centro do vórtice do tornado está localizado no ponto mais próximo da trajetória do tornado em relação à origem do sistema de coordenadas fixo  $XYZ$ .

A posição de um nó do contorno em relação ao centro do vórtice é determinada pela distância radial, usando-se a seguinte expressão (STRASSER; SELVAM, 2015b):

$$r'^2 = x_1'^2 + x_2'^2 = (x_1 - l_x - U_x t^*)^2 + (x_2 - l_y - U_y t^*)^2 \quad \text{com } x_3' = x_3 = 0 \quad (5.41)$$

onde  $x_1'$ ,  $x_2'$  e  $x_3'$  são as coordenadas de um nó do contorno no sistema de coordenadas móvel e  $x_1$ ,  $x_2$  e  $x_3$  são as coordenadas correspondentes no sistema de coordenadas fixas,  $U_x = U_\infty \cdot \cos\phi$  e  $U_y = U_\infty \cdot \sin\phi$ , onde  $\phi$  é o ângulo entre a trajetória do tornado e a direção longitudinal  $x_1$  e  $U_\infty$  é a velocidade não perturbada, que também está associada ao módulo do vetor de translação do tornado  $\mathbf{U} = (U_x, U_y)$ ,  $l_x$  e  $l_y$  são as coordenadas do ponto mais próximo

da trajetória do tornado em relação à origem do sistema de coordenadas fixas  $XYZ$  e  $t^* = t - t_{lag}$ , onde  $t_{lag}$  é o tempo de atraso do tornado.

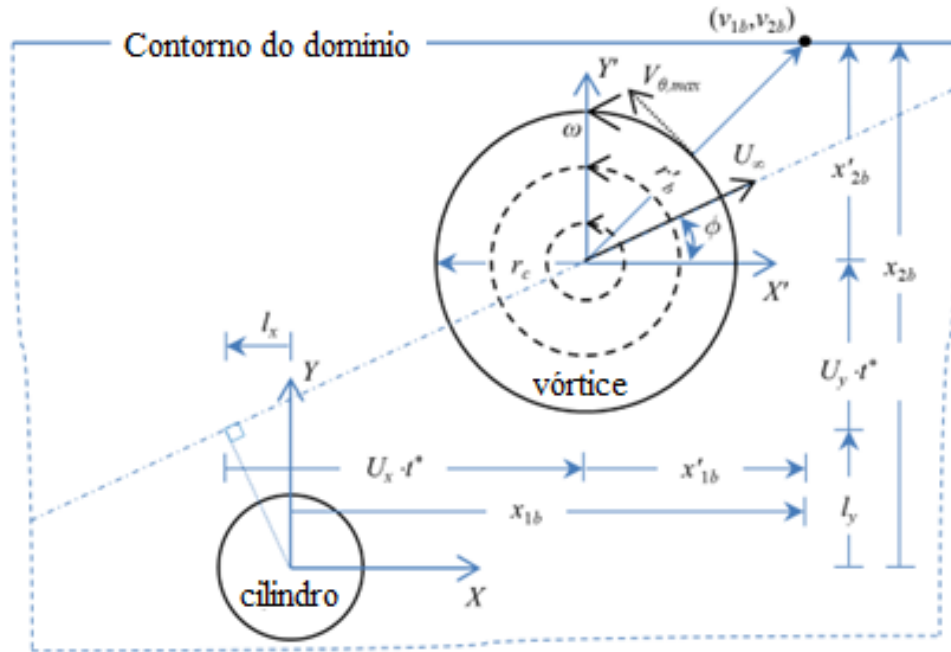


Figura 5.11 – Sistemas de coordenadas utilizados na definição das condições de contorno transitórias para campos de escoamento de tornado.

Vários modelos de vórtices disponíveis na literatura para descrever o perfil de velocidade tangencial são classificados por Strasser (2015) usando as seguintes denominações: perfis birregionais, perfis contínuos e perfis algébricos. Atenção especial deve ser dada aos perfis algébricos, visto que este tipo de perfil de velocidade é capaz de reproduzir todos os perfis relacionados aos demais tipos. No presente trabalho, os seguintes perfis de velocidade tangencial são utilizados:

- Modelo de Vórtice Combinado de Rankine Modificado - MRCVM (HUGHES, 1952):

$$v_{\theta}^{MRCVM}(r') = \omega \cdot r' \quad 0 \leq r'/r_c \leq 1,0 \quad (5.42)$$

$$v_{\theta}^{MRCVM}(r') = \omega \cdot r_c \cdot \left(\frac{r_c}{r'}\right)^x \quad r'/r_c > 1,0 \quad (5.43)$$

- Modelo de Vatistas - VM (VATISTAS; KOZEL; MIH, 1991):

$$v_{\theta}^{VM}(r') = \omega \cdot r' \cdot r_c^2 \cdot \left( \frac{2}{(r'^{2n} + r_c^{2n})} \right)^{1/n} \quad (5.44)$$

onde o perfil de velocidade tangencial de Lamb-Oseen/Burgers-Rott (L-O/B-R) é obtido quando  $n = 2$ , e o MRCVM para  $n = 100$  e  $x = 1$ . O modelo de Vatistas é capaz de obter vórtices mais realistas e reduzir o erro numérico associado à descontinuidade observada no perfil de velocidade tangencial do RCVM quando  $r' = r_c$  (STRASSER; SELVAM, 2015b). A velocidade tangencial máxima é obtida em  $r_c$ , onde  $V_{max}(r_c) = \omega r_c$ , sendo  $\omega$  a velocidade angular do vórtice.

A fim de obter as componentes de velocidade do escoamento em termos de coordenadas cartesianas globais, as seguintes equações são empregadas (STRASSER; SELVAM, 2015b):

$$v_1(t) = U_x - V_{\theta}(r') \frac{x_2'}{r'}; \quad v_2(t) = U_y + V_{\theta}(r') \frac{x_1'}{r'}; \quad v_3(t) = 0 \quad (5.45)$$

Os modelos de perfil de velocidade utilizados nas presentes simulações numéricas são restritos aos modelos RCVM e L-O/B-R, onde a distribuição das componentes de velocidade do escoamento é definida da seguinte forma (STRASSER; SELVAM, 2015b):

$$\begin{cases} v_1(t) = \left[ U_{\infty} \cos \phi + \frac{(U_{\infty} \sin \phi \cdot t^* + l_y - x_2)}{r'} \cdot V_{\theta}(r') \right] Z_f(x_3) \\ v_2(t) = \left[ U_{\infty} \sin \phi + \frac{(x_1 - l_x - U_{\infty} \cos \phi \cdot t^*)}{r'} \cdot V_{\theta}(r') \right] Z_f(x_3) \\ v_3(t) = 0 \end{cases} \quad (5.46)$$

onde  $x_1$ ,  $x_2$  e  $x_3$  são coordenadas de um nó do campo de escoamento em relação à origem do sistema de coordenadas fixas. A fim de desenvolver um campo de escoamento tridimensional para os modelos de vórtice, um perfil vertical logarítmico é adotado (ALRASHEEDI, 2012), ou seja:

$$Z_f(x_3) = \frac{u^*}{\kappa} \ln \left( \frac{x_3 + z_0}{z_0} \right) \quad (5.47)$$

onde  $u^*$  é a velocidade de fricção, que é definida considerando que  $Z_f = 1$  em  $x_3 = H$ , onde  $H$  é a altura do objeto imerso,  $\kappa = 0,4$  é a constante de von Kármán e  $z_0 = 0,00375$  m é o comprimento de rugosidade associado às características da superfície do terreno utilizada neste trabalho.

### 5.3 CONDIÇÕES DE CONTORNO DE DESLIZAMENTO E ÂNGULO DE AFLUÊNCIA FORÇADO

A metodologia adotada manipula a velocidade local em nível de elemento, possibilitando uma aplicação mais geral, e pode ser entendida por analogia com o procedimento utilizado para calcular a reação em um pórtico plano com barra inclinada e apoio de primeira classe na direção da mesma. Segundo Hasebe e Nomura (2006) e Nomura, Miyata e Hasebe (2009), para especificar a condição de deslizamento num contorno curvo, o vetor normal à superfície  $\bar{\mathbf{n}}$  num nó do elemento finito, como mostrado na Figura 5.12 (a), é definido usando a média local das superfícies dos elementos circundantes, ou seja:

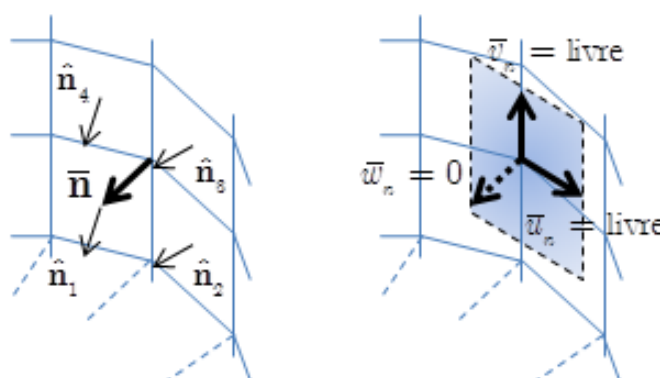


Figura 5.12 – Tratamento de um contorno curvo com deslizamento: (a) vetores unitários normais; (b) plano tangencial e graus de liberdade locais (baseado em NOMURA; MIYATA; HASEBE, 2009).

$$\bar{\mathbf{n}} = \sum_{i=1}^{n_{sr}} \hat{\mathbf{n}}_i / n_{sr} \quad (5.48)$$

onde  $n_{sr}$  é o número de superfícies de elementos circundantes e  $\hat{\mathbf{n}}_i$  é o vetor normal unitário apontando para fora do domínio em cada superfície.

A partir do vetor normal unitário  $\bar{\mathbf{n}}$ , pode-se introduzir um plano tangencial, como indicado na Figura 5.12 (b). Assim, pode ser definido o conjunto de graus de liberdade da velocidade

nodal local como sendo  $\bar{\mathbf{u}}_n = \langle \bar{u}_n, \bar{v}_n, \bar{w}_n \rangle^T$ . A condição de contorno de deslizamento pode ser introduzida especificando  $\bar{w}_n = 0$ , deixando as outras duas componentes,  $\bar{u}_n$  e  $\bar{v}_n$ , livres.

A seguinte transformação de coordenadas é introduzida entre os graus de liberdade nas coordenadas globais  $\mathbf{u} = \langle u, v, w \rangle^T$  e  $\bar{\mathbf{u}}_n$  pela equação (NOMURA; MIYATA; HASEBE, 2009):

$$\mathbf{u} = \mathbf{T}_n \bar{\mathbf{u}}_n \quad (5.49)$$

ou, para duas dimensões, mediante a equação:

$$\begin{Bmatrix} u_j \\ v_j \end{Bmatrix} = T(\bar{\theta}_j) \begin{Bmatrix} \bar{u}_j \\ \bar{v}_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \bar{\theta}_j & -\sin \bar{\theta}_j \\ \sin \bar{\theta}_j & \cos \bar{\theta}_j \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{u}_j \\ \bar{v}_j \end{Bmatrix} \quad (5.50)$$

onde  $\mathbf{u}$  é um vetor contendo os graus de liberdade das velocidades nas coordenadas globais,  $\bar{\mathbf{u}}_n$  é um vetor contendo os graus de liberdade das velocidades nodais locais,  $u_j$  é a componente da velocidade nodal do escoamento segundo  $x$ ,  $v_j$  é a componente da velocidade nodal do escoamento segundo  $y$ ,  $\bar{u}_j$  é a componente da velocidade nodal do escoamento segundo a direção  $\xi_w$ ,  $\bar{v}_j$  é a componente da velocidade nodal do escoamento segundo a direção  $\eta_w$  e  $\bar{\theta}_j$  é o ângulo do eixo  $\xi_w$  em relação ao eixo  $x$ . Estas variáveis são ilustradas na Figura 5.13 para um nó  $j$  genérico.

Para um elemento que está em contato com o contorno curvo com deslizamento, o vetor de velocidade nodal do elemento pode ser decomposto como  $\langle \mathbf{u}_e^T \quad \mathbf{u}_{ew}^T \rangle^T$ , onde  $\mathbf{u}_{ew}$  é o vetor de velocidade nodal do nó sobre o contorno e  $\mathbf{u}_e$  é o vetor de velocidade nodal do nó dentro do domínio. Este vetor de velocidade nodal do elemento pode ser transformado segundo a equação abaixo (NOMURA; MIYATA; HASEBE, 2009):

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{u}_e \\ \mathbf{u}_{ew} \end{Bmatrix} = \mathbf{L}_e \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_e \\ \bar{\mathbf{u}}_e \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{T} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_e \\ \bar{\mathbf{u}}_e \end{Bmatrix} \quad (5.51)$$

na qual  $\mathbf{T}$  é a matriz de transformação de coordenadas  $\mathbf{T}_n$ ,  $\mathbf{I}$  é a matriz identidade e  $\bar{\mathbf{u}}_e$  é o vetor das componentes de velocidade relativas ao plano tangencial.

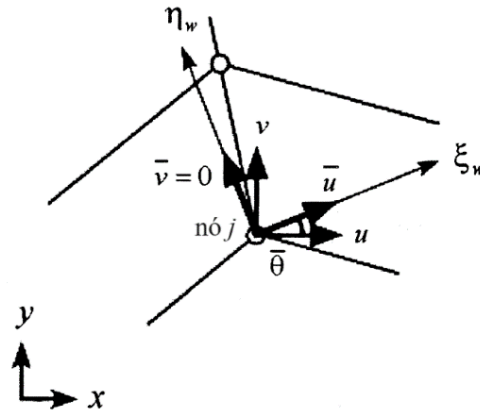


Figura 5.13 – Grau de liberdade da velocidade do escoamento no nó acima do contorno com deslizamento (baseado em HASEBE; NOMURA, 2006).

Considerando a função de interpolação na formulação de elementos finitos correspondente à velocidade nodal, ela deve também ser transformada pela mesma transformação de coordenadas dada pela Equação (5.51). Assim, cada uma das matrizes de coeficientes de elementos é modificada como exemplificado na expressão a seguir (NOMURA; MIYATA; HASEBE, 2009):

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{M}} &= \sum_e \mathbf{L}_e^T \mathbf{M}_e \mathbf{L}_e, & \hat{\mathbf{A}}(\bar{\mathbf{u}}) &= \sum_e \mathbf{L}_e^T \mathbf{A}(\bar{\mathbf{u}})_e \mathbf{L}_e \\ \hat{\mathbf{D}} &= \sum_e \mathbf{L}_e^T \mathbf{D}_e \mathbf{L}_e, & \hat{\mathbf{G}}_i &= \sum_e \mathbf{L}_e^T \mathbf{G}_{ie} \end{aligned} \quad (5.52)$$

onde  $\mathbf{M}_e$ ,  $\mathbf{A}(\bar{\mathbf{u}})_e$ ,  $\mathbf{D}_e$  e  $\mathbf{G}_e$  são as matrizes de massa, advecção, difusão e gradientes em nível de elemento e expressas no sistema de coordenadas globais, sendo  $\bar{\mathbf{u}}$  o vetor de velocidades nodais do escoamento transformado para as coordenadas  $\xi_w \eta_w$  (necessário para expressar as equações de Navier-Stokes em coordenadas locais). Deste modo, a condição de deslizamento no contorno curvo pode ser introduzida no procedimento de solução.

Por outro lado, a condição de contorno com ângulo de afluência forçado pode ser introduzida utilizando a metodologia apresentada acima para impor a condição de deslizamento, mas neste caso especificando as componentes  $\bar{u}_n = \bar{v}_n = 0$  e deixando a outra componente  $\bar{w}_n$  livre. Logo, sobre esta componente é realizada uma nova transformação de coordenadas segundo a Equação (5.50), com a diferença que agora  $\bar{\theta}_j$  é definido como o ângulo de afluência em relação ao vetor normal à superfície de contorno. Esta metodologia encontra sua correspondência no procedimento de laboratório que utiliza palhetas na entrada dos simuladores (MATSUI; TAMURA, 2005), como ilustra a Figura 1.2 (b).

## 5.4 PARÂMETROS ASSOCIADOS AOS TORNADOS

O padrão de escoamento tanto dos tornados reais como dos simulados depende do número de Reynolds radial e da relação de redemoinho (*swirl ratio*). Tais parâmetros serão definidos baseados em um dispositivo composto por duas regiões, uma de convecção e uma de convergência, semelhante à configuração usada em simuladores experimentais (MATSUI; TAMURA, 2005), como mostrado na Figura 5.14.

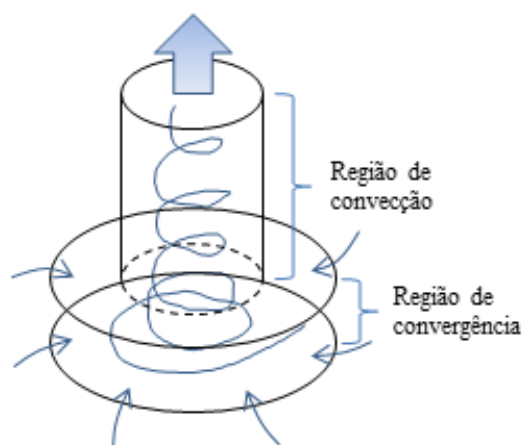


Figura 5.14 – Esquema de um simulador experimental (baseado em NOMURA; MIYATA; HASEBE, 2009).

O número de Reynolds radial apresenta a seguinte expressão (NOMURA; MIYATA; HASEBE, 2009):

$$\text{Re}_r = \frac{Q}{\nu} \quad (5.53)$$

onde  $\nu$  é a viscosidade cinemática do fluido e  $Q = W_0 A/h$ , onde  $W_0$  é a velocidade na saída,  $A$  a área da região de convecção e  $h$  a altura da região de convergência. Para se ter uma ideia, o número de Reynolds nos tornados reais está na ordem de  $10^9$ - $10^{11}$ , enquanto nos túneis de vento ou simuladores experimentais está na ordem de  $10^3$ - $10^5$  (NOMURA; MIYATA; HASEBE, 2009).

A relação de redemoinho  $S$  tem sido historicamente definida como a razão entre o momentum angular e o momentum radial no vórtice (LIU; ISHIHARA, 2015), e expressa da seguinte forma:



$$S = \frac{R \tan \theta}{2h} \quad (5.54)$$

sendo  $R$  o raio da região de convecção e  $\theta$  o ângulo a partir da normal com o qual o escoamento entra na superfície curva da região de convergência. A Figura 5.15 mostra um esquema da variação do padrão de escoamento presente nos tornados experimentais segundo a relação de redemoinho  $S$  (CHURCH *et al.*, 1979; ROTUNNO, 1977; WARD, 1972). Observa-se que conforme aumenta a relação de redemoinho, o vórtice do tornado se desenvolve passando de um escoamento semelhante a um jato para um vórtice laminar de uma célula (Figura 5.15 (a)). Um aumento adicional na relação de redemoinho resulta em um ponto de estagnação e no fenômeno de ruptura do vórtice (*Vortex Break Down* - VBD) no topo (Figura 5.15 (b)). O VBD move-se a montante, toca a superfície do piso com o aumento da relação de redemoinho, até resultar na formação de um vórtice turbulento de duas células (Figura 5.15 (c)). Com uma relação de redemoinho muito alta, vórtices múltiplos aparecem em torno do núcleo do vórtice principal (Figura 5.15 (d)).

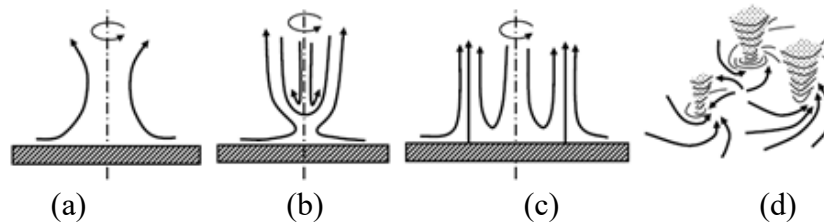


Figura 5.15 – Esquema das linhas de corrente de escoamentos de tornado observadas para várias relações de redemoinho (baseado em DAVIES-JONES *et al.*, 2001; LUGT, 1989): (a)  $S = 0,1$ ; (b)  $S = 0,4$ ; (c)  $S = 0,8$ ; (d)  $S = 2,0$ .

Na presença de um corpo imerso no escoamento de tornado, as forças sobre este são calculadas integrando as tensões sobre as superfícies do mesmo nas direções  $X$ ,  $Y$  e  $Z$ . Assim, os coeficientes de força  $C_x$ ,  $C_y$  e  $C_z$  se determinam a partir das seguintes expressões:

$$C_x = \frac{F_x}{0,5\rho U_\infty^2 A} \quad (5.55)$$

$$C_y = \frac{F_y}{0,5\rho U_\infty^2 A} \quad (5.56)$$

$$C_z = \frac{F_z}{0,5\rho U_\infty^2 A} \quad (5.57)$$

sendo  $\rho$  a massa específica do fluido e  $A$  a área projetada na qual a força está atuando.  $F_x$  é a força na direção  $X$ ,  $F_y$  é a força na direção  $Y$  e  $F_z$  é a força na direção  $Z$ . Tratando-se da simulação numérica de um tornado, a velocidade de referência  $U_\infty$  é igual à velocidade de translação  $U_x$ .

O número de Strouhal  $St$  é um número adimensional definido em 1896 por Lord Rayleigh (MENEHINI, 2002) segundo a forma apresentada na equação abaixo:

$$St = \frac{f_s D}{U_\infty} \quad (5.58)$$

sendo  $f_s$  a frequência de desprendimento de vórtices,  $D$  o comprimento ou dimensão característica e  $U_\infty$  a velocidade do fluido.

## 6 PROCESSAMENTO PARALELO COM PLACAS GRÁFICAS NA PLATAFORMA CUDA

Nesta seção serão colocadas algumas questões referentes às formas de processamento computacional empregadas para o estudo de problemas de interesse científico em geral e que podem ser empregadas para a simulação numérica de escoamentos de tornados. Também será apresentada a abordagem de processamento paralelo via placas gráficas a partir do uso da plataforma CUDA da NVIDIA.

### 6.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

Historicamente, a simulação computacional em diversos campos da ciência sempre buscou utilizar as CPUs (*Central Process Units*) como unidade responsável pelo processamento de dados de modelos numéricos. Em um primeiro momento, os algoritmos desenvolvidos se baseavam no uso de apenas uma unidade lógica de processamento para a realização de todas as tarefas do código durante a simulação computacional, o que se mostrava uma abordagem pouco eficiente e que, ao final, gerava tempos de simulação computacional demasiadamente elevados, mostrando-se assim uma abordagem limitada. Visto a ineficiência do emprego de apenas uma unidade de processamento, buscou-se desenvolver outros meios para o processamento dos algoritmos numéricos, o que acabou originando novas tecnologias que possibilitaram o processamento paralelo de operações e dados.

A computação paralela vem sendo empregada há muitos anos em larga escala em diversos campos da ciência, dado o aumento da complexidade dos problemas investigados e da demanda de processamento. Nesse sentido, a paralelização de tarefas tornou-se um pré-requisito para qualquer código numérico de simulação computacional, sejam estes utilizando abordagens como MPI (*Message Passing Interface*) ou OpenMP (*Open Multi-Processing*). Através da abordagem de multiprocessamento, os modelos numéricos foram evoluindo tanto em termos de desempenho quanto na sua forma de escrita, buscando adaptar a linguagem básica de programação com as diretrizes necessárias para a paralelização de tarefas. Nesse contexto, muitos centros de pesquisa começaram a preparar supercomputadores (*clusters*) para que pudessem utilizar múltiplas unidades de processamento para a simulação numérica de diversos problemas de interesse científico e que fossem capazes de obter resultados com um menor tempo de processamento.

Paralelamente ao desenvolvimento das CPUs ao longo das últimas décadas, as placas de vídeo, *Graphics Processing Units* (GPUs), foram adquirindo, a cada nova geração, maior capacidade de processamento e memória, passando a contar com milhares de núcleos de processamento lógico. Desse modo, o uso de equipamentos contendo núcleos de processamento em GPUs mostrou-se uma opção atraente para a simulação computacional, haja vista a capacidade de processamento disponível, além de empregar um hardware cuja natureza se baseia na realização de tarefas em paralelo. Vislumbrando essa possibilidade, a NVIDIA, juntamente com empresas de software, desenvolveu mecanismos que possibilitaram o uso de linguagens de programação usuais do meio científico para a criação de códigos numéricos, tais como C/C++ e FORTRAN, facilitando o emprego da GPU para a simulação computacional. A plataforma CUDA de chips lógicos para placas gráficas, desenvolvidas pela NVIDIA e parceiros, possibilita utilizar tanto os núcleos de processamento da GPU (CUDA cores) quanto os núcleos da CPU do computador.

O uso de uma abordagem híbrida, tal como a que a plataforma CUDA possui, é capaz de ofertar um elevado desempenho computacional de processamento para diversos algoritmos de interesse científico, como mostrado por Lee *et al.* (2010) em um estudo cujo propósito fora investigar profundamente a performance computacional entre o uso de CPU x CUDA. No estudo citado, os autores analisaram, para diversas rotinas comuns em modelos numéricos científicos, os tempos dispendidos para o processamento de tais tarefas, de onde percebe-se a potencialidade do uso de GPUs para o processamento computacional de códigos numéricos, uma vez que para diversas rotinas, o desempenho do código paralelizado via GPU resultou superior a 2x ou mais, em relação às rotinas empregando apenas o uso de CPU.

Ainda sobre a capacidade de processamento computacional obtida pelo uso de CPUs e GPUs, encontram-se em Senocak, Thibault e Caylor (2009) resultados que demonstram a evolução em termos de capacidade de processamento destes tipos de hardware. Pelos dados apresentados, tem-se que a capacidade de processamento, dado em termos de FLOPS (*floating point operations per second*), das GPUs cresceu exponencialmente desde o início dos anos 2000 em relação a das CPUs. Logo, o uso desses equipamentos se mostra mais interessante no que concerne a simulação de problemas computacionais com alta demanda de processamento. Em Ruetsch e Fatica (2014) é apontado que a diferença em termos de capacidade de processamento de dados entre CPU x GPU se dá na forma com que são realizadas as tarefas demandadas, sendo que para GPUs/CUDA, uma tarefa é feita quase que

instantaneamente, já que a placa não armazena informações pertinentes ao estado da tarefa realizada, o que não ocorre nas CPUs, que armazenam o estado de uma tarefa feita.

Visto a alta capacidade de processamento paralelo de tarefas e o alto número de FLOPS obtido com o uso de placas gráficas, tem-se que a simulação numérica de problemas científicos, especialmente aqueles vinculados à simulação numérica de escoamentos de tornados, que demandam naturalmente muito esforço computacional, está vinculada ao emprego de processamento paralelo via uso de placas gráficas.

## 6.2 *COMPUTE UNIFIED DEVICE ARCHITECTURE (CUDA)*

Em um contexto histórico, as GPUs sempre tiveram, majoritariamente, suas aplicações voltadas para a renderização e cálculos matemáticos de jogos eletrônicos, havendo a cada nova geração de hardware melhoras significativas nos componentes responsáveis pelo gerenciamento e processamento de tarefas, sendo o ritmo de evolução nestas mais acelerado do que o das CPUs. Sendo assim, aos poucos fora despertado o interesse de se utilizar os recursos de processamento das placas gráficas em problemas científicos. No entanto, as poucas interfaces de programação de aplicações (APIs) que possibilitavam o uso de GPUs eram de uma complexidade elevada (OpenCL, por exemplo), o que atrasaria a sua difusão para fins de simulação computacional. No entanto, os empecilhos quanto ao uso de GPUs foram reduzidos e o quadro alterou-se quando a empresa fabricante de tecnologia para GPUs, chamada NVIDIA, desenvolveu a plataforma CUDA para os seus processadores.

O advento da plataforma CUDA contornou as dificuldades ligadas à forma de programação em placas de vídeo devido à engenharia de computação desenvolvida, que possibilitou a compatibilização de instruções entre o hardware das GPUs com linguagens de programação tal como C, usualmente empregada em diversas áreas da ciência. Sendo assim, dada a possibilidade do emprego de uma linguagem de programação familiar para diversos campos científicos, grandes centros de pesquisa começaram a explorar os recursos de paralelização de seus algoritmos computacionais a partir do uso de códigos em CUDA. Em 2009, a NVIDIA e a empresa de software PGI desenvolveram em parceria um compilador capaz de interpretar a linguagem FORTRAN de programação e que possibilitaria ainda o uso dos recursos de paralelização de atividades de GPUs-CUDA, fazendo com que houvesse uma disseminação ainda maior do emprego de placas gráficas como um recurso de processamento paralelo de problemas científicos.

A linguagem de programação utilizada para empregar os recursos ofertados pela plataforma CUDA pode ser definida como sendo híbrida, visto que esta permite o uso combinado de CPU e GPUs disponíveis em uma mesma máquina. Para fins de uso das GPUs-CUDA, seja em linguagem C ou em FORTRAN, deve-se sempre ter em mente as importantes definições sobre os termos *host* e *device*. O termo *host* refere-se ao gerenciador central de atividades, em geral a CPU e sua memória, ao passo que a GPU e sua memória compõem o que se chama de *device*.

Algoritmos computacionais utilizando as instruções CUDA são sempre controlados pelo *host* (CPU), cabendo a este destinar e gerenciar as tarefas a serem realizadas por ele próprio e aquelas que ficarão a cargo do *device* (GPU). Em suma, tem-se como princípio de emprego desta linguagem híbrida de programação que as tarefas que demandam cálculos massivos serão direcionadas do CPU para a GPU, ao passo que o CPU será o responsável pelo trânsito, andamento e troca de informações ao longo do funcionamento do programa computacional (SANDERS; KANDROT, 2011).

Na plataforma CUDA, o *device* apresenta uma organização de elementos que são utilizados no processo de realização de tarefas, sendo estes a GPU e a memória DRAM. As tarefas que devem ser realizadas pelo *device* são chamadas de *threads*, onde cada *thread* é direcionado pelo processo de paralelização do código para *thread processors*. Um conjunto de *thread processors* junto com a memória interna constitui o que se chama de *multiprocessor* ou *stream processor*, sendo que em uma GPU há vários deles, conforme a sua capacidade computacional. Na Figura 6.1 é apresentada a organização dos componentes que integram o *device* segundo as GPUs da NVIDIA.

O controle do fluxo de atividades do algoritmo numérico (em compiladores para CUDA C ou CUDA-FORTRAN), como destacado anteriormente, é feito pelo *host*, de modo que este deve prover e direcionar as tarefas a serem executadas ao longo do algoritmo numérico, sendo que para utilizar o *device* no processamento é necessário que o *host* lance tarefas via rotinas chamadas *kernels*, que são responsáveis por fazer a troca de informações, direcionamento e especificar tarefas a serem executadas na GPU. Ainda se destaca que os *kernels* podem tanto levar instruções de *host* para *device* quanto de *device* para *device*, conforme a situação desejada para o fluxo de atividades a serem executadas no algoritmo numérico. Os *kernels* somente são processados quando acionados por comandos específicos e, usualmente, são escritos no formato de sub-rotinas ou de laços curtos.

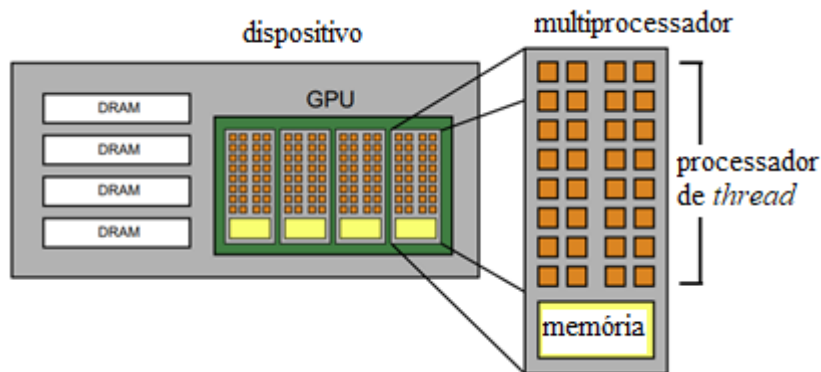


Figura 6.1 – Unidades componentes do *device* (adaptado de RUETSCH; FATICA, 2014).

Assim como em outros meios de processamento paralelo, por exemplo MPI e OpenMP, as instruções contidas dentro de rotinas (*kernels*) do código numérico via CUDA devem especificar como serão distribuídas as tarefas a serem executadas, sendo necessário estabelecer o tamanho dos blocos de processamento a serem utilizados, sendo chamados, nas instruções CUDA, de *thread blocks*. Estes blocos de processamento, que são especificados no início do lançamento de um *kernel*, possuem internamente um número de *threads* responsáveis pela execução.

*Thread blocks* podem, conforme a sua especificação, ser organizados em malhas uni, bi e tridimensionais de *threads*. Um ponto importante quanto aos *threads* dentro de um *thread block* é que cada um deles possui uma identificação global em relação ao *kernel* lançado e uma outra local para cada *thread block* especificado. Logo, para especificar rotinas a serem executadas pela GPU, deve-se entender a estrutura de funcionamento do *device* e de *thread blocks*.

A seguir é apresentada, na Figura 6.2, uma rotina que deverá ser executada por 16 *threads* no *device*, sendo especificado no momento de lançamento do *kernel* uma malha de 4 *thread blocks*, com cada um deles apresentando 4 *threads*. Na figura observa-se que ao especificar as atividades a serem realizadas por cada *thread* dentro de um mesmo *kernel*, é fundamental localizar e saber o que será realizado por cada um destes, de modo a não serem gerados erros no fluxo de operações da GPU e/ou ainda evitar a realização duplicada de tarefas.

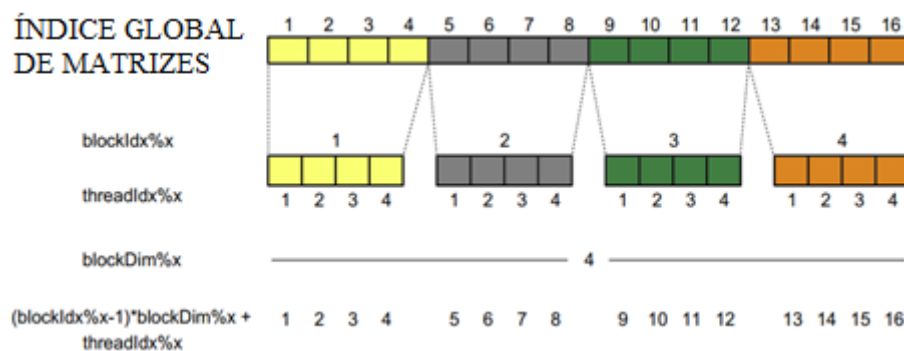


Figura 6.2 – Organização local e global dos *threads* em função do bloco de processamento especificado no *kernel* (adaptado de RUETSCH; FATICA, 2014).

Uma forma alternativa de lançar *kernels* é o que se chama de *kernel loop directive* (KLD). Esta abordagem possibilita a construção de tarefas na placa gráfica sem ser necessário o emprego de rotinas ou sub-rotinas no código numérico, mostrando-se uma forma mais simples e fácil de paralelizar os algoritmos, por contar com os recursos de processamento paralelo de placas gráficas. Segundo o manual da PGI (PGI, 2017), o emprego de KLDs é interessante para situações em que se tenha laços de repetição no código. No entanto, a implementação de sucessivos KLDs deve ser analisada cuidadosamente, uma vez que pode gerar perda de eficiência no processamento computacional devido às trocas de dados entre *host* e *device*.

Outro ponto de grande importância ao empregar-se processamento paralelo via GPU-CUDA é quanto à necessidade de precisão simples (PS) ou precisão dupla (PD), visto que dentro das placas há uma quantidade de núcleos de processamento para cada uma delas. De modo geral, a quantidade de núcleos para PS é superior aos de PD, sendo a relação entre PD/PS de 1/2 a 1/32 nas GPUs, o que depende dos fins para os quais a GPU foi construída. Logo, a capacidade de processamento computacional irá depender diretamente da necessidade de cálculos em PS ou PD.

Analisando o trabalho de Thibault e Senocak (2012), encontra-se uma investigação acerca do tipo de precisão das variáveis do código numérico e o impacto na performance resultante deste. Resultados de performance relativa (chamados também de *speedups*) entre diferentes configurações de GPUs e tipo de precisão são apresentados pelos autores, onde verifica-se que o poder de processamento empregando variáveis com precisão dupla conduziu a um desempenho consideravelmente inferior (da ordem de metade ou menos) para os casos em que se utilizou variáveis com precisão simples.



A utilização de GPUs como meio de processamento paralelo de tarefas de códigos computacionais demanda maior conhecimento em termos de programação e de conhecimento do *hardware* empregado, visto que em função do problema estudado, determinadas GPUs não conseguem atingir um grau de processamento desejado, dadas as diferentes linhas de GPUs que se encontram disponíveis no mercado e seus fins. Algumas das GPUs, atualmente disponíveis, são voltadas para o uso em renderização e cálculos em PS para jogos eletrônicos e outras foram desenvolvidas exclusivamente para cálculos massivos, por exemplo a linha de placas Tesla da NVIDIA.

Além das características pertinentes ao *hardware*, o gerenciamento de troca de informações entre *host* e *device* se mostra fundamental, uma vez que internamente a GPU consegue realizar trocas de informações com grande velocidade, ao passo que entre CPU e GPU não. Nesse ponto, cita-se o trabalho de Nogueira *et al.* (2015), que estudou o tempo necessário para que fossem realizadas determinadas tarefas de seu algoritmo computacional utilizando processamento paralelo por GPU. Os resultados apresentados pelos autores mostraram que o tempo para a troca de dados entre *host* e *device* se mostrava o mais crítico em termos de desempenho para o seu código, pois o tempo exigido nestes processos ultrapassava substancialmente o das demais tarefas realizadas.

Em relação à memória da GPU, tem-se que esta apresenta diferentes tipos, os quais influenciam diretamente na velocidade de processamento de tarefas executadas por ela. Logo, conhecer as características e peculiaridades delas é imperativo para que se consiga alcançar bons patamares de *performance* de processamento. Na sequência são elencadas algumas características das memórias que compõem o *device*:

- a) *Global*: é um tipo de memória no qual tanto o *host* quanto o *device* podem ler e escrever dados. A sua duração se dá por aplicação e a informação fica disponível para todos os *threads* lançados e também para o *host*. Esta memória fica localizada na DRAM;
- b) *Local/Register*: variáveis que são declaradas apenas no *device* são registradas neste tipo de memória. Ela engloba tanto os registradores, que ficam na memória do *thread core*, quanto a memória local, que fica na DRAM. Sua duração se dá pelo tempo de execução de um *thread*. Por fim, tem-se que este tipo de memória permite a leitura e escrita de dados;

- c) *Shared*: é uma memória compartilhada por todos os *threads* presentes em um *thread block*. É uma alternativa para otimizar a velocidade de processamento de dados na GPU, uma vez que a memória global é mais lenta;
- d) *Constant*: é do tipo que permite a leitura e escrita de dados no *host*. Contudo, no *device* é possível apenas a leitura dos dados;
- e) *Texture*: pode ser entendida como sendo similar à memória *Constant*. Constitui uma alternativa para se evitar o uso da memória global, que é mais lenta na ordem de 100x.

Em função da escolha do tipo de memória na declaração de variáveis contidas em um *kernel* a ser realizado pelo *device* pode-se esperar diferentes *performances*. Nesse contexto, cita-se o trabalho de Cardoso (2012), em que o autor aponta para a perda (penalidade) no desempenho que ocorre em razão da escolha de um determinado tipo de memória para uma variável de um *kernel*. Conclui-se que é preferível, sempre que possível, utilizar as memórias do tipo *Register*, *Shared* e *Constant*, uma vez que as penalidades envolvidas são as mínimas possíveis para o tráfego de informações no *device*. Segundo Couto (2016), a memória do tipo *Register* é a única capaz de fornecer o maior desempenho possível nas GPUs, pois proporciona grandes larguras de banda (*bandwidth*<sup>3</sup>) e baixa latência (*latency*<sup>4</sup>).

Ruetsch e Fatica (2014) apontam que toda modificação em um algoritmo que utilize a GPU para processamento numérico deve ter total compreensão de como ela afetará a sua largura de banda. Caso a taxa de transferência observada fique muito inferior à máxima que a GPU consegue atingir, deve-se realizar investigações e alterar o código, de forma a obter uma solução mais otimizada em termos deste parâmetro. Além disso, os autores mencionam que outro aspecto importante a se considerar na performance de um algoritmo em CUDA seria o acesso à memória global de forma corrida, isto é, sequencial sem intervalos.

---

<sup>3</sup> *Bandwidth*: pode ser entendido como a taxa de transferência de dados (COUTO, 2016).

<sup>4</sup> *Latency*: tempo entre o acionamento de um processo lançado e a percepção do efeito deste (COUTO, 2016).

Para melhor compreender o que seria o acesso sequencial na memória, faz-se necessário definir o que se chama de *warp*. Segundo o manual da PGI (2017), toda instrução executada pelo *device* é feita a partir de grupos de *threads*, que são denominados *warps*. Ruetsch e Fatica (2014) comentam que a memória global do *device* é lida e escrita de forma corrida em termos de um *warp* para capacidades computacionais acima de 2.0 e de meio-*warp* para inferiores, sendo que a forma com que se acessa a memória impacta diretamente na performance do código numérico.

## 7 RESULTADOS

Neste capítulo serão apresentados exemplos gerais para demonstrar e verificar as funções do código e a partir destas realizar a simulação numérica de tornados. A verificação de um código, apoiado em Roache (1997), é aquela etapa na qual se realiza a comparação de soluções computacionais e é possível solucionar incoerências devidas às relações matemáticas, erros, incertezas numéricas e discretização (refinamento) de malhas. Neste sentido, será exposto um problema para determinar a efetividade dos modelos sub-malha clássico e dinâmico de Smagorinsky, com controle de *backscattering*<sup>5</sup>, baseado na Simulação de Grandes Escalas (LES), e outros problemas que demonstram o desempenho da sub-rotina de adaptação de malhas baseada em métrica riemanniana. No contexto da simulação de tornados, mostra-se um exemplo de vórtice de tornado, gerado mediante um perfil de velocidade do modelo de Vatistas, Kozel e Mih (1991), e sua interação com um cilindro 2D. Depois, um exemplo de tornado laminar que reproduz, simplificado, o simulador experimental exposto por Matsui e Tamura (2005). Finalmente, será reproduzido o comportamento de um simulador de tornado turbulento com uma abordagem que se baseia no modelo de Vatistas, Kozel e Mih (1991) com a três componentes da velocidade. Este problema será dividido em duas partes: sem a presença de corpo imerso e com o mesmo, além de contar com dois modelos numéricos, o Taylor-Galerkin de dois passos com elementos hexaédricos e paralelização em placas gráficas e o CBS quase-implícito com elementos tetraédricos.

### 7.1 ESTUDO DA TURBULÊNCIA EM UMA CAVIDADE TRIDIMENSIONAL

Inicialmente é apresentado o estudo acerca da recirculação de um fluido viscoso em uma cavidade tridimensional induzida pelo movimento de uma placa superior com velocidade

---

<sup>5</sup> *Backscattering*: fenômeno onde a energia cinética é transferida de pequenas escalas para escalas maiores em um processo de cascata inversa (BOUFFANAIS; DEVILLE; LERICHE, 2007).

uniforme ao longo da direção  $X$ . Trata-se de um problema turbulento, cujo número de Reynolds é 12.000, onde os modelos de turbulência utilizados são o de Smagorinsky clássico e o modelo dinâmico, juntamente com algumas restrições para impedir o *backscattering*.

A malha adotada para a análise dos modelos de turbulência é estruturada, composta por 1.572.864 elementos tetraédricos e 274.625 nós (ver Figura 7.1 (a) e (b)), chamada de M1. Cabe mencionar que além desta malha, foram confeccionadas outras duas, uma com 5.308.416 elementos tetraédricos e 912.673 nós (M3) para a “simulação numérica direta” da turbulência e outra com 3.072.000 elementos tetraédricos e 531.441 nós (M2) para comprovar a qualidade da malha.

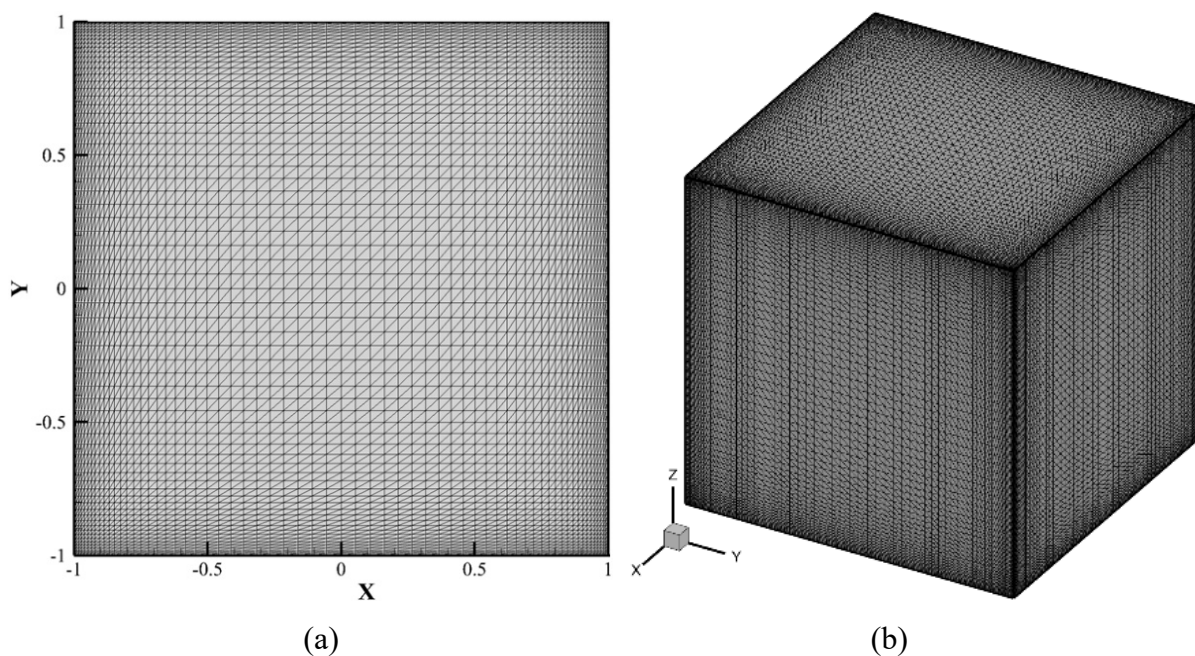


Figura 7.1 – Malha da cavidade: (a) corte em  $Z = 0$ ; (b) perspectiva.

Como observado na Figura 7.2, as condições de contorno correspondentes a este problema são de não deslizamento nas paredes laterais e inferior e a velocidade da placa superior é  $V_\infty = 1,00$  m/s. Enquanto para as condições iniciais adota-se o registro correspondente a 1.000 s para a simulação sem modelo de turbulência. As constantes físicas e geométricas do problema são apresentadas na Tabela 7.1.

Tabela 7.1 – Constantes físicas e geométricas adotadas na cavidade com escoamento tridimensional.

<b>Velocidade da placa superior (<math>V_{\infty}</math>)</b>	1,00 m/s
<b>Viscosidade dinâmica (<math>\mu</math>)</b>	$1,667 \times 10^{-4}$ kg/m·s
<b>Viscosidade volumétrica (<math>\lambda</math>)</b>	0,00 kg/m·s
<b>Massa específica (<math>\rho</math>)</b>	1,00 kg/m <sup>3</sup>
<b>Constante de Smagorinsky (<math>C_s</math>)</b>	0,18
<b>Dimensão característica (<math>L</math>)</b>	2,00 m
<b>Coefficiente de segurança (<math>\alpha</math>)</b>	0,5
<b>Tempo final (<math>t_f</math>)</b>	903 s

Um estudo preliminar é realizado inicialmente para avaliar a qualidade das malhas propostas para este problema. Na Tabela 7.2 são apresentados os erros absolutos máximos obtidos para os perfis de velocidade média avaliados nas linhas médias da cavidade (ver Figs. 7.7 e 7.8) em relação às predições experimentais de Prasad e Koseff (1989). Os erros foram calculados tanto para o lado esquerdo (negativo das abscissas) quanto para o lado direito (positivo das abscissas). Pode-se observar que as malhas M1 e M2 produzem resultados com erros da mesma ordem de magnitude, com a malha M3 apresentando erros geralmente maiores. Assim, a partir dos resultados do estudo de refinamento de malha, as malhas M2 e M3 foram deixadas de lado e apresentam-se na sequência somente os resultados para a malha M1.

Tabela 7.2 – Erro absoluto máximo para as três malhas da cavidade em relação aos resultados experimentais.

<b>Variável</b>	<b>Malhas</b>	<b>Lado Esquerdo</b>	<b>Lado Direito</b>
$v_{1m} - Y$ (Figura 7.7 (a))	<b>M1</b>	-0,03977	-0,12846
	<b>M2</b>	-0,03683	-0,11260
	<b>M3</b>	-0,05529	-0,12171
$v_{2m} - X$ (Figura 7.8 (b))	<b>M1</b>	-0,02924	-0,12084
	<b>M2</b>	-0,02936	-0,12048
	<b>M3</b>	-0,03521	-0,15360

Com o objetivo de evitar que ocorra *backscattering*, foram aplicadas diferentes formas de restrição ao coeficiente  $C(\mathbf{x},t)$  do modelo de Smagorinsky dinâmico. Neste sentido, Khani e Waite (2015) impuseram o valor zero a todos os valores de  $C(\mathbf{x},t)$  menores que zero (denominado ZDSM), enquanto Schaefer-Rolffs (2018) propôs o uso do valor absoluto de  $C(\mathbf{x},t)$  (nomeado como ADSM). Também, foi utilizado o modelo de Smagorinsky clássico com  $C_s$  igual a 0,18 (denominado CSM). O uso da raiz quadrada de  $C(\mathbf{x},t)$  também foi

testado, mas os resultados apresentaram discrepâncias importantes em relação às referências e, por isso, decidiu-se não os apresentar.

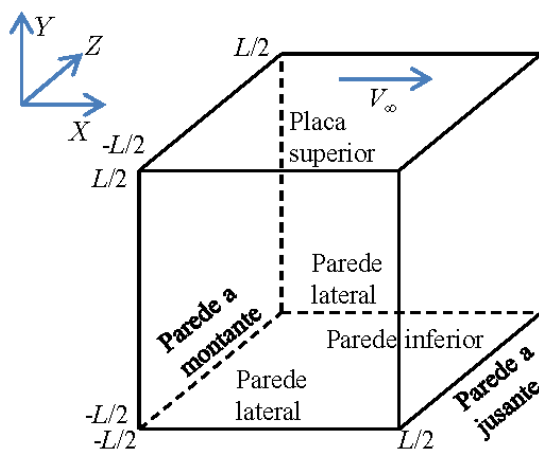


Figura 7.2 – Esquema e condições de contorno da cavidade tridimensional.

A fim de comparar o modelo de turbulência apresentado neste trabalho e suas variações para o controle do *backscattering*, foi tomado como referência o artigo de Bouffanais, Deville e Leriche (2007), onde foram realizadas duas simulações a partir da abordagem LES. Cada simulação teve um modelo específico de sub-malha dinâmica, sendo um deles o modelo de Smagorinsky dinâmico e o outro o modelo misto dinâmico. Ambos os modelos usam filtros modais explícitos no espaço espectral para manter a continuidade das equações governantes e um filtro nodal adicional para estabilizar os mesmos. A discretização espacial usada foi a do método dos elementos espectrais com 65 nós por aresta. No entanto, assim como a referência fez, serão utilizados aqui os resultados experimentais e da simulação numérica direta para validar e verificar os modelos. Tal simulação, presente na referência, utilizou a discretização de Chevyshev com 129 nós por aresta.

A seguir são expostos os resultados mais importantes deste estudo. Os campos de velocidades médias relativas às direções  $X$  e  $Y$  no plano  $Z = 0$  são apresentados através da Figura 7.3 e da Figura 7.4, respectivamente, e comparadas com as linhas dos campos homólogos de Bouffanais, Deville e Leriche (2007) com DNS. Na Figura 7.3 observa-se que os vórtices secundários localizados nos vértices inferiores e no vértice superior esquerdo são melhor representados pelos modelos dinâmicos.

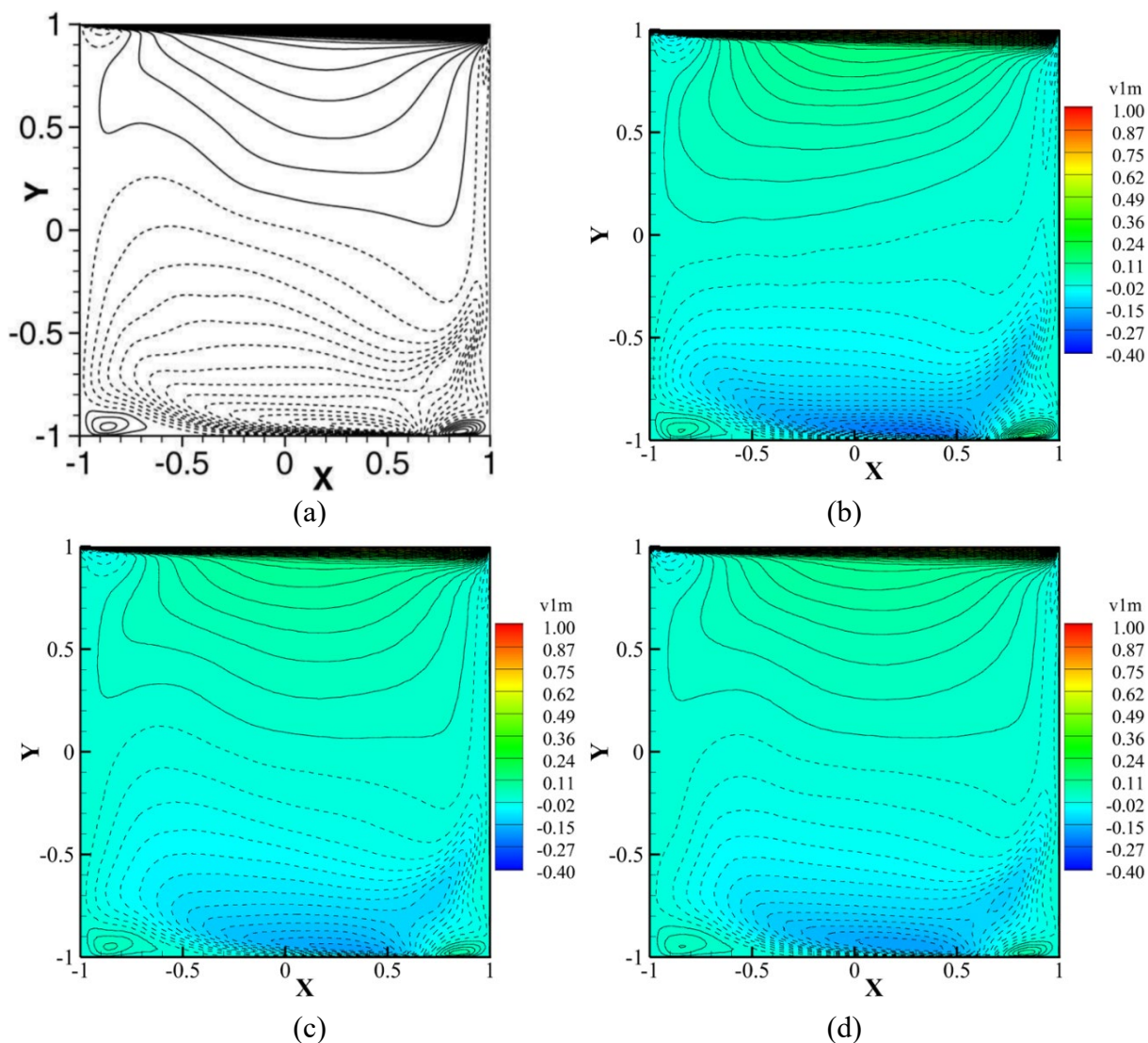


Figura 7.3 – Campo de velocidade média  $v_{1m}$  no plano  $Z = 0$  para: (a) Bouffanais, Deville e Leriche (2007); (b) CSM do presente trabalho; (c) ZDSM do presente trabalho; (d) ADSM do presente trabalho.

Na Figura 7.4 percebe-se que abaixo do vértice superior direito existe um alto gradiente e as oscilações no campo indicam um refinamento um pouco abaixo do necessário nesta região. Os resultados dados pelos modelos ADSM e, principalmente, ZDSM estão bem próximos da referência.



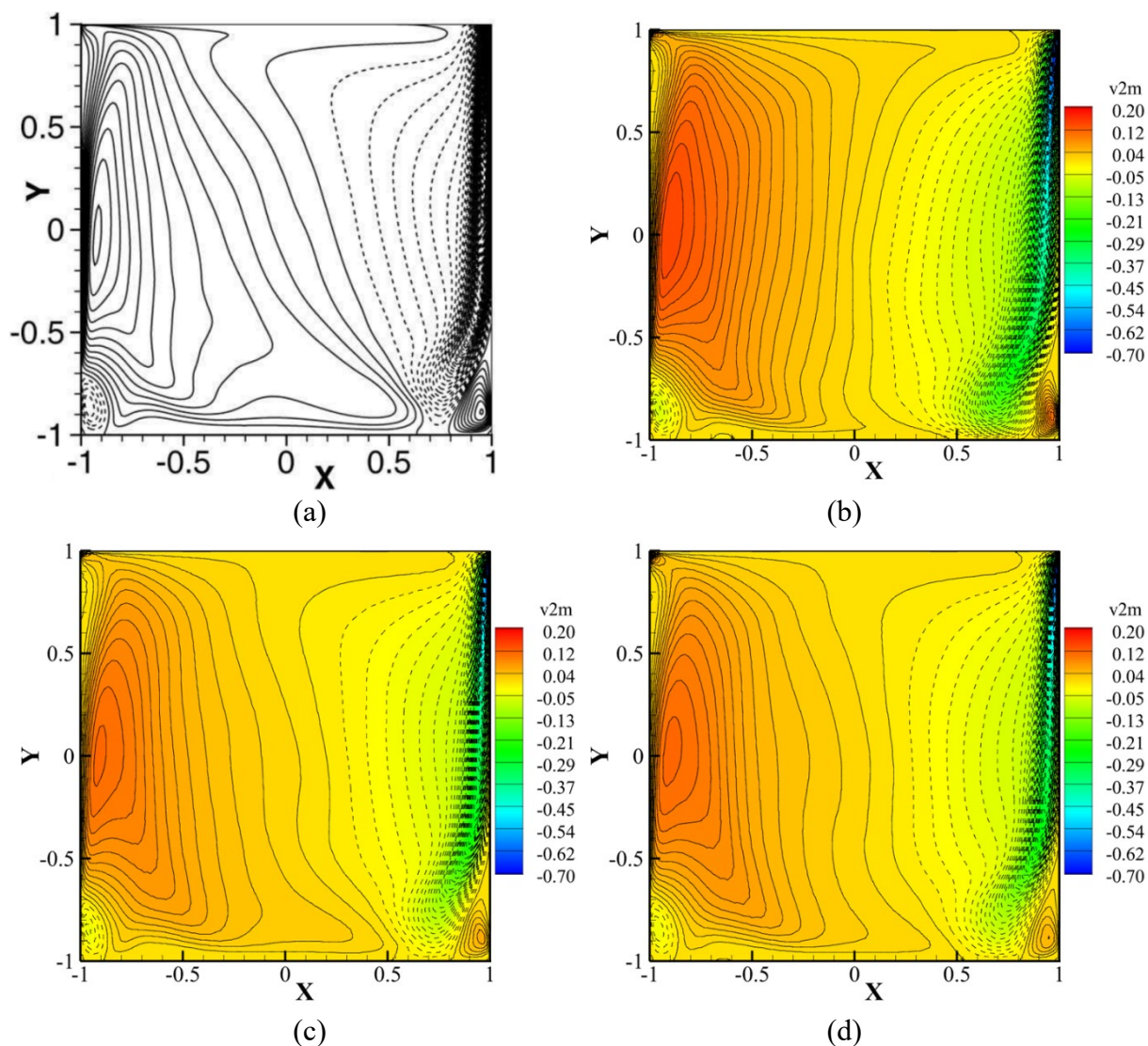


Figura 7.4 – Campo de velocidade média  $v_{2m}$  no plano  $Z = 0$  para: (a) Bouffanais, Deville e Leriche (2007); (b) CSM; (c) ZDSM; (d) ADSM.

Os campos de velocidades flutuantes médias para as direções  $X$  e  $Y$  no plano  $Z = 0$  são colocados na Figura 7.5 e na Figura 7.6, respectivamente, e comparados com as linhas dos campos homólogos de Bouffanais, Deville e Leriche (2007) obtidos por DNS. Na Figura 7.5, os contornos de flutuações imediatamente abaixo da placa superior são capturados em todos os casos, mas a abordagem ZDSM apresenta uma largura mais próxima da DNS. No entanto, no vértice inferior direito, onde a corrente descendente do escoamento se divide em duas partes, não foi possível representar os contornos com suficiente profundidade.

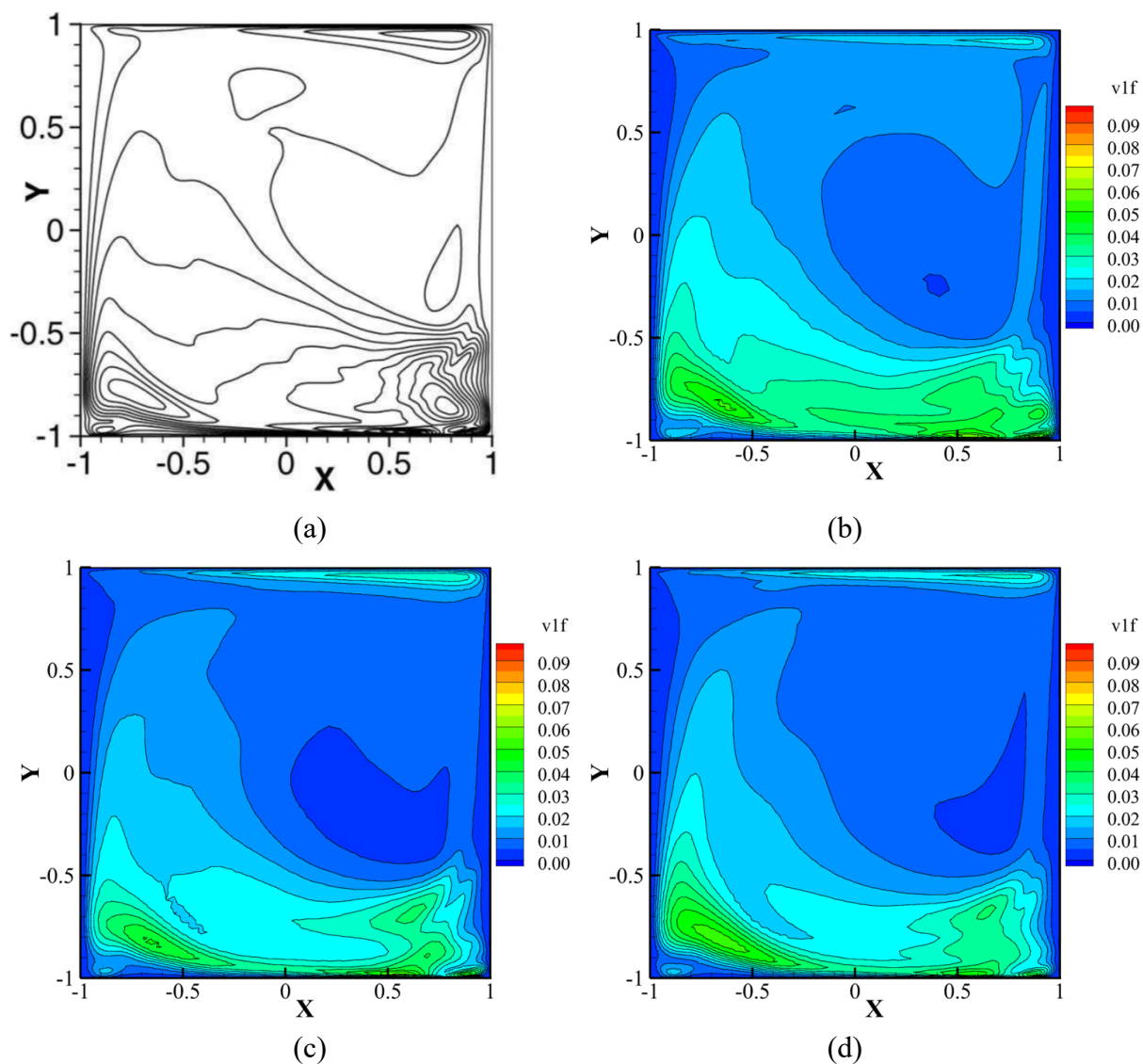


Figura 7.5 – Campo de velocidade flutuante média  $v_{1f}$  no plano  $Z = 0$  para: (a) Bouffanais, Deville e Leriche (2007); (b) CSM; (c) ZDSM; (d) ADSM.

Na Figura 7.6, pode-se observar que as estruturas mais finas na parede esquerda são capturadas mais adequadamente pelo modelo CSM, enquanto, na parede direita, o modelo ZDSM apresenta a quantidade de níveis mais próxima da referência.

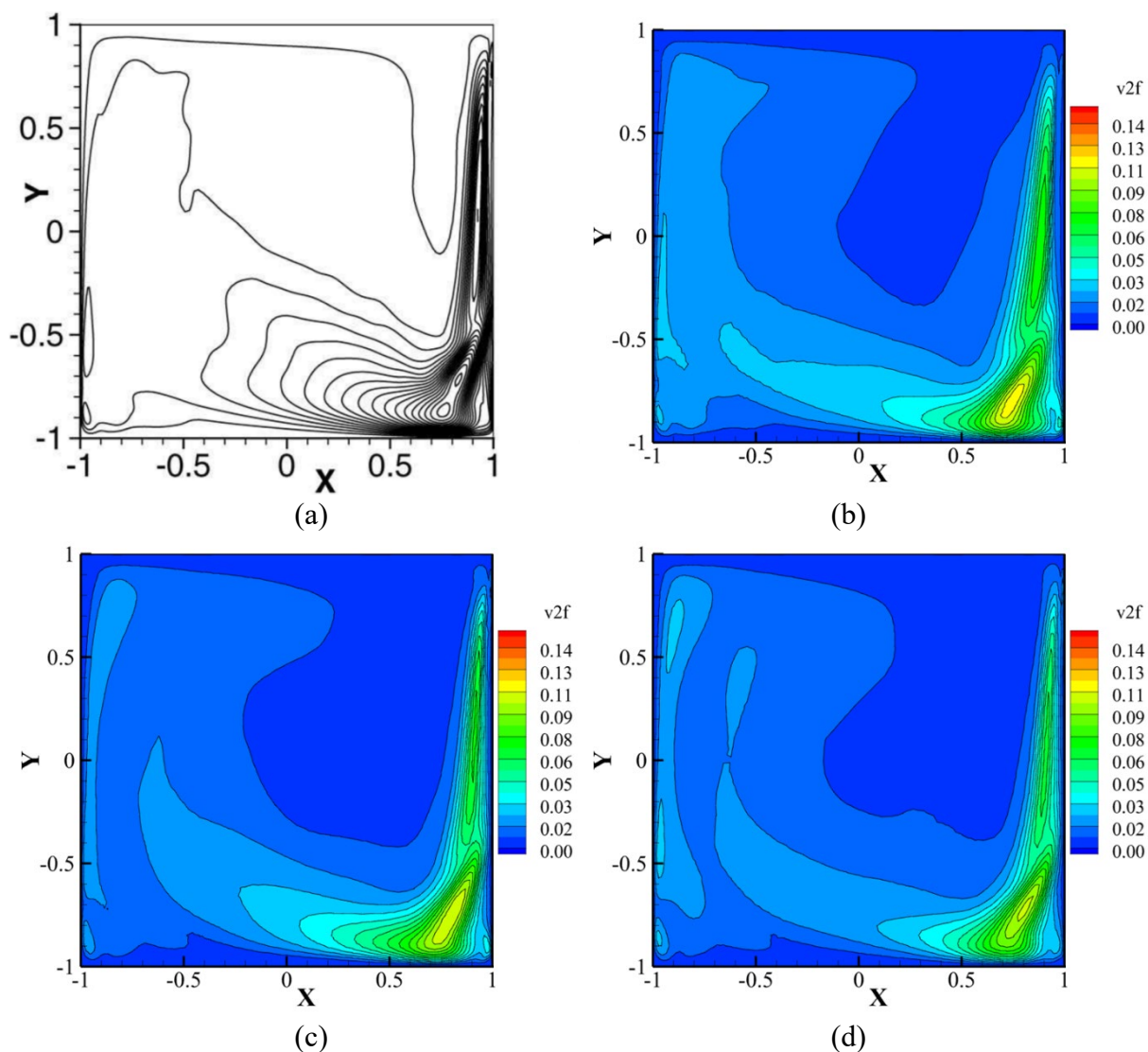


Figura 7.6 – Campo de velocidade fluante média  $v_{2f}$  no plano  $Z = 0$  para: (a) Bouffanais, Deville e Leriche (2007); (b) CSM; (c) ZDSM; (d) ADSM.

Os perfis de velocidade média no plano  $Z = 0$  m são mostrados na Figura 7.7 e na Figura 7.8, onde se observa que os resultados apresentados estão muito próximos da referência, com exceção do modelo CSM, que apresenta um comportamento simétrico em dois casos. A existência de máximos e mínimos locais representa dificuldades para os modelos, mesmo assim o modelo ZDSM foi o que se aproximou mais da referência em 4 das 8 comparações feitas.

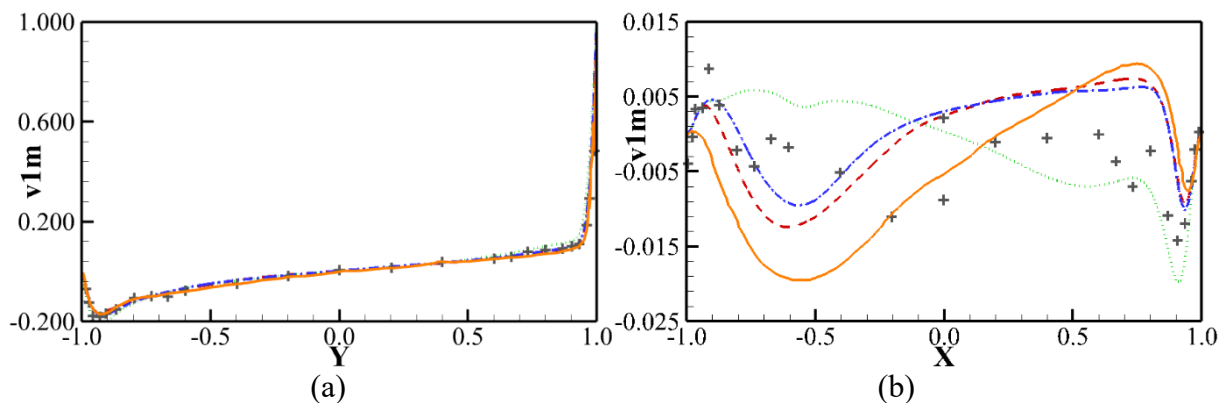


Figura 7.7 – Velocidade média  $v_{1m}$  no plano  $Z = 0$  e: (a) na linha  $X = 0$ ; (b) na linha  $Y = 0$  - linha sólida laranja: DNS (LERICHE; GAVRILAKIS, 2000), +: Exp. (PRASAD; KOSEFF, 1989), tracejada vermelha: ZDSM, pontilhada verde: CSM e traço e ponto azul: ADSM.

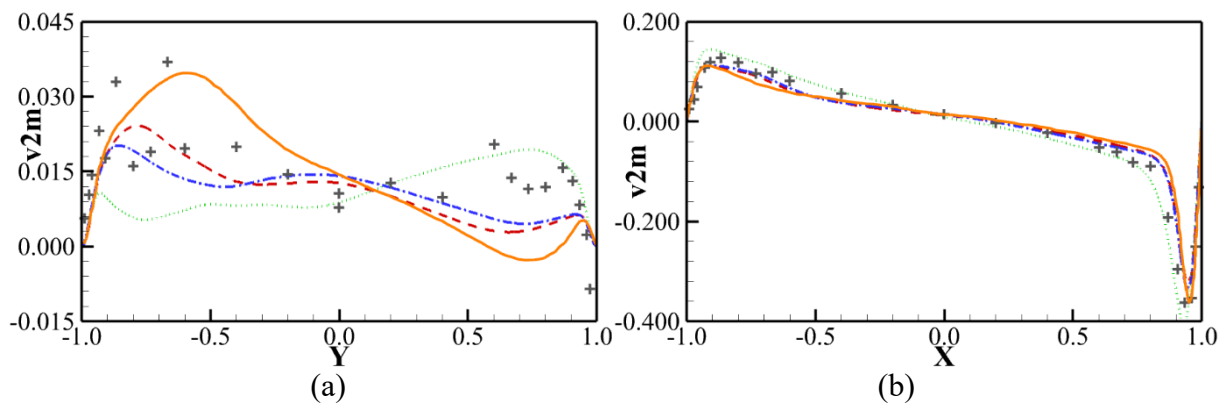


Figura 7.8 – Velocidade média  $v_{2m}$  no plano  $Z = 0$  e: (a) na linha  $X = 0$ ; (b) na linha  $Y = 0$  - linha sólida laranja: DNS (LERICHE; GAVRILAKIS, 2000), +: Exp. (PRASAD; KOSEFF, 1989), tracejada vermelha: ZDSM, pontilhada verde: CSM e traço e ponto azul: ADSM.

Resultados referentes aos perfis de velocidades flutuantes médias nas linhas  $X = 0$  m e  $Y = 0$  m existentes no plano  $Z = 0$  m são apresentados na Figura 7.9 e na Figura 7.10. Uma visão geral, levando em conta as escalas da flutuação, indica uma boa aproximação da referência. No entanto, o modelo CSM aproxima-se dos valores extremos em 5 dos 8 casos comparados, enquanto o modelo ZDSM segue a forma do perfil de referência adequadamente, mesmo apresentando um afastamento maior.

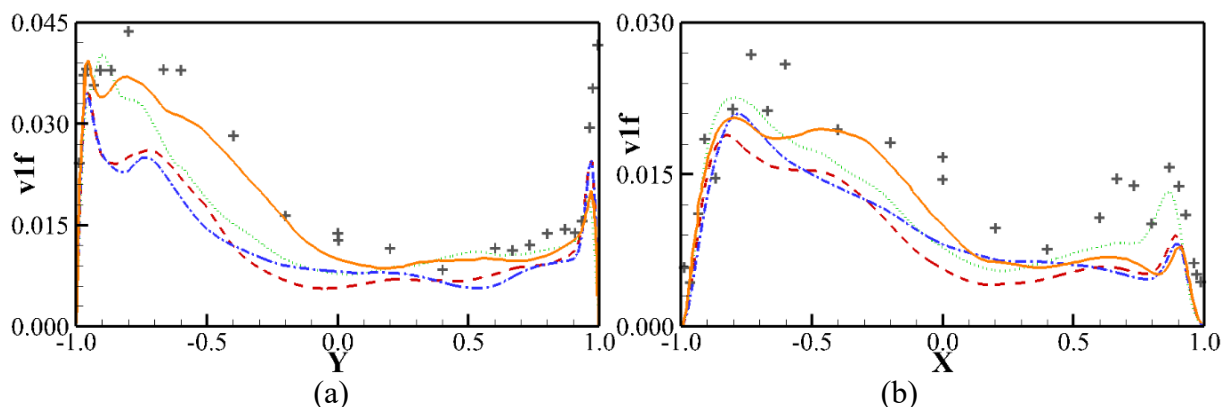


Figura 7.9 – Velocidades flutuantes médias  $v_{1f}$  no plano  $Z = 0$  e: (a) na linha  $X = 0$ ; (b) na linha  $Y = 0$  - linha sólida laranja: DNS (LERICHE; GAVRILAKIS, 2000), +: Exp. (PRASAD; KOSEFF, 1989), tracejada vermelha: ZDSM, pontilhada verde: CSM e traço e ponto azul: ADSM.

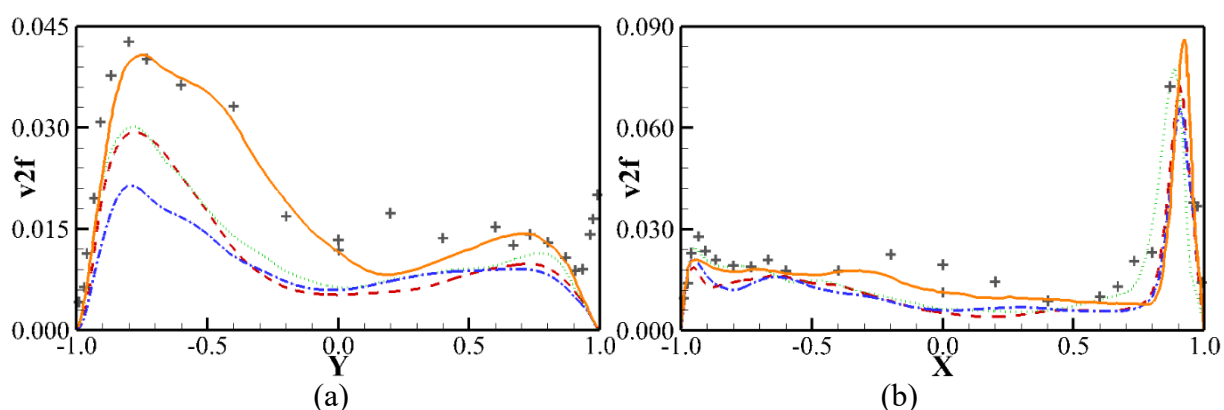


Figura 7.10 – Velocidades flutuantes médias  $v_{2f}$  no plano  $Z = 0$  e: (a) na linha  $X = 0$ ; (b) na linha  $Y = 0$  - linha sólida laranja: DNS (LERICHE; GAVRILAKIS, 2000), +: Exp. (PRASAD; KOSEFF, 1989), tracejada vermelha: ZDSM, pontilhada verde: CSM e traço e ponto azul: ADSM.

As velocidades cruzadas flutuantes médias obtidas nas linhas  $X = 0$  m e  $Y = 0$  m existentes no plano  $Z = 0$  m são mostrados na Figura 7.11 (a) e (b). Aqui as escalas são ainda menores, portanto, aumenta a aproximação com a referência. Todavia, observa-se que o modelo ZDSM consegue aproximar melhor os valores extremos em 3 dos 4 casos analisados, em contraste com o CSM que se afasta da abordagem DNS nestes pontos.

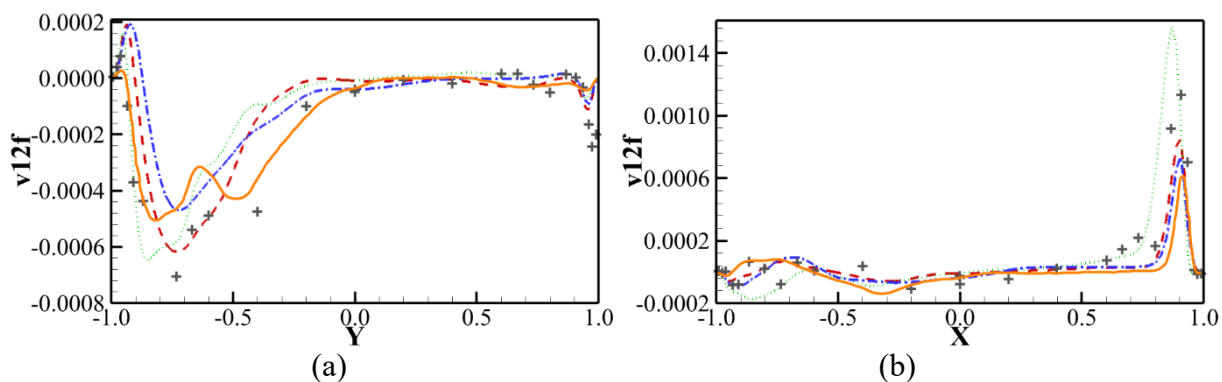


Figura 7.11 – Velocidades cruzadas flutuantes  $v_{12f}$  no plano  $Z = 0$  e: (a) na linha  $X = 0$ ; (b) na linha  $Y = 0$  - linha sólida laranja: DNS (LERICHE; GAVRILAKIS, 2000), +: Exp. (PRASAD; KOSEFF, 1989), tracejada vermelha: ZDSM, pontilhada verde: CSM e traço e ponto azul: ADSM.

Os picos dos históricos das variáveis no ponto central do domínio mostram que a componente da velocidade perpendicular ao plano de simetria é aproximadamente igual a 8% de  $V_\infty$ , enquanto a componente de maior valor equivale a 13% de  $V_\infty$ . Isto sugere a necessidade de considerar o domínio completo (como foi realizado neste trabalho), em detrimento da simplificação que considera condição de simetria nesta região.

Na Tabela 7.3 são apresentados os erros absolutos máximos dos modelos ZDSM, CSM e ADSM obtidos sobre os perfis de velocidade nas linhas médias da cavidade em relação aos resultados experimentais apresentados por Prasad e Koseff (1989). Os erros foram calculados tanto para o lado esquerdo (negativo das abscissas) quanto para o lado direito (positivo das abscissas). Ao comparar os resultados, verifica-se que o modelo ZDSM apresenta o menor erro absoluto máximo em 15 dos 20 casos analisados.

A partir dos resultados e critérios de controle do *backscattering* considerados no presente trabalho, se deduz que o mais promissor é o modelo ZDSM (KHANI; WAITE, 2015).

Tabela 7.3 – Erro absoluto máximo dos modelos do presente trabalho em relação aos resultados experimentais.

Variável	Modelo	Lado Esquerdo	Lado Direito
$v_{1m} - Y$ (Figura 7.7 (a))	ZDSM	-0,03977	-0,12846
	CSM	0,04440	-0,27073
	ADSM	-0,03324	-0,15258
$v_{1m} - X$ (Figura 7.7 (b))	ZDSM	0,01133	-0,01461
	CSM	-0,01436	0,00692
	ADSM	-0,01198	-0,01462
$v_{2m} - Y$ (Figura 7.8 (a))	ZDSM	0,01655	0,01731
	CSM	0,03069	-0,01269
	ADSM	0,02211	0,01500
$v_{2m} - X$ (Figura 7.8 (b))	ZDSM	-0,02924	-0,12084
	CSM	-0,05722	0,08214
	ADSM	-0,03355	-0,11245
$v_{1f} - Y$ (Figura 7.9 (a))	ZDSM	0,01893	0,01062
	CSM	0,01667	0,01069
	ADSM	0,02143	0,01070
$v_{1f} - X$ (Figura 7.9 (b))	ZDSM	0,01035	0,01053
	CSM	0,00765	0,00857
	ADSM	0,00975	0,00943
$v_{2f} - Y$ (Figura 7.10 (a))	ZDSM	0,02269	0,01987
	CSM	0,02018	0,01988
	ADSM	0,02290	0,01987
$v_{2f} - X$ (Figura 7.10 (b))	ZDSM	0,01143	0,03940
	CSM	0,01344	0,02707
	ADSM	0,01464	0,04463
$v_{12f} - Y$ (Figura 7.11 (a))	ZDSM	-0,00046	-0,00019
	CSM	-0,00038	-0,00022
	ADSM	-0,00055	-0,00020
$v_{12f} - X$ (Figura 7.11 (b))	ZDSM	-0,00015	0,00054
	CSM	0,00024	-0,00071
	ADSM	-0,00017	0,00067

## 7.2 ADAPTAÇÃO DE MALHA SEGUNDO FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

Nesta seção é demonstrada a utilização da adaptação tridimensional baseada em métrica riemanniana (LINN, 2017) e o efeito dos parâmetros da mesma, mediante a imposição de soluções analíticas a uma malha inicial.

O problema analisado constitui-se de um domínio  $\Omega: \mathbf{x} \in [0,1] \times [0,1] \times [0,1]$  onde impõe-se dois campos analíticos variáveis no tempo dados por:

$$v_1 = \arctan \left[ 1000 \left( \frac{x_1 t}{20} \right)^4 \left( \frac{x_2 t}{20} \right)^4 x_3^4 \right] \quad (7.1)$$

$$v_2 = \arctan \left\{ 1000 \left[ \frac{(x_1 - 1)t}{20} \right]^4 \left[ \frac{(x_2 - 1)t}{20} \right]^4 (x_3 - 1)^4 \right\} \quad (7.2)$$

A malha inicial é composta por 791 nós e 3.000 elementos tetraédricos, a qual pode ser visualizada na Figura 7.12 juntamente com a solução inicial. As variáveis  $\Phi$  utilizadas para análise de erro foram as próprias funções analíticas impostas  $v_1$  e  $v_2$ , constituindo a interseção de métricas  $\mathbf{M}(u) = \mathbf{M}(v_1) \cap \mathbf{M}(v_2)$ . Numa primeira simulação (com dados originais), realizaram-se  $N_F = 49$  ciclos de adaptação utilizando um limiar superior  $h_{máx} = 1,0$  e um limiar inferior  $h_{min} = 0,001$ . O erro objetivo de interpolação considerado vale  $\varepsilon_{L^2} = 0,25$  e o tamanho mínimo permitido de aresta vale  $l_{min} = 0,001$ .

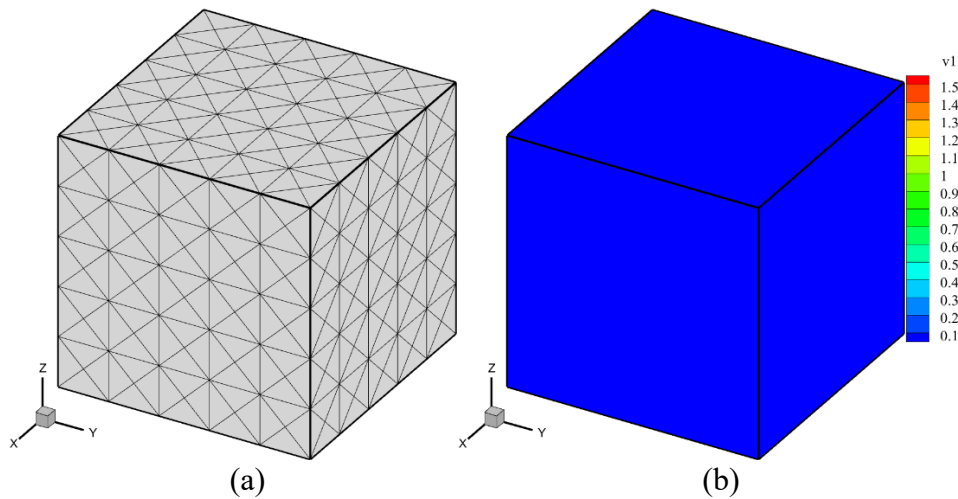


Figura 7.12 – Configuração inicial da função trigonométrica: (a) Malha; (b) Solução.

A Figura 7.13 mostra algumas malhas e campos de soluções ao longo do avanço da adaptação. Observa-se que à medida que a variável  $t$  aumenta, as funções trigonométricas vão se deslocando pelo domínio até tender a uma posição final, a malha se adapta (refinando, desrefinando, trocando de faces e movendo os nós) seguindo as funções e produzindo maior refinamento onde ela apresenta maior gradiente.



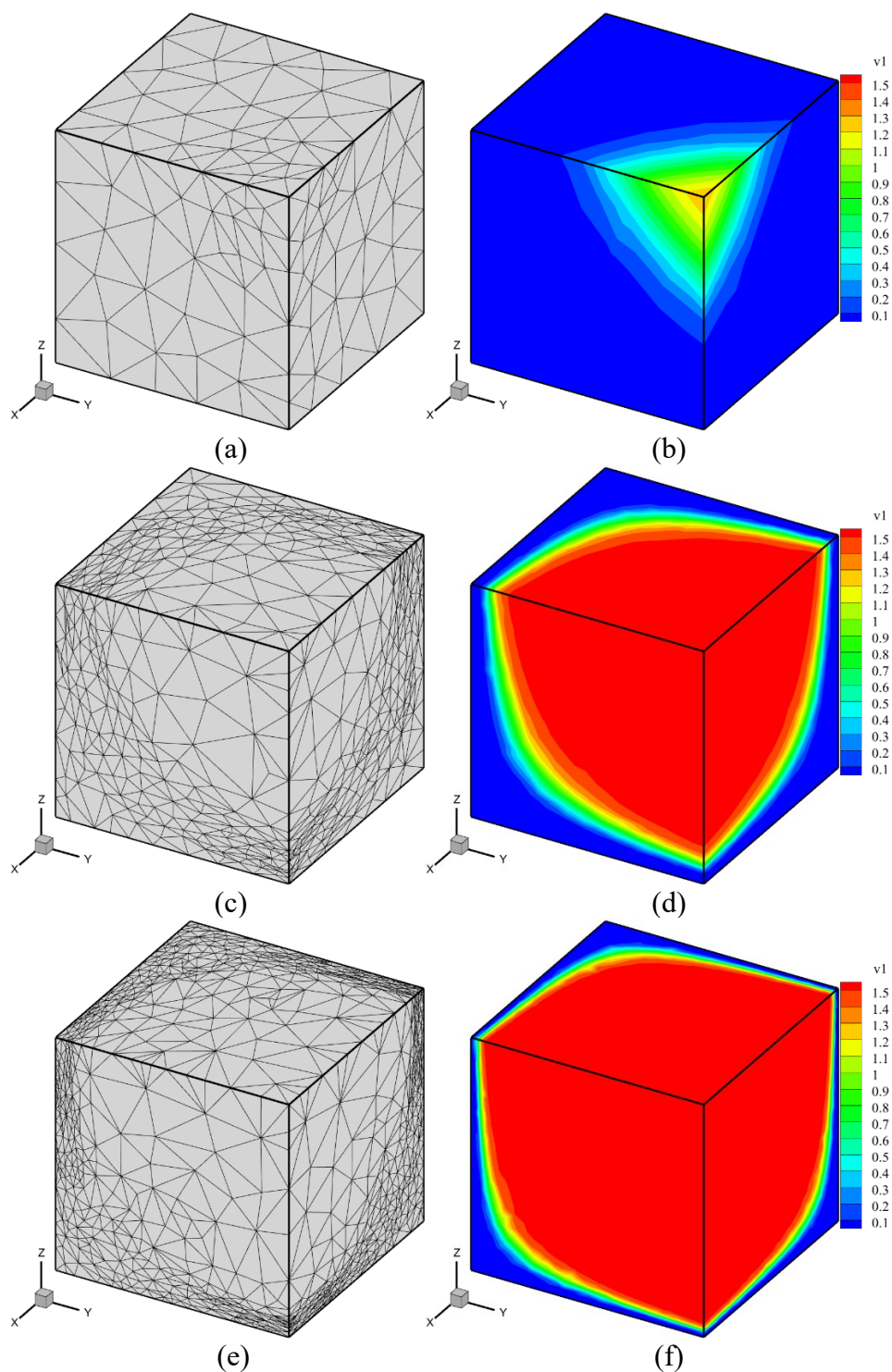


Figura 7.13 – Iterações da função trigonométrica correspondente a: (a) Adaptação 9 (malha); (b) Adaptação 9 (solução); (c) Adaptação 29 (malha); (d) Adaptação 29 (solução); (e) Adaptação 49 (malha); (f) Adaptação 49 (solução).

Na Figura 7.14 são apresentadas as malhas e as isosuperfícies da componente  $v_1 = 0,597$  da função trigonométrica, enquanto na Tabela 7.4 são apresentados os erros absolutos máximo

para diferentes combinações de parâmetros de adaptação em relação à solução analítica da mesma função.

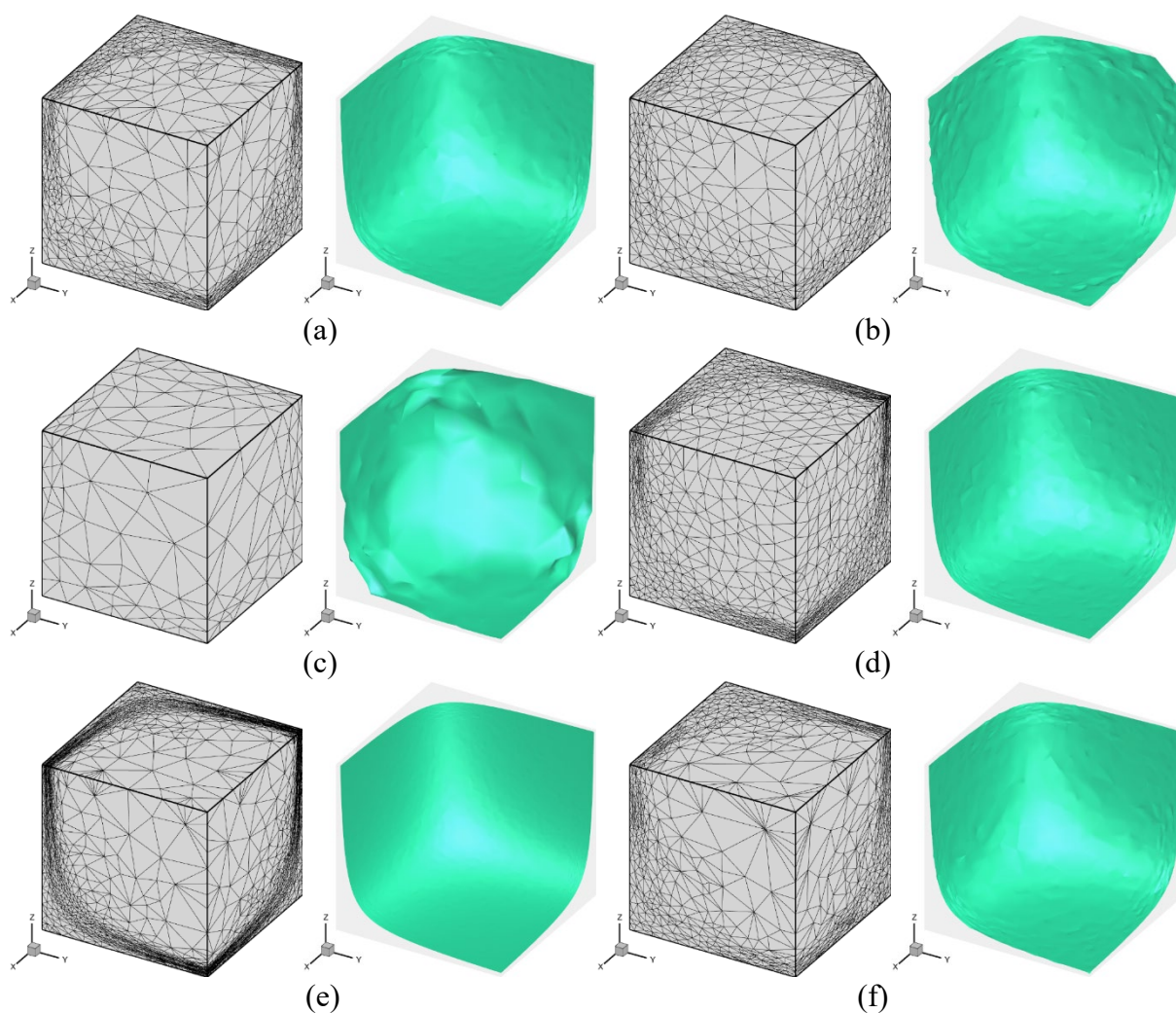


Figura 7.14 – Malha e isosuperfície de valor 0,597 da solução final da função trigonométrica  $v_1$  para: (a) dados originais; (b)  $l_{min} = 0,1$ ; (c)  $\varepsilon_{L^2} = 0,5$ ; (d)  $\varepsilon_{L^2} = 0,025$  (desrefinamento); (e)  $L^\infty$ ; (f)  $h_{máx} = 10,0$  e  $h_{min} = 0,0001$ .

Pode-se visualizar na Figura 7.14 (a) uma suavidade aceitável (porcentagem de erro de 0,3%) das funções para uma dada isosuperfície constante obtida com a solução final. No caso (b), aumentou-se o tamanho mínimo dos elementos em 9900% e isso reduziu um pouco a precisão da solução (%erro = 0,6%). No caso (c), escolheu-se um erro de interpolação maior (reduz a tendência de refinar e aumenta a de desrefinar), o qual prejudicou substancialmente a solução (%erro = 2,5%). No caso (d), foi adotado um erro de interpolação menor para o desrefinamento, o que preserva os elementos numa região que anteriormente eram necessários, mas gera uma leve piora na precisão (%erro = 0,5%). No caso (e), a norma

passou de 2 para infinito, produzindo uma variação mais abrupta em termos de tamanho de elementos e melhorando substancialmente a solução (%erro = 0,06%). No caso (f), foram separados os limiares superior e inferior, o que também produziu uma variação abrupta do tamanho dos elementos, mas não gerou um benefício perceptível na precisão da solução (%erro = 0,3%).

Tabela 7.4 – Erro absoluto máximo para diferentes combinações de parâmetros de adaptação em relação à solução analítica da função trigonométrica.

Parâmetros da adaptação	Lado Esquerdo	Lado Direito
Dados originais (Figura 7.14 (a))	0.01868	0.00308
$l_{min} = 0,1$ (Figura 7.14 (b))	-0.02911	-0.00605
$\varepsilon_{L^2} = 0,5$ (Figura 7.14 (c))	-0.20753	-0.02515
$\varepsilon_{L^2} = 0,025$ (Figura 7.14 (d))	-0.01404	-0.00528
$L^\infty$ (Figura 7.14 (e))	-0.01417	0.00062
$h_{máx} = 10,0$ e $h_{min} = 0,0001$ (Figura 7.14 (f))	-0.01828	0.00299

Na Figura 7.15 mostra-se em detalhe um corte da malha adaptada final do caso (e) e também uma perspectiva tomando apenas uma parte do domínio, destacando-se a propriedade anisotrópica da malha adaptada e a influência das duas funções trigonométricas  $v_1$  e  $v_2$ .

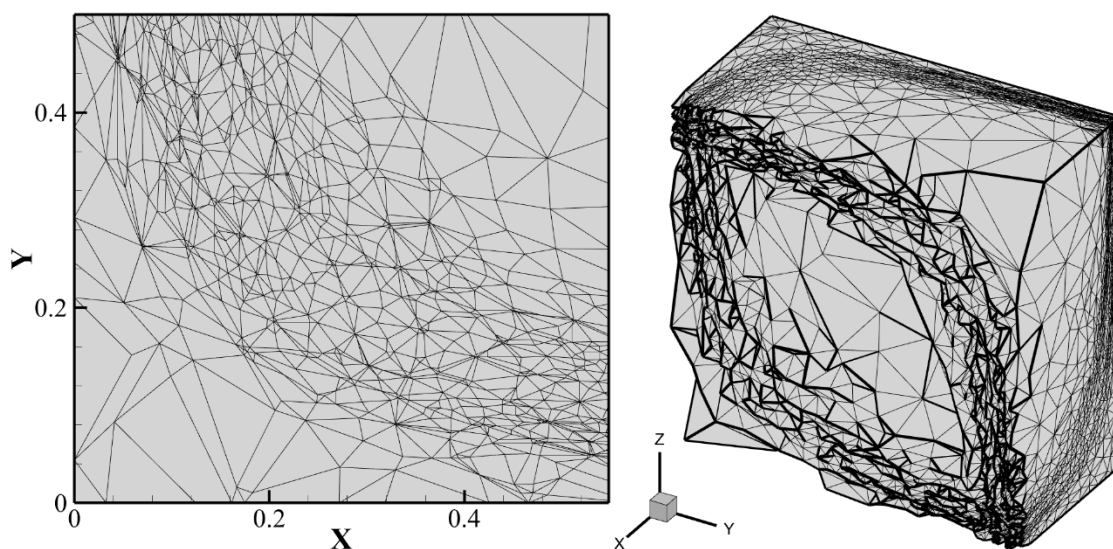


Figura 7.15 – Detalhe aumentado de uma porção da malha adaptada final e metade do domínio para a função trigonométrica.

Este exemplo permitiu demonstrar a potencialidade da sub-rotina de adaptação de malha baseada em métrica riemanniana, principalmente no tocante aos parâmetros envolvidos na adaptação. Cabe lembrar que diversos testes foram realizados anteriormente utilizando outras

funções matemáticas e, sobretudo, escoamento compressível com número de Mach elevado (LINN, 2013, 2017).

### 7.3 ESCOAMENTO EM UMA CAVIDADE TRIDIMENSIONAL USANDO MALHA ADAPTATIVA

Com o objetivo de utilizar a sub-rotina de adaptação para um problema de escoamento incompressível, fluido viscoso e alto número de Reynolds, será abordado o exemplo da cavidade tridimensional com  $Re = 12.000$  (Exemplo 7.1). Para o tratamento da turbulência será utilizado o modelo de Smagorinsky dinâmico com controle de *backscattering* pelo modelo ZDSM.

A malha inicial é a mesma utilizada no Exemplo 7.1, que consta de 1.572.864 elementos tetraédricos e 274.625 nós. No contexto da adaptação anisotrópica da malha, as variáveis  $\Phi$  que foram escolhidas para a análise do erro foram as três componentes da velocidade, resultando na interseção métrica  $\mathbf{M}(u) = \mathbf{M}(v_1) \cap \mathbf{M}(v_2) \cap \mathbf{M}(v_3)$ . Como o escoamento é transiente, escolheu-se um número ilimitado de ciclos de adaptação e a chamada da sub-rotina de adaptação se dá a cada  $\Delta\alpha = 20$  passos executados do algoritmo do escoamento. O critério de escolha do limiar superior e inferior foi manter uma separação maior (caso (f) do Exemplo 7.2), resultando  $h_{max} = 1,0$  e  $h_{min} = 0,000001$ , enquanto o erro objetivo de interpolação seguiu o caso (d) do Exemplo 7.2, sendo o de refinamento igual a  $\varepsilon_{L^2} = 0,30$  e o de desrefinamento 10 vezes menor. O tamanho mínimo de aresta adotado é  $l_{min} = 0,001$ .

A simulação deste problema constou de duas partes, uma primeira considerando 7 s de análise processando com adaptação de malha e uma segunda rodando 13 s sem adaptação. A Figura 7.16 mostra a malha ao final da primeira etapa. Tanto as constantes físicas e geométricas quanto as condições de contorno correspondem às mesmas adotadas no Exemplo 7.1. Como condições iniciais adota-se velocidade unitária na direção  $x$  e as demais componentes nulas, para a primeira parte da simulação, e o último registro desta etapa como condição inicial pra segunda parte da análise.

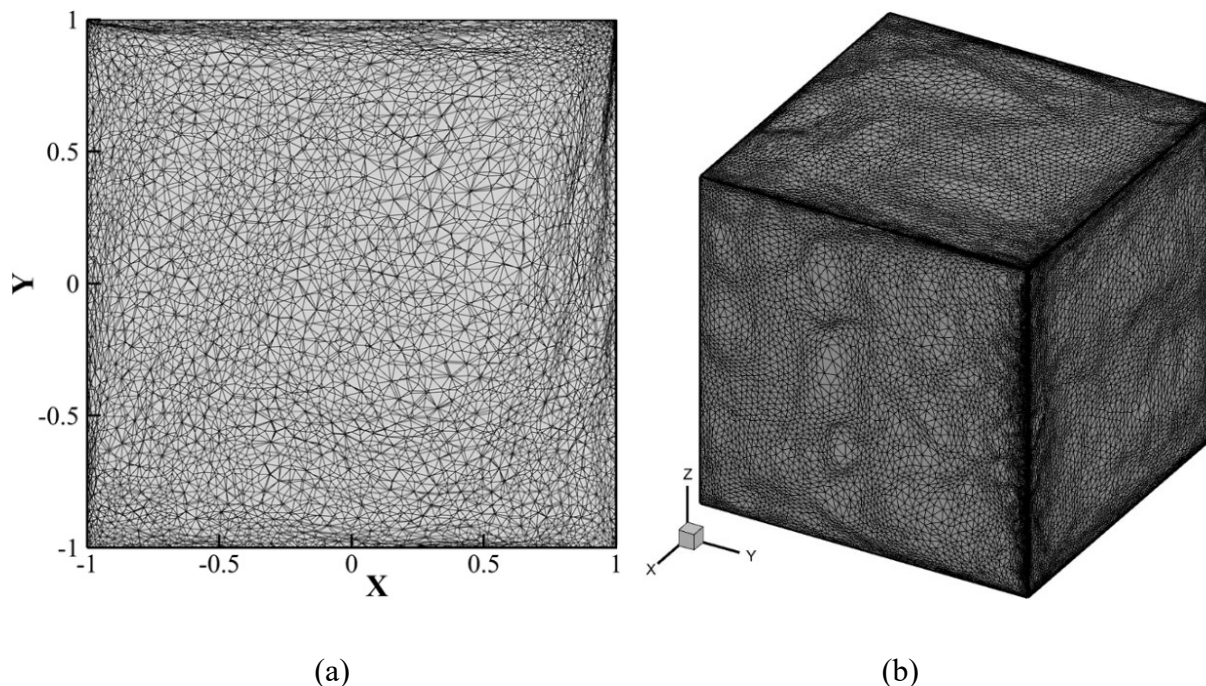


Figura 7.16 – Malha adaptada da cavidade: (a) corte em  $Z = 0$ ; (b) perspectiva.

Na continuação são apresentados os resultados obtidos ao final da segunda etapa e comparados com o resultado DNS da referência (BOUFFANAIS; DEVILLE; LERICHE, 2007). Os campos de velocidades médias segundo as direções  $X$  e  $Y$  em  $Z = 0$  são apresentados na Figura 7.17 e na Figura 7.18, com 100 níveis de contornos obtidos entre -0,4 e 1 para  $v_{1m}$  e entre -0,7 e 0,2 para  $v_{2m}$ .

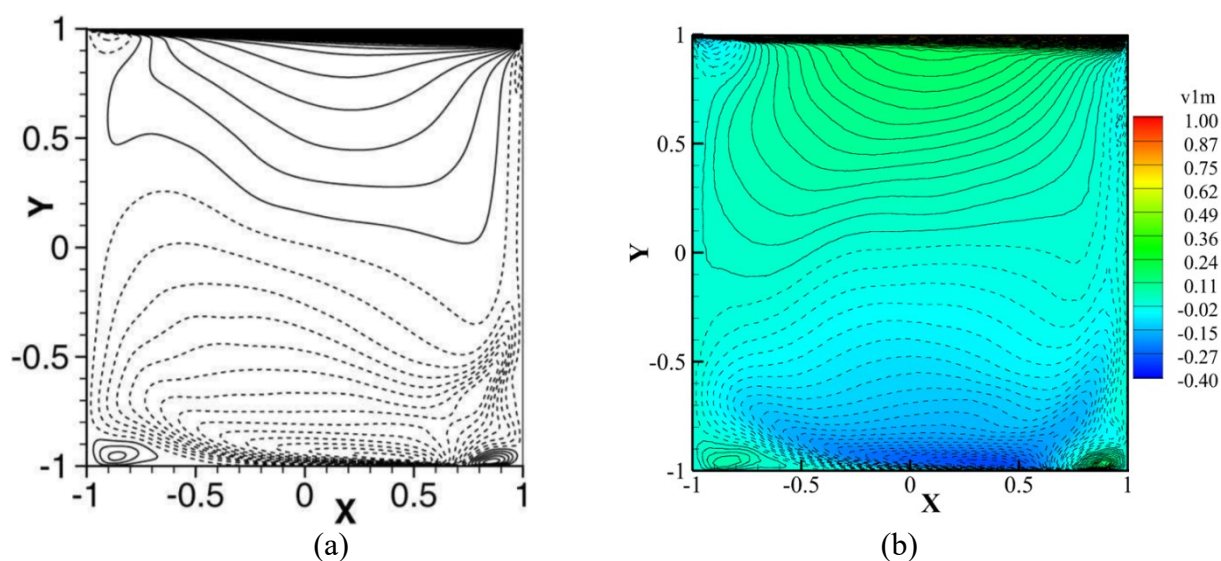


Figura 7.17 – Campo de velocidade média  $v_{1m}$  no plano  $Z = 0$  para: (a) Bouffanais, Deville e Leriche (2007); (b) malha adaptativa e ZDSM do presente trabalho.

Na Figura 7.17 aparecem os vórtices secundários nos vértices inferiores e no superior esquerdo com maior número de contornos que a referência, enquanto na Figura 7.18 o grau de refinamento aumentou no vértice superior direito para acompanhar o alto gradiente, mas na placa superior aparecem algumas irregularidades no campo. A Figura 7.17 e a Figura 7.18 apresentam campos com formas semelhantes ao resultado com o modelo CSM do Exemplo 7.1, mas com maior número de níveis.

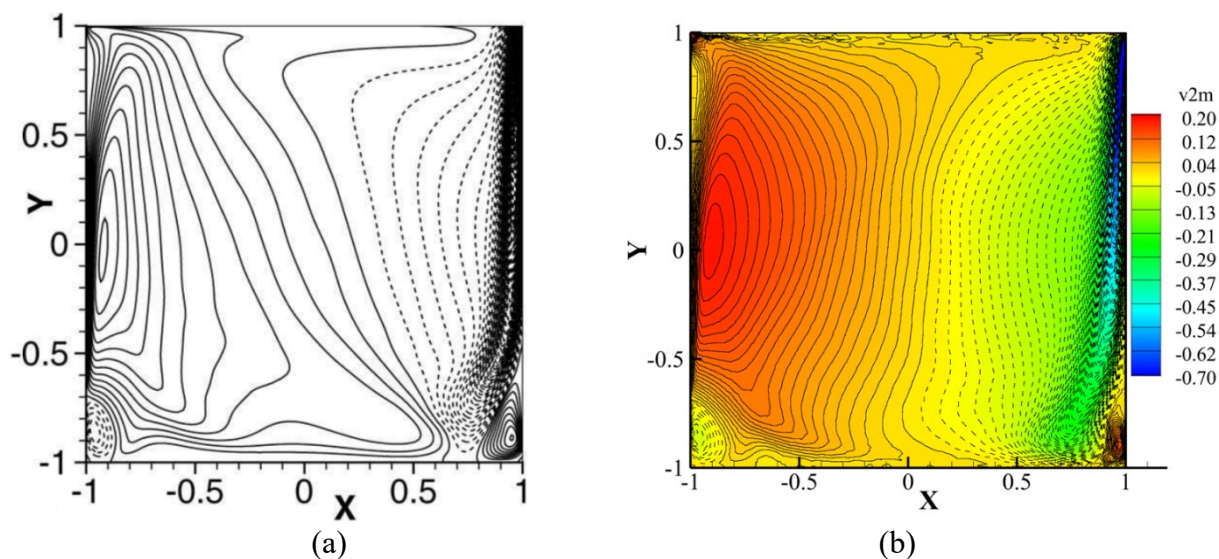


Figura 7.18 – Campo de velocidade média  $v_{2m}$  no plano  $Z = 0$  para: (a) Bouffanais, Deville e Leriche (2007); (b) malha adaptativa e ZDSM.

Nas Figuras 7.19 e 7.20 são representados os campos de velocidades flutuantes médias para as direções  $X$  e  $Y$  em  $Z = 0$ , respectivamente, junto aos campos de resultado DNS apresentados por Bouffanais, Deville e Leriche (2007). Na Figura 7.19 foram capturados os contornos de flutuações abaixo da placa, porém com dimensões menores que a referência, enquanto no vértice inferior direito percebe-se igual profundidade nos contornos, mas a forma difere da referência. Na Figura 7.20 observa-se que as estruturas junto à parede esquerda da cavidade são capturadas na mesma posição e na parede direita são capturados níveis bem próximos aos da referência, se bem que com algumas oscilações nos contornos.

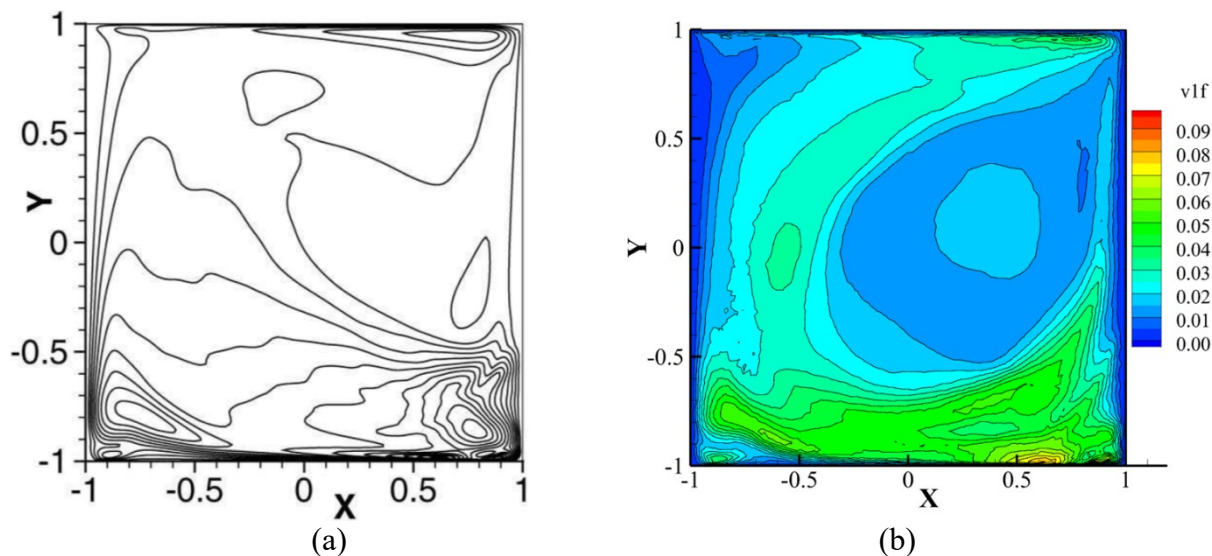


Figura 7.19 – Campo de velocidade flutuante média  $v_{1f}$  no plano  $Z = 0$  para: (a) Bouffanais, Deville e Leriche (2007); (b) malha adaptativa e ZDSM.

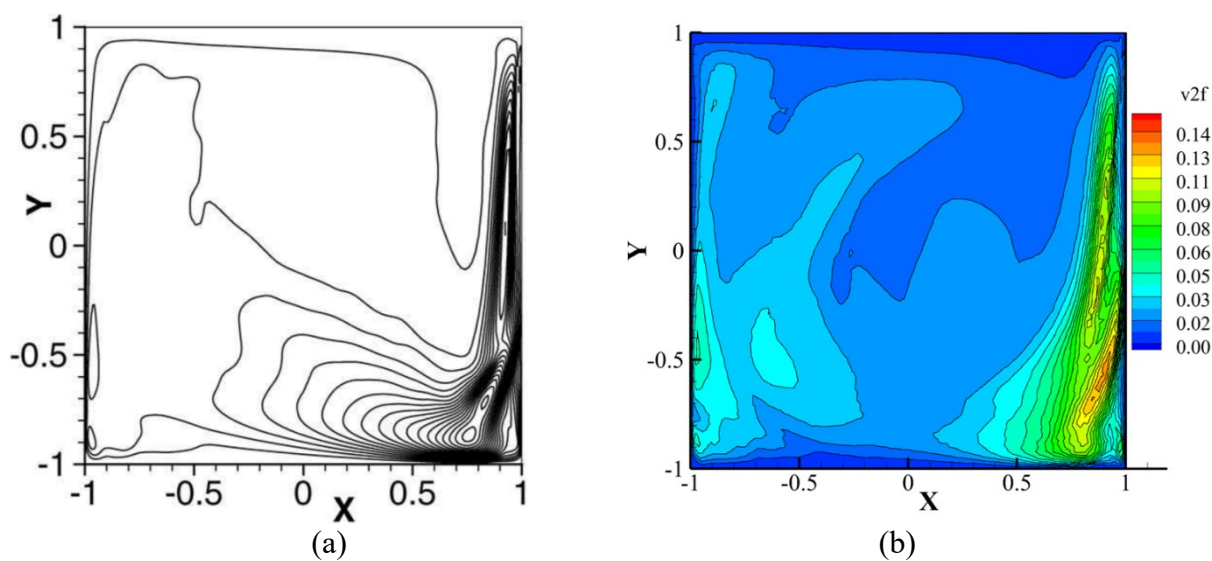


Figura 7.20 – Campo de velocidade flutuante média  $v_{2f}$  no plano  $Z = 0$  para: (a) Bouffanais, Deville e Leriche (2007); (b) malha adaptativa e ZDSM.

Nas Figuras 7.21 e 7.22 são mostrados os perfis de velocidade média no plano  $Z = 0$  m nas linhas médias da cavidade. Em geral, pode-se observar que o comportamento remete aos resultados obtidos com o modelo CSM do Exemplo 7.1, com uma diferença um pouco maior em relação à referência.

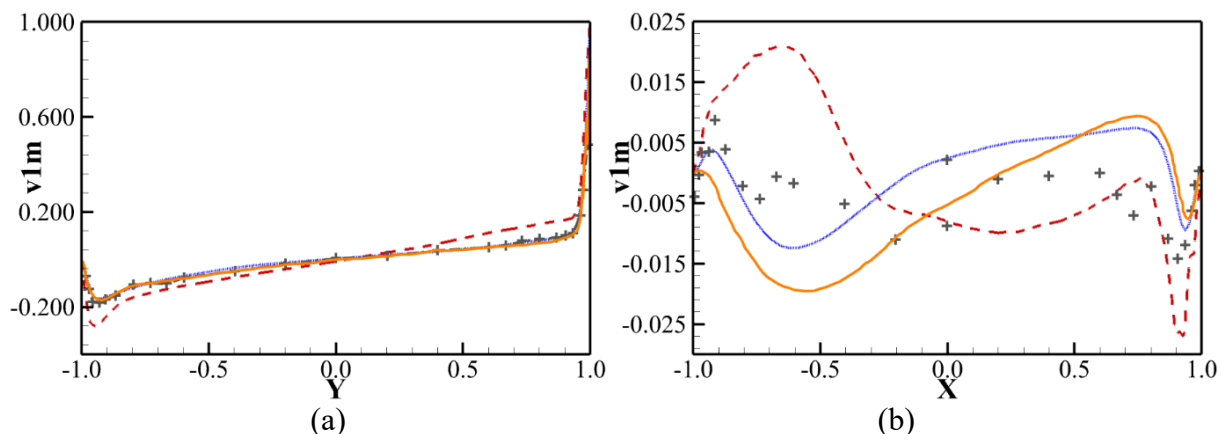


Figura 7.21 – Velocidade média  $v_{1m}$  no plano  $Z = 0$  e: (a) na linha  $X = 0$ ; (b) na linha  $Y = 0$  - linha sólida laranja: DNS (LERICHE; GAVRILAKIS, 2000), +: Exp. (PRASAD; KOSEFF, 1989), tracejada vermelha: malha adaptativa e ZDSM, pontilhada azul: malha estática e ZDSM.

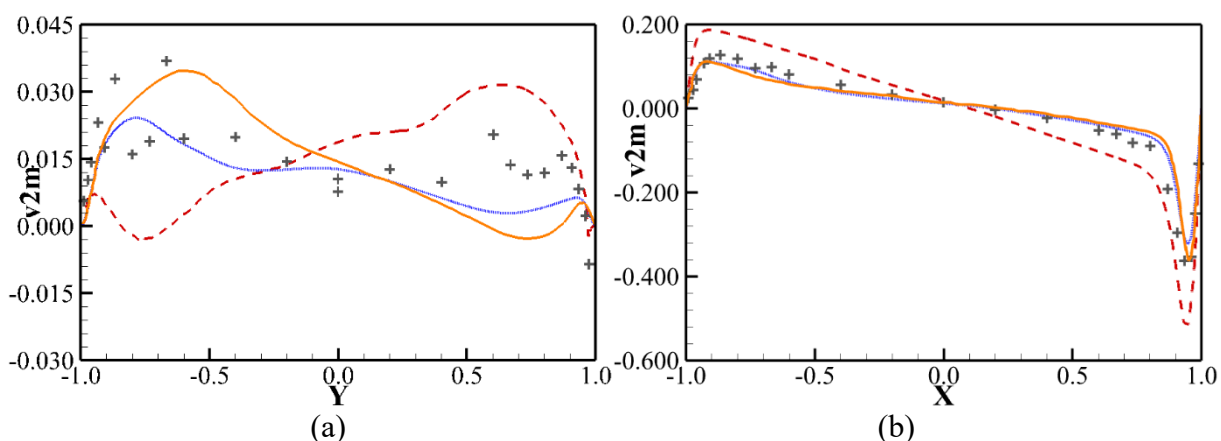


Figura 7.22 – Velocidade média  $v_{2m}$  no plano  $Z = 0$  e: (a) na linha  $X = 0$ ; (b) na linha  $Y = 0$  - linha sólida laranja: DNS (LERICHE; GAVRILAKIS, 2000), +: Exp. (PRASAD; KOSEFF, 1989), tracejada vermelha: malha adaptativa e ZDSM, pontilhada azul: malha estática e ZDSM.

As Figuras 7.23 e 7.24 exibem os perfis de velocidades flutuantes médias nas linhas  $X = 0$  m e  $Y = 0$  m existentes no plano  $Z = 0$  m. Apoiado nas pequenas escalas das flutuações, é possível dizer que a diferença é pequena. No entanto, a forma dos perfis não acompanha os valores do resultado DNS, mas reproduz bem os resultados da referência experimental em pontos onde a abordagem DNS não consegue. Nestas comparações, verifica-se que o caso com adaptação de malha melhorou os resultados.



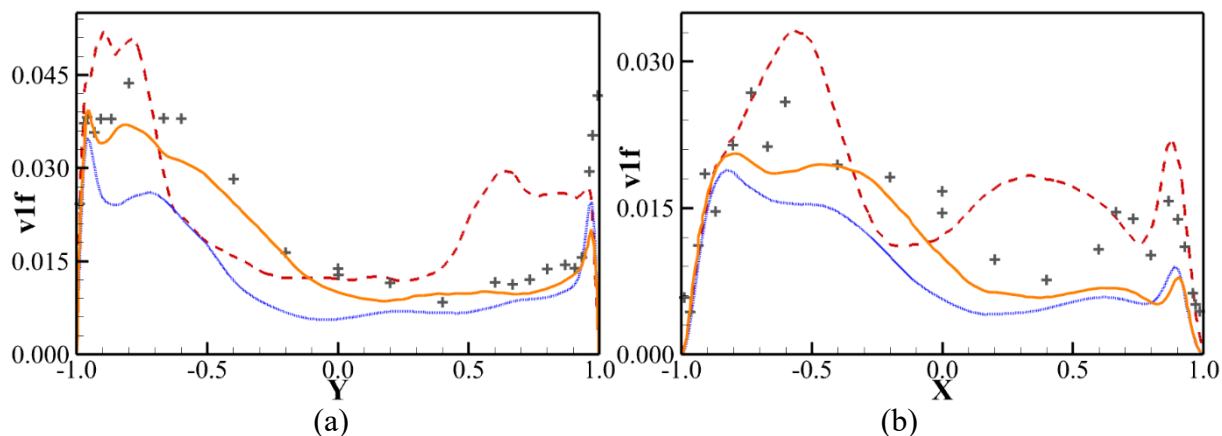


Figura 7.23 – Velocidades flutuantes médias  $v_{1f}$  no plano  $Z = 0$  e: (a) na linha  $X = 0$ ; (b) na linha  $Y = 0$  - linha sólida laranja: DNS (LERICHE; GAVRILAKIS, 2000), +: Exp. (PRASAD; KOSEFF, 1989), tracejada vermelha: malha adaptativa e ZDSM.

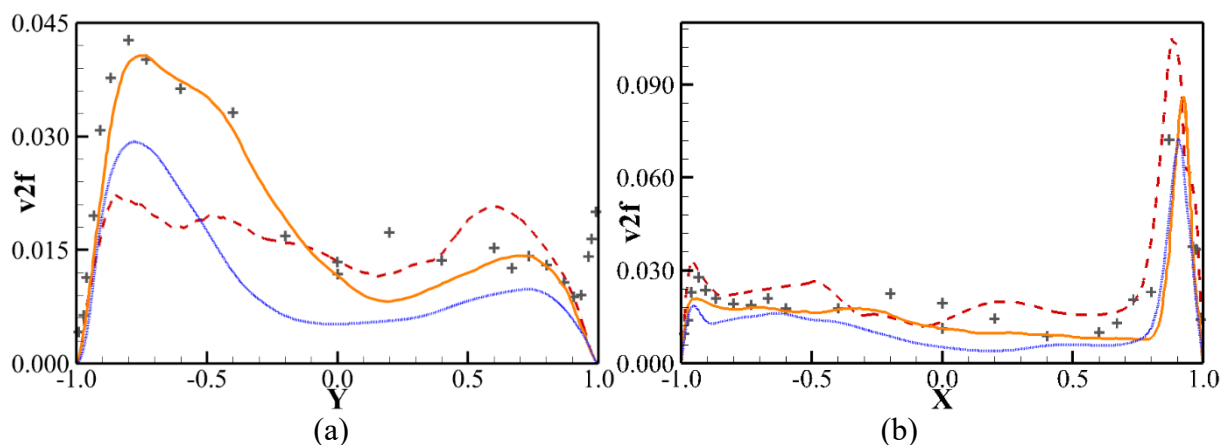


Figura 7.24 – Velocidades flutuantes médias  $v_{2f}$  no plano  $Z = 0$  e: (a) na linha  $X = 0$ ; (b) na linha  $Y = 0$  - linha sólida laranja: DNS (LERICHE; GAVRILAKIS, 2000), +: Exp. (PRASAD; KOSEFF, 1989), tracejada vermelha: malha adaptativa e ZDSM.

As velocidades cruzadas flutuantes médias nas linhas  $X = 0$  m e  $Y = 0$  m pertencentes ao plano  $Z = 0$  m são apresentadas na Figura 7.25 (a) e (b). Observa-se alguns picos que não encontram correspondência nos perfis da resposta DNS e nem nos resultados experimentais.

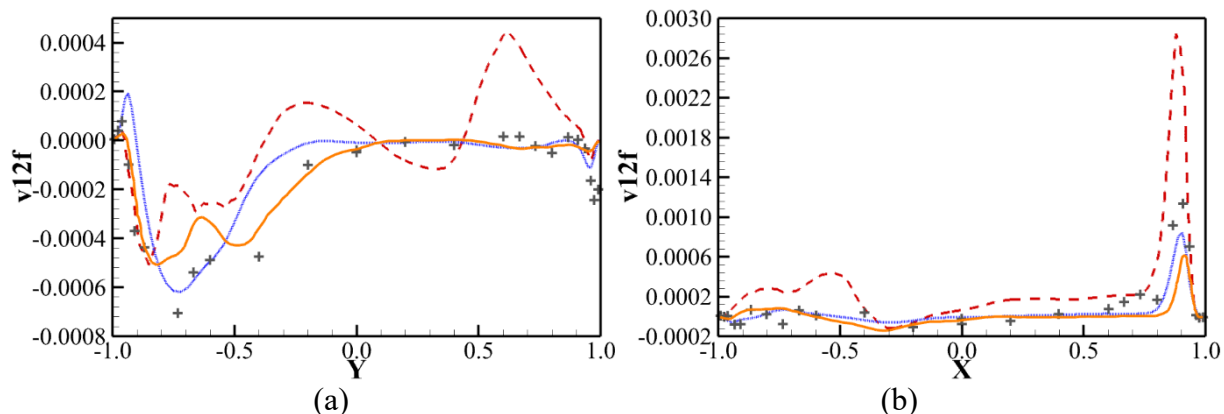


Figura 7.25 – Velocidades cruzadas flutuantes médias  $v_{12f}$  no plano  $Z = 0$  e: (a) na linha  $X = 0$ ; (b) na linha  $Y = 0$  - linha sólida laranja: DNS (LERICHE; GAVRILAKIS, 2000), +: Exp. (PRASAD; KOSEFF, 1989), tracejada vermelha: malha adaptativa e ZDSM.

Na Tabela 7.5 são apresentados os erros absolutos máximos dos modelos ZDSM com malha adaptativa e com malha estática obtidos a partir dos perfis acima mostrados em relação aos resultados experimentais apresentados por Prasad e Koseff (1989). Os erros foram calculados tanto para o lado esquerdo (negativo das abscissas) como para o lado direito (positivo das abscissas). Em geral, o caso sem adaptação apresenta resultados melhores ao comparar com o caso com adaptação. Por outro lado, a adaptação de malha melhorou os resultados nas componentes flutuantes. As discrepâncias se devem a dificuldades no controle do processo de adaptação.

Os resultados aqui obtidos indicam que a adaptação de malha anisotrópica segundo a métrica riemanniana pode ser uma ferramenta poderosa para resolver escoamentos transientes complexos. Cabe mencionar que para alcançar bons resultados deve-se ter domínio sobre os parâmetros que regulam a adaptação, assim como a escolha das variáveis para analisar o erro e o passo de tempo.

Tabela 7.5 – Erro absoluto máximo dos modelos do presente trabalho em relação aos resultados experimentais.

Variável	Malha	Lado Esquerdo	Lado Direito
$v_{1m} - Y$ (Figura 7.21 (a))	<b>Adaptativa</b>	0.13287	-0.30621
	<b>Estática</b>	-0.03977	-0.12846
$v_{1m} - X$ (Figura 7.21 (b))	<b>Adaptativa</b>	-0.02437	0.01505
	<b>Estática</b>	0.01133	-0.01461
$v_{2m} - Y$ (Figura 7.22 (a))	<b>Adaptativa</b>	0.03778	-0.01930
	<b>Estática</b>	0.01655	0.01731
$v_{2m} - X$ (Figura 7.22 (b))	<b>Adaptativa</b>	-0.10313	0.16357
	<b>Estática</b>	-0.02924	-0.12084
$v_{1f} - Y$ (Figura 7.23 (a))	<b>Adaptativa</b>	0.01783	-0.01824
	<b>Estática</b>	0.01893	0.01062
$v_{1f} - X$ (Figura 7.23 (b))	<b>Adaptativa</b>	-0.01017	-0.01060
	<b>Estática</b>	0.01035	0.01053
$v_{2f} - Y$ (Figura 7.24 (a))	<b>Adaptativa</b>	0.02133	0.01982
	<b>Estática</b>	0.02269	0.01987
$v_{2f} - X$ (Figura 7.24 (b))	<b>Adaptativa</b>	-0.01478	-0.04514
	<b>Estática</b>	0.01143	0.03940
$v_{12f} - Y$ (Figura 7.25 (a))	<b>Adaptativa</b>	-0.00052	-0.00043
	<b>Estática</b>	-0.00046	-0.00019
$v_{12f} - X$ (Figura 7.25 (b))	<b>Adaptativa</b>	-0.00043	-0.00192
	<b>Estática</b>	-0.00015	0.00054

#### 7.4 TORNADO 2D BASEADO EM UM MODELO DE VÓRTICE

Este exemplo trata da simulação de um tornado em duas dimensões (seção transversal), gerado através do modelo algébrico de Vatistas, Kozel e Mih (1991), que move-se em translação por todo o comprimento do domínio, encontrando em sua trajetória um cilindro circular, como mostrado na Figura 7.26. Esta análise visa estudar a influência do instante de impacto do tornado com o cilindro, avaliada a partir do histórico do coeficiente de força vertical ou transversal  $C_y$  (STRASSER; SELVAM, 2015b).

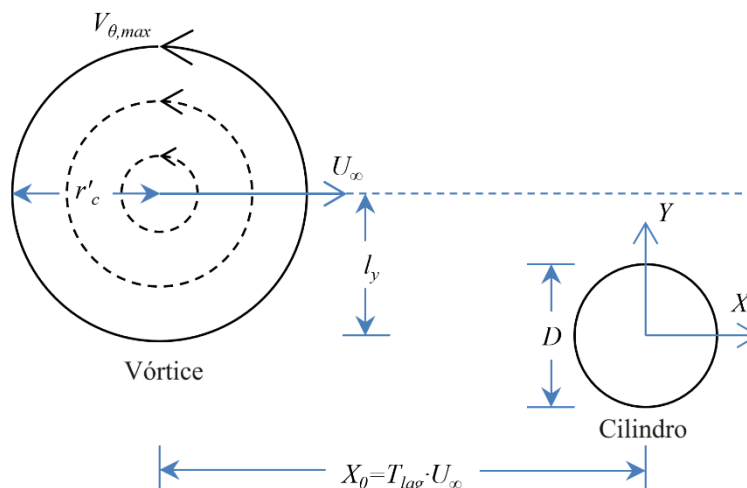


Figura 7.26 – Esquema da interação paralela de um vórtice que impacta com um cilindro circular, rígido e longo.

A abordagem em termos de malha de elementos finitos é realizada de duas maneiras. Por um lado, foi confeccionada uma malha estática composta por 826.794 elementos tetraédricos e 276.524 nós (ver Figura 7.27 (a)). A mesma foi escolhida depois de testar várias distribuições e graus de refinamento dos elementos, resultando na necessidade de refinar mais ao longo da trajetória do vórtice de tornado. Por outro lado, foi criada uma malha quase uniforme, formada por 25.911 elementos e 8890 nós, obtendo-se mediante a sub-rotina de adaptação de malha uma configuração para o escoamento uniforme (ver Figura 7.27 (b)) e outra para o escoamento de tornado (ver Figura 7.27 (c)). No final da simulação, o caso (b) terminou com 157.308 elementos e 45.987 nós, enquanto o caso (c) terminou com 287.719 elementos e 81.316 nós. Em ambos os casos, as variáveis  $\Phi$  adotadas para o controle do erro de interpolação foram as componentes em  $x$  e  $y$  da velocidade. Novamente escolheu-se um processo com ciclos de adaptação ilimitados e um número de  $\Delta\alpha = 20$  passos entre chamadas da sub-rotina de adaptação. O limiar superior estabelecido é  $h_{max} = 10,0$  e o limiar inferior é  $h_{min} = 0,0001$ . O erro de interpolação objetivo no refinamento é  $\varepsilon_{L^2} = 0,25$  e no desrefinamento é 10 vezes menor. Finalmente, o tamanho mínimo de aresta fixado é  $l_{min} = 0,05$ . Este valor também corresponde à espessura do domínio, o qual se faz necessário levando em conta que um problema bidimensional não pode sofrer refinamentos na direção normal ao plano de análise.

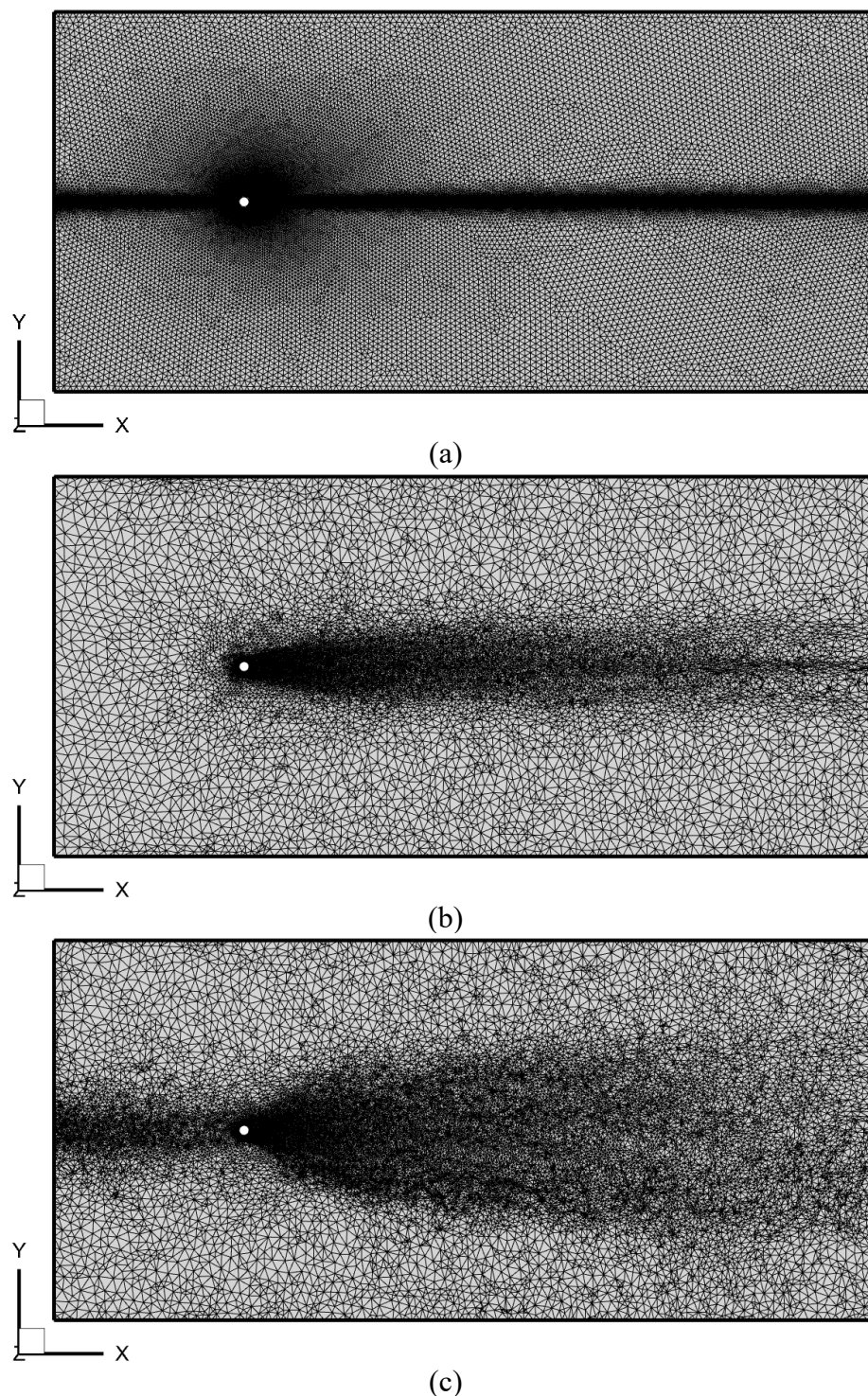


Figura 7.27 – Malha de vórtice bidimensional: (a) malha estática; (b) malha adaptativa para escoamento uniforme; (c) malha adaptativa para escoamento de tornado.

Cabe mencionar aqui que a principal referência para este exemplo é o trabalho de Strasser e Selvam (2015b), o qual utilizou um modelo numérico de elementos finitos com base no modelo de volumes de controle não-escalonado (*non-staggered control volume*) centrado nos nós, com a incorporação de um esquema de Euler regressivo para o avanço no tempo de Euler

(*Backward Euler*). Ademais, a interpolação dos termos de pressão e velocidade é de igual ordem e os campos destas variáveis solucionado implicitamente. Outros resultados que são usados a modo de comparação, tanto para este exemplo como para o seguinte, são os de Aguirre (2017). Tais resultados foram obtidos utilizando o esquema de Taylor-Galerkin explícito de dois passos no contexto do Método dos Elementos Finitos, onde elementos hexaédricos de oito nós com um ponto de integração e controle de modos espúrios foram empregados (ver Seção 3.1 do presente trabalho para mais detalhes).

A condição inicial de pressão em todos os pontos do domínio é  $p = 0$ , enquanto as condições de velocidade dependem das seguintes situações: 1) quando o escoamento é uniforme:  $v_1(0) = 1$ ,  $v_2(0) = 0$  e  $v_3(0) = 0$  e 2) quando o escoamento simula um tornado:  $v_1(0) = v_{1,v}(t_{lag})$ ,  $v_2(0) = v_{2,v}(t_{lag})$  e  $v_3(0) = 0$ , onde  $t_{lag}$  depende do raio do cilindro, do raio crítico do vórtice e do tempo necessário para alcançar um determinado valor característico do coeficiente de força vertical  $C_y$  para o escoamento uniforme. Por sua vez, este tempo vai ser equivalente ao Tempo de Impacto, considerado como o tempo necessário para que a frente do tornado (onde tem-se  $V_{\theta,max}$ ) entre em contato com a superfície a montante do cilindro.

As condições de contorno para o escoamento denominado uniforme são similares às apresentadas na Figura 7.28, com a diferença que  $v_1(t) = 1$  e  $v_2(t) = 0$ . Por sua vez, as condições de contorno para o escoamento de tornado são também apresentadas na Figura 7.28, onde a pressão nula é aplicada em toda a borda de saída e as condições de gradiente nulo de pressão e velocidade foram omitidas por gerarem alterações indesejadas, na contramão de Strasser *et al.* (2016). Neste caso,  $v_1(t)$  e  $v_2(t)$  obedecem ao modelo de Vatistas, Kozel e Mih (1991), ajustado segundo o perfil de L-O/B-R (Equação (5.44) com  $n = 2$ ). Os dados gerais do problema são apresentados na Tabela 7.6.

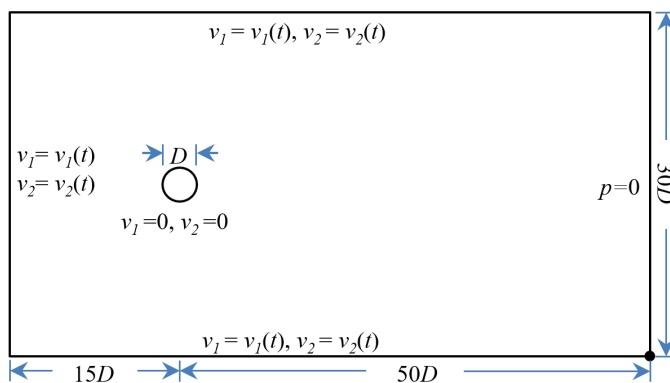


Figura 7.28 – Ilustração do domínio computacional e condições de contorno.

Tabela 7.6 – Constantes físicas e geométricas adimensionais utilizadas nas análises do vórtice de L-O/B-R sobre um cilindro circular bidimensional.

<b>Velocidade de referência (<math>V_{\infty}</math>)</b>	1,0
<b>Viscosidade dinâmica (<math>\mu</math>)</b>	$6,67 \times 10^{-3}$
<b>Viscosidade volumétrica (<math>\lambda</math>)</b>	0,0
<b>Massa específica (<math>\rho</math>)</b>	1,0
<b>Dimensão característica (<math>D</math>)</b>	1,0
<b>Velocidade angular (<math>\omega</math>)</b>	1,0
<b>Raio máximo (<math>r_{m\acute{a}x}</math>)</b>	1,0
<b>Velocidade de translação (<math>V_x</math>)</b>	1,0
<b>Deslocamento da origem de coordenadas (<math>l_y</math>)</b>	0,0
<b>Coefficiente de segurança (<math>\alpha</math>)</b>	0,5
<b>Tempo final (<math>t_f</math>)</b>	200

Primeiramente, são apresentados na Figura 7.29 (a) os perfis de velocidade tangencial adimensional obtidos neste trabalho, tanto para a malha estática como para a adaptativa, junto com os apresentados por Strasser e Selvam (2015b) e os obtidos por Aguirre (2017), com a finalidade de comparar o decréscimo em relação aos valores teóricos devido à dissipação numérica. Assim, enquanto a velocidade tangencial de Strasser e Selvam (2015b) foi reduzida a 80% e a de Aguirre (2017) caiu para 60%, neste trabalho o valor foi reduzido a 83% com malha estática e a 64% com malha adaptativa (ver Figura 7.29 (b)). Convém esclarecer que o tamanho do domínio utilizado coincide com o de Strasser, Yousef e Selvam (2016). O perfil mais à direita da malha estática apresenta um deslocamento devido à conjugação da velocidade tangencial pouco dissipada e da proximidade do cilindro.

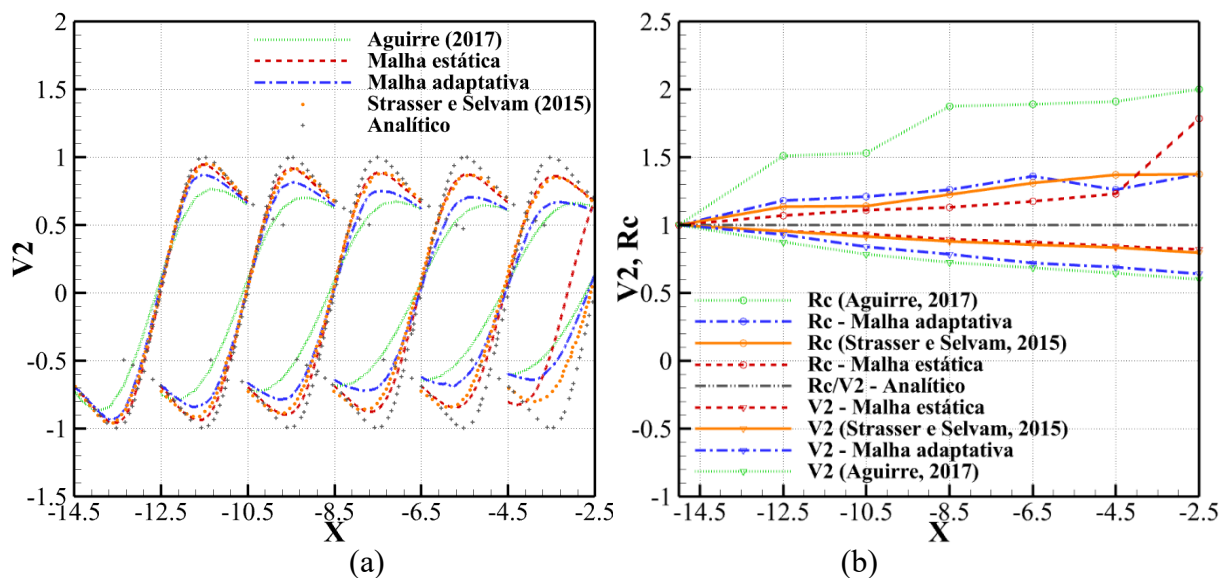


Figura 7.29 – Comparação dos perfis de velocidade tangencial de L-O/B-R para: (a) malha estática e adaptativa; (b) decremento de  $r_c$  e  $v_2$ .

Como o presente estudo se baseia no histórico do coeficiente de força vertical  $C_y$  resultante do escoamento uniforme em torno de um cilindro, foram testadas várias malhas e/ou ajustados alguns parâmetros, como o incremento de tempo, até que produzissem um número de Strouhal  $St$  bem próximo ao da referência. Desse estudo resultaram os coeficientes de força  $C_x$  médio,  $C_y$  médio quadrático (RMS) e o número de Strouhal  $St$  apresentados na Tabela 7.7, junto aos valores correspondentes obtidos por outros autores.

Tabela 7.7 – Comparação dos coeficientes aerodinâmicos e do número de Strouhal de escoamento uniforme sobre o cilindro bidimensional.

Malhas	Autor	$\overline{C}_x$	$C_{y(rms)}$	$St$
Adaptativa	Presente estudo	1,296	0,342	0,180
Estática	Presente estudo	1,344	0,378	0,185
Hexaédrica (86x45)	Presente estudo	1,353	0,388	0,187
86x45	Strasser e Selvam (2015b)	1,329	0,340	0,183
386x322	Qu <i>et al.</i> (2013)	1,301	0,353	0,184
256x256	Chan e Jameson (2010)	1,331	-	0,181
Experimental	Chan <i>et al.</i> (2011)	-	-	0,184

Os valores obtidos na Tabela 7.7, empregando o modelo de Taylor-Galerkin, correspondem a uma malha hexaédrica um pouco mais refinada que a de Aguirre (2017), com o comprimento do domínio reduzido em 2,5 unidades a barlavento do cilindro e sem modelo de turbulência. Ao comparar com as referências, os valores das malhas tetraédricas são mais próximos do que os da malha hexaédrica e, por isso, esta última não será utilizada no estudo do tornado.



Na Figura 7.30 (a), (b) e (c) são apresentados os históricos dos coeficientes de força horizontal  $C_x$  e vertical  $C_y$  obtidos neste trabalho, tanto para as malhas tetraédricas estática e adaptativa como para a malha hexaédrica, nessa ordem, superpostos com os obtidos por Strasser e Selvam (2015b) para o mesmo intervalo de tempo.

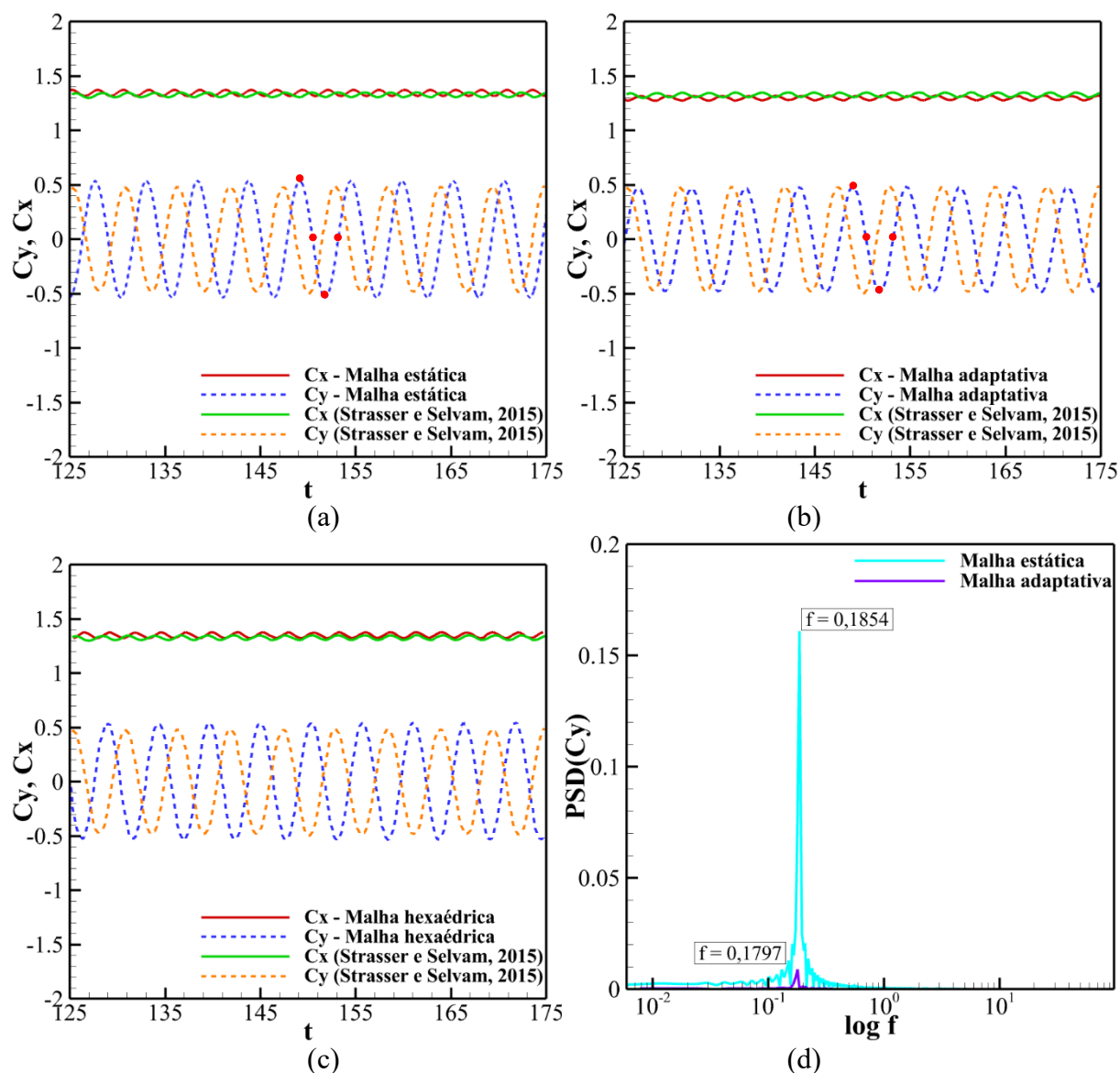


Figura 7.30 – Histórico dos coeficientes de força  $C_x$  e  $C_y$  para o escoamento uniforme com  $Re = 150$ : (a) malha estática; (b) malha adaptativa; (c) malha hexaédrica; (d) espectro de potência de  $F_y$  para as duas malhas.

Todos mostram uma boa correspondência com a referência, mas percebe-se a existência de uma defasagem de, aproximadamente, 1/4 de ciclo para as malhas tetraédricas e de meio ciclo para a malha hexaédrica. Como esquematizado nas Figura 7.30 (a) e (b), foi selecionado um

ciclo do histórico de  $C_y$ , que parte de  $t = 149,38$  s, para malha estática, e de  $t = 148,99$  s, para malha adaptativa. Dentro deste ciclo, foram detectados os tempos correspondentes a  $C_y$  máximo,  $C_y = 0$  descendente,  $C_y$  mínimo e  $C_y = 0$  ascendente. Assim, os tempos de impacto, para malha estática, resultaram em  $TDI1 = 149,38$  s,  $TDI2 = 150,49$  s,  $TDI3 = 151,82$  s e  $TDI4 = 153,17$  s, respectivamente, enquanto para malha adaptativa, resultaram em  $TDI1 = 148,99$  s,  $TDI2 = 150,39$  s,  $TDI3 = 151,74$  s e  $TDI4 = 153,23$  s, respectivamente. Na Figura 7.30 (c) são apresentados os espectros de potência da força  $F_y$  para as malhas estática e adaptativa, onde observa-se que o pico máximo ocorre na frequência  $f_s = 0,1854$ , para o primeiro caso, e em  $f_s = 0,1797$ , para o segundo caso. Também se percebe a desproporção significativa de potência devida à diferença de espessura do domínio computacional (1 unidade de comprimento na malha estática e 0,001 na malha adaptativa).

Para analisar em detalhe o que acontece no entorno do cilindro nos tempos especificados dentro do ciclo, a Figura 7.31 (a), (c), (e) e (g) apresenta o campo de vorticidade obtido neste trabalho para a malha estática. Ao lado destes, aparecem os campos obtidos por Strasser e Selvam (2015b) na ordem. Como é possível observar, os campos concordam adequadamente com a referência. Na Figura 7.31 (b) e (f) aparecem indicados os vórtices desprendidos com sentido horário e anti-horário, respectivamente, associados com os valores extremos do coeficiente  $C_y$ . Na Figura 7.31 (d) e (h) indicam-se os vórtices anexados com sentido horário e anti-horário, respectivamente, relacionados com os valores nulos do coeficiente  $C_y$ .

Na sequência foram realizadas as simulações considerando cada tempo de impacto ( $TDI$ ) para o cálculo dos tempos de atraso  $t_{lag}$  do vórtice segundo a seguinte expressão:

$$t_{lagi} = TDI_i + (r_c + D/2)/U_\infty \quad (7.3)$$

Desta expressão obtém-se, para a malha estática, os seguintes tempos de atraso:  $t_{lag1} = 150,88$  s,  $t_{lag2} = 151,99$  s,  $t_{lag3} = 153,32$  s e  $t_{lag4} = 154,67$  s. Já para a malha adaptativa tem-se:  $t_{lag1} = 150,49$  s,  $t_{lag2} = 151,89$  s,  $t_{lag3} = 153,24$  s e  $t_{lag4} = 154,73$  s.

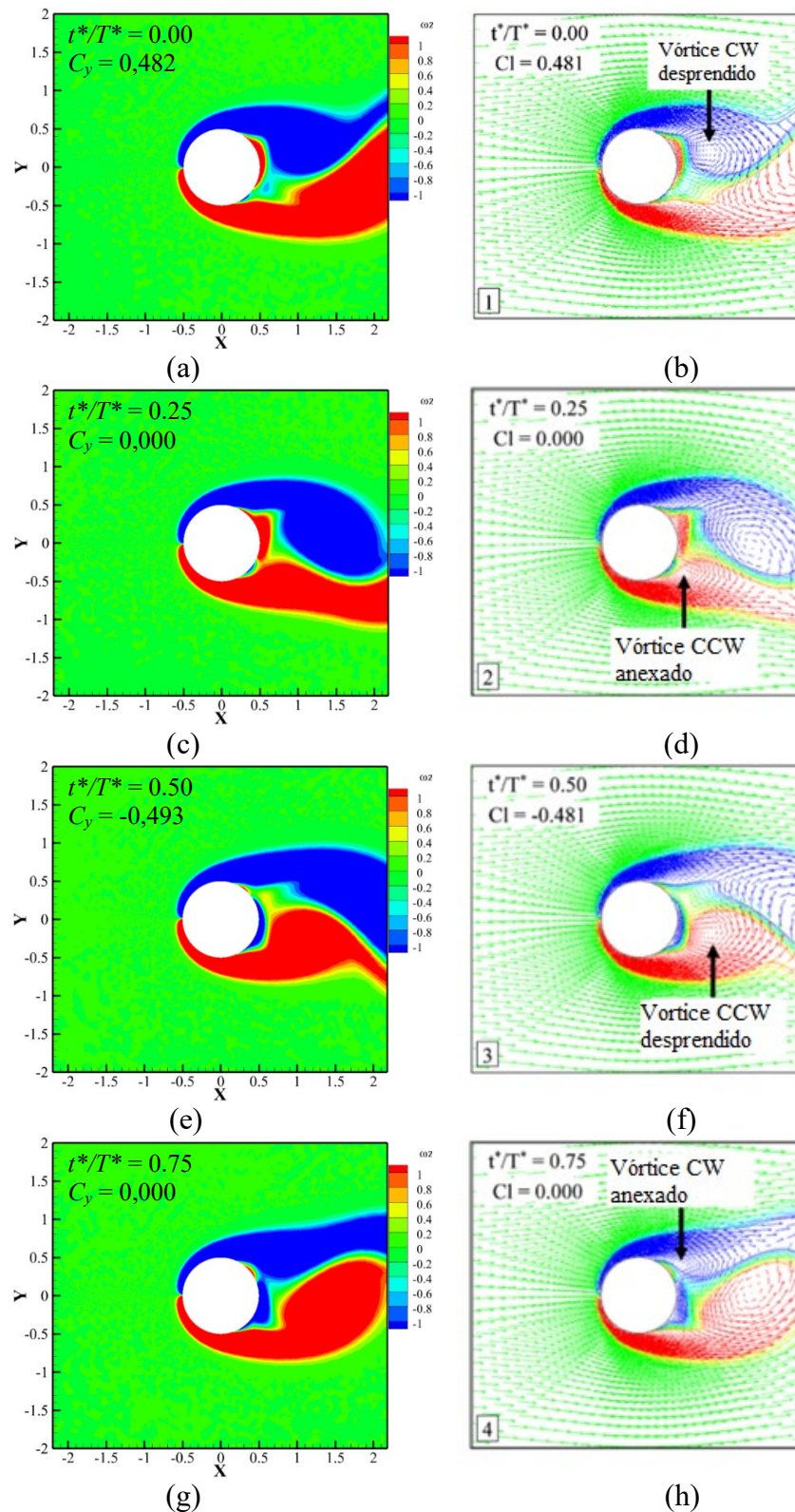
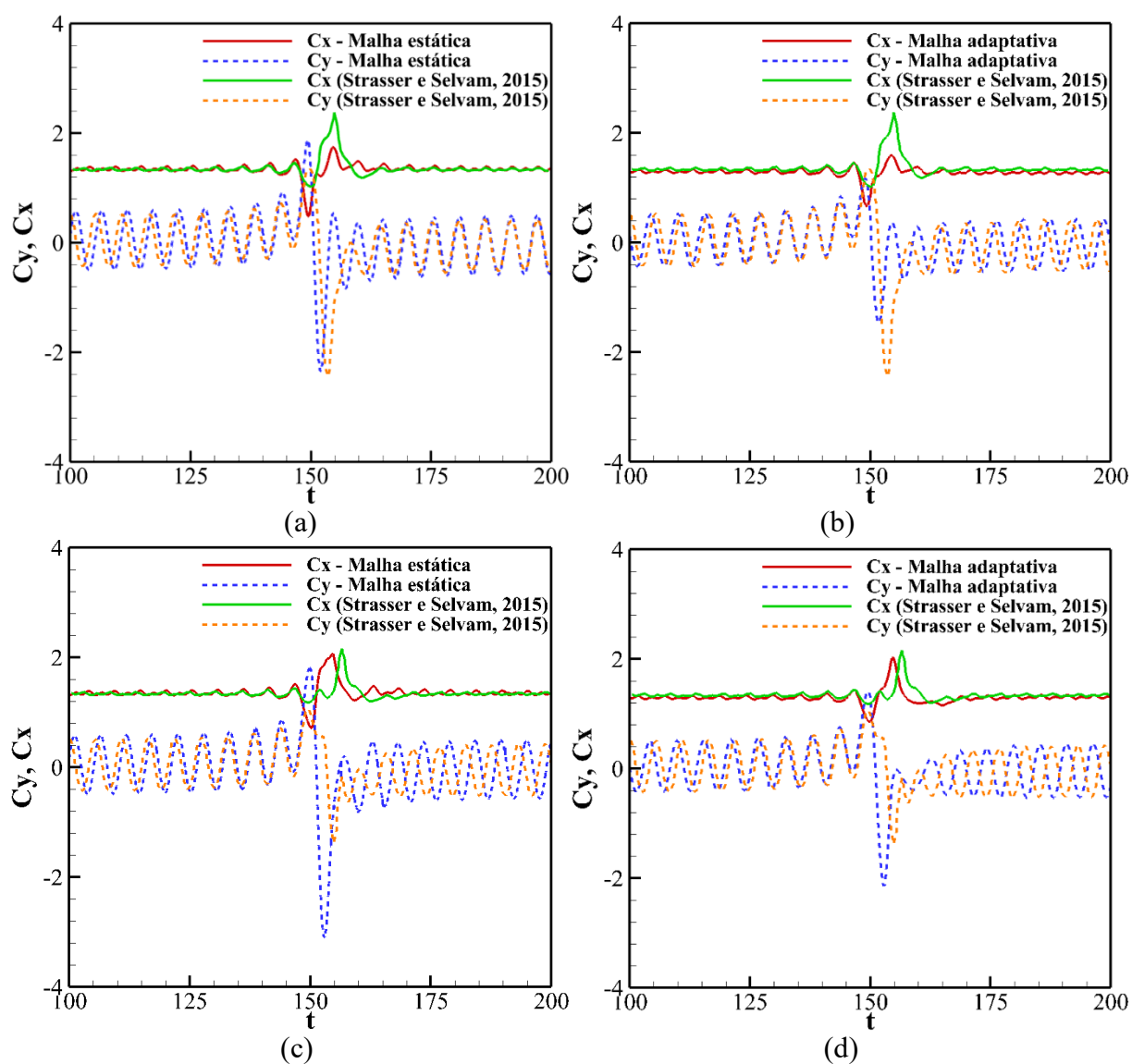


Figura 7.31 – Campo de vorticidade dos vórtices anexados e desprendidos na esteira do cilindro em: (a) *TDI1* estática; (b) *TDI1* (baseado em STRASSER; SELVAM, 2015b); (c) *TDI2* estática; (d) *TDI2* (baseado em STRASSER; SELVAM, 2015b); (e) *TDI3* estática; (f) *TDI3* (baseado em STRASSER; SELVAM, 2015b); (g) *TDI4* estática; (h) *TDI4* (baseado em STRASSER; SELVAM, 2015b).

Os históricos dos coeficientes de força horizontal  $C_x$  e vertical  $C_y$ , gerados são apresentados nas Figura 7.32, superpostos com os resultados encontrados na referência, sendo que a coluna da esquerda corresponde à malha estática e a da direita à malha adaptativa. Analisando a primeira linha, percebe-se que os resultados obtidos aqui não se correspondem com a referência em termos de magnitudes e forma, mas os de  $C_x$  ocorrem quase no mesmo ponto do pico da referência. Enquanto na primeira linha os resultados para a malha estática e adaptativa eram quase iguais entre si, a não ser pela magnitude, a partir da segunda linha apresentam grandes diferenças. No entanto, a forma dos históricos da malha adaptativa começa a coincidir bastante com a referência, se desprezarmos a amplitude. A diferença na posição dos picos possivelmente se deve à defasagem de aproximadamente 1/4 de ciclo.



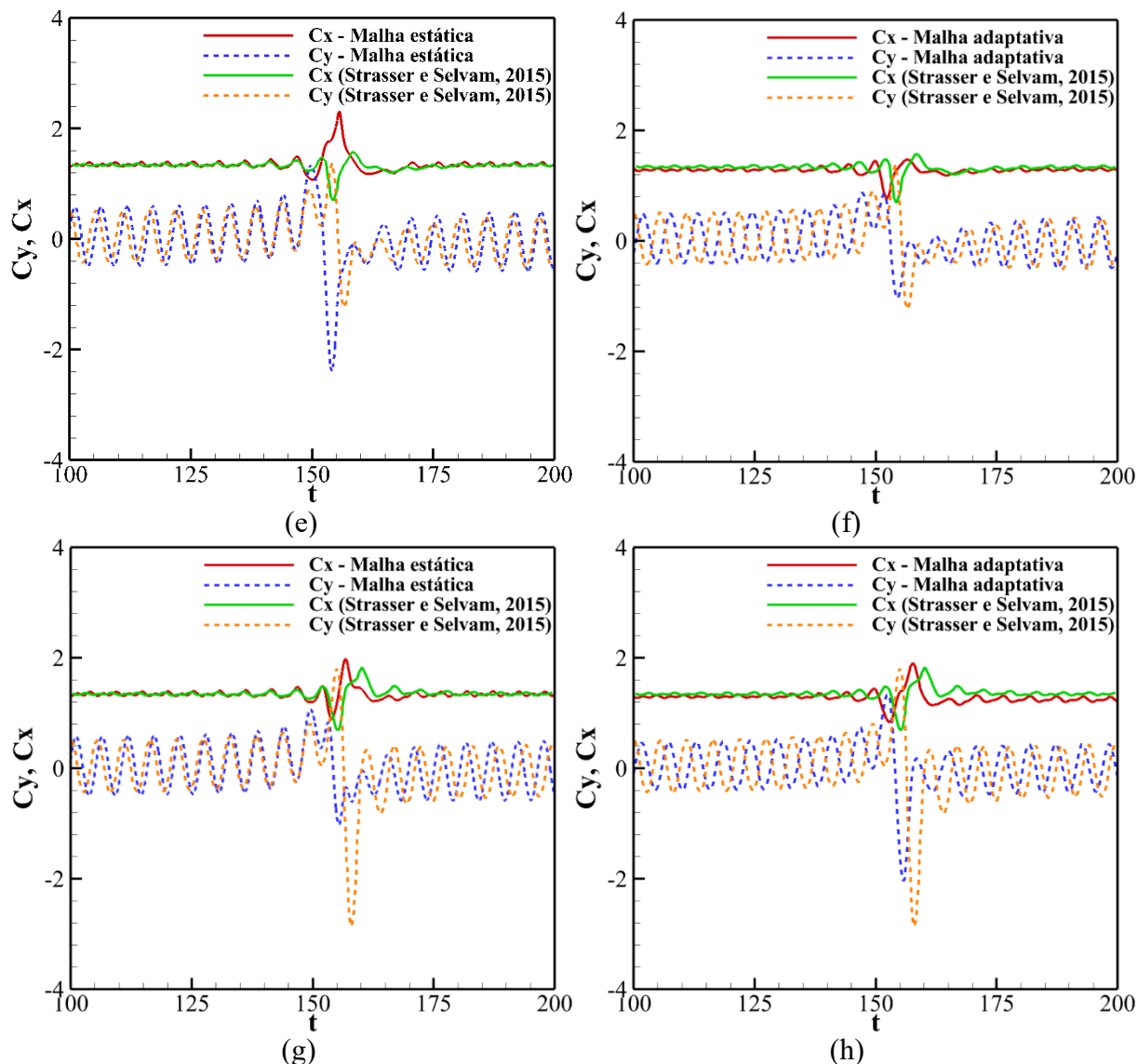
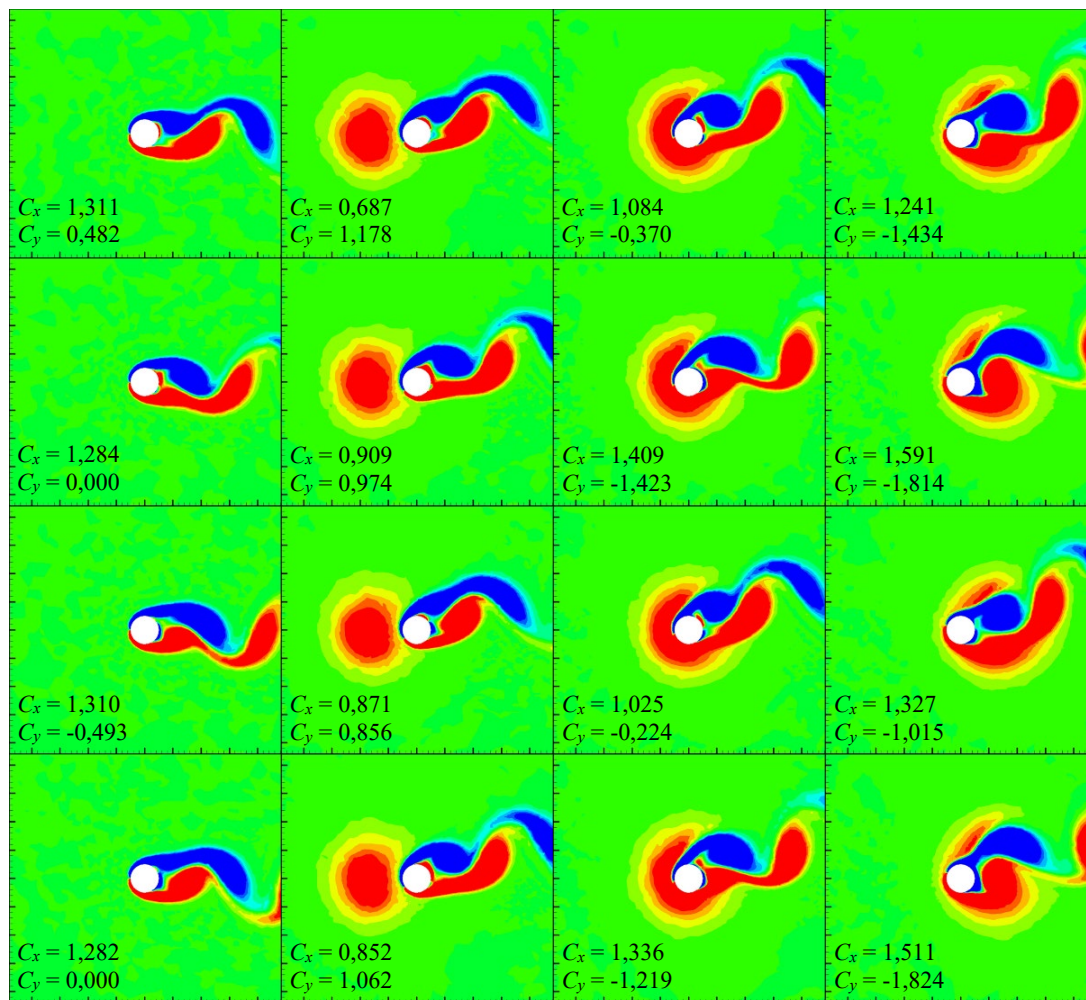


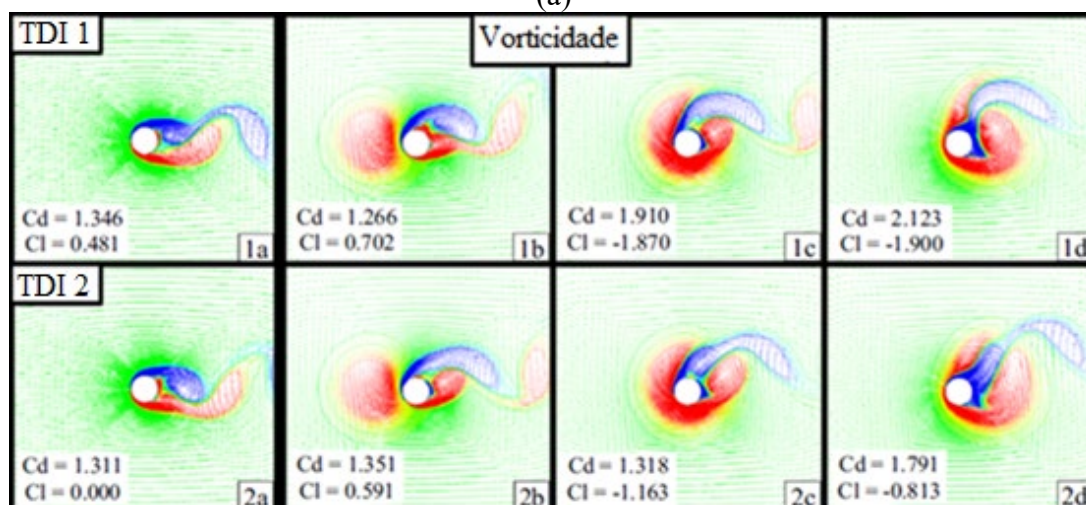
Figura 7.32 – Histórico dos coeficientes de força para impacto do vórtice  $1 \cdot D$  em: (a)  $TDI1$  estática; (b)  $TDI1$  adaptativa; (c)  $TDI2$  estática; (d)  $TDI2$  adaptativa; (e)  $TDI3$  estática; (f)  $TDI3$  adaptativa; (g)  $TDI4$  estática; (h)  $TDI4$  adaptativa.

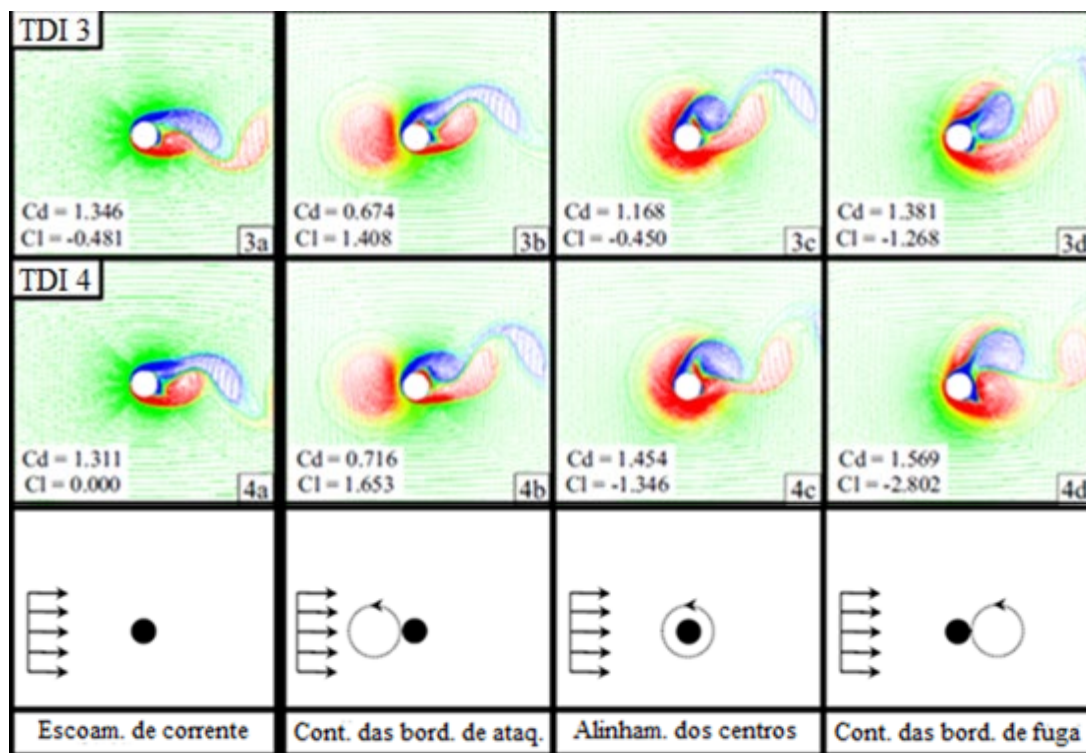
Com o objetivo de entender os efeitos do tornado nos instantes em que o mesmo impacta o cilindro (segunda coluna), quando está sobre ele (terceira coluna) e quando está deixando o cilindro (quando teoricamente o valor  $V_{\theta, \max}$  coincide com a borda a jusante do cilindro, mostrado na quarta coluna), foram gerados os campos de vorticidade apresentados na Figura 7.33 (a). A primeira coluna corresponde aos campos de vorticidade do escoamento uniforme para o instante de impacto e na Figura 7.33 (b) são mostrados os correspondentes campos obtidos pela referência. Primeiramente, cabe destacar que estes campos foram obtidos com a malha adaptativa e que, mesmo com a dissipação considerável, o valor máximo da vorticidade (em vermelho) apresenta um tamanho comparável com a referência. Ao comparar as duas

primeiras linhas com as homólogas da referência, parece que o sinal da vorticidade está trocado, ou seja, são opostos. No entanto, ao comparar as duas últimas linhas com a referência, observa-se uma boa concordância, somente afetada por uma pequena defasagem.



(a)





(b)

Figura 7.33 – Distribuição de vorticidade em *TDI1–4* (por linha) para o escoamento uniforme sobre o cilindro (1ª coluna) e para as três posições relativas do vórtice em relação ao cilindro (2ª, 3ª e 4ª coluna): (a) malha adaptativa; (b) Strasser e Selvam (2015b).

A partir deste exemplo pode-se reforçar que o refinamento é essencial para manter a intensidade do vórtice de tornado e que a adaptação de malha contribui neste sentido, mas precisa de uma combinação de parâmetros que não afete a bidimensionalidade do exemplo. Além do mais, notou-se a necessidade de utilizar um incremento de tempo constante para manter a estabilidade da simulação. Neste exemplo somente a componente tangencial do modelo de vórtice de Vatistas, Kozel e Mih (1991) foi implementada, mas no Exemplo 7.6 serão adicionadas as outras componentes da velocidade para sua aplicação em um modelo tridimensional.

## 7.5 TORNADO LAMINAR BASEADO EM CÂMARA EXPERIMENTAL

Neste exemplo será reproduzido o escoamento de um tornado laminar mediante um domínio cilíndrico, como o esquematizado na Figura 7.34, cuja forma se baseia em um simulador experimental, também conhecido como câmara de vórtice de tornado. A relação de aspecto

$a = h/R$  utilizada é próxima à da câmara experimental mostrada por Matsui e Tamura (2005).

A geometria foi discretizada mediante elementos finitos tetraédricos, como pode ser visto na Figura 7.34, onde também são apresentadas as medidas do domínio. Para a situação com deslizamento na base (denominada SBC), a malha contém 210.160 elementos e 41.341 nós (ver Figura 7.34 (a)), enquanto para a situação sem deslizamento (chamada de NBC), foram gerados 1.063.629 elementos e 211.093 nós (ver Figura 7.34 (b)). Esta segunda condição exige elementos pequenos perto da base para representar adequadamente o perfil de velocidade. A malha para a situação com SBC foi utilizada como malha inicial para uma simulação que contou com a sub-rotina de adaptação para gerar a malha final da Figura 7.34 (d). A malha da Figura 7.34 (c) é o resultado de aplicar o modelo de vórtice de Rankine como critério para a adaptação de malha. Para obter estas duas malhas, as variáveis  $\Phi$  selecionadas para o controle do erro de interpolação foram as três componentes da velocidade e a pressão. Mais uma vez escolheu-se uma quantidade de ciclos de adaptação ilimitada e o número de  $\Delta\alpha = 20$  passos entre chamadas da sub-rotina de adaptação. Os limiares superior e inferior são, respectivamente,  $h_{máx} = 100,0$  e  $h_{min} = 1,0$ . O erro de interpolação objetivo tanto para refinamento quanto para desrefinamento é  $\varepsilon_{L^2} = 0,50$ . O tamanho físico mínimo de aresta é  $l_{min} = 1,0$ .

Como esquematizado na Figura 7.35, as condições de contorno para este problema são as seguintes: na superfície curva lateral da região de convecção e na superfície superior da região de convergência, denominadas  $\Gamma_2$ , são impostas condições de contorno de deslizamento; no topo da região de convecção, superfície  $\Gamma_1$ , se prescreveu uma velocidade de saída uniforme  $W_0$ ; na superfície curva lateral da região de convergência, designada  $\Gamma_3$ , as condições indicadas são de entrada livre de tensão ( $t_1 = t_2 = t_3 = 0$ ). Como mencionado anteriormente, na base do dispositivo as condições de contorno analisadas correspondem a uma superfície com deslizamento  $\Gamma_{4S}$  (SBC) e uma sem deslizamento  $\Gamma_{4N}$  (NBC). Dado que com essas condições não foi possível obter a convergência numérica do modelo, foram impostas as condições  $p_0 = 0$  e a de ângulo forçado na superfície de entrada  $\Gamma_3$ . A metodologia empregada para este último caso foi explicada na Seção 4.3. Além do mais, foi necessário considerar a condição  $p_0 = 0$  na superfície  $\Gamma_1$ , somente para o caso de malha adaptativa e



SBC, para que a velocidade e a pressão sejam comparáveis à referência (NOMURA; MIYATA; HASEBE, 2009).

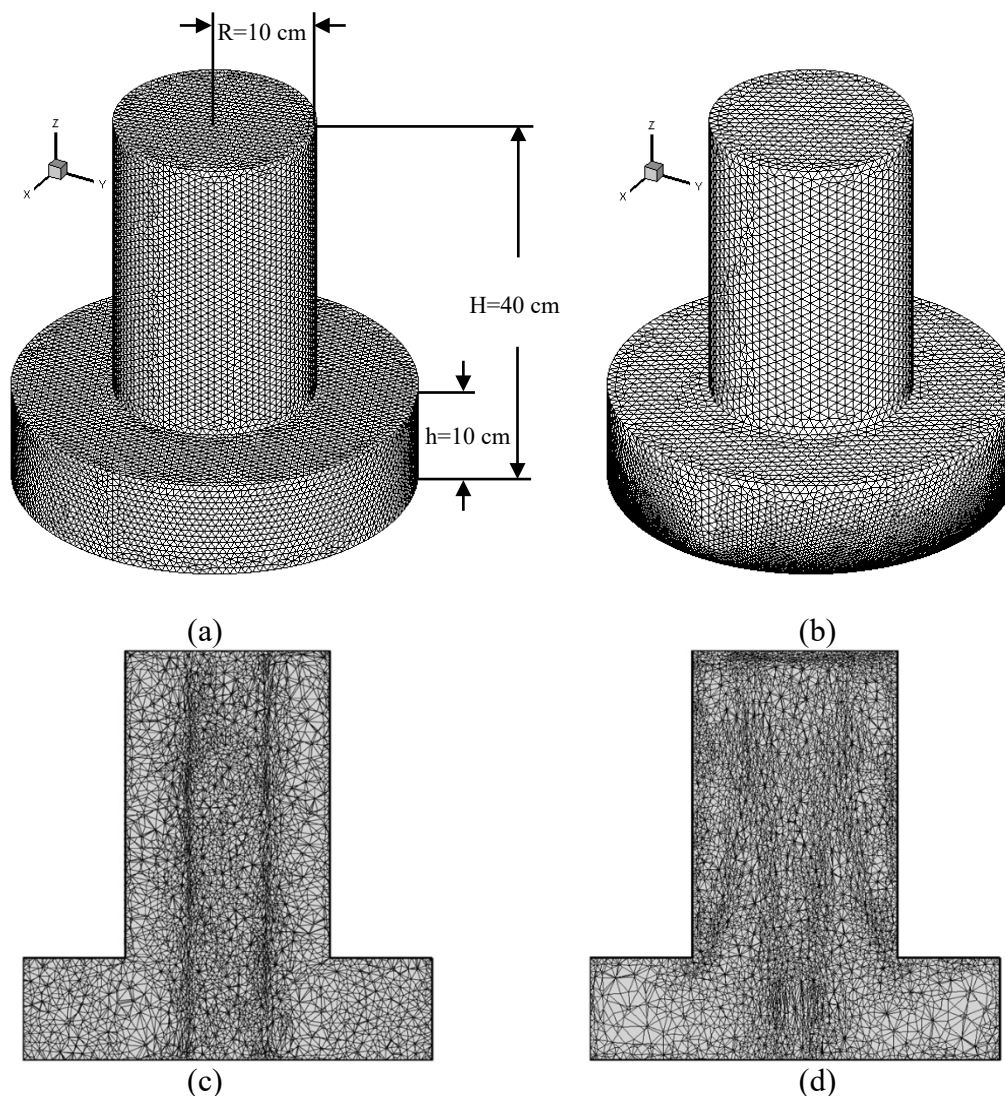


Figura 7.34 – Medidas e malha de elementos finitos da câmara: (a) inicial; (b) sem deslizamento no contorno inferior; (c) adaptada com RCVM; (d) adaptada com deslizamento no contorno inferior.

Como citado anteriormente, a referência utilizada para comparação é Nomura, Miyata e Hasebe (2009), que usaram o método de *Streamline-Upwind/Petrov-Galerkin* (SUPG) em sua formulação de elementos finitos. Elementos hexaédricos trilineares são empregados para a discretização espacial da velocidade e a pressão é constante em cada elemento. A discretização temporal é realizada pelo método preditor-corretor, sendo que nenhum modelo de turbulência é empregado nas simulações.

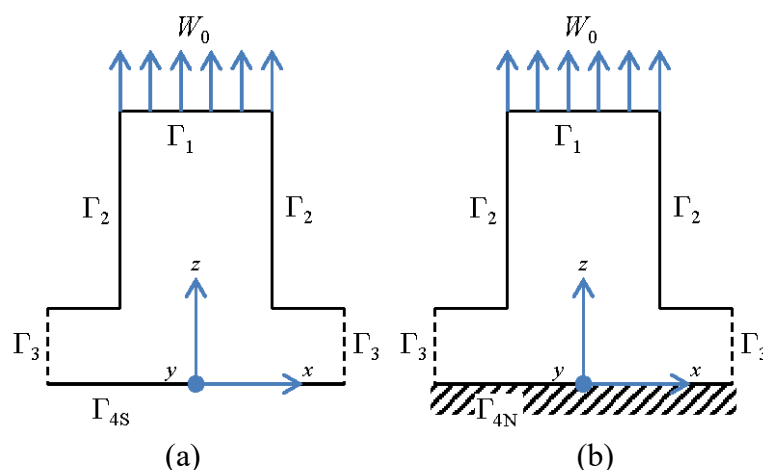


Figura 7.35 – Esquema do modelo com: (a) SBC adaptativa; (b) NBC estática.

Os dados básicos utilizados nas presentes análises são apresentados na Tabela 7.8. O número de Reynolds utilizado neste problema é  $Re = 450$ , o que mantém o escoamento no regime laminar e sem a necessidade de modelo de turbulência.

Tabela 7.8 – Constantes físicas e geométricas utilizadas nas análises do escoamento no simulador de tornado laminar.

<b>Velocidade de referência (<math>V_\infty</math>)</b>	2,09 cm/s
<b>Viscosidade dinâmica (<math>\mu</math>)</b>	$1,796 \times 10^{-4}$ kg/cm·s
<b>Viscosidade volumétrica (<math>\lambda</math>)</b>	0,0 kg/cm·s
<b>Massa específica (<math>\rho</math>)</b>	$1,231 \times 10^{-4}$ kg/cm <sup>3</sup>
<b>Constante de Smagorinsky (<math>C_S</math>)</b>	0,0
<b>Dimensão característica (<math>L = A/h</math>)</b>	31,416
<b>Ângulo de afluência (<math>\theta_{fix}</math>)</b>	37,5° (SBC); 11,75° (NBC)
<b>Coefficiente de segurança (<math>\alpha</math>)</b>	0,5
<b>Tempo final (<math>t_f</math>)</b>	200 s

Na Figura 7.36 (a) apresentam-se as linhas de corrente coloridas segundo os valores do módulo da velocidade para o caso com deslizamento na base (SBC). Aqui foi fixado o mesmo ângulo de afluência que Nomura, Miyata e Hasebe (2009) obtiveram espontaneamente depois de transcorridos mais de 15.000 s, ou seja,  $\theta_{fix} = 37,5^\circ$ , que representa uma relação de redemoinho  $S = 0,38$  (ver Figura 7.36 (b)). Na vista de topo percebe-se que as linhas de corrente têm quase a mesma forma, no entanto, o valor máximo do módulo da velocidade resultou igual a 2,3 cm/s no presente trabalho. Tal discrepância na velocidade, em relação ao

trabalho de Nomura, Miyata e Hasebe (2009), se explica pela utilização de condições de contorno adicionais para garantir a convergência.

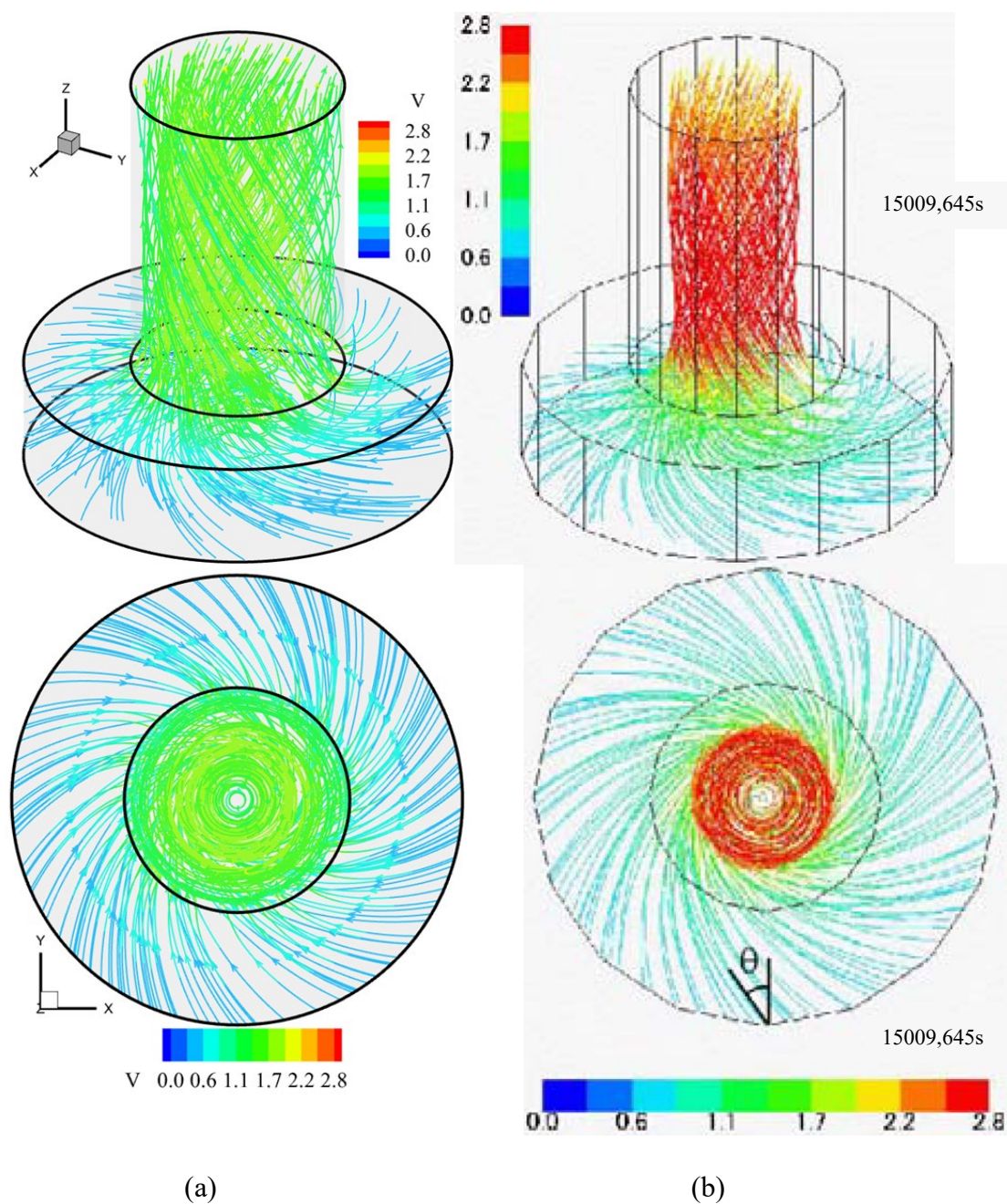


Figura 7.36 – Linhas de corrente para a SBC: (a) malha adaptativa; (b) Nomura, Miyata e Hasebe (2009).

Para o caso com a condição de não deslizamento na base (NBC) foi imposto um ângulo de afluência  $\theta_{fix} = 11,75^\circ$ , que representa uma relação de redemoinho  $S = 0,104$ , resultando o padrão mostrado na Figura 7.37 (a). Na Figura 7.37 (b), exibe-se o resultado obtido por Nomura, Miyata e Hasebe (2009) sem impor ângulo na entrada. Observando a vista de topo,

erifica-se que ambos os padrões de escoamento são muito parecidos. Já a magnitude máxima da velocidade na Figura 7.37 (a) é igual a 3,3 cm/s e ocorre na borda entre a região de convergência e a de convecção.

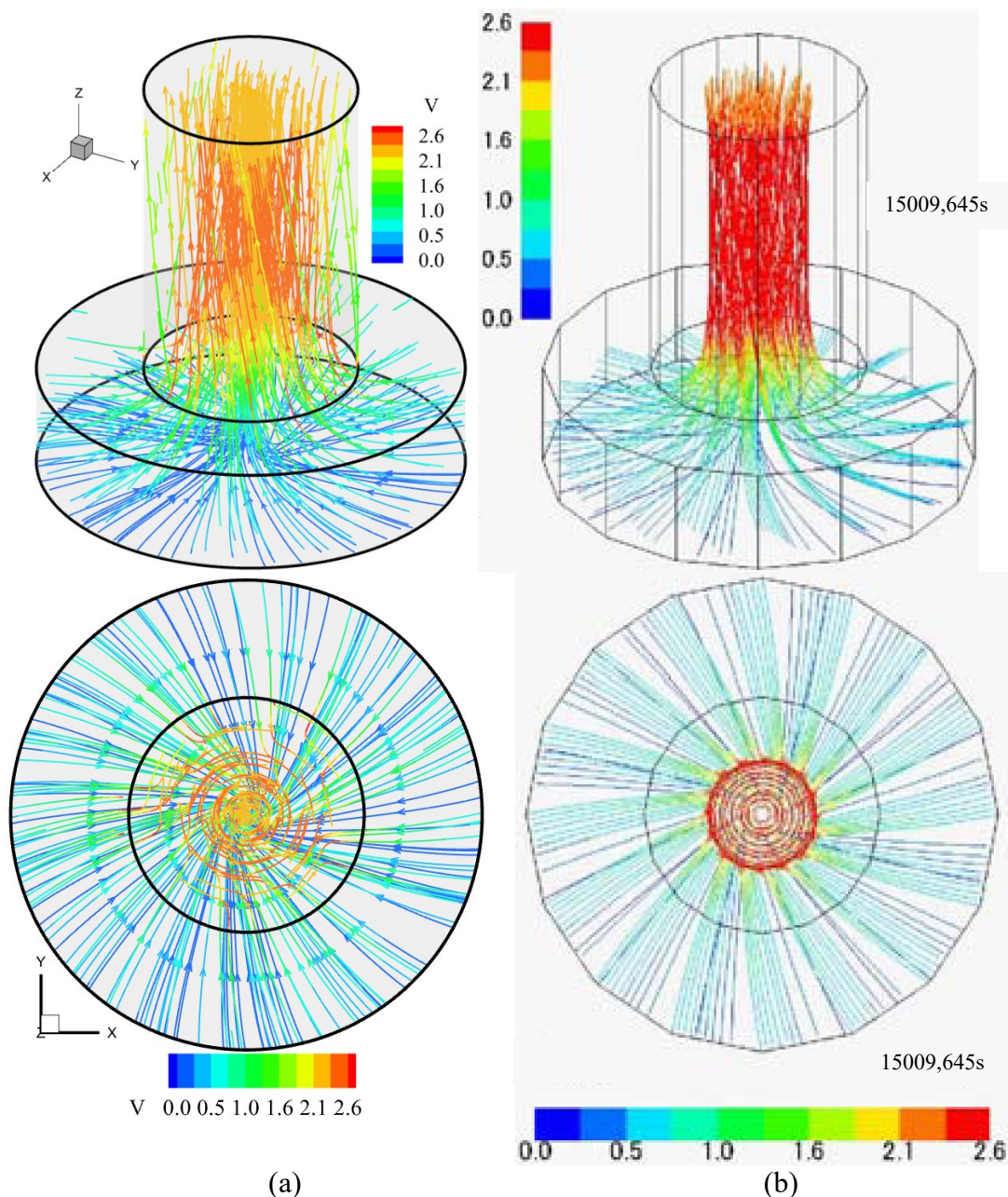


Figura 7.37 – Linhas de corrente para a NBC: (a) malha estática; (b) Nomura, Miyata e Hasebe (2009).

Para a situação com SBC e malha adaptativa é apresentado o campo de pressão na superfície inferior do domínio conjuntamente com os vetores de velocidade na Figura 7.38 (a). Ao compará-la com a Figura 7.38 (b), extraída de Miyata *et al.* (2008), imediatamente percebe-se

uma diferença na concentração dos níveis de pressão, sendo que na referência estes estão mais distribuídos. No entanto, os valores mínimos da pressão, praticamente, coincidem.

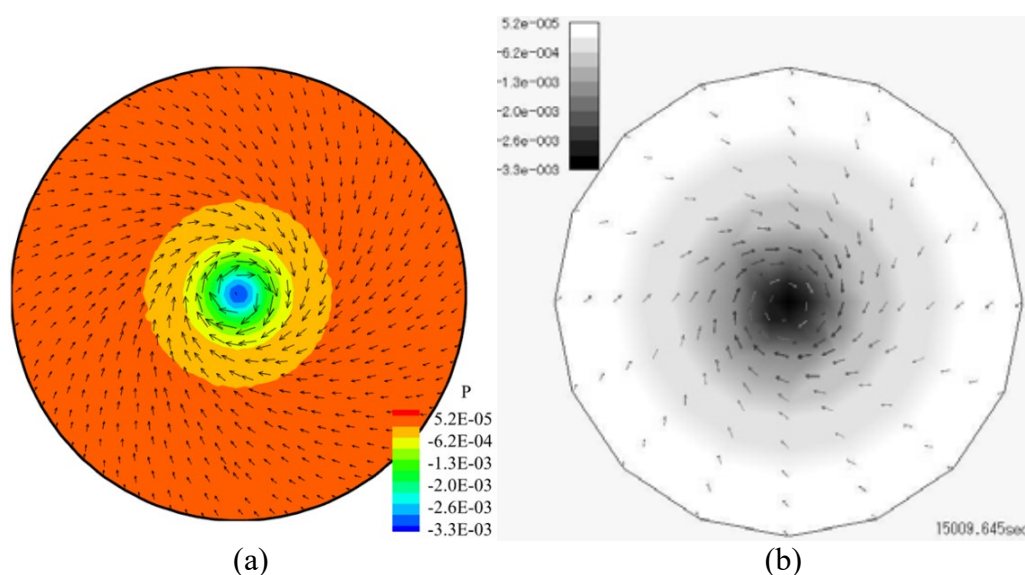


Figura 7.38 – Distribuição de pressão  $p$  no plano  $x_3 = 0$  para a SBC: (a) malha adaptativa; (b) Miyata *et al.* (2008).

Na Figura 7.39 (a) ilustra-se o campo de vorticidade vertical e os vetores de velocidade na superfície inferior do domínio para a SBC e malha adaptativa e na Figura 7.39 (b) os resultados de Miyata *et al.* (2008). A distribuição dos níveis de vorticidade é bem parecida entre ambas, no entanto não se pode fazer comentários em relação à vorticidade mínima porque ela foi truncada em -1.

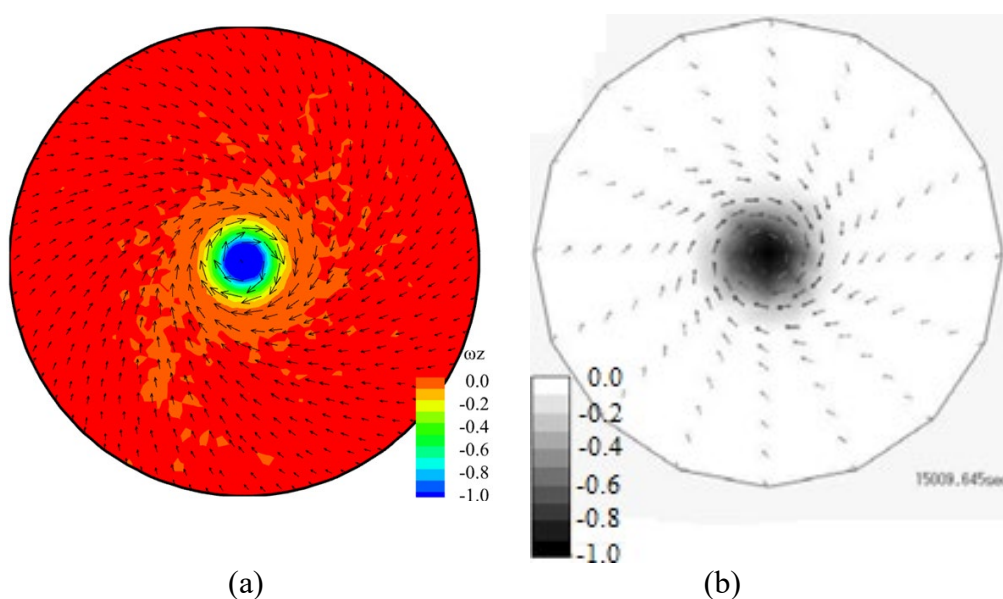


Figura 7.39 – Distribuição de vorticidade vertical  $\omega_3$  no plano  $x_3 = 0$  para a SBC: (a) malha adaptativa; (b) Miyata *et al.* (2008).

O perfil de velocidade na base devido ao escoamento de tornado com a abordagem SBC e malha adaptativa é mostrado na Figura 7.40 (a), enquanto o perfil de pressão para tal situação é ilustrado na Figura 7.40 (b), juntamente aos perfis apresentados por Nomura, Miyata e Hasebe (2009), Aguirre (2017) e a expressão do modelo de vórtice de Rankine. A variável  $x^* = xh/A$  é a distância radial adimensional a partir do centro do domínio,  $v^* = v/W_0$  é a componente adimensional da velocidade tangencial e  $p^* = p/(\rho W_0^2)$  é a pressão adimensional, que correspondem aos eixos das figuras.

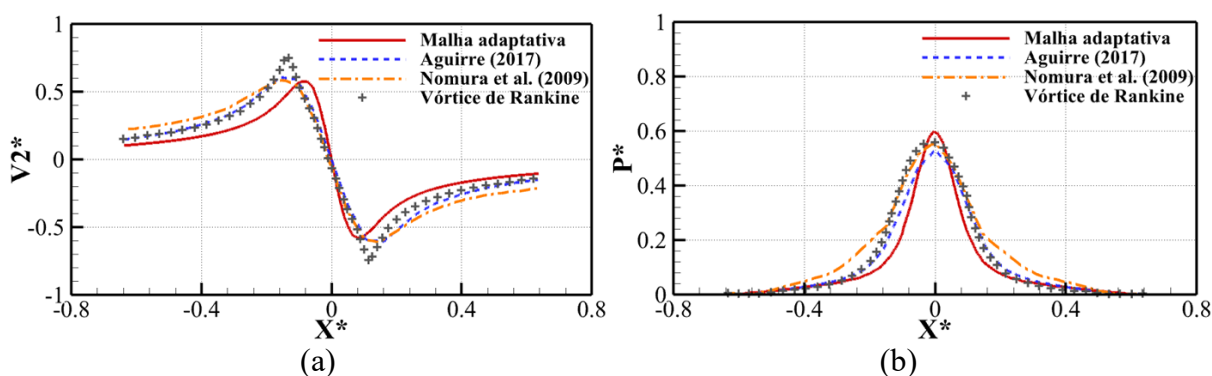


Figura 7.40 – Perfis adimensionais na linha  $x_2 = x_3 = 0$  para a SBC e malha adaptativa: (a) velocidade tangencial; (b) pressão.

Como mostrado na Figura 7.40 (a), os valores extremos da velocidade obtidos para a abordagem SBC com malha adaptativa são quase iguais aos apresentados por Nomura, Miyata e Hasebe (2009) e Aguirre (2017), mas os mesmos estão deslocados para o centro em relação aos picos do Vórtice de Rankine, ou seja, correspondem a um raio do tornado que é 31% menor. Ao mesmo tempo, observam-se valores de velocidade menores aos demais para a região externa ao raio do tornado. Ao analisar os perfis da Figura 7.40 (b), nota-se que o pico da pressão obtido para a situação com a abordagem SBC e malha adaptativa é cerca de 7% maior que o do Nomura, Miyata e Hasebe (2009) e tem a forma de um sino mais estreito que os demais. O valor máximo da pressão obtido por Aguirre (2017) é 5% menor que a citada referência, no entanto na região externa ao raio do tornado seus valores de pressão e velocidade praticamente coincidem com o Vórtice de Rankine.

Este problema, mesmo sendo simples, já evidencia um aumento do refinamento no núcleo do tornado dadas as grandes variações de velocidade e pressão neste local. À medida que aumenta a relação de redemoinho  $S$ , o escoamento se torna mais turbulento e muda o padrão

do tornado (ver Seção 5.4). O seguinte exemplo se propõe a enfrentar tais complexidades com o uso da adaptação de malha e a metodologia LES implementadas neste trabalho.

## 7.6 TORNADO TURBULENTO BASEADO EM MODELO DE VÓRTICE

Nesta aplicação é reproduzido um campo de escoamento de tornado estacionário gerado experimentalmente a partir do modelo de vórtice de Vatistas usando tanto o modelo numérico de Taylor-Galerkin explícito de dois passos com elementos hexaédricos quanto o modelo CBS quase-implícito com elementos tetraédricos. O trabalho experimental de base foi realizado por Wang *et al.* (2017) utilizando o simulador de vórtice de tornado tipo ISU da Universidade de Tongji (China), o qual também foi reproduzido posteriormente por Cao, Wang e Cao (2018) usando o código aberto OpenFOAM. Entre as opções do programa, estes autores selecionaram o algoritmo PIMPLE, que combina o SIMPLE (*Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations*) e o PISO (*Pressure Implicit with Splitting of Operators*) no contexto do Método dos Volumes Finitos. A discretização temporal segue um esquema de avanço implícito de segunda ordem.

A Figura 7.41 mostra o domínio computacional e as condições de contorno aqui utilizadas. A malha de elementos hexaédricos é constituída por 3.047.499 elementos e 3.078.688 nós, com o menor tamanho de elemento observado próximo ao solo e no eixo da malha cilíndrica, com comprimento característico igual a 0,001 m (ver Figura 7.41 (a)). Por outro lado, a malha estática de elementos tetraédricos foi confeccionada concentrando elementos perto do solo e no raio correspondente à velocidade tangencial máxima, resultando em 2.547.888 elementos, 507.636 nós e tamanho mínimo de 0,001 m (ver Figura 7.41 (b)). A modo de comparação, o número de pontos de grade adotado por Cao, Wang e Cao (2018) é de 2.500.000 nós. Para ilustração, na Figura 7.41 (c) apresenta-se uma malha adaptada segundo as expressões do modelo de Vatistas, a qual tem em torno de 2.000.000 de elementos tetraédricos.

Para simular o escoamento de tornado, as condições de contorno de velocidade são consideradas nas paredes superior e lateral do domínio computacional, nas quais as três componentes de velocidade são impostas de acordo com o modelo de Vatistas, enquanto a pressão nula é considerada apenas nas paredes laterais do domínio computacional. Além disso, a condição de não deslizamento é adotada na superfície do piso (Figura 7.41 (d)).

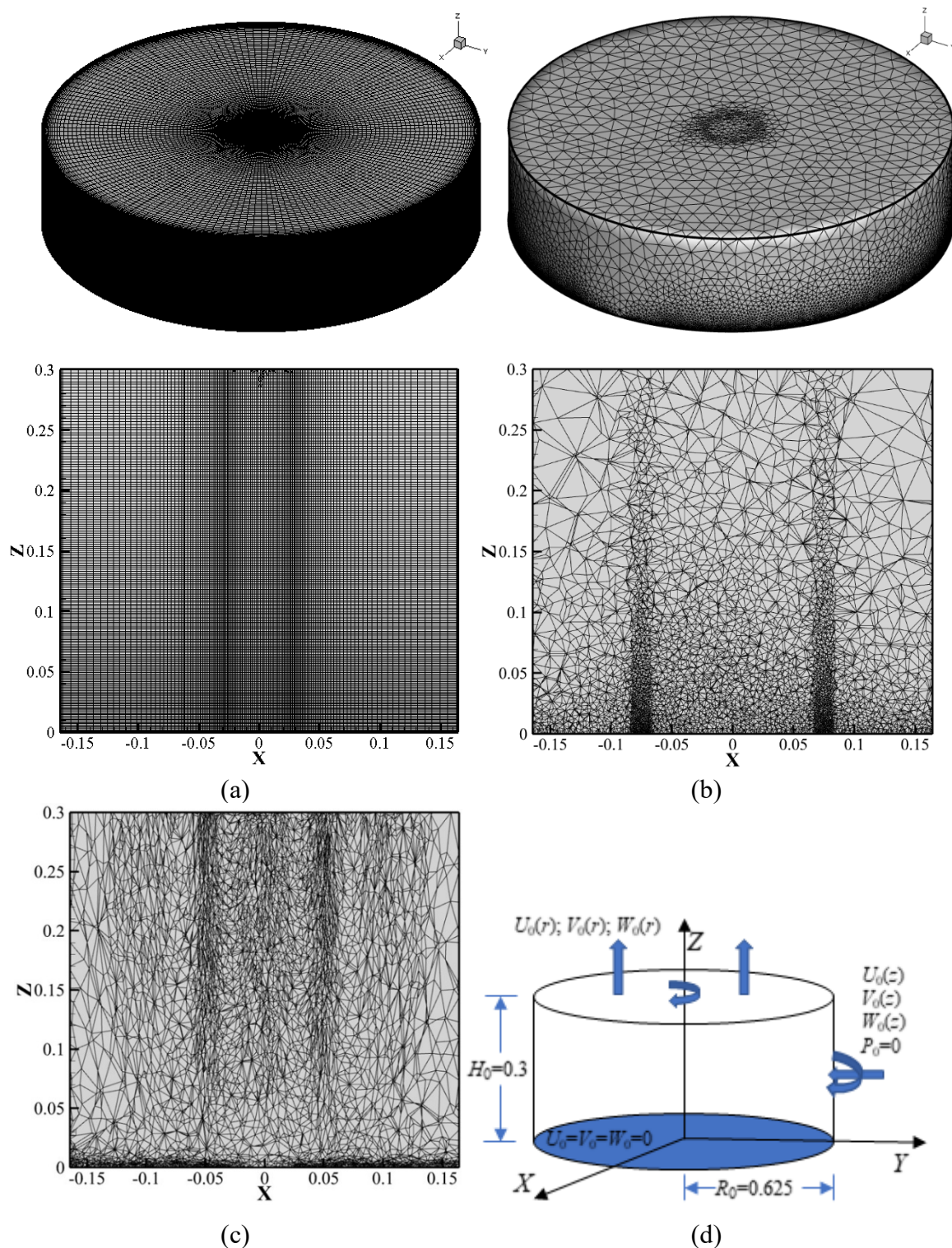


Figura 7.41 – Simulação de vórtice de tornado: a) perspectiva e corte da malha hexaédrica; b) perspectiva e corte da malha tetraédrica; c) corte da malha adaptada; d) domínio computacional e condições de contorno.

As características do escoamento do tornado são definidas considerando a razão de redemoinho  $S$  e o número de Reynolds  $Re$  conforme indicado na Tabela 7.9, onde também são



apresentados os parâmetros numéricos utilizados para reproduzir o campo experimental do escoamento de tornado usando o modelo de vórtice de Vatistas. Em relação a este modelo, observa-se que três combinações de parâmetros numéricos são analisadas para avaliar sua influência nas previsões numéricas da estrutura do escoamento de tornado. As constantes numéricas utilizadas nas presentes simulações são definidas da seguinte forma: parâmetro de pseudo-compressibilidade –  $c = 22,944$  m/s (Combinações 1 e 3) e  $24,250$  m/s (Combinação 2); parâmetro de seletivo de massa –  $e = 0,9$ ; constante de Smagorinsky –  $C_S = 0,1$ ; incremento de tempo –  $\Delta t = 1,047 \times 10^{-5}$  s (Combinações 1 e 3) e  $9,904 \times 10^{-6}$  s (Combinação 2).

A relação de redemoinho é definida, de modo geral, como a razão entre o momento angular e o momento radial no vórtice e é calculada considerando a seguinte expressão:  $S_{tan} = \tan\theta/2a$ , onde  $\theta$  é o ângulo de orientação das palhetas-guia e  $a = H/r_0$  é a relação de aspecto (com  $H$  sendo a altura de entrada e  $r_0$  o raio do orifício de corrente ascendente), ambos associados às características geométricas do simulador experimental (CAO; WANG; CAO, 2018; WANG *et al.*, 2017) (ver Seção 5.4 para mais detalhes). A relação de redemoinho também pode ser expressa como  $S_{cir} = \Gamma/2Qa$ , onde  $Q$  é a vazão volumétrica calculada no contorno de saída considerando a componente vertical da velocidade do escoamento e  $\Gamma$  é a circulação de corrente livre, que é avaliada na borda externa da região de convergência utilizando a seguinte expressão:  $\Gamma = 2\pi R \int_0^H V_t dz$ , onde  $R$  é o raio da região de convergência e  $V_t$  é a velocidade tangencial média avaliada localmente.

Outro parâmetro importante que controla a estrutura do escoamento de tornado é o número de Reynolds radial  $Re_r = V_r r/\nu$ , onde  $V_r$  é a velocidade radial,  $\nu$  é a viscosidade cinemática do fluido e  $r$  é o raio, sendo avaliados em uma posição onde a velocidade tangencial máxima é observada (ver Seção 5.4). No trabalho experimental realizado por Wang *et al.* (2017), o número de Reynolds foi especificado em uma faixa de  $9,1 \times 10^3$  a  $1,4 \times 10^4$ , com uma relação de redemoinho  $S = 0,72$ , variando segundo as duas condições de piso que foram testadas: lisa e rugosa. De acordo com muitos autores (MITSUTA; MONJI, 1984; ROTUNNO, 1979), o número radial de Reynolds tem uma importância secundária para a definição da estrutura do escoamento de tornado quando comparado com o valor da relação de redemoinho. O número de Reynolds também pode ser obtido como:  $Re = Q/H\nu$ , onde  $Q$  é a vazão volumétrica calculada usando a velocidade de entrada.

Tabela 7.9 – Constantes físicas e geométricas adotadas na simulação do vórtice de tornado para cada combinação.

Parâmetros	Combinação 1	Combinação 2	Combinação 3
Relação de redemoinho – $S$	0,72 ( $S_{tan}$ )	0,72 ( $S_{tan}$ )	0,72 ( $S_{cir}$ )
Viscosidade de turbulência de Vatistas - $\nu_e$	0,507 m <sup>2</sup> /s	1,326 m <sup>2</sup> /s	1,300 m <sup>2</sup> /s
Parâmetro de Vatistas - $\beta$	2,0	2,0	2,0
Raio crítico do tornado – $r_c$	0,406 m	0,558 m	0,406 m
Coordenadas do centro do tornado – $(x;y)$	(0;0) m	(0;0) m	(0;0) m
Velocidade angular – $\omega$	7,992 rad/s	6,146 rad/s	7,992 rad/s
Velocidade de referência - $U_\infty$	4,589 m/s	4,850 m/s	4,589 m/s

Uma análise preliminar é realizada inicialmente levando em consideração as estruturas do escoamento de tornado obtidas considerando as três combinações de parâmetros numéricos propostas na Tabela 7.9. Os resultados alcançados com o modelo atual são comparados (ver Tabela 7.10) com previsões experimentais apresentadas por Wang *et al.* (2017) e resultados numéricos exibidos por Cao, Wang e Cao (2018). Pode-se observar que os conjuntos de parâmetros numéricos relativos à Combinação 1 e à Combinação 2 levam a resultados semelhantes aos obtidos experimentalmente por Wang *et al.* (2017). Observa-se que a estrutura de escoamento obtida numericamente por Cao, Wang e Cao (2018) leva a velocidades tangenciais significativamente inferiores às obtidas em análises experimentais, o que se explica pelas diferentes formas utilizadas pelos autores para avaliar a relação de redemoinho ( $S_{cir}$ ) e o número de Reynolds (Re). As análises subsequentes foram realizadas para as três combinações com malha hexaédrica, mas serão apresentados somente os resultados da Combinação 2, pois foram os que resultaram mais próximos da referência.

Tabela 7.10 – Parâmetros que definem a estrutura do escoamento de tornado: a) hexaedros; b) tetraedros.

(a)

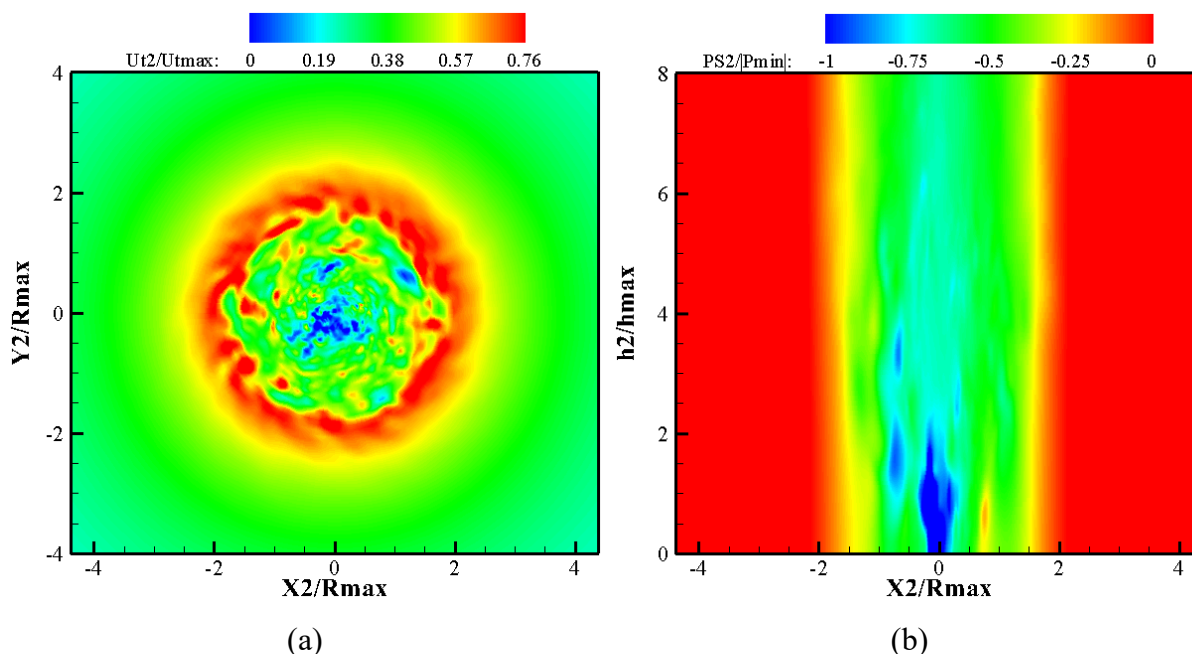
Parâmetros	Comb. 1	Comb. 2	Comb. 3	Wang et al. (2017)	Cao et al. (2018)
Vel. Tang. máx. – $V_{\theta,max}$	13,085 m/s	14,035 m/s	11,098 m/s	13,5 m/s	5,378 m/s
Raio em $V_{\theta,max}$ – $R_{max}$	0,079 m	0,086 m	0,143 m	0,067 m	0,058 m
Altura em $V_{\theta,max}$ – $H_{max}$	0,017 m	0,014 m	0,136 m	0,015 m	0,021 m
Vel. Tang. máx. em $h = 50$ mm – $V_{\theta,max,h}$	10,515 m/s	12,629 m/s	9,837 m/s	11,0 m/s	4,263 m/s
Raio em $V_{\theta,max,h}$ – $R_{max,h}$	0,156 m	0,156 m	0,146 m	0,083 m	0,096 m
Número de Reynolds radial – $Re_r$	$8,973 \times 10^3$	$1,000 \times 10^4$	$1,561 \times 10^4$	$9,1 \times 10^3 - 1,4 \times 10^4$	$1,22 \times 10^{5*}$

\* $Re = Q/Hv$ .

(b)

Parâmetros	Comb. 2
Vel. Tang. máx. – $V_{\theta,max}$	17,174 m/s
Raio em $V_{\theta,max}$ – $R_{max}$	0,087 m
Altura em $V_{\theta,max}$ – $H_{max}$	0,016 m
Vel. Tang. máx. em $h = 50$ mm – $V_{\theta,max,h}$	12,545 m/s
Raio em $V_{\theta,max,h}$ – $R_{max,h}$	0,143 m
Número de Reynolds radial – $Re_r$	$3,328 \times 10^4$

A Figura 7.42 apresenta os resultados de pressão e velocidade correspondentes aos campos instantâneos e médios no tempo obtidos com a formulação de Taylor-Galerkin com elementos hexaédricos (Figura 7.42 (a), (b), (c) e (d)) e com a CBS com elementos tetraédricos (Figura 7.42 (e) e (f)), adotando-se ainda os parâmetros numéricos correspondentes à Combinação 2, onde os campos de velocidade correspondem à componente tangencial. Os valores de velocidade são normalizados usando a velocidade tangencial máxima e os valores de pressão são normalizados usando a pressão mínima em  $R_{max}$  (ver Tabela 7.10), enquanto as coordenadas são normalizadas considerando  $R_{max}$  e  $h = 50$  mm. Pode-se observar a natureza transiente do campo de escoamento, com perturbações significativas no escoamento próximo à região do eixo do tornado. O campo de velocidade apresenta uma distribuição com valores máximos observados a uma certa distância do centro do tornado, denominada raio do núcleo, sendo que a magnitude da velocidade aumenta com a distância radial a partir do centro do vórtice e diminui para distâncias radiais além do raio do núcleo. O campo de pressão apresenta geralmente alta sucção ao longo do eixo do tornado com distribuição típica em forma de funil. A Figura 7.42 (e) apresenta um campo com oscilações devidas à qualidade inferior da malha de tetraédros.



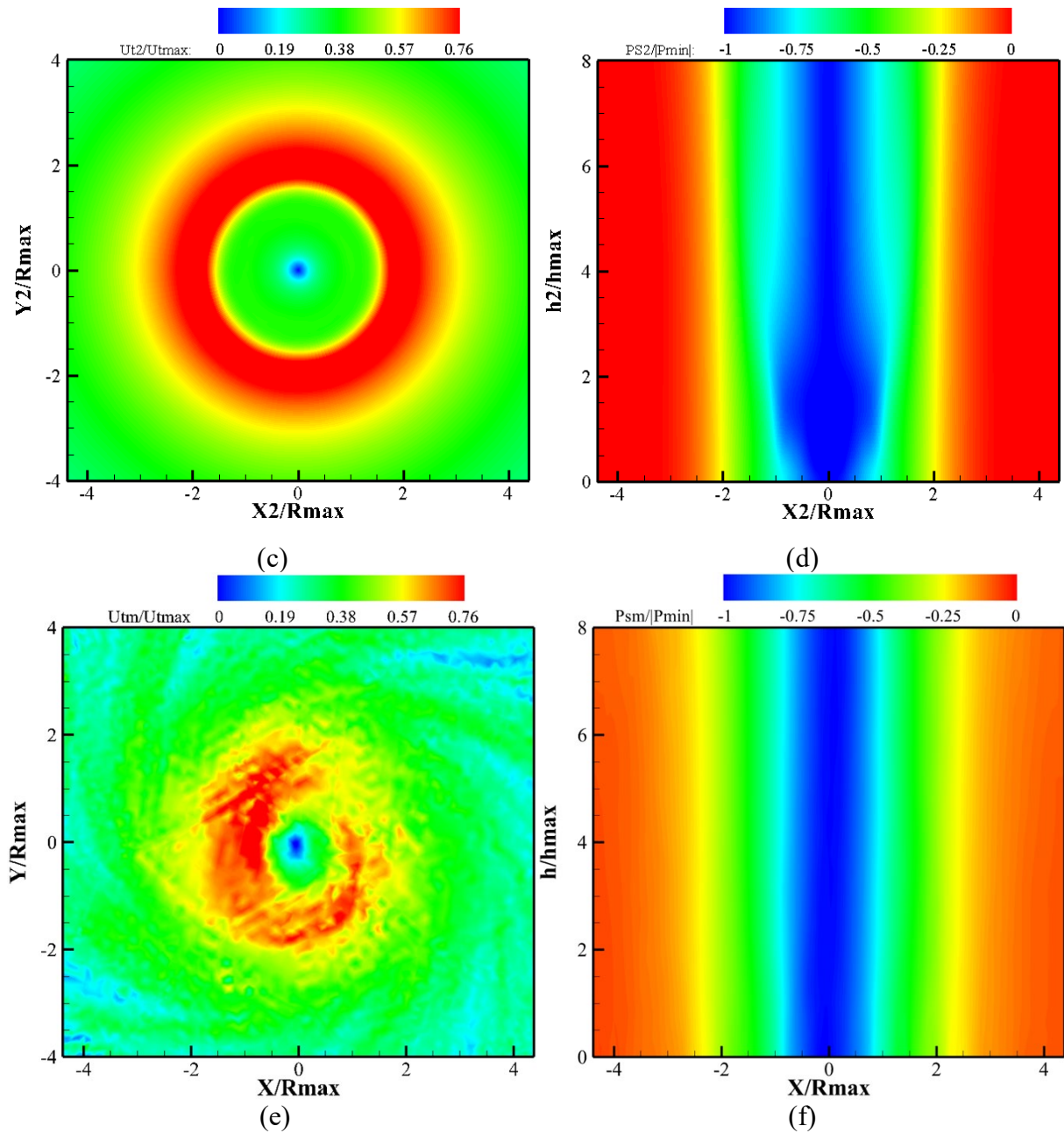
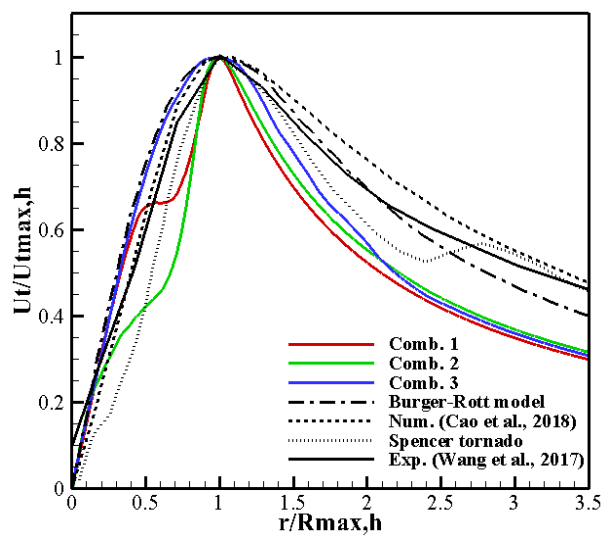
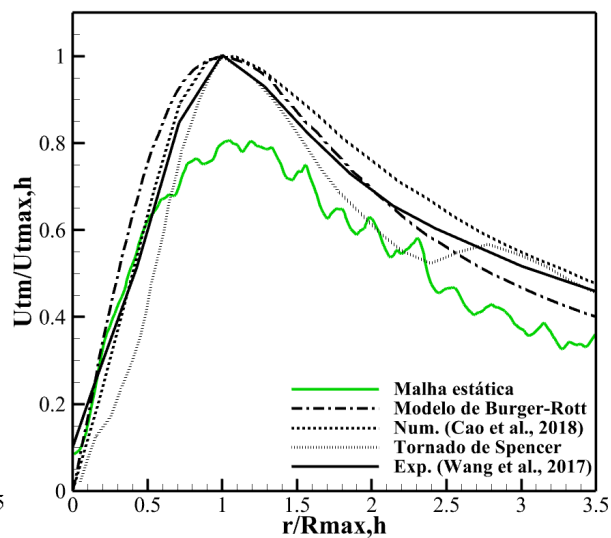


Figura 7.42 – Simulação do vórtice de tornado: (a) velocidade tangencial instantânea (hexaedro); (b) campo de pressão instantânea (hexaedro); (c) velocidade tangencial média no tempo (hexaedro); (d) campo de pressão média no tempo (hexaedro); (e) velocidade tangencial média no tempo (tetraedro); (f) campo de pressão média no tempo (tetraedro).

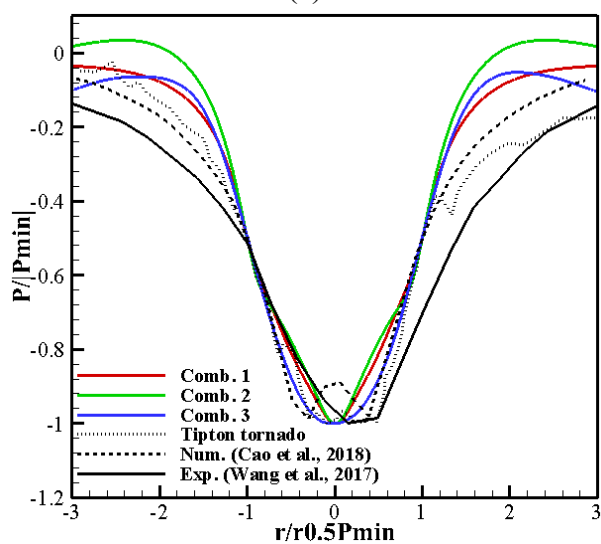
Algumas características do tornado são avaliadas comparativamente na Figura 7.43, onde os perfis médios no tempo das componentes de pressão e velocidade são mostrados considerando dados numéricos, experimentais e de campo.



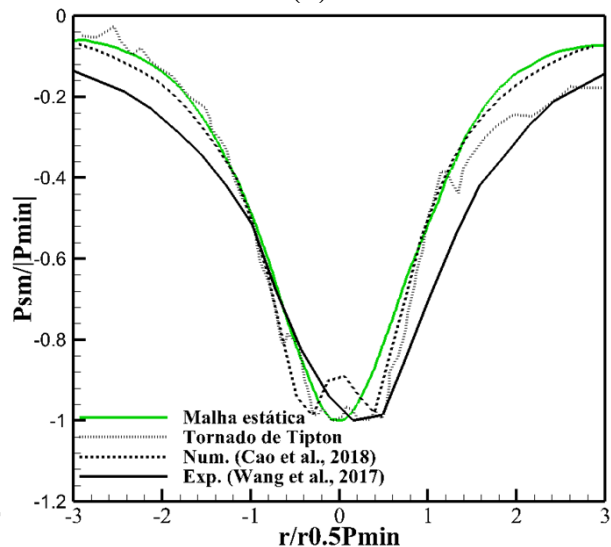
(a)



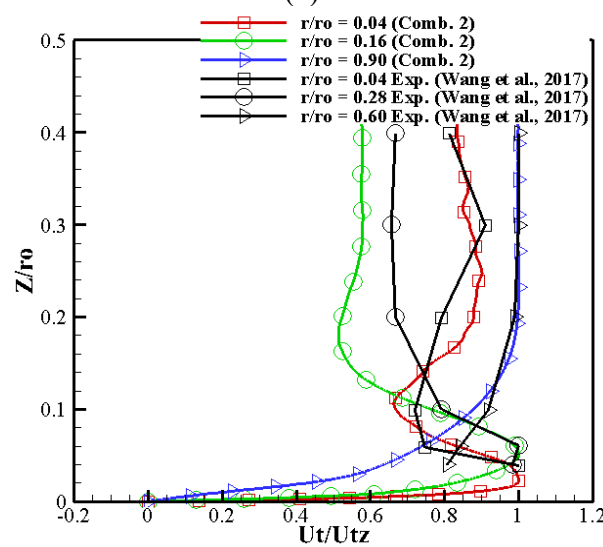
(b)



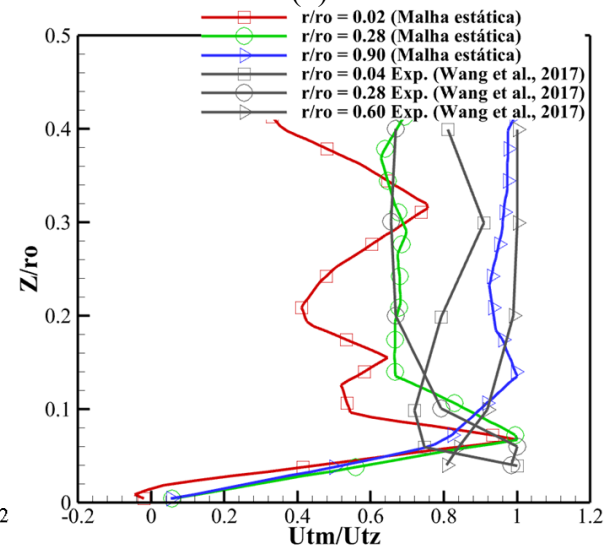
(c)



(d)



(e)



(f)

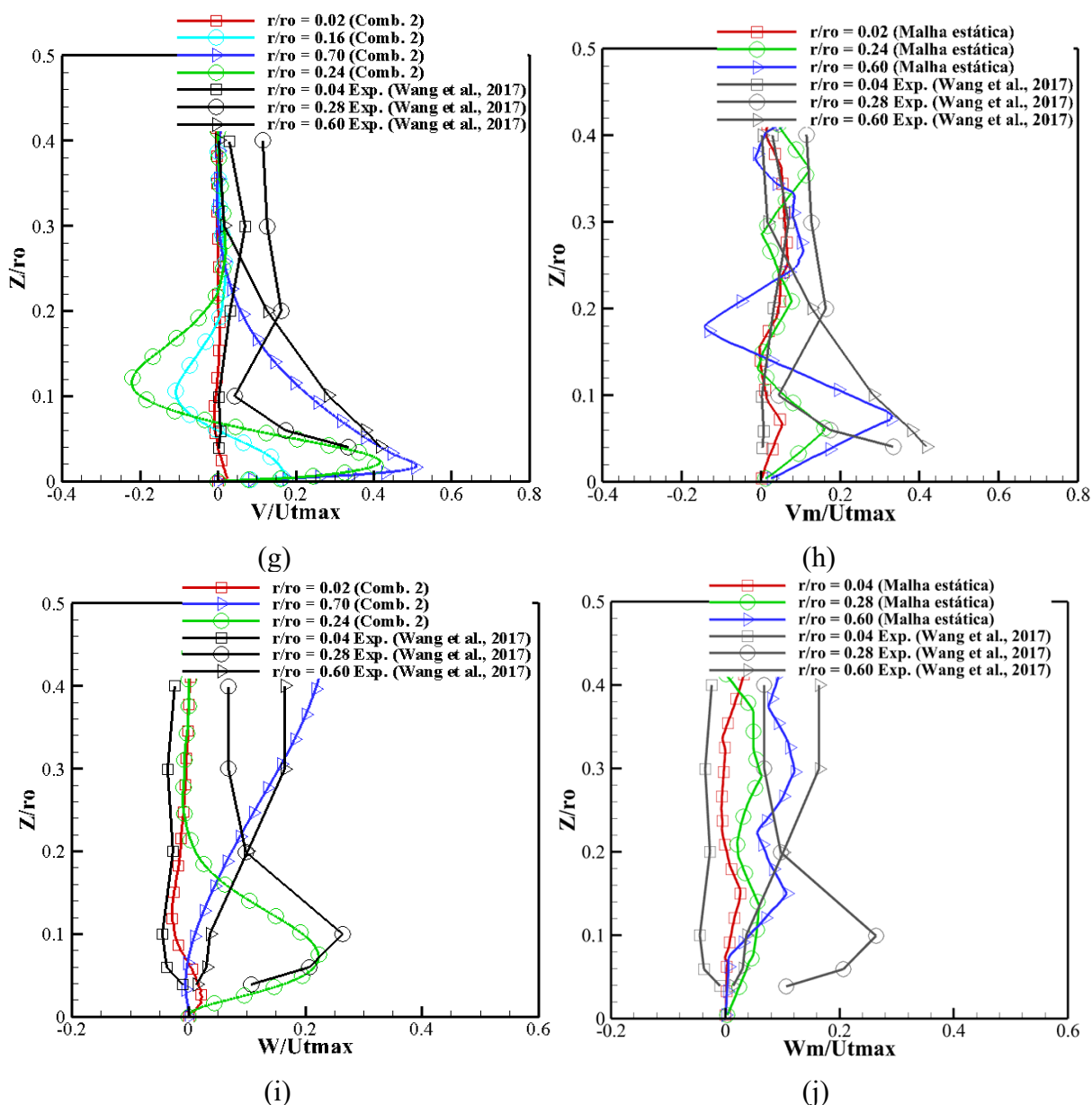


Figura 7.43 – Vórtice de tornado, variáveis médias no tempo: (a) velocidade tangencial, perfil horizontal (hexaedro); (b) velocidade tangencial, perfil horizontal (tetraedro); (c) pressão, perfil horizontal (hexaedro); (d) pressão, perfil horizontal (tetraedro); (e) velocidade tangencial, perfil vertical (hexaedro); (f) velocidade tangencial, perfil vertical (tetraedro); (g) velocidade radial, perfil vertical (hexaedro); (h) velocidade radial, perfil vertical (tetraedro); (i) velocidade axial, perfil vertical (hexaedro); (j) velocidade axial, perfil vertical (tetraedro).

Perfis horizontais de velocidade tangencial (Figura 7.43 (a)) são avaliados a uma altura correspondente à razão  $h/R_{max} = 0,5$ , com dados experimentais obtidos por Wang *et al.* (2017) e numéricos apresentados por Cao, Wang e Cao (2018), além de dados de medição de campo referentes ao tornado Spencer. A componente tangencial da velocidade e a distância radial ao

centro do vórtice do tornado são normalizadas utilizando a velocidade tangencial máxima  $U_{lmax,h}$  ( $= V_{\theta,max,h}$ , ver Tabela 7.10) obtida na altura  $h = 50$  mm e o respectivo raio do vórtice. Pode-se observar que os perfis de velocidade tangencial apresentam resultados semelhantes e uma distribuição típica, onde os valores de velocidade aumentam até o valor máximo obtido no raio do núcleo do vórtice e diminuem para distâncias radiais fora do núcleo. Observa-se que o resultado correspondente à Combinação 3 reproduziu com acurácia o perfil de velocidade teórico de Burger-Rott para  $r < R_{max,h}$ , enquanto a Combinação 1 e a Combinação 2 levaram a algumas oscilações nessa região, o que também foi observado nos dados de campo (Spencer tornado). Por outro lado, todas as combinações de parâmetros aqui testadas apresentaram valores de velocidade abaixo dos valores de referência utilizados na presente investigação. Esta segunda parte do perfil de velocidade tangencial pode ser ajustada usando um valor diferente para o parâmetro de Vatisas  $\beta$  (ver Tabela 7.9). O perfil de velocidade obtido com os elementos tetraédricos (Figura 7.43 (b)) segue a forma geral dada pelas referências, mas apresenta variações acarretadas pela malha pouco refinada.

A distribuição de pressão ao longo da direção radial (Figura 7.43 (c)) é obtida em uma altura correspondente à relação  $h/R_{max} = 1$ , que é comparada com previsões experimentais obtidas por Wang *et al.* (2017), resultados numéricos obtidos por Cao, Wang e Cao (2018) e medições de campo referentes ao tornado Tipton. Os valores de pressão e distância radial são normalizados considerando a queda do valor absoluto da pressão média mínima  $P_{min}$  e a posição radial onde é observada a metade da pressão média mínima no tempo ( $r_{0,5Pmin}$ ). Os resultados previstos com o modelo de Taylor-Galerkin com elementos hexaédricos mostram uma boa concordância com os dados experimentais e de campo, onde deve-se observar que a altura em que os dados de campo foram coletados é desconhecida (KARSTENS *et al.*, 2010). Pode-se perceber que uma queda de pressão significativa é identificada em torno do centro do vórtice do tornado, o que é explicado pelo movimento ascendente do ar observado naquela região. Além disso, é importante notar que os valores de pressão variam significativamente com a altura apenas para regiões próximas ao piso. O perfil de pressão suavizada obtido com o modelo CBS com elementos tetraédricos (Figura 7.43 (d)) apresenta um comportamento ainda melhor, em comparação com o modelo anterior, particularmente nas regiões afastadas do núcleo do tornado.

Perfis verticais de velocidade tangencial também são apresentados na Figura 7.43(e) considerando três localizações radiais utilizadas na análise experimental em relação ao centro

do tornado ( $r/r_0 = 0,04$ ;  $r/r_0 = 0,28$  e  $r/r_0 = 0,60$ ). Deve-se observar que as previsões experimentais correspondem a resultados obtidos por Wang *et al.* (2017) usando condições de superfície lisa, enquanto os resultados numéricos presentes estão relacionados ao conjunto de parâmetros numéricos definidos pela Combinação 2. Diferentes locais em torno das posições onde os resultados experimentais foram obtidos também são analisados aqui para identificar algum desvio nos perfis de velocidade devido às diferenças nos parâmetros de tornado utilizados. A velocidade tangencial é normalizada aqui usando a velocidade tangencial máxima no perfil correspondente em cada localização radial, enquanto a coordenada vertical  $Z$  é normalizada por  $r_0$ . Pode-se observar que o perfil de velocidade tangencial mostra um perfil em forma de nariz para as posições radiais  $r/r_0$  avaliadas, com valores aumentando muito rapidamente próximo ao solo e depois diminuindo com a altura. Os resultados numéricos obtidos neste trabalho mostram uma boa concordância com as previsões experimentais, onde os perfis verticais apresentam distribuições semelhantes com magnitudes parecidas, embora seja observado algum desvio em relação à posição radial, o que é explicado por algumas pequenas diferenças identificadas nos parâmetros do tornado utilizados nesta pesquisa e na análise experimental. Os perfis da Figura 7.43 (f) também apresentam distribuições semelhantes aos da referência, mas apresentam oscilações e a impossibilidade de descrever o comportamento próximo ao piso em razão do refinamento deficitário nesta região.

Perfis verticais referentes às componentes de velocidade radial e axial para as mesmas posições radiais adotadas na Figura 7.43 (e) são apresentados nas Figuras 7.43 (g) e 7.43 (i), respectivamente, onde os resultados numéricos obtidos aqui correspondem ao conjunto de parâmetros numéricos definidos pela Combinação 2. Os valores de velocidade são normalizados usando a velocidade tangencial máxima observada em todo o campo do escoamento. Embora possam ser observadas diferenças mais significativas em termos de magnitude do que as observadas anteriormente, especialmente para a componente axial da velocidade, os perfis de velocidade obtidos numericamente e experimentalmente mostram uma distribuição semelhante. Em geral, velocidades significativas são observadas apenas próximo ao piso, independente das posições radiais analisadas. Infelizmente, os resultados experimentais não estão disponíveis para alturas  $Z/r_0 < 0,04$ , mas observa-se que uma tendência semelhante também está presente entre as previsões numéricas e experimentais nessa região. Observa-se que as velocidades radiais com valores positivos indicam que o escoamento está se movendo em direção ao vórtice do tornado, enquanto a velocidade axial positiva indica corrente ascendente. Nesse sentido, os perfis de velocidade radial resultantes



mostram que o escoamento está se movendo em direção ao centro do vórtice para regiões próximas ao solo, enquanto as características apresentadas pelo perfil de velocidade axial denotam direção de corrente ascendente na mesma região. Os resultados experimentais mostram que componentes ascendentes significativas são observadas próximo ao solo ( $Z/r_0 < 0,2$ ) e componentes descendentes em posições altas ( $Z/r_0 \geq 0,2$ ) sob condições de superfície rugosa. De acordo com Wang *et al.* (2017), um vórtice de tornado gerado em uma superfície áspera provavelmente não tocará o solo. Por outro lado, a quebra do vórtice ou vórtice de duas células é observado para grandes relações de redemoinho em condições de superfície lisa, que podem ser identificadas pelo escoamento descendente que ocorre próximo ao piso. Este aspecto não é observado em condições de superfície rugosa, levando à conclusão de que o efeito da rugosidade é semelhante à redução da relação de redemoinho. No presente trabalho, nenhuma rugosidade foi considerada, embora algum “efeito de rugosidade” possa ser gerado artificialmente pela modelagem numérica. Já as Figuras 7.43 (h) e (j) evidenciam que, devido ao pouco refinamento, os valores máximos dessas componentes da velocidade não foram alcançados.

As características da turbulência próximas à região do vórtice são avaliadas na Figura 7.44, onde são apresentadas as distribuições radial e vertical do desvio padrão das componentes de velocidade. Resultados experimentais referentes à componente tangencial  $U_{ts,d}$  são obtidos para dois níveis de altura,  $Z = 15$  mm e  $Z = 50$  mm, onde os valores de velocidade são normalizados em relação à velocidade tangencial máxima  $U_{max}$  nas cotas correspondentes. A fim de levar em conta um possível desvio nos perfis de velocidade devido aos parâmetros numéricos adotados para reproduzir a estrutura experimental do escoamento do tornado, também são analisadas diferentes alturas em torno das posições onde os resultados experimentais foram obtidos. Pode-se observar que para todas as previsões consideradas na presente investigação, o perfil tangencial apresenta uma distribuição em forma de M ao longo da direção radial, com redução significativa observada próximo ao centro do tornado. A mesma tendência é observada nos resultados numéricos e suas respectivas previsões experimentais, embora diferenças possam ser claramente identificadas com relação às magnitudes da velocidade. Verifica-se que a localização dos picos da velocidade tende a se afastar do eixo do vórtice à medida que o nível de altura aumenta.

Perfis verticais referentes a valores de desvio padrão das componentes de velocidade também são obtidos para as mesmas localizações radiais utilizadas anteriormente. A máxima velocidade tangencial  $U_{max}$  sobre o campo de escoamento é utilizada como parâmetro de

normalização para todas as componentes da velocidade. Observa-se uma boa concordância entre as previsões numéricas atuais e os resultados experimentais, indicando uma boa aproximação obtida pelo modelo de turbulência adotado neste trabalho.

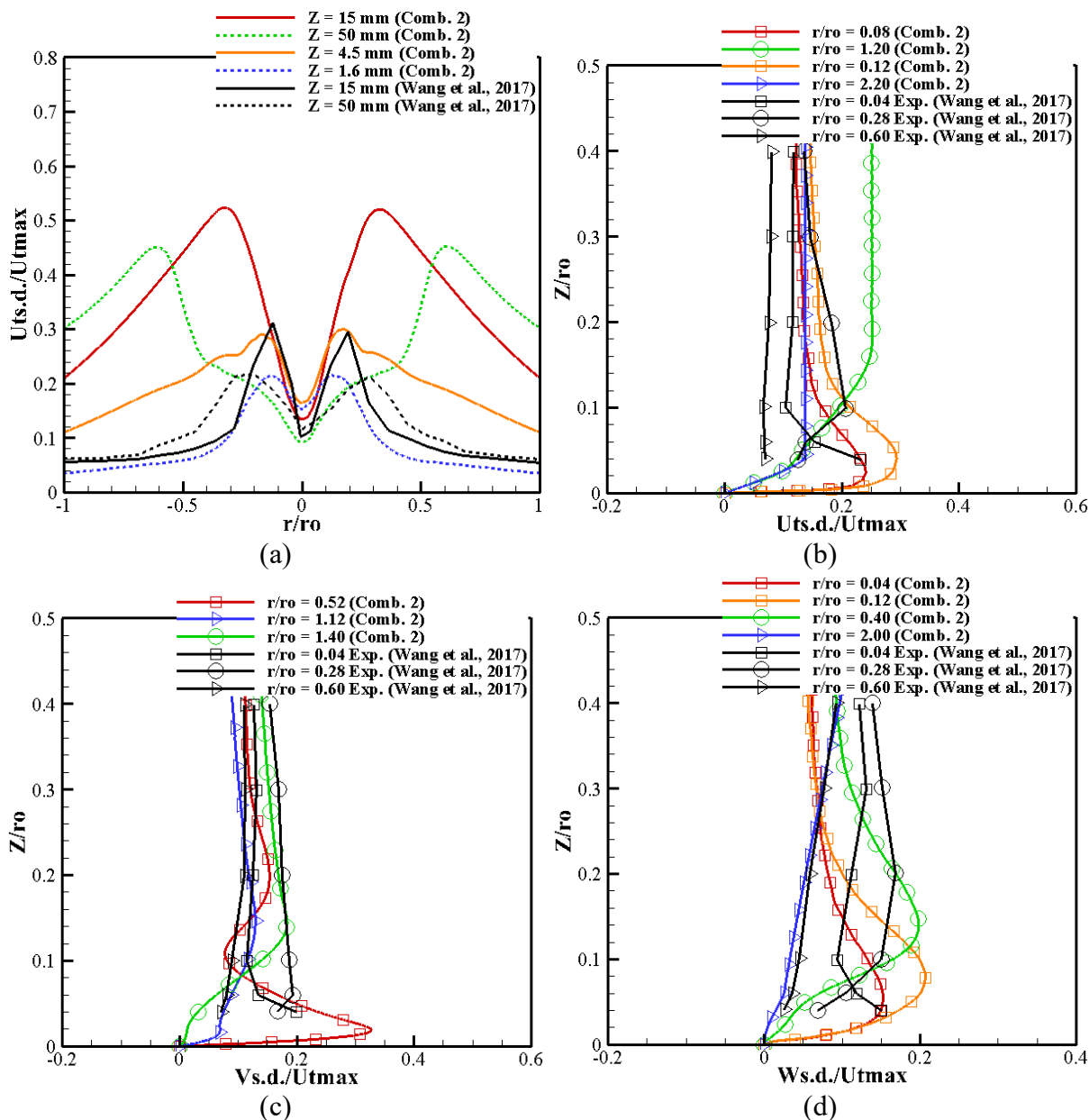


Figura 7.44 – Características da turbulência no tornado (malha hexaédrica): (a) velocidade tangencial, perfil horizontal para diferentes elevações; (b) velocidade tangencial, perfil vertical; (c) velocidade radial, perfil vertical e (d) velocidade vertical, perfil vertical.

## 7.7 MODELO DE EDIFÍCIO CÚBICO SOB A AÇÃO DE UM VÓRTICE DE TORNADO TURBULENTO

As forças aerodinâmicas induzidas pelo escoamento são avaliadas na presente aplicação considerando um modelo de prédio cúbico (50mm x 50mm x 50mm) sujeito a um escoamento de vórtice tipo tornado estacionário, utilizando o modelo numérico de Taylor-Galerkin explícito de dois passos com elementos hexaédricos. As mesmas características de escoamento e o mesmo domínio computacional adotados no exemplo anterior são utilizados neste caso, onde o centro do vórtice do tornado está localizado a uma distância radial do ponto central do prédio correspondente a  $r/R_{max} = 0$ , sendo  $r$  e  $R_{max}$  a posição radial a partir do centro do prédio e o raio do núcleo do vórtice, respectivamente. O modelo do prédio é posicionado no eixo central do domínio computacional, junto ao solo. As constantes numéricas utilizadas nas simulações presentes são definidas da seguinte forma: parâmetro de pseudo-compressibilidade -  $c = 22,944$  m/s (Combinações 1 e 3) e  $24,250$  m/s (Combinação 2); parâmetro seletivo de massa -  $e = 0,9$ ; constante de Smagorinsky -  $C_s = 0,1$ ; incremento de tempo -  $\Delta t = 8,374 \times 10^{-6}$  s (Combinações 1 e 3) e  $7,923 \times 10^{-6}$  s (Combinação 2). O número de Reynolds é definido na presente análise como  $Re = U_{max,h}D/\nu$  (CAO; WANG; CAO, 2018; LIU; ISHIHARA, 2015), onde as mesmas combinações de parâmetros empregadas anteriormente também são utilizadas aqui, o que resulta nos seguintes números de Reynolds:  $Re = 3,564 \times 10^4$  (Combinação 1),  $Re = 4,281 \times 10^4$  (Combinação 2) e  $Re = 3,334 \times 10^4$  (Combinação 3). Deve-se observar que as análises numéricas realizadas por Cao, Wang e Cao (2018) empregaram um número de Reynolds de  $Re = 1,44 \times 10^4$ .

A Figura 7.45 mostra um detalhe do domínio computacional próximo à região do prédio e as condições de contorno adotadas nas presentes simulações, onde a malha de elementos finitos é constituída por 4.870.000 elementos hexaédricos e 4.919.973 nós, com o menor comprimento de elemento igual a 0,00075 m, observado para elementos próximos à superfície do prédio.

Condições de contorno de velocidade são consideradas nas paredes superior e laterais do domínio computacional, onde as três componentes de velocidade são impostas de acordo com o modelo de vórtice de Vatisistas, enquanto a pressão nula é considerada apenas nas paredes laterais do domínio computacional. A condição de não deslizamento é adotada nas superfícies do solo e do prédio em si.

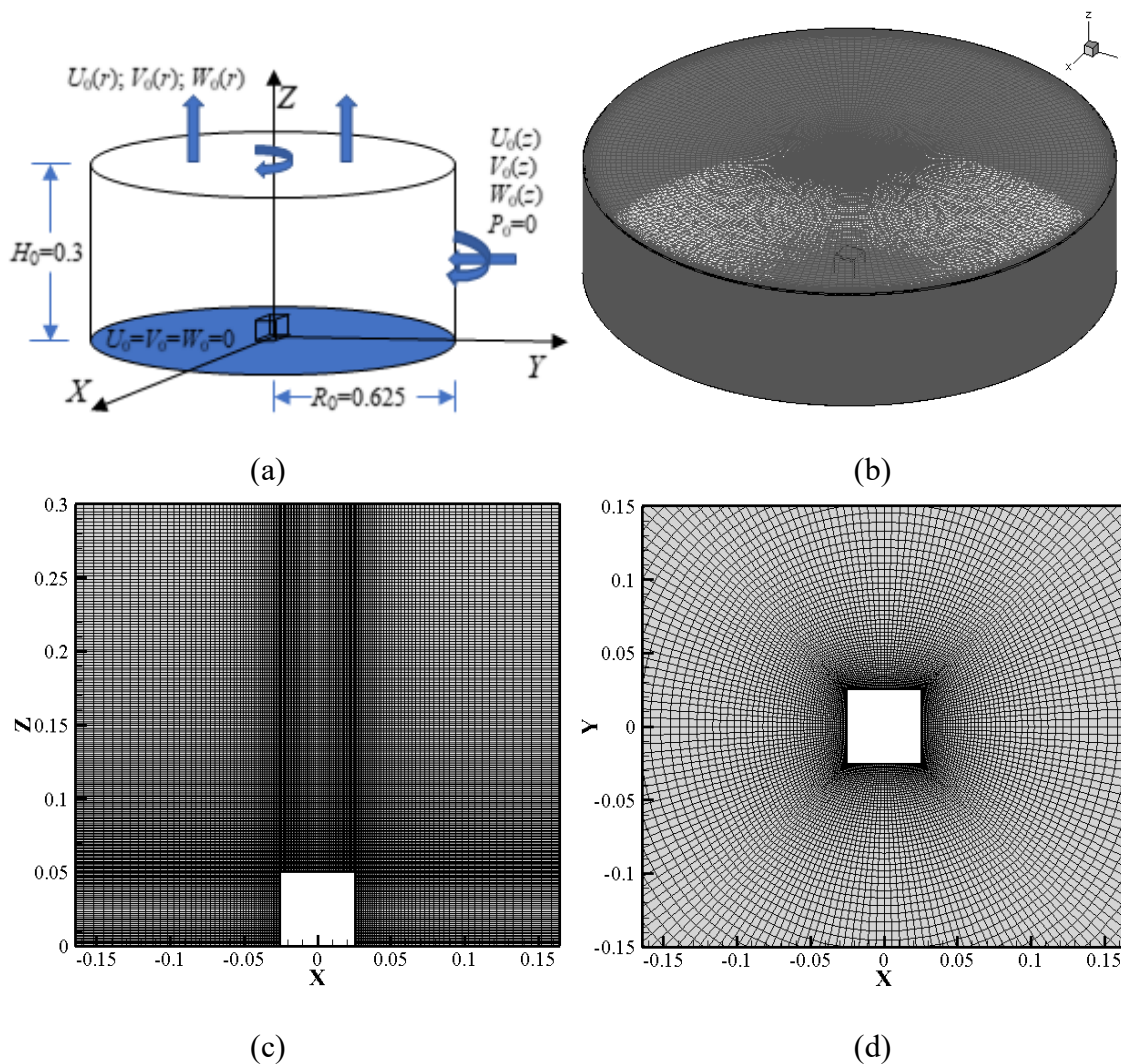


Figura 7.45 – Edifício cúbico sujeito ao escoamento de tornado estacionário: a) domínio computacional e condições de contorno; b) malha computacional; c) detalhe do corte frontal; d) detalhe do corte superior.

A Figura 7.46 apresenta um campo médio temporal relativo à componente de velocidade tangencial obtida próximo à região do edifício em um plano correspondente à altura do modelo. Além disso, a distribuição média temporal do coeficiente de pressão nas paredes do edifício também é mostrada. Os coeficientes de pressão média no tempo induzidos pelo escoamento do tornado sobre modelo do edifício são obtidos da seguinte forma:  $C_p = 2(p - p_{ref})/\rho U_{max,h}^2$ , onde  $p$  é uma pressão nodal,  $p_{ref}$  é a pressão de referência, que está associada com a pressão imposta na borda de entrada,  $\rho$  é a massa específica do ar e  $U_{max,h}$  é a velocidade tangencial máxima observada no perfil horizontal na altura do modelo, que é obtida considerando um campo de escoamento sem o modelo do edifício (CAO; WANG;

CAO, 2018). Os resultados aqui apresentados correspondem a previsões obtidas usando o conjunto de parâmetros referente à Combinação 2.

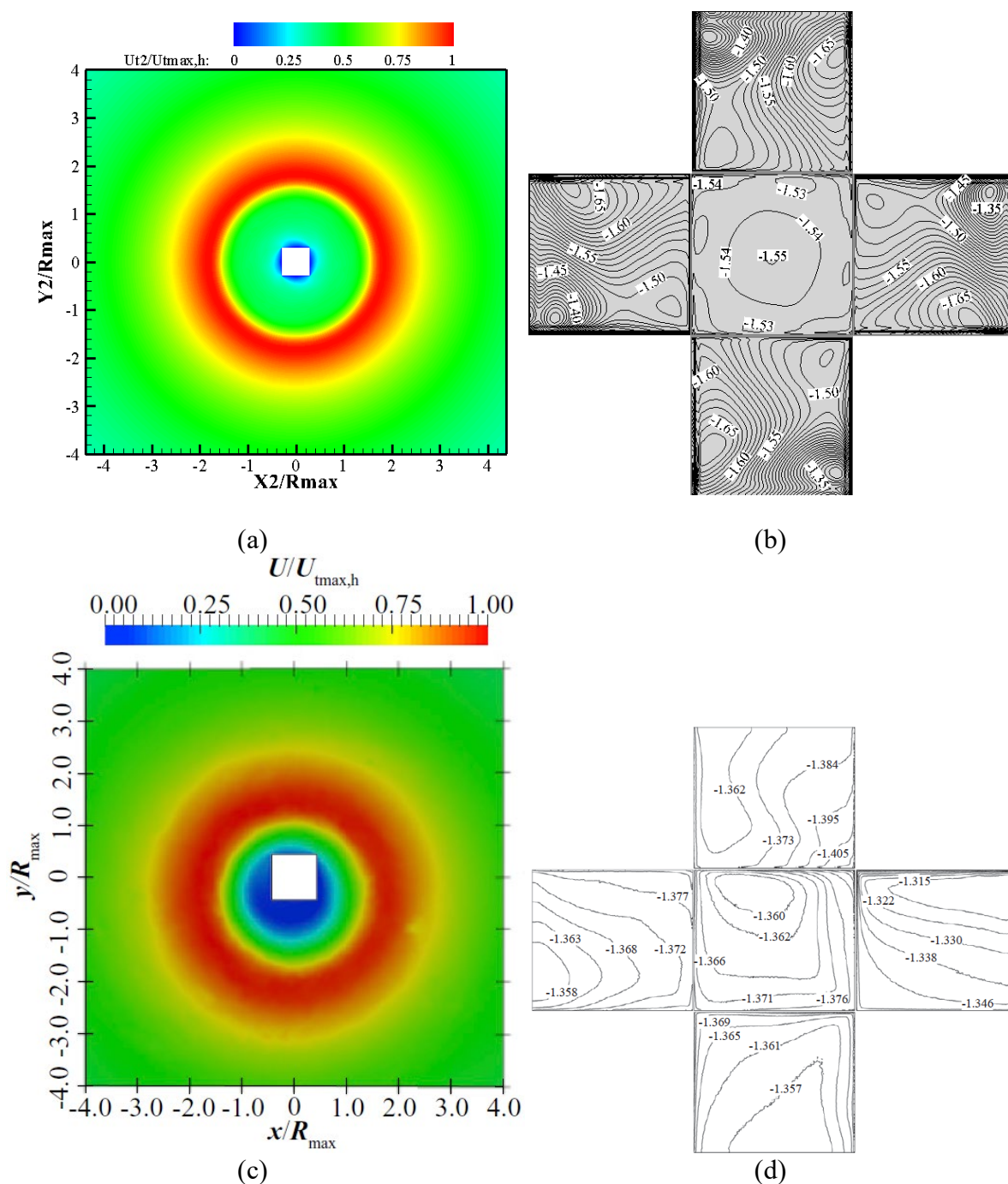


Figura 7.46 – Edifício cúbico submetido a um escoamento de tornado estacionário: (a) campo de velocidade tangencial média no tempo; (b) coeficiente de pressão média no tempo nas paredes do edifício; (c) campo de velocidade tangencial média no tempo (adaptado de CAO; WANG; CAO, 2018); (d) coeficiente de pressão média no tempo nas paredes do edifício (adaptado de CAO; WANG; CAO, 2018).

Pode-se observar que o campo de velocidade é quase simétrico para as condições de escoamento analisadas na presente pesquisa, onde o modelo do edifício está alinhado com o eixo do vórtice. Segundo Cao, Wang e Cao (2018), as interações entre o corpo imerso e o tornado levam a modificações significativas em termos de características do escoamento do tornado quando a estrutura do escoamento do tornado e o edifício apresentam tamanho semelhante. Neste caso, uma região de baixa velocidade é obtida perto das paredes do edifício devido à separação do escoamento que ocorre nas bordas do edifício. Por outro lado, a distribuição de pressão média no tempo nas paredes do edifício mostra todas as superfícies submetidas à sucção devido à posição relativa do vórtice do tornado em relação ao local do modelo do edifício, onde a velocidade tangencial do escoamento não está atacando nenhuma parede do edifício diretamente, como observado quando o eixo do tornado não está localizado dentro do espaço ocupado pelo modelo do edifício. Ao comparar os presentes resultados com as previsões obtidas por Cao, Wang e Cao (2018), observa-se que a presente simulação conseguiu obter uma distribuição quase simétrica dos coeficientes de pressão sobre as paredes do edifício, o que não foi observado no resultado de referência. Além disso, os gradientes de pressão observados neste trabalho são mais significativos do que os obtidos por Cao, Wang e Cao (2018), que são praticamente inexistentes neste caso. Em geral, os valores dos coeficientes de pressão previstos na presente simulação são aproximadamente 10-15% maiores do que os apresentados pelo trabalho de referência, onde o coeficiente de pressão máximo obtido aqui é  $C_p = -1,650$ , enquanto Cao, Wang e Cao (2018) obtiveram  $C_p = -1,405$ .

Os resultados das médias de tempo correspondentes aos coeficientes de força aerodinâmica induzidos pelo escoamento do tornado no modelo do edifício estão resumidos na Tabela 7.11, onde as previsões experimentais obtidas por Wang *et al.* (2018) e resultados numéricos obtidos por Liu e Ishihara (2015) e Cao, Wang e Cao (2018) também são apresentados. É importante observar que os resultados mostrados aqui correspondem a uma posição relativa edifício-tornado definido por  $r/R_{max} = 0$ . Observa-se que as previsões numéricas obtidas com a formulação de Taylor-Galerkin de dois passos mostram altas forças médias no tempo ao longo da componente de sustentação quando o centro do tornado está localizado no topo do edifício, enquanto as componentes de força radial e tangencial médias no tempo apresentam valores insignificantes. Esses resultados são consistentes com a localização relativa do vórtice do tornado em relação à posição do edifício, sendo que o tornado está localizado simetricamente em relação ao modelo do edifício. Embora Liu e Ishihara (2015) e Wang *et al.* (2018) apresentam perfis semelhantes para a componente de velocidade tangencial, alguns aspectos

do escoamento são diferentes, levando a cargas de vento também diferentes. Além disso, Cao, Wang e Cao (2018) sugeriram que esses desvios são possivelmente devidos à baixa precisão da medição, que é induzida nas previsões experimentais pela movimentação do vórtice. Além disso, é importante observar que Wang *et al.* (2018) utilizaram um modelo cúbico apresentando pequenos orifícios em sua superfície, com taxa de abertura de 0,05%.

Tabela 7.11 – Edifício cúbico submetido a um escoamento com tornado estacionário, coeficientes de força média no tempo.

<b>Reference</b>	$F_r$	$F_t$	$F_v$
Presente trabalho (Comb. 2)	-0,003	-0,003	2,056
Wang <i>et al.</i> (2018) – Exp.	-0,327	-0,139	0,904
Liu e Ishihara (2015) – Num.	0,000	0,027	1,918
Cao, Wang e Cao (2018) – Num.	-0,064	0,018	1,427

## 8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

No presente trabalho foi apresentado um estudo sobre o escoamento de tornados e sua interação com corpos imersos, além de verificações em problemas clássicos, a partir de modelos numéricos baseados nos métodos CBS (*Characteristic-Based Split*) com técnicas de adaptação de malha e de Taylor-Galerkin com paralelização em placas gráficas. Partindo do código de Barroso (2019), que consistia em uma versão explícita do Método CBS para escoamentos incompressíveis e isotérmicos, foram realizadas as implementações necessárias para obter uma versão quase-implícita do mesmo. Como a finalidade é analisar escoamentos altamente turbulentos, empregou-se a Simulação de Grandes Escalas (LES) com os modelos sub-malha clássico e dinâmico, além de técnicas para o controle do *backscattering* neste último caso. Dada a complexidade e altos gradientes dos escoamentos de tornados, adicionou-se uma sub-rotina de adaptação e movimento de malha anisotrópico transiente baseado em métrica riemanniana (LINN, 2017). Condições de contorno que possibilitam a simulação de tornados foram acrescentadas ao código, a mencionar o modelo algébrico de Vatistas, Kozel e Mih (1991), condição de deslizamento, condição de ângulo de afluência, etc. Por outro lado, partindo de uma estratégia de paralelização semelhante à de Visintainer (2022) e Alminhana e Braun (2021), foram implementadas estas condições de contorno imprescindíveis para a simulação de tornados. Para reduzir ainda mais o custo computacional, a paralelização de alta *performance*, com base na plataforma CUDA-FORTRAN, foi estendida a estas novas implementações.

Uma série de exemplos foram apresentados com o intuito de verificar algumas das partes implementadas. Destas análises foram obtidas as seguintes considerações:

- A metodologia LES com o modelo sub-malha dinâmico, segundo a modificação de Lilly (1992), é recomendada para a simulação de tornados. Com tal objetivo em mente, um exemplo de escoamento turbulento em uma cavidade 3D permitiu explorar tal metodologia junto com técnicas para restringir o problema de *backscattering*. A partir destes testes se deduz que a técnica mais propícia é a mencionada por Khani e Waite (2015), ou seja, fazer  $C(\mathbf{x},t) = 0$  para todo  $C(\mathbf{x},t)$  menor que zero, e que um refinamento maior seria necessário em certas regiões do domínio.
- Dado que os escoamentos de tornados são transientes, com altos gradientes e com diversos padrões, segundo a relação de redemoinho, para sua simulação considerou-se relevante contar



com uma rotina de adaptação de malha. Como visto no exemplo de adaptação para duas funções trigonométricas, a abordagem baseada em métrica riemanniana para estimar o erro e adaptar a malha de forma anisotrópica com intersecção multi-métrica é importante para garantir uma boa qualidade de malha, mas requer experiência para o ajuste dos parâmetros associados segundo cada situação.

- Depois de acoplar a sub-rotina de adaptação ao código CBS, foram realizados testes, ajustando os parâmetros associados à adaptação, com exemplos clássicos da Dinâmica dos Fluidos Computacional, como é o caso da cavidade 3D. Este exemplo evidenciou a dificuldade de escolher parâmetros adequados e de tratar as condições de contorno, mas novamente deixou clara a potencialidade da adaptação anisotrópica.

A partir das aplicações dos códigos, tanto com modelo de Taylor-Galerkin quanto CBS com adaptação, na simulação de escoamentos de vórtices de tornados e sua interação com superfícies, seja solo ou corpos imersos, pode-se tirar as seguintes conclusões:

- O exemplo de tornado baseado em modelo de vórtice consegue mostrar que a intensidade da força que age sobre o cilindro depende da disposição dos vórtices desprendidos no tempo de impacto. O modelo de Vatistas, Kozel e Mih (1991) tem a vantagem de contar somente com um parâmetro, mas se restringe aos padrões de tornado de uma célula. Resulta importante realizar um refinamento substancial, principalmente na linha da trajetória do vórtice, para reduzir a viscosidade numérica que leva à redução da velocidade e assim manter as intensidades corretas das forças sobre o corpo no momento do impacto. Percebe-se que elaborar uma malha de forma manual resulta em um número elevado de elementos, enquanto com a adaptação ocorre o desrefinamento automático à medida que o vórtice do tornado vai passando. Isto, somado aos bons resultados, leva à escolha do modelo CBS com adaptação como o mais adequado para este problema.

- Os modelos numéricos de tornados baseados em simuladores experimentais apresentam simplificações de forma e/ou de condições de contorno. Nesta oportunidade foi simulado um tornado laminar com o intuito de analisar o efeito das condições de contorno e parâmetros envolvidos. A condição de ângulo forçado na superfície de entrada não estava presente em Nomura, Miyata e Hasebe (2009), mas foi imprescindível para a convergência dos modelos, tanto com Taylor-Galerkin (AGUIRRE, 2017) quanto com CBS com adaptação, além de fundamentar-se nas características dos simuladores experimentais. Além do mais, neste

último modelo, foi necessário impor a condição de pressão em uma ou duas superfícies para que os resultados se aproximassem aos da referência. Enquanto o modelo de Taylor-Galerkin com hexaedros permitiu reproduzir os resultados da referência com poucos elementos, o modelo CBS com tetraedros precisou de maior número de elementos e um tratamento extra na pressão, mesmo assim, produziu um vórtice de tornado com um raio menor.

- Nos últimos dois exemplos foram reproduzidos os escoamentos de vórtice de tornado gerados experimentalmente, sem e com a presença de uma edificação cúbica, fazendo uso das condições de contorno derivadas do modelo de Vatistas. A primeira destas aplicações se baseou tanto no modelo numérico de Taylor-Galerkin, com elementos hexaédricos, como no modelo CBS, com elementos tetraédricos, com o objetivo de comparar ambos os resultados entre si e com as referências, mesmo que o segundo modelo não tenha uma malha adequadamente refinada e não tenha contado com abundantes passos para o cálculo da média. Aqui foi a primeira vez que o modelo de Vatistas, com suas três componentes de velocidade, foi utilizado para determinar a ação do vórtice de tornado sobre uma edificação cúbica. Em geral, para ambos os modelos, percebe-se que a forma dos perfis é reproduzida, mas os pontos que delimitam as regiões do tornado estão deslocados. No entanto, o modelo com elementos tetraédricos não conseguiu alcançar os picos das variáveis em função do refinamento deficiente. Cabe destacar que ambas as malhas ainda não alcançaram o nível de refinamento ideal (o  $y^+$  determinado foi da ordem da dezena) por razões de tempo e memória, mas a utilização de paralelização em CUDA-FORTRAN e da adaptação de malha permitiram avançar nesse sentido. Quanto aos coeficientes de força sobre a edificação, os resultados aqui obtidos apresentaram valores um pouco acima das referências, principalmente a experimental, o que reproduz um comportamento também verificado por outros autores usando modelos numéricos.

De forma geral, o elemento hexaédrico é superior ao elemento tetraédrico, dado que o primeiro tem 8 nós e o segundo 4 nós. No que se refere ao modelo numéricos aqui utilizados, o modelo baseado no método de Taylor-Galerkin de dois passos tem caráter mais dissipativo e é mais estável, como observado por Braun (2007), enquanto o que modelo CBS requer um tratamento adicional da pressão pra manter a estabilidade. Por outro lado, os algoritmos de adaptação são mais propícios para serem usados com elementos tetraédricos.

O uso de paralelização com placas gráficas produziu avanços significativos na redução do tempo de processamento dos exemplos. Para ilustrar este aspecto, na Tabela 8.1 é apresentado

o tempo necessário para executar 1 segundo físico do exemplo da Seção 7.6, tanto com o código de Taylor-Galerkin com paralelização GPU-CUDA como com o código CBS com paralelização OpenMP. Observa-se que a primeira abordagem conseguiu realizar todas as operações do código no intervalo de tempo indicado com um tempo de processamento 29 vezes menor que aquele obtido pela segunda abordagem.

Tabela 8.1 – Comparação de desempenho entre códigos.

<b>Código</b>	<b>Taylor-Galerkin</b>	<b>CBS</b>
Paralelização	CUDA-FORTRAN	OpenMP
Núcleos de processamento	GPU nVidia Pascal P100 (3.584 núcleos)	CPU Intel Xeon E5-2670v3 (24 núcleos)
Nós	3.078.688	507.636
Elementos	3.047.499 hexaedros	2.547.888 tetraedros
Tempo para 1 s	14,8 horas	422,9 horas (17,6 dias)

Pelo exposto até aqui, considera-se que a implementação e o uso de malhas adaptativas anisotrópicas e de paralelização com instruções CUDA-FORTRAN, mesmo que separadamente, significa um avanço importante para a simulação de tornados. Ao mesmo tempo, este tema representa originalidade no contexto nacional e uma contribuição importante no âmbito internacional.

## 8.1 PROPOSTAS DE TRABALHOS FUTUROS

A partir da análise de artigos que vem sendo publicados no contexto da simulação numérica de tornados e sua ação sobre as edificações, além das observações e limitações encontradas na presente pesquisa, pode-se propor as seguintes tarefas para trabalhos futuros:

- Realizar a paralelização com base na plataforma CUDA e a otimização do código CBS com tetraedros buscando aumentar o desempenho do mesmo e permitir a simulação de problemas com um alto custo computacional.
- Aumentar o domínio sobre as técnicas de adaptação de malha e fazer as adequações necessárias para aumentar a precisão das simulações de fluidos viscosos e turbulentos, principalmente perto das paredes, procurando não superar a memória dos computadores disponíveis.
- Implementar uma metodologia LES com modelo dinâmico mais específico para a simulação de escoamento de vórtices de tornados, como o Método de Injeção de Vórtices para LES

(BRYAN *et al.*, 2017), e analisar a influência do fenômeno de *backscattering* no comportamento de escoamentos de tornados.

- Intensificar os estudos numéricos da turbulência em tornados, tomando como base resultados experimentais e as medições de campo que forem surgindo à medida que a tecnologia e as técnicas de detecção permitirem.
- Incorporar ao código outros modelos de Vórtice de tornado que representem melhor o comportamento do fenômeno perto do solo e de estruturas, permitindo adicionar a componente de translação no movimento e o estudo da interação com corpos imersos de uma forma simples.
- Realizar um estudo paramétrico dos vários simuladores de tornados apresentados nos artigos científicos, a fim de compreender os parâmetros associados e as capacidades quanto à reprodução de tornados reais, com vistas a construir uma câmara de vórtice de tornado e a calibração da mesma.
- Considerar os efeitos de transferência de calor e temperatura nos modelos de tornados, implementando as hipóteses que permitam uma melhor representação do fenômeno desde a sua gênese.
- Implementar as equações da Dinâmica para analisar estruturas sob a ação de escoamentos de tornados, seja de corpos rígidos e/ou deformáveis, e analisar os fenômenos de interação fluido-estrutura.
- Implementar uma sub-rotina de contato para analisar o impacto de destroços carregados pelo tornado e a avaliação do seu poder de destruição, especialmente sobre edificações baixas e edifícios altos em zonas urbanas.

## REFERÊNCIAS

ABGRALL, R.; BEAUGENDRE, H.; DOBRZYNSKI, C. An immersed boundary method using unstructured anisotropic mesh adaptation combined with level-sets and penalization techniques. **Journal of Computational Physics**, v. 257, p. 83–101, 2014.

AGUIRRE, M. A. **Simulação Numérica de Tornados usando o Método dos Elementos Finitos**. 2017. 184 f. - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2017.

AGUIRRE, M. A.; LINN, R. V; BRAUN, A. L. Numerical simulation of tornado flows using anisotropic mesh adaptation. *In:* , 2021, Rio de Janeiro. **XLII Ibero-Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering and III Pan-American Congress on Computational Mechanics**. Rio de Janeiro: ABMEC-IACM, 2021. p. 7. Disponível em: <https://cilamce.com.br/anais/arearestrita/apresentacoes/245/9985.pdf>.

AHMED, N. S. **Field Observations and Computer Modeling of Tornado-Terrain Interaction and Its Effects on Tornado Damage and Path**. 2016. 247 f. - University of Arkansas, 2016.

AHN, H. T.; SHASHKOV, M. Adaptive moment-of-fluid method. **Journal of Computational Physics**, v. 228, n. 8, p. 2792–2821, 2009. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0021999108006578>. Acesso em: 30 maio 2021.

ALAUZET, F.; FREY, P. J. **Estimateur d’erreur géométrique et métriques anisotropes pour l’adaptation de maillage. Partie I: aspects théoriques**. Le Chesnay-Rocquencourt, Francia, 2003.

ALAUZET, F.; LOSEILLE, A. A decade of progress on anisotropic mesh adaptation for computational fluid dynamics. **Computer-Aided Design**, v. 72, p. 13–39, 2016.

ALAUZET, F.; MEHRENBARGER, M. P1-conservative solution interpolation on unstructured triangular meshes. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 84, n. 13, p. 1552–1588, 2010.

ALMINHANA, G. W.; BRAUN, A. L. Numerical simulation of turbulent flows using the Finite Element Method and GPU-CUDA parallelization. *In:* , 2021, Rio de Janeiro. **CILAMCE/PANACM 2021**. Rio de Janeiro: Associação Brasileira de Métodos Computacionais em Engenharia (ABMEC), 2021. p. 1–7. Disponível em: <https://cilamce.com.br/anais/index.php?ano=2021>.

ALRASHEEDI, N. H. M. **Computer Modeling of the Influence of Structure Plan Areas on Tornado Forces**. 2012. 187 f. - University of Arkansas, 2012.

AMORIM, C. W. M. *et al.* Yes, We do have tornadoes in Sao Paulo, Brazil. From the mesoscale models to the radar reflectivity point of view. *In:* , 2005, Albuquerque, New Mexico, Estados Unidos. **32nd Conference on Radar Meteorology**. Albuquerque, New Mexico, Estados Unidos: American Meteorological Society, 2005. p. 1–5.

ANTEPARA ZAMBRANO, O. L. **Adaptive mesh refinement method for CFD**

**applications**. 2019. 142 f. - Universitat Politècnica de Catalunya, 2019.

ANTONIETTI, P. F. *et al.* The Virtual Element Method on Anisotropic Polygonal Discretizations. *In: RADU, F. A. et al. (org.). Numerical Mathematics and Advanced Applications ENUMATH 2017*. Lecture Noed. Cham, Switzerland: Springer Nature Switzerland AG, 2019. p. 725–733.

ASHRAFI, A. *et al.* Experimental investigation of large-scale tornado-like vortices. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 208, p. 104449, 2021.

BABUŠKA, I. The Finite Element Method with Lagrangian Multipliers. **Numerische Mathematik**, v. 20, p. 179–192, 1973.

BABUŠKA, I.; RHEINBOLDT, W. C. On a System for Adaptive, Parallel Finite Element Computations. *In: , 1978, Washington, DC, USA. ACM '78: Proceedings of the 1978 annual conference*. Washington, DC, USA: Association for Computing Machinery, 1978. p. 480–489.

BAIGES, J. *et al.* An adaptive Fixed-Mesh ALE method for free surface flows. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 313, p. 159–188, 2017.

BAKER, C. J.; STERLING, M. Modelling wind fields and debris flight in tornadoes. **Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics**, v. 168, p. 312–321, 2017.

BARRAL, N.; OLIVIER, G.; ALAUZET, F. Time-accurate anisotropic mesh adaptation for three-dimensional time-dependent problems with body-fitted moving geometries. **Journal of Computational Physics**, v. 331, p. 157–187, 2017.

BARROSO, C. W. **Aplicação do Modelo CBS em Problemas da Engenharia do Vento Computacional**. 2019. 131 f. - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2019.

BAUM, J. D.; LUO, H.; LÖHNER, R. A new ALE adaptive unstructured methodology for the simulation of moving bodies. *In: , 1994, Reno. 32nd Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*. Reno: AIAA, 1994. p. 14. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/6.1994-414>.

BENEK, J. A.; BUNING, P. G.; STEGER, J. L. A 3-D chimera grid embedding technique. *In: , 1985, Cincinnati. 7th Computational Physics Conference*. Cincinnati: AIAA, 1985. p. 322–331. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/abs/10.2514/6.1985-1523>.

BEVAN, R. L. T. *et al.* A comparative study of fractional step method in its quasi-implicit, semi-implicit and fully-explicit forms for incompressible flows. **International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow**, v. 26, n. 3/4, p. 595–623, 2016.

BLESSMANN, J. **Aerodinâmica das Construções**. 1. ed. Porto Alegre, Brasil: Editora da UFRGS, 2011. *E-book*. Disponível em: <http://livraria.ufrgs.br/produto/15116/aerodinamica-das-constru-oes>. Acesso em: 25 jun. 2021.

BLOCKEN, B. 50 years of Computational Wind Engineering : Past , present and future. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 129, p. 69–102, 2014. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.jweia.2014.03.008>.

BO, W.; SHASHKOV, M. Adaptive reconnection-based arbitrary Lagrangian Eulerian method. **Journal of Computational Physics**, v. 299, p. 902–939, 2015.

BOUFFANAIS, R.; DEVILLE, M. O.; LERICHE, E. Large-eddy simulation of the flow in a lid-driven cubical cavity. **Physics of Fluids**, v. 19, n. 055108, p. 2007, 2007.

BRAUN, A. L. **SIMULAÇÃO NUMÉRICA NA ENGENHARIA DO VENTO INCLUINDO EFEITOS DE INTERAÇÃO FLUIDO-ESTRUTURA**. 2007. 300 f. - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2007.

BRÈTHES, G.; DERVIEUX, A. Anisotropic norm-oriented mesh adaptation for a Poisson problem. **Journal of Computational Physics**, v. 322, p. 804–826, 2016.

BREZZI, F.; LIONS, J. L.; PIRONNEAU, O. Analysis of a Chimera method. **Comptes Rendus de l'Académie des Sciences - Series I: Mathematics**, v. 332, n. 7, p. 655–660, 2001.

BROOKS, H. E. A global view of severe thunderstorms: Estimating the current distribution and possible future changes. *In:* , 2006, Atlanta, Georgia. **Symposium on the Challenges of Severe Convective Storms**. Atlanta, Georgia: American Meteorological Society, 2006. p. 10.

BROOKS, H. E.; LEE, J. W.; CRAVEN, J. P. The spatial distribution of severe thunderstorm and tornado environments from global reanalysis data. **Atmospheric Research**, v. 67–68, p. 73–94, 2003. Disponível em: [https://www.nssl.noaa.gov/users/brooks/public\\_html/papers/ECSS2002.pdf](https://www.nssl.noaa.gov/users/brooks/public_html/papers/ECSS2002.pdf).

BRYAN, G. H. *et al.* An eddy injection method for large-eddy simulations of Tornado-like vortices. **Monthly Weather Review**, v. 145, n. 5, p. 1937–1961, 2017.

BUI, C.; DAPOGNY, C.; FREY, P. An accurate anisotropic adaptation method for solving the level set advection equation. **International Journal for Numerical Methods in Fluids**, v. 70, n. 7, p. 899–922, 2012.

BURBRIDGE, H. P. **O ESQUEMA EXPLÍCITO DE TAYLOR-GALERKIN NA SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE ESCOAMENTOS ELEMENTOS FINITOS HEXAÉDRICOS DE OITO NÓS**. 1999. 150 f. - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1999.

BURGERS, J. M. A Mathematical Model Illustrating the Theory of Turbulence. **Advances in Applied Mechanics**, v. 1, p. 171–199, 1948.

CAO, S. *et al.* Experimental study of wind pressures acting on a cooling tower exposed to stationary tornado-like vortices. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 145, p. 75–86, 2015.

CAO, S.; WANG, M.; CAO, J. Numerical study of wind pressure on low-rise buildings induced by tornado-like flows. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 183, p. 214–222, 2018.

CARDOSO, E. A. **Análise Comparativa de Algoritmos NP-Completo Executados em CPU e GPU Utilizando CUDA**. 2012. 84 f. - Universidade do Vale do Itajaí, 2012.

CASTRO-DÍAZ, M. J. *et al.* ANISOTROPIC UNSTRUCTURED MESH ADAPTION FOR FLOW SIMULATIONS. **International Journal for Numerical Methods in Fluids**, v. 25, n. 4, p. 475–491, 1997.

CHAN, A. S. *et al.* Vortex suppression and drag reduction in the wake of counter-rotating cylinders. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 679, p. 343–382, 2011. Disponível em: [http://www.journals.cambridge.org/abstract\\_S0022112011001340](http://www.journals.cambridge.org/abstract_S0022112011001340). Acesso em: 7 mar. 2018.

CHAN, A. S.; JAMESON, A. Suppression of the unsteady vortex wakes of a circular cylinder pair by a doublet-like counter-rotation. **International Journal for Numerical Methods in Fluids**, v. 63, n. 1, p. 22–39, 2010. Disponível em: <http://doi.wiley.com/10.1002/fld.2075>. Acesso em: 7 mar. 2018.

CHORIN, A. J. A Numerical Method for Solving Incompressible Viscous Flow Problems. **Journal of Computational Physics**, v. 2, n. 1, p. 12–26, 1967. Disponível em: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/002199916790037X>.

CHORIN, A. J. Numerical Solution of the Navier-Stokes Equations. **Mathematics of Computation**, v. 22, p. 745–762, 1968.

CHRISTON, M. A. A domain-decomposition message-passing approach to transient viscous incompressible flow using explicit time integration. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 148, n. 3–4, p. 329–352, 1997. Disponível em: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0045782597000509>.

CHURCH, C. R. *et al.* Characteristics of Tornado-Like Vortices as a Function of Swirl Ratio: A Laboratory Investigation. **Journal of the Atmospheric Sciences**, v. 36, p. 1755–1776, 1979. Disponível em: <http://journals.ametsoc.org/doi/abs/10.1175/1520-0469%281979%29036%3C1755%3ACOTLVA%3E2.0.CO%3B2>. Acesso em: 30 nov. 2017.

CHURCH, C. R.; SNOW, J. T.; AGEE, E. M. Tornado Vortex Simulation at Purdue University. **Bulletin American Meteorological Society**, v. 58, n. 9, p. 900–908, 1977.

COUTO, L. F. M. do. **Arquitetura de computação paralela para resolução de problemas de dinâmica dos fluidos e interação fluido-estrutura**. 2016. 238 f. - Universidade de São Paulo, 2016.

DAPOGNY, C.; DOBRZYNSKI, C.; FREY, P. Three-dimensional adaptive domain remeshing , implicit domain meshing , and applications to free and moving boundary problems. **Journal of Computational Physics**, v. 262, p. 358–378, 2014.

DAVIES-JONES, R.; TRAAP, R. J.; BLUESTEIN, H. B. Chapter 5 - Tornadoes and Tornadic Storm. *In*: SEVERE CONVECTIVE STORMS, 2001. p. 167–221.

DAVIES-JONES, R. P.; WOOD, V. T. Simulated Doppler Velocity Signatures of Evolving Tornado-Like Vortices. **Journal of Atmospheric and Oceanic Technology**, v. 23, n. 8, p. 1029–1048, 2006. Disponível em: [https://journals.ametsoc.org/view/journals/atot/23/8/jtech1903\\_1.xml](https://journals.ametsoc.org/view/journals/atot/23/8/jtech1903_1.xml). Acesso em: 12 jun. 2023.

DAVIS, J. H. *et al.* Porting a Computational Fluid Dynamics Code with AMR to Large-scale GPU Platforms. *In*: , 2023, St. Petersburg. **2023 IEEE International Parallel and**



**Distributed Processing Symposium (IPDPS)**. St. Petersburg: IEEE, 2023. p. 602–612. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/10177393>.

DOMINGUEZ, D.; SELVAM, R. P. Tornado Width for Computer Modeling from Google Earth Data and the Period of the Vortex. *In:* , 2017, Oklahoma City, Oklahoma. (J. S. Volz, Org.) **AEI 2017**. Oklahoma City, Oklahoma: American Society of Civil Engineers, 2017. p. 470–483.

DONEA, J. A Taylor–Galerkin method for convective transport problems. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 20, n. 1, p. 101–119, 1984.

DUCROT, V.; FREY, P.; CLAISSE, A. Levelsets and anisotropic mesh adaptation. **American Institute of Mathematical Sciences**, v. 23, n. 1&2, p. 165–183, 2009.

ELBING, B. R.; PETRIN, C. E.; BROEKE, M. S. Van Den. Measurement and characterization of infrasound from a tornado. **The Journal of the Acoustical Society of America**, v. 146, n. 3, p. 1528–1540, 2019.

FARRELL, P. E. *et al.* Conservative interpolation between unstructured meshes via supermesh construction. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 198, n. 33–36, p. 2632–2642, 2009.

FENG, C.; CHEN, X. Characterization of translating tornado-induced pressures and responses of a low-rise building frame based on measurement data. **Engineering Structures**, v. 174, p. 495–508, 2018.

FREITAG, L. A.; OLLIVIER-GOOCH, C. Tetrahedral mesh improvement using swapping and smoothing. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 40, n. 21, p. 3979–4002, 1997.

FREY, P. J.; ALAUZET, F. Anisotropic mesh adaptation for CFD computations. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 194, p. 5068–5082, 2005.

FUJITA, T. T. Theodore. **Workbook of Tornadoes and High Winds for Engineering Applications**. Chicago: SMRP Research Paper, 1978.

GAIROLA, A.; BITSUAMLAK, G. Numerical tornado modeling for common interpretation of experimental simulators. **Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics**, v. 186, p. 32–48, 2019.

GAO, Y. *et al.* A Hybrid Method for Powdered Materials Modeling. *In:* , 2019, Parramatta, NSW, Australia. (T. Trescak et al., Org.) **VRST '19: 25th ACM Symposium on Virtual Reality Software and Technology**. Parramatta, NSW, Australia: Association for Computing Machinery, 2019. p. 1–10.

GERMANO, M. *et al.* A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model. **Physics of Fluids**, v. 3, n. 7, p. 1760–1765, 1991.

GOMES, A. M. *et al.* Estudo da Evolução de Tempestades Severas na Área Central do Estado de São Paulo por Radar Doppler. *In:* , 2000, Rio de Janeiro, Brazil. **XI Congresso Brasileiro de Meteorologia**. Rio de Janeiro, Brazil: Sociedade Brasileira de Meteorologia, 2000. p. 9.

GÓMEZ, P.; HERNÁNDEZ, J.; LÓPEZ, J. On the reinitialization procedure in a narrow-band locally refined level set method for interfacial flows. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 63, n. 10, p. 1478–1512, 2005.

GORECKI, P. **Three Dimensional Simulations of Tornado Sheltering Effect of Man-made Structures**. 2015. 232 f. - University of Arkansas, 2015.

GRUAU, C. **Génération de métriques pour adaptation anisotrope de maillages, applications à la mise en forme des matériaux**. 2004. 216 f. - École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2004.

GUO, X.; CAO, J. An IB-LBM investigation into the aerodynamic coefficients in relation to the rotation intensity of a tornado-like wind. **Computers and Mathematics with Applications**, v. 78, n. 4, p. 1206–1226, 2019. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.camwa.2016.07.016>.

HAAN JR., F. L.; SARKAR, P. P.; GALLUS, W. A. Design , construction and performance of a large tornado simulator for wind engineering applications. v. 30, p. 1146–1159, 2008.

HABASHI, W. G. *et al.* Anisotropic mesh adaptation : towards user-independent , Part I: general principles. **International Journal for Numerical Methods in Fluids**, v. 32, n. 6, p. 725–744, 2000.

HANGAN, H.; KIM, J. D. Swirl ratio effects on tornado vortices in relation to the Fujita scale. **Wind and Structures**, v. 11, n. 4, p. 291–302, 2008. Disponível em: <http://koreascience.or.kr/journal/view.jsp?kj=KJKHCF&py=2008&vnc=v11n4&sp=291>. Acesso em: 29 nov. 2017.

HARLOW, F. H.; STEIN, L. R. Structural Analysis Of Tornado-Like Vortices. **Journal of the Atmospheric Sciences**, v. 31, p. 2081–2098, 1974.

HASEBE, H.; NOMURA, T. Study of an application to employ the wall function to body comers in the finite element analysis. **応用力学論文集**, v. 9, p. 811–820, 2006.

HONERKAMP, R.; YAN, G.; SNYDER, J. C. A review of the characteristics of tornadic wind fields through observations and simulations. **Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics**, v. 202, p. 104195, 2020.

HOUZE JR., R. A. **Cloud Dynamics**. Seconded. Oxford: Elsevier/Academic Press, 2014-. ISSN 00746142.v. 104 Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/bookseries/international-geophysics/vol/104/suppl/C>.

HUGHES, L. A. ON THE LOW-LEVEL STRUCTURE OF TROPICAL STORMS. **Journal of Meteorology**, v. 9, n. 6, p. 422–428, 1952. Disponível em: <http://journals.ametsoc.org/doi/abs/10.1175/1520-0469%281952%29009%3C0422%3AOTLLSO%3E2.0.CO%3B2>. Acesso em: 7 mar. 2018.

ISHIHARA, T.; LIU, Z. Numerical study on dynamics of a tornado-like vortex with touching down by using the LES turbulence model. **Wind and Structures**, v. 19, n. 1, p. 89–111, 2014.

ISHIHARA, T.; OH, S.; TOKUYAMA, Y. Numerical study on flow fields of tornado-like

vortices using the LES turbulence model. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 99, n. 4, p. 239–248, 2011. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.jweia.2011.01.014>.

KAREN A. KOSIBA; TRAPP, R. J.; WURMAN, J. An analysis of the axisymmetric three-dimensional low level wind field in a tornado using mobile radar observations. **GEOPHYSICAL RESEARCH LETTERS**, v. 35, p. 1–6, 2008.

KARSTENS, C. D. *et al.* Near-Ground Pressure and Wind Measurements in Tornadoes. **MONTHLY WEATHER REVIEW**, v. 138, n. 7, p. 2570–2588, 2010. Disponível em: <https://journals.ametsoc.org/doi/pdf/10.1175/2010MWR3201.1>. Acesso em: 13 mar. 2018.

KASHEFIZADEH, M. H.; VERMA, S.; SELVAM, R. P. Computer modelling of close-to-ground tornado wind- fields for different tornado widths. **Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics**, v. 191, p. 32–40, 2019.

KAWAHARA, M.; HIRANO, H. A Finite Element Method for High Reynolds Number Viscous Fluid Flow using a Two Step Explicit Scheme. **Internationa Journal for Numerical Methods in Fluids**, v. 3, p. 137–163, 1983.

KHANI, S.; WAITE, M. L. Large eddy simulations of stratified turbulence: the dynamic Smagorinsky model. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 773, p. 327–344, 2015.

KIM, Y. C.; MATSUI, M. Analytical and empirical models of tornado vortices: A comparative study. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 171, p. 230–247, 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.jweia.2017.10.009>. Acesso em: 21 ago. 2020.

KIMURA, T. *et al.* P414  
2013年9月16日群馬県みどり市で発生した竜巻の地上稠密観測データを用いた解析(ポスター・セッション). *In:* , 2015. **大会講演予講集**. Meteorological Society of Japan, 2015. p. 1. Disponível em: <https://dl.ndl.go.jp/pid/10600214>.

KOSIBA, K.; WURMAN, J. The Three-Dimensional Axisymmetric Wind Field Structure of the Spencer, South Dakota, 1998 Tornado. **Journal of the Atmospheric Sciences**, v. 67, n. 9, p. 3074–3083, 2010. Disponível em: <https://journals.ametsoc.org/view/journals/atsc/67/9/2010jas3416.1.xml>. Acesso em: 12 jun. 2023.

KOSIBA, K. A.; WURMAN, J. The three-dimensional structure and evolution of a tornado boundary layer. **Weather and Forecasting**, v. 28, n. 6, p. 1552–1561, 2013.

KRUPAR III, R. J.; MASON, M. S.; GLANVILLE, M. J. Technical Note - Kurnell Tornado and Thunderstorm Outflow Events: 16 December 2015. **The Australasian Wind Engineer**, ano 29, n. 1, 2016.

KUAI, L. *et al.* CFD simulations of the flow field of a laboratory-simulated tornado for parameter sensitivity studies and comparison with field measurements. **Wind and Structures**, v. 11, n. 2, p. 75–96, 2008. Disponível em: <http://koreascience.or.kr/journal/view.jsp?kj=KJKHCF&py=2008&vnc=v11n2&sp=75>.

KUO, H. L. Axisymmetric Flows in the Boundary Layer of a Maintained Vortex. **Journal of**

the **Atmospheric Sciences**, v. 28, n. 1, p. 20–41, 1971. Disponível em: [https://journals.ametsoc.org/view/journals/atsc/28/1/1520-0469\\_1971\\_028\\_0020\\_afitbl\\_2\\_0\\_co\\_2.xml](https://journals.ametsoc.org/view/journals/atsc/28/1/1520-0469_1971_028_0020_afitbl_2_0_co_2.xml).

LAI, J. *et al.* A CFD Heterogeneous Parallel Solver Based on Collaborating CPU and GPU. **IOP Conference Series: Materials Science and Engineering**, v. 326, n. 012012, p. 8, 2018.

LEE, V. W. *et al.* Debunking the 100X GPU vs . CPU Myth : An Evaluation of Throughput Computing on CPU and GPU. *In:* , 2010, Saint-Malo, France. **ISCA '10: Proceedings of the 37th annual international symposium on Computer architecture**. Saint-Malo, France: Association for Computing Machinery, 2010. p. 451–460.

LEE, W. C.; WURMAN, J. Diagnosed three-dimensional axisymmetric structure of the Mulhall tornado on 3 May 1999. **Journal of the Atmospheric Sciences**, v. 62, n. 7 II, p. 2373–2393, 2005.

LERICHE, E.; GAVRILAKIS, S. Direct numerical simulation of the flow in a lid-driven cubical cavity. **Physics of Fluids**, v. 12, n. 6, p. 1363–1376, 2000.

LEWELLEN, W. S. THEORETICAL MODELS OF THE TORNADO VORTEX. *In:* , 1976, Lubbock, Texas. (R. E. Peterson, Org.) **SOYMPIOSIUM ON TORNADOES ASSESSMENT OF KNOWLEDGE AND IMPIJICATIONS FOR MAN**. Lubbock, Texas, 1976. p. 107–144.

LEWELLEN, W. S. Tornado Vortex Theory. *In:* CHURCH, C. *et al.* (org.). **The Tornado: Its Structure, Dynamics, Prediction, and Hazards**. 79. ed. Washington DC, USA: American Geophysical Union, 1993. p. 19–39.

LEWELLEN, D. C.; LEWELLEN, W. S.; XIA, J. The Influence of a Local Swirl Ratio on Tornado Intensification near the Surface. **Journal of the Atmospheric Sciences**, v. 57, n. 4, p. 527–544, 2000. Disponível em: <http://journals.ametsoc.org/doi/abs/10.1175/1520-0469%282000%29057%3C0527%3ATIOALS%3E2.0.CO%3B2>.

LI, X. *et al.* Characteristics and performances of a small-scale model of the closed-circuit multiple controlled fan wind tunnel Characteristics and performances of a small-scale model of the closed-circuit multiple controlled fan wind tunnel. **Review of Scientific Instruments**, v. 90, n. 4, p. 045104, 2019.

LI, T. *et al.* Investigation of the flow structure of single- and dual-celled tornadoes and their wind effects on a dome structure. **Engineering Structures**, v. 209, p. 109999, 2020.

LILLY, D. K. A proposed modification of the Germano subgrid-scale closure method. **Physics of Fluids**, v. 4, n. 3, p. 633–635, 1992.

LINN, R. V. **Simulação Computacional de Escoamentos Compressíveis Utilizando Adaptação de Malhas Anisotrópica**. 2013. 180 f. - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2013.

LINN, R. V. **Simulação de Escoamentos Compressíveis Turbulentos no Entorno de Corpos Móveis Usando Malhas Adaptativas de Elementos Finitos**. 2017. 251 f. - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2017.

LINN, R. V.; AWRUCH, A. M. Edge-based anisotropic mesh adaptation of unstructured meshes with applications to compressible flows. **Engineering with Computers**, v. 33, p. 1007–1025, 2017.

LIU, S. *et al.* Real time simulation of a tornado. **The Visual Computer**, v. 23, p. 559–567, 2007. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/10177393>.

LIU, Z.; ISHIHARA, T. A study of tornado induced mean aerodynamic forces on a gable-roofed building by the large eddy simulations. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 146, p. 39–50, 2015. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.jweia.2015.08.002>.

LIU, Z.; ISHIHARA, T. Numerical study of turbulent flow fields and the similarity of tornado vortices using large-eddy simulations. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 145, p. 42–60, 2015. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.jweia.2015.05.008>.

LIU, Z.; ISHIHARA, T. Study of the effects of translation and roughness on tornado-like vortices by large-eddy simulations. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 151, p. 1–24, 2016. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.jweia.2016.01.006>.

LÖHNER, R. Adaptive remeshing for transient problems. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 75, n. 1–3, p. 195–214, 1989.

LÖHNER, R. **Applied CFD techniques: An introduction based on finite element methods**. Seconded. Virginia: John Wiley & Sons Ltd, 2008-. ISSN 09555986.

LÖHNER, R.; BAUM, J. D. Adaptive h-refinement on 3D unstructured grids for transient problems. **International Journal for Numerical Methods in Fluids**, v. 14, n. 12, p. 1407–1419, 1992.

LOMBARDO, F. T.; ROUECHE, D. B.; PREVATT, D. O. Journal of Wind Engineering Comparison of two methods of near-surface wind speed estimation in the 22 May , 2011 Joplin , Missouri Tornado. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 138, p. 87–97, 2015.

LOSEILLE, A. **Adaptation de maillage anisotrope 3D multi-échelles et ciblée à une fonctionnelle pour la mécanique des fluides. Application à la prédiction haute-fidélité du bang sonique**. 2008. 269 f. - Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2008.

LOSEILLE, A.; ALAUZET, F. Continuous Mesh Framework Part I: Well-Posed Continuous Interpolation Error. **SIAM Journal on Numerical Analysis**, v. 49, n. 1, p. 38–60, 2011.

LOSEILLE, A.; ALAUZET, F. Optimal 3D Highly Anisotropic Mesh Adaptation Based on the Continuous Mesh. *In*: CLARK, B. W. (org.). **Proceedings of the 18th International Meshing Roundtable**. Salt Lake City, UT, USA: Springer, Berlin, Heidelberg, 2009. p. 575–594.

LUGT, H. J. Vortex Breakdown in Atmospheric Columnar Vortices. **Bulletin of the American Meteorological Society**, v. 70, n. 12, p. 1526–1537, 1989. Disponível em: <http://journals.ametsoc.org/doi/abs/10.1175/1520->

0477%281989%29070%3C1526%3AVBIACV%3E2.0.CO%3B2. Acesso em: 8 mar. 2018.

MADALOZZO, D. M. S. **Simulação Numérica da Dispersão de Poluentes em Zonas Urbanas Considerando Efeitos Térmicos**. 2012. 183 f. - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2012.

MARUYAMA, T. Simulation of flying debris using a numerically generated tornado-like vortex. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 99, n. 4, p. 249–256, 2011.

MATSUI, M.; TAMURA, Y. **Characteristics of tornado-like flow as functions of swirl ratio and surface roughness**. 東京, 2005.

MATSUI, M.; TAMURA, Y. Influence of swirl ratio and incident flow conditions on generation of tornado-like vortex. *In:* , 2009, Florence, Italy. **5th European-African Conferences on Wind Engineering**. Florence, Italy, 2009. p. 9. Disponível em: <http://www.iawe.org/Proceedings/5EACWE/106.pdf>.

MENEGHINI, J. R. MECÂNICA DA GERAÇÃO E DESPRENDIMENTO DE VÓRTICES NO ESCOAMENTO AO REDOR DE CILINDROS. *In:* , 2002, Florianópolis, SC. **Escola de Primavera Transição e Turbulência**. Florianópolis, SC: Associação Brasileira de Engenharia e Ciências Mecânicas, 2002. p. 217–344.

MISHRA, Amit R.; JAMES, D. L.; LETCHFORD, C. W. Physical simulation of a single-celled tornado-like vortex , Part A: Flow field characterization. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 96, p. 1243–1257, 2008a.

MISHRA, A. R.; JAMES, D. L.; LETCHFORD, C. W. Physical simulation of a single-celled tornado-like vortex , Part B: Wind loading on a cubical model. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 96, p. 1258–1273, 2008b.

MITSUTA, Y.; MONJI, N. DEVELOPMENT OF A LABORATORY SIMULATOR FOR SMALL SCALE ATMOSPHERIC VORTICES. **Natural Disaster Science**, v. 6, n. 1, p. 43–54, 1984.

MIYATA, S. *et al.* AN ATTEMPT OF NUMERICAL SIMULATION OF TORNADO-LIKE SWIRL FLOWS. *In:* , 2008. **第20回 風工学シンポジウム論文集**. 一般社団法人日本風工学会 が発行, 2008. p. 211–216.

MORGAN, N. R.; WALTZ, J. I. 3D level set methods for evolving fronts on tetrahedral meshes with adaptive mesh refinement. **Journal of Computational Physics**, v. 336, p. 492–512, 2017.

MURAKAMI, S. Current status and future trends in computational wind engineering. v. 67&68, p. 3–34, 1997.

NATARAJAN, D. **Numerical Simulation of Tornado-like Vortices**. 2011. 170 f. - The University of Western Ontario, 2011.

NATARAJAN, D.; HANGAN, H. Large eddy simulations of translation and surface roughness effects on tornado-like vortices. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 104–106, p. 577–584, 2012.

NICORA, M. G. *et al.* GeoRayos a new application for severe weather warning. *In:* , 2015, Balneario Camboriu, Brazil. **2015 International Symposium on Lightning Protection (XIII SIPDA)**. Balneario Camboriu, Brazil: IEEE, 2015. p. 165–168.

NITHIARASU, P. An efficient artificial compressibility (AC) scheme based on the characteristic based split (CBS) method for incompressible flows. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 56, n. 13, p. 1815–1845, 2003.

NITHIARASU, P. *et al.* Three-dimensional incompressible flow calculations using the characteristic based split(CBS) scheme. **International Journal for Numerical Methods in Fluids**, v. 44, p. 1207–1229, 2004. Disponível em: <http://doi.wiley.com/10.1002/flid.682>.

NITHIARASU, P.; LEWIS, R. W.; SEETHARAMU, K. N. **Fundamentals of the Finite Element Method for Heat and Mass Transfer**. John Wiley & Sons, Ltd., 2016.

NOGUEIRA, M. *et al.* Implementação de um algoritmo paralelo na GPU para o Problema da Máxima Subsequência Crescente Permitindo Inversões e Rotações. *In:* , 2015, Porto de Galinhas, PE. **XLVII - Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional**. Porto de Galinhas, PE: SOBRAPO – Sociedade Brasileira Pesquisa Operacional, 2015. p. 2430–2441.

NOLAN, D. S.; ALMGREN, A. S.; BELL, J. B. **High Reynolds Number Simulations of Axisymmetric Tornado-like Vortices with High Reynolds Number Simulations of Axisymmetric Tornado-like Vortices with Adaptive Mesh Refinement**. Berkeley, CA, 1999.

NOLAN, D. S.; ALMGREN, A. S.; BELL, J. B. **Studies of the Relationship Between Environmental Forcing and the Structure and Dynamics of Tornado-like Vortices**. Berkeley, California, 2000.

NOLAN, D. S.; FARRELL, B. F. The Structure and Dynamics of Tornado-Like Vortices. **Journal of the Atmospheric Sciences**, v. 56, p. 2908–2936, 1999.

NOMURA, T.; MIYATA, S.; HASEBE, H. AN ATTEMPT OF FINITE ELEMENT FLOW SIMULATION OF TORNADO VORTICES. *In:* , 2009, Taipei, Taiwan. **The Seventh Asia-Pacific Conference on Wind Engineering**. Taipei, Taiwan, 2009. p. 8.

OERTEL, H. **Prandtl's Essentials of Fluid Mechanics**. 2. ed. Karlsruhe, Germany: Springer Nova York, NY, 2004-. ISSN 0066-5452.v. 158

OH, W. S.; KIM, J. S.; KWON, O. J. Time-accurate Navier–Stokes simulation of vortex convection using an unstructured dynamic mesh procedure. **Computers & Fluids**, v. 32, p. 727–749, 2003.

ORF, L. Modeling the World's Most Violent Thunderstorms. **Computing in Science & Engineering**, v. 23, n. 3, p. 14–24, 2021. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9390208>.

OYARZUN, G. *et al.* Direct numerical simulation of incompressible flows on unstructured meshes using hybrid CPU / GPU supercomputers. **Procedia Engineering**, v. 61, p. 87–93, 2013.

PAPOUTSAKIS, A. *et al.* An efficient Adaptive Mesh Refinement ( AMR ) algorithm for the

Discontinuous Galerkin method : Applications for the computation of compressible two-phase flows. **Journal of Computational Physics**, v. 363, p. 399–427, 2018.

PECIN, T. G.; ALMEIDA, A. A. D.; ROEHL, J. L. Tornadic Mechanical Global Actions on Transmission Towers. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, v. XXXIII, n. 2, p. 131–138, 2011.

PELC, B. J. **Development and performance of robust particle image velocimetry algorithms and investigation of a model tornado-like vortex : Kinematics and proper orthogonal decomposition**. 2014. 256 f. - University of Leeds, 2014.

PERAIRE, J. *et al.* Adaptive Remeshing for Compressible Flow Computations. **Journal of Computational Physics**, v. 72, n. 2, p. 449–466, 1987.

PERAIRE, J.; PEIRÓ, J.; MORGAN, K. Adaptive Remeshing for Three-Dimensional Compressible Flow Computations. **Journal of Computational Physics**, v. 103, n. 2, p. 269–285, 1992.

PEREIRA FILHO, A. J.; VEMADO, F.; ABI KARAM, H. Evidence of Tornadoes and Microbursts in São Paulo State, Brazil: A Synoptic and Mesoscale Analysis. **Pure and Applied Geophysics**, v. 176, p. 5079–5106, 2019.

PGI, C. & T. **CUDA Fortran Programming Guide and Reference**. Versão 2017. Beaverton, OR: NVIDIA Corporation, 2017.

PHUC, P. Van *et al.* A Numerical Study of the Effects of Moving Tornado-Like Vortex on a Cube. *In:* , 2012, Shanghai. **The Seventh International Colloquium on Bluff Body Aerodynamics and Applications (BBAA7)**. Shanghai: International Association for Wind Engineering, 2012. p. 206–213.

POPIOLEK, T. L. **Análise de escoamentos incompressíveis utilizando simulação de grandes escalas e adaptação de malhas**. 2005. 151 f. - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2005.

PRASAD, A. K.; KOSEFF, J. R. Reynolds number and end-wall effects on a lid-driven cavity flow. **Physics of Fluids A**, v. 1, n. 2, p. 208–218, 1989.

PRIETO, J. L.; CARPIO, J. A-SLEIPNNIR : A multiscale , anisotropic adaptive , particle level set framework for moving interfaces . Transport equation applications. **Journal of Computational Physics**, v. 377, p. 89–116, 2019.

QU, L. *et al.* Quantitative numerical analysis of flow past a circular cylinder at Reynolds number between 50 and 200. **Journal of Fluids and Structures**, v. 39, p. 347–370, 2013. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0889974613000388?via%3Dihub>. Acesso em: 7 mar. 2018.

RANKINE, W. J. M. **A MANUAL OF APPLIED MECHANICS**. THIRTEENTHed. LONDON: CHARLES GRIFFIN AND COMPANY, 1891.

RAYMOND, A. L. **An Exploration into Tornado Resistant Residential CLT Structures**. 2019. 213 f. - Clemson University, 2019.



REFAN, M. **Physical Simulation of Tornado-Like Vortices**. 2014. 197 f. - The University of Western Ontario, 2014.

REFAN, M.; HANGAN, H. Characterization of tornado-like flow fields in a new model scale wind testing chamber. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 151, p. 107–121, 2016.

ROACHE, P. J. Quantification of uncertainty in computational fluid dynamics. **Annual Review of Fluid Mechanics**, v. 29, p. 123–160, 1997.

ROSSA, A. L. **Um esquema semi-implícito para a simulação numérica de escoamentos incompressíveis não-isotérmicos via o M.E.F. usando a técnica de Taylor-Galerkin**. 2000. 113 f. - Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Escola de Engenharia, 2000.

ROTT, N. On the viscous core of a line vortex. **Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Physik ZAMP**, v. 9, p. 543–553, 1958. Disponível em: <https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/BF02424773.pdf>.

ROTUNNO, R. A Study in Tornado-Like Vortex Dynamics. **Journal of the Atmospheric Sciences**, v. 36, p. 140–155, 1979.

ROTUNNO, R. An Investigation of a Three-Dimensional Asymmetric Vortex. **Journal of the Atmospheric Sciences**, v. 41, n. 2, p. 283–298, 1984.

ROTUNNO, R. Numerical Simulation of a Laboratory Vortex. **Journal of the Atmospheric Sciences**, v. 34, p. 1942–1956, 1977.

ROTUNNO, R. The Fluid Dynamics of Tornadoes. **Annual Review of Fluid Mechanics**, v. 45, p. 59–84, 2013.

RUETSCH, G.; FATICA, M. **CUDA Fortran for Scientists and Engineers**. 1st. ed. Waltham, MA, USA: Elsevier Inc., 2014.

RUPRECHT, D.; MÜHER, H. A Scheme for Edge-based Adaptive Tetrahedron Subdivision. *In*: HEGE, H.-C.; POLTHIER, K. (org.). **Mathematical Visualization**. Berlin-Dahlem (Germany): Springer, Berlin, Heidelberg, 1998. p. 61–70.

SANDERS, J.; KANDROT, E. **CUDA by Example: An Introduction to General-Purpose GPU Programming**. Boston, MA: NVIDIA Corporation, 2011.

SAVORY, E. *et al.* Modelling of tornado and microburst-induced wind loading and failure of a lattice transmission tower. **Engineering Structures**, v. 23, n. 4, p. 365–375, 2001.

SCHAEFER-ROLFFS, U. A comparison of different solutions for the Dynamic Smagorinsky Model applied in a GCM. **Meteorologische Zeitschrift**, v. 27, n. 3, p. 249–261, 2018.

SCHLICHTING, H. (Deceased); GERSTEN, K. **Boundary- Layer Theory**. 9. ed. Berlin Heidelberg: Springer, Berlin, Heidelberg, 2017.

SELMIN, V.; FORMAGGIA, L. Simulation of hypersonic flows on unstructured grids. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 34, n. 2, p. 569–606, 1992.

SELVAM, R. P. **APPLICATION OF THE BOUNDARY ELEMENT METHOD FOR TORNADO FORCES ON BUILDINGS**. 1985. 72 f. - Texas Tech University, 1985.

SELVAM, R. P. Computer modelling of tornado effects on buildings. *In:* , 1993, Los Angeles, CA. (G. C. Hart, Org.) **The 7th U.S. National Conference on Wind Engineering**. Los Angeles, CA: UCLA, 1993. p. 605–613.

SELVAM, R. P.; MILLETT, P. C. Computer modeling of tornado forces on buildings. **Wind and Structures**, v. 6, n. 3, p. 209–220, 2003. Disponível em: <http://koreascience.or.kr/journal/view.jsp?kj=KJKHCF&py=2003&vnc=v6n3&sp=209>. Acesso em: 8 mar. 2018.

SELVAM, R. P.; MILLETT, P. C. Large eddy simulation of the tornado-structure interaction to determine structural loadings. **Wind and Structures, An International Journal**, v. 8, n. 1, p. 49–60, 2005.

SENOCAK, I.; THIBAUT, J.; CAYLOR, M. Rapid-response urban CFD simulations using a GPU computing paradigm on desktop supercomputers. *In:* , 2009, Phoenix, Arizona. **Eighth Symposium on the Urban Environment**. Phoenix, Arizona: American Meteorological Society, 2009. p. 7.

SHUR, M. *et al.* Detached-eddy simulation of an airfoil at high angle of attack. *In:*  RODI, W.; LAURENCE, D. (org.). **Engineering Turbulence Modelling and Experiments 4**. Ajaccio, Corsica, France: Elsevier Science Ltd, 1999. p. 669–678.

SILVA DIAS, M. A. F. An Increase in the Number of Tornado Reports in Brazil. **Weather, Climate, and Society**, v. 3, n. 3, p. 209–217, 2011.

SMAGORINSKY, J. General Circulation Experiments With the Primitive Equations. **Monthly Weather Review**, v. 91, n. 3, p. 99–164, 1963. Disponível em: <http://journals.ametsoc.org/doi/abs/10.1175/1520-0493%281963%29091%3C0099%3AGCEWTP%3E2.3.CO%3B2>.

SNOW, J. T.; LUND, D. E. A second generation tornado vortex chamber at Purdue University. *In:* , 1988, BALTIMORE, MARYLAND. **15TH CONFERENCE ON SEVERE LOCAL STORMS**. BALTIMORE, MARYLAND: American Meteorological Society, 1988. p. 323–326. Disponível em: <http://www.jstor.org/stable/26226110>. Acesso em: 10 mar. 2018.

SNOW, J. T.; WYATT, A. L. Back to basics: The tornado, Nature's most violent wind: Part 1 — World-wide occurrence and categorisation. **Weather**, v. 52, n. 10, p. 298–304, 1997. Disponível em: <https://rmets.onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/j.1477-8696.1997.tb05525.x>.

STATHOPOULOS, T. Computational wind engineering: Past achievements and future challenges. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 67–68, p. 509–532, 1997.

STRASSER, M. N. **The Aerodynamic and Dynamic Loading of a Slender Structure by an Impacting Tornado-Like Vortex : The Influence of Relative Vortex-to- Structure Size on Structural Loading**. 2015. 246 f. - University of Arkansas, 2015.

STRASSER, M. N.; SELVAM, R. P. Selection of a Realistic Viscous Vortex Tangential

Velocity Profile for Computer Simulation of Vortex-Structure Interaction. **Journal of the Arkansas Academy of Science**, v. 69, p. 88–97, 2015a.

STRASSER, Matthew N.; SELVAM, R. P. The variation in the maximum loading of a circular cylinder impacted by a 2D vortex with time of impact. **Journal of Fluids and Structures**, v. 58, p. 66–78, 2015b. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2015.07.005>.

STRASSER, M. N.; YOUSEF, M. A. A.; SELVAM, R. P. Defining the vortex loading period and application to assess dynamic amplification of tornado-like wind loading. **Journal of Fluids and Structures**, v. 63, p. 188–209, 2016. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2016.03.004>.

SULLIVAN, R. D. A Two-Cell Vortex Solution of the Navier-Stokes Equations. **Journal of the Aerospace Sciences**, v. 26, n. 11, p. 767–768, 1959. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/abs/10.2514/8.8303>.

SUN, C. N.; BURDETTE, E. G.; BARNETT, R. O. Theoretical tornado vortex model for nuclear plant design. **Nuclear Engineering and Design**, v. 44, n. 3, p. 407–411, 1977.

TANG, Z. *et al.* Characteristics of Tornado-Like Vortices Simulated in a Large-Scale Ward-Type Simulator. **Boundary-Layer Meteorology**, v. 166, p. 327–350, 2018.

TEZDUYAR, T. E.; MITTAL, S.; SHIH, R. Time-accurate incompressible flow computations with quadrilateral velocity-pressure elements. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 87, n. 2–3, p. 363–384, 1991.

THIBAUT, J. C.; SENOCAK, I. Accelerating incompressible flow computations with a Pthreads-CUDA implementation on small-footprint multi-GPU platforms. **The Journal of Supercomputing**, v. 59, p. 693–719, 2012.

THOMAS, P. D.; LOMBARD, C. K. Geometric conservation law and its application to flow computations on moving grids. **AIAA Journal**, v. 17, n. 10, p. 1030–1037, 1979.

UZGOREN, E. girdap : Open source object-oriented autonomous grid management library for solving equations of conservation laws. **Computers and Fluids**, v. 156, p. 642–652, 2017.

VALLET, M.-G. *et al.* Numerical comparison of some Hessian recovery techniques. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 72, n. 8, p. 987–1007, 2007.

VATISTAS, G. H.; KOZEL, V.; MIH, W. C. A simpler model for concentrated vortices. **Experiments in Fluids**, v. 11, n. 1, p. 73–76, 1991. Disponível em: <http://link.springer.com/10.1007/BF00198434>. Acesso em: 7 mar. 2018.

VISINTAINER, M. R. M. **Um Modelo Numérico para a Simulação de Problemas de Interação Fluido-Estrutura-Solo na Engenharia do Vento**. 2022. 266 f. - UFRGS, 2022.

WANG, J. *et al.* Experimental Study on Effects of Ground Roughness on Flow Characteristics of Tornado-Like Vortices. **Boundary-Layer Meteorology**, v. 162, n. 2, p. 319–339, 2017. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s10546-016-0201-6>.

WANG, J. *et al.* Experimental Study on Tornado-Induced Wind Pressures on a Cubic Building with Openings. **Journal of Structural Engineering**, v. 144, n. 2, 2018. Disponível em: <https://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%29ST.1943-541X.0001952>.

WARD, N. B. The Exploration of Certain Features of Tornado Dynamics Using a Laboratory Model. **Journal of the Atmospheric Sciences**, v. 29, n. 6, p. 1194–1204, 1972. Disponível em: <http://journals.ametsoc.org/doi/abs/10.1175/1520-0469%281972%29029%3C1194%3ATEOCFO%3E2.0.CO%3B2>.

WEN, Y. K. Dynamic Tornadoic Wind Loads on Tall Buildings. **Journal of the Structural Division**, v. 101, n. 1, p. 169–185, 1975. Disponível em: <https://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/JSDEAG.0003967>. Acesso em: 12 jun. 2023.

WICKER, L. J.; WILHELMSON, R. B. Simulation and Analysis of Tornado Development and Decay within a Three-Dimensional Supercell Thunderstorm. **Journal of the Atmospheric Sciences**, v. 52, n. 15, p. 2675–2703, 1995. Disponível em: <http://journals.ametsoc.org/doi/abs/10.1175/1520-0469%281995%29052%3C2675%3ASAAOTD%3E2.0.CO%3B2>.

WILSON, T. **Tornado Structure Interaction: A Numerical Simulation**. Livermore, California, 1977.

WOOD, V. T. *et al.* A new parametric tropical cyclone tangential wind profile model. **Monthly Weather Review**, v. 141, n. 6, p. 1884–1909, 2013.

WOOD, V. T.; WHITE, L. W. A New Parametric Model of Vortex Tangential-Wind Profiles: Development, Testing, and Verification. **Journal of the Atmospheric Sciences**, v. 68, n. 5, p. 990–1006, 2011. Disponível em: <http://journals.ametsoc.org/doi/abs/10.1175/2011JAS3588.1>. Acesso em: 7 mar. 2018.

YOUSEF, M. A. A.; SELVAM, R. P. Effect of equivalent height , surface area and volume of the dome to prism on tornado forces using CFD. *In:* , 2016, Boston, Massachusetts. **8th International Colloquium on Bluff Body Aerodynamics and Applications**. Boston, Massachusetts, 2016. p. 1–10.

YUAN, F. *et al.* Numerical simulation of laboratory tornado simulator that can produce translating tornado-like wind flow. **Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics**, v. 190, p. 200–217, 2019.

ZIENKIEWICZ, O. C.; CODINA, R. A general algorithm for compressible and incompressible flow—Part I. the split, characteristic-based scheme. **International Journal for Numerical Methods in Fluids**, v. 20, n. 8–9, p. 869–885, 1995.

ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L.; NITHIARASU, P. **The Finite Element Method for Fluid Dynamics**. Seventhed. Kidlington, Oxford: Butterworth-Heinemann, Elsevier, 2014.