

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA - CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

**IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA DE ASSENTO VEICULAR
COM SUSPENSÃO PASSIVA DO TIPO KDAMPER**

por

Gabriel Menezes de Menezes

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Engenheiro Mecânico.

Porto Alegre, fevereiro de 2024.

CIP - Catalogação na Publicação

Menezes, Gabriel Menezes de
IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA DE ASSENTO VEICULAR COM SUSPENSÃO
PASSIVA DO TIPO KDAMPER / Gabriel Menezes de Menezes. -- 2024.
15 f.
Orientador: Herbert Martins Gomes.

Coorientador: José Gilberto Picoral Filho.

Trabalho de conclusão de curso (Graduação) -- Universidade
Federal do Rio Grande do Sul, Escola de Engenharia, Curso de
Engenharia Mecânica, Porto Alegre, BR-RS, 2024.

1.KDamper. 2. Atenuadores dinâmicos de vibrações. 3.
Controle passivo. 4.Vibrações. I. Gomes, Herbert Martins,
orient. II. Picoral Filho, José Gilberto, coorient. III.
Título.

Elaborada pelo Sistema de Geração Automática de Ficha Catalográfica da UFRGS com os
dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Gabriel Menezes de Menezes

**IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA DE ASSENTO VEICULAR
COM SUSPENSÃO PASSIVA DO TIPO KDAMPER**

ESTA MONOGRAFIA FOI JULGADA ADEQUADA COMO PARTE DOS RE-
QUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
ENGENHEIRO MECÂNICO
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELA BANCA EXAMINADORA DO
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Prof. Dr. Ignacio Iturrioz
Coordenador do Curso de Engenharia Mecânica

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos

Orientador: Prof. Dr. Herbert Martins Gomes

Coorientador: Me. José Gilberto Picoral Filho

Comissão de Avaliação:

Prof. Dr. Herbert Martins Gomes (Presidente)

Prof. Dr. Juan Pablo Raggio Quintas

Prof. Dr. Edson Hikaro Aseka

Prof. Dr. Walter Jesus Paucar Casas

Porto Alegre, fevereiro de 2024.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus familiares por me proporcionarem as oportunidades que tive durante minha formação, principalmente à minha avó Jussara por todo o suporte durante os anos da graduação.

Agradeço também à minha namorada pelo companheirismo e cumplicidade durante todos estes anos, ajudando a superar os obstáculos e dificuldades e compartilhando momentos leves e especiais que enriqueceram a nossa jornada juntos.

Agradeço aos amigos que conquistei ao longo da graduação e àqueles que fazem parte da minha vida há mais tempo. Meu sincero agradecimento por tornarem os dias mais animados e alegres, especialmente pelas inúmeras horas de café e sinuca que compartilhamos durante os intervalos das aulas.

Por fim, ao professor Herbert Martins Gomes e José Gilberto Picoral Filho, meu muito obrigado por todo o auxílio durante este trabalho, sempre dispostos e prontos para compartilhar conhecimentos e orientações valiosas.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA - CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO – 2023

IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA DE ASSENTO VEICULAR
COM SUSPENSÃO PASSIVA DO TIPO KDAMPER

Gabriel Menezes de Menezes

gabriel09mm@gmail.com

Resumo.

Atenuar vibrações em estruturas mecânicas sujeitas a vibrações excessivas é uma abordagem essencial para prolongar a vida útil da estrutura e reforçar a segurança das pessoas. Os amortecedores de controle passivo, como o KDamper e o TMD (Tuned Mass Damper), surgem como dispositivos a serem acoplados às estruturas, visando reduzir as vibrações. Este estudo tem como objetivo comparar a amplificação dinâmica entre o KDamper e o TMD, além de analisar o desempenho do amortecedor com maior eficiência na faixa de atenuação de ressonância, procede-se à análise da atenuação que esse dispositivo proporciona nas respostas dinâmicas de um assento veicular. A avaliação é conduzida por meio de funções de transferência, comportamento dinâmico e análises gráficas, empregando comparações numéricas dentro do ambiente de programação do software Matlab.

Palavras-chave: KDamper, TMD, Atenuadores Dinâmicos, Vibrações, Assento Veicular

Vehicle seat numerical implementation with KDamper type passive suspension

Abstract.

Mitigating vibrations in mechanical structures exposed to excessive oscillations is an essential approach to extend the structural lifespan and enhance human safety. Passive control dampers, such as the KDamper and Tuned Mass Damper (TMD), emerge as devices to be integrated into structures with the aim of reducing vibrations. This study aims to compare the dynamic amplification between KDamper and TMD, while also analyzing the performance of the damper with higher efficiency in the resonance attenuation range. The analysis focuses on the attenuation that this device provides in the dynamic responses of a vehicular seat. Evaluation is conducted through transfer functions, dynamic behavior, and graphical analyses, employing numerical comparisons within the Matlab programming environment.

Keywords: KDamper, TMD, Dynamic Attenuators, Vibrations, Vehicle Seat.

LISTA DE FIGURAS

| | |
|--|----|
| Figura 1 – (a) Estrutura original. (b) Estrutura original com sistema de suspensão do tipo TMD acoplado. (c) Estrutura original com suspensão do tipo KDamper acoplado. Adaptado de Antoniadis <i>et al.</i> , 2018..... | 3 |
| Figura 2 – (a) Função de Amplificação Dinâmica do KDamper. (b) Função de Amplificação Dinâmica do KDamper e do TMD. | 11 |
| Figura 3 – (a) Respostas Dinâmicas do Sistema Original. (b) Respostas dinâmicas do sistema com KDamper não otimizado com PSO..... | 12 |
| Figura 4 – (a) Respostas Dinâmicas do Sistema com KDamper otimizado com PSO. (b) Respostas Dinâmicas do Sistema com KDamper não otimizado com PSO..... | 14 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|---|----|
| Tabela 1 – Excitação e Resposta dos Graus de Liberdade..... | 4 |
| Tabela 2 – Variáveis relevantes para a formulação da função de transferência. | 4 |
| Tabela 3 – Graus de Liberdade. | 8 |
| Tabela 4 – Valores RMS da aceleração, velocidade e deslocamento em cada em cada GDL. | 11 |
| Tabela 5 – Valores RMS da aceleração, velocidade e deslocamento no GDL do assento. | 13 |
| Tabela 6 – Valores nominais e otimizados das variáveis de projeto. | 13 |

SUMÁRIO

| | | |
|-----|--|----|
| 1 | INTRODUÇÃO | 1 |
| 1.1 | Motivação | 1 |
| 1.2 | Objetivos | 1 |
| 2 | REVISÃO BIBLIOGRÁFICA | 2 |
| 3 | FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA | 2 |
| 3.1 | Equação de Movimento da Estrutura Original | 3 |
| 3.2 | Equação de Movimento da Estrutura Original com TMD | 3 |
| 3.3 | Equação de Movimento da Estrutura Original com KDamper | 5 |
| 3.4 | Método de solução das equações de Movimento por Newmark | 7 |
| 3.5 | Geração de perfis randômicos | 7 |
| 3.6 | Equações de Movimento do Veículo Utilizado na Análise..... | 8 |
| 3.7 | Particle Swarm Optimization PSO | 9 |
| 4 | RESULTADOS E DISCUSSÕES | 10 |
| 4.1 | Comparativo da Função de Amplificação Dinâmica do TMD e KDamper | 10 |
| 4.2 | Comparativo Vibrações do Veículo com Assento Original e com KDamper..... | 11 |
| 4.3 | Comparativo Vibrações do Veículo com KDamper no Assento e com KDamper no assento Otimizado por PSO | 12 |
| 4.4 | Apresentação do problema de otimização..... | 12 |
| 4.5 | Resultados obtidos mediante a otimização..... | 13 |
| 5 | CONCLUSÕES | 14 |
| 5.1 | Sugestões para trabalhos futuros | 15 |
| | REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS..... | 16 |
| | ANEXOS | 17 |

NOMENCLATURA

Letras romanas

| | | |
|---|---|---------------------|
| k_N | Rigidez negativa | [N/m] |
| $\dot{\mathbf{u}}, \dot{\mathbf{x}}, \dot{\mathbf{z}}$ | Vetor de velocidades | [m/s] |
| $\ddot{\mathbf{u}}, \ddot{\mathbf{x}}, \ddot{\mathbf{z}}$ | Vetor de acelerações | [m/s ²] |
| \mathbf{C}, c | Matriz de amortecimento, amortecimento | [N s/m] |
| f | Frequência | [Hz] |
| $\mathbf{F}(t), \mathbf{f}(t)$ | Vetor de cargas aplicadas, cargas aplicadas | [N] |
| i | Número complexo $\sqrt{-1}$ | [-] |
| \mathbf{K}, k | Matriz de rigidez, rigidez | [N/m] |
| \mathbf{M}, m | Matriz de massa, massa | [kg] |
| T, t | Tempo de análise | [s] |
| U | Deslocamento | [m] |
| $\mathbf{u}, \mathbf{x}, \mathbf{z}$ | Vetor de deslocamentos | [m] |

Letras gregas

| | | |
|------------------|--|---------|
| Δ | Intervalo, variação | [-] |
| δ, α | Parâmetros do método de Newmark | [-] |
| Ω | Razão da frequência | [-] |
| β | Razão entre frequências naturais do atenuador e da estrutura | [-] |
| γ | Razão das massas | [-] |
| ζ | Razão de amortecimento | [-] |
| ω | Frequência angular | [rad/s] |

Acrônimos

| | |
|------------|---|
| ADV | Atenuador Dinâmicos de Vibrações |
| GDL | Grau de Liberdade |
| KDdamper | <i>Dynamic Absorber with negative stiffness</i> |
| RMS | <i>Root Mean Square</i> |
| TMD | <i>Tuned Mass Damper</i> |
| <i>opt</i> | Ótimo |
| <i>lim</i> | Limite |

1 INTRODUÇÃO

Parcela significativa das estruturas, mecânicas e civis, possuem frequências fundamentais relativamente baixas. Pontes e passarelas, por exemplo, têm como primeira frequência natural valores entre 2 a 4 Hz e em veículos automotores os valores ficam na faixa de 1 Hz, conforme Bachmann *et al.* (1995) e Jazar (2008). Sendo assim, a importância de reduzir as vibrações de frequências próximas da frequência fundamental em estruturas mecânicas e civis é essencial, uma vez em que as mesmas podem comprometer significativamente o desempenho e a vida útil dos equipamentos.

Com objetivo de mitigar as respostas dinâmicas estruturais às vibrações de baixa frequência, diversos mecanismos e metamateriais têm sido desenvolvidos e aprimorados tanto no âmbito da academia quanto da indústria. Dentre essas soluções podem-se destacar algumas como: isoladores de vibração do tipo QZS (*Quasi-Zero Stiffness*), absorvedores do tipo TMD e KDamper e os mecanismos metamateriais de rigidez zero. Estudos indicam que configurações de atenuadores de vibração com rigidez negativa, como por exemplo o KDamper, apresentam resultados promissores diante daqueles com elementos elásticos que tenham rigidez positiva, TMDs. Conforme Antoniadis *et al.* (2015), essa abordagem possibilita uma redução de vibrações significativa sem a necessidade de utilizar grandes valores de massa no sistema. Dessa forma, um grande problema dos amortecedores de massa sintonizada (*Tuned Mass Damper* – TMD) é contornado, permitindo inclusive a implementação destes equipamentos em setores automobilísticos e aeronáuticos.

1.1 Motivação

Estruturas mecânicas, comumente, são expostas a diversas frequências de vibrações. Algumas dessas frequências têm maior importância na dinâmica desses sistemas, por estarem em sintonia com suas frequências naturais. Essa seriedade é justificada por tais frequências causarem a maior amplificação das respostas dinâmicas, por conta da ocorrência do fenômeno de ressonância. Esse fenômeno pode causar danos consideráveis, ou até mesmo o colapso estrutural, na medida em que as excitações vibracionais tenham amplitude significativa ou estejam presentes nas estruturas por tempo relativamente elevado. Estudos relacionados ao amortecimento dessas vibrações são de grande importância no escopo da dinâmica estrutural, contribuindo para a melhoria do desempenho e da durabilidade de estruturas e equipamentos. Diante desse contexto o desenvolvimento de diferentes configurações de amortecedores de vibrações, que proporcionem alto desempenho de isolamento em uma considerável gama de frequências, é de suma importância. Pesquisadores têm buscado soluções que impliquem em baixas rigidezes equivalentes desses isoladores, proporcionando maior performance de isolamento de vibrações quando excitado em determinadas frequências para as quais o atenuador foi projetado.

1.2 Objetivos

Este trabalho objetiva analisar, a partir de modelagem numérica, a performance do sistema de atenuação de vibrações KDamper diante de sua aplicação em assento veicular. Para isso, serão utilizados gráficos com as respostas dinâmicas do sistema veicular, que permitirão conhecimento das amplitudes de deslocamento, velocidade e aceleração no grau de liberdade (GDL) importante ao estudo, assim como os valores RMS desses sinais. Ainda, fará parte do escopo obter as curvas de amplificação dinâmica do componente, que permitirão conhecimento das regiões do espectro de frequências onde ocorrerá a maior amplificação das respostas dinâmicas. Em um primeiro momento será verificado o desempenho do KDamper diante de atenuador do tipo TMD, mais especificamente uma análise comparativa das funções de

amplificação dos atenuadores. Após isso será implementado em um modelo de carro completo (*full car*) com 8 GDLs a utilização do KDamper no GDL relacionado ao assento. Por fim, os parâmetros de rigidez do KDamper serão otimizados, mediante o algoritmo metaheurístico PSO, objetivando a minimização das acelerações verificadas no assento.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Equipamentos de atenuação de vibrações, isoladores e absorvedores, possuem aplicações em diversos campos da engenharia. No entanto, alguns dispositivos têm limitações por necessitarem grandes inércias de forma a acumular a energia necessária para uma atenuação adequada, como é o caso dos TMD's (*Tuned Mass Dampers*). Apresentado inicialmente por Frahm (1909) *apud* Rao (2017), o TMD consiste em um dispositivo que contém: massa, mola e amortecedor. Tal dispositivo foi projetado para reduzir ou controlar vibrações indesejadas em estruturas como prédios e pontes sujeitos a carregamentos dinâmicos de sismos, ventos ou tráfegos (veículos e pessoas).

Usado comumente em estruturas civis, devido ao baixo custo e relativa simplicidade de construção, o TMD ainda pode ser otimizado com a utilização de algoritmos metaheurísticos aplicados aos parâmetros do atenuador. Este dispositivo otimizado tem importância ainda maior quando utilizado em estruturas de respostas dinâmicas não-lineares, onde o TMD possui maior efetividade quando excitado de forma harmônica na frequência próxima à da estrutura, conforme indica Domizio *et al.* (2022).

O controle das vibrações sofridas por um motorista em um assento de veículo tem sido investigado na literatura tanto com dispositivos passivos (Ji, 2015), quanto com dispositivos ativos (Guo *et al.*, 2004) e dispositivos semiativos (Desai *et al.*, 2021).

O sistema KDamper, de forma similar ao TMD, possui também elementos de massa, mola e amortecedor. Contudo, há utilização de elementos elásticos (molas) com rigidez negativa, essa que modifica o desempenho do atenuador, fazendo com que minimize de forma mais contundente as vibrações em frequências relativamente baixas. Isso ocorre uma vez em que a frequência fundamental do amortecedor se reduz e proporciona o acontecimento da ressonância, com a estrutura, em uma região mais interessante do espectro vibratório. Uma grande vantagem do KDamper em comparação ao TMD é que, ao mesmo tempo que permite uma estabilidade melhor do dispositivo em carregamentos estáticos e dinâmicos, segundo Kapasakalis *et al* (2017), não necessita de valores de massa tão grandes (em torno de 5% da massa a ser atenuada) para a performance desejada do seu objetivo.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A exploração da dinâmica estrutural abrange extensivamente o estudo da aplicação de dispositivos para reduzir a vibração em estruturas mecânicas, que estão sujeitas a diversas fontes de oscilações devido à exposição significativa a esses fenômenos.

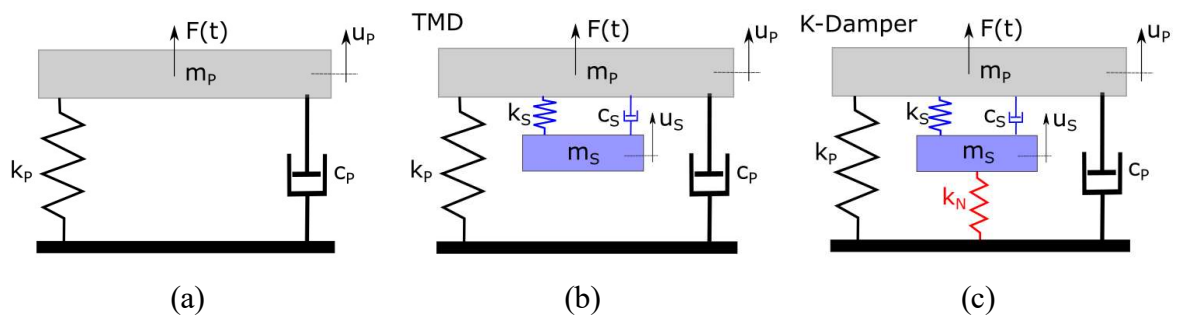
O dispositivo que será utilizado como fonte de estudo nesse trabalho é o KDamper, sendo esse como discutido *a priori*, composto por: massa, mola e amortecedor. A mola desse dispositivo de atenuação de vibrações, possui rigidez negativa que permite a utilização de menores massas para a atenuação desejada. Para avaliação dos níveis de transmissibilidade por valores de frequência será implementada a modelagem numérica de um sistema com dois GDLs, sendo o primeiro GDL, a estrutura original, aquele em que se objetiva mitigar as cargas dinâmicas de origem vibratória e o segundo GDL relacionado ao atenuador.

O sistema original, representado na Figura 1a, no qual os atenuadores TMD e KDamper serão utilizados para a obtenção da transmissibilidade, apresenta os seguintes elementos constituintes: massa, mola e amortecedor. Assim, uma única coordenada é adequada para descrever, ao longo do tempo, a posição do sistema, identificando-o como um sistema de um grau de liberdade (1 GDL).

O *Tuned Mass Damper* (TMD) analisado, conforme representado na Figura 1b, é composto pelos seguintes elementos: massa, mola e amortecedor, cada um presente em uma única unidade.

O sistema KDamper, analisado neste estudo, está ilustrado na Figura 1c. Conforme mencionado anteriormente, esse sistema possui um elemento elástico de rigidez negativa (k_N) que não existe no TMD. Essa é a diferença primordial de projeto. O componente elástico de rigidez negativa está conectado à superfície da estrutura vibrante.

Figura 1 – (a) Estrutura original. (b) Estrutura original com sistema de suspensão do tipo TMD acoplado. (c) Estrutura original com suspensão do tipo KDamper acoplado. Adaptado de Antoniadis *et al.*, 2018.



3.1 Equação de Movimento da Estrutura Original

Visando descrever a dinâmica da estrutura que é objeto de análise, desenvolveram-se as equações de movimento mediante o método Lagrangeano. Uma vez tendo-as é possível analisar as respostas dinâmicas com a participação do atenuador de vibrações incorporado ao sistema original. Esse foi definido através de um balanço de três ordens de força presentes no arranjo estudado, sendo essas forças de natureza inercial, forças elásticas e forças dissipativas, cada uma correspondente a um elemento estrutural do sistema: massa, mola e amortecedor respectivamente. Na Equação (1) se tem a equação de movimento do sistema original (Rao, 2009).

$$m_p \ddot{u}_p(t) + c_p \dot{u}_p(t) + k_p u_p(t) = \mathbf{F}(t) \quad (1)$$

A estrutura é exposta a uma força harmônica representada por $\mathbf{F}(t)$ e as variáveis $\ddot{u}_p(t)$, $\dot{u}_p(t)$ e $u_p(t)$ são respectivamente a aceleração, a velocidade e o deslocamento em cada instante de tempo no grau de liberdade da estrutura. Os parâmetros m_p , c_p e k_p , por sua vez, são na mesma ordem a massa, o amortecimento e a rigidez dos correlatos elementos.

3.2 Equação de Movimento da Estrutura Original com TMD

Como discorrido anteriormente, foi considerado um sistema com dois graus de liberdade, para avaliação das funções de amplificação dos atenuadores (TMD e KDamper). O sistema primário P (estrutura original), relacionado ao primeiro GDL, terá acoplado o atenuador, nesse primeiro caso o de massa sintonizada S , sistema secundário (*Tuned Mass Damper* - TMD). Nas equações (2) e (3) do sistema em equilíbrio, os índices P e S são referentes ao sistema da estrutura original (Primário) e ao dispositivo atenuador (Secundário) de vibrações equipado, respectivamente.

$$m_S \ddot{\mathbf{u}}_S(t) - k_P[\mathbf{u}_P(t) - \mathbf{u}_S(t)] - c_S[\dot{\mathbf{u}}_P(t) - \dot{\mathbf{u}}_S(t)] = 0 \quad (2)$$

$$m_P \ddot{\mathbf{u}}_P(t) + k_P \mathbf{u}_P(t) + c_P \dot{\mathbf{u}}_P(t) + c_S[\dot{\mathbf{u}}_P(t) - \dot{\mathbf{u}}_S(t)] + k_S[\mathbf{u}_P(t) - \mathbf{u}_S(t)] = \mathbf{F}(t) \quad (3)$$

As variáveis $\ddot{\mathbf{u}}(t)$, $\dot{\mathbf{u}}(t)$ e $\mathbf{u}(t)$, assim como os parâmetros m , c e k , foram definidos anteriormente. A Tabela 1 indica as formas harmônicas das excitações e respostas dos sistemas primário e secundário.

Tabela 1 – Excitação e Resposta dos Graus de Liberdade.

| Excitação | Solução Sistema Primário | Solução Sistema Secundário |
|--|--|--|
| $\mathbf{F}(t) = \mathbf{F}_P e^{i\omega t}$ | $\mathbf{u}_P(t) = \mathbf{U}_P e^{i\omega t}$ | $\mathbf{u}_S(t) = \mathbf{U}_S e^{i\omega t}$ |

Atribuindo a forma harmônica das excitações e respostas aos sistemas primário e secundário nas equações (2) e (3), obtém-se as Equações (4) e (5), que representam as equações de movimento na forma harmônica da estrutura.

$$[-i\omega c_S - k_S]\mathbf{U}_P + [-\omega^2 m_S + i\omega c_S + k_S]\mathbf{U}_S = 0 \quad (4)$$

$$[-\omega^2 m_P + i\omega(c_P + c_S) + (k_P + k_S)]\mathbf{U}_P + [-i\omega c_S - k_S]\mathbf{U}_S = \mathbf{F}_P \quad (5)$$

Buscando facilitar a manipulação algébrica das Equações (4) e (5), algumas variáveis serão alteradas para formas adimensionais e para outras variáveis correlatas. As novas variáveis encontram-se na Tabela 2.

Tabela 2 – Variáveis relevantes para a formulação da função de transferência.

| | |
|--------------------------------------|---|
| $\gamma = \frac{m_S}{m_P}$ | Razão das massas (massa do atenuador/massa da estrutura) (adm.) |
| $\omega_P = \sqrt{k_P/m_P}$ | Frequência natural das estruturas sem atenuador (rad/s) |
| $\Omega = \omega/\omega_P$ | Razão da frequência de excitação sobre a frequência natural da estrutura (adm.) |
| ζ_P | Razão de amortecimento da estrutura (adm.) |
| $\omega_S = \sqrt{k_S/m_S}$ | Frequência natural do atenuador (rad/s) |
| $\beta = \omega_S/\omega_P$ | Razão entre frequências naturais do atenuador e da estrutura (adm.) |
| ζ_S | Razão de amortecimento do atenuador (adm.) |
| $\mathbf{U}_{P0} = \mathbf{F}_P/k_P$ | Deslocamento estático da estrutura (m) |

Mediante a manipulação algébrica das Equações (4) e (5) com as novas variáveis atribuídas, chega-se então na Equação (6) a qual representa a Função de Amplificação Dinâmica da estrutura com o atenuador TMD. Esta função de amplificação dinâmica para deslocamentos pode ser definida como a razão do deslocamento \mathbf{U}_P em relação ao deslocamento estático da estrutura, mencionado na Tabela 2.

$$\left| \frac{\mathbf{u}_P}{\mathbf{u}_{P0}} \right| = \sqrt{\frac{(\beta^2 - \Omega^2)^2 + (2\Omega\beta_s)^2}{[(\beta^2 - \Omega^2) - \Omega^2\beta^2(1+\gamma) + \Omega^2(\Omega^2 - 4\beta\zeta_P\zeta_S)]^2 + 4[(\beta^2 - \Omega^2)\zeta_P + (1 - \Omega^2 - \Omega^2\gamma)\beta\zeta_S]^2}} \quad (6)$$

Proposto por Den Hartog (1956), a frequência otimizada do TMD é definida a partir da primeira frequência natural da estrutura f_H , onde será acoplado o atenuador e com a utilização da razão entre as massas do TMD e da estrutura. Essa frequência otimizada do TMD, $f_{T,opt}$, é representada mediante a Equação (7).

$$f_{T,opt} = \frac{f_H}{1+\gamma} \quad (7)$$

Mediante a análise visual das equações de deslocamento da estrutura, é viável identificar os parâmetros que conferem ao atenuador de massa sintonizada (TMD) otimalidade em termos de amortecimento. Isso visa minimizar a função de amplificação dinâmica, conforme expressa na Equação (6), culminando na formulação subsequente da Equação (8) (Den Hartog, 1956):

$$\zeta_{S,opt} = \sqrt{\frac{\frac{3m_S}{m_P}}{8(1+\frac{m_S}{m_P})^3}} = \sqrt{\frac{3\gamma}{8(1+\gamma)^3}} \quad (8)$$

3.3 Equação de Movimento da Estrutura Original com KDamper

Analogamente ao sistema, TMD, o estudo do atenuador com rigidez negativa (KDamper) será feito considerando a força oscilatória harmônica atuante no sistema primário. Dessa forma, o equacionamento será realizado considerando também 2 graus de liberdade na estrutura global. A diferença fundamental desse sistema, KDamper, para o anterior, TMD, é o elemento elástico com rigidez negativa representado por k_N , presente na Equação (9). As equações de movimento para o sistema em equilíbrio são definidas de acordo com as seguintes Equações (9) e (10).

$$m_S \ddot{\mathbf{u}}_S(t) + k_N \mathbf{u}_S(t) + k_S [\mathbf{u}_P(t) - \mathbf{u}_S(t)] - c_S [\dot{\mathbf{u}}_P(t) - \dot{\mathbf{u}}_S(t)] = 0 \quad (9)$$

$$m_P \ddot{\mathbf{u}}_P(t) + k_P \mathbf{u}_P(t) + k_S [\mathbf{u}_P(t) - \mathbf{u}_S(t)] + c_P \dot{\mathbf{u}}_P(t) + c_S [\dot{\mathbf{u}}_P(t) - \dot{\mathbf{u}}_S(t)] = \mathbf{F}(t) \quad (10)$$

Com a finalidade de preservar a rigidez estática final da estrutura primária, assim evitando alterações estruturais significativas na mesma, é possível estabelecer a condição de que a rigidez equivalente da estrutura final (2 GDLs), conforme expressa na Equação (11), seja mantida, de modo que:

$$k_{eq} = k_P + \frac{k_N k_S}{k_N + k_S} \quad (11)$$

Similarmente ao equacionamento do TMD, a partir da excitação do tipo harmônica na estrutura primária, obtêm-se as soluções dinâmicas do sistema, 2 GDL, em termos da formulação Euleriana das excitações e respostas estruturais harmônicas. A Tabela (1) apresenta as soluções características da perturbação de frequência harmônica na representação Euleriana, também aplicados ao atenuador KDamper.

Para desenvolver as equações (12) e (13), inicia-se atribuindo os resultados das soluções referentes aos sistemas primário e secundário das equações (9) e (10). O próximo passo é obter as funções de transferência do sistema dinâmico.

$$[-i\omega c_S - k_S]\mathbf{U}_P + [-\omega^2 m_S + i\omega c_S + k_S]\mathbf{U}_S = 0 \quad (12)$$

$$[-\omega^2 m_P + i\omega c_S + (k_P + k_S)]\mathbf{U}_P + [-i\omega c_S - k_S]\mathbf{U}_S = \mathbf{F}_P = k_{eq}\mathbf{U}_{P0} \quad (13)$$

Utilizando-se as Equações (12) e (13), mediante manipulação algébrica obtém-se a função de amplificação dinâmica para os deslocamentos da estrutura global, composta pela estrutura original e o atenuador. Esta Função de Amplificação Dinâmica para deslocamentos é a relação entre o deslocamento \mathbf{U}_P e o deslocamento estático da estrutura, conforme delineado na Tabela 2. Dessa forma, a Equação (14) aborda o fator de amplificação dinâmico.

$$\left| \frac{\mathbf{U}_P}{\mathbf{U}_{P0}} \right| = \sqrt{\frac{(\beta^2 - \Omega^2)^2 + (2\Omega\beta\zeta_S)^2}{[\Omega^2 - \Omega^2[1 + \beta^2 + (1+k)^2]\gamma\beta^2] + \beta^2 + (2\beta\zeta_S)^2\beta\Omega[(1 - k^2\gamma\beta) - \Omega^2(1 + \gamma)]}} \quad (14)$$

De acordo com Antoniadis *et al.* (2018), a escolha dos parâmetros para configuração ótima do atenuador de rigidez negativa deve-se atentar aos valores máximos (dois polos) da função de transferência. Os picos da função devem ser os menores e mais próximos possíveis, como indicado por Den Hartog (1956), essa condição pode ser alcançada por meio de uma abordagem de otimização.

Antoniadis *et al.* (2018) ainda afirmam que os parâmetros ótimos do atenuador são obtidos através da razão de massas γ em torno de 5% e condicionando a razão de rigidezes, κ , a partir da Equação (15). A razão ótima de frequências, β_{otm} , é dada pela Equação (16), que relaciona as frequências naturais dos sistemas primário e secundário.

$$\kappa = -\frac{k_N}{k_S} \quad (15)$$

$$\beta_{otm} = \omega_S/\omega_P = \sqrt{\frac{1}{(1 + \gamma + \kappa\gamma)(1 + \gamma) - \kappa^2\gamma}} \quad (16)$$

A Equação (17) representa o valor da rigidez negativa do atenuador de vibrações KDamper, enquanto o valor da rigidez positiva do mesmo atenuador é relacionado pela Equação (18).

$$k_N = -k\beta_{otm}^2\gamma k_{eq} \quad (17)$$

$$k_T = (1 + k)\beta_{otm}^2 k_{eq} \quad (18)$$

Uma vez em que o denominador do argumento da Equação (16) deva ser maior do que zero, para evitar uma indeterminação ou valor imaginário, há necessidade de que um valor $\kappa_{m\acute{a}x}$ da relação de rigidezes, Equação (15), seja respeitado. Assim, esse valor $\kappa_{m\acute{a}x}$, pode ser obtido mediante manipulação algébrica do denominador da Equação (16), ficando representado na Equação (19).

$$\kappa_{m\acute{a}x} = (1 + \gamma) \frac{1 + \sqrt{\frac{1 + 4}{\gamma}}}{2} \quad (19)$$

3.4 Método de solução das equações de Movimento por Newmark

Existem alguns métodos para a solução numérica de equações diferenciais ao longo do tempo, tais como: método de Newmark e método de Diferenças Centrais. Entretanto pelo fato de o método de Newmark ser incondicionalmente estável dentre os métodos implícitos, utilizando-se alguns de seus hiperparâmetros estabelecidos previamente, escolheu-se esse método para a solução do sistema em estudo. Os hiperparâmetros δ e α , que estão relacionados em quanto a aceleração ao final do intervalo afeta nas equações de velocidade e deslocamento, dentro do período Δt (Rao, 2017), dão a estabilidade ao método quando seus valores ficam arbitrados em $\delta = \frac{1}{2}$ e $\alpha = \frac{1}{4}$.

As Equações (20) e (21) definem, para diversos graus de liberdade, os vetores velocidade e deslocamento até o instante de tempo $t + \Delta t$, considerando que a aceleração varia de forma linear dentro dos seguintes limites de tempo t e $t + \Delta t$ (Rao, 2011).

$$\vec{\dot{x}}_{t+\Delta t} = \vec{\dot{x}}_t + [(1 - \delta)\vec{\ddot{x}}_t + \delta\vec{\ddot{x}}_{t+\Delta t}]\Delta t \quad (20)$$

$$\vec{x}_{t+\Delta t} = \vec{x}_t + \Delta t\vec{\dot{x}}_t + [(0.5 - \alpha)\vec{\ddot{x}}_t + \alpha\vec{\ddot{x}}_{t+\Delta t}]\Delta t^2 \quad (21)$$

Isolando-se na Equação (21) a variável $\vec{\ddot{x}}_{t+\Delta t}$, chega-se na Equação (22) e em seguida substituindo essa expressão juntamente com a Equação (20) na Equação de Movimento (23), obtém-se à Equação (24) que expressa o deslocamento em função da aceleração e velocidade obtidas no tempo inicial e a força no tempo *a posteriori*, $\vec{F}_{t+\Delta t}$.

$$\vec{\ddot{x}}_{t+\Delta t} = \frac{(\vec{x}_{t+\Delta t} - \vec{x}_t)}{\alpha(\Delta t)^2} - \frac{\vec{\dot{x}}_t}{\alpha\Delta t} - \left(\frac{1}{2\alpha} - 1\right)\vec{\ddot{x}}_t \quad (22)$$

$$M\vec{\ddot{x}}_{t+\Delta t} + C\vec{\dot{x}}_{t+\Delta t} + K\vec{x}_{t+\Delta t} = \vec{F}_{t+\Delta t} \quad (23)$$

$$\vec{x}_{t+\Delta t} = \left[\frac{1}{\alpha(\Delta t)^2}M + \frac{\delta}{\alpha\Delta t}C + K \right]^{-1} \left\{ \vec{F}_{t+\Delta t} + M \left(\frac{1}{\alpha(\Delta t)^2}\vec{x}_t + \frac{1}{\alpha\Delta t}\vec{\dot{x}}_t + \left(\frac{1}{2\alpha} - 1\right)\vec{\ddot{x}}_t \right) + C \left(\frac{\delta}{\alpha\Delta t}\vec{x}_t + \left(\frac{\delta}{\alpha} - 1\right)\vec{\dot{x}}_t + \left(\frac{\delta}{\alpha} - 2\right)\frac{\Delta t}{2}\vec{\ddot{x}}_t \right) \right\} \quad (24)$$

Foi adotado um intervalo de tempo de 1×10^{-4} neste estudo, visando garantir a precisão dos resultados numéricos. Para alcançar essa precisão, empregou-se uma discretização decrescente dos intervalos de tempo, persistindo até que as alterações nos resultados numéricos, em termos de valores RMS (*Root Mean Square*), não ultrapassassem 1%.

3.5 Geração de perfis randômicos

Geralmente, a investigação de veículos ocorre, por exemplo, quando estes trafegam por estradas e rodovias pavimentadas. Para tais situações, a representação da excitação da estrada pode ser delineada conforme a norma de perfis de superfícies de estrada (ISO 8608:2016), empregando as funções de Densidade Espectral de Potência (PSD) para categorizar as rodovias com base em seus níveis de vibração. Esses níveis podem ser analisados por meio de uma distribuição gaussiana estocástica amplamente utilizada na análise e classificação de rodovias (Múčka, 2018), conforme Equação (25):

$$G_d(\Omega) = G_d(\Omega_0) \left(\frac{\Omega}{\Omega_0} \right)^{-w} \quad (25)$$

onde $G_d(\Omega)$ é o espectro de densidade de potência (m^3/rad), Ω a frequência angular espacial (rad/m), $G_d(\Omega_0)$ é o índice de irregularidade, Ω_0 a referência angular espacial e w a ondulação do local. A elaboração de perfis de pista, que reproduzam tais irregularidades, pode ser realizada por meio da técnica de superposição de diversos processos senoidais simples e não correlacionados, conforme detalhado por (Shinozuka e Jan, 1972).

3.6 Equações de Movimento do Veículo Utilizado na Análise

Nessa parte do trabalho, serão apresentadas as equações de movimento dos GDL que tiveram sua dinâmica alterada devido ao acoplamento do atenuador de vibração KDamper. Para avaliação da performance de atenuação que o KDamper pode fornecer a um assento veicular, esse atenuador foi acoplado ao assento de um modelo numérico com 8 GDL, do tipo *full car*.

A obtenção das equações de movimento relacionadas a cada um dos graus de liberdade, representa uma etapa fundamental para análise do desempenho do atenuador de vibrações, foco deste trabalho. A modelagem das equações de movimento foi realizada através da formulação de Euler-Lagrange, que é um balanço entre as energias conservativas e a dissipação de energia proporcionada pelo amortecimento. As energias que governam a dinâmica da estrutura são: potencial elástica, potencial gravitacional e cinética.

Na Tabela 3, serão apresentados os GDL do sistema com suas respectivas variáveis.

Tabela 3 – Graus de Liberdade.

| Variável | Grau de Liberdade |
|-----------|-------------------------|
| z_k | Vertical do Atenuador |
| z_a | Motorista + Assento |
| z_c | Chassi |
| θ | Rolagem |
| φ | Arfagem |
| z_1 | Roda Dianteira Esquerda |
| z_2 | Roda Traseira Esquerda |
| z_3 | Roda Dianteira Direita |
| z_4 | Roda Traseira Direita |

As equações de movimento do sistema serão 9, devido ao acréscimo do GDL do KDamper. Maiores detalhes (inércias, rigidezes e amortecimentos) do modelo original do veículo podem ser encontrados em Grotti *et al.*, 2023. Um esquema do sistema multicorpo está indicado na Figura A.1 do Anexo. Nessa parte do trabalho, serão apresentadas unicamente as equações de movimento dos GDL que tiveram sua dinâmica alterada devido ao acoplamento do atenuador de vibração KDamper.

A Equação (26) descreve o movimento vertical do Grau de Liberdade composto pelo atenuador (KDamper), abrangendo as forças e variáveis pertinentes a esse sistema dinâmico.

$$\ddot{z}_k m_k - k_{ak} z_a + k_{ak} z_k + k_n z_k - k_n z_c + k_n \varphi x_a - k_n \theta y_a - c_{ak} \dot{z}_a + c_{ak} \dot{z}_k = 0 \quad (26)$$

A Equação (27) descreve o movimento vertical deste GDL (Motorista e Assento).

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{z}}_a m_a + k_a \mathbf{z}_a - k_a \mathbf{z}_c + k_a \varphi x_a - k_a \theta y_a + k_{ak} \mathbf{z}_a - k_{ak} \mathbf{z}_k + c_a \dot{\mathbf{z}}_a - c_a \dot{\mathbf{z}}_c + c_a \dot{\varphi} x_a - c_a \dot{\theta} y_a \\ + c_{ak} \dot{\mathbf{z}}_a - c_{ak} \dot{\mathbf{z}}_k = 0 \end{aligned} \quad (27)$$

A Equação (28) representa matematicamente o GDL de deslocamento vertical do chassi.

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{z}}_c m_c - k_n \mathbf{z}_k - k_a \mathbf{z}_a + \mathbf{z}_c (k_n + k_a + k_1 + k_2 + k_3 + k_4) \\ + \theta (k_n y_a + k_a y_a + k_1 w + k_2 w - k_3 w - k_4 w) \\ + \varphi (-k_n x_a - k_a x_a - k_1 a + k_2 b - k_3 a + k_4 b) + \mathbf{z}_1 (-k_1) \\ + \mathbf{z}_2 (-k_2) + \mathbf{z}_3 (-k_3) + \mathbf{z}_4 (-k_4) = 0 \end{aligned} \quad (28)$$

O movimento de rolagem, em dinâmica veicular, refere-se à capacidade de um veículo realizar movimentos de rotação em torno do eixo longitudinal (eixo orientado da frente para a traseira do veículo). Segue na Equação (29) a representação matemática do GDL de rolagem.

$$\begin{aligned} \ddot{\theta} I_x - k_n y_a \mathbf{z}_k + \mathbf{z}_a (-k_a y_a) + \mathbf{z}_c (k_n y_a + k_a y_a + k_1 w + k_2 w - k_3 w - k_4 w) \\ + \theta [k_n (y_a)^2 + k_a (y_a)^2 + k_1 (w)^2 + k_2 (w)^2 + k_3 (w)^2 + k_4 (w)^2] \\ + \varphi (-k_n y_a x_a - k_a y_a x_a - k_1 w a + k_2 w b + k_3 w a - k_4 w b) + \mathbf{z}_1 (-k_1 w) \\ + \mathbf{z}_2 (-k_2 w) + \mathbf{z}_3 (k_3 w) + \mathbf{z}_4 (k_4 w) = 0 \end{aligned} \quad (29)$$

Na dinâmica veicular, arfagem é o ângulo de inclinação do veículo em relação ao eixo transversal. Segue na Equação (30) sua representação matemática.

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi} I_y + k_n x_a \mathbf{z}_k + \mathbf{z}_a (k_a x_a) + \mathbf{z}_c (-k_n x_a - k_1 a + k_2 b - k_3 a + k_4 b - k_a x_a) \\ + \theta (-k_1 a w + k_2 b w + k_3 a w - k_4 b w - k_a x_a y_a - k_n x_a y_a) \\ + \varphi (k_n x_a^2 + k_a x_a^2 + k_1 a^2 + k_2 b^2 + k_4 b^2 + k_3 a^2) + \mathbf{z}_1 (k_1 a) \\ + \mathbf{z}_2 (-k_2 b) + \mathbf{z}_3 (k_3 a) + \mathbf{z}_4 (-k_4 b) = 0 \end{aligned} \quad (30)$$

3.7 Particle Swarm Optimization PSO

Com o objetivo de avaliar se a mudança dos parâmetros ótimos, definidos por Antoniadis *et al.* (2018) do KDamper (k_N e k_S) poderiam ser ainda melhorados e refinados, optou-se por também melhorar os valores indicados na literatura, partindo-se para uma otimização numérica destes parâmetros.

O método empregado para abordar a questão central deste estudo é o PSO (*Particle Swarm Optimization*), desenvolvido por Kennedy e Eberhart (1995). O PSO é inspirado no comportamento de animais sociais, como pássaros e peixes, e fundamenta-se no conceito de aprendizado social. As Equações 31 e 32 delineiam a atualização da posição e velocidade das variáveis de projeto ao longo das iterações.

$$\mathbf{v}_{i,j}^{k+1} = \chi[\omega\mathbf{v}_i^k + \lambda_1 r_1(\mathbf{x}lbest_{i,j}^k - \mathbf{x}_{i,j}^k) + \lambda_2 r_2(\mathbf{x}gbest_j^k - \mathbf{x}_{i,j}^k)] \quad (31)$$

$$\mathbf{x}_{i,j}^{k+1} = \mathbf{x}_{i,j}^k + \mathbf{v}_{i,j}^k \Delta t \quad (32)$$

onde, ω é o momento de inércia, $\mathbf{x}_{i,j}^{k+1}$ é o valor na iteração k das variáveis de projeto j da partícula i , $\mathbf{x}lbest_{i,j}^k$ é o melhor conjunto de variáveis de projeto j encontrada pela partícula i , $\mathbf{v}_{i,j}^k$ é a velocidade atualizada da partícula i , $\mathbf{x}gbest_j^k$ é o melhor conjunto de variáveis de projeto encontrado por toda a população, r_1 e r_2 são valores aleatórios entre zero e um, λ_1 é o componente cognitivo individual, λ_2 é o componente cognitivo coletivo e Δt é o intervalo de tempo.

Como critério de parada, foram consideradas as distâncias entre os dois melhores globais respectivos, juntamente com um cálculo fundamentado no coeficiente de variação das soluções. A convergência é assumida e o algoritmo de otimização encerra as iterações quando ambos os critérios são atendidos.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

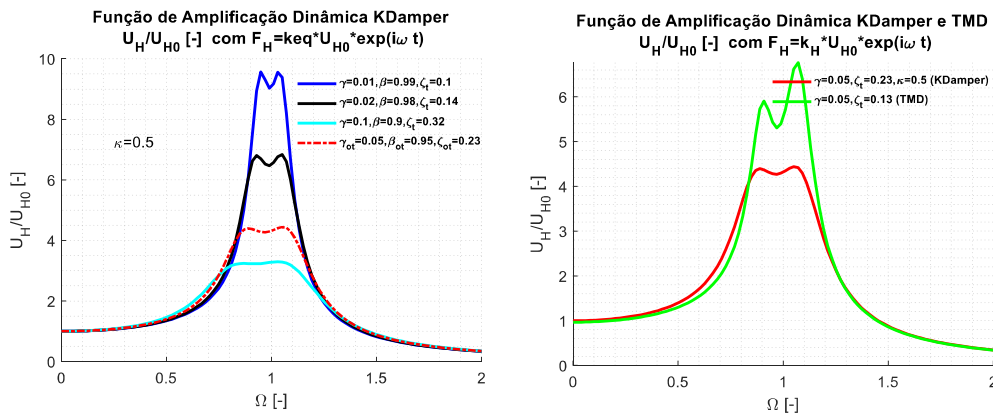
Com o objetivo de analisar a performance de atenuação de vibrações em estruturas equipadas com atenuadores TMD e KDamper, este capítulo apresenta, em um primeiro momento, o estudo sobre as curvas de amplificação dinâmica de um sistema com 2 GDL (Estrutura junto com Atenuador). Posteriormente, uma vez definido o melhor desempenho do KDamper para regiões de ressonância, apresenta-se a análise da atenuação que o mesmo promove nas respostas dinâmicas de um assento veicular. E finalmente, apresenta-se a atenuação que o KDamper imprime ao mesmo sistema, assento veicular, tendo seus parâmetros elásticos otimizados pelo algoritmo PSO. Para as análises do desempenho do KDamper na atenuação de vibrações em assento veicular, o sistema com 9 GDL (Veículo mais KDamper) foi exposto a vibrações randômicas geradas conforme valores indicados na norma de perfis de superfícies de estrada (ISO 8608:2016) e procedimento descrito em Shinozuka e Jan (1975).

4.1 Comparativo da Função de Amplificação Dinâmica do TMD e KDamper

As funções de transferência associadas aos sistemas, TMD e KDamper, expressam a transmissibilidade de vibrações em função da razão das frequências de excitação e natural da estrutura. As Equações (6) e (14) permitem obter as curvas de amplificação dos sistemas com TMD e KDamper acoplados, respectivamente. Esse entendimento viabiliza um projeto preliminar preciso dos parâmetros inerciais e elásticos dos atenuadores de vibrações, a fim de se obter a atenuação desejada. Prevenindo, dessa forma, eficazmente o fenômeno de ressonância estrutural nas frequências predominantes de excitação.

Alterando os valores dos parâmetros de razão de amortecimento (ζ), razão de massas (γ) e razão entre a frequência natural do sistema de atenuação e a frequência da força de excitação (β), foram gerados os gráficos presentes na Figura (2). Esses gráficos ilustram a amplificação das vibrações em função à razão de frequências.

Figura 2 – (a) Função de Amplificação Dinâmica do KDamper. (b) Função de Amplificação Dinâmica do KDamper e do TMD.



A Figura 2b evidencia que o sistema com atenuador KDamper possui melhor desempenho, comparativamente ao TMD, quando ambos são excitados nas frequências próximas à frequência natural da estrutura, condição de ressonância. Para regiões distantes da ressonância o desempenho dos dois sistemas se assemelha, dessa forma para sinais com frequência aleatória, espera-se que a performance do KDamper não seja consideravelmente diferente da performance do TMD.

4.2 Comparativo Vibrações do Veículo com Assento Original e com KDamper

A avaliação do desempenho de um atenuador de vibrações é realizada comparando as respostas dinâmicas do sistema antes e depois de seu acoplamento com o mesmo. Dessa forma, o objetivo do respectivo tópico, será apresentar as respostas dinâmicas, a partir dos resultados apresentados na Tabela 4, do assento com e sem o atenuador acoplado, para assim avaliar o desempenho do KDamper.

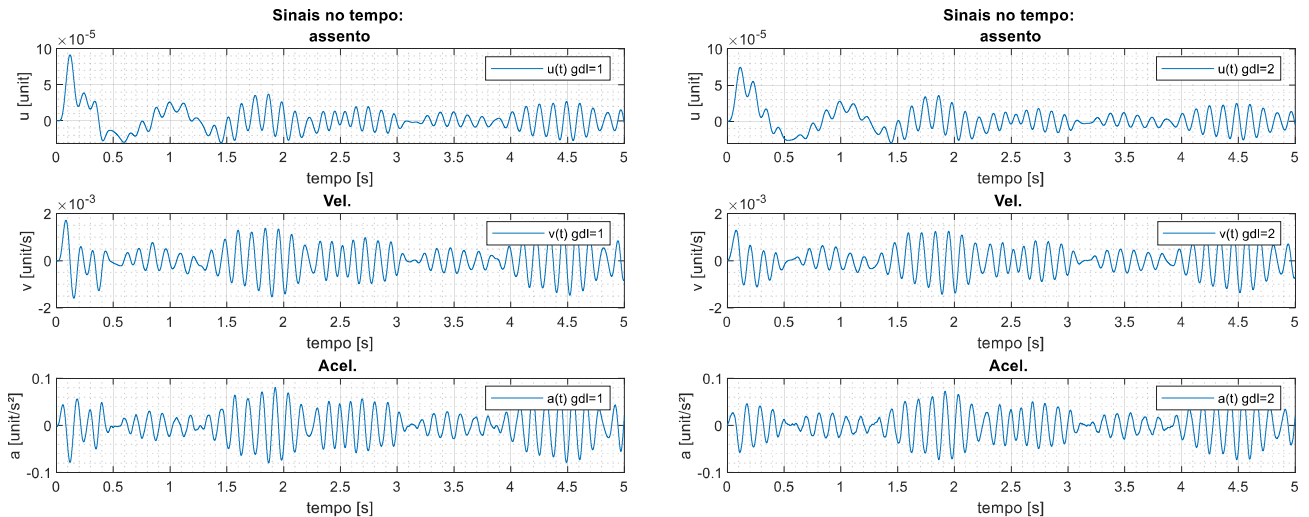
Tabela 4 – Valores RMS da aceleração, velocidade e deslocamento em cada em cada GDL.

| Estrutura original | | |
|---|-----------------------------|-----------------------------|
| Aceleração <i>RMS</i> (m/s ²) | Velocidade <i>RMS</i> (m/s) | Deslocamento <i>RMS</i> (m) |
| 3.2065×10^{-2} | 6.1015×10^{-4} | 1.7390×10^{-5} |
| Estrutura original com KDamper | | |
| Aceleração <i>RMS</i> (m/s ²) | Velocidade <i>RMS</i> (m/s) | Deslocamento <i>RMS</i> (m) |
| 2.8946×10^{-2} | 5.5165×10^{-4} | 1.6547×10^{-5} |

Na comparação entre o assento original e o assento equipado com o atenuador KDamper, nota-se diminuição nos valores de aceleração, velocidade e deslocamento RMS quando o sistema é equipado com o atenuador. A introdução do KDamper proporcionou uma redução pouco representativa na aceleração RMS, sendo essa redução de 9,73%, assim como nos valores de deslocamento e velocidade RMS: 4,85% e 9,59% respectivamente. Imagina-se que a redução não tão elevada se deva ao fato de utilizar parâmetros ótimos indicados pelo Antoniadis (2016) para um sistema de 2 GDL, que é diferente do sistema do veículo com 8 GDL. Essa redução foi obtida com o uso de uma massa sintonizada de 5% da massa do assento mais o motorista. Isso sugere que, para um desempenho mais significativo é necessário utilizar massas maiores no sistema de atenuação para uma pista de irregularidades aleatórias. Nas Figuras 3a e 3b, são

apresentadas as respostas dinâmicas dos sistemas original e com KDamper acoplado (sem parâmetros otimizados por PSO).

Figura 3 – (a) Respostas Dinâmicas do Sistema Original. (b) Respostas Dinâmicas do Sistema com KDamper **não otimizado** com PSO.



Percebe-se que, para um tempo de simulação de 5 segundos, nenhum dos sistemas entra em estado estacionário. Ainda é indicado que o pico das acelerações foi reduzido, entretanto o valor RMS do sinal não o foi significativamente.

4.3 Comparativo Vibrações do Veículo com KDamper no Assento e com KDamper no assento Otimizado por PSO

Com o objetivo de verificar se é possível melhorar a atenuação do KDamper através da otimização de seus parâmetros optou-se por fazer uma otimização numérica. O desempenho de atenuação, proporcionado pelo KDamper, pode ser otimizado por meio da busca de valores das rigidezes que, de acordo com determinadas condições da estrutura e excitações a que esta é submetida, possam diminuir mais a transmissibilidade das vibrações. Seguindo esta perspectiva, através da utilização de um algoritmo metaheurístico, PSO, buscou-se a combinação ótima dos parâmetros elásticos do KDamper, visando melhorar sua resposta dinâmica para as oscilações aleatórias impostas pelas vias de tráfego.

4.4 Apresentação do problema de otimização

O problema de otimização aqui apresentado, possui como função objetivo a minimização da aceleração *RMS* no segundo GDL. As variáveis de projeto (\mathbf{x}_i) foram definidas como as rigidezes dos dois elementos elásticos, $\mathbf{x}_1 = k_N$ e $\mathbf{x}_2 = k_S$, do atenuador. Conforme Antoniadis, o valor limite para a relação de rigidezes, deve ser obtido conforme a Equação (19). Assim, para garantir que esse limite não fosse transposto, utilizou-se o mesmo como restrição para a otimização. A Equação (33), apresenta de forma matemática o problema de otimização.

Problema de otimização

$$\begin{aligned}
 \text{Minimizar:} \quad & f_1(x) = RMS(\ddot{z}_a) \\
 & \mathbf{x}_i \in [0,10 \cdot \mathbf{x}_{i,ref}; 50 \cdot \mathbf{x}_{i,ref}], \quad i = 1,2 \\
 \text{Sujeito a:} \quad & \kappa_{m\acute{a}x} = (1 + \gamma) \frac{1 + \sqrt{\frac{1 + 4}{\gamma}}}{2}
 \end{aligned} \tag{34}$$

As variáveis de projeto tiveram como limites os valores de 0,1 e 50, sendo esses arbitrados de forma que as rigidezes não atinjam valores incoerentes com reais de projeto.

4.5 Resultados obtidos mediante a otimização

Valores de deslocamento, velocidade e aceleração são apresentados na Tabela 5, tanto para a estrutura original com KDamper quanto para a estrutura original com KDamper otimizado pelo PSO.

Tabela 5 – Valores RMS da aceleração, velocidade e deslocamento no GDL do assento.

| Estrutura original com KDamper | | |
|---|-----------------------------|-----------------------------|
| Aceleração <i>RMS</i> (m/s ²) | Velocidade <i>RMS</i> (m/s) | Deslocamento <i>RMS</i> (m) |
| $2,8946 \times 10^{-2}$ | $5,52 \times 10^{-4}$ | $1,65 \times 10^{-5}$ |
| Estrutura original com KDamper Otimizado | | |
| Aceleração <i>RMS</i> (m/s ²) | Velocidade <i>RMS</i> (m/s) | Deslocamento <i>RMS</i> (m) |
| $4,31 \times 10^{-4}$ | $3,61 \times 10^{-5}$ | $6,61 \times 10^{-6}$ |

Na análise comparativa entre a estrutura original com KDamper e a estrutura com parâmetros otimizados numericamente, observa-se melhorias significativas na resposta dinâmica obtida após a otimização. A aceleração RMS diminui cerca de 98,5%, enquanto a velocidade RMS e o deslocamento RMS diminuíram 93,4% e 60,1% respectivamente. Ainda, comparando-se os valores obtidos das respostas dinâmicas com o atenuador otimizado, frente aqueles obtidos com o sistema original, sem atenuador, nota-se uma redução da aceleração, velocidade e deslocamento, de 98,6%, 94,1% e 62,0% respectivamente.

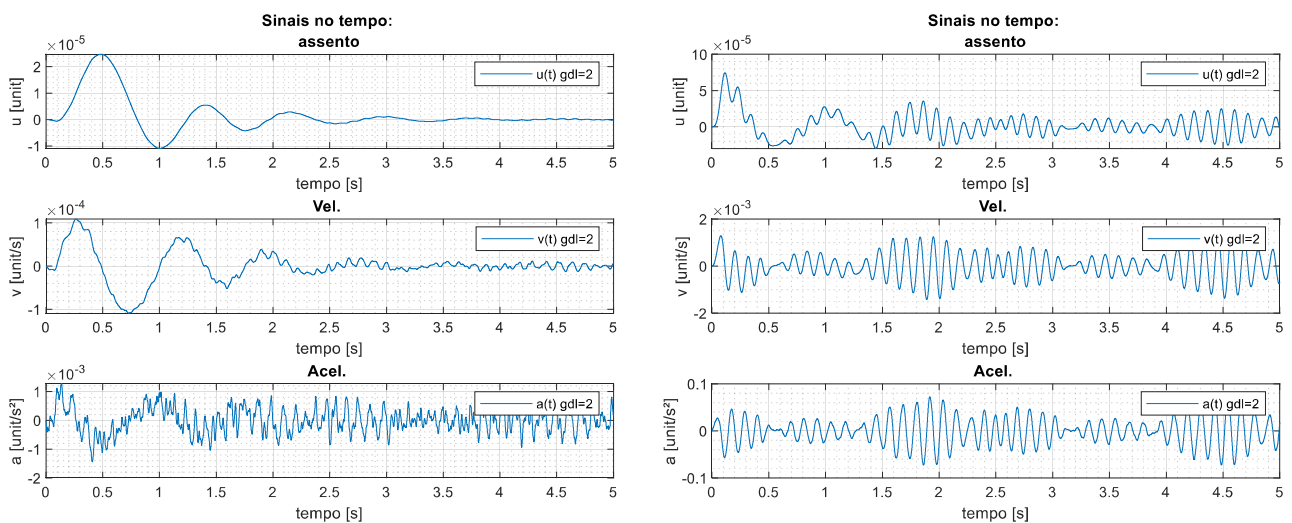
Na Tabela 6 são mostrados os valores nominais das variáveis de projeto, assim como seus valores otimizados numericamente pelo PSO. E nas Figuras 4a e 4b são apresentadas as respostas dinâmicas ao longo do tempo dos sistemas com KDamper acoplado (sem otimização) e com KDamper otimizado com PSO respectivamente.

Tabela 6 – Valores nominais e otimizados das variáveis de projeto.

| Valores Nominais das Variáveis de Projeto (Antoniadis, 2016) | |
|---|--------------------|
| k_N | k_S |
| -4.75×10^3 | 9.50×10^3 |
| Valores Otimizados das Variáveis de Projeto | |
| k_N | k_S |
| -8.25×10^4 | 4.27×10^5 |

Conforme indicado na Figura 4a, o sistema (assento) acoplado ao KDamper Otimizado com PSO, entra em estado estacionário por volta de 4,5 segundos, enquanto o sistema (assento) acoplado ao KDamper convencional não atinge o estado estacionário em um tempo tão reduzido. Mais uma vez ressalta-se que, a otimização possibilita um comportamento dinâmico mais controlado e confere ao desempenho estrutural uma maior robustez diante de fenômenos que poderiam, de outra forma, resultar em vibrações muito desconfortáveis ao motorista ou mesmo danosas à sua saúde.

Figura 4 – (a) Respostas Dinâmicas do Sistema com KDamper **otimizado** com PSO. (b) Respostas Dinâmicas do Sistema com KDamper **não otimizado** com PSO.



5 CONCLUSÕES

Este trabalho objetivou a implementação de um sistema passivo de atenuação, baseado no princípio da rigidez negativa (KDamper), para aplicação em um banco de veículo. As principais equações de movimento, para o sistema, foram descritas e a performance do nível de atenuação que o atenuador implementado promoveu foi comparado com o proporcionado pelo atenuador dinâmico de vibrações TMD.

O acoplamento dos graus de liberdade de um veículo simples, com 8 GDL, junto com o sistema passivo KDamper instalado abaixo do assento do motorista, foi desenvolvido. Posteriormente, foram comparadas numericamente as situações de vibração do veículo, tanto sem o controle passivo quanto com o controle passivo.

Com o uso de um otimizador, PSO, os parâmetros que definem o KDamper (rigidez negativa e positiva) foram otimizados numericamente com o objetivo de minimizar ainda mais os níveis de vibração. Como resultado, os níveis de vibração, após a otimização, foram bem menores que aqueles obtidos utilizando equações da literatura. Isto merece maiores investigações, visto que as equações para parâmetros ótimos da literatura são para um caso de um sistema de 2 GDL e que seu emprego para um sistema de n GDLs deve ser generalizado. Além disso, é importante observar que as equações derivadas da literatura foram concebidas para ajustar a inércia do atenuador a frequências específicas predefinidas.

A análise comparativa entre a estrutura original com o KDamper e a estrutura com KDamper com parâmetros otimizados numericamente mostra uma melhoria significativa na resposta dinâmica após a otimização. A velocidade RMS diminuiu em 93,4% e o deslocamento RMS em 60,1%, respectivamente. Para a aceleração RMS, esta diminuiu em 98,5%. Além

disso, ao comparar os valores das respostas dinâmicas com o atenuador otimizado com os do sistema original sem atenuador, foi observada uma redução de 98,6% na aceleração, 94,1% na velocidade e 62,0% no deslocamento, respectivamente, o que indica que o uso deste tipo de atenuador é promissor.

O otimizador, dentro do espaço de procura dos ótimos para a função objetivo do problema proposto, encontrou para as várias frequências oriundas da pista a que o veículo foi sujeito, a melhor combinação de valores para as variáveis de projeto. Resultando na atenuação significativamente maior do que aquela obtida com equações para frequências únicas, como procedimento indicado na literatura. Assim, é justificado que as equações provenientes da literatura mostram a forma de se obter níveis adequados de atenuação para situações específicas, como por exemplo mitigar as respostas dinâmicas de determinados GDL perante situações em que estejam em ressonância, porém não são significativamente interessantes para cargas dinâmicas com bandas de frequências

5.1 Sugestões para trabalhos futuros

Como sugestões para trabalhos futuros, sugere-se um estudo comparativo entre um sistema de controle de vibrações passivos do tipo TMD acoplado ao banco, além de outros tipos de pistas. Como trabalho mais elaborado, um comparativo com um sistema de controle ativo (tipo LQR, PID, etc.) ou mesmo híbrido (KDamper+ LQR) também seria indicado, visto que se poderia avaliar as vantagens e suas desvantagens. Neste trabalho, a implementação de um modelo que represente melhora dinâmica do motorista não foi realizada, entretanto tal modelo, uma vez implementado poderia ser de grande utilidade para a investigação de como os níveis de vibração afetariam o conforto e saúde do motorista.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANTONIADIS, I.A., CHRONOPOULOS, D., SPITAS, V. KOULOCHERIS, D. “**Hyper-damping properties of a stiff and stable linear oscillator with a negative stiffness element**”. Journal of Sound and Vibration, v. 346, p. 37-52, jun. 2015.

ANTONIADIS, I.A., KANARACHOS, S.A., GRYLLIAS, K., SAPOUTIZAKIS, I.E. “**KDamper: A stiffness based vibration absorption concept**”. Journal of Vibration and Control, v. 24, n. 3, p. 588–606, Feb. 2018.

BACHMANN, H., PRETLOVE, A.J, RAINER, H., 1995. “**Dynamic Forces from Rhythmical Human Body Motions**”. Vibration Problems in Structures. Practical guidelines.

DEN HARTOG, J. P. **Mechanical Vibration**, McGraw-Hill, New York. N.Y., 1956.

DESAL, R.; GUHA, A.; SESHU, P. “**Modelling and simulation of active and passive seat suspensions for vibration attenuation of vehicle occupants**”, International Journal of Dynamics and Control (2021) 9:1423–1443. doi:10.1007/s40435-021-00788-2.

DOMIZIO, M.; GARRIDO, H.; AMBROSINI, D. “**Single and multiple TMD optimization to control seismic response of nonlinear structures**”. Engineering Structures, 252, 2022. doi:10.1016/j.engstruct.2021.113667

GROTTI, E.; SANTANA, P. B.; PICORAL FILHO, J. G.; GOMES, H. M. “**Multiobjective robust optimization framework based on first and second order Taylor expansion applied to a vehicle suspension design**”. Optimization and Engineering. doi:10.1007/s11081-023-09817-9.

GUO, D. L.; HU, H. Y.; YI, J. Q. “**Neural Network control for a semi-active suspension with a magnetorheological damper**”. Journal of Vibration and Control, 10:461-471, 2004.

ISO 8608:2016. **Road surface profiles: Reporting of measured data**. International Organization for Standardization.

JAZAR, R. N. **Vehicle Dynamics: Theory and Application**, Springer; 1st ed. 2008.

JI, X. “**Evaluation of suspension seats under multiaxis vibration excitations a NN model approach to seat selection**”. D.Sc. Thesis, Graduate Program in Kinesiology, The University of Western Ontario, Canada, 2015.

KAPASAKALIS, K., SAPOUNTZAKIS, I.E., ANTONIADIS, I.A. “**Implementation of the KDamper concept to wind turbine towers**”. 6th International Conference on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering (COMPDYN 2015). Rhodes Island, Greece. School of Civil Engineering. National Technical University of Athens (NTUA), Greece, 2017.

KENNEDY, J.; EBERHART, R. “**Particle Swarm Optimization**”. Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks, 4, 1942-1948. 1995. doi: 1109/ICNN.1995.488968.

MÚČKA, P. “**Simulated Road Profiles according to ISO 8608 in vibration analysis**”. Journal of Testing and Evaluation, Vol. 46, 2018, No. 1, pp. 405-418. doi: 10.1520/JTE20140493.

RAO, S. S. **Vibrações Mecânicas**. 4ª. Edição, Prentice Hall. 388 p. 2017.

SHINOZUKA, M.; JAN, C. M. “**Digital Simulation of Random Process and its applications**”. Journal of Sound and Vibration, vol. 25, pp. 111-118, 1972.

ANEXOS

Figura A.1 – Sistema multicorpo de veículo de 8 GDL sem o KDamper (Adaptado de Grotti *et al.*, 2023).

