

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

REDUÇÃO DA RESPOSTA DINÂMICA DE TORRES METÁLICAS TRELIÇADAS  
AUTOPORTANTES SUBMETIDAS À AÇÃO DO VENTO ATRAVÉS DE  
AMORTECEDORES DE LIGAÇÃO

por

Luiz Guilherme Grotto

Tese para obtenção do Título de  
Doutor em Engenharia

Porto Alegre, 24 de novembro de 2023.

REDUÇÃO DA RESPOSTA DINÂMICA DE TORRES METÁLICAS TRELIÇADAS  
AUTOPORTANTES SUBMETIDAS À AÇÃO DO VENTO ATRAVÉS DE  
AMORTECEDORES DE LIGAÇÃO

por

Luiz Guilherme Grotto  
Mestre em Engenharia Civil

Tese submetida ao Corpo Docente do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, PROMEC, da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de

Doutor em Engenharia

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos

Orientador: Prof. Dr. Leticia Fleck Fadel Miguel

Coorientador : Prof. Dr. João Kaminski Junior – (PPGEC – UFSM)

Comissão de Avaliação:

Prof. Dr. Gerson Moacyr Sisniegas Alva ..... PPGEC / UFU

Prof. Dr. Ruy Carlos Ramos de Menezes ..... PPGEC / UFRGS

Prof. Dr. Ignacio Iturrioz ..... PROMEC / UFRGS

Prof. Dr. Felipe Roman Centeno

Coordenador do PROMEC

Porto Alegre, 24 de novembro de 2023.

- Temo que seu filho tenha o “Jeito”.

- O “Jeito”?

- É uma doença rara caracterizada por uma intuição sobre as coisas mecânicas e elétricas e uma grande inaptidão social.

- Ele poderá levar uma vida normal?

- Não. Ele será um engenheiro.

(Dilbert)

## AGRADECIMENTOS

Inicialmente, agradeço a Deus pela força para superar as dificuldades.

Agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo suporte financeiro para a elaboração deste trabalho.

Aos meus orientadores, Prof.<sup>a</sup> Dra. Letícia Fleck Fadel Miguel e Prof. Dr. João Kaminski Jr., por toda a dedicação, ensinamentos e suporte durante todo o tempo de elaboração dessa tese.

À Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) e ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica (PROMEC) por todo apoio prestado.

Ao GMap, nas pessoas dos professores e funcionários, pela ajuda tanto nas partes experimentais quanto em reflexões que engrandeceram este trabalho.

À UFSM, especialmente ao LMCC e aos professores Dr. Marco Antônio Silva Pinheiro e Dr. René Quispe Rodríguez, pela ajuda nas etapas experimentais e numéricas e conselhos dados.

Aos professores da banca de defesa, Prof. Dr. Ruy Carlos Ramos de Menezes, Prof. Dr. Gerson Moacyr Sisniegas Alva e Prof. Dr. Ignacio Iturrioz pelo tempo dedicado, conselhos e colaborações inclusos nesta tese.

À empresa Clemar Engenharia, por gentilmente fornecer a planta da torre metálica utilizada neste estudo.

À minha noiva, Nathieli, que me acompanha desde a graduação, muito obrigado pelo incentivo em sempre seguir em frente e tentar outra vez e também por entender os meus momentos de irritação, frustração e ausência.

À minha família, em especial aos meus pais e meu irmão, por todo o suporte e carinho durante todo o período desde a graduação até a pós-graduação.

Aos amigos do 101, que me acolheram e me fizeram sentir em casa durante meu período em Porto Alegre.

E a todos que, direta ou indiretamente, colaboraram para a conclusão deste trabalho.

## RESUMO

A expansão dos sistemas de transmissão de energia e de telecomunicações exige cada vez mais um aperfeiçoamento nos projetos das estruturas de suporte, onde torres metálicas são utilizadas na maioria dos casos. Este aperfeiçoamento se dá através da diminuição de material empregado, abrangência de área de alcance, mitigação dos custos e, principalmente, segurança. A principal ação utilizada para o dimensionamento destas torres metálicas é a ação do vento, uma vez que para atender as exigências de projeto, estas estruturas estão se tornando cada vez mais esbeltas. Torres metálicas treliçadas muito altas e esbeltas são bastante suscetíveis a vibrações, impostas principalmente pela ação do vento. Muitas vezes é necessário alterar a concepção do projeto ou fazer uso de dispositivos de controle de vibrações para reduzir as amplitudes da resposta e evitar a ruína da estrutura. Os dispositivos de controle de vibrações passivos são um dos tipos de amortecedores bastante conhecidos pelo seu ótimo desempenho para dissipar a energia do sistema e diminuir os efeitos das excitações dinâmicas. Entretanto, o acréscimo no custo do projeto pela adição de amortecedores passivos comerciais pode tornar o projeto muito caro, inviabilizando-o. Neste trabalho é utilizada uma alternativa aos convencionais tipos de amortecedores comerciais: o uso de elementos, como por exemplo anéis de borracha, nas ligações da estrutura para que estes dissipem a energia do sistema. A inserção destes elementos reduz a rigidez e aumenta o amortecimento da ligação e, por consequência, reduz a frequência natural de vibração da estrutura. Assim, é necessário determinar a rigidez e o amortecimento ótimos que diminuam os efeitos da ação do vento na torre. Portanto, esta tese propõe uma otimização na rigidez e no amortecimento das ligações em estruturas de torres metálicas treliçadas autoportantes submetidas aos efeitos dinâmicos do vento. Inicialmente a estrutura é avaliada considerando as ligações perfeitamente rígidas para, posteriormente, modificar a rigidez e o amortecimento das ligações em busca de uma redução nas amplitudes de deslocamento da torre. Por fim, as frequências naturais de vibração, a taxa de amortecimento e os deslocamentos máximos são comparados para as situações de ligação perfeitamente rígida e semirrígida. Os resultados mostraram que a metodologia proposta foi capaz de reduzir o deslocamento máximo para níveis considerados adequados.

**Palavras-chaves:** Torre metálica treliçada; Ação dinâmica do vento; Ligação semirrígida; Otimização; Controle de vibração.

## **ABSTRACT**

The expansion of energy transmission and telecommunications systems increasingly requires improvement in the design of support structures, where metal towers are used in most cases. This improvement occurs through the reduction of material used, coverage of the reach area, cost mitigation and, mainly, safety. The main action used for the design of these metal towers is the action of the wind, since to meet the design requirements, these structures are becoming more and more slender. Very tall and slender latticed metal towers are very susceptible to vibrations, imposed mainly by the action of the wind. It is often necessary to change the design of the project or make use of vibration control devices to reduce the amplitudes of response and avoid the ruin of the structure. Passive vibration control devices are one of the types of dampers that are well known for their excellent performance in dissipating system energy and reducing the effects of dynamic excitations. However, the increase in the cost of the project by the addition of commercial passive dampers can make the project very expensive, making it unfeasible. In this work an alternative to the conventional types of commercial dampers is used: the use of elements, such as rubber rings, in the connections of the structure so that they dissipate the energy of the system. The insertion of these elements reduces the stiffness and increases the damping of the connection and, consequently, reduces the natural frequency of vibration of the structure. Thus, it is necessary to determine the optimum stiffness and damping that lessen the effects of wind action on the tower. Therefore, this thesis proposes an optimization in the rigidity and damping of the connections in structures of self-supporting latticed metallic towers submitted to the dynamic effects of the wind. Initially, the structure is evaluated considering perfectly rigid connections to later modify the rigidity and damping of the connections in search of a reduction in the tower's displacement amplitudes. Finally, the natural frequencies of vibration, the damping rate and the maximum displacements are compared for perfectly rigid and semi-rigid connection situations. The results showed that the proposed methodology was able to reduce the maximum displacement to levels considered adequate.

**Keywords:** Lattice Metallic tower; Dynamic wind action; Semi-rigid connection; Optimization; Vibration control.

# ÍNDICE

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>21</b>
1.1	Objetivos.....	21
1.2	Justificativa.....	22
1.3	Organização do trabalho.....	23
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>25</b>
2.1	Ligações semirrígidas .....	25
2.2	Otimização de sistemas de dissipação de energia .....	32
<b>3</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....</b>	<b>38</b>
3.1	Análise matricial de estruturas .....	38
3.1.1	Matriz de rigidez, de massa e de transformação de coordenadas do elemento de pórtico espacial.....	38
3.1.2	Matriz de rigidez e de amortecimento do elemento de mola.....	44
3.2	Cálculo da ação do vento na estrutura .....	47
3.2.1	Parcela estática .....	47
3.2.2	Parcela dinâmica ou flutuante .....	53
3.3	Processos aleatórios estacionários .....	58
3.4	Otimização.....	62
<b>4</b>	<b>METODOLOGIA PROPOSTA .....</b>	<b>65</b>
4.1	Definição da estrutura.....	66
4.2	Determinação da ação do vento.....	68
4.3	Barra auxiliar para ensaios dinâmicos com os anéis de borracha.....	70
4.3.1	Determinação das propriedades físicas e geométricas .....	72
4.4	Amortecedor de ligação.....	74
4.4.1	Caracterização dos elementos.....	74
4.4.2	Determinação das rigidezes .....	77
4.4.2.1	Rigidez a compressão na translação .....	79
4.4.2.2	Rigidez ao cisalhamento na translação .....	81
4.4.2.3	Rigidez a compressão na rotação.....	83

4.4.2.4	Rigidez ao cisalhamento na rotação .....	85
4.4.3	Determinação dos coeficientes de amortecimento .....	85
4.4.3.1	Coeficiente de amortecimento a compressão na translação e na rotação .....	86
4.4.3.2	Coeficiente de amortecimento ao cisalhamento na translação e na rotação .....	89
4.5	Análise numérica .....	90
4.5.1	Estrutura com ligações rígidas.....	90
4.5.2	Estrutura com ligações semirrígidas.....	93
<b>5</b>	<b>VALIDAÇÃO DOS PROGRAMAS DESENVOLVIDOS.....</b>	<b>99</b>
5.1	Validação do programa para geração de ventos artificiais .....	99
5.2	Validação do programa para análise modal.....	101
5.3	Validação do programa de integração numérica pelo método de Newmark.....	105
<b>6</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO .....</b>	<b>110</b>
6.1	Determinação da ação do vento.....	110
6.2	Barra auxiliar para ensaios dinâmicos com os anéis de borracha.....	116
6.2.1	Determinação das propriedades físicas e geométricas .....	116
6.3	Determinação das rigidezes .....	119
6.3.1	Rigidez à compressão na translação .....	119
6.3.2	Rigidez ao cisalhamento na translação .....	122
6.3.3	Rigidez à compressão na rotação.....	129
6.3.4	Rigidez ao cisalhamento na rotação .....	135
6.4	Determinação dos coeficientes de amortecimento .....	136
6.4.1	Coeficiente de amortecimento à compressão na translação e na rotação .....	136
6.4.2	Coeficiente de amortecimento ao cisalhamento na translação e na rotação.....	141
6.5	Análise numérica da estrutura com ligações rígidas .....	142
6.6	Análise numérica da estrutura com ligações semirrígidas.....	145
6.7	Comparação dos resultados .....	148
<b>7</b>	<b>CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>151</b>
<b>8</b>	<b>ESTUDOS FUTUROS.....</b>	<b>154</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>155</b>

<b>APÊNDICE A .....</b>	<b>160</b>
<b>APÊNDICE B.....</b>	<b>166</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Ligação semirrígida. [fonte: Adaptado de Cai e Yu (2010)] .....	29
Figura 2.2 – Ligação com a presença de elementos elastoméricos. [fonte: Adaptado de Hsu e Faftis (1992)]. .....	30
Figura 2.3 – Modelo com amortecedores rotacionais e ligações semirrígidas. (a) Pórtico plano utilizado (b) Esquematização da ligação [fonte: Adaptado de Xu et al (2001)]. .....	31
Figura 2.4 – Esquematização de um sistema de TMD. [fonte: Adaptado de Marano et al (2010)] .....	34
Figura 2.5 – Amortecedores ligados ao sistema de contraventamento em V: (a): Pórtico analisado. (b) esquematização da ligação. [fonte: Adaptado de Ribakov e Reinhorn (2003)].	36
Figura 3.1 – Coeficiente de arrasto [fonte: NBR 6123/1988]. .....	51
Figura 3.2 – Fator de proteção [fonte: NBR 6123/1988]. .....	51
Figura 3.3 – Componentes de força de arrasto nas faces [fonte: NBR 6123/1988]. .....	52
Figura 3.4 – Comprimento de rugosidade [fonte: NBR 6123/1988]. .....	55
Figura 3.5 – Comprimento de correlação: (a) Transversal; (b) Vertical. [fonte: Adaptado de Miguel et al, 2012]. .....	56
Figura 3.6 – Notação da interpolação. [fonte: Adaptado de Miguel et al, 2012]. .....	58
Figura 4.1 – Vista lateral da estrutura da torre. ....	67
Figura 4.2 – Barra metálica ajustada para o ensaio. ....	71
Figura 4.3 – Balança hidrostática [fonte: Internet] .....	72
Figura 4.4 – Elemento de mola: (a) Translação; (b) Rotação. ....	75
Figura 4.5 – Anel de borracha. ....	76
Figura 4.6 – Deslocamentos para os seis graus de liberdade. ....	78
Figura 4.7 – Esquema do ensaio para determinar a rigidez à compressão na translação. ....	80
Figura 4.8 – Equipamento utilizado nos ensaios. ....	81
Figura 4.9 – Esquematização do ensaio para rigidez ao cisalhamento na translação. ....	82
Figura 4.10 – Esquema do ensaio para determinar a rigidez à compressão na rotação. ....	83
Figura 4.11 – Fluxograma do processo de otimização para determinar a rigidez a compressão na rotação. ....	84
Figura 4.12 – Fluxograma do processo de otimização para determinar o coeficiente de amortecimento a compressão na rotação. ....	88

Figura 4.13 – Fluxograma do processo de otimização para determinar o deslocamento máximo no topo da estrutura. ....	96
Figura 5.1 – Perfil do exemplo de vento gerado pelo algoritmo. ....	99
Figura 5.2 – Transformada de Fourier para o perfil do exemplo do vento gerado pelo algoritmo. ....	100
Figura 5.3 – Comparação da média dos sinais com o espectro de Davenport. ....	101
Figura 5.4 – Estrutura utilizada para a validação. ....	102
Figura 5.5 – Sistema de 2GDL (MIGUEL (2008)). ....	106
Figura 5.6 – Comparação das respostas exata e de Newmark para o deslocamento. ....	108
Figura 5.7 – Comparação das respostas exata e de Newmark para a velocidade. ....	108
Figura 5.8 – Comparação das respostas exata e de Newmark para a aceleração. ....	108
Figura 6.1 – Perfil da parcela estática do vento. ....	112
Figura 6.2 – Espectro de Davenport. ....	113
Figura 6.3 – Velocidade do vento flutuante. ....	114
Figura 6.4 – Velocidade total do vento no nó 605. ....	115
Figura 6.5 – Força aplicada no nó 605. ....	116
Figura 6.6 – Sinal no tempo da barra com ligação rígida. ....	118
Figura 6.7 – Anel de borracha durante o ensaio de compressão na translação. ....	120
Figura 6.8 – Ensaio de compressão do anel de borracha. ....	121
Figura 6.9 – Comportamento médio e equação estimada. ....	121
Figura 6.10 – Anel de borracha no ensaio de cisalhamento na translação. ....	123
Figura 6.11 – Ensaio de cisalhamento do anel de borracha. ....	123
Figura 6.12 – Ensaio de cisalhamento do anel de borracha nos deslocamentos iniciais. ....	124
Figura 6.13 – Ensaio de cisalhamento do anel de borracha nos deslocamentos iniciais para 15% de compressão. ....	125
Figura 6.14 – Ensaio de cisalhamento do anel de borracha nos deslocamentos iniciais para 45% de compressão. ....	126
Figura 6.15 – Ensaio de cisalhamento do anel de borracha nos deslocamentos iniciais para 60% de compressão. ....	127
Figura 6.16 – Rigidez ao cisalhamento na translação. ....	128
Figura 6.17 – Anéis de borracha com 15% de compressão. ....	129
Figura 6.18 – Anéis de borracha com 30% de compressão. ....	130

Figura 6.19 – Anéis de borracha com 45% de compressão.....	130
Figura 6.20 – Sinal no tempo para 15% de compressão dos anéis de borracha.....	132
Figura 6.21 – Sinal no tempo para 30% de compressão dos anéis de borracha.....	132
Figura 6.22 – Sinal no tempo para 45% de compressão dos anéis de borracha.....	133
Figura 6.23 – Rigidez à compressão na rotação.....	135
Figura 6.24 – Coeficiente de amortecimento à compressão na rotação.....	140
Figura 6.25 – Coeficiente de amortecimento à compressão na translação.....	141
Figura 6.26 – Deslocamento no topo para cada grupo de vento.....	144
Figura 6.27 – Deslocamento no nó 605 (ligações rígidas).....	144
Figura 6.28 – Deslocamento no nó 605 (ligações semirrígidas).....	147
Figura 6.29 – Curva de convergência do processo de otimização.....	148
Figura 6.30 – Comparação dos deslocamentos para as duas diferentes configurações.....	149

## LISTA DE TABELAS

Tabela 4-1 – Propriedades mecânicas do aço ASTM A36.....	90
Tabela 4-2 – Propriedades geométricas dos perfis cantoneira .....	91
Tabela 5-1 – Comparação das frequências para configuração com ligações rígidas. ....	104
Tabela 5-2 – Comparação das frequências para configuração com ligações semirrígidas. ...	105
Tabela 5-3 – Dados do sistema com 2GDL.....	106
Tabela 6-1 – Frequências naturais de vibração da barra obtidas experimentalmente. ....	119
Tabela 6-2 – Frequência natural de vibração da barra com anéis de borracha na ligação. ....	134
Tabela 6-3 – Valores de rigidez utilizados no processo de otimização.....	134
Tabela 6-4 – Taxa de amortecimento para configuração rígida. ....	136
Tabela 6-5 – Taxa de amortecimento para as configurações semirrígidas.....	137
Tabela 6-6 – Coeficientes de amortecimento para as configurações semirrígidas.....	139
Tabela 6-7 – Frequências na configuração de ligações rígidas. ....	143
Tabela 6-8 – Razão de amortecimento na configuração de ligações rígidas.....	143
Tabela 6-9 – Frequências na configuração de ligações semirrígidas. ....	146
Tabela 6-10 – Razão de amortecimento na configuração de ligações semirrígidas.....	147
Tabela 6-11 – Resumo dos resultados obtidos. ....	149

## LISTA DE QUADROS

Quadro 4.1 – Propriedades geométricas da barra.....	71
Quadro 4.2 – Propriedades geométricas do anel de borracha.....	77
Quadro 5.1 – Propriedades do modelo utilizado para a validação. ....	103
Quadro 5.2 – Tempo de análise.....	107
Quadro 6.1 – Rigidez e coeficiente de amortecimento do elemento para o caso de ligações rígidas. ....	142
Quadro 6.2 – Deslocamento máximo no topo da torre.....	145
Quadro 6.3 – Rigidez e coeficiente de amortecimento do elemento para o caso de ligações semirrígidas. ....	146
Quadro 6.4 – Deslocamento máximo da torre.....	148

## LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

ASTM	<i>American Society for Testing and Materials</i>
BRB	<i>Buckling Restrained Brace</i>
EPS	<i>Extended Pressure System</i>
NBR	Norma Brasileira
PPGEC	Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil
PROMECA	Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica
TLCD	<i>Tuned Liquid Column Damper</i>
TMD	<i>Tuned Mass Damper</i>
UFRGS	Universidade Federal do Rio Grande do Sul
UFSM	Universidade Federal de Santa Maria
UFU	Universidade Federal de Uberlândia

## LISTA DE SÍMBOLOS

### Letras Romanas Maiúsculas

$A$	Área da seção transversal, $m^2$
$A_E$	Área frontal efetiva de um reticulado, $m^2$
$A_C$	Área frontal da superfície limitada pelo contorno do reticulado, $m^2$
$C$	Matriz de coeficientes de amortecimento da estrutura com elementos de mola nas ligações, $Ns/m$ , $Nsm/rad$
$C_A$	Coefficiente de arrasto
$C_{CIS,ROT}$	Coefficiente de amortecimento ao cisalhamento na rotação, $Nsm/rad$
$C_{CIS,TRANS}$	Coefficiente de amortecimento ao cisalhamento na translação, $Ns/m$
$C_{COMP,ROT}$	Coefficiente de amortecimento à compressão na rotação, $Nsm/rad$
$C_{COMP,TRANS}$	Coefficiente de amortecimento à compressão na translação, $Ns/m$
$C_G$	Matriz de coeficientes de amortecimento global da estrutura, $Ns/m$ , $Nsm/rad$
$C_M$	Matriz de amortecimento adicionada em função dos elementos de mola, $Ns/m$ , $Nsm/rad$
$C_R$	Matriz de amortecimento desacoplada, $Ns/m$ , $Nsm/rad$
$CM$	Matriz de coeficiente de amortecimento do elemento de mola, $Ns/m$ , $Nsm/rad$
$CROT_X$	Coefficiente de amortecimento do elemento de mola à rotação em relação ao eixo X, $Nsm/rad$
$CROT_Y$	Coefficiente de amortecimento do elemento de mola à rotação em relação ao eixo Y, $Nsm/rad$
$CROT_Z$	Coefficiente de amortecimento do elemento de mola à rotação em relação ao eixo Z, $Nsm/rad$
$CU_X$	Coefficiente de amortecimento do elemento de mola à translação em relação ao eixo X, $Ns/m$

$CU_Y$	Coeficiente de amortecimento do elemento de mola à translação em relação ao eixo Y, $Ns/m$
$CU_Z$	Coeficiente de amortecimento do elemento de mola à translação em relação ao eixo Z, $Ns/m$
$D$	Matriz dinâmica
$D_M$	Matriz dinâmica da estrutura com elementos de mola nas ligações
$E$	Modulo de elasticidade longitudinal, $Pa$
$\vec{F}$	Vetor de força, $N$
$F_0$	Força, $N$
$F_{A1}$	Força de arrasto do vento na face 1, $N$
$F_{A3}$	Força de arrasto do vento na face 3, $N$
$F_R$	Fator de rajada
$G$	Módulo de elasticidade transversal do material, $Pa$
$GDL$	Grau de liberdade
$I_p$	Inércia polar, $I_p = I_Z + I_Y$ , $m^4$
$I_X$	Momento de inércia à torção da seção transversal em relação ao eixo X local, $m^4$
$I_Y$	Momento de inércia à flexão da seção transversal em relação ao eixo Y local, $m^4$
$I_Z$	Momento de inércia à flexão da seção transversal em relação ao eixo Z local, $m^4$
$K$	Matriz de rigidez do elemento de pórtico espacial em coordenadas locais, $N/m$ , $Nm/rad$
$K_{CIS,ROT}$	Rigidez ao cisalhamento na rotação, $Nm/rad$
$K_{CIS,TRANS}$	Rigidez ao cisalhamento na translação, $N/m$
$K_{COMP,ROT}$	Rigidez à compressão na rotação, $Nm/rad$
$K_{COMP,TRANS}$	Rigidez à compressão na translação, $N/m$

$K_G$	Matriz de rigidez global da estrutura, $N/m, Nm/rad$
$K_M$	Matriz de rigidez da estrutura com elementos de mola nas ligações, $N/m, Nm/rad$
$KM$	Matriz de rigidez do elemento de mola, $N/m, Nm/rad$ ;
$KROT_x$	Rigidez do elemento de mola à rotação em relação ao eixo X, $Nm/rad$
$KROT_y$	Rigidez do elemento de mola à rotação em relação ao eixo Y, $Nm/rad$ .
$KROT_z$	Rigidez do elemento de mola à rotação em relação ao eixo Z, $Nm/rad$
$KU_x$	Rigidez do elemento de mola à translação em relação ao eixo X, $N/m$
$KU_y$	Rigidez do elemento de mola à translação em relação ao eixo Y, $N/m$
$KU_z$	Rigidez do elemento de mola à translação em relação ao eixo Z, $N/m$
$L$	Comprimento do elemento, $m$
$L_D$	Comprimento de convenção para o modelo de Davenport, $L_D = 1200m$
$L_{XY}$	Projeção do elemento no plano xy, $m$
$M$	Matriz de massa consistente do elemento de pórtico espacial, $kg$
$M_G$	Matriz de massa global da estrutura, $kg$
$M_M$	Matriz de massa da estrutura com elementos de mola nas ligações, $kg$
$M_R$	Matriz de massa desacoplada, $kg$
$N$	Número de intervalos de divisão da banda de frequência
$R$	Matriz de relação entre senos e cossenos
$S_1$	Fator topográfico
$S_2$	Fator rugosidade do terreno, dimensão da estrutura e altura sobre o terreno
$S_3$	Fator estatístico
$S_w$	Densidade espectral
$T$	Matriz de transformação de coordenadas do pórtico espacial
$V(z, x, t)$	Perfil de velocidade do vento em um ponto $(x, z)$ , $m/s$
$V_0$	Velocidade básica do vento, $m/s$

$V_1$	Perfil de velocidade do vento no ponto $(0,0)$ , $m/s$
$V_2$	Perfil de velocidade do vento no ponto $(a_2,0)$ , $m/s$
$V_3$	Perfil de velocidade do vento no ponto $(0,a_3)$ , $m/s$
$V_4$	Perfil de velocidade do vento no ponto $(a_2,a_3)$ , $m/s$
$V_{10}$	Máxima velocidade média a 10 metros do terreno, $m/s$
$V_K$	Velocidade característica do vento, $m/s$
$V_{K,EST}$	Velocidade característica estática do vento, $m/s$
$V_{K,FLUT}$	Velocidade característica flutuante do vento, $m/s$
$X_1$	Coordenada global do nó inicial do elemento no eixo X, $m$
$X_2$	Coordenada global do nó final do elemento no eixo X, $m$
$Y_1$	Coordenada global do nó inicial do elemento no eixo Y, $m$
$Y_2$	Coordenada global do nó final do elemento no eixo Y, $m$
$Z_1$	Coordenada global do nó inicial do elemento no eixo Z, $m$
$Z_2$	Coordenada global do nó final do elemento no eixo Z, $m$

### **Letras Romanas Minúsculas**

$a_2$	Comprimento de correlação transversal, $m$
$a_3$	Comprimento de correlação vertical, $m$
$a_{anel}$	Espessura do anel, $m$
$a_b$	Espessura da barra, $m$
$b$	Parâmetro meteorológico para cálculo do $S_2$
$b_b$	Largura da barra, $m$
$c$	Coefficiente de amortecimento, $Ns/m$

$d$	Elemento infinitesimal em relação ao comprimento do elemento, $d = 0,0001L$ , $m$
$d_{anel}$	Deslocamento de compressão do amortecedor de ligação, $m$
$d_{anel,i}$	Deslocamento de compressão do amortecedor de ligação para cada passo da otimização, $m$
$d_{ext}$	Diâmetro externo, $m$
$d_{int}$	Diâmetro interno, $m$
$d_{max}$	Deslocamento máximo horizontal da estrutura
$d_{max,i}$	Deslocamento máximo da estrutura para cada passo da otimização
$f$	Frequência natural de vibração, $Hz$
$f_D$	Faixa de frequências para o espectro de Davenport, $Hz$
$f_f$	Frequência final de análise, $Hz$
$f_i$	Frequência inicial de análise, $Hz$
$f_{MED,15\%}$	Frequência natural de vibração média para compressão de 15%, $Hz$
$f_{MED,30\%}$	Frequência natural de vibração média para compressão de 30%, $Hz$
$f_{MED,45\%}$	Frequência natural de vibração média para compressão de 45%, $Hz$
$i$	Nó inicial do elemento
$j$	Nó final do elemento
$k$	Rigidez, $N/m$
$l_b$	Comprimento da barra, $m$
$m$	Massa, $kg$
$m_{\acute{a}gua}$	Massa da barra pesada na água, $kg$
$m_{ar}$	Massa da barra pesada ao ar, $kg$
$m_m$	Massa do acelerômetro, $kg$
$n$	Frequência adimensional
$P$	Expoente da lei potencial de variação do $S_2$
$q$	Pressão dinâmica do vento, Pa

$t$	Tempo, $s$
$t_f$	Tempo final de análise do vento, $s$
$t_i$	Tempo inicial de análise do vento, $s$
$u_*$	Velocidade de fricção do vento, $m/s$
$u_1...u_6$	Deslocamentos nodais do elemento de pórtico plano
$v_0$	Velocidade, $m/s$
$x$	Coordenada transversal, $m$
$\vec{x}$	Vetor do deslocamento, $m$
$\vec{\dot{x}}$	Vetor da velocidade, $m/s$
$\vec{\ddot{x}}$	Vetor da aceleração, $m/s^2$
$x_0$	Posição, $m$
$z$	Cota acima do terreno, $m$
$z_0$	Comprimento de rugosidade, $m$
$z_{REF}$	Altura de referência, $m$

### Letras Gregas Maiúsculas

$\Delta \vec{V}(t)$	Perfil de velocidade do vento gerado, $m/s$ ;
$\Delta f$	Variação da frequência no método de Shinozuka-Jan, $Hz$
$\Delta t$	Variação do tempo, $s$
$\Phi$	Matriz dos modos de vibração
$\Phi^T$	Matriz transposta dos modos de vibração

### Letras Gregas Minúsculas

$\alpha$	Coefficiente de proporcionalidade da massa do amortecimento de Rayleigh
$\beta$	Coefficiente de proporcionalidade da rigidez do amortecimento de Rayleigh

$\beta l$	Constante relacionada ao tipo de vinculação, a frequência natural de vibração e ao comprimento da barra.
$\zeta$	Razão de amortecimento
$\zeta_{MED}$	Razão de amortecimento média
$\zeta_{MED,15\%}$	Razão de amortecimento média para uma compressão de 15%
$\zeta_{MED,30\%}$	Razão de amortecimento média para uma compressão de 30%
$\zeta_{MED,45\%}$	Razão de amortecimento média para uma compressão de 45%
$\eta$	Fator de proteção
$\theta$	Ângulo de rotação do elemento em torno do eixo do comprimento, °
$\nu$	Coefficiente de Poisson
$\rho$	Massa específica do material, $kg/m^3$
$\rho_{\text{água}}$	Massa específica da água, $kg/m^3$ .
$\phi$	Índice de área exposta
$\varphi$	Ângulo de fase (variando entre 0 e $2\pi$ )
$\omega$	Primeira frequência natural circular de vibração da barra, $rad/s$
$\omega_1$	Primeira frequência natural de vibração circular, $rad/s$
$\omega_2$	Segunda frequência natural de vibração circular, $rad/s$
$\omega_N$	Vetor de frequências naturais de vibração, $rad/s$

# 1 INTRODUÇÃO

As torres treliçadas de aço são uma das opções estruturais mais utilizada no Brasil para suporte de linhas de transmissão para o setor de energia elétrica e como suporte de antenas para o setor de telecomunicação. Entre suas vantagens de utilização estão a grande resistência, facilidade na execução, peso reduzido e baixo custo de produção.

Entretanto, com os avanços recentes na tecnologia e o crescimento populacional, as exigências impostas aos engenheiros projetistas estão cada vez mais rígidas. O fator segurança se torna cada vez mais importante pois as estruturas são projetadas cada vez mais altas, esbeltas e próximas da população.

Usualmente, as ações utilizadas no dimensionamento de uma torre metálica treliçada são o peso próprio da estrutura, peso dos cabos de transmissão e antenas e a ação do vento, sendo a última a principal. Como as torres são projetadas cada vez mais esbeltas, a frequência natural de vibração destas estruturas se torna cada vez menor, tornando-as mais suscetíveis a ações do vento. Uma das maneiras utilizadas para controlar os efeitos da ação do vento é o uso de amortecedores, dissipando a energia do sistema e evitando a ruína da estrutura.

Mas, dependendo do projeto, algumas particularidades podem ser responsáveis por uma parcela significativa na resposta dinâmica da estrutura e o emprego de soluções usuais pode impactar negativamente no custo. Ainda, em situações mais extremas, as soluções usuais podem não ser suficientes para resolver o problema da vibração, exigindo um estudo mais aprofundado.

## 1.1 Objetivos

O objetivo geral desta pesquisa é propor uma metodologia para otimizar a rigidez e o amortecimento das ligações semirrígidas de torres metálicas treliçadas autoportantes submetidas à ação dinâmica de ventos sinóticos, a fim de reduzir o deslocamento máximo das torres.

Para que a pesquisa atinja o objetivo geral do trabalho, tem-se por objetivos específicos:

- Selecionar uma torre 3D que possua frequência natural fundamental de vibração menor que 1 Hz;
- Desenvolver uma rotina computacional para geração do campo de velocidades e das forças de ventos sinóticos (EPS) a fim de aplicá-las nas torres;

- Realizar ensaios para determinar as rigidezes e os coeficientes de amortecimento dos elementos dissipadores de energia utilizados nas ligações da estrutura;
- Elaborar uma rotina computacional para realizar análise modal e análise dinâmica das torres submetidas aos ventos gerados na rotina anterior, considerando tanto as ligações como perfeitamente rígidas quanto como semirrígidas;
- Interligar as rotinas computacionais desenvolvidas anteriormente com um algoritmo de otimização a fim de otimizar os parâmetros das ligações semirrígidas para minimizar o deslocamento máximo das torres;
- Comparar os resultados para as duas configurações de ligação.

## 1.2 Justificativa

Estruturas como torres, que são bastante sensíveis aos efeitos de vibração provocados pelo vento e sismos, têm sido foco de estudo de muitos pesquisadores. Com a expansão contínua do sistema de geração e transmissão de energia elétrica no Brasil e a construção de novas torres para serviços de telefonia e internet, cada vez mais novos desafios são impostos para os projetistas.

Fatores como a diminuição dos custos de fabricação, montagem e manutenção e, principalmente, a segurança que estas estruturas devem ter são os principais motivos para o maior cuidado no projeto e execução. A ruína de uma destas estruturas pode causar grandes prejuízos como por exemplo a interrupção da transmissão de energia elétrica ou dos serviços de telecomunicações. Ainda, caso sejam construídas próximas a residências podem também causar fatalidades.

Para reduzir os problemas relativos à vibração excessiva, podem ser utilizados dispositivos de dissipação de energia. Estes dispositivos podem ser ativos ou passivos, sendo a grande diferença entre eles a necessidade do primeiro de uma fonte de energia externa e um algoritmo de controle para operar, enquanto o segundo dispensa estes itens. Entretanto, o uso de dispositivos de dissipação industriais implica um maior custo na obra.

Como já comentado, a limitação nos custos em torno do projeto exige que o mesmo tenha o melhor desempenho com os recursos disponíveis. Para isso, lança-se mão do uso da otimização, maximizando ou minimizando uma função utilizando simulações computacionais.

A aplicação da otimização no estudo de sistemas de dissipação de energia tem sido tema de pesquisa de vários autores, os quais propõe modificações nas características dos dispositivos

dissipadores com a finalidade de melhorar as respostas da estrutura frente a diferentes excitações. Porém, pouco é estudado sobre a otimização das características dinâmicas de estruturas com ligações semirrígidas formadas por elementos menos rígidos, como os anéis de borracha por exemplo, atuando como instrumento de dissipação de energia (amortecedores de ligação).

Pelos motivos já citados e pelo assunto ser pouco estudado, a presente tese propõe uma metodologia para a otimização dos amortecedores de ligação inseridos nas ligações de torres metálicas de linhas de transmissão de energia submetidas à ação dinâmica de ventos EPS (sinóticos) com o objetivo de reduzir o deslocamento máximo da estrutura, ou seja, melhorando sua resposta dinâmica.

### **1.3 Organização do trabalho**

O presente trabalho está dividido em 8 capítulos, dos quais esta introdução é o primeiro.

O capítulo 2 apresenta uma revisão bibliográfica sobre o uso de ligações semirrígidas e sobre otimização de sistemas de dissipação de energia.

O capítulo 3 mostra uma fundamentação teórica com alguns conceitos básicos utilizados no desenvolvimento desta tese. Neste capítulo é apresentada a matriz de rigidez, matriz de massa e matriz de transformação de coordenadas do elemento de pórtico espacial. Também é apresentada a matriz de rigidez e de amortecimento do elemento de mola que deve ser inserido na ligação, além da forma de cálculo da ação estática e dinâmica do vento em torres metálicas treliçadas. Ainda, uma breve contextualização sobre processos aleatórios estacionários é apresentada e, por fim, são apresentados alguns conceitos sobre otimização.

No capítulo 4 é apresentada a metodologia utilizada. Neste capítulo é definida a estrutura e o perfil de velocidades do vento aplicado na torre. Também é apresentada a análise numérica da estrutura com ligações perfeitamente rígidas, as premissas do amortecedor de ligação inserido na ligação, bem como os ensaios realizados para determinação das rigidezes e dos coeficientes de amortecimento e a análise numérica da estrutura com ligações semirrígidas.

No capítulo 5 são realizadas as validações dos programas desenvolvidos para geração dos ventos artificiais e para a análise modal e dinâmica em Matlab.

No capítulo 6 são mostrados os resultados obtidos, as comparações e discussões entre as duas configurações de ligação.

No capítulo 7 são apresentadas as conclusões deste trabalho e no capítulo 8 as propostas de trabalhos futuros.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo apresenta uma revisão bibliográfica sobre o uso de ligações semirrígidas e sobre otimização de sistemas de dissipação de energia.

### 2.1 Ligações semirrígidas

Uma simplificação que normalmente é utilizada no dimensionamento de uma estrutura é considerar as ligações entre os elementos como perfeitamente rígidas ou perfeitamente flexíveis. Muscolino et al (2004) citam que, de maneira prática, se o momento transferido entre os elementos for suficientemente pequeno e puder ser negligenciado, as ligações podem ser consideradas perfeitamente flexíveis. Em contrapartida, se o momento não puder ser ignorado, as ligações são consideradas rígidas.

Porém, em uma estrutura real é praticamente impossível observar estes dois casos extremos, já que todas as ligações permitem alguma rotação (mesmo que mínima) e possuem alguma rigidez. Portanto, é correto afirmar que as ligações possuem um comportamento semirrígido. Zlatkov et al (2011) afirmam que subestimar a semirrigidez das ligações e tratá-las como rotuladas tem um impacto negativo no custo de execução da estrutura enquanto que superestimar, tratando-as como rígidas, produz resultados que não condizem com a realidade e vão contra a segurança.

Assim, como as ligações semirrígidas representam de maneira mais precisa o comportamento da estrutura, esse é um tema de estudo de diversos autores.

Daryan et al (2012) analisaram numericamente um pórtico com dois tipos de ligações semirrígidas (dupla cantoneira de mesa e dupla cantoneira de alma e mesa) frente a um registro de terremoto. Foi demonstrado que a dupla cantoneira de alma e mesa reduziu o deslocamento relativo entre os andares além de ter aumentado a capacidade de absorção de energia da estrutura. Os autores concluem também que a ligação de dupla cantoneira de alma e mesa é uma alternativa adequada para reforço de estruturas sensíveis a vibrações.

Também estudando o efeito da semirrigidez de ligações frente a sismos, Wang et al (2016) estudaram experimentalmente pórticos de aço tubular preenchidos por concreto com ligações parafusadas. Os ensaios demonstraram uma excelente capacidade de dissipação de energia.

Ye e Xu (2017) investigaram as respostas estáticas e dinâmicas de um pórtico de aço com ligações semirrígidas. As ligações semirrígidas são simuladas por uma mola rotacional de comprimento nulo. Os autores observaram que o efeito da ressonância não ocorreu. Eles concluem que isso se deve a grande capacidade de dissipação de energia. Outra conclusão do trabalho é que o pórtico com ligações semirrígidas apresentou uma maior resistência ao colapso.

Analisando o comportamento dinâmico, as frequências naturais de vibração e os modos de vibração de um pórtico frente a um sismo, Masoodi e Moghaddam (2014) notaram que a influência da semirrigidez das ligações para os maiores valores de pico de aceleração é importante pois provocam grandes variações no deslocamento máximo para flexibilidade rotacional das ligações próximas de zero (sem restrição ao giro). Os autores também observaram que, conforme a flexibilidade rotacional aproxima-se de 1 (rígido), para cada um dos picos de aceleração analisados, a variação dos valores de deslocamento máximo torna-se insignificante.

Resultados semelhantes foram alcançados por Raftoyiannis e Polyzois (2007) que estudaram as características dinâmicas de um poste composto por duas partes. As partes são unidas com uma resina e a ligação formada é considerada semirrígida. Os autores realizaram análise modal e um estudo experimental excitando a estrutura. Os resultados obtidos demonstraram que, conforme a rigidez da ligação aumenta, a influência da semirrigidez nas características dinâmicas diminui. Isso se deve ao fato de que a partir de um certo nível de rigidez, a ligação passa a ter um comportamento quase de rigidez perfeita.

Akbas e Shen (2003) investigaram pórticos com um sistema híbrido, mesclando ligações consideradas perfeitamente rígidas no exterior com ligações semirrígidas no interior, frente a ação de sismos. Em relação a frequência natural de vibração, os autores observaram que, conforme a rigidez da ligação aumenta, o interior começa a contribuir mais com a resistência ao deslocamento horizontal do pórtico, fazendo com que a frequência natural de vibração aumente. Os autores também concluem que a combinação de ligações rígidas e semirrígidas podem ter uma boa performance frente a sismos de intensidade média e que a presença de ligações semirrígidas alivia as forças resultantes nas ligações consideradas rígidas.

Elvin e Strydom (2018) consideraram a semirrigidez das ligações através de molas rotacionais e otimizaram estas para minimizar a massa de estruturas de pórtico plano respeitando diferentes critérios de deslocamento. Os resultados demonstraram que, levando em

consideração a semirrígidez das ligações, a massa pode ser reduzida em até 26,7% em comparação com encontradas na literatura.

Realizando uma análise dinâmica harmônica forçada em vigas compostas pela união de duas barras com uma ligação semirrígida, Basinski (2016) analisou as amplitudes de deslocamento no meio da viga. O efeito da variação da rigidez rotacional na ligação no amortecimento da estrutura também foi analisado. O autor demonstrou que, reduzindo a rigidez rotacional das ligações, a magnitude da amplitude de deslocamento também diminuí. Entretanto, o autor cita que aumentar a rigidez da ligação leva a uma diminuição do amortecimento, levando a viga a alcançar maiores amplitudes de deslocamento na excitação harmônica. Basinski (2016) também cita que, como as ligações semirrígidas regulam as amplitudes de deslocamento, elas podem agir como amortecedores de vibração para ações cíclicas, como por exemplo, rajadas de vento.

Elnashai et al (1998) conduziram um estudo experimental avaliando a performance de pórticos com ligações semirrígidas sob cargas cíclicas e sismos. O estudo tinha, como principal objetivo, comparar a resposta de pórticos com ligações consideradas perfeitamente rígidas em relação aos com ligações semirrígidas escolhidos. Os resultados apontaram que as ligações semirrígidas estudadas podem ser usadas efetivamente em dimensionamentos para sismos e que, para uma redução de 50% a 60% da rigidez das ligações, pode-se conseguir uma redução de 20% a 30% da rigidez global do pórtico, implicando em uma redução de aproximadamente 15% na frequência fundamental de vibração.

Estudando reforço estrutural frente ao sismo, Kazem et al (2019) avaliaram as propriedades dinâmicas de um modelo em escala reduzida de um pórtico de aço com ligações semirrígidas e muito sensível a sismos. O objetivo do trabalho era determinar as características dinâmicas para entender seu comportamento frente ao sismo e propor alternativas para o reforço. As alternativas propostas pelos autores para as ligações semirrígidas geraram um aumento na frequência natural de vibração e algumas delas mostraram amortecimento maior para os primeiros modos.

Barbagallo et al (2019) propuseram um estudo para pórticos com BRB's (*Buckling Restrained Brace*) com ligações semirrígidas ao invés das tradicionais ligações perfeitamente flexíveis. O objetivo do trabalho era avaliar a influência da parcela de rigidez que as ligações semirrígidas proporcionam para a estrutura frente ao efeito de sismos. Os autores concluíram

que, com a adição de ligações semirrígidas, a estrutura teve uma melhora em sua ductilidade e uma alta capacidade de dissipação de energia.

Osman et al (1993) estudaram analiticamente o efeito da flexibilidade das ligações em pórticos frente a ação de sismos. Os autores notaram que os pórticos com ligações semirrígidas experimentaram menores intensidades de forças sísmicas por possuírem uma maior capacidade de dissipar a energia imposta pelo terremoto.

Xiuli (2013) analisou o comportamento dinâmico de pórticos com diferentes níveis de rigidez nas ligações frente a ação de sismos. O autor demonstrou que considerar as ligações totalmente rígidas em áreas com sismos recorrentes pode não ser a escolha mais favorável e que dependendo do sismo, estruturas com ligações semirrígidas podem apresentar resultados de deslocamento lateral menores.

Ihaddoudène et al (2008) elaboraram um modelo de ligação semirrígida em que a rigidez da ligação é representada por molas translacionais e rotacionais, representando os deslocamentos da estrutura. Os autores compararam estruturas de pórtico plano calculadas de maneira convencional e os resultados obtidos com o seu próprio modelo deduzido baseado na analogia de molas (duas molas translacionais e uma mola rotacional). Os resultados obtidos se mostraram similares, demonstrando a eficácia do modelo.

Soares Filho (1997) propôs uma formulação para análise de pórticos planos com ligações semirrígidas levando em consideração os efeitos de deslocamento transversal ao eixo do elemento e ao giro. O autor demonstrou que a formulação proposta apresentou resultados semelhantes em relação a literatura consultada em relação a resposta dinâmica. O autor observa também que a consideração das ligações semirrígidas altera de maneira significativa a distribuição de esforços da estrutura.

Com o interesse de melhorar o amortecimento de estruturas suspensas com núcleo tubular, Cai e Yu (2010) propuseram uma ligação semirrígida suspensa com adição de amortecedores (Figura 2.1).

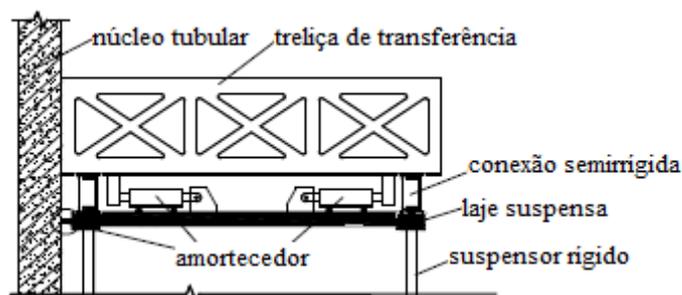


Figura 2.1 – Ligação semirrígida. [fonte: Adaptado de Cai e Yu (2010)]

A ligação é inserida entre a treliça de transferência e as barras que suspendem a estrutura. Os autores notaram que, como as ligações semirrígidas possuem uma rigidez rotacional, os deslocamentos entre andares obtidos foram menores em comparação com as de ligações comuns. Ainda, a estrutura com ligações semirrígidas mostrou uma melhor capacidade de dissipação de energia além de uma performance superior frente a sismos de maior intensidade.

Kawashima e Fugimoto (1984) deduziram a matriz de rigidez dinâmica de forma explícita e conduziram experimentos em pórticos simples com ligações semirrígidas. As ligações foram consideradas de comprimento nulo e formadas por uma mola rotacional ligada em paralelo com um amortecedor. A comparação dos resultados numéricos e experimentais se mostraram semelhantes e validaram o modelo estudado.

Utilizando outro método, Chan e Ho (1994) formularam as matrizes de um pórtico com ligações semirrígidas utilizando uma função de forma com elementos de mola nas extremidades. Posteriormente, diferentes configurações de pórticos foram analisadas quanto a frequência natural de vibração. Os resultados obtidos convergiram e demonstraram a eficácia do método.

Zlatkov et al (2011) determinaram as matrizes dos elementos de viga com ligações semirrígidas em ambas as extremidades através da função de energia potencial estacionária. Depois, os autores conduziram um estudo numérico em uma estrutura frente ao sismo variando o nível de rigidez das ligações. Os resultados apontaram grandes diferenças em relação a frequência natural de vibração, forças de projeto e deslocamento horizontal. Segundo os autores, isso demonstra a importância de utilizar a rigidez real da ligação na etapa de cálculo para qualquer estrutura de engenharia.

Outra configuração também utilizada para considerar a semirrígidez é inserir elementos de alta flexibilidade na ligação ou em alguma seção da estrutura. Essa alternativa, além de tornar a ligação semirrígida, também aumenta a capacidade de dissipação de energia da estrutura. Estes elementos recebem o nome de amortecedores de ligação.

Hsu e Fafitis (1992) avaliaram a utilização de um amortecedor elastomérico na ligação da estrutura para reduzir os deslocamentos máximos de um pórtico plano com e sem contraventamento (Figura 2.2).

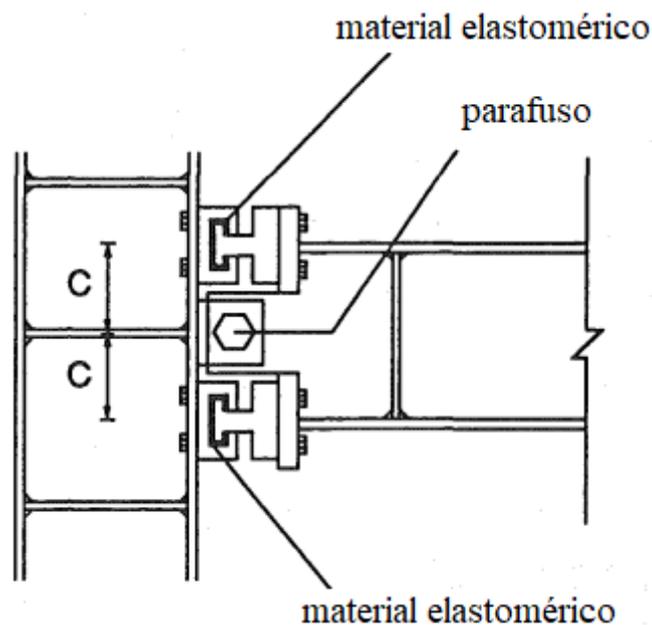


Figura 2.2 – Ligação com a presença de elementos elastoméricos. [fonte: Adaptado de Hsu e Fafitis (1992)].

Os autores notaram que as estruturas com o amortecedor na ligação tanto para o caso com contraventamento quanto para sem apresentaram deslocamento laterais menores quando comparado com seus pares rígidos.

Sekulovic et al (2000) estudaram a dissipação de energia de um pórtico considerando as ligações como molas rotacionais e amortecedores viscosos rotacionais. Neste trabalho foi deduzida a matriz de rigidez da estrutura para esta configuração e foi conduzido um estudo paramétrico. Os autores demonstraram que pórticos com ligações semirrígidas aliados a amortecedores de ligação apresentaram um decaimento na amplitude de deslocamento mais significativa quando comparada com ligações rígidas.

Grotto (2018) avaliou experimentalmente a influência da semirrígidez das ligações com diferentes intensidades de aperto na frequência e na taxa de amortecimento de uma coluna metálica treliçada com ligações parafusadas. O estudo considerou somente a rigidez translacional das ligações e demonstrou que houve uma diminuição na frequência fundamental de vibração da coluna e um aumento na taxa de amortecimento para menores intensidades de aperto nos parafusos.

Xu et al (2001) apresentam um estudo investigando a influência de ligações semirrígidas nas características dinâmicas de uma estrutura, inserindo materiais de boa capacidade de dissipação de energia nas conexões. Uma exemplificação do modelo é apresentada na

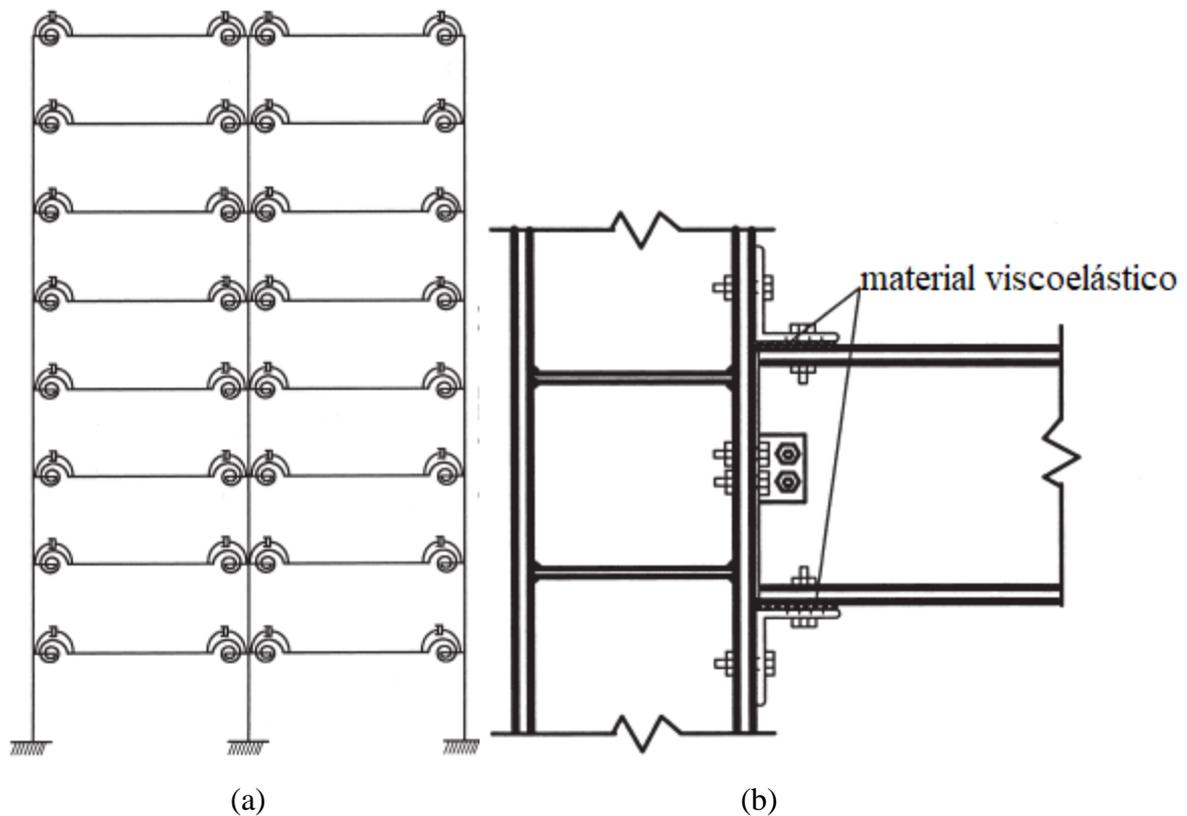


Figura 2.3 – Modelo com amortecedores rotacionais e ligações semirrígidas. (a) Pórtico plano utilizado (b) Esquemática da ligação [fonte: Adaptado de Xu et al (2001)].

Este estudo mostrou que há um ganho no amortecimento e que, frente ao sismo, as forças internas e deslocamentos laterais foi reduzida se comparada com a estrutura com ligações totalmente rígidas.

Cacciola et al (2002) realizaram uma análise de sensibilidade determinística e estocástica da resposta dinâmica de um pórtico com ligações semirrígidas aliada a amortecedores de ligação. Os amortecedores são representados por elementos cujo comportamento segue o modelo de Kevin-Voigt. Os autores notaram que, em algumas situações, mesmo com uma pequena variação no amortecimento das ligações, a resposta pode ter grandes diferenças.

Muscolino et al (2004) desenvolveram um modelo viscoelástico consistente utilizado nos amortecedores de ligação com base no modelo de Maxwell generalizado. Os parâmetros do modelo são determinados pelo espectro de relaxação do material utilizado nas ligações. Os autores derivaram no domínio da frequência a matriz de rigidez dinâmica de uma viga com ligações semirrígidas nas extremidades. Foi conduzido um exemplo numérico de um pórtico para validar a resposta frente a um sismo. Os autores concluíram que as forças resultantes no pórtico dependem da rigidez das ligações e do tempo de relaxação do material posicionado nelas.

Attarnejad et al (2014) avaliaram analiticamente a performance frente ao um sismo de alta intensidade de uma estrutura com ligações semirrígidas e elementos de dissipação de energia. Os autores observaram que quanto maior a rigidez da ligação, maior é a rigidez inicial global da estrutura. Além disso, foi observado também que existe um coeficiente de amortecimento ótimo que pode reduzir significativamente a resposta dinâmica de pórticos com ligações semirrígidas. Os autores também apontam que, ligações semirrígidas com amortecedores de ligação são significantes no projeto de estruturas resistentes ao sismo.

## **2.2 Otimização de sistemas de dissipação de energia**

Na engenharia, grande parte dos dimensionamentos são feitos com cargas estáticas equivalentes, reproduzindo a resposta como se fosse realizada uma análise dinâmica. Entretanto, o efeito dinâmico originário por ações como terremotos, ventos, trânsito de veículos e pedestres e trepidação de máquinas aplicados a estruturas sensíveis a estes esforços obrigam uma evolução na atenção ao se dimensionar uma estrutura.

As melhorias na capacidade de processamento dos computadores proporcionaram a criação de novos *softwares* e metodologias capazes de solucionar os mais diversos problemas estruturais de maneira mais rápida e precisa em relação à realidade, dando uma maior confiabilidade às estruturas e maior segurança aos projetistas e usuários.

Em torres metálicas esbeltas, a ação do vento é o mais importante efeito dinâmico causador de vibrações, podendo causar a ruína por fadiga da estrutura. O colapso de uma estrutura destas, em meio à um centro urbano, pode ocasionar destruição e fatalidades. Por este motivo faz-se cada vez mais importante um estudo dinâmico na concepção de projetos, atentando sempre para a segurança que a torre deve ter.

Devido ao amortecimento próprio, algumas estruturas podem dissipar a energia que lhes é imposta e não experimente os efeitos de vibração acentuada. No entanto, outras estruturas não têm essa eficiência e precisam de mudanças na sua idealização para que se adequem as exigências de segurança, tornando muitas vezes os custos de projeto e execução altos ou inviáveis. Nestes casos, podem ser utilizados alguns dispositivos capazes de aumentar a capacidade de dissipação de energia da estrutura, estabilizando-a a fim de evitar danos maiores. O uso destes dispositivos tem como finalidade diminuir a amplitude de resposta da estrutura.

Para utilizar o dispositivo da melhor forma possível, isto é, com menor custo e maior capacidade de dissipação de energia, muitos autores têm estudado a otimização destes dispositivos. O uso de otimização tem como objetivo encontrar as propriedades dos dispositivos e/ou as melhores posições para o dispositivo dentro da estrutura e/ou a quantidade ideal de dispositivos para obter os melhores cenários que estes podem proporcionar, reduzindo o efeito das ações dinâmicas e prolongando a vida útil da estrutura na qual estão instalados. Singh e Moreschi (2002) apontam que, mesmo um pequeno aumento no amortecimento pode ser relevante, visto que estruturas esbeltas possuem um valor muito baixo de amortecimento.

Alguns estudos são realizados com amortecedores comerciais de massa sintonizada (TMD – *Tuned Mass Damper*). Si et al (2014) estudaram a otimização da posição e das propriedades de um TMD com a finalidade de reduzir os efeitos dinâmicos em uma torre de geração de energia eólica em alto mar. O estudo demonstrou que com propriedades adequadas e posicionando o TMD acima da água, é possível uma moderada redução nos efeitos causados pelas ações dinâmicas e ainda melhorar a efetividade da geração de energia.

Marano et al (2010) otimizaram a massa, rigidez e amortecimento do TMD (Figura 2.4) por dois critérios: Diminuição das acelerações e dos deslocamentos na estrutura. Os resultados mostraram que pelo critério da aceleração, a massa do TMD alcançaria valores maiores que os admissíveis, enquanto pelo critério do deslocamento os resultados foram compatíveis com algumas aplicações civis e mecânicas.

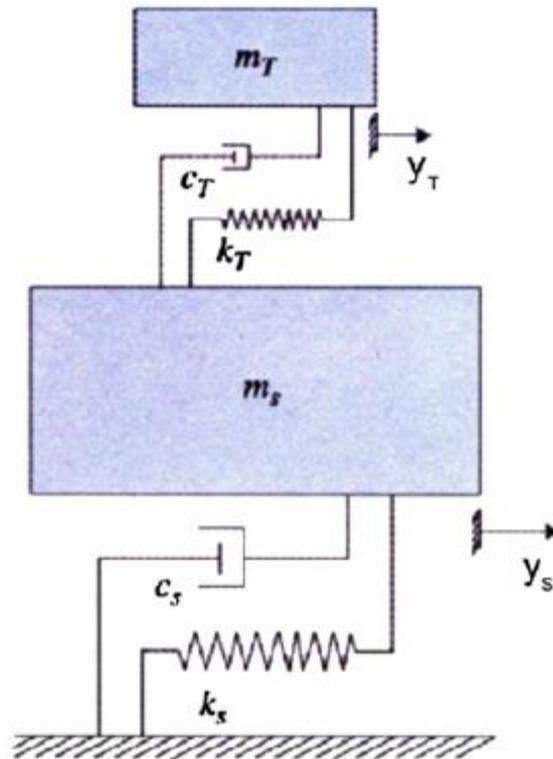


Figura 2.4 – Esquematização de um sistema de TMD. [fonte: Adaptado de Marano et al (2010)]

Diferente de outros casos nos quais é estudado a resposta da estrutura no domínio do tempo, Nigdeli et al (2016) projetaram um TMD ótimo estudando a resposta da estrutura no domínio da frequência. O objetivo da pesquisa é minimizar a transferência de aceleração da estrutura variando a massa, o período e o amortecimento do TMD. Ambos métodos são efetivos para determinar os parâmetros ótimos de TMD e reduzir o deslocamento e as acelerações, mas o método baseado no domínio da frequência é mais efetivo e apresenta valores de amortecimento geralmente maior.

Bekdas et al (2011) estimaram os parâmetros ótimos de um TMD utilizando o método Harmony Search (HS) para reduzir a resposta de um edifício sob o efeito de um terremoto. O trabalho mostrou que o método foi eficiente e os parâmetros determinados foram numericamente menores que os determinados por outros métodos.

Utilizando um algoritmo genético, Arfiadi et al (2011) conseguiram determinar as propriedades e posição ótima de um amortecedor TMD instalado em um prédio. O algoritmo genético utiliza um código binário para representar a presença do amortecedor em um

determinado andar e valores reais para caracterizar as propriedades do amortecedor. O algoritmo se mostrou tão eficaz quanto os demais utilizados, sendo possível determinar a posição e propriedades ótimas.

Lu et al (2011) propõem um projeto de amortecedores com propriedades otimizadas para o controle de vibrações induzidas pelo vento no prédio Shanghai Center Tower. O amortecedor proposto possui dois pêndulos, que ocupa menos espaço e é mais eficiente em serviço do que o de pêndulo único. O método utilizado se mostrou válido e a redução dos efeitos dinâmicos foi satisfatória.

Para suprimir a trepidação causada por máquinas, Yang et al (2010) estudaram a otimização de um sistema de múltiplos TMDs. Os TMDs possuem mesma massa e os valores de rigidez e amortecimento foram otimizados para reduzir as vibrações. O estudo demonstrou que vários TMDs necessitam de um ajuste preciso de rigidez e frequência de cada TMD, mas o sistema é mais resistente a incertezas no amortecimento e parâmetros dinâmicos em comparação com TMD único.

Para diminuir a vibração induzida pelo caminhar de pessoas, Tubino et al (2015) estudaram a otimização de TMD em passarelas. O critério proposto para a otimização é uma relação entre o desvio padrão da aceleração não controlada e da aceleração controlada. Os resultados mostram que o critério proposto atingiu o objetivo de reduzir a aceleração da estrutura. Simulações de Monte Carlo corroboram com a confiabilidade do procedimento proposto.

Mensah et al (2014) analisaram um amortecedor de coluna de líquido sintonizado (TLCD – *Tuned Liquid Column Damper*) com o objetivo de proporcionar uma maior confiabilidade para torres de energia eólica frente a vibrações excessivas induzidas pelo vento. Os resultados demonstraram que o amortecedor utilizado é uma possibilidade viável, sendo mais barato e capaz de conferir uma maior segurança e vida útil para estas torres.

Também estudando vibrações em torres de energia eólica, Zhang et al (2014) estudaram amortecedores para diminuir os efeitos de vibração nas pás da turbina. O objetivo do estudo era otimizar a massa do amortecedor, frequência, coeficiente de fricção e posição. Resultados apontaram que as melhores condições para alcançar a diminuição das vibrações é aumentar a massa do amortecedor e posicioná-lo próximo da extremidade livre da estrutura.

Estudando amortecedores por atrito, Miguel et al (2018) desenvolveram uma metodologia otimizando simultaneamente posição e forças destes amortecedores com objetivo

de reduzir as respostas dinâmicas. Um exemplo numérico foi conduzido e pode-se observar que os deslocamentos no topo da estrutura sofreram uma grande diminuição, comprovando que o método foi efetivo em determinar forças e posição ótima para os amortecedores.

Ribakov e Reinhorn (2003) apresentaram um estudo baseado na otimização do amortecimento de uma estrutura por amortecedores viscosos em um sistema de contraventamento em V (Figura 2.5).

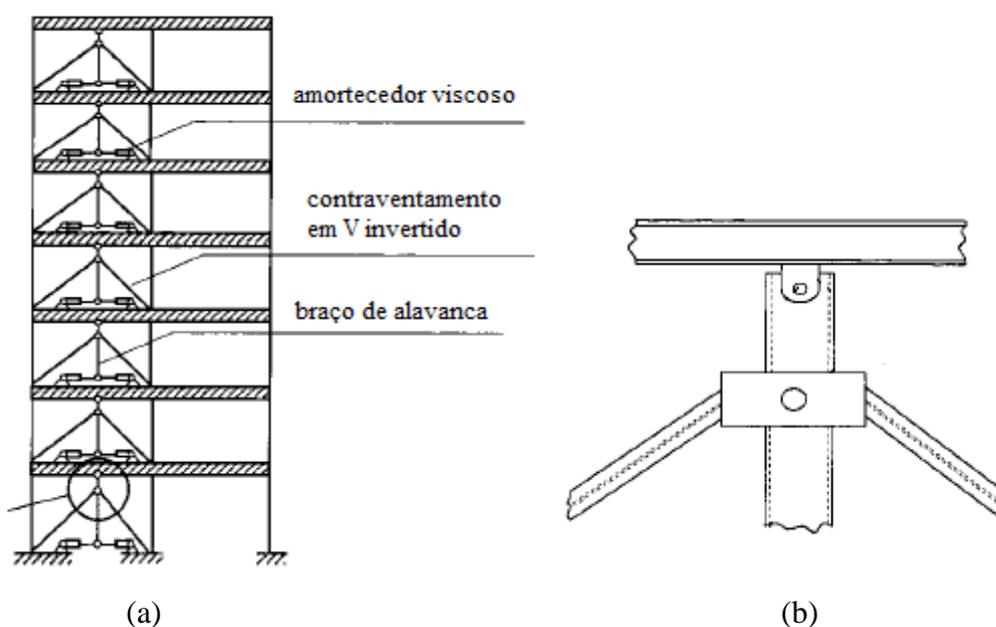


Figura 2.5 – Amortecedores ligados ao sistema de contraventamento em V: (a): Pórtico analisado. (b) esquematização da ligação. [fonte: Adaptado de Ribakov e Reinhorn (2003)]

Os autores conduziram um exemplo numérico e concluíram que os picos de deslocamento foram reduzidos entre 40% e 75%. Ainda, houve um ganho notável na dissipação de energia e, com isso, indicando que a aplicação dos amortecedores pode ser uma alternativa para recuperação de estruturas sensíveis ao sismo.

Barranco (2020) apresentou uma metodologia para otimizar amortecedores viscosos em uma estrutura de aço frente ao efeito de sismos. O autor demonstrou que foi possível reduzir em até 67% o deslocamento máximo entre andares, além de diminuir a amplitude de aceleração. Ainda, houve uma economia em relação ao material empregado na estrutura, reduzindo para menos de um terço a massa do pórtico.

Grotto et al (2023) estudaram numericamente a otimização de amortecedores de ligação em uma estrutura metálica de torre 2D frente a ação do vento com a intenção de diminuir os deslocamentos máximos no topo da estrutura. Os autores observaram que, com a adição dos amortecedores de ligação otimizados, a taxa de amortecimento aumentou significativamente (1388%) e tanto a frequência natural de vibração quanto o deslocamento máximo no topo da estrutura diminuíram (2,84% e 23,08%, respectivamente).

### 3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo são apresentados alguns conceitos básicos necessários para o entendimento e desenvolvimento desta tese, tais como análise matricial de estruturas incluindo ligações semirrígidas, cálculo da ação estática e dinâmica do vento, e, por fim, alguns conceitos sobre otimização.

#### 3.1 Análise matricial de estruturas

##### 3.1.1 Matriz de rigidez, de massa e de transformação de coordenadas do elemento de pórtico espacial

A matriz de rigidez do elemento de pórtico espacial utilizada neste trabalho é definida pela Equação (3.1).

$$K = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

na qual:

$K$  : Matriz de rigidez do elemento de pórtico espacial,  $N/m$ ,  $Nm/rad$  ;

Os elementos  $K_{11}$ ,  $K_{12}$ ,  $K_{21}$  e  $K_{22}$  são definidos pela Equação (3.2), Equação (3.3), Equação (3.4) e Equação (3.5), respectivamente.

$$K_{11} = \begin{bmatrix} K_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 12K_2 & 0 & 0 & 0 & 6K_4 \\ 0 & 0 & 12K_3 & 0 & -6K_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -6K_5 & 0 & 4K_7 & 0 \\ 0 & 6K_4 & 0 & 0 & 0 & 4K_6 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

$$K_{12} = \begin{bmatrix} -K_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -12K_2 & 0 & 0 & 0 & 6K_4 \\ 0 & 0 & -12K_3 & 0 & -6K_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -K_8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6K_5 & 0 & 2K_7 & 0 \\ 0 & -6K_4 & 0 & 0 & 0 & 2K_6 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$$K_{21} = \begin{bmatrix} -K_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -12K_2 & 0 & 0 & 0 & -6K_4 \\ 0 & 0 & -12K_3 & 0 & 6K_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -K_8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -6K_5 & 0 & 2K_7 & 0 \\ 0 & 6K_4 & 0 & 0 & 0 & 2K_6 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

$$K_{22} = \begin{bmatrix} K_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 12K_2 & 0 & 0 & 0 & -6K_4 \\ 0 & 0 & 12K_3 & 0 & 6K_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6K_5 & 0 & 4K_7 & 0 \\ 0 & -6K_4 & 0 & 0 & 0 & 4K_6 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Os coeficientes presentes nos elementos  $K_{11}$ ,  $K_{12}$ ,  $K_{21}$  e  $K_{22}$  são descritos na Equação (3.6).

$$\begin{aligned} K_1 &= \frac{EA}{L}; K_2 = \frac{EI_z}{L^3}; K_3 = \frac{EI_y}{L^3}; K_4 = \frac{EI_z}{L^2} \\ K_5 &= \frac{EI_y}{L^2}; K_6 = \frac{EI_z}{L}; K_7 = \frac{EI_y}{L}; K_8 = \frac{GI_x}{L} \end{aligned} \quad (3.6)$$

na qual:

$E$ : Módulo de elasticidade longitudinal do material,  $Pa$ ;

$G$ : Módulo de elasticidade transversal do material,  $Pa$ ;

$A$  : Área da seção transversal,  $m^2$  ;

$L$  : Comprimento do elemento,  $m$  ;

$I_Z$  : Momento de inércia à flexão da seção transversal em relação ao eixo Z local,  $m^4$  ;

$I_Y$  : Momento de inércia à flexão da seção transversal em relação ao eixo Y local,  $m^4$  ;

$I_X$  : Momento de inércia à torção da seção transversal em relação ao eixo X local,  $m^4$  .

A matriz de massa consistente do elemento de pórtico espacial utilizada neste trabalho é definida pela Equação (3.7).

$$M = \rho AL \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

na qual:

$M$  : Matriz de massa consistente do elemento de pórtico espacial,  $kg$  ;

Os elementos  $M_{11}$ ,  $M_{12}$ ,  $M_{21}$  e  $M_{22}$  são definidos pela Equação (3.8), Equação (3.9), Equação (3.10) e Equação (3.11), respectivamente.

$$M_{11} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_I & 0 & 0 & 0 & M_V \\ 0 & 0 & M_{II} & 0 & -M_{VI} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{I_P}{3A} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -M_{VI} & 0 & M_X & 0 \\ 0 & M_V & 0 & 0 & 0 & M_{IX} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

$$M_{12} = \begin{bmatrix} \frac{1}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{III} & 0 & 0 & 0 & -M_{VII} \\ 0 & 0 & M_{IV} & 0 & M_{VIII} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{I_P}{6A} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -M_{VIII} & 0 & -M_{XII} & 0 \\ 0 & M_{VII} & 0 & 0 & 0 & -M_{XI} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

$$M_{21} = \begin{bmatrix} \frac{1}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{III} & 0 & 0 & 0 & M_{VII} \\ 0 & 0 & M_{IV} & 0 & -M_{VIII} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{I_P}{6A} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{VIII} & 0 & -M_{XII} & 0 \\ 0 & -M_{VII} & 0 & 0 & 0 & -M_{XI} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

$$M_{22} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_I & 0 & 0 & 0 & -M_V \\ 0 & 0 & M_{II} & 0 & M_{VI} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{I_P}{3A} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{VI} & 0 & M_X & 0 \\ 0 & -M_V & 0 & 0 & 0 & M_{IX} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Os coeficientes presentes nos elementos  $M_{11}$ ,  $M_{12}$ ,  $M_{21}$  e  $M_{22}$  são descritos na Equação (3.12).

$$\begin{aligned}
M_I &= \frac{13}{35} + \frac{6I_Z}{5AL^2}; M_{II} = \frac{13}{35} + \frac{6I_Y}{5AL^2} \\
M_{III} &= \frac{9}{70} - \frac{6I_Z}{5AL^2}; M_{IV} = \frac{9}{70} - \frac{6I_Y}{5AL^2} \\
M_V &= \left( \frac{11}{210} + \frac{I_Z}{10AL^2} \right) L; M_{VI} = \left( \frac{11}{210} + \frac{I_Y}{10AL^2} \right) L \\
M_{VII} &= \left( \frac{13}{420} - \frac{I_Z}{10AL^2} \right) L; M_{VIII} = \left( \frac{13}{420} - \frac{I_Y}{10AL^2} \right) L \\
M_{IX} &= \left( \frac{1}{105} + \frac{2I_Z}{15AL^2} \right) L^2; M_X = \left( \frac{1}{105} + \frac{2I_Y}{15AL^2} \right) L^2 \\
M_{XI} &= \left( \frac{1}{140} + \frac{I_Z}{30AL^2} \right) L^2; M_{XII} = \left( \frac{1}{140} + \frac{I_Y}{30AL^2} \right) L^2
\end{aligned} \tag{3.12}$$

na qual:

$\rho$ : Massa específica do material,  $kg/m^3$ ;

$A$ : Área da seção transversal,  $m^2$ ;

$L$ : Comprimento do elemento,  $m$ .

$I_p$ : Inércia polar,  $I_p = I_Z + I_Y$ ,  $m^4$ ;

$I_Z$ : Momento de inércia à flexão da seção transversal em relação ao eixo Z local,  $m^4$ ;

$I_Y$ : Momento de inércia à flexão da seção transversal em relação ao eixo Y local,  $m^4$ ;

A dedução dos elementos presentes na Equação (3.12) estão presentes em (YOKOYAMA, 1990, p. 12-13)

A matriz de transformação de coordenadas ou matriz de rotação do elemento de pórtico espacial utilizada neste trabalho é definida pela Equação (3.13).

$$T = \begin{bmatrix} R & 0 & 0 & 0 \\ & R & 0 & 0 \\ & & R & 0 \\ sym & & & R \end{bmatrix} \tag{3.13}$$

na qual:

$T$  : Matriz de transformação de coordenadas.

$R$  : Matriz da relação entre senos e cossenos.

$0$  : Matriz de zeros.

Os elementos  $R$  e  $0$  são definidos pela Equação (3.14) e Equação (3.15), respectivamente.

$$R = \begin{bmatrix} C_1 C_2 & S_1 C_2 & S_2 \\ -C_1 S_2 S_3 - S_1 C_3 & -S_1 S_2 S_3 + C_1 C_3 & S_3 C_2 \\ -C_1 S_2 C_3 - S_1 S_3 & -S_1 S_2 C_3 + C_1 S_3 & C_3 C_2 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

$$0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Os coeficientes presentes no elemento  $R$  são descritos na Equação (3.16).

$$\begin{aligned} S_1 &= \begin{cases} \frac{Y_2 - Y_1}{L_{XY}} & \text{se } L_{XY} > d \\ 0 & \text{se } L_{XY} < d \end{cases} \\ S_2 &= \frac{Z_2 - Z_1}{L} \\ S_3 &= \sin(\theta) \\ C_1 &= \begin{cases} \frac{X_2 - X_1}{L_{XY}} & \text{se } L_{XY} > d \\ 1 & \text{se } L_{XY} < d \end{cases} \\ C_2 &= \frac{L_{XY}}{L} \\ C_3 &= \cos(\theta) \end{aligned} \quad (3.16)$$

na qual:

$X_1$  : Coordenada global do nó inicial do elemento no eixo X,  $m$ .

$X_2$  : Coordenada global do nó final do elemento no eixo X,  $m$  .

$Y_1$  : Coordenada global do nó inicial do elemento no eixo Y,  $m$  .

$Y_2$  : Coordenada global do nó final do elemento no eixo Y,  $m$  .

$Z_1$  : Coordenada global do nó inicial do elemento no eixo Z,  $m$  .

$Z_2$  : Coordenada global do nó final do elemento no eixo Z,  $m$  .

$L$  : Comprimento do elemento,  $m$  .

$L_{XY}$  : Projeção do elemento no plano xy,  $m$  .

$d$  : Elemento infinitesimal em relação ao comprimento do elemento,  $d = 0,0001L$  ,  $m$  .

$\theta$  : Ângulo de rotação do elemento em torno do eixo do comprimento,  $^\circ$  .

### 3.1.2 Matriz de rigidez e de amortecimento do elemento de mola

A matriz de rigidez do elemento de mola utilizado neste estudo é definida pela Equação (3.17).

$$KM = \begin{bmatrix} KM_{11} & KM_{12} \\ KM_{21} & KM_{22} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

na qual:

$KM$  : Matriz de rigidez do elemento de mola,  $N/m, Nm/rad$  ;

Os elementos  $KM_{11}$ ,  $KM_{12}$ ,  $KM_{21}$  e  $KM_{22}$  são definidos pela Equação (3.18) e Equação (3.19).

$$KM_{11} = \begin{bmatrix} KU_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & KU_y & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & KU_z & 0 & 0 & 0 \\ & & & KROT_x & 0 & 0 \\ sym & & & & KROT_y & 0 \\ & & & & & KROT_z \end{bmatrix} = KM_{22} \quad (3.18)$$

$$KM_{12} = KM_{21} = -KM_{11} \quad (3.19)$$

na qual:

$KU_x$  : Rigidez do elemento de mola à translação em relação ao eixo X,  $N/m$ ;

$KU_y$  : Rigidez do elemento de mola à translação em relação ao eixo Y,  $N/m$ ;

$KU_z$  : Rigidez do elemento de mola à translação em relação ao eixo Z,  $N/m$ ;

$KROT_x$  : Rigidez do elemento de mola à rotação em relação ao eixo X,  $Nm/rad$ .

$KROT_y$  : Rigidez do elemento de mola à rotação em relação ao eixo Y,  $Nm/rad$ .

$KROT_z$  : Rigidez do elemento de mola à rotação em relação ao eixo Z,  $Nm/rad$ .

Neste estudo os elementos de mola são considerados com massa desprezível em relação à massa total da estrutura. Ainda, os valores de rigidez para os seis graus de liberdade já são calculados e aplicados em relação as coordenadas globais, sendo assim desnecessária a matriz de transformação de coordenadas.

A matriz de amortecimento do elemento de mola é definida pela Equação (3.20):

$$CM = \begin{bmatrix} CM_{11} & CM_{12} \\ CM_{21} & CM_{22} \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

na qual:

$CM$  : Matriz de coeficiente de amortecimento do elemento de mola,  $Ns/m, Nsm/rad$  ;

Os elementos  $CM_{11}$ ,  $CM_{12}$ ,  $CM_{21}$  e  $CM_{22}$  são definidos pela Equação (3.21) e Equação (3.22).

$$CM_{11} = \begin{bmatrix} CU_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & CU_y & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & CU_z & 0 & 0 & 0 \\ & & & CROT_x & 0 & 0 \\ sym & & & & CROT_y & 0 \\ & & & & & CROT_z \end{bmatrix} = CM_{22} \quad (3.21)$$

$$CM_{12} = CM_{21} = -CM_{11} \quad (3.22)$$

na qual:

$CU_x$  : Coeficiente de amortecimento do elemento de mola à translação em relação ao eixo X,  $Ns/m$ ;

$CU_y$  : Coeficiente de amortecimento do elemento de mola à translação em relação ao eixo Y,  $Ns/m$ ;

$CU_z$  : Coeficiente de amortecimento do elemento de mola à translação em relação ao eixo Z,  $Ns/m$ ;

$CROT_x$  : Coeficiente de amortecimento do elemento de mola à rotação em relação ao eixo X,  $Nsm/rad$ .

$CROT_y$  : Coeficiente de amortecimento do elemento de mola à rotação em relação ao eixo Y,  $Nsm/rad$ .

$CROT_z$  : Coeficiente de amortecimento do elemento de mola à rotação em relação ao eixo Z,  $Nsm/rad$ .

Assim como a matriz de rigidez, a matriz de amortecimento do elemento de mola já possui seus coeficientes em coordenadas globais, sendo desnecessária a matriz de transformação de coordenadas.

## 3.2 Cálculo da ação do vento na estrutura

Os ventos são caracterizados por massas de ar que se movimentam de zonas de maior pressão para zonas de menor pressão. A diferença de pressão se dá pelo aquecimento não uniforme da crosta terrestre, que ocorre principalmente pela energia solar. Blessmann (1995) diz que o vento pode ser analisado em duas parcelas, sendo a primeira um escoamento de ar médio e a segunda uma parcela de velocidades flutuantes (rajadas de ar) que se superpõem as primeiras.

Em relação as estruturas de torres, as piores condições de solicitação se dão quando é considerada a intensidade máxima do vento. Dentre os diferentes tipos de vento, um tipo que se destaca são os ciclones extratropicais que, quando bem desenvolvidos, são conhecidos como tormentas EPS (*extratropical pressure system*) caracterizados por movimentos de ar em torno de um centro de baixa pressão com velocidades médias de vento aproximadamente constantes por longos períodos e que se estendem por grandes áreas, sendo conhecidos também como ventos sinóticos.

Conforme já citado, a ação que o vento exerce na estrutura pode ser subdividida em uma parcela estática (escoamento de ar médio) e a parcela dinâmica (velocidades flutuantes).

### 3.2.1 Parcela estática

Para determinar as forças estáticas equivalentes na estrutura de uma torre treliçada é utilizado o procedimento descrito na NBR 6123/1988.

Inicialmente, é necessário calcular o perfil vertical da velocidade característica do vento que atua na estrutura. Para este cálculo, é necessário determinar a velocidade básica ( $V_0$ ) do vento e os fatores de correção  $S_1$ ,  $S_2$  e  $S_3$ .

O valor da velocidade básica do vento, em  $m/s$ , é determinado pelo gráfico de isopletras (Figura 1 da NBR 6123/1988).

A velocidade básica do vento apresentada no gráfico de isopletras é a velocidade de uma rajada de 3 segundos, com probabilidade anual de ocorrência de 2%, a 10 metros acima do terreno em campo aberto e plano.

O fator topográfico ( $S_1$ ) utilizado no cálculo é determinado em função das variações presentes no terreno na região onde a estrutura é instalada, ou seja, a presença ou não de morros, taludes e vales onde a torre está situada.

O fator da rugosidade do terreno, dimensões da estrutura e altura sobre o terreno ( $S_2$ ) é determinado em função de três diferentes aspectos. O primeiro é a rugosidade da superfície próxima da estrutura, sendo desde uma área de campo aberto sem nenhum obstáculo ao fluxo do vento até terrenos em que estão presentes diversos obstáculos grandes, altos e pouco espaçados. O segundo é em relação as dimensões da estrutura, sendo desde uma estrutura com pequenas dimensões até estruturas com grandes dimensões. O terceiro aspecto possui relação com a altura da estrutura acima do terreno, devido a velocidade do vento ser de maior intensidade em maiores alturas. O cálculo deste fator é realizado através da Equação (3.23).

$$S_2 = bF_R \left( \frac{z}{10} \right)^p \quad (3.23)$$

na qual:

$S_2$  : Fator da rugosidade do terreno, dimensões da estrutura e altura em relação ao solo;

$b$  : Parâmetro meteorológico para cálculo do  $S_2$ ;

$F_R$  : Fator de rajada;

$z$  : Cota acima do terreno,  $m$  ;

$p$  : Expoente da lei potencial de variação do  $S_2$ .

No entanto, como já citado, a norma brasileira apresenta no gráfico de isopletras a velocidade de uma rajada de 3 segundos. Esta velocidade deve ser ajustada para uma velocidade de referência à 10 metros de altura de uma rajada de 10 minutos.

Os valores dos parâmetros da equação (3.23) já corrigidos em relação a velocidade são encontrados na Tabela 21 da NBR 6123/1988.

O fator estatístico ( $S_3$ ) é determinado em função da vida útil da estrutura, da probabilidade de que a velocidade básica do vento seja igualada ou superada neste período e da

importância e necessidade da estrutura. Os valores utilizados para o fator estatístico são apresentados na Tabela 3 da NBR 6123/1988.

Em posse dos dados de velocidade básica ( $V_0$ ) e dos fatores  $S_1$ ,  $S_2$  e  $S_3$ , pode-se usar a Equação (3.24) para calcular o valor característico do perfil vertical de velocidade do vento. É importante ressaltar que a velocidade característica estática do vento depende das diferentes alturas dos pontos analisados na estrutura.

$$V_{K,EST} = V_0 S_1 S_2 S_3 \quad (3.24)$$

na qual:

$V_{K,EST}$  : Velocidade característica estática do vento, m/s;

$V_0$  : Velocidade básica do vento, m/s;

$S_1$  : Fator topográfico;

$S_2$  : Fator rugosidade do terreno, dimensão da estrutura e altura sobre o terreno;

$S_3$  : Fator estatístico.

Neste momento, caso o estudo da velocidade do vento também inclua uma parcela flutuante, é possível fazer a soma das duas parcelas. Caso contrário, a velocidade característica estática do vento passa a ser a velocidade característica do vento.

Em posse dos diferentes valores de velocidade característica do vento, pode-se calcular o valor da pressão dinâmica do vento na estrutura através da Equação (3.25).

$$q = 0,613V_K^2 \quad (3.25)$$

na qual:

$q$  : Pressão dinâmica do vento, Pa ;

$V_K$  : Velocidade característica do vento, m/s ;

Para calcular a força de arrasto do vento nos diferentes pontos analisados da estrutura é necessário, além da pressão dinâmica, o coeficiente de arrasto e a área efetiva.

A área efetiva da torre é a área total dos perfis projetada no plano perpendicular à ação do vento.

Para determinar o coeficiente de arrasto, é necessário conhecer o índice de área exposta. Este índice é calculado pela razão entre a área efetiva e a área total do contorno do reticulado (Equação (3.26)).

$$\phi = \frac{A_E}{A_C} \quad (3.26)$$

na qual:

$\phi$  : Índice de área exposta;

$A_E$  : Área frontal efetiva de um reticulado,  $m^2$  ;

$A_C$  : Área frontal da superfície limitada pelo contorno do reticulado,  $m^2$  ;

Em posse do valor do índice de área exposta é possível determinar o coeficiente de arrasto observando a Figura 3.1.

Para estruturas como torres, que possuem uma área vazada, o vento não atua somente na face de barlavento, ou seja, na primeira face em que o mesmo incide. Todas as faces da estrutura que estejam em um plano não paralelo à ação do vento recebem uma parcela de esforços.

Para o caso de uma torre com 4 faces e vento incidindo perpendicularmente em uma das faces, somente duas faces recebem a ação do vento (face de barlavento e face de sotavento).

Para determinar a parcela de força que cada uma das faces recebe é necessário determinar o fator de proteção para os reticulados, que por sua vez depende do índice de área exposta da face a barlavento e do afastamento relativo entre as faces. O valor do fator de proteção é encontrado na Figura 3.2.

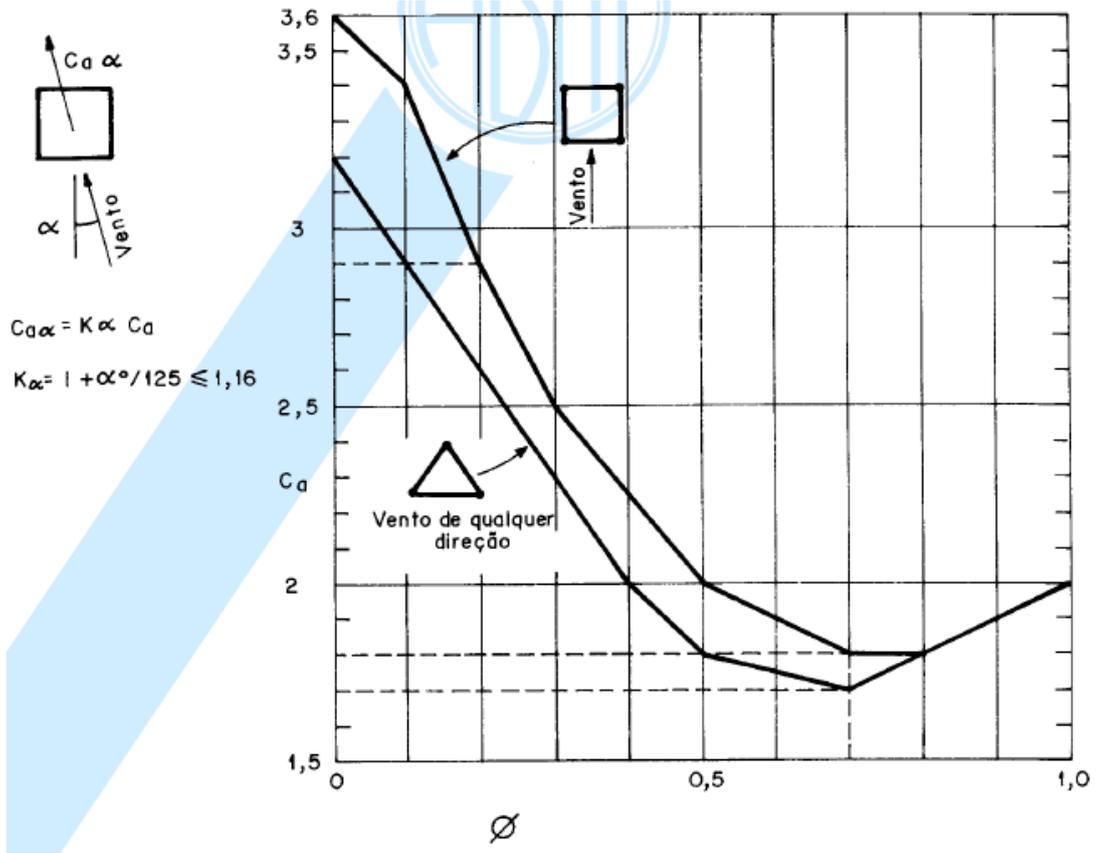


Figura 3.1 – Coeficiente de arrasto [fonte: NBR 6123/1988].

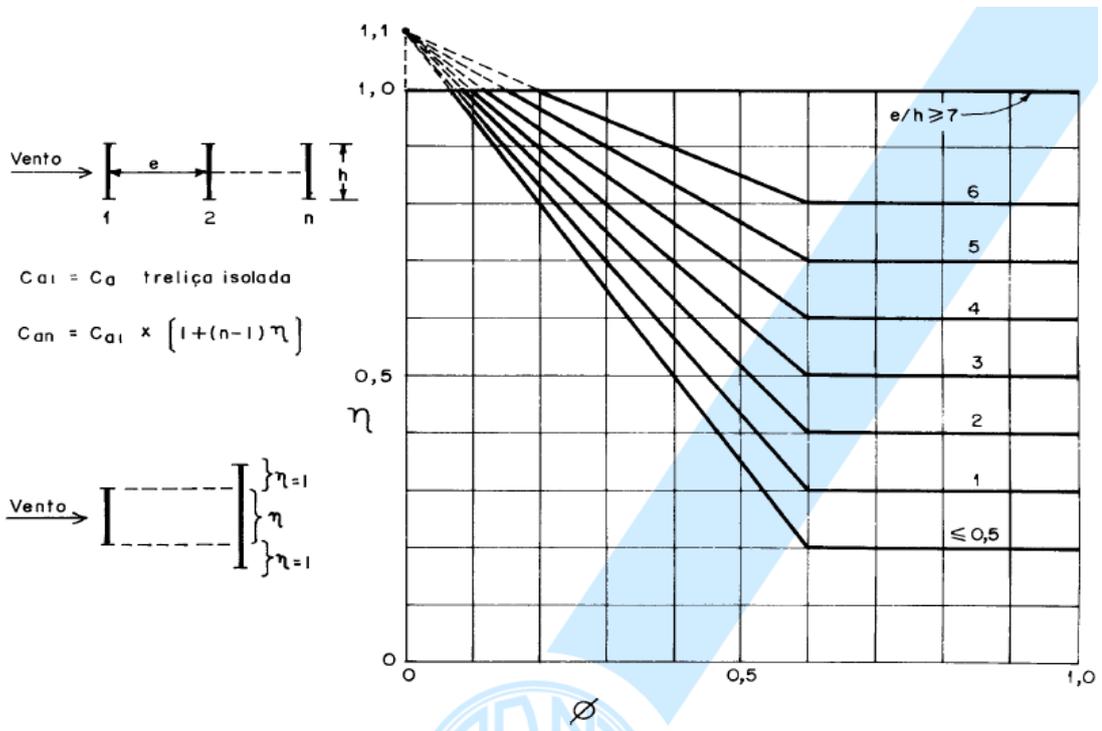
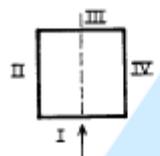
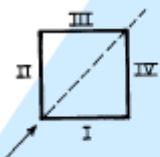


Figura 3.2 – Fator de proteção [fonte: NBR 6123/1988].

Com o fator de proteção, é possível determinar a parcela da ação do vento relativa a cada uma das faces através da Figura 3.3.

Direção do vento		Face I	Face II	Face III	Face IV
	n	$\frac{1}{1+\eta}$	0	$\frac{\eta}{1+\eta}$	0
	t	0	0	0	0
	n	0,20	0,20	0,15	0,15
	t	0,20	0,20	0,15	0,15
	n	0,57	0,11	0,11	—
	t	0	0,19	0,19	—
	n	0,50	0	0,37	—
	t	0,29	0	0,21	—
	n	0,14	0,14	0,43	—
	t	0,25	0,25	0	—

n : componente perpendicular à face  
t : componente paralela à face

Figura 3.3 – Componentes de força de arrasto nas faces [fonte: NBR 6123/1988].

Finalmente, em posse dos valores das forças de arrasto em cada uma das faces, é possível determinar a parcela estática da força do vento para a face 1 e 3 da torre, respectivamente, através da Equação (3.27).

$$F_{A1} = \left( \frac{1}{1+\eta} \right) C_A q A_E \quad (3.27)$$

$$F_{A3} = \left( \frac{\eta}{1+\eta} \right) C_A q A_E$$

nas quais:

$F_{A1}$  : Força do vento na face 1,  $N$  ;

$F_{A3}$  : Força do vento na face 3,  $N$  ;

$C_A$  : Coeficiente de arrasto;

$q$  : Pressão dinâmica do vento,  $Pa$  ;

$A_E$  : Área frontal efetiva de um reticulado,  $m^2$  ;

$\eta$  : Fator de proteção.

### 3.2.2 Parcela dinâmica ou flutuante

Segundo Blessmann (1995), como a flutuação do vento é aleatória, é possível supor que o vento consiste em uma superposição de funções harmônicas com diferentes amplitudes, frequências e fases. Blessmann também diz que o espectro de potência é a distribuição de energia das rajadas de vento em função de diferentes frequências. O espectro é formado pela soma das variâncias de todas as frequências de flutuação e, a partir da distribuição contínua das frequências em um limite, é formado o espectro de frequências, também conhecido como densidade espectral da variância.

Neste trabalho, para analisar a parcela flutuante do vento é utilizado o espectro de potências de Davenport, apresentado na Equação (3.28):

$$\frac{f_D S_W}{u_*^2} = \frac{4n^2}{(1+n^2)^{4/3}} \quad (3.28)$$

na qual:

$f_D$  : Faixa de frequências para o espectro de Davenport,  $Hz$  ;

$S_W$  : Densidade espectral;

$u_*$ : Velocidade de fricção do vento,  $m/s$  ;

$n$  : Frequência adimensional.

Em que a frequência adimensional é definida pela Equação (3.29).

$$n = \frac{f_D L_D}{V_{10}} \quad (3.29)$$

na qual:

$n$  : Frequência adimensional.

$f_D$  : Faixa de frequências para o espectro de Davenport, Hz;

$L_D$  : Comprimento de convenção para o modelo de Davenport,  $L_D = 1200m$  ;

$V_{10}$  : Máxima velocidade média a 10 metros do terreno,  $m/s$ ;

E a velocidade de fricção do vento é definida pela Equação (3.30).

$$u_* = 0,4 \frac{V_{10}}{\ln\left(\frac{z_{REF}}{z_0}\right)} \quad (3.30)$$

na qual:

$u_*$ : Velocidade de fricção do vento,  $m/s$  ;

$V_{10}$  : Máxima velocidade média a 10 metros do terreno,  $m/s$  ;

$z_{REF}$  : Altura de referência,  $m$  ;

$z_0$  : Comprimento de rugosidade,  $m$  .

O comprimento de rugosidade  $z_0$ , necessário para o cálculo da velocidade de fricção do vento, pode ser encontrado na Figura 3.4.

Categoria	I	II	III	IV	V
$z_g(\text{m})$ :	250	300	350	420	500
$z_0(\text{m})$ :	0,005	0,07	0,30	1,0	2,5

Figura 3.4 – Comprimento de rugosidade [fonte: NBR 6123/1988].

O método de Shinozuka e Jan (1972), também conhecido como método de representação espectral, é utilizado para, por meio de uma série de cossenos, simular um processo aleatório para produzir as funções de amostra. Esta função é utilizada como base para gerar a amostra de densidade espectral. O método é definido pela equação (3.31).

$$\Delta \vec{V}(t) = \sum_{j=1}^N \sqrt{2S_w f_{D_j} \Delta f_{D_j}} \cos(2\pi f_{D_j} t + \varphi_j) \quad (3.31)$$

na qual:

$\Delta \vec{V}(t)$ : Perfil de velocidade do vento gerado,  $m/s$ ;

$S_w$ : Densidade espectral;

$N$ : Número de intervalos de divisão da banda de frequência;

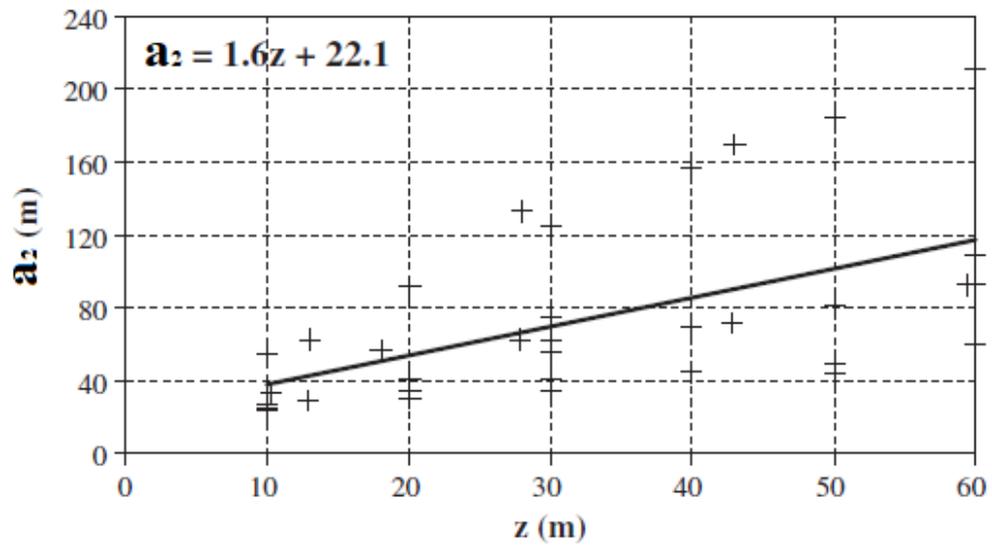
$f_D$ : Faixa de frequências para o espectro de Davenport,  $Hz$ ;

$\Delta f$ : Variação da frequência no método de Shinozuka-Jan,  $Hz$ ;

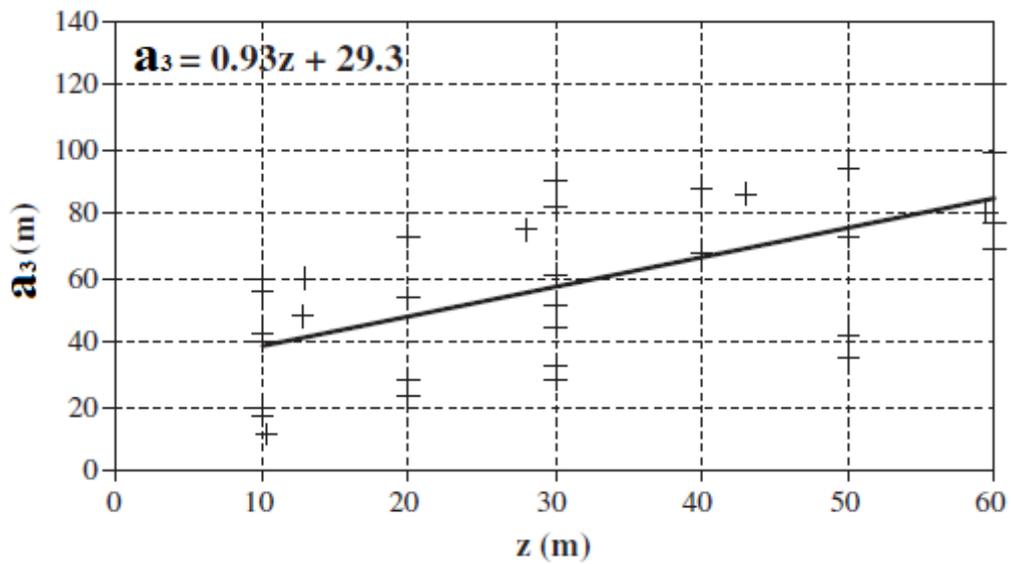
$t$ : Tempo;

$\varphi$ : Ângulo de fase (variando entre 0 e  $2\pi$ ).

Ainda, para calcular a velocidade flutuante do vento nas diferentes alturas é necessário determinar os comprimentos de correlação. A Equação (3.32), de Miguel et al (2012), relaciona, empiricamente, o comprimento de correlação vertical e transversal com a altura da estrutura estudada. Esta equação é estimada através de uma regressão linear obtida em relação a diferentes alturas e rugosidades de superfície (Figura 3.5).



(a)



(b)

Figura 3.5 – Comprimento de correlação: (a) Transversal; (b) Vertical. [fonte: Adaptado de Miguel et al, 2012].

$$a_2 = 1,6z + 22,1$$

$$a_3 = 0,93z + 29,3$$

(3.32)

na qual:

$a_2$ : Comprimento de correlação transversal,  $m$  ;

$a_3$ : Comprimento de correlação vertical,  $m$  ;

$z$  : Cota acima do terreno,  $m$  .

Desse modo, é possível gerar as componentes flutuantes em pontos afastados em um comprimento de correlação e as componentes intermediárias por meio de uma interpolação (Equação (3.33)). A notação utilizada é exemplificada pela Figura 3.6.

$$V(z, x, t) = V_1(t) + \frac{V_2(t) - V_1(t)}{a_2} x + \frac{V_3(t) - V_1(t)}{a_3} z + \frac{V_4(t) - V_3(t) - V_2(t) - V_1(t)}{a_2 a_3} xz \quad (3.33)$$

na qual:

$V$  : Perfil de velocidade do vento em um ponto  $(x, z)$ ,  $m/s$  .

$V_1$  : Perfil de velocidade do vento no ponto  $(0, 0)$ ,  $m/s$  ;

$V_2$  : Perfil de velocidade do vento no ponto  $(a_2, 0)$ ,  $m/s$  ;

$V_3$  : Perfil de velocidade do vento no ponto  $(0, a_3)$ ,  $m/s$  ;

$V_4$  : Perfil de velocidade do vento no ponto  $(a_2, a_3)$ ,  $m/s$  ;

$a_2$ : Comprimento de correlação transversal,  $m$  ;

$a_3$ : Comprimento de correlação vertical,  $m$  ;

$x$  : Coordenada transversal,  $m$  .

$z$  : Cota acima do terreno,  $m$  .

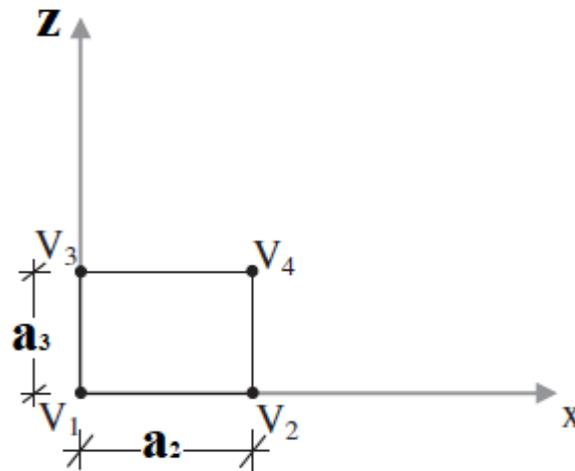


Figura 3.6 – Notação da interpolação. [fonte: Adaptado de Miguel et al, 2012].

Em posse do campo de velocidades para todas as diferentes alturas e distancias transversais nos diferentes tempos da análise dinâmica, é possível calcular as forças de arrasto de maneira semelhante ao cálculo das forças estáticas equivalentes, descrito no item anterior.

Com os diferentes valores de velocidade do vento, calcula-se o valor da pressão dinâmica do vento na estrutura através da Equação (3.25). A área efetiva é a mesma já determinada para o caso da força estática equivalente, assim como o coeficiente de arrasto.

Para separar as parcelas de força do vento que são aplicadas à barlavento e à sotavento, o fator de proteção também é o mesmo já determinado. Finalmente, as parcelas de força são calculadas através da Equação (3.27).

### 3.3 Processos aleatórios estacionários

Os processos aleatórios estacionários representam uma classe fundamental de modelos estocásticos utilizados para descrever fenômenos complexos, pois se tratam de sequências de variáveis aleatórias que têm propriedades estatísticas invariantes no tempo. Para isso, conceitos como a estacionariedade, autocorrelação, autocovariância e ergodicidade são fundamentais.

A estacionariedade de um processo pode ser classificada como estacionariedade estrita ou ampla. A estacionariedade estrita ocorre quando todas as propriedades estatísticas da série temporal não mudam em nenhum ponto ao longo do tempo. Sendo assim, considerando um

processo aleatório  $x_k(t)$ , este é considerado estacionário estrito quando (Schuëller e Shinozuka, 2012):

$$f_{X(t_1)\dots X(t_n)}(x_1 \dots x_n) = f_{X(t_1+\tau)\dots X(t_n+\tau)}(x_1 \dots x_n) \quad (3.34)$$

A estacionariedade ampla ocorre quando algumas propriedades estatísticas, como por exemplo a média e a autocorrelação, são constantes ao longo do tempo, ou seja, a média é independente do tempo e a autocorrelação de observações separadas por um determinado intervalo de tempo depende apenas do comprimento do intervalo, e não da posição específica no tempo (Equação (3.35)).

$$\begin{aligned} \mu_X(t_i) &= E[x_k(t_i)] = \mu_X \\ R_{XX}(t_i, t_{i+\tau}) &= E[x_k(t_i)x_k(t_{i+\tau})] = R_X(\tau) \end{aligned} \quad (3.35)$$

Em que  $\mu_X$  corresponde à média e  $R_X(\tau)$  corresponde a autocorrelação de  $x_k(t)$

A autocorrelação mede a correlação linear entre os valores do processo em diferentes momentos temporais. Desse modo, considerando dois processos aleatórios estacionários  $x_k(t)$  e  $y_k(t)$  têm-se (Bendat e Piersol, 2011):

$$\begin{aligned} \mu_X(t_i) &= E[x_k(t_i)] = \mu_X \\ \mu_Y(t_i) &= E[y_k(t_i)] = \mu_Y \\ R_{XX}(t_i, t_{i+\tau}) &= E[x_k(t_i)x_k(t_{i+\tau})] = R_X(\tau) \\ R_{YY}(t_i, t_{i+\tau}) &= E[y_k(t_i)y_k(t_{i+\tau})] = R_Y(\tau) \\ R_{XY}(t_i, t_{i+\tau}) &= E[x_k(t_i)y_k(t_{i+\tau})] = R_{XY}(\tau) \end{aligned} \quad (3.36)$$

Em que  $\mu_X$  corresponde à média e  $R_X(\tau)$  corresponde a autocorrelação em relação a  $\tau$  de  $x_k(t)$ ,  $\mu_Y$  corresponde à média e  $R_Y(\tau)$  corresponde a autocorrelação em relação a  $\tau$  de

$y_k(t)$  e  $R_{XY}(\tau)$  corresponde a correlação cruzada em relação a  $\tau$  entre os processos  $x_k(t)$  e  $y_k(t)$ .

Ao quantificar a relação entre observações separadas por diferentes defasagens temporais, a função de autocorrelação revela padrões e dependências temporais existentes no processo e a função de correlação cruzada revela padrões existentes entre diferentes processos aleatórios, como por exemplo, avaliar a similaridade das flutuações da velocidade do vento ou na comparação de perfis verticais de velocidade do vento em diferentes momentos.

Por outro lado, a autocovariância indica a covariância entre esses valores, fornecendo uma medida da variabilidade conjunta entre as observações. Considerando os mesmos dois processos aleatórios estacionários apresentados anteriormente e  $t_i = t_{i+\tau}$  a autocovariância pode ser escrita como:

$$\begin{aligned}\mu_X(t_i) &= E[x_k(t_i)] = \mu_X \\ \mu_Y(t_i) &= E[y_k(t_i)] = \mu_Y \\ C_{XX}(t_i, t_i) &= E[(x_k(t_i) - \mu_X(t_i))(x_k(t_i) - \mu_X(t_i))] = E[(x_k(t_i) - \mu_X(t_i))^2] = \sigma_X^2(t_i) \\ C_{YY}(t_i, t_i) &= E[(y_k(t_i) - \mu_Y(t_i))(y_k(t_i) - \mu_Y(t_i))] = E[(y_k(t_i) - \mu_Y(t_i))^2] = \sigma_Y^2(t_i) \\ C_{XY}(t_i, t_i) &= E[(x_k(t_i) - \mu_X(t_i))(y_k(t_i) - \mu_Y(t_i))] = C_{XY}(t_i)\end{aligned}\quad (3.37)$$

Na qual, para um mesmo instante no tempo,  $\sigma_X^2(t_i)$  representa a variância do processo  $x_k(t)$ ,  $\sigma_Y^2(t_i)$  representa a variância do processo  $y_k(t)$  e  $C_{XY}(t_i)$  representa a covariância cruzada entre os processos  $x_k(t)$  e  $y_k(t)$ .

Em processos aleatórios estacionários, essas funções adquirem propriedades particulares que simplificam substancialmente suas interpretações e análises. A estacionariedade requer que as características estatísticas do processo permaneçam inalteradas ao longo do tempo. Portanto, tanto a função de autocorrelação quanto a de autocovariância dependem apenas da diferença entre os tempos, não dos instantes específicos, o que resulta em expressões que estão relacionadas exclusivamente à separação temporal.

A dependência apenas da diferença temporal simplifica a identificação de padrões, ciclos e comportamentos recorrentes ao longo do tempo. Além disso, essa característica facilita a compreensão das relações de longo prazo entre as variáveis do processo, permitindo a quem analisa extrair informações significativas de forma eficiente. Isso é importante para situações práticas, em que a estabilidade das análises ao longo do tempo é de suma importância para a confiabilidade das conclusões derivadas dessas funções.

A ergodicidade, por sua vez, descreve a convergência estatística das médias temporais e espaciais. Em processos que exibem a propriedade ergódica, as características estatísticas que podem ser derivadas de uma parte do processo refletem fielmente as propriedades médias ao longo do tempo. Isso significa que, ao estudarmos uma única trajetória ou observação prolongada do processo, somos capazes de extrapolar conclusões significativas sobre o comportamento médio do sistema ao longo do tempo. Essa propriedade se mostra especialmente útil em situações em que a coleta de dados repetidos, ao longo de múltiplas realizações do processo, é desafiadora, custosa ou mesmo impossível, como, por exemplo, na análise de séries temporais, de estudos climáticos, de sistemas dinâmicos e de experimentos em que a obtenção de múltiplas realizações é impraticável.

A utilização da distribuição normal na modelagem de processos aleatórios estacionários é uma prática recorrente, respaldada por um dos pilares fundamentais da teoria estatística: o Teorema do Limite Central, representado pela Equação (3.38) (Schervish e DeGroot, 2014).

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \Pr \left[ \frac{\bar{X}_n - \mu}{\sigma^2/n} \leq x \right] = \Phi(x) \quad (3.38)$$

Em que  $\Phi(x)$  representa a função distribuição acumulada de uma distribuição normal padrão. Em outras palavras, se uma amostra aleatória de tamanho  $n$  é retirada de uma população com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ , e se  $n$  for suficientemente grande, então a distribuição das médias amostrais  $\bar{X}_n$  se aproxima de uma distribuição normal com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2/n$ .

A eficácia da distribuição normal na modelagem de processos aleatórios estacionários também se deve ao fato de que ela é totalmente caracterizada por dois parâmetros: a média e o desvio padrão. Esses parâmetros têm interpretações claras, tornando o processo de estimação e

de inferência estatística mais acessível. A facilidade com que se pode trabalhar com a distribuição normal contribui significativamente para a aplicabilidade prática dessa abordagem em uma variedade de domínios como, por exemplo, problemas de engenharia.

Os processos aleatórios estacionários têm uma aplicação significativa, contribuindo para a análise e o projeto de estruturas sujeitas a forças e a carregamentos variáveis ao longo do tempo. Um exemplo desse emprego é a análise da ação do vento em estruturas. O vento, sendo uma força ambiental altamente variável, apresenta desafios para projetar edifícios, pontes e outras estruturas. Através dos processos aleatórios estacionários, é possível modelar a variabilidade temporal da ação do vento. Esses modelos levam em conta a natureza estocástica do vento, refletindo as variações ao longo do tempo de maneira realista.

### **3.4 Otimização**

Em engenharia de estruturas, otimização é o processo que busca a maximização ou minimização de uma característica do sistema estrutural em função da variação de alguma propriedade. Esta busca é automatizada por meio de algoritmos de otimização e pode ser utilizada, por exemplo, para obter melhorias em um projeto estrutural.

Para entender o conceito de otimização, primeiro é necessário saber o significado de três parâmetros: Variáveis de projeto, função objetivo e restrições de projeto.

Como o próprio nome indica, variáveis de projeto são os parâmetros que sofrem modificações na rotina de cálculo para obter o valor ótimo desejado durante o processo de otimização. Estas variáveis podem ser discretas, com valores compreendidos dentro de um conjunto pré-definido, ou contínuas, podendo assumir qualquer valor. Algumas variáveis de projeto são as propriedades dos materiais utilizados, propriedades da seção transversal, geometria e topologia da estrutura, por exemplo.

Para o processo de otimização existir, alguma função deve ser utilizada para comparar e avaliar cada passo do algoritmo. A esta função é dada o nome de função objetivo e é aquela na qual o valor ótimo é buscado na otimização enquanto são modificadas as variáveis de projeto. Portanto, a função objetivo deve ser função das variáveis de projeto escolhidas. Normalmente, a função objetivo dos projetos é minimizar efeitos prejudiciais à estrutura, minimizar peso e volume ou maximizar a resistência. Outra função objetivo muito utilizada na engenharia é minimizar os custos de materiais, de fabricação ou de manutenção.

As restrições de projeto são critérios definidos previamente pelo usuário que funcionam como limites para o algoritmo de otimização. Estas restrições podem ser laterais, em que as variáveis de projeto podem assumir valores dentro de um intervalo definido por um valor máximo e um valor mínimo. Além disso, existem as restrições de desigualdade, em que as variáveis de projeto assumem valores maiores ou menores que um valor de referência. Por fim, as restrições de igualdade, que exigem que a variável de projeto assumam um valor pré-definido.

Ainda, as restrições podem ser classificadas como local e global. Restrições locais dizem respeito a parte da estrutura analisada enquanto restrições globais se referem ao comportamento da estrutura toda.

Então, de maneira simplificada, o conceito de otimização é alcançar um valor ótimo de uma função objetivo modificando alguns parâmetros denominados variáveis de projeto sujeitos à algumas restrições do projeto.

Existem três diferentes tipos de otimização: Otimização paramétrica, otimização de forma e otimização topológica.

A otimização paramétrica é realizada modificando propriedades geométricas ou físicas da estrutura, mas mantendo a forma que a mesma foi projetada.

A otimização de forma é o oposto da paramétrica, ou seja, o formato da estrutura é alterado buscando uma nova posição dos nós para assim obter o formato ótimo. Neste caso, as propriedades geométricas e físicas não são alteradas.

A otimização topológica é realizada buscando uma melhor distribuição do material empregado na estrutura, podendo subtrair partes que pouco influenciam na resposta e concentrar material em áreas mais críticas do problema.

Assim, de forma geral, um problema de otimização pode ser escrito como:

$$\begin{array}{ll}
 \textit{Encontrar} & x \\
 \textit{que minimiza} & f(x) \\
 \textit{tal que} & h_k(x) = 0, \quad k = 1, 2, \dots, n_e \\
 \textit{e/ou} & g_j(x) \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n_g
 \end{array}$$

Para este estudo, a função objetivo é minimizar o deslocamento máximo no topo da estrutura, a variável de projeto é o deslocamento de aperto dos elementos inseridos nas ligações

que, por sua vez, impactam diretamente nas rigidezes e nas constantes de amortecimento do elemento. O tipo de otimização empregado neste estudo é paramétrico.

## 4 METODOLOGIA PROPOSTA

Como já mencionado, existe uma preocupação em melhor projetar uma estrutura suscetível a ações dinâmicas e, caso seja necessário o uso de amortecedores, que estes sejam projetados e posicionados em lugares estratégicos para auxiliar ao máximo a integridade da estrutura, sem inviabilizar o projeto original. O presente trabalho propõe a utilização de elementos com determinada rigidez e coeficiente de amortecimento nas ligações em uma estrutura treliçada sujeita à ação do vento. Os amortecedores de ligação devem ser otimizados para que reduzam o deslocamento máximo frente à ação do vento e, com isso, melhorar a resposta dinâmica da estrutura.

Inicialmente, a estrutura é estudada sem os amortecedores de ligação, sendo suas ligações consideradas rígidas. O valor de amortecimento é inserido na estrutura e sua frequência natural de vibração é calculada. Depois, grupos de ventos EPS são aplicados na estrutura e são determinados os deslocamentos durante todo o período da ação para cada um dos grupos. Os dados da frequência natural, do amortecimento e do deslocamento máximo são armazenados para comparação futura. O grupo de ventos que será utilizado posteriormente para a análise dinâmica na estrutura com amortecedores de ligação será o que provocar o maior deslocamento no topo da estrutura com ligações consideradas rígidas.

Posteriormente, anéis de borracha são ensaiados para determinar as rigidezes e os coeficientes de amortecimento e, então, um material genérico é idealizado com suas propriedades relacionadas com as propriedades dos anéis de borracha ensaiados. Amortecedores de ligação projetados com esse material são inseridos nas ligações da estrutura e, através do processo de otimização, o deslocamento dos amortecedores de ligação (simulando uma compressão através de um aperto nos parafusos da estrutura) são otimizados para que os deslocamentos máximos da torre sejam minimizados. A frequência natural de vibração, o amortecimento e os deslocamentos máximos otimizados da torre são comparados com a situação anterior, em que a estrutura não tem o acréscimo de amortecimento proveniente dos elementos inseridos na ligação.

A otimização dos amortecedores de ligação é feita utilizando o *Whale Optimization Algorithm* (WOA), algoritmo de otimização da baleia (MIRJALILI, S; LEWIS, A, 2016), um algoritmo metaheurístico programado em MATLAB. As frequências naturais e os modos de vibração são obtidos através de um algoritmo elaborado utilizando o método dos elementos

finitos, resolvendo o problema de autovalores e autovetores do sistema. Para a estrutura com ligações perfeitamente rígidas, a razão de amortecimento utilizada para os dois primeiros modos de vibração é de 0,8% em função do amortecimento natural da estrutura, enquanto para a estrutura com os amortecedores de ligação a razão de amortecimento é calculada pelas equações de movimento desacopladas. A geração do campo de velocidades e forças do vento, bem como o cálculo da resposta dinâmica da estrutura, a qual permite a determinação do deslocamento máximo, são realizados em rotinas computacionais desenvolvidas neste trabalho. A resposta dinâmica da estrutura é determinada através do método de Newmark e todos os cálculos e algoritmos são desenvolvidos em linguagem MATLAB.

Os elementos da estrutura escolhida são programados como elementos de pórtico espacial e as ligações semirrígidas possuem rigidez e coeficiente de amortecimento para cada um dos deslocamentos nodais existentes. Ainda, os amortecedores de ligação são idealizados como molas de comprimento nulo e massa desprezível.

Para impor um limite ao deslocamento permitido, o valor máximo de deslocamento durante toda a aplicação da ação do vento na estrutura não deverá ser superior a 1% da altura total da estrutura. O valor de referência aplicado neste trabalho era utilizado pela norma NBR 8850/2003 para definir o deslocamento transversal ou longitudinal máximo para o estado limite de serviço de uma torre metálica treliçada.

#### **4.1 Definição da estrutura**

O estudo é realizado tendo como base uma estrutura de torre metálica treliçada autoportante projetada pela empresa Clemar Engenharia para a Polícia Rodoviária Federal Brasileira na cidade de Xapuri (AC). A estrutura original é uma torre com 60 metros de altura, base quadrada de 6,24 metros e é formada por perfis cantoneira.

Para a realização deste trabalho a estrutura original foi modificada. A altura da torre foi aumentada em 6 metros, mantendo os mesmos perfis utilizados no último módulo da estrutura original.

A torre é formada por 17 perfis cantoneira diferentes, os quais são perfis comerciais brasileiros retirados do catálogo da Gerdau. O material utilizado nos perfis da estrutura é do aço ASTM – A36.

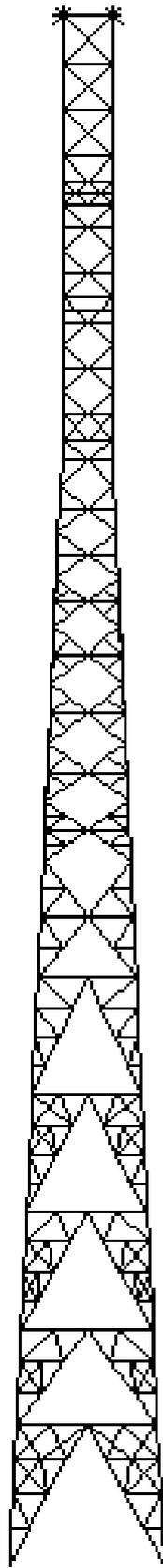


Figura 4.1 – Vista lateral da estrutura da torre.

Os dados relativos à fundação foram desprezados, mas considera-se que a fundação respeita todas as exigências do projeto. Assim, pode-se considerar que a estrutura possui base rígida.

A torre é modelada com 612 nós, 1716 elementos de pórtico espacial e quatro elementos de massa. A representação de um dos lados da torre é apresentada na Figura 4.1.

Para simular a presença de antenas no topo da estrutura, massas adicionais foram acrescentadas nos 4 nós do topo. As antenas utilizadas nessa simulação são do modelo UDA15-W71AB TrunkLine Antenna, Ultra High Performance, Dual Polarized, 15ft com peso estimado da antena com suporte de 772,4kg.

## 4.2 Determinação da ação do vento

Conforme já apresentado na Seção 3.2, a ação do vento é calculada em função da soma de duas parcelas: estática e flutuante. Para isso, é necessário definir alguns parâmetros.

A estrutura é avaliada como se estivesse instalada no estado do Acre, na cidade de Xapuri, em um local com terreno plano e aberto, com poucos obstáculos e isolados. A torre é planejada para sustentar antenas de radiofrequência para a cidade e região e, como é localizada em um terreno com poucos obstáculos e afastado, a sua ruína não afeta a segurança das pessoas.

Antes de iniciar o cálculo das forças, é interessante determinar a parcela flutuante, para então determinar as forças definitivas do vento na estrutura, uma vez que determinadas as velocidades, o processo de cálculo das forças é idêntico para as parcelas estática e flutuante.

Para determinar a parcela flutuante do vento, é utilizado o espectro de Davenport, descrito na equação (3.28).

A faixa de frequência de estudo é descrita na Equação (4.1).

$$\begin{aligned} f_i &= 0,01Hz \\ f_f &= 5Hz \\ \Delta f &= 0,01Hz \end{aligned} \tag{4.1}$$

na qual:

$f_i$ : Frequência inicial de análise,  $Hz$  ;

$f_f$ : Frequência final de análise,  $Hz$  ;

$\Delta f$  : Variação da frequência,  $Hz$  .

Com o espectro de Davenport, o método de Shinozuka e Jan (1972) é utilizado para determinar as diferentes velocidades flutuantes para todas as cotas estudadas nos diferentes intervalos de tempo. Os valores para o tempo de análise são apresentados na Equação (4.2).

$$\begin{aligned} t_i &= 0s \\ t_f &= 100s \\ \Delta t &= 0,02s \end{aligned} \quad (4.2)$$

na qual:

$t_i$  : Tempo inicial de análise do vento,  $s$  ;

$t_f$  : Tempo final de análise do vento,  $s$  ;

$\Delta t$  : Variação do tempo,  $s$  .

Após determinadas as velocidades em cada instante de tempo (resposta flutuante) e as velocidades do vento segundo a análise estática, a Equação (4.3) define as velocidades totais utilizadas nos cálculos da pressão dinâmica.

$$V_K(z,t) = V_{K,EST}(z) + V_{K,FLUT}(z,t) \quad (4.3)$$

na qual:

$V_K$  : Velocidade característica do vento,  $m/s$  ;

$V_{K,EST}$  : Velocidade característica estática do vento,  $m/s$  ;

$V_{K,FLUT}$  : Velocidade característica flutuante do vento,  $m/s$  ;

Em posse das velocidades totais, a pressão dinâmica é calculada para os diferentes tempos e diferentes cotas através da Equação (3.25).

A ação do vento é aplicada diretamente nos montantes. Portanto, em nenhum nó intermediário na face perpendicular à ação do vento é aplicado força. Uma área de influência

deve ser considerada para o cálculo das forças do vento nas faces laterais da torre. Para este estudo, a área de influência é delimitada verticalmente pela metade da distância ao nó imediatamente superior e metade da distância ao nó imediatamente inferior. Para as delimitações laterais da área de influência, como não existem forças aplicadas nos nós intermediários, considera-se a distância entre o montante e a metade da face.

Com as áreas efetiva e de contorno do reticulado é determinado o índice de área exposta e, por consequência, o coeficiente de arrasto e o fator de proteção (Figura 3.1, Figura 3.2 e Figura 3.3, respectivamente).

Por fim, as forças relativas à ação do vento em todas as cotas nos diferentes intervalos de tempo são calculadas pela Equação (3.27).

São gerados 120 sinais de velocidade do vento para serem utilizados como ação dinâmica imposta na estrutura. Esses sinais são divididos em 30 grupos de quatro sinais cada. Todos os 30 grupos são analisados e o grupo de sinais escolhido para ser utilizado na análise da estrutura com amortecedores de ligação é aquele que produzir o maior deslocamento na estrutura rígida (sem os amortecedores de ligação).

### **4.3 Barra auxiliar para ensaios dinâmicos com os anéis de borracha**

Para auxiliar nos ensaios dinâmicos, uma barra metálica é utilizada para simular uma estrutura com uma extremidade engastada e uma extremidade livre. A barra utilizada e a esquematização do ensaio são apresentadas na Figura 4.2.

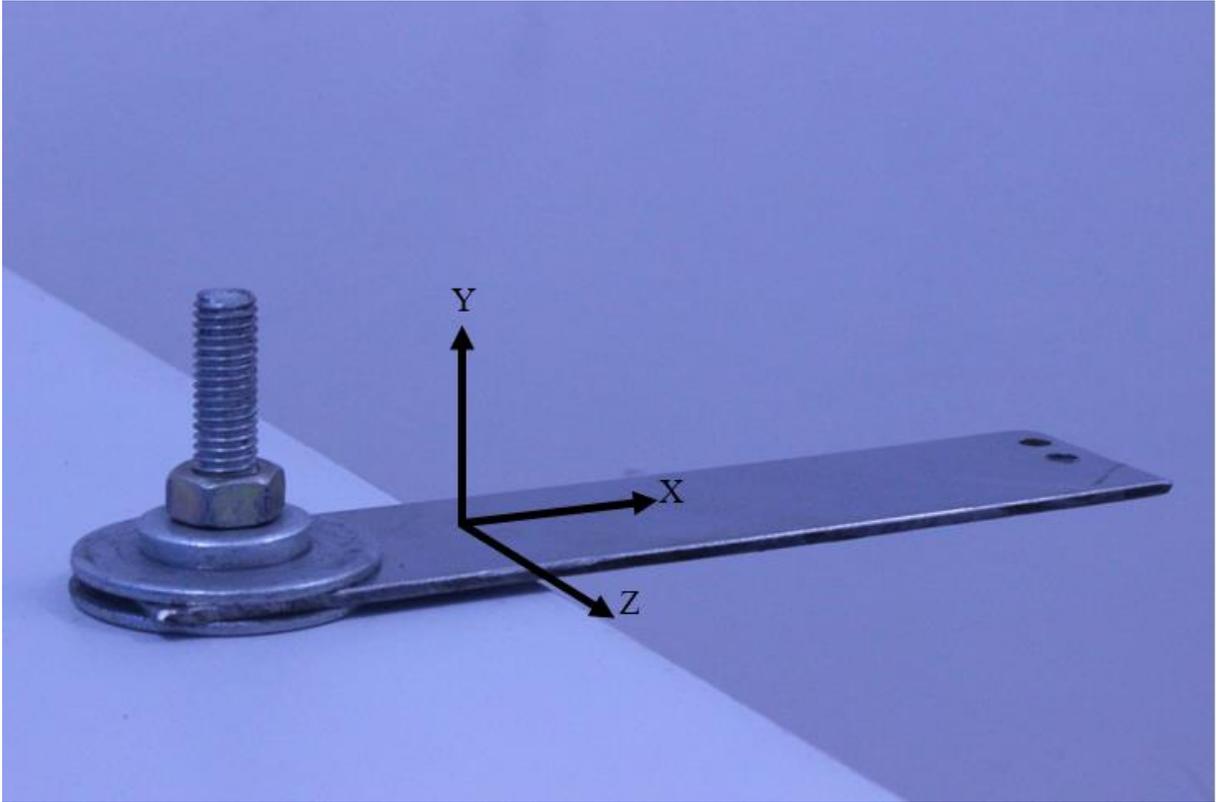


Figura 4.2 – Barra metálica ajustada para o ensaio.

As propriedades geométricas da barra são apresentadas no Quadro 4.1.

Quadro 4.1 – Propriedades geométricas da barra.

Comprimento ( $l$ )	$0,11255m$
Largura ( $b$ )	$3,4165E-2m$
Espessura ( $a$ )	$2,02E-3m$
Área da seção transversal ( $A$ )	$6,9013E-5m^2$
Momento de Inércia à flexão da seção transversal em relação ao eixo Z ( $I_z$ )	$2,3467E-11m^2$

### 4.3.1 Determinação das propriedades físicas e geométricas

Para determinar a massa específica do material, inicialmente a barra é pesada ao ar livre e, posteriormente, pesada submersa em água. Através da Equação (4.4) é determinada a massa específica do material.

$$\rho = \frac{m_{ar}}{(m_{ar} - m_{\acute{a}gua})} \rho_{\acute{a}gua} \quad (4.4)$$

na qual:

$\rho$  : Massa específica do material,  $kg/m^3$  ;

$m_{ar}$  : Massa da barra pesada ao ar,  $kg$  ;

$m_{\acute{a}gua}$  : Massa da barra pesada na água,  $kg$  ;

$\rho_{\acute{a}gua}$  : Massa específica da água,  $kg/m^3$  .

Uma balança de precisão comum é utilizada para determinar a massa ao ar livre. Para determinar a massa submersa em água é utilizada uma balança hidrostática semelhante à apresentada na Figura 4.3



Figura 4.3 – Balança hidrostática [fonte: Internet]

Para determinar o módulo de elasticidade, um ensaio dinâmico é conduzido. Uma das extremidades da barra é fixada em um apoio rígido e na outra extremidade é posicionado um acelerômetro. Na extremidade livre é aplicada uma força que provoca um deslocamento vertical para baixo. A força é subitamente cessada e a barra inicia um movimento oscilatório livre até o repouso.

O acelerômetro utilizado para todos os estudos de vibração é da marca Bruel & Kjaer, modelo 4513B e o software Pulse é utilizado para trabalhar com os dados obtidos. Os ensaios de vibração livre são realizados na sala do Núcleo de Estudos em Experimentação e Análise Numérica de Estruturas da Universidade Federal de Santa Maria (NEst - UFSM).

Depois de realizado o ensaio e em posse dos gráficos de aceleração em função do tempo é determinada a frequência natural de vibração da barra avaliando um intervalo de tempo com vários períodos. O ensaio é repetido cinco vezes para uma maior precisão na determinação da frequência natural da barra.

Para calcular o valor do módulo de elasticidade longitudinal do material da barra é necessário determinar o valor de  $\beta l$ , que é uma constante relacionada ao tipo de vinculação, a frequência natural de vibração e ao comprimento da barra. A Equação (4.5) representa a equação teórica de uma barra com uma extremidade engastada e a outra extremidade livre com uma massa na ponta. Com isso é possível determinar o valor de  $\beta l$  para o primeiro modo de vibração.

$$\cos(\beta l)\cosh(\beta l) + \frac{m_m}{\rho A l} \beta l \cos(\beta l) \sinh(\beta l) - \frac{m_m}{\rho A l} \beta l \sin(\beta l) \cosh(\beta l) = -1 \quad (4.5)$$

na qual:

$m_m$ : Massa do acelerômetro,  $kg$  ;

$\rho$ : Massa específica do material,  $kg/m^3$  ;

$A$ : Área da seção transversal,  $m^2$  ;

$l$ : Comprimento,  $m$  ;

$\beta l$ : Constante relacionada ao tipo de vinculação, a frequência natural de vibração e ao comprimento da barra.

Determinado o valor de  $\beta l$ , é possível calcular o valor do módulo de elasticidade através da Equação (4.6).

$$E = \frac{\omega^2 \rho A l^4}{(\beta l)^4 I_z} \quad (4.6)$$

na qual:

$E$ : Módulo de elasticidade longitudinal do material,  $Pa$ ;

$\omega$ : Primeira frequência natural circular de vibração,  $rad/s$ ;

$\rho$ : Massa específica do material,  $kg/m^3$ ;

$A$ : Área da seção transversal da barra,  $m^2$ ;

$l$ : Comprimento da barra em balanço,  $m$ ;

$\beta l$ : Constante relacionada ao tipo de vinculação, a frequência natural de vibração e ao comprimento da barra;

$I_z$ : Momento de inércia à flexão da seção transversal da barra, em relação ao eixo  $z$ ,  $m^4$ .

## 4.4 Amortecedor de ligação

### 4.4.1 Caracterização dos elementos

O amortecedor de ligação é idealizado como um elemento inserido na estrutura para modificar a rigidez e o amortecimento da ligação. O esquema é apresentado na Figura 4.4.

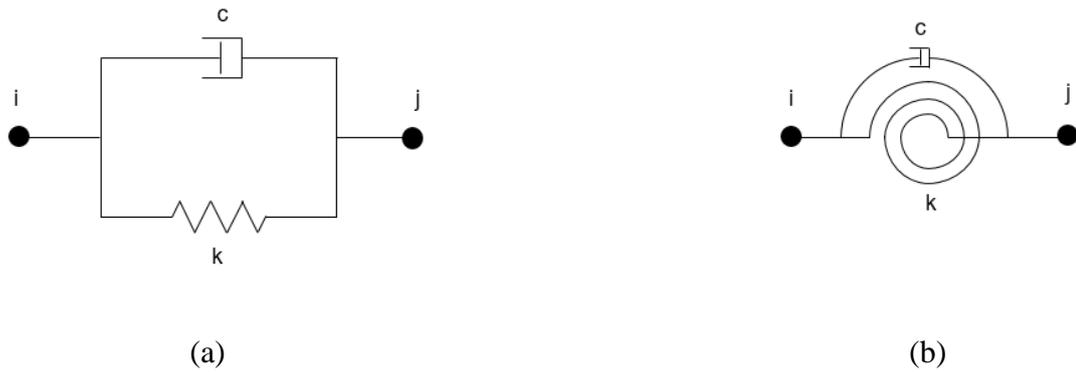


Figura 4.4 – Elemento de mola: (a) Translação; (b) Rotação.

Como já comentado, este elemento possui comprimento zero e serve como ligação entre dois elementos de pórtico espacial. Portanto, o nó final do primeiro elemento de pórtico espacial é sobreposto ao nó inicial do segundo elemento que compõe a ligação. Além disso, como a massa deste elemento é insignificante comparada com a massa da estrutura, sua adição pode ser ignorada.

Cada elemento de mola possui rigidez em todos os seis graus de liberdade. Caso seja necessário que a ligação tenha comportamento perfeitamente rígido, basta utilizar um valor muito alto para a rigidez da mola. Caso a ligação tenha comportamento perfeitamente flexível, o elemento de mola assume rigidez igual a zero.

Portanto, quanto mais apertado o parafuso da ligação, mais rígida a ligação se torna, tendo comportamento próximo do engaste perfeito. Além disso, quanto menos apertado o parafuso, mais flexível a ligação se torna.

Com a inserção dos amortecedores de ligação, a matriz de amortecimento da estrutura passa a ser calculada pela equação (4.7).

$$C = \alpha M_M + \beta K_M + C_M \quad (4.7)$$

na qual:

$C$ : Matriz de coeficientes de amortecimento da estrutura com elementos de mola nas ligações,  $Ns/m$ ,  $Nsm/rad$ ;

$M_M$ : Matriz de massa da estrutura com elementos de mola nas ligações,  $kg$ ;

$K_M$  : Matriz de rigidez da estrutura com elementos de mola nas ligações,  $N/m$ ,  $Nm/rad$  ;

$C_M$  : Matriz de amortecimento adicionada em função dos elementos de mola,  $Ns/m$ ,  $Nsm/rad$  ;

$\alpha, \beta$  : Coeficiente de proporcionalidade do amortecimento de Rayleigh.

Para o amortecimento pode ser feita uma analogia com a rigidez da mola. Quando a estrutura deve ser considerada com amortecimento nulo nas ligações, a constante de amortecimento é nula. Caso contrário, se a estrutura possui amortecimento, o valor da constante de amortecimento deixa de ser nulo.

Neste trabalho o amortecimento é considerado viscoso, sendo assim é necessário que o material inserido na ligação se deforme para que dissipe a energia do sistema, melhorando a resposta dinâmica.

Neste estudo, anéis de borracha comerciais são utilizados como referência para a idealização dos amortecedores de ligação (Figura 4.5). O material utilizado na fabricação dos anéis é de um composto de acrilonitrila-butadieno (NBR), fabricado pela empresa Agel.



Figura 4.5 – Anel de borracha.

As características dos anéis de borracha ensaiados são apresentadas no Quadro 4.2 e os amortecedores de ligação têm as mesmas dimensões dos anéis de borracha.

Quadro 4.2 – Propriedades geométricas do anel de borracha.

Diâmetro interno ( $d_{int}$ )	$1,524E-2 m$
Diâmetro externo ( $d_{ext}$ )	$2,590E-2 m$
Espessura ( $a$ )	$5,33E-3 m$

Para determinar a rigidez e o coeficiente de amortecimento em cada grau de liberdade, ensaios são realizados levando em consideração as diferentes configurações de aperto que o amortecedor de ligação experimenta quando colocado na estrutura.

É fácil imaginar que quanto maior o aperto do parafuso, mais comprimido é o anel de borracha. Em outras palavras, quanto maior o torque de aperto, maior o deslocamento de compressão que o anel de borracha experimenta. Portanto, neste trabalho, a variável de projeto do algoritmo de otimização é o deslocamento de compressão do amortecedor de ligação.

#### 4.4.2 Determinação das rigidezes

Para avaliar a rigidez em cada um dos graus de liberdade inicialmente é necessário entender o que cada deslocamento causa no anel de borracha. A Figura 4.6 apresenta e enumera cada um dos graus de liberdade, em coordenadas locais, de uma ligação da estrutura.

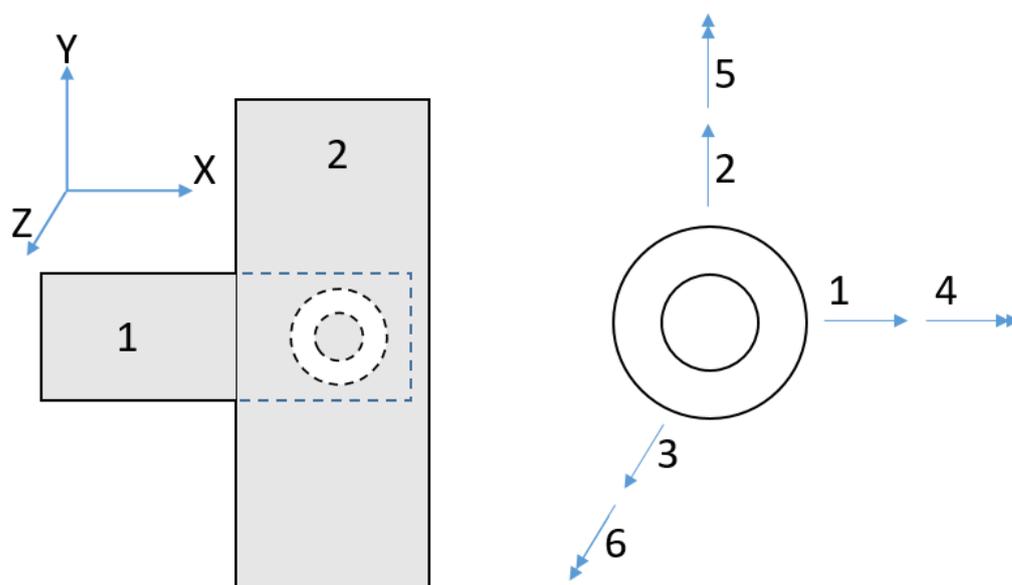


Figura 4.6 – Deslocamentos para os seis graus de liberdade.

Os graus de liberdade de 1 a 6 à direita na Figura 4.6 representam a translação em relação ao eixo x, translação em relação ao eixo y, translação em relação ao eixo z, rotação em torno do eixo x, rotação em torno do eixo y e rotação em torno do eixo z, respectivamente. Na Figura 4.6 à esquerda, a barra 1 representa uma das barras internas da estrutura, enquanto a barra 2 representa um montante. Aqui é analisado o movimento relativo entre as barras 1 e 2. Assim, para facilitar o entendimento, a barra 2 é considerada indeslocável.

A função do anel de borracha, em relação a rigidez, é alterar a realização dos movimentos relativos. Caso o anel de borracha não permita deslocamentos relativos entre as duas barras, a ligação é considerada rígida. Por outro lado, a incapacidade de resistir aos movimentos torna a ligação flexível. No caso deste trabalho, os anéis de borracha resistem parcialmente ao movimento tornando, portanto, a ligação semirrígida.

Observando o deslocamento no grau de liberdade 1, a barra 1 desliza em relação a barra 2 e, considerando que o anel de borracha se comporta de modo a não permitir que esse deslocamento ocorra, o anel sofre uma ação de cisalhamento em relação a suas faces. Comportamento semelhante a este também é observado quando se analisa o deslocamento no grau de liberdade 2. Neste trabalho essa resistência ao deslocamento é chamada de rigidez ao cisalhamento na translação.

Para o deslocamento no grau de liberdade 3, a barra 1 está se deslocando ao encontro da barra 2 e, considerando a presença do anel de borracha entre as duas barras dificultando o

deslocamento, pode-se dizer que o anel sofre uma ação de compressão. Neste trabalho é considerado que o anel tem uma rigidez à compressão na translação.

Analisando o deslocamento no grau de liberdade 4, a barra 1 gira em torno do próprio eixo. O anel de borracha na ligação sofre então uma ação de compressão parcial. Metade do anel está submetido à ação de compressão enquanto a outra metade sofre um alívio nas tensões de compressão impostas. Comportamento semelhante a este também é observado quando se analisa o deslocamento no grau de liberdade 5. Neste caso é considerado que o anel tem uma rigidez à compressão na rotação.

Para o deslocamento no grau de liberdade 6, a barra 1 está girando em torno do eixo do parafuso presente na ligação. O giro da barra 1, com a barra 2 permanecendo na mesma posição, faz com que o anel de borracha sofra uma torção em relação a suas faces. Para este caso, é considerado que o anel tem uma rigidez ao cisalhamento na rotação.

Como já comentado, a variável de projeto é o deslocamento de compressão do anel de borracha e essa variável é exatamente o caso do deslocamento no grau de liberdade 3. Entretanto, os demais casos necessitam de uma relação com a variável de projeto. Para isso, os outros ensaios são realizados modificando a configuração de estado inicial dos anéis de borracha, utilizando diferentes níveis de compressão.

Os métodos para determinar cada uma das quatro rigidezes consideradas neste trabalho são apresentados a seguir.

#### **4.4.2.1 Rigidez a compressão na translação**

O esquema do ensaio para determinar a rigidez a compressão do anel de borracha na translação é apresentada na Figura 4.7.

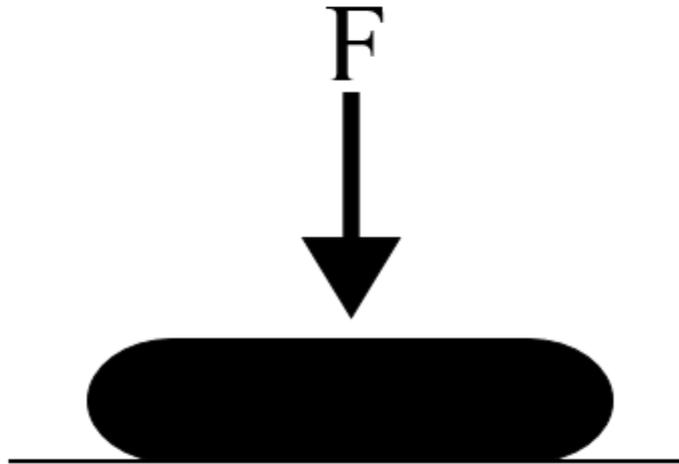


Figura 4.7 – Esquema do ensaio para determinar a rigidez à compressão na translação.

Para realizar este ensaio é utilizada o equipamento da marca EMIC, modelo DL2000 e uma célula de carga de 5 kN (Figura 4.8). O anel de borracha é posicionado centralizado na base metálica (exemplificado na Figura 4.7) e o equipamento, através da célula de carga, aplica uma carga vertical de compressão que varia com o tempo. Ao final do ensaio, os dados de deslocamento de compressão aplicados no anel de borracha e a força exercida para cada um dos deslocamentos são obtidos.

Os ensaios utilizando o equipamento EMIC DL2000 são realizados no laboratório do Grupo de Mecânica Aplicada da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (GMap – UFRGS)



Figura 4.8 – Equipamento utilizado nos ensaios.

Como resultado, é possível gerar um gráfico com a relação entre a força de compressão aplicada e a deformação medida e, em posse desse gráfico, é possível traçar uma curva e determinar sua equação. A derivada dessa equação é a rigidez do anel de borracha à compressão na translação.

#### 4.4.2.2 Rigidez ao cisalhamento na translação

O esquema do ensaio para determinar a rigidez ao cisalhamento do anel de borracha na translação é apresentada na Figura 4.9.

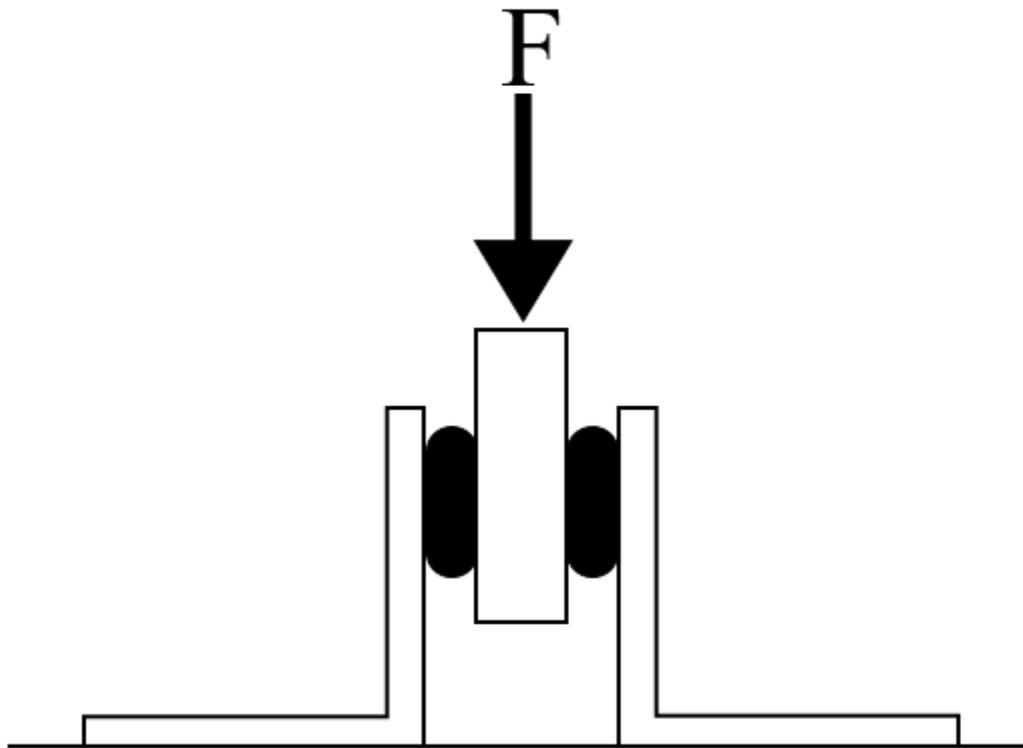


Figura 4.9 – Esquematização do ensaio para rigidez ao cisalhamento na translação.

O ensaio consiste em aplicar uma carga vertical com o mesmo equipamento utilizado anteriormente (Figura 4.8) em um perfil retangular que fica em um nível um pouco acima das abas de duas cantoneiras e, assim, medir o deslocamento vertical do perfil. Um anel de borracha é posicionado entre o perfil retangular e cada uma das cantoneiras adjacentes. Os anéis agem contrariamente ao deslocamento vertical. Para minimizar o efeito de deslizamento do anel de borracha na ligação, tanto as abas das cantoneiras quanto o perfil retangular possuem ranhuras, aumentando assim o atrito entre a borracha e o aço.

Determinados os valores das forças aplicadas e dos correspondentes deslocamentos verticais, pode-se traçar as curvas de força e deslocamento para os diferentes níveis de compressão nos anéis de borracha e, então, determinar a equação de cada curva. Cinco ensaios são realizados para cada intensidade de aperto dos anéis.

Novamente, em posse das equações, é determinada a derivada em cada ponto sendo essa a rigidez ao cisalhamento dos anéis de borracha na translação para cada nível de compressão.

Depois de derivar as equações, é considerado que cada um dos anéis de borracha utilizados na ligação é responsável pela metade da parcela de resistência ao movimento. Desse modo, a rigidez obtida é reduzida pela metade.

Por fim, é estabelecida uma relação entre os valores de rigidez ao cisalhamento na translação e os diferentes níveis de compressão que os anéis de borracha foram submetidos antes do ensaio.

#### 4.4.2.3 Rigidez a compressão na rotação

O esquema do ensaio para determinar a rigidez à compressão do anel de borracha na rotação é apresentada na Figura 4.10.

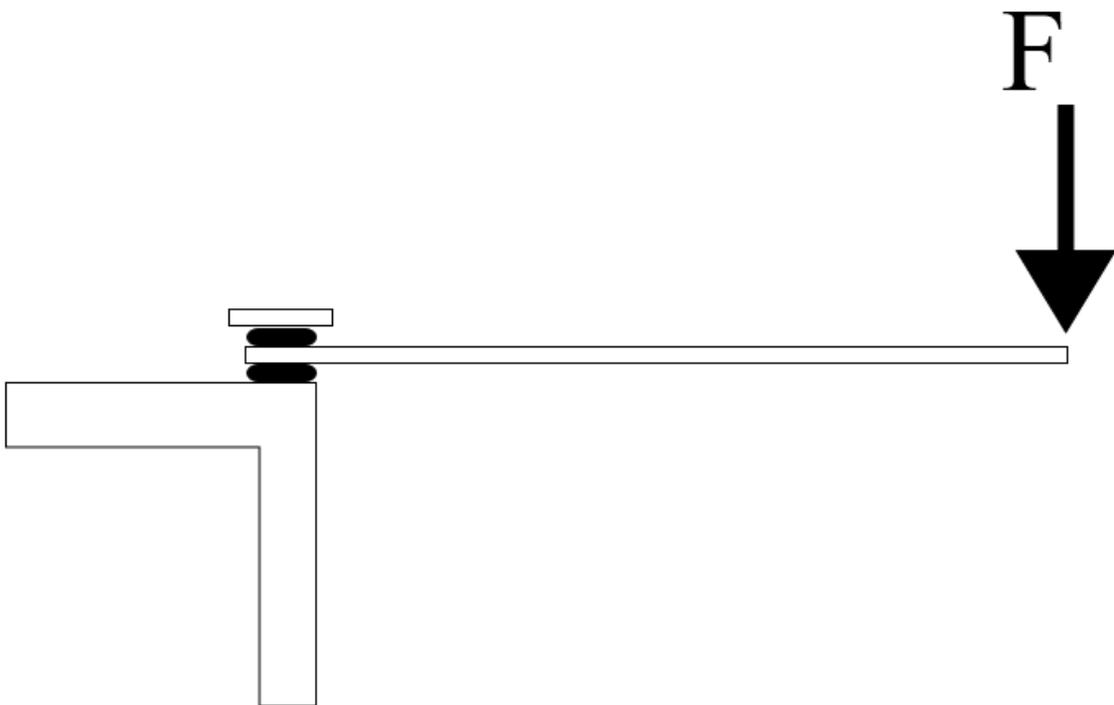


Figura 4.10 – Esquema do ensaio para determinar a rigidez à compressão na rotação.

Para determinar a rigidez a compressão na rotação é realizado um ensaio dinâmico de vibração livre semelhante ao realizado na Seção 4.3.1 (para determinar o módulo de elasticidade da barra) com uma diferença no apoio, que deixa de ser considerado engaste e passa a ser um apoio semirrígido com dois anéis de borracha. Cinco ensaios são realizados para cada intensidade de aperto dos anéis.

Paralelamente, um algoritmo de análise modal aliado a um algoritmo de otimização são utilizados para simular o ensaio. Os valores de rigidez do anel de borracha são modificados para que a diferença entre a frequência natural de vibração do modelo numérico e a frequência

natural de vibração determinada experimentalmente seja minimizada. Esse mesmo procedimento é repetido para cada intensidade de aperto. O fluxograma desse processo de otimização é apresentado na Figura 4.11.

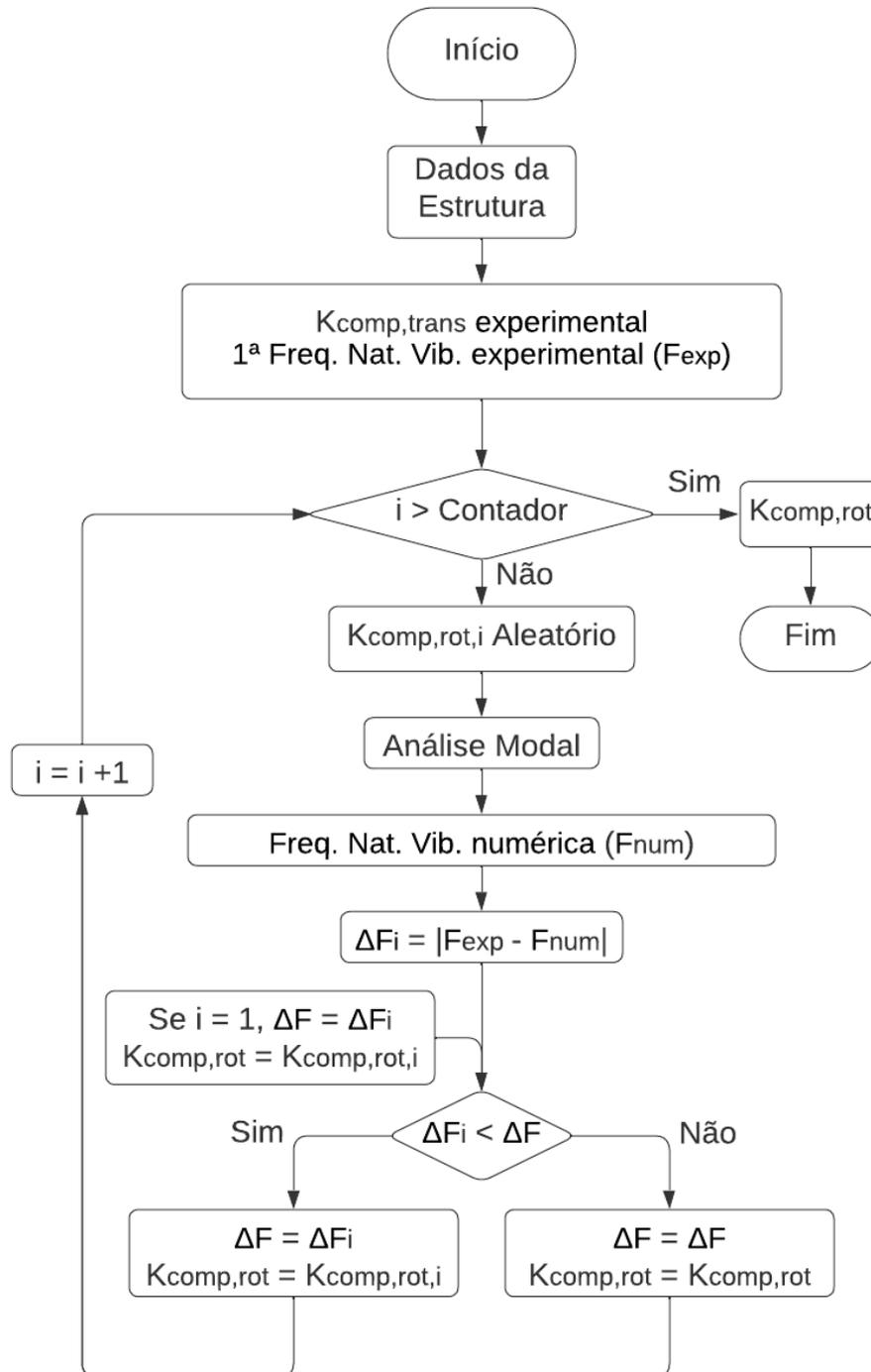


Figura 4.11 – Fluxograma do processo de otimização para determinar a rigidez a compressão na rotação.

Ao final do processo de otimização, a rigidez à compressão na rotação é obtida para cada intensidade de compressão dos anéis de borracha. Com os valores de rigidez é possível determinar uma equação que relaciona a rigidez à compressão na rotação com as diferentes intensidades de compressão nos anéis de borracha.

#### 4.4.2.4 Rigidez ao cisalhamento na rotação

Para determinar a rigidez ao cisalhamento na rotação é utilizada uma relação matemática que a correlaciona com as demais rigidezes determinadas nas Seções 4.4.2.1, 4.4.2.2 e 4.4.2.3.

Nessa relação é considerada que a rigidez à compressão na translação é proporcional a rigidez ao cisalhamento na translação, assim como a rigidez à compressão na rotação é proporcional a rigidez ao cisalhamento na rotação, como mostra a Equação (4.8).

$$K_{CIS,ROT} = \frac{K_{CIS,TRANS} K_{COMP,ROT}}{K_{COMP,TRANS}} \quad (4.8)$$

na qual:

$K_{CIS,ROT}$  : Rigidez ao cisalhamento na rotação,  $Nm/rad$  ;

$K_{CIS,TRANS}$  : Rigidez ao cisalhamento na translação,  $N/m$  ;

$K_{COMP,ROT}$  : Rigidez a compressão na rotação,  $Nm/rad$  ;

$K_{COMP,TRANS}$  : Rigidez a compressão na translação,  $N/m$  ;

Com isso é possível determinar a rigidez ao cisalhamento na rotação para diferentes níveis de compressão do anel de borracha.

#### 4.4.3 Determinação dos coeficientes de amortecimento

Para determinar os coeficientes de amortecimento são utilizados conceitos semelhantes aos da determinação das rigidezes na Figura 4.6. Assim, aos graus de liberdade 1 e 2 é atribuído uma constante de amortecimento ao cisalhamento na translação, ao grau de liberdade 3 é atribuído uma constante de amortecimento à compressão na translação, aos graus de liberdade

4 e 5 é atribuído uma constante de amortecimento à compressão na rotação e ao grau de liberdade 6 é atribuído uma constante de amortecimento ao cisalhamento na rotação.

A função do anel de borracha em relação ao coeficiente de amortecimento é dissipar a energia do movimento, diminuindo as amplitudes de deslocamento e cessando o movimento oscilatório mais rapidamente. Para isso, é necessário que o anel de borracha possua uma capacidade de se deformar. Caso o anel de borracha não tenha essa capacidade, como no caso de ser muito comprimido, o amortecedor de ligação perde sua função.

Os métodos para determinar cada um dos quatro coeficientes de amortecimento considerados neste trabalho são apresentados a seguir.

#### **4.4.3.1 Coeficiente de amortecimento a compressão na translação e na rotação**

Para determinar os coeficientes de amortecimento são realizados ensaios dinâmicos de vibração livre. Nestes ensaios, inicialmente, uma barra é estudada com a sua ligação com a base considerada perfeitamente rígida, assim como apresentado na Figura 4.2. Na extremidade livre da barra é posicionado um acelerômetro para captação das acelerações durante todo o período da vibração. Depois, gráficos dos ensaios no domínio do tempo são gerados e, através do método do decremento logarítmico, é determinada a taxa de amortecimento para a primeira frequência natural de vibração. A taxa de amortecimento para a segunda frequência natural de vibração é considerada igual a obtida para a primeira.

A taxa de amortecimento obtida é considerada como amortecimento inicial, representando a influência do material e do meio em que os ensaios são realizados.

Posteriormente, anéis de borracha são inseridos na ligação e são repetidos os mesmos ensaios de vibração livre para determinar os valores das taxas de amortecimento. O esquema dos ensaios são iguais as apresentadas na Figura 4.10. Nesse ensaio o anel de borracha sofre ciclos de compressão e descompressão parcial (em metade do seu diâmetro) aliada com ciclos de compressão e descompressão total (em todo o anel de borracha), por isso, os coeficientes de amortecimento a compressão na translação e na rotação são os responsáveis pelo amortecimento da barra.

Para este estudo é considerado que a proporção entre as rigidezes à compressão na translação e na rotação é a mesma entre os coeficientes de amortecimento à compressão na translação e na rotação, como mostrado na Equação (4.9).

$$\frac{K_{COMP,TRANS}}{K_{COMP,ROT}} = \frac{C_{COMP,TRANS}}{C_{COMP,ROT}} \quad (4.9)$$

na qual:

$K_{COMP,TRANS}$  : Rigidez à compressão na translação,  $N/m$ ;

$K_{COMP,ROT}$  : Rigidez à compressão na rotação,  $Nm/rad$  ;

$C_{COMP,TRANS}$  : Coeficiente de amortecimento à compressão na translação,  $Ns/m$  ;

$C_{COMP,ROT}$  : Coeficiente de amortecimento à compressão na rotação,  $Nsm/rad$  ;

Por fim, o coeficiente de amortecimento à compressão na rotação é obtido através de um processo de otimização em que o próprio é a variável de projeto e a taxa de amortecimento obtida nos ensaios de vibração livre com os anéis de borracha nas ligações é a função objetivo.

O fluxograma para este processo de otimização é apresentado na Figura 4.12

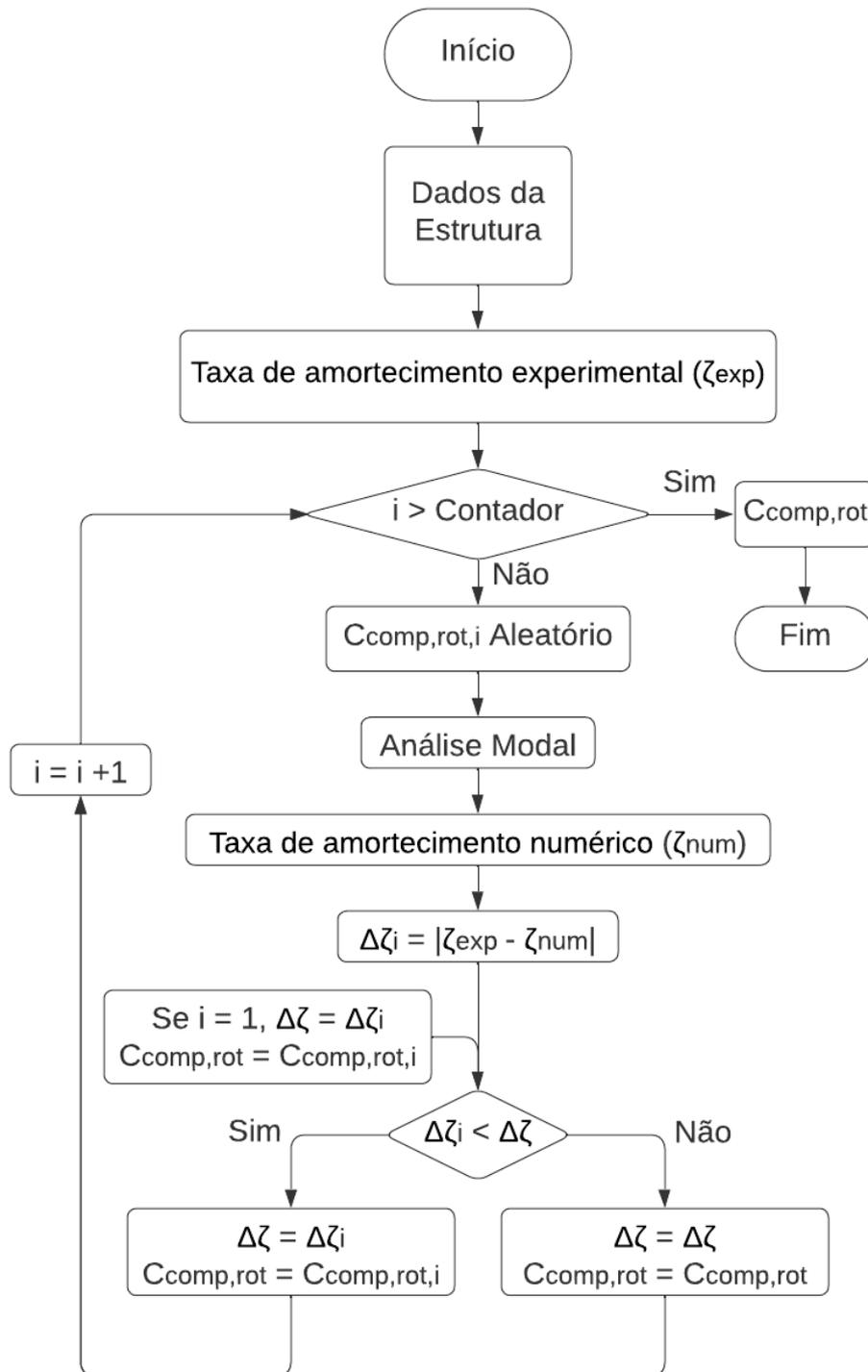


Figura 4.12 – Fluxograma do processo de otimização para determinar o coeficiente de amortecimento a compressão na rotação.

#### 4.4.3.2 Coeficiente de amortecimento ao cisalhamento na translação e na rotação

Para determinar os coeficientes de amortecimento ao cisalhamento na translação e na rotação é utilizado uma relação matemática que mantém para os coeficientes de amortecimento a mesma proporcionalidade das rigidezes.

Nessa relação é considerado que o coeficiente de amortecimento ao cisalhamento na translação é proporcional ao coeficiente de amortecimento a compressão na translação assim como a rigidez ao cisalhamento na translação é proporcional à rigidez a compressão na translação.

Ainda, é considerado que o coeficiente de amortecimento ao cisalhamento na rotação é proporcional ao coeficiente de amortecimento a compressão na rotação assim como a rigidez ao cisalhamento na rotação é proporcional à rigidez a compressão na rotação, como mostrado nas Equações (4.10) e (4.11).

$$\frac{K_{CIS,TRANS}}{K_{COMP,TRANS}} = \frac{C_{CIS,TRANS}}{C_{COMP,TRANS}} \quad (4.10)$$

$$\frac{K_{CIS,ROT}}{K_{COMP,ROT}} = \frac{C_{CIS,ROT}}{C_{COMP,ROT}} \quad (4.11)$$

Nas quais:

$K_{CIS,TRANS}$  : Rigidez ao cisalhamento na translação,  $N/m$  ;

$K_{COMP,TRANS}$  : Rigidez à compressão na translação,  $N/m$  ;

$C_{CIS,TRANS}$  : Coeficiente de amortecimento ao cisalhamento na translação,  $Ns/m$  ;

$C_{COMP,TRANS}$  : Coeficiente de amortecimento à compressão na translação,  $Ns/m$  ;

$K_{CIS,ROT}$  : Rigidez ao cisalhamento na rotação,  $Nm/rad$  ;

$K_{COMP,ROT}$  : Rigidez à compressão na rotação,  $Nm/rad$  ;

$C_{CIS,ROT}$  : Coeficiente de amortecimento ao cisalhamento na rotação,  $Nsm/rad$  ;

$C_{COMP,ROT}$  : Coeficiente de amortecimento à compressão na rotação,  $Nsm/rad$  ;

## 4.5 Análise numérica

### 4.5.1 Estrutura com ligações rígidas

O aço escolhido para a torre é o ASTM – A36 em função de ser o material normalmente utilizado na fabricação de perfis cantoneira. As propriedades são apresentadas na Tabela 4-1.

Tabela 4-1 – Propriedades mecânicas do aço ASTM A36.

Propriedade	Grandeza
Massa Específica ( $\rho$ )	7850 kg/m <sup>3</sup>
Coefficiente de Poisson ( $\nu$ )	0,26
Módulo de Elasticidade Longitudinal ( $E$ )	200 GPa

O mesmo motivo também é determinante para a escolha do perfil cantoneira de abas iguais como o perfil a ser empregado na estrutura. As propriedades dos perfis cantoneiras utilizados e o perfil empregado em cada elemento da estrutura são apresentadas na Tabela 4-2. Os perfis utilizados na estrutura são obtidos no catálogo de perfis cantoneira de abas iguais da Gerdau (2021).

A equação do movimento para a análise da estrutura é expressa pela Equação (4.12).

$$M\ddot{\vec{x}}(t)+C\dot{\vec{x}}(t)+K\vec{x}(t)=\vec{F}(t) \quad (4.12)$$

na qual:

$M$  : Matriz de massa global da estrutura, kg ;

$C$  : Matriz de coeficientes de amortecimento global da estrutura, Ns/m , Nsm/rad ;

$K$  : Matriz de rigidez global da estrutura, N/m , Nm/rad ;

$\ddot{\vec{x}}$  : Vetor da aceleração, m/s<sup>2</sup> ;

$\dot{\vec{x}}$  : Vetor da velocidade, m/s ;

$\vec{x}$  : Vetor do deslocamento,  $m$  ;

$\vec{F}$  : Vetor de força,  $N$  ;

Tabela 4-2 – Propriedades geométricas dos perfis cantoneira

Indicador	Perfil	$A \text{ (cm}^2\text{)}$	$I_z, I_y \text{ (cm}^4\text{)}$	$I_x \text{ (cm}^4\text{)}$	Elementos
1	12,7x12,7x1,588	37,81	565	31,82	1-4
2	12,7x12,7x1,270	30,64	468	16,56	5-44
3	12,7x12,7x0,952	23,27	364	7,08	45-96
4	10,0x10,0x1,000	19,00	180	6,37	97-124
5	10,0x10,0x0,700	13,51	132	2,22	125-144
6	9,0x9,0x0,600	10,44	82,58	1,26	145-192
7	7,5x7,5x0,700	10,01	53,66	1,64	193-212
8	7,5x7,5x0,500	7,25	39,83	6,09E-1	213-368
9	6,5x6,5x0,500	6,25	25,54	5,25E-1	369-600
10	6,5x6,5x0,400	5,04	20,90	2,71E-1	601-738
11	6,0x6,0x0,400	4,64	16,31	2,49E-1	739-926
12	5,0x5,0x0,500	4,75	11,25	3,98E-1	927-994
13	5,0x5,0x0,300	2,91	7,15	8,80E-2	995-1266
14	4,5x4,5x0,400	3,44	6,67	1,85E-1	1267-1286
15	4,5x4,5x0,300	2,61	5,16	7,89E-2	1287-1422
16	4,0x4,0x0,300	2,31	3,58	6,98E-2	1423-1710
17	3,81x3,81x0,318	2,32	3,24	7,88E-2	1711-1714

O primeiro passo para o estudo da resposta dinâmica da estrutura é realizar uma análise modal para determinar as frequências naturais e seus respectivos modos de vibração. As matrizes de rigidez e massa são apresentadas na Seção 3.1.1. A matriz dinâmica é calculada através da Equação (4.13).

$$D = M^{-1}K \quad (4.13)$$

na qual:

$D$ : Matriz dinâmica;

$M$ : Matriz de massa global da estrutura,  $kg$ ;

$K$ : Matriz de rigidez global da estrutura,  $N/m, Nm/rad$ ;

Em posse da matriz dinâmica é possível determinar seus autovalores (quadrado das frequências naturais de vibração) e seus autovetores (modos de vibração).

A matriz de amortecimento é considerada proporcional às matrizes de massa e de rigidez, conforme a Equação (4.14) (amortecimento de Rayleigh) e uma razão de amortecimento de 0,8% (Equação (4.15)) é considerada para os dois primeiros modos.

$$C = \alpha M + \beta K \quad (4.14)$$

na qual:

$C$ : Matriz de coeficiente de amortecimento global da estrutura,  $Ns/m, Nsm/rad$ ;

$M$ : Matriz de massa global da estrutura,  $kg$ ;

$K$ : Matriz de rigidez global da estrutura,  $N/m, Nm/rad$ ;

$\alpha, \beta$ : Coeficientes de proporcionalidade do amortecimento de Rayleigh.

$$\zeta = 0,8\% \quad (4.15)$$

na qual:

$\zeta$ : Razão de amortecimento.

Os coeficientes de proporcionalidade  $\alpha$  e  $\beta$  de Rayleigh são determinados através da equação (4.16).

$$\alpha = \zeta \frac{2\omega_1\omega_2}{\omega_1 + \omega_2} \quad (4.16)$$

$$\beta = \zeta \frac{2}{\omega_1 + \omega_2}$$

na qual:

$\alpha, \beta$  : Coeficiente de proporcionalidade do amortecimento de Rayleigh.

$\zeta$  : Razão de amortecimento;

$\omega_1$  : Primeira frequência natural de vibração circular, *rad/s*;

$\omega_2$  : Segunda frequência natural de vibração circular, *rad/s*.

A ação do vento aplicado na estrutura é de um vento EPS, conforme apresentado na Seção 3.2. As forças que surgem devido à ação do vento são aplicadas nos nós da estrutura para cada um dos tempos de análise e os deslocamentos para a estrutura com ligações rígidas são calculados pelo método de Newmark.

#### 4.5.2 Estrutura com ligações semirrígidas

Após a realização dos estudos na estrutura com ligações rígidas, os amortecedores de ligação são inseridos nas ligações, com valores de rigidez e de constantes de amortecimento proporcionais aos valores de rigidez e coeficiente de amortecimento obtidos nos estudos experimentais com os anéis de borracha. Estes valores são inseridos nas ligações das barras com os montantes da torre, modificando a matriz de rigidez, de massa e de amortecimento da estrutura.

As ligações que recebem o amortecedor são as que unem elementos de diagonais com os elementos de montantes e elementos de horizontais com os elementos de montantes. Todas as demais ligações são consideradas perfeitamente rígidas.

Como já comentado nas seções 4.4.2 e 4.4.3 algumas propriedades de rigidez e coeficiente de amortecimento são consideradas iguais em duas direções. Conforme os deslocamentos nodais apresentados na Figura 4.6, pode-se assumir as condições apresentadas na Equação (4.17) para as faces paralelas à ação do vento e as condições apresentadas na Equação (4.18) para as faces perpendiculares à ação do vento.

$$\begin{aligned}
KU_X &= KU_Y \\
KROT_X &= KROT_Y \\
CU_X &= CU_Y \\
CROT_X &= CROT_Y
\end{aligned}
\tag{4.17}$$

$$\begin{aligned}
KU_Z &= KU_Y \\
KROT_Z &= KROT_Y \\
CU_Z &= CU_Y \\
CROT_Z &= CROT_Y
\end{aligned}
\tag{4.18}$$

Na qual:

$KU_X$  : Rigidez do elemento de mola à translação em relação ao eixo X,  $N/m$ ;

$KU_Y$  : Rigidez do elemento de mola à translação em relação ao eixo Y,  $N/m$ ;

$KU_Z$  : Rigidez do elemento de mola à translação em relação ao eixo Z,  $N/m$ ;

$KROT_X$  : Rigidez do elemento de mola à rotação em relação ao eixo X,  $Nm/rad$  .

$KROT_Y$  : Rigidez do elemento de mola à rotação em relação ao eixo Y,  $Nm/rad$  .

$KROT_Z$  : Rigidez do elemento de mola à rotação em relação ao eixo Z,  $Nm/rad$  .

$CU_X$  : Coeficiente de amortecimento do elemento de mola à translação em relação ao eixo X,  $Ns/m$ ;

$CU_Y$  : Coeficiente de amortecimento do elemento de mola à translação em relação ao eixo Y,  $Ns/m$ ;

$CU_Z$  : Coeficiente de amortecimento do elemento de mola à translação em relação ao eixo Z,  $Ns/m$ ;

$CROT_X$  : Coeficiente de amortecimento do elemento de mola à rotação em relação ao eixo X,  $Nsm/rad$  .

$CROT_Y$ : Coeficiente de amortecimento do elemento de mola à rotação em relação ao eixo Y,  $Nsm/rad$ .

$CROT_Z$ : Coeficiente de amortecimento do elemento de mola à rotação em relação ao eixo Z,  $Nsm/rad$ .

O estudo de otimização é realizado na estrutura para que esta tenha o menor deslocamento horizontal no topo possível. Para isto, os valores de deslocamento do anel de borracha (torque de aperto dos parafusos da ligação) são modificados para cada passo da otimização e, como as rigidezes  $KU_X$ ,  $KU_Z$ ,  $KROT_X$ ,  $KROT_Z$  e os coeficientes de amortecimento  $CU_X$ ,  $CU_Z$ ,  $CROT_X$ ,  $CROT_Z$  da ligação são proporcionais ao deslocamento, estas também são modificadas.

Conhecendo as matrizes de massa, coeficientes de amortecimento e rigidez, é aplicada a ação dinâmica do vento e determinado o valor do deslocamento máximo no topo da estrutura, utilizando o método de Newmark.

Um esquema do processo de otimização é apresentado na Figura 4.13.

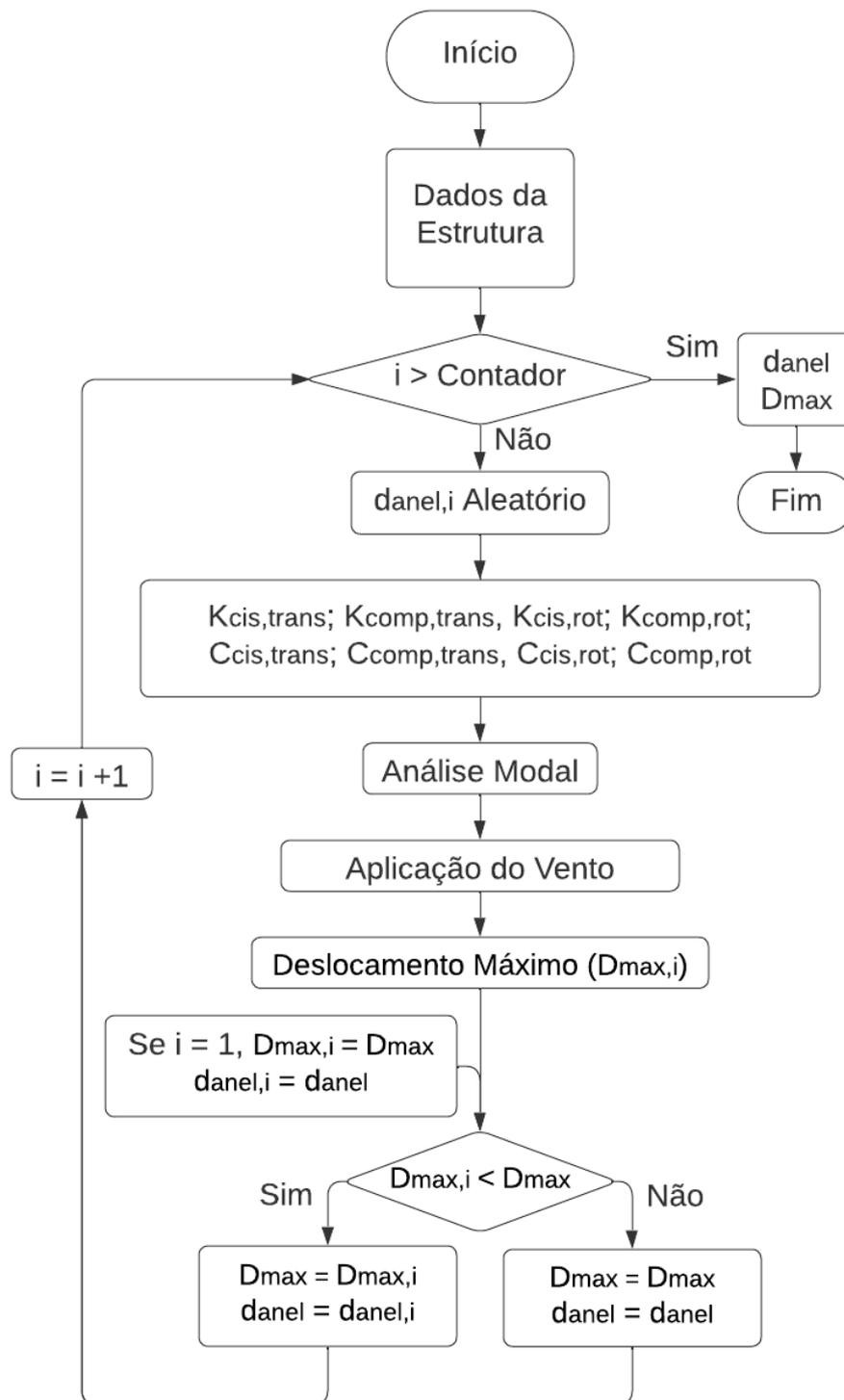


Figura 4.13 – Fluxograma do processo de otimização para determinar o deslocamento máximo no topo da estrutura.

Durante o processo de otimização, a matriz dinâmica é calculada de modo semelhante ao demonstrado na Equação (4.13) com as matrizes de rigidez e massa da estrutura com ligações semirrígidas (Equação (4.19)).

$$D_M = M_M^{-1} K_M \quad (4.19)$$

na qual:

$D_M$  : Matriz dinâmica da estrutura com elementos inseridos nas ligações;

$M_M$  : Matriz de massa da estrutura com elementos inseridos nas ligações,  $kg$  ;

$K_M$  : Matriz de rigidez da estrutura com elementos inseridos nas ligações,  $N/m$  .

Conhecendo a matriz dinâmica da estrutura, é possível determinar seus autovalores e autovetores. Os valores da ação do vento são os mesmos já calculados na Seção 4.5.1 e os deslocamentos na estrutura são calculados pelo método de Newmark.

Inicialmente, um valor aleatório de compressão (deslocamento) do anel de borracha é aplicado pelo algoritmo. Após as etapas de cálculo já citadas, o deslocamento máximo é armazenado e outro valor para o deslocamento do anel de borracha é aplicado. Caso o novo valor inserido resulte em um menor deslocamento máximo, o antigo valor é descartado e o novo é armazenado no lugar. Caso contrário, o antigo valor permanece para comparação com o próximo passo do algoritmo de otimização. Ao final do processo de otimização, o valor de deslocamento do anel de borracha e, por consequência, os valores de rigidez e coeficiente de amortecimento obtidos resultam no menor valor de deslocamento máximo da estrutura.

Depois de realizada a otimização, em posse das matrizes de massa, da matriz de amortecimento, das frequências naturais e dos modos de vibração, a razão de amortecimento pode ser definida por:

$$\zeta = \frac{C_R}{2M_R \omega_N} \quad (4.20)$$

na qual:

$\zeta$  : Razão de amortecimento;

$C_R$  : Matriz de amortecimento desacoplada,  $Ns/m$ ,  $Nsm/rad$  ;

$M_R$  : Matriz de massa desacoplada,  $kg$  ;

$\omega_N$  : Vetor de frequências naturais de vibração,  $rad/s$  .

Para resolver a equação (4.20) é necessário determinar as matrizes de massa e de amortecimento do sistema desacoplado, da seguinte forma:

$$C_R = \Phi^T C \Phi \quad (4.21)$$

$$M_R = \Phi^T M \Phi \quad (4.22)$$

Nas quais:

$C_R$  : Matriz de amortecimento desacoplada,  $Ns/m$ ,  $Nsm/rad$  ;

$M_R$  : Matriz de massa desacoplada,  $kg$  ;

$\Phi^T$  : Matriz transposta dos modos de vibração;

$\Phi$  : Matriz dos modos de vibração;

$C$  : Matriz de coeficiente de amortecimento global da estrutura,  $Ns/m$ ,  $Nsm/rad$  ;

$M$  : Matriz de massa global da estrutura,  $kg$  .

Aplicando as Equações (4.21) e (4.22) em (4.20) pode-se determinar a razão de amortecimento da estrutura.

Por fim, os valores de frequência natural de vibração, razão de amortecimento e deslocamento máximo no topo da estrutura são comparados para os casos de ligações semirrígidas e ligações rígidas.

## 5 VALIDAÇÃO DOS PROGRAMAS DESENVOLVIDOS

Nesse capítulo são demonstradas as validações dos programas desenvolvidos para o estudo. Os programas foram desenvolvidos em MATLAB e consistem em um algoritmo para simular numericamente o campo de velocidades do vento e um algoritmo para realizar a análise modal e a análise dinâmica da estrutura.

### 5.1 Validação do programa para geração de ventos artificiais

Para a validação do algoritmo de geração de ventos é realizada a comparação entre o espectro de frequência dos ventos gerados com o espectro de potência de Davenport utilizado como base para a geração dos ventos. O programa é considerado válido se a média no domínio da frequência dos sinais de vento gerados for semelhante ao espectro de potência de Davenport.

Para isso, trinta e dois ventos são gerados. Aleatoriamente, um dos ventos gerados é escolhido e apresentado na Figura 5.1.

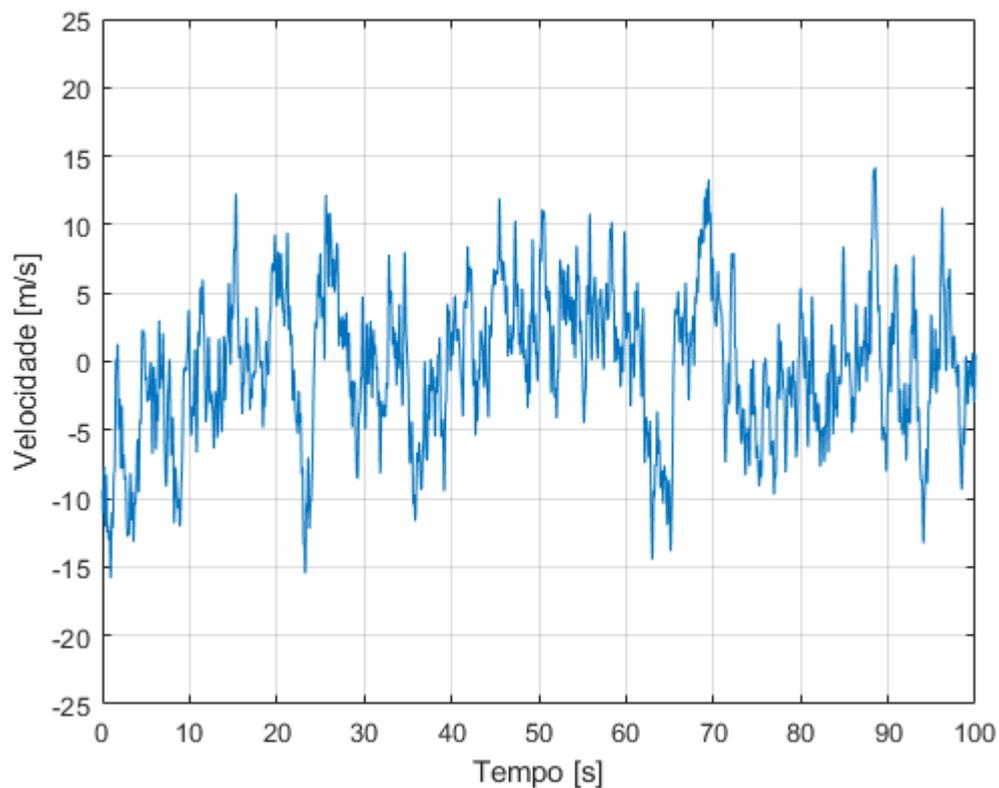


Figura 5.1 – Perfil do exemplo de vento gerado pelo algoritmo.

Depois é realizada uma transformada de Fourier do domínio do tempo para o domínio da frequência em cada um dos ventos gerados. A transformada do vento escolhido (Figura 5.1) é apresentada na Figura 5.2 comparando com o espectro de Davenport.

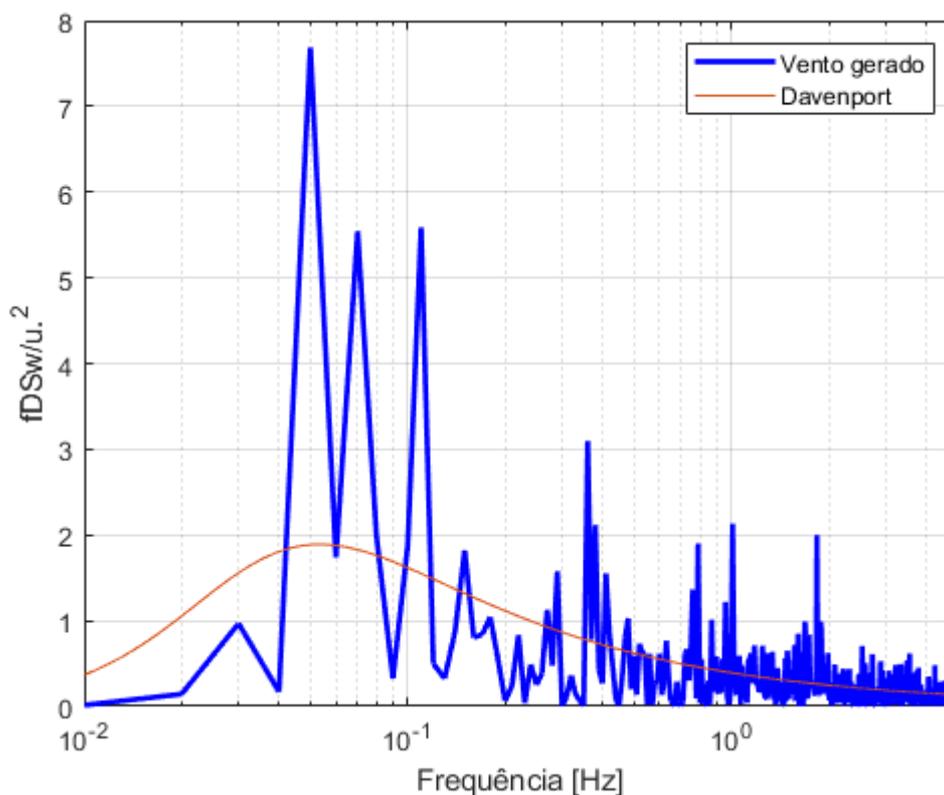


Figura 5.2 – Transformada de Fourier para o perfil do exemplo do vento gerado pelo algoritmo.

Se for comparado o sinal do espectro de Davenport com o sinal isolado é possível notar uma ligeira semelhança. Entretanto, conforme já citado, o espectro é a superposição de funções harmônicas. Sendo assim, a Figura 5.3 mostra a comparação da média dos trinta e dois sinais com o espectro de Davenport e pode-se perceber que a média dos sinais se aproxima mais ainda do espectro. Naturalmente, conforme mais amostras são utilizadas, mais parecido com o espectro de Davenport fica a média dos sinais.

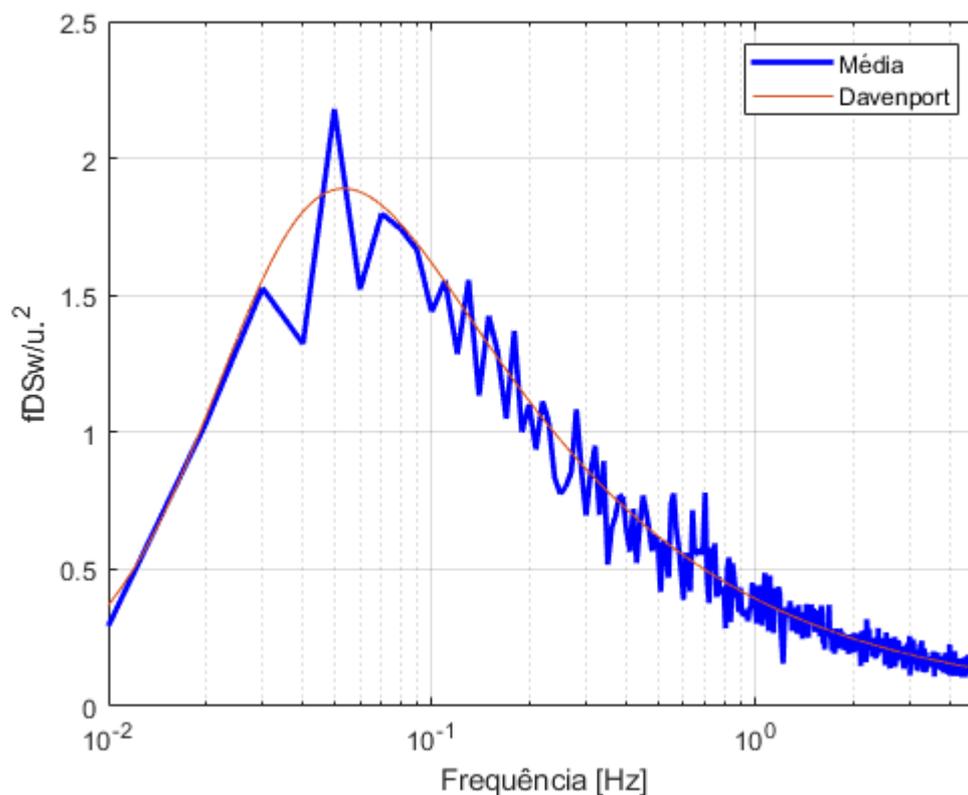


Figura 5.3 – Comparação da média dos sinais com o espectro de Davenport.

Assim, o programa de simulação numérica do campo de velocidades do vento se mostra confiável e será utilizado para criar os sinais de ventos, aplicá-los em estruturas sensíveis à essa ação dinâmica e analisar seu comportamento.

## 5.2 Validação do programa para análise modal

Para a validação do algoritmo de análise modal é utilizada uma estrutura 3D de uma coluna treliçada de aço para determinar suas frequências naturais. Os resultados obtidos na análise modal são comparados com os resultados obtidos no *software* Ansys.

A estrutura utilizada para validação da análise modal é apresentada na Figura 5.4 .

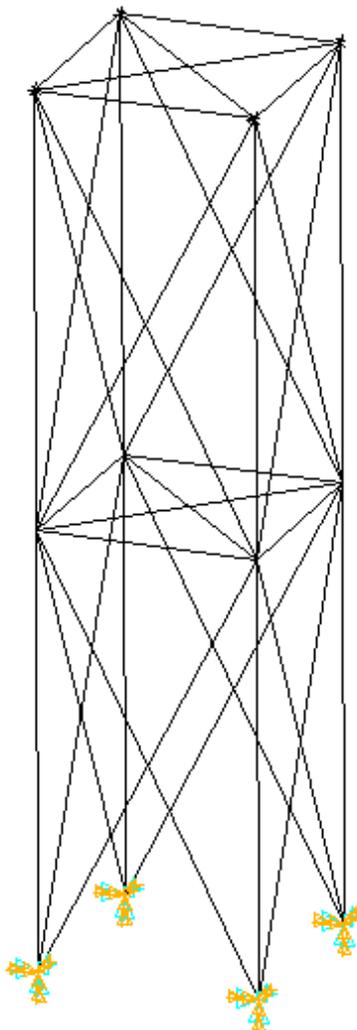


Figura 5.4 – Estrutura utilizada para a validação.

A estrutura possui quatro metros de altura, uma base de dois metros por dois metros e é formada por um perfil cantoneira de 127x127x15,88 (mm) com massas adicionadas nos quatro nós do topo. Os principais dados são apresentados no Quadro 5.1.

Para a validação do programa elaborado neste trabalho, duas configurações de ligação são necessárias (rígidas e semirrígidas). Portanto, a estrutura é programada de duas maneiras: Com ligações rígidas, contendo 12 nós, 36 elementos de pórtico espacial e quatro elementos de massa e com ligações semirrígidas, contendo 60 nós, 36 elementos de pórtico espacial, 288 elementos de mola e quatro elementos de massa. Os dados dos nós e elementos são apresentados no APÊNDICE A.

Quadro 5.1 – Propriedades do modelo utilizado para a validação.

Módulo de elasticidade longitudinal ( $E$ )	$200E9 Pa$
Módulo de elasticidade transversal ( $G$ )	$75E9 Pa$
Massa específica ( $\rho$ )	$7,85E3 kg/m^3$
Área da seção transversal ( $A$ )	$3,781E-3 m^2$
Momento de Inércia em relação ao eixo Z ( $I_z$ )	$5,65E-6 m^4$
Momento de Inércia em relação ao eixo Y ( $I_y$ )	$5,65E-6 m^4$
Momento de Inércia em relação ao eixo X ( $I_x$ )	$3,18213E-7 m^4$
Massa adicionada	$100 kg$

A estrutura é modelada em MATLAB com elementos de pórtico espacial, com dois nós por elemento e seis graus de liberdade por nó. No programa ANSYS, a estrutura é modelada com o elemento BEAM4, equivalente ao elemento de pórtico espacial utilizado no MATLAB.

Elementos de massa também são adicionados no topo da estrutura. No MATLAB, elementos de massa nodal são adicionados à matriz de massa nos graus de liberdade correspondentes. No ANSYS, o elemento MASS21 é utilizado e aplicado em cada um dos nós com massa.

Por fim, elementos de mola são adicionados nas ligações, para simular a presença de amortecedores de ligação, os quais modificam a rigidez da ligação e, por consequência, alteram as frequências naturais de vibração da estrutura. No MATLAB, os amortecedores de ligação são definidos como elementos de comprimento nulo (nó inicial e final do elemento são coincidentes), massa desprezível e rigidez em todos os graus de liberdade. No ANSYS, o elemento CONBIN40 é utilizado como equivalente ao elemento descrito no MATLAB.

As comparações são realizadas sob duas diferentes configurações de rigidez nos elementos de mola. A primeira considera a ligação rígida e a segunda considera a ligação semirrígida. Na primeira comparação, três análises são realizadas: estrutura no ANSYS com ligações rígidas, a estrutura no ANSYS com ligações semirrígidas com valor de rigidez muito alto em todos os graus de liberdade, e a estrutura no MATLAB com ligações semirrígidas, com um valor de rigidez muito alto em todos os graus de liberdade. O valor considerado para uma

rigidez muito alta é de  $1E14 \text{ N/m}$ . A Tabela 5-1 apresenta o comparativo das três análises, com os resultados das dez primeiras frequências naturais de vibração.

Tabela 5-1 – Comparação das frequências para configuração com ligações rígidas.

Frequência	ANSYS (Ligações rígidas)	ANSYS (Ligações com rigidez muito alta)	MATLAB (Ligações com rigidez muito alta)
1	32,092 Hz	32,092 Hz	32,092 Hz
2	32,092 Hz	32,092 Hz	32,092 Hz
3	59,295 Hz	59,295 Hz	59,295 Hz
4	126,95 Hz	126,95 Hz	126,95 Hz
5	126,95 Hz	126,95 Hz	126,95 Hz
6	134,00 Hz	134,00 Hz	134,00 Hz
7	139,68 Hz	139,68 Hz	139,68 Hz
8	143,28 Hz	143,28 Hz	143,28 Hz
9	143,28 Hz	143,28 Hz	143,28 Hz
10	151,64 Hz	151,64 Hz	151,64 Hz

Na segunda comparação a ligação semirrígida é considerada com valores de rigidez diferentes entre cada um dos graus de liberdade dos elementos de mola. Nesse caso, são comparados somente as situações em que existem elementos de mola. Seis valores são aleatoriamente escolhidos para representarem a rigidez em cada um dos graus de liberdade (Equação (5.1)). A Tabela 5-2 apresenta o comparativo com os resultados das dez primeiras frequências naturais de vibração, para a estrutura no ANSYS e no MATLAB.

$$\begin{aligned}
 KU_x &= 6,27E8 \text{ N/m} \\
 KU_y &= 7,94E8 \text{ N/m} \\
 KU_z &= 8,65E8 \text{ N/m} \\
 KROT_x &= 1,88E8 \text{ N/m} \\
 KROT_y &= 4,18E8 \text{ N/m}
 \end{aligned}
 \tag{5.1}$$

$$KROT_z = 1,36E8 \text{ N/m}$$

Tabela 5-2 – Comparação das frequências para configuração com ligações semirrígidas.

Frequência	ANSYS (Ligações Semirrígidas)	MATLAB (Ligações Semirrígidas)
1	28,188 Hz	28,188 Hz
2	28,222 Hz	28,222 Hz
3	48,083 Hz	48,083 Hz
4	107,39 Hz	107,39 Hz
5	108,03 Hz	108,03 Hz
6	131,00 Hz	131,00 Hz
7	137,18 Hz	137,18 Hz
8	138,06 Hz	138,06 Hz
9	138,20 Hz	138,20 Hz
10	139,24 Hz	139,24 Hz

Através das comparações, pode-se perceber que as respostas são idênticas, validando a utilização do programa para a análise modal.

### 5.3 Validação do programa de integração numérica pelo método de Newmark

Para a validação da rotina em MATLAB que utiliza o método de Newmark é utilizado um sistema com dois graus de liberdade submetido a uma vibração forçada amortecida e com condições iniciais diferentes de zero. Os resultados obtidos na análise dinâmica são comparados com a solução analítica exata.

O sistema utilizado para a validação do programa com o método de Newmark é apresentado na Figura 5.5 , obtido de MIGUEL (2008) e os dados do sistema são apresentados na Tabela 5-3.

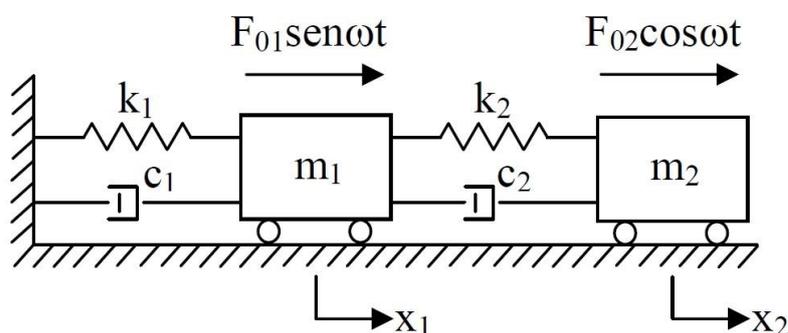


Figura 5.5 – Sistema de 2GDL (MIGUEL (2008)).

Tabela 5-3 – Dados do sistema com 2GDL.

<i>GDL</i>	<i>m</i> (kg)	<i>k</i> (N/m)	<i>c</i> (Ns/m)	$\omega$ (rad/s)	$x_0$ (m)	$v_0$ (m/s)	$F_0$ (N)
1	10	50	5,0	4	-0,0734	-2,5766	40
2	5	25	2,5	4	-0,6852	1,6161	50

Com os dados do sistema é possível determinar as matrizes de massa, coeficientes de amortecimento e rigidez e então resolver pelos dois métodos e comparar os resultados.

A resposta do sistema pelo método analítico pode ser obtida utilizando a forma matricial apresentada na Equação (5.2) e depois utilizando a Equação (5.3) que descreve a posição, velocidade e aceleração em função do tempo.

$$\begin{bmatrix} (-M\omega^2+K) & -C\omega \\ C\omega & (-M\omega^2+K) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{A} \\ \vec{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{F}_1 \\ \vec{F}_2 \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

$$\vec{x}_p(t) = \vec{A} \sin(\omega t) + \vec{B} \cos(\omega t)$$

$$\vec{v}_p(t) = \omega \vec{A} \cos(\omega t) - \omega \vec{B} \sin(\omega t) \quad (5.3)$$

$$\vec{a}_p(t) = -\omega^2 \vec{A} \sin(\omega t) - \omega^2 \vec{B} \cos(\omega t)$$

Utilizando os dados da Tabela 5-3 na Equação (5.2) pode-se determinar os vetores  $\vec{A}$  e  $\vec{B}$  (Equação (5.4)) e, aplicando a Equação (5.4) na Equação (5.3), calculam-se as posições, velocidades e acelerações para todo o tempo de análise (Equação (5.5)).

$$\begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,6441 \\ 0,4040 \\ -0,0734 \\ -0,6852 \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

$$\begin{aligned} \vec{x}_p(t) &= \begin{bmatrix} -0,6441 \\ 0,4040 \end{bmatrix} \sin(4t) + \begin{bmatrix} -0,0734 \\ -0,6852 \end{bmatrix} \cos(4t) \\ \vec{v}_p(t) &= 4 \begin{bmatrix} -0,6441 \\ 0,4040 \end{bmatrix} \cos(4t) - 4 \begin{bmatrix} -0,0734 \\ -0,6852 \end{bmatrix} \sin(4t) \\ \vec{a}_p(t) &= -16 \begin{bmatrix} -0,6441 \\ 0,4040 \end{bmatrix} \sin(4t) - 16 \begin{bmatrix} -0,0734 \\ -0,6852 \end{bmatrix} \cos(4t) \end{aligned} \quad (5.5)$$

A resposta do sistema pelo método de Newmark é obtida utilizando os dados já apresentados e delimitando o tempo inicial da análise, tempo final de análise e o incremento de tempo. Os dados relativos ao tempo de análise são apresentados no Quadro 5.2.

Quadro 5.2 – Tempo de análise.

Tempo inicial de análise $t_i$ (s)	0
Tempo final de análise $t_f$ (s)	5
Intervalo de tempo $\Delta t$ (s)	0,01

As soluções do sistema pelo método de Newmark para posição, velocidade e aceleração dos dois graus de liberdade, comparada com a resposta analítica exata em todo o tempo de análise (Equação (5.5)) são apresentadas na Figura 5.6, Figura 5.7 e Figura 5.8.

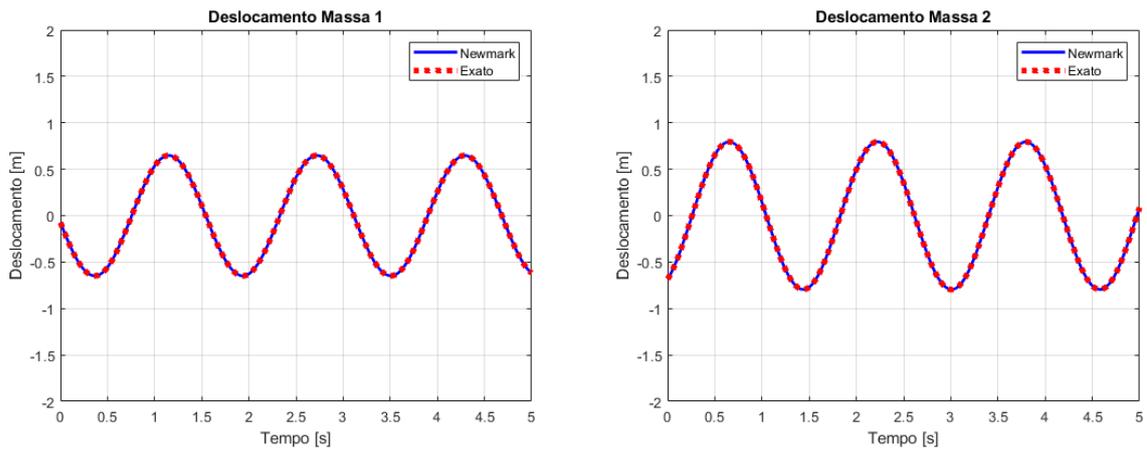


Figura 5.6 – Comparação das respostas exata e de Newmark para o deslocamento.

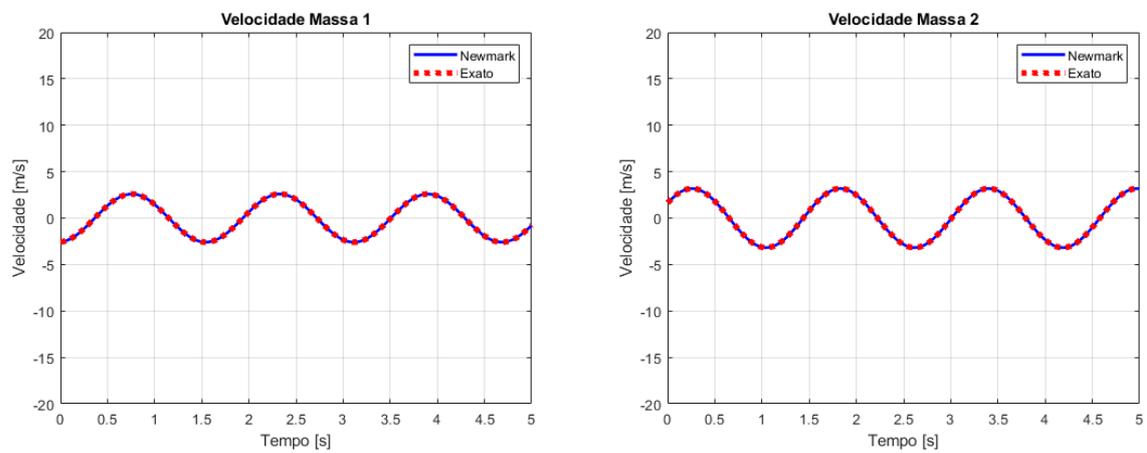


Figura 5.7 – Comparação das respostas exata e de Newmark para a velocidade.

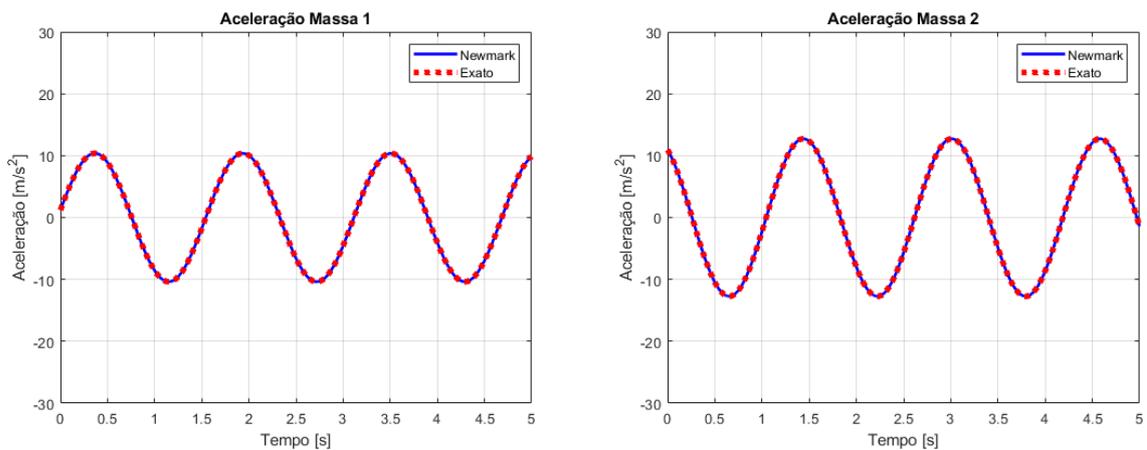


Figura 5.8 – Comparação das respostas exata e de Newmark para a aceleração.

Observando os resultados nas figuras é possível perceber que as curvas estão sobrepostas, confirmando assim a validade do programa de integração numérica pelo método de Newmark, o qual pode ser utilizado, em conjunto com o programa para a análise modal já validado na Seção 5.2, para realizar uma análise dinâmica em sistemas mais complexos.

## 6 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Este capítulo apresenta os resultados do presente estudo. Inicialmente, é determinado o perfil do vento aplicado na estrutura. Posteriormente, é realizada uma análise modal e dinâmica na estrutura com ligações perfeitamente rígidas frente à ação do vento. Após, as rigidezes e os coeficientes de amortecimento dos amortecedores de ligação são determinados através dos ensaios descritos. Depois, os valores de rigidez e coeficiente de amortecimento são aplicados nas ligações das barras da estrutura com os montantes e, na sequência, é realizada novamente a análise modal e dinâmica da estrutura com o mesmo vento utilizado na estrutura com ligações rígidas. Por fim, os resultados obtidos são comparados.

### 6.1 Determinação da ação do vento

Inicialmente, é determinada a parcela estática da velocidade do vento. Como já informado na Seção 4.1, a torre (Figura 4.1), de 66 metros de altura, está instalada no Brasil, na cidade de Xapuri (AC). Sendo assim, através do mapa de isopletras da NBR 6123/1988, é possível determinar a velocidade básica do vento (Equação (6.1)).

$$V_0 = 30 \text{ m/s} \quad (6.1)$$

Sabendo que a estrutura está em um local com terreno plano e aberto, com poucos obstáculos baixos e isolados, e que sua ruína não afetará a segurança das pessoas, os fatores de ponderação podem ser determinados (Equação (6.2)). Os valores dos parâmetros são encontrados na Tabela 21 da NBR 6123/1988 para uma estrutura de categoria 2, em um tempo de rajada de 600s (10 minutos) para compatibilizar com velocidade flutuante, que também é gerada para rajadas de 10 minutos.

$$\begin{aligned} b &= 1,00 \\ p &= 0,15 \\ F_R &= 0,69 \end{aligned} \quad (6.2)$$

Sendo assim, a Equação (3.23) fica (Equação (6.3)).

$$S_2 = 0,69 \left( \frac{z}{10} \right)^{0,15} \quad (6.3)$$

Os fatores topográficos e estatísticos são (Equação (6.4)).

$$\begin{aligned} S_1 &= 1,00 \\ S_3 &= 1,00 \end{aligned} \quad (6.4)$$

Com isso, é possível determinar a velocidade característica do vento, segundo a Equação (6.5). Aplicando as Equações (6.1), (6.3) e (6.4) na Equação (3.24), tem-se:

$$V_{K,EST} = 20,7 \left( \frac{z}{10} \right)^{0,15} \quad (6.5)$$

O valor da velocidade característica depende da altura de cada ponto da edificação. A Figura 6.1 mostra a parcela estática da velocidade característica do vento para as diferentes cotas analisadas.

Para determinar a parcela flutuante da velocidade característica do vento primeiro é necessário determinar o espectro de Davenport com as características já definidas. Para o espectro de Davenport, é necessário determinar a frequência adimensional e a velocidade de fricção do vento. Na cidade de Xapuri (AC), a velocidade do vento à 10 metros de altura é justamente a velocidade básica, descrita na Equação (6.1) e o comprimento de rugosidade, retirado da Figura 3.4, é apresentado na Equação (6.6).

$$z_0 = 0,07 \text{ m} \quad (6.6)$$

Assim, aplicando os dados das Equações (6.1) e (6.6) na Equação (3.30), tem-se:

$$u_* = 0,4 \frac{30}{\ln\left(\frac{10}{0,07}\right)} \quad (6.7)$$

$$u_* = 2,4185 \text{ m/s}$$

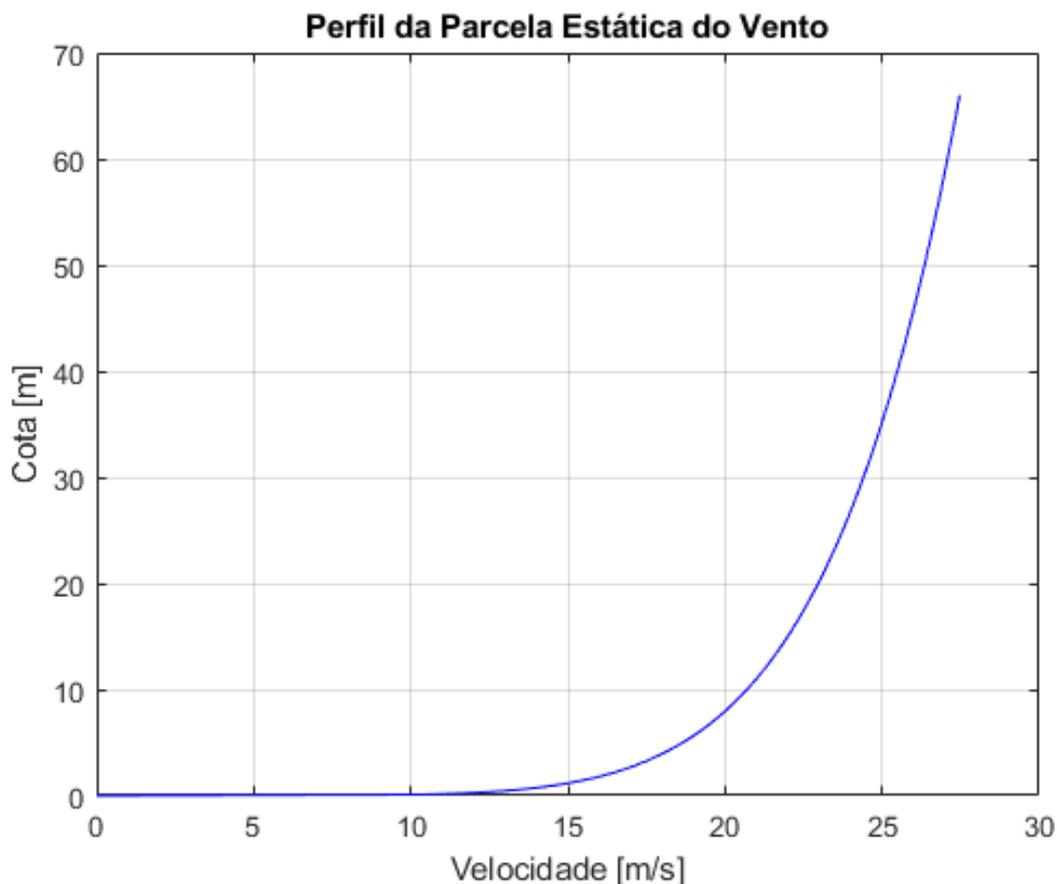


Figura 6.1 – Perfil da parcela estática do vento.

A frequência adimensional é determinada em função da faixa de frequências utilizada na análise. As condições da faixa de frequência são apresentadas na Equação (4.1). Com isso, a frequência adimensional (Equação (3.29)) é definida pela Equação (6.8).

$$n = \frac{1200 f_D}{30} \quad (6.8)$$

Aplicando as Equações (6.7) e (6.8) na Equação (3.28), é possível determinar o espectro de Davenport. O espectro de Davenport é apresentado na Figura 6.2

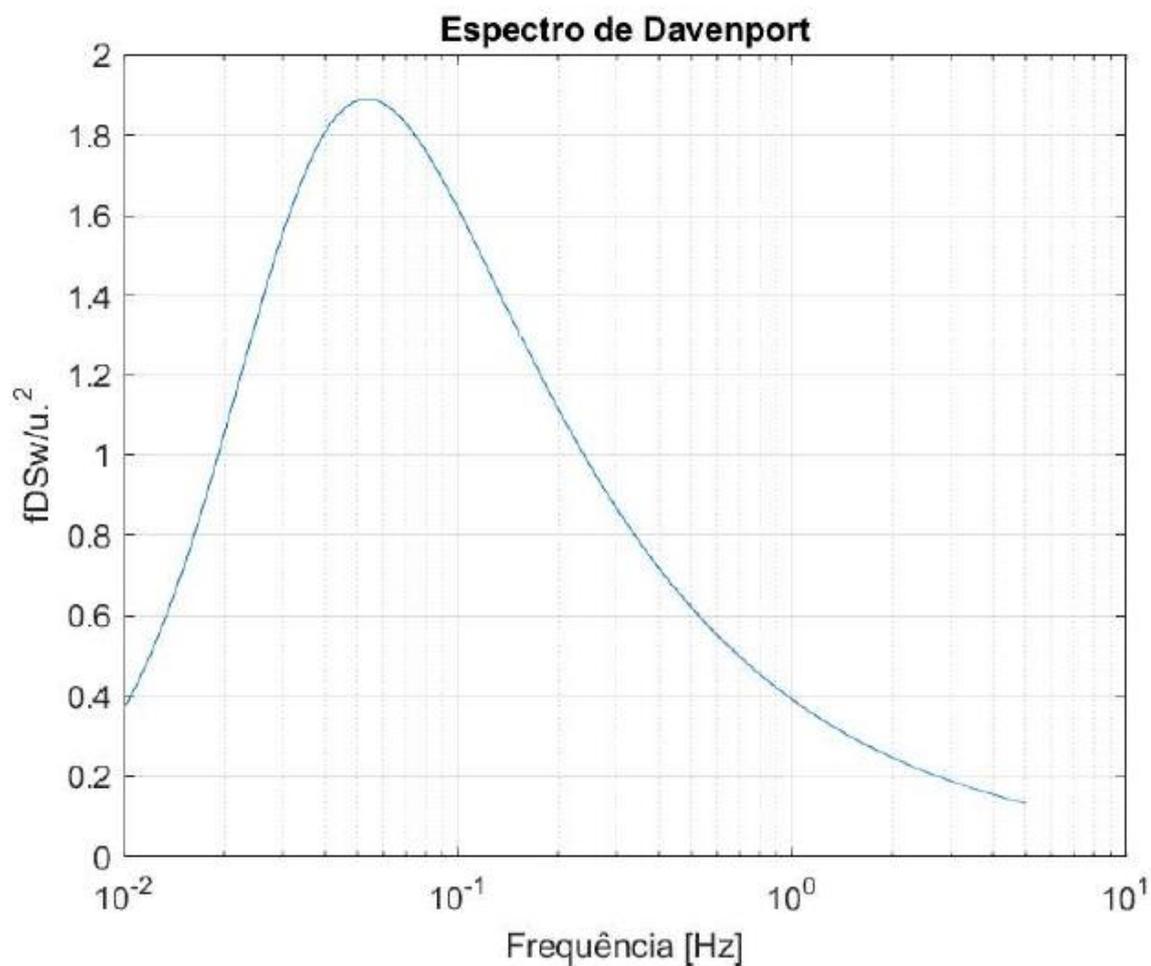


Figura 6.2 – Espectro de Davenport.

Através do espectro de Davenport e da Equação (4.2), o método de Shinozuka e Jan (1972) é utilizado para gerar o sinal do vento através da Equação (3.31). Um exemplo do sinal do vento gerado é apresentado na Figura 6.3.

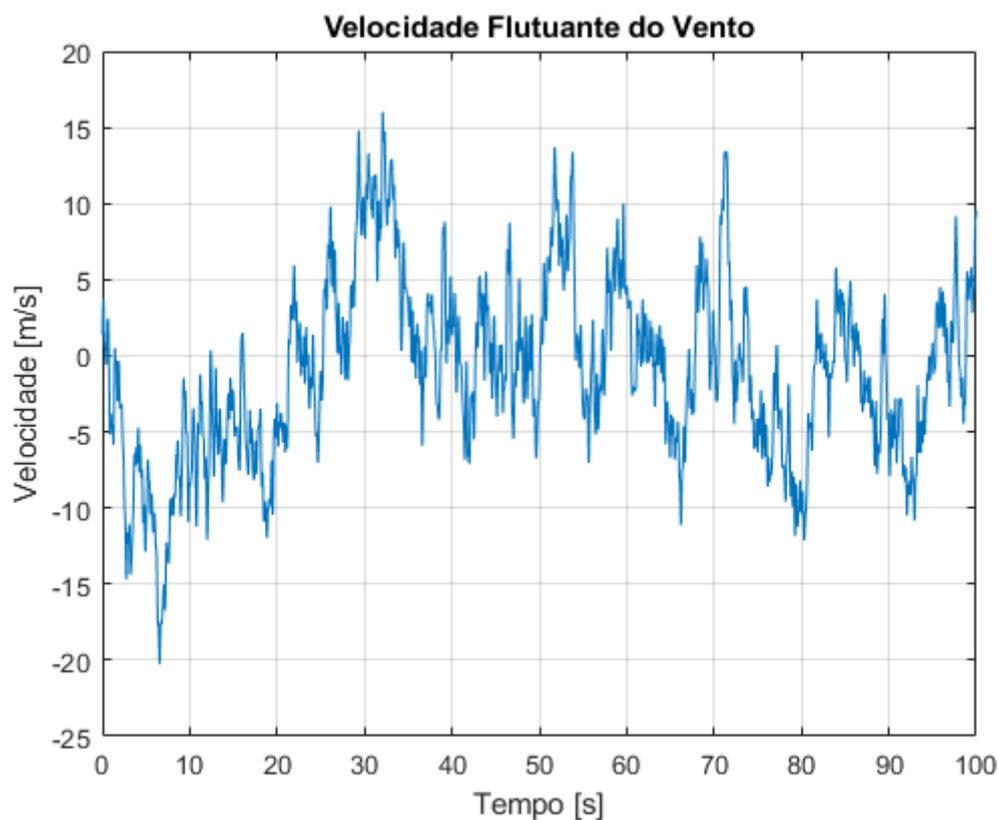


Figura 6.3 – Velocidade do vento flutuante.

Utilizando a Equação (3.32) e, sabendo que a altura da torre é de 66 metros, são determinados os comprimentos de correlação transversal e vertical.

$$\begin{aligned}
 a_2 &= 1,6(66)+22,1 \\
 a_3 &= 0,93(66)+29,3 \\
 a_2 &= 127,7 \text{ m} \\
 a_3 &= 90,68 \text{ m}
 \end{aligned}
 \tag{6.9}$$

Como tanto o comprimento de correlação transversal quanto o vertical superam as dimensões da torre, quatro sinais de velocidade do vento são suficientes para determinar as velocidades flutuantes em função do tempo nas diferentes alturas, utilizando a Equação (3.33).

Com as velocidades características estáticas e flutuantes da estrutura, através da Equação (4.3), é possível determinar as velocidades totais que agem na torre. A Figura 6.4

apresenta a velocidade do vento no nó 605 (localizado no topo da estrutura) durante todo o período de análise.

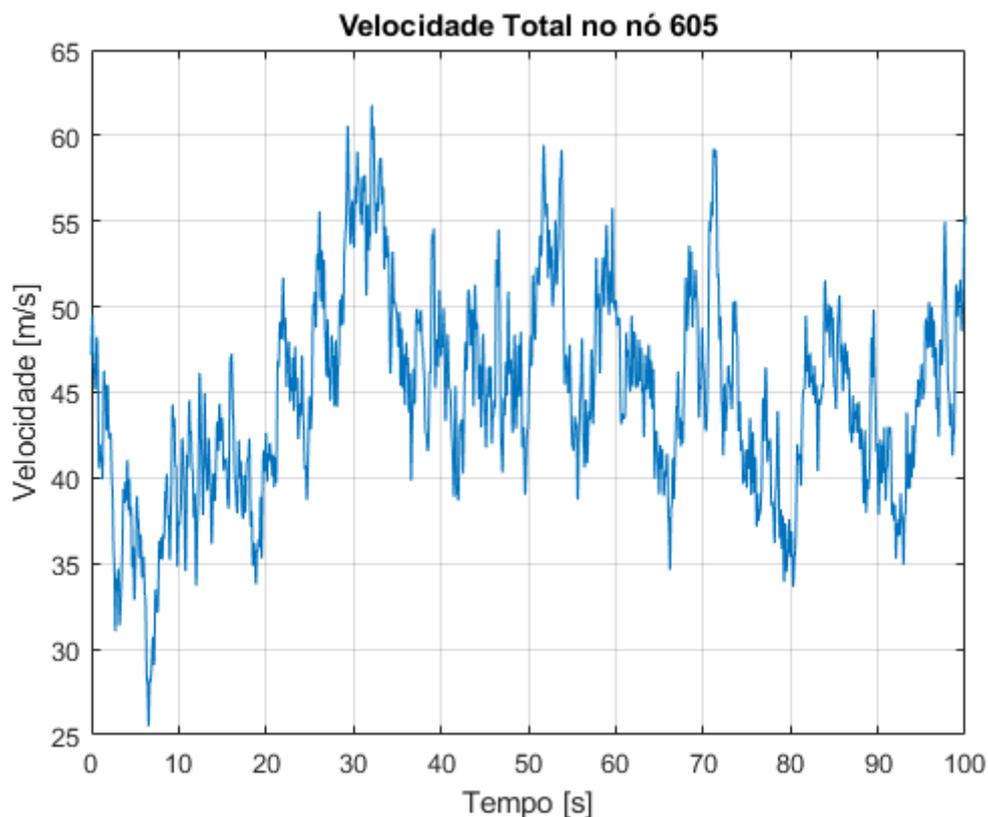


Figura 6.4 – Velocidade total do vento no nó 605.

Com as velocidades totais, a pressão dinâmica é calculada através da Equação (3.25). As cotas verticais e horizontais, a área de influência, o fator de proteção e coeficiente de arrasto para os nós estudados da torre são apresentados no APÊNDICE B. Por fim, a força do vento aplicada na estrutura é calculada pela Equação (3.27). O perfil de aplicação da força durante o tempo de análise para o nó 605 é apresentado na Figura 6.5.

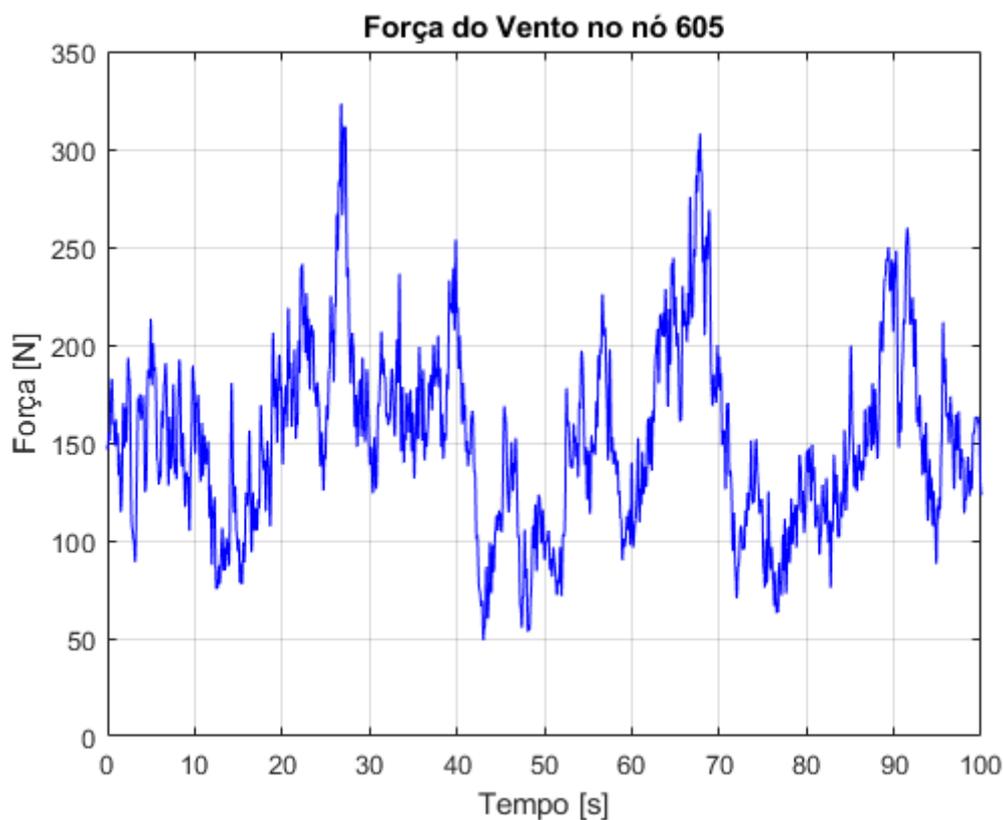


Figura 6.5 – Força aplicada no nó 605.

## 6.2 Barra auxiliar para ensaios dinâmicos com os anéis de borracha

### 6.2.1 Determinação das propriedades físicas e geométricas

Para determinar a massa específica do material é necessário, inicialmente, determinar a massa da barra ao ar livre. Para isso, uma balança de precisão é utilizada e, então, é aferida a massa da barra (Equação (6.10)).

$$m_{ar} = 72,52E-3 \text{ kg} \quad (6.10)$$

Depois, é necessário determinar a massa da barra submersa em água. Para isso, uma balança já preparada para esse tipo de medição é utilizada e, então, é aferida a massa da barra submersa (Equação (6.13)).

$$m_{\text{água}} = 63,4E-3 \text{ kg} \quad (6.11)$$

Por fim, utilizando a Equação (4.4) e os valores de massa medidos ao ar e na água, é determinada a massa específica do material da barra. Com isso tem-se:

$$\rho = \frac{72,52E-3}{(72,52-63,4)E-3} (1000) \quad (6.12)$$

$$\rho = 7,95E3 \text{ kg/m}^3$$

Para determinar o módulo de elasticidade longitudinal do material da barra, inicialmente, é necessário determinar o valor de  $\beta l$  (Equação (4.5)). Com os valores das propriedades geométricas, a massa específica do material da barra (Equação (6.12)) e a massa do acelerômetro (Equação (6.13)), é possível determinar o valor de  $\beta l$  através da Equação (4.5)

$$m_m = 0,005 \text{ kg} \quad (6.13)$$

$$\cos(\beta l) \cosh(\beta l) + \frac{0,005}{(7,95E3)(6,9013E-5)(0,11255)} \beta l \cos(\beta l) \sinh(\beta l) - \frac{0,005}{(7,95E3)(6,9013E-5)(0,11255)} \beta l \sin(\beta l) \cosh(\beta l) = -1 \quad (6.14)$$

$$\beta l = 1,726202$$

Posteriormente, é realizado um ensaio dinâmico em que o sistema é uma barra engastada-livre com um acelerômetro na extremidade livre. O ensaio consiste em uma vibração livre em que uma força é aplicada e subitamente cessada, assim a barra vibra até o repouso. A resposta de um dos ensaios realizados é apresentada na Figura 6.6.

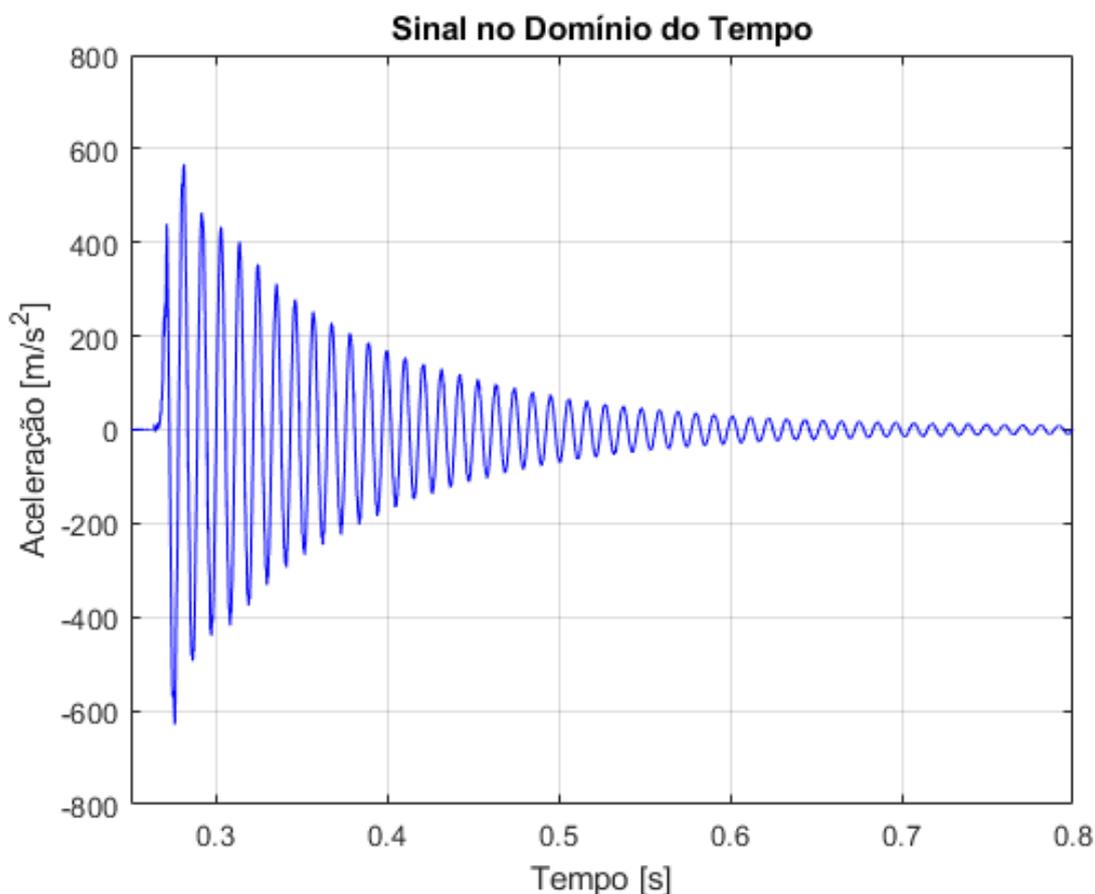


Figura 6.6 – Sinal no tempo da barra com ligação rígida.

A frequência é determinada através da análise de picos sequenciais, como mostrado na Equação (6.15) para o sinal apresentado na Figura 6.6.

$$\begin{aligned}
 &P_1(0,30273;432,437) \\
 &P_{21}(0,51617;60,8624) \\
 &f = \frac{20}{0,51617-0,30273} \qquad (6.15) \\
 &f = 93,7042 \text{ Hz}
 \end{aligned}$$

Outras quatro vezes o ensaio é repetido e os resultados das frequências naturais para os cinco ensaios são apresentados na Tabela 6-1. O valor médio da frequência natural de vibração (em Hz) e da frequência natural de vibração circular (em rad/s) é apresentado na Equação (6.16).

Tabela 6-1 – Frequências naturais de vibração da barra obtidas experimentalmente.

Ensaio	Frequência natural de vibração (Hz)
1	93,7042
2	93,7386
3	93,7042
4	93,67
5	93,67

$$\begin{aligned}
 f &= 93,6974 \text{ Hz} \\
 \omega &= 588,72 \text{ rad/s}
 \end{aligned}
 \tag{6.16}$$

Com isso, é possível determinar o módulo de elasticidade longitudinal através da equação analítica da frequência natural de vibração para uma viga engastada-livre. A Equação (4.6) já está ajustada para determinar o módulo de elasticidade. Com isso tem-se:

$$E = \frac{(588,72^2)(7,95E3)(6,9013E-5)(0,11255^4)}{(1,726202^4)(2,3467E-11)}
 \tag{6.17}$$

$$E = 1,46444E11 \text{ Pa}$$

Nesse sentido, a equação (6.17) apresenta o módulo de elasticidade da barra.

### 6.3 Determinação das rigidezes

#### 6.3.1 Rigidez à compressão na translação

Nesta subseção, são apresentados o ensaio e os cálculos utilizados para determinar a rigidez à compressão na translação do anel de borracha.

Conforme explicado anteriormente na Seção 794.4.2.1, o anel de borracha é posicionado na prensa, e neste é aplicada uma deformação de 1 milímetro por minuto. Os dados de tempo, deformação e força para cada intervalo são armazenados e utilizados posteriormente para gerar os gráficos. O ensaio em um dos anéis de borracha é apresentado na Figura 6.7. Cinco anéis de

borracha são testados, e o comportamento obtido para cada um dos anéis é apresentado na Figura 6.8.

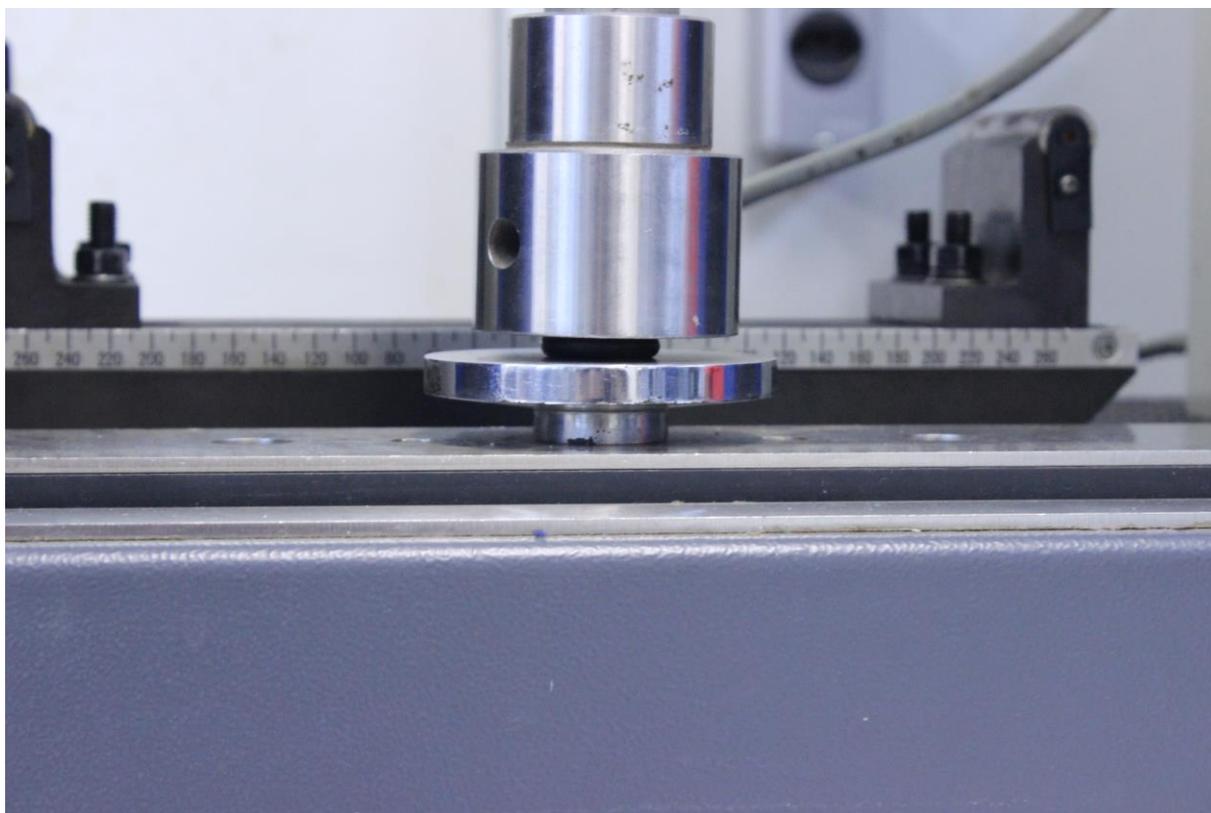


Figura 6.7 – Anel de borracha durante o ensaio de compressão na translação.

Com os resultados dos cinco ensaios, uma média é estimada para representar o comportamento do anel de borracha. O comportamento médio e a equação que representa a curva são apresentados na Figura 6.9 e na Equação (6.18), respectivamente.

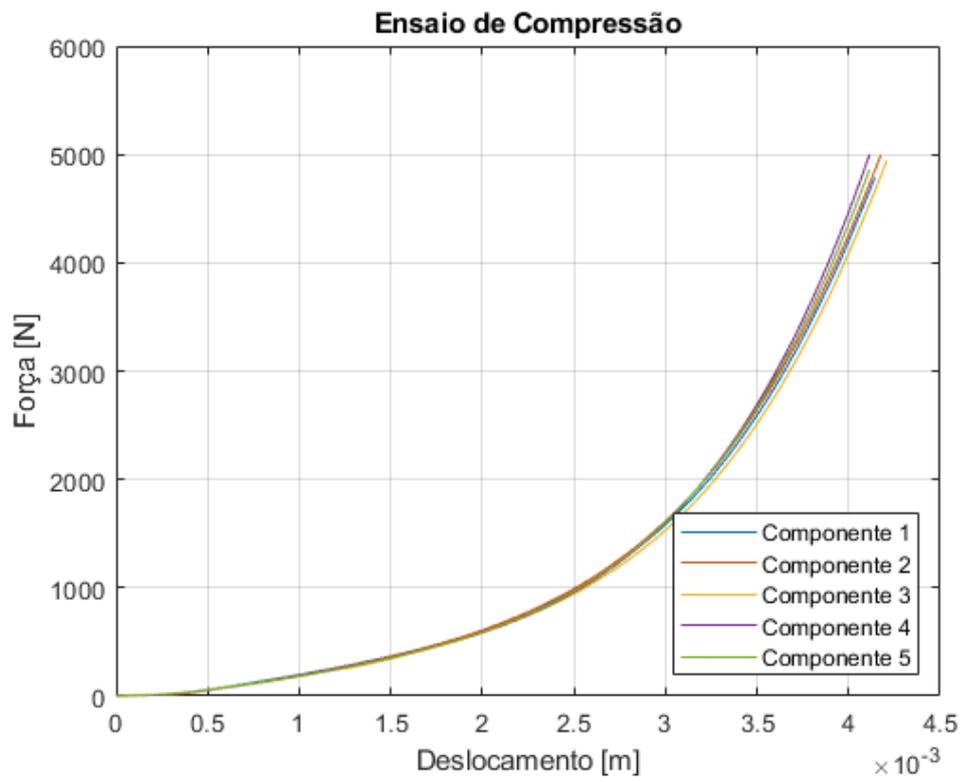


Figura 6.8 – Ensaio de compressão do anel de borracha.

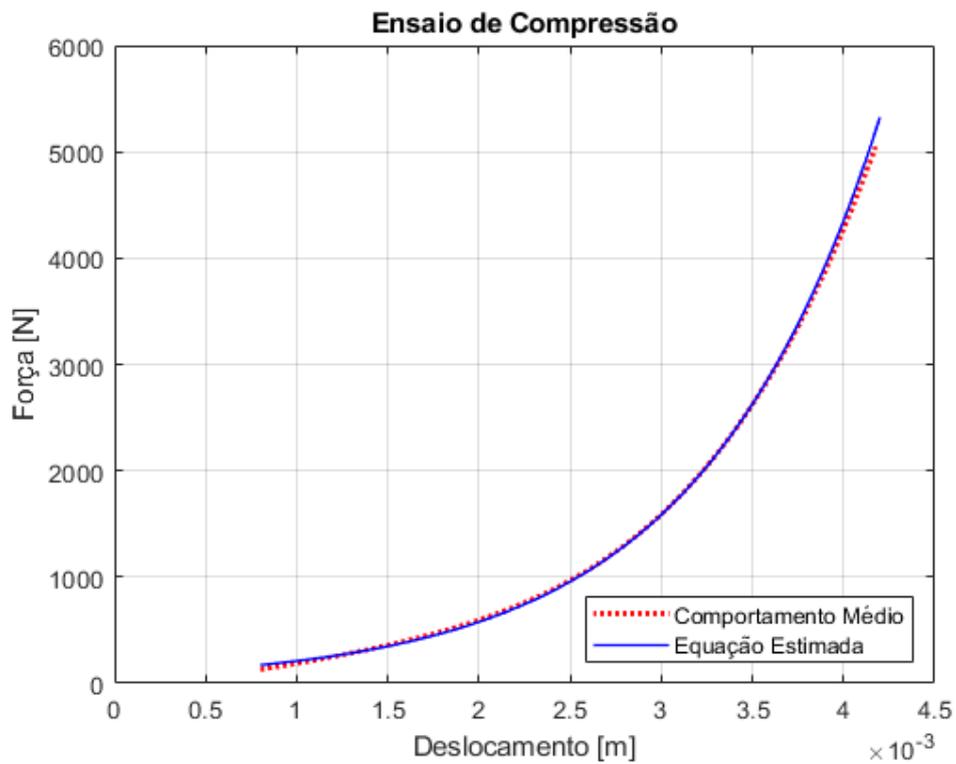


Figura 6.9 – Comportamento médio e equação estimada.

$$F = 76,523e^{1010,2x} \quad (6.18)$$

Desse modo, é possível determinar a rigidez para cada nível de compressão do anel de borracha, derivando a Equação (6.18). Com isso, tem-se:

$$K_{COMP,TRANS} = 77303,53e^{1010,2x} \quad (6.19)$$

A Equação (6.19) representa a rigidez à compressão na translação do anel de borracha, e é utilizada como referência para o material idealizado, o qual é utilizado nas ligações da torre autoportante desse estudo.

### 6.3.2 Rigidez ao cisalhamento na translação

Nesta subseção, são apresentados o ensaio e os cálculos para determinar a rigidez ao cisalhamento na translação do anel de borracha. Dois anéis de borracha são posicionados entre dois perfis cantoneira e um bloco de aço, o qual recebe a ação da prensa durante o ensaio mostrado na Figura 6.10.

Durante o ensaio, a prensa aplica no bloco de aço uma deformação de 1 milímetro por minuto, e o bloco de aço desliza para baixo, sendo esse deslocamento restringido pelo atrito dos anéis de borracha. Novamente, os dados de tempo, deformação e força para cada intervalo são armazenados e utilizados posteriormente para gerar os gráficos. Para esse ensaio, diferentes intensidades de compressão dos anéis de borracha são utilizadas. Neste caso, foram escolhidos apertos de 15%, de 45% e de 60% em relação à espessura inicial de 5,33 milímetros, ou seja, uma pré-compressão de 0,80 milímetros, de 2,40 milímetros e de 3,2 milímetros, respectivamente, nos anéis de borracha. Cinco ensaios são realizados para cada nível de compressão. O comportamento para cada uma das repetições é apresentado na Figura 6.11.

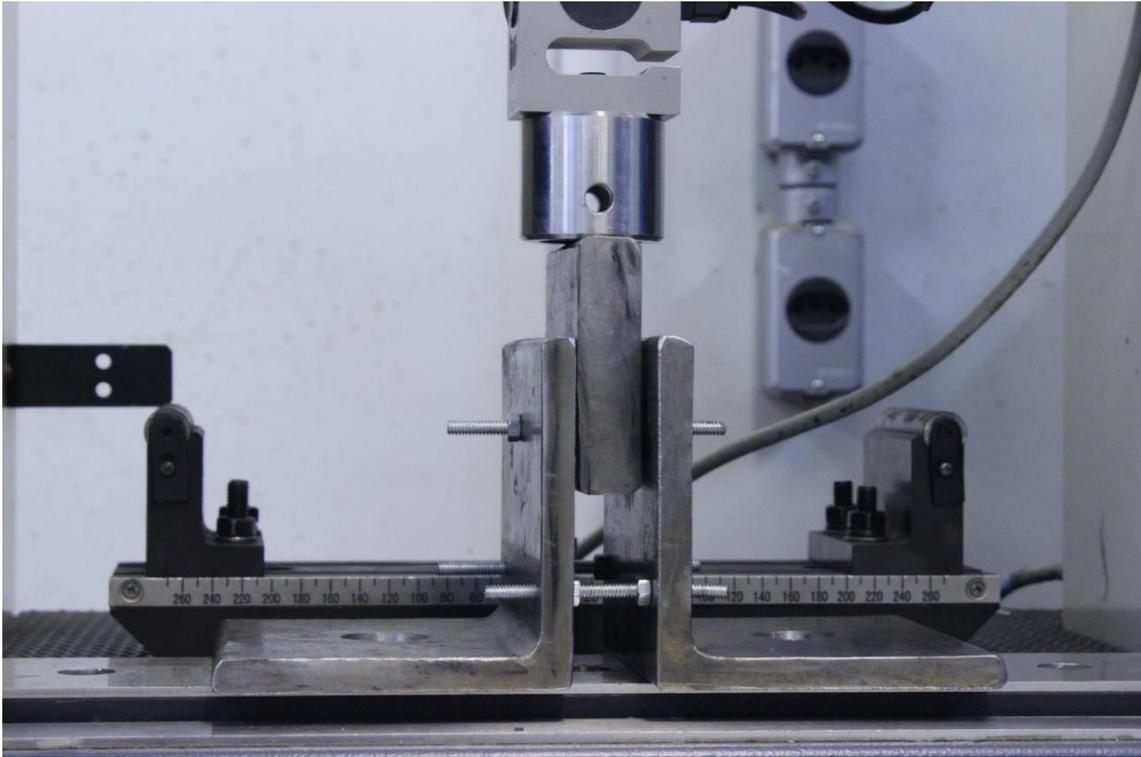


Figura 6.10 – Anel de borracha no ensaio de cisalhamento na translação.

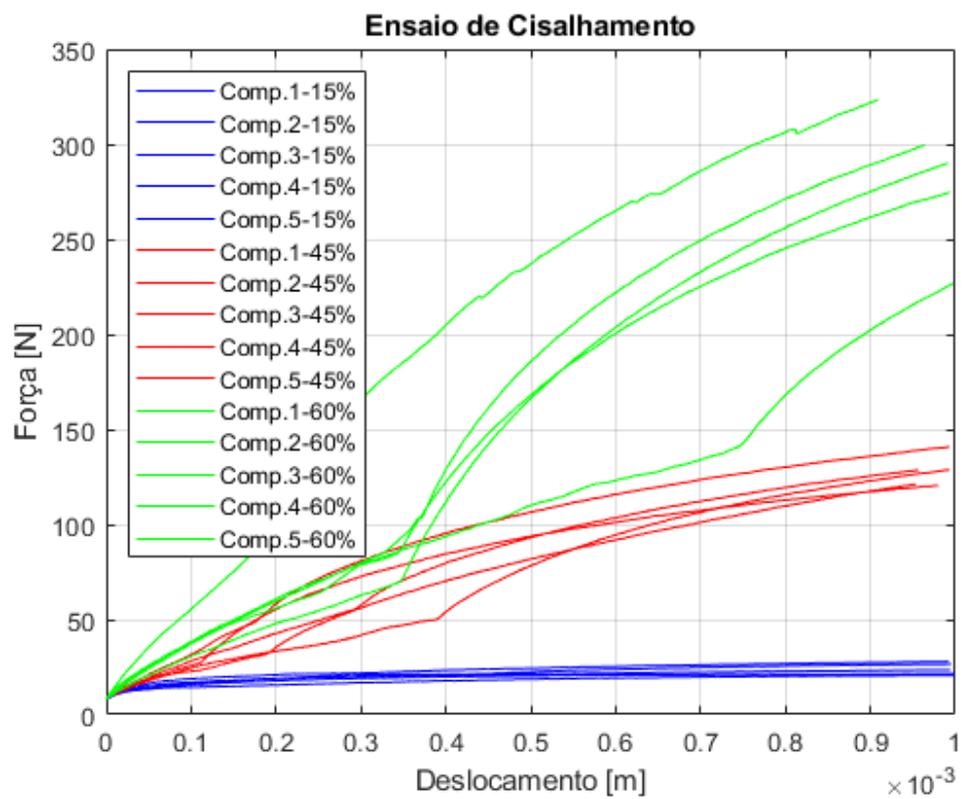


Figura 6.11 – Ensaio de cisalhamento do anel de borracha.

Com base na Figura 6.11, é possível perceber que a resposta dos ensaios depende de alguns fatores como, por exemplo, o nível de força aplicada, o deslocamento vertical do bloco de aço e a intensidade do aperto (pré-compressão). Entretanto, para este estudo, a rigidez ao cisalhamento na compressão é considerada somente proporcional ao nível de compressão ao qual os anéis de borracha são submetidos. Além disso, em determinado momento, há uma variação brusca na resposta do ensaio. Assim, para evitar a região em que a mudança brusca ocorre, a parcela inicial do ensaio (primeiros instantes) é a única parte analisada. Ao limitar a Figura 6.11 para os primeiros instantes do ensaio, é possível gerar a Figura 6.12 a seguir.

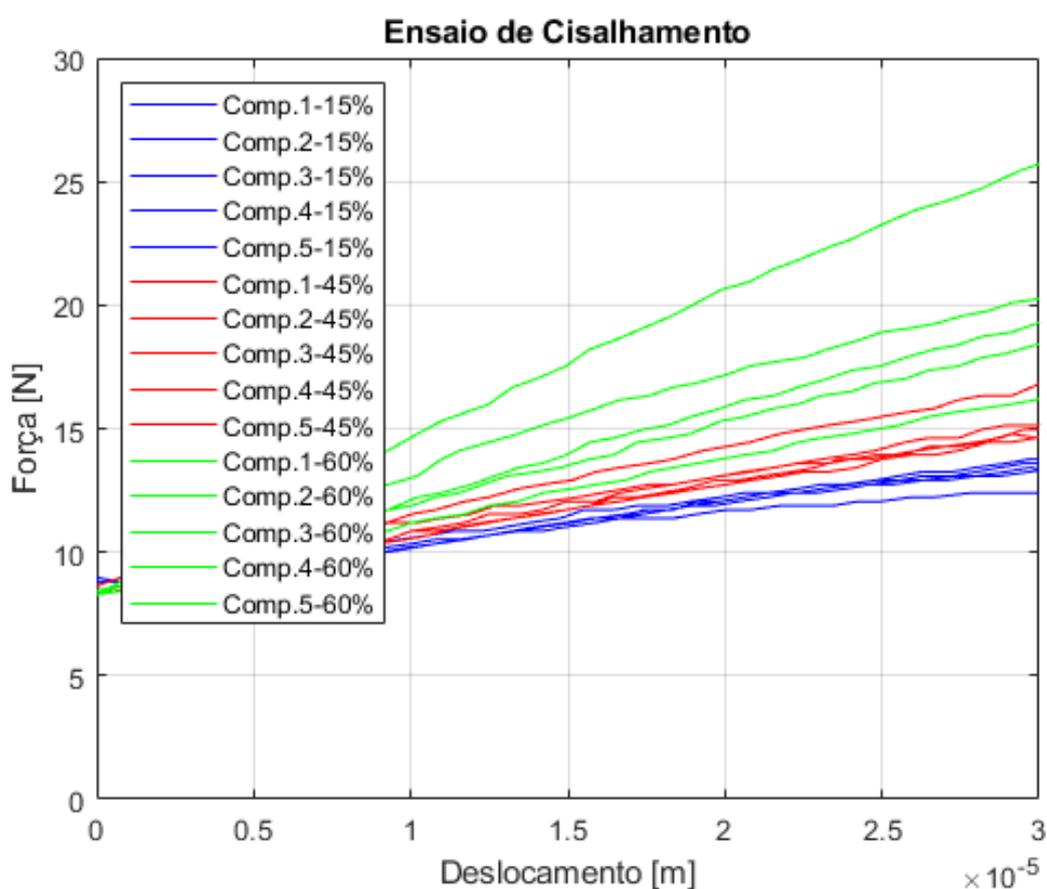


Figura 6.12 – Ensaio de cisalhamento do anel de borracha nos deslocamentos iniciais.

Analisando somente a parcela inicial, é possível considerar um comportamento linear do anel de borracha. Para cada nível de compressão, é atribuída uma equação linear que representa esse comportamento. Para o nível de compressão de 15% (0,80 milímetros) (Figura 6.13), tem-se a Equação (6.20):

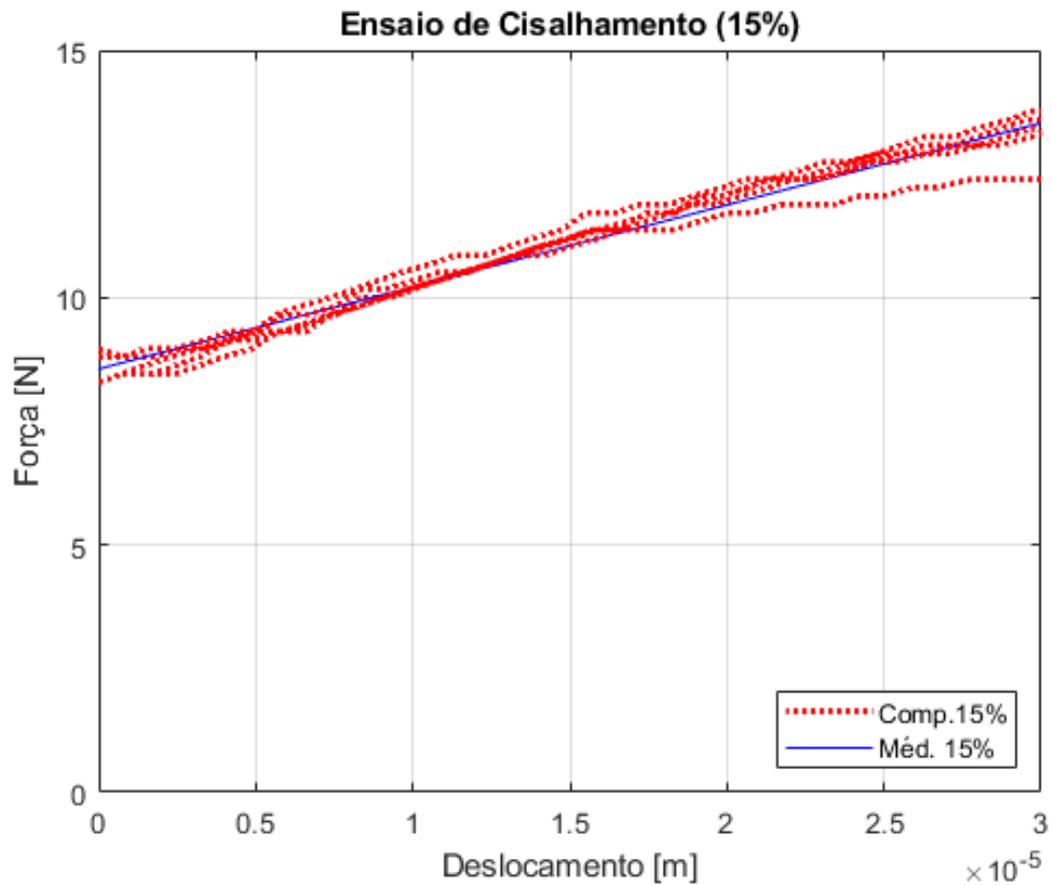


Figura 6.13 – Ensaio de cisalhamento do anel de borracha nos deslocamentos iniciais para 15% de compressão.

$$F = 165852x + 8,5576 \quad (6.20)$$

Para o nível de compressão de 45% (2,40 milímetros)(Figura 6.14), tem-se a Equação (6.21):

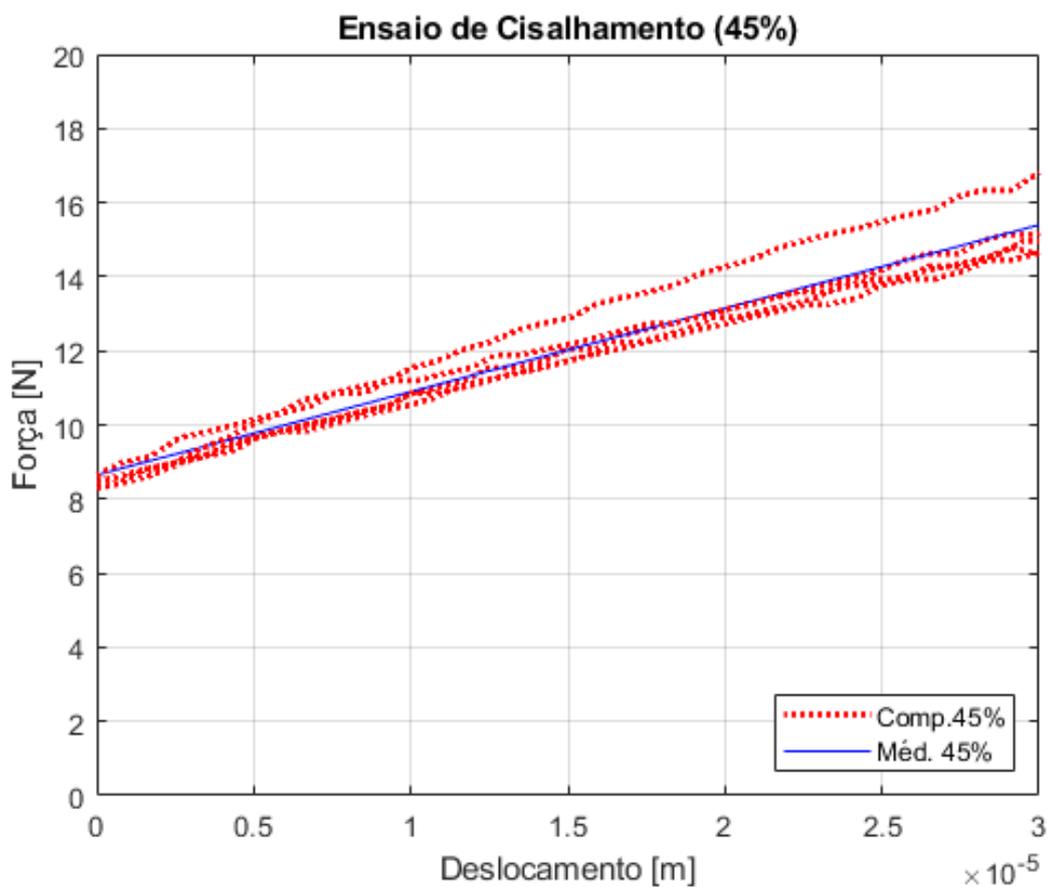


Figura 6.14 – Ensaio de cisalhamento do anel de borracha nos deslocamentos iniciais para 45% de compressão.

$$F = 224970,4x+8,6489 \quad (6.21)$$

Para o nível de compressão de 60% (3,2 milímetros)(Figura 6.15), tem-se a Equação (6.22):

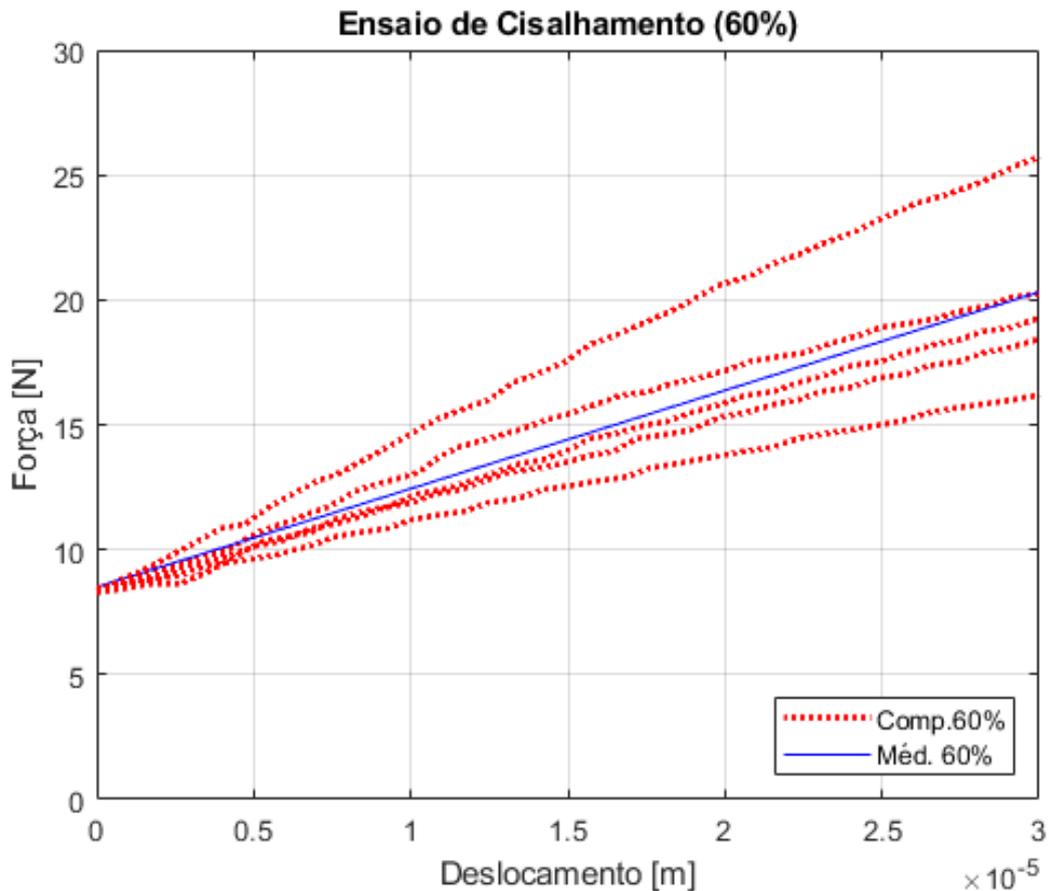


Figura 6.15 – Ensaio de cisalhamento do anel de borracha nos deslocamentos iniciais para 60% de compressão.

$$F = 393502,6x + 8,5066 \quad (6.22)$$

Nesse sentido, após derivar a equação linear, a resposta será uma rigidez constante para cada nível de compressão do anel de borracha. Ainda, como dois anéis de borracha foram utilizados na realização do ensaio, é considerado que ambos colaboram igualmente ao restringir o deslocamento. Portanto, a rigidez é dividida por dois. A derivada das Equações (6.20), (6.21) e (6.22), já divididas por dois, são apresentadas na Equação (6.23).

$$\begin{aligned} K_{CIS,TRANS,15\%} &= 82926 \text{ N/m} \\ K_{CIS,TRANS,45\%} &= 112485,2 \text{ N/m} \\ K_{CIS,TRANS,60\%} &= 196751,3 \text{ N/m} \end{aligned} \quad (6.23)$$

Assim, com a rigidez para os três níveis de compressão, é possível estabelecer uma relação entre a rigidez ao cisalhamento na translação e o nível de compressão dos componentes. A Figura 6.16 apresenta uma linha de tendência para esta relação, e o equacionamento é apresentado na Equação (6.24).

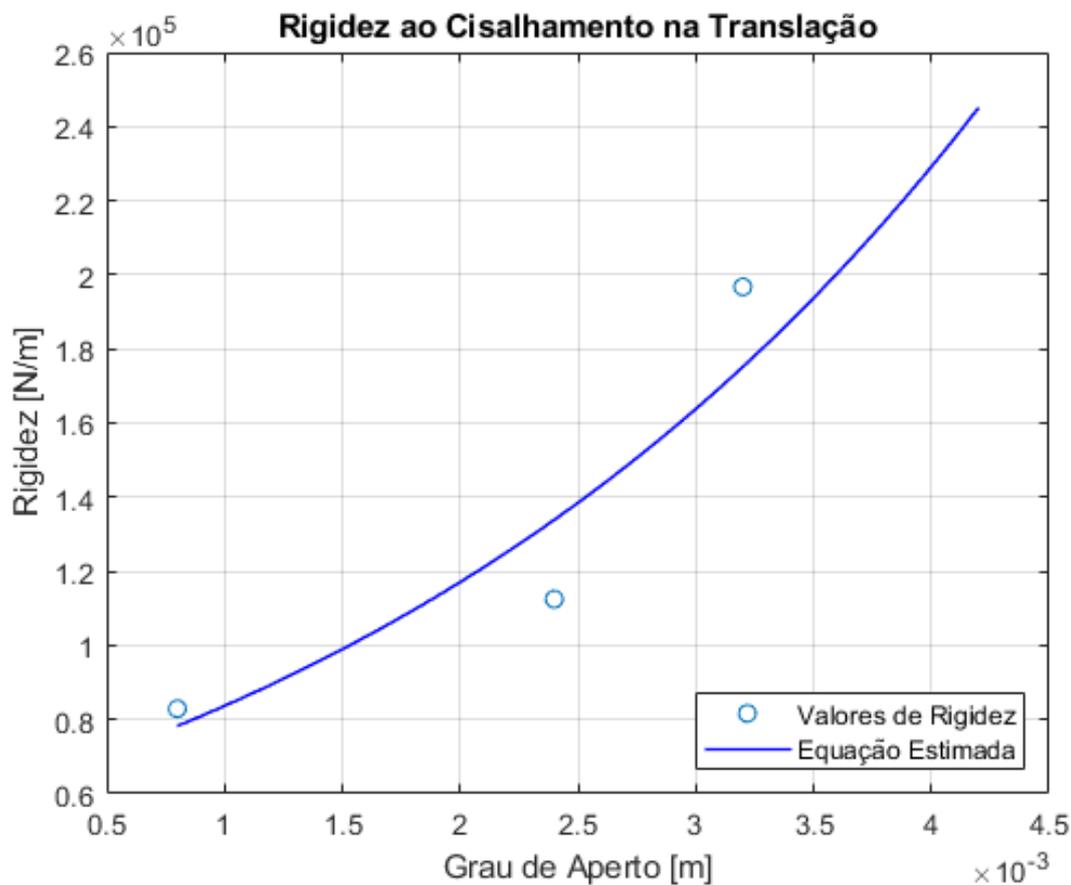


Figura 6.16 – Rigidez ao cisalhamento na translação.

$$K_{CIS,TRANS} = 59813e^{335,79x} \quad (6.24)$$

A Equação (6.24) representa a rigidez ao cisalhamento na translação do anel de borracha, e é utilizada como referência para o material idealizado que é utilizado nas ligações da torre autoportante deste estudo.

### 6.3.3 Rigidez à compressão na rotação

Nesta subseção, são apresentados o ensaio e os cálculos para determinar a rigidez à compressão na rotação do anel de borracha. Conforme explicado anteriormente neste estudo, um ensaio dinâmico é conduzido em uma barra com propriedades que foram definidas nas seções 4.3.1 e 6.2.1. O ensaio se diferencia do realizado anteriormente pois, nesse momento, dois anéis de borracha são inseridos na ligação com a base rígida. Diferentes intensidades de aperto são utilizadas e identificadas por deslocamentos impostos nos anéis de borracha. Os apertos escolhidos foram de 15%, de 30% e de 45%, ou seja, uma pré-compressão de 0,80 milímetros, de 1,6 milímetros e de 2,40 milímetros, respectivamente (Figura 6.17, Figura 6.18 e Figura 6.19).

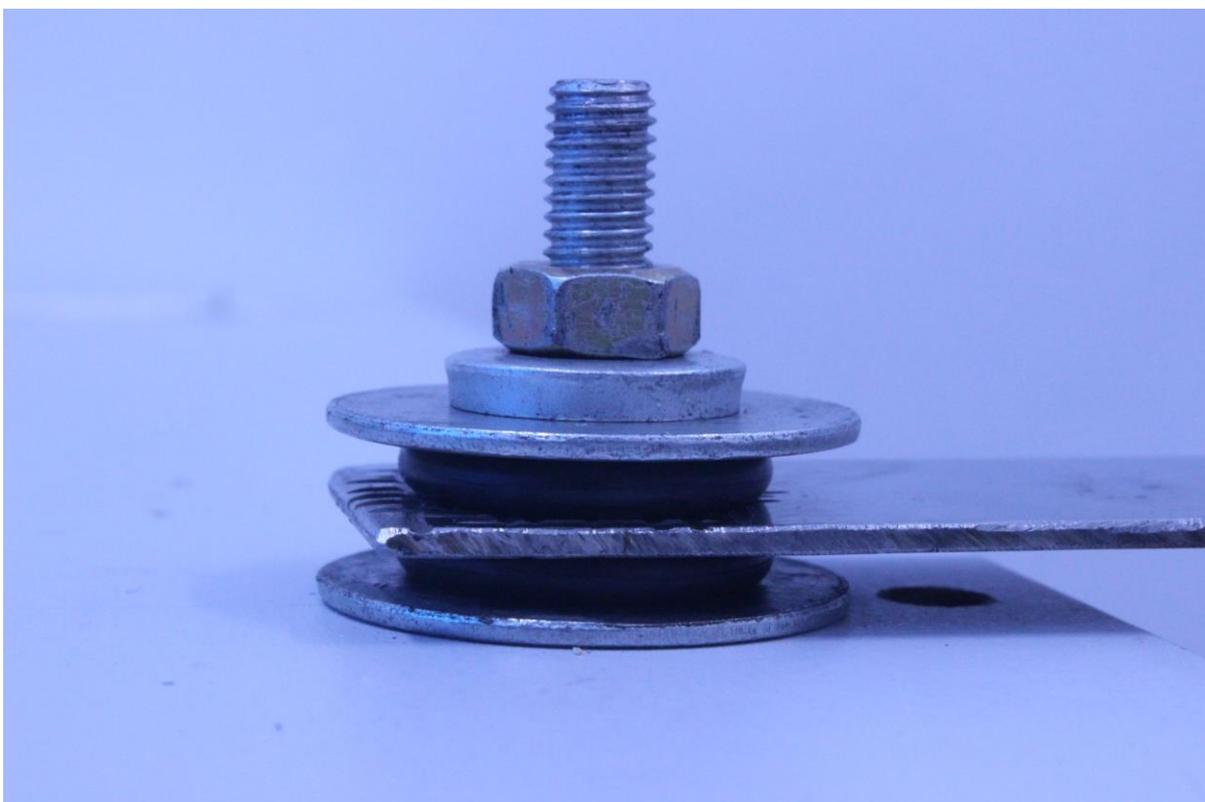


Figura 6.17 – Anéis de borracha com 15% de compressão.

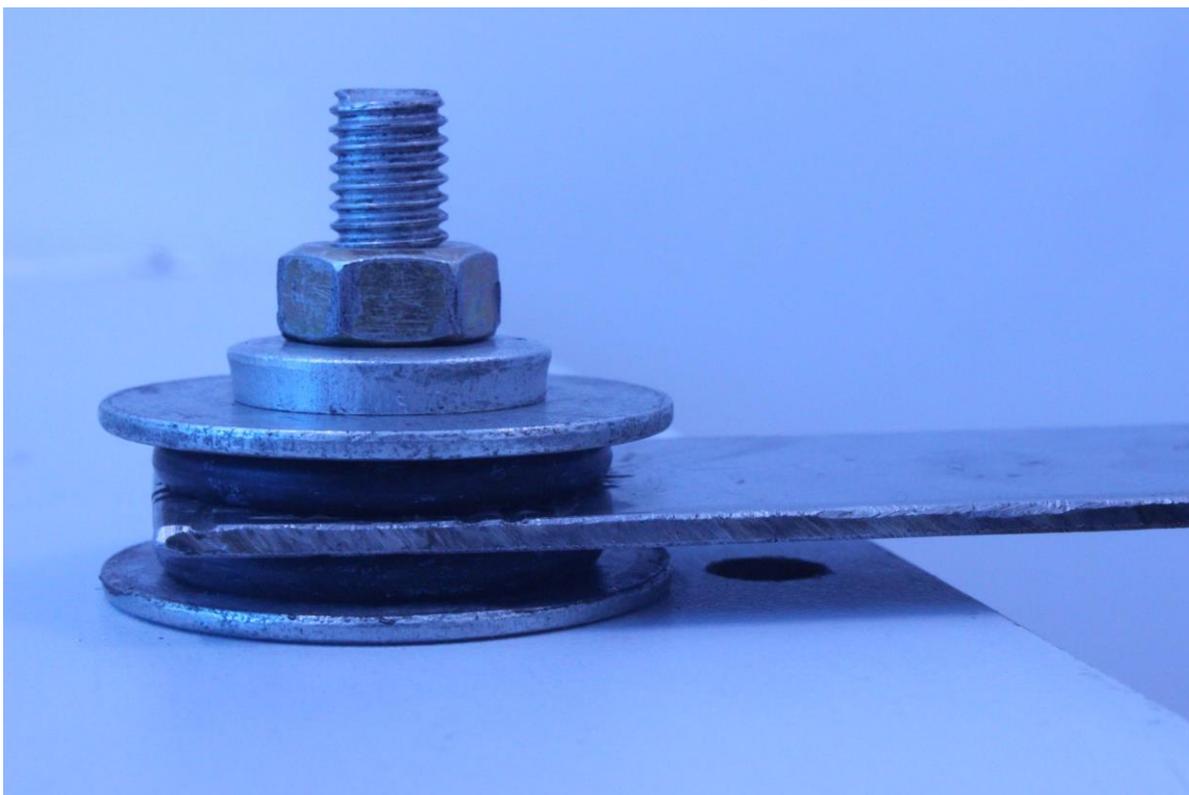


Figura 6.18 – Anéis de borracha com 30% de compressão.

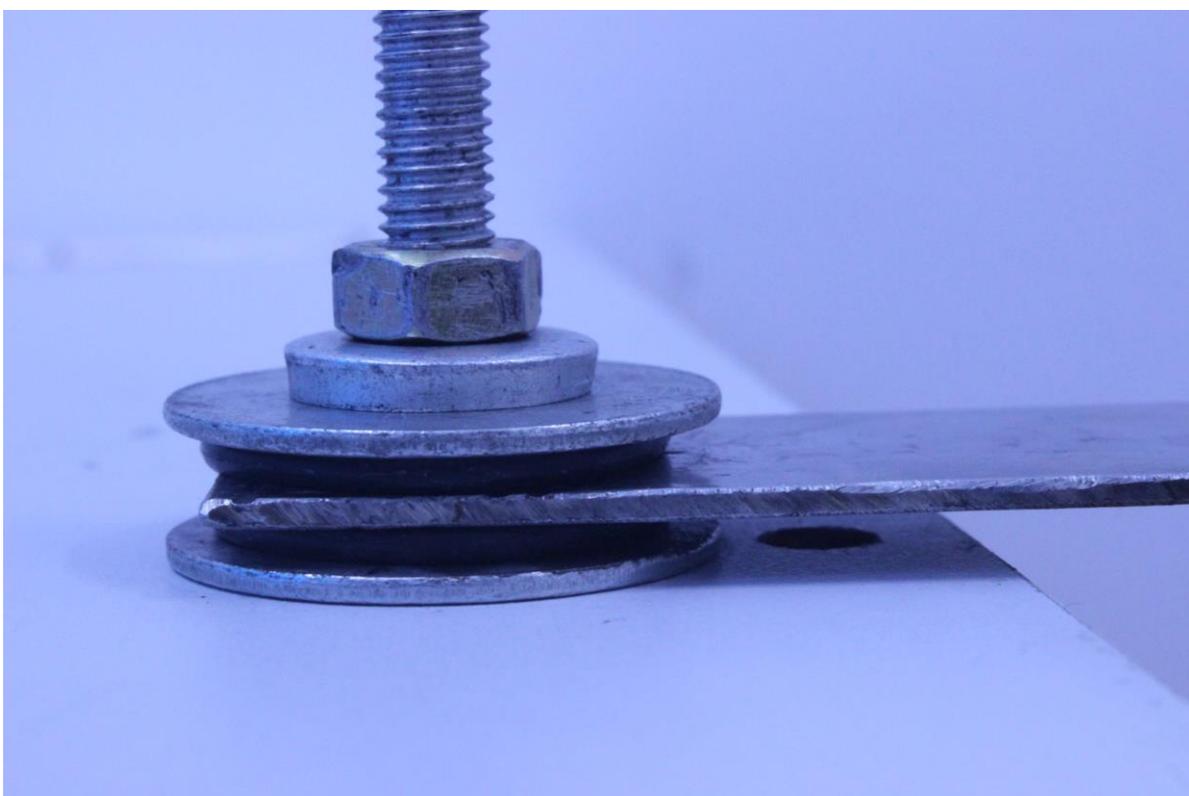


Figura 6.19 – Anéis de borracha com 45% de compressão.

Com os gráficos da aceleração em função do tempo e com a análise de uma sequência de vários períodos, é possível determinar a frequência natural de vibração da estrutura com ligação semirrígida. Para o primeiro modo de vibração da viga, as únicas rigidezes que influenciam no movimento são a rigidez à compressão na translação e a rigidez à compressão na rotação. Os diferentes níveis de rigidez à compressão na translação são determinados na seção 6.3.1 e resumidos na Equação (6.19).

Utilizando um algoritmo de análise modal para simular o ensaio experimental, e inserindo o valor para a rigidez à compressão na translação através da Equação (6.19), é possível variar a rigidez à compressão na rotação para que a frequência natural de vibração obtida numericamente seja a mais próxima possível daquela obtida de modo experimental para cada nível de compressão estudado. Para isso, utiliza-se um algoritmo de otimização, em que a função objetivo é a de minimizar a diferença entre a frequência natural de vibração obtida no algoritmo em relação à frequência natural de vibração obtida experimentalmente. A variável de projeto é a rigidez à compressão na rotação.

A Figura 6.20 apresenta um exemplo de sinal obtido para a configuração de 15% de compressão. Ainda, a Figura 6.21 e a Figura 6.22 apresentam um exemplo de sinal obtido para as configurações de 30% e de 45% de compressão, respectivamente.

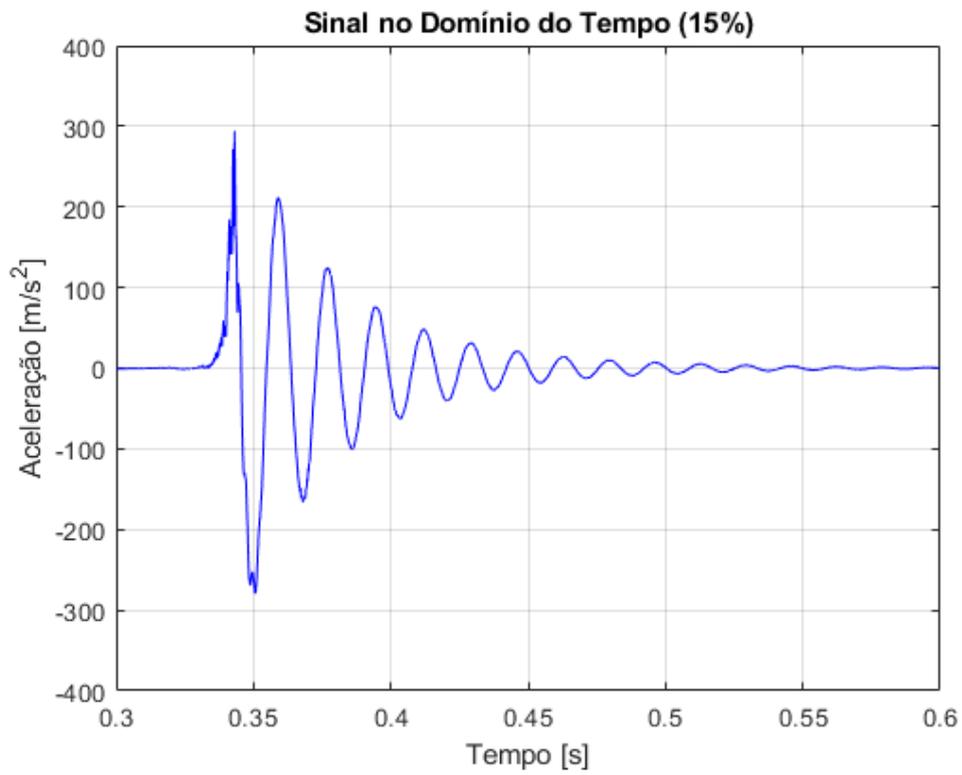


Figura 6.20 – Sinal no tempo para 15% de compressão dos anéis de borracha.

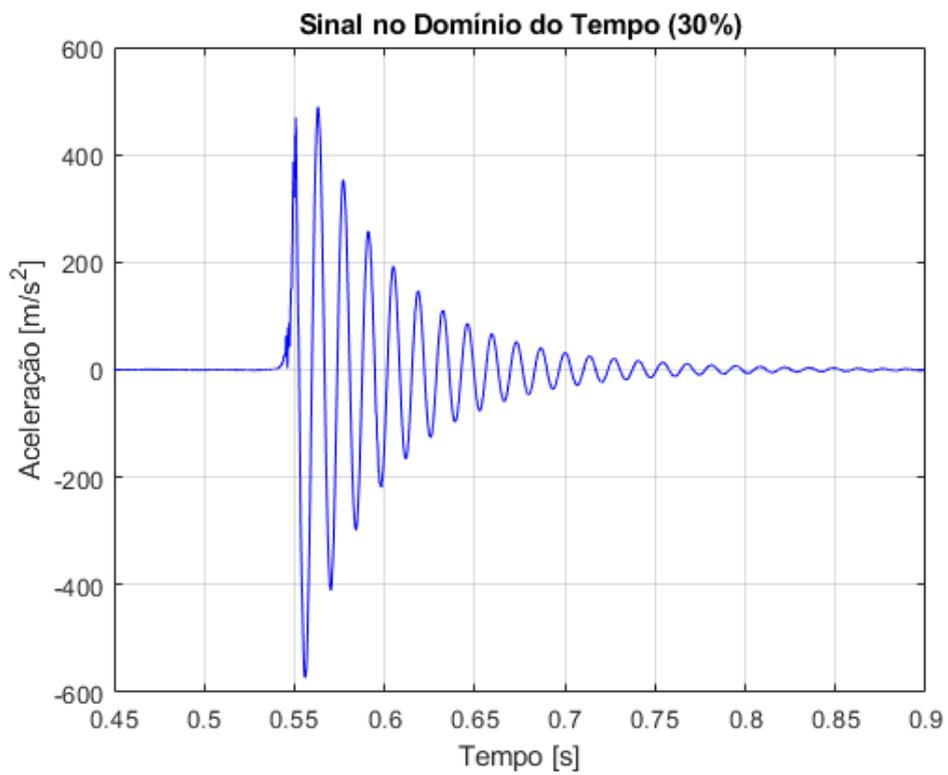


Figura 6.21 – Sinal no tempo para 30% de compressão dos anéis de borracha.

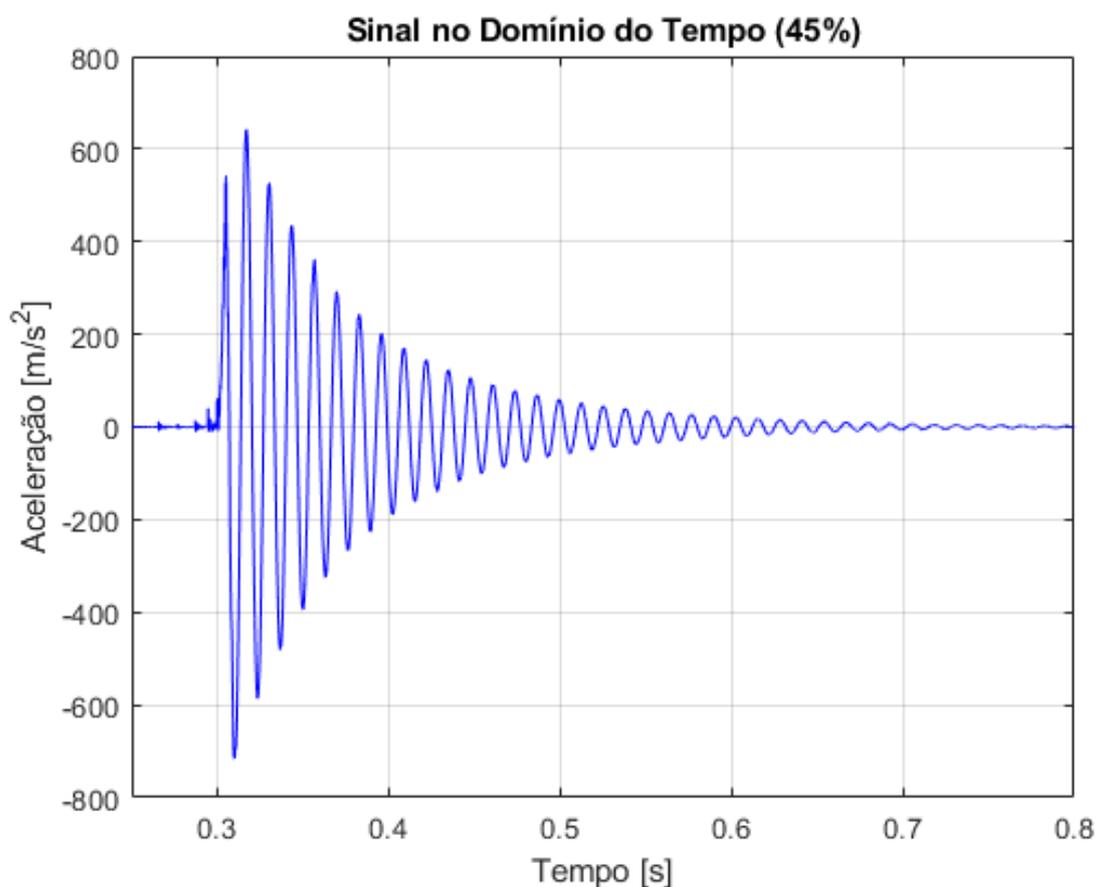


Figura 6.22 – Sinal no tempo para 45% de compressão dos anéis de borracha.

Para cada uma das configurações de aperto das ligações, são realizadas cinco repetições do ensaio. Os valores de frequência obtidos em cada ensaio são apresentados na Tabela 6-2, e as frequências médias para cada configuração de compressão são apresentadas nas Equações (6.25), (6.26) e (6.27).

A frequência natural de vibração fundamental e a rigidez à compressão na rotação obtida para cada uma das três configurações nos processos de otimização são apresentadas na Tabela 6-3 .

Tabela 6-2 – Frequência natural de vibração da barra com anéis de borracha na ligação.

Ensaio	15% ; 0,8mm	30% ; 1,6mm	45% ; 2,4mm
1	58,5812	66,4504	76,7846
2	58,5366	66,4935	77,062
3	58,403	66,2783	77,0156
4	58,1034	66,4073	76,6926
5	58,0311	66,2783	77,0156

$$f_{MED,15\%} = 58,3317 \text{ Hz} \quad (6.25)$$

$$f_{MED,30\%} = 66,3816 \text{ Hz} \quad (6.26)$$

$$f_{MED,45\%} = 76,9141 \text{ Hz} \quad (6.27)$$

Tabela 6-3 – Valores de rigidez utilizados no processo de otimização.

Grau de Compressão (% ; mm)	$f$ (Hz)	$K_{COMP,ROT}$ (Nm/rad)
15% ; 0,8mm	58,3317	37,6788
30% ; 1,6mm	66,3816	59,2371
45% ; 2,4mm	76,9141	120,53

Determinados dos três valores de rigidez à compressão na rotação, é possível definir uma curva de tendência. Essa curva é apresentada na Figura 6.23, e a equação de tendência é apresentada na Equação (6.28).

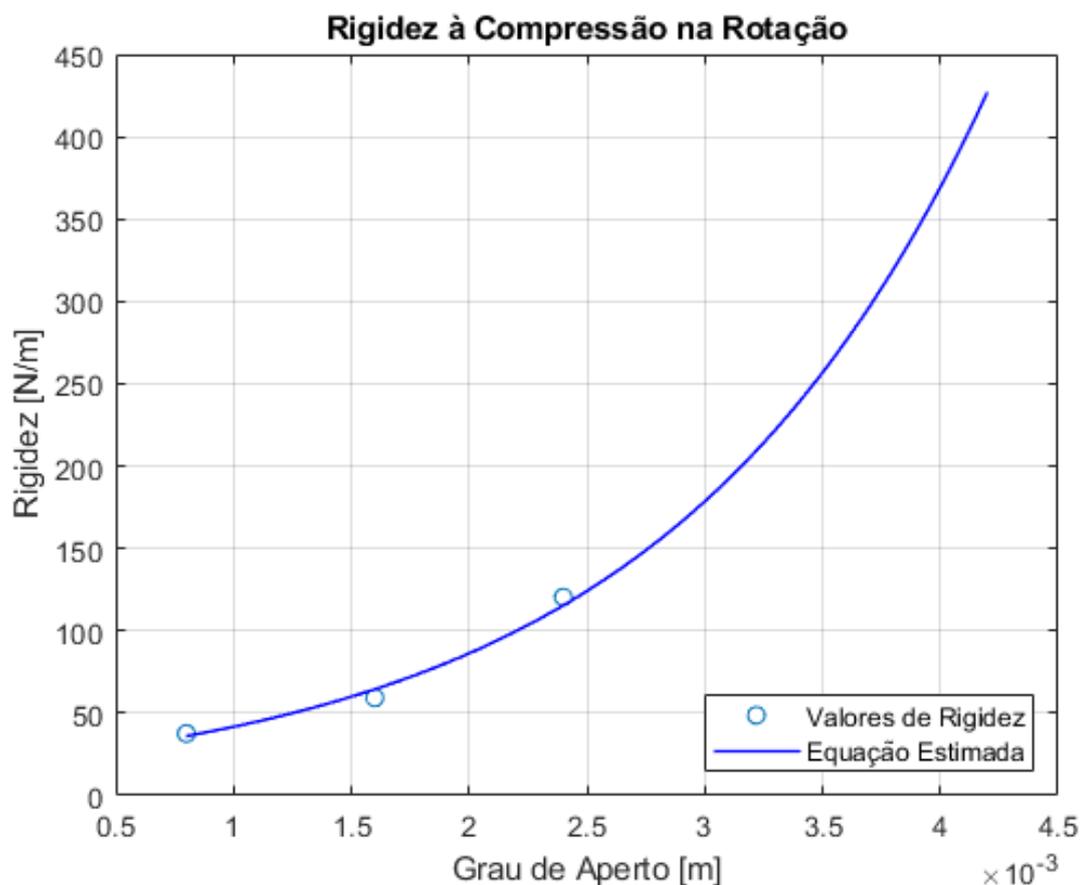


Figura 6.23 – Rigidez à compressão na rotação.

$$K_{COMP,ROT} = 20,18e^{726,75x} \quad (6.28)$$

A Equação (6.28) representa a rigidez à compressão na rotação do anel de borracha, e é utilizada como referência para o material idealizado que é utilizado nas ligações da torre autoportante deste estudo.

#### 6.3.4 Rigidez ao cisalhamento na rotação

Conforme descrito anteriormente, a determinação da rigidez ao cisalhamento na rotação é dada por uma relação matemática, correlacionando as demais rigidezes. A Equação (6.19) representa o comportamento da rigidez à compressão na translação, a Equação (6.24) representa o comportamento da rigidez ao cisalhamento na translação, e a Equação (6.28) representa o comportamento da rigidez à compressão na rotação. Com isso, a rigidez ao cisalhamento na

rotação, que é definida pela Equação (4.8), pode ser escrita conforme apresentado na Equação (6.26):

$$K_{CIS,ROT} = \frac{(59813e^{335,79x})(20,18e^{726,75x})}{77303,53e^{1010,2x}} \quad (6.29)$$

$$K_{CIS,ROT} = 15,6141e^{52,34x}$$

A Equação (6.29) representa a rigidez ao cisalhamento na rotação do anel de borracha. A equação serve como referência para o material idealizado, que é utilizado nas ligações da torre autoportante deste estudo.

## 6.4 Determinação dos coeficientes de amortecimento

### 6.4.1 Coeficiente de amortecimento à compressão na translação e na rotação

Para determinar os coeficientes de amortecimento, são realizados ensaios dinâmicos com uma barra em balanço que possui, inicialmente, uma ligação rígida com a base e, posteriormente, anéis de borracha na ligação entre a barra e a base. Os dados utilizados para analisar a configuração inicial de ligação rígida são os mesmos obtidos no ensaio para determinar o módulo de elasticidade longitudinal (Seção 6.2). Com esses dados, é possível determinar a taxa de amortecimento pelo decremento logarítmico. Assim, para as cinco repetições, os dados da taxa de amortecimento são apresentados na Tabela 6-4, e a taxa de amortecimento média é apresentada na Equação (6.30).

Tabela 6-4 – Taxa de amortecimento para configuração rígida.

Ensaio	Taxa de amortecimento (%)
1	1,56
2	1,571
3	1,553
4	1,524
5	1,582

$$\zeta_{MED} = 1,558 \% \quad (6.30)$$

Os dados utilizados para analisar as demais configurações de semirrigidez são os mesmos obtidos nos ensaios de rigidez à compressão na rotação (Seção 6.3.3). Os níveis de compressão considerados são de 15%, de 30% e de 45%, ou seja, uma pré-compressão de 0,80 milímetros, de 1,6 milímetros e de 2,4 milímetros, respectivamente. Utilizando o decremento logarítmico, é determinada a taxa de amortecimento para cada um dos casos. Os dados são apresentados na Tabela 6-5, e as taxas de amortecimento médio para cada configuração de compressão são apresentadas nas Equações (6.31), (6.32) e (6.33) a seguir.

Tabela 6-5 – Taxa de amortecimento para as configurações semirrígidas.

Ensaio	Taxa de amortecimento 15% (%)	Taxa de amortecimento 30% (%)	Taxa de amortecimento 45% (%)
1	6,752	3,858	2,573
2	6,747	4,112	2,495
3	6,707	4,144	2,639
4	6,733	3,859	2,733
5	6,740	4,240	2,684

$$\zeta_{MED,15\%} = 6,736 \% \quad (6.31)$$

$$\zeta_{MED,30\%} = 4,043 \% \quad (6.32)$$

$$\zeta_{MED,45\%} = 2,624 \% \quad (6.33)$$

Além disso, uma relação de proporcionalidade é considerada entre o coeficiente de amortecimento à compressão na translação e o coeficiente de amortecimento à compressão na

rotação. Essa relação considera que a proporção entre os valores de rigidez é a mesma entre os valores dos coeficientes de amortecimento. Sendo assim, a única variável independente restante é o coeficiente de amortecimento à compressão na rotação. Desse modo, a Equação (4.9) fica, para um grau de aperto de 15%:

$$\begin{aligned}
 K_{COMP,TRANS,15\%} &= 173451,77 \text{ N/m} \\
 K_{COMP,ROT,15\%} &= 37,6788 \text{ Nm/rad} \\
 \frac{173451,77}{37,6788} &= \frac{C_{COMP,TRANS,15\%}}{C_{COMP,ROT,15\%}} \\
 C_{COMP,TRANS,15\%} &= 4603,43 C_{COMP,ROT,15\%}
 \end{aligned} \tag{6.34}$$

Para um grau de aperto de 30%, a Equação (4.9) fica:

$$\begin{aligned}
 K_{COMP,TRANS,30\%} &= 389186,87 \text{ N/m} \\
 K_{COMP,ROT,30\%} &= 59,2371 \text{ Nm/rad} \\
 \frac{389186,87}{59,2371} &= \frac{C_{COMP,TRANS,30\%}}{C_{COMP,ROT,30\%}} \\
 C_{COMP,TRANS,30\%} &= 6569,98 C_{COMP,ROT,30\%}
 \end{aligned} \tag{6.35}$$

E, finalmente, para um grau de aperto de 45%, a Equação (4.9) fica:

$$\begin{aligned}
 K_{COMP,TRANS,45\%} &= 873248,02 \text{ N/m} \\
 K_{COMP,ROT,45\%} &= 120,53 \text{ Nm/rad} \\
 \frac{873248,02}{120,53} &= \frac{C_{COMP,TRANS,45\%}}{C_{COMP,ROT,45\%}} \\
 C_{COMP,TRANS,45\%} &= 7245,06 C_{COMP,ROT,45\%}
 \end{aligned} \tag{6.36}$$

Ao utilizar o algoritmo de análise modal para simular a barra e a ligação semirrígida, é possível, variando o coeficiente de amortecimento à compressão na rotação, alcançar o valor

da taxa de amortecimento determinado experimentalmente para cada nível de compressão estudado.

Para isso, utiliza-se um algoritmo de otimização, em que a função objetivo é a de minimizar a diferença entre a taxa de amortecimento obtida no algoritmo em relação à taxa de amortecimento obtida experimentalmente. A variável de projeto é o coeficiente de amortecimento à compressão na rotação. A Tabela 6-6 apresenta o resumo dos resultados obtidos para os três níveis de compressão.

Tabela 6-6 – Coeficientes de amortecimento para as configurações semirrígidas.

Nível de compressão (% ; <i>mm</i> )	Coeficiente de amortecimento à compressão na rotação ( <i>Nsm/rad</i> )	Coeficiente de amortecimento à compressão na translação ( <i>Ns/m</i> )
15% ; 0,8 <i>mm</i>	0,017353	79,3908
30% ; 1,6 <i>mm</i>	0,014105	92,3608
45% ; 2,4 <i>mm</i>	0,016223	117,2687

Determinados três valores de coeficiente de amortecimento à compressão na rotação, é possível definir uma curva de tendência. Essa curva é apresentada na Figura 6.24, e a equação de tendência é apresentada na Equação (6.37).

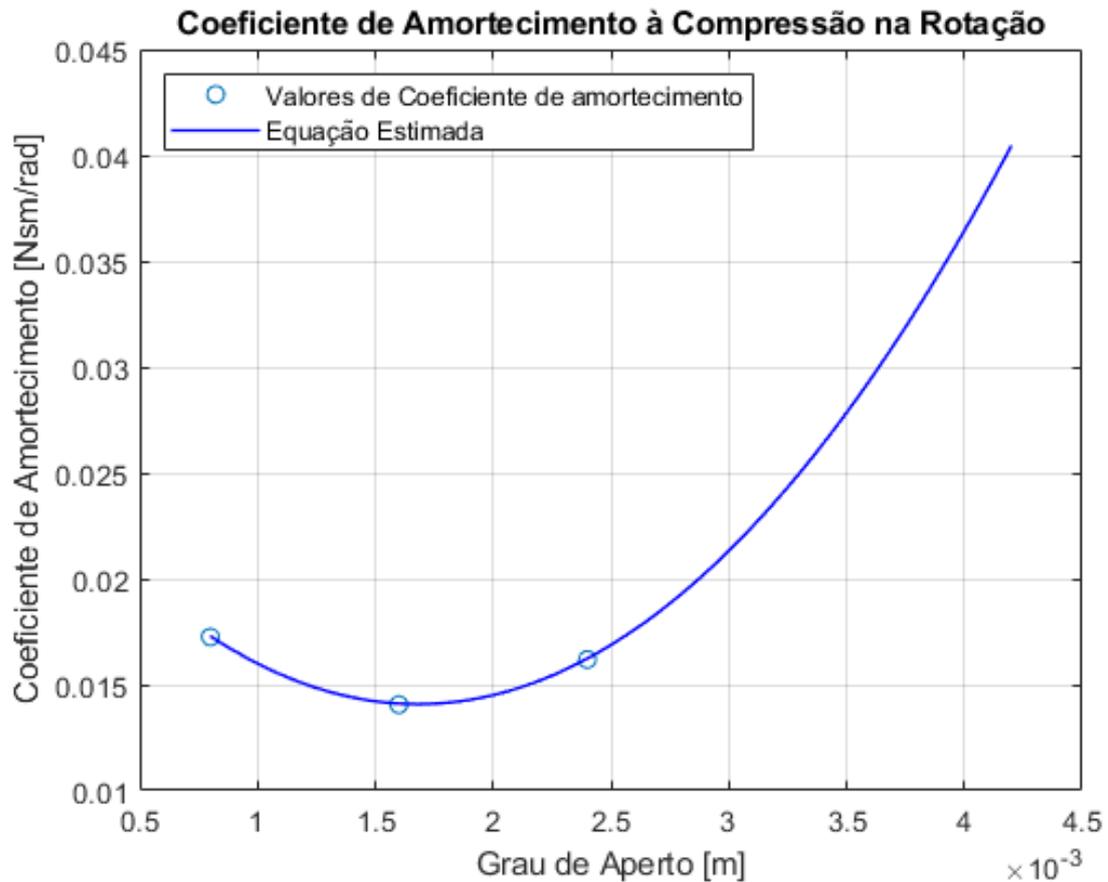


Figura 6.24 – Coeficiente de amortecimento à compressão na rotação.

$$C_{COMP,ROT} = 4153,1x^2 - 13,953x + 0,0258 \quad (6.37)$$

A Equação (6.37) representa o coeficiente de amortecimento à compressão na rotação do anel de borracha. Ainda, com os três valores do coeficiente de amortecimento à compressão na translação, também obtidos da Tabela 6-6, é possível determinar a equação de tendência. A Equação (6.38) representa o coeficiente de amortecimento à compressão na translação do anel de borracha e a Figura 6.25 representa graficamente a equação de tendência.

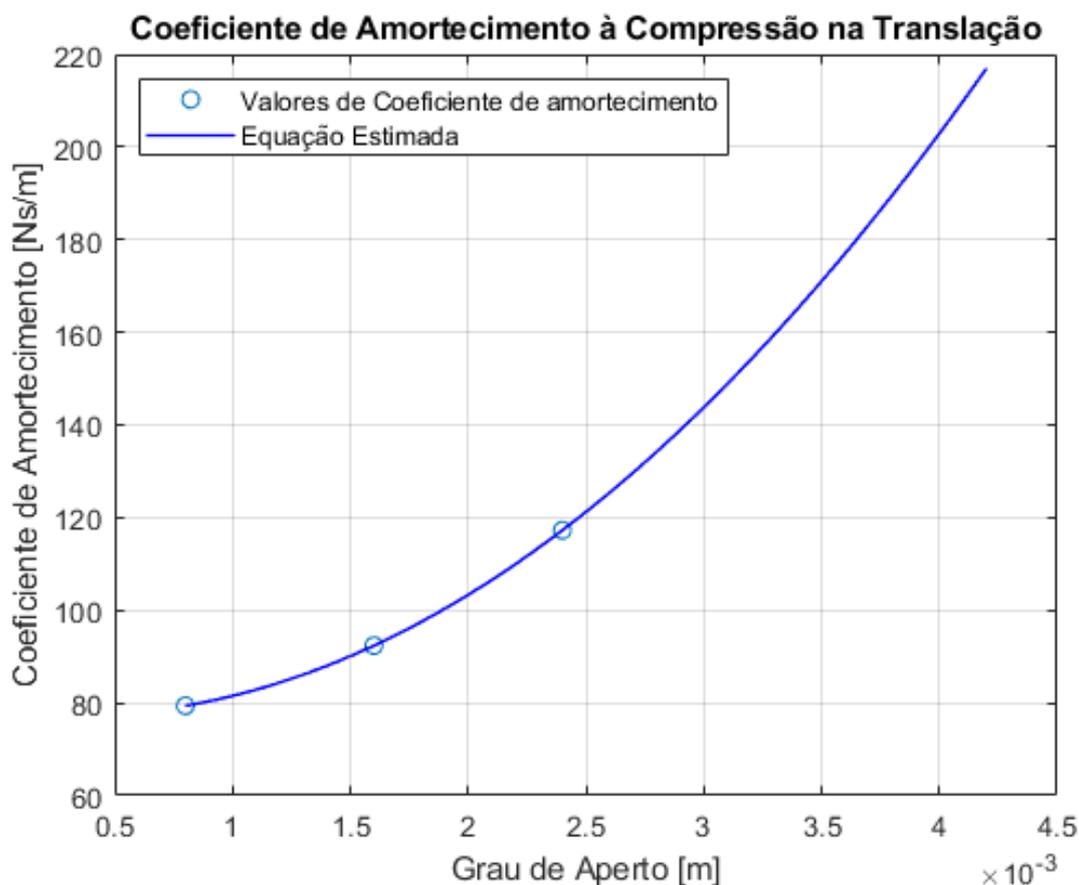


Figura 6.25 – Coeficiente de amortecimento à compressão na translação.

$$C_{COMP,TRANS} = 9326360,04x^2 - 6170,67x + 78,36 \quad (6.38)$$

As Equações (6.37) e (6.38) são utilizadas como referência para o material idealizado que é utilizado nas ligações da torre autoportante deste estudo.

#### 6.4.2 Coeficiente de amortecimento ao cisalhamento na translação e na rotação

Conforme já explicado no decorrer deste estudo, os coeficientes de amortecimento ao cisalhamento na translação e na rotação são determinados por relação de proporção, que considera os coeficientes de amortecimento à compressão na translação e na rotação e as rigidezes para os quatro casos de deformação. Utilizando a Equação (4.10) e a Equação (4.11), têm-se, respectivamente:

$$\frac{59813e^{335,79x}}{77303,53e^{1010,2x}} = \frac{C_{CIS,TRANS}}{9326360,04x^2 - 6170,67x + 78,36} \quad (6.39)$$

$$C_{CIS,TRANS} = 0,7737e^{-674,41x} (9326360,04x^2 - 6170,67x + 78,36)$$

$$\frac{15,6141e^{52,34x}}{20,18e^{726,75x}} = \frac{C_{CIS,ROT}}{4153,1x^2 - 13,953x + 0,0258} \quad (6.40)$$

$$C_{CIS,ROT} = 0,7737e^{-674,41x} (4153,1x^2 - 13,953x + 0,0258)$$

Enquanto a Equação (6.39) representa o coeficiente de amortecimento ao cisalhamento na translação, a Equação (6.40) representa o coeficiente de amortecimento ao cisalhamento na rotação do anel de borracha. Dessa forma, ambas servem como referência para o material idealizado que é utilizado nas ligações da torre autoportante deste estudo.

## 6.5 Análise numérica da estrutura com ligações rígidas

A estrutura apresentada na Figura 4.1 foi modelada em um programa desenvolvido em MATLAB. Assim, uma análise modal é conduzida. Os dados relativos à rigidez e ao coeficiente de amortecimento dos elementos inseridos nas ligações da torre são apresentados no Quadro 6.1.

Quadro 6.1 – Rigidez e coeficiente de amortecimento do elemento para o caso de ligações rígidas.

$K_{CIS,TRANS} = 1E10 \text{ N/m}$	$C_{CIS,TRANS} = 0 \text{ Ns/m}$
$K_{COMP,TRANS} = 1E10 \text{ N/m}$	$C_{COMP,TRANS} = 0 \text{ Ns/m}$
$K_{CIS,ROT} = 1E10 \text{ Nm/rad}$	$C_{CIS,ROT} = 0 \text{ Nsm/rad}$
$K_{COMP,ROT} = 1E10 \text{ Nm/rad}$	$C_{COMP,ROT} = 0 \text{ Nsm/rad}$

O valor utilizado na rigidez para os seis graus de liberdade é suficiente para a estrutura ser considerada perfeitamente rígida. Os valores de frequência natural de vibração para os três primeiros modos da torre são apresentados na Tabela 6-7.

Tabela 6-7 – Frequências na configuração de ligações rígidas.

Modo de vibração	Frequência (Hz)
1	0,6392
2	0,6392
3	3,0195

A razão de amortecimento da estrutura, conforme comentado anteriormente, é de 0,8% para os dois primeiros modos de vibração. A Tabela 6-8 apresenta a razão de amortecimento para os três primeiros modos.

Tabela 6-8 – Razão de amortecimento na configuração de ligações rígidas.

Modo de vibração	Razão de amortecimento (%)
1	0,8
2	0,8
3	1,97

Depois, é aplicada a ação do vento na estrutura e, através do método de Newmark, é realizada uma análise dinâmica. Dessa forma, 30 grupos de vento, cada um contendo quatro sinais, são utilizados na análise dinâmica da estrutura com ligações rígidas. Os perfis de força do vento na estrutura foram determinados na Seção 6.1, e o mesmo método foi utilizado nos 120 ventos criados. A Figura 6.26 mostra os valores de deslocamento máximo no topo da estrutura para todas as 30 simulações.

A Figura 6.27 mostra os deslocamentos no topo da estrutura durante todo o tempo de análise para o grupo de sinais que provocou o maior deslocamento horizontal (nó 605).

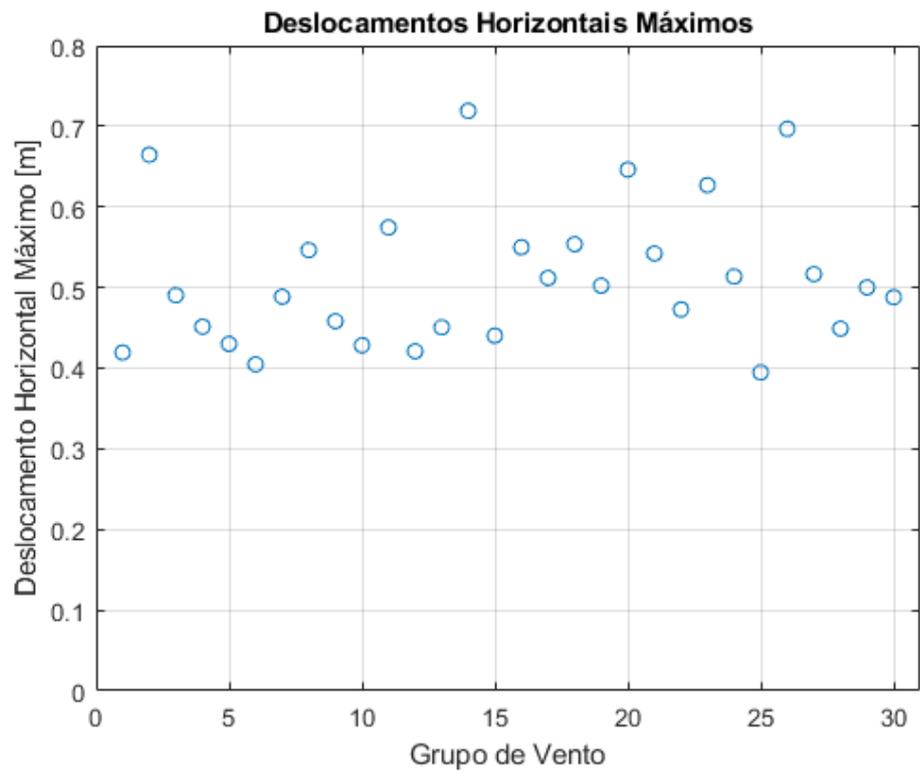


Figura 6.26 – Deslocamento no topo para cada grupo de vento

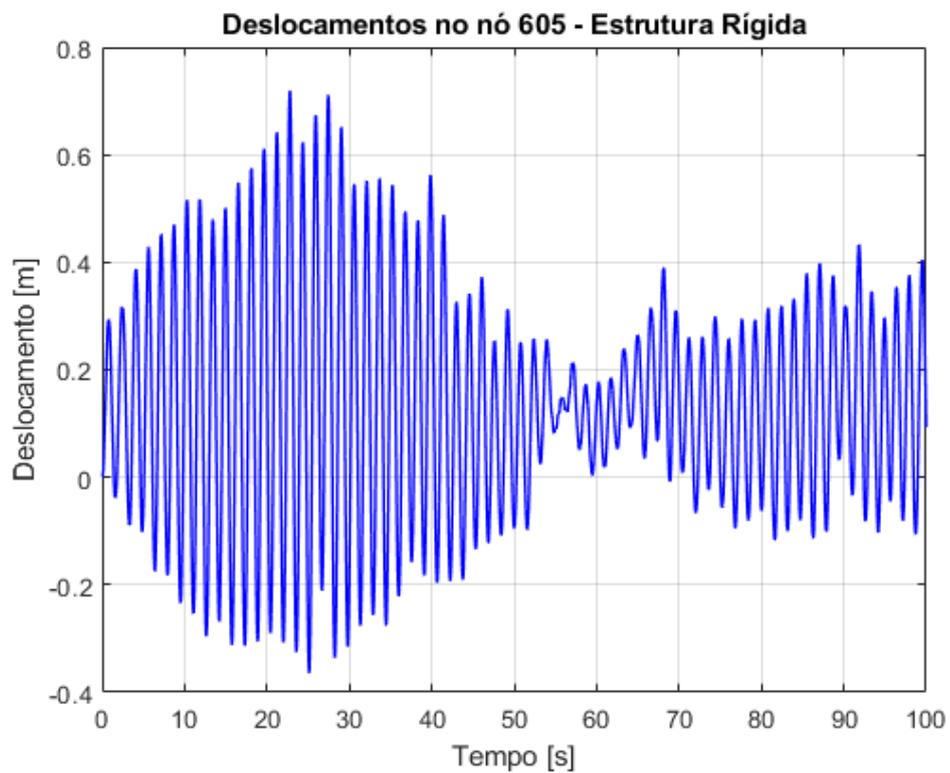


Figura 6.27 – Deslocamento no nó 605 (ligações rígidas).

O deslocamento máximo observado na torre é apresentado no Quadro 6.2.

Quadro 6.2 – Deslocamento máximo no topo da torre.

Nó	Deslocamento Máximo ( <i>m</i> )
605	0,7191

Como a estrutura possui 66 metros de altura, o deslocamento máximo encontrado no topo da estrutura é superior ao limite estipulado neste estudo, que tem como base a norma NBR 8850/2003 (66 centímetros).

## 6.6 Análise numérica da estrutura com ligações semirrígidas

Nesta etapa, os amortecedores de ligação são inseridos nas ligações da estrutura. A ligação é considerada semirrígida. Os valores de rigidez dos amortecedores de ligação, em todos os seis graus de liberdade, são considerados dez vezes maior do que os valores determinados nos estudos experimentais. A Equação (6.19) representa a rigidez à compressão na translação, a Equação (6.28) representa a rigidez à compressão na rotação, a Equação (6.24) representa a rigidez ao cisalhamento na translação, e a Equação (6.29) representa a rigidez ao cisalhamento na rotação, cada uma das equações multiplicada por dez.

Os valores de coeficiente de amortecimento dos amortecedores de ligação em todos os seis graus de liberdade são considerados mil vezes maior do que os valores determinados nos estudos experimentais. A Equação (6.38) representa o coeficiente de amortecimento à compressão na translação, a Equação (6.37) representa o coeficiente de amortecimento à compressão na rotação, a Equação (6.39) representa o coeficiente de amortecimento ao cisalhamento na translação, e a Equação (6.40) representa o coeficiente de amortecimento ao cisalhamento na rotação, cada uma das equações multiplicada por mil.

As oito equações que regem o comportamento dos amortecedores de ligação dependem exclusivamente do nível de compressão na qual estão submetidas. Com base nisso, um estudo de otimização é conduzido para que o deslocamento no topo seja minimizado, a partir da aplicação na estrutura com ligações semirrígidas do mesmo vento já utilizado na estrutura com ligações rígidas e da variação do nível de compressão dos amortecedores de ligação. Após

realizada a otimização, o valor para o deslocamento do amortecedor de ligação é apresentado na Equação (6.41).

$$d_{anel} = 1,4694 \text{ mm} \quad (6.41)$$

Com isso, os valores de rigidez e o coeficiente de amortecimento para todos os graus de liberdade, sob a condição de compressão do amortecedor de ligação descrita na Equação (6.41), são apresentados no Quadro 6.3.

Quadro 6.3 – Rigidez e coeficiente de amortecimento do elemento para o caso de ligações semirrígidas.

$K_{CIS,TRANS} = 9,7967E5 \text{ N/m}$	$C_{CIS,TRANS} = 2,5686E4 \text{ Ns/m}$
$K_{COMP,TRANS} = 3,4108E6 \text{ N/m}$	$C_{COMP,TRANS} = 8,9430E4 \text{ Ns/m}$
$K_{CIS,ROT} = 1,6862E2 \text{ Nm/rad}$	$C_{CIS,ROT} = 4,0971 \text{ Nsm/rad}$
$K_{COMP,ROT} = 5,8708E2 \text{ Nm/rad}$	$C_{COMP,ROT} = 1,4265E1 \text{ Nsm/rad}$

Uma análise modal é conduzida, do mesmo modo que para o caso da estrutura com ligações perfeitamente rígidas. O valor das três primeiras frequências naturais de vibração da torre para o caso de ligações semirrígidas é apresentado na Tabela 6-9.

Tabela 6-9 – Frequências na configuração de ligações semirrígidas.

Modo de vibração	Frequência (Hz)
1	0,5133
2	0,5146
3	0,7072

A razão de amortecimento obtida para essa configuração de torre é apresentada na Tabela 6-10.

Tabela 6-10 – Razão de amortecimento na configuração de ligações semirrígidas.

Modo de vibração	Razão de amortecimento (%)
1	2,18
2	2,17
3	6,15

O perfil de força do vento na estrutura foi determinado na Seção 6.1 e é idêntico àquele aplicado na estrutura com ligações consideradas perfeitamente rígidas. A Figura 6.28 mostra os deslocamentos no topo da estrutura (nó 605) ao longo do tempo de análise.

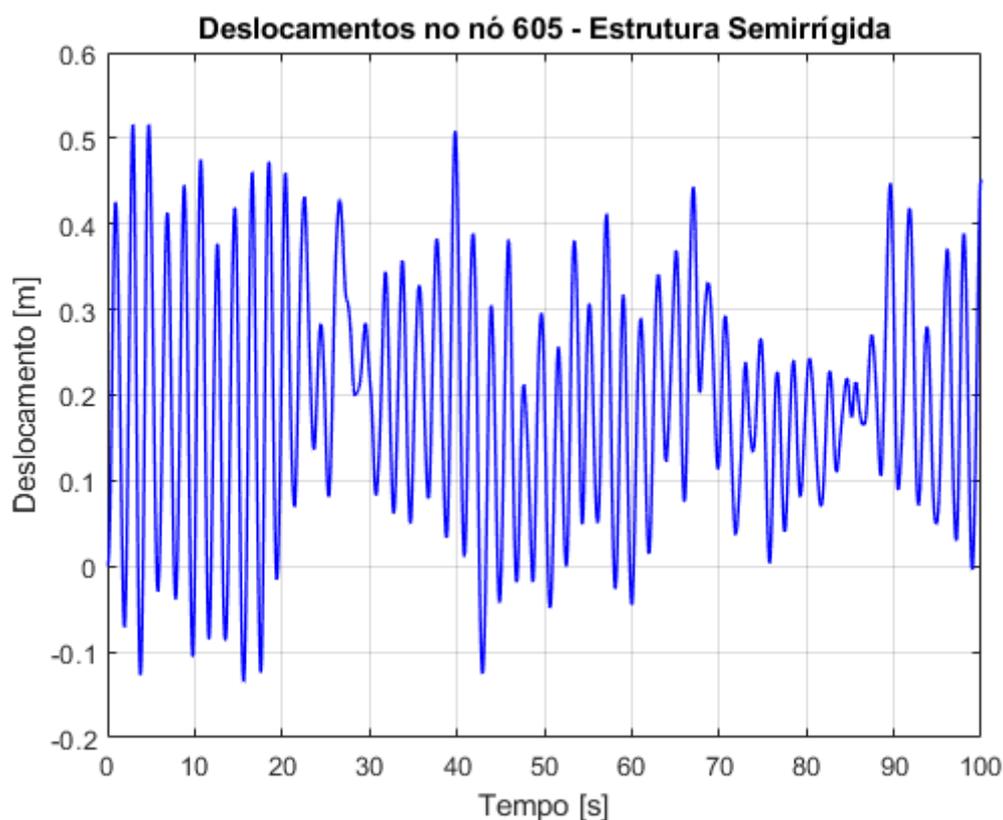


Figura 6.28 – Deslocamento no nó 605 (ligações semirrígidas).

O deslocamento máximo observado na torre com ligações consideradas semirrígidas é apresentado no Quadro 6.4.

Quadro 6.4 – Deslocamento máximo da torre.

Nó	Deslocamento Máximo ( $m$ )
605	0,5166

A curva de convergência é apresentada na Figura 6.29.

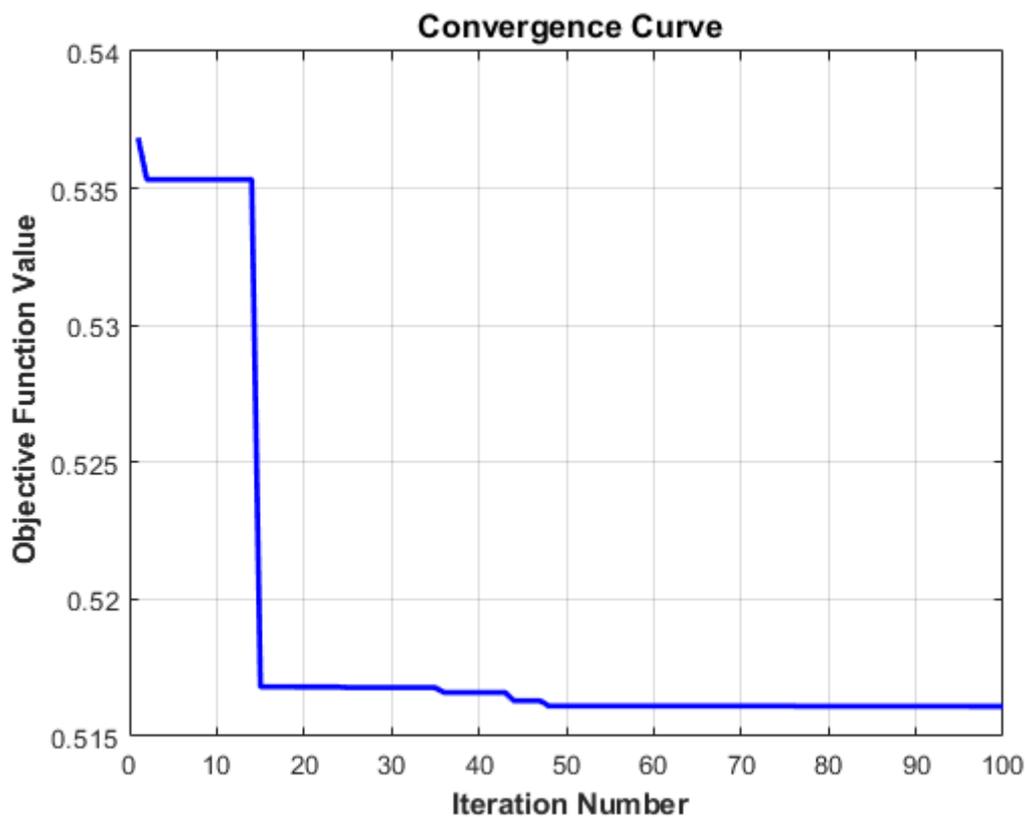


Figura 6.29 – Curva de convergência do processo de otimização.

Dessa forma, é possível perceber que o deslocamento máximo encontrado no topo da estrutura com os amortecedores de ligação se encontra dentro do limite estipulado neste estudo, que é baseado na norma NBR 8850/2003 (66 centímetros).

## 6.7 Comparação dos resultados

Nesta seção, são comparados os resultados obtidos no estudo numérico realizado com ligações consideradas rígidas e com ligações semirrígidas com amortecedores de ligação otimizados. O resumo dos resultados é apresentado na Tabela 6-11. O comparativo dos

deslocamentos máximos no topo da torre (nó 605) para as configurações de ligações rígidas e semirrígidas é apresentado na Figura 6.30 a seguir.

Tabela 6-11 – Resumo dos resultados obtidos.

Configuração	Rígida	Semirrígida
Frequência Fundamental	0,6392 Hz	0,5133 Hz
Taxa de Amortecimento	0,8 %	2,18 %
Deslocamento Máximo no topo da torre	0,7191 m	0,5166 m

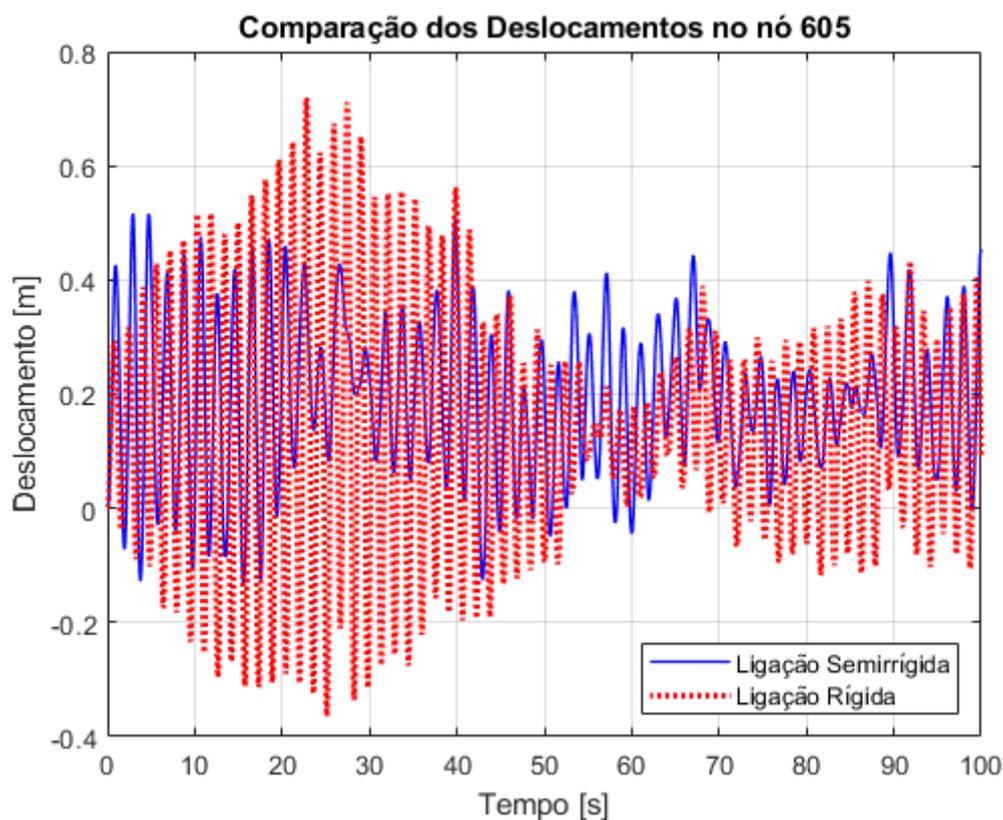


Figura 6.30 – Comparação dos deslocamentos para as duas diferentes configurações.

Comparando os resultados obtidos, é possível notar que inserindo amortecedores de ligação otimizados, a frequência natural de vibração diminuiu 19,7%. Inicialmente, a estrutura tinha um deslocamento máximo no topo de 0,7191m e após a colocação de amortecedores de

ligação otimizados na estrutura, o deslocamento máximo diminuiu para 0,5166m, o que representa uma redução de 28,16%.

Ademais, observando a Figura 6.30, é possível notar visualmente que, na maior parte do intervalo analisado, os deslocamentos foram reduzido. Isso indica que a presença dos amortecedores de ligação também auxilia na redução da amplitude do deslocamento em todo o período de aplicação da força do vento. Por fim, ao comparar os resultados de deslocamento no topo da estrutura na configuração de ligações rígidas e semirrígidas, é possível perceber que, na primeira configuração, o deslocamento máximo excedia o limite máximo de deslocamento. Contudo, depois da inserção dos amortecedores de ligação o deslocamento máximo da torre diminuiu e cumpriu o requisito do presente estudo.

## 7 CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

O uso de dispositivos de dissipação de energia para minimizar o efeito de deslocamentos elevados em estruturas muito suscetíveis a vibrações é amplamente estudado nos cursos de graduação e pós-graduação de engenharia. Entretanto, a grande maioria destes estudos está relacionada à adição de amortecedores ativos ou passivos na estrutura original. Por outro lado, a semirrigidez das ligações inserindo amortecedores de ligação para melhorar a dissipação de energia é um assunto pouco estudado.

Neste trabalho, com a intenção de melhorar a resposta dinâmica de uma torre metálica, amortecedores foram inseridos nas ligações, modificando a rigidez e o coeficiente de amortecimento das mesmas e, por consequência, a rigidez e a razão de amortecimento da estrutura.

Em relação às frequências naturais de vibração da estrutura, percebe-se uma redução em comparação com a estrutura original, em razão da diminuição da rigidez nos seis graus de liberdade nas ligações.

Avaliando a razão de amortecimento da estrutura da torre nas duas configurações de ligação, é possível notar um aumento de 172,5% em relação ao amortecimento original. Isso indica que a presença dos amortecedores de ligação na estrutura faz aumentar a dissipação de energia do sistema.

Em relação aos valores de deslocamento máximo no topo, observa-se uma redução importante para a estrutura. O deslocamento de compressão que o amortecedor de ligação sofreu e, por consequência, as rigidezes e os coeficiente de amortecimento inseridos nas ligações, foram responsáveis por diminuir em aproximadamente 28% o deslocamento máximo no topo da estrutura, além de dobrar a razão de amortecimento da estrutura. Ainda, inicialmente a estrutura não cumpria o requisito de deslocamento máximo transversal ou longitudinal da norma NBR 8850/2003 utilizado como limite neste estudo e, após a inclusão dos amortecedores de ligação, o deslocamento máximo foi diminuído cumprindo o requisito da norma.

Comparando os resultados obtidos para a estrutura com ligações rígidas e semirrígidas é possível perceber um ganho no desempenho frente à ação do vento por parte da estrutura com amortecedores de ligação.

Com isso, conclui-se que a metodologia proposta é eficaz e pode ser utilizada para reduzir o deslocamento máximo deste tipo de estrutura.

Um ponto importante a salientar são as incertezas que o modelo utilizado nesta tese apresenta. Em relação aos anéis de borracha, estes são considerados com a rigidez variando somente com a intensidade do aperto (deslocamento de compressão). Entretanto, outras condições como a intensidade da força aplicada, o deslocamento (angular ou translacional) que o anel está submetido na aplicação, a temperatura do anel de borracha no instante dos deslocamentos que tem uma grande discrepância entre uma situação controlada dentro de um laboratório e uma situação em que está exposto às mais variadas temperaturas e comprimido por perfis metálicos com grande condutividade térmica, entre outras variáveis existentes.

Outro ponto de observação são os ensaios experimentais. O ensaio para determinação da rigidez ao cisalhamento na translação não fica preciso para os deslocamentos mais altos pois, dependendo da intensidade da força aplicada e da intensidade do aperto da ligação, o anel de borracha desliza e perde a capacidade de conter o deslocamento. Esse item pode ser bem visualizado na Figura 6.11 para o caso do aperto de 15%. Uma possível solução seria utilizar algum tipo de cola para evitar o deslizamento. Entretanto, como as dimensões dos anéis são muito pequenas, a aplicação da cola responderia por uma parcela significativa da resposta do anel, modificando o verdadeiro comportamento.

Em relação a determinação da rigidez ao cisalhamento na rotação e na translação e dos coeficientes de amortecimento, estes foram determinados através de relações matemáticas de proporção. Para melhorar a confiança nesses valores, seria melhor realizar ensaios experimentais exclusivos para cada uma das deformações identificadas nesse trabalho.

Outro modo para determinar os valores de rigidez e coeficiente de amortecimento é um estudo numérico, utilizando modelos de materiais visco elásticos já estudados e tabelados, simulando o anel de borracha em um *software* e aplicando as quatro deformações. Nesse caso os valores de rigidez e coeficiente de amortecimento seriam obtidos sem a influência de excentricidades ou deslizamentos. Para isso, é indicado o uso de um software robusto, como o Abaqus, por exemplo. Entretanto, os resultados obtidos seriam para componentes que possuem, precisamente, as relações constitutivas inseridas no programa, que não necessariamente são as encontradas em anéis de borracha comerciais.

O modo que se apresenta mais interessante para determinar as rigidezes e os coeficientes de amortecimento é um estudo numérico-experimental, em que se determina, por exemplo, a rigidez à compressão na translação e a rigidez ao cisalhamento na translação e depois, através de ajuste de parâmetros, determinar uma relação constitutiva para o material do componente.

Então, com a relação constitutiva do material real, determinar os demais valores de rigidez e coeficiente de amortecimento.

Com relação ao componente anel de borracha utilizado, o o'ring apresenta uma dificuldade em relação a área de contato inicial. Como a seção é circular, matematicamente, a área inicial de contato é zero pois se trata de uma linha. Para evitar esse problema, é indicado o uso de anéis de borracha com área inicial de contato diferente de zero, como por exemplo, uma gaxeta de seção quadrada ou retangular.

No que diz respeito à estrutura, também existem algumas incertezas. Embora tenha sido inspirada uma estrutura real, as ligações parafusadas são consideradas perfeitamente rígidas, o que não necessariamente ocorre nas estruturas reais. Além disso, uma razão de amortecimento é considerada para os dois primeiros modos de vibração com base na NBR 6123, mas esse valor pode não representar de forma correta a taxa de amortecimento desta estrutura em particular.

Em relação ao vento, o mapa de isopleias apresenta um vento extremo, com probabilidade anual de ocorrência de 2%. Para a estrutura da torre a análise não é incorreta, mas inserindo a torre dentro de um contexto de aplicação em telecomunicações, devem ser avaliadas velocidades de vento mais usuais, dando mais relevância ao estado de limite de serviço em comparação ao estado de limite último.

## 8 ESTUDOS FUTUROS

Como já apresentado no trabalho, a inclusão de amortecedores de ligação nas ligações de estruturas metálicas reticuladas pode melhorar o desempenho em relação a ações dinâmicas. Com a intenção de progredir no assunto, melhorando aspectos abordados nessa tese e avaliando itens não estudados, são feitas algumas considerações para trabalhos futuros.

Aplicar a metodologia proposta em outras estruturas também suscetíveis a ações dinâmicas em outros estudos numéricos;

Modificar os componentes utilizados como amortecedores de ligação, não somente em relação ao material utilizado, mas também em relação à geometria;

Estudar a composição de um material com as propriedades de rigidez e coeficientes de amortecimento descritos nessa tese;

Estudar novas formas/tipos de ensaios experimentais para determinar com mais precisão as rigidezes e os coeficientes de amortecimento que foram considerados proporcionais às demais propriedades.

Utilizar um procedimento de análise dimensional para tornar adimensional as leis obtidas para as rigidezes e os coeficientes de amortecimento.

Realizar um estudo experimental em uma torre real empregando a metodologia proposta neste trabalho.

Utilizar outros processos de otimização, tal como a topológica, avaliando a necessidade ou não da presença dos amortecedores de ligação em todas as ligações. Também, avaliar a resposta da estrutura com os amortecedores de ligação somente em uma parcela da estrutura com, por exemplo, na metade ou no terço inferior.

Realizar novamente o estudo levando em consideração as incertezas do problema como, por exemplo, a não rigidez absoluta das ligações para uma estrutura sem amortecedores de ligação.

Estudar o efeito de excitações provocadas por equipamentos instalados como, por exemplo, desprendimento de vórtices.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 6123**: Forças devidas ao vento em edificações. Rio de Janeiro, 1988.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 8850**: Execução de suportes metálicos treliçados para linhas de transmissão - Procedimento. Rio de Janeiro, 2003.

AKBAS, B.; SHEN, J. Seismic behavior of steel buildings with combined rigid and semi-rigid frames. **Turkish Journal of Engineering and Environmental Sciences**, v. 27, p. 253-264, 2003.

ARFIADI, Y.; HADI, M. N. S. Optimum placement and properties of tuned mass dampers using hybrid genetic algorithms. **International Journal of Optimization in Civil Engineering**, v. 1, p. 167-187, 2011.

ATTARNEJAD, R.; GHARESHIRAN, M. R.; PIRMOZ, A. Seismic performance of semi-rigid frames with connection dampers. **In: 8<sup>th</sup> National Congress on Civil Engineering**. Babol, Iran, 2014.

BARRANCO, C. B. **Otimização de pórticos de aço e amortecedores viscosos sob excitação sísmica**. Dissertação de mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2020.

BARBAGALLO, F. et al. Seismic design and performance of dual structures with BRBs and semi-rigid connections. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 158, p. 306-316, 2019.

BASIŃSKI, W. Analysis of oscillatory motion of SIN girders with semirigid joints. **Architecture Civil Engineering Environment**, v. 9, p. 55-65, 2016.

BEKDA, G.; NIGDELI, S. M. Estimating optimum parameters of tuned mass dampers using harmony search. **Engineering Structures**, v. 33, p. 2716-2723, 2011.

BENDAT, J. S.; PIERSOL, A. G. **Random data: analysis and measurement procedures**. John Wiley & Sons, 2011

BLESSMANN, J. **O vento na engenharia estrutural**. Editora da Universidade, Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), Porto Alegre, 166 p., 1995.

CACCIOLA, P.; COLAJANNI, P.; MUSCOLINO, G. Stochastic sensitivity of steel frames with connection dampers by modal analysis. **In: Proceedings of the 20th International Modal Analysis Conference**. Los Angeles, USA, 2002.

GERDAU. **Catálogo Cantoneiras de abas iguais**. Online. Disponível em <<https://www2.gerdau.com.br/produtos/cantoneira-gerdau>>. Acesso em: 01 mar. 2021.

CHAN, S. L.; HO, G. W. M. Nonlinear vibration analysis of steel frames with semirigid connections. **Journal of Structural Engineering**, v. 120, p. 1075-1087, 1994.

DARYAN, A. S. et al. Behavior of semi-rigid connections and semi-rigid frames. **The Structural Design of Tall and Special Buildings**, v. 23, p. 210-238, 2014.

ELNASHAI, A. S.; ELGHAZOULI, A. Y.; DENESH-ASHTIANI, F. A. Response of semirigid steel frames to cyclic and earthquake loads. **Journal of structural Engineering**, v. 124, p. 857-867, 1998.

ELVIN, A.; STRYDOM, J. Optimizing structures with semi-rigid connections using the principle of virtual work. **International Journal of Steel Structures**, v. 18, p. 1006-1017, 2018.

GROTTO, L. G. **Ligações semirrígidas na análise dinâmica de estruturas metálicas treliçadas**. Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2018.

GROTTO, L. G.; MIGUEL, L. F. F.; KAMINSKI JR., J. Optimization of stiffness and damping coefficients of connection dampers to reduce the dynamic response of transmission line steel towers subject to wind action. **International Journal of Advanced Steel Construction**, v. 19, p. 254-262, 2023.

HSU, S. Y., FAFITIS, A. Seismic analysis design of frames with viscoelastic connections. **Journal of Structural Engineering**, v. 118, p. 2459-2474, 1992.

IHADDOUDÈNE, A. N. T.; SAIDANI, M.; CHEMROUK, M. Modeling of steel frames with semi rigid joints. **International Journal of Applied Engineering Research**, v. 3, p. 955-967, 2008.

KAWASHIMA, S.; FUJIMOTO, T. Vibration analysis of frames with semi-rigid connections. **Computers & Structures**, v. 19, p. 85-92, 1984.

KAZEM, H et al. Investigation of seismic rehabilitation of steel buildings with semi-rigid connections. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Structures and Buildings**, v. 173, p. 99-108, 2019.

LU, X.; CHEN, J. Parameter optimization and structural design of tuned mass damper for shanghai centre tower. **The Structural Design of Tall and Special Buildings**, v. 20, p. 453-471, 2011.

MARANO, G. C.; GRECO, R.; CHIAIA, B. A comparison between different optimization criteria for tuned mass dampers design. **Journal of Sound and Vibration**, v. 329, p. 4880-4890, 2010.

MASOODI, A. R.; MOGHADDAM, S. H. Nonlinear dynamic analysis and natural frequencies of gabled frame having flexible restraints and connections. **KSCE Journal of Civil Engineering**, v. 19, p. 1819-1824, 2015.

MENSAH, A. F.; DUEÑAS-OSORIO, L. Improved reliability of wind turbine towers with tuned liquid column dampers (TLCs). **Structural Safety**, v. 47, p. 78-86, 2014.

MIGUEL, L. F.F. **Vibrações Mecânicas** – Notas de Aula de MEC081, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

MIGUEL, L. F. F.; FADEL MIGUEL, L. F.; LOPEZ, R. H. Methodology for the simultaneous optimization of location and parameters of friction dampers in the frequency domain. **Engineering Optimization**, v. 50, p. 2108-2122, 2018.

MIGUEL, L. F. F. et al. Assessment of code recommendations through simulation of EPS wind loads along a segment of a transmission line. **Engineering Structures**, v. 43, p. 1-11, 2012.

MIGUEL, L. F. F.; FADEL MIGUEL, L. F. Assessment of modern metaheuristic algorithms—HS, ABC and FA—in shape and size optimisation of structures with different types of constraints. **International Journal of Metaheuristics**, v. 2, p. 256-293, 2013.

MIRJALILI, S; LEWIS, A. The whale optimization algorithm. **Advances in engineering software**, v. 95, p. 51-67, 2016.

MUROTSU, Y.; OKADA, H.; SHAO, S. Reliability-based design of transmission line structures under extreme wind loads. **In: Proceeding of ICOSSAR 93, Structural Safety & Reliability**, Rotterdam, The Netherlands, v. 3, p. 1675-1681, 1994.

MUSCOLINO, G.; PALMERI, A.; RECUPERO, A. Seismic analysis of steel frames with a viscoelastic model of semi-rigid connections. **In: Proceeding of 13th World Conference on Earthquake Engineering**, Vancouver, Canada, 2004.

NIGDELI, S. M.; BEKDAS, G. Optimum tuned mass damper design in frequency domain for structures. **KSCE Journal of Civil Engineering**, v. 21, p. 912-922, 2017.

OSMAN, A.; GHOBARAH, A.; KOROL, R. M. Seismic performance of moment resisting frames with flexible joints. **Engineering Structures**, v. 15, p. 117-134, 1993.

RAFTOYIANNIS, I. G.; POLYZOIS, D. J. The effect of semi-rigid connections on the dynamic behavior of tapered composite GFRP poles. **Composite structures**, v. 81, p. 70-79, 2007.

RIBAKOV, Y.; REINHORN, A. M. Design of amplified structural damping using optimal considerations. **Journal of Structural Engineering**, v. 129, p. 1422-1427, 2003.

SCHERVISH, M. J.; DEGROOT, M.H. **Probability and statistics**. Pearson Education, 2014

SCHUELLER, G. I.; SHINOZUKA, M. **Stochastic methods in structural dynamics**. Springer Science & Business Media, 2012.

SEKULOVIC, M. S.; SALATIC, R. M.; MANDIC, R. S. Seismic analysis of frames with semi-rigid eccentric connections. **In: Proceeding of 12<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering**, Auckland, New Zealand, 2000.

SHINOZUKA, M.; JAN, C.-M. Digital simulation of random processes and its applications. **Journal of sound and vibration**, v. 25, p. 111-128, 1972.

SI, Y.; KARIMI, H. R.; GAO, H. Modelling and optimization of a passive structural control design for a spar-type floating wind turbine. **Engineering Structures**, v. 69, p. 168-182, 2014.

SINGH, M. P.; MORESCHI, L. M. Optimal placement of dampers for passive response control. **Earthquake engineering & structural dynamics**, v. 31, p. 955-976, 2002.

SOARES FILHO, Milton. **Análise elástica e elastoplástica de pórticos planos submetidos a excitações dinâmicas com a consideração de conexões semi-rígidas**. Dissertação de mestrado, Universidade de Brasília, Brasília, 1997.

SUN, X. L. Study on the Dynamic Behavior of Semi-Rigid Frames. **In: Advanced Materials Research**. Vol 671-674, Trans Tech Publications Ltd, 2013. p. 864-867.

TUBINO, F.; PICCARDO, G. Tuned mass damper optimization for the mitigation of human-induced vibrations of pedestrian bridges. **Meccanica**, v. 50, p. 809-824, 2015.

WANG, J. F.; WANG, J. X.; WANG, H. T. Seismic behavior of blind bolted CFST frames with semi-rigid connections. **Structures**, p. 91-104, 2017.

XU, Y. L.; ZHANG, W. S. Modal analysis and seismic response of steel frames with connection dampers. **Engineering Structures**, v. 23, p. 385-396, 2001.

YANG, Y.; MUNOA, J.; ALTINTAS, Y. Optimization of multiple tuned mass dampers to suppress machine tool chatter. **International Journal of Machine Tools and Manufacture**, v. 50, p. 834-842, 2010.

YE, J.; XU, L. Member discrete element method for static and dynamic responses analysis of steel frames with semi-rigid joints. **Applied Sciences**, v. 7, p. 714, 2017.

YOKOYAMA, T. Vibration of a hanging timoshenko beam under gravity. **Journal of Sound and Vibration**, v.141, n. 2, p. 245-258, 1990.

YU, B.-J.; CAI, W.-H. Analysis of the Damping Performance for Semi-rigid Suspended Structure. **In: Proceeding of Third International Conference on Information and Computing**. Wuxi, China, 2010.

ZHANG, Z.; LI, J.; NIELSEN, S. R. K.; BASU, B. Mitigation of edgewise vibrations in wind turbine blades by means of roller dampers. **Journal of Sound and Vibration**, v. 333, p. 5283-5298, 2014.

ZLATKOV, D et al. Matrix formulation of dynamic design of structures with semi-rigid connections. **Architecture and Civil Engineering**, v. 9, p. 89-104, 2011.

## APÊNDICE A

O Apêndice A apresenta os nós e suas coordenadas e ainda os elementos da estrutura mostrada na Figura 5.4. Em relação aos nós, têm-se:

Nó	X(m)	Y(m)	Z(m)
1	0,00000	0,00000	0,00000
2	1,00000	0,00000	0,00000
3	0,00000	0,00000	1,00000
4	1,00000	0,00000	1,00000
5	0,00000	2,00000	0,00000
6	1,00000	2,00000	0,00000
7	0,00000	2,00000	1,00000
8	1,00000	2,00000	1,00000
9	0,00000	4,00000	0,00000
10	1,00000	4,00000	0,00000
11	0,00000	4,00000	1,00000
12	1,00000	4,00000	1,00000
13	0,00000	2,00000	0,00000
14	0,00000	2,00000	0,00000
15	0,00000	2,00000	0,00000
16	0,00000	2,00000	0,00000
17	0,00000	2,00000	0,00000
18	0,00000	2,00000	0,00000
19	0,00000	2,00000	0,00000
20	1,00000	2,00000	0,00000
21	1,00000	2,00000	0,00000
22	1,00000	2,00000	0,00000
23	1,00000	2,00000	0,00000
24	1,00000	2,00000	0,00000
25	1,00000	2,00000	0,00000
26	1,00000	2,00000	0,00000
27	0,00000	2,00000	1,00000
28	0,00000	2,00000	1,00000
29	0,00000	2,00000	1,00000
30	0,00000	2,00000	1,00000
31	0,00000	2,00000	1,00000
32	0,00000	2,00000	1,00000
33	0,00000	2,00000	1,00000
34	1,00000	2,00000	1,00000
35	1,00000	2,00000	1,00000
36	1,00000	2,00000	1,00000
37	1,00000	2,00000	1,00000
38	1,00000	2,00000	1,00000
39	1,00000	2,00000	1,00000
40	1,00000	2,00000	1,00000
41	0,00000	4,00000	0,00000
42	0,00000	4,00000	0,00000
43	0,00000	4,00000	0,00000
44	0,00000	4,00000	0,00000
45	0,00000	4,00000	0,00000
46	1,00000	4,00000	0,00000
47	1,00000	4,00000	0,00000
48	1,00000	4,00000	0,00000
49	1,00000	4,00000	0,00000
50	1,00000	4,00000	0,00000
51	0,00000	4,00000	1,00000
52	0,00000	4,00000	1,00000
53	0,00000	4,00000	1,00000
54	0,00000	4,00000	1,00000
55	0,00000	4,00000	1,00000
56	1,00000	4,00000	1,00000
57	1,00000	4,00000	1,00000
58	1,00000	4,00000	1,00000
59	1,00000	4,00000	1,00000
60	1,00000	4,00000	1,00000

Em relação aos elementos de pórtico especial, têm-se

Elemento	Nó inicial	Nó final	Elementos	Nó inicial	Nó final
1	1	5	19	2	15
2	2	6	20	2	36
3	3	7	21	3	16
4	4	8	22	3	37
5	5	9	23	4	30
6	6	10	24	4	23
7	7	11	25	17	48
8	8	12	26	18	53
9	13	20	27	24	43
10	14	27	28	25	58
11	34	21	29	31	44
12	35	28	30	32	59
13	41	46	31	38	49
14	42	51	32	39	54
15	56	47	33	19	40
16	57	52	34	26	33
17	1	22	35	45	60
18	1	29	36	50	55

Em relação aos elementos de mola linear com rigidez em  $U_x$ , têm-se:

Elemento	Nó inicial	Nó final
37	5	13
38	5	14
39	5	15
40	5	16
41	5	17
42	5	18
43	5	19
44	6	20
45	6	21
46	6	22
47	6	23
48	6	24
49	6	25
50	6	26
51	7	27
52	7	28

Elemento	Nó inicial	Nó final
53	7	29
54	7	30
55	7	31
56	7	32
57	7	33
58	8	34
59	8	35
60	8	36
61	8	37
62	8	38
63	8	39
64	8	40
65	9	41
66	9	42
67	9	43
68	9	44

Elemento	Nó inicial	Nó final
69	9	45
70	10	46
71	10	47
72	10	48
73	10	49
74	10	50
75	11	51
76	11	52
77	11	53
78	11	54
79	11	55
80	12	56
81	12	57
82	12	58
83	12	59
84	12	60

Em relação aos elementos de mola linear com rigidez em  $U_y$ , têm-se:

Elemento	Nó inicial	Nó final
85	5	13
86	5	14
87	5	15
88	5	16
89	5	17
90	5	18
91	5	19
92	6	20
93	6	21
94	6	22
95	6	23
96	6	24
97	6	25
98	6	26
99	7	27
100	7	28

Elemento	Nó inicial	Nó final
101	7	29
102	7	30
103	7	31
104	7	32
105	7	33
106	8	34
107	8	35
108	8	36
109	8	37
110	8	38
111	8	39
112	8	40
113	9	41
114	9	42
115	9	43
116	9	44

Elemento	Nó inicial	Nó final
117	9	45
118	10	46
119	10	47
120	10	48
121	10	49
122	10	50
123	11	51
124	11	52
125	11	53
126	11	54
127	11	55
128	12	56
129	12	57
130	12	58
131	12	59
132	12	60

Em relação aos elementos de mola linear com rigidez em Uz, têm-se:

Elemento	Nó inicial	Nó final
133	5	13
134	5	14
135	5	15
136	5	16
137	5	17
138	5	18
139	5	19
140	6	20
141	6	21
142	6	22
143	6	23
144	6	24
145	6	25
146	6	26
147	7	27
148	7	28

Elemento	Nó inicial	Nó final
149	7	29
150	7	30
151	7	31
152	7	32
153	7	33
154	8	34
155	8	35
156	8	36
157	8	37
158	8	38
159	8	39
160	8	40
161	9	41
162	9	42
163	9	43
164	9	44

Elemento	Nó inicial	Nó final
165	9	45
166	10	46
167	10	47
168	10	48
169	10	49
170	10	50
171	11	51
172	11	52
173	11	53
174	11	54
175	11	55
176	12	56
177	12	57
178	12	58
179	12	59
180	12	60

Em relação aos elementos de mola linear com rigidez em ROTx, têm-se:

Elemento	Nó inicial	Nó final
181	5	13
182	5	14
183	5	15
184	5	16
185	5	17
186	5	18
187	5	19
188	6	20
189	6	21
190	6	22
191	6	23
192	6	24
193	6	25
194	6	26
195	7	27
196	7	28

Elemento	Nó inicial	Nó final
197	7	29
198	7	30
199	7	31
200	7	32
201	7	33
202	8	34
203	8	35
204	8	36
205	8	37
206	8	38
207	8	39
208	8	40
209	9	41
210	9	42
211	9	43
212	9	44

Elemento	Nó inicial	Nó final
213	9	45
214	10	46
215	10	47
216	10	48
217	10	49
218	10	50
219	11	51
220	11	52
221	11	53
222	11	54
223	11	55
224	12	56
225	12	57
226	12	58
227	12	59
228	12	60

Em relação aos elementos de mola linear com rigidez em ROTy, têm-se:

Elemento	Nó inicial	Nó final
229	5	13
230	5	14
231	5	15
232	5	16
233	5	17
234	5	18
235	5	19
236	6	20
237	6	21
238	6	22
239	6	23
240	6	24
241	6	25
242	6	26
243	7	27
244	7	28

Elemento	Nó inicial	Nó final
245	7	29
246	7	30
247	7	31
248	7	32
249	7	33
250	8	34
251	8	35
252	8	36
253	8	37
254	8	38
255	8	39
256	8	40
257	9	41
258	9	42
259	9	43
260	9	44

Elemento	Nó inicial	Nó final
261	9	45
262	10	46
263	10	47
264	10	48
265	10	49
266	10	50
267	11	51
268	11	52
269	11	53
270	11	54
271	11	55
272	12	56
273	12	57
274	12	58
275	12	59
276	12	60

Em relação aos elementos de mola linear com rigidez em ROTz, têm-se:

Elemento	Nó inicial	Nó final
277	5	13
278	5	14
279	5	15
280	5	16
281	5	17
282	5	18
283	5	19
284	6	20
285	6	21
286	6	22
287	6	23
288	6	24
289	6	25
290	6	26
291	7	27
292	7	28

Elemento	Nó inicial	Nó final
293	7	29
294	7	30
295	7	31
296	7	32
297	7	33
298	8	34
299	8	35
300	8	36
301	8	37
302	8	38
303	8	39
304	8	40
305	9	41
306	9	42
307	9	43
308	9	44

Elemento	Nó inicial	Nó final
309	9	45
310	10	46
311	10	47
312	10	48
313	10	49
314	10	50
315	11	51
316	11	52
317	11	53
318	11	54
319	11	55
320	12	56
321	12	57
322	12	58
323	12	59
324	12	60

Ainda, no nós 9, 10, 11 e 12 foram adicionadas massa de 100 kg.

Por fim, nos nós 1, 2, 3 e 4 foram adicionadas restrições em todos os seis graus de liberdade.

## APÊNDICE B

O Apêndice B apresenta os valores utilizados para cálculo da força do vento na estrutura.

(continua)

Nó	COTA Y (m)	COTA Z (m)	AREA DE INFL.(m <sup>2</sup> )	FAT. PROT	COEF. ARASTO
1	0,000	0,00000	0,157788211	0,50000	3,4600000
3	1,494	0,06775	0,435296138	0,49505	3,4000000
7	2,987	0,13550	0,561113778	0,50000	3,2500000
11	4,481	0,20325	0,792764824	0,51282	2,9700000
15	5,974	0,27100	0,779041748	0,51813	2,9000000
20	7,303	0,33000	0,418819159	0,49751	3,3200000
24	8,631	0,38900	0,563482700	0,51020	3,1000000
28	9,960	0,44800	0,603380377	0,51282	3,0000000
33	11,207	0,50250	0,355957957	0,50000	3,3400000
37	12,453	0,55700	0,486221750	0,50761	3,1100000
41	13,700	0,61150	0,522165706	0,51282	3,0400000
45	14,946	0,66600	0,544513409	0,51282	2,9800000
50	16,192	0,72175	0,328527773	0,50251	3,3300000
54	17,439	0,77750	0,441931647	0,51020	3,1200000
58	18,685	0,83325	0,538035306	0,51813	2,9200000
62	19,931	0,88900	0,512682203	0,51813	2,9500000
65	21,177	0,94275	0,324568678	0,50505	3,2800000
69	22,423	0,99650	0,422756407	0,51282	3,0700000
73	23,668	1,05025	0,503488143	0,52356	2,8900000
77	24,914	1,10400	0,498814362	0,52632	2,9000000
80	26,231	1,16250	0,327142410	0,50505	3,2400000
84	27,547	1,22100	0,446875620	0,51282	2,9200000
87	28,724	1,26896	0,314991967	0,51282	3,1500000
91	29,900	1,31691	0,195023848	0,50251	3,2800000
93	30,539	1,34296	0,191147342	0,50000	3,0200000
97	31,178	1,36900	0,275320625	0,51546	2,6400000
100	31,783	1,39709	0,175711269	0,50000	3,0200000
104	32,387	1,42518	0,187312781	0,50251	3,2900000
108	33,679	1,47900	0,425943138	0,53476	2,8300000
113	34,885	1,53253	0,282635549	0,51546	3,1500000
117	36,180	1,59000	0,409722862	0,54054	2,7900000
122	37,373	1,63694	0,237373240	0,51282	3,2200000
126	38,671	1,68800	0,397172468	0,54348	2,7600000
131	39,871	1,74066	0,214752928	0,51282	3,1600000
135	40,904	1,78600	0,341271957	0,55249	2,6100000

(continuação)

140	41,869	1,82916	0,185838154	0,51813	3,1300000
142	42,894	1,87500	0,240066203	0,53763	2,8700000
145	43,856	1,91733	0,150370975	0,51546	3,2300000
147	44,894	1,96300	0,218815326	0,53476	2,8900000
150	45,854	2,00552	0,146418550	0,51813	3,1900000
152	46,881	2,05100	0,208473992	0,53763	2,8500000
155	47,822	2,08100	0,238873423	0,55556	2,6800000
158	48,829	2,08100	0,242170954	0,55556	2,7000000
161	49,830	2,08100	0,144269195	0,52083	3,1500000
163	50,827	2,08100	0,206910262	0,54348	2,8400000
166	51,830	2,08100	0,144546773	0,52083	3,1500000
168	52,830	2,08100	0,170815138	0,54054	2,7500000
171	53,330	2,08100	0,120290092	0,53191	2,7000000
175	53,830	2,08100	0,156385138	0,53476	2,8300000
177	54,830	2,08100	0,206910184	0,54348	2,8400000
180	55,830	2,08100	0,143770028	0,52083	3,1500000
182	56,819	2,08100	0,206300028	0,54348	2,8400000
185	57,819	2,08100	0,172706009	0,54348	2,7300000
188	58,305	2,08100	0,154473468	0,54945	2,4400000
192	58,812	2,08100	0,188233788	0,54945	2,6600000
195	59,804	2,08100	0,278434390	0,53476	2,9300000
601	61,800	2,08100	0,351068337	0,54054	2,9900000
603	63,800	2,08100	0,351290369	0,54054	2,9900000
605	65,800	2,08100	0,206910184	0,54645	2,8400000
197	0,000	6,08600	0,157788211	0,50000	3,4600000
199	1,494	6,01825	0,435296138	0,49505	3,4000000
203	2,987	5,95050	0,561113778	0,50000	3,2500000
207	4,481	5,88275	0,792764824	0,51282	2,9700000
211	5,974	5,81500	0,779041748	0,51813	2,9000000
216	7,303	5,75600	0,418819159	0,49751	3,3200000
220	8,631	5,69700	0,563482700	0,51020	3,1000000
224	9,960	5,63800	0,603380377	0,51282	3,0000000
229	11,207	5,58350	0,355957957	0,50000	3,3400000
233	12,453	5,52900	0,486221750	0,50761	3,1100000
237	13,700	5,47450	0,522165706	0,51282	3,0400000
241	14,946	5,42000	0,544513409	0,51282	2,9800000
246	16,192	5,36425	0,328527773	0,50251	3,3300000
250	17,439	5,30850	0,441931647	0,51020	3,1200000
254	18,685	5,25275	0,538035306	0,51813	2,9200000
258	19,931	5,19700	0,512682203	0,51813	2,9500000
261	21,177	5,14325	0,324568678	0,50505	3,2800000

(continuação)

265	22,423	5,08950	0,422756407	0,51282	3,0700000
269	23,668	5,03575	0,503488143	0,52356	2,8900000
273	24,914	4,98200	0,498814362	0,52632	2,9000000
276	26,231	4,92350	0,327142410	0,50505	3,2400000
280	27,547	4,86500	0,446875620	0,51282	2,9200000
283	28,724	4,81704	0,314991967	0,51282	3,1500000
287	29,900	4,76909	0,195023848	0,50251	3,2800000
289	30,539	4,74304	0,191147342	0,50000	3,0200000
293	31,178	4,71700	0,275320625	0,51546	2,6400000
296	31,783	4,68891	0,175711269	0,50000	3,0200000
300	32,387	4,66082	0,187312781	0,50251	3,2900000
304	33,679	4,60700	0,425943138	0,53476	2,8300000
309	34,885	4,55347	0,282635549	0,51546	3,1500000
313	36,180	4,49600	0,409722862	0,54054	2,7900000
318	37,373	4,44906	0,237373240	0,51282	3,2200000
322	38,671	4,39800	0,397172468	0,54348	2,7600000
327	39,871	4,34534	0,214752928	0,51282	3,1600000
331	40,904	4,30000	0,341271957	0,55249	2,6100000
336	41,869	4,25684	0,185838154	0,51813	3,1300000
338	42,894	4,21100	0,240066203	0,53763	2,8700000
341	43,856	4,16867	0,150370975	0,51546	3,2300000
343	44,894	4,12300	0,218815326	0,53476	2,8900000
346	45,854	4,08048	0,146418550	0,51813	3,1900000
348	46,881	4,03500	0,208473992	0,53763	2,8500000
351	47,822	4,00500	0,238873423	0,55556	2,6800000
354	48,829	4,00500	0,242170954	0,55556	2,7000000
357	49,830	4,00500	0,144269195	0,52083	3,1500000
359	50,827	4,00500	0,206910262	0,54348	2,8400000
362	51,830	4,00500	0,144546773	0,52083	3,1500000
364	52,830	4,00500	0,170815138	0,54054	2,7500000
367	53,330	4,00500	0,120290092	0,53191	2,7000000
371	53,830	4,00500	0,156385138	0,53476	2,8300000
373	54,830	4,00500	0,206910184	0,54348	2,8400000
376	55,830	4,00500	0,143770028	0,52083	3,1500000
378	56,819	4,00500	0,206300028	0,54348	2,8400000
381	57,819	4,00500	0,172706009	0,54348	2,7300000
384	58,305	4,00500	0,154473468	0,54945	2,4400000
388	58,812	4,00500	0,188233788	0,54945	2,6600000
391	59,804	4,00500	0,278434390	0,53476	2,9300000
607	61,800	4,00500	0,351068337	0,54054	2,9900000
609	63,800	4,00500	0,351290369	0,54054	2,9900000

(continuação)

611	65,800	4,00500	0,206910184	0,54645	2,8400000
2	0,000	0,00000	0,157788211	0,50000	3,4600000
6	1,494	0,06775	0,435296138	0,50495	3,4000000
10	2,987	0,13550	0,561113778	0,50000	3,2500000
14	4,481	0,20325	0,792764824	0,48718	2,9700000
19	5,974	0,27100	0,779041748	0,48187	2,9000000
23	7,303	0,33000	0,418819159	0,50249	3,3200000
27	8,631	0,38900	0,563482700	0,48980	3,1000000
32	9,960	0,44800	0,603380377	0,48718	3,0000000
36	11,207	0,50250	0,355957957	0,50000	3,3400000
40	12,453	0,55700	0,486221750	0,49239	3,1100000
44	13,700	0,61150	0,522165706	0,48718	3,0400000
49	14,946	0,66600	0,544513409	0,48718	2,9800000
53	16,192	0,72175	0,328527773	0,49749	3,3300000
57	17,439	0,77750	0,441931647	0,48980	3,1200000
61	18,685	0,83325	0,538035306	0,48187	2,9200000
64	19,931	0,88900	0,512682203	0,48187	2,9500000
68	21,177	0,94275	0,324568678	0,49495	3,2800000
72	22,423	0,99650	0,422756407	0,48718	3,0700000
76	23,668	1,05025	0,503488143	0,47644	2,8900000
79	24,914	1,10400	0,498814362	0,47368	2,9000000
83	26,231	1,16250	0,327142410	0,49495	3,2400000
86	27,547	1,22100	0,446875620	0,48718	2,9200000
90	28,724	1,26896	0,314991967	0,48718	3,1500000
92	29,900	1,31691	0,195023848	0,49749	3,2800000
96	30,539	1,34296	0,191147342	0,50000	3,0200000
99	31,178	1,36900	0,275320625	0,48454	2,6400000
103	31,783	1,39709	0,175711269	0,50000	3,0200000
105	32,387	1,42518	0,187312781	0,49749	3,2900000
110	33,679	1,47900	0,425943138	0,46524	2,8300000
114	34,885	1,53253	0,282635549	0,48454	3,1500000
119	36,180	1,59000	0,409722862	0,45946	2,7900000
123	37,373	1,63694	0,237373240	0,48718	3,2200000
128	38,671	1,68800	0,397172468	0,45652	2,7600000
132	39,871	1,74066	0,214752928	0,48718	3,1600000
137	40,904	1,78600	0,341271957	0,44751	2,6100000
141	41,869	1,82916	0,185838154	0,48187	3,1300000
144	42,894	1,87500	0,240066203	0,46237	2,8700000
146	43,856	1,91733	0,150370975	0,48454	3,2300000
149	44,894	1,96300	0,218815326	0,46524	2,8900000
151	45,854	2,00552	0,146418550	0,48187	3,1900000

(continuação)

154	46,881	2,05100	0,208473992	0,46237	2,8500000
157	47,822	2,08100	0,238873423	0,44444	2,6800000
160	48,829	2,08100	0,242170954	0,44444	2,7000000
162	49,830	2,08100	0,144269195	0,47917	3,1500000
165	50,827	2,08100	0,206910262	0,45652	2,8400000
167	51,830	2,08100	0,144546773	0,47917	3,1500000
170	52,830	2,08100	0,170815138	0,45946	2,7500000
174	53,330	2,08100	0,120290092	0,46809	2,7000000
176	53,830	2,08100	0,156385138	0,46524	2,8300000
179	54,830	2,08100	0,206910184	0,45652	2,8400000
181	55,830	2,08100	0,143770028	0,47917	3,1500000
184	56,819	2,08100	0,206300028	0,45652	2,8400000
187	57,819	2,08100	0,172706009	0,45652	2,7300000
191	58,305	2,08100	0,154473468	0,45055	2,4400000
194	58,812	2,08100	0,188233788	0,45055	2,6600000
196	59,804	2,08100	0,278434390	0,46524	2,9300000
602	61,800	2,08100	0,351068337	0,45946	2,9900000
604	63,800	2,08100	0,351290369	0,45946	2,9900000
606	65,800	2,08100	0,206910184	0,45355	2,8400000
198	0,000	6,08600	0,157788211	0,50000	3,4600000
202	1,494	6,01825	0,435296138	0,50495	3,4000000
206	2,987	5,95050	0,561113778	0,50000	3,2500000
210	4,481	5,88275	0,792764824	0,48718	2,9700000
215	5,974	5,81500	0,779041748	0,48187	2,9000000
219	7,303	5,75600	0,418819159	0,50249	3,3200000
223	8,631	5,69700	0,563482700	0,48980	3,1000000
228	9,960	5,63800	0,603380377	0,48718	3,0000000
232	11,207	5,58350	0,355957957	0,50000	3,3400000
236	12,453	5,52900	0,486221750	0,49239	3,1100000
240	13,700	5,47450	0,522165706	0,48718	3,0400000
245	14,946	5,42000	0,544513409	0,48718	2,9800000
249	16,192	5,36425	0,328527773	0,49749	3,3300000
253	17,439	5,30850	0,441931647	0,48980	3,1200000
257	18,685	5,25275	0,538035306	0,48187	2,9200000
260	19,931	5,19700	0,512682203	0,48187	2,9500000
264	21,177	5,14325	0,324568678	0,49495	3,2800000
268	22,423	5,08950	0,422756407	0,48718	3,0700000
272	23,668	5,03575	0,503488143	0,47644	2,8900000
275	24,914	4,98200	0,498814362	0,47368	2,9000000
279	26,231	4,92350	0,327142410	0,49495	3,2400000
282	27,547	4,86500	0,446875620	0,48718	2,9200000

(conclusão)

286	28,724	4,81704	0,314991967	0,48718	3,1500000
288	29,900	4,76909	0,195023848	0,49749	3,2800000
292	30,539	4,74304	0,191147342	0,50000	3,0200000
295	31,178	4,71700	0,275320625	0,48454	2,6400000
299	31,783	4,68891	0,175711269	0,50000	3,0200000
301	32,387	4,66082	0,187312781	0,49749	3,2900000
306	33,679	4,60700	0,425943138	0,46524	2,8300000
310	34,885	4,55347	0,282635549	0,48454	3,1500000
315	36,180	4,49600	0,409722862	0,45946	2,7900000
319	37,373	4,44906	0,237373240	0,48718	3,2200000
324	38,671	4,39800	0,397172468	0,45652	2,7600000
328	39,871	4,34534	0,214752928	0,48718	3,1600000
333	40,904	4,30000	0,341271957	0,44751	2,6100000
337	41,869	4,25684	0,185838154	0,48187	3,1300000
340	42,894	4,21100	0,240066203	0,46237	2,8700000
342	43,856	4,16867	0,150370975	0,48454	3,2300000
345	44,894	4,12300	0,218815326	0,46524	2,8900000
347	45,854	4,08048	0,146418550	0,48187	3,1900000
350	46,881	4,03500	0,208473992	0,46237	2,8500000
353	47,822	4,00500	0,238873423	0,44444	2,6800000
356	48,829	4,00500	0,242170954	0,44444	2,7000000
358	49,830	4,00500	0,144269195	0,47917	3,1500000
361	50,827	4,00500	0,206910262	0,45652	2,8400000
363	51,830	4,00500	0,144546773	0,47917	3,1500000
366	52,830	4,00500	0,170815138	0,45946	2,7500000
370	53,330	4,00500	0,120290092	0,46809	2,7000000
372	53,830	4,00500	0,156385138	0,46524	2,8300000
375	54,830	4,00500	0,206910184	0,45652	2,8400000
377	55,830	4,00500	0,143770028	0,47917	3,1500000
380	56,819	4,00500	0,206300028	0,45652	2,8400000
383	57,819	4,00500	0,172706009	0,45652	2,7300000
387	58,305	4,00500	0,154473468	0,45055	2,4400000
390	58,812	4,00500	0,188233788	0,45055	2,6600000
392	59,804	4,00500	0,278434390	0,46524	2,9300000
608	61,800	4,00500	0,351068337	0,45946	2,9900000
610	63,800	4,00500	0,351290369	0,45946	2,9900000
612	65,800	4,00500	0,206910184	0,45355	2,8400000