UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

JOGO DOS OPOSTOS E QUEBRA-CABEÇAS NA APRENDIZAGEM DE RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU

EDUARDO SILVEIRA CAPPELLETTI

Trabalho de Conclusão de Curso da Graduação em Licenciatura em Matemática da UFRGS apresentado como parte dos requisitos para a obtenção do grau de Licenciado em Matemática pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Orientadora: Prof.ª Dr.ª Leandra Anversa Fioreze

Porto Alegre
2024

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, começo agradecendo aos dois seres que foram o motivo de eu estar nesse mundo e que me deram total apoio para que eu conseguisse construir essa trajetória acadêmica sem nenhuma preocupação. Meu pai, Claudio Cappelletti e minha mãe, Eliete Fraga Silveira, vocês são meus alicerces nessa vida, sem o amor de vocês nada disso seria possível. Muito obrigado, amo vocês!

Ao ser que me cuidou, amou, protegeu e esteve comigo em todas as situações desde meu nascimento. Minha irmã, Danielle Silveira Cappelletti, saiba que tu és muito importante para mim e que meu amor por ti é infinito. Estarei sempre aqui por ti, te amo!

À todos os meus familiares pelo amor que sempre me proporcionaram, em principal à minha dinda Eliane e ao meu dindo Edson que estiveram presentes com muito carinho durante toda minha trajetória de vida.

À minha namorada, Júlia Moraes Terra, por estar sempre ao meu lado me apoiando, deixando tudo mais divertido e alegre. Espero viver infinitos anos contigo. Obrigado por me fazer uma pessoa mais feliz. Amo estar contigo, amo cada característica tua. Eu te amo!

Ao grupinho que foi formado no início do curso e que se manteve até o final. Minhas amigas, Brenda, Carol e Nicole, vocês foram e são muito importantes para mim. E um agradecimento a mais para a Nicole, que foi minha dupla inseparável para qualquer trabalho, apresentação, estudo e desabafos durante o curso, fico imensamente grato por esse companheirismo, sem você não seria nada fácil e não sei onde estaria.

Aos meus amigos no geral, não irei citar todos para não cometer o equívoco de esquecer alguém. Mas vocês, meus amigos e amigas que fizeram parte de momentos engraçados, reflexivos, alegres, divertidos, e até momentos tristes, esse agradecimento é para vocês.

Aos professores da UFRGS que fizeram parte da minha trajetória acadêmica, pelos conhecimentos compartilhados e pela influência a refletir mais sobre o grande papel de um professor. Em especial à professora Leandra pelas orientações, apoio e carinho.

À todos o meu mais sincero obrigado!

RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo estudar as potencialidades dos jogos na aprendizagem de resolução de equações do primeiro grau. Para isso, a pesquisa será baseada na pergunta norteadora: **quais as potencialidades do uso do Jogo dos Opostos e dos quebra-cabeças matemáticos em uma turma de oitavo ano na aprendizagem de resolução de equação do primeiro grau?** Para esse fim, foi desenvolvida uma prática envolvendo três jogos, com objetivos de introduzir, desenvolver e consolidar o aprendizado de resolução de equações do primeiro grau. Tal pesquisa de cunho qualitativo foi realizada em uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental em uma escola estadual localizada em Porto Alegre. O primeiro jogo foi intitulado Jogo dos Opostos e tem como objetivo introduzir o conceito de igualdade presente em uma equação. Já os dois últimos jogos são os quebra-cabeças, que têm como objetivo motivar os estudantes a praticarem os conceitos de resolução de equações do primeiro grau desenvolvidos no jogo anterior. Com base nos registros feitos pelos estudantes e a forma que se portaram durante a prática, consideramos que o uso dos jogos proporcionaram um ambiente atrativo e produtivo para a aprendizagem de matemática. E como consequência, houveram evidências que os estudantes conseguiram, construindo ligações entre o jogo e o conteúdo, compreender os conceitos matemáticos para resolução de equações do primeiro grau.

Palavras-chave: Equação de primeiro grau. Jogo dos Opostos. Quebra-cabeça. Aprendizado de matemática.

ABSTRACT

The present study aims to investigate the potentialities of games in learning the resolution of first-degree equations. To achieve this, the research will be guided by the following question: **What are the potentials of using the Game of Opposites and mathematical puzzles in an eighth-grade class in learning to solve first-degree equations?** For this purpose, a practice involving three games was developed, with the aim of introducing, developing and consolidating the learning of solving first-degree equations. This qualitative research was conducted with an 8th grade class in Elementary School at a state school located in Porto Alegre - RS. The first game was called Jogo dos Opostos (Game of Opposites) and aims to introduce the concept of equality in an equation. The last two games are puzzles, which aim to motivate students to practice the concepts of solving first-degree equations developed in the previous game. Based on the records made by students and the way they behaved during the practice, we believe that the use of the games provided an attractive and productive environment for learning mathematics. As a result, there was evidence that the students were able, by building links between the game and the content, to understand the mathematical concepts for solving first-degree equations.

Key words: First degree equation. Game of Opposites. Puzzles. Learning mathematics.

SUMÁRIO

1. Introdução

Durante toda minha trajetória escolar pude notar que a grande maioria dos meus colegas de sala não gostavam da disciplina de matemática por acharem difícil, sem sentido ou chata. Entretanto, naquela época nunca consegui entender realmente o porquê desse pensamento. Em todos os meus anos de Ensino Médio atuei como uma espécie de "ajudante" do professor (a) de matemática, disponibilizando-me a auxiliar meus colegas na disciplina. Ao iniciar o curso de Licenciatura em Matemática, eu tinha por objetivo estudar para me tornar um professor e que conseguiria modificar o pensamento de que a matemática é uma disciplina maçante, desagradável e de difícil compreensão. Durante o curso, tive algumas experiências em sala de aula na educação básica e consegui perceber que muitos alunos não gostam da disciplina pois não conseguem relacionar os conteúdos propostos nas aulas com a sua utilidade ou às vezes só não conseguem compreender o que estão aprendendo pois tende a ser um conteúdo mais complexo. Nesse cenário, sabendo das possíveis dificuldades que muitos discentes sofrem com os conteúdos da matemática, tenho interesse em estudar sobre as potencialidades que os jogos podem ter para o auxílio da aprendizagem dos estudantes.

A ideia de transformar a sala de aula em um ambiente mais atrativo para os estudantes é do meu gosto. Para tal, os jogos apresentam boas estratégias para transformar o ensino de matemática que por muitos discentes é considerado chato em algo mais atraente aos olhos dos alunos, fazendo com que o professor consiga encantar os estudantes e fazer com que participem mais efetivamente da aula, tornando-os serem ativos na construção do seu próprio conhecimento. Em relação a isso, os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998, p.46) apontam que "os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções.". Nesse contexto surge meu interesse em estudar sobre as potencialidades do uso de jogos no ensino de matemática. Mais precisamente, neste caso, no ensino de equação de primeiro grau, visto ser um conteúdo que auxilia muito no desenvolvimento do pensamento matemático.

O ensino da Álgebra tem um papel importante no desenvolvimento do pensamento matemático do estudante, de acordo com o Referencial Curricular Gaúcho (2018, p. 52) a Álgebra "tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico [...]". Dentre os conteúdos presentes na unidade há o de equações do primeiro grau, que é um dos conteúdos propostos a serem trabalhados na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (2019), sendo necessário para que ocorra a aprendizagem que os alunos estabeleçam conexões entre variável e função e entre incógnita e equação” (Brasil, 2019, p.271). Ou seja, é entendível a importância de tal conteúdo na aprendizagem do estudante.

No ensino de equação do primeiro grau, um de seus objetivos é isolar a incógnita, e para isso muitas vezes o conteúdo ensinado para os estudantes pode ser errôneo. Pois o professor, ao ensinar equação de primeiro grau, comete o deslize de utilizar “macetes matemáticos”, por vezes usados em cursinhos, e que levam a um entendimento errado do conteúdo. Como por exemplo quando o professor explica como regra que “É só passar para o outro lado trocando o sinal”, algo visto como uma técnica por alguns, levando os estudantes a camuflarem a aprendizagem pois não aprendem o real conceito de realizar a mesma operação de ambos lados da igualdade.

Pensando na importância da aprendizagem de equação do primeiro grau e em um ensino mais divertido, que consiga envolver os discentes, a metodologia de jogos é uma grande aliada, pois permite que o estudante se sinta mais confortável em sala de aula por ser algo mais agradável, o que é confirmado por com Grando (2000, p. 136) em seu doutorado no qual afirma que em sua prática realizada o caráter lúdico “impulsionou os sujeitos a participarem das atividades que envolviam conteúdos escolares de Matemática, expressando alegria, prazer e entusiasmo.” Além disso, o jogo proporciona um espaço propício para promover a motivação da criança (Grando, 1995). Ao mesmo tempo, pode transformar o papel do estudante de um ser passivo a receber a informação para um ser ativo na construção do seu conhecimento. Pois enquanto está jogando o estudante cria estratégias ao usar as regras que são fornecidas pelo professor, assim aprendendo o conteúdo intuitivamente.

A utilização dos jogos em sala de aula pode ser uma metodologia dinâmica e divertida, porém deve ser levada a sério pois por trás sempre terá um objetivo pedagógico, que afeta diretamente a construção de conceitos matemáticos pelos estudantes. Muitas vezes, se mal orientados, os estudantes podem ter a aprendizagem afetada negativamente, ou então de acordo com Nazareth (2017, p. 23) “[...] existe o risco na qual o jogo pode ser visto por parte dos discentes como um passatempo e não como uma atividade auxiliar que pode favorecer uma aprendizagem mais simples e objetiva.”. Ou seja, é necessário que o jogo tenha um fim pedagógico para que a prática seja produtiva para os estudantes. Além disso, é necessário os olhares com seriedade para a metodologia para que o currículo escolar seja propício, com tempo e espaços para os jogos, para que possa ser visto como possibilidade. (Grando, 2004). Para tanto, é relevante o estudo das potencialidades da aprendizagem baseada em jogos para o conteúdo de equação de primeiro grau.

Dado as ideias trazidas anteriormente, este trabalho tem como objetivo de pesquisa estudar as potencialidades dos três jogos escolhidos, que serão apresentados adiante, na aprendizagem de resolução de equações do primeiro grau. E um objetivo de ensino com foco na aprendizagem dos estudantes e em proporcionar para eles um ambiente propício para isso. Segundo Goldenberg, (2000, p.14) “O que determina como trabalhar é o problema que se quer trabalhar: só se escolhe o caminho quando se sabe aonde se quer chegar.” Nesse sentido o trabalho seguirá a seguinte pergunta que irá nortear a pesquisa: **quais as potencialidades do uso do Jogo dos Opostos e dos quebra-cabeças matemáticos em uma turma de oitavo ano na aprendizagem de resolução de equação do primeiro grau?**

O presente trabalho está organizado em cinco seções. Na segunda seção discorre-se sobre o uso de jogos na aprendizagem de matemática, suas vantagens, desvantagens, necessidades e o papel do docente no desenvolvimento de uma prática utilizando jogos. Na terceira seção, é destacada a Álgebra e seu desenvolvimento, as principais dificuldades dos estudantes, bem como a importância do pensamento algébrico, verificando como esta área é trabalhada na BNCC, nos Parâmetros Curriculares Nacionais e no Referencial Curricular Gaúcho. Na quarta seção é apresentada a metodologia utilizada nesta pesquisa. A seção 5 expõe os dados obtidos da pesquisa bem como a análise feita das atividades realizadas com os discentes. Já na seção 6 apresenta-se uma reflexão sobre todas as análises trazidas nas considerações finais.

2. Jogos

Historicamente, se pensarmos em uma aula de matemática, o que muitas vezes nos virá à cabeça é o método no qual o professor passa o conteúdo, os estudantes copiam e fazem exercícios. Ao mesmo tempo está cada vez mais difícil fazer com que os estudantes se interessem por essa metodologia, pois cada vez mais, o aluno anseia para que o professor seja capaz de encantá-lo, e a metodologia de somente aplicar exercícios usando o livro ou o quadro e exigir uma resolução, deixou de ser a favorita dos estudante (Barreto; Gava, 2019).

Na perspectiva de reinventar as práticas, com o objetivo de estimular mais os estudantes a adquirir conhecimento e participar efetivamente da construção dele, os educadores podem contar com os jogos e os materiais manipuláveis como um valioso auxílio. (Barreto; Gava, 2019). Entretanto, Grando (2004, p. 9) comenta que "Pensar na atividade com jogos como uma metodologia, ou mesmo como uma teoria recentemente discutida, é um grande equívoco."

Fazer com que o ensino seja algo mais leve, divertido e motivante para os estudantes para que sintam-se à vontade para participar da aula ativamente e aprender, são alguns dos desafios que os professores podem tentar cumprir Nesse contexto os jogos podem ser um grande aliado, auxiliando os professores a vencer tais desafios. Barreto e Gava (2019, p. 50) comentam que:

> Os jogos, quando utilizados no âmbito do processo de ensino e aprendizagem da matemática, constituem uma ferramenta a mais para se trabalhar a disciplina, proporcionando um ambiente mais dinâmico em sala de aula, além de uma contextualização mais abrangente dos conceitos adquiridos.

Um ponto a se deixar bem claro ao utilizar da metodologia de jogos para o ensino de matemática ou qualquer outra disciplina é que a prática de jogos deve ser voluntária e nunca obrigatória, o estudante deve se sentir confortável e à vontade para jogar, se não, uma experiência divertida acaba se tornando desagradável para o estudante. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (p.47) "Além de ser um objeto sociocultural em que a Matemática está presente, o jogo é uma atividade natural no desenvolvimento dos processos psicológicos básicos; supõe um fazer sem obrigação externa e imposta, embora demande exigências, normas e controle.". Grando (2004, p. 33) comenta sobre a prática com jogos em sala de aula que:

> Nesse ambiente, todos são chamados a participar da brincadeira, respeitando aqueles que não se sentem à vontade, num primeiro momento, de executar a brincadeira, criando alternativas de participação, tais como: observação dos colegas, juiz do jogo ou monitor das atividades.

Jogar é um momento em que o estudante vai desenvolver seu raciocínio, a lógica, o pensamento matemático, e para isso é necessário que o (a) professor (a) planeje muito bem as aulas e todos os passos para que consiga orientar os estudantes para o melhor proveito do jogo. Barreto e Gava (2015, p. 50) comentam que:

> A utilização de um jogo matemático em sala de aula envolve elementos essenciais para a aprendizagem, oportuniza o desencadeamento da imaginação e o desenvolvimento do raciocínio lógico e dedutivo, da criatividade, da capacidade de concentração e desempenha um papel social significativo.

Temos que entender os jogos como uma ferramenta importante se bem utilizada, pois pode atender de uma forma muito proveitosa os estudantes, oportunizando momentos de desenvolvimento da criatividade, imaginação, concentração, etc, levando eles a aprenderem enquanto brincam e assim possivelmente fazendo com que os estudantes tenham um encanto pela matemática. Segundo Grando (1975), o jogo como um aspecto pedagógico, é proveitoso tanto para o professor, como um instrumento que pode facilitar a aprendizagem do discente, quanto para o estudante que ao jogar desenvolve várias habilidades como de pensar, refletir, analisar. Dessa forma, os jogos podem transformar a percepção que muitos estudantes têm da matemática ser algo monótono que envolve cálculos sem nenhum propósito, em justamente um propósito, vencer ou ter melhores estratégias no jogo (Pereira, 2019). Grando (1975) em sua dissertação de mestrado concluiu que o jogo em sua utilização em sala de aula representa uma atividade lúdica que traz o interesse e o desejo do aluno, resgatando um gosto em aprender matemática. Além disso, a autora comenta que o jogo tem suas características próprias que auxiliam a dar um melhor entendimento sobre estruturas matemáticas de difícil compreensão, e que a prática realizada na pesquisa desenvolvida no mestrado levou a autora a constatar " que a linguagem matemática, de difícil acesso e compreensão do aluno, pôde ser simplificada através do jogo." (Grando, 1975, p. 156).

Os jogos também podem desenvolver a autonomia do estudante mediante às ações que devem ser tomadas durante o jogo. De acordo com Nazareth (2017) o uso de ludicidade possibilita ao estudante a chance de se tornar o ser ativo da construção do seu próprio conhecimento, buscando algo diferente do conhecimento mecanizado, ou seja, diferente da "decoreba". Durante os jogos nas aulas de matemática, os estudantes são orientados a investigar novas técnicas e buscar soluções para os problemas, tornando-os assim seres ativos do seu próprio processo de aprendizagem (Martins; Martins; Scheffer, 2016). Então, sobre os ganhos e vantagens de se trabalhar com jogos em sala de aula, Pereira, Silveira e Lucchesi (2023, p. 4) comentam que "[...] os jogos se apresentam como alternativa ao trabalho docente de modo a promover o raciocínio lógico, desenvolver a criatividade e a cooperação entre participantes” e além disso salientamos o desenvolvimento da autonomia pelo estudante.

É claro que como qualquer outra metodologia há diversas vantagens como algumas comentadas anteriormente mas também desvantagens que devem ser entendidas e refletidas pelo docente anterior à prática. Grando em sua tese de doutorado (2000) estabeleceu um quadro fruto da sua sintetização das ideias de Kishimoto, (1996); Machado, (1990); Corbalán, (1996); Giménez, (1993).

Quadro 1: Vantagens e desvantagens do uso de jogos

VANTAGENS	DESVANTAGENS
- **fixação de conceitos** já aprendidos de uma forma motivadora para o aluno; - **introdução e desenvolvimento de conceitos** de difícil compreensão; - desenvolvimento de **estratégias de resolução de problemas** (desafio dos jogos); - aprender a **tomar decisões** e saber **avaliá-las**; - **significação** para conceitos aparentemente incompreensíveis; - propicia o relacionamento das diferentes disciplinas (**interdisciplinaridade**); - o jogo requer a **participação ativa do aluno** na **construção** do seu próprio **conhecimento**; - o jogo favorece a **socialização** entre os alunos e a conscientização do **trabalho em equipe**; - a utilização dos jogos é um fator de **motivação** para os alunos; - dentre outras coisas, o jogo favorece o desenvolvimento da **criatividade**, de **senso crítico**, da **participação**, da **competição** "sadia", da **observação**, das várias formas de uso da linguagem e do resgate do **prazer em aprender**; - as atividades com jogos podem ser utilizadas para reforçar ou recuperar habilidades de que os alunos necessitem. Útil no trabalho com alunos de diferentes níveis; - as atividades com jogos permitem ao professor identificar, diagnosticar alguns erros de aprendizagem, as atitudes e as dificuldades dos alunos.	- quando os jogos são mal utilizados, existe o perigo de dar ao jogo um **caráter puramente aleatório**, tornando-se um **"apêndice" em sala de aula**. Os alunos jogam e se sentem motivados apenas pelo jogo, **sem saber porque jogam**; - o **tempo gasto** com as atividades de jogo em sala de aula **é maior** e, se o professor não estiver preparado, pode existir um sacrifício de outros conteúdos pela falta de tempo; - as **falsas concepções** de que se devem **ensinar todos os conceitos através de jogos**. Então as aulas, em geral, transformam-se em verdadeiros cassinos, também sem sentido algum para o aluno; - a **perda da "ludicidade" do jogo** pela interferência constante do professor, destruindo a essência do jogo; - a **coerção do professor**, exigindo que o aluno jogue, mesmo que ele não queira, **destruindo a voluntariedade** pertencente à natureza do jogo; - a dificuldade de acesso e disponibilidade de material sobre o uso de jogos no ensino, que possam vir a subsidiar o trabalho docente.

Fonte: Grando (2000)

A autora lista diversas vantagens na inserção de jogos no contextos de ensino e aprendizagem que devem ser consideradas pelos professores ao construírem uma proposta de trabalho, para assim compreenderem realmente quais os ganhos com a utilização dos jogos.

Dentre as trazidas na lista algumas já comentamos como introdução de conteúdos de difícil compreensão, participação ativa do aluno, trabalho em equipe, motivação dos alunos. Para um bom aprendizado é necessário a participação dos estudantes, então é de extrema importância uma prática que tenha essas vantagens para que o estudante tenha vontade e espaço para participar.

Entretanto, quando nos referimos a jogos e seu uso no ensino de matemática, temos que ter um certo cuidado, pois há algumas desvantagens que podem ocorrer, como as citadas no quadro acima. O que deve ser uma estratégia metodológica do professor para o estudante aprender, pode acabar sendo somente uma atividade envolvendo brincadeira e assim os discentes jogam só por jogar, sem saber o sentido educacional do jogo. “A intervenção do professor no jogo representa um fator determinante na transformação do jogo espontâneo em pedagógico.” (Grando, 2004, p. 13). Ou seja, quem tem o poder de articular isso, e está entre os dois lados, é o professor, com atuações de mediação, orientação, fazendo com que a aula se encaminhe para sistematizar o conceito matemático mobilizado no jogo. Não basta somente jogar o jogo, “é necessária uma reflexão sobre o jogo, análise do jogo” (Grando, 2015, p. 401). O jogo em si é toda uma intermediação feito pelo professor, de diálogo realizado pelos alunos entre eles e o professor, de registros de pensamentos da construção da estratégia e organização de conceitos e caminhos realizados que viabilizam o jogo para uma prática eficaz no seu uso com a matemática (Grando, 2015).

Acerca da atuação do professor, devemos comentar que permanece muito importante e não deve ser substituída pelos jogos, muito pelo contrário, o docente tem um importante papel como mediador e deverá utilizar essas ferramentas que estão presentes no material lúdico para auxiliá-lo a enriquecer suas aulas, Domenich (2017, p. 17) citando Miquelino, Neves e Carvalho (2013) comenta que:

> Não devemos considerar que o professor está sendo substituído por aparelhos ou jogos, e sim que o mesmo acaba por se tornar o mediador dessa ressignificação pedagógica, buscando novas percepções para auxiliar seus alunos no procedimento de ensino aprendizagem, potencializando e proporcionando uma aprendizagem mais significativa.

Segundo Grando (2004) durante o uso de jogos como ferramenta pedagógica, o professor deve atuar como um mediador, orientador, questionador e observador. A autora ainda comenta algumas preocupações que o professor deve ter durante suas intervenções e ressalta as observações que podem ser realizadas no ato de jogar o jogo pelos estudantes.

Intervenções:

- Garantir o cumprimento e compreensão das regras;
- Questionar o aluno sobre decisões tomadas e estratégias desenvolvidas;
- Solicitar que os discentes justifiquem cada jogada e análises;
- Propor facilitadores e/ou desafios maiores, conforme a necessidade;
- Incentivar o aluno a pensar no que fez, e o que ocorreu durante, para identificar possíveis padrões e estruturar o raciocínio;
- Sistematizar, juntamente com os estudantes, os conceitos matemáticos.

Observações:

- Como o aluno se organiza com os materiais;
- Interesse: Há interesse em aprender o jogo?;
- Jogadas e estratégias;
- Registro;
- Resolução das situações;
- Erros e Antecipações no jogo.

Grando (2004) comenta que o professor quando atua em cenários de necessidade de intervenção deve interferir o menos possível nas jogadas e reflexões realizadas pelos alunos, somente auxiliando com novos questionamentos, ou auxiliar caso um não entendimento. A autora traz tais pontos como importantes pois acredita que "Considerando as situações de observação e intervenção, o professor apresenta-se como grande dinamizador da relação que se estabelece na sala de aula entre o jogar / "fazer Matemática" / Aprender Matemática" (Grando, 2004, p. 37). Ou seja, um importante papel no decorrer da prática realizada.

Além desses aspectos, o professor precisa criar uma sala de aula propicia a promover discussões sobre as atividades/ações desenvolvidas no decorrer da prática com os jogos, e também incentivar esses diálogos não somente entre alunos mas também entre professor e alunos, para que juntos consigam destacar as diferentes formas de raciocínio e estratégias tomadas bem como os problemas que vão surgindo no decorrer da ação (Grando, 2015).

Pereira (2019) concluiu no seu Trabalho de Conclusão de Curso que os jogos praticados no decorrer da prática realizada "[...] contribuíram para que os alunos se envolvessem na atividade, possibilitando assim, um ambiente colaborativo onde se sentissem à vontade para colocarem suas ideias sem o medo de pensarem que estão errando.". Algo que é essencial em um ambiente de aprendizado com uso de jogos, para que assim, os estudantes "[...] ao trabalharem em grupos, eles possam criar novas formas de se expressar [...]. É necessário que seja um ambiente onde se possibilitem momentos de diálogo sobre as ações desencadeadas." (Grando, 1995, p. 96). Ou seja, um ambiente propício para a relação de professor aluno e aluno aluno para que evidencie estratégias do raciocínio criado que serão importantes para a construção de conhecimentos em conjunto.

3. Álgebra

Nesta seção iremos abordar a importância da Álgebra no desenvolvimento do pensamento matemático e analisamos o que é comentado na BNCC, nos Parâmetros Curriculares Nacionais e no Referencial Curricular Gaúcho, além disso abordaremos um pouco sobre possibilidade pedagógica para o ensino de equação de primeiro grau bem como algumas dificuldades que os estudantes sofrem com o conteúdo.

3.1 Importância da Álgebra

A Álgebra é uma das áreas da matemática que os estudantes são convidados a desenvolver habilidades que são aperfeiçoadas ao longo do tempo de formação, e que são significativas para o aperfeiçoamento do pensamento matemático. De acordo com os Parâmetros Nacionais Curriculares (1998, p. 115) "O estudo da Álgebra constitui um espaço bastante significativo para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização, além de lhe possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas.". De tamanha importância que há uma concordância da organização do currículo matemático que haja a Álgebra como uma das unidades "[...] que orientam a formulação de habilidades a ser desenvolvidas ao longo do Ensino Fundamental." (BRASIL, 2019, p. 268) presentes na BNCC (2019), PCN (1998) e Referencial Curricular Gaúcho (2018). Nesse contexto, sobre o ensino de equações, Silva (2014, p. 15) comenta que "[...] é de fundamental importância, pois possibilita que o aprendiz seja capaz de solucionar situações problemas do cotidiano, onde as várias situações matemáticas se fazem presentes.".

Alguns dos objetivos no processo de aprendizagem da Álgebra são desenvolver a capacidade de manipulação dos símbolos, de interpretá-los e usá-los na resolução de problemas cotidianos (Veloso, Ferreira, 2010). Entretanto, é importante salientar que nem sempre a Álgebra foi constituída por símbolos. De acordo com Almeida (2016) a história da álgebra nos conta que a linguagem algébrica passou por 3 momentos, de uma linguagem escrita, passando para uma linguagem com o uso de símbolos até resultar na linguagem que hoje é mais utilizada. Dentre os 3 momentos, o primeiro foi álgebra retórica, no qual as expressões são escritas por extenso com o uso de palavras, em segundo a álgebra sincopada que passou de somente palavras para palavras e algumas abreviações, e por último a álgebra simbólica, no qual as expressões são escritas totalmente por símbolos como temos hoje em dia (Silva; Lima; Oliveira, 2020).

Para que os estudantes possam ter domínio do conhecimento algébrico é necessário que no decorrer da aprendizagem desenvolvam o raciocínio e o pensamento algébrico, e não focarem somente em decorar procedimentos mecânicos (Silva, 2013). Por exemplo, na equação de primeiro grau, pode ser ensinado por métodos mecânicos para resolução, sem a explicação do porquê de cada ação, pois os professores podem achar ser um método mais rápido de ensino. Entretanto a implementação deste método de ensino visando a obtenção de resultados imediatos, acarreta em uma abordagem de aprendizado pautada na memorização, culminando na aplicação mecânica de conceitos matemáticos, especialmente no estudo de equações, podendo contribuir para a manifestação de erros sistemáticos, difíceis para o docente compreender e para o discente corrigir e eliminar (Freitas, 2002).

Sobre o estudo da Álgebra, Domenech (2017, p. 16) salienta que o início "[...] acontece no estudo das equações, com uso de letras para a representação de valores desconhecidos." nas equações do primeiro grau. Bonadiman (2007) comenta que segundo Kuchemann (1981), "poucos alunos de 13 a 15 anos foram capazes de considerar as letras como números generalizados, um número ainda menor foi capaz de interpretar letras como variáveis" (2007, p. 39). E também citando Trigueros e Ursine (2005), Bonadiman (2007) comenta que "[...] para poder resolver os exercícios e problemas típicos de álgebra elementar faz-se necessário três usos de letra: como incógnita, como generalização de número e como variável funcional." Porém é entendível a dificuldade dos estudantes com essa compreensão dos significados variados da simbologia algébrica, entretanto ao ser trabalhado essas diferenças que o estudante vai desenvolvendo o pensamento algébrico.

3.2 Possibilidades pedagógicas para ensino de equação de primeiro grau

Tendo em vista que a Álgebra é uma das unidades presentes na BNCC, PCN e Referencial Curricular Gaúcho que direcionam a construção das habilidades que devem ser desenvolvidas durante o Ensino Fundamental, é de se entender que o conteúdo de equação de primeiro grau presente na unidade da Álgebra, seja importante para o desenvolvimento de habilidades do estudante.

Para Silva (2014, p. 21) "devemos desenvolver nos anos finais do Ensino Fundamental o conceito de equações, ou seja, buscar conceituar a noção de equação, a noção de incógnita e variável, e procedimentos de resoluções". Entretanto, tais conceitos podem ser de difícil assimilação quando não se entende o que realmente se está fazendo, como por exemplo resolver uma equação sem compreender o porquê das ações, sem assimilar o sentido do uso das operações inversas.

Transformar um conteúdo de difícil compreensão em algo mais simples, para que os discentes consigam entender, é papel do docente que quer contribuir com a aprendizagem de seus estudantes. Entretanto, alguns professores podem abordar a matemática de uma maneira que não gere encanto dos estudantes em querer aprender seu conteúdo, com um modo de ensinar no qual o estudante se torna somente um ser passivo e não ativo, de modo que pode desanimar o discente e dificultar sua aprendizagem.

Em adição a isso, desde os primeiros anos escolares os professores ensinam a matemática através de uma abordagem pedagógica no qual a aprendizagem de equações, gráficos, números, fórmulas é dificultada (Leite, 2019). Em suma, o ensino de matemática com o método que em geral é chamado de tradicional, no qual o estudante se torna um ser passivo a decorar as informações que o professor transmite sem nenhuma contextualização sobre seu uso, acaba por dificultar ainda mais o desenvolvimento do pensamento matemático, como também não há um interesse em motivar os estudantes a quererem aprender, dificultando a aprendizagem.

De acordo com Ponte, Branco e Matos (2008), a grande maioria das dificuldades que os estudantes sofrem com resolução de equações está vinculado ao fato de usarem os conceitos aprendidos na Aritmética na Álgebra. Os autores citam algumas dificuldades mais comuns de serem encontradas nas resoluções de equação de primeiro grau:

1- Adição incorreta de termo semelhante: Nesse caso o aluno acaba por somar incorretamente os coeficientes. Considere a equação $-6x + 4x = 10$, resolvendo teremos $-2x = 10$, porém uma pessoa que comete a adição incorreta pode acabar resolvendo da seguinte maneira:

$$-6x + 4x = 10$$
$$-10x = 10$$

Podendo assim, ter confundido o sinal de menos, efetuando primeiro a soma e depois adicionando o sinal de menos. Tendo então uma dificuldade nas operações com números inteiros.

2- Adição incorreta de termos não semelhantes e interpretação incorreta dos sinais: Dada a equação $4x + 10 = 22$, que resolvendo ficaria $4x = 12$, porém, nessa situação o estudante acaba, por conceitos aprendidos de Aritmética, necessitando ao visualizar o sinal da adição efetuar a soma do lado esquerdo da igualdade pensando ter uma expressão que não está finalizada, tendo então $14x = 22$.

3- Interpretação incorreta de monômios do 1º grau: Essa dificuldade está relacionada à interpretação da incógnita como um número a completar o seu coeficiente, como por exemplo 3x, o x seria relacionado diretamente a unidade das 3 dezenas, 30 + x sendo $0 \leq x \leq 9$. Essa dificuldade resulta em uma impossibilidade de resolver, por exemplo, equações do tipo 3x=10, pois nesta interpretação qualquer valor entre 0 e 9 adicionado a 30 resultaria em um número maior que 10, ou seja, impossível.

4- Separação entre parte literal e a parte numérica numa expressão algébrica: É interpretada como uma dificuldade de visualizar nas equações os monômios que estão dispostos e separar a parte literal da parte numérica. Por exemplo: x + (1 + x) + (2 + x) + 3x = 0, como resultado teríamos, 6x + 3 = 0, porém resolvendo com a dificuldade apresentada:

$$x + (1 + x) + (2 + x) + 3x = 0$$

$$x + x + x + x + 1 + 2 + 3 = 0$$

$$4x + 5 = 0$$

5- Resolução incorreta de uma equação do tipo ax = b: Essa dificuldade está relacionada à interpretação do sinal de " $-$ " que acompanha o x, pois nessa situação, o estudante não consegue compreender como -x pode ser igual a um número positivo, visto que entendem que a incógnita deverá ser um número positivo, como exemplo, há uma dificuldade de compreender -x = 3, impossibilitando a finalização da resolução.

Dentre outras dificuldades há também a citada por Kieran (1992, apud Ponte; Branco; Matos, 2008, p. 97) denominada redistribuição, no qual o estudante tem a dificuldade de compreender que ao adicionar algo de um dos lados da igualdade, terá obrigatoriamente que adicionar no outro lado a mesma parte numérica ou literal. Por exemplo dada a equação de primeiro grau 3 + x = 2x -2, o aluno com essa dificuldade resolverá adicionando parte numérica diferentes, um em cada lado da igualdade:

$$3 + x = 2x - 2$$

$$3 + x - 3 = 2x - 2 + 3$$

Diante disso, fica claro que muitas das dificuldades presentes na resolução de equações, na realidade não passam de conceitos errôneos, muitas vezes por usarem por exemplo concepções da Aritmética na Álgebra, ou por falta de compreensão dos conceitos algébricos. Se analisarmos dessa maneira, podemos pensar também que um dos motivos para a não compreensão dos conceitos pode se explicar devido ao fato de que alguns conteúdos da Álgebra podem ser ensinados pelos docentes de maneira a decorar procedimentos, em que os estudantes não entendem o porquê da ação realizada, como por exemplo, na resolução de equação de primeiro grau.

Para tentar contornar isso, os docentes têm como possibilidade trabalhar com um ensino mais lúdico para o ensino da Álgebra, mais precisamente de equação de primeiro grau, que tem como potencialidade levar o ensino a algo além de um agrupamento de letras e números sem utilidade e desmotivante. Domenech (2017, p. 18) comenta que:

> A elaboração didático-pedagógica tem a finalidade de possibilitar aos educandos maior estímulo no aprendizado da álgebra, evidenciando sua aplicabilidade nas analogias diárias e sua compatibilidade com a realidade, utilizando-se para isso o apoio do material lúdico, como aperfeiçoamento da aprendizagem e motivação em sala de aula.

Tal material didático lúdico é necessário, visto que equação de primeiro grau pode ser um conteúdo de maior complexidade quando não se compreende o porquê de cada ação na sua resolução, seu aprendizado pode ser difícil e desmotivante, pois o estudante não apresenta razoável desenvolvimento do pensamento algébrico. E desse modo, os materiais podem auxiliar os estudantes a aprenderem, pois tem como potencialidade motivar os estudantes para construírem estratégias que indiretamente utilizam conceitos matemáticos.

Bonadiman (2007) em sua pesquisa de dissertação de Mestrado, concluiu com a prática desenvolvida que a utilização de materiais manipulativos tiveram um papel importante na construção de significados e algumas regras e propriedades utilizadas em expressões algébricas. Ou seja, é preciso levar em conta que existem diferentes opções metodológicas que criam oportunidades para que os alunos aprofundem seus conhecimentos de forma prazerosa (Domenech, 2017). E os docentes devem entender isso como uma possibilidade de auxiliar os discentes no aprendizado de equações do primeiro grau. O docente pode ter em sua atuação pedagógica a possibilidade de planejar diferentes tipos de problemas, jogos, utilizando tecnologia, etc (Silva, 2014). Principalmente na introdução de um conteúdo, pois não podemos perder a atenção e a participação dos estudantes logo de início, muito pelo contrário. Podemos buscar envolver os discentes em sua aprendizagem, como por exemplo ao trabalhar com o conteúdo de equação de primeiro grau, introduzindo-o de forma mais dinâmica, convidando o discente à participar da aula ativamente, para construir seu próprio conhecimento sobre resolução de equações do primeiro grau, sem que ele tenha que somente copiar regras do quadro.

Entendemos então que por meio de diferentes atividades de ensino podemos trabalhar com a matemática de uma maneira que os discentes não sintam pré-conceito de ser algo impossível de se aprender ou maçante, incentivando os mesmos a participarem ativamente das aulas, desenvolvendo assim um possível gosto pelo estudo. Martins, Martins e Scheffer, (2016, p. 179) comentam que “A utilização de atividades lúdicas na sala de aula dos anos iniciais, pode conduzir e despertar nos alunos o gosto pela matemática, ampliando, assim, o seu interesse em relação aos conceitos trabalhados e construídos na escola”. Ou seja, quanto mais cedo introduzirmos atividades lúdicas em sala de aula, a possibilidade do discente construir um gosto pela matemática e não um preconceito ou aversão, como o comentado anteriormente, pode ser maior.

Desse modo, entendemos que a Álgebra constitui conceitos de extrema importância para os estudantes, que no decorrer da construção do conhecimento algébrico acabam desenvolvendo diversas habilidades para o entendimento de conteúdo matemáticos futuros e para o próprio pensamento matemático. Entretanto, o conteúdo de equação de primeiro grau não é nada simples de se compreender, principalmente o método de resolução no qual por muitas vezes é ensinado com auxílio de macetes que podem não fazer sentido para o estudante. Nesse sentido o professor deve tentar ao máximo auxiliar os discentes a participarem ativamente da sala de aula assim tendo como objetivo construírem seu próprio conhecimento, e para isso há inúmeros modos de ensinar os estudantes, como por exemplo através da ludicidade, que traz o estudante como um ser ativo, e pode transformar a aprendizagem em algo motivador.

4. Abordagem Metodológica

A presente pesquisa tem como foco analisar as ações dos estudantes na resolução das atividades a fim de estudar as potencialidades dos jogos propostos, na aprendizagem de resolução de equação do primeiro grau. Para tal, a pesquisa qualitativa se enquadra neste trabalho, pois, segundo Goldenberg (2004, p. 14) nessa modalidade "[...] a preocupação do pesquisador não é com a representatividade numérica do grupo pesquisado, mas com o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização, de uma instituição, de uma trajetória etc". Estarei analisando os registros dos estudantes ao longo da realização das atividades com jogos.

Para realizar essa pesquisa foi escolhida a tendência de Jogos em Educação Matemática para as atividades desenvolvidas com os estudantes, a qual será utilizada durante as aulas planejadas e que irá possibilitar material para analisar a fim de responder a seguinte pergunta: **quais as potencialidades do uso do Jogo dos Opostos e dos quebra-cabeças matemáticos em uma turma de oitavo ano na aprendizagem de resolução de equação do primeiro grau?** Com esse intuito, a pesquisa será desenvolvida em uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental, sendo que dez alunos, dos vinte regularmente matriculados na escola, aceitaram participar da pesquisa e entregaram assinado o termo de consentimento livre e esclarecido (TCLE) e o termo de assentimento livre e esclarecido (TALE). A escola possui ensino integral e para a matemática, são cinco períodos de 50 minutos semanais, todos no período da manhã.

A proposta didática foi planejada em uma sequência de quatro etapas abrangendo três jogos, no qual o primeiro intitulado Jogo dos Opostos, foi baseado no jogo apresentado em um minicurso por Fontes et al. (2016) no XII Encontro Nacional de Educação Matemática e é voltado para o aprendizado de resolução de equação do primeiro grau e os outros dois, quebra-cabeças, para a consolidar o conteúdo desenvolvido no jogo anterior. Para tal, a sequência de atividades será realizada em dez períodos de matemática. Neles serão coletados os registros feitos pelos estudantes no decorrer das etapas da prática, como, quais são as estratégias desenvolvidas no primeiro jogo e como o aluno desenvolveu a resolução das questões de equação do primeiro grau contidas na atividade posterior e nos dois seguintes jogos.

4.1 Sequência de Atividades

A sequência de atividades foi dividida em quatro etapas, a primeira para a entrega e explicação do 1º jogo, bem como para os estudantes jogarem. A segunda etapa foi destinada para a inserção de uma nova regra no jogo e novas sequências a serem jogadas. A terceira para os exercícios de equações do primeiro grau e assim visualizar a conexão do conteúdo com o jogo. E a quarta etapa os dois jogos que envolvem prática da resolução de equações do primeiro grau.

Quadro 2: Sequência de atividades

Etapa	Finalidade
Etapa 1	Jogo dos Opostos
Etapa 2	Jogo dos Opostos com nova regra
Etapa 3	Exercícios de equação de primeiro grau
Etapa 4	Jogo 2 e 3 Quebra-cabeças

Fonte: Acervo pessoal

Para essa sequência de atividades foram organizados 10 períodos de matemática de 50 minutos cada.

4.2 Descrição das etapas

4.2.1 Etapa 1

A etapa 1 foi dividida em dois momentos e destinada para o Jogo dos Opostos, que foi baseado no jogo apresentado por Fonte et al. (2016). Primeiramente foi comentado com a turma que iríamos realizar uma atividade que seria desenvolvida em duplas. Em seguida, eu, como professor pesquisador, auxiliei a turma a se organizarem e entreguei o material do jogo para cada grupo. Logo depois, foi realizada a leitura das informações e explicado o objetivo e as regras do jogo, para que iniciassem a dinâmica. Já o segundo momento foi atribuído para que os estudantes jogassem o jogo explorando as possibilidades de ações a fim de vencer todas as sequências presentes no jogo.

O objetivo geral do Jogo dos Opostos é pensar em estratégias que façam com que a sequência se forme por quadrados azuis de um dos lados da reta vertical e do outro somente bolinhas, verdes ou azuis. E para isso, os estudantes somente puderam realizar ações de retirar e colocar quadrados e bolinhas, porém há duas regras, tudo que você fizer de um lado da reta terá que fazer do outro e peças iguais de cores diferentes em um mesmo lado da reta se anulam.

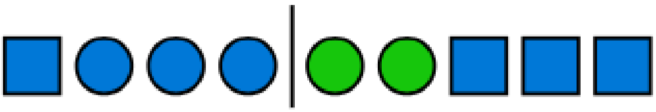
Todas as duplas ganharam:

- Um envelope com as peças do jogo, sendo eles oito círculos e quadrados azuis e verdes;
- Uma folha A4 para uso de tabuleiro;
- Instruções e regras do jogo;
- Sequências para jogarem.

Exemplo:

Suponhamos que a dupla tivesse que resolver essa sequência:

Figura 1 - Sequência do Jogo dos Opostos



Fonte: Acervo pessoal

Na tentativa de resolver, o grupo poderia dispor as peças da sequência no tabuleiro e logo após, teriam que explorar alguma estratégia para deixar de um dos lados somente quadrados azuis e de outro bolinhas verdes ou azuis.

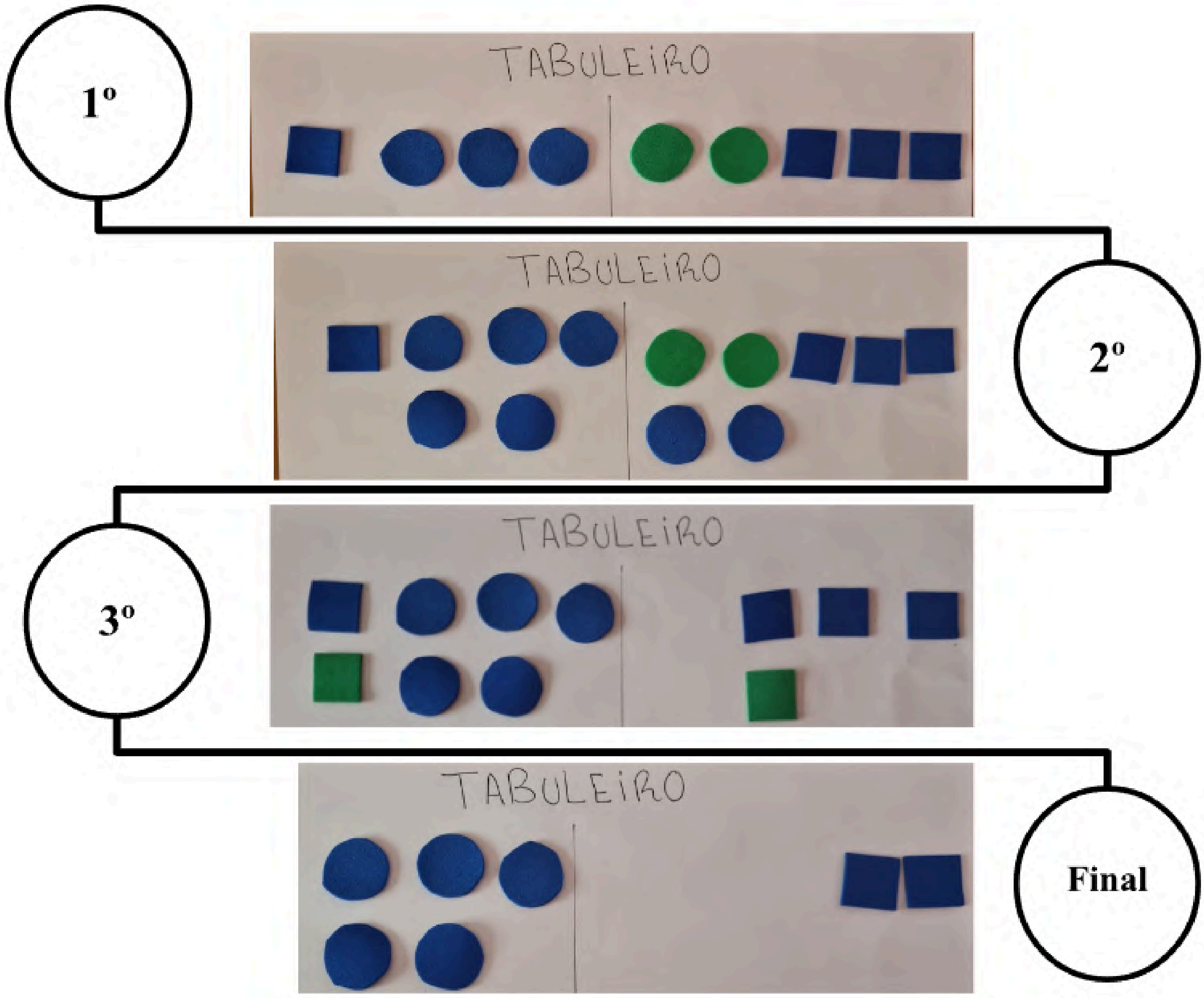
Uma opção de resolução seria de acordo com a figura 2:

1º: Dispor todas as peças no tabuleiro;

2º: Adicionar duas bolinhas azuis para poder anular as bolinhas verdes do lado da direita;

3º: Acrescentar um quadrado verde para poder anular o quadrado azul do lado esquerdo do tabuleiro.

Figura 2 - Ações do Jogo dos Opostos



Fonte: Acervo pessoal

E assim finalizando essa sequência, pois há somente quadrados azuis do lado direito e bolinhas do lado esquerdo.

Desta forma, deixei com que os estudantes jogassem o jogo com suas duplas, lembrando a todos de realizar o registro na própria folha com todos os passos que fossem realizar, salientando que poderiam escolher a forma que quisessem para registrar, contanto que registrassem seus pensamentos para alcançar o objetivo no jogo.

Durante o desenvolvimento dos jogos estive observando os estudantes e também mediando e orientando caso houvesse alguma dúvida e/ou descomprimento das regras. Por tanto, como Grando (2004) comenta, tentei criar um ambiente no qual instigue os estudantes a explicarem seu pensamento e suas ações, para que deste modo, o discente tente perceber seus erros, desafios e acertos, como também um ambiente de diálogo entre alunos para que juntos consigam construir suas estratégias de raciocínio.

Ou seja, essa etapa tem como objetivo construir para os estudantes um ambiente no qual eles possam jogar, pensar, argumentar, criar estratégias em grupo, para que desenvolvam habilidades como raciocínio, organização, sociabilidade com sua dupla e demais duplas, e além disso, que os discentes percebam a ideia de equivalência ao acrescentarem quadrados e/ou bolinhas de ambos os lados.

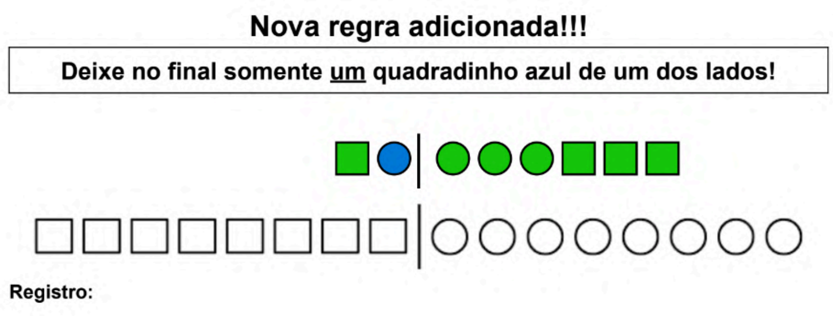
4.2.2 Etapa 2

Na segunda etapa, foi introduzida uma nova regra ao jogo. Foi entregue uma folha com a nova regra e mais algumas sequências para jogarem, e novamente foi explicado a regra antes que comecem a jogar.

O objetivo geral do jogo se manteve o mesmo, porém com um acréscimo: uma regra nova em que os jogadores deverão deixar somente um quadrado azul de um dos lados da linha vertical, o que antes não era necessário. Apesar de ser somente uma regra, há um grande desafio presente nessas sequências para os estudantes. Anteriormente os estudantes conseguiam visualizar a adição e subtração de ambos os lados utilizando os quadrados e bolinhas, entretanto, com a nova regra, os estudantes foram desafiados a encontrar uma nova estratégia para concluir o jogo, visto que a operação que deveriam utilizar seria a divisão.

Diante disso, essa etapa tem como objetivo desenvolver nos estudantes o raciocínio e o entendimento de equivalência através de operações para além da adição e subtração.

Figura 3 - Nova regra do Jogo dos Opostos



Fonte: Acervo pessoal

Uma opção de resolução seria de acordo com a figura 4:

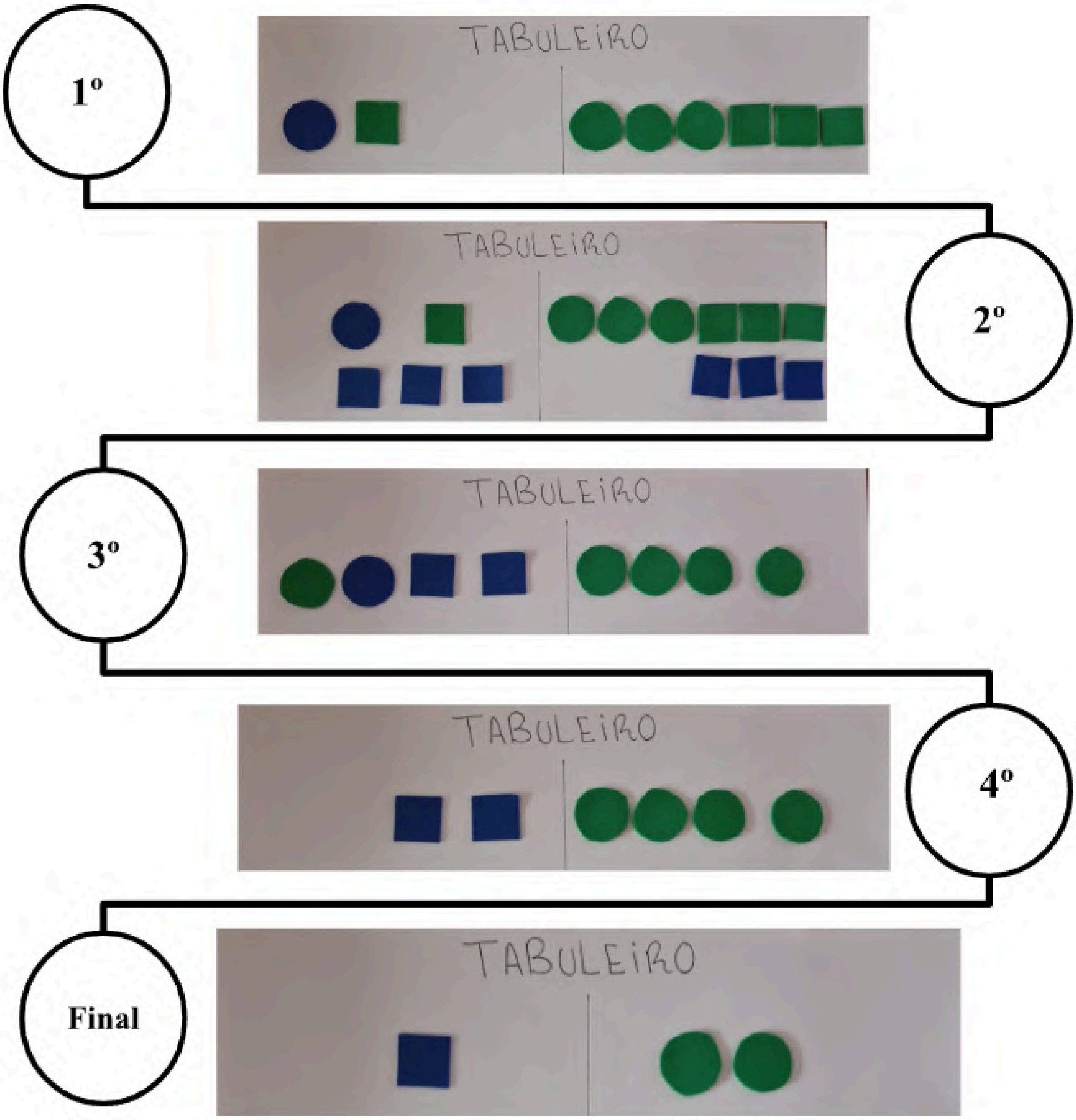
1º: Dispor todas as peças no tabuleiro;

2º: Adicionar 3 quadrados azuis para anular os quadrados verdes do lado direito do tabuleiro;

3º: Acrescentar uma bolinha verde do lado esquerdo do tabuleiro para anular a bolinha azul;

4º: Dividir por 2 de ambos os lados.

Figura 4 - Ações do Jogo dos Opostos com nova regra



Fonte: Acervo pessoal

4.2.3 Etapa 3

Essa etapa foi separada em 2 momentos. Foi iniciada em uma abordagem expositiva junto à turma acerca do conteúdo relativo a equações de primeiro grau, considerando que tal conteúdo é introduzido no currículo a partir do sétimo ano do Ensino Fundamental. Todavia, tal período foi marcado para os estudantes por um ambiente de Ensino Remoto Emergencial, caracterizado para alguns, potencialmente, por uma difícil dinâmica de ensino. Uma vez que, para classe média e alta, por muitas vezes, os estudantes tiveram espaço para assistir as aulas, já para classes mais baixas, a situação pode ter sido diferente, devido ao fato de que podem não ter tido um cômodo para estudar, afetando a concentração devido ao fato de terem que assistir às aulas com familiares em volta. Quequi, Fioreze e Burigo (2021). Neste contexto, muitos estudantes podem ter retornado ao ambiente escolar enfrentando desafios significativos por consequência das lacunas de aprendizados acumuladas durante o período de ensino remoto. Assim foi questionado à turma sobre o que sabem sobre o conteúdo e exposto um exemplo de problema para montarmos a equação juntos. Exemplo: “Eduardo comprou uma camiseta, uma bermuda e gastou 90 reais. Sabendo que o preço da bermuda é 50 reais, qual o preço da camiseta?”. Por fim, foi explicado que a próxima atividade a ser realizada seria resolver essas equações do primeiro grau.

Na segunda etapa, reunidos novamente com suas duplas, receberam uma folha de atividades contendo algumas equações do primeiro grau para resolverem utilizando inicialmente o jogo dos opostos que também será fornecido.

Primeiramente, realizei a leitura das instruções da atividade, e expliquei a idéia de substituição de:

Quadrado azul = +X

Quadrado verde = - X

Bolinha verde = Número negativo

Bolinha azul = Número positivo

Nessa etapa atuei novamente como mediador e orientador, auxiliando os estudantes a entenderem a relação do jogo com a resolução de uma equação de primeiro grau, instigando-os a pensarem nessa associação e a partir disso, construírem o próprio conhecimento para resolver uma equação de primeiro grau.

Essa atividade tem como objetivo proporcionar um momento de reflexão aos estudantes para que percebam que as ideias de equivalência utilizadas durante o jogo deverão ser aplicadas nas equações do primeiro grau. Portanto, os alunos deverão explorar os conceitos utilizados no jogo anterior para resolver as equações, e assim é esperado que consigam compreender o processo de resolução de uma equação.

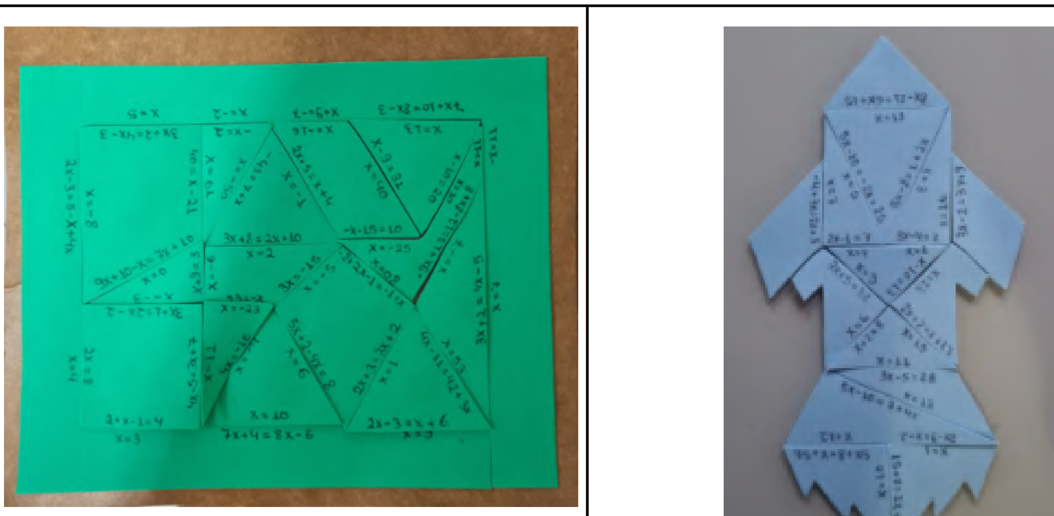
4.2.4 Etapa 4

Para a quarta etapa, primeiramente a turma foi dividida em grupos de 3-5 integrantes, pensando em uma maior interação entre os colegas, para realizarmos uma atividade. Em seguida, foi entregue o primeiro jogo para os grupos, o quebra-cabeças do tabuleiro, então explicado as regras para jogarem e a necessidade de todos registrarem as suas resoluções. O jogo consiste em completar um retângulo com peças de variadas formas e tamanhos, porém para descobrirem o local de cada peça poderão resolver as equações e conectarem com suas respostas, no qual ambos estarão nas arestas de cada peça e no entorno do retângulo. Outra estratégia que poderia ser utilizada seria a técnica de tentativa e erro, em que o aluno poderia testar os locais de cada figura, entretanto arrisca-se a utilizar muito mais tempo do que resolver as equações de primeiro grau. Cada grupo poderia seguir a estratégia que quisesse, contanto que registrassem todas as suas ações durante o jogo.

Logo em seguida, após o fim do primeiro jogo, foi entregue para cada grupo o segundo jogo, o quebra-cabeças das figuras misteriosas, e novamente explicado as regras e a necessidade do registro. O jogo é bem similar ao anterior, deverão montar uma figura misteriosa com as peças do jogo, porém como no jogo anterior, poderão resolver as equações e conectarem com suas respostas, no qual ambos estarão nas arestas de cada peça. Do mesmo modo que no jogo anterior, o grupo poderá escolher a sua estratégia para jogar, porém no fim, deverá aparecer a imagem misteriosa correta.

O objetivo desses jogos é oportunizar um momento aos estudantes trabalharem os conceitos de resolução de equação de primeiro grau de uma maneira mais lúdica, podendo assim incentivar os discentes a apreciarem exercícios de matemática, e também incentivar o trabalho em equipe que está presente em ambos os jogos.

Figura 5 - Exemplo do quebra-cabeças do tabuleiro e das figuras misteriosas, respectivamente



Fonte: Acervo pessoal

5. Análise de dados

Nesta seção serão apresentados os relatos de cada uma das etapas da prática pedagógica desenvolvida e a análise dos dados obtidos por meio de registros escritos dos participantes e caderno de campo. A presente pesquisa foi realizada em uma turma do 8º ano do ensino fundamental, em uma escola estadual do estado do Rio Grande do Sul, tendo um total de 10 participantes. A seguir irei apresentar a análise dos dados obtidos. Serão analisadas as 4 etapas apresentadas na metodologia, a qual será seguida da mesma ordem.

5.1 Etapa 1

Inicialmente, eu, como professor pesquisador, conversei com a turma para que formassem duplas para jogarmos um jogo. Auxiliei os integrantes a encontrarem suas duplas e foi entregue para as duplas o Jogo dos Opostos para que se familiarizassem com o material. Solicitei para que, previamente as duplas interagissem um pouco com o material, abrindo o envelope, olhando o tabuleiro e lendo a folha de instruções.

Os participantes se dividiram da seguinte maneira:

Quadro 3: Divisão dos participantes em grupos

Dupla	Integrantes
A	Aluno A1 e Aluno A2
B	Aluno B1 e Aluno B2
C	Aluno C1 e Aluno C2
D	Aluno D1 e Aluno D2
E	Aluno E1 e Aluno E2

Fonte: Acervo pessoal

Após a interação das duplas com o material, iniciei a explicação do jogo, bem como suas regras e objetivos. Comecei inicialmente explicando o jogo, suas regras e objetivos e em seguida o uso de cada material do jogo. Logo após, salientei para que todas as duplas registrassem os movimentos que iriam realizar durante o jogo. Inicialmente a turma solicitou bastante auxílio necessitando a confirmação se estavam jogando corretamente e usando estratégias válidas. Durante esses momentos, atuei como professor mediador e orientador, sempre questionando a dupla, com questões como:

O que vocês fizeram?

Como pensaram?

Me expliquem.

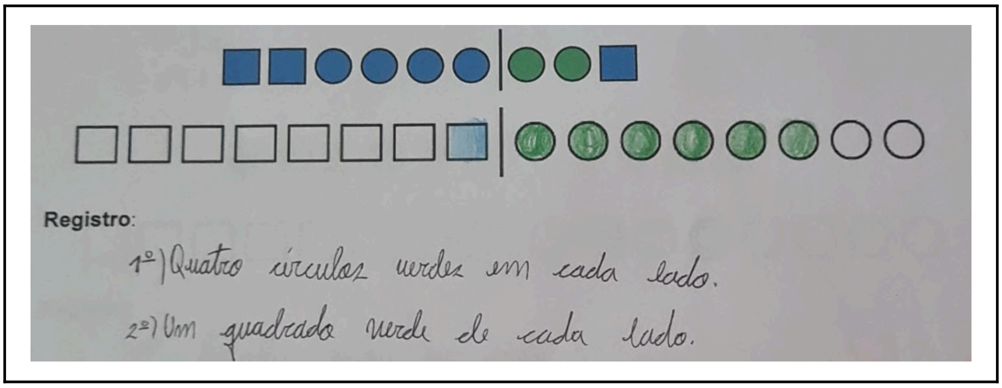
Pois meu objetivo era que as próprias duplas entendessem e pensassem nas estratégias realizadas no jogo e compreendessem eventuais erros ou construir conjecturas para explicar que a ação estava correta. Grando (2004, p. 36) comenta que:

> Nas situações de intervenção realizadas é importante que o professor interfira o menos possível na decorrência do jogo e nas reflexões realizadas pelos alunos durante as jogadas, procurando auxiliar os alunos com novos questionamentos e intervenções, durante a análise das jogadas.

Pensando nesse sentido que não atuei diretamente no pensamento das duplas e sim agi buscando uma interpretação e compreensão das próprias duplas sobre suas jogadas, e também orientei, quando necessário, para que conseguissem visualizar o erro ou a invalidação da ação.

Nesta etapa do jogo a dupla A não mostrou dificuldade alguma para vencer os desafios proporcionados, conseguindo rapidamente alcançar os objetivos de cada sequência. Foi possível observar uma boa interação e organização entre os dois, que foi bem perceptível pelas discussões durante todo o jogo para compreenderem quais estratégias de movimentos iriam realizar. Podemos analisar essa facilidade para vencer o jogo pode ter sido consequência dessa cooperação, que segundo Grando (2004) significa negociar, trabalhar em conjunto, para que em grupo consigam estabelecer acordos que pareçam adequados ou que façam sentido para vencer. Por meio dessa interação a dupla foi capaz de visualizar a situação do ponto de vista do outro e assim podendo compor a melhor estratégia e visualizar eventuais ações errôneas, o que vai ao encontro ao que Grando (2000, p. 30) relata no qual, “Cooperando o indivíduo está coordenando diferentes pontos de vista, sendo capaz de “descentrar”, ou seja, de ver uma situação a partir do ponto de vista do outro (adversário ou parceiro)”. Foi perceptível verificar essa facilidade através da interação em sala de aula, como também pelos registros feitos pela dupla.

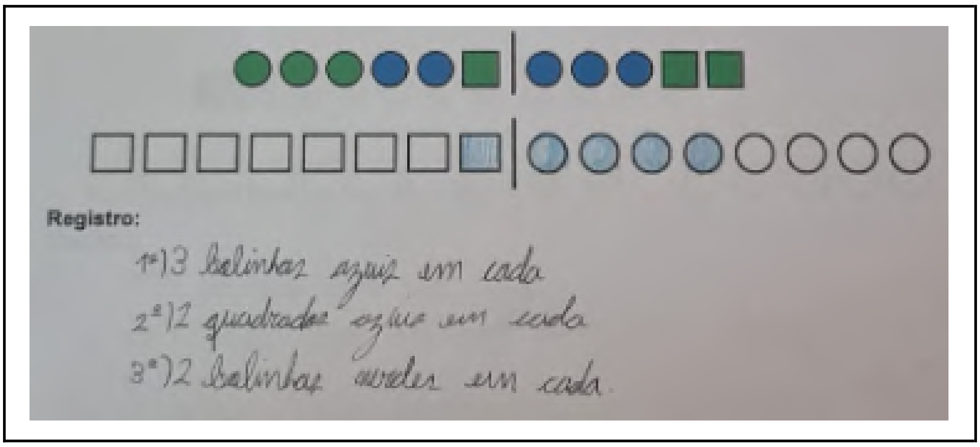
Figura 6 - Registros da dupla A no Jogo Dos Opostos, sequência 1



Fonte: Acervo pessoal

A dupla apresentou registros simples e curtos porém com uma boa organização e claro entendimento de cada ação realizada nas sequências, escolhendo uma estratégia de registro por tópicos e ordem. É possível visualizar que a dupla conseguiu construir estratégias para vencer o jogo com poucos movimentos, com apenas duas jogadas (figura 6) e também na sequência na qual era necessário mais uma jogada para vencer, utilizando de três movimentos (figura 7).

Figura 7 - Registros da dupla A no Jogo Dos Opostos, sequência 4



Fonte: Acervo pessoal

Como comentado, a dupla não teve muitas dificuldades para vencer todas as sequências do jogo, mostrando um bom entendimento e aparentemente nessa etapa compreendendo o conceito matemático incluso no jogo. A igualdade entre os dois lados de uma equação ao efetuar a mesma operação em ambos os lados (redistribuição), foram perceptíveis nos registros “em cada”.

A dupla B também trabalhou em conjunto, apresentando boa interação e diálogo. Durante o desenvolvimento do jogo. Principalmente no início, a dupla requisitou bastante auxílio, questionando as situações do jogo com frases do tipo:

Ok, professor. E agora? Como termina?

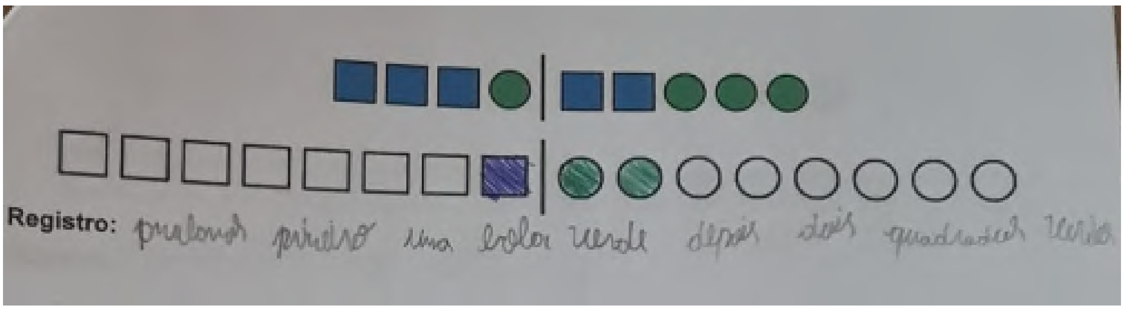
Então eu orientava para que lessem novamente o objetivo do jogo na primeira folha e os questionava de volta perguntando algo como:

O que falta?

Em todas as vezes o aluno B1 ou o B2 paravam para refletir e visualizar o que tinham feito, para então entender o que faltava, e explicar para o colega. Esse momento é importante para os alunos e vai ao encontro com o que a Grando (2004, p. 23) destaca "Quando o aluno realiza constatações acerca de suas hipóteses, percebe regularidades e define estratégias, sendo capaz de efetuar um planejamento de suas ações, a fim de obter o objetivo final do jogo, que é vencê-lo."

Diferente da dupla A, os integrantes da dupla B efetuaram os registros de um outro modo. A dupla utilizou de uma estratégia de registro em texto corrido.

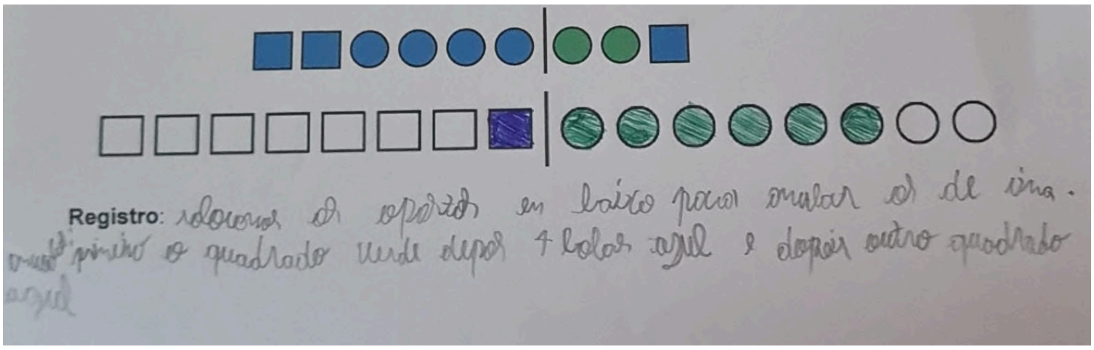
Figura 8 - Registros da dupla B no Jogo Dos Opostos, sequência 2



Fonte: Acervo Pessoal

Podemos perceber que a dupla B, utiliza da palavra "anulamos" nos registros (figura 8) para comentar em forma de texto corrido os passos realizados no jogo. Porém o registro se torna muito simples a ponto de não entendermos como foi realizada essa ação de anular. Ao analisar as demais sequências do jogo, foi perceptível uma certa dificuldade da dupla de registrar as jogadas realizadas durante o jogo. Como vemos nas figuras abaixo:

Figura 9 - Registros da dupla B no Jogo Dos Opostos, sequência 1



Fonte: Acervo Pessoal

A dupla começa registrando mencionando a ação (figura 9):

Colocamos os opostos em baixo para poder anular os de cima

Porém logo após começam a registrar os passos e aparentemente se perdem, pois de início é mencionado:

Primeiro o quadrado verde

O que sugere que a dupla adicionou um quadrado verde, entretanto não há registro de nenhuma ação de anular quadrado. Em seguida a dupla registra:

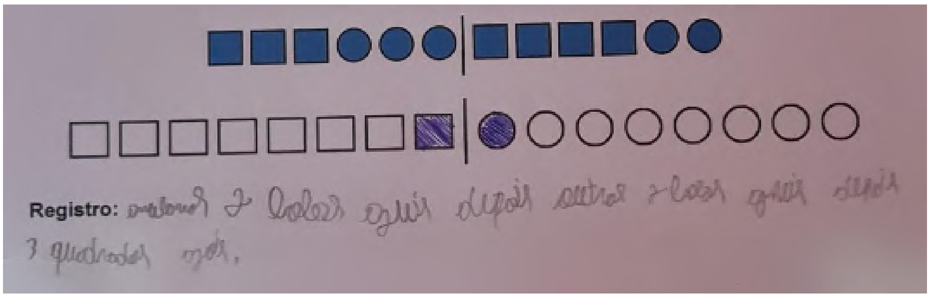
Depois 4 bolas azul

Que pode ser compreendido como anularam as quatro bolas azuis. E por fim:

Outro quadrado azul

Que podemos analisar a anulação do quadrado azul que esqueceram de realizar quando colocaram um quadrado verde já na primeira ação.

Figura 10 - Registros da dupla B no Jogo Dos Opostos, sequência 6

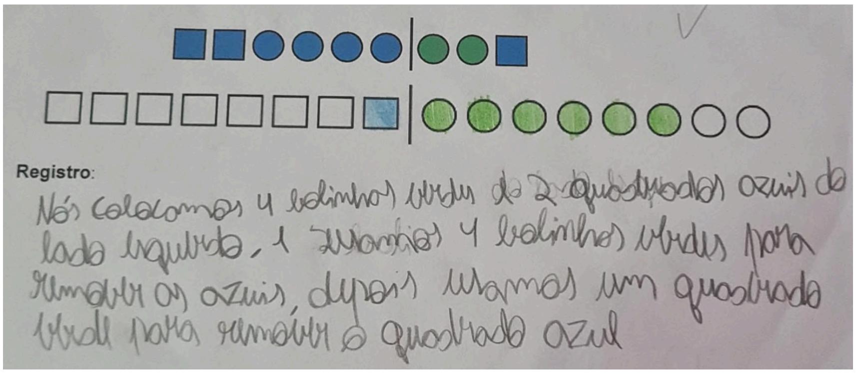


Fonte: Acervo Pessoal

Já na figura 10 é perceptível que a dupla volta a registrar sem a ação de estar adicionando algo no tabuleiro somente o que estão retirando. Em outras sequências observam-se omissões de etapas, possivelmente decorrentes da complexidade de documentar os movimentos realizados no jogo. Ou seja, a dupla pode ter enfrentado dificuldades para construir uma estratégia eficaz para registrar as suas ações juntamente com o jogo. Entretanto mesmo com essas dificuldades de registro, a dupla B conseguiu chegar ao resultado final correto em todas as sequências e vencer o jogo.

A dupla C, inicialmente enfrentou desafios ao registrar os procedimentos realizados durante o jogo, atribuindo tais dificuldades à falta de recordação das etapas construídas até alcançarem o resultado final e vencer o jogo. Alegaram também não compreender a necessidade de registrar os passos efetuados. Em resposta a esse questionamento, expliquei para que entendessem a importância do registro, destacando que "O registro é um importante instrumento de que pode dispor o aluno, para a análise de jogadas "erradas" e construção de estratégias." (Grando, 2004, p. 59). Posteriormente, a dupla se organizou melhor, dividindo e distribuindo as tarefas de registrar e jogar ao mesmo tempo, para que conseguissem efetuar com sucesso a documentação das ações do jogo. Os alunos C1 e C2, uma vez que estabeleceram estratégias para vencer o obstáculo do jogo, não encontraram dificuldades significativas, e não solicitaram mais auxílio. Quanto aos registros feitos, optaram por uma estratégia de texto contínuo, comentando suas ações em cada etapa do jogo. Como podemos ver na figura abaixo:

Figura 11 - Registros da dupla C no Jogo Dos Opostos, sequência 1



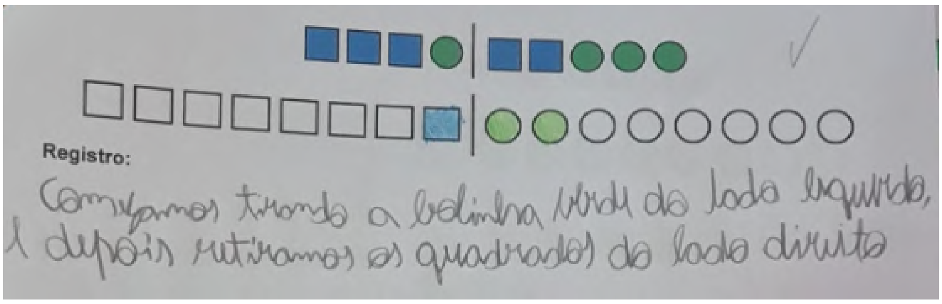
Fonte: Acervo Pessoal

Podemos perceber que a dupla utilizou da palavra “remover” para descrever a ação de retirar bolinhas e quadrados de cores opostas (figura 11). Contudo destaca-se um pequeno erro na expressão:

[..] e 2 quadrados azuis

Que provavelmente possa ser um equívoco da dupla uma vez que a resposta está correta, e posteriormente somente um quadrado verde é mencionado na ação, sem utilizar os dois quadrados azuis. É perceptível que a tática de registro da dupla C foi de texto contínuo, porém com o tempo observa-se uma redução nos detalhes dos registros, comentando somente o que retiraram, como na figura 12.

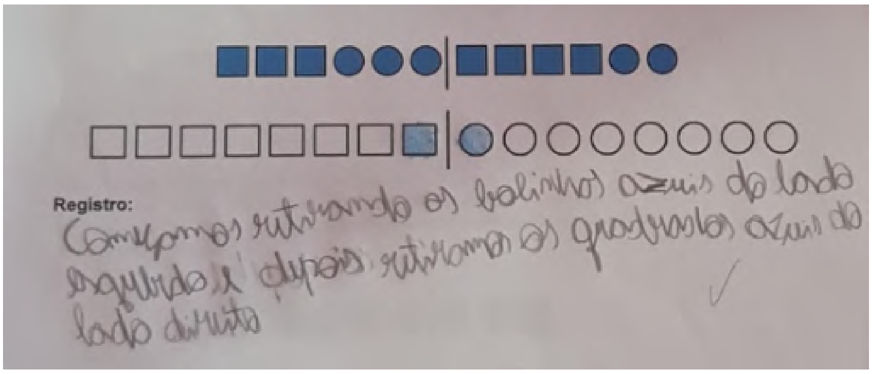
Figura 12 - Registros da dupla C no Jogo Dos Opostos, sequência 2



Fonte: Acervo Pessoal

Na figura 13 torna-se evidente que a dupla esqueceu de registrar o último passo do jogo, uma vez que, seguindo as ações realizadas a expectativa do resultado seria a visualização de um quadrado verde à esquerda do tabuleiro e uma bolinha verde à direita.

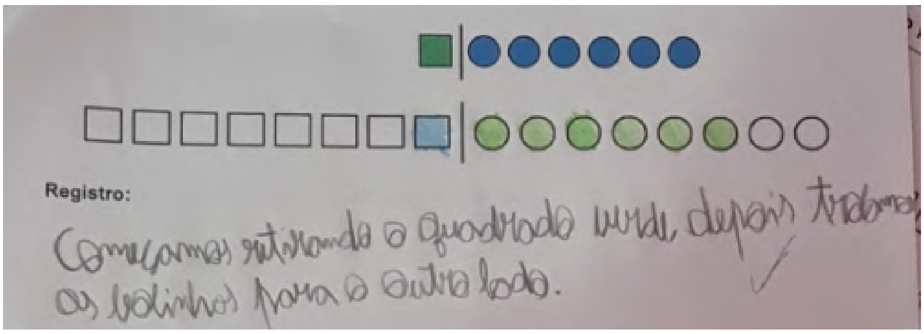
Figura 13 - Registros da dupla C no Jogo Dos Opostos, sequência 6



Fonte: Acervo Pessoal

Contudo o resultado final do jogo revela a necessidade de dois passos a mais. Ou seja, há três possibilidades de interpretação para esse caso. A primeira hipótese sugere que a dupla realizou os últimos passos mentalmente, a segunda que esqueceram de registrar as últimas duas etapas e a terceira que compreenderam uma regularidade para o último passo. Acreditamos na hipótese de que a ausência de registros dos últimos passos possa decorrer da capacidade da dupla de executar mentamente tais procedimentos por já terem compreendido. Ou então, ao visualizarem a sequência anterior que abordava a necessidade da mesma ação (figura 14), perceberam uma regularidade e automaticamente realizaram o passo final. O que vai de acordo com perspectiva de Grando (2004, p. 38) no qual “Observando as regularidades presentes na ação do jogo, ou mesmo na resolução das situações-problema de jogo, é possível ao aluno: ter previsões de jogadas [...]”.

Figura 14 - Registros da dupla C no Jogo Dos Opostos, sequência 5



Fonte: Acervo Pessoal

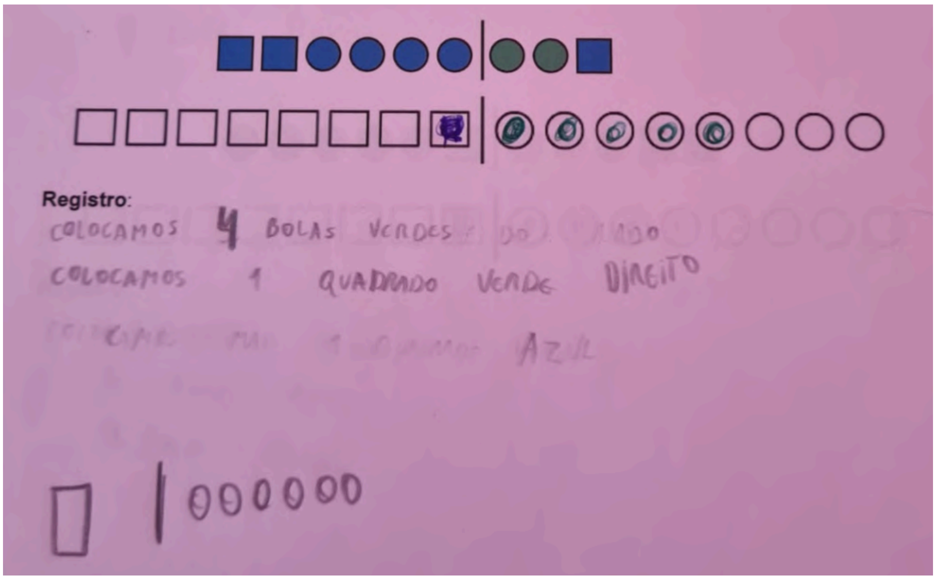
Importante atentarmos ao registro feito pela dupla, representado na figura 14:

Trocamos as bolinhas para o outro lado

Pode ser relacionado ao conceito errôneo de “passar para o outro lado com o sinal contrário” realizada em equações, o que no contexto do jogo, não corresponde ao objetivo empregado. Entretanto, ao realizar uma análise mais profunda, é possível compreender essa frase escrita no relatório como uma representação da visualização da dupla, de algo que já aconteceu, que está pronto no tabuleiro, visto que não registram os passos que realizaram no jogo e sim exclusivamente o que acontece após suas ações. Neste sentido, no final do jogo, aparenta que foi trocada as bolinhas de lugar, pois o que estava de um dos lados agora está no outro, e esse pode ter sido o pensamento dos estudantes ao utilizar a palavra “trocamos”. Entretanto é necessário manter atenção em situações que vão no sentido contrário ao objetivo almejado, evitando que tais equívocos não interfiram no desenvolvimento dos conceitos matemáticos que estão sendo assimilados pelos estudantes.

A dupla D demandou um pouco mais de atenção, uma vez que, em determinados momentos, os alunos desviavam-se das regras previamente estabelecidas. Um exemplo disso consiste na remoção de peças iguais de mesma cor ou peças diferentes de cores opostas, no qual a dupla removia do tabuleiro dois quadrados azuis ou um quadrado azul e uma bolinha verde. O que não é possível, pois a regra consiste em retirar do tabuleiro somente peças iguais de cores opostas. Logo, foi necessário intervir em certos momentos para orientar a dupla a reler as regras para perceberem que não estavam cumprindo-as corretamente. Entretanto é pertinente comentar que esse tipo de situação ocorreu no início do jogo, durante as primeiras sequências e que com o passar do tempo a dupla D demonstrou compreender com mais eficiência as regras. Adotaram uma estratégia de registros organizado por tópicos, como podemos visualizar nas figuras abaixo:

Figura 15 -Registros da dupla D no Jogo Dos Opostos, sequência 1



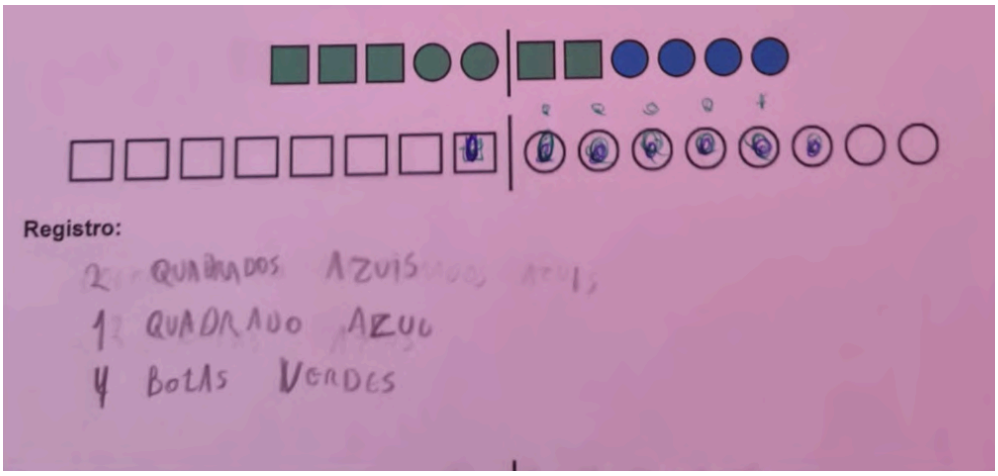
Fonte: Acervo Pessoal

Podemos perceber, tanto na figura 15 quanto na figura 16, que a dupla D encontrou a necessidade de rever seus passos realizados no decorrer do jogo, resultando na anulação de registros anteriores e reescrita. Esses indícios sugerem que a dupla optou por ir registrando os passos enquanto iam avançando no jogo, para depois averiguar se a estratégia utilizada foi a melhor para vencer o jogo. Em caso negativo, analisavam e reavaliavam identificando falhas cometidas durante o desenvolvimento da estratégia, com o intuito de criar uma abordagem mais eficiente. O que vai ao encontro ao que Macedo et al (1997, p. 45, apud Grando, 2000, p. 44) destaca:

> Criar formas de registro para posterior análise é um instrumento valioso, na medida em que lhe permite conhecer melhor seus alunos, identificando eventuais dificuldades e oferecer condições para a criança reavaliar ações passadas, podendo criar novas estratégias e até mesmo modificar os resultados.

Nesse caso, a dupla demonstra a importância de realizar os registros das ações efetuadas no jogo, pois dessa maneira, tiveram a oportunidade de avaliar a estratégia realizada, analisar eventuais erros e construir uma nova sequência de ações para vencer o jogo.

Figura 16 - Registros da dupla D no Jogo Dos Opostos, sequência 3



Fonte: Acervo Pessoal

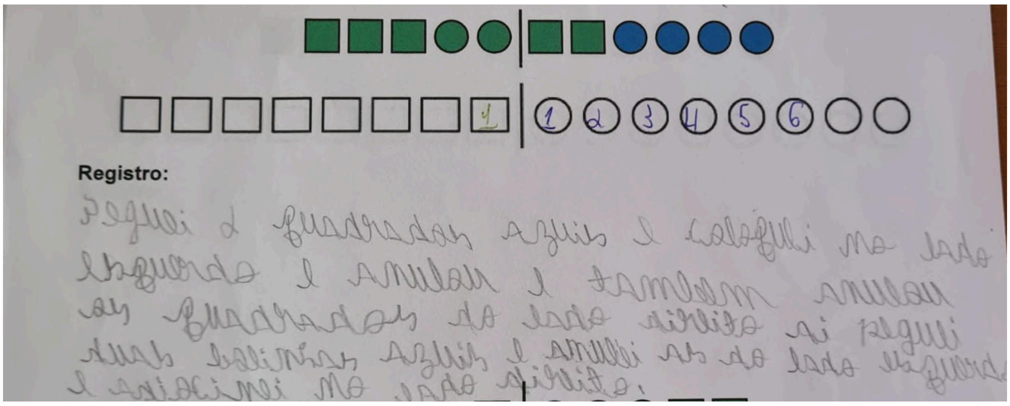
Na figura 16 torna-se mais evidente esse fato pois a dupla D necessitou rever sua estratégia visto que tinham finalizado o jogo de uma maneira incompatível com o objetivo final, deixando um quadrado verde de um dos lados do tabuleiro. Porém perceberam, reavaliaram e construíram outra estratégia para chegar em uma sequência que fosse a correta para vencer o jogo. A dupla conseguiu jogar com eficiência, vencendo todas as sequências e há evidências que a dupla pode ter construído um bom entendimento do conceito de igualdade implicitamente abordado no jogo.

Nessa etapa da prática a colaboração entre os membros da dupla E se mostrou ser um desafio, uma vez que os alunos E1 e E2 manifestaram pouca vontade em participar da aula ao jogar o jogo demonstrando interesse maior em utilizar o celular. Foram necessários diversos diálogos para despertar o interesse de ambos pela dinâmica da aula. É relevante destacar que em nenhum momento foram coagidos a participarem, porém com diálogos sobre o próprio jogo e instigando eles a competirem entre si, a dupla eventualmente optou por jogar. A dinâmica realizada pela dupla diferiu das demais, uma vez que, enquanto as outras duplas trabalhavam em conjunto cooperando para alcançar a vitória no jogo, a dupla E estabeleceu uma rivalidade, intercalando quem jogava as sequências, assim cada um tinha como objetivo vencer a sua para seguir. Tal abordagem, embora distinta, se mostrou bem produtiva para a dupla, relacionando-se com o que Grando (2004, p. 27) comenta: “A competição inerente aos jogos garante-lhes o dinamismo, o movimento, propiciando um interesse e envolvimento espontâneos do aluno e contribuindo para seu desenvolvimento social, intelectual e afetivo.”.

Nessa perspectiva, busquei incorporar esse ambiente de competição para os dois, tendo como objetivo criar um interesse dos alunos E1 e E2 pelo jogo.

Como comentado, a dupla E mesmo tendo o incentivo da competição, não entenderam com eficiência as regras do jogo e não demonstraram interesse em ler novamente, ou questionar. Tal situação ficou perceptível nos registros construídos pela dupla, na figura 17, ao concordarem em manter quadrados verdes de um dos lados do tabuleiro na resposta final de quatro sequências, o que vai em contra a regra. É possível analisar o cenário dessa dificuldade, pela falta de interesse da dupla, que mesmo havendo a motivação da competição, não almejam compreender as regras.

Figura 17 - Registros da dupla E no Jogo Dos Opostos, sequência 3



Fonte: Acervo Pessoal

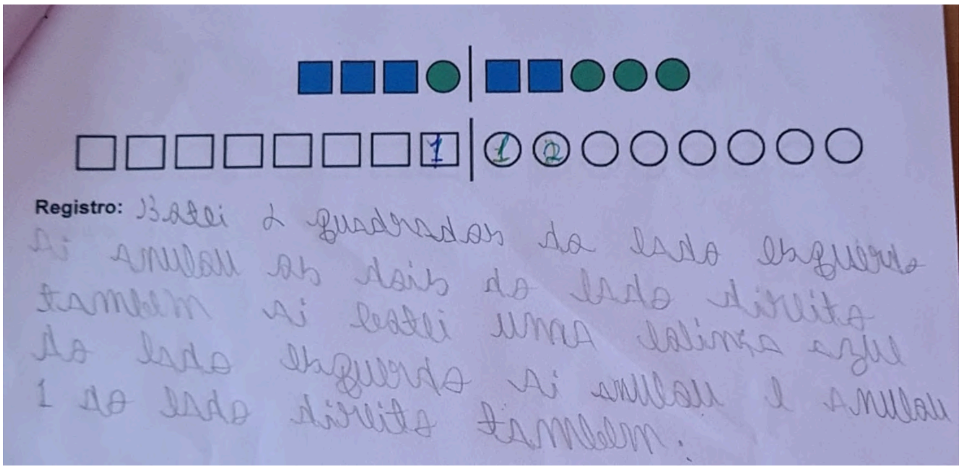
Mesmo com essa falta de interesse inicial em jogar o jogo pela dupla E, ficou notório que compreenderam bem o conceito de igualdade ao realizar a mesma ação de ambos os lados do tabuleiro. É possível observar tal análise ao registrarem na figura 17:

Peguei 2 quadrados azuis e coloquei no lado esquerdo e anulou e também anulou os quadrados do lado direito

e também na figura 18:

Botei 2 quadrados no lado esquerdo e aí anulou os dois do lado direito também

Figura 18 - Registros da dupla E no Jogo Dos Opostos, sequência 2



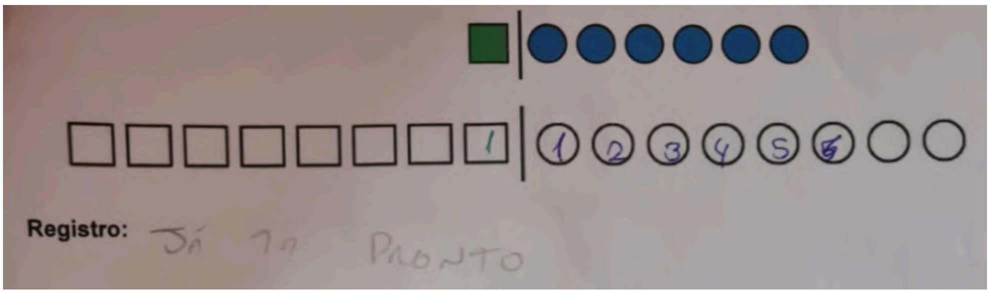
Fonte: Acervo Pessoal

Indicando, mesmo que indiretamente, que a dupla realizava a mesma ação de ambos os lados do tabuleiro, como é evidenciado pelos participantes ao destacarem que a inserção de quadrados em um dos lados anulou no lado oposto também, ou seja, foi adicionado em ambos os lados para que houvesse a anulação. Fica claro então, que essa regra não foi perdida pela dupla, algo importante para o desenvolvimento das próximas etapas. Todavia, é visível que a regra de finalizar com, exclusivamente, quadrados azuis de um dos lados da linha acabou se perdendo e sendo descomprida. É ainda mais nítido o esquecimento dessa regra pela dupla na figura 19, cujo objetivo era transformar o quadrado verde em azul, e a dupla registrou como:

“Já ta pronto”

Atestando a falta de compreensão ou desinteresse em dar atenção devida para a regra.

Figura 19 - Registros da dupla E no Jogo Dos Opostos, sequência 5



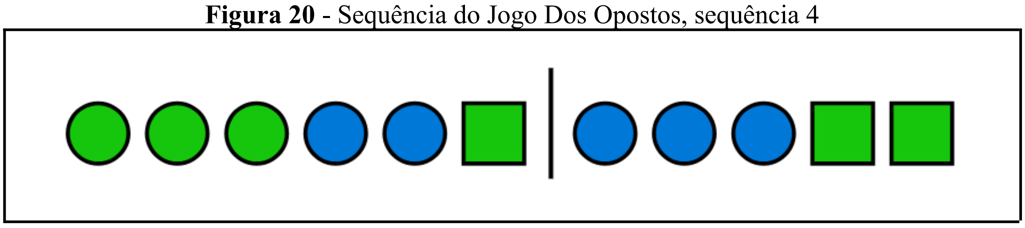
Fonte: Acervo Pessoal

As duplas B e C apresentaram pouco em seus registros a ação de colocar bolinhas ou quadrados de ambos os lados do tabuleiro, utilizaram estratégias de registros fundamentadas na documentação de o que estão anulando/retirando, tendo como consequência indireta e não registrada a adição das peças. Entretanto, fica claro indiretamente que realizaram essa ação, uma vez que, se seguirmos os passos apresentados em apenas um dos lados, não chegariam no final da sequência. Todavia, se jogarmos a sequência utilizando os passos das duplas, em ambos lados do tabuleiro, chegaremos no resultado final da sequência, assim vencendo o jogo. As duplas A, D optaram por uma abordagem de registros que se baseia na primeira ação realizada durante as jogadas, registrando primeiramente as adições de peças, tendo como consequência indireta e não documentada a anulação/retirada de elementos do tabuleiro. Já a dupla E utilizou de ambas as estratégias, porém com uma inclinação maior para a segunda comentada. Ao analisarmos os registros, há evidências de que as duplas conseguiram compreender o conceito de igualdade na resolução de equações do primeiro grau, ou seja, que qualquer adição realizada em um dos lados, nesse caso do tabuleiro, requer obrigatoriamente uma ação correspondente no lado oposto.

Embora o ideal fosse que as duplas registrassem integralmente todos os passos efetuados, é importante destacar que nas estratégias de registro escolhida pelos grupos, por mais diferentes que possam ser, é possível visualizar o pensamento dos estudantes.

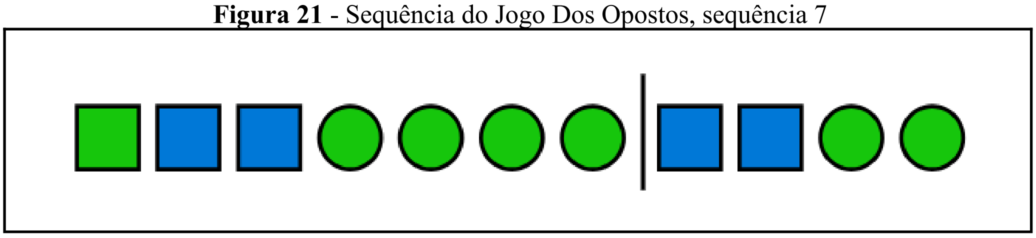
No jogo dos Opostos disponibilizado para os estudantes, haviam duas sequências que poderiam ser simplificadas antes de iniciar propriamente o jogo, pois haviam peças iguais de cores diferentes de mesmo lado do tabuleiro, como podemos observar nas figuras abaixo:

Figura 20 - Sequência do Jogo Dos Opostos, sequência 4



Fonte: Acervo pessoal

Figura 21 - Sequência do Jogo Dos Opostos, sequência 7



Fonte: Acervo pessoal

Em ambas as sequências era possível simplificá-las para facilitar o jogo, tendo assim menos passos para resolver. Porém nem todos os estudantes visualizaram essa possibilidade, pelo menos não nas duas. Tomamos a figura 20 como sequência 1 e a figura 21 como sequência 2, veremos se as duplas simplificaram as sequências antes de resolvê-las.

Quadro 4 - Simplificação das sequências

Dupla	Simplificou a sequência 1?	Simplificou a sequência 2?
A	Não	Sim
B	Não	Não
C	Não	Sim*
D	Não	Sim
E	Não	Não

Fonte: Acervo pessoal

* = Pelos registros feitos há possibilidade de terem resolvido simplificando inicialmente ou não.

Como podemos observar pela tabela, nenhuma dupla conseguiu visualizar a possibilidade de simplificação da sequência 1 ou não quis simplificá-la. E somente as duplas A, B e C conseguiram encontrar a possibilidade de simplificar a sequência 2. Tal situação pode ser analisada como uma melhora na aprendizagem durante o jogo, uma vez que a sequência dois surge após a sequência um, demonstrando um possível desenvolvimento dos alunos entre as duas sequências. Essa ação no jogo não era algo obrigatória, visto que era possível vencer os desafios das sequências sem simplificá-las, porém mostra que algumas duplas já entenderam a noção de simplificação presente no jogo.

5.2 Etapa 2

Essa etapa foi destinada para a sequência do jogo dos opostos realizado anteriormente. Infelizmente a dupla E não estava presente e não teve a interação com a segunda parte do jogo.

Primeiramente forneci às duplas uma folha contendo três novas sequências para serem jogadas. Antes de iniciar a dinâmica, solicitei atenção de todos para que eu pudesse apresentar uma nova regra a ser adicionada no jogo. Posteriormente, as duplas retornaram para os seus tabuleiros e iniciaram o processo de pensar e refletir nas estratégias para jogar as sequências.

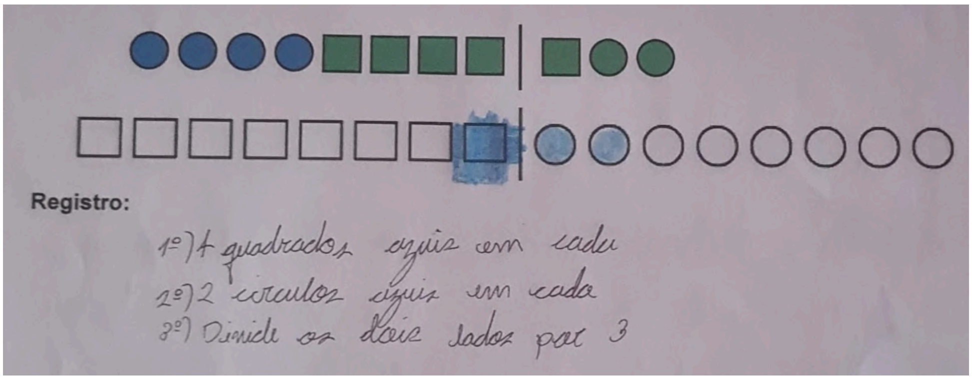
A dupla A destacou-se ao ser uma das primeiras a buscar auxílio e questionar o jogo, expressando comentários de dificuldade, negando a possibilidade de deixar somente um quadrado azul em um dos lados, além de explanar ser impossível, visto que, na concepção deles, já realizaram todas as possibilidades, remetendo a deixar quadrados azuis de ambos os lados do tabuleiro, e nada acontecer. Essas dúvidas, com o tempo, foram sendo compartilhadas com as demais duplas, as quais também começaram a indagar sobre o que fazer. É entendível esse contexto de questionamentos das duplas, visto que era necessário um pensamento um pouco distinto do que estavam utilizando nas sequências anteriores. Há um novo desafio, que implica na exploração de um caminho ligeiramente diferente para alcançar a vitória no jogo. Diante desse cenário, aproveitei o momento para questionar os grupos sobre o desafio que emergiu, se as estratégias previamente utilizadas poderiam ser aplicadas nesse contexto e também se seriam produtivas. Incentivei os estudantes a voltarem para os tabuleiros e pensarem em conjunto com a dupla refletindo sobre as possibilidades de ações que poderiam realizar no jogo.

A dupla A foi a primeira a encontrar o caminho para vencer o jogo. Inicialmente a dupla questionou se suas estratégias para vencer estavam corretas até o momento. Tais questionamentos são consequências de chegarem em situações iguais às sequências anteriores, com mais de um quadrado azul de um dos lados do tabuleiro, e não conseguiam resolver essa situação. Prontamente questionei a dupla para que lessem novamente uma das regras do jogo.

Toda ação que fizermos de um lado da linha deve ser feito também do outro lado.

E após a leitura da regra, o aluno A1 comentou se poderiam utilizar a multiplicação ou divisão no jogo. Então utilizei desse momento de dúvida para indagar a dupla, se haveria alguma regra que impossibilitasse o uso da multiplicação ou divisão. Logo após, os alunos começaram a pensar por esse caminho, me questionando se a multiplicação era a resposta. Foi pedido então para que construíssem sua estratégia e refletissem com a própria dupla. Rapidamente, quando a dupla utilizou a multiplicação na sequência perceberam que a quantidade de quadrados iria aumentar, o que não era o objetivo. Tal situação ocorrida vai ao encontro ao que Grando (2000, p. 42) destaca que “O resultado de uma partida não favorável leva-o a sugerir que a estratégia de jogo adotada não foi bem definida [...]”. Então decidiram em conjunto que iriam tentar utilizar a divisão, alegando que dividir iria diminuir a quantidade. Adotando esta estratégia, a dupla conseguiu vencer todas as sequências do jogo, como podemos observar em uma das sequências na figura 22.

Figura 22 - Registros da dupla A no Jogo Dos Opostos com nova regra, sequência 2

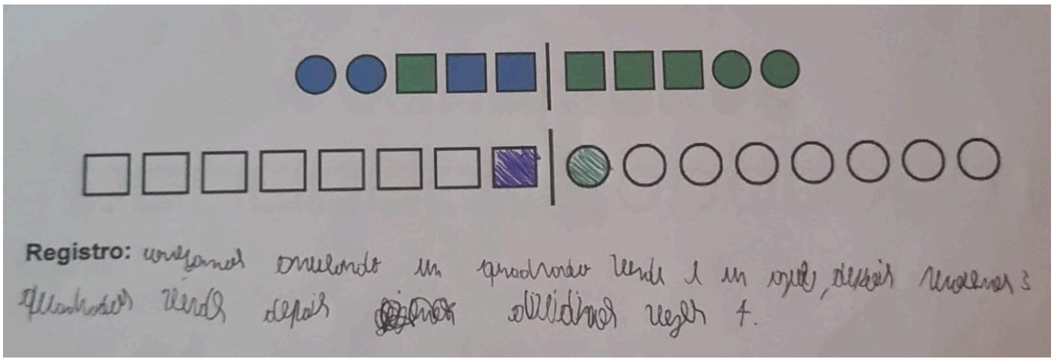


Fonte: Acervo Pessoal

A figura 22 mostra como a dupla A se manteve organizada nos registros, sem esquecer de registrar nenhum passo da sua estratégia.

As demais duplas necessitaram de um pouco mais de tempo para conseguirem construir uma estratégia baseada na divisão. Após decorrido algum tempo direcionei uma indagação a todos, instigando uma reflexão sobre o objetivo do jogo solicitando que refletissem sobre regra que foi comentada acima. Nesse momento, observou-se que as demais duplas ficaram um pouco mais interessadas, uma vez que agora dispunham de uma pista para resolver a sequência e vencer o jogo. Em um curto intervalo de tempo, a dupla A começou a auxiliar as outras, incentivando-as a considerar as demais operações matemáticas, excluindo a soma e a subtração. Com essa orientação as duplas começaram a perceber que era possível realizar o passo da divisão no final das suas estratégias para vencer o jogo. Essa noção que as duplas tiveram possibilitou que vencessem as sequências do jogo rapidamente. Esse auxílio que a dupla A realizou vai ao encontro com que a Grando (2004, p. 26) destaca: “Durante os jogos observamos que, muitas vezes, as crianças ajudam-se durante as jogadas, esclarecendo as regras e, até mesmo, apontando melhores jogadas (estratégias). Nesse contexto, foi possível observar esta situação, no qual a dupla A decidiu auxiliar as demais tentando orientar para um caminho a seguir para vencer o jogo.

Figura 23 - Registros da dupla B no Jogo Dos Opostos com nova regra, sequência 3



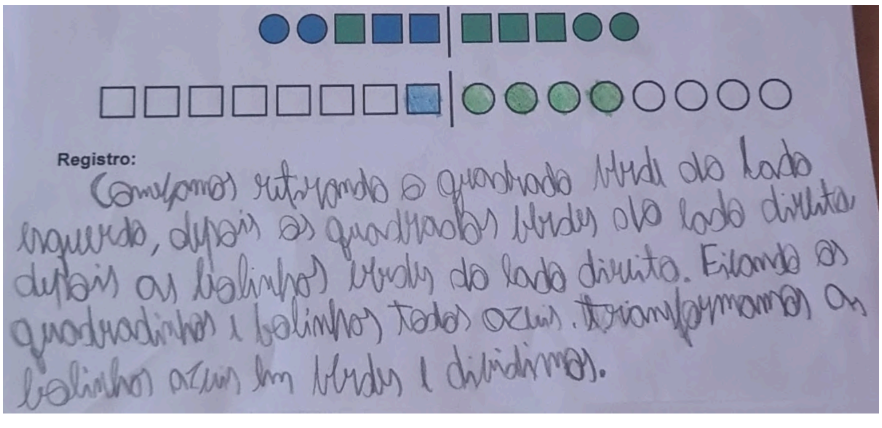
Fonte: Acervo Pessoal

Podemos observar na figura 23, que é perceptível que a dupla B esqueceu de registrar alguns passos, mostrando ser uma dificuldade que se manteve da etapa anterior. É importante destacar que a dupla utilizou nessa sequência a frase:

Dividimos vezes 4

Entretanto pode ter ocorrido um equívoco, visto que no último passo das outras sequências jogadas pela dupla não houve nenhum registro do mesmo tipo.

Figura 24 - Registros da dupla C no Jogo Dos Opostos com nova regra, sequência 3



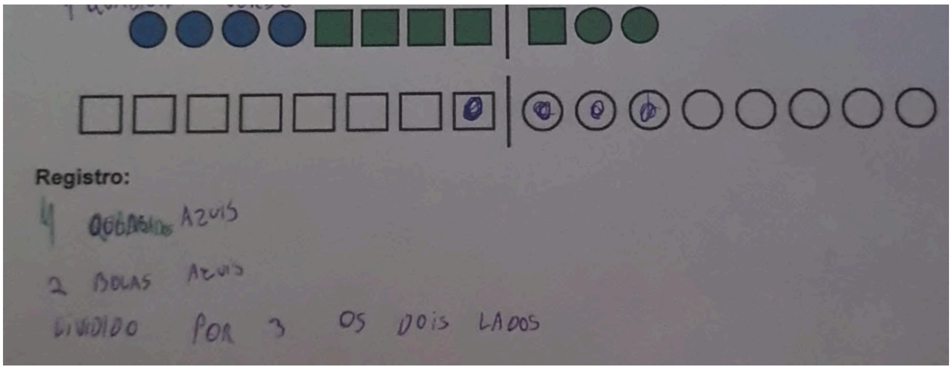
Fonte: Acervo Pessoal

Na figura 24, a dupla C demonstra que manteve o padrão de registro em texto contínuo, caracterizado por uma abordagem mais detalhada. Nota-se, porém, um detalhe interessante que se manifestou exclusivamente nesta fase do jogo, o emprego do comentário:

Transformamos as bolinhas azuis em verdes

Utilizado para representar a consequência de adicionar bolinhas verdes de ambos os lados, o que na parte anterior do jogo e até mesmo nessa sequência foi utilizada a palavra “retirar”. Essa alteração de palavra pode ser relacionada a uma preferência da dupla, ou uma variação no pensamento durante o ato de registro, visto que nas outras sequências essa mudança não foi observada. Outro detalhe importante foi a falta de registro para definir por quanto foi dividido ao final do jogo, porém é notório ao jogar utilizando as ações da dupla que dividiram por 4. Entretanto é possível observar que a dupla sofreu alguma dificuldade, uma vez que no resultado final da sequência a dupla não realizou a divisão em ambos os lados do tabuleiro. Todavia, das três novas sequências que foram propostas para os grupos, em uma delas a dupla realizou a divisão corretamente, e essa dificuldade foi apresentada somente nas demais. Ou seja, neste momento não é possível concretizar se a dupla compreendeu corretamente o conceito de realizar a mesma operação de ambos os lados quando voltada para a divisão.

Figura 25 - Registros da dupla D no Jogo Dos Opostos com nova regra, sequência 2



Fonte: Acervo Pessoal

A dupla D, na figura 25, também manteve a mesma abordagem de registro. Um registro simples que mostra a jogada efetuada ao adicionar peças no tabuleiro. Todavia, não mostra a ação de retirar os elementos iguais de cores opostas, que está indiretamente apresentado, uma vez que ao realizar essa ação seguindo os passos da dupla, venceríamos o jogo. Foi perceptível que a dupla compreendeu que a divisão também deve ser realizada em ambos os lados do tabuleiro, entretanto efetuaram a divisão incorretamente ao dividir as seis bolinhas por três e registrarem como resultado três bolinhas azuis.

Após as duplas reconhecerem a necessidade do uso da operação de divisão ao final do jogo, promovi uma discussão com a turma sobre a viabilidade da operação de multiplicação. Os comentários dos alunos indicaram que, embora fosse possível realizar a multiplicação, isso não nos resultaria na vitória do jogo, uma vez que ao multiplicar iríamos aumentar o número de quadrados azuis. Nesse ponto esclareci para a turma que, de fato, era possível efetuar qualquer operação, contanto que fosse executada de ambos os lados do tabuleiro, a fim de consolidar com a turma o conceito matemático de igualdade presente em uma equação de primeiro grau. De acordo com Grando (2019, p. 43) essa ocasião "trata-se de um momento onde os limites e as possibilidades do jogo são resgatados pelo professor, direcionando para os conceitos matemáticos a serem trabalhados (aprendizagem matemática).". Foi possível observar a dupla C bem atenta e demonstrando compreensão sobre o conteúdo enquanto esclarecia os conceitos, concordando com os comentários de efetuar as operações de ambos os lados, demonstrando que talvez a dificuldade apresentada possa ter sido somente dois equívocos da dupla, ao destinarem total atenção somente à um dos lados do tabuleiro nas duas sequências.

Com base nos registros da duplas, e com a discussão realizada posteriormente, é possível analisar que todos compreenderam o conceito de que, além de adicionar ou subtrair elementos de ambos os lados, a aplicação de operações de divisão e multiplicação também é viável. Este entendimento, evidenciou que o jogo foi eficaz para auxiliar os estudantes a compreenderem esse conceito matemático.

5.3 Etapa 3

Para essa etapa, 9 dos 10 alunos que participaram da pesquisa estavam presentes e conseguiram realizar as atividades propostas. Infelizmente o aluno D2 não estava presente.

No primeiro momento da aula, escrevi no quadro um problema matemático envolvendo equação de primeiro grau.

"Eduardo comprou uma camiseta, uma bermuda e gastou 90 reais. Sabendo que o preço da bermuda é 50 reais, qual o preço da camiseta?"

Esse problema tinha como objetivo questionar os estudantes sobre equação de primeiro grau e o que compreendiam sobre, visto que viemos de uma pandemia de Covid-19, e como consequência, de um Ensino Remoto Emergencial (ERE), que pode ter afetado o aprendizado de muitos alunos.

O primeiro questionamento realizado abordou a compreensão da turma em relação ao problema matemático que estava no quadro, indagando se havia algum sentido na questão. Todos os presentes da turma responderam que sim, e dois estudantes foram além, completando a resposta, destacando que o problema matemático tinha o objetivo de encontrar o valor da camiseta que o Eduardo comprou. E outro aluno completou a resposta mencionando que já tínhamos alguns dados e devíamos usar. Neste instante questionei a turma para refletirmos sobre a possibilidade de resolvermos o problema. Alguns estudantes iniciaram uma discussão em um tom baixo, mencionando que podíamos usar o preço da camiseta como “X”. A turma inteira concordou, e prosseguiram completando a equação, incorporando os dados que já tínhamos Concluíram então que o preço da bermuda mais a camiseta seria o que gastamos, ou seja 90 reais. Então conseguimos chegar na equação de primeiro grau 50 + X = 90. Ficou perceptível que a turma tinha algum conhecimento algébrico.

Em um segundo momento indaguei a turma sobre as possibilidades de resolver essa equação de primeiro grau, e tive como resposta um sonoro silêncio. Poucos minutos depois, os alunos A1 e A2 mencionaram que o preço da camiseta seria R$ 40,00. Curioso para entender o desenvolvimento desse pensamento, questionei a dupla do porquê. Ambos disseram que 50 + 40 = 90, mas não sabiam me explicar como chegaram no resultado. Para essa situação, acreditamos que os alunos pensaram em um número mais 50 que resultaria em 90 e foram testando valores. Ou seja, ficou perceptível que a turma tinha um leve conhecimento algébrico sobre incógnita, conseguindo construir uma equação de primeiro grau, porém quando foram questionados sobre a resolução da mesma, somente dois conseguiram chegar na resposta e mesmo assim, não foram capazes de explicar alguma estratégia de resolução. Nota-se então, que a turma não tinha o conhecimento necessário para resolver uma equação de primeiro grau com entendimento do que estavam fazendo.

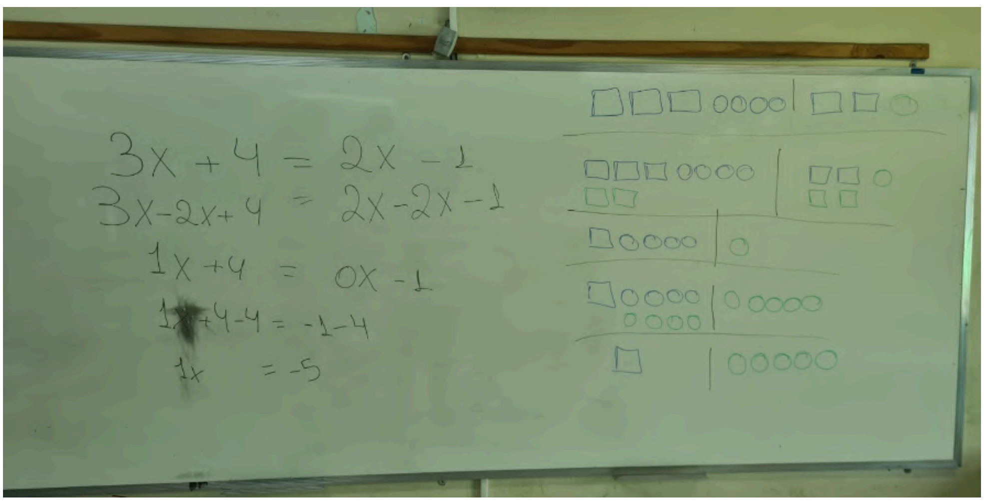
Após esse diálogo com a turma, iniciei a dinâmica de equações com o jogo dos opostos. Em um primeiro momento entreguei o tabuleiro e as peças do jogo novamente para as duplas que tinham sido formadas nas etapas anteriores, juntamente com uma atividade envolvendo equações de primeiro grau. Em um segundo momento, realizei a leitura em conjunto da folha de exercícios para que todos compreendessem o objetivo da atividade, bem como as transformações que aconteceriam de quadrados e bolinhas para incógnita e numerais. Ponte, Brocardo e Oliveira (2009, p. 26) destacam que "a leitura conjunta do enunciado poderá ser imprescindível para a sua boa compreensão, nem que seja somente para esclarecer certos termos com que não estão familiarizados.".

A ideia inicial era que os estudantes utilizassem o jogo para resolver as equações de primeiro grau com auxílio de suas duplas. Logo, disponibilizei alguns minutos para que as duplas relacionassem o jogo com as equações, para então realizar a sistematização dos conceitos trabalhados durante o jogo para o conteúdo de equação do primeiro grau com a turma. Grando (2004, p. 73) Comenta que:

> É durante esse processo que são garantidas algumas estruturas matemáticas desejadas numa situação de intervenção com jogos para o ensino da Matemática. A sistematização possibilita evidenciar para o aluno o conceito que ele está trabalhando, as relações que está percebendo, as regularidades que podem ser observadas, a constatação de suas hipóteses e a possível aplicação de tais idéias a outras situações.

De início, relacionei o jogo com as equações, mencionando sobre as transformações que iríamos realizar, ou seja, quadrado azul = +X; quadrado verde = - X; bolinha verde = Número negativo; bolinha azul = Número positivo. E que usaríamos a mesma estratégia e regras que estávamos utilizando durante o jogo. Para isso, resolvi, junto à turma, um exemplo no quadro enquanto explicava as transformações que faríamos e durante essa explicação nenhum questionamento foi feito (figura 26).

Figura 26 - Relação do Jogo Dos Opostos com a equação de primeiro grau



Fonte: Acervo Pessoal

Durante toda a sistematização no quadro dos conceitos utilizados no jogo, a turma estava focada e me auxiliando a completar o jogo ao lado direito (figura 26), bem como transformar os passos efetuados para a equação. Esse momento foi importante para que compreendessem que os conceitos aprendidos no jogo seriam utilizados na resolução de equações de primeiro grau. Grando (2004, p. 37) comenta que "A linguagem matemática de difícil acesso e compreensão do aluno, pode ser simplificada por meio da ação no jogo.". Ou seja, esse momento de sistematização dos conceitos aprendidos durante o jogo é importante para que consigam conectar e facilitar o entendimento do problema matemático.

Após a sistematização do conteúdo, a turma, organizada em duplas, iniciou a resolução de equações por meio do uso do jogo dos opostos. Neste momento estavam jogando as sequências, porém adaptando para o formato de equação de primeiro grau. É importante destacar que mesmo em duplas, os alunos receberam cada um sua atividade. E também que embora estivessem juntos, pouco se auxiliavam, somente quando havia uma grande necessidade. Desse modo, cada aluno obteve seu próprio aproveitamento na atividade. Além disso, os alunos iniciaram a resolução das equações utilizando o Jogo dos Opostos, entretanto à medida que iam entendendo o que haviam de fazer sem a necessidade de jogar, os discentes deixaram de lado o tabuleiro alegando já compreenderem o que devia ser feito. Essa atitude nos mostra que há evidências de que o jogo pode ter sido um influenciador na aprendizagem da resolução de equações de primeiro grau. Esse resultado está alinhado com o propósito do jogo escolhido, e que vai ao encontro com o que a Grando (2004) destaca no qual o jogo como aspecto pedagógico é um instrumento produtivo para o professor que consegue auxiliar na aprendizagem de conceitos matemáticos que muitas vezes são de difícil compreensão. Além disso, a autora também ressalta que no jogo o estudante tem a oportunidade de desenvolver características de pensar, analisar, refletir, criar conjecturas, testar estratégias, com autonomia.

Na atividade proposta havia 11 equações para serem resolvidas e o aproveitamento dos estudantes está citado na tabela abaixo:

Tabela 1 - Aproveitamento dos alunos nos exercícios de equação de primeiro grau

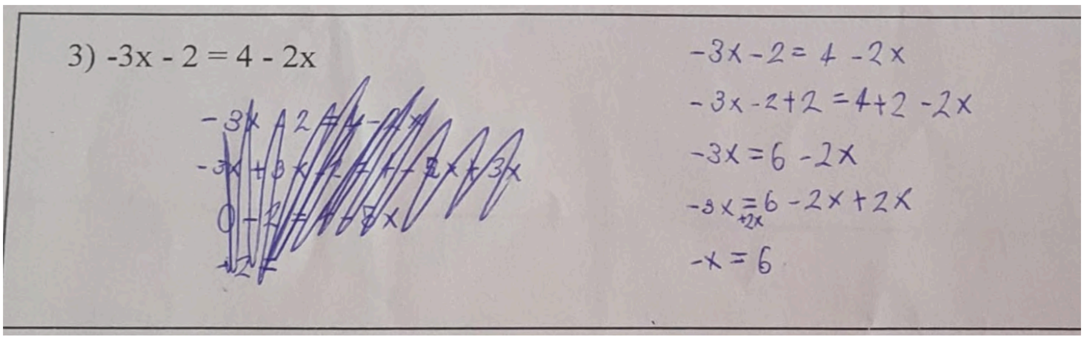
Aluno	Acertos
A1	9/11
A2	9/11

B1	8/11
B2	7/11
C1	8/11
C2	11/11
D1	5/11
E1	10/11
E2	8/11

Fonte: Acervo Pessoal

Os alunos A1 e A2 resolveram corretamente 9 das 11 equações, porém os erros do aluno A1 foram situações que podemos analisar como falta de atenção, pois na questão 3 o aluno esqueceu de finalizar a equação (figura 27). Tal análise é plausível pois na questão 6 que envolvia exatamente a mesma equação $-X = 6$, o estudante resolveu corretamente.

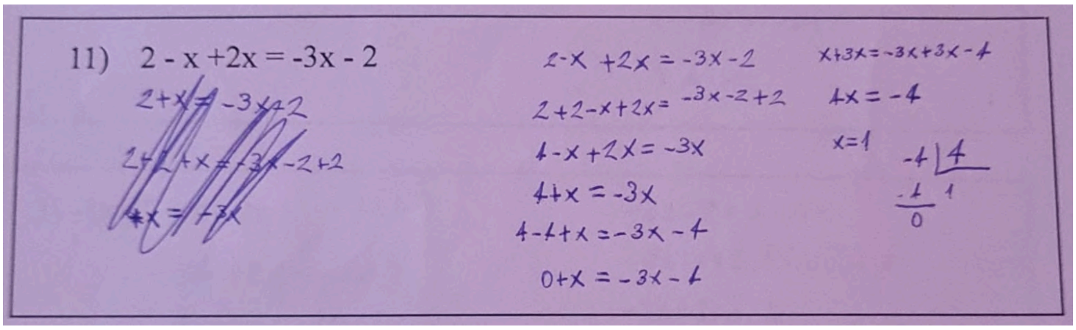
Figura 27 - Resolução do aluno A1, questão 3



Fonte: Acervo Pessoal

Já na questão 11 (figura 28) o aluno resolveu a divisão de um número negativo por um positivo ao final da resolução e não manteve o sinal negativo, demonstrando uma dificuldade na divisão.

Figura 28 - Resolução do aluno A1, questão 11



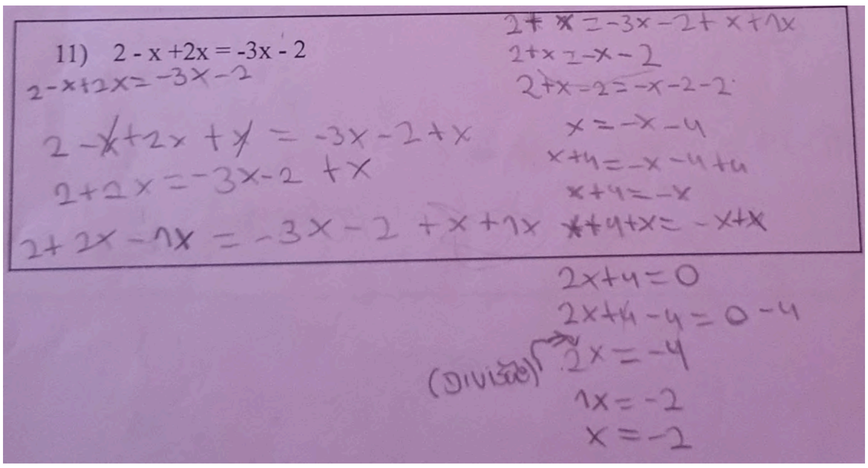
Fonte: Acervo Pessoal

Entretanto, quando foi necessário resolver outra divisão parecida, como na questão 9, o estudante efetuou corretamente:

$$2X =- 4$$
$$1X =- 2$$

Foi perceptível a dificuldade do aluno A2, na questão 11 (figura 29) citada por Kieran (1992, apud Ponte, Branco; Matos, 2008) como redistribuição. Essa dificuldade se manifesta na quarta linha da resolução, ao adicionar -1x do lado esquerdo da equação, e simultaneamente adicionar com sinal trocado +1x ao lado direito da igualdade, culminando em uma resposta incorreta.

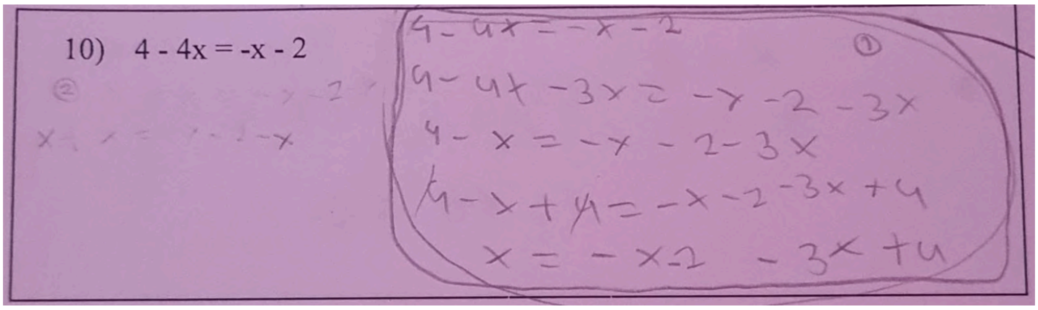
Figura 29 - Resolução do aluno A2, questão 11



Fonte: Acervo Pessoal

Quanto à questão 10 (figura 30) observa-se que o aluno A2 encontra dificuldades em se organizar, se perdendo nos passos, dificultando sua resolução, e assim desistindo da questão.

Figura 30 - Resolução do aluno A2, questão 10



Fonte: Acervo Pessoal

Utilizar da estratégia de adicionar -3x de ambos os lados da igualdade pode ter sido algo que tenha confundido o aluno, visto que com essa ação, se manteve a incógnita de ambos os lados. Após, acabou cometendo um erro de adição de termos semelhantes, que de acordo com Ponte, Branco e Matos (2008) é algo comum de se aparecer, no qual o estudante efetuou:

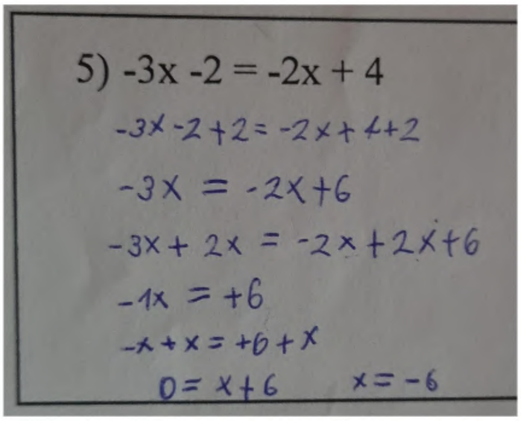
$$+\ 4 - X + 4 = \ - X - 2 - 3X + 4$$
$$X = - X - 2 - 3X + 4$$

Todavia, essa dificuldade pode ser consequência de falta de atenção, uma vez que não foram observadas grandes dificuldades em cálculos aritméticos nas demais resoluções. O que pode ter resultado em uma maior dificuldade na resolução, podendo ser uma razão de o aluno não ter terminado a resolução.

Entretanto, é evidente que tanto o aluno A1 quanto o A2 não mostraram grandes dificuldades na resolução de equações de primeiro grau. Suas imprecisões e dificuldades apresentadas não foram consequência de falta de conhecimento para a resolução, e sim falta de atenção, pois não cometeram tais equívocos nas demais equações.

O aluno A1 manteve um registro limpo e organizado, mostrando que compreendeu o conceito de igualdade utilizando-o para resolver as equações. É perceptível notar que o estudante já tem uma certa facilidade com o conteúdo visto que ao final da equação (figura 31) o aluno A1 já consegue realizar mentalmente a operação colocando somente o resultado final. Pode ser que o estudante tenha desenvolvido o conceito de que é possível transpor o número para o outro lado da igualdade trocando o sinal. Todavia fica claro que o aluno não desenvolveu esse conceito, uma vez que, no decorrer da resolução realizou a operação de ambos os lados da igualdade, somente ao fim, por aparentemente já ter compreendido o conceito de igualdade efetuou diretamente o último passo, sem realizar registros.

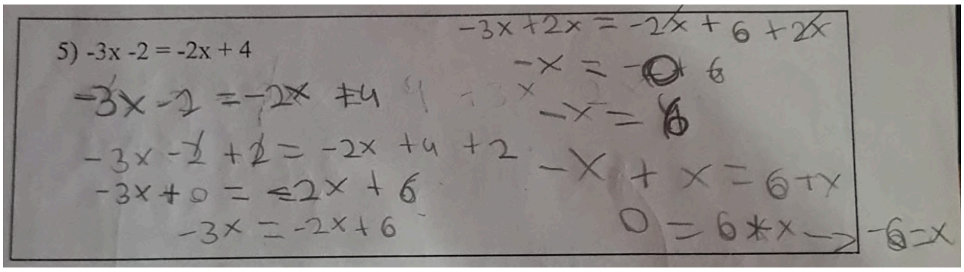
Figura 31 - Resolução do aluno A1, questão 5



Fonte: Acervo Pessoal

O aluno A2 apresenta o mesmo processo de resolução, que se apresenta perceptível ao analisarmos a mesma questão, conforme figura 32. Entretanto podemos concluir que, do mesmo modo que o aluno A1, foi perceptível notar que o estudante A2 compreendeu bem o conceito de igualdade ao adicionar os termos de ambos os lados da equação.

Figura 32 - Resolução do aluno A2, questão 5

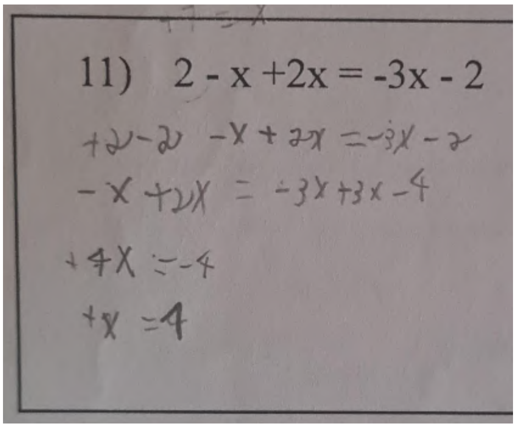


Fonte: Acervo Pessoal

Os alunos B1 e B2 tiveram um aproveitamento de 8 de 11 questões e 7 de 11 questões respectivamente. Ambos demonstraram entendimento dos conceitos para se resolver uma equação de primeiro grau, contudo, enfrentaram algumas dificuldades em certas equações.

Ao analisar as resoluções de ambos os alunos, é notório que os dois cometeram alguns equívocos em suas resoluções, acarretando em um resultado fora do esperado. Entretanto, foi possível observar que nas demais equações os estudantes demonstraram maestria na resolução de equações do primeiro grau. Algumas das dificuldades que ficaram aparentes nas resoluções dos alunos B1 e B2 foram os descuidos que podem ser caracterizados por falta de atenção. Os alunos B1 e B2 cometeram esse equívoco, trocando o sinal de um termo que estava na linha superior da resolução da equação.

Figura 33 - Resolução do aluno B1, questão 11



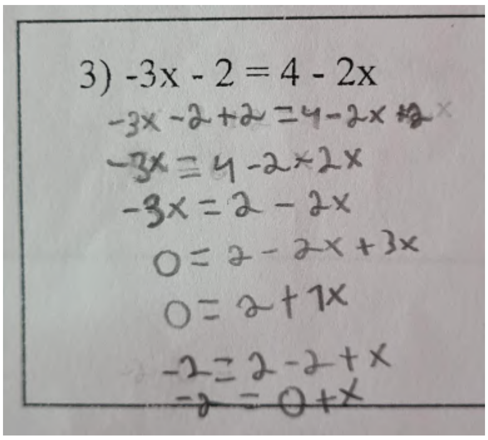
Fonte: Acervo Pessoal

Nota-se, na figura 33, que o aluno B1 trocou o sinal da parte numeral à direita, da penúltima linha para a última, efetuando:

$$
\begin{gathered}
+\ 4x = -\ 4 \\
+\ x = 1
\end{gathered}
$$

É possível analisarmos essa situação como uma falta de atenção, ou uma dificuldade de operações com inteiros ao dividir um número negativo por um positivo e resultar em um número positivo.

Figura 34 - Resolução do aluno B2, questão 3



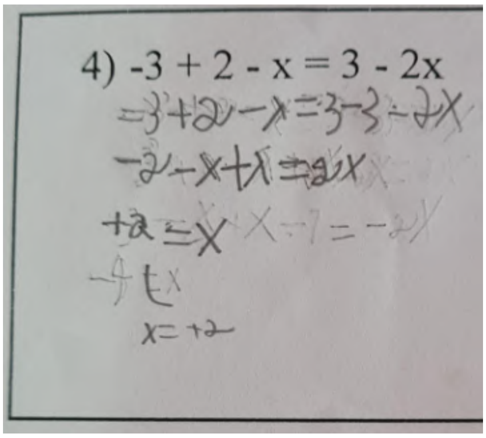
Fonte: Acervo Pessoal

Já o aluno B2, na figura 34, acabou cometendo tal equívoco da primeira linha da resolução para a segunda, efetuando:

$$-3X-2+2=4-2X+2$$
$$-3X=4-2-2X$$

Na questão 4, representada pela figura 35, o aluno B1 demonstrou uma grande dificuldade para resolver a equação. É importante destacar que tal adversidade não foi demonstrada nas demais equações, sendo particularidade dessa. Ao analisarmos a resolução podemos interpretar essa dificuldade de duas maneiras devido a falta de registro.

Figura 35 - Resolução do aluno B1, questão 4



Fonte: Acervo Pessoal

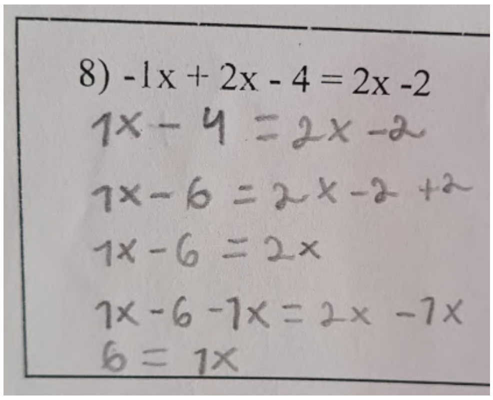
A primeira interpretação pode ser elucidada em que -3 é acrescentado em ambos os lados da equação com o objetivo de anular o 3 representado no segundo membro, e após novamente com o termo +X. Entretanto por ter adicionado mentalmente no primeiro membro o termo -3 e depois no segundo membro o termo +X, o estudante acaba por efetuar a soma de termos semelhantes de maneira errônea.

$$-3+2-X=3-2X$$
$$-3+2-X=3-3-2X$$
$$-2-X+X=2X$$
$$+2=X$$

Demonstrando um erro de subtração $-3-3=0$ e $2X+X=X$. Além disso, ainda comete um erro ao trocar o $+2$ por -2 e também $-2X$ por $+2X$.

Todavia, há uma segunda possibilidade de interpretação, no qual o estudante adicionou -3 e o termo +X somente em um dos lados da igualdade, demonstrando uma dificuldade no conceito de igualdade presente na resolução de equações. E também efetuou a soma de termos semelhantes de maneira errônea $-3+2=-2$.

Figura 36 - Resolução do aluno B2, questão 8



Fonte: Acervo Pessoal

Já na questão 8, representada pela figura 36 o estudante B2 também acaba realizando um cálculo mental de forma equivocada ao somar dois com menos quatro:

$$1X - 4 = 2X - 2$$
$$1X - 6 = 2X - 2 + 2$$

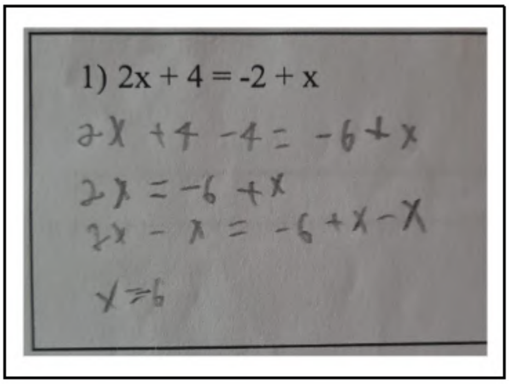
Ambos os alunos B1 e B2, demonstraram ter dificuldade na soma de termos semelhantes, apontado por Pontes, Branco e Matos (2008) como algo normal de se visualizar em estudantes enquanto resolvem equações de primeiro grau. Além disso, o aluno B1 demonstrou, na questão 4 (figura 35) ter a possibilidade de não compreender bem o conceito de igualdade, entretanto tal adversidade não foi observada nas demais equações resolvidas pelo estudante.

Embora os alunos B1 e B2 possam ter apresentado alguns equívocos em determinadas equações de primeiro grau, ambos obtiveram um desempenho satisfatório nas demais, as quais alcançaram o resultado correto, destacando a compreensão dos conceitos de igualdade. A resolução de ambos os alunos, nas questões que obtiveram sucesso, foram de qualidade, aplicando o conceito possivelmente adquirido no Jogo dos Opostos à solução de equações. Mesmo que alguns passos não sejam detalhados, como a subtração direta realizada pelo aluno B1 (figura 37) e também pelo aluno B2 (figura 38), no qual efetuaram:

$$2X + 4 =- 2 + X$$
$$2X + 4 - 4 =- 6 + x$$

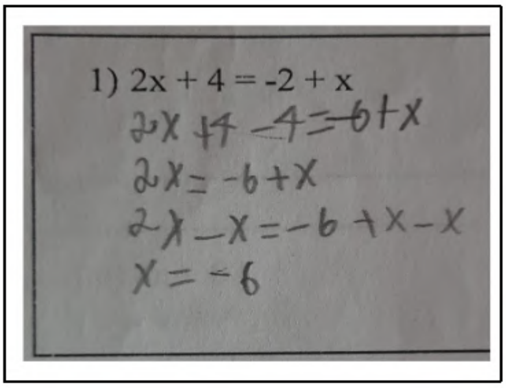
É notório que os estudantes compreenderam a necessidade de operar de ambos os lados da igualdade. Por exemplo, as figuras 37 e 38 mostram a resolução pelos alunos B1 e B2 respectivamente, em que -4 é acrescentado em ambos os membros da equação, a fim de anular o 4 que se apresenta no primeiro membro.

Figura 37 - Resolução do aluno B1, questão 1



Fonte: Acervo Pessoal

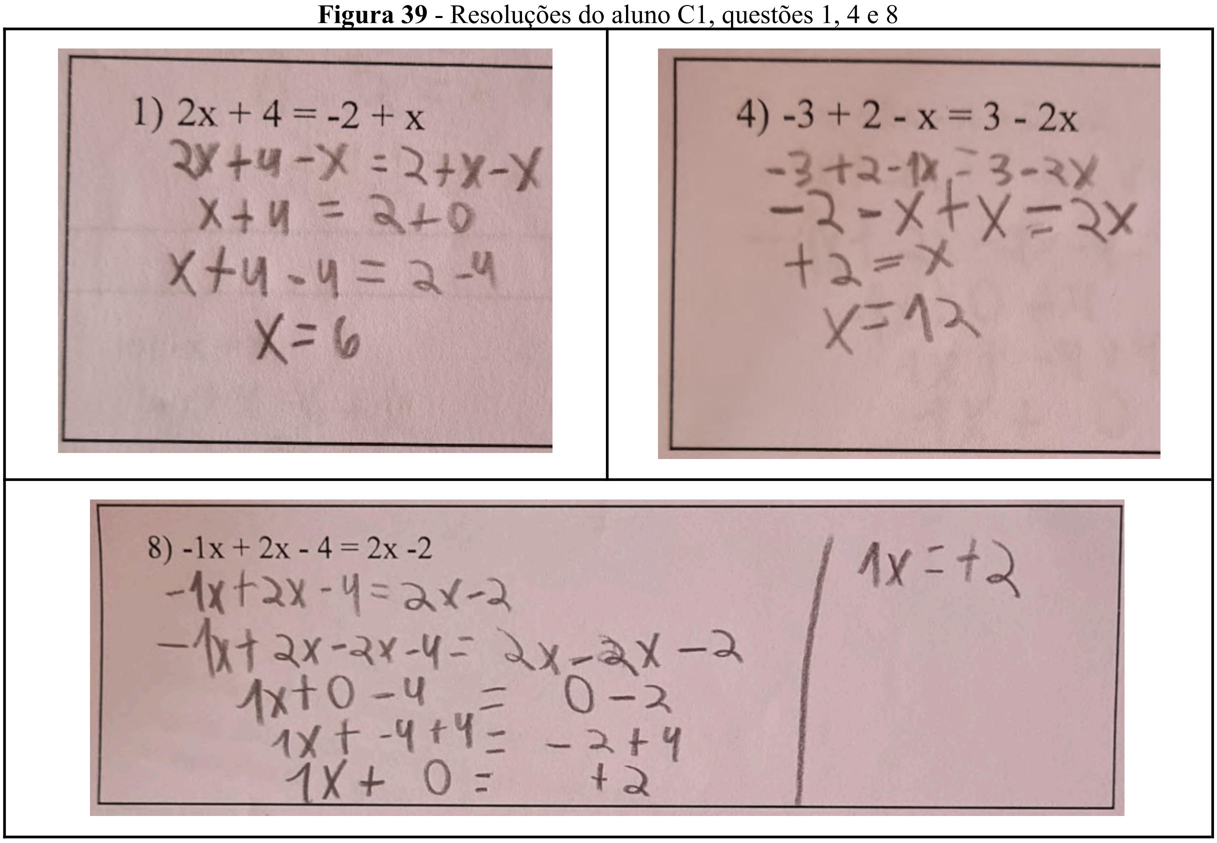
Figura 38 - Resolução do aluno B2, questão 1



Fonte: Acervo Pessoal

Os alunos C1 e C2 demonstraram maestria para resolver as equações, dispensando a necessidade de recorrer ao jogo, alcançando um êxito de 8 de 11 questões e 11 de 11 questões respectivamente. Embora o aluno C1 tenha demonstrado facilidade para resolver as equações, enfrentou algumas dificuldades na resolução de três delas.

Figura 39 - Resoluções do aluno C1, questões 1, 4 e 8



Fonte: Acervo Pessoal

Nas equações 1 e 8 (figura 39), o aluno C1 enfrentou uma dificuldade, uma vez que, esqueceu um sinal negativo ao transitar de uma linha da resolução para a outra.

Questão 1:

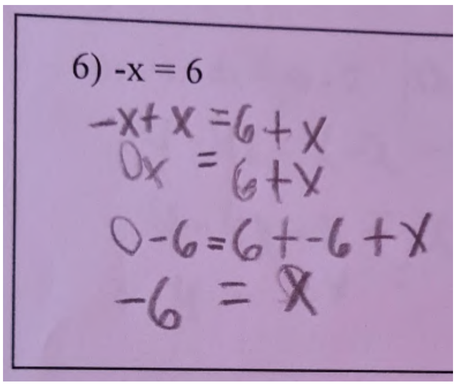
$$2X + 4 =- 2 + X$$
$$2X + 4 - X = 2 + X - X$$

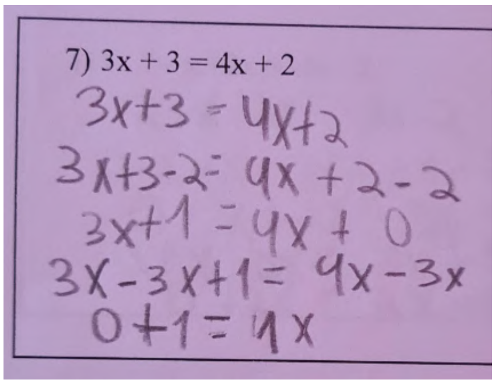
Questão 8:

$$- 1X + 2X - 2X - 4 = 2X - 2X - 2$$
$$1X + 0 - 4 = 0 - 2$$

Tal incidência se demonstra atípica, visto que não foi algo comum em outras equações, sugerindo uma desconcentração pontual. Já a questão 4 nos sugere que o aluno tenha sofrido da mesma dificuldade do aluno B1. E devido a falta de registro realizado pelo aluno C1, não conseguimos analisar de fato qual o foco da dificuldade. Entretanto é possível que as possibilidades de dificuldades analisadas na resolução aluno B1 façam sentido para a resolução do aluno C1 também. Porém, esta dificuldade, por parte do aluno C1 pode ser justificada por uma falta de registro na resolução da equação, visto que as demais resoluções, como por exemplo nas questões 6 e 7 (figura 40) o aluno registrou todos os passos e assim não cometeu nenhum erro.

Figura 40 - Resoluções do aluno C1, questões 6 e 7

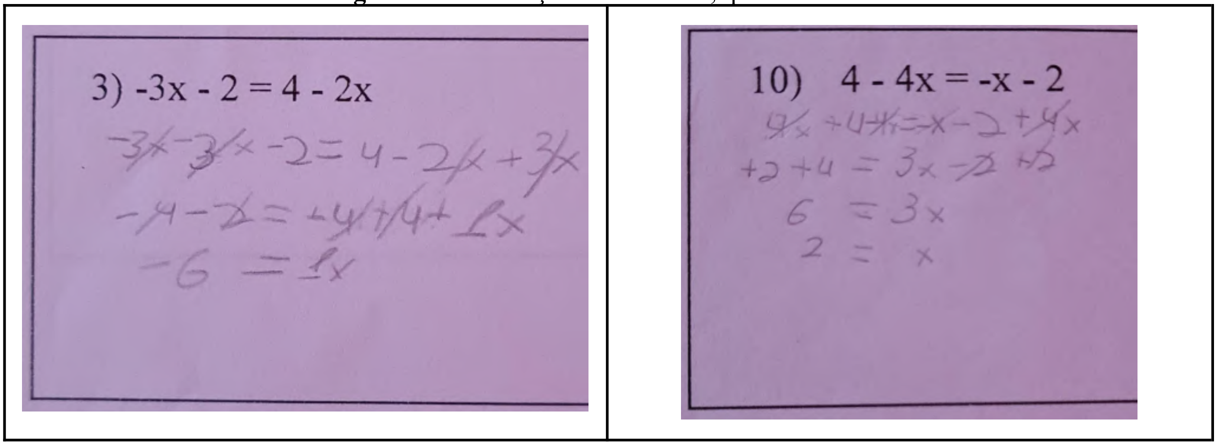




Fonte: Acervo Pessoal

Observando as resoluções, destaca-se que tanto o aluno C1 (figura 40) quanto o aluno C2 (figura 41) utilizaram com eficácia o conceito de igualdade, realizando a operação de ambos os lados da equação. Além disso, mostraram sólido entendimento na diferença de parte numérica e parte literal.

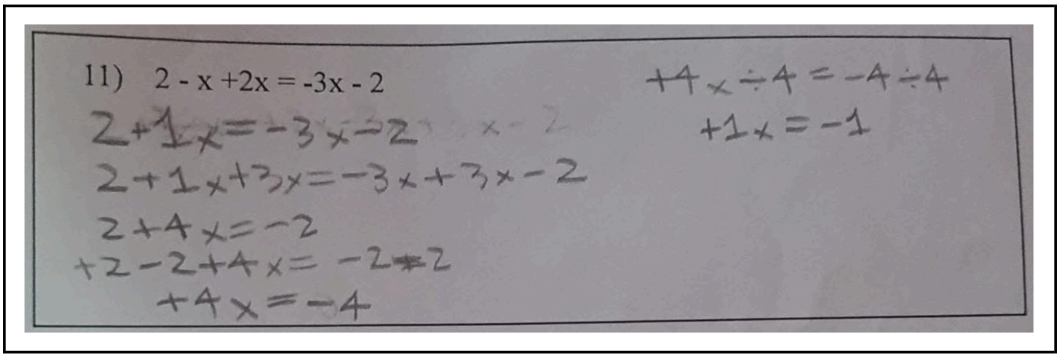
Figura 41 - Resolução do aluno C2, questões 3 e 10



Fonte: Acervo Pessoal

O estudante D1 não alcançou um alto número de acertos como os demais alunos, 5 de 11 questões. Em seus registros de resoluções, o aluno D1 mostra boa organização e compreensão do que está fazendo, entende o conceito de equivalência ao adicionar de ambos os lados da igualdade ou dividir (figura 42).

Figura 42 - Resolução do aluno D1, questão 11



Fonte: Acervo Pessoal

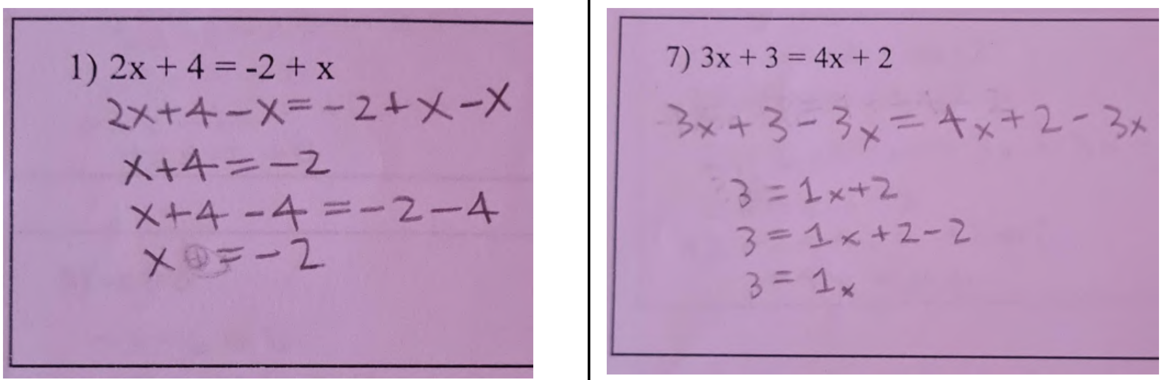
Entretanto, as questões no qual o estudante não conseguiu obter o resultado esperado, foi possível constatar três tipos de dificuldades. A primeira foi observada na questão 1 e podemos interpretar como um erro na adição de termos semelhantes (figura 43), dificuldade citada por Pontes, Branco e Matos (2008), no qual o estudante efetuou:

$$X + 4 - 4 =- 2 - 4$$
$$X =- 2$$

Demonstrando uma dificuldade nessa questão com soma de números negativos. A segunda dificuldade, exibida na questão 7 (figura 43), é caracterizado como uma adversidade na redistribuição e citada por Keiran (1992, apud Pontes; Branco; Matos, 2009), ao adicionar -2 em somente um dos lados da igualdade:

$$3 = 1X + 2$$
$$3 = 1X + 2 - 2$$

Figura 43 - Resoluções do aluno D1, questões 1 e 7



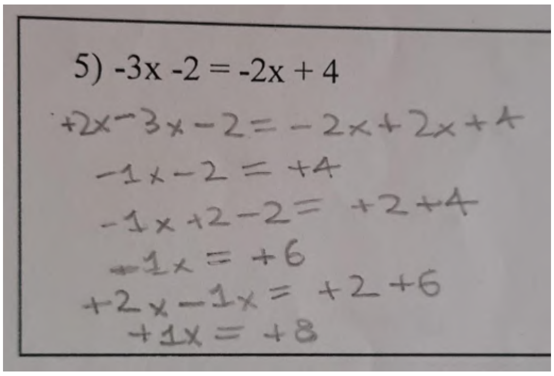
Fonte: Acervo Pessoal

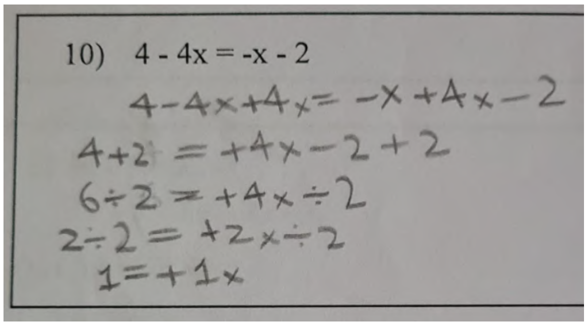
Essa dificuldade também foi apresentada na questão 5, na figura 44. Dessa vez o estudante não adicionou a parte literal em ambos os lados da igualdade, efetuando:

$$- 1X =+ 6$$
$$+ 2X - 1X =+ 2 + 6$$

É possível interpretar tal dificuldade como um descuido de atenção, uma vez que, nas demais linhas da resolução da mesma questão, o aluno não demonstrou ter dificuldade ao adicionar os termos em ambos os lados da igualdade.

Figura 44 - Resolução do aluno D1, questões 5 e 10



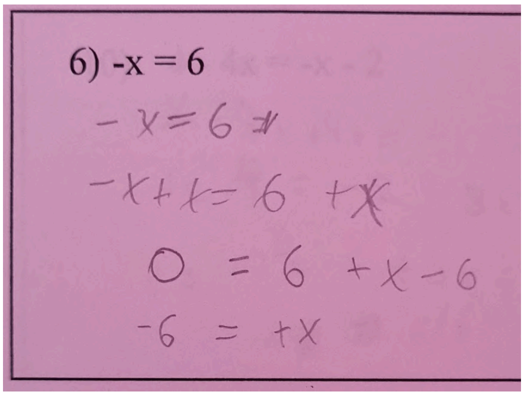


Fonte: Acervo Pessoal

O estudante D1 tem uma característica que é importante salientar, a falta de atenção na resolução das equações de primeiro grau. E isso fica claro novamente no terceiro tipo de dificuldade, representada na questão 10 (Figura 44). Nessa questão o aluno esqueceu de efetuar uma subtração na primeira linha da resolução, o que consequentemente fez com que encontrasse um resultado fora do esperado. Dessa maneira, ao observarmos que alguns erros possam ser consequência de uma falta de atenção ou erros de operações com inteiros, é notório que o estudante D1 sofreu algumas dificuldades na resolução das equações, entretanto foi possível visualizar que o mesmo mostrou conhecimento dos conceitos de igualdade possivelmente adquiridos no Jogo dos Opostos e conseguiu transportar para as equações mesmo que com um certo desafio.

Os estudantes E1 e E2 obtiveram êxito em 10 de 11 questões e 8 de 11 questões respectivamente, evidenciando uma compreensão sólida dos conceitos matemáticos presentes no jogo e uma habilidade para aplicá-los na resolução de equações de primeiro grau. Importante salientar que, embora ambos, quando jogaram o Jogo Dos Opostos, não terem finalizado as sequências que necessitavam transformar em azul o quadrado verde, o que representava indiretamente a incógnita negativa, ao resolverem equações de primeiro grau que envolvesse tal situação, conseguiram efetuar os passos corretamente, como é representado na figura 45 e 46.

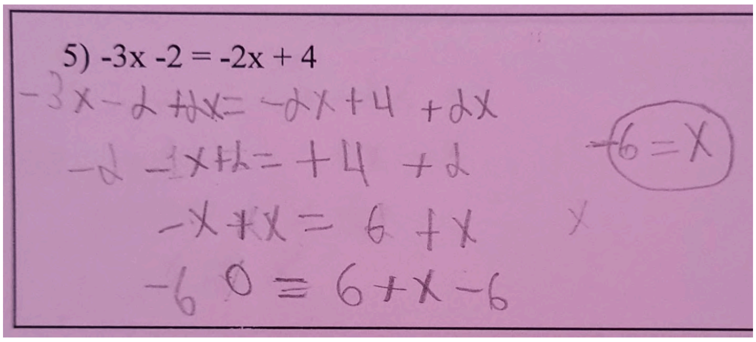
Figura 45 - Resolução do aluno E1, questão 6



Fonte: Acervo Pessoal

Entretanto, é possível observar que o aluno E2 sofreu uma dificuldade em visualizar o número zero como um número possível a ser somado (figura 46), no qual ao adicionar -6 de ambos os lados, omitiu o sinal de adição após o -6. Ao analisarmos, é possível que o estudante possa ter uma concepção errônea em relação ao zero, percebendo-o como um elemento que não exerce influência significativa e que pode ser posicionado em qualquer lugar sem impactar o resultado.

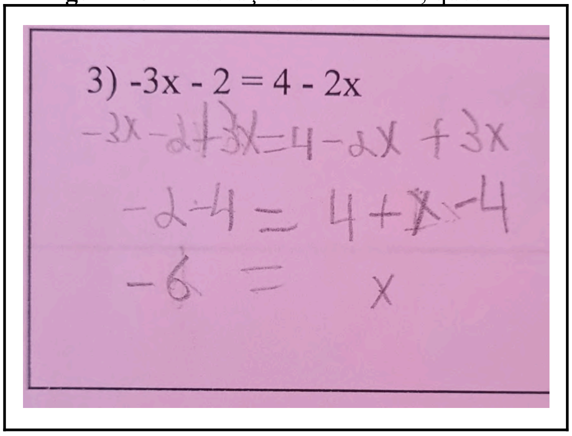
Figura 46 - Resolução do aluno E2, questão 5



Fonte: Acervo Pessoal

Essa explicação pode ser fundamentada pelo fato de que no próximo passo da questão, o estudante já eliminou esse zero, e também visto que nas demais resoluções, o aluno E2 não cometeu tal erro, pois desde o início não adicionou o zero (figura 47), a dificuldade aparece somente quando o aluno acrescenta o zero na equação.

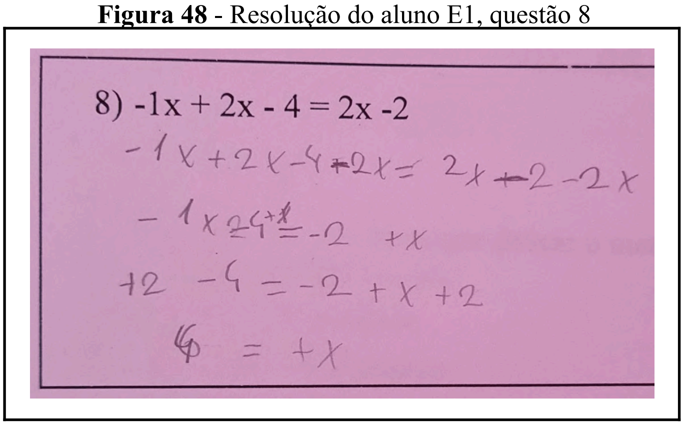
Figura 47 - Resolução do aluno E2, questão 3



Fonte: Acervo Pessoal

Ambos alunos E1 e E2 efetuaram a adição incorreta de termos semelhantes, tornando o resultado da equação incorreta, um erro tratado como comum de se observar nos estudantes e citado por Ponte, Branco e Matos (2008) representado nas figuras 48 e 49.

Figura 48 - Resolução do aluno E1, questão 8

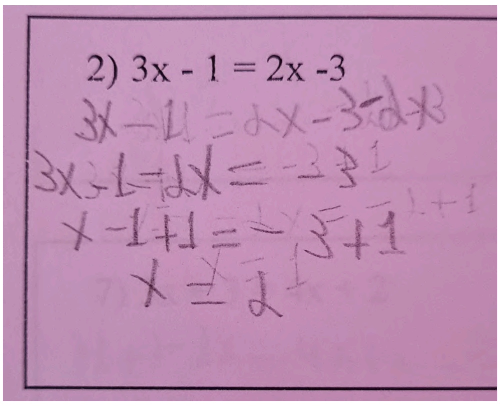


Fonte: Acervo Pessoal

O estudante E1 por sua vez efetuou incorretamente:

$$
\begin{gathered}
-\ 1x - 4 + X =- 2 + X \\
+\ 2 - 4 =- 2 + X - 2 \\
4 =+ X
\end{gathered}
$$

Figura 49 - Resolução do aluno E2, questão 2



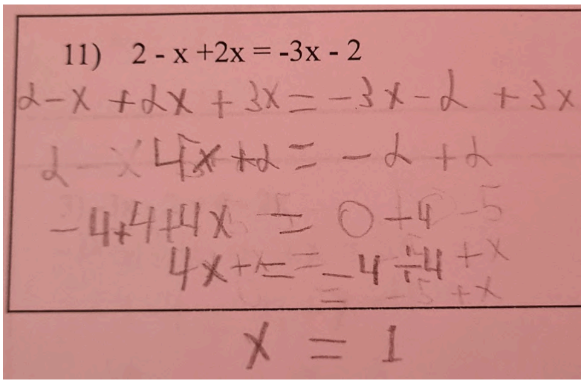
Fonte: Acervo Pessoal

Já o estudante E2 efetuou incorretamente:

$$X - 1 + 1 =- 3 + 1$$
$$X = 2$$

Além disso o aluno E2 demonstrou ter dificuldades na conclusão da equação (figura 50), no qual cometeu um erro aritmético efetuando a divisão incorretamente tendo como resultado de uma divisão de número negativo com um número positivo um valor positivo.

Figura 50 - Resolução do aluno E2, questão 11

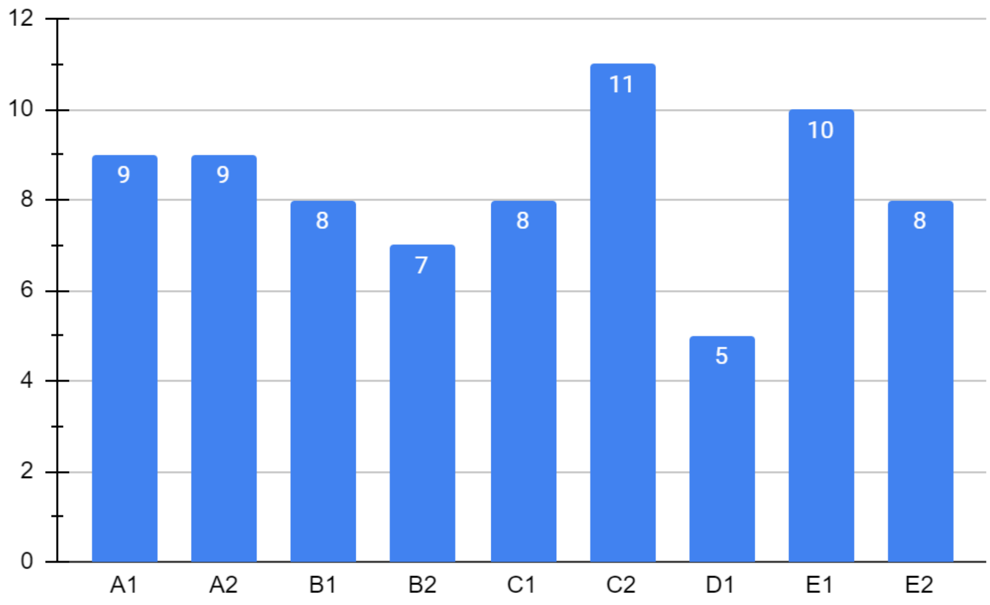


Fonte: Acervo Pessoal

Ficou evidente que, mesmo com as dificuldades apresentadas, tanto o aluno E1 quanto o E2 demonstraram compreender com eficiência o processo de resolução de uma equação do primeiro grau. Tal evidência ressalta no entendimento do conceito de igualdade e sem desenvolver concepções equivocadas sobre a resolução de equação do primeiro grau, como transposição de termos para o lado oposto da igualdade com o sinal contrário.

Como vimos, na atividade de resolução de equações os estudantes tiveram uma quantidade de acertos significativa, conforme o gráfico abaixo:

Gráfico 1 - Gráfico de número de acertos



Fonte: Acervo Pessoal

Ao analisarmos o gráfico é possível visualizar que o grupo de participantes foi efetivamente bem nas questões envolvendo resolução de equações de primeiro grau, tendo no máximo 11 acertos e no mínimo 5.

Ainda assim, as dificuldades apresentadas pelos alunos nos registros das resoluções das equações de primeiro grau, são de maior número consequência de conceitos de Aritméticas não bem desenvolvidos, como por exemplo, soma de números negativos. Tal situação vai ao encontro ao que Veloso comenta, na qual "[...] podemos concluir que as dificuldades dos alunos não são em Álgebra propriamente dita, mas estão em deficiências em Aritmética que não foram corrigidas." e também ao que Booth (1995, apud Melo et al., 2021, p. 1385) relata, confirmando que "[...] as dificuldades que o aluno tem em Álgebra não são tanto da Álgebra propriamente dita, mas de problemas em Aritmética que não foram corrigidos.". Outro ponto a se destacar e caracterizar as dificuldades aritméticas e problemas não corrigidos, foi o período de quase dois anos de ERE que os estudantes passaram durante a Pandemia de Covid-19, no qual mesmo com a maior qualidade que a escola poderia entregar aos estudantes, sabemos que o ensino não foi o mesmo, pois os alunos "viram suas rotinas de estudo adaptadas ao modelo remoto, necessitando estudar sozinhos ou com algum familiar, interagindo com o professor através da tela algumas vezes na semana.” (Silva; Silva, 2021, p. 12). Além disso em uma ensino online Barbosa; Anjos; Azoni (2021, p.2) comentam que:

> É necessária atenção especial às desigualdades existentes no sistema educacional, visto que estudantes de baixo nível socioeconômico terão dificuldades de acesso aos recursos tecnológicos necessários para acompanhar as atividades impossibilitados de receber estimulação durante este período

Ou seja, a Pandemia também pode ter sido um caracterizador das dificuldades em aritmética e problemas na aprendizagem que não foram possíveis corrigir devido a falta de interação entre professores e alunos. Estes que, por sua vez, não só necessitaram estudar com algum familiar não preparado para o ensino, ou sozinho, mas também podem não terem conseguido estudar com o mínimo de qualidade devido a falta de tecnologia.

Logo, é compreensível que as maiores dificuldades que se mostraram nessa etapa sejam da área da Aritmética, de conhecimentos não muito bem internalizados e de problemas não corrigidos durante esse período. Entre essas dificuldades, foram apresentados alguns poucos erros na resolução de equação de primeiro grau, que segundo Ponte, Branco e Matos (2008) são dificuldades que são mais comuns de aparecerem no trabalho com equações, como adição incorreta de termos semelhantes, adição incorreta de termos não semelhantes, redistribuição, entre outros já comentados.

Entretanto, é notório que os estudantes tiveram um bom desenvolvimento no que diz respeito a conhecimentos e conceitos para resolver uma equação de primeiro grau, visto que erros de conceitos de resolução foram de pequena quantidade e resoluções de qualidade foram de maior expressão. Isto é, há evidências de que os estudantes possivelmente podem ter conseguido compreender os conceitos matemáticos presentes no Jogo dos Opostos e transportar para a resolução de equações. Indo ao encontro à uma das vantagens sobre a utilização dos jogos citada por Grando (2004, p.31) que seria de grande valor para a “introdução e desenvolvimento de conceitos de difícil compreensão”.

5.4 Etapa 4

Para iniciar essa etapa foi solicitado aos alunos que formassem grupos de no mínimo 3 integrantes, para que juntos conversassem, questionassem, dessem suas opiniões e escutassem as dos colegas, suas ideias, demonstrasse oposição explicando o porquê, e também desenvolvessem a habilidade de trabalhar em grupo e de sociabilidade. Para Grando (2004, p.34):

> É muito importante proporcionar, em situações escolares, momentos de atividades de trabalho em grupo, para que os sujeitos sejam capazes de compreender e respeitar as formas de participação dos colegas de trabalho. Além do que, trata-se de um exercício para o próprio auto-conhecimento. Em atividades grupais os sujeitos são capazes de se conhecerem, conhecerem mais seus próprios limites, atitudes, valores e capacidades, a fim de contribuir para que o trabalho se desenvolva da melhor forma.

Desta forma podemos compreender que o trabalho em grupo é bem significativo para que os estudantes, e que junto aos seus colegas, possam desenvolver habilidades sociais e de autoconhecimento, com o objetivo de que otimize o trabalho coletivo.

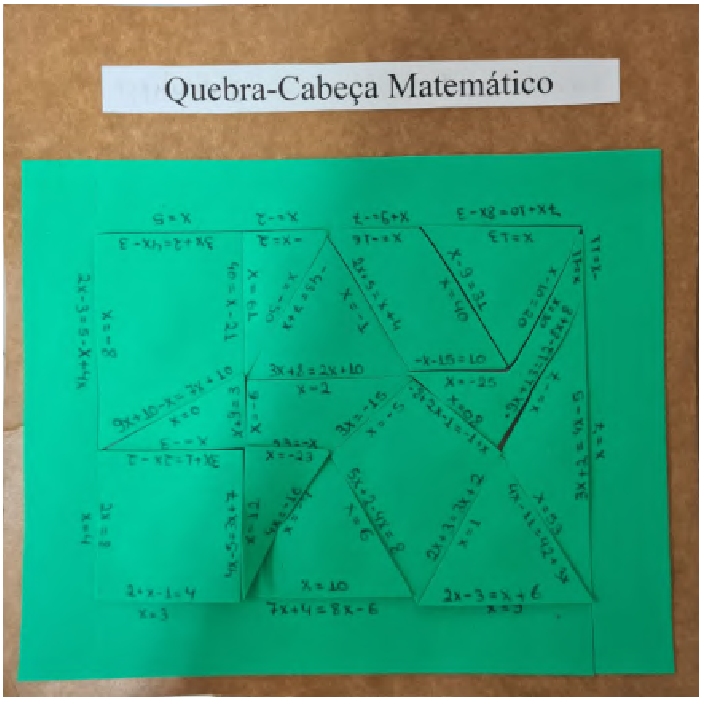
Com os grupos então formados, foi entregue os envelopes com as peças e o tabuleiro do quebra cabeças. Para melhor organização da análise, iremos comentar sobre o grupo T, que estavam presentes os alunos B1, C1 e C2. E o grupo U que foi composto pelos alunos, A1, A2, B2, D1, E1 e E2.

Inicialmente o grupo T adotou uma abordagem de montagem do retângulo de qualquer maneira, tentando posicionar os polígonos por tentativa e erro. Contudo, o grupo percebeu a ineficácia da estratégia, devido ao tempo que gastariam e entraram em consenso para desistirem dessa abordagem de tentativa e erro. Então desenvolveram uma tática de organização para que conseguissem completar o quebra-cabeças, assim, cada integrante teve sua peça determinada e foram resolvendo as equações de cada uma delas, para assim conseguirem saber a posição de cada peça em relação às demais. Durante as resoluções das equações de primeiro grau, haviam comentários do tipo:

Alguém fez a que resulta em 9?
Alguém tem a peça que tenha o número 11?
Já completei aqui, falta uma peça que o resultado seja 7

E assim, em conversas, o grupo foi montando corretamente todo o retângulo (figura 51). Percebe-se a presença da ludicidade na montagem do retângulo, que motiva o interesse dos alunos, a interação social entre os mesmos e também a conscientização acerca do trabalho em equipe. (Grando, 2004).

Figura 51 - Quebra-Cabeças retângulo, grupo T



Fonte: Acervo Pessoal

O grupo precisou resolver quinze equações para que conseguissem completar o quebra-cabeças do retângulo com êxito. É possível perceber que o grupo realmente não optou por adotar a abordagem de tentativa e erro, evidenciado pelos registros das resoluções , sendo possível completar todo o retângulo. Mesmo tendo a opção de posicionar uma peça quadrada de forma arbitrária, o grupo decidiu resolver as equações para completar o retângulo com êxito. Além disso, não foi perceptível observar dificuldades dos alunos do grupo T em resolver as equações presentes no jogo, e foram o primeiro grupo a terminar o quebra-cabeças do retângulo, mostrando ter facilidade na resolução de equações e também organização do grupo durante o jogo.

Já o grupo U inicialmente não estava organizado. De início, os integrantes, sem muito diálogo no grupo, começaram a abordar a resolução por tentativa e erro. Entretanto, com o passar de alguns minutos, o grupo questionou se poderiam jogar o quebra-cabeças por tentativa e erro, até achar o local de cada peça. Nesse momento um dos integrantes do grupo respondeu algo como:

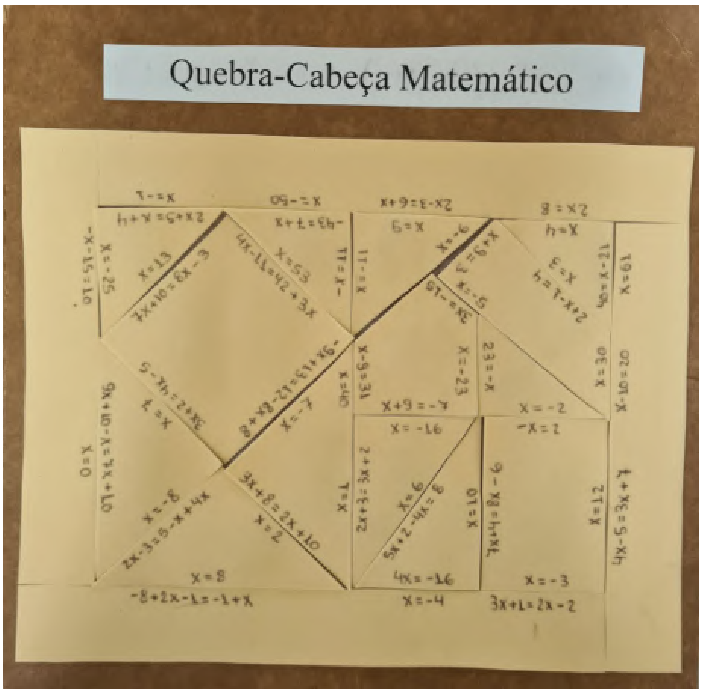
Mas daí vai demorar muito

E nesse contexto, começaram a discutir sobre o tema, questionando as possibilidades de estratégias para resolverem com mais facilidade o quebra-cabeças. Em alguns minutos o grupo entrou em um consenso de completarem o quebra-cabeças utilizando a estratégia de resolver as equações, uma vez que após a discussão todos estavam de acordo que utilizar a técnica de tentativa e erro demandaria muito tempo. Uma situação de trabalho em grupo que vai ao encontro com o que Fernandes (1997, p.564, apud Pereira, Silveira e Lucchesi, 2023, p.8) “[...] o trabalho cooperativo oferece ainda a possibilidade de discussão dos méritos das diferentes maneiras de resolver um mesmo problema, e pode facilitar a aprendizagem de diferentes estratégias para a resolução de alguns problemas”.

Diferentemente do grupo T, o grupo U não determinou as equações específicas que cada integrante iria resolver. Em questão de minutos, perceberam que mais de um membro estava resolvendo a mesma equação, gerando discórdia entre os integrantes do grupo. Em poucos instantes, o grupo superou o impasse e conseguiu se organizar, de forma que, coletivamente, foram resolvendo as equações, buscando concluir o jogo do quebra-cabeças do retângulo.

O grupo U, diferente do grupo T, necessitou resolver dez equações para terminar o jogo (figura 52).

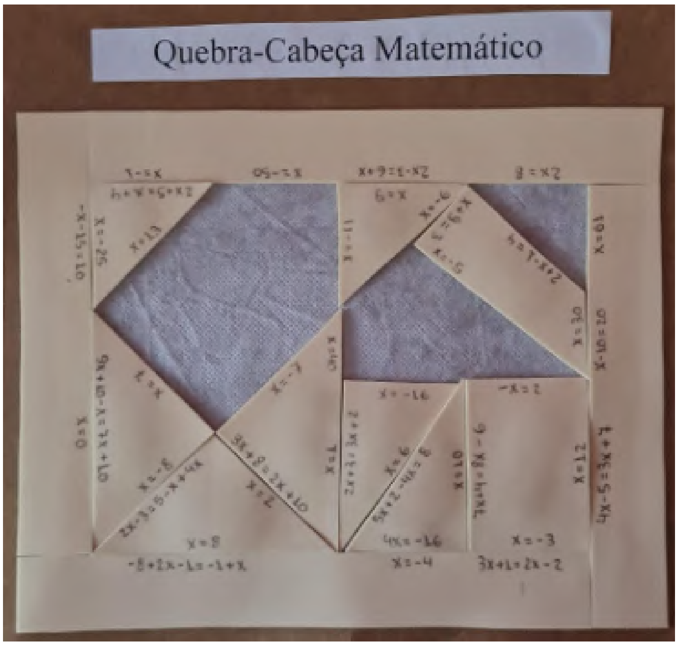
Figura 52 - Quebra-Cabeças retângulo, grupo U



Fonte: Acervo Pessoal

Todavia ao analisarmos, ficou perceptível que o grupo utilizou uma abordagem diferente ao final do jogo, uma vez que, ao jogarmos o jogo com os resultados dos registros do grupo, houveram cinco peças que não teriam sido calculadas, ou seja, sobraram cinco peças (figura 53).

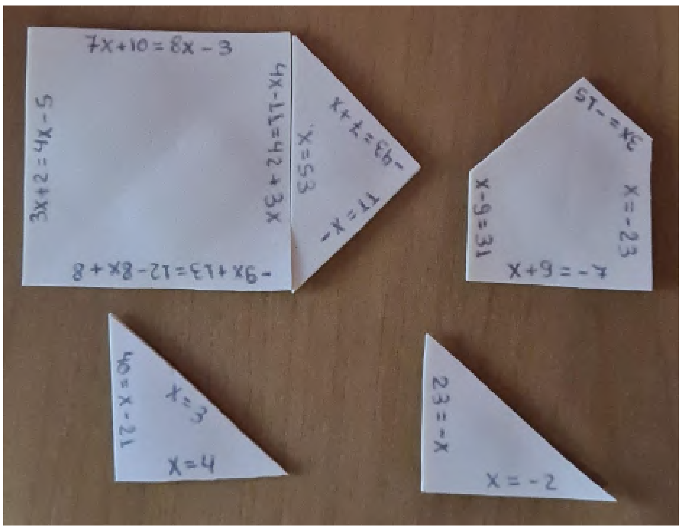
Figura 53 - Quebra-Cabeças retângulo quase finalizado



Fonte: Acervo Pessoal

Entretanto, para o grupo tornou-se dispensável calcular as equações das peças determinadas para concluir o jogo. Se antes, com o jogo zerado, tentar adivinhar o local de cada peça demandaria um tempo grande, agora, com cinco peças restantes, tornou-se bem fácil, visto que os lugares de cada uma já estariam praticamente definidos e claramente visíveis devido ao tamanho das peças, e também por duas delas já estarem juntas por resultados previamente calculados (figura 54).

Figura 54 - Peças que faltavam do Quebra-Cabeças retângulo



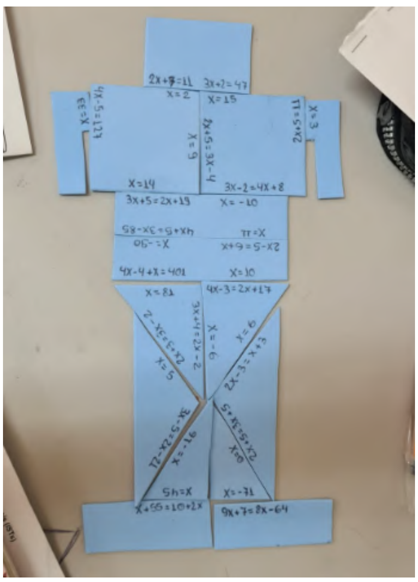
Fonte: Acervo Pessoal

Foi compreensível que mesmo trabalhando em questões separadamente, como ficou evidente pelo modo de organização do grupo T, ambos os grupos estavam trabalhando cooperativamente, auxiliando uns aos outros a todo momento com conceitos e estratégias assim desenvolvendo táticas e habilidades para resolução de equações de primeiro grau. Pereira, Silveira e Lucchesi (2023, p. 3) relatam que a cooperação “preza pelas trocas entre os estudantes de modo a criar um ambiente de descobertas mútuas e construção coletiva.”. Com isso, os grupos conseguiram finalizar o jogo com êxito, aplicando os conceitos de resolução de equação de primeiro grau desenvolvidos nas etapas anteriores.

Já no segundo jogo, o quebra-cabeças que tinha como objetivo descobrir a figura misteriosa ao juntar as peças, o grupo U perguntou se não podiam se dividir em duplas novamente, mencionando que trabalhavam melhor em duplas. Acreditamos que esse pedido e pensamento possa ter sido consequência de um grupo muito grande e de uma falta de uma melhor organização dos integrantes. Com isso foram separados em duplas, sendo elas: Dupla X (A1 e A2); Dupla Y (B2 e D1) e Dupla Z (E1 e E2).

A dupla X recebeu as peças do quebra-cabeças que formava o robô (figura 55), e durante a montagem, tiveram algumas dificuldades para conseguir visualizar a figura formada, permanecendo bem animados a cada peça que colocavam para descobrir a figura misteriosa. Ao fim, a dupla conseguiu montar o robô, transparecendo entusiasmo ao finalmente visualizarem a figura completa. A dupla necessitou resolver um total de doze equações de primeiro grau para montar o robô, sem demonstrar nenhuma dificuldade nos conceitos de resolução de equações.

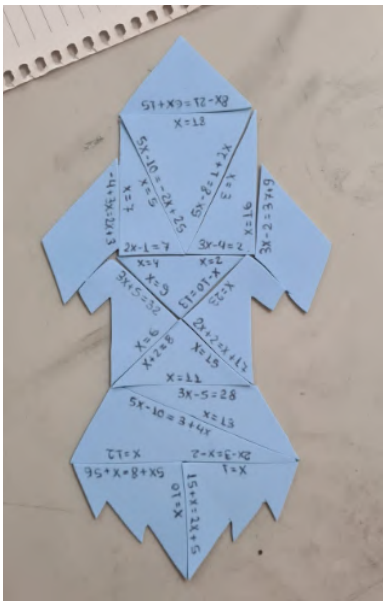
Figura 55 - Figura Robô realizada pela dupla X



Fonte: Acervo Pessoal

A dupla Y recebeu o quebra-cabeças cuja figura misteriosa seria a do foguete e juntos necessitaram resolver um total de dez equações de primeiro grau para completá-la (figura 56). Durante a montagem, similar a dupla X, não tiveram dificuldades, mostrando um bom domínio de resolução de equações de primeiro grau. Mesmo que já tivessem trabalhado em grupo no jogo anterior, até então essa dupla seria uma nova interação, visto que antes o aluno B2 realizava dupla com o B1 e o D1 com o D2, porém não tiveram problemas para se organizar e concluir o quebra-cabeças.

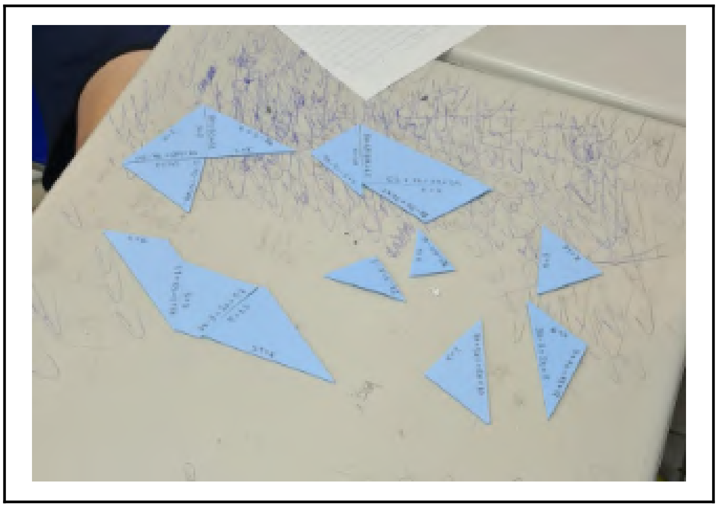
Figura 56 - Figura Foguete realizada pela dupla Y



Fonte: Acervo Pessoal

Entretanto, ao contrário do que foi citado sobre as duplas anteriores, a dupla Z teve um pouco mais de dificuldade nesse jogo e ao receber a figura do cisne não conseguiram finalizar e montar por completo (figura 57). Acreditamos que tais dificuldades possam ser atribuídas à consequência da falta de interesse da dupla por esse momento do jogo. Pois uma análise dos registros dos estudantes na etapa anterior, revela que ambos haviam demonstrado compreensão dos conceitos pertinentes à resolução de equações de primeiro grau. Contudo, nesse jogo a dupla apresentou desmotivação para finalizar o quebra-cabeças.

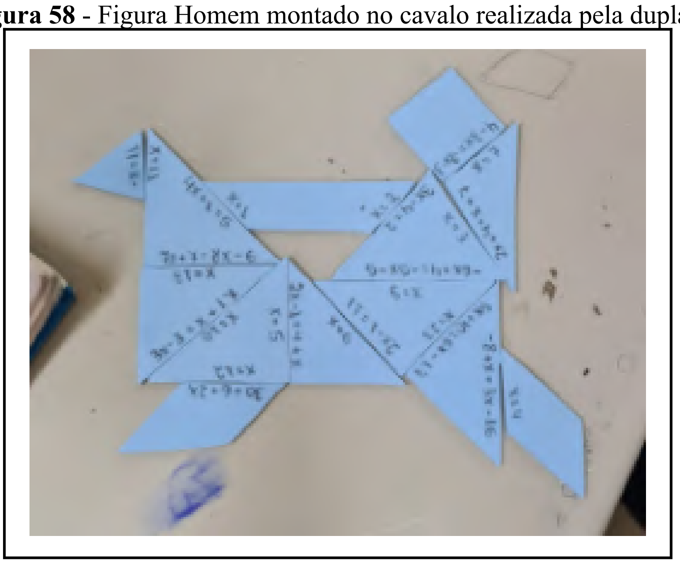
Figura 57 - Figura Cisne realizada pela dupla Z



Fonte: Acervo Pessoal

Diferente da dupla Z, o grupo T se mostrou muito interessado pelo jogo e entusiasmados para encontrarem qual a figura misteriosa do quebra-cabeças. A vontade de jogar foi tamanha que ao finalizar o primeiro quebra-cabeças solicitaram outro para continuarem jogando. Nesse meio tempo conseguiram jogar duas vezes por vontade do próprio grupo, o que vai ao encontro a algumas das vantagens citadas por Grando (2000) como a conscientização do trabalho em equipe e o resgate do prazer em aprender. Inicialmente o grupo recebeu o quebra-cabeça cuja figura misteriosa seria o homem montado no cavalo, e para montar foi necessário resolver um total de treze equações (figura 58).

Figura 58 - Figura Homem montado no cavalo realizada pela dupla T



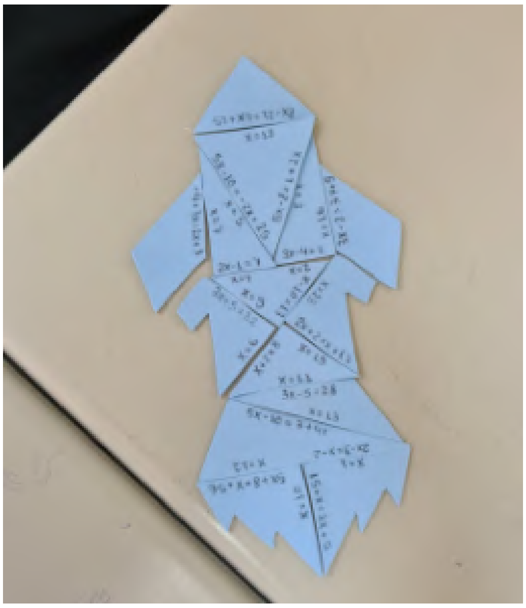
Fonte: Acervo Pessoal

No que refere-se ao segundo quebra-cabeças associado à representação da figura de um foguete, o grupo necessitou resolver doze equações de primeiro grau (figura 59).

Observou-se que o grupo não enfrentou dificuldades mínimas durante o jogo, solicitando pouca assistência no processo de resolução das equações de primeiro grau propostas.

Nesse meio tempo em que o grupo resolvia as equações para descobrir qual seria a figura misteriosa, demonstraram estar muito alegres e interessados no jogo, uma vez que não trocaram de foco enquanto não descobrissem qual seria a figura, nem mesmo utilizaram o celular.

Figura 59 - Figura Foguete realizada pela dupla T



Fonte: Acervo Pessoal

Ao término da aula, os estudantes expressaram sua satisfação em relação aos jogos propostos durante os últimos encontros, destacando que conseguiram assimilar o conteúdo de uma maneira diferente da abordagem habitual que estavam acostumados. Até mesmo a dupla dos alunos E1 e E2 que no último jogo não demonstraram muito interesse, afirmaram ter apreciado as dinâmicas com jogos. Demonstrando assim que os jogos podem proporcionar uma abordagem de ensino que envolve divertimento ao mesmo tempo promova e mobilize os alunos a aprender os conceitos matemáticos que podem estar indiretamente abordados, como é o caso do Jogo dos Opostos.

6. Considerações finais

A presente pesquisa teve como objetivo responder a seguinte pergunta diretriz: **quais as potencialidades do uso do Jogo dos Opostos e dos quebra-cabeças matemáticos em uma turma de oitavo ano na aprendizagem de resolução de equação do primeiro grau?** Assim, buscamos entender as potencialidades de aulas construídas com jogos visando a aprendizagem de resolução de equação do primeiro grau.

Nessa pesquisa foi possível observar que há evidências de que as práticas realizadas proporcionaram diferentes momentos para os estudantes, que contribuíram para a aprendizagem de conceitos matemáticos relacionados à resolução de equações do primeiro grau. Com os registros dos discentes, foi perceptível que o Jogo dos Opostos pode ter auxiliado os estudantes a desenvolverem os conceitos essenciais para a resolução de equações do primeiro grau.

Também observou-se que, para além da aprendizagem da matemática, houveram momentos de interação social entre os estudantes, no qual surgiram situações em que os estudantes tiveram que se organizar coletivamente, havendo a necessidade de diálogo, argumentação, questionamentos, aceitação, cooperação e reflexões. Notou-se que a grande maioria dos alunos se sentiram alegres e estavam se divertindo enquanto jogavam o jogo. Além disso, no decorrer da prática, percebeu-se que esses discentes estavam motivados para aprender, provavelmente devido ao fato de estarem jogando. E assim, houveram evidências que os alunos participaram ativamente na construção do seu próprio conhecimento sobre resolução de equações do primeiro grau, possivelmente proporcionados pelas possibilidades que surgiram no ato de jogar o Jogo dos Opostos, tendo que desenvolver estratégias de resolução que levaram ao êxito dos estudantes. Porém, jogar é sempre um convite, pois deve-se respeitar aqueles que não se sentem à vontade, e buscar outras alternativas de participação, como: observar os colegas, auxiliar o professor atuando como juiz, etc.

Entretanto, é importante salientar que quando planejamos uma aula utilizando qualquer metodologia de ensino, nem sempre iremos conseguir atingir positivamente todos os estudantes. Uma sala de aula é composta por pessoas com distintas características que podem gostar ou não da forma de ensino adotada pelo docente. E nessa perspectiva, foi possível observar que dois alunos, de todos os dez que participaram da pesquisa, inicialmente não se envolveram muito nos jogos propostos. A motivação para os dois alunos no Jogo dos Opostos iniciou-se somente quando a competição foi instaurada. Entretanto, a maioria dos estudantes estavam motivados para participar ativamente da aula, possivelmente proporcionados pela dinâmica dos jogos.

Para desenvolver os conhecimentos matemáticos em sala de aula, usualmente é utilizado de listas de exercícios. Esses, por sua vez, podem ser de grande utilidade, uma vez que, têm finalidade permitir que os estudantes apliquem os conhecimentos previamente adquiridos e desempenham um propósito de consolidar os conceitos aprendidos. (Ponte, 2005). Entretanto, limitar o ensino de Matemática apenas à resolução de exercícios pode resultar em desestímulo aos estudantes (Ponte, 2005).

Porém os jogos quebra-cabeças do retângulo e quebra-cabeça das figuras misteriosas, trouxeram perspectivas diferentes de aprender matemática. De certo modo, há exercícios nos jogos, especificamente nos quebra-cabeças, em que o objetivo inicial que os estudantes têm em mente, é vencer o jogo, sem prender o foco, inicialmente, nas questões presentes. Tal abordagem pode ter feito com que os estudantes tivessem apreço e interesse na resolução das atividades. E assim, foi possível notar que a resolução de equação de primeiro grau foi vista pelos estudantes como de modo dinâmico e atrativo, em que eles se envolveram na matemática presente no contexto dos jogos. Nesse sentido, os resultados da prática mostraram que durante a ação de jogar, os estudantes estavam bastante interessados e motivados, sendo possível observar que os jogos trouxeram um ambiente prazeroso para os estudantes, que pode ter tornando a aula de matemática mais atrativa e dinâmica, convidando o estudante a ser o próprio sujeito da construção do seu conhecimento e como consequência possivelmente os estudantes conseguiram desenvolver os conceitos abordados no Jogo dos Opostos para resolver equações do primeiro grau e praticar nos jogos de quebra-cabeças.

Há indicações de que a utilização de jogos na aprendizagem em sala de aula propiciaram momentos de reflexões, discussões, de corrigir erros e verificar acertos, e deste modo os estudantes conseguiram desenvolver e compreender o conceito de igualdade para resolver equações do primeiro grau. Além disso, a prática desenvolvida proporcionou momentos nos quais os estudantes puderam interagir entre eles, trabalhar a cooperação, argumentação, relacionamento com o próximo e respeito. Pensando nisso, ressalta-se a relevância de darmos importância para o interesse do aluno nas aulas, uma vez que é fundamental para a aprendizagem da turma em sala de aula.

Logo, é de grande valor desenvolver e construir estratégias didáticas que utilizem da ludicidade dos jogos, com o objetivo de fazer com que o prazer e o interesse dos estudantes em aprender se torne mais comum durante as aulas. Além disso, incentiva-se que as escolas se apoiem na utilização dos jogos, oportunizando momentos de ensino que possibilitem que os estudantes percorram um caminho de elaborar estratégias, previsões, análises de possibilidades acerca da situação do jogo. (Grando, 2004)

É evidente que a presente pesquisa não tem como finalidade esgotar o assunto, mas almeja incentivar os pesquisadores da área da educação matemática a continuarem a pesquisar na área dos jogos na aprendizagem de equações do primeiro grau. Ademais, busca-se motivar os professores a utilizarem de tais produções para desenvolverem e implementarem planejamentos que tenham a ludicidade presente no ambiente de sala de aula.

Referências

ALMEIDA, J. R. **Níveis do desenvolvimento do pensamento algébrico: um modelo para os problemas de partilha de quantidade.** 2016. 202 p. Dissertação (Doutorado) — Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2016.

BRASIL, Ministério da Educação, (1998). **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental.** Brasília, MEC/SEF

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília: MEC/SEB, 2018.
BARBOSA, A. L. DE A.; ANJOS, A. B. L. DOS; AZONI, C. A. S. **Impactos na aprendizagem de estudantes da educação básica durante o isolamento físico social pela pandemia do covid-19**. CoDAS, v. 34, n. 4, 2022.

BARRETO, L. F.; GAVA, A. (2019). Os jogos matemáticos e o jogo “1º grau ou grau?”. ***Ensino Da Matemática Em Debate***, *6*(3), 46–64. https://doi.org/10.23925/2358-4122.2019v6i3p44-62

BONADIMAN, A. **Álgebra no ensino fundamental: produzindo significados para as operações básicas com expressões algébricas**. 2007. 300 p. Dissertação (Doutorado)- Curso de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2007. Disponível em: https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/11228. Acesso em: 20 jul. 2023.

FONTES, C. A; *et al.* Usando jogos na compreensão de equações do 1º grau. In: **Encontro Nacional de Educação Matemática**, 12, 2016, São Paulo. Minicurso, São Paulo: SBEM, 2016, 7 p. ISSN 2178-034X.

DOMENECH, O. S. **O ensino da álgebra no ensino fundamental: importância, dificuldades e possibilidades**. 2017. 54 f. TCC (Graduação) - Curso de Matemática, Universidade do Sul de Santa Catarina, Bagé, 2017. Disponível em: https://repositorio.animaeducacao.com.br/handle/ANIMA/11272. Acesso em: 20 jul. 2023.

FREITAS, M. A. **Equação do primeiro grau: métodos de resolução e análise de erros no ensino médio**. 2002. 146 f. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Educação, Pontifícia Universidade Católica, 2002. Disponível em: https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11223. Acesso em: 15/01/2024

GRANDO, R. C. Recursos didáticos na educação matemática: jogos e materiais manipulativos. **Revista Eletrônica Debates Em Educação Científica E Tecnológica**, *5*(02), 393-416. https://doi.org/10.36524/dect.v5i02.117

GRANDO, R. C. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. 2000. 239 p. Tese (Doutorado) — Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

GRANDO, R. C. **O jogo e a matemática no contexto da sala de aula.** São Paulo: Paulus, 2004. 114 p.

GRANDO, R. C. **O jogo suas possibilidades metodológicas no processo ensino-aprendizagem da matemática**. 1975. 194 p. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1975. Disponível em: https://repositorio.unicamp.br/acervo/detalhe/83998. Acesso em: 20 jul. 2023.

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em ciências sociais.** 8. ed. Rio de Janeiro: Editora Record, 2004.

HILÁRIO, C.; *et al.* Pensamento algébrico na aprendizagem de equações de 1º grau. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 16, p. 1-18, 9 mar. 2021. Disponível em: https://doi.org/10.5007/1981-1322.2021.e77155. Acesso em: 18 out. 2023.

LEITE, J. S. L. **Equações de 1º grau: a importância de práticas interligadas ao cotidiano do aluno**. 2019. 43 f. TCC (Graduação) - Curso de Licenciatura em Matemática, Universidade Federal da Paraíba, Santana dos Garrotes, 2019. Disponível em: https://repositorio.ufpb.br/jspui/handle/123456789/17846?locale=pt_BR. Acesso em: 31 jul. 2023.

MARTINS, M. C.; MARTINS, R. B.; SCHEFFER, N. F. O lúdico e a educação matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. **Revista Vydia**. V. 36, n.1 (2016), p. 177-186.

MELO, J. E. DE et al. Concepções de álgebra na educação matemática**. Diversitas Journal**, v. 6, n. 1, p. 1384–1405, 2021.

NAZARETH, D. R. **O uso de jogos como estratégia de aprendizagem de equações do primeiro grau para o Ensino Fundamental II**. 2017. 106 p. Dissertação (Mestrado em Ciências) — Escola de Engenharia de Lorena, Universidade de São Paulo, Lorena, 2017. Disponível em: https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/97/97138/tde-20112017-125008/publico/PED16016_C.pdf

PEREIRA, M. C. **Os jogos no ensino de combinatória**. 2019. 71 f. TCC (Graduação) - Curso de Licenciatura em Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2019.

PEREIRA, M. C.; SILVEIRA, E. F.; LUCCHESI, I. L. **Jogos, desafios e problemas de matemática: fomento a cooperação e a aprendizagem.** In: Escola de Inverno de Educação Matemática, 8, 2023, Santa Maria. Anais… Santa Maria, 2023.

PONTE, J. P. da. Gestão curricular em Matemática. *In*: GTI (Ed.), **O professor e o desenvolvimento curricular.** Lisboa: Associação dos Professores de Matemática, 2005. p. 11-34.

PONTE, J. P.; BROCARDO, J.; OLVIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula.** Belo Horizonte MG: Autêntica, 2009.

PONTE, J. P.; et al. O simbolismo e o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos. **Educação e Matemática**, Lisboa, n. 100, p. 89-96, dez. 2008. Disponível em: https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/1736/1776. Acesso em: 13 dez. 2023.

PONTE, J. P. da; BRANCO, N.; MATOS, A.. **Álgebra no ensino básico.** Lisboa: DGIDC, 2009. Disponível em: https://repositorio.ul.pt/handle/10451/7105. Acesso em: 25 nov. 2023.

QUEQUI, G. B.; FIOREZE, L. A.; BURIGO, E. Reflexões pandêmicas sobre as aulas on-line e híbridas de matemática. *In*: FIOREZE, Leandra Anversa; HALBERSTADT, Fabrício Fernando. (Org.). **Aprendizagens e vivências no ensino de matemática em tempos de pandemia.** Porto Alegre: Fi, 2021. p. 79-94.

RIO GRANDE DO SUL. Secretaria de Estado da Educação. **Referencial Curricular Gaúcho: Matemática.** Porto Alegre: SEE, 2018.

SCHEFFER, N. F.; MARTINS, M. C.; MARTINS, R. B. O lúdico e a educação matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. **Vidya**, v. 39, n. 1, p. 177-186, 2016.

SILVA, J. **O ensino da álgebra no ensino fundamental: dificuldades e desafios**. 2013. 38 f. Monografia (Especialização em Ensino de Ciências), Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Medianeira, 2013. Disponível em: https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/21981/3/MD_ENSCIE_III_2012_39.pdf. Acesso em: 20 jul. 2023.

SILVA, J. A. **O ensino das equações do 1º grau no ensino fundamental com o uso de balanças**. 2014. 38 f. TCC (Graduação) - Curso de Licenciatura em Matemática, Universidade Federal da Paraíba, Araruna, 2014.

SILVA, E. N.; DE SOUZA LIMA, A. C.; DE OLIVEIRA, T. S. P. Estudo da álgebra: o desenvolvimento histórico da formalização simbólica. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, *[S. l.]*, v. 7, n. 20, p. 347–356, 2021. DOI: 10.30938/bocehm.v7i20.2851. Disponível em: https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/2851. Acesso em: 18 out. 2023.

SILVA, M. J. S.; RANIELE, M. S. **Educação e ensino remoto em tempos de pandemia: desafios e desencontros**. E-book VII CONEDU (Conedu em Casa) - Vol 03... Campina Grande: Realize Editora, 2021. p. 827-841. Disponível em: <https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/74287>. Acesso em: 08/01/2024.

VELOSO, D. S.; FERREIRA, A. C. **Uma reflexão sobre as dificuldades dos alunos que se iniciam no estudo da álgebra**. In: X Semana da Matemática e II Semana da Estatística, 10., 2010, Ouro Preto. Anais... Ouro Preto: Editora da UFOP, 2010. p.59-65. Disponível em: <http://www.redumat.ufop.br/2011/C9.pdf>. Acesso em: 18 Outubro. 2023.

APÊNDICE A: Jogo dos Opostos

Nomes:____ Data: ___/____/____

Professor: Eduardo Silveira Cappelletti Turma:______

Jogo dos Opostos

REGRAS:

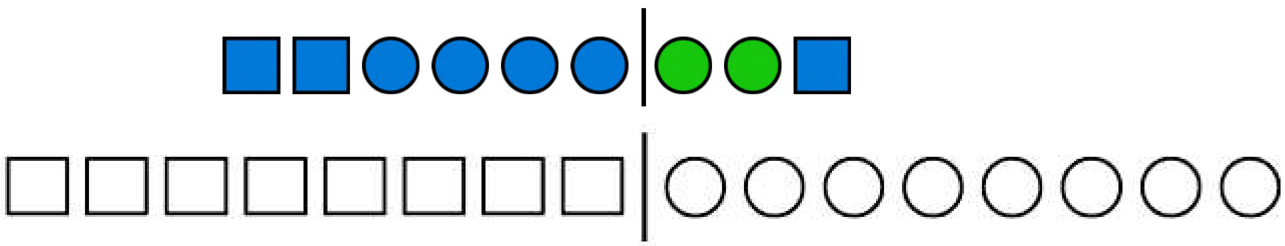
1. Cada dupla recebe um tabuleiro e 8 peças de cada tipo.
2. As peças são:
   - 8 quadrados azuis
   - 8 quadrados verdes
   - 8 círculos azuis
   - 8 círculos verdes

3. O objetivo do jogo é deixar de um lado da linha o **menor número possível** de quadrados azuis e do outro lado da linha apenas círculos verdes ou azuis.
4. Um par de figuras iguais com cores opostas que estejam do mesmo lado podem ser retiradas do jogo.
5. Toda ação que fizermos de um lado da linha deve ser feito também do outro lado

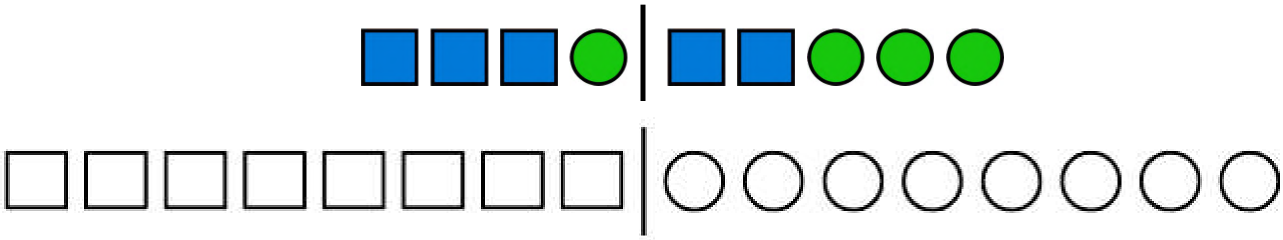
Bom jogo!

SEQUÊNCIAS

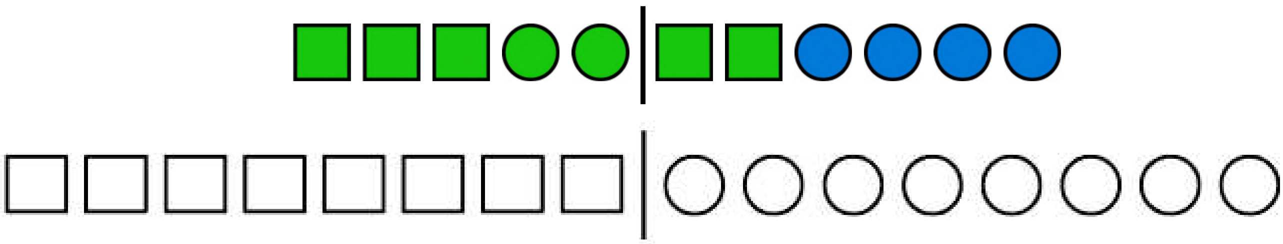
Reproduza as seguintes sequências no tabuleiro;
Lembre-se de registrar sua estratégia no jogo para decifrar cada sequência;
No final, após decifrar a sequência proposta, pinte nos espaços em branco a nova sequência encontrada.



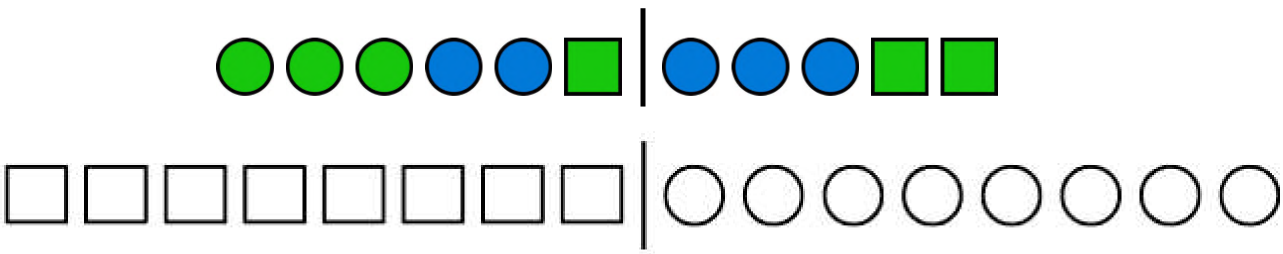
Registro:



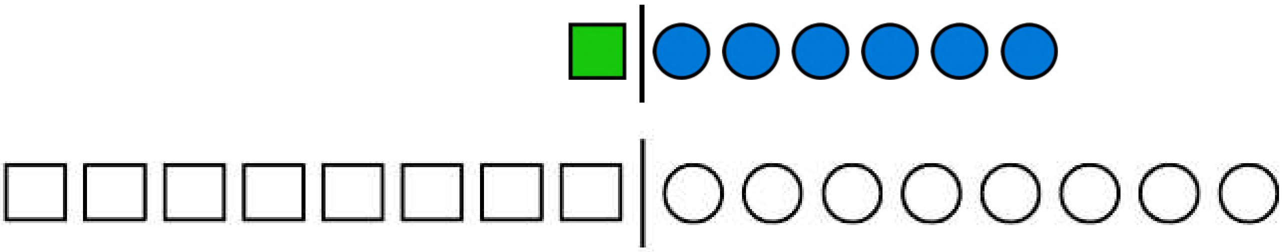
Registro:



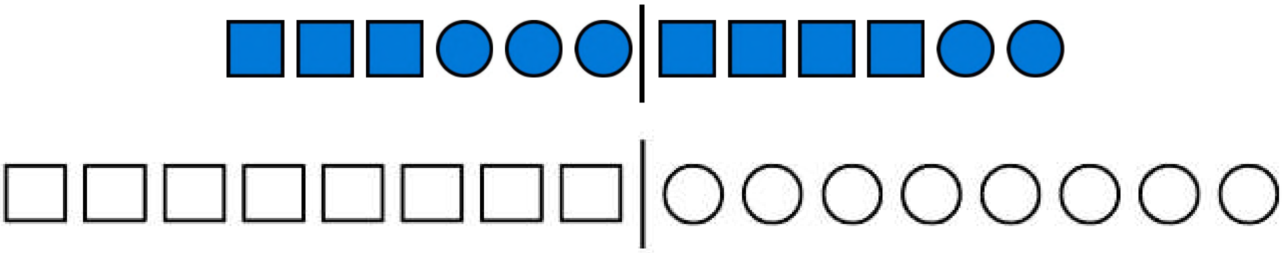
Registro:



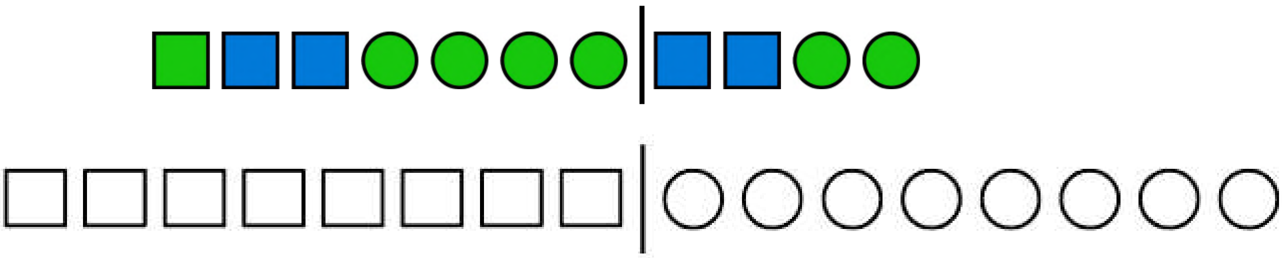
Registro:



Registro:



Registro:

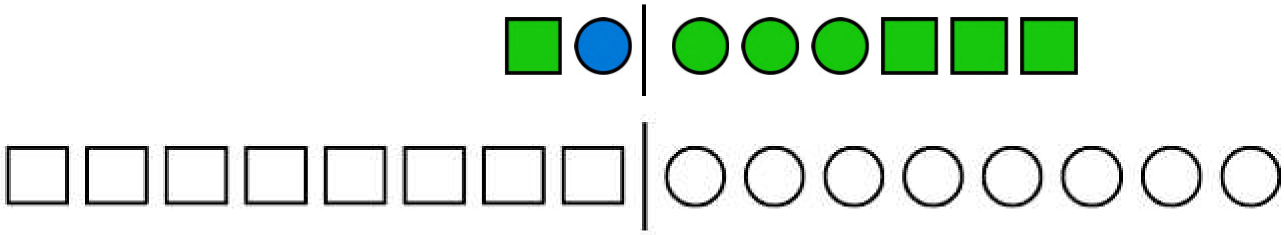


Registro:

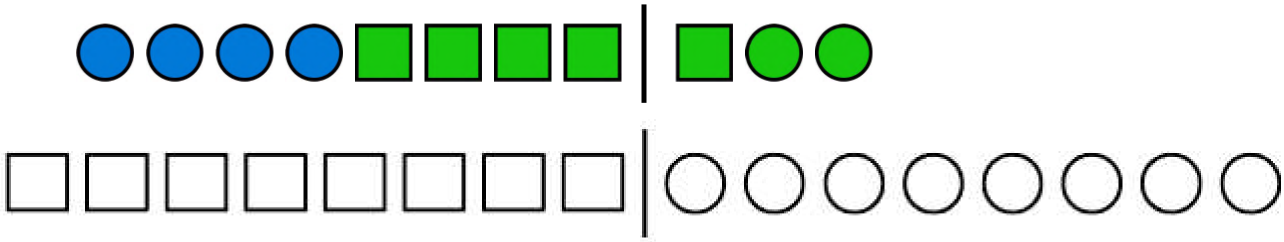
APÊNDICE B: Nova regra Jogo dos Opostos

Nova regra adicionada!!!

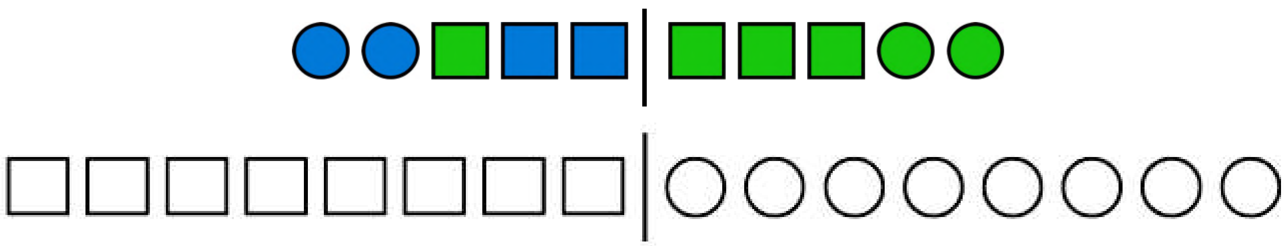
Deixe no final somente <u>um</u> quadradinho azul de um dos lados!



Registro:



Registro:



Registro:

APÊNDICE C: Questões pós jogo 1

Nomes:____ Data: ___/___/___

Professor: Eduardo Turma:_______

No jogo dos opostos tínhamos que deixar o menor número de quadrado azuis de um lado. Nessa atividade pense que:

Quadrado azul = +X

Quadrado verde = -X

Círculo azul = Número positivo

Círculo verde = Número negativo

Agora, utilizando o conhecimento adquirido jogando o Jogo dos Opostos, resolva as equações de 1º grau:

1) $2x + 4 = -2 + x$

2) $3x - 1 = 2x - 3$

3) $-3x - 2 = 4 - 2x$

4) $-3 + 2 - x = 3 - 2x$

5) $-3x - 2 = -2x + 4$

6) $-x = 6$

7) $3x + 3 = 4x + 2$

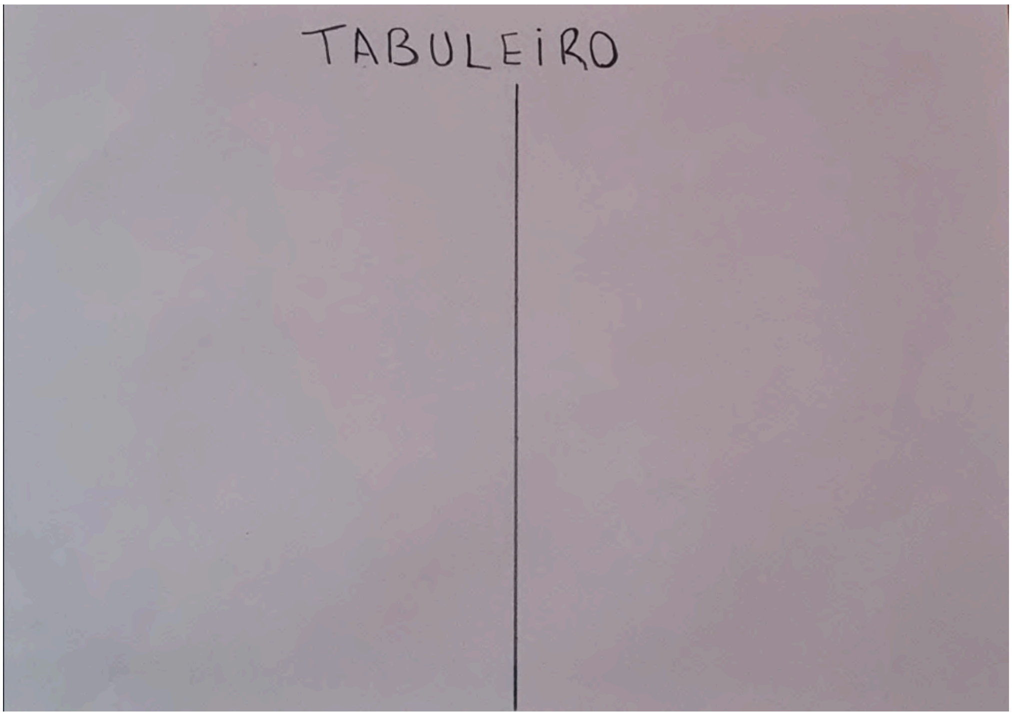
8) $-1x + 2x - 4 = 2x - 2$

9) $-x + 1 = -3 - 3x$

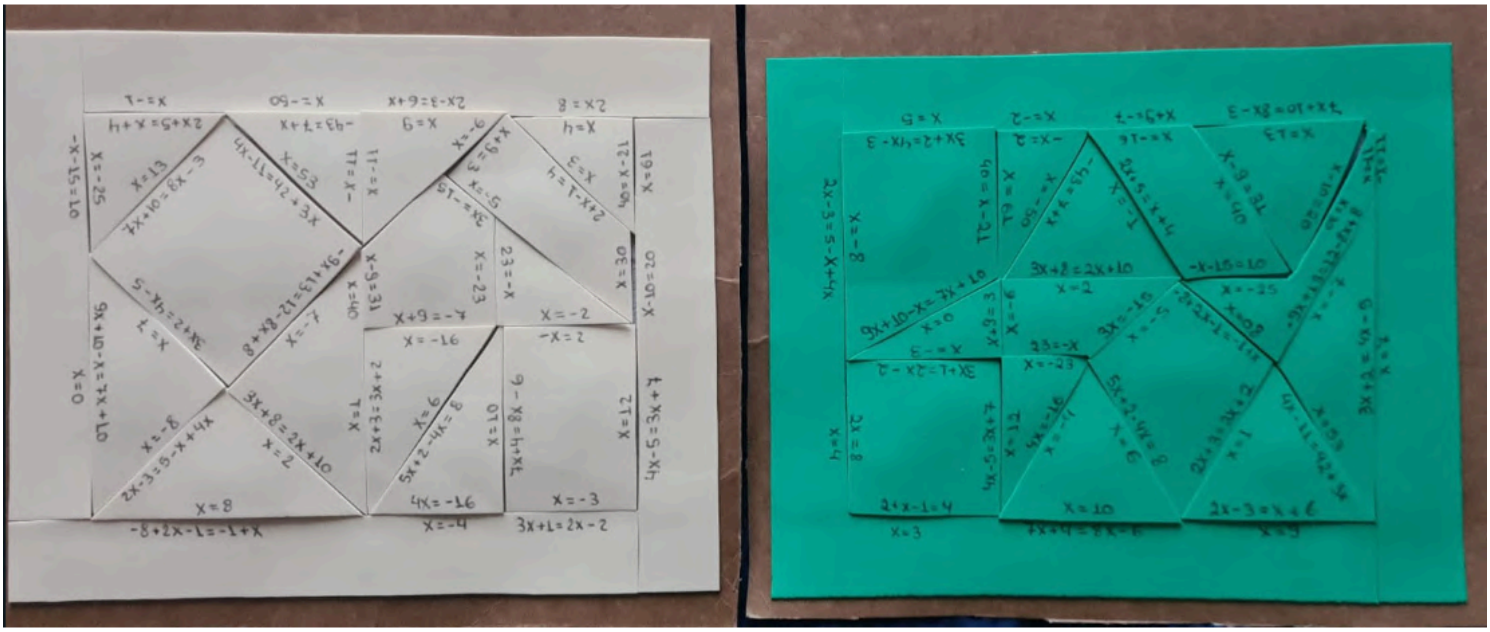
10) $4 - 4x = -x - 2$

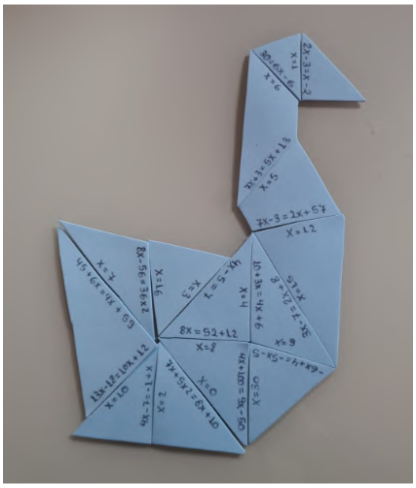
11) $2 - x + 2x = -3x - 2$

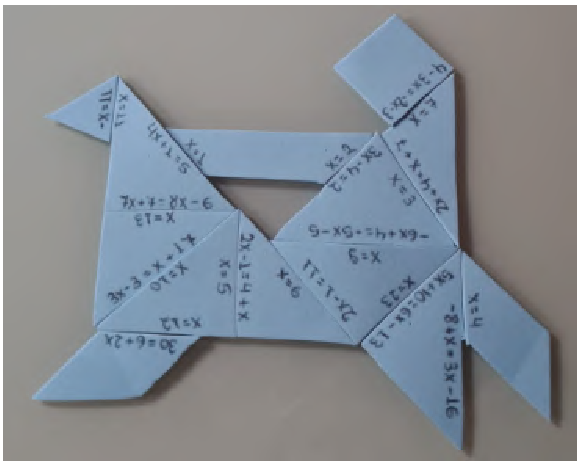
Apêndice D: Tabuleiro e peças Jogo Dos Opostos

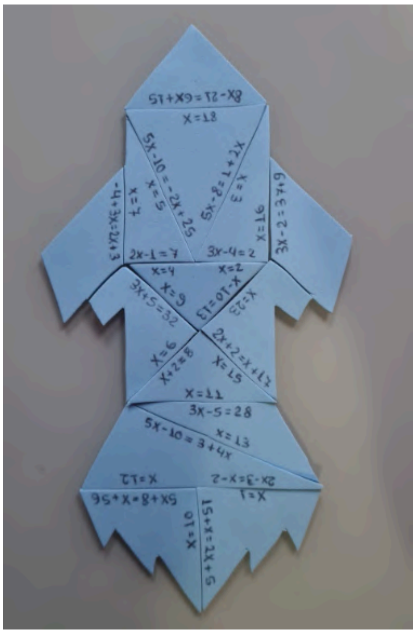


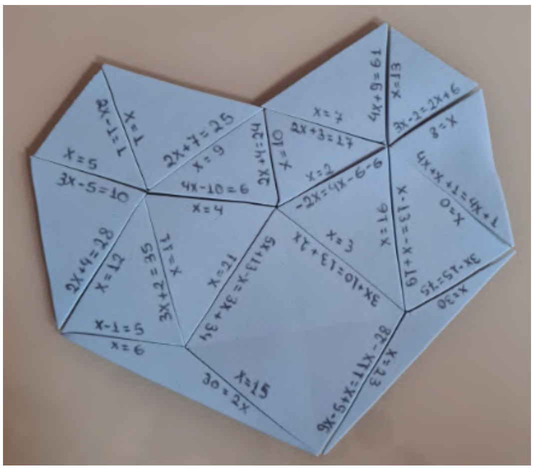
Apêndice E: Jogo Quebra-cabeças 1 e 2











Apêndice F: TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA
Av. Bento Gonçalves 9500 - Agronomia – 91509-900 Porto Alegre – RS - BRASIL
Tel: (051)3316-6189/3316-6225 FAX: (051)3316-7301
e-mail: matematica@mat.ufrgs.br Internet: www.mat.ufrgs.br

Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

Convite para participação em pesquisa

Prezados pais e/ou responsáveis.

O(A) aluno(a)____, está sendo convidado(a) a participar voluntariamente da pesquisa intitulada **Jogo dos Opostos e de quebra-cabeça na aprendizagem de resolução de equações do primeiro grau**, que está sendo desenvolvida pelo estudante de Licenciatura em Matemática **Eduardo Silveira Cappelletti**, da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Essa pesquisa é orientada pela Prof.ª **Leandra Anversa Fioreze**, a quem poderá contatar a qualquer momento que julgar necessário, por meio do telefone **(51) 99539-1963** ou e-mail **leandra.fioreze@gmail.com**.

A pesquisa está sendo desenvolvida para compor a monografia do trabalho de conclusão de curso do estudante de Licenciatura em Matemática, exigência parcial para a obtenção do título de Licenciado em Matemática. O objetivo dessa pesquisa é investigar as potencialidades do uso de jogos no ensino do conteúdo de equação de primeiro grau.

Solicitamos então, a participação do(a) aluno(a) na pesquisa, que ocorrerá por meio de sua participação em horário de aula, em que suas atividades e produções serão analisadas, sem nenhuma atribuição de conceito. É estimado que sejam utilizados os cinco períodos da semana, ou seja, 4 horas e 10 minutos para a realização das atividades, e ocorrerão no turno regular das aulas do(a) aluno(a).

Os usos das informações oferecidas pelo(a) aluno(a) serão usadas apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários etc.), identificadas apenas por um código alfanumérico (como, por exemplo, “aluno F-10”). Todas as informações fornecidas pelo(a) aluno(a) serão armazenadas sob responsabilidade da pesquisadora por pelo menos 5 anos após o término da investigação.

Ao participar da pesquisa, o(a) aluno(a) pode se sentir desconfortável ou ter alguma dificuldade em jogar os jogos e resolver as questões, porém saiba que o professor estará presente para auxiliar e orientar no decorrer das atividades. Porém, asseguramos que o(a) participante(a) poderá deixar de participar da investigação a qualquer momento, caso se sinta desconfortável.

A participação do(a) aluno(a) não envolve nenhum tipo de incentivo financeiro, sendo o único objetivo desta participação a contribuição para o êxito da pesquisa. Sua participação é muito importante e é voluntária.

Caso tenha alguma dúvida que necessite esclarecimento, peço que contate a pesquisadora responsável a qualquer momento pelo e-mail **leandra.fioreze@gmail.com**.

Qualquer dúvida quanto a procedimentos éticos também pode ser sanada com o Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), situado na Av.Paulo Gama, 110 - Sala 317, Prédio Anexo 1 da Reitoria - Campus Centro, Porto Alegre/RS - CEP: 90040-060 e que tem como fone 55 51 3308 3738 e e-mail etica@propesq.ufrgs.br

Eu,____, R.G.__________________, responsável pelo(a) aluno(a) ____, da turma _______, declaro, por meio deste termo, que concordei em que o(a) aluno(a) participe da pesquisa intitulada **O uso de jogos na aprendizagem de resolução de equações do primeiro grau**, desenvolvida pelo estudante de Licenciatura em Matemática Eduardo Silveira Cappelletti.

Porto Alegre, ____ de ______________ de 2023.

Assinatura do(a) Responsável:_______________________________________

Assinatura da Pesquisadora Responsável:____

Apêndice G: TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA
Av. Bento Gonçalves 9500 - Agronomia – 91509-900 Porto Alegre – RS - BRASIL
Tel: (051)3316-6189/3316-6225 FAX: (051)3316-7301
e-mail: matematica@mat.ufrgs.br Internet: www.mat.ufrgs.br

Termo de Assentimento

Convite para participação em pesquisa

Prezado(a) Aluno(a),

Você está sendo convidado a participar voluntariamente da pesquisa **Jogo dos Opostos e de quebra-cabeça na aprendizagem de resolução de equações do primeiro grau**, que está sendo desenvolvida pelo estudante de Licenciatura em Matemática **Eduardo Silveira Cappelletti**, da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Essa pesquisa é orientada pela Prof.ª **Leandra Anversa Fioreze**, a quem poderá contatar a qualquer momento que julgar necessário, por meio do telefone **(51) 99539-1963** ou e-mail **leandra.fioreze@gmail.com**.

A pesquisa está sendo desenvolvida para compor a monografia do trabalho de conclusão de curso do estudante, exigência parcial para a obtenção do título de Licenciado em Matemática. O objetivo dessa pesquisa é investigar as potencialidades do uso de jogos no ensino do conteúdo de equação de primeiro grau.

Solicitamos então, sua especial participação na pesquisa, que ocorrerá por meio de sua participação em horário de aula, em que suas atividades e produções serão analisadas, sem nenhuma atribuição de conceito. É estimado que sejam utilizados os cinco períodos da semana, ou seja, 4 horas e 10 minutos para a realização das atividades, e ocorrerão no turno regular das aulas do(a) aluno(a).

Os usos das informações decorridas da sua participação serão apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários etc.), identificadas apenas por um código alfanumérico (como, por exemplo, “aluno F-10”). Todas as informações fornecidas pelo(a) aluno(a) serão armazenadas sob responsabilidade da pesquisadora por pelo menos 5 anos após o término da investigação.

Caso você se sinta desconfortável durante a participação na pesquisa, saiba que o professor estará acompanhando o desenvolvimento de todos, podendo auxiliar em possíveis dúvidas e orientar possíveis caminhos. Porém, asseguramos que você poderá deixar de participar da investigação a qualquer momento, caso se sinta desconfortável.

A sua participação não envolve nenhum tipo de incentivo financeiro, sendo o único objetivo desta participação a contribuição para o êxito da pesquisa. Sua participação é muito importante e é voluntária. Sua colaboração se iniciará apenas a partir da entrega desse documento por você assinado e do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido assinado por um de seus responsáveis.

Caso tenha alguma dúvida que necessite esclarecimento, peço que contate a pesquisadora responsável a qualquer momento pelo e-mail **leandra.fioreze@gmail.com**.

Qualquer dúvida quanto a procedimentos éticos também pode ser sanada com o Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), situado na Av.Paulo Gama, 110 - Sala 317, Prédio Anexo 1 da Reitoria - Campus Centro, Porto Alegre/RS - CEP: 90040-060 e que tem como fone 55 51 3308 3738 e e-mail etica@propesq.ufrgs.br

Eu, ____, declaro por meio deste termo, que concordei em participar da pesquisa intitulada **O uso de jogos na aprendizagem de resolução de equações do primeiro grau**, desenvolvida pelo estudante de Licenciatura em Matemática **Eduardo Silveira Cappelletti**.

Porto Alegre, ____ de ______________ de 2023.

Assinatura do(a) Participante:____

Assinatura da Pesquisadora Responsável:____

Apêndice H: TERMO DE ACEITE DA DIRETORA

UFRGS
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA
Av. Bento Gonçalves 9500 - Agronomia – 91509-900 Porto Alegre – RS - BRASIL
Tel: (051)3316-6189/3316-6225 FAX: (051)3316-7301
e-mail: matematica@mat.ufrgs.br Internet: www.mat.ufrgs.br

INSTITUTO DE MATEMÁTICA UFRGS

Porto Alegre, __ de ______ de _____.

Prezada Diretora **Joice Ávila Nunes** da Escola Estadual de Ensino Fundamental Imperatriz Leopoldina.

O aluno Eduardo Silveira Cappelletti, atualmente está regularmente matriculado no Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Como parte das exigências do Departamento de Matemática Pura e Aplicada para obtenção do título de Licenciado em Matemática pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul, o graduando está desenvolvendo um Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) intitulado **Jogo dos Opostos e de quebra-cabeça na aprendizagem de resolução de equações do primeiro grau**. O objetivo dessa pesquisa é investigar as potencialidades do uso de jogos no ensino do conteúdo de equação de primeiro grau. O TCC produzido deve resultar em material didático de qualidade que possa ser utilizado por outros professores de Matemática. Neste sentido, torna-se extremamente importante realizar experimentos educacionais e, por esta razão, estamos solicitando a sua autorização para que este trabalho possa ser desenvolvido na escola sob sua Direção.

Em caso de manifestação de sua concordância, por favor, registre sua ciência ao final deste documento, o qual está sendo encaminhado em duas vias.

Enquanto pesquisador(a) e professor(a) responsável pela orientação do desenvolvimento do TCC pelo graduando, reitero nosso compromisso ético com os sujeitos dessa pesquisa colocando-nos à disposição para quaisquer esclarecimentos durante e após a realização da coleta de dados. Para tanto, deixo à disposição o seguinte telefone de contato: (51) 99539-1963.

Agradecemos a sua atenção.

Cordialmente,

____

Profª. Drª Leandra Anversa Fioreze

FACED / UFRGS