

A BELEZA MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA PEDAGÓGICA DE SENSIBILIZAÇÃO ESTÉTICA PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA

MATHEMATIC'S BEAUTY: A PEDAGOGICAL PURPOSE OF THE AESTHETIC SENSIBILITY FOR THE MATHEMATIC'S LEARNING

Virgínia Cardia Cardoso

UFABC/ Centro de Matemática, Computação e Cognição, virginia.cardoso@ufabc.edu.br

Rosa Monteiro Paulo

UNESP/ Instituto de Geociências e Ciências Exatas, rosa@feg.unesp.br

Andréia Dalcin

UFRGS/Departamento de Ensino e Currículo da Faculdade de Educação, andreaia.dalcin@ufrgs.br

Resumo

O presente artigo tem por objetivo expor o que se mostra na reflexão suscitada pela intenção de olhar para a razão matemática e ver a beleza, ou olhar para a beleza matemática e ver expressa uma racionalidade que é manifesta em objetos não matemáticos e que pode ser percebida por fatores outros que não apenas o racional. No movimento reflexivo buscamos compreender os fundamentos teórico-epistemológicos que caracterizam a percepção estética presente no processo de criar ou (re)criar Matemática. Para explicitar o que na reflexão se mostrou relevante organizamos o artigo em dois momentos: no primeiro apresentamos uma proposta pedagógica a partir das obras de Da Vinci e de Volpi procurando valorizar o caráter estético e belo da Matemática e no segundo trazemos a discussão sob os pontos de vista positivista, fenomenológico e crítico, revisitando elementos da filosofia das ciências.

Palavras-chave: Matemática. Educação Matemática. Arte. Formação de professores.

Abstract

This article aims to present some reflections concerning possibilities in linking Math and Art, considering a serious theoretical and articulated research in Educating Teachers of Mathematics. Our purpose is to look into the reason of Mathematics and see the beauty of Art, or see the beauty in Math and find in it the rationality contained in non-Math objects and that can be noticed in other not only rational factors. From this perspective we try to understand the theoretician-epistemological basis that characterizes the present aesthetic perception in the process to create or (re)create Mathematics. For this reason, we organize the article at two moments: first, presenting a pedagogical proposal Da Vinci and Volpi's works that emphasises values of aesthetic and beautiful character in Mathematics

and a second moment focusing the discussion under the positivist, fenomenological and critical points of view, revisiting elements related to Philosophy of Sciences.

Keywords: Mathematics. Mathematics Education. Art. Educating Teachers.

Introdução

Iniciamos este texto com a apresentação da releitura de uma experiência realizada entre 2005 e 2006, ocasião em que foi ministrado um minicurso enfatizando as possibilidades didáticas da arte e matemática. O tema, ao ser revisitado, toma uma nova forma subsidiada pelos desdobramentos frutos da experiência vivida e das compreensões que, no decurso do tempo, foram sendo agregada ao contexto das nossas ações docentes e de pesquisa junto aos cursos de graduação e em Programas de Pós Graduação nos quais atuamos como docentes e pesquisadoras.

A experiência primeira, que gerou inquietações, partiu de trabalhos desenvolvidos coletivamente em um curso de Licenciatura em Matemática de uma instituição particular paulista. Apesar de considerarmos a Matemática uma ciência repleta de harmonia e beleza, nem todos os nossos alunos, na época, reconheciam esses aspectos da Matemática em suas práticas escolares. Percebíamos que os alunos não encontravam beleza, harmonia ou elegância nas construções e demonstrações Matemáticas que o curso lhes possibilitava conhecer.

Tendo como objetivo compreender os fundamentos teórico-epistemológicos desta percepção estética, empreendemos uma pesquisa teórica a partir de três diferentes posturas. Uma delas é a perspectiva positivista, dominante na primeira metade do século XX e que será, neste texto, representada pelas ideias de Russel, Whitehead, Hardy e Huntley. Outra é a fenomenológica, representada por Heidegger e Merleau-Ponty. A terceira traz a perspectiva da teoria crítica, entendida pelas ideias de Hannah Arendt.

Visitar essas três perspectivas foi uma opção motivada pela leitura de Gamboa (1989). O autor afirma que, nas pesquisas em educação, no Brasil, podemos encontrar três tendências predominantes denominadas por ele como: pesquisas empírico-analíticas, pesquisas fenomenológico-hermenêuticas e pesquisas crítico-dialéticas. Tais tendências podem ser caracterizadas pelos elementos epistemológicos, metodológicos e teóricos.

As pesquisas empírico-analíticas podem ser caracterizadas pelo referencial teórico positivista. Em sua maioria, esse tipo de pesquisa se propõe apenas a descrever fatos, sem intervir, nem criticar a situação estudada. A ideia é estabelecer relações de causa e efeito, focando o objeto e não o sujeito, colocando a ciência como neutra. Geralmente adotam uma metodologia quantitativa, analisando os dados obtidos a partir de categorias pré-estabelecidas. Apresentam concepções tecnicistas e funcionalistas de educação: educação é um treinamento para desenvolver aptidões, aprender padrões de comportamento, etc.

Já as pesquisas fenomenológico-hermenêuticas, segundo Gamboa (1989), seguem uma orientação qualitativa e não se preocupam em estabelecer relações de causa e

efeito. Seu foco é a compreensão de um fenômeno. Segundo Bicudo (2011) o fenômeno, na pesquisa de orientação fenomenológica,

(...) é o que se mostra no ato de intuição efetuado por um sujeito individualmente contextualizado, que olha em direção ao que se mostra de modo atento e que percebe isso que se mostra nas modalidades pelas quais se dá a ver no próprio solo em que se destaca como figura de um fundo. (BICUDO, 2011, p. 30).

As pesquisas que seguem tal orientação visam à essência do fenômeno percebido. Não há, na fenomenologia, a separação clássica sujeito-objeto. Como busca a compreensão do percebido “fenômeno e sujeito são correlatos e estão unidos no próprio ato de aparecer” (Bicudo, 2011, p. 30). Trata-se da vivência do que é percebido e interpretado no fluxo da temporalidade e é articulada e expressa. Essa vivência, assim entendida, tem uma estrutura que se abre à hermenêutica. Gamboa (1989) afirma que as pesquisas de orientação fenomenológico-hermenêuticas, de modo geral, concebem educação como possibilidade de desenvolvimento do Projeto Humano, considerando o ‘projeto’ como ‘pro-jeto’, ou seja, como o que lança a frente, abrindo possibilidades de o sujeito desenvolver suas potencialidades. Educar é, antes de tudo, abrir possibilidades para o ‘vir a ser’.

As pesquisas crítico-dialéticas, segundo Gamboa (1989), constroem seu referencial teórico a partir da análise efetuada acerca das posições anteriores e fazendo a síntese dialética entre elas. Nas pesquisas dessa tendência sempre é possível perceber o movimento dialético entre duas posições teóricas diferentes, a análise crítica da realidade estudada e o desejo de transformação dessa realidade. Partem do pressuposto de que a história é dinâmica e, portanto, a realidade, o sujeito, a ciência, etc., também são dinâmicos. Adotam metodologias qualitativas combinando-as (ou não) com as quantitativas. Em geral, nessas pesquisas, educação é uma prática que visa à transformação social, entendida como um projeto político.

Gamboa (1989) afirma que até o início da década de 1980 pelo menos dois terços das pesquisas em educação produzidas no Brasil seguiam a tendência empírico-analítica. A partir daí, isto é, do início da década de 1980, as pesquisas crítico-dialéticas começam a dominar e as fenomenológico-hermenêuticas ganham bastante visibilidade. No âmbito da Filosofia da Educação muito se tem discutido acerca das perspectivas teóricas pós-modernas. Entretanto, não encontramos entre os autores mais recentes uma discussão aprofundada sobre a percepção estética da Matemática. Assim, buscamos uma possibilidade de reflexão visitando autores expoentes das distintas correntes filosóficas: o positivismo, a fenomenologia e a crítica-dialética.

Além da reflexão teórica, nossa preocupação com as dificuldades dos nossos alunos na apreciação estética da Matemática, nos levou a elaborar algumas tarefas para a sala de aula que favoreçam a discussão da potencialidade estética da Matemática. Com tais tarefas nos propomos, neste texto, a retomar o debate sobre as possíveis relações entre Matemática e Arte e o trabalho em sala de aula.

1. A beleza, a razão matemática e o trabalho em sala de aula

Propomos uma possibilidade de fazer Matemática na sala de aula que se inspire na aproximação entre Arte e Matemática valorizando a criação. Salientamos que tais atividades podem ser desenvolvidas em diferentes níveis de escolaridade e com distintos objetivos. O conteúdo envolvido pode ser abordado desde o Ensino Fundamental e em contextos variados. As tarefas sugeridas já foram desenvolvidas com alunos do curso de Licenciatura em Matemática e em minicurso proposto em evento científico da área de Educação Matemática. As considerações que aqui trazemos são fruto do “pensar sobre a ação” de ensinar. São, portanto, reflexões da experiência vivida, articuladas e expressas na forma de texto escrito visando contribuir para as ações de ensinar e aprender Matemática na sala de aula.

Partimos das obras de dois artistas plásticos: Da Vinci e Volpi. Ninguém nega a beleza de suas obras. Buscamos uma aproximação dos dois para o trabalho com a percepção em Matemática, a fim de revelar aspectos distintos desta Ciência.

1.1. A obra de Alfredo Volpi: da percepção a análise

A opção pelo início do trabalho com as obras de Volpi dá-se devido a sua trajetória. Alfredo Volpi (1896-1988) é considerado um autodidata que teve uma evolução natural e chegou à abstração por caminhos próprios. As transformações no seu estilo revelam que, buscando a forma geométrica para o seu traçado, Volpi “foge” da geometria (pois a perspectiva em suas obras não é mais revelada pelo traço geométrico). Os gestos do artista tornam-se mais livres, dinâmicos e expressivos trazendo suas cores mais vibrantes. O recurso das cores propicia a construção da perspectiva, a idéia de profundidade, sentida na obra pela percepção.

Nas tarefas propostas interessa-nos, inicialmente, a percepção dos alunos sobre a obra do artista. Para tanto usamos as imagens dos quadros oferecidos pelo projeto Percursos Visuais do MAC (Museu de Arte Contemporânea), a saber: (1) Mogi das Cruzes, 1939; (2) Mogi das Cruzes, 1940; (3) Sem título (casas de Itanhaém), 1940; (4) Casas de Itanhaém, 1948; (5) Casas da Praia (Itanhaém), 1952; (6) Casas, 1953; (7) Casas, 1955 e (8) Bandeirinhas, 1968. Iniciamos a exploração sem identificar as obras ou mesmo dizer qual o artista. Seguimos a ordem apresentada na Figura 1, como sugerido no projeto do MAC.



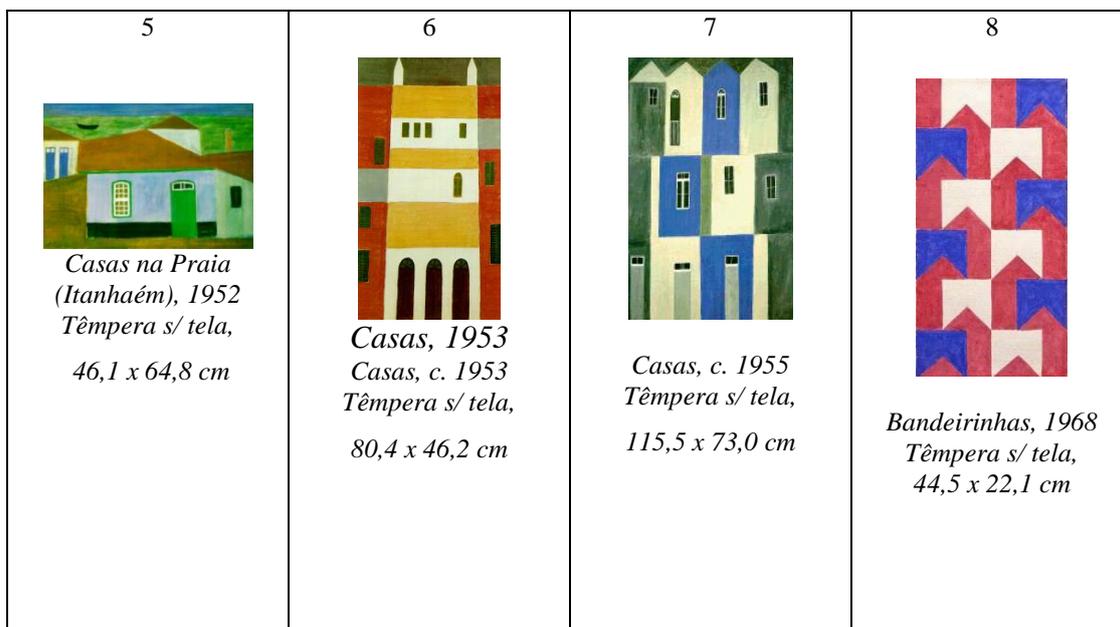


Figura 1

Fonte: http://www.mac.usp.br/mac/templates/projetos/percursos/percursos_volpi.asp

Como tarefa inicial solicitamos que os alunos classifiquem as obras separando os quadros por semelhanças percebidas e explicitando o critério utilizado. Nos grupos com os quais trabalhamos nos contextos acima mencionados, as possibilidades de agrupamentos variaram e as justificativas apresentadas, normalmente, relacionam-se ao estilo dos quadros. O estilo percebido faz com que os alunos concluaem que os quadros pertencem a mais de um artista.

Para este texto, revisitando a experiência vivida, apresentamos uma possibilidade de trabalho em sala de aula. É importante ressaltar que a valorização da percepção permite ver, na expressão do aluno, o seu conhecimento prévio. A partir do seu dizer, e segundo os objetivos do professor, vai sendo encaminhada uma série de outras tarefas que permitem explorar as ideias matemáticas ou o conhecimento formalizado (escolar).

a) Valorizando o conhecimento sensível

Primeira Tarefa: *desenhar no chão um quadrado e um retângulo e sugerir que os alunos (alguns deles) caminhem sobre seus lados procurando expressar a diferença sentida no percurso.*

Esta tarefa visa à percepção da diferença sentida entre os lados do quadrado e do retângulo que se revelam no percurso. A distância, embora não seja medida objetivamente, é percebida. Essa percepção abre possibilidades de classificação de polígonos, de exploração de paralelismo ou perpendicularismo entre lados e pode ainda revelar a percepção dos ângulos retos (que obrigam a certo giro). Uma variação possível de tais tarefas é solicitar ao aluno que faça o percurso com os olhos vendados, seguindo a orientação de um colega. Aqui o modo pelo qual a 'orientação' do percurso vai sendo dada permite a construção do vocabulário geométrico: siga reto, vire 90° à direita, etc.

Destaca-se a possibilidade de ir em direção ao conhecimento sistematizado, partindo da percepção.

Segunda Tarefa: *desenhar, no chão, uma bandeirinha, como as do quadro de Volpi. Realizar o percurso e dizer o que é sentido.*

Neste caso enfatizamos, para além das medidas dos lados, a mudança de direção (ângulo) que se revela de natureza distinta daquela vivenciada no percurso do retângulo ou quadrado. O triângulo pode ser sentido no caminhar, dependendo do modo como o percurso seja explorado.

b) Caminhando da percepção para o estudo analítico

- *Escolha um quadro do artista que você mais goste e observe-o atentamente.*
- *Pegue uma folha de papel, feche os olhos e desenhe um dos quadros do artista.*
- *O quadro escolhido como o preferido e o escolhido para desenhar foi o mesmo? Caso sejam diferentes justifique a opção.*
- *Em grupo, usando papel pardo, papel dobradura, papel de presente, papel de seda, cola, tesoura, régua e giz de cera, escolha uma obra de Volpi e reproduza-a. Não é necessário 'copiar' a obra do artista, você pode 'criar' a partir do que vocês percebem no quadro.*

A montagem do painel, pelos grupos, permite uma análise do conhecimento matemático se for explorado, na oralidade, o sentido que a construção tem para eles. Seguindo-se a montagem e exploração dos painéis, explora-se o conteúdo geométrico.

- *Compare as fachadas retratadas por Volpi com a que o grupo escolheu para montar o painel. O que elas possuem em comum? O grupo também utilizou formas geométricas em seu desenho?*
- *Na pintura de Volpi, quais são as figuras geométricas que aparecem e que você conhece?*
- *Quais dessas figuras são polígonos?*
- *Quantos lados têm as figuras que você identificou na obra de Volpi?*
- *Quantos eixos de simetria essas figuras possuem?*
- *Quais dessas figuras possuem ângulos retos?*

O modo pelo qual as questões acima vão sendo respondidas permite a intervenção do professor que pode usar a obra de Volpi como motivação para a discussão do conteúdo matemático.

1.2 A obra da Da Vinci: uma motivação para o estudo analítico ou para a investigação

Do mesmo modo que sugerimos com a obra de Volpi, a obra de Da Vinci também permite tarefas que ressaltem o aspecto estético e a expressão do aluno acerca do percebido.

Leonardo Da Vinci (1452- 1519) valeu-se do conhecimento científico e técnico – tanto da Matemática como da Física, da Anatomia ou Engenharia – para expressar o seu pensamento e sua visão de mundo. Sua obra revela todo um estudo analítico que a precedeu. Embora, a riqueza do trabalho de Da Vinci não se limita a esse estudo, ele pode ser valorizado na sala de aula. A ideia aqui foi a de explorar um conceito matemático amplamente explorado nas obras de Da Vinci – a razão áurea. A razão áurea é um dos conceitos matemáticos mais comumente associados à ideia de beleza e, ao mesmo tempo, um tema com múltiplas possibilidades de exploração em sala de aula.

a) Dobradura do pentágono

Esta tarefa pode se iniciar com a exploração sensível, a partir do caminhar dos alunos sobre um pentágono regular construído no chão. No entanto, devido a limitação de espaço no texto, optamos pelo estudo analítico.

De acordo com Gerdes (1992), na ilha indonésia de Roti usa-se um protetor de dedos para a colheita de cereais – um dedal feito com as folhas da planta Lontar. Esse dedal resulta da dobradura da folha dessa planta (estreita e comprida) na forma de nó simples. Quando dobramos cuidadosamente, obtemos um pentágono (muito próximo do regular), com as suas diagonais. Pode-se, na sala de aula, fazer a dobradura com uma tira de papel sulfite retangular e estreita. Exploramos os conceitos de ângulos, lados e diagonais. Medindo com régua os lados e as diagonais, é possível determinar, com o uso de uma calculadora, a razão entre essas medidas (medida da diagonal dividida pela medida do lado) obtendo um número próximo de φ (phi). Questionando a possibilidade de chegarmos a um valor exato desta razão abre-se a discussão acerca dos números irracionais.

b) A razão áurea e o pentágono regular

A razão áurea é um conceito matemático que nos permite explorar tanto aspectos da matemática como da arte, da história da Matemática e da história da Arte. Em sala de aula, é possível criar inúmeras atividades e trazemos, para este texto, a obtenção do número φ (phi).

Tarefa: supondo o pentágono ABCDE regular, determine a razão entre a medida de seu lado e a sua diagonal.

Uma solução possível: geometricamente, a proporção áurea (e o número φ - phi) está inseparavelmente relacionada ao pentágono regular. Vamos analisar matematicamente esta relação. Para tanto, consideremos o pentágono regular ABCDE de lado igual a l e diagonais iguais a d , da Figura 2.

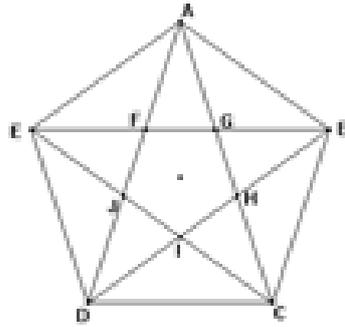


Figura 2 - Pentágono regular e suas diagonais.

Temos: AD, AC, BE, BD e EC diagonais (d) do pentágono regular ABCDE. Essas diagonais se interceptam nos pontos F, G, H, I e J formando um novo pentágono regular.

Na Figura 2 vamos analisar, primeiramente, os triângulos ABE e EBI no paralelogramo ABIE. Temos ângulos congruentes: $\angle BAE \equiv \angle BIE$ e $\angle IEA \equiv \angle IBA$.

O triângulo ABE é isósceles de base EB, pois AE e AB são lados do pentágono regular. Logo temos que: $\angle AEB \equiv \angle ABE = \theta$;

Seja $\angle IEB = x$ e $\angle IBE = y$. Sabe-se que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° .

$$\text{Então } I + x + y = 180^\circ.$$

$$\text{Porém, } A + 2\theta = 180^\circ \text{ e } \angle BAE \equiv \angle BIE, \text{ donde vem que: } x + y = 2\theta.$$

$$\text{Ainda } \angle BAE \equiv \angle BIE, \text{ com } E = x + \theta \text{ e } B = y + \theta.$$

Logo $x \equiv y$ e o triângulo EBI é isósceles de base EB.

Do fato de $x + y = 2\theta$ e $x \equiv y$, conclui-se que $x \equiv \theta$.

Portanto, pelo caso A. L. A (ângulo, lado, ângulo), mostra-se que os triângulos AEB e BEI são congruentes e o paralelogramo ABIE é um losango.

$$\text{Então } EI \equiv IB \text{ que são iguais a } l \text{ (lado do pentágono)}. [\text{ Isto é, } AE \equiv EI = l]$$

Vamos analisar os triângulos BEI e CDI da Figura 2.

$$EB = d; \quad CD = l; \quad IC = d - l \text{ (pois } EI = l) \text{ e } EB \parallel CD \Rightarrow$$

$$\angle IBE \equiv \angle IDC \text{ e}$$

$$\angle BEI \equiv \angle ICD \text{ (ângulos alternos internos);}$$

$$\angle EIB \equiv \angle DIC \text{ (opostos pelo vértice)}$$

Então os triângulos BEI e DIC da figura acima são semelhantes.

$$\text{Da semelhança acima temos que: } \frac{d}{l} = \frac{l}{d-l}$$

Vamos tratar a proporção acima como uma equação, cuja incógnita é d e parâmetro l . Neste caso, resolveremos a equação de segundo grau:

$$d(d-l) = l^2 \rightarrow d^2 - dl - l^2 = 0 \rightarrow d = \frac{l \pm \sqrt{5l^2}}{2} \rightarrow d = \frac{l(1 + \sqrt{5})}{2}$$

e a razão d por l é expressa por $\frac{d}{l} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$. Ou seja, a razão entre a medida da diagonal e do lado do pentágono é $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$, a conhecida razão áurea. E $\frac{d}{l} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ é a proporção áurea.

A partir das tarefas propostas como desdobramentos do “olhar” e “perceber” a obra de Da Vinci é possível ampliar a discussão da beleza matemática quando esta pode ser percebida na arte. Da Vinci expressa seu modo de ver e perceber o mundo e os fenômenos que o cercam e vai além, criando novas possibilidades, objetos ainda inexistentes e explorando padrões presentes na natureza. Na sala de aula busca-se, pelas tarefas propostas, transcender o dado na percepção possibilitando, pelo diálogo, reunir a multiplicidade percebida. Pretende-se contribuir para que aluno e professor “se percebam sendo e para que se processe a significação dos objetos ideais” (BICUDO, 1999, p. 48). Nesse sentido, ao adentrarmos ao mundo de Da Vinci, também, de certo modo, estamos construindo nosso mundo no diálogo com o outro, nas percepções culturais e sociais que influem o modo de dizer e se articulam na interlocução. Este é o exercício sensível, estético e ao mesmo tempo intelectual que os alunos podem vivenciar ao estar com a obra de Da Vinci.

2. Razão e beleza matemática

A experiência vivida nos impeliu a buscar uma compreensão maior acerca das relações possíveis entre beleza e matemática.

Muito já se disse sobre a beleza e a razão na Matemática. Autores como Russel (2002), Whitehead (1988), Hardy (2000) e Huntley (1985) nos levam a uma compreensão do sentido estético dessa ciência. Na filosofia, Merleau-Ponty (1990, 1994, 2002) e Heidegger (1977), entre outros, dedicaram parte de sua obra a análise dos aspectos da beleza e da razão e a leitura desses autores nos dá possibilidade de ver a Matemática não apenas como uma ciência da razão, mas com um componente sensível passível de valorizar a percepção. Arendt (2002), ao discutir a crise na cultura ocidental do século XX, traz, também, uma análise do senso estético. Para o propósito deste texto, consideramos os autores citados como fundamentação teórica que nos permite olhar para a beleza e a razão matemática como fenômenos percebidos no mesmo objeto, especialmente por não matemáticos. Ou seja, a leitura interpretativa de tais autores nos permite construir modos de olhar para a razão matemática e ver a beleza, ou olhar para a beleza matemática e ver expressa uma racionalidade que é manifesta em objetos não matemáticos e que pode ser percebida por fatores outros que não apenas o racional.

2.1. O ponto de vista positivista

Em sua obra “The Function of Reason” de 1929, A. N. Whitehead nos coloca a seguinte questão: por que há, ao longo da evolução das espécies, um aprimoramento geral? Para este autor as espécies vivas adaptam o meio ambiente ao seu redor, primeiro para sobreviver. Garantidas as condições de sobrevivência, as espécies desenvolvem

práticas para viver bem – durante mais tempo, com prole maior, com mais saúde e segurança. Alcançadas tais condições, finalmente, buscam viver melhor, com mais conforto e facilidades. Whitehead (1988) diz que esse aprimoramento ocorre em todas as espécies vivas. Na espécie humana esse desenvolvimento foi obtido com o uso da razão:

(...) a função da razão é promover a arte da vida... é direcionar o ataque ao meio ambiente... a Razão é um fator na experiência que direciona e disciplina o impulso na obtenção de um objetivo realizado no plano da imaginação, mas não na realidade. (WHITEHEAD, 1988, p.3-5).

Whitehead (1988) afirma que há dois tipos importantes de razão. A primeira é a razão prática: uma operação orgânica, pertencente à fisiologia animal. Para esse autor, a razão prática vem desde a pré-história. Busca métodos de ação imediatos, criando rotinas de ações no mundo que possibilitam a sobrevivência e condições de vida cada vez melhores. A segunda é a razão teórica: ela coloca um fim em si mesmo, não funcionando para a sobrevivência, pois é desinteressada das questões práticas. É como uma operação mental consciente, que está “acima do mundo”, buscando a compreensão do mundo com curiosidade, sem se preocupar com a sobrevivência. Floresceu com filósofos gregos da Antiguidade clássica que desenvolveram a lógica e a Matemática como metodologias para o pensamento filosófico.

A razão prática procura modos de obter resultados práticos, corroborados por sua eficiência e utilidade. Porém, ela não considera o que não está previsto em seu método. Toda vez que a razão prática chega a um método que nos permite o viver bem, a razão teórica passa a buscar uma novidade para obter um nível melhor de vida.

É importante esclarecer que, para Whitehead (1988), a razão prática é, antes de qualquer coisa, uma razão, isto é, um raciocínio desenvolvido a partir de conhecimentos pré-existentes, através de um método comprovadamente eficaz, colocado à prova pela crítica (científica ou de outra ordem) e aceito por uma comunidade. Porém, não é capaz de atribuir uma finalidade a si própria. Essa é a principal distinção entre a razão prática e a razão teórica. Outra característica importante da razão teórica é que, uma vez que ela não se limita à realidade mundana, a razão teórica é criativa – cria situações e/ou realidades que ainda não tem existência concreta. Whitehead (1988) ainda esclarece que as duas razões são importantes para o desenvolvimento das ciências e da filosofia. A razão teórica produz acúmulo de conhecimento que permite a transição de uma metodologia para outra, mais nova e melhor. Em troca, os conhecimentos práticos fornecem matéria prima para a especulação. Só há progresso quando ambas se aliam. Portanto, não defende a prevalência de qualquer uma das duas.

Seguindo o pensamento de Whitehead (1988), poderíamos concluir que a Matemática é uma ciência abstrata, que pertence ao domínio da razão teórica. Do mesmo modo, poderíamos afirmar que a arte pertence ao domínio da razão teórica.

Encontramos concordância com essas ideias em G. H. Hardy, brilhante matemático inglês, que publicou em 1940 uma apologia à Matemática. Baseando-se em Whitehead, Hardy (2000) enaltece a Matemática como ciência pura e perfeita, uma obra de arte do gênio humano, capaz de emocionar, dar prazer e felicidade. O ponto de vista de Hardy esclarece o que é o apelo estético da Matemática para um matemático. O prazer está no

ato da criação. Criar, para Hardy, é algo prazeroso, e a Matemática dá inúmeras oportunidades para o matemático ser criativo.

(...) Os usos ‘mais nobres’ da matemática, se é que se pode dizer tal coisa, os usos que ela tem em comum com todas as artes criativas, não serão levadas em conta em nosso exame. A matemática pode, como a poesia e a música, ‘promover e sustentar um hábito mental elevado’ e, assim, aumentar a felicidade dos matemáticos e mesmo de outras pessoas; mas defendê-la sobre esse fundamento não seria mais do que desenvolver o que eu já disse... (HARDY, 2000, p. 109-110).

Resumindo os pontos de vista de Hardy e de Whitehead poderíamos dizer que a Matemática, como ciência abstrata e teórica, promove o “viver melhor” porque apresenta uma dimensão estética – uma beleza – que permite compará-la à arte. O prazer promovido pela Matemática, segundo esses autores, é o ato de criação possível aos matemáticos. Qual a relação com a educação?

Russel (2002), também filósofo e matemático inglês, reforça essa discussão com uma crítica à “atitude pragmática” na cultura e na educação ocidentais da década de 1930. Russel (2002) diz que a partir do século XVIII, na Europa, as pessoas que tinham acesso à educação passam a se dedicar mais aos conhecimentos que teriam aplicações práticas. Isso se deve a dois fatores: a Revolução Francesa – que facilitou o acesso da população à escola – e o crescente uso de máquinas na produção econômica. No século XIX acentua-se o questionamento sobre o valor do conhecimento que não tem aplicação imediata em problemas cotidianos – o dito “conhecimento inútil”. Já, no início do século XX, essa situação estende-se para todo o mundo. “Em toda parte, o conhecimento vai deixando de ser visto como um bem em si mesmo ou como um meio de criar-se uma expectativa de vida humana e abrangente e se transforma num mero ingrediente da aptidão técnica”. (RUSSEL, 2002, p. 39)

Para Russel (2002), não há dúvidas de que o conhecimento útil é muito útil, porém não há nada pior para o mundo do que a ação não refletida. Ele reconhece que a educação moderna, de sua época, é melhor que a anterior por causa de sua preocupação com a utilidade do conhecimento e a necessidade de se mostrar aplicações. Mas, mesmo sem defender o ensino tradicional, ele propõe que a educação tenha outros propósitos além da utilidade imediata. Segundo o que é defendido, deve haver um componente cultural que vise o prazer. As pessoas não podem pensar somente no trabalho. Elas devem ser educadas com boa qualidade de interesses e atividades inteligentes para desejarem pensamentos com temas amplos e pessoais.

Esse componente cultural seria um “conhecimento inútil”, isto é, sem aplicação imediata, que incentiva a reflexão e a contemplação antes da ação. É um conhecimento que inspira uma concepção de finalidade na vida humana. Poderíamos dizer que o “conhecimento inútil” de Russel seria a razão teórica de Whitehead.

Na década de 1970, H. E. Huntley, professor e pesquisador matemático, discutia o ensino de Matemática. Concordando com Whitehead e Hardy, seu objetivo foi mostrar que a Matemática deve ser ensinada não só por sua utilidade em aplicações práticas, mas, principalmente, para despertar a sensibilidade estética dos estudantes. Para ele, a Matemática é bela e os alunos devem ter vários exemplos dessa beleza. A beleza é a

qualidade que proporciona prazer aos sentidos, especialmente à visão, e fascina as faculdades intelectuais ou morais. Ela é de ordem sensível e não intelectual. Ela não tem nenhuma finalidade utilitária. Tem, por excelência, um fim em si mesmo.

Para Huntley (1985), a finalidade da educação é obter um prazer profundo da criação de valores reais. Para despertar no estudante esse elemento criador deve-se despertar o amor à beleza. De acordo com esse autor o prazer da descoberta está no ato de (re)criação matemática. Ao (re)criar os conceitos matemáticos, os alunos experimentam a sensação estética.

Aqui, sugiro, está a chave. O homem é, por natureza, um criador. À semelhança de seu Criador, o homem nasceu para criar: para talhar a beleza, para dar origem a novos valores. Essa é sua suprema vocação. Essa verdade desperta uma resposta ressoante bem dentro de nosso ser, pois sabemos que um dos prazeres mais intensos que a alma do homem pode experimentar é o da atividade criadora (HUNTLEY, 1985, p. 32).

Sintetizando um ponto de vista positivista a respeito da dimensão estética da Matemática, podemos dizer que na busca pelo aperfeiçoamento como espécie, o ser humano desenvolveu a capacidade de raciocínio teórico, isto é, um raciocínio que tem um fim em si mesmo, sem precisar ser aplicado a uma situação-problema imediata. Tal razão teórica é útil enquanto traz prazer e deleite ao indivíduo. A Matemática, como ciência abstrata, assim como a Arte, são conhecimentos produzidos tipicamente por essa motivação, isto é, são comparáveis em sua dimensão estética. Mas o que é este prazer produzido pela Matemática? É o prazer da criação, ato defendido pelos autores lidos, como inerente à natureza humana e também inerente à Matemática. A Matemática oferece muitas oportunidades de o indivíduo exercer sua criatividade e, então, desenvolver sua sensibilidade estética. Entretanto, essa sensibilidade não é inata e uma das tarefas da educação é desenvolvê-la. Para isso, a educação não deve privilegiar os conhecimentos pragmáticos. Os conhecimentos teóricos sem aplicação imediata são tão importantes quanto os outros, pois auxiliam o desenvolvimento da sensibilidade para que o indivíduo aperfeiçoe sua humanidade.

Intriga-nos ainda o modo pelo qual essa 'sensibilidade estética' pode vir a ser desenvolvida. Continuamos nossos estudos em outra perspectiva.

2.2. O ponto de vista fenomenológico

A beleza motiva a criação. Ao apreciar uma obra de arte o espectador experiencia as emoções sentidas pelo pintor no momento da criação e, com o artista, vive tais emoções. Esse momento da criação é, particularmente, o que nos interessa. Vamos entendê-lo numa certa perspectiva.

Merleau-Ponty (2002) mostra-nos que na pintura clássica o que é pintado é colocado no lugar do que é visto. Ou seja, o ideal da pintura era substituir a natureza. O pintor procurava transpor para a sua tela uma "imitação" do espetáculo percebido. O jogo de cores, luzes, qualidade e profundidade é usado para convencer o espectador da sua fidelidade. A percepção do artista pretendia-se atemporal. Apesar disso, o pintor é um homem e não um deus e qualquer pintura ou obra humana jamais conseguiu

simplesmente representar; tanto que a concepção da pintura como criadora veio a surpreender mais o público que o próprio artista que sempre a praticou mesmo não a tendo como objetivo (MERLEAU-PONTY, 2002).

A partir de Manet mostra-se ao público esse novo objetivo da pintura, a ideia de expressão com a qual, a partir do desenho, seria possível reconhecer não mais o espetáculo percebido, mas o movimento do pintor na percepção. A obra passa a ser o registro do eco que aquilo que foi percebido desperta no sujeito quando ele a percebe. O pintor cria um estilo que revela sua relação original com o mundo percebido. Esse estilo é o que torna a significação possível e ele se revela no momento em que dá forma à experiência do artista; no momento em que o sentido pode ser liberado e torna-se manejável para o artista tanto quanto se torna acessível ao apreciador que, na percepção, vive o ato de sentir prazer.

A percepção estiliza. Pintar, para o pintor, passa a ser deixar-se sentir o percebido de um modo que não é sempre o mesmo e sua carreira torna-se um devir e não uma obra acabada que tem a pretensão de retratar fielmente o que é procurado. Como afirma Merleau-Ponty (2002), a visão do pintor nos estimula a perceber, a tornar presente o quadro que a obra expressa, não pela técnica, pois nenhuma forma simbólica jamais funciona como estímulo ao nosso olhar, mas pelo conjunto, pelo contexto da obra que o artista busca expressar.

Merleau-Ponty (2002) vai mostrando a concepção de 'criação' na obra de arte bem como da percepção. Porém, isso também seria possível no âmbito do fazer matemático? A criação e a percepção tal qual elas são descritas por Merleau-Ponty podem ser valorizadas num trabalho de sala de aula em que se pretende focar a beleza da criação em Matemática? As leituras de Merleau-Ponty acerca da percepção nos permitem afirmar que sim.

Para Merleau-Ponty (1990) é na percepção que aquilo que é percebido se impõe como real para todo sujeito que compartilha da mesma situação. A valorização da percepção no âmbito da sala de aula é uma valorização do pré-predicativo ou pré-reflexivo, ou seja, daquilo que visa à compreensão no ato original, a compreensão primeira da experiência do mundo, quando este passa a fazer sentido para quem percebe. É, portanto, a busca da origem, do ato criador original.

É a reflexão que não se retira do mundo em direção à unidade da consciência /.../ mas sim que toma distância para ver brotar as transcendências, é a reflexão que distende os fios intencionais que nos ligam ao mundo para fazê-lo aparecer, revelando-o como estranho e paradoxal. (MERLEAU-PONTY, 1990, p. 10).

Estranho e paradoxal, diz Merleau-Ponty (1990), visto que nossas reflexões têm lugar no fluxo temporal que elas procuram captar, de tal modo que não seja possível existir um pensamento (ou concepção) acabado que abarque o todo das possibilidades de pensar, havendo sempre a possibilidade de um novo olhar, de outras descobertas, de outro estado de perplexidade.

Na percepção, portanto, nossa certeza do percebido não nos põe a salvo de um desmentido da experiência, nem nos dispensa de uma nova experiência. Não podemos

afirmar que nossas ideias de hoje serão ideias de sempre, não sabemos se as fórmulas a que agora chegamos, terão amanhã mudado de sentido, não sabemos se nossos mais convincentes pensamentos precisarão de complemento ou serão integrados a outro conjunto. Isso porque, para Merleau-Ponty, tanto na percepção quanto no pensamento há um horizonte de possibilidades que são passíveis de novos olhares, de novas interpretações, que estão em mobilidade no fluxo cultural e temporal.

Essa é, segundo nossa compreensão, a concepção de saber que Merleau-Ponty considera como primado do conhecimento científico, que expressa, na forma de linguagem falada, escrita ou de outra natureza, nosso contato com o ser e com a cultura, que é temporal e histórica e que se mantém aberta ao âmbito da natureza, à percepção do mundo e possibilita a compreensão ao sujeito, quando o mundo começa a lhe fazer sentido. Essa é, portanto, a ‘fresta’ em que a ‘criação’ passa a espreitar e que o fazer de sala de aula pode considerar para que o sentido possa ser percebido.

Merleau-Ponty (1990) afirma não se tratar de reduzir o saber humano ao sentir, mas de assistir ao nascimento desse saber, de buscar reconquistar a consciência de uma racionalidade que se perde ao se acreditar que ela vai por si mesma, que se reencontra, o que a faz aparecer sobre um fundo de natureza inumana. A intenção de Merleau-Ponty, ao defender o primado da percepção é mostrar que a experiência perceptiva é um primeiro solo que não nos pode faltar, uma vez que:

(...) tudo aquilo que sei do mundo, mesmo por ciência, eu o sei a partir de uma visão minha ou de uma experiência do mundo sem a qual os símbolos da ciência não poderiam dizer nada. Todo o universo da ciência é construído sobre o mundo vivido e se queremos pensar a própria ciência com rigor, apreciar exatamente seu sentido e seu alcance, precisamos primeiramente despertar essa experiência do mundo da qual ela (a ciência) é a expressão segunda. (MERLEAU-PONTY, 1994, p. 03).

Ao valorizar a percepção na aula de Matemática a ‘carreira do aluno’, tal qual a do artista, deve tornar-se um devir e não uma obra acabada. Huntley mostra-nos que na matemática nos deparamos com o fator estético ao fazer descobertas, isto é, ao recriar os caminhos que levaram os matemáticos aos resultados teóricos que hoje nos chegam pela tradição. Atrevemo-nos mesmo a dizer que buscando a natureza do conhecimento matemático encontramos os “ingredientes” da sua beleza, pois, tal qual na arte, os processos estéticos continuam a atuar por meio daqueles que se relacionam com essa obra que chamamos de Matemática. O que é percebido revela-se com traços de conhecimento e da imaginação do sujeito que percebe. Na percepção de padrões e regularidades, por exemplo, na descoberta de conteúdos matemáticos que justificam formas inesperadas que aparecem na natureza, como o caso dos fractais, ou mesmo na resolução de problemas aparentemente insolúveis, deparamo-nos com a estética ou a beleza da criação do pensamento matemático. Olhando para o número ϕ (phi), a espiral logarítmica ou o pentágono regular, por exemplo, percebemos um cenário no qual a análise poderá levar à compreensão do conteúdo matemático no contexto em que eles estão expressos.

Afirmar, com Merleau-Ponty, o primado do pré-reflexivo sobre a reflexão é permitir um retorno “a coisa mesma”, ao originário, para ir além do que o discurso nos oferece nas

“frases feitas”, nas “fórmulas” que não encontram relação direta com a realidade vivida. É procurar, na vida e na história, o que de fato é significativo, recuperando o fazer humano, a compreensão do rigor nas ideias, convidando o aluno a pensar, recriar com compreensão, superando o imediatamente dado. Quando pensamos no trabalho de sala de aula, portanto, considerar a percepção é trabalhar com as possibilidades abertas nas diferentes atividades propostas, contribuindo para que o mundo faça sentido para o professor e para o aluno.

2.3. O ponto de vista da teoria crítica

Arendt (2002) discute a Arte e a Educação confrontando-as com a dimensão política humana. Arendt foi uma notável pensadora, reconhecida por sua filosofia política. Apesar de não ter desenvolvido estudos específicos em filosofia sobre arte e educação, sua discussão política abrange tais temas e nos permite estabelecer relações entre elas.

É preciso entender que o termo ‘política’, neste caso, não se refere ao sentido partidário, mas antes resgata um sentido dado pelos gregos e romanos antigos. Entre os gregos, política estava relacionada à polis (cidade) e à techne (arte ou técnica). A palavra política indicava o indivíduo relacionado à sua cidade, ou seja, o indivíduo como ser social, que se constitui em relação à sociedade. Entre os romanos, a palavra política estava próxima à cidadania. O indivíduo político era aquele que se definia como participante da sociedade, com direitos e obrigações para com esta, enfim, o que participava da polis.

De acordo com Losada (2004), Arendt analisa a condição humana a partir de três atividades fundamentais da humanidade: o Labor, o Trabalho e a Ação. O Labor é relativo à manutenção da vida e do conforto e ao consumo. O Trabalho é a atividade de construção do mundo, tornando mais artificial, mais útil e mais belo. A Ação é relativa à política (arte de convivência entre os homens) – é a atividade essencialmente pública. Para Losada, “a ação, como um complemento necessário do discurso, nada produz para o consumo ou constrói para o uso. É a atividade mais fútil e inatingível do homem, contudo, define sua humanidade” (LOSADA, 2004, p. 1).

Arendt realiza uma reflexão semelhante a de alguns pensadores da teoria crítica, como Marcuse (1967), por exemplo, ao considerar a pós-modernidade como um recrudescimento da modernidade. Arendt afirma que o Labor toma mais importância que a Ação como valor humano. A partir dessa premissa, essa pensadora tece a sua crítica à cultura de massa, à educação e à arte da modernidade.

Nas sociedades antigas, estratificadas, a elite dominava a cultura. O produto cultural não tinha nenhuma função a não ser o próprio deleite da elite social. A arte, nesse tipo de sociedade, representava a fuga para um mundo imaginário quando os problemas da realidade cotidiana ficavam insuportáveis. Com a modernidade, a burguesia adquire a atitude filisteísta de consumir a arte como símbolo de ascensão social e, mais tarde, consumir a cultura como diversão, ou melhor, consumir diversão como se fosse cultura. Arendt (2002) adverte que cultura e diversão são coisas bem diferentes. Objetos culturais são aqueles que congelam a essência humana e, por isso, são os objetos que perduram durante muitos anos. Eles não têm nenhuma função no processo vital. Não são

produzidas para os indivíduos e sim para o mundo. Os objetos de arte sobrevivem às pessoas e daí, Arendt afirma, vem a cultura.

Qualquer discussão sobre cultura, para Arendt (2002), deve começar pela arte, embora Cultura e Arte sejam coisas diferentes, pelo seu aspecto político. A palavra Cultura vem do latim e está relacionada à agricultura, a tratar a terra com carinho para torná-la adequada à habitação humana. Cícero falava de espírito cultivado (cultura amini) no sentido de que a mente precisava de um preparo para produzir, assim como a terra. Esse espírito cultivado resultava de uma educação filosófica. A cultura possibilita tornar as ideias objetivas, isto é, faz o caminho do subjetivo para o objetivo. Tanto para os gregos, como para os romanos, o espírito cultivado se desenvolveria com a sensibilização para a beleza (entre os romanos) ou para a verdade (entre os gregos).

A essência da educação, de acordo com Arendt (2002), reside no fato de ela ser responsável por fazer os indivíduos “nascerem” para o mundo, isto é, serem ingressados num mundo novo a eles. O mundo, posto que feito por seres humanos, se desgasta e se renova a cada geração. A tarefa de educar é a de tornar possível a renovação e isso pode ser feito, ainda de acordo com Arendt (2002), com uma educação conservadora (no sentido de conservação) que transmita as tradições culturais.

A educação é o ponto em que decidimos se amamos o mundo o bastante para assumirmos a responsabilidade por ele e, com tal gesto, salvá-lo da ruína que seria inevitável não fosse a renovação e a vinda de novos jovens. A educação é, também, onde decidimos se amamos nossas crianças o bastante para não expulsá-las de nosso mundo e abandoná-las a seus próprios recursos, e tampouco arrancar de suas mãos a oportunidade de empreender alguma coisa nova e imprevista para nós, preparando-as em vez disso com antecedência para a tarefa de renovar um mundo comum (ARENDR, 2002, p. 247).

Uma vez que Arendt (2002) conceitua os objetos como culturais por sua permanência no mundo e defende que a educação deva ser conservadora, podemos inferir que, sob esse ponto de vista, a educação deva privilegiar os objetos culturais, com o desenvolvimento da sensibilidade estética.

Dessa forma, concluímos que nas três perspectivas – a positivista, a fenomenológica e a crítica – há, embora por diferentes argumentos, a defesa da sensibilização para a valorização do aspecto estético na educação. Para nosso interesse buscamos compreender tais argumentos para o ensino de Matemática.

Entendemos que a “Matemática bela e inútil” nos dá a dimensão teórica da Razão discutida por Whitehead, ou a dimensão cultural apresentada por Arendt, e nos leva a um “viver melhor” já que somos encaminhados para a compreensão do que fazemos na escola sob o nome de Matemática.

Nesse sentido, buscamos um fazer Matemática no âmbito da sala de aula que possibilite a atribuição de significado e abra possibilidades de trabalho que valorizem a percepção, a expressão do compreendido e o diálogo. Entendemos que tal procedimento é fundamental para a compreensão da Matemática, se assumimos que a aprendizagem é a produção de sentido pelo aluno e que isso passa pelo fenômeno da expressão.

Considerações finais

Finalizamos nossas reflexões ressaltando que a proposta aqui apresentada visa destacar aspectos da Matemática que revelam uma dimensão perceptiva e que podem ser compreendidos por seu caráter sensível. A opção por associar a Matemática à Arte, mesmo que focando um estudo analítico da obra, pretende mostrar o caráter estético e belo da Matemática. As atividades que se podem desenvolver são inúmeras e são válidas, desde que destaquem o sentido que as mesmas estão fazendo para o aluno. Conduzimos o trabalho a partir de tarefas que partem da experiência sensível, como caminhar sobre lados de polígonos desenhados no chão, procurando mostrar o movimento que vai da falta de exigência de pré-requisitos conceituais ao sentido que o conhecimento matemático pode vir a ter para aquele que realiza a tarefa. Entendemos que os trabalhos de Da Vinci, e principalmente Volpi, têm muito a contribuir para que o olhar do aluno sobre o fazer matemática ganhe novo significado, extrapolando os símbolos, as fórmulas ou mesmo as aplicações.

Ressaltamos que a percepção não se dá de forma isolada, mas pertence a um horizonte que é histórico, cultural e temporal. Propomos então um desafio: o que é percebido por você na obra de Vincent Van Gogh, retratada na figura 3?



Figura 3 - Van Gogh, V. As Botas

Fonte: <http://www.librodearena.com/post/blascubells/las-botas-de-vincent-van-gogh/9824/1751>

Não saberemos a sua resposta. Mas o filósofo Martin Heidegger, dá-nos uma possibilidade, afirmando que,

Na escura abertura do interior gasto dos sapatos, fita-nos a dificuldade e o cansaço dos passos do trabalhador. Na gravidade rude e sólida dos sapatos está retida a tenacidade do lento caminhar pelos sulcos que se estendem até longe, sempre iguais, pelo campo, sobre o qual sopra um vento agreste. No couro, está a humildade e a fertilidade do solo. Sob as solas, insinua-se a solidão do caminho do campo, pela noite que cai. No apetrecho para calçar impera o apelo calado da terra, a sua muda oferta do trigo que amadurece, a sua inexplicável recusa na desolada improdutividade do campo no inverno. Por este apetrecho passa o calado temor pela segurança do pão, a silenciosa alegria de vencer uma vez mais a miséria, a angústia do nascimento iminente e o tremor ante a ameaça da morte. Este apetrecho pertence à terra e está abrigado no mundo da camponesa (HEIDEGGER, 1977, p. 25).

Nessa interpretação Heidegger (1977) mostra que se olharmos a obra considerando o que na pintura do artista se revela pela técnica ou para nossa apreensão cognitiva nada

vemos além de um simples par de sapatos velhos e ressequidos pela ação do tempo. Porém, se nos deixamos levar pelo que na obra se revela à nossa percepção vemos muito além da técnica ou da aparência.

De modo análogo pode-se pensar: Com que olhar vemos o fazer Matemática em sala de aula?

Se entendermos que o ver é mais do que um simples enxergar, então não se trata de reduzir o fazer matemático a apreciação estética, a exploração intuitiva (dada na percepção) ou ao fazer técnico. Trata-se de abrir possibilidades para que a matemática faça sentido ao aluno.

Poincaré (2002) nos permite entender que a valorização da percepção no ensino de Matemática é importante por estimular o jovem a pensar por si mesmo, levando-o a gostar de matemática, mas isso é apenas uma parte ou um aspecto possível. Valorizar a percepção é permitir que as interpretações ganhem espaço e novas significações surjam. O movimento da compreensão é o que permite o desenvolvimento da capacidade de expressão, entendida como consequência do modo de pensar e interpretar a Matemática e esse deve ser o foco das ações do professor em sala de aula visando o fazer sentido. Um 'fazer sentido' que passa pela ação que põe o aluno em atividade, levando-o a sentir-se capaz de conhecer, participar e dialogar. Para nós, mostra-se uma postura que, ao ser adotada em sala de aula, exerce o caráter político explicitado por Arendt (2002), favorecendo ações que visam fins "relacionados à formação do homem, do cidadão e de uma Sociedade humana mais justa em termos de ser organizada de maneira a possibilitar o fluir pleno das possibilidades do modo de ser desse homem no mundo". (BICUDO, 2005, p. 56).

Referências

ARANHA, Carmem Sylvia Guimarães. **Percursos visuais no acervo do MAC/ USP**. São Paulo, MAC-USP, 1999. Disponível em <<http://www.mac.usp.br/projetos/percursos/entrada.html>>. Acesso em 28 set. 2005.

ARENDRT, H. **Entre o Passado e o Futuro**. São Paulo: Editora Perspectiva, 2002.

BICUDO, M.A.V. Aspectos de uma Pesquisa Qualitativa efetuada em uma abordagem fenomenológica. In: _____ (Org.). **Pesquisa Qualitativa segundo uma visão fenomenológica**. São Paulo: Cortez, p. 29-40, 2011.

BICUDO, M. A. V. O professor de Matemática nas escolas de 1º e 2º graus. In: BICUDO, M. A.M V. (Org.). **Educação Matemática**. São Paulo: Centauro, p. 45-57, 2005.

BICUDO, M. A. V. A contribuição da fenomenologia à educação. In: COELHO, I. M; GARNICA, A. V. M.; BICUDO, M. A. V.; CAPPELLETTI, I. F. (Orgs.). **Fenomenologia: uma visão abrangente da Educação**. São Paulo: Olho D'Água, p. 11-51, 1999,

DALCIN, A., PAULO, R. M., CARDOSO, V.C. **Percebendo a matemática em sua dimensão estética sensível: uma proposta pedagógica**. In IV Congresso Internacional de Educação Matemática, 2005. Anais do IV CIEM. Canoas, ULBRA, 2005, CD-ROM.

_____. **Matemática e Arte: percebendo a Matemática em sua dimensão estética sensível, uma proposta pedagógica.** In VIII Encontro Paulista de Educação Matemática. Anais do VIII EPEM. São Paulo, UNICSUL, 2006, CD-ROM.

GAMBOA, S. A. S. A Dialética nas pesquisas em Educação: elementos de contexto. In FAZENDA, I. (Org). **Metodologia da Pesquisa Educacional.** São Paulo: Cortez, 1989, p. 93–115.

GERDES, P. **Sobre o Despertar do Pensamento Geométrico.** Curitiba: Editora da UFPR, 1992.

HARDY, G. H. **Em defesa de um Matemático.** São Paulo: Martins Fontes, 2000.

HEIDEGGER, M. A Origem da Obra de Arte. Lisboa: Edições 70, 1977.

HUNTLEY, H. E. **A Divina Proporção: um ensaio sobre a beleza na matemática.** Brasília: Editora Universidade de Brasília, 1985.

LOSADA, T. **Mundo, Vida e Arte: relações entre o conceito de modernidade de Hannah Arendt e a produção artística contemporânea.** Disponível em <<http://wawrwt.iar.unicamp.br/ampap/anais99/hitoria27.htm>>. Acesso em 17 jan 2004.

MARCUSE, H. **A Ideologia da Sociedade Industrial.** Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1967.

MERLEAU-PONTY, M. **A prosa do Mundo.** São Paulo: Cosac & Naify, 2002.

_____, M. **Fenomenologia da Percepção.** São Paulo. Martins Fontes, 1994.

_____, M. **O Primado da percepção e suas consequências filosóficas.** São Paulo. Papyrus, 1990.

POINCARÉ, H. **O valor da Ciência.** 2ª ed. Rio de Janeiro: Contraponto Editora, 2002.

RUSSEL, B. O. **Elogio ao Ócio.** Rio de Janeiro: Sextante, 2002.

WHITEHEAD, A.N. **A Função da Razão.** 2ª ed. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 1988.

Submissão: 21/02/2014

Aceite: 14/11/2014