UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

JOÃO VITOR MENEZES DE SEVERO

APRENDIZAGEM DO PLANO CARTESIANO: UM ESTUDO COM ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL NA PERSPECTIVA DA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA COM O USO DO DESMOS

Porto Alegre
2024

JOÃO VITOR MENEZES DE SEVERO

APRENDIZAGEM DO PLANO CARTESIANO: UM ESTUDO COM ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL NA PERSPECTIVA DA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA COM O USO DO DESMOS

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para obtenção de grau de Licenciado em Matemática.

Orientador: Dr. Vandoir Stormowski

Porto Alegre
2024

Instituto de Matemática e Estatística
Departamento de Matemática Pura e Aplicada

APRENDIZAGEM DO PLANO CARTESIANO: UM ESTUDO COM ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL NA PERSPECTIVA DA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA COM O USO DO DESMOS

JOÃO VITOR MENEZES DE SEVERO

BANCA EXAMINADORA

____

Profª Draª Márcia Rodrigues Notare Meneghetti
Departamento de Matemática Pura e Aplicada da UFRGS

____

Profª Drª Débora da Silva Soares
Departamento de Matemática Pura e Aplicada da UFRGS

____

Orientador - Prof. Dr. Vandoir Stormowski
Departamento de Matemática Pura e Aplicada da UFRGS

RESUMO

Este trabalho propõe-se a analisar os processos de aprendizagem de estudantes do ensino fundamental e compreender de que maneira aprendem conceitos do plano cartesiano, com o uso de atividades realizadas na plataforma *Desmos*, buscando responder à pergunta de pesquisa “De que maneira estudantes do ensino fundamental aprendem conceitos do plano cartesiano com o uso do Desmos Marbleslide, sob a luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) de Raymond Duval?”. A pesquisa foi desenvolvida com duas estudantes do 8° e 9° anos do ensino fundamental em uma escola da rede estadual situada em Porto Alegre. As estudantes participaram de dois encontros presenciais cuja proposta foi a realização de duas atividades envolvendo a criação de segmentos através de tabelas de coordenadas: a primeira ocorreu com a utilização da atividade Mini Golf Marbleslide, enquanto que a segunda trabalhou com a repetição de uma figura no plano cartesiano. Para a coleta de dados das atividades práticas, foi utilizada a ferramenta de captura de tela dos *Chromebooks*, junto com a função do microfone ativada, para captação do áudio das conversas das estudantes entre si e com o pesquisador, além também dos registros salvos das atividades prontas na plataforma. O trabalho trata de uma pesquisa qualitativa, que utiliza como fundamentação teórica as ideias da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, desenvolvida por Raymond Duval, a fim de entender e analisar como o uso do Desmos auxilia na compreensão do plano cartesiano. Observou-se ao longo da análise das atividades que o uso do Desmos possibilitou o desenvolvimento de habilidades na coordenação desses registros, pois as interações com o Desmos permitiram uma visualização imediata das consequências de suas escolhas, promovendo entendimento dos conceitos matemáticos que estão envolvidos. As atividades mostraram que o Desmos permitiu uma visualização dinâmica e interativa dos conceitos, possibilitando a internalização dos elementos do plano cartesiano.

Palavras-chave: Desmos; Marbleslide; Plano Cartesiano; Tecnologias Digitais; Representação Semiótica.

ABSTRACT

This study aims to analyze the learning processes of elementary school students and understand how they learn concepts related to the Cartesian plane through activities conducted on the Desmos platform. The research seeks to answer the question "How do elementary school students learn concepts from the Cartesian plane through Desmos Marbleslide, in the light of Raymond Duval's Registers of Semiotics Representation Theory (RSRT)?". The study was conducted with two students from the 8th and 9th grades at a public school located in Porto Alegre. The students participated in two in-person sessions, where the proposed activities involved creating segments using coordinate tables: the first session utilized the Mini Golf Marbleslide activity, while the second focused on repeating a figure on the Cartesian plane. For data collection from the practical activities, the screen capture tool on Chromebooks was used, with the microphone function enabled to record the students' conversations with each other and the researcher. Additionally, records of the completed activities saved on the platform were collected. This is a qualitative study based on Raymond Duval's Theory of Semiotic Representation Registers, aiming to understand and analyze how digital technologies assist in transitioning between representation registers. The analysis of the activities showed that the use of Desmos facilitated the development of skills in coordinating these registers, as interactions with Desmos allowed for immediate visualization of the consequences of their choices, promoting an understanding of the mathematical concepts involved. The activities demonstrated that Desmos provided a dynamic and interactive visualization of the concepts, enabling the internalization of Cartesian plane elements.

Keywords: Desmos; Marbleslide; Cartesian plane; Digital technologies; Semiotics Representation.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Há algum tempo presenciamos e pesquisamos sobre a aversão das pessoas em relação à Matemática e a grande dificuldade de muitos estudantes na disciplina. Devido a essa percepção, virou senso comum dizer que a Matemática é muito difícil e que os alunos não têm vontade de aprender os conteúdos porque são muito difíceis. Entretanto, Allevato e Mazola (2019, p. 57) apontam que o ensino de Matemática não se dá através de sucessos e aprovações e que esse ensino metódico proporciona situações em que os alunos se deparam com problemas e faz com que estes não consigam avançar em seu processo de aprendizagem, sendo erroneamente rotulados como “incapazes ou pouco dedicados”.

Portanto, a forma como os conteúdos de Matemática são apresentados aos alunos, desde o início do Ensino Fundamental, influencia todo o seu processo de aprendizagem. Segundo D’Ambrosio:

> [...] nossos alunos hoje acreditam que fazer matemática é seguir e aplicar regras [...] os alunos acham que a matemática é um corpo de conceitos verdadeiros e estáticos, do qual não se duvida ou questiona, nem mesmo nos preocupamos em compreender porque funciona. Em geral, acreditam também, que esses conceitos foram descobertos ou criados por gênios (D’AMBROSIO, 1989, p. 16).

Durante a minha graduação, através de estágios em sala de aula, cursos de pré-cálculo e aulas particulares, pude perceber estes levantamentos no ensino de plano cartesiano. Notava-se, durante as aulas, que os estudantes, principalmente do Ensino Fundamental, tinham dificuldades em relação a vários significados do plano cartesiano, especialmente em compreender noções de gráficos e coordenadas que, mesmo não sendo necessariamente básicas, foram deixadas de lado.

Além disso, tive também muitas experiências positivas com o ensino de Matemática através das tecnologias digitais. A partir do uso das tecnologias, podemos expandir as possibilidades de aprendizagem em várias situações, como no ensino de gráficos, por exemplo. Com o acesso à internet, temos à disposição diversos *softwares* que auxiliam alunos e professores a representar gráficos e outros problemas de diversos tipos de representação.

A integração das tecnologias digitais na educação tem sido uma tendência crescente nas últimas décadas, sendo grandes potencializadoras e desencadeadoras da aprendizagem dos conceitos trabalhados. O uso de ferramentas digitais pode proporcionar uma experiência de aprendizagem mais dinâmica e interativa. Borba e Villarreal (2005) apresentam uma perspectiva que enfatiza o papel das tecnologias como mediadoras na construção do conhecimento matemático. Para eles, o uso de ferramentas digitais possibilita novas formas de interação e cognição, que são essenciais para o desenvolvimento do pensamento matemático no contexto contemporâneo. A plataforma Desmos, por exemplo, oferece recursos valiosos para o ensino de conceitos do plano cartesiano, permitindo que os alunos explorem e visualizem relações matemáticas interativamente.

Minha trajetória com o Desmos iniciou em 2022, quando estava utilizando as redes sociais e me deparei com um vídeo de um perfil na internet que resolve desafios da atividade Desmos Marbleslide. Na época eu não conhecia a plataforma e, desde então, me interessei pelas atividades que trabalhavam desde pequenos segmentos no plano cartesiano até funções algébricas e trigonométricas. O uso do *software* serviu tanto para uso recreativo, como forma de passatempo, quanto também para planejamentos de atividades de estágio, disciplinas do curso e aulas regulares.

Outrossim, na disciplina de Educação Matemática e Tecnologia, fui introduzido pela primeira vez aos estudos de Raymond Duval sobre a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, e percebi que as ideias da teoria, quando se trata sobre as transformações entre registros diferentes (que mais à frente aprofundaremos no conceito de *conversão*), poderiam contribuir ainda mais para o uso do Desmos. A TRRS, segundo Duval (2012), oferece uma base teórica sólida para o uso de tecnologias no ensino de matemática. O autor argumenta que a compreensão dos conceitos matemáticos depende da capacidade dos alunos de converter entre diferentes registros de representação (como gráficos, tabelas e expressões algébricas). Ferramentas digitais como o Desmos, através das suas possibilidades de interações e criatividade, potencializam a mobilização dessa tradução, permitindo que os alunos vejam imediatamente como as mudanças em uma representação afetam as outras.

Sendo assim, a partir deste contexto, pretende-se responder nesta pesquisa a seguinte pergunta: *De que maneira estudantes do ensino fundamental aprendem conceitos do plano cartesiano com o uso do Desmos Marbleslide, sob a luz da TRRS de Raymond Duval?*

Para responder a esta pergunta, buscou-se compreender os processos de aprendizagem dos estudantes analisando as conversões entre diferentes formas de representações de segmentos no plano cartesiano.

Este trabalho está estruturado em 5 capítulos distintos. Este primeiro trata da introdução. O segundo capítulo aborda os fundamentos teóricos que embasam esta pesquisa. Nele, abordaremos o potencial uso das tecnologias digitais para o ensino de matemática, em particular sobre o plano cartesiano. Como suporte a essa pesquisa e à análise de dados, foram utilizadas as ideias de Raymond Duval, através da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, discorrendo sobre os processos de transformações que fazem necessários ao longo das atividades propostas. Além disso, serão abordados, ainda, alguns trabalhos correlatos que também utilizaram, ou da TRRS, e/ou da plataforma Desmos como base para suas pesquisas.

No terceiro capítulo apresentarei os processos metodológicos da pesquisa, indicando o planejamento das atividades, ou seja, os desafios que serão propostos nas práticas da pesquisa, assim como o contexto no qual a pesquisa foi realizada. Além disso, apresentarei também um pouco sobre a plataforma Desmos, ambiente onde foram criadas e realizadas as atividades deste trabalho.

No quarto capítulo farei uma análise separada sobre os dados produzidos por cada participante ao longo das atividades previstas. Durante a análise, trarei alguns conceitos da TRRS que foram perceptíveis durante os encontros.

Por último, no quinto capítulo farei algumas considerações finais sobre o que foi trabalhado ao longo da pesquisa, retomando alguns conceitos da TRRS e do uso de tecnologias digitais no ensino de matemática, fazendo referência ao que foi produzido pelas participantes da pesquisa durante os encontros das atividades.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo, serão apresentadas as teorias que darão o embasamento teórico para esse trabalho. Inicialmente, serão discutidos os ideais propostos pela TRRS, a partir das pesquisas de Raymond Duval. Em seguida, será discutida a utilização das tecnologias digitais para o ensino do plano cartesiano em sala de aula, com possíveis colaborações da plataforma Desmos. Ao final, serão discutidos trabalhos que se assemelham a esta pesquisa, seja pelo uso do Desmos ou pelo uso de tecnologias durante o ensino do plano cartesiano.

2.1 TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), desenvolvida pelo filósofo e psicólogo francês Raymond Duval (1995), constitui um referencial teórico essencial para a compreensão dos processos cognitivos envolvidos no aprendizado da matemática, pois oferece uma base teórica para entender como o pensamento matemático se desenvolve e se manifesta através de diferentes formas de representação. Segundo Duval (2012, p. 270), “o funcionamento cognitivo do pensamento humano se revela inseparável da existência de uma diversidade de registros semióticos de representação”, isto é, o pensamento matemático requer a mobilização e a articulação de diferentes sistemas de representação. O autor destaca a importância de distinguir entre objeto e representação.

No contexto do ensino de matemática, essa distinção é crucial. O plano cartesiano, por exemplo, pode ser visto tanto como um objeto matemático a ser representado quanto como um registro semiótico específico em que as representações se manifestam. Quando um professor ensina a graficar funções no plano cartesiano, ele está mobilizando um sistema de signos que precisa ser compreendido pelos alunos para que a aprendizagem seja efetiva. Henriques e Almouloud (2016, apud Duval, 1998) reforça que “as relações existentes entre os dois termos são as noções centrais para toda a análise do conhecimento”, o que implica que a compreensão das relações entre a representação gráfica e a função matemática é fundamental para a aprendizagem dos alunos. Para uma melhor compreensão dessa teoria, iremos distinguir os conceitos de signos, registros e representações semióticas, que são temas centrais das pesquisas realizadas pelos autores que embasam a teoria proposta pelo francês.

Ao contrário de outras linguísticas e áreas do conhecimento, que geralmente utilizam significados ligados ao mundo real, a matemática lida com conceitos que não têm uma correspondência direta com objetos físicos ou significados concretos. De acordo com Duval (2012, p. 268) “os objetos matemáticos não estão diretamente acessíveis à percepção ou à experiência intuitiva imediata, como são os objetos comumente ditos "reais" ou "físicos". É preciso, portanto, dar representantes". Esses representantes são chamados de **signos** que, segundo Pinto (1996 apud Pierce 1994), "é algo que está no lugar de algo para alguém, em algum aspecto ou capacidade". Dessa forma, um signo é um objeto, símbolo ou expressão que carrega um significado e que pode ser entendido dentro de um sistema de comunicação. Na matemática, os signos podem assumir diversas formas, como números, letras, figuras geométricas, gráficos e símbolos algébricos.

Ao organizar e mobilizar diversas formas de significados, são produzidas as **representações semióticas**, que constituem uma forma de representação de um objeto matemático formado por diversos signos, que possuem regras bem definidas para cada sistema representativo. Em outras palavras, é o processo de dar forma concreta a conceitos abstratos por meio de signos em um determinado registro. Uma representação semiótica não é simplesmente uma tradução de uma ideia, ela é uma forma de organizar e manipular a informação que torna o conceito matemático acessível e operável. Para Duval (2012), é a utilização de sistemas de representações e suas variadas formas que permitem o acesso aos números e a outros objetos matemáticos.

Os diferentes sistemas de representação dos objetos matemáticos constituem os **registros de representação semiótica**. Esses registros são maneiras distintas de representar um mesmo objeto matemático, como, por exemplo, a representação algébrica de uma equação, a representação gráfica de uma função ou a representação tabular de coordenadas no plano cartesiano. Cada registro possui sua própria linguagem, regras e convenções, e permite que conceitos matemáticos sejam expressos de maneiras distintas.

Para Duval (2012), a aprendizagem matemática está intrinsecamente ligada à capacidade dos alunos de operar com essas diferentes representações e de transitar entre elas. A TRRS descreve três atividades cognitivas principais que devem ser realizadas dentro de cada registro semiótico: a **formação**, o **tratamento** e a **conversão** de representações (Duval, 2012). No ensino do plano cartesiano, estes processos se configuram mais explicitamente na medida em que o estudante avança no desenvolvimento das atividades, devido ao fato que o gráfico, os números, os pontos, todos estes permitem a transição entre tipos de registros diferentes.

De acordo com Duval (2012), a **formação** de uma representação é a primeira atividade cognitiva fundamental e envolve a criação de uma representação identificável dentro de um sistema semiótico específico. No contexto do plano cartesiano, isso se manifesta quando um aluno desenha um gráfico para uma função matemática. O processo de formação

> deve respeitar regras [...]. A função destas regras é de assegurar, em primeiro lugar, as condições de identificação e de reconhecimento da representação e, em segundo lugar, a possibilidade de sua utilização para tratamentos. São regras de conformidade, não são regras de produção efetiva por um sujeito. Isto quer dizer que o conhecimento de regras de conformidade não está relacionado a competência para formar representações, mas somente para reconhecê-las (Duval, 2012, p. 271).

Sendo assim, a formação de uma representação gráfica requer que os alunos sigam regras específicas para garantir a precisão e a clareza do gráfico, como a marcação adequada dos eixos e a plotagem correta dos pontos. Essas regras de conformidade asseguram que a representação seja reconhecível e utilizável para outros fins, e, consequentemente, que o aluno possa aplicar o gráfico de maneira efetiva para a análise e resolução de problemas matemáticos.

O **tratamento** de uma representação, que é a segunda atividade cognitiva fundamental, refere-se à transformação interna da representação dentro do mesmo registro em que foi criada. No contexto do plano cartesiano, isso pode envolver o ajuste dos eixos para uma melhor visualização, assim como a análise dos eixos a fim de identificar números que identificam uma coordenada vertical ou horizontal (abscissa ou ordenada). Essa atividade é essencial para realizar análises quantitativas e interpretar as implicações matemáticas do gráfico (Duval, 2012).

A terceira atividade cognitiva é a **conversão** de uma representação, que implica transformar uma representação em um registro para outro, mantendo a essência do conteúdo original. No uso do plano cartesiano, isso se evidencia quando um aluno converte uma tabela de coordenadas na sua forma tabular, para uma representação gráfica. Essa conversão não é simplesmente uma mudança de formato, mas um processo cognitivo que requer a preservação das propriedades matemáticas da função durante a transformação. O aluno deve entender como a forma tabular se traduz em uma forma gráfica e vice-versa, o que exige uma coordenação eficaz entre diferentes registros de representação (Duval, 2012).

Essas operações não são triviais e exigem dos alunos um alto nível de compreensão. Segundo Duval (2012), a dificuldade de muitos estudantes em matemática decorre, em grande parte, de sua incapacidade de realizar essas conversões de maneira eficiente e de compreender as conexões entre diferentes registros. Essa dificuldade pode ser exacerbada pela maneira como o conteúdo matemático é apresentado, muitas vezes focando em um único registro, sem explorar adequadamente as conexões com outras representações.

A importância da coordenação entre diferentes registros de representação é um aspecto crucial destacado por Duval (2012). Ele observa que, embora a disponibilidade de múltiplos registros seja fundamental, a capacidade de coordenar e compreender as inter-relações entre essas representações é essencial para uma compreensão profunda. No ensino de matemática, isso significa que os alunos devem ser capazes de relacionar as diferentes formas de representação e compreender como cada registro reflete aspectos diferentes do mesmo objeto matemático. A coordenação entre esses registros pode facilitar a resolução de problemas e a aplicação de conceitos matemáticos em diferentes contextos.

Além disso, a TRRS destaca a distinção entre objetos matemáticos e suas representações. Como enfatiza Duval (2012, p. 268), “os objetos matemáticos não devem ser jamais confundidos com a representação que se faz dele”. Essa distinção é crucial para evitar mal-entendidos que podem levar a dificuldades na aplicação dos conceitos matemáticos. No contexto do plano cartesiano, isso significa que os alunos devem entender que o gráfico de uma função não é o objeto matemático em si, mas uma representação desse objeto. Essa compreensão é fundamental para garantir que os conhecimentos adquiridos sejam aplicáveis e úteis em diferentes contextos de aprendizagem.

2.2 TECNOLOGIAS DIGITAIS E PLANO CARTESIANO

A utilização de tecnologias digitais no ensino de matemática tem se desenvolvido como uma ferramenta cada vez mais essencial para enriquecer o processo de ensino e aprendizagem, oferecendo novas formas de visualização e compreensão dos conteúdos abordados em sala de aula. Essas tecnologias proporcionam ao professor e ao aluno ferramentas que permitem uma maior interação e exploração dos conceitos matemáticos, desencadeando a compreensão de diversos temas.

Historicamente, a introdução de tecnologias digitais no ambiente escolar brasileiro tem suas raízes na década de 1990, quando políticas públicas começaram a incorporar computadores nas escolas. Ao longo dos anos, essa discussão evoluiu para incluir uma variedade de mídias digitais, como notebooks, lousas digitais, smartphones, entre outros, e a importância de integrar essas ferramentas ao currículo escolar continua a ser uma questão debatida (Brasil, 1998). Com as tecnologias digitais, alunos têm um outro nível de acesso a ferramentas que auxiliam no desenvolvimento dos aprendizados dos conceitos trabalhados nas atividades, ou seja:

> a mais poderosa mudança tecnológica é a "digital" que universalizou, em todos os domínios, a “ação interativa com um monitor”. Um comando, reduzido a um clique, em uma lista de opções ou o toque de um ícone, exibe, no monitor, as imagens ou informações que se quer. [...] Qualquer um pode usar, individualmente, sem qualquer treinamento prévio, as ferramentas de tratamento da informação (Duval, 2015, p. 4).

No contexto do ensino de matemática, as tecnologias digitais, como softwares educativos e ambientes de geometria dinâmica, têm o potencial de mudar a maneira com que os alunos trabalham conceitos matemáticos abstratos. Por exemplo, ao trabalhar com o plano cartesiano, o uso de ferramentas como o software Desmos permite que os estudantes visualizem de forma dinâmica as relações entre os diversos tipos de registros diferentes, o que pode melhorar significativamente a compreensão de conceitos matemáticos (Duval, 1995). A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) reforça a importância do uso das tecnologias digitais no processo de ensino e aprendizagem, destacando que estas ferramentas podem ser utilizadas para promover a autonomia dos alunos e para possibilitar a compreensão de conteúdos complexos. Segundo a BNCC, a utilização da tecnologia deve ser crítica, significativa, reflexiva e ética, auxiliando na resolução de problemas e no desenvolvimento de conhecimentos (Brasil, 2018).

Apesar das vantagens das tecnologias digitais no ensino da matemática, ainda há obstáculos a serem superados, especialmente em áreas onde o acesso a esses recursos é restrito. Em diversas escolas, principalmente nas regiões mais afastadas do país, a ausência de laboratórios de informática e a falta de acesso a dispositivos tecnológicos resultam em uma exclusão digital, dificultando a implementação dessas ferramentas no processo educativo (ROLKOUSKI, 2012). Além disso, uma das preocupações com as tecnologias digitais, o uso dessas ferramentas de maneira que não traga inovação ao processo educativo, mas apenas reproduza práticas antigas em novos formatos. Um exemplo seria o uso do projetor para mostrar algo que poderia ser apresentado diretamente no quadro, enquanto que poderiam ser utilizadas metodologias mais interativas e engajadoras, que realmente aproveitem o potencial das tecnologias para transformar a experiência de aprendizagem (Kenski, 2012).

Ademais, a utilização de tecnologias digitais pode transformar a dinâmica da sala de aula, fazendo com que o professor assuma um papel de mediador, possibilitando a construção do conhecimento pelos alunos de maneira colaborativa e interativa. Segundo Alves (2001), o uso de aplicativos e softwares educativos na matemática não só melhora a compreensão dos conceitos pelos alunos, mas também impulsiona relações intelectuais, sociais e afetivas, promovendo atitudes de crítica construtiva e criatividade.

2.3 TRABALHO CORRELATOS

A fim de encontrar projetos que tivessem semelhanças com o meu trabalho, pesquisei na internet em acervos e bibliotecas digitais trabalhos que estivessem abordando a aprendizagem de conceitos iniciais do plano cartesiano com o uso do Desmos e da TRRS.

Não foi possível encontrar trabalhos que apresentassem os três conteúdos sendo abordados juntos, principalmente em relação ao Desmos, inclusive sendo este aqui o primeiro abordando este assunto nesta instituição. Portanto, um novo critério de busca foi separar estes conteúdos em pares: aprendizagem do plano cartesiano com o uso do Desmos; aprendizagem do plano cartesiano com sob a luz da TRRS; assuntos abordados com a TRRS com o uso do Desmos. Devido à dificuldade de encontrar projetos abordando especificamente o uso do Desmos no ensino de matemática, também foi realizada buscas utilizando o termo “tecnologias digitais” ao invés de “Desmos”.

Após este novo critério de busca, os trabalhos escolhidos para a revisão de literatura foram os seguintes: a dissertação de mestrado “Proposta de ensino de geometria analítica utilizando o Desmos”, de Julian da Silva Euzébio; a dissertação de mestrado “A aprendizagem da função afim por meio de uma abordagem qualitativa e global com uso da plataforma Desmos”, de Elizabete Gomes de Oliveira; e, por último, o artigo “Ensino remoto de Matemática: possibilidades com a plataforma Desmos”, de Gladson Antunes e Michel Cambrainha, publicado na Revista eletrônica da Sociedade Brasileiras de Matemática.

Em geral, as três pesquisas tratam das potencialidades do ensino de matemática a partir da plataforma Desmos como um todo. Um primeiro aspecto que as diferenciou da minha pesquisa é que utilizarei um applet específico da plataforma (Marbleslide) durante a minha abordagem.

A dissertação de Euzébio (2018) tem como objetivo “analisar a possibilidade de melhorar o processo de ensino e aprendizagem de conteúdos da Geometria Analítica com o uso do software Desmos” e, para isso, foi proposta uma sequência de atividades interativas com alunos do 3º ano do Ensino Médio. A metodologia de pesquisa teve um caráter qualitativo e exploratório e usou como base teórica as ideias de Borba e Penteado (1999), Dreyfus (1991), Oliveira (2014) e Santos (2016). Como resultado da pesquisa, percebeu-se um grande interesse dos alunos, devido à pouca interação que tinham com o laboratório de informática. Além disso, apesar do pouco conhecimento prévio dos alunos, alcançou-se um resultado satisfatório por parte dos estudantes devido à evolução das suas notas, variedade de respostas e facilidade de utilização do software. De forma semelhante, minha pesquisa envolve práticas em sala de aula que contarão com a utilização do Desmos no ensino de matemática. Com isso, os resultados da sequência de atividades ali propostas podem contribuir também para esta pesquisa, que buscou, entretanto, trabalhar com alunos do Ensino Fundamental e, portanto, tem um viés muito mais introdutório. Além disso, o referencial teórico da minha pesquisa também difere do de Euzébio (2018), pois este trabalho foi feito sob a luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval.

A dissertação de Oliveira (2023) tem como objetivo “investigar em que medida, sob a luz da teoria dos Registros de Representação Semiótica, a plataforma Desmos pode contribuir para uma abordagem global e qualitativa da aprendizagem da função afim, pelos estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental”. A pesquisa foi feita através de uma abordagem qualitativa, do tipo estudo de caso, a partir de uma sequência didática com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental. O estudo foi baseado na TRRS (Teoria dos Registros de Representação Semiótica), de Raymond Duval, segundo os principais aspectos da aprendizagem da álgebra. Notou-se, ao final da pesquisa, que os estudantes conseguiram realizar a conversão de registros para compreender e interpretar as propriedades da função afim. As maiores dificuldades demonstradas pelos alunos foram: a conversão da representação gráfica para a algébrica e a própria descrição das suas estratégias e conjecturas. A minha pesquisa assemelha-se com a da autora tanto pela utilização da plataforma em sala de aula, quanto pelo referencial teórico utilizado, já que também tratarei das práticas com base na TRRS, de Duval. Portanto, a pesquisa de Oliveira (2023) contribui para que sejam analisadas as reflexões e dificuldades dos estudantes sobre a plataforma ao longo das atividades, assim como a relação construída entre as práticas e sua base teórica.

Por último, o artigo de Antunes e Cambrainha (2020) foi feito durante o período de pandemia que vivíamos em 2020 e aborda as experiências com a plataforma Desmos, com o objetivo de apresentar algumas ferramentas da plataforma e suas possibilidades de uso na forma síncrona e assíncrona. Segundo os autores, a plataforma possui diversas ferramentas interessantes que podem ser utilizadas, e seu diferencial é, de fato, o *Classroom Activities*, que é destinado para a criação e pesquisa de atividades feitas para a sala de aula. Entretanto, a plataforma possui poucas atividades traduzidas para o português, já que seu idioma padrão é o inglês. Esta pesquisa mostra algumas potencialidades de ferramentas da plataforma, como por exemplo a possibilidade de criar diversos tipos de funções, desenhar segmentos no plano cartesiano e construir atividades personalizadas para os estudantes. Portanto, o artigo contribui com a familiarização da plataforma e também com seu uso durante as práticas, sejam elas síncronas ou assíncronas.

No próximo capítulo iremos apresentar a abordagem metodológica utilizada para esta pesquisa, apresentando o tipo de pesquisa, a plataforma em que foi construído o trabalho, o planejamento das atividades e, por fim, o contexto sobre o qual a pesquisa foi realizada.

3. ABORDAGEM METODOLÓGICA

Para responder a pergunta diretriz desta pesquisa: “De que maneira alunos do ensino fundamental aprendem conceitos do plano cartesiano com o uso do Desmos, sob a luz da TRRS de Raymond Duval?”, foi elaborada uma prática pedagógica contendo duas atividades a serem realizadas em dois encontros separados. Durante as atividades procurou-se encontrar aproximações entre os procedimentos realizados pelos estudantes e o embasamento teórico da TRRS.

Portanto, neste capítulo apresentaremos a estruturação da metodologia deste trabalho. Primeiramente, apontaremos características que definem o caráter investigativo da pesquisa, relacionando a produção dos dados com a investigação qualitativa. Além disso, será apresentado o planejamento das atividades a serem realizadas, bem como o contexto da pesquisa, indicando o local e as pessoas com as quais a pesquisa foi feita.

3.1 PESQUISA QUALITATIVA

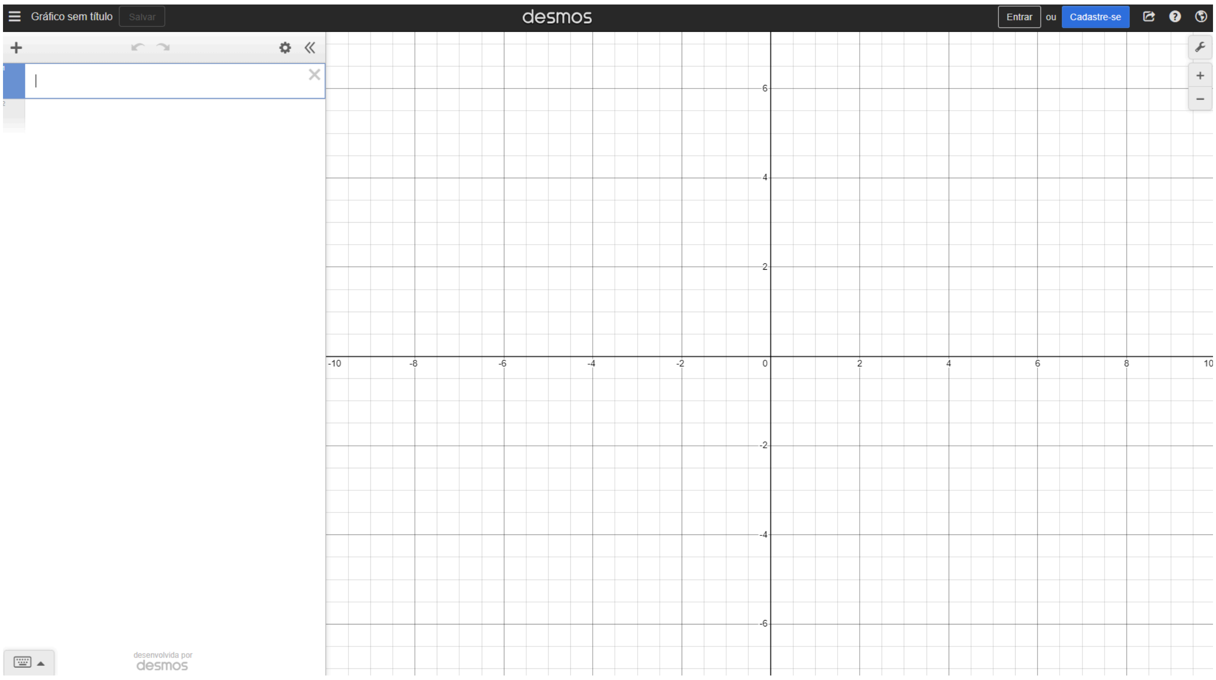
O caráter qualitativo da pesquisa se dá pelo fato de que, busca-se neste trabalho um aprofundamento baseado não nas representatividades numéricas das questões apresentadas, mas na compreensão de todo o grupo social (GERHARDT; SILVEIRA, 2009). Segundo a Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018), “a aprendizagem em Matemática está intrinsecamente relacionada à compreensão, ou seja, à apreensão de significados dos objetos matemáticos, sem deixar de lado suas aplicações”. A partir disso, a compreensão destes signos e representações está completamente relacionada à mobilização dos alunos em relação aos seus diversos registros, pois “o funcionamento cognitivo do pensamento humano se revela inseparável da existência de uma diversidade de registros de representação semiótica” (DUVAL, 2012, p. 270).

Portanto, foi planejada uma proposta pedagógica em que as produções dos estudantes serão analisadas de maneira que não será dado enfoque nas correções e no término (ou não) das atividades, mas sim nas dificuldades e nos processos de construção do conhecimento dos alunos.

3.2 A PLATAFORMA DESMOS

A Desmos Studio (Desmos | Beautiful free math.), como aponta a própria página de suporte da plataforma, é uma “Corporação de Benefício Público com o objetivo de ajudar todos a aprender matemática de forma apaixonada e crescer com isso” (Desmos, 2024). Ao digitar a palavra “Desmos” no campo de pesquisa do Google, o primeiro link leva a pessoa para a calculadora gráfica da plataforma.

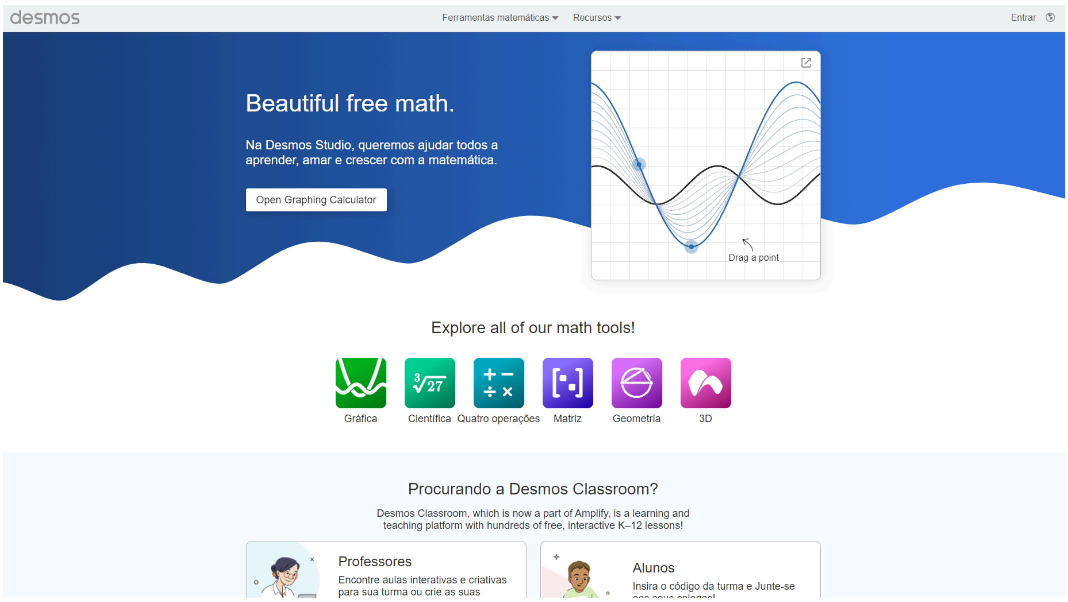
Figura 1 - Tela inicial da calculadora gráfica.



Fonte: https://www.desmos.com/calculator?lang=pt-BR

A figura 1 mostra a tela inicial da calculadora gráfica do Desmos. Nela, o aluno/professor pode criar gráficos e segmentos digitando equações, criando tabelas, utilizando funções da plataforma, entre outras aplicações. Além de criar produções originais, a plataforma disponibiliza diversos exemplos de gráficos e situações que podem ser exploradas livremente pelo usuário. Outros tipos de calculadoras e ferramentas também aparecem disponíveis para uso livre na tela inicial da plataforma, como mostra a figura 2 abaixo:

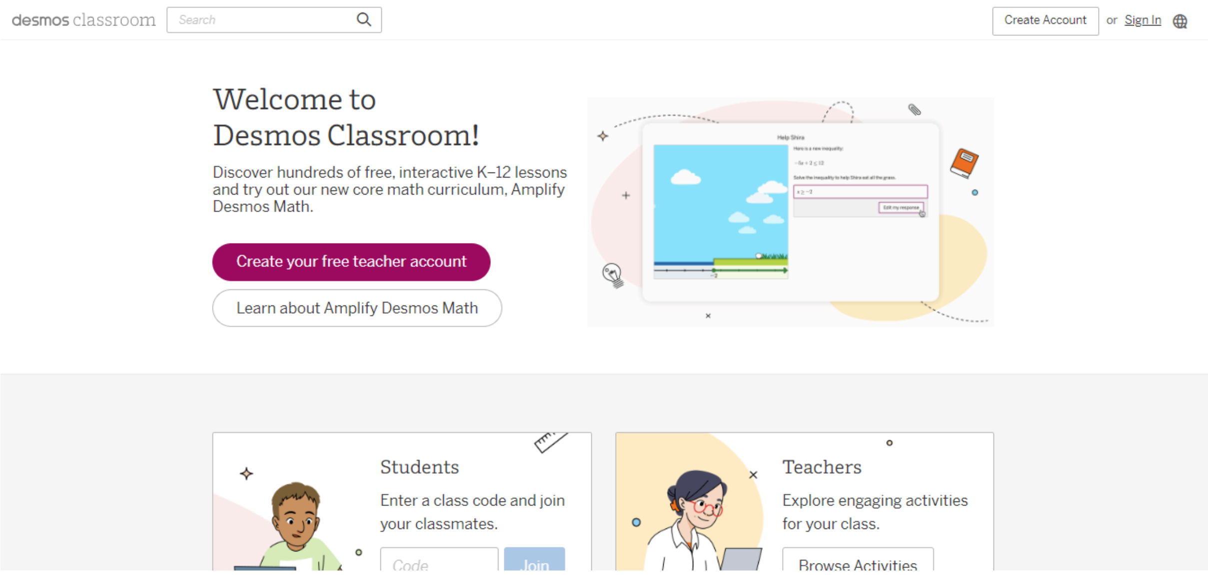
Figura 2 - Tela inicial do site Desmos.



Fonte: https://www.desmos.com/?lang=pt-BR

Para esta pesquisa, será dado enfoque a uma outra área que pode ser utilizada na plataforma, o *Desmos Classroom*. Dentro do *Classroom*, é possível acessar atividades preparadas tanto pela própria plataforma quanto por outros professores que a utilizam. Além disso, assim como o conhecido *Google Salas de Aula*, esta ferramenta também permite a criação de turmas, para as quais o professor pode atribuir as atividades escolhidas.

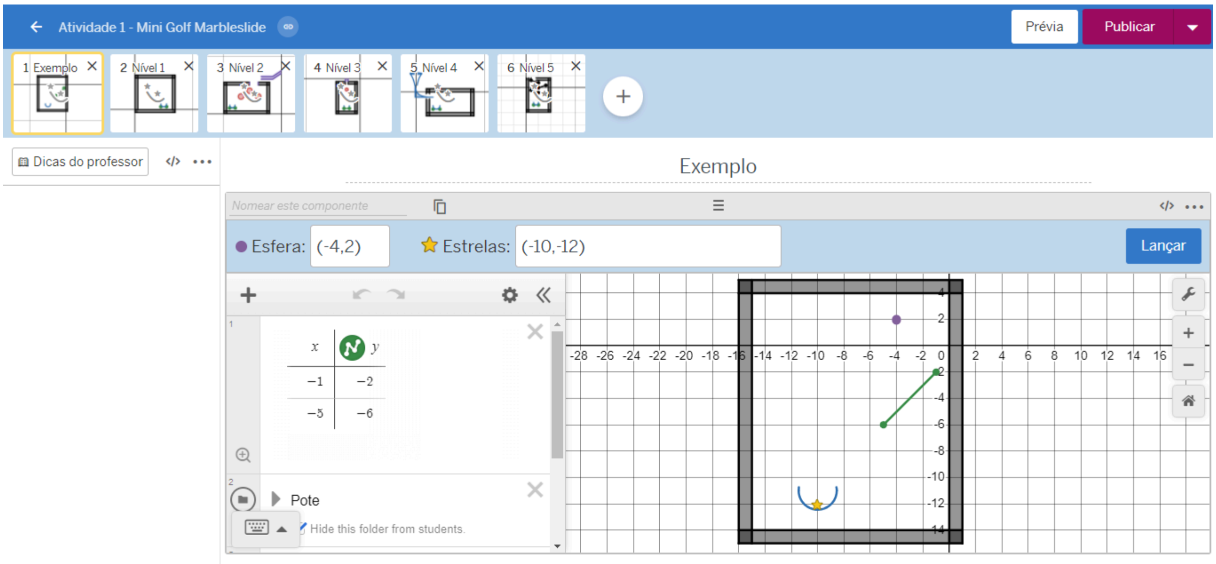
Figura 3 - Tela inicial do Desmos Classroom.



Fonte: https://teacher.desmos.com/?lang=pt-BR

Além de atribuir atividades prontas, o professor pode também criar atividades completamente novas, utilizando ferramentas do criador de atividades do Desmos. Um exemplo dessas ferramentas é a própria *marbleslide*, que programa bolinhas que deslizam através de objetos e uma (ou mais) estrela que é fixa em um ponto no plano cartesiano. Essas bolinhas e estrelas partem de um par ordenado do plano cartesiano e podem ser alteradas pelo professor durante a construção da atividade.

Figura 4 - Tela do construtor de atividade.



Fonte: autoral.

Na figura 4 podemos observar como é a tela para quem está construindo a atividade. É importante ressaltar que do par ordenado onde está a 'esfera', como denominado pela ferramenta, caem muitas bolinhas em alta velocidade que interagem fisicamente com os objetos desenhados no plano cartesiano, como polígonos por exemplo, ou também, neste caso, o segmento formado pelos dois pares ordenados criados pela tabela ao lado. Além disso, o 'pote', assim nomeado pelo pesquisador, também é construído através de equações, neste caso a do círculo, com um intervalo definido para manter uma certa abertura. O mesmo acontece com a caixa que contém os elementos da atividade.

3.3 PLANEJAMENTO DAS ATIVIDADES

Para a realização desta pesquisa, foram planejadas duas atividades realizadas em dois encontros distintos no contraturno das aulas regulares, com estudantes da rede pública de ensino de Porto Alegre. As atividades foram construídas com o *Desmos Classroom*, sendo que a primeira atividade foi uma edição da atividade Mini Golf Marbleslide[1], criada por Jennifer Vadnais, disponível livremente na plataforma, e a segunda foi criada através da calculadora gráfica. Foi feita uma busca acerca de mais informações sobre a autora, mas nada que pudesse remeter a ela foi encontrado.

Para acompanhamento e registro dos procedimentos realizados ao longo da atividade, foi criada uma turma na plataforma, específica para essa pesquisa, em que as alunas receberam um código de acesso para abrir as atividades. Após (e durante) a realização de

[1] A atividade pode ser acessada na página do Desmos Classroom, através do link https://teacher.desmos.com/activitybuilder/custom/589e5e51e9baeda305df5cf3?lang=pt-BR&collections=651ca31cf69ee59aa9e3818a%2C5e72b4b9feeb100f56bcac4f.

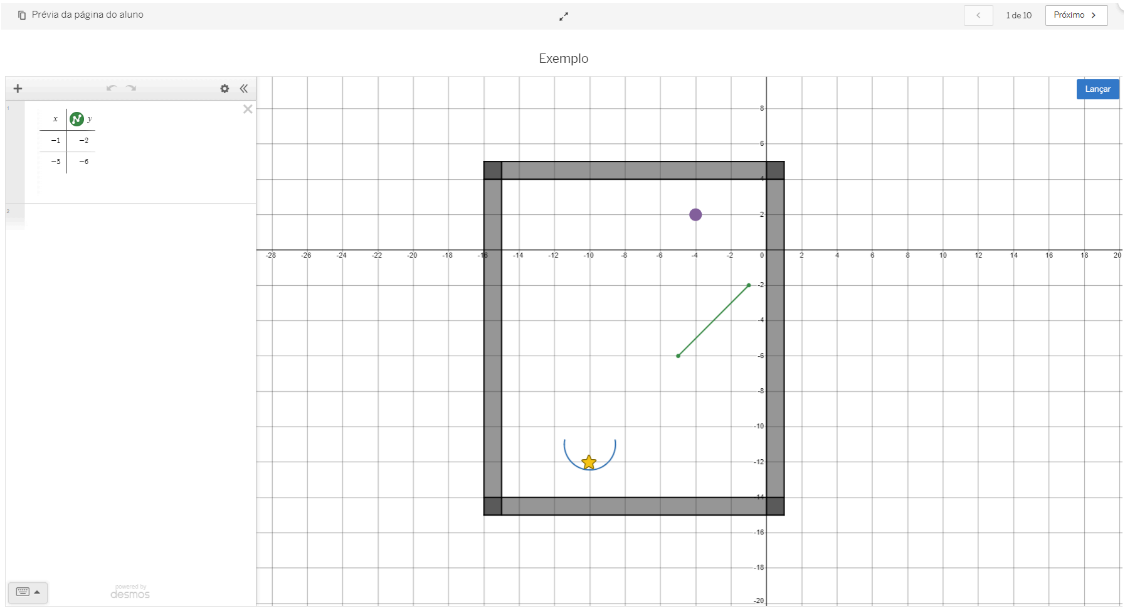
todos os níveis da atividade, as respostas das estudantes ficam salvas e registradas no painel de controle do professor para que possam ser analisadas.

Além disso, para registrar os questionamentos, intervenções e conversas dos participantes entre si e com o pesquisador, foram utilizados os recursos de gravação de tela dos *Chromebooks* e também a captura de voz através do microfone do aparelho.

3.3.1 Atividade 1 - Mini Golf Marbleslide

Primeiramente, o nome desta atividade se dá pelo fato de que os desafios propostos para os alunos se assemelham a uma partida de mini golf, em que o objetivo é fazer a bola chegar até o buraco. Além disso, traduzindo do inglês para o português, “marble” pode ser traduzido para “bolinha de gude” e “slide” para “deslizar”. Dessa forma, através do nome da atividade, é possível analisar os desafios como sendo bolinhas de gude que deslizam com o objetivo de chegar no buraco.

Figura 5 - Atividade 1: exemplo.

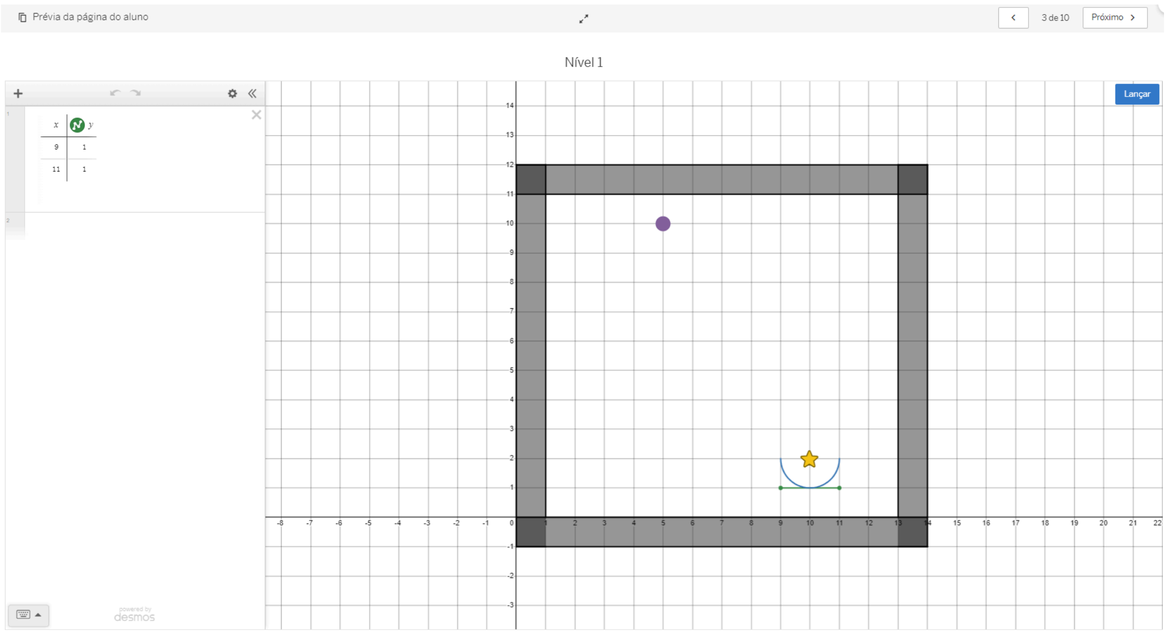


Fonte: autoral.

A figura 5 mostra o exemplo inicial da atividade que foi proposta para os estudantes e que é igual ao da atividade pública que está disponível na plataforma com livre acesso. Nesta imagem podemos perceber os elementos que fazem parte deste e dos próximos níveis da atividade. Primeiramente, podemos perceber como personagens principais dos desafios, a estrela amarela e as bolinhas roxas, que começam a cair em alta velocidade ao pressionar o botão “lançar”. O objetivo central da atividade é que as bolinhas que irão cair de um determinado par ordenado cheguem até a estrela. Como um “bônus” para os desafios, as participantes foram encorajadas também a tentar deixar todas as bolinhas dentro do “pote” que contém a estrela. O que vai conduzir as bolinhas até a estrela é o segmento verde que está dentro da caixa, e daí vem o nome "Marbleslide", pois as bolinhas vão deslizar no segmento até a estrela. De acordo com a inclinação do segmento, as bolinhas podem cair para um lado ou para o outro. Para mover o segmento, é preciso utilizar a tabela de coordenadas que está na parte esquerda da tela. A partir dela, são escolhidos os valores das coordenadas dos dois pontos (que podem ficar visíveis ao clicar em cima deles) que ligam o segmento e, consequentemente, são esses valores que nortearão a resolução dos níveis da atividade 1.

A figura 5 está mostrando o exemplo inicial da atividade, ou nível 0, que já está resolvido, e servirá como forma de análise para as alunas entenderem o funcionamento dos desafios. A seguir, estão as imagens das telas iniciais de cada um dos 5 níveis que as participantes irão resolver.

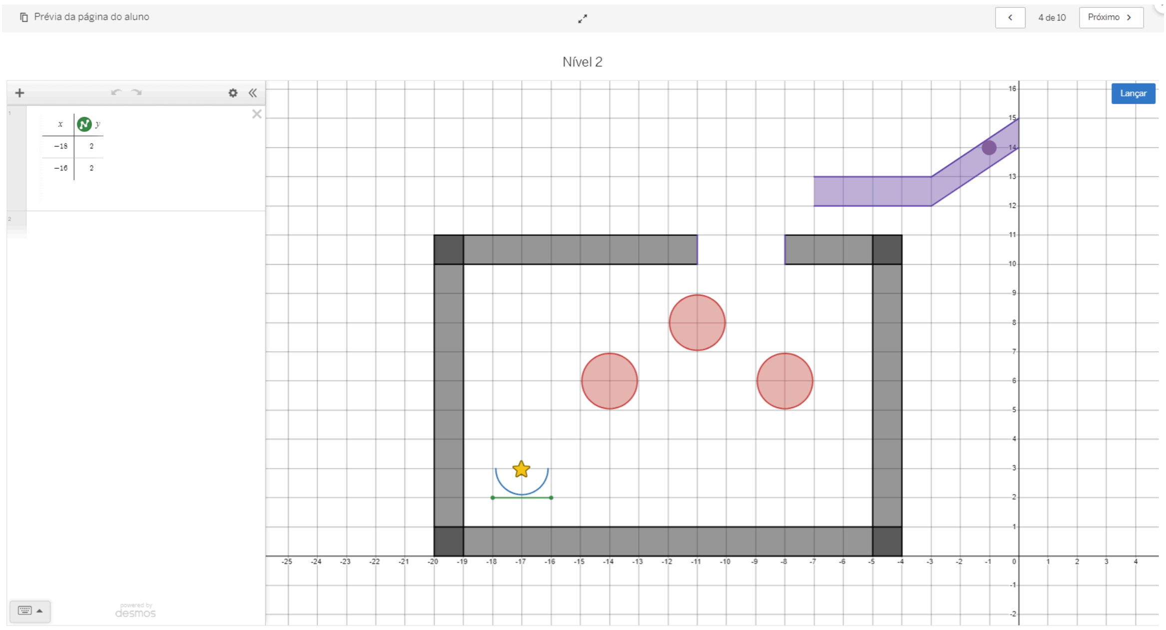
Figura 6 - Nível 1.



Fonte: autoral.

Neste primeiro nível, assim como nos próximos que vão sucedê-lo, os dois pares ordenados da tabela estão definidos embaixo de onde está a estrela. Neste nível há somente as bolinhas que irão cair e a estrela no outro canto, sem a presença de obstáculos, para que as alunas primeiro se familiarizem com a atividade.

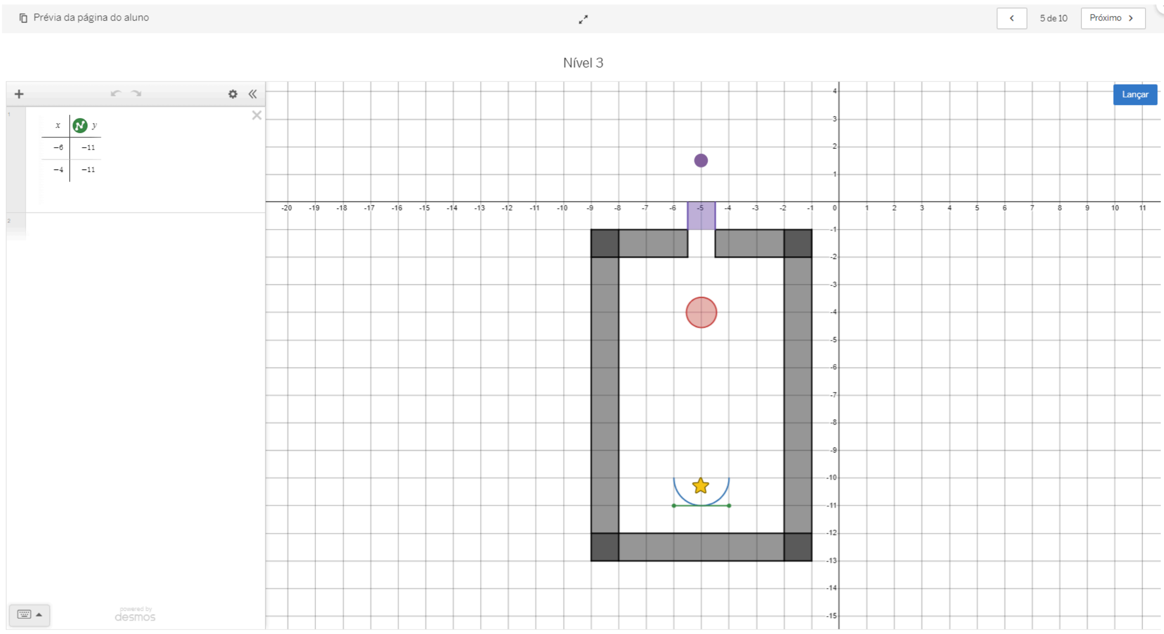
Figura 7 - Nível 2.



Fonte: autoral.

No nível 2, as bolinhas irão cair dentro do tubo desenhado no canto superior direito, deslizando até dentro da caixa, onde há três círculos que servem como obstáculos em que as bolinhas podem bater. Ao contrário das bolinhas, os segmentos podem atravessar os círculos sem interagir com eles fisicamente. Além disso, ao clicar com o mouse na borda círculo, é possível visualizar as coordenadas dos pares ordenados que os definem.

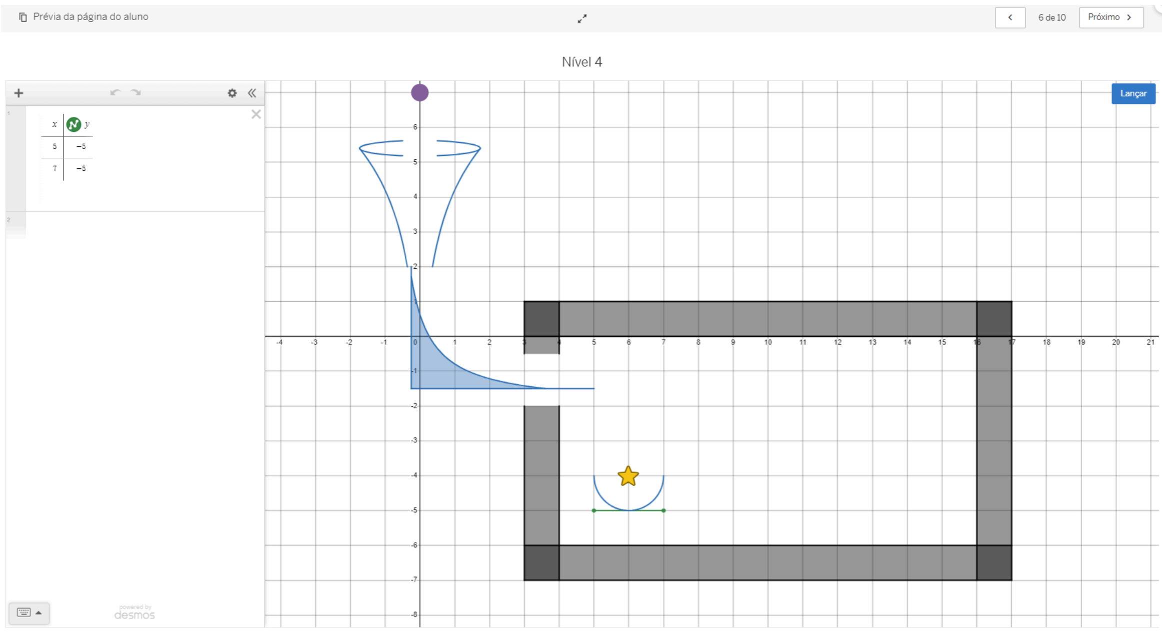
Figura 8 - Nível 3.



Fonte: autoral.

No terceiro nível, as bolinhas estão exatamente na mesma abscissa que a estrela, porém há um obstáculo entre elas em que as bolinhas irão bater e cair para um dos lados aleatoriamente. Dessa forma é preciso observar como levar as bolinhas para a estrela após elas caírem para um dos lados.

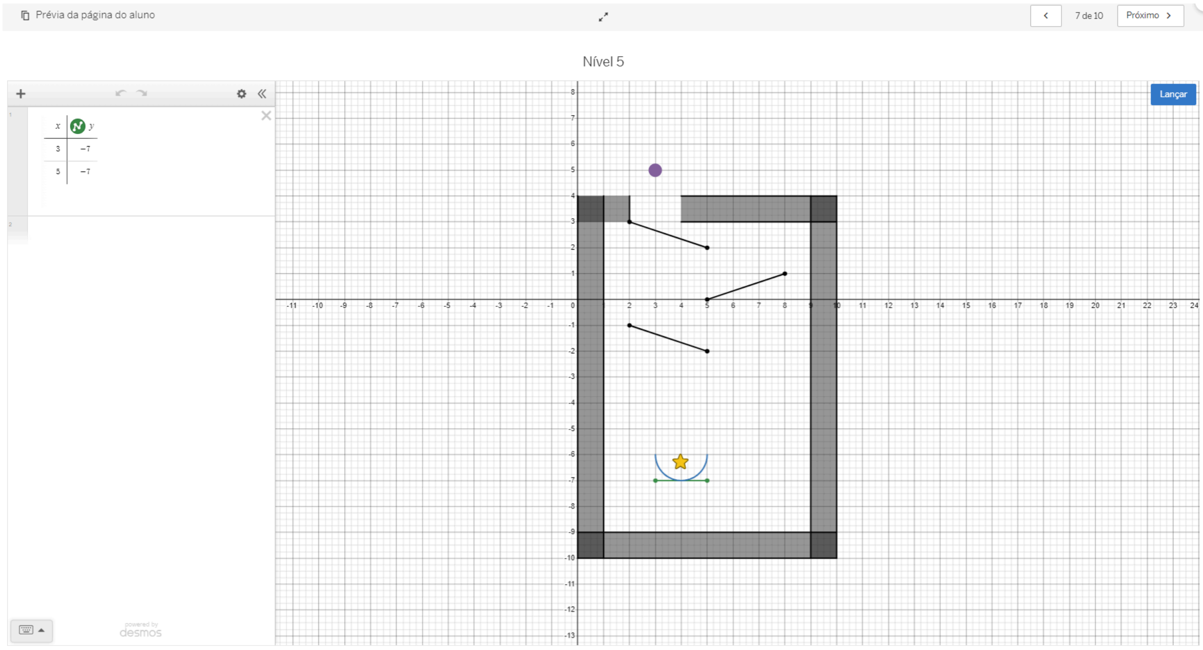
Figura 9 - Nível 4.



Fonte: autoral.

No nível 4, as bolinhas caem direto em uma rampa que acelera a velocidade com que as bolinhas chegam dentro da caixa. Dessa forma, com essa alta velocidade, é possível utilizar o segmento não necessariamente como uma rampa até a estrela, mas como uma parede que para as bolinhas no meio do trajeto, levando à possibilidade de mais de um tipo de solução.

Figura 10 - Nível 5.



Fonte: autoral.

Para o último nível, há outros três segmentos que já estão pré-definidos na atividade, pelos quais as bolinhas irão deslizar, fazendo com que seja necessário observar como as bolinhas irão terminar este movimento e velocidade com que elas vão deslizar. Assim como nos obstáculos dos níveis anteriores, é possível visualizar as coordenadas dos pontos que definem os segmentos.

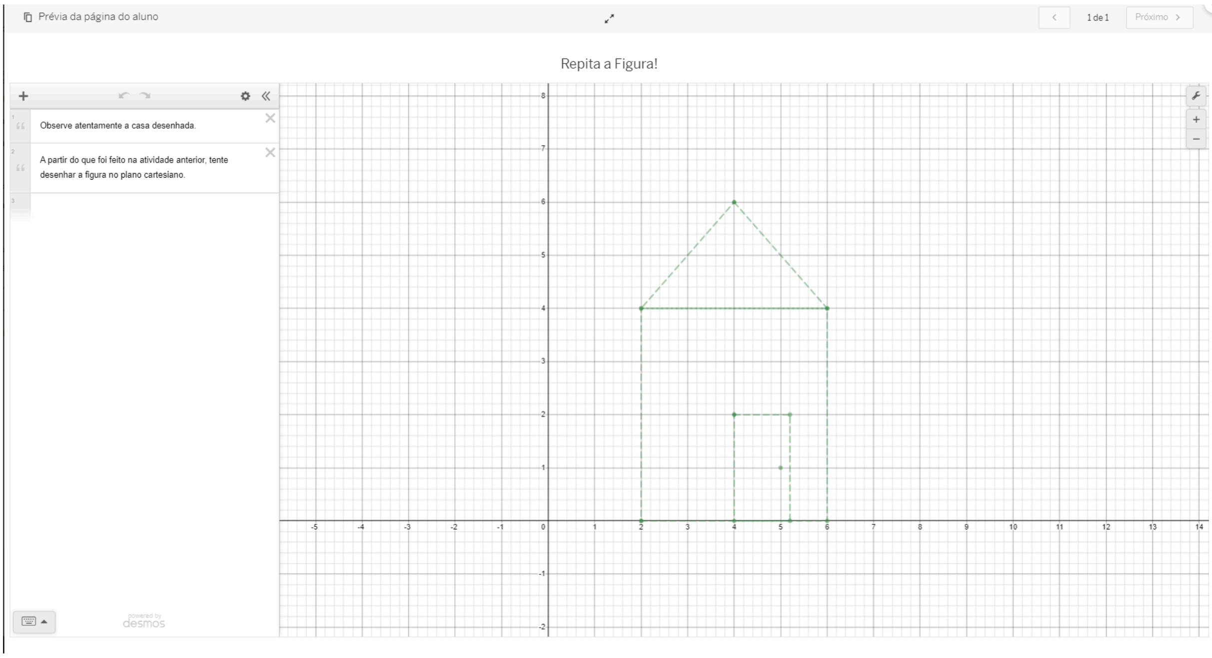
Além da realização dos desafios, ao longo de toda a atividade os estudantes serão incentivadas a todo momento a levantar os seguintes questionamentos:

- O que representam as letras *x* e *y* na tabela?
- O que os números na tabela representam?
- O que vai acontecer com o segmento se colocar determinado número na tabela?
- Qual é a relação das letras que estão na tabela com o gráfico?

3.3.2 Atividade 2 - Repita a figura!

Esta segunda atividade foi preparada na calculadora gráfica da plataforma. Utilizando tabelas de coordenadas, foi “desenhada” uma casa quadrada, com um telhado triangular, uma porta retangular, e um ponto que simula uma maçaneta, como ilustra a figura 11:

Figura 11 - Atividade 2.



Fonte: autoral.

Ao contrário da atividade anterior, esta possui somente um “nível”, cujo objetivo é que as alunas reconstruam o contorno da casa através de segmentos que elas mesmas irão criar com as tabelas de coordenadas. Para essa atividade existem duas estratégias principais que podem ser utilizadas para a sua resolução. Uma delas é utilizar somente uma tabela contendo vários pontos, formando um longo caminho entre eles. A outra é criar mais de uma tabela, o que vai criar outro segmento diferente do inicial.

3.4 CENÁRIO DE PESQUISA

A produção dos dados dessa pesquisa foi realizada em agosto de 2024, na EEEF Vila Cruzeiro do Sul, uma escola pública da rede estadual de Porto Alegre, que atende cerca de 30 alunos diariamente. Vale ressaltar que a escola está localizada em uma região ocupada por comunidades de grande vulnerabilidade social e econômica, que enfrentou um período de muitas dificuldades após as enchentes que atingiram o estado alguns meses atrás. Além disso, muitos estudantes matriculados na escola já estão com idade avançada para o ensino fundamental, com alguns já trabalhando e/ou tendo que ficar em casa para cuidar de familiares. Esses fatores demonstram o porquê de a escola possuir um número extremamente pequeno de alunos frequentes, inclusive correndo risco de fechamento.

Para a realização da pesquisa, foram convidados cerca de 10 estudantes da escola, do 6º ao 9º ano do ensino fundamental. Porém, devido aos fatos elencados anteriormente e às dificuldades enfrentadas pelas famílias, a pesquisa foi realizada com somente duas alunas da escola, uma do 8° ano e outra do 9° ano, que têm como professor titular o pesquisador desta pesquisa. Apesar da idade avançada para o que se propõe a introdução ao plano cartesiano pela BNCC, o conhecimento prévio das participantes para essa pesquisa se dá desde o conjunto dos números naturais até o conjunto dos números racionais.

Como ferramentas necessárias para a realização da pesquisa, a escola disponibilizou *Chromebooks* para que a atividade fosse produzida, além também de servir como forma de registro dos acontecimentos durante as práticas.

Antes da realização das atividades propostas, a direção da escola e as famílias das estudantes foram contatadas para que fossem aceitos a carta de anuência (Apêndice A), o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (Apêndice B) e o Termo de Assentimento (Apêndice C). Após a sua aprovação, foram agendados os horários para a realização das práticas. …

No próximo capítulo, apresentaremos a descrição do que foi feito e a análise sobre o que foi produzido com as participantes nos encontros.

4. DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Neste capítulo abordaremos a análise dos dados que foram produzidos através das atividades práticas com duas alunas que puderam participar da pesquisa. O capítulo será dividido em duas partes: uma análise para cada participante, ou seja, serão discutidos os dados produzidos através das atividades de uma aluna e após os dados produzidos pelo outra. Por motivos de sigilosidade, as alunas serão denominadas ao longo do trabalho como Participante K e Participante G.

4.1 PARTICIPANTE K

No início da primeira atividade, notou-se que a participante sentiu bastante dificuldade em como usar as ferramentas da atividade, e não com a atividade em si. Em um primeiro momento, após estar definido o objetivo da atividade para as participantes da pesquisa, foi dada a instrução de mover o segmento verde ao longo do plano cartesiano (durante as explicações não foi utilizado o termo “plano cartesiano”, mas somente a ideia de posição). A primeira dificuldade da estudante surgiu no momento de apagar os números na tabela de coordenadas para mover o segmento.

Enquanto tentava apagar os números da tabela para colocar os números convenientes de acordo com a posição do segmento, a participante apagou junto as letras *x* e *y,* o que fez com que a tabela sumisse. Nessa hora, foi apresentando à aluna a seta que realiza o comando “desfazer”. Essa situação já representou, inicialmente, o processo de tratamento que a participante realizou no começo da atividade. Segundo Duval (2012), “o tratamento é uma transformação interna a um registro”, neste caso o registro tabular em que, percebendo que a tabela é um elemento chave da atividade, a estudante tentou primeiro entender o seu funcionamento. Apesar de ser um processo mais elementar, o tratamento realizado na tabela acontece no momento em que a estudante transforma os elementos que estão presentes nela. Posteriormente, durante a análise dos níveis das duas alunas, podemos observar como a participante trocou alguns números (inclusive as letras) de lugar e como isso influenciou para que a aluna compreendesse como funciona a tabela de coordenadas. Sem compreender o uso das ferramentas da atividade, não seria possível avançar na aprendizagem dos conceitos matemáticos ali trabalhados, pois não teria como dar prosseguimento nas tentativas de resolução dos níveis propostos. Portanto, mostra-se necessário este processo de tratamento realizado pela aluna.

Em um momento inicial, no primeiro nível, ainda testando números na tabela sem muita objetividade, a estudante estava mudando as duas coordenadas das abscissas, uma de cada ponto do segmento, e percebeu que o segmento estava ficando maior em direção ao eixo das ordenadas, possibilitando o diálogo abaixo:

K: *A flechinha tá indo pro lado…a flechinha tá vindo.*

Pesquisador: Vindo pra onde?

K: *Pro lado, junto com os números* (aponta em direção ao eixo das ordenadas).

Pesquisador: E tu quer isso?

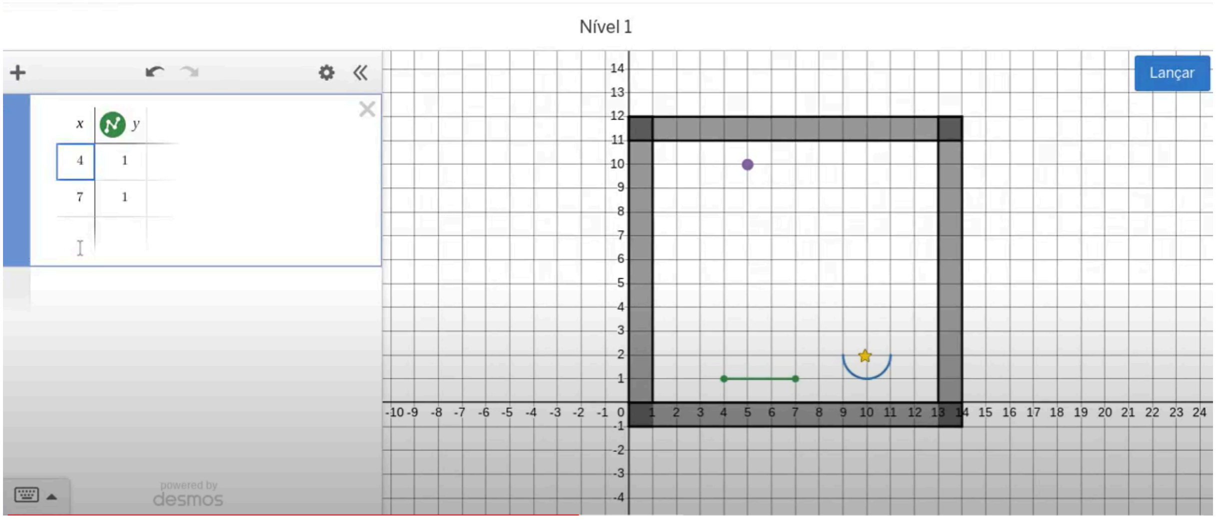
K: *Sim.*

Pesquisador: Por que?

K: *Pra bolinha cair aqui. Vou botar um 4 agora* (com a intenção de deixar o segmento embaixo de onde as bolinhas caem).

Através desse diálogo, a participante concluiu que diminuir os números que estavam relacionados ao *x* na tabela, estava fazendo o segmento "andar para a esquerda", chegando à seguinte situação:

Figura 12 - Começo do nível 1 (Participante K).



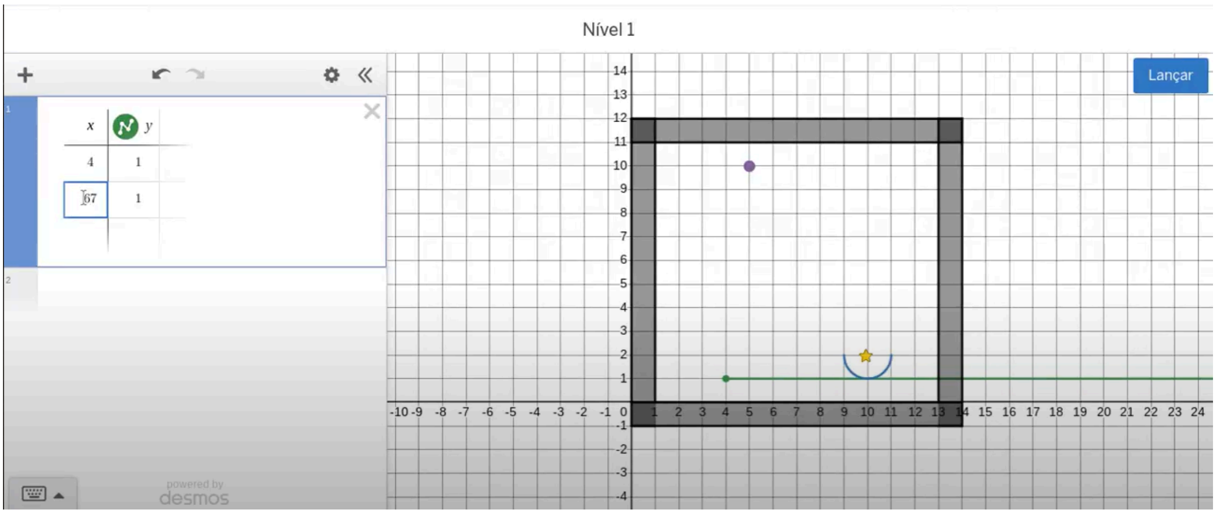
Fonte: autoral.

A partir dessa conclusão feita pela estudante, podemos observar a realização do processo de conversão entre o registro gráfico e o registro numérico, em que, mudando os números da tabela, a aluna percebe e entende a mudança que está acontecendo simultaneamente no registro gráfico. Dessa forma, através da mudança de registro entre os números e o gráfico, este processo dá início ao desenvolvimento da aprendizagem da estudante dentro dos conceitos embutidos na atividade, pois:

> para começar a procurar a solução é preciso de imediato converter as representações iniciais dos dados do problema apresentados em um registro, em representações de um outro registro e, com isso, poder trabalhar e avançar à solução do problema (DUVAL, 2014, p. 9).

Após este momento, no instante em que foi tentar trocar o número 7 pelo número 6 na tabela, a participante acidentalmente colocou o 6 na posição das dezenas, formando o número 67. A partir disso, o gráfico ficou dessa forma:

Figura 13 - Número 67 na coordenada *x* (Participante K).



Fonte: autoral.

Esse “erro” da aluna a deixou confusa por um instante, tentando entender por que o segmento estava fora do campo de visão do desafio:

K: *Oxe…olha aqui…cadê o resto da flechinha?*

Pesquisador: O que aconteceu?

K: *Eu coloquei o número aqui e ela ficou assim* (apontando que está sumindo da tela).

Pesquisador: E por que será que isso tá acontecendo?

K: *Não sei.*

Pesquisador: Observa o número que tá na tabela e observa os números que estão aparecendo aqui pra ti (apontando para o eixo das abscissas)...

K: *Ahhh! Só vai até o 24!*

Neste momento, a participante percebeu que como a tela só mostrava o eixo das abscissas até o 24, qualquer número maior que isso não iria mostrar o resto do segmento. É válido ressaltar que o desafio não tinha a opção de zoom para as alunas, então os números que estavam aparecendo nos eixos eram sempre os mesmos. A partir desta percepção, a aluna fez uma relação do eixo das abscissas com a reta numérica

K: *Tem a ver com aquela linha gigante?!*

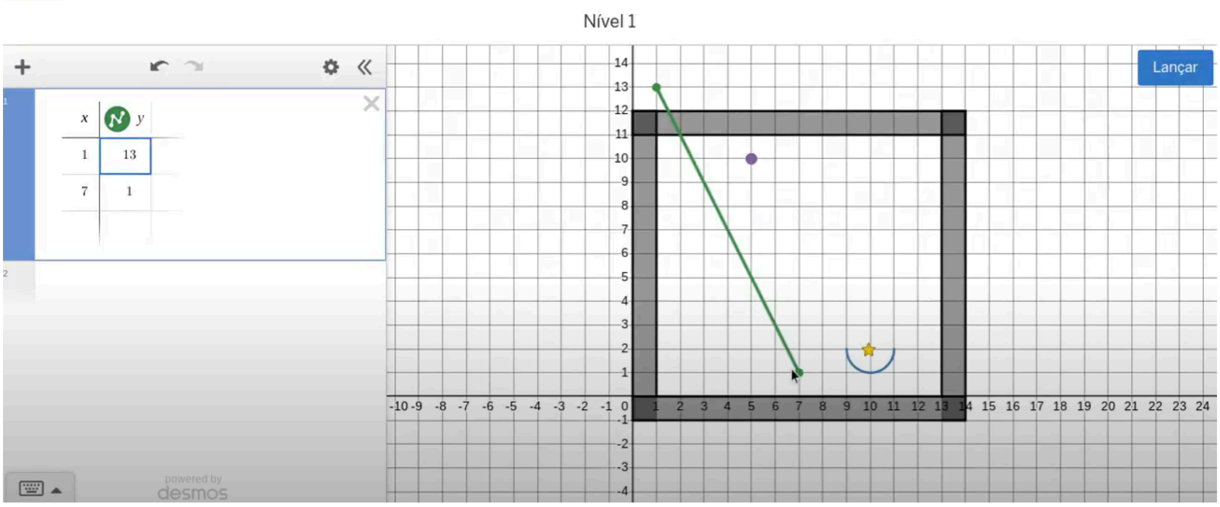
Pesquisador: Que linha gigante?

K: *Aquela com os números…-3,-2,-1 e assim vai indo não é?*

Dessa forma, ainda no primeiro nível, a estudante conseguiu relacionar o eixo das abscissas com o fato de que os números à esquerda na tabela (sem relacionar propriamente o *x* como coordenada) modificam o segmento somente para a esquerda e para direita. Percebe-se que, em um primeiro momento, a participante não realiza o processo de conversão entre os registros, e assim, não consegue dar sentido ao número que foi colocado na tabela, bem como o segmento no plano que não aparece completo na tela. É após a realização do processo de conversão entre os registros gráfico e numérico que a participante faz a relação do eixo das abscissas com a reta numérica e, através dessa relação, entende o porquê do número 67 causar este efeito no segmento.

Após algumas modificações, a aluna resolveu trocar o número 1 da coordenada *y* da primeira linha pelo 4. Observando que o segmento ficou inclinado e que um dos pontos subiu a altura, a próxima decisão da estudante foi apagar o 4 e colocar 13, para tentar deixar o ponto mais alto ainda, ocasionando na situação que mostra a figura 14.

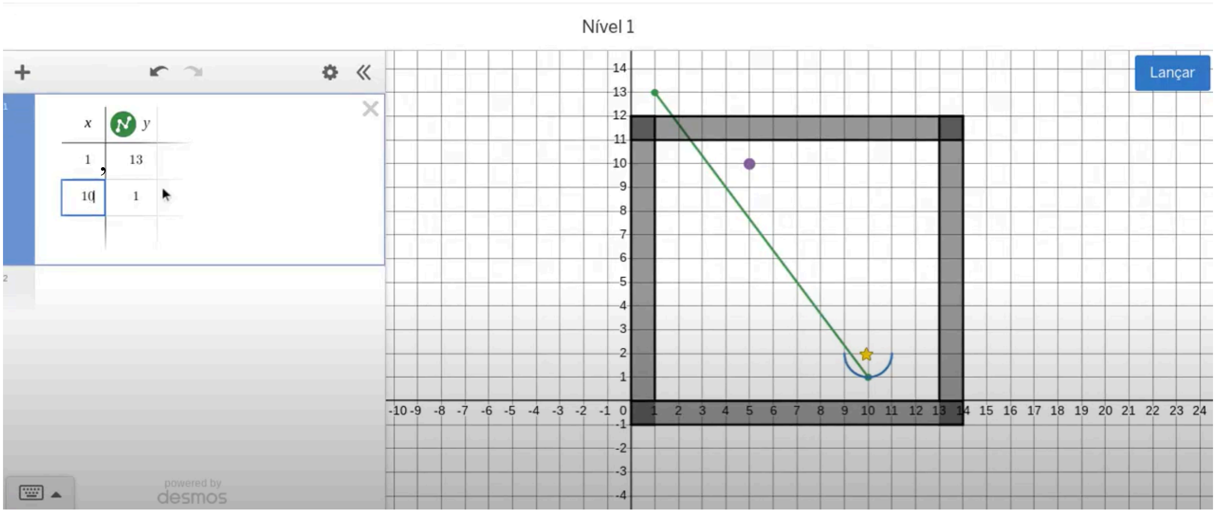
Figura 14 - Inclinação do segmento (Participante K).



Fonte: autoral.

Depois disso, a aluna logo conseguiu observar que se apertasse o botão "lançar" nesse momento, as bolinhas iriam cair fora do pote da estrela. É possível perceber através da figura 14, que a participante passa o mouse por cima do ponto (7,1) que está muito distante da estrela. Logo após, ela leva o mouse até a estrela fazendo a associação de que, para as bolinhas deslizarem até a estrela, aquele ponto precisa estar mais perto do pote. Então a estudante trocou o número 7 pelo número 10 na tabela, chegando na situação conforme a figura 15 e concluindo o primeiro nível. Nestes últimos passos da conclusão do nível 1, podemos perceber a aluna realizando os dois principais processos descritos por Duval (2012): conversão e tratamento. Analisando o lugar de onde as bolinhas estão caindo e a inclinação do segmento construído, a participante utilizou do processo de tratamento para identificar a trajetória das bolinhas até a estrela, procurando os pontos mais condizentes com a situação para decidir a inclinação final do segmento. Por fim, após este processo, a aluna realiza a conversão entre os registros para escolher os números que melhor se encaixam na tabela, a fim de “desenhar” o segmento conforme a sua necessidade.

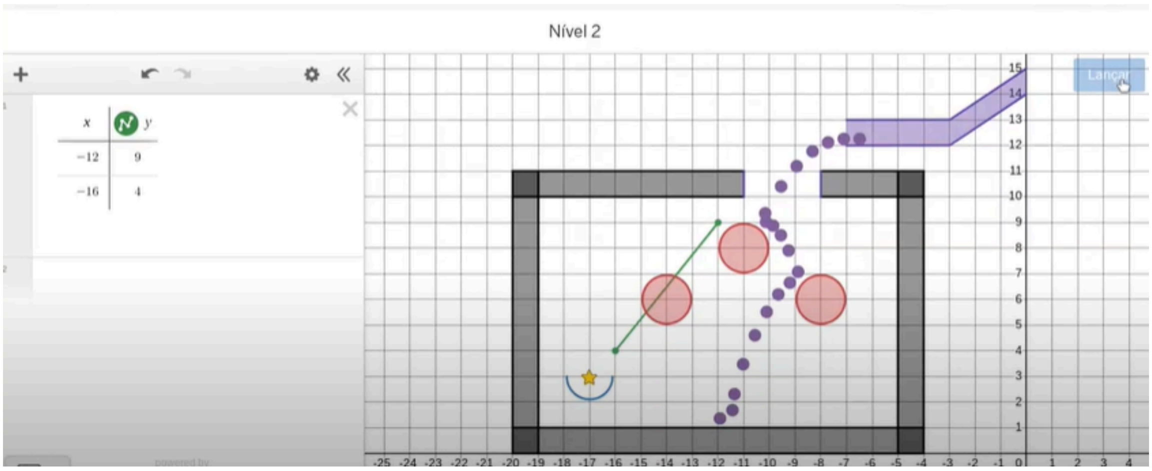
Figura 15 - Conclusão do nível 1 (Participante K).



Fonte: autoral

No segundo nível, inicialmente a estudante estava mudando somente a posição do ponto mais à esquerda da caixa, pois percebeu que o outro ponto, levando em consideração a posição inicial, já estava na posição correta (considerando o eixo das abscissas). Após algumas mudanças na tabela, na sua primeira tentativa do desafio, a aluna chegou na situação que mostra a figura 16.

Figura 16 - Primeiros passos do nível 2 (Participante K).

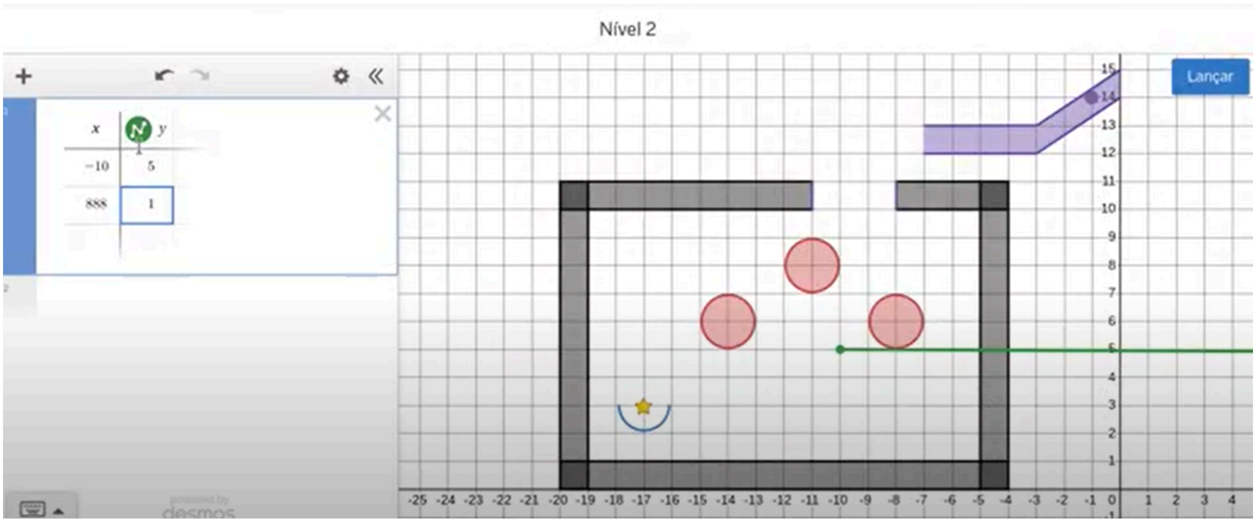


Fonte: autoral

Nesta situação a aluna realiza o processo de tratamento em relação ao registro gráfico do desafio, mas de maneira que não direcionou ao progresso na conclusão do nível, pois a posição do segmento colocado pela participante não considera o trajeto das bolinhas em relação aos obstáculos, que poderia ser previsto analisando os obstáculos e trajetória das bolinhas antes de realizar a tentativa. Depois de analisar a situação e observar o trajeto das bolinhas, a estudante trocou o número 9 da coordenada *y* do ponto mais acima para o número 5, a fim de colocar o segmento mais abaixo para "buscar" as bolinhas que estão caindo ali.

Entre uma tentativa e outra, a aluna colocou o número 888 na coordenada das abscissas do ponto de baixo da tabela, como forma de brincadeira durante o desafio.

Figura 17 - Número 888 na coordenada *x* (Participante K).



Fonte: autoral

Entretanto, após mudar repetitivamente a coordenada *y* do ponto embaixo, a aluna começou a indagar por qual razão o segmento não estava mudando:

K: *Não to conseguindo subir pra cima. Como que faz pra subir?*

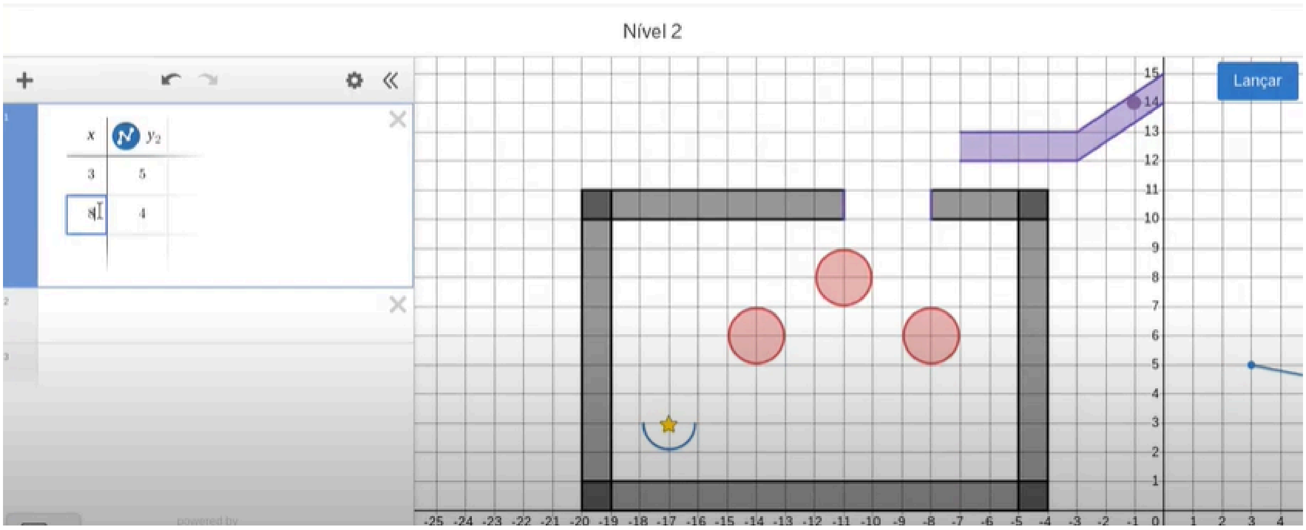
Pesquisador: Observa o número na tabela (apontando para o 888) e observa os números que estão aparecendo no gráfico. Olha a diferença…

K: (Troca o 888 pelo número 1). *Olha dá pra ver agora!*

Após esse diálogo, a estudante continuou tentando colocar o segmento em uma posição que lhe fosse conveniente. Depois de tentar algumas vezes, quando foi apagar um número que não deu certo, a aluna segurou muito o botão de apagar e acabou excluindo acidentalmente a tabela. Devido ao fato de que ela tentou sair e entrar na atividade para a tabela voltar a aparecer, a seta com o comando de desfazer não estava disponível. Aproveitando o ocorrido, foi apresentada às alunas uma ferramenta que poderia ajudá-las a resolver os desafios: criar uma nova tabela de coordenadas.

Quando criada uma nova tabela, ela começa sem os números e também, consequentemente, sem aparecer pontos no gráfico. Isso deixou a participante muito confusa, então para facilitar, foi instruído a colocar números quaisquer nos mesmos lugares de antes, para que assim o segmento pudesse ser visualizado. Sendo assim, os números que ela digitou foram 1 e 2 no primeiro ponto e 3 e 4 para o segundo ponto. Quando isso foi feito, o segmento apareceu no canto do primeiro quadrante, onde só tem números positivos. Ao colocar o número 8 na coordenada *x* do ponto embaixo, a estudante conseguiu perceber que o segmento foi para a direita, ficando uma parte para fora da tela novamente.

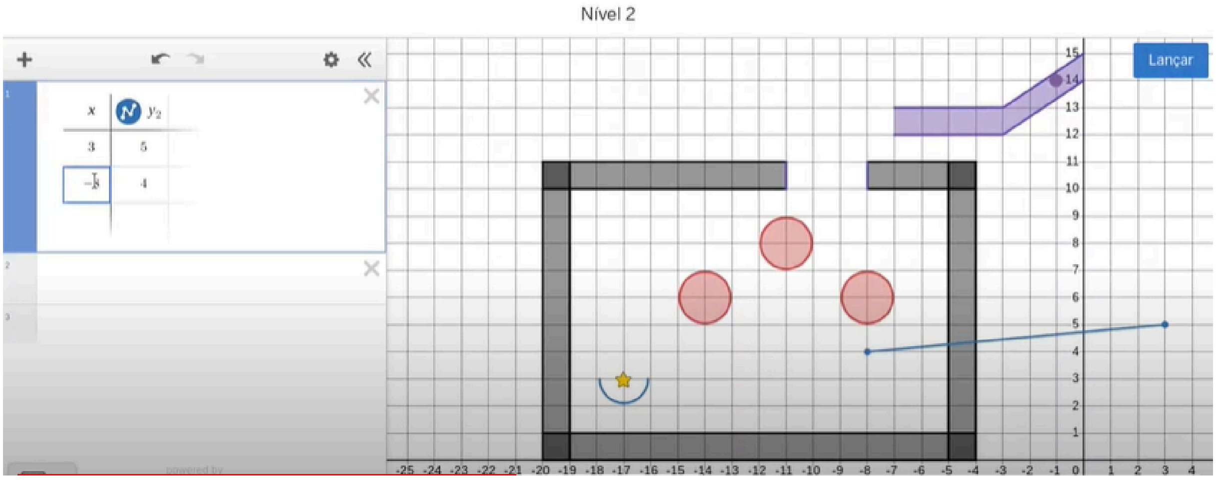
Figura 18 - Números positivos e negativos (Participante K).



Fonte: autoral

Entretanto, dessa vez, analisando com os dedos os números dos eixos, e percebendo a diferença que os números à direita do eixo das ordenadas eram positivos e os à esquerda eram negativos, a aluna colocou colocou o sinal negativo na frente do número que digitou, podendo ver agora os dois pontos do segmento aparecendo.

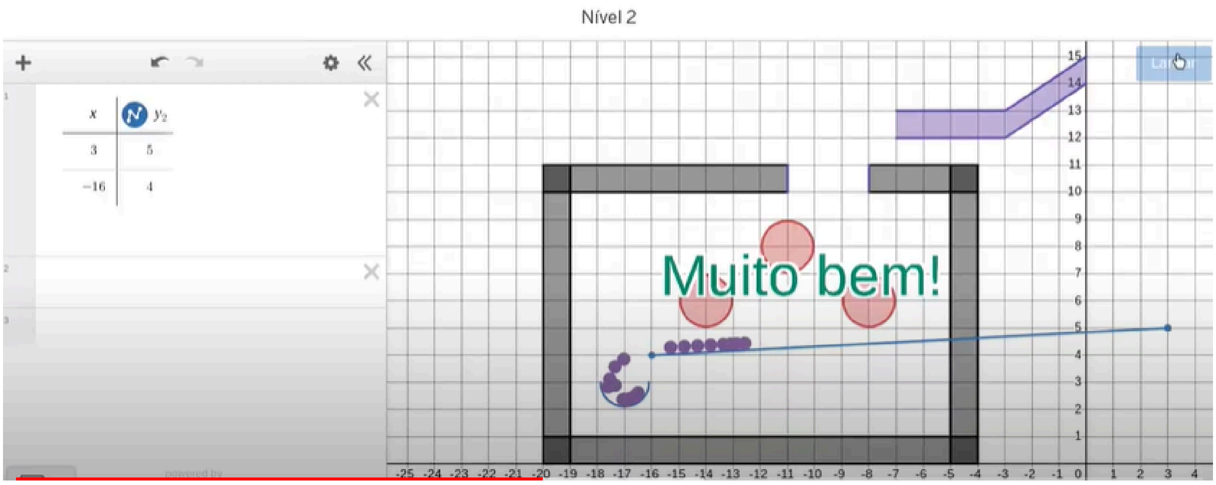
Figura 19 - Sinal negativo no número (Participante K).



Fonte: autoral

Após essa análise, a aluna só precisou mudar o número da coordenada *x* e concluiu o segundo nível. Os processos realizados neste nível foram importantes para analisar o estudo de mais de um tipo de representação na atividade. Notava-se que, até o momento, era mais natural para a participante estudar primeiramente o registro gráfico, para entender como seria feita a conclusão de determinado nível. Porém, este nível evidenciou como também é importante o tratamento realizado no registro tabular pois, sem entender o funcionamento da tabela de coordenadas e o que são os elementos dela, não há como realizar o processo de conversão entre registros.

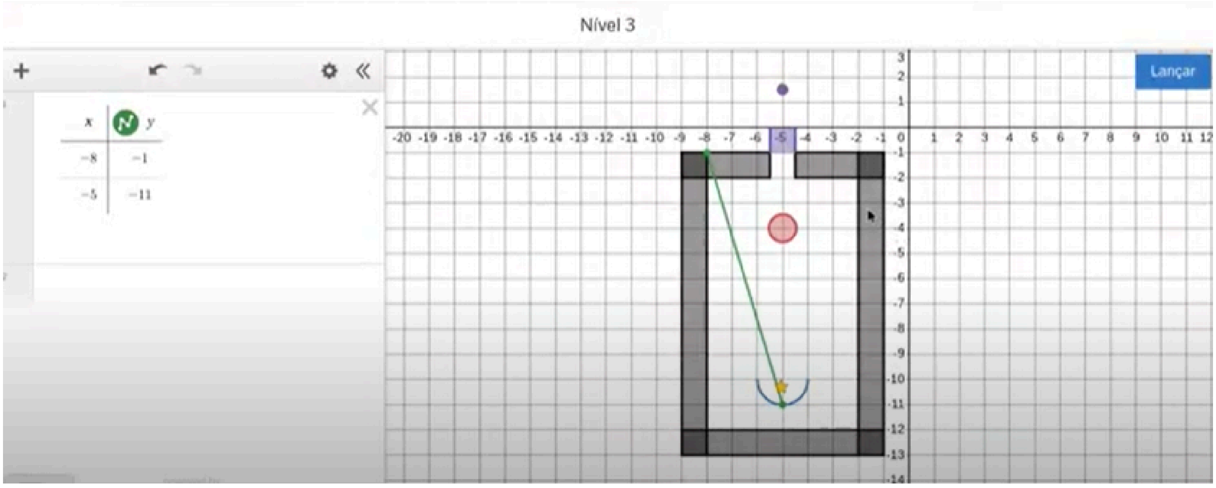
Figura 20 - Conclusão do nível 2 (Participante K).



Fonte: autoral

No terceiro nível, a participante começou colocando coordenadas que deixassem o segmento mais para a esquerda do pote onde tem a estrela. Após mudar algumas vezes a coordenada *x* de cada ponto, a aluna se viu novamente não conseguindo colocar o ponto do segmento para cima, para que ele ficasse inclinado em relação a estrela, até que decidiu mudar a coordenada *y* e percebeu que dessa vez a inclinação do segmento mudou. Dessa forma, trocou a coordenada somente uma vez e chegou na situação apresentada na figura 21, que levou à conclusão do nível 3 na primeira tentativa. Nota-se que a estudante realizou simultaneamente o tratamento e a conversão entre os registros numérico, gráfico e tabular, ao entender que a coordenada *y* seria responsável por mudar a altura do ponto, assim como o número que possibilitaria a conclusão do nível na primeira tentativa.

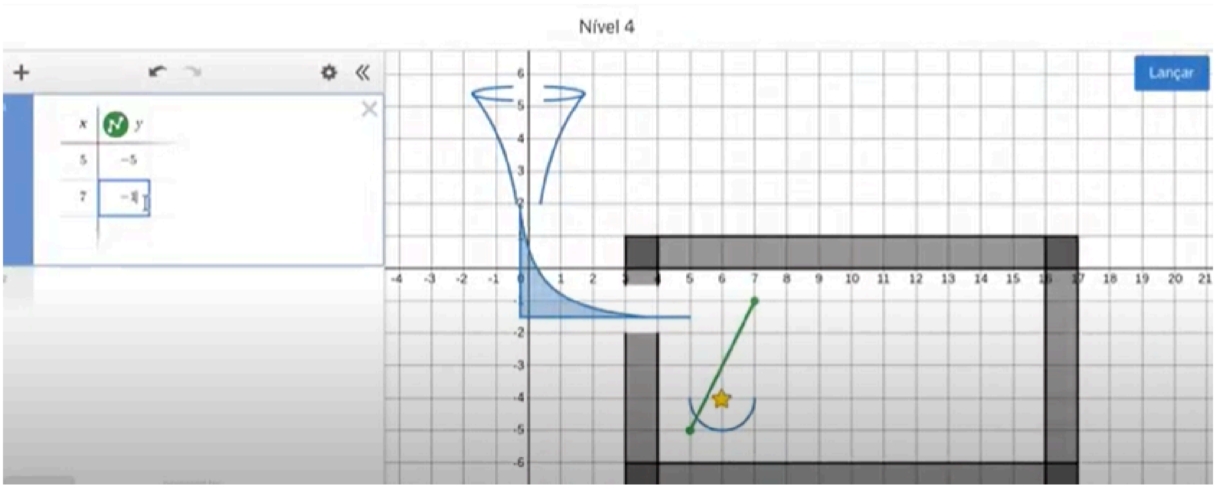
Figura 21 - Conclusão do nível 3 (Participante K).



Fonte: autoral

No quarto nível, a primeira decisão da aluna, dessa vez, foi trocar o número da coordenada *y*, ao invés do *x*, deixando o gráfico da seguinte maneira:

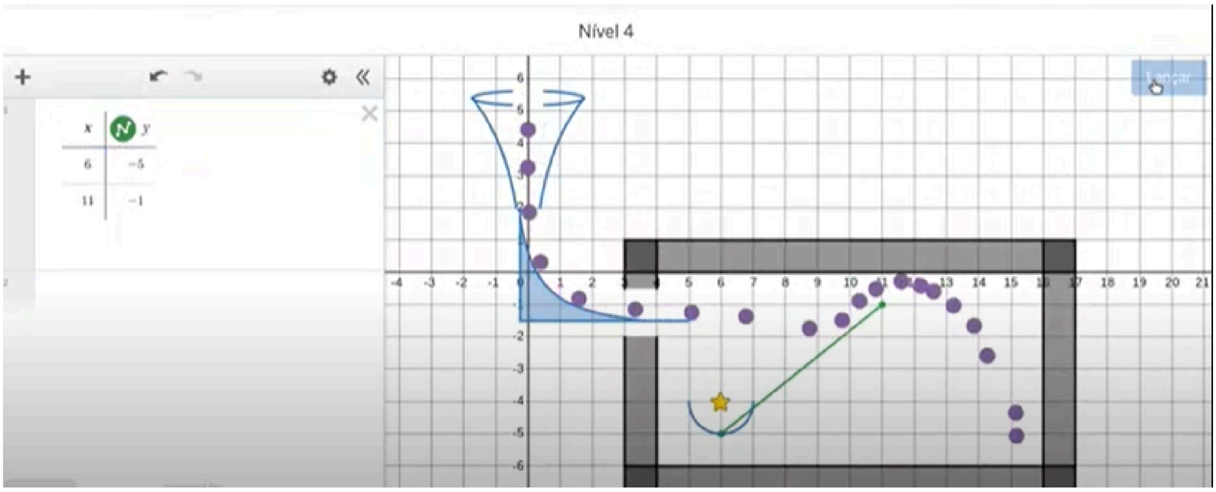
Figura 22 - Primeiros passos do nível 4 (Participante K).



Fonte: autoral

Ao fazer isso, percebeu que o segmento estava tampando a estrela na hora que as bolinhas chegassem dentro da caixa. Dessa forma, decidiu desfazer a mudança na coordenada *y* e trocou o número 7 por 10, para depois mudar de novo o *y*, voltando a altura anterior, a fim de que o segmento pudesse continuar inclinado como estava, porém mais à direita sem tampar a estrela. Neste momento foi feita uma intervenção com a participante questionando se precisava refazer a troca das coordenadas para mudar a posição horizontal do segmento, ou se dava para mudar esse sentido sem precisar mexer na altura. A aluna então desfez a sua última mudança e percebeu que, de fato, ela poderia ter colocado a coordenada *x* mais para direita sem precisar ter voltado atrás em relação à altura daquele ponto. Em resumo, a tentativa da estudante ficou da seguinte forma:

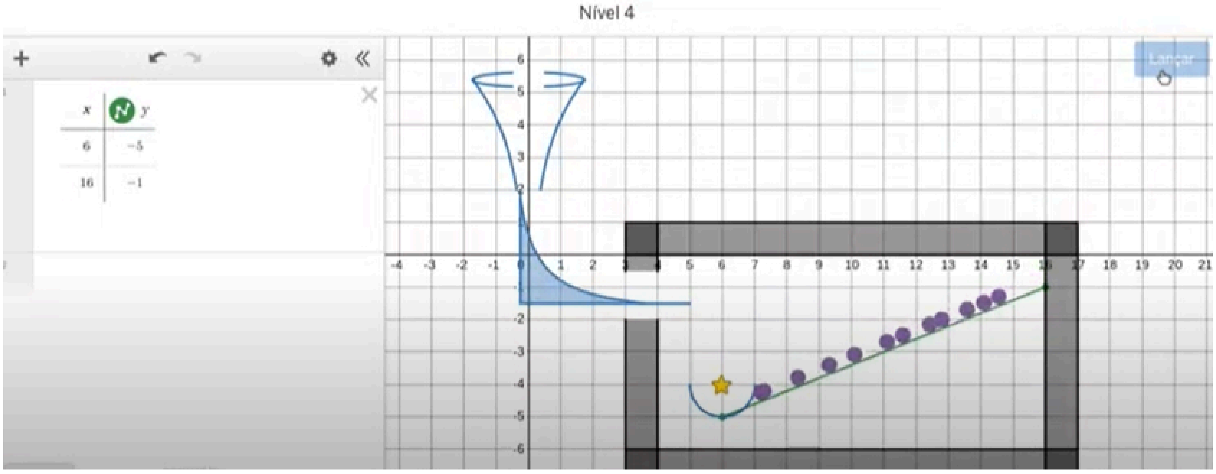
Figura 23 - Fazendo a “rampa” até a estrela (Participante K).



Fonte: autoral

A intenção da aluna era fazer uma rampa que levasse as bolinhas até a estrela após elas entrarem na caixa. Entretanto, como as bolinhas chegaram no segmento com muita velocidade, acabou que elas passaram direto e não desceram a rampa até o pote. Para solucionar essa situação, a estudante “levou” o segmento até a extremidade da caixa onde as bolinhas poderiam bater e voltar. Acontece que, ao fazer isso, sem mudar as coordenadas do outro ponto do segmento, as bolinhas acabaram batendo no pote sem conseguir pegar a estrela, como mostra a figura 24:

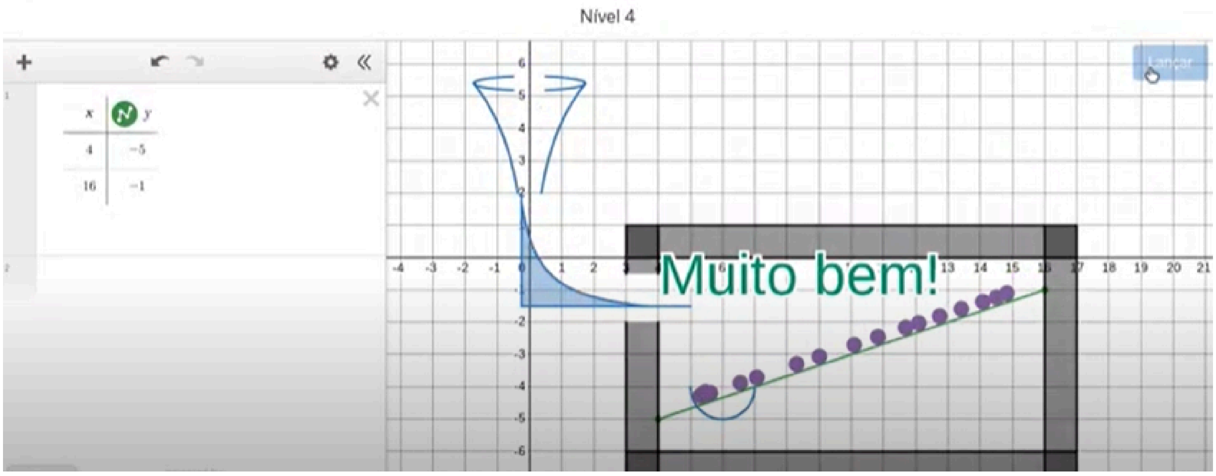
Figura 24 - Batendo no pote (Participante K).



Fonte: autoral

Para solucionar esse problema, a participante tentou primeiro substituir a coordenada *x* de 6 para 5, porém assim as bolinhas também bateram na pequena extremidade do pote. Então, tentou o 4 no lugar do 5 e o segmento ficou como mostra a situação da figura 25, levando à conclusão do nível. Neste quarto nível, nota-se que a repetição do mesmo tratamento sendo realizado nos outros níveis (de formar uma rampa das bolinhas até a estrela), leva a participante a pensar indiretamente como essa sendo a forma natural de realizar os desafios. Assim como nos outros níveis, e também como veremos neste nível com a outra participante, há outras formas de concluir as outras fases da atividade, porém a repetição da solução de criar uma rampa com o segmento induz a participante a considerar essa a maneira básica de concluir os níveis.

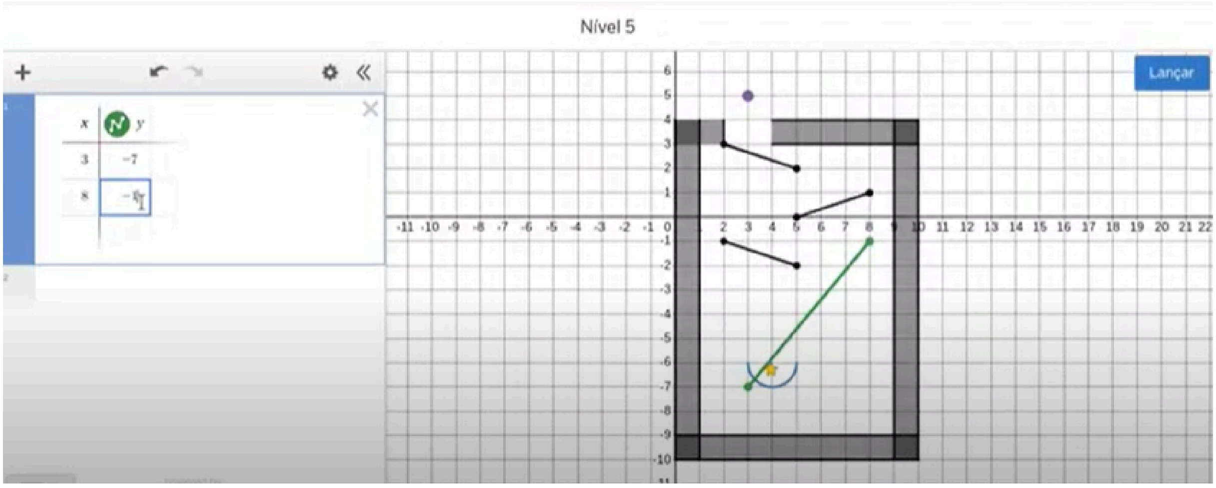
Figura 25 - Conclusão do nível 4 (Participante K).



Fonte: autoral.

No nível 5, a aluna compreendeu rapidamente como seria a trajetória das bolinhas. Sendo assim, primeiramente mudou a coordenada *x* de um dos pontos de 5 para 8 e, depois disso, mudou a ordenada deste mesmo ponto para -1, chegando na seguinte situação:

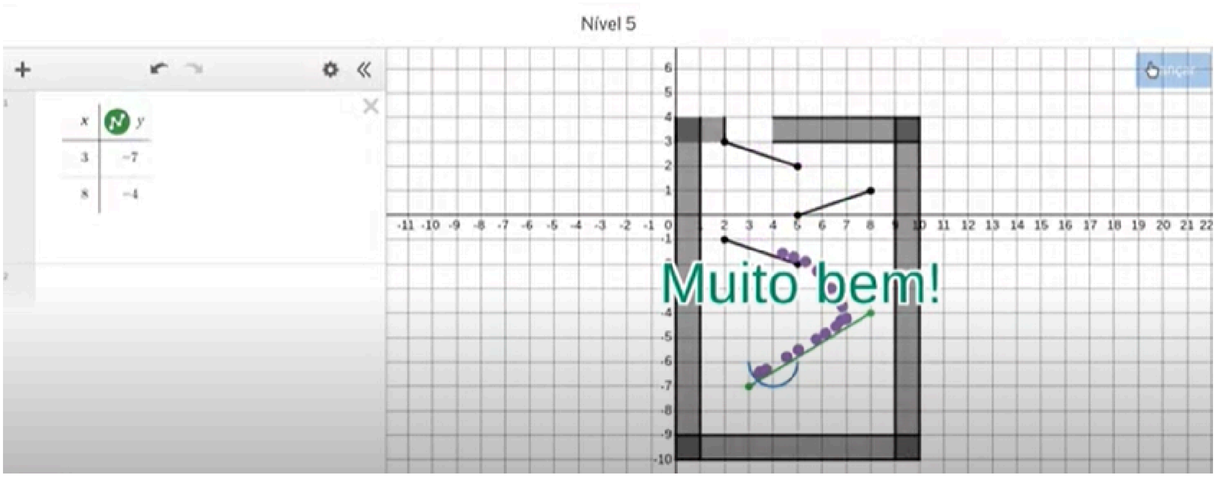
Figura 26 - Primeiros passos do nível 5 (Participante K).



Fonte: autoral

Observando o segmento nesta posição, a participante percebeu que as bolinhas não conseguiriam chegar até a estrela, pois o segmento estava muito alto e as bolinhas passariam direto. Portanto, antes de realizar a tentativa, trocou a ordenada do ponto (8,-1) para -4, onde o segmento não ficou na frente da estrela, permitindo que a participante concluísse o nível. Na conclusão do último nível dessa atividade, a participante evidenciou uma certa naturalidade durante o processo de tratamento no registro gráfico, que foi realizado quase instantaneamente (também devido ao padrão dos segmentos já construídos), o que facilitou também o processo de conversão que possibilitaria a compreensão dos conceitos para concluir a atividade.

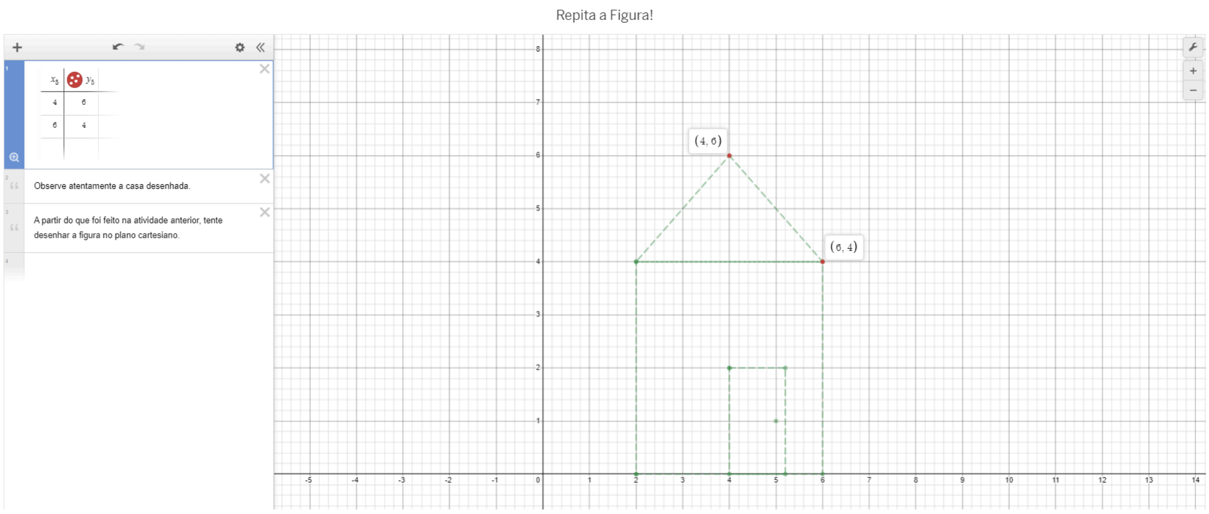
Figura 27 - Conclusão do nível 5 (Participante K).



Fonte: autoral

Para a segunda atividade, a estratégia que a participante utilizou foi criar vários pontos dentro de uma mesma tabela de coordenadas e, dessa forma, cada segmento é uma continuação do ponto de um segmento anterior. Além disso, a participante observou os pontos da casa que já estava "desenhada" e os tomou como referência para colocá-los na tabela.

Figura 28 - Início da atividade 2 (Participante K).

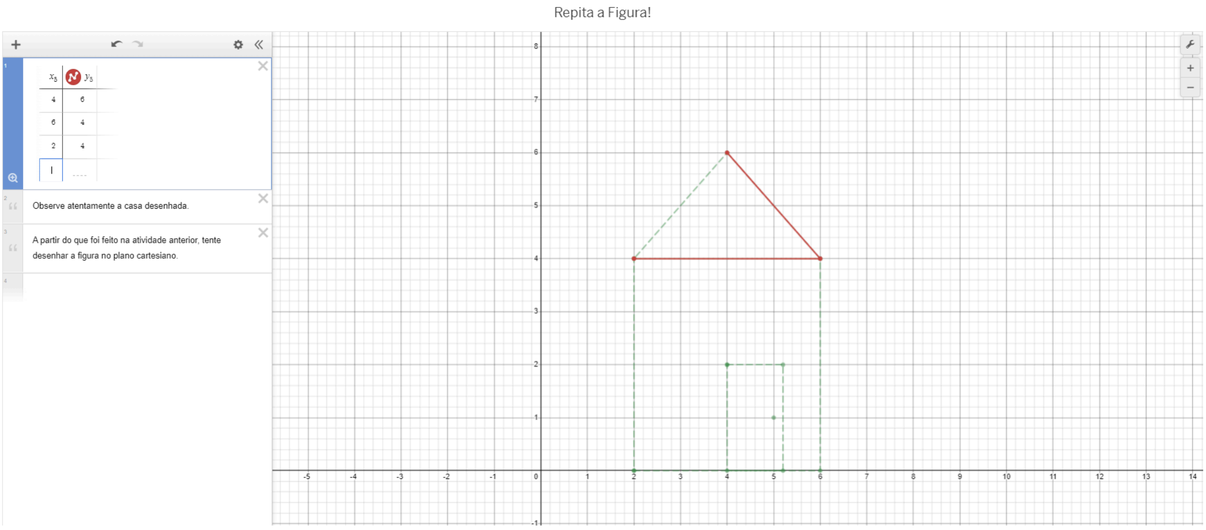


Fonte: autoral

A figura 28 mostra como a participante, antes mesmo de fazer a linha dos segmentos que irão contornar a casa, observou as coordenadas de cada ponto, fazendo a conexão entre eles. Percebe-se na estratégia inicial da participante, a decisão interna de realizar o processo de tratamento em cada um dos registros apresentados na atividade. Entretanto, foi através da conversão realizada após a internalização dos tratamentos processados anteriormente, que foi possível compreender os valores e o funcionamento da criação de segmentos para contornar a figura.

Após o processo anterior, a participante criou mais um ponto do telhado e ligou na tabela a opção de mostrar as linhas entre os pontos, conectando os pontos criados e chegando na seguinte situação:

Figura 29 - Fazendo o telhado (Participante K).



Fonte: autoral

Neste momento a estudante ficou com dúvida sobre como fazer para "fechar" o telhado da casa, conectando até o ponto mais acima.

K: *Como que faz pra chegar ali?*

Pesquisador: Como que tu fez com os outros pontos?

K: *Eu coloquei pra onde ele vai, mas ali já tem o ponto.*

Pesquisador: E não pode repetir?

K: *Não sei…acho que sim. Mas depois tem que voltar?*

Pesquisador: Como assim voltar?

K: *Tipo voltar com a linha. Vim pra cá de novo pra depois descer.*

Pesquisador: Isso!

K: *E não tem como fazer de outro jeito? Pra não ficar repetindo?*

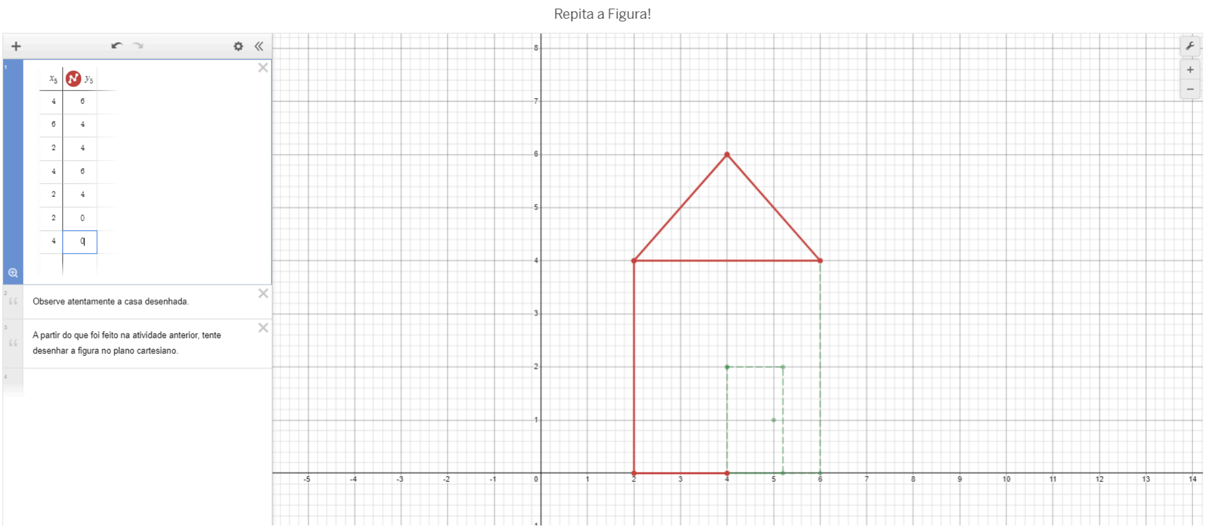
Pesquisador: Pode ter. Como teria que ser feito nesse caso?

K: *Acho que fazer outro caminho…é tipo aquele desafio do TikTok!!*

Aqui nota-se que a participante já havia internalizado que os pontos estão montando um caminho com os segmentos, porém não realizou o tratamento no registro algébrico para perceber um outro caminho que não repetisse os pontos entre segmentos. Por outro lado, a estudante se lembrou de um filtro do *TikTok*, em que o desafio é conectar todos os pontos de uma figura sem repetir nenhuma das conexões. A partir da análise anterior, a aluna tentou com os dedos formar um caminho no telhado que não precisasse repetir nenhum segmento, chegando a conclusão de que teria uma caminho mais simples se tivesse iniciado pelo par ordenado (2,4). Entretanto, a participante preferiu manter os pontos que já tinha digitado e seguir a atividade com os segmentos que já estavam "desenhados".

Em seguida, a aluna digitou o ponto mais acima da figura, formando o último segmento do telhado. A partir daí, a estudante digitou em sequência os pontos (2,4), (2,0) e (4,0), formando a parede esquerda e uma parte do chão da casa.

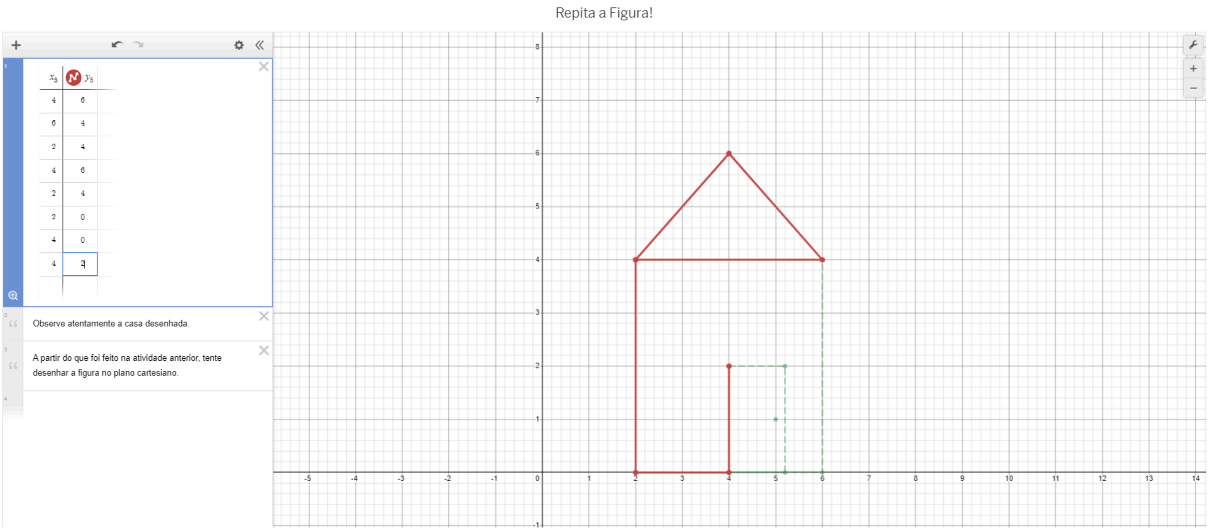
Figura 30 - Fazendo a parede e o chão (Participante K).



Fonte: autoral

Neste momento, a participante se perguntou qual seria o próximo caminho a ser feito, isto é, se continuaria fazendo o chão ou a porta da casa. Novamente, foi retomada a discussão sobre os caminhos a se fazer com os segmentos, pois escolhendo fazer a porta, seria preciso repetir os pontos na parte do chão da porta. Entretanto, continuando pelo chão da casa até a próxima parede, seria necessário digitar os pontos novamente para o segmento voltar e “desenhar” a porta. A aluna então percebeu que devido ao ponto inicial da tabela, independentemente do caminho escolhido, algum segmento iria se repetir. O interessante nesta situação é que não fazia parte das propostas iniciais da atividade que o caminho escolhido fosse o mais curto, mas a aluna se sentiu desafiada a conseguir achar o caminho com menos pontos.

Figura 31 - Fazendo a porta (Participante K).



Fonte: autoral

Então, após esse momento, a participante optou por continuar o desenho pela porta e, para isso, digitou o par ordenado (4,2), como mostra a figura 30.

Infelizmente, logo em seguida, a escola onde estava sendo realizada a pesquisa sofreu com falta de energia e, com isso, não foi possível completar a segunda atividade com as participantes. Apesar disso, observou-se que, através das transformações de representações, as duas atividades proporcionaram um potencial para o aprendizado de conceitos do plano cartesiano. A seguir, será feita uma síntese sobre o que foi possível observar do trabalho realizado com a Participante K.

4.1.1 Síntese das atividades da Participante K

Durante o começo da primeira atividade, foi possível notar que a estudante se interessou em testar a interatividade das ferramentas, explorando os elementos presentes na atividade. Entretanto, o anseio por testar a dinâmica do software não gerou nenhuma reflexão inicial por parte da aluna sobre os diferentes tipos de registros ali presentes. Inicialmente, foi possível analisar que, apesar de realizar transformações dentro de cada registro, que caracterizam o processo de tratamento, a participante não realizou a conversão entre registros, que segundo Duval (2012), é fundamental para a aprendizagem dos conceitos trabalhados. Dessa forma, o uso inicial da ferramenta não proporcionou nenhuma forma de internalização sobre o que estava acontecendo na atividade ao fazer as mudanças nos números da tabela.

Após os primeiros diálogos e algumas mudanças no registro numérico, a participante iniciou o processo de conversão, e assim, obteve uma compreensão inicial sobre o que os números estavam influenciando o segmento no plano cartesiano. Um momento crucial de conversão ocorre quando a aluna, após colocar um valor muito alto na coordenada x, percebe que o segmento sai da tela devido à limitação do eixo das abscissas. Neste momento, a estudante realiza uma conversão entre os registros gráfico e tabular, observando que os números maiores que 24 no eixo *x* não aparecem no gráfico, compreendendo a relação entre as coordenadas inseridas e a visualização dos segmentos no plano cartesiano. Essa conclusão é uma evidência de que a conversão entre registros foi fundamental para o entendimento do problema.

Além disso, foi possível notar um padrão, ao longo dos níveis concluídos, nas maneiras que a participante escolheu como solução para os desafios. Através dos processos de tratamento que a aluna fez no registro gráfico durante as reflexões iniciais sobre cada nível, observou-se que as soluções buscadas nos problemas se assemelhavam ao imaginar o segmento em formato de rampa (em direção à estrela). Entretanto, mesmo sabendo dessa solução, os níveis foram concluídos somente após o processo de conversão entre os registros, que possibilitou a participante a compreender em qual posição e inclinação o segmento precisou terminar, em cada um dos níveis.

Esta situação também se mostrou presente ao analisar o processo de resolução da aluna durante a segunda atividade. Percebe-se que a participante traçou uma estratégia inicial, que planejou através dos processos de tratamento que realizou dentro de cada registro, porém foi com o processo de conversão entre eles que a aluna obteve o par ordenado que representava o ponto desejado no gráfico, e obtendo com a conexão entre os pontos, os segmentos que contornavam a figura.

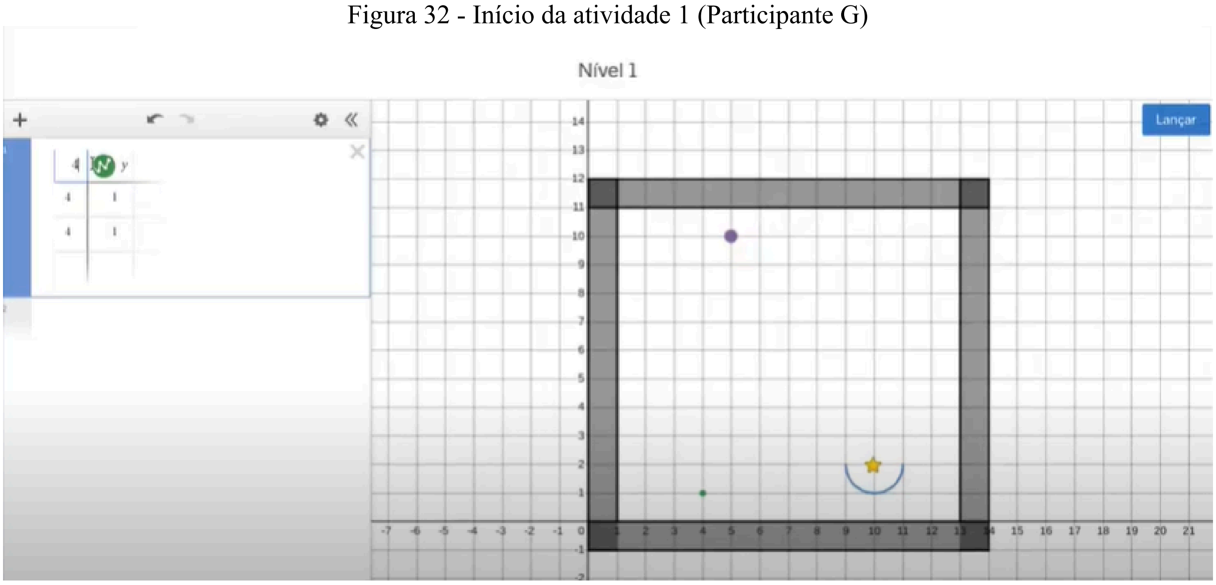
As duas atividades realizadas com a participante K evidenciam como os processos de tratamento e conversão são centrais para a compreensão de conceitos matemáticos. O tratamento ocorreu em vários momentos, especialmente quando a estudante manipulava diretamente os valores nas tabelas e também quando traçava estratégias para as mudanças no gráfico. Contudo, foi no processo de conversão que a aluna encontrou as maiores dificuldades e, ao mesmo tempo, obteve as compreensões sobre as relações entre os registros que possibilitaram o aprendizado dos conceitos trabalhados.

A conversão entre os registros numérico, tabular e gráfico foi essencial para que a participante compreendesse as relações entre os números que inseriu na tabela e a forma como esses números se manifestaram visualmente no plano cartesiano. Esses momentos de conversão foram determinantes para a progressão da aluna nas atividades e para o desenvolvimento de uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos do plano cartesiano, neste caso o par ordenado, a tabela de coordenadas e as relações entre os eixos e os números presentes no gráfico.

4.2 PARTICIPANTE G

Assim como a outra participante, no início da primeira atividade, essa aluna também teve um pouco de dificuldade para colocar os números na tabela. No primeiro nível, a estudante já tinha pensado onde queria colocar o segmento. Entretanto, tentou colocar o número da coordenada no lugar da letra *x*, ao invés de onde estavam os números, conforme a figura 32. Percebe-se neste momento, a mesma situação da outra participante no início do primeiro nível, que é a dificuldade no entendimento do funcionamento da tabela de coordenadas. Assim como foi analisado com a aluna K, isso ocorre devido ao fato de que ainda está sendo realizado o processo de tratamento do registro tabular e, portanto, não há o conhecimento pleno das regras existentes, próprias desse registro. No momento em que a aluna digita o número 4 no lugar do *x*, nota-se que as coordenadas das abscissas de ambos os pares ordenadas são trocadas para aquele número.

Figura 32 - Início da atividade 1 (Participante G)



Fonte: autoral

Aparecendo somente um ponto na coordenada (4,1), essa situação propiciou o seguinte diálogo com a participante:

G: *Eu queria colocar no 6 e no 4…*

Pesquisador: Colocar o que?

G: *O ponto* (apontando para o par ordenado (9,1).

Pesquisador: E o que aconteceu?

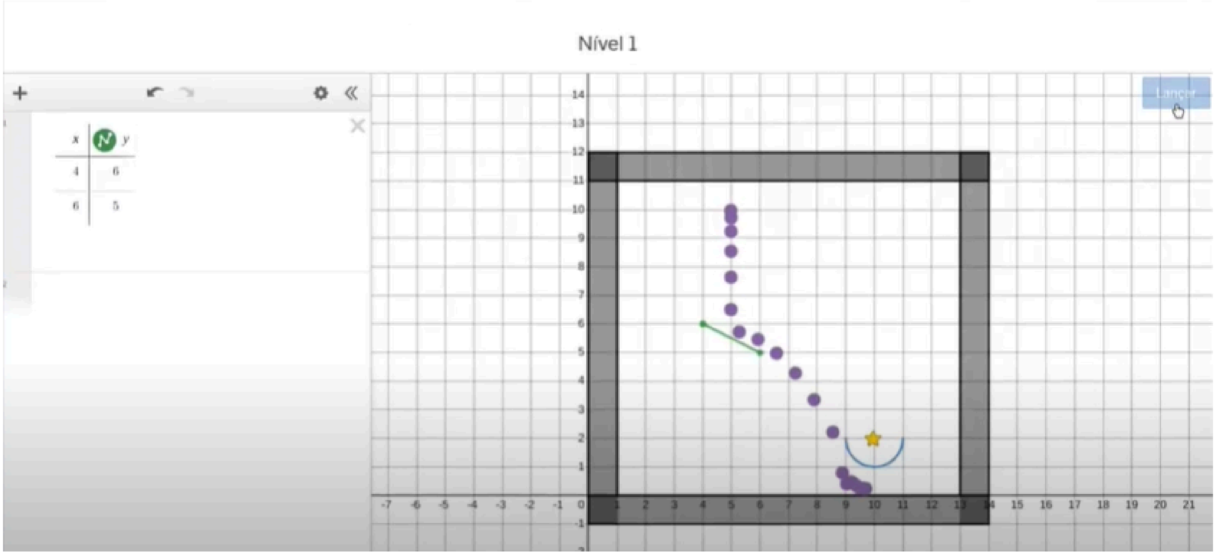
G: *Eu fui colocar o 4 e ficou o 4 no outro ali embaixo também.*

Pesquisador: E já tentou colocar o número em outro lugar?

G: *Ahhh…então tem que colocar no lugar dos números!*

Após o diálogo, a participante fez uma primeira tentativa colocando os pontos nas coordenadas (6,5) e (5,6). Entretanto, as bolinhas deslizaram pelo segmento e caíram um pouco antes do pote da estrela.

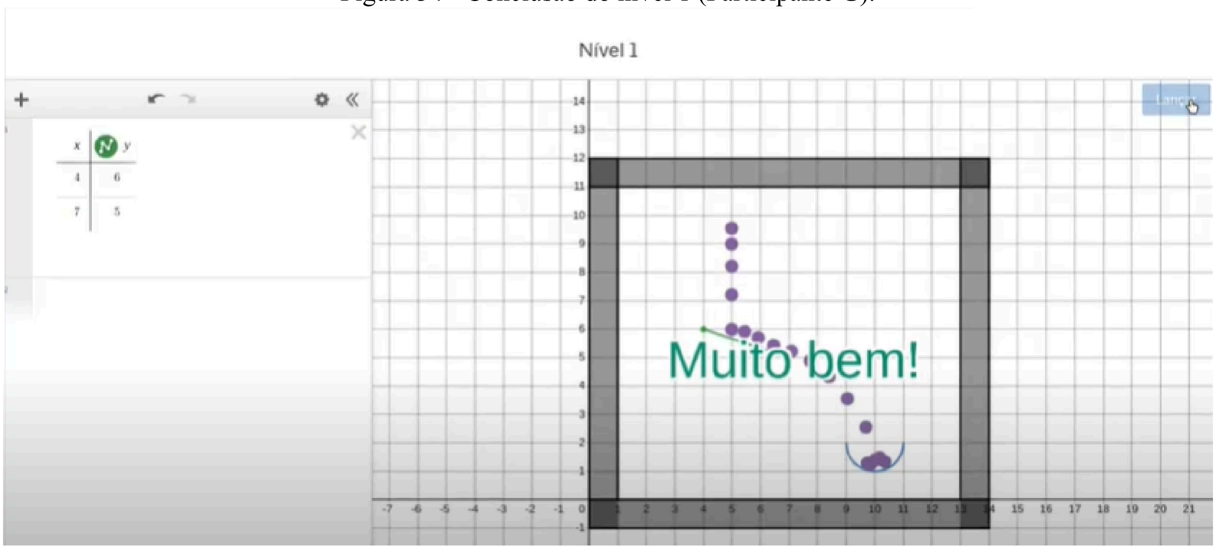
Figura 33 - Segunda tentativa (Participante G).



Fonte: autoral

Como forma de solução, a aluna "alongou" o segmento, trocando o par ordenado (6,5) pelo par ordenado (7,5), e assim, concluindo o primeiro nível da atividade. Percebe-se que, para concluir o desafio, mesmo realizando o tratamento dos registros presentes na atividade, foi após o processo de conversão entre os registros que a participante encontrou e compreendeu a solução necessária para a conclusão deste nível.

Figura 34 - Conclusão do nível 1 (Participante G).



Fonte: autoral

O segundo nível, por algum motivo desconhecido, não carregou corretamente no computador da aluna, apesar de várias tentativas. Portanto, a estudante não pôde realizar o nível 2 da atividade.

No terceiro nível, a participante primeiramente lançou as bolinhas sem mudar nada nos números porque queria ver para qual lado elas iriam cair. Analisando a situação, viu que as bolinhas caíram para a direita, e a partir disso começou a pensar onde deveria colocar os pontos do segmento. Na primeira tentativa, colocou somente números positivos, porém os elementos da atividade neste nível estão todos no quarto quadrante. Portanto, em um primeiro momento a estudante não estava conseguindo encontrar onde o segmento estava e pediu ajuda para tentar entender o que estava acontecendo:

G: *Eu to colocando os números no lugar certo, mas não tem nada aparecendo.*

Pesquisador: Observa os números da tabela, onde os pontos deveriam estar?

G: *Ahh…eles tão lá no canto…mas como que vai botar dentro da caixa?*

Pesquisador: Olhando pras linhas dentro da caixa, elas chegam em quais números?

G: *Nesses aqui* (apontando para os números nos eixos).

Pesquisador: E o que todos eles têm em comum?

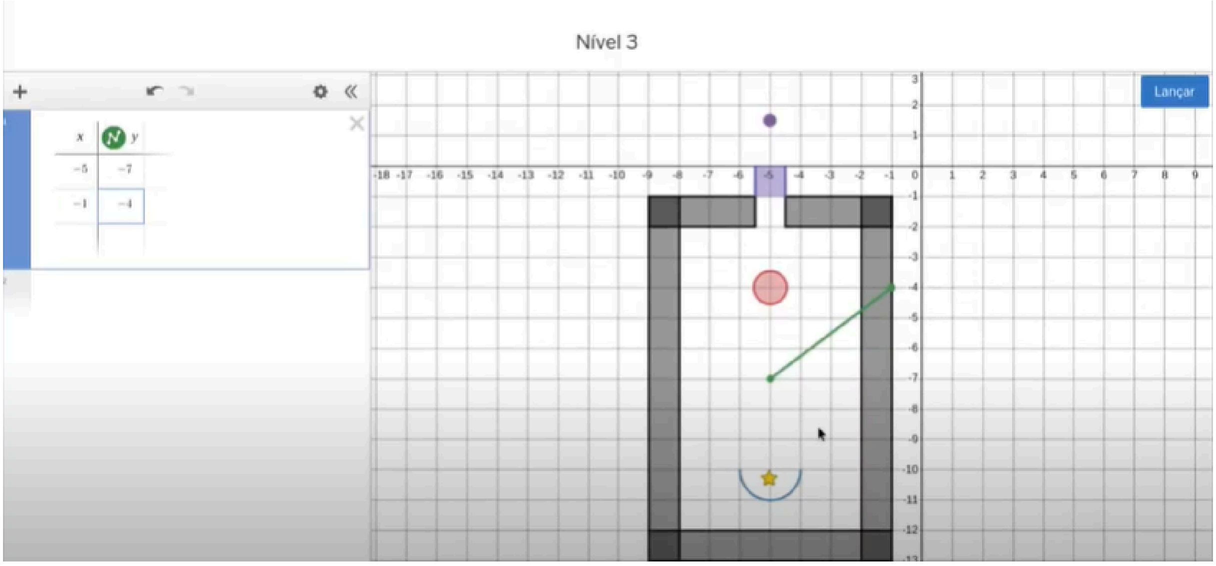
G: *O menos?*

Pesquisador: Exato!

G: *Hmm…então nessa aqui vai menos em todos.*

Através do que a participante falou, foi possível observar que, apesar de saber identificar e o que são os números negativos, não é natural para a aluna pensar neles na hora de analisar o segmento e escolher os números para colocar na tabela. Entretanto, a partir da identificação das variáveis daquele nível, relacionando as grades do plano cartesiano com os números negativos, a estudante concluiu imediatamente que para realizar esse nível, os números precisavam ser negativos. Sendo assim, após essa interação, a participante conseguiu concluir o nível na “primeira” tentativa.

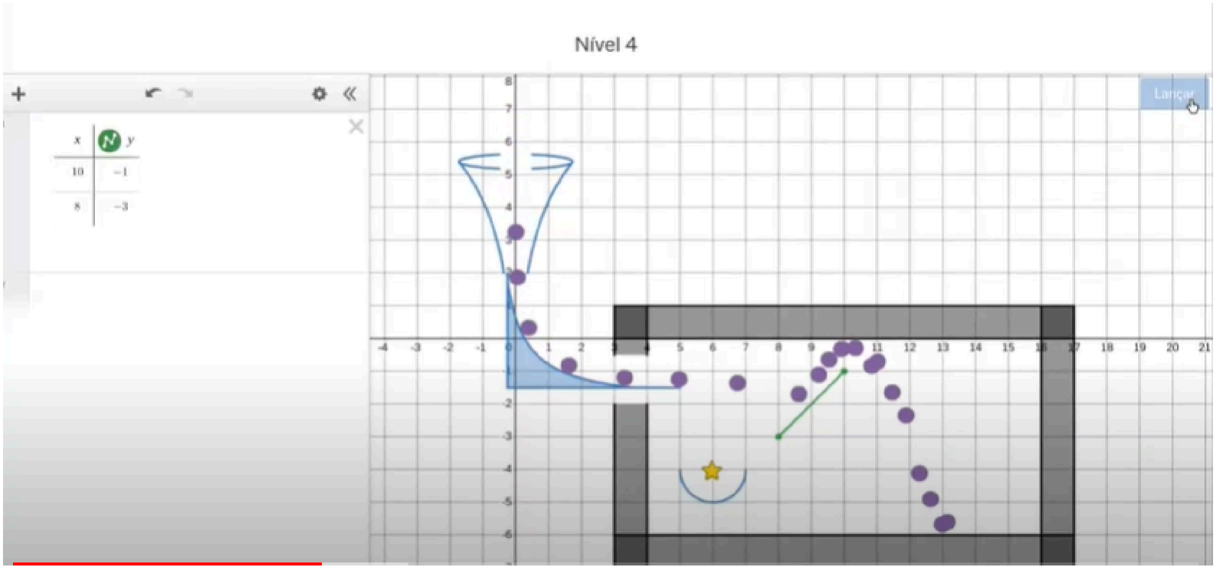
Figura 35 - Conclusão do nível 3 (Participante G).



Fonte: autoral

No quarto nível, a primeira iniciativa da participante foi a mesma da colega: tentar fazer uma rampa com o segmento para a bolinha deslizar até a estrela, assim como nos níveis anteriores, deixando o segmento da seguinte forma:

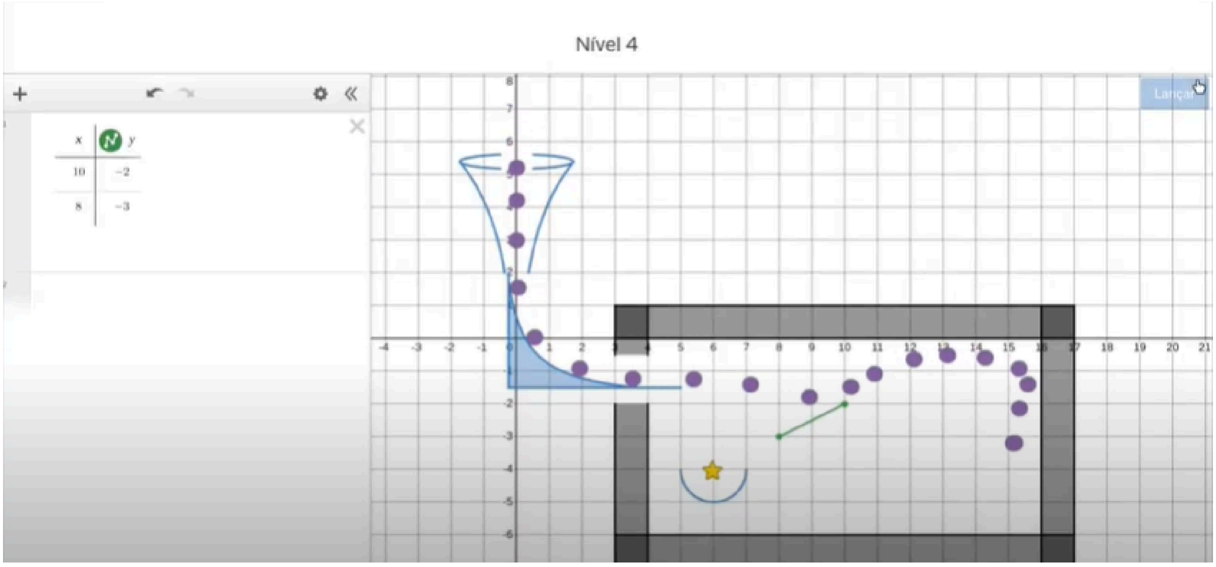
Figura 36 - Início do nível 4 (Participante G).



Fonte: autoral

Entretanto, da mesma forma como aconteceu com a participante K, as bolinhas chegaram no segmento com muita velocidade e passaram direto. Após essa tentativa, a aluna tentou “abaixar” o segmento, trocando a coordenada *y* de -1 para -2.

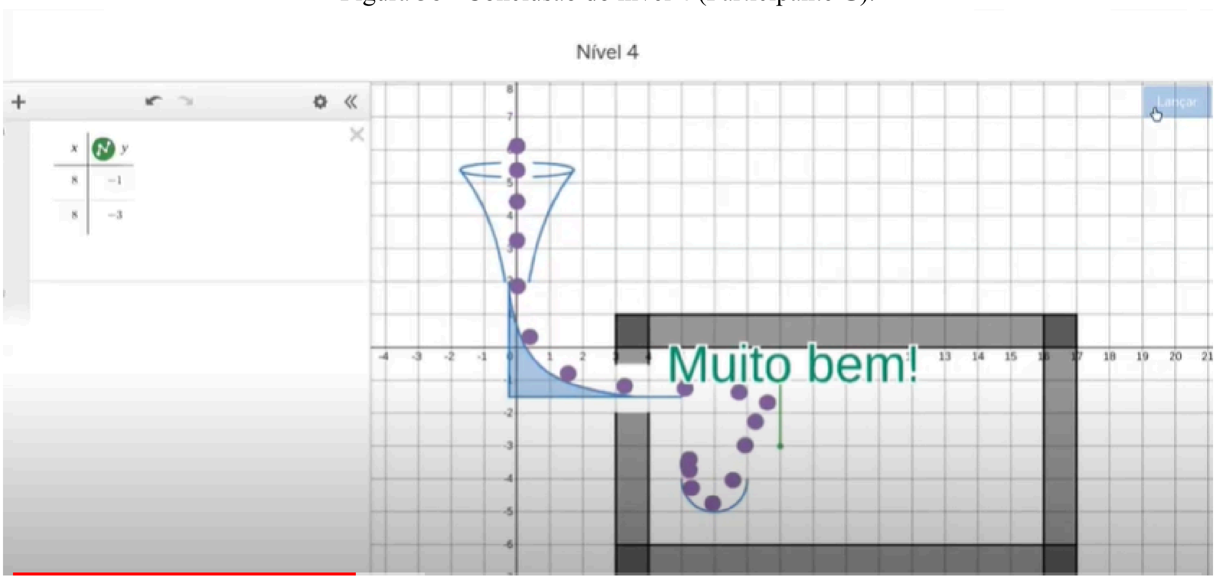
Figura 37 - Segunda tentativa do nível 4 (Participante G).



Fonte: autoral

Da mesma forma como na tentativa anterior, as bolinhas chegaram com muita velocidade e passaram do segmento após bater nele. Portanto, percebe-se também através da participante G que a repetição do tratamento no registro gráfico, em entender que fazer uma rampa com o segmento era sempre a melhor maneira de concluir os níveis, fez com que essa solução fosse aparentemente melhor forma de resolução dos desafios. Entretanto, diferentemente da participante K, após a segunda tentativa a aluna teve a ideia de fazer uma barreira com o segmento, ao invés de uma rampa, para que as bolinhas batessem e voltassem em direção à estrela, concluindo o nível 4 da atividade.

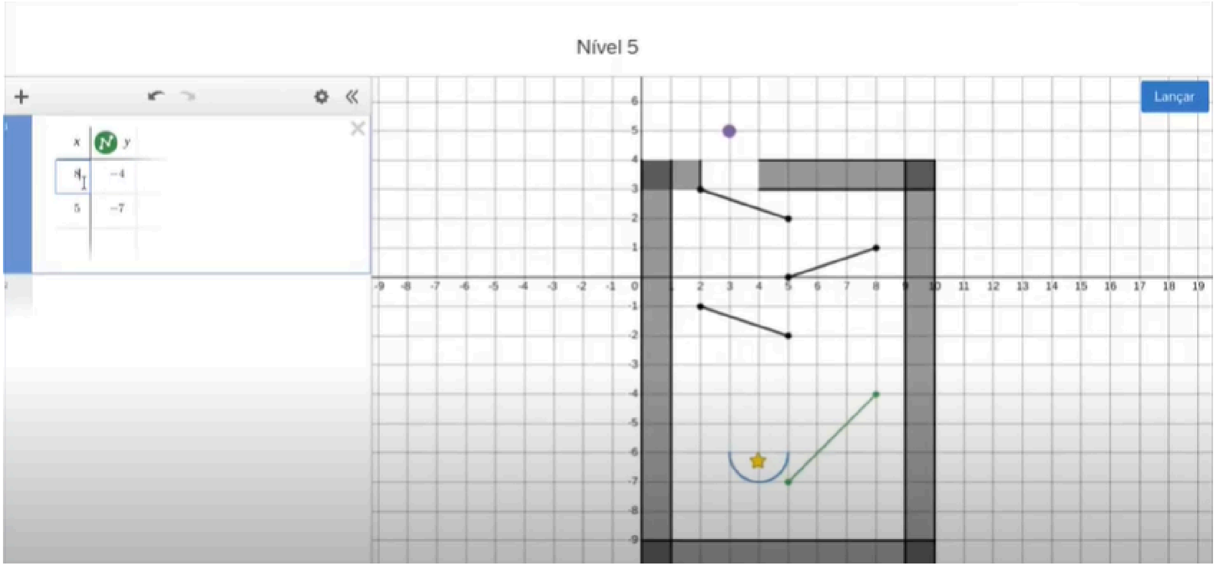
Figura 38 - Conclusão do nível 4 (Participante G).



Fonte: autoral

No quinto nível, a participante fez uma tentativa inicial para conhecer a trajetória das bolinhas. Depois de analisar para onde as bolinhas irão após deslizar pelos segmentos pretos, a aluna pensou então quais eram os números que iria precisar colocar para “buscar” as bolinhas, neste caso era o par ordenado (8,4). Para saber a ordenada de um dos pontos, por exemplo, seguiu com o ponteiro do mouse desde o eixo das ordenadas até a posição onde queria que o ponto ficasse, já considerando, inclusive, o sinal negativo do número. Da mesma forma, observou que o ponto mais para a esquerda do que desejava e percebeu que precisava mudar o número da abscissa para levar o ponto para a direita.

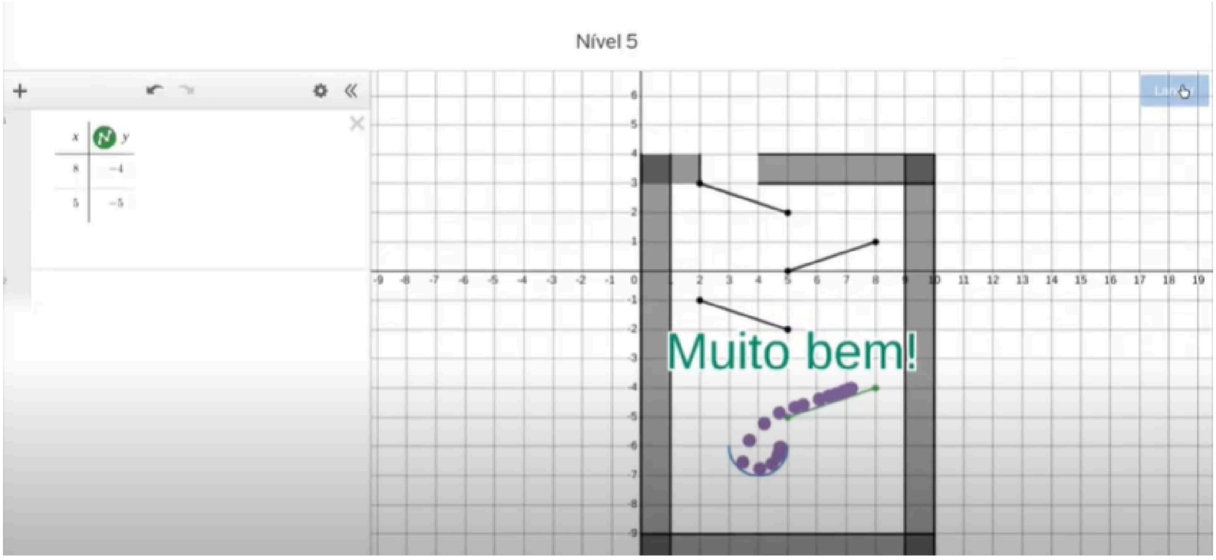
Figura 39 - Início do nível 5 (Participante G).



Fonte: autoral

Com o outro ponto, seguiu a mesma linha de raciocínio, percebendo que ele estava muito para baixo do pote, precisaria colocar o ponto em uma outra posição. De forma direta, concluiu que seria o -5, chegando então no resultado da figura 40 (praticamente simétrico com os segmentos já dados no desafio), que concluiu o nível 5.

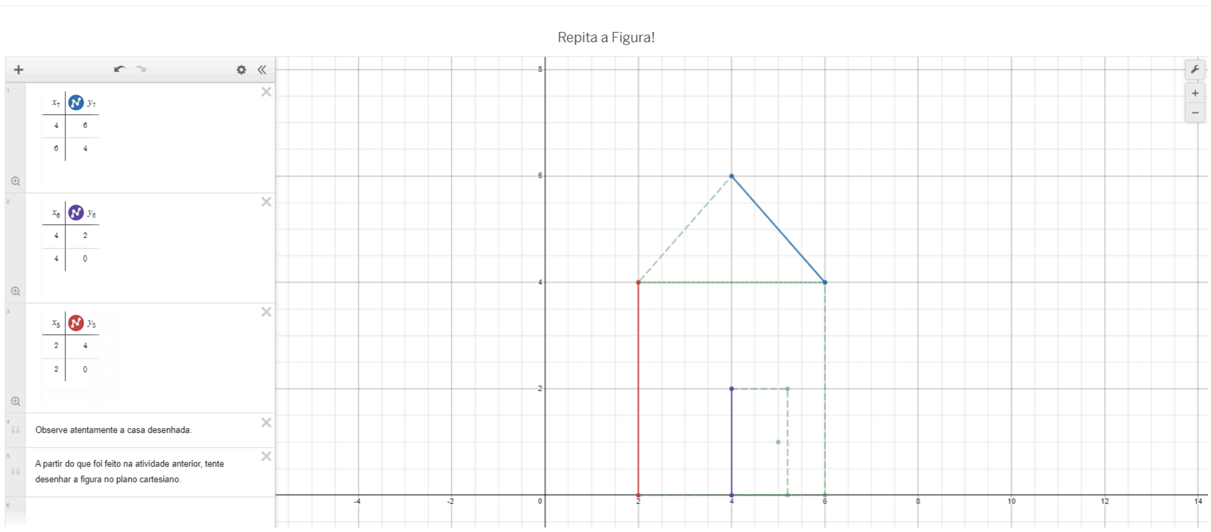
Figura 40 - Conclusão do nível 5 (Participante G).



Fonte: autoral

Para a realização da segunda atividade, ao contrário da estratégia utilizada pela colega anteriormente, em vez de conectar os segmentos com pontos em somente uma tabela de coordenadas, esta aluna criou outras tabelas que possibilitaram a criação de vários segmentos. A participante fez, primeiramente, o início de cada parte da casa, ou seja, um dos segmentos da parede, um dos segmentos da porta e um dos segmentos do telhado, como mostra a figura 41. Nota-se que, para escolher a estratégia utilizada, a participante realizou o processo de tratamento dentro do registro tabular, assim como o processo de conversão para que pudesse compreender quais números e quais tabelas iria utilizar para construir diferentes partes da casa.

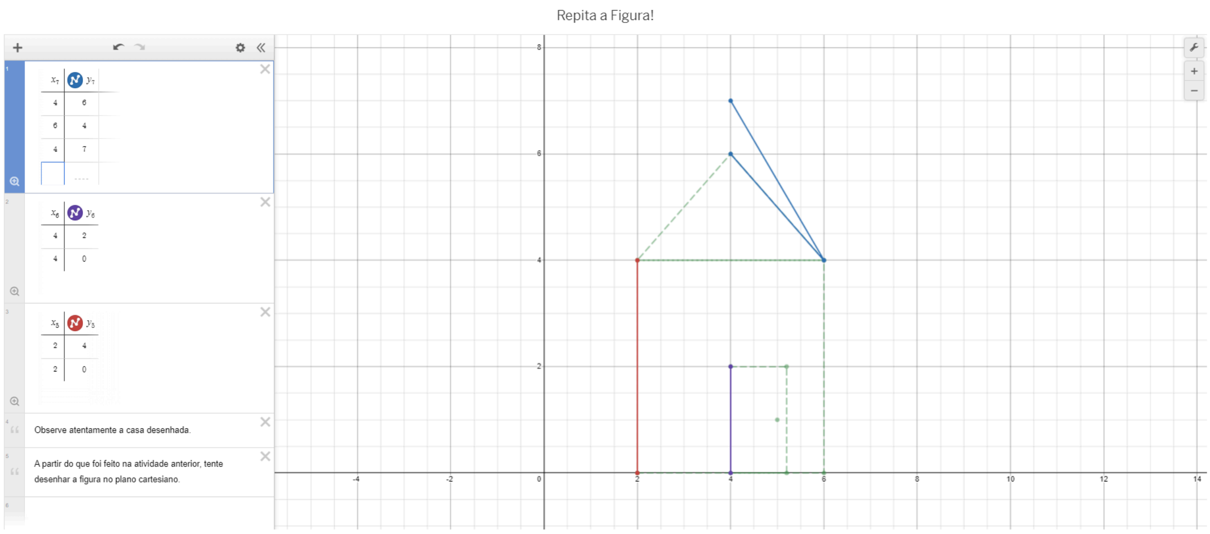
Figura 41 - Início da atividade 2 (Participante G).



Fonte: autoral

Ao ser questionado sobre o porquê da ordem escolhida, a aluna apontou que era mais fácil fazer dessa forma porque segundo ela: "*eu vou botando os pontos e como eles tão perto eu vou fazendo*", querendo indicar que preferia fazer poucos segmentos no começo, e dando um ponto de partida para as partes da casa, do que fazer todo o contorno de cada parte de uma vez só. Após digitar os segmentos anteriores, a participante decidiu que iria continuar a casa pelo telhado, e para isso continuou a tabela digitando o par ordenado (4,6), que não criou outro segmento no gráfico (pelo menos que não fosse visível), pois é o mesmo ponto de onde a aluna começou o segmento anterior. Ao digitar os números e não aparecer nenhum segmento adicional no gráfico, a estudante se perguntou onde poderia estar o ponto que criou. Percebendo que os números que colocou eram iguais aos que já tinham na tabela, fez um teste trocando o número 6 pelo número 7.

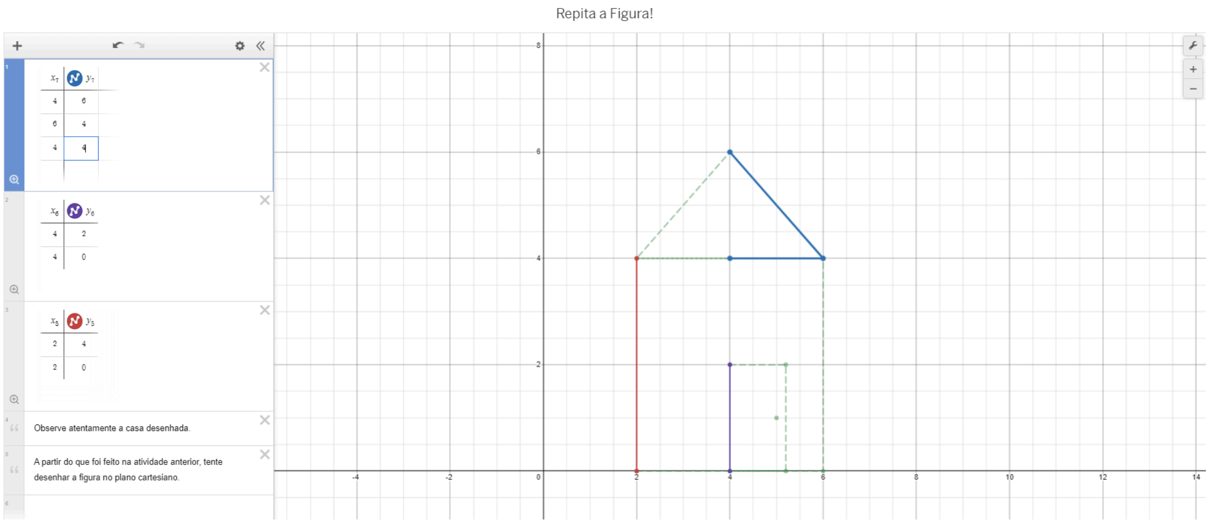
Figura 42 - Começando o telhado da casa (Participante G).



Fonte: autoral

Neste momento, percebeu que mudando esse número, o segmento mudou de altura, e que antes não aparecia porque estava na mesma altura do outro ponto. Na sequência, buscando fazer o segmento da parte debaixo do telhado, a participante notou que a altura do ponto estava muito pra cima, então concluiu que precisava mudar o número que tinha digitado por último. Sendo assim, trocou o 7 por 4, que é a altura do telhado, porém, como a coordenada das abscissas do segmento era 4, o segmento ficou na metade do caminho.

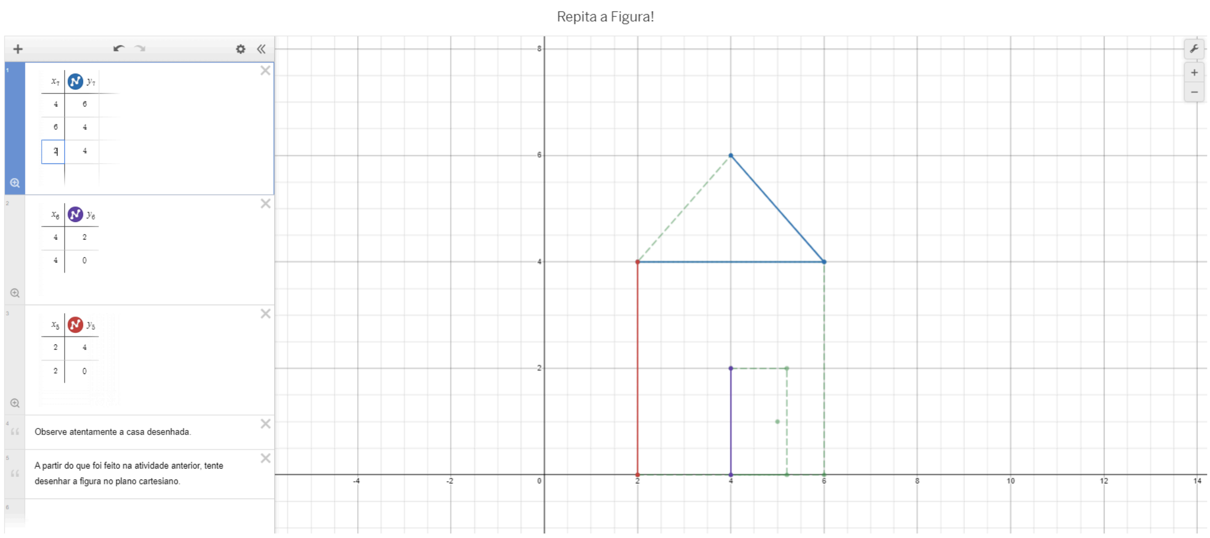
Figura 43 - Fazendo o telhado: parte 1 (Participante G).



Fonte: autoral

A participante refletiu por um momento o porquê de o segmento não estar indo até o final do telhado. A conclusão a que ela chegou foi que, entre os segmentos azuis, nenhum chegava até onde era para ir, e portanto, o número a ser digitado no próximo ponto não poderia ser igual aos que já tinha nessa tabela. Da mesma forma, observando que um dos pontos do segmento vermelho estava exatamente onde seria o próximo ponto, a participante concluiu que só precisava copiar os números daquele ponto para levar o segmento até o final.

Figura 44 - Fazendo o telhado: parte 2 (Participante G)



Fonte: autoral

A partir dessa conclusão, a participante levantou o seguinte questionamento:

G: *Então os números aqui dos outros vai usar pra fazer esses outros aqui?*

Pesquisador: Pode ser que sim, mas tem como escolher os números sem olhar para os outros pontos?

G: *Acho que não, porque antes eu tava usando os números desse azul e não tava dando.*

Pesquisador: E nesse ponto, só usou números que tinham no ponto do segmento vermelho?

G: *Sim, eu peguei o 2 do vermelho e coloquei nesse, e daí deu certo.*

Pesquisador: Mas e o 4?

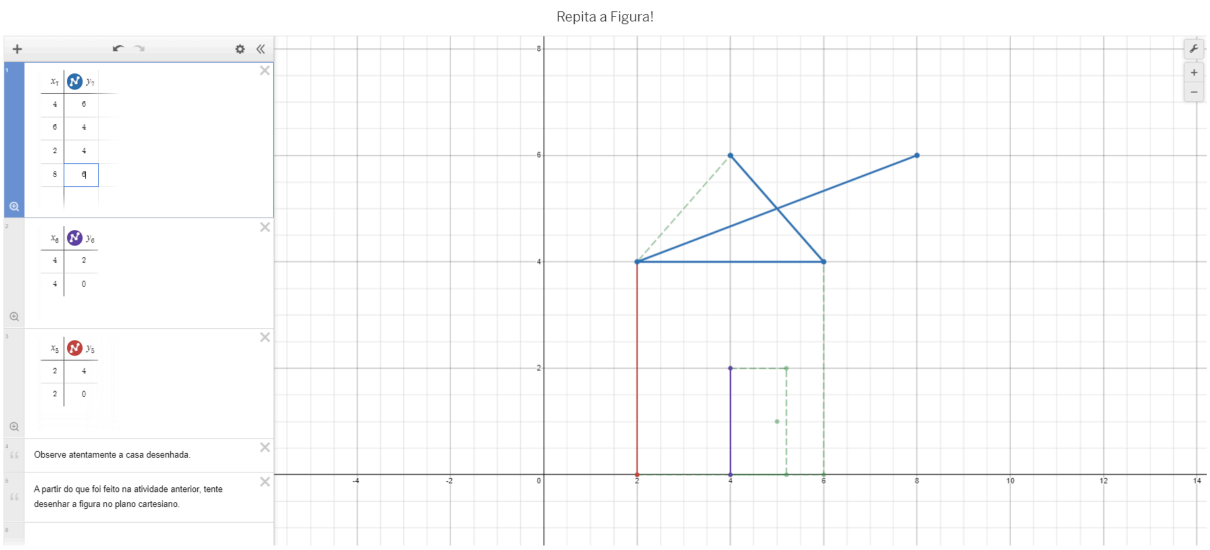
G: *Ele também é do vermelho.*

Pesquisador: E só tem esse 4 no vermelho?

Neste momento, a participante refletiu por alguns segundos e, através do processo de conversão entre os registros, percebeu que o número 4 que estava na coordenada *y* deste novo ponto que criado, além de ser a ordenada do ponto do segmento vermelho, também era a ordenada do outro ponto que ligava esse segmento azul.

Para fazer o último segmento do telhado, a participante começou utilizando o número 8 na abscissa do novo ponto, o que não resultava na abscissa do ponto do telhado, mas foi utilizado enquanto ainda tentava decidir a altura que iria colocar. A participante testou alguns números na coordenada *y* do ponto, desde alguns números negativos até o número 6, e percebeu que o ponto, e consequentemente o segmento também, estava subindo de altura, até chegar na seguinte situação:

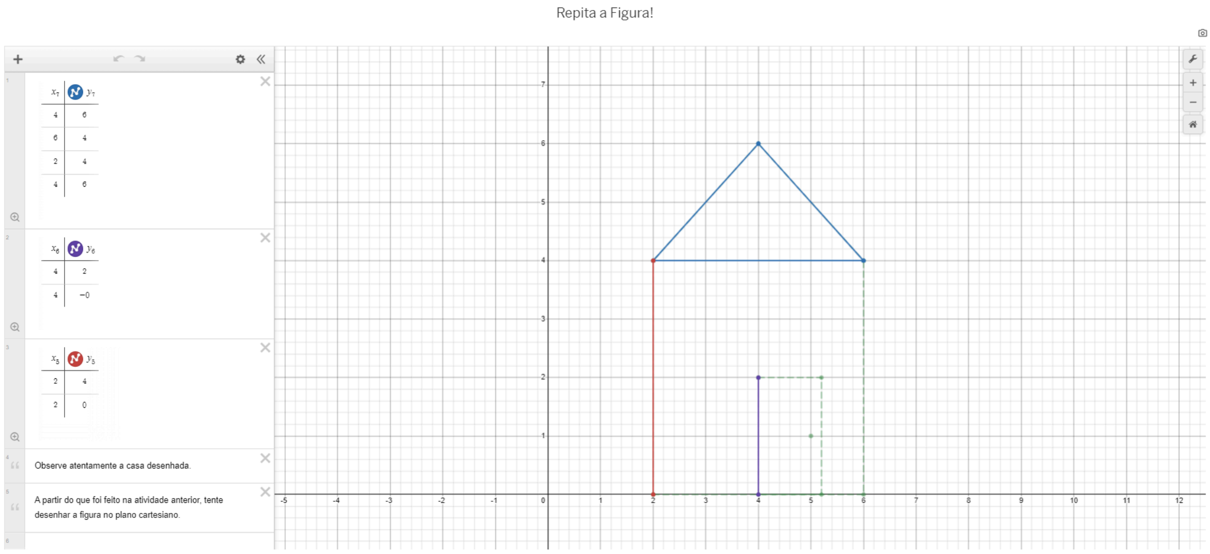
Figura 45 - Finalizando o telhado (Participante G).



Fonte: autoral

Quando chegou nessa imagem, a participante pediu ajuda afirmando que o segmento tinha que estar menos inclinado, perguntando "*então tem que mudar esse aqui?*" enquanto apontava para o 8 na tabela. Isso mostra que a participante já tinha concluído que os números que estava mudando antes estão relacionados com a altura do segmento, enquanto que o número da esquerda é o que vai ajudá-la a “andar” com o segmento para a esquerda e para a direita.

Figura 46 - Conclusão do telhado (Participante G).



Fonte: autoral

Dessa forma, após essas conclusões, a aluna percebeu que o último ponto do telhado se encontrava na ordenada 6. Então, ao digitar o número 6, formando o par ordenado (4,6), a figura ficou como mostra a figura 46.

Foi após este momento que, assim como mencionado na segunda atividade da participante anterior, a escola sofreu com problemas de falta de energia, o que impossibilitou a continuação da atividade. Entretanto, é possível observar através da produção da participante que as transformações entre representações podem gerar diferentes estratégias de resolução para os problemas, oportunizando os estudantes a refletir sobre o que está sendo produzido. Em seguida, apresentaremos uma síntese sobre as produções e as análises das atividades realizadas com a Participante G.

4.2.1 Síntese das atividades da Participante G

Assim como aconteceu com a outra participante, essa aluna também demorou para fazer o processo de tratamento dentro do registro tabular, e assim, não compreendeu inicialmente como utilizar a ferramenta. Percebe-se logo no primeiro nível que a estudante procurou desde já entender quais seriam os movimentos necessários do segmento para a resolução do desafio. Entretanto, foi necessário um momento de reflexão para entender o funcionamento da tabela de coordenadas e qual é a relação dela com o gráfico.

Após o entendimento de como funciona a dinâmica da atividade e dos elementos presentes nela, foi através do processo de conversão que a participante compreendeu como utilizar os pares ordenados para mover o segmento conforme a necessidade do problema proposto. Além disso, a conversão entre os registros gráfico e numérico explicitou também à aluna a compreensão sobre a utilização e a troca entre números positivos e negativos. Apesar de possuir conhecimento prévio sobre esse conceito, as transformações entre representações possibilitaram à estudante fazer a relação desses números com o gráfico, contribuindo ainda mais para o aprendizado dos conceitos do plano cartesiano.

Novamente, assim como aconteceu com a outra participante, a semelhança entre as soluções construídas nos níveis anteriores atribuíram à aluna a intuição de que, ao realizar o tratamento no registro gráfico, o segmento melhor se adequa ao problema quando em formato de rampa, na direção da estrela. Dessa forma, de mesmo modo à participante K, quando chegou no nível 4, o tratamento feito no registro gráfico levou a aluna a pensar na rampa como a melhor forma de colocar o segmento dentro da caixa, e as bolinhas novamente passaram direto pela rampa. Entretanto, após essa tentativa, realizando uma outra vez o tratamento neste registo, a participante G optou por mudar a forma como ia tentar resolver o problema. A estudante percebeu que as bolinhas estavam indo em alta velocidade em direção ao segmento verde, e escolheu então formar uma barreira para que as bolinhas pudessem cair direto nas estrelas. Percebe-se que nessa situação um novo processo de tratamento foi de extrema importância para que a aluna refletisse sobre o problema apresentado, permitindo que, após a conversão entre os registros, obtivesse uma outra forma de resolução ao mesmo nível.

Ademais, durante a realização da segunda atividade, a participante G demonstrou novamente uma estratégia de resolução diferente da apresentada pela participante anterior. Compreendendo as regras de utilização do registro tabular, optou por utilizar mais de uma tabela de coordenadas, ao invés de colocar todos os pares ordenados em uma mesma tabela. Segundo a participante, isso facilitou a observação no registro gráfico, já que cada tabela estava associada a uma parte diferente da casa. Observou-se ao longo da análise e dos diálogos que a utilização de várias tabelas de coordenadas oportunizou, ao longo dos processos de conversão, a troca entre pares ordenados de uma tabela com a outra, isto é, a participante realizou a conversão entre os registros não só escolhendo um par ordenado para colocar no gráfico, mas também comparando os pontos de outra tabela com o ponto já existente no gráfico, o que levou ao aprendizado, por exemplo, de que pares ordenados com números iguais resultam em um mesmo ponto no plano cartesiano.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa teve como objetivo investigar o ensino de plano cartesiano com alunos do ensino fundamental, utilizando a Teoria dos Registros de Representação Semiótica proposta por Raymond Duval, através da pergunta diretriz "*De que maneira estudantes do ensino fundamental aprendem conceitos do plano cartesiano com o uso do Desmos Marbleslide, sob a luz da TRRS de Raymond Duval?*". A partir da análise das atividades realizadas com as participantes da pesquisa, foi possível observar como os processos cognitivos descritos por Duval contribuíram para a compreensão de como as alunas aprenderam as noções de plano cartesiano.

Segundo Duval (2012), a compreensão em matemática depende da habilidade de transitar entre diferentes registros de representação semiótica, tais como o gráfico, o algébrico, o numérico, o tabular, etc. Essa transição não é apenas uma mudança de forma, mas envolve um processo cognitivo complexo que exige a coordenação dos diferentes registros. Nas atividades realizadas, os estudantes demonstraram gradualmente a construção de uma coordenação dos registros ao realizar estas transições.

Na primeira atividade, com o Mini Golf Marbleslide, observou-se que as duas participantes apresentaram, inicialmente, dificuldades em relacionar os números das tabelas de coordenadas com os pontos no plano cartesiano. No caso da Participante K, foi necessário um processo de descoberta para entender como a manipulação dos pares ordenados alterava a trajetória das bolinhas. Durante a realização do processo de conversão entre os registros numérico e gráfico, a aluna pôde observar as mudanças que estavam acontecendo na medida em que os números na tabela estavam interferindo no formato e na posição do segmento através dos pares ordenados, levando ao progresso na coordenação desses registros. Realizando o processo de conversão entre esses registros, a aluna pôde observar as mudanças que estavam acontecendo na medida em que os números na tabela estavam interferindo no formato e na posição do segmento através dos dos pares ordenados

De forma semelhante, a Participante G também enfrentou desafios na primeira atividade. Inicialmente, ela teve dificuldade em entender como os números negativos influenciavam a posição dos segmentos no plano cartesiano. Contudo, após o diálogo com o pesquisador e uma análise cuidadosa das linhas dentro do plano, a aluna conseguiu identificar a necessidade de usar números negativos para atingir os objetivos propostos na atividade. Esse processo evidenciou o papel crucial da mediação do professor na construção do conhecimento matemático, ajudando a estudante a superar obstáculos e a realizar as devidas conversões entre registros.

Na segunda atividade, que envolveu a repetição de uma figura no plano cartesiano utilizando segmentos criados a partir de tabelas de coordenadas, as participantes adotaram estratégias distintas, mas ambas demonstraram um entendimento sobre coordenadas no plano cartesiano. A Participante K optou por conectar os segmentos de forma contínua, criando uma sequência lógica entre os pontos da tabela e os segmentos desenhados. Sua reflexão sobre a (não) necessidade de repetir pontos para concluir a figura mostra uma consolidação na transição entre os registros numérico e gráfico, assim como a internalização da ideia de continuidade no plano cartesiano (Duval, 2012).

Por outro lado, a Participante G adotou uma estratégia que envolvia a criação de várias tabelas para os diferentes segmentos, evidenciando uma compreensão do plano cartesiano como um espaço onde múltiplas operações podem ser realizadas de forma independente, mas inter-relacionada. Sua capacidade de testar e ajustar os números na tabela para atingir a configuração desejada no gráfico é uma demonstração clara da coordenação dos registros, conforme discutido por Duval (2012). Essa abordagem, ainda que diferente da utilizada pela Participante K, também reflete uma habilidade avançada de realizar conversões entre registros e uma adaptação dinâmica ao problema proposto.

As práticas realizadas com as alunas ao longo das atividades analisadas mostram como os processos cognitivos descritos pela TRRS auxiliaram as alunas no processo de aprendizagem dos conceitos trabalhados. As diferentes abordagens adotadas pelos estudantes evidenciam que, embora os desafios na transição entre registros possam variar, o desenvolvimento de habilidades para realizar essas transições é fundamental para o sucesso na compreensão de conceitos matemáticos, como os que envolvem o plano cartesiano. Essas observações reforçam a importância de uma abordagem pedagógica que considere a mediação e a conversão entre diferentes registros de representação como elementos centrais no ensino de matemática no ensino fundamental. A construção das alunas ao longo da atividade 2 demonstrou como as alunas conseguiram realizar a coordenação entre os registros pois, ao contrário da atividade 1, esta necessitava de um entendimento sobre qual par ordenado específico seria o correto na situação. A estratégia utilizada pela aluna G e a percepção de que pares ordenados iguais em diferentes tabelas resultam em um mesmo ponto, nos traz à tona como esse coordenação permitiu que aluna pudesse compreender o par ordenado no sentido de saber qual número colocar, a ordem para digitar e qual a relação dos eixos com as letras.

Ademais, o desenvolvimento da pesquisa mostrou como as tecnologias digitais, especialmente o software Desmos, podem ser uma ferramenta poderosa para trabalhar o ensino do plano cartesiano no ensino fundamental. As atividades realizadas evidenciaram que o uso dessas tecnologias possibilita a transição entre diferentes registros de representação semiótica, como o gráfico, o tabular e o algébrico, de maneira dinâmica e interativa.

Duval (2012) enfatiza que a compreensão dos conceitos matemáticos está profundamente ligada à habilidade dos alunos em converter e coordenar diferentes registros de representação. Nesse sentido, as atividades com o Desmos permitiram que os estudantes explorassem o plano cartesiano de forma que pudessem visualizar as consequências das suas escolhas em tempo real, testando hipóteses e corrigindo erros, o que desencadeou a internalização dos conceitos.

As análises das práticas das participantes mostraram que, ao interagirem com o software, elas não apenas manipularam os pontos e segmentos, mas também refletiram sobre as relações entre as coordenadas e as figuras formadas. Através das atividades, foi possível observar um processo de generalização e raciocínio que envolveu a coordenação de diferentes registros, algo que, segundo Duval (2012), é essencial para a construção de significados em matemática.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) reforça que a integração dessas tecnologias no currículo deve ser feita de maneira crítica e reflexiva, promovendo a autonomia dos alunos e possibilitando a compreensão de conteúdos complexos (Brasil, 2018). Isso dialoga diretamente com os resultados da pesquisa, onde as tecnologias digitais não só serviram como ferramentas de apoio, mas também como mediadoras ativas na aprendizagem dos conceitos de plano cartesiano.

Portanto, a pesquisa reitera a necessidade de repensar os processos de ensino da matemática, indo além da simples aplicação de técnicas e fórmulas. Como aponta Búrigo et al. (2012), é essencial oportunizar ao aluno o desenvolvimento de um raciocínio lógico que permita testar e validar suas hipóteses, algo que foi claramente favorecido pelo uso das tecnologias digitais na pesquisa. Ao reorganizar o pensamento dos alunos, essas ferramentas digitais promovem uma aprendizagem mais profunda e significativa, alinhada aos princípios da TRRS e às diretrizes da BNCC.

Assim, os resultados desta pesquisa apontam para a importância da interação das alunas com os diferentes tipos de registros de representação presentes nas atividades. A possibilidade de visualizar e interagir com mais de um registro ao mesmo possibilitou às alunas uma compreensão mais rica e integrada dos conceitos do plano cartesiano. Com o uso das tecnologias e dos processos cognitivos descritos por Duval, foi possível observar que, apesar das dificuldades iniciais para compreender o funcionamento das ferramentas, as reflexões que a atividade exigiu das alunas sobre qual estratégia utilizar e como ajustar o posicionamento dos pontos no plano cartesiano estimularam as estudantes a compreender como concluir os diferentes níveis.

REFERÊNCIAS

ANTUNES, Gladson; CAMBRAINHA, Michel. Ensino remoto de Matemática: possibilidades com a plataforma Desmos. Professor de Matemática Online, [*s. l.*], 16 out. 2020. DOI https://doi.org/10.21711/2319023x2020/pmo837. Disponível em: https://pmo.sbm.org.br/wp-content/uploads/sites/16/dlm_uploads/2020/10/Art37_vol8_PMO_SBM_2020.pdf. Acesso em: 31 out. 2023.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática na Educação**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular: Educação é a Base. Ministério da Educação: Brasília. 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase. Acesso em: 05 fev. 2024.

BÚRIGO, E. Z. *et al*. **A matemática na escola: novos conteúdos, novas abordagens.** Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2012. Disponível em: http://hdl.handle.net/10183/255252. Acesso em: 2 ago. 2024.

D'AMBROSIO, Beatriz S. Como ensinar matemática hoje? Temas e Debates. SBEM. Ano II. N2. Brasília. 1989. P. 15-19.

DESMOS. [Site Institucional]. Disponível em: https://www.desmos.com/?lang=pt-BR. Acesso em: 2 ago. 2024.

DUVAL, R. Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. Annales de Didactiques et de Sciences Cognitives, Paris, v. 5, p. 37-64, 1993.

DUVAL, R. Como analisar a questão crucial da compreensão em Matemática?. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**. Florianópolis, v. 13, n. 2, p. 1-27. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2018v13n2p1/38031. Acesso em: 2 ago. 2024.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**. Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 267-297. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n2p266. Acesso em: 2 ago. 2024.

EUZÉBIO, Julian da Silva. **PROPOSTA DE ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA UTILIZANDO O DESMOS**. 2018. Dissertação (Mestrado - PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL PROFMAT) - UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ, [*S. l.*], 2018. Disponível em: https://riut.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/3833/1/PB_PROFMAT_M_Euzébio%2c%20Julian%20da%20Silva_2018.pdf. Acesso em: 31 out. 2023.

GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. **Métodos de pesquisa.** Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009. Disponível em: http://hdl.handle.net/10183/52806. Acesso em: 2 ago. 2024.

HENRIQUES, A; ALMOULOUD, S. A. Teoria dos registros de representação semiótica em pesquisas na Educação Matemática no Ensino Superior: uma análise de superfícies e funções de duas variáveis com intervenção do software Maple. **Ciência & Educação**. Bauru, v. 22, n. 2, p. 465-487. Disponível em: https://www.scielo.br/j/ciedu/a/QVbBDvRRtjvVXD6HXFYXcxx/. Acesso em: 2 ago. 2024.

KENSKI, V. Tecnologias e ensino presencial e a distância. Campinas: Papirus, 2012

MASOLA, W. J.; ALLEVATO, N. S. G. Dificuldades de aprendizagem matemática: algumas reflexões. **Educação Matemática Debate**, Montes Claros, v. 3, n. 7, p. 52–67, 2019. DOI: 10.24116/emd.v3n7a03. Disponível em: https://www.periodicos.unimontes.br/index.php/emd/article/view/78. Acesso em: 5 fev. 2024.

OLIVEIRA, Elizabete Gomes de. **A aprendizagem da função afim por meio de uma abordagem qualitativa e global com uso da plataforma Desmos**. 2023. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2023. Disponível em: http://tede2.uepg.br/jspui/handle/prefix/4001. Acesso em: 31 out. 2023.

APÊNDICES

APÊNDICE A - CARTA DE ANUÊNCIA DA ESCOLA

O(A) Diretor(a) da EEEF Vila Cruzeiro do Sul, localizada na cidade de **Porto Alegre/RS** declara estar ciente e de acordo com a participação dos estudante(s) e/ou professor(es) desta escola nos termos propostos no projeto de pesquisa intitulado "**Aprendizagem Do Plano Cartesiano: Um Estudo Com Alunos Do Ensino Fundamental, Na Perspectiva Da Teoria Dos Registros De Representação Semiótica Com o Uso Do Desmos**", que tem como objetivos **compreender os processos de aprendizagem de estudantes do Ensino Fundamental em atividades de representação de segmentos no plano cartesiano de forma gráfica e algébrica**. Este projeto de pesquisa encontra-se sob responsabilidade do(a) professor (a)/pesquisador(a) **Vandoir Stormowski**, da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) e é desenvolvido pelo(a) acadêmico(a) **João Vitor Menezes de Severo** vinculado(a) ao Departamento de Estatística e Matemática).

A presente autorização está condicionada ao cumprimento dos requisitos das resoluções 466/2012 e 510/2016 do Conselho Nacional da Saúde, Ministério da saúde, comprometendo-se os pesquisadores a usar os dados pessoais dos sujeitos da pesquisa exclusivamente para fins científicos, mantendo o sigilo e garantindo a não utilização das informações em prejuízo dos sujeitos.

Porto Alegre, _____ de ________________ de _______.

Nome do(a) Diretor(a):

Assinatura____

Professor(a)/Pesquisador(a) responsável (UFRGS):

Assinatura ____

APÊNDICE B - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Prezado(a) Sr(a). ________________________,

O(A) aluno(a) ____, está sendo convidado(a) a participar voluntariamente da pesquisa **Aprendizagem do Plano Cartesiano: um estudo com alunos do ensino nundamental, na perspectiva da Teoria dos Registros de Representação Semiótica com o uso do Desmos**. A pesquisa está sendo desenvolvida pelo pesquisador **João Vitor Menezes de Severo**, o qual é estudante do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Essa pesquisa é orientada pelo Prof. Dr. **Vandoir Stormowski**, a quem você poderá contatar a qualquer momento que julgar necessário, pelo e-mail **vandoir.stormowski@ufrgs.br**.

O objetivo desta pesquisa é compreender os processos de aprendizagem dos estudantes perante as conversões entre diferentes formas de representações de segmentos no plano cartesiano.

Para isto, solicitamos a especial colaboração do(a) aluno(a) na participação da pesquisa, a qual ocorrerá por meio de participação em oficina/aula/encontro, em que seu trabalho, suas discussões com os colegas e suas produções serão analisadas, sem nenhuma atribuição de nota ou conceito às tarefas desenvolvidas.

O uso das informações decorridas de sua participação (produção escrita/gravação em áudio/caderno de campo) será apenas em situações acadêmicas, identificadas apenas por um código alfanumérico. Todas as informações fornecidas pelo(a) aluno(a) serão armazenadas sob responsabilidade do(a) pesquisador(a) por pelo menos 5 anos após o término da investigação.

A participação do(a) aluno(a) não envolve nenhum tipo de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa. Sua participação é muito importante e é voluntária. O(A) aluno(a) poderá recusar a participar da pesquisa a qualquer momento, não havendo prejuízo de nenhuma forma para ele(a) se essa for sua decisão. A colaboração do(a) aluno(a) se iniciará apenas a partir da entrega desse documento por você assinado.

Caso necessite de qualquer esclarecimento, peço que entre em contato comigo, a qualquer momento, pelo telefone **(51) XXXX-XXXX** ou pelo e-mail **jv.msevero@gmail.com**. Estou disponível para prestar informações adicionais.

Obrigada pela sua colaboração.

Eu, ____, R.G. ________________, responsável pelo(a) aluno(a) ____, da turma ___________, declaro, por meio deste termo, que concordei em que o(a) aluno(a) participe da pesquisa intitulada **Aprendizagem do Plano Cartesiano: um estudo com alunos do Ensino Fundamental, na perspectiva da Teoria dos Registros de Representação Semiótica com o uso do Desmos**, desenvolvida pelo(a) pesquisador(a) **João Vitor Menezes de Severo**.

Porto Alegre, ____ de ______________ de ____.

Assinatura do Responsável: ____

Assinatura do(a) Pesquisador(a): _____________________________________

Assinatura do(a) Orientador(a): ______________________________________

APÊNDICE C - TERMO DE ASSENTIMENTO

Prezado(a) Aluno(a),

Você está sendo convidado(a) a participar voluntariamente da pesquisa **Aprendizagem do Plano Cartesiano: um estudo com alunos do Ensino Fundamental, na perspectiva da Teoria dos Registros de Representação Semiótica com o uso do Desmos**.

A pesquisa está sendo desenvolvida pelo(a) pesquisador(a) **João Vitor Menezes de Severo**, o qual é estudante do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Essa pesquisa é orientada pela Prof(a). Dr(a). **Vandoir Stormowski**, a quem você poderá contatar a qualquer momento que julgar necessário, pelo e-mail **vandoir.stormowski@ufrgs.br**.

O objetivo desta pesquisa é compreender os processos de aprendizagem dos estudantes perante as conversões entre diferentes formas de representações de segmentos no plano cartesiano.

Para isto, solicitamos sua especial colaboração na participação da pesquisa, a qual ocorrerá por meio de participação em oficina/aula/encontro, em que seu trabalho, suas discussões com os colegas (gravação em áudio) e suas produções serão analisadas, sem nenhuma atribuição de nota ou conceito às tarefas desenvolvidas.

O uso das informações decorridas de sua participação (produção escrita/gravação em áudio) será apenas em situações acadêmicas, identificadas apenas por um código alfanumérico. Todas as informações fornecidas por você serão armazenadas sob responsabilidade do(a) pesquisador(a) por pelo menos 5 anos após o término da investigação.

Sua participação não envolve nenhum tipo de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa. Sua participação é muito importante e é voluntária. Você poderá recusar a participar da pesquisa a qualquer momento, não havendo prejuízo de nenhuma forma para você se essa for sua decisão. Sua colaboração se iniciará apenas a partir da entrega desse documento por você assinado.

Caso necessite de qualquer esclarecimento, peço que entre em contato comigo, a qualquer momento, pelo telefone **(51) XXXX-XXXX** ou pelo e-mail **jv.msevero@gmail.com**. Estou disponível para prestar informações adicionais.

Obrigada pela sua colaboração.

Eu, ____, declaro por meio deste termos, que concordei em participar da pesquisa intitulada **Aprendizagem do Plano Cartesiano: um estudo com alunos do Ensino Fundamental, na perspectiva da Teoria dos Registros de**

Representação Semiótica com o uso do Desmos, desenvolvida pelo(a) pesquisador(a) **João Vitor Menezes de Severo**.

Porto Alegre, ____ de _______________ de ____.

Assinatura do(a) Aluno(a): _______________________________________

Assinatura do(a) Pesquisador(a): _______________________________________