



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA QUÍMICA  
ENG07053 - TRABALHO DE DIPLOMAÇÃO EM  
ENGENHARIA QUÍMICA



# Desenvolvimento de Modelo Matemático para a unidade *subsea* MIX-DEMIX

*Autor: Daniel Baldin Franceschini*

*Orientadores: Jorge Otávio Trierweiler e Marcelo Farenzena*

*Co-orientador: Fabio Cesar Diehl*

**Sumário**

Agradecimentos	iii
Resumo	iv
Lista de Figuras	v
Lista de Tabelas	vi
1 Introdução	1
2 Revisão Bibliográfica	4
2.1 Produção clássica em plataformas	4
2.2 Sistemas com hidrociclones	5
3 Apresentação da unidade MIX-DEMIX	6
3.1 Descrição da unidade	6
3.2 Descrição do funcionamento da unidade	6
3.3 Restrições operacionais	7
4 Modelagem matemática	8
4.1 Equacionamento	8
4.2 Variáveis manipuladas e controladas	12
4.3 Sintonia dos controladores	12
5 Resultados e discussão	14
5.1 Situação 1 – Degrau na pressão ( $P_{01}$ ) da corrente de entrada	15
5.2 Situação 2 – Degrau na pressão ( $P_{02}$ ) da corrente de entrada	16
5.3 Situação 3 – Diminuição da vazão da fase líquida para o <i>Riser 1</i>	16
5.4 Situação 4 – Diminuição da vazão da fase gasosa para o <i>Riser 1</i>	19
6 Conclusões e sugestões para trabalhos futuros	22
7 Referências	23
Apêndice	24
Apêndice A – Dedução da expressão da área da seção transversal do tanque em função da altura de líquido	24
Apêndice B – Código para a simulação dos resultados	27

---

## **Agradecimentos**

Aos meus pais, Moacir Franceschini e Silvana Baldin Franceschini, por sempre estar me incentivando e motivando para continuar os estudos, além de todo o apoio financeiro e emocional desde sempre, e ao meu irmão Gabriel Baldin Franceschini, apesar das brigas de irmãos, por fazer meus dias felizes;

Aos meus amigos da UFRGS, e em especial ao Caio Miranda Miliante, Daniel Souza de Almeida, Eduardo de Souza Quadros Pereira, Gabriela Fraga, Henrique Cortoni Caporal, Laura Gräbin Scherer, Murilo Becher Dewes e Vicente Camargo Visentini pelo apoio, pelos estudos em grupo e pelo companheirismo;

A todos os professores que tive nesses 5 anos de curso, em especial ao Prof. Jorge Otávio Trierweiler e ao Prof. Marcelo Farenzena pela orientação deste trabalho e também ao Fabio Cesar Diehl pela coorientação;

Ao Prof. Paulo Augusto Netz, pela oportunidade de realizar Bolsa de Iniciação Científica.

## Resumo

A importância da produção de petróleo no Brasil é bastante significativa, visto o cenário atual de extração deste recurso fóssil no país. Essa importância incentiva a pesquisa de novas tecnologias a fim de melhorar a qualidade e eficiência deste processo. Neste trabalho foi desenvolvido um modelo para contribuir na solução do problema de gestão de distribuição de fases em plataformas *offshore*.

Esse problema consiste em monitorar a Razão Gás-Líquido (RGL) da mistura que chega à plataforma na superfície marinha. Com o passar da vida útil dos poços, as quantidades de cada fase variam e em alguns momentos as plataformas operam ora com engargalamento na produção de óleo, ora na produção de gás ou de água.

O objetivo deste trabalho foi desenvolver um modelo matemático simplificado para a unidade MIX-DEMIX, que apresenta duas correntes de entrada, uma com proporção de gás maior comparada à outra, e duas correntes de saída que está para o *Riser 1* e o *Riser 2*. Com este trabalho, foi possível verificar que os controladores propostos para as malhas de inventário foram suficientes para estabilizar a unidade. Para isso, em duas situações foram realizadas perturbações nas pressões das correntes de entrada ( $P_{01}$  para situação 1 e  $P_{02}$  para situação 2) e verificou-se o sinal de resposta do nível ( $h_1$ ) e da pressão ( $P_1$ ) no interior do tanque. Foi possível, também, verificar a resposta da RGL para duas situações diferentes. Para a situação 3, foi aplicada uma perturbação degrau em uma válvula com corrente líquida, e para a situação 4, foi aplicada uma perturbação degrau em uma válvula com corrente gasosa.

Os resultados indicaram que os controladores foram suficientes na estabilização da unidade para as perturbações aplicadas nas situações 1 e 2, uma vez que tanto o nível quanto a pressão foram levados ao setpoint pelo controlador. Indicaram, também, que para a situação 3 a RGL do *Riser 1* ( $RGL_1$ ) aumentou e a RGL do *Riser 2* ( $RGL_2$ ) diminuiu, portanto, a plataforma que receberia a corrente com  $RGL_1$  passaria a receber mais gás após a perturbação, e a outra plataforma receberia mais líquido. Enquanto para a situação 4, ocorreria o oposto, identificando que o modelo é capaz de reproduzir o comportamento esperado para o sistema.

## Lista de Figuras

<b>Figura 1.1:</b> Representação esquemática da estratégia de elevação do petróleo por <i>Gas Lift</i> .....	1
<b>Figura 1.2:</b> Tipos de plataformas <i>offshore</i> .....	2
<b>Figura 1.3:</b> Perfis típicos de produção de óleo, água e gás.....	2
<b>Figura 2.1:</b> Representação de um separador trifásico .....	4
<b>Figura 2.2:</b> Detalhe de um conjunto de " <i>liners</i> " em paralelo colocados em vaso de pressão .....	5
<b>Figura 3.1:</b> Fluxograma de engenharia da unidade MIX-DEMIX.....	6
<b>Figura 4.1:</b> Representação do volume de controle 1 (V.C.1) no fluxograma da unidade MIX-DEMIX.....	9
<b>Figura 4.2:</b> Representação dos volumes de controle V.C.2 e V.C.3 no fluxograma da unidade Mix-DEMIX .....	12
<b>Figura 5.1:</b> Resposta do nível ( $h_1$ ) e da pressão ( $P_1$ ) à perturbação de +100 kPa em $P_{01}$ ...	15
<b>Figura 5.2:</b> Resposta do nível ( $h_1$ ) e da pressão ( $P_1$ ) à perturbação de +100 kPa em $P_{02}$ ...	16
<b>Figura 5.3:</b> Comportamento das vazões de gás ( $G_{11}$ ) e de líquido ( $L_{11}$ ) para uma perturbação degrau de - 0,1 na abertura da válvula V-09 .....	17
<b>Figura 5.4:</b> Comportamento da Razão Gás-Líquido 1 ( $RGL_1$ ) para uma perturbação degrau de - 0,1 na abertura da válvula V-09 .....	17
<b>Figura 5.5:</b> Comportamento das vazões de gás ( $G_{12}$ ) e de líquido ( $L_{12}$ ) para uma perturbação degrau de - 0,1 na abertura da válvula V-09 .....	18
<b>Figura 5.6:</b> Comportamento da Razão Gás-Líquido 2 ( $RGL_2$ ) para uma perturbação degrau de - 0,1 na abertura da válvula V-09 .....	18
<b>Figura 5.7:</b> Comportamento das vazões de gás ( $G_{11}$ ) e de líquido ( $L_{11}$ ) para uma perturbação degrau de - 0,1 na abertura da válvula V-11 .....	19
<b>Figura 5.8:</b> Comportamento da Razão Gás-Líquido 1 ( $RGL_1$ ) para uma perturbação degrau de - 0,1 na abertura da válvula V-11 .....	19
<b>Figura 5.9:</b> Comportamento das vazões de gás ( $G_{12}$ ) e de líquido ( $L_{12}$ ) para uma perturbação degrau de - 0,1 na abertura da válvula V-11 .....	20
<b>Figura 5.10:</b> Comportamento da Razão Gás-Líquido 2 ( $RGL_2$ ) para uma perturbação degrau de - 0,1 na abertura da válvula V-11 .....	20
<b>Figura A.1:</b> Representação da seção transversal do tanque cilíndrico .....	24
<b>Figura A.2:</b> Representação da seção transversal do tanque cilíndrico com os eixos rotacionados.....	25
<b>Figura A.3:</b> Código para os cálculos da integral .....	26
<b>Figura A.4:</b> Código para a determinação da derivada da área em relação à altura de líquido .....	27

**Lista de Tabelas**

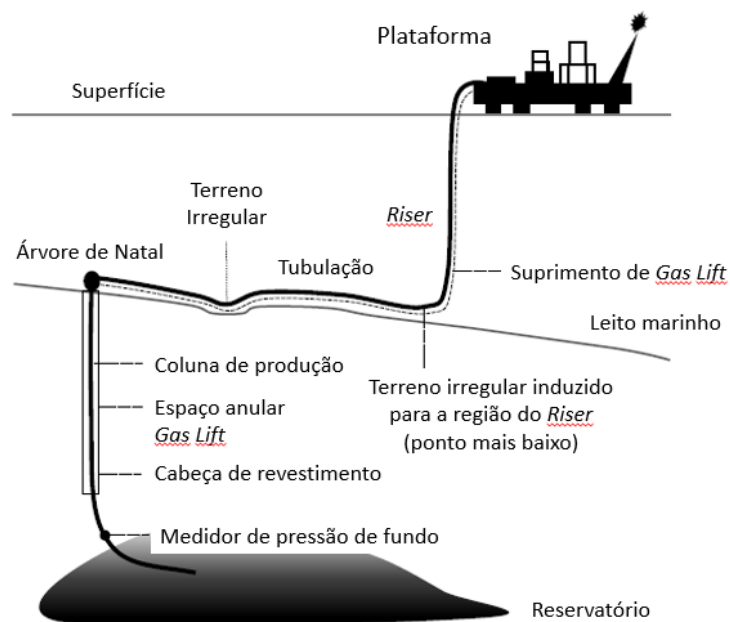
<b>Tabela 5.1:</b> Parâmetros do tanque de separação.....	14
<b>Tabela 5.2:</b> Propriedade dos fluidos.....	14
<b>Tabela 5.3:</b> Coeficientes de vazão das válvulas.....	14

## 1 Introdução

A produção de petróleo no território nacional é de extrema importância para a economia do país. O cenário da produção de petróleo no Brasil destaca a extração média, no mês de Julho de 2021, de 3,75 milhões de barris de óleo equivalentes por dia (boe/d). Do total, 93,75% foram provenientes de campos *offshore*, sendo que dessa parcela 72,25% foram extraídos do Pré-Sal (Rodrigues, 2021).

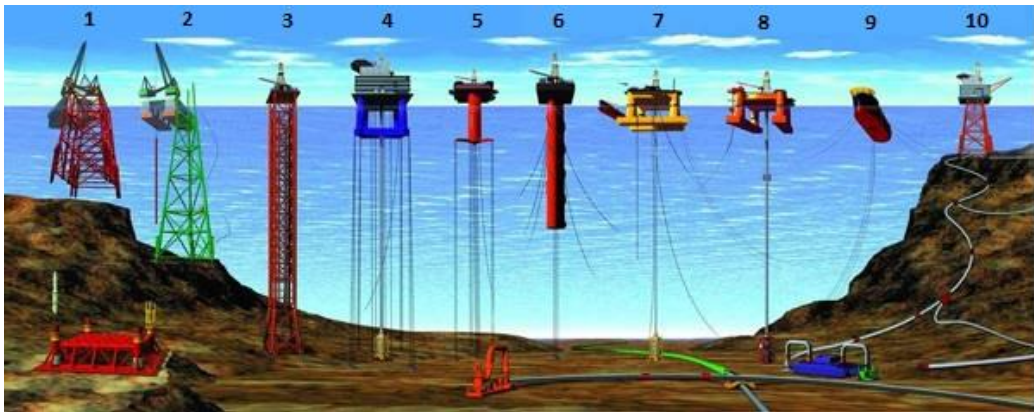
Para ser possível a extração de petróleo em campos *offshore*, são necessárias plataformas marítimas que recebem óleo e gás de poços e processam adequadamente para o envio às refinarias. Conforme a Figura 1.1, uma estratégia para extração de petróleo utiliza a tecnologia de *Gas Lift* para elevação do petróleo até a Árvore de Natal, um conjunto de válvulas para o controle da produção. Após, a mistura de gás, óleo e água percorre uma tubulação no leito marinho até chegar ao *Riser*, tubulação que levará o petróleo à superfície marinha onde será processado na plataforma. Os campos *offshore* geralmente estão localizados em águas ultraprofundas, ou seja, possuem uma profundidade em água de mais de 1500 metros (Petrobras, 2021). Logo, isso torna-se um obstáculo no desenvolvimento de tecnologias, visto que devem suportar essa pressão de coluna de água.

**Figura 1.1:** Representação esquemática da estratégia de elevação do petróleo por *Gas Lift*



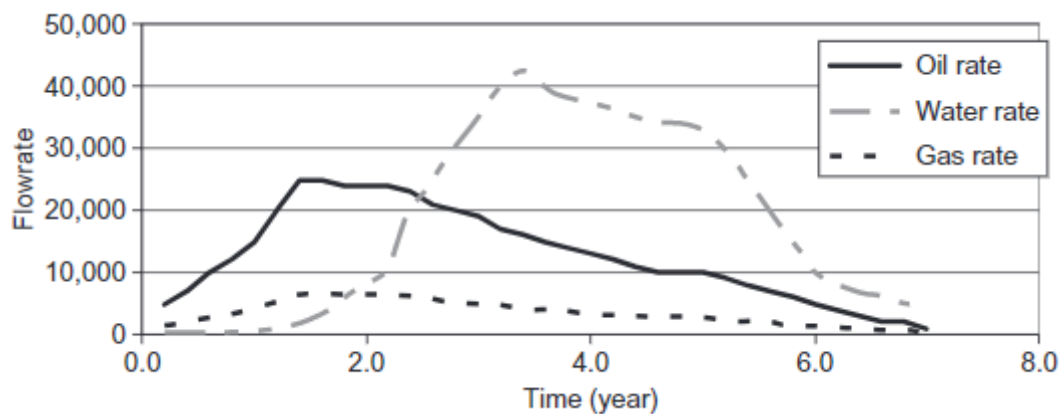
**Fonte:** (Diehl, 2018)

Existem alguns tipos de plataformas que estão representadas na Figura 1.2. Tipos 1, 2 e 10, Plataformas Fixas; Tipo 3, *compliant tower*; Tipos 4 e 5, Pernas tensionadas; Tipo 6, Mastro; Tipos 7 e 8, Semissubmersíveis; Tipo 9, Unidade de produção, armazenamento e transferência de óleo e gás (FPSO – Floating, Production, Storage and Offloading).

**Figura 1.2:** Tipos de plataformas *offshore*

**Fonte:** (Office of Ocean Exploration and Research, 2010)

A produção de petróleo em campos *offshore* apresenta um comportamento característico. No início da vida útil de um poço são produzidos óleo, gás e uma quantidade pequena de água. Contudo, conforme é realizada a retirada de material, a pressão no reservatório diminui e uma estratégia para recuperar a pressão é a injeção de água no poço. A partir desse ponto, água é produzida juntamente com óleo e gás, aumentando a densidade da coluna hidrostática. A fim de deixar a coluna mais leve, é injetado gás na base do poço, ou seja, a técnica de *Gas Lift*. A Figura 1.3 mostra os perfis típicos de produção de óleo, água e gás.

**Figura 1.3:** Perfis típicos de produção de óleo, água e gás

**Fonte:** (Guo et al., 2014)

Ao longo da vida útil do campo, a planta de processamento necessita estar preparada para tratar todas as combinações de distribuição de fases previstas em projeto. O resultado disso é que não existe um projeto que satisfaça todos os objetivos em todas as fases da operação da unidade. Ora a unidade estará engargalada na planta de produção de óleo, ora na planta de processamento de gás ou de água. Portanto, a gestão da distribuição de fases dos poços poderia otimizar a capacidade de processamento de diferentes unidades.

Considerando esse problema, pensou-se numa possível solução que será abordada nesse trabalho e pode contribuir para o desenvolvimento de outras tecnologias. Como há engargalamento na produção das plantas ao longo do tempo, é necessário utilizar-se de um novo poço. Isso porque novos poços possuem uma produção com menos água em sua



composição. Desse modo, pode-se realizar uma mistura de duas correntes, uma advinda de um poço antigo, com alta produção de gás e água, e outra proveniente de um poço novo, com maior produção de óleo e gás. Além disso, pode-se separar as correntes de gás e de líquido em um tanque e realizar novamente uma divisão de cada corrente gasosa e líquida em duas. Então, é válido misturar uma corrente gasosa com uma líquida visando definir a vazão de cada fase que será enviado para a plataforma, para atingir a composição desejada conforme a capacidade de processamento. Além disso, devido ao tanque, a vazão e pressão de saída podem possuir uma variação menor comparada à de entrada. Tal unidade será chamada MIX-DEMIX.

A unidade é uma possível solução para o problema apresentado pois é possível manipular as aberturas das válvulas que controlam as diferentes vazões de forma a possibilitar o aumento ou a redução das razões gás-líquido (RGL's) nas correntes que deixam a unidade, através dos *risers* 1 e 2, até as plataformas na superfície marinha. Dessa forma, caso a plataforma esteja com folga na produção de gás, ao se aumentar a abertura de uma das válvulas das correntes gasosas é permitida uma vazão maior de gás aumentando a RGL para essa plataforma. Por outro lado, se a plataforma estiver com folga na produção de líquido, ao se aumentar a abertura de uma das válvulas das correntes líquidas é permitida uma vazão maior de líquido diminuindo a RGL para essa plataforma.

O objetivo deste trabalho é verificar se é possível, do ponto de vista computacional, a operação dessa unidade. Para isso, será realizada uma modelagem simplificada da unidade e posterior implementação do sistema de equações, em *Python*, que descreverão o comportamento dinâmico da planta.

Na seção 2, será abordada a revisão de processos em plataformas clássicas e sistemas de separação *subsea*. Uma descrição mais detalhada da unidade MIX-DEMIX será feita na seção 3, enquanto seu equacionamento será abordado e deduzido na seção 4. Na seção 5 serão apresentados e discutidos os resultados das análises propostas. Por fim, as conclusões e sugestões para trabalhos futuros estarão na seção 6.

## 2 Revisão Bibliográfica

A separação das fases é realizada atualmente em plataformas de *topside*, ou seja, na superfície marítima. Dessa forma, é interessante conhecer os tipos de separação clássica em plataformas *topside*, bem como os sistemas atuais mais compactos, utilizando-se de hidrociclones, para a remoção de água.

### 2.1 Produção clássica em plataformas

A mistura de gás, óleo e água ascende dos *risers* até a plataforma na superfície marinha e são conectados aos *manifolds*, que são um conjunto de válvulas e instrumentos de controle necessários para a operação. Após, a mistura é alinhada para os tubos principais, *headers*, que coletam as correntes provenientes dos diferentes poços. A mistura é pré-aquecida até 80°C e levada a um separador trifásico, representado na Figura 2.1, onde serão separadas as fases gás, óleo e água. (Silva, 2013)

**Figura 2.1:** Representação de um separador trifásico



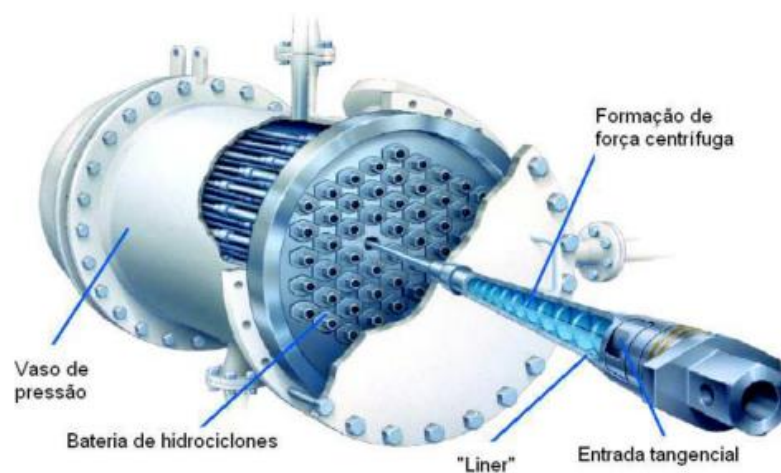
**Fonte:** (Silva, 2013)

A fase oleosa segue para um tratamento eletrostático, onde é aplicado um campo elétrico para remover a emulsão através do alongamento das gotículas de água. Esse alongamento promove uma força de atração entre as gotículas próximas favorecendo a coalescência. O óleo removido do tratador eletrostático é resfriado e enviado para o estágio de estabilização. Para o tratamento da fase gasosa são necessários dois vasos que irão remover o líquido do gás, esses vasos são chamados de *safety*. Após, o gás é enviado para os compressores, onde cada um dos dois estágios possui um resfriador acoplado a um vaso para a separação da fase líquida condensada durante o processo de resfriamento. Então, o gás do segundo estágio é enviado para uma torre de absorção, para a remoção da umidade do gás. Ao sair da torre, o gás está pronto para a comercialização. Para a água, o tratamento é realizado em uma bateria de hidrociclones. A água é pré-aquecida e, então, conduzida até um flotor, responsável pelo acabamento final do tratamento da água (Silva, 2013).

## 2.2 Sistemas com hidrociclones

O emprego de hidrociclones para o tratamento da água tem como objetivo reduzir a quantidade de óleo da corrente de água proveniente dos separadores de força gravitacional. Dessa forma, com a concentração de óleo adequada, possibilita o descarte no mar ou reinjeção da água nos poços. Portanto, é uma estratégia que busca viabilizar unidades de separação *subsea*, uma vez que esses equipamentos são mais compactos comparados aos sistemas convencionais baseados em vasos separadores gravitacionais. A Figura 2.2 mostra os detalhes do conjunto de hidrociclones em paralelo em um vaso de pressão. (Santos et al., 2014)

**Figura 2.2:** Detalhe de um conjunto de "liners" em paralelo colocados em vaso de pressão



**Fonte:** (Santos et al., 2014)

Uma desvantagem desses equipamentos é a vulnerabilidade às variações nas condições de alimentação. Isso se deve ao tempo de residência ser pequeno, em torno de 2 a 3 segundos. Logo, os hidrociclones respondem rapidamente a perturbações bruscas na pressão e vazão de alimentação e, conseqüentemente, a operação fica deslocada do ponto ótimo de operação nessas condições, causando perda de eficiência do equipamento e uma redução na qualidade da água (Santos et al., 2014).

### 3 Apresentação da unidade MIX-DEMIX

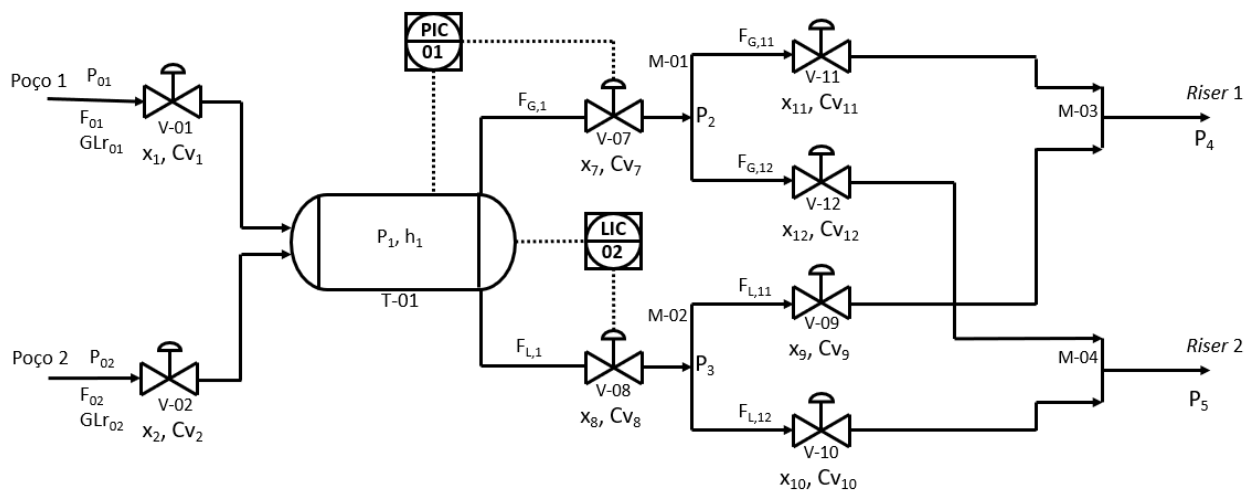
Neste capítulo serão abordados os seguintes itens:

- Descrição da unidade;
- Descrição do funcionamento da unidade;
- Restrições operacionais.

#### 3.1 Descrição da unidade

A unidade MIX-DEMIX consiste em um sistema de mistura, separação e remistura de duas correntes de petróleo provenientes de dois poços diferentes. A primeira mistura ocorre quando as duas correntes de entrada são adicionadas em um tanque. Além da mistura, o tanque também é responsável pela separação das fases gás, saindo pela corrente de topo, e líquido, saindo pela corrente de fundo. Essas duas correntes de saída serão divididas e remisturadas através de *manifolds* para compor as duas novas correntes contendo a quantidade de gás, óleo e água adequadas para o processamento da plataforma na superfície marítima. Para ilustrar a descrição acima, o fluxograma geral da unidade está apresentado na Figura 3.1.

Figura 3.1: Fluxograma de engenharia da unidade MIX-DEMIX



#### 3.2 Descrição do funcionamento da unidade

O óleo, a água e o gás ascendem, naturalmente em poços novos e através de *gaslift* em poços antigos, até a árvore de natal na superfície do leito marinho. A mistura segue pela tubulação até a entrada da unidade MIX-DEMIX, representadas pelas linhas nomeadas Poço 1 e Poço 2. As duas correntes formam a alimentação do Tanque T-01, onde as fases gasosa e líquida são separadas. Na corrente de saída de topo, tem-se a fase gasosa e na corrente de saída de fundo tem-se a fase líquida. A pressão em T-01 é controlada através

da variação na abertura da válvula de controle V-07, e o nível de líquido em T-01 é controlado através da variação da abertura da válvula de controle V-08. As válvulas estão representadas no fluxograma com seus respectivos coeficientes de vazão ( $Cv_i$ ) e aberturas ( $x_i$ ).

A corrente gasosa será dividida, através de um *Manifold*, M-01, em outras duas correntes com duas válvulas, V-11 e V-12, isso para determinar a vazão que será processada na plataforma. O mesmo acontecerá para a divisão da fase líquida no *Manifold* M-02 com as Válvulas V-09 e V-10. Após ambas as correntes estarem divididas, haverá uma nova mistura de uma corrente gasosa com uma corrente líquida através dos *Manifolds* M-03 e M-04. Então, as correntes finais ascendem através de *risers* até a plataforma, onde serão devidamente processadas.

### 3.3 Restrições operacionais

As ações de controle devem ser tomadas baseadas nas propriedades operacionais estáticas e dinâmicas do processo. Com isso, é necessário elencar as restrições operacionais a fim de auxiliar a tomada de decisão dos controladores.

A primeira restrição operacional está associada ao Tanque T-01. Este não deve estar com o nível de líquido zerado, pois implica na transferência da fase gasosa para a corrente de fundo. Logo, toda a proposta de solução para o problema seria comprometida. A partir dessa restrição, conclui-se que é necessária uma malha de controle de nível onde a variável manipulada é a abertura da Válvula V-08. Assim, será estabelecida uma variação máxima de volume.

A segunda restrição também está relacionada ao Tanque T-01. A pressão no tanque deve permitir que ambas as correntes entrem no sistema. A restrição é decorrente da seguinte condição: a pressão da corrente de um dos poços é maior em ordem de grandeza comparada a do outro e a pressão no interior do tanque está entre as pressões dos dois poços. Caso essa condição seja verdadeira, haverá um fluxo de entrada no tanque devido à corrente de maior pressão e um fluxo de saída do tanque na corrente de menor pressão. Isso implicaria na transferência de petróleo de um poço para o outro. Portanto, deve-se propor uma malha de controle de pressão onde a variável manipulada é a abertura Válvula V-07. Esta malha controlará a pressão no interior do tanque de modo que o valor esteja sempre abaixo da menor pressão da corrente de entrada.

Com as duas correntes de topo e de fundo respeitando as restrições impostas pelas condições operacionais do Tanque T-01, deve-se analisar as restrições operacionais do sistema de divisão e remistura que segue na unidade. Logo após as duas correntes de saída do tanque, há a divisão de cada uma em outras duas e, posteriormente, uma corrente líquida é misturada com uma corrente gasosa. A proporção da vazão de gás e de líquido em cada uma das novas correntes é determinada pela capacidade de processamento das plataformas na superfície marítima. A restrição dessa etapa é a possibilidade da ocorrência de fluxos inversos nas tubulações.

## 4 Modelagem matemática

Neste capítulo, serão apresentadas as hipóteses simplificadoras, o equacionamento do modelo da unidade MIX-DEMIX, ou seja, os balanços de massa para as fases líquida e gasosa. Embora a motivação da modelagem seja a produção real de petróleo, aqui serão utilizados na modelagem apenas Ar-Água, uma vez que a modelagem proposta está dando suporte para o projeto de uma unidade laboratorial, visando estudar esse sistema através de unidade experimental.

### 4.1 Equacionamento

Para realizar o equacionamento, são necessárias algumas hipóteses simplificadoras.

Fase gasosa:

- Mistura: 78% molar de  $N_2$  e 22% molar de  $O_2$ ;
- Gás ideal;
- Sem mudança de fase;
- Escoamento turbulento.

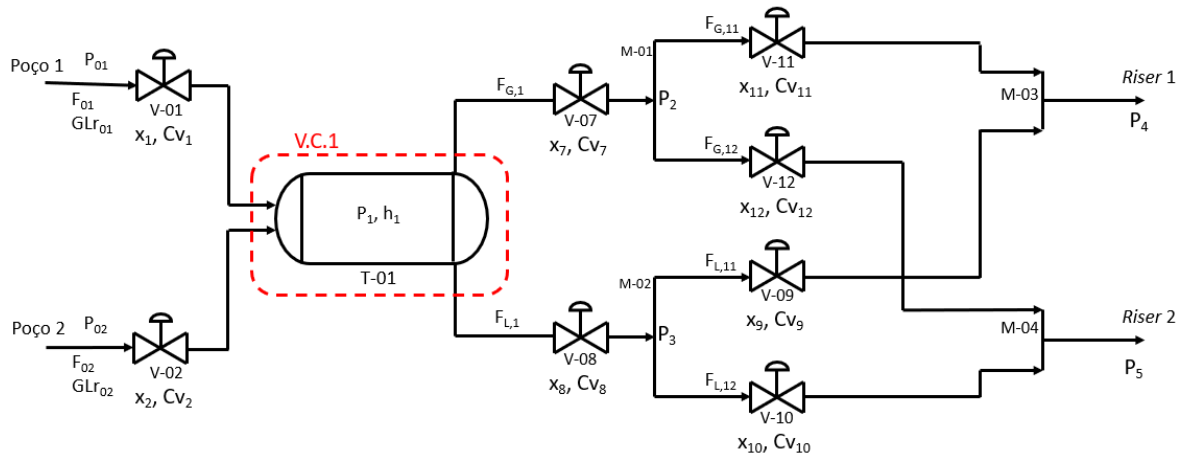
Fase líquida:

- Água;
- Sem mudança de fase;
- Escoamento incompressível;
- Escoamento turbulento;
- Massa específica constante.

Após o tanque de separação, considera-se que não ocorrerá arraste de líquido na corrente de topo, para fase gasosa, e que não ocorrerá arraste de gás na corrente de fundo, para a fase líquida.

Então, define-se o volume de controle para possibilitar o equacionamento dos balanços de massa. Esse está representado com uma linha tracejada envolvendo o Tanque T-01 na Figura 4.1.

**Figura 4.1:** Representação do volume de controle 1 (V.C.1) no fluxograma da unidade MIX-DEMIX



Dessa forma, pode-se escrever o balanço de massa para a fase líquida no V.C.1 a partir da Equação 4.1:

$$\frac{dm_{L,T-01}}{dt} = \dot{m}_{L,e} - \dot{m}_{L,s} \quad (4.1)$$

Onde  $m_{L,T-01}$  é a massa da fase líquida presente no Tanque T-01,  $\dot{m}_{L,e}$  é a vazão mássica da fase líquida que entra no Tanque T-01 e  $\dot{m}_{L,s}$  é a vazão mássica da fase líquida de sai do Tanque T-01. A partir da definição de massa específica, a Equação 4.2 pode ser reescrita conforme a Equação 4.2.

$$\frac{d\rho V_{T-01}}{dt} = (1 - GLr_{01})\rho_{L,01}F_{01} + (1 - GLr_{02})\rho_{L,02}F_{02} - \rho F_{L,1} \quad (4.2)$$

Onde  $V_{T-01}$  é o volume de líquido no interior do Tanque T-01.  $GLr_{01}$  e  $GLr_{02}$  as proporções volumétricas de gás nas correntes 01 e 02, respectivamente.  $F_{01}$ ,  $F_{02}$  e  $F_{L,1}$  são as vazões volumétricas totais de entrada do Tanque T-01 das correntes 01 e 02 e a vazão volumétrica de líquido de saída do Tanque T-01, respectivamente. As massas específicas dos líquidos das correntes 01 e 02 são  $\rho_{L,01}$  e  $\rho_{L,02}$  e iguais a massa específica da fase líquida presente no tanque,  $\rho$ . Pode-se escrever as equações para as vazões volumétricas em função da pressão conforme a equação das válvulas, como consta na Equação 4.3.

$$F = Cv f(x) \sqrt{\frac{\Delta P}{Gf}} \quad (4.3)$$

Onde  $F$  é a vazão volumétrica,  $Cv$  é o coeficiente de vazão da válvula,  $f(x)$  é a função característica da válvula,  $x$  é a abertura da válvula,  $\Delta P$  é a queda de pressão entre a entrada e descarga da válvula e  $Gf$  é a densidade do fluido relativa a da água nas condições de 15,5°C e 1 atm.

Além disso, deve-se levar em consideração a geometria do problema. Trata-se de um tanque cilíndrico (comprimento  $L$  e raio  $r$ ) orientado horizontalmente, logo, a área da seção transversal ao comprimento varia com a altura de líquido presente no tanque. A expressão que calcula a área da seção transversal de um cilindro orientado horizontalmente em função da altura de líquido está representada na Equação 4.4, cuja dedução é apresentada no Apêndice A.

$$A(h_1) = r^2 \operatorname{asin}\left(\frac{h_1 - r}{r}\right) + r(h_1 - r) \sqrt{1 - \frac{(h_1 - r)^2}{r^2}} + \frac{\pi r^2}{2} \quad (4.4)$$

Onde  $A$  é a área da seção transversal e  $r$  é o raio do tanque. Será necessária a expressão da derivada da área em relação à altura de líquido, uma vez que a área da seção transversal depende da altura de líquido, que por sua vez é variável no tempo. Tal expressão está contida na Equação 4.5.

$$\frac{dA}{dh_1} = r \sqrt{1 - \frac{(h_1 - r)^2}{r^2}} + \frac{r}{\sqrt{1 - \frac{(h_1 - r)^2}{r^2}}} - \frac{(h_1 - r)(2h_1 - 2r)}{2r \sqrt{1 - \frac{(h_1 - r)^2}{r^2}}} \quad (4.5)$$

Com isso, considerando uma característica linear da válvula ( $f(x) = x$ ), pode-se manipular e rearranjar os termos da Equação 4.2 para escrever a versão final do balanço de massa para a fase líquida no V.C.1 conforme a Equação 4.6.

$$\frac{dh_1}{dt} = \frac{(1 - GLr_{01})Cv_1x_1\sqrt{\frac{P_{01} - P_1}{Gf_{01}}} + (1 - GLr_{02})Cv_2x_2\sqrt{\frac{P_{02} - P_1}{Gf_{02}}} - Cv_8x_8\sqrt{\frac{P_1 + \rho gh_1 - P_3}{Gf_{liq}}}}{L \frac{dA}{dh_1}} \quad (4.6)$$

Sendo  $P_{01}$ ,  $P_{02}$ ,  $P_1$  e  $P_3$  são, respectivamente, as pressões das correntes de entrada 01 e 02, no interior do Tanque T-01, e no V.C.3, representado na Figura 4.2.

O mesmo raciocínio pode ser seguido para formular o balanço de massa para a fase gasosa no V.C.1, conforme consta na Equação 4.7.

$$\frac{dm_{G,T-01}}{dt} = \dot{m}_{G,e} - \dot{m}_{G,s} \quad (4.7)$$



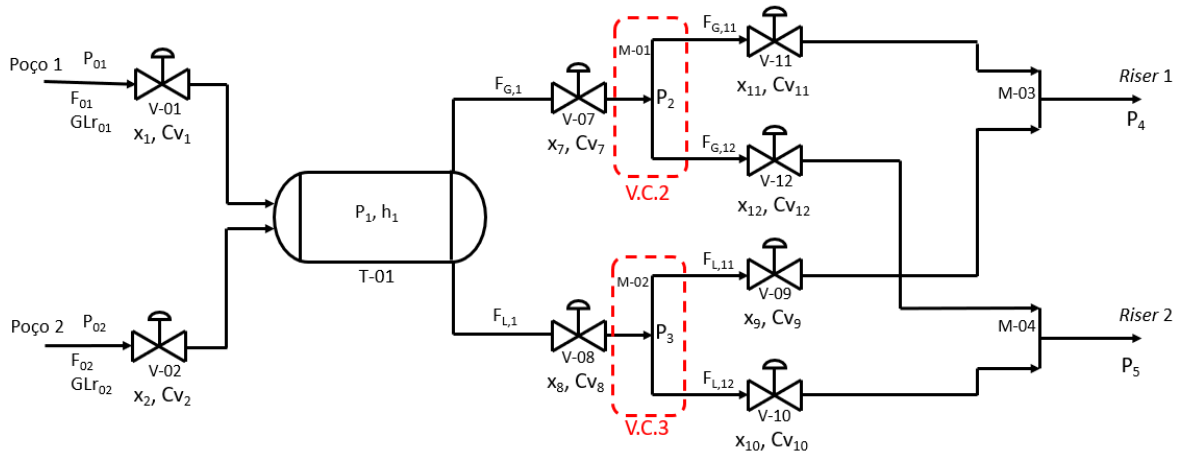
Utilizando novamente a definição de massa específica, considerando o gás ideal, a equação das válvulas e rearranjando os termos, chega-se na Equação 4.8.

$$\frac{dP_1}{dt} = \frac{GLr_{01}\rho_{v,01}Cv_1x_1\sqrt{\frac{P_{01}-P_1}{Gf_{01}}} + GLr_{02}\rho_{v,02}Cv_2x_2\sqrt{\frac{P_{02}-P_1}{Gf_{02}}} - \rho_{v,1}Cv_7x_7\sqrt{\frac{P_1-P_2}{Gf_{g1}}}}{\left(\frac{M_v}{RT}\right)} + \frac{P_1}{(V_{T-01} - AL)} \left( (1 - GLr_{01})Cv_1x_1\sqrt{\frac{P_{01}-P_1}{Gf_{01}}} + (1 - GLr_{02})Cv_2x_2\sqrt{\frac{P_{02}-P_1}{Gf_{02}}} - Cv_8x_8\sqrt{\frac{P_1 + \rho gh_1 - P_3}{Gf_{liq}}} \right) \quad (4.8)$$

Onde  $\rho_{v,01}$  e  $\rho_{v,02}$  são as massas específicas da fase vapor para as correntes 01 e 02, e a massa específica da fase vapor no interior do tanque é  $\rho_{v,1}$ .

Feitos os balanços de massa para as fases líquida e gasosa no V.C.1, é necessário realizar mais dois balanços de massa para calcular as pressões intermediárias entre a saída do Tanque T-01 e a bifurcação das correntes através dos *Manifolds* M-01 e M-02. Como esses são componentes sem acúmulo, supõe-se um volume pequeno somente para realizar o balanço de massa e calcular essas pressões aproximadas. Parte-se, então, dos mesmos conceitos e realiza-se os mesmos passos anteriores para chegar nas duas equações diferenciais para calcular as pressões intermediárias. A Equação 4.9 a Equação 4.10 representam, respectivamente, os balanços de massa para os volumes de controles V.C.2 e V.C.3 representados na Figura 4.2.

**Figura 4.2:** Representação dos volumes de controle V.C.2 e V.C.3 no fluxograma da unidade Mix-DEMIX



$$\frac{dP_2}{dt} = \frac{\rho_{v,1} C v_7 x_7 \sqrt{\frac{P_1 - P_2}{G f_{g1}}} - \rho_{v,2} \left( C v_{11} x_{11} \sqrt{\frac{P_2 - P_4}{G f_{g11}}} + C v_{12} x_{12} \sqrt{\frac{P_2 - P_5}{G f_{g12}}} \right)}{\left( \frac{M_v V_{V,2}}{RT} \right)} \quad (4.9)$$

$$\frac{dP_3}{dt} = \frac{C v_8 x_8 \sqrt{\frac{P_1 + \rho g h_1 - P_3}{G f_{liq}}} - C v_9 x_9 \sqrt{\frac{P_3 - P_4}{G f_{liq}}} - C v_{10} x_{10} \sqrt{\frac{P_3 - P_5}{G f_{liq}}}}{\left( \frac{P_3^2}{P_{30} V_{30}} \right)} \quad (4.10)$$

Onde  $P_2$ ,  $P_4$  e  $P_5$ , são as pressões no V.C.2, na corrente de descarga correspondente a *Riser 1*, e na corrente de descarga correspondente a *Riser 2*, respectivamente.

## 4.2 Variáveis manipuladas e controladas

As variáveis manipuladas são aquelas que podem ser alteradas a partir da ação dos controladores para encaminhar o sistema ao *setpoint* desejado. Já as variáveis controladas são aquelas que permitirão o controlador atingir o *setpoint* através do erro do sinal de saída em relação ao *setpoint*. As variáveis manipuladas serão as aberturas  $x_7$  e  $x_8$  para o controle da pressão e do nível no interior do Tanque T-01, respectivamente. Logo as variáveis controladas serão  $P_1$  e  $h_1$ , a pressão e o nível no interior do Tanque T-01.

## 4.3 Sintonia dos controladores

A sintonia dos controladores é essencial para o funcionamento de uma unidade. A partir da sintonia correta dos controladores, ou seja, o ajuste dos seus parâmetros, a

planta pode apresentar um comportamento desejável. No caso deste trabalho, será explorada a capacidade pulmão de um tanque.

Segundo método de Friedman (1994), utiliza-se controladores PI (Proporcional integral) para tanques pulmão. O ganho do controlador ( $K_c$ ) deve ser calculado através da Equação 4.11. (De Campos e Teixeira, 2006)

$$K_c = -0,736 \frac{\Delta L_{m\acute{a}x}}{\Delta h_{m\acute{a}x}} \quad (4.11)$$

Onde  $\Delta L_{m\acute{a}x}$  é a variação máxima permitida na vazão de líquido na saída do tanque e  $\Delta h_{m\acute{a}x}$  é a variação máxima permitida pelo controlador na altura de líquido presente no tanque. A constante de tempo integral ( $\tau_I$ ) será calculada a partir da Equação 4.12. (De Campos e Teixeira, 2006)

$$\tau_I = -\frac{4A}{K_c} \quad (4.12)$$

Onde A é a área da seção transversal do tanque.

## 5 Resultados e discussão

Para a simulação foi utilizada a linguagem de programação *Python* juntamente com o integrador *odeint* da biblioteca *scipy*. Foram utilizados os parâmetros contidos nas tabelas Tabela 5.1, Tabela 5.2 e Tabela 5.3. Como o escoamento foi considerado incompressível, as densidades da fase líquida em todo o sistema foram consideradas constantes e com o mesmo valor de  $\rho$ . Como não existe uma unidade em operação, os coeficientes de vazão das válvulas foram estimados para determinada vazão e para aberturas das válvulas de 0,5 e considerados constantes durante a simulação. As proporções volumétricas de gás nas correntes de entrada foram de 6/7 para a corrente 01 e 5/7 para a corrente 02.

**Tabela 5.1:** Parâmetros do tanque de separação

Parâmetro (unidade)	Valor
$r$ (m)	1,05
$L$ (m)	12,7

**Tabela 5.2:** Propriedade dos fluidos\*

Propriedade (unidade)	Valor
$M_v$ (kg/kmol)	28,88
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	997,09
$\rho_{H_2O,15,5^\circ C}$ (kg/m <sup>3</sup> )	999,03

\*Fonte: (NIST, 2021)

**Tabela 5.3:** Coeficientes de vazão das válvulas

Parâmetro (unidade)	Valor
$Cv_1$ (m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> Pa <sup>-1/2</sup> )	1,515x10 <sup>-4</sup>
$Cv_2$ (m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> Pa <sup>-1/2</sup> )	1,515x10 <sup>-4</sup>
$Cv_7$ (m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> Pa <sup>-1/2</sup> )	1,274x10 <sup>-4</sup>
$Cv_8$ (m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> Pa <sup>-1/2</sup> )	4,855x10 <sup>-5</sup>
$Cv_9$ (m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> Pa <sup>-1/2</sup> )	4,003x10 <sup>-5</sup>
$Cv_{10}$ (m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> Pa <sup>-1/2</sup> )	4,003x10 <sup>-5</sup>
$Cv_{11}$ (m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> Pa <sup>-1/2</sup> )	1,018x10 <sup>-4</sup>
$Cv_{12}$ (m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> Pa <sup>-1/2</sup> )	1,018x10 <sup>-4</sup>

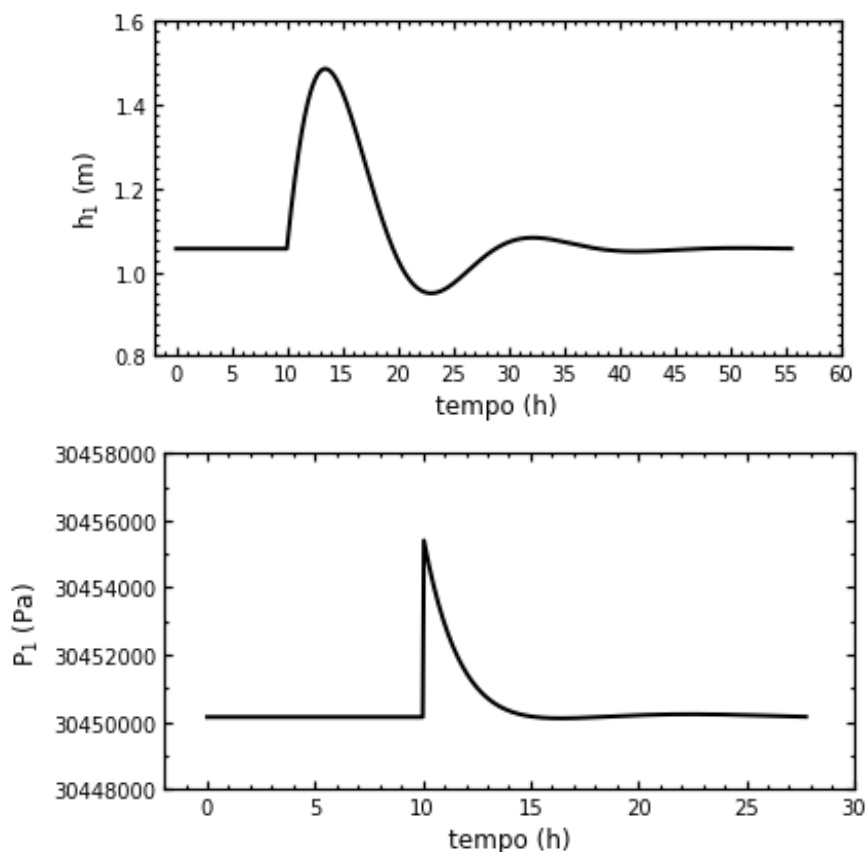
A condição de pressão na entrada para as duas correntes ( $P_{01}$  e  $P_{02}$ ) é de 30,51 MPa e a condição de pressão nas duas descargas da unidade ( $P_4$  e  $P_5$ ) é de 30,2 MPa. Para os volumes de controle V.C.2 e V.C.3, os valores de  $V_{V,2}$  e  $V_{30}$  foram assumidos de 0,001 m<sup>3</sup>. Para malha de nível LIC-02, foram considerados os valores de  $K_c = -0,1917$  e de  $\tau_I = 7227$ , visando suportar uma perturbação de 100 kPa para as condições de entrada. Para o controlador de pressão partiu-se dos mesmos parâmetros da malha de nível e alterou-se até atingir uma melhor resposta. Os valores de  $K_c$  e  $\tau_I$  considerados para a malha de pressão PIC-01 foram, respectivamente, iguais a  $-5,0 \times 10^{-5}$  e 5000.

As simulações foram realizadas até atingirem o estado estacionário (E.E.). Como primeira análise, foram realizadas perturbações degrau nas pressões de cada corrente de entrada. Assim, é possível verificar a resposta do nível ( $h_1$ ) e da pressão ( $P_1$ ) no interior do tanque. Outra análise pode ser feita ao realizar degraus na abertura das válvulas V-09, alterando a vazão de líquido, e V-11, alterando a vazão de gás, a fim de analisar o comportamento da RGL (Razão gás-líquido) na saída da unidade, que é a razão entre as vazões volumétricas de gás e de líquido nas condições padrão. A seguir, serão apresentados os resultados das simulações descritas anteriormente para quatro situações.

### 5.1 Situação 1 – Degrau na pressão ( $P_{01}$ ) da corrente de entrada

A situação 1 corresponde à simulação realizada para uma perturbação degrau na pressão da corrente de entrada ( $P_{01}$ ) de magnitude de +100 kPa. Dessa forma, na Figura 5.1 está o sinal de resposta do nível e da pressão.

**Figura 5.1:** Resposta do nível ( $h_1$ ) e da pressão ( $P_1$ ) à perturbação de +100 kPa em  $P_{01}$

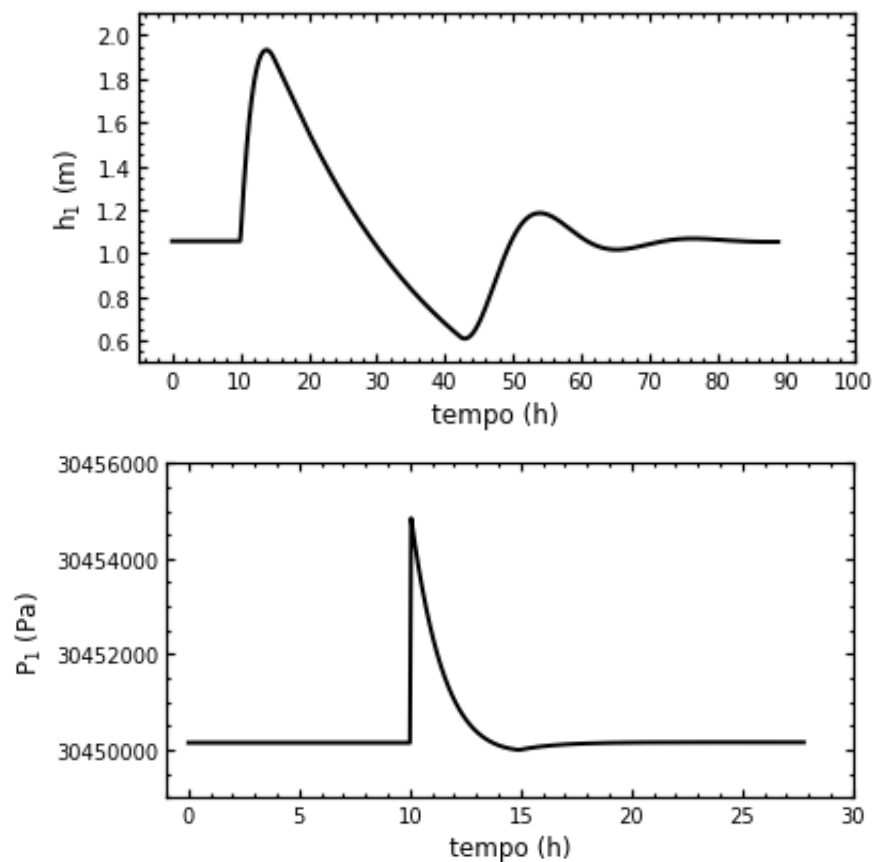


Como pode ser observado na Figura 5.1, tanto o nível quanto a pressão no interior do tanque são levados ao *setpoint*. Isso indica que o controlador de nível e o de pressão são suficientes para estabilizar a unidade quando sujeita à uma perturbação em  $P_{01}$  de +100 kPa.

## 5.2 Situação 2 – Degrau na pressão ( $P_{02}$ ) da corrente de entrada

A situação 2 corresponde à simulação realizada para uma perturbação degrau na pressão da corrente de entrada ( $P_{02}$ ) de magnitude de +100 kPa. Dessa forma, na Figura 5.2 está o sinal de resposta do nível e da pressão.

**Figura 5.2:** Resposta do nível ( $h_1$ ) e da pressão ( $P_1$ ) à perturbação de +100 kPa em  $P_{02}$



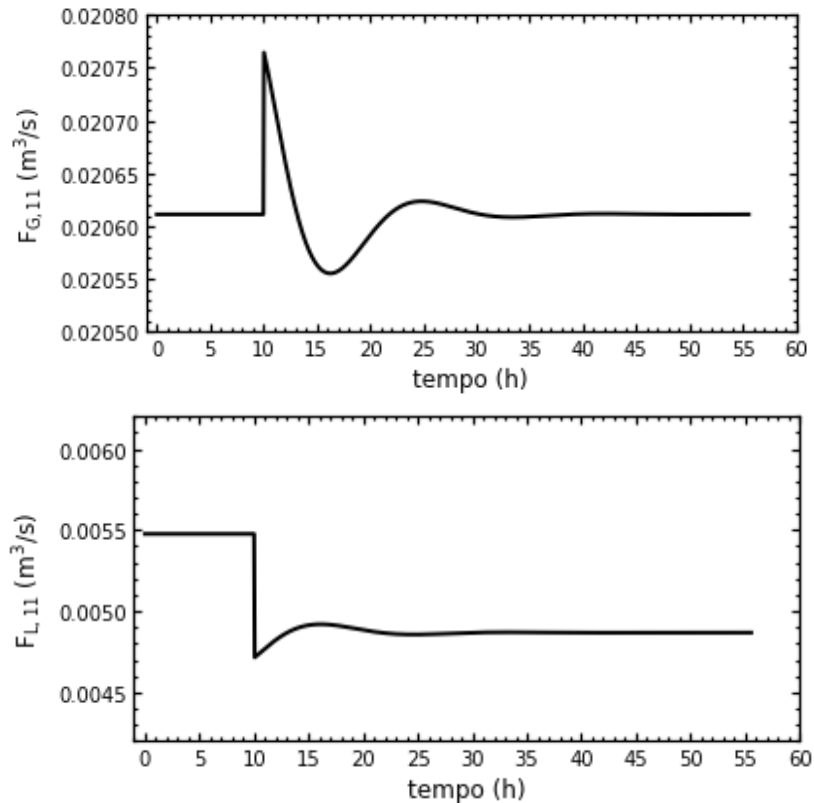
Como pode ser observado na Figura 5.2, tanto o nível quanto a pressão no interior do tanque são levados ao *setpoint*. Isso indica que o controlador de nível e o de pressão são suficientes para estabilizar a unidade quando sujeita à uma perturbação em  $P_{01}$  de +100 kPa. Porém nessa situação o nível possui uma amplitude de oscilação maior, devido à maior quantidade de líquido presente nessa corrente de entrada.

## 5.3 Situação 3 – Diminuição da vazão da fase líquida para o *Riser 1*

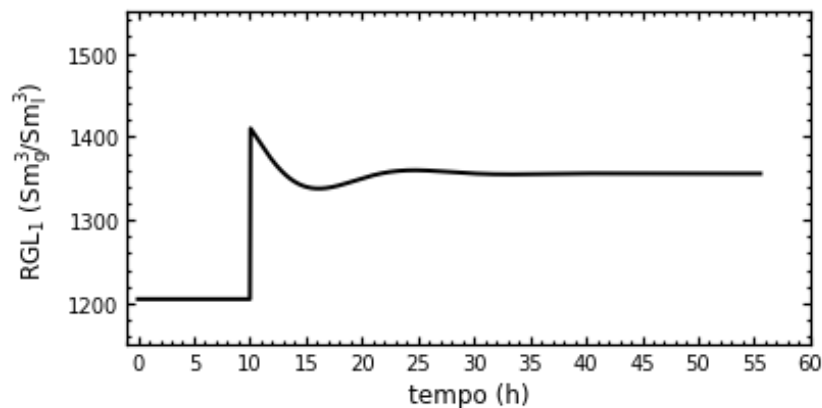
A situação 3 corresponde à simulação realizada para uma perturbação degrau na abertura da válvula V-09 de -0,1. Ou seja, a abertura reduzirá de 0,5 (E.E.) para 0,4. Em termos práticos, a perturbação reduz a vazão de líquido de uma das correntes. Para analisar o comportamento da RGL é necessário, também, analisar o comportamento

das vazões de gás e de líquido, antes da remistura, para cada RGL, que estão representados na Figura 5.3 e na Figura 5.4.

**Figura 5.3:** Comportamento das vazões de gás (G11) e de líquido (L11) para uma perturbação degrau de - 0,1 na abertura da válvula V-09

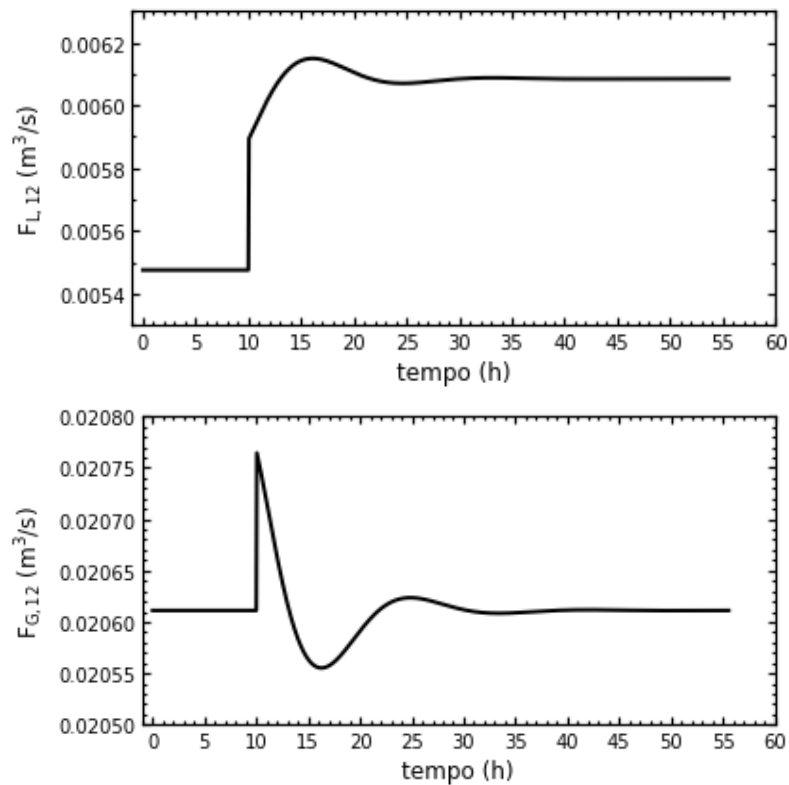


**Figura 5.4:** Comportamento da Razão Gás-Líquido 1 ( $RGL_1$ ) para uma perturbação degrau de - 0,1 na abertura da válvula V-09

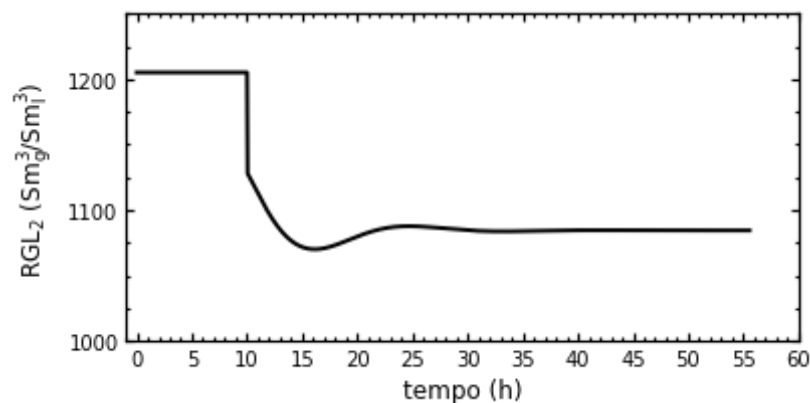


Como mostra a Figura 5.3, a perturbação degrau na válvula V-09 leva a uma redução na vazão de líquido na corrente  $L_{11}$  enquanto a vazão de gás da corrente  $G_{11}$  oscila devido à variação da pressão no V.C.2, porém retorna ao mesmo valor inicial ao atingir o estado estacionário, devido ao fato da abertura da válvula V-11 permanecer constante. Na Figura 5.4, pode-se observar um aumento da  $RGL_1$  como consequência da redução da vazão de líquido fazendo com que a proporção de gás na corrente de descarga da unidade aumente. Para análise do  $RGL_2$  segue a Figura 5.5 e a Figura 5.6.

**Figura 5.5:** Comportamento das vazões de gás (G12) e de líquido (L12) para uma perturbação degrau de - 0,1 na abertura da válvula V-09



**Figura 5.6:** Comportamento da Razão Gás-Líquido 2 ( $RGL_2$ ) para uma perturbação degrau de - 0,1 na abertura da válvula V-09



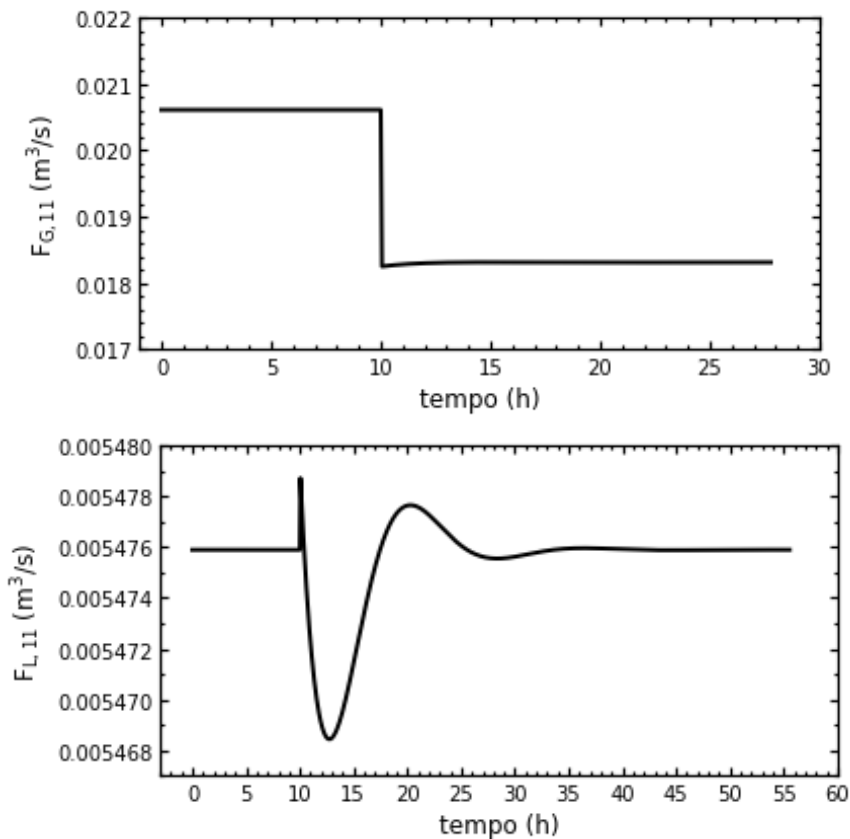
Como mostra a Figura 5.5, a perturbação degrau na válvula V-09 leva a um aumento na vazão de líquido na corrente  $L_{12}$ , devido ao aumento na pressão do V.C.3, enquanto a vazão de gás da corrente  $G_{12}$  apresenta o mesmo comportamento da corrente  $G_{11}$ , também devido ao fato da abertura da válvula V-12 permanecer constante. Na Figura 5.6, pode-se observar uma redução da  $RGL_2$ , como consequência do aumento da vazão de líquido fazendo com que a proporção de gás na corrente de descarga da unidade diminua.



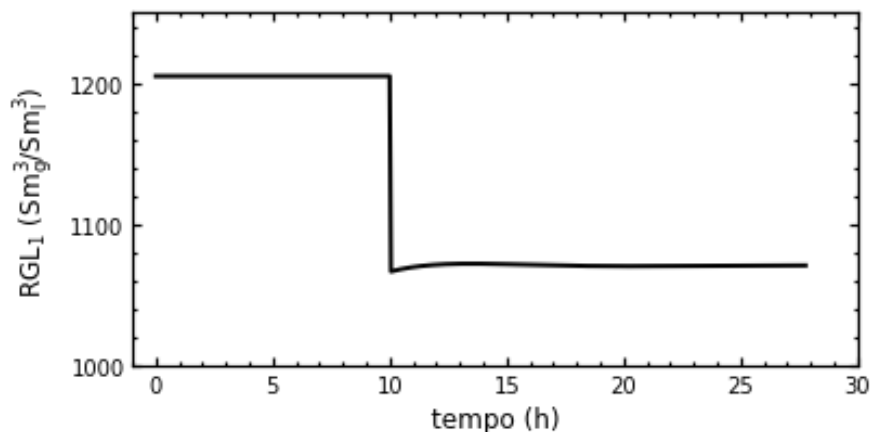
#### 5.4 Situação 4 – Diminuição da vazão da fase gasosa para o Riser 1

A situação 4 corresponde à simulação realizada para uma perturbação degrau na abertura da válvula V-11 de  $-0,1$ . Ou seja, a abertura reduzirá de  $0,5$  (E.E.) para  $0,4$ . Em termos práticos, a perturbação reduz a vazão de gás de uma das correntes. Como na Situação 3, para analisar o comportamento da RGL é necessário, analisar o comportamento das vazões de gás e de líquido antes da remistura para cada RGL, que estão representados na Figura 5.7 e na Figura 5.8.

**Figura 5.7:** Comportamento das vazões de gás (G11) e de líquido (L11) para uma perturbação degrau de  $-0,1$  na abertura da válvula V-11

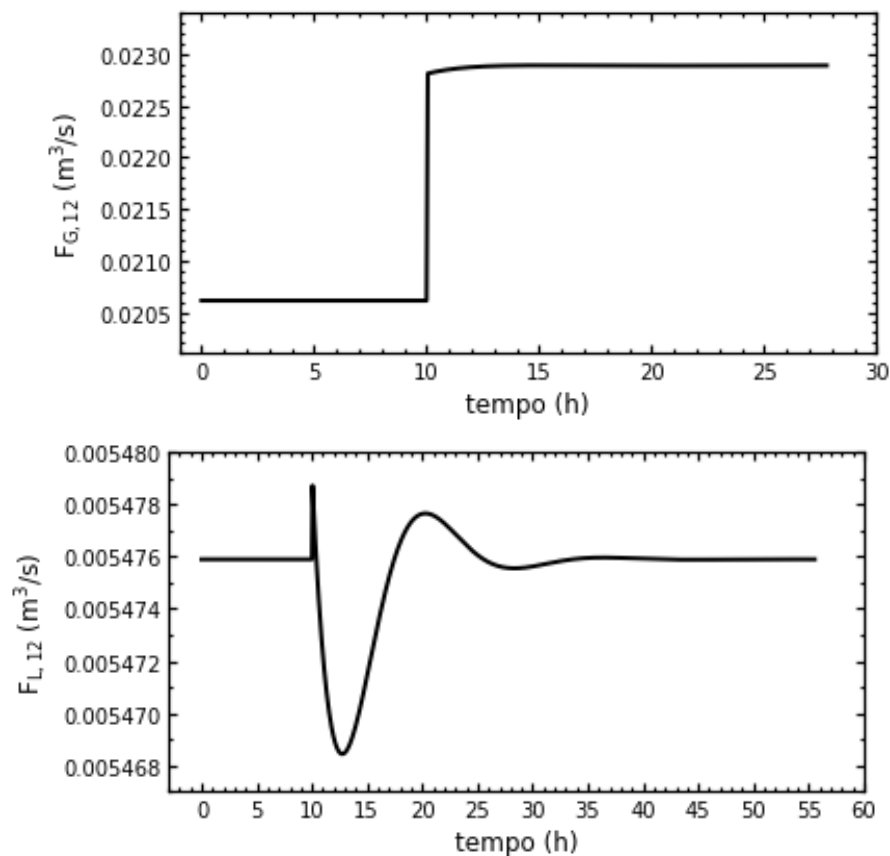


**Figura 5.8:** Comportamento da Razão Gás-Líquido 1 (RGL<sub>1</sub>) para uma perturbação degrau de  $-0,1$  na abertura da válvula V-11

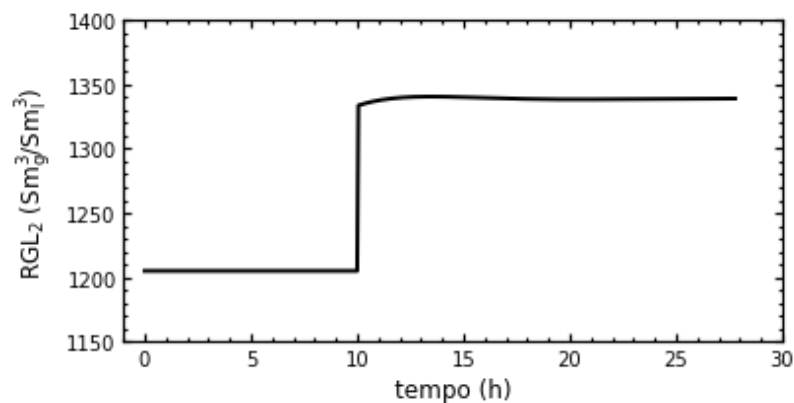


Como mostra a Figura 5.7, a perturbação degrau na válvula V-11 leva a uma oscilação na vazão de líquido na corrente  $L_{11}$  devido à variação na pressão no V.C.3, porém ao atingir o estacionário a vazão retorna ao mesmo valor inicial, isso porque a abertura da válvula V-09 permanece constante. A vazão de gás da corrente  $G_{11}$  também apresenta uma redução na vazão devido à alteração na abertura da válvula, porém sem oscilação. Na Figura 5.8, pode-se observar uma redução da  $RGL_1$ , como consequência do aumento da vazão de líquido fazendo com que a proporção de gás na corrente de descarga da unidade diminua. Para análise do  $RGL_2$  segue a Figura 5.9 e a Figura 5.10.

**Figura 5.9:** Comportamento das vazões de gás ( $G_{12}$ ) e de líquido ( $L_{12}$ ) para uma perturbação degrau de -0,1 na abertura da válvula V-11



**Figura 5.10:** Comportamento da Razão Gás-Líquido 2 ( $RGL_2$ ) para uma perturbação degrau de -0,1 na abertura da válvula V-11



Como mostra a Figura 5.9, a perturbação degrau na válvula V-11 leva a um aumento na vazão de gás na corrente  $G_{12}$  enquanto a vazão de líquido da corrente  $L_{12}$  oscila devido à variação da pressão no V.C.3, porém retorna ao mesmo valor inicial ao atingir o estado estacionário, devido ao fato da abertura da válvula V-09 permanecer constante. Na Figura 5.10, pode-se observar um aumento da  $RGL_2$  como consequência do aumento da vazão de gás fazendo com que a proporção de gás na corrente de descarga da unidade aumente.

Vale destacar ainda que, quando a perturbação foi realizada nas válvulas contendo a fase líquida todas as variáveis controladas apresentaram oscilação, isso devido à variação de nível dentro do tanque, influenciando tanto na pressão do V.C.2 quanto no V.C.3. Desse modo, a RGL para os dois *Risers* também oscilou. Porém, quando a perturbação foi realizada nas válvulas contendo a fase gasosa, somente a fase líquida sofre com oscilações, ainda com magnitude pequena, na ordem de  $10^{-6}$  m<sup>3</sup>/s. A vazão da fase gasosa possui uma resposta praticamente instantânea, indicando rigidez e dificuldade de integração devido à diferença das dinâmicas da fase gasosa com a fase líquida. Vale, também, destacar que o código utilizado para gerar os gráficos dessa seção encontra-se disponível no Apêndice B deste trabalho.

## 6 Conclusões e sugestões para trabalhos futuros

Neste trabalho, foi proposto um modelo para a unidade MIX-DEMIX, uma possível solução para o problema de gestão de distribuição de fases em plataformas *offshore* de processamento de petróleo. Apesar das simplificações feitas neste trabalho, foi possível verificar o comportamento das (razões gás-líquido) RGL's na descarga da unidade, ou seja, a variação da proporção das fases que a plataforma receberá. Com isso, tem-se que a metodologia empregada para o desenvolvimento do modelo foi suficiente para se obter conclusões.

As situações 1 e 2 analisadas mostram que o controlador proposto para responder a perturbações degrau de 100 kPa nas correntes de entrada foi suficiente para estabilizá-las. As situações 3 e 4 mostraram a evolução da RGL para uma perturbação degrau na abertura de uma das válvulas V-09 (líquida) e V-11 (gasosa). Na Situação 3, por exemplo, ao reduzir a abertura de uma das válvulas das correntes gasosas, a que sofrer a perturbação gerada por essa redução, proporcionará uma menor RGL, ou seja, a plataforma receberá menos gás, enquanto a outra corrente gasosa terá sua vazão aumentada, respeitando o balanço de massa, causando um aumento da RGL e, conseqüentemente, um aumento na quantidade de gás recebido pela plataforma.

Para trabalhos futuros, aconselha-se considerar uma mistura contendo as fases água, óleo e gás natural para propor uma gestão de fases trifásica. Outra sugestão seria propor estratégias para o controle de vazão através das válvulas e dessa forma garantir, futuramente, a restrição operacional da possibilidade da ocorrência de fluxos inversos. Além disso, propor novos desenhos para a unidade pode ser útil, por exemplo, remover a água na unidade *subsea* e dessa forma enviar somente óleo e gás para a plataforma.

## 7 Referências

DE CAMPOS, M. C. M.; TEIXEIRA, H. C. G. **Controles típicos de equipamentos e processos industriais**. [s.l: s.n.].

DIEHL, F. C. **Aumento da Produção de Petróleo em Poços Offshore através da Utilização de Técnicas de Controle e Otimização de Processos**. Porto Alegre: [s.n.].

GUO, B.; SONG, S.; GHALAMBOR, A.; et al. General Design Information. **Offshore Pipelines**, p. 13–20, 2014.

NIST. **Propriedades dos fluidos**. Disponível em: <<https://webbook.nist.gov/chemistry/fluid/>>. Acesso em: 19 out. 2021.

OFFICE OF OCEAN EXPLORATION AND RESEARCH. **Ocean Explorer**. Disponível em: <[https://oceanexplorer.noaa.gov/explorations/06mexico/background/oil/media/types\\_600.html](https://oceanexplorer.noaa.gov/explorations/06mexico/background/oil/media/types_600.html)>. Acesso em: 19 jun. 2021.

PETROBRAS. **Petrobras**. Disponível em: <<https://comunicabaciadesantos.petrobras.com.br/glossario>>. Acesso em: 8 nov. 2021.

RODRIGUES, L. **AgênciaBrasil**. Disponível em: <<https://agenciabrasil.ebc.com.br/economia/noticia/2021-07/painel-da-producao-de-petroleo-mostra-recorde-da-bacia-de-santos>>. Acesso em: 8 nov. 2021.

SANTOS, C.; ALMEIDA, D. E.; DE JANEIRO, R. UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO ESTUDO DE ESTRATÉGIAS DE CONTROLE PARA SISTEMAS COMPACTOS OFFSHORE DE PROCESSAMENTO PRIMÁRIO DE PETRÓLEO. 2014.

SILVA, F. R. DA. Estudo de um novo sistema de separação primária de gás-óleo-água para plataformas de petróleo. 2013.

## Apêndice

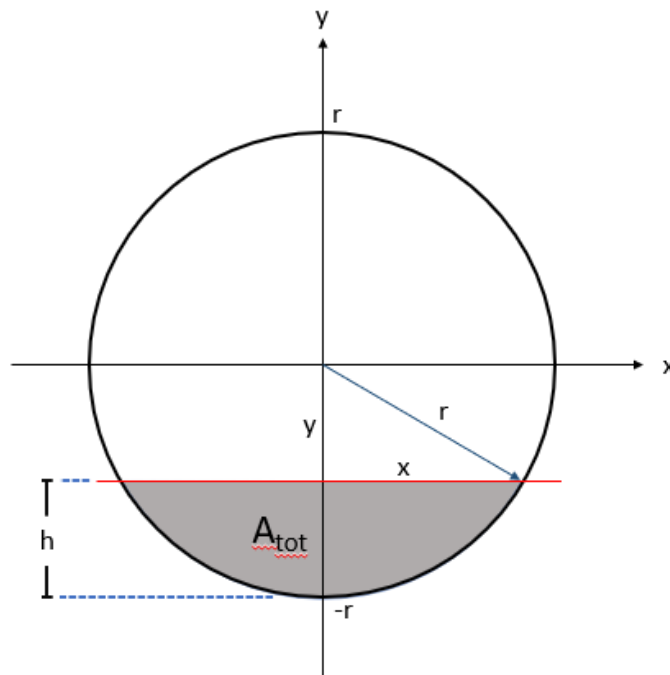
### Apêndice A – Dedução da expressão da área da seção transversal do tanque em função da altura de líquido

Considerações:

- Tanque cilíndrico;
- Eixo axial (z) orientado horizontalmente;

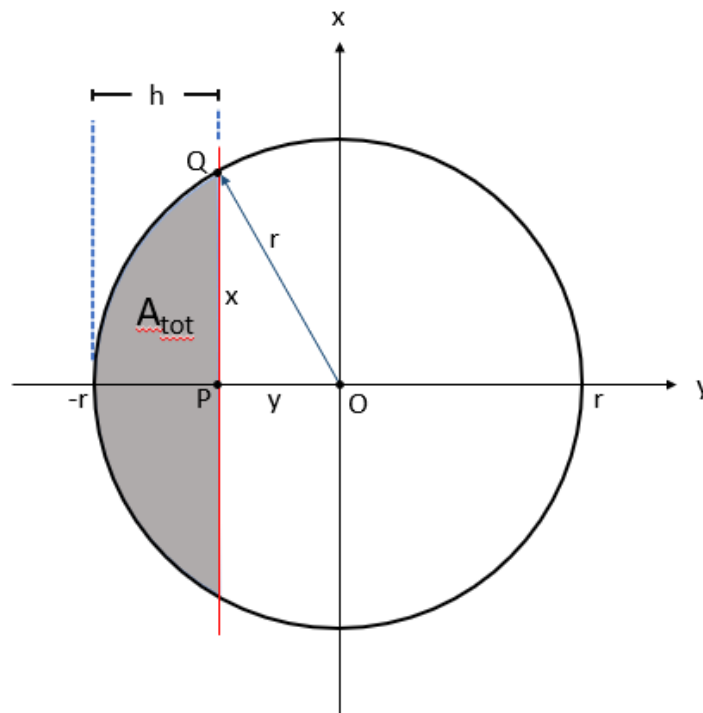
A Figura A.1 mostra a seção transversal do cilindro que possui raio  $r$  centrado na origem do sistema cartesiano, com altura de líquido  $h$  e a área da seção transversal correspondente à essa altura é  $A_{tot}$ . O eixo z está na direção perpendicular ao plano da página.

**Figura A.1:** Representação da seção transversal do tanque cilíndrico



Para uma melhor visualização dos próximos passos realiza-se uma rotação de  $90^\circ$  no sentido horário em torno do eixo z, e posteriormente uma rotação de  $180^\circ$  em torno do eixo y. O resultado encontra-se na Figura A.2

**Figura A.2:** Representação da seção transversal do tanque cilíndrico com os eixos rotacionados



Considerando o triângulo com vértices nos pontos O, P e Q, aplica-se o Teorema de Pitágoras, como mostra a Equação A.1, que representa a equação da circunferência.

$$r^2 = x^2 + y^2 \quad (\text{A.1})$$

Para o arco da região positiva do eixo x da circunferência representada na Figura A.2, pode-se escrever a Equação A.1 isolando a variável x e, dessa forma, tem-se  $x = f(y)$  representada na Equação A.2.

$$x = \sqrt{r^2 - y^2} \quad (\text{A.2})$$

Dessa forma pode-se calcular a metade da área A integrando a função x para os limites de integração de -r até y, conforme a Equação A.3.

$$A_{tot} = 2 \int_{-r}^y \sqrt{r^2 - y'^2} dy' \quad (\text{A.3})$$

O cálculo da integral da Equação A.3 foi realizada simbolicamente através da biblioteca SymPy. O código utilizado para o cálculo está representado na Figura A.0.3

**Figura A.3:** Código para os cálculos da integral

```
import sympy as sb
```

```
x = sb.Symbol('x')
y = sb.Symbol('y')
r = sb.Symbol('r')
h = sb.Symbol('h')
```

```
f = sb.sqrt(r**2 - y**2)
f
```

$$\sqrt{r^2 - y^2}$$

```
Atot = 2*sb.integrate(f, y)
Atot
```

$$2 \left( \begin{array}{l} \left( -\frac{ir^2 \operatorname{acosh}\left(\frac{y}{r}\right)}{2} - \frac{iry}{2\sqrt{-1+\frac{y^2}{r^2}}} + \frac{iy^3}{2r\sqrt{-1+\frac{y^2}{r^2}}} \quad \text{for } \frac{|y^2|}{|r^2|} > 1 \right) \\ \left( \frac{r^2 \operatorname{asin}\left(\frac{y}{r}\right)}{2} + \frac{ry\sqrt{1-\frac{y^2}{r^2}}}{2} \quad \text{otherwise} \right) \end{array} \right)$$

```
Atot = r**2*sb.asin(y/r) + r*y*sb.sqrt(1-y**2/r**2)
Atot
```

$$r^2 \operatorname{asin}\left(\frac{y}{r}\right) + ry\sqrt{1 - \frac{y^2}{r^2}}$$

Substituindo os limites de integração na última expressão mostrada na Figura A.3 tem-se a expressão contida na Equação A.4.

$$A_{tot}(y) = r^2 \operatorname{asin}\left(\frac{y}{r}\right) + ry\sqrt{1 - \frac{y^2}{r^2}} - \left( r^2 \operatorname{asin}\left(-\frac{r}{r}\right) + r(-r)\sqrt{1 - \frac{r^2}{r^2}} \right) \quad (\text{A.4})$$

Ainda, da Figura A.1, tem-se que  $y = h - r$ , e dessa forma chega-se na expressão final da área da seção transversal em função da altura de líquido no interior do tanque, conforme a Equação A.5.

$$A_{tot}(h) = r^2 \operatorname{asin}\left(\frac{h-r}{r}\right) + r(h-r)\sqrt{1 - \frac{(h-r)^2}{r^2}} + \frac{\pi r^2}{2} \quad (\text{A.5})$$



Como será necessária a derivada da área em relação à altura de líquido, também foi utilizada a biblioteca SymPy para determinar esta expressão, como mostra a Figura A.4.

**Figura A.4:** Código para a determinação da derivada da área em relação à altura de líquido

```
y = (h - r)
```

```
Atot = r**2*sb.asin(y/r) + r*y*sb.sqrt(1-y**2/r**2) + sb.pi*r**2/2
Atot
```

$$r^2 \operatorname{asin}\left(\frac{h-r}{r}\right) + \frac{\pi r^2}{2} + r\sqrt{1 - \frac{(h-r)^2}{r^2}}(h-r)$$

```
dAtotdh = Atot.diff(h)
dAtotdh
```

$$r\sqrt{1 - \frac{(h-r)^2}{r^2}} + \frac{r}{\sqrt{1 - \frac{(h-r)^2}{r^2}}} - \frac{(h-r)(2h-2r)}{2r\sqrt{1 - \frac{(h-r)^2}{r^2}}}$$

Portanto, a expressão final para a derivada da área em relação à altura está contida na Equação A.6.

$$\frac{dA_{tot}}{dh} = r\sqrt{1 - \frac{(h_1-r)^2}{r^2}} + \frac{r}{\sqrt{1 - \frac{(h_1-r)^2}{r^2}}} - \frac{(h_1-r)(2h_1-2r)}{2r\sqrt{1 - \frac{(h_1-r)^2}{r^2}}} \quad (\text{A.6})$$

## Apêndice B – Código para a simulação dos resultados

```
import numpy as np
from scipy.integrate import odeint
```

## ▼ SIMULAÇÃO DO ESTADO ESTACIONÁRIO

```
#Parametros do tanque
```

```
r = 1.05
```

```
L = 12.7
```

```
#Propriedades dos fluidos
```

```
rhoL = 997.09
```

```
rhoL_15 = 999.03
```

```
Mv = 28.88
```

```
R = 8.314
```

```
T = 278
```

```
#gravidade
```

```
g = 9.81
```

```
#parametros das válvulas
```

```
Cv1 = 0.0001515
```

```
Cv2 = 0.0001515
```

```
Cv7 = 0.0001274
```

```
Cv8 = 4.8547e-05
```

```
Cv9 = 4.002850150844706e-05
```

```
Cv10 = 4.002850150844706e-05
```

```
Cv11 = 0.00010184488611406176
```

```
Cv12 = 0.00010184488611406176
```

```
x1 = 0.5
```

```
x2 = 0.5
```

```
x7 = 0.5
```

```
x8 = 0.5
```

```
x9 = 0.5
```

```
x10 = 0.5
```

```
x11 = 0.5
```

```
x12 = 0.5
```

```
#proporção de gás na corrente
```

```
GLr01 = 0.857
```

```
GLr02 = 0.714
```

```
#condições estacionárias e de descarga
```

```
h10 = 1.05589567e+00
```

```
P10 = 3.04501481e+07
```

```
P20 = 3.02620078e+07
```

```
P30 = 3.02748569e+07
```

```
P4 = 30200000.
```

```
P5 = 30200000.
```

```
P5 = 30200000.
```

```
#condições de entrada
```

```
P01 = 30510000
```

```
P02 = 30510000
```

```
#variaveis auxiliares
```

```
Vv2 = 0.001
```

```
V30 = 0.001
```

```
# Dados do controlador de nível
```

```
h1sp = 1.05561180e+00
```

```
h1spbias = h1sp;
```

```
U_biasl = 0.5
```

```
Kpl = -0.1917
```

```
Til = 7227
```

```
Uopl = 0.5
```

```
MVl = Uopl
```

```
Umaxl = 1;
```

```
Uminl = 0
```

```
# Dados do controlador de pressão
```

```
P1sp = 3.04501481e+07
```

```
P1spbias = P1sp;
```

```
U_biasp = 0.5
```

```
Kpp = -5e-05
```

```
Tip = 5000
```

```
Uopp = 0.5
```

```
Umaxp = 1;
```

```
Uminp = 0
```

```
#modelo com bifurcao com controlador de nível e pressão
```

```
def mixdemix2(y,t):
```

```
    h1 = y[0]
```

```
    P1 = y[1]
```

```
    P2 = y[2]
```

```
    P3 = y[3]
```

```
    Uil = y[4]
```

```
    Uip = y[5]
```

```
# =====
```

```
# Controle de nível
```

```
# =====
```

```
# Parcela Integral -- Ui
```

```
    derUil = (Kpl*(h1sp-h1))/Til
```

```
# Parcela Proporcional -- Up
```

```
    Upl = Kpl*(h1sp-h1)
```

```
# Parcela Derivativa -- Ud
```

```
    Udl = 0
```

```
# Acao total de controle calculada pelo controlador -- Uop -- OP (OutPut)
```

```
    Uopl = U_biasl + Upl + Uil + Udl
```

```
# Acao de controle efetivamente aplicada na planta -- MV -- manipulada
```

```

if (Uop1 > Umax1):
    MV1 = Umax1
elif (Uop1 < Umin1):
    MV1 = Umin1
else:
    MV1 = Uop1

x8 = MV1

# =====
# Controle de pressão
# =====
# Parcela Integral -- Ui
derUip = (Kpp*(P1sp-P1))/Tip
# Parcela Proporcional -- Up
Upp = Kpp*(P1sp-P1)
# Parcela Derivativa -- Ud
Udp = 0

# Acao total de controle calculada pelo controlador -- Uop -- OP (OutPut)
Uopp = U_biasp + Upp + Uip + Udp;

# Acao de controle efetivamente aplicada na planta -- MV -- manipulada
if (Uopp > Umaxp):
    MVp = Umaxp;
elif (Uopp < Uminp):
    MVp = Uminp
else:
    MVp = Uopp

x7 = MVp

#massas especificas
rhov01 = P01*Mv/R/T;
rhov02 = P02*Mv/R/T;
rhov1 = P1*Mv/R/T;
rhov2 = P2*Mv/R/T;

#Densidades especificas
Gf01 = (GLr01*rhov01/1000 + (1 - GLr01)*rhoL)/rhoL_15;
Gf02 = (GLr02*rhov02/1000 + (1 - GLr02)*rhoL)/rhoL_15;
GfG = rhov1/1000/rhoL_15;
GfG2 = rhov2/1000/rhoL_15;
GfL = rhoL/rhoL_15;

#Equacoes das valvulas
F01 = Cv1*x1*np.sign(P01 - P1)*np.sqrt(abs(P01 - P1)/Gf01);
F02 = Cv2*x2*np.sign(P02 - P1)*np.sqrt(abs(P02 - P1)/Gf02);
FG1 = Cv7*x7*np.sign(P1 - P2)*np.sqrt(abs(P1 - P2)/GfG);
FL1 = Cv8*x8*np.sign(P1 + rhoL*g*h1 - P3)*np.sqrt(abs(P1 + rhoL*g*h1 - P3)/GfL);
FL11 = Cv9*x9*np.sign(P3 - P4)*np.sqrt(abs(P3 - P4)/GfL);
FL12 = Cv10*x10*np.sign(P3 - P5)*np.sqrt(abs(P3 - P5)/GfL);
FG11 = Cv11*x11*np.sign(P2 - P4)*np.sqrt(abs(P2 - P4)/GfG2);
FG12 = Cv12*x12*np.sign(P2 - P5)*np.sqrt(abs(P2 - P5)/GfG2);

```

```

#Parametros do vaso
A1 = r**2*np.arcsin((h1 - r)/r) + r*(h1 - r)*np.sqrt(1 - (h1 - r)**2/r**2)
+ 3.1415*r**2/2;
dA1dh1 = r*np.sqrt(1 - (h1 - r)**2/r**2) + r/np.sqrt(1 - (h1 - r)**2/r**2)
- (h1 - r)*(2*h1 - 2*r)/2/r/np.sqrt(1 - (h1 - r)**2/r**2);
VT1 = 3.1415*r**2*L;

# Balanco de massa para o líquido no tanque
difh1 = ((1 - GLr01)*F01 + (1 - GLr02)*F02 - FL1)/(dA1dh1*L);

# Balanco de massa para gas no tanque
difP1 = ((GLr01*F01*rhov01 + GLr02*F02*rhov02 - FG1*rhov1)*R*T/Mv
+ P1*((1 - GLr01)*F01 + (1 - GLr02)*F02 - FL1))/(VT1 - A1*L);

# Balanco de massa para gas no distribuidor gasoso
difP2 = (FG1*rhov1 - (FG11 + FG12)*rhov2)*R*T/(Mv*Vv2);

# Balanco de massa para líquido no distribuidor liquido
difP3 = (FL1 - FL11 - FL12)*P3**2/P30/V30;

return [difh1, difP1, difP2, difP3, derUiL, derUip]

y0 = [h1spbias, P1spbias, 3.02620078e+07, 3.02748569e+07,
2.36180795e-02, -4.24840212e-02]
t = np.linspace(0, 2000000, 1001)
res = odeint(mixdemix2, y0, t)

```

## ▼ SITUAÇÃO 1 - PERTURBAÇÃO DEGRAU EM P01

```

#Parametros do tanque
r = 1.05
L = 12.7

#Propriedades dos fluidos
rhoL = 997.09
rhoL_15 = 999.03
Mv = 28.88
R = 8.314
T = 278

#gravidade
g = 9.81

#parametros das válvulas
Cv1 = 0.0001515
Cv2 = 0.0001515
Cv7 = 0.0001274
Cv8 = 4.8547e-05
Cv9 = 4.002850150844706e-05
Cv10 = 4.002850150844706e-05

```

Cv11 = 0.00010184488611406176

Cv12 = 0.00010184488611406176

x1 = 0.5

x2 = 0.5

x7 = 0.5

x8 = 0.5

x9 = 0.5

x10 = 0.5

x11 = 0.5

x12 = 0.5

#proporção de gás na corrente

GLr01 = 0.857

GLr02 = 0.714

#condições estacionárias e de descarga

h10 = 1.05589567e+00

P10 = 3.04501481e+07

P20 = 3.02620078e+07

P30 = 3.02748569e+07

P4 = 30200000.

P5 = 30200000.

#condições de entrada

P01 = 30510000

P02 = 30510000

#variáveis auxiliares

Vv2 = 0.001

V30 = 0.001

# Dados do controlador de nível

h1sp = 1.05561180e+00

h1spbias = h1sp;

U\_biasl = 0.5

Kpl = -0.1917

Til = 7227

Uopl = 0.5

MVl = Uopl

Umaxl = 1;

Uminl = 0

# Dados do controlador de pressão

P1sp = 3.04501481e+07

P1spbias = P1sp;

U\_biasp = 0.5

Kpp = -5e-05

Tip = 5000

Uopp = 0.5

Umaxp = 1;

Uminp = 0

```

#modelo com bifurcao com controlador de nível e pressão
def mixdemix2(y,t):
    h1 = y[0]
    P1 = y[1]
    P2 = y[2]
    P3 = y[3]
    Uil = y[4]
    Uip = y[5]

# =====
# Controle de nível
# =====
# Parcela Integral -- Ui
    derUil = (Kp1*(h1sp-h1))/Til
# Parcela Proporcional -- Up
    Upl = Kp1*(h1sp-h1)
# Parcela Derivativa -- Ud
    Ud1 = 0

# Acao total de controle calculada pelo controlador -- Uop -- OP (OutPut)
    Uopl = U_bias1 + Upl + Uil + Ud1

# Acao de controle efetivamente aplicada na planta -- MV -- manipulada
    if (Uopl > Umax1):
        MV1 = Umax1
    elif (Uopl < Umin1):
        MV1 = Umin1
    else:
        MV1 = Uopl

    x8 = MV1

# =====
# Controle de pressão
# =====
# Parcela Integral -- Ui
    derUip = (Kpp*(P1sp-P1))/Tip
# Parcela Proporcional -- Up
    Upp = Kpp*(P1sp-P1)
# Parcela Derivativa -- Ud
    Udp = 0

# Acao total de controle calculada pelo controlador -- Uop -- OP (OutPut)
    Uopp = U_biasp + Upp + Uip + Udp;

# Acao de controle efetivamente aplicada na planta -- MV -- manipulada
    if (Uopp > Umaxp):
        MVp = Umaxp;
    elif (Uopp < Uminp):
        MVp = Uminp
    else:
        MVp = Uopp

```

```

x7 = MVp

#Perturbação degrau na pressão de uma das correntes de entrada
if (t/3600 < 10):
    P01 = 30510000
elif (t/3600 >= 10):
    P01 = 30610000

#massas especificas
rhov01 = P01*Mv/R/T;
rhov02 = P02*Mv/R/T;
rhov1 = P1*Mv/R/T;
rhov2 = P2*Mv/R/T;

#Densidades especificas
Gf01 = (GLr01*rhov01/1000 + (1 - GLr01)*rhoL)/rhoL_15;
Gf02 = (GLr02*rhov02/1000 + (1 - GLr02)*rhoL)/rhoL_15;
GfG = rhov1/1000/rhoL_15;
GfG2 = rhov2/1000/rhoL_15;
GfL = rhoL/rhoL_15;

#Equacoes das valvulas
F01 = Cv1*x1*np.sign(P01 - P1)*np.sqrt(abs(P01 - P1)/Gf01);
F02 = Cv2*x2*np.sign(P02 - P1)*np.sqrt(abs(P02 - P1)/Gf02);
FG1 = Cv7*x7*np.sign(P1 - P2)*np.sqrt(abs(P1 - P2)/GfG);
FL1 = Cv8*x8*np.sign(P1 + rhoL*g*h1 - P3)*np.sqrt(abs(P1 + rhoL*g*h1 - P3)/GfL);
FL11 = Cv9*x9*np.sign(P3 - P4)*np.sqrt(abs(P3 - P4)/GfL);
FL12 = Cv10*x10*np.sign(P3 - P5)*np.sqrt(abs(P3 - P5)/GfL);
FG11 = Cv11*x11*np.sign(P2 - P4)*np.sqrt(abs(P2 - P4)/GfG2);
FG12 = Cv12*x12*np.sign(P2 - P5)*np.sqrt(abs(P2 - P5)/GfG2);

#Parametros do vaso
A1 = r**2*np.arcsin((h1 - r)/r) + r*(h1 - r)*np.sqrt(1 - (h1 - r)**2/r**2)
+ 3.1415*r**2/2;
dA1dh1 = r*np.sqrt(1 - (h1 - r)**2/r**2) + r/np.sqrt(1 - (h1 - r)**2/r**2)
- (h1 - r)*(2*h1 - 2*r)/2/r/np.sqrt(1 - (h1 - r)**2/r**2);
VT1 = 3.1415*r**2*L;

# Balanco de massa para o líquido no tanque
difh1 = ((1 - GLr01)*F01 + (1 - GLr02)*F02 - FL1)/(dA1dh1*L);

# Balanco de massa para gas no tanque
difP1 = ((GLr01*F01*rhov01 + GLr02*F02*rhov02 - FG1*rhov1)*R*T/Mv
+ P1*((1 - GLr01)*F01 + (1 - GLr02)*F02 - FL1))/(VT1 - A1*L);

# Balanco de massa para gas no distribuidor gasoso
difP2 = (FG1*rhov1 - (FG11 + FG12)*rhov2)*R*T/(Mv*Vv2);

# Balanco de massa para líquido no distribuidor liquido
difP3 = (FL1 - FL11 - FL12)*P3**2/P30/V30;

return [difh1, difP1, difP2, difP3, derUiL, derUip]

```



```
y0 = [h1spbias, P1spbias, 3.02620078e+07, 3.02748569e+07, 2.36180795e-02,  
      -4.24840212e-02]  
t = np.linspace(0, 200000, 1001)  
res = odeint(mixdemix2, y0, t)
```

## ▼ SITUAÇÃO 2 - PERTURBAÇÃO DEGRAU EM P02

```
#Parametros do tanque
```

```
r = 1.05
```

```
L = 12.7
```

```
#Propriedades dos fluidos
```

```
rhoL = 997.09
```

```
rhoL_15 = 999.03
```

```
Mv = 28.88
```

```
R = 8.314
```

```
T = 278
```

```
#gravidade
```

```
g = 9.81
```

```
#parametros das válvulas
```

```
Cv1 = 0.0001515
```

```
Cv2 = 0.0001515
```

```
Cv7 = 0.0001274
```

```
Cv8 = 4.8547e-05
```

```
Cv9 = 4.002850150844706e-05
```

```
Cv10 = 4.002850150844706e-05
```

```
Cv11 = 0.00010184488611406176
```

```
Cv12 = 0.00010184488611406176
```

```
x1 = 0.5
```

```
x2 = 0.5
```

```
x7 = 0.5
```

```
x8 = 0.5
```

```
x9 = 0.5
```

```
x10 = 0.5
```

```
x11 = 0.5
```

```
x12 = 0.5
```

```
#proporção de gás na corrente
```

```
GLr01 = 0.857
```

```
GLr02 = 0.714
```

```
#condições estacionárias e de descarga
```

```
h10 = 1.05589567e+00
```

```
P10 = 3.04501481e+07
```

```
P20 = 3.02620078e+07
```

```
P30 = 3.02748569e+07
```

```
P4 = 30200000.
```

```
P5 = 30200000.
```

```
#condições de entrada
```

```
P01 = 30510000
```

```
P02 = 30510000
```

```
#variaveis auxiliares
```

```
Vv2 = 0.001
```

```
V30 = 0.001
```

```
# Dados do controlador de nível
```

```
h1sp = 1.05561180e+00
```

```
h1spbias = h1sp;
```

```
U_biasl = 0.5
```

```
Kpl = -0.1917
```

```
Til = 7227
```

```
Uopl = 0.5
```

```
MVl = Uopl
```

```
Umaxl = 1;
```

```
Uminl = 0
```

```
# Dados do controlador de pressão
```

```
P1sp = 3.04501481e+07
```

```
P1spbias = P1sp;
```

```
U_biasp = 0.5
```

```
Kpp = -5e-05
```

```
Tip = 5000
```

```
Uopp = 0.5
```

```
Umaxp = 1;
```

```
Uminp = 0
```

```
#modelo com bifurcao com controlador de nível e pressão
```

```
def mixdemix2(y,t):
```

```
    h1 = y[0]
```

```
    P1 = y[1]
```

```
    P2 = y[2]
```

```
    P3 = y[3]
```

```
    Uil = y[4]
```

```
    Uip = y[5]
```

```
# =====
```

```
# Controle de nível
```

```
# =====
```

```
# Parcela Integral -- Ui
```

```
    derUil = (Kpl*(h1sp-h1))/Til
```

```
# Parcela Proporcional -- Up
```

```
    Upl = Kpl*(h1sp-h1)
```

```
# Parcela Derivativa -- Ud
```

```
    Ud1 = 0
```

```
# Acao total de controle calculada pelo controlador -- Uop -- OP (OutPut)
```

```
    Uopl = U_biasl + Upl + Uil + Ud1
```

```
# Acao de controle efetivamente aplicada na planta -- MV -- manipulada
```

```

if (Uop1 > Umax1):
    MV1 = Umax1
elif (Uop1 < Umin1):
    MV1 = Umin1
else:
    MV1 = Uop1

x8 = MV1

# =====
# Controle de pressão
# =====
# Parcela Integral -- Ui
derUip = (Kpp*(P1sp-P1))/Tip
# Parcela Proporcional -- Up
Upp = Kpp*(P1sp-P1)
# Parcela Derivativa -- Ud
Udp = 0

# Acao total de controle calculada pelo controlador -- Uop -- OP (OutPut)
Uopp = U_biasp + Upp + Uip + Udp;

# Acao de controle efetivamente aplicada na planta -- MV -- manipulada
if (Uopp > Umaxp):
    MVp = Umaxp;
elif (Uopp < Uminp):
    MVp = Uminp
else:
    MVp = Uopp

x7 = MVp

#Perturbação degrau na pressão de uma das correntes de entrada
if (t/3600 < 10):
    P02 = 30510000
elif (t/3600 >= 10):
    P02 = 30610000

#massas especificas
rhov01 = P01*Mv/R/T;
rhov02 = P02*Mv/R/T;
rhov1 = P1*Mv/R/T;
rhov2 = P2*Mv/R/T;

#Densidades especificas
Gf01 = (GLr01*rhov01/1000 + (1 - GLr01)*rhoL)/rhoL_15;
Gf02 = (GLr02*rhov02/1000 + (1 - GLr02)*rhoL)/rhoL_15;
GfG = rhov1/1000/rhoL_15;
GfG2 = rhov2/1000/rhoL_15;
GfL = rhoL/rhoL_15;

#Equacoes das valvulas
F01 = Cv1*x1*np.sign(P01 - P1)*np.sqrt(abs(P01 - P1)/Gf01);

```

```

F02 = Cv2*x2*np.sign(P02 - P1)*np.sqrt(abs(P02 - P1)/Gf02);
FG1 = Cv7*x7*np.sign(P1 - P2)*np.sqrt(abs(P1 - P2)/GfG);
FL1 = Cv8*x8*np.sign(P1 + rhoL*g*h1 - P3)*np.sqrt(abs(P1 + rhoL*g*h1 - P3)/GfL);
FL11 = Cv9*x9*np.sign(P3 - P4)*np.sqrt(abs(P3 - P4)/GfL);
FL12 = Cv10*x10*np.sign(P3 - P5)*np.sqrt(abs(P3 - P5)/GfL);
FG11 = Cv11*x11*np.sign(P2 - P4)*np.sqrt(abs(P2 - P4)/GfG2);
FG12 = Cv12*x12*np.sign(P2 - P5)*np.sqrt(abs(P2 - P5)/GfG2);

#Parametros do vaso
A1 = r**2*np.arcsin((h1 - r)/r) + r*(h1 - r)*np.sqrt(1 - (h1 - r)**2/r**2)
+ 3.1415*r**2/2;
dA1dh1 = r*np.sqrt(1 - (h1 - r)**2/r**2) + r/np.sqrt(1 - (h1 - r)**2/r**2)
- (h1 - r)*(2*h1 - 2*r)/2/r/np.sqrt(1 - (h1 - r)**2/r**2);
VT1 = 3.1415*r**2*L;

# Balanco de massa para o líquido no tanque
difh1 = ((1 - GLr01)*F01 + (1 - GLr02)*F02 - FL1)/(dA1dh1*L);

# Balanco de massa para gas no tanque
difP1 = ((GLr01*F01*rhov01 + GLr02*F02*rhov02 - FG1*rhov1)*R*T/Mv
+ P1*((1 - GLr01)*F01 + (1 - GLr02)*F02 - FL1))/(VT1 - A1*L);

# Balanco de massa para gas no distribuidor gasoso
difP2 = (FG1*rhov1 - (FG11 + FG12)*rhov2)*R*T/(Mv*Vv2);

# Balanco de massa para líquido no distribuidor liquido
difP3 = (FL1 - FL11 - FL12)*P3**2/P30/V30;

return [difh1, difP1, difP2, difP3, derUiL, derUip]

y0 = [h1spbias, P1spbias, 3.02620078e+07, 3.02748569e+07, 2.36180795e-02,
-4.24840212e-02]
t = np.linspace(0, 320000, 1001)
res = odeint(mixdemix2, y0, t)

```

## ▼ SITUAÇÃO 3 - DIMINUIÇÃO DA VAZÃO DE LÍQUIDO PARA O RISER 1

```

#Parametros do tanque
r = 1.05
L = 12.7

#Propriedades dos fluidos
rhoL = 997.09
rhoL_15 = 999.03
Mv = 28.88
R = 8.314
T = 278

#gravidade
g = 9.81

```

```

#parametros das válvulas
Cv1 = 0.0001515
Cv2 = 0.0001515
Cv7 = 0.0001274
Cv8 = 4.8547e-05
Cv9 = 4.002850150844706e-05
Cv10 = 4.002850150844706e-05
Cv11 = 0.00010184488611406176
Cv12 = 0.00010184488611406176

x1 = 0.5
x2 = 0.5
x7 = 0.5
x8 = 0.5
x9 = 0.5
x10 = 0.5
x11 = 0.5
x12 = 0.5

#proporção de gás na corrente
GLr01 = 0.857
GLr02 = 0.714

#condições estacionárias e de descarga
h10 = 1.05589567e+00
P10 = 3.04501481e+07
P20 = 3.02620078e+07
P30 = 3.02748569e+07

P4 = 30200000.
P5 = 30200000.

#condições de entrada
P01 = 30510000
P02 = 30510000

#variaveis auxiliares
Vv2 = 0.001
V30 = 0.001

#modelo com bifurcao com controlador de nível e pressão
def mixdemix2(y,t):
    h1 = y[0]
    P1 = y[1]
    P2 = y[2]
    P3 = y[3]
    Ui1 = y[4]
    Uip = y[5]

# =====
# Controle de nível
# =====
# Parcela Integral -- Ui

```

```

derU1L = (Kp1*(h1sp-h1))/T11
# Parcela Proporcional -- Up
Up1 = Kp1*(h1sp-h1)
# Parcela Derivativa -- Ud
Ud1 = 0

# Acao total de controle calculada pelo controlador -- Uop -- OP (OutPut)
Uop1 = U_bias1 + Up1 + Uil + Ud1

# Acao de controle efetivamente aplicada na planta -- MV -- manipulada
if (Uop1 > Umax1):
    MV1 = Umax1
elif (Uop1 < Umin1):
    MV1 = Umin1
else:
    MV1 = Uop1

x8 = MV1

# =====
# Controle de pressão
# =====
# Parcela Integral -- Ui
derUip = (Kpp*(P1sp-P1))/Tip
# Parcela Proporcional -- Up
Upp = Kpp*(P1sp-P1)
# Parcela Derivativa -- Ud
Udp = 0

# Acao total de controle calculada pelo controlador -- Uop -- OP (OutPut)
Uopp = U_biasp + Upp + Uip + Udp;

# Acao de controle efetivamente aplicada na planta -- MV -- manipulada
if (Uopp > Umaxp):
    MVp = Umaxp;
elif (Uopp < Uminp):
    MVp = Uminp
else:
    MVp = Uopp

x7 = MVp

# alterando o valor da abertura da válvula 9
if (t/3600 < 10):
    x9 = 0.5
elif (t/3600 >= 10):
    x9 = 0.4

#massas especificas
rhov01 = P01*Mv/R/T;
rhov02 = P02*Mv/R/T;
rhov1 = P1*Mv/R/T;
rhov2 = P2*Mv/R/T;

#Densidades especificas

```

```

Gt01 = (GLr01*rhov01/1000 + (1 - GLr01)*rhoL)/rhoL_15;
Gf02 = (GLr02*rhov02/1000 + (1 - GLr02)*rhoL)/rhoL_15;
GfG = rhov1/1000/rhoL_15;
GfG2 = rhov2/1000/rhoL_15;
GfL = rhoL/rhoL_15;

#Equacoes das valvulas
F01 = Cv1*x1*np.sign(P01 - P1)*np.sqrt(abs(P01 - P1)/Gf01);
F02 = Cv2*x2*np.sign(P02 - P1)*np.sqrt(abs(P02 - P1)/Gf02);
FG1 = Cv7*x7*np.sign(P1 - P2)*np.sqrt(abs(P1 - P2)/GfG);
FL1 = Cv8*x8*np.sign(P1 + rhoL*g*h1 - P3)*np.sqrt(abs(P1 + rhoL*g*h1 - P3)/GfL);
FL11 = Cv9*x9*np.sign(P3 - P4)*np.sqrt(abs(P3 - P4)/GfL);
FL12 = Cv10*x10*np.sign(P3 - P5)*np.sqrt(abs(P3 - P5)/GfL);
FG11 = Cv11*x11*np.sign(P2 - P4)*np.sqrt(abs(P2 - P4)/GfG2);
FG12 = Cv12*x12*np.sign(P2 - P5)*np.sqrt(abs(P2 - P5)/GfG2);

#Parametros do vaso
A1 = r**2*np.arcsin((h1 - r)/r) + r*(h1 - r)*np.sqrt(1 - (h1 - r)**2/r**2)
+ 3.1415*r**2/2;
dA1dh1 = r*np.sqrt(1 - (h1 - r)**2/r**2) + r/np.sqrt(1 - (h1 - r)**2/r**2)
- (h1 - r)*(2*h1 - 2*r)/2/r/np.sqrt(1 - (h1 - r)**2/r**2);
VT1 = 3.1415*r**2*L;

# Balanco de massa para o líquido no tanque
difh1 = ((1 - GLr01)*F01 + (1 - GLr02)*F02 - FL1)/(dA1dh1*L);

# Balanco de massa para gas no tanque
difP1 = ((GLr01*F01*rhov01 + GLr02*F02*rhov02 - FG1*rhov1)*R*T/Mv
+ P1*((1 - GLr01)*F01 + (1 - GLr02)*F02 - FL1))/(VT1 - A1*L);

# Balanco de massa para líquido no distribuidor liquido
difP3 = (FL1 - FL11 - FL12)*P3**2/P30/V30;

# Balanco de massa para gas no distribuidor gasoso
difP2 = (FG1*rhov1 - (FG11 + FG12)*rhov2)*R*T/(Mv*Vv2);

return [difh1, difP1, difP2, difP3, derUiL, derUip]

#alterando abertura da valvula 9

y0 = [h1spbias, P1spbias, 3.02620078e+07, 3.02748569e+07, 2.36180795e-02, -4.24840212e-02]
t = np.linspace(0, 200000, 1001)
res = odeint(mixdemix2, y0, t)

FL11 = []
x9 = []
for i in range(1001):
    if (i<181):
        x9.append(0.5)
    elif (i>=181):
        x9.append(0.4)

    FL11.append(Cv9*x9[i]*np.sign(res[i][3] - P4)*np.sqrt(abs(res[i][3] - P4)))

```

```

FL12 = []
for i in range(1001):
    FL12.append(Cv10*x10*np.sign(res[i][3] - P5)*np.sqrt(abs(res[i][3] - P5)))

FG11 = []
GfG2 = []

for i in range(1001):
    GfG2.append(res[i][2]*Mv/R/T/1000/rhoL_15)
    FG11.append(Cv11*x11*np.sign(res[i][2] - P4)*np.sqrt(abs(res[i][2] - P4)
    /GfG2[i]))

FG12 = []
GfG2 = []

for i in range(1001):
    GfG2.append(res[i][2]*Mv/R/T/1000/rhoL_15)
    FG12.append(Cv12*x12*np.sign(res[i][2] - P5)*np.sqrt(abs(res[i][2] - P5)
    /GfG2[i]))

RGL1 = []
RGL2 = []
for i in range(1001):
    RGL1.append(FG11[i]*res[i][2]/101325*298/278/FL11[i])
    RGL2.append(FG12[i]*res[i][2]/101325*298/278/FL12[i])

```

## ▼ SITUAÇÃO 4 - DIMINUIÇÃO DA VAZÃO DE GÁS PARA O RISER 1

```

#Parametros do tanque
r = 1.05
L = 12.7

#Propriedades dos fluidos
rhoL = 997.09
rhoL_15 = 999.03
Mv = 28.88
R = 8.314
T = 278

#gravidade
g = 9.81

#parametros das válvulas
Cv1 = 0.0001515
Cv2 = 0.0001515
Cv7 = 0.0001274
Cv8 = 4.8547e-05
Cv9 = 4.002850150844706e-05
Cv10 = 4.002850150844706e-05

```



```
Cv11 = 0.00010184488611406176
```

```
Cv12 = 0.00010184488611406176
```

```
x1 = 0.5
```

```
x2 = 0.5
```

```
x7 = 0.5
```

```
x8 = 0.5
```

```
x9 = 0.5
```

```
x10 = 0.5
```

```
x11 = 0.5
```

```
x12 = 0.5
```

```
#proporção de gás na corrente
```

```
GLr01 = 0.857
```

```
GLr02 = 0.714
```

```
#condições estacionárias e de descarga
```

```
h10 = 1.05589567e+00
```

```
P10 = 3.04501481e+07
```

```
P20 = 3.02620078e+07
```

```
P30 = 3.02748569e+07
```

```
P4 = 30200000.
```

```
P5 = 30200000.
```

```
#condições de entrada
```

```
P01 = 30510000
```

```
P02 = 30510000
```

```
#variaveis auxiliares
```

```
Vv2 = 0.001
```

```
V30 = 0.001
```

```
#modelo com bifurcao com controlador de nível e pressão
```

```
def mixdemix2(y,t):
```

```
    h1 = y[0]
```

```
    P1 = y[1]
```

```
    P2 = y[2]
```

```
    P3 = y[3]
```

```
    Ui1 = y[4]
```

```
    Ui2 = y[5]
```

```
# =====
```

```
# Controle de nível
```

```
# =====
```

```
# Parcela Integral -- Ui
```

```
    derUi1 = (Kp1*(h1sp-h1))/Ti1
```

```
# Parcela Proporcional -- Up
```

```
    Up1 = Kp1*(h1sp-h1)
```

```
# Parcela Derivativa -- Ud
```

```
    Ud1 = 0
```

```
# Acao total de controle calculada pelo controlador -- Uop -- OP (OutPut)
```

```
    Uop1 = Usp1 + Up1 + Ui1 + Ud1
```

```

Uop1 = U_bias1 + Upl + Uil + Uul

# Acao de controle efetivamente aplicada na planta -- MV -- manipulada
if (Uop1 > Umax1):
    MV1 = Umax1
elif (Uop1 < Umin1):
    MV1 = Umin1
else:
    MV1 = Uop1

x8 = MV1

# =====
# Controle de pressão
# =====
# Parcela Integral -- Ui
derUip = (Kpp*(P1sp-P1))/Tip
# Parcela Proporcional -- Up
Upp = Kpp*(P1sp-P1)
# Parcela Derivativa -- Ud
Udp = 0

# Acao total de controle calculada pelo controlador -- Uop -- OP (OutPut)
Uopp = U_biasp + Upp + Uip + Udp;

# Acao de controle efetivamente aplicada na planta -- MV -- manipulada
if (Uopp > Umaxp):
    MVp = Umaxp;
elif (Uopp < Uminp):
    MVp = Uminp
else:
    MVp = Uopp

x7 = MVp

# alterando o valor da abertura da válvula 11
if (t/3600 < 10):
    x11 = 0.5
elif (t/3600 >= 10):
    x11 = 0.4

#massas especificas
rhov01 = P01*Mv/R/T;
rhov02 = P02*Mv/R/T;
rhov1 = P1*Mv/R/T;
rhov2 = P2*Mv/R/T;

#Densidades especificas
Gf01 = (GLr01*rhov01/1000 + (1 - GLr01)*rhoL)/rhoL_15;
Gf02 = (GLr02*rhov02/1000 + (1 - GLr02)*rhoL)/rhoL_15;
GfG = rhov1/1000/rhoL_15;
GfG2 = rhov2/1000/rhoL_15;
GfL = rhoL/rhoL_15;

#Equacoes das valvulas
E01 = Cv1*v1**nn sign(P01 - P1)**nn sqrt(abs(P01 - P1)/(Gf01))

```

```

F01 = Cv1*x1*np.sign(P01 - P1)*np.sqrt(abs(P01 - P1)/Gf01);
F02 = Cv2*x2*np.sign(P02 - P1)*np.sqrt(abs(P02 - P1)/Gf02);
FG1 = Cv7*x7*np.sign(P1 - P2)*np.sqrt(abs(P1 - P2)/GfG);
FL1 = Cv8*x8*np.sign(P1 + rhoL*g*h1 - P3)*np.sqrt(abs(P1 + rhoL*g*h1 - P3)/GfL);
FL11 = Cv9*x9*np.sign(P3 - P4)*np.sqrt(abs(P3 - P4)/GfL);
FL12 = Cv10*x10*np.sign(P3 - P5)*np.sqrt(abs(P3 - P5)/GfL);
FG11 = Cv11*x11*np.sign(P2 - P4)*np.sqrt(abs(P2 - P4)/GfG2);
FG12 = Cv12*x12*np.sign(P2 - P5)*np.sqrt(abs(P2 - P5)/GfG2);

#Parametros do vaso
A1 = r**2*np.arcsin((h1 - r)/r) + r*(h1 - r)*np.sqrt(1 - (h1 - r)**2/r**2)
+ 3.1415*r**2/2;
dA1dh1 = r*np.sqrt(1 - (h1 - r)**2/r**2) + r/np.sqrt(1 - (h1 - r)**2/r**2)
- (h1 - r)*(2*h1 - 2*r)/2/r/np.sqrt(1 - (h1 - r)**2/r**2);
VT1 = 3.1415*r**2*L;

# Balanco de massa para o líquido no tanque
difh1 = ((1 - GLr01)*F01 + (1 - GLr02)*F02 - FL1)/(dA1dh1*L);

# Balanco de massa para gas no tanque
difP1 = ((GLr01*F01*rhov01 + GLr02*F02*rhov02 - FG1*rhov1)*R*T/Mv
+ P1*((1 - GLr01)*F01 + (1 - GLr02)*F02 - FL1))/(VT1 - A1*L);

# Balanco de massa para líquido no distribuidor liquido
difP3 = (FL1 - FL11 - FL12)*P3**2/P30/V30;

# Balanco de massa para gas no distribuidor gasoso
difP2 = (FG1*rhov1 - (FG11 + FG12)*rhov2)*R*T/(Mv*Vv2);

return [difh1, difP1, difP2, difP3, derUiL, derUiP]

#alterando abertura da valvula 11

y0 = [h1spbias, P1spbias, 3.02620078e+07, 3.02748569e+07, 2.36180795e-02,
-4.24840212e-02]
t = np.linspace(0, 200000, 1001)
res = odeint(mixdemix2, y0, t)

FL11 = []
for i in range(1001):
    FL11.append(Cv9*x9*np.sign(res[i][3] - P4)*np.sqrt(abs(res[i][3] - P4)))

FL12 = []
for i in range(1001):
    FL12.append(Cv10*x10*np.sign(res[i][3] - P5)*np.sqrt(abs(res[i][3] - P5)))

FG11 = []
GfG2 = []
x11 = []
t=np.linspace(0, 100000, 501)

for i in range(501):
    if (i<181):

```

```
x11.append(0.5)
elif (i>=181):
    x11.append(0.4)

GfG2.append(res[i][2]*Mv/R/T/1000/rhoL_15)
FG11.append(Cv11*x11[i]*np.sign(res[i][2] - P4)*np.sqrt(abs(res[i][2] - P4)
/GfG2[i]))

FG12 = []
GfG2 = []
t=np.linspace(0, 100000, 501)

for i in range(501):
    GfG2.append(res[i][2]*Mv/R/T/1000/rhoL_15)
    FG12.append(Cv12*x12*np.sign(res[i][2] - P5)*np.sqrt(abs(res[i][2] - P5)
/GfG2[i]))

RGL1 = []
RGL2 = []

for i in range(501):
    RGL1.append(FG11[i]*res[i][2]/101325*298/278/FL11[i])
    RGL2.append(FG12[i]*res[i][2]/101325*298/278/FL12[i])
```

---

✓ 0s completed at 8:42 AM

