

PROBABILIDADES DE SAÍDA EM MODELOS PREVIDENCIÁRIOS UNIDECREMENTAIS E BIDECREMENTAIS: UM ESTUDO ATUARIAL A RESPEITO DA SENSIBILIDADE DAS TAXAS EM FUNÇÃO DAS COMBINAÇÕES DE TÁBUAS VIA MÉTODO DETERMINÍSTICO DE HAMZA*

EXIT PROBABILITIES IN UNIDECREMENTAL AND BIDECREMENTAL PENSION MODELS: AN ACTUARIAL STUDY ON THE SENSITIVITY OF RATES BASED ON TABLE COMBINATIONS USING THE DETERMINISTIC HAMZA METHOD

Henrique Walmir Schüler**

Sergio Rangel Guimarães***

RESUMO

Este estudo teve como objetivo avaliar a sensibilidade das probabilidades de saída em modelos previdenciários unidcrementais e bidecrementais, considerando combinações de tábuas biométricas para diferentes perfis demográficos. A metodologia empregada incluiu o método determinístico de Hamza para modelagem de até dois decrementos e a aplicação de análise de sensibilidade, utilizando uma base de dados de tábuas biométricas amplamente empregadas no mercado de Entidades Fechadas de Previdência Complementar (EFPCs), conforme os dados disponibilizados pela Superintendência Nacional de Previdência Complementar (PREVIC) e pelo Instituto Brasileiro de Atuária (IBA). A análise revelou impactos distintos na probabilidade de saída para cada tábua biométrica analisada. O teste de compatibilidade evidenciou que tábuas de mortalidade geral com taxas mais elevadas e mais distribuídas apresentaram maior compatibilidade no modelo bidecremental, enquanto tábuas mais recentes demonstraram maior estabilidade nas projeções. Adicionalmente, a inclusão do decremento de invalidez resultou em maior dispersão nas probabilidades de saída, com impacto mais acentuado em tábuas masculinas e unissex. O teste de sensibilidade destacou que as tábuas de mortalidade geral e entrada em invalidez apresentaram os maiores impactos percentuais quando submetidas a agravos e desagravos. Por outro lado, as tábuas de mortalidade de inválidos, embora menos expressivas, exibiram comportamento inverso: aumentaram as probabilidades de saída quando agravadas e as reduziram quando desagravadas. Este estudo complementa os testes de aderência exigidos por normativas, oferecendo uma abordagem adicional para análises atuariais e para a gestão sustentável de planos previdenciários.

Palavras-chave: tábuas biométricas. método determinístico de Hamza. análise de sensibilidade.

ABSTRACT

This study aimed to evaluate the sensitivity of exit probabilities in unidcremental and bidecremental pension models, considering combinations of biometric tables for different demographic profiles. The methodology employed the deterministic Hamza method for modeling up to two decrements and sensitivity analysis, using a database of biometric tables

* Trabalho de Conclusão de Curso apresentado, no segundo semestre de 2024, ao Departamento de Ciências Contábeis e Atuariais da Faculdade de Ciências Econômicas da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Ciências Atuariais.

** Henrique Walmir Schüler. Graduando em Ciências Atuariais pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). (henriquewschuler@gmail.com).

*** Orientador. Graduado em Ciências Atuariais e Mestre em Economia pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Professor do Departamento de Ciências Contábeis e Atuariais da UFRGS. (sergio.rangel@ufrgs.br)

widely used in the Closed Pension Funds (EFPCs) market, according to data provided by the National Superintendence of Complementary Pensions (PREVIC) and the Brazilian Institute of Actuaries (IBA). The analysis revealed distinct impacts on exit probabilities for each biometric table analyzed. The compatibility test showed that mortality tables with higher and more distributed rates presented greater compatibility in the bidecremental model, while more recent tables demonstrated greater stability in projections. Additionally, the inclusion of the disability decrement resulted in greater dispersion in exit probabilities, with a more pronounced impact on male and unisex tables. The sensitivity test highlighted that general mortality and disability entry tables had the highest percentage impacts when subjected to aggravations and mitigations. On the other hand, invalid mortality tables, though less expressive, exhibited inverse behavior: increasing exit probabilities when aggravated and reducing them when mitigated. This study complements the adherence tests required by regulations, providing an additional approach for actuarial analyses and the sustainable management of pension plans.

Keywords: biometric tables. deterministic Hamza method. sensitivity analysis

1 INTRODUÇÃO

A análise atuarial é um campo dentro da ciência atuarial com foco em avaliar e gerenciar os riscos financeiros associados, em geral, a seguros e sistemas previdenciários. No âmbito previdenciário, essa análise busca garantir a sustentabilidade dos planos por meio de previsões precisas sobre obrigações futuras, assegurando que os recursos acumulados sejam suficientes para atender às necessidades dos beneficiários (Micocci *et al.*, 2010). Um dos elementos principais dessa prática é a estimativa da probabilidade de um participante atingir a idade de aposentadoria, considerando-se ativo e apto a usufruir dos benefícios.

Para isso, utilizam-se diferentes modelos de projeção atuarial, como os modelos unidecrementais, que consideram apenas a mortalidade geral; bidecrementais, que integram as probabilidades de mortalidade geral, entrada em invalidez e mortalidade de inválidos; e multi-decrementais, que ampliam a análise para incluir outros eventos demográficos relevantes, como rotatividade ou morbidez. Esses modelos consideram a transição dos participantes entre diferentes estados biométricos, como estar ativo, inválido ou falecido, permitindo uma modelagem abrangente que reflete os riscos aos quais os participantes estão submetidos ao longo do tempo (Rodrigues, 2012). Independentemente do modelo escolhido, o uso de tábuas e demais premissas biométricas exerce influência direta no dimensionamento dos custos e das provisões matemáticas, contribuindo para a sustentabilidade financeira dos planos previdenciários, desde que estejam aderentes ao perfil do grupo de participantes. Além disso, a análise de estados biométricos mais complexos, com estados transientes e absorventes, torna-se essencial para capturar nuances de riscos como morbidez, rotatividade e invalidez, garantindo maior precisão nas projeções atuariais (Rodrigues, 2012).

Ademais, essas análises estão intrinsecamente ligadas ao regime de capitalização atuarial que, conforme destacado no Guia de Melhores Práticas Atuariais da Superintendência Nacional de Previdência Complementar (doravante, PREVIC), baseia-se no financiamento gradual dos custos dos benefícios futuros ao longo da vida laboral do participante. Esse regime é obrigatório para o financiamento de benefícios programados e continuados, garantindo que as reservas matemáticas sejam suficientes para cobrir as obrigações atuariais projetadas, assegurando maior sustentabilidade aos planos previdenciários ao longo do tempo (PREVIC, 2022).

As tábuas de mortalidade geral, além de estimarem as probabilidades de morte em diferentes idades, devem ser revisadas periodicamente para refletir mudanças demográficas,

como o aumento da expectativa de vida e as variações nas taxas de invalidez, fatores que impactam diretamente as projeções atuariais (Antolin, 2007). Adicionalmente, a mortalidade de inválidos, que varia conforme fatores como causas de invalidez e acesso a cuidados médicos, exige o uso de tábuas específicas para assegurar a adequação das projeções (Cox; Lin, 2007).

A combinação de diferentes tábuas biométricas pode aprimorar significativamente a precisão das estimativas sobre a permanência de participantes ativos até a idade de aposentadoria, contribuindo para um refinamento da modelagem atuarial (Haberman; Pitacco, 1998). No entanto, a eficácia dessa abordagem depende diretamente da aderência das premissas biométricas às características específicas da massa de participantes, assistidos e do plano de benefícios. Nesse contexto, a Resolução PREVIC nº 23/2023 estabelece a obrigatoriedade de estudos específicos para validar a adequação das tábuas utilizadas, assegurando que as projeções atuariais reflitam com fidelidade a realidade demográfica do plano (PREVIC, 2023).

A questão problema deste estudo é: **Qual o impacto decorrente da alteração de premissas biométricas nas probabilidades de saída de participantes em modelos previdenciários unidcrementais e bidcrementais?** Para responder a essa questão, o objetivo geral deste estudo é avaliar a influência das premissas biométricas nas probabilidades de sobrevivência até a aposentadoria, considerando diferentes combinações de tábuas biométricas aplicadas por meio do método determinístico de Hamza¹.

Ademais, os objetivos específicos deste estudo são descritos a seguir:

a) analisar o grau de compatibilidade das tábuas biométricas utilizadas no mercado brasileiro;

b) investigar a influência das tábuas de mortalidade geral, mortalidade de inválidos e entrada em invalidez na probabilidade de saída dos participantes; e

c) investigar o efeito da aplicação de agravo e desagravo nas probabilidades de saída.

Este estudo se justifica pela necessidade de compreender como diferentes combinações de tábuas biométricas impactam a probabilidade de um participante atingir a idade de aposentadoria e, conseqüentemente, a sustentabilidade dos sistemas previdenciários. Análises precisas dessas premissas, permitem projeções que melhor refletem as obrigações futuras. Estudos como o de Blake e Li (2024) destacam a importância de revisar e atualizar constantemente as tábuas biométricas para assegurar a solvência dos sistemas de previdência, especialmente diante das mudanças demográficas e financeiras.

Do ponto de vista teórico, este estudo baseia-se nos conceitos de mortalidade e longevidade, que são centrais para o cálculo de prêmios e reservas técnicas. Enquanto a mortalidade se relaciona à probabilidade de morte em idades específicas, a longevidade refere-se ao desafio de uma vida mais longa do que o inicialmente previsto, gerando pressão adicional sobre a solvência dos sistemas previdenciários (Blake; Burrows, 2001). A relevância dessas variáveis é enfatizada pela Instrução PREVIC nº 33/2020, que exige a revisão periódica das tábuas atuariais a cada três anos ou cinco anos, no caso de tábuas geracionais, para garantir sua adequação às condições populacionais contemporâneas (PREVIC, 2020).

Este estudo contribui para o avanço do debate sobre a escolha e combinação de tábuas biométricas em contextos atuariais, oferecendo uma abordagem para avaliar sua sensibilidade e impacto na gestão de riscos previdenciários. A metodologia proposta complementa os testes de aderência de hipóteses exigidos pelas normativas, fornecendo uma ferramenta adicional para analisar os efeitos dessas combinações nos cálculos atuariais. Ao ser utilizada em conjunto com

¹ E. Hamza foi um atuário russo do início do século XX, conhecido por sua contribuição ao Terceiro Congresso Internacional de Atuários, onde apresentou sobre a “Teoria Matemática do Seguro Contra Risco de Invalidez de Origem Mórbida”, fundamentada em sua experiência na Alemanha, ao analisar os riscos aos quais os trabalhadores estavam expostos em atividades industriais e explorações de minas (Ferreira, 1985; Jones, 1972).

estudos de aderência, essa abordagem promove uma maior precisão nas projeções e reforça a sustentabilidade dos sistemas previdenciários ao longo do tempo.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

O referencial teórico deste estudo explora os principais conceitos e modelos relacionados às tábuas biométricas, com ênfase em sua aplicação em análises atuariais e na gestão de riscos previdenciários. Inicialmente, aborda-se o papel das tábuas biométricas como ferramentas para a modelagem atuarial, seus fundamentos teóricos e sua importância para a construção de projeções (Seção 2.1). Em seguida, apresenta-se a metodologia de combinações de tábuas proposta por Hamza, destacando suas contribuições para a análise de múltiplos decrementos e para o aprimoramento da precisão em cálculos atuariais (Seção 2.2). Por fim, as seções 2.3 e 2.4 são dedicadas à apresentação e análise das formulações específicas utilizadas neste estudo, detalhando dos cálculos envolvidos.

2.1 TÁBUAS BIOMÉTRICAS E SUA IMPORTÂNCIA NOS MODELOS ATUARIAIS

Historicamente, as tábuas biométricas surgiram como ferramentas para auxiliar no cálculo de probabilidades associadas a eventos de vida e morte, com o objetivo de criar previsões demográficas mais precisas para populações específicas. A primeira tábua de vida documentada é atribuída ao astrônomo Edmond Halley, no século XVII, que utilizou registros de mortalidade para calcular as probabilidades de sobrevivência para diferentes idades (Bacaër, 2011). Desde então, as tábuas biométricas evoluíram e passaram a incluir não apenas mortalidade, mas também eventos como invalidez, morbidez e outras contingências demográficas.

Além de sua função básica de medir probabilidades associadas a eventos biométricos, as tábuas biométricas também possuem um papel na projeção de riscos e na análise atuarial ao longo do tempo. Segundo Chiang (1960), a tábua de vida, um dos tipos mais antigos e amplamente usados de tábuas biométricas, permite calcular as distribuições de probabilidade para eventos de morte, sobrevivência e outras ocorrências demográficas, utilizando modelos estocásticos para incorporar a variabilidade dos eventos em uma população. Essas tabelas permitem não apenas capturar o histórico de mortalidade e morbidade, mas também permitem ajustes e projeções que refletem mudanças futuras nas características demográficas do grupo. Assim, as tábuas biométricas garantem que os planos previdenciários e de seguros se mantenham sustentáveis e alinhados às condições populacionais atuais e futuras (Chiang, 1960).

No contexto atuarial, as tábuas de invalidez constituem um tipo específico de tábua biométrica voltado para medir as probabilidades de um indivíduo tornar-se inválido em diferentes idades, considerando as particularidades de cada grupo populacional. São tábuas utilizadas para a projeção de riscos em planos de seguro e previdência, especialmente em modelos que envolvem múltiplos decrementos, como mortalidade e invalidez. Segundo Cordeiro Filho (2002):

Invalidez é uma forma de decremento da população estudada. Seus estudos mais profundos pertencem à matemática de seguros sociais. A invalidez de um segurado poderá ser total ou parcial. Poderá ser invalidez permanente ou temporária. Poderá ser provocada por fatores de saúde naturais, como, por exemplo, a senilidade, alguma moléstia que venha causar a invalidez ou, ainda, por acidente. A senilidade ou velhice leva o segurado à aposentadoria por idade. (Cordeiro Filho, 2002, p. 185)

A utilização dessas tábuas permite aos atuários realizar previsões e ajustes de premissas conforme as condições de saúde e riscos associados ao grupo, garantindo uma gestão mais precisa dos planos de benefícios. As tábuas biométricas, conforme definidas pelo Instituto

Brasileiro de Atuária (doravante, IBA) em seu CPA 031 de 2021, são descritas como “instrumentos estatísticos e demográficos utilizados pelo Atuário para medir, em cada idade, as probabilidades dos eventos de morte, sobrevivência, morbidez e invalidez de determinado grupo de pessoas vinculadas a um plano de benefícios” (Instituto Brasileiro de Atuária, 2021, p. 4). Esse instrumento requer testes de aderência para assegurar que as probabilidades descritas por idade correspondem ao histórico de ocorrências do grupo em análise, auxiliando também nas projeções de mortalidade.

2.2 TÁBUA DE SERVIÇO CONSTRUÍDA PELO MÉTODO DETERMINÍSTICO DE HAMZA

O método determinístico de Hamza, introduzido em 1900 no Terceiro Congresso Internacional de Atuários, realizado em Paris (Ferreira, 1985), é uma abordagem clássica no cálculo atuarial voltada principalmente para o seguro de invalidez e outros contextos em que não há previsão de recuperação. Esse método, como destacado por Mattsson (1977), define uma série de fórmulas de expectativa de valor que permitem o cálculo das indenizações de invalidez ao longo do tempo, sem considerar a possibilidade de transição para estados de recuperação. A técnica é amplamente utilizada para construir tábuas de serviço, que acompanham o status de participantes entre estados de vida, invalidez e saída definitiva.

A metodologia de Hamza, portanto, possibilita a criação de tábuas atuariais que capturam o comportamento dos participantes em situações de invalidez e mortalidade, sendo utilizado para a análise de riscos e o planejamento financeiro em previdência e seguros. Os modelos bidecrementais são utilizados na ciência atuarial para analisar cenários onde os participantes podem deixar o sistema devido a duas causas distintas, como morte e invalidez. Esses modelos permitem calcular, de maneira separada, as probabilidades de saída por cada causa, enquanto consideram simultaneamente as duas fontes de decremento.

Para a construção das tábuas de serviço, no modelo bidecremental, são combinadas as tábuas de mortalidade geral, entrada em invalidez e mortalidade de inválidos, com as respectivas probabilidades representadas por: q_x (mortalidade geral), i_x (entrada em invalidez) e q_x^{ii} (mortalidade de inválidos).

2.3 NOTAÇÕES PARA MODELO UNIDECREMENTAL

Nesta seção, são apresentadas as notações gerais aplicadas no cálculo das probabilidades, sem distinção entre a condição física dos participantes (ativos ou inválidos). Esses valores servem de base para o cálculo das tábuas atuariais e são descritos a seguir:

l_x : Quantidade esperada de pessoas da população que chegam com vida a uma idade específica “x”, independentemente de estarem ativas ou inválidas.

l_{x+1} : Quantidade esperada de pessoas que chegam com vida à idade “x+1”, sem distinção entre as condições de ativos ou inválidos.

d_x : Quantidade esperada de pessoas que falecem durante a idade “x”, independentemente de estarem na condição de ativos ou inválidos.

q_x : Probabilidade de uma pessoa de idade “x” falecer na mesma idade, sem distinção entre as condições de ativos ou inválidos, fornecida pela “Tábua de Mortalidade Geral”.

As fórmulas para calcular essas probabilidades são:

$$l_x = \frac{d_x}{q_x}$$

$$l_{x+1} = l_x - d_x$$

$$d_x = l_x * q_x$$

2.4 NOTAÇÕES PARA MODELO BIDECREMENTAL

O modelo bidecremental considera as transições de participantes ativos para os estados de morte ou invalidez ao longo do tempo. Abaixo, estão as notações específicas para a projeção de sobrevivência dos participantes ativos e inválidos, considerando que a população inicial, na idade zero, é composta por um milhão de participantes.

2.4.1 Notações para Participantes Ativos

Para os participantes que se encontram na condição de ativas, as seguintes notações descrevem sua sobrevivência e mortalidade:

l_x^{aa} : Quantidade esperada de pessoas da população que chegam com vida a uma idade específica “x”, na condição de ativos (válidos, ou seja, não inválidos).

l_{x+1}^{aa} : Quantidade esperada de pessoas que chegam com vida à idade “x+1”, ainda na condição de ativos.

l_x^{ai} : Quantidade esperada de pessoas da população que chegam com vida a uma idade específica “x”, na condição de ativos, porém se invalidam nesta mesma idade.

d_x^{aa} : Quantidade esperada de pessoas que falecem ao longo da idade “x” na condição de ativos.

q_x^{aa} : Probabilidade de uma pessoa ativa de idade “x” falecer ao longo dessa idade, ainda na condição de ativa.

As fórmulas para calcular essas probabilidades são:

$$l_{x+1}^{aa} = l_x^{aa} - l_x^{ai} - d_x^{aa}$$

$$d_x^{aa} = d_x - d_x^i$$

$$q_x^{aa} = \frac{d_x^{aa}}{l_x^{aa}}$$

2.4.2 Notações para Participantes Inválidos

Para os participantes que se tornam inválidos ou que já se encontram nessa condição, as seguintes notações descrevem sua sobrevivência e mortalidade:

l_x^{ii} : Quantidade esperada de pessoas da população que chegam com vida a uma idade específica “x”, na condição de inválidos.

l_{x+1}^{ii} : Quantidade esperada de pessoas que chegam com vida à idade “x+1”, na condição de inválidos.

d_x^i : Quantidade esperada de pessoas que falecem ao longo da idade “x” na condição de inválidas, considerando tanto as que se tornaram inválidas durante essa idade quanto as que já estavam nessa condição.

i_x : Taxa de entrada em invalidez, ou seja, a probabilidade de uma pessoa ativa que atinge uma idade específica “x” tornar-se inválida ao longo dessa idade. Esse valor é extraído da “Tábua de Entrada em Invalidez”.

q_x^{ii} : Probabilidade de uma pessoa inválida de idade “x” falecer ao longo dessa idade, ainda na condição de inválida, fornecida pela “Tábua de Mortalidade de Inválidos”.

As fórmulas para calcular essas probabilidades são:

$$l_{x+1}^{ii} = l_x^{ii} + l_x^{ai} - d_x^i$$

$$l_x^{ai} = l_x^{aa} * i_x$$

$$d_x^i = \left(l_x^{ii} + \frac{l_x^{ai}}{2} \right) * q_x^{ii}$$

2.3 ESTUDOS RELACIONADOS

A literatura acerca de tábuas biométricas e suas aplicações em modelos atuariais demonstra a relevância desses instrumentos para a projeção de probabilidades de eventos como morte, invalidez e sobrevivência em diferentes grupos demográficos. Além disso, os estudos sobre diferenças de gênero em projeções atuariais reforçam a necessidade de ajustes específicos nas tábuas utilizadas, principalmente quando se consideram combinações *unissex* e a compatibilidade entre tábuas para sexos masculino e feminino. Os trabalhos apresentados a seguir exploram aspectos complementares ao presente estudo, contribuindo para a fundamentação teórica e metodológica.

O trabalho de Helen Christiny Alves Nascimento e Luana Monteiro Augusto (2019) utiliza o modelo Lee-Carter para explorar disparidades nas projeções de mortalidade entre homens e mulheres, destacando as diferenças significativas nas taxas de sobrevivência e mortalidade entre os gêneros. As autoras apontam que essas diferenças impactam diretamente as análises atuariais, principalmente na construção e validação de tábuas *unissex*, que devem levar em consideração ajustes precisos para evitar inconsistências nas projeções. Este estudo é relevante para justificar a disparidade observada no presente trabalho entre as probabilidades de saída calculadas para combinações de tábuas biométricas do sexo masculino, feminino e *unissex*.

Francisco de Assis da Silva Júnior (2019), em seu estudo sobre tábuas geracionais RP-2000 e RP-2014, destaca como a incorporação de dinâmicas demográficas em evolução impacta as projeções atuariais. O autor analisa diferenças nas taxas de mortalidade entre tábuas e entre gêneros, destacando que ajustes anuais nas tábuas, como as escalas MP-2018, são essenciais para projeções mais precisas. Este trabalho fornece subsídios para a discussão sobre as diferenças de compatibilidade entre combinações masculinas, femininas e *unissex* no presente estudo.

Renan Santos Reis (2023) realizou um estudo sobre a aderência das tábuas biométricas em planos previdenciários, destacando a importância da validação estatística para garantir a compatibilidade entre as projeções e os dados históricos do grupo analisado. O autor explora técnicas de validação que asseguram que as tábuas reflitam adequadamente as taxas de mortalidade e invalidez de cada grupo demográfico, o que garante maior confiabilidade de modelos bidecrementais.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A pesquisa adota uma abordagem quantitativa, uma vez que o objetivo é examinar o comportamento das probabilidades de saída dos participantes ativos para a aposentadoria, por meio da combinação de tábuas biométricas e do método determinístico de Hamza. Esse enfoque

quantitativo facilita a organização e a execução das etapas de análise, oferecendo uma estrutura mais objetiva em comparação a metodologias qualitativas, conforme proposto por Gil (2002).

Quanto aos objetivos, este estudo é descritivo e analítico. A vertente descritiva busca caracterizar a probabilidade de saída dos participantes, avaliando diferentes combinações de tábuas biométricas e detalhando as variações observadas nas taxas. Já o enfoque analítico visa explorar a relação entre as alterações nas premissas biométricas e o impacto no comportamento do ${}_n p_x$ e ${}_n p_x^{aa}$, permitindo identificar padrões e compreender como essas variações afetam a compreensão atuarial.

O procedimento técnico adotado envolveu o desenvolvimento de um simulador em Excel, programado na linguagem VBA (*Visual Basic for Applications*). Este simulador combina tábuas biométricas de mortalidade geral, entrada em invalidez e mortalidade de inválidos, aplicando o método determinístico de Hamza para calcular a probabilidade de os participantes atingirem a idade de aposentadoria. As projeções foram realizadas considerando uma população inicial de 1 milhão de expostos com idade de 20 anos. A escolha dessa idade baseia-se no fato de ser o ponto em comum onde todas as tábuas biométricas analisadas apresentam probabilidades de evento, embora algumas tábuas iniciem suas projeções em idades anteriores. Além dessa combinação, serão realizados ajustes incrementais de agravo e desagravo na tábua de mortalidade geral, variando em incrementos de 5% até um total de 30%. O objetivo foi ampliar o conjunto de combinações utilizadas nas análises, avaliar o grau de compatibilidade das tábuas e analisar as probabilidades de saída resultantes dessas combinações.

Além disso, foi conduzida uma análise de sensibilidade, aplicando agravos e desagravos graduais de 10% em 10%, também até 30%, às tábuas de mortalidade geral, entrada em invalidez e mortalidade de inválidos, buscando compreender a sensibilidade das probabilidades de saída dos participantes ativos frente a essas pequenas variações.

A população-alvo do estudo consiste em participantes ativos de planos de previdência. A amostra inclui as tábuas biométricas (mortalidade geral, entrada em invalidez e mortalidade de inválidos) registradas no banco de dados da PREVIC, respeitando a categorização disponibilizada pelo IBA. Por exemplo, a tábua AT-2000, que é utilizada em alguns planos como tábua de mortalidade de inválidos, será considerada apenas como tábua de mortalidade geral conforme a divisão disponibilizada pelo IBA. A escolha dessas tábuas deve-se à sua representatividade e à sua utilização comum em avaliações atuariais no Brasil, o que garante a relevância e a aplicabilidade dos resultados deste estudo. As tábuas selecionadas para o estudo estão listadas na Tabela 1.

Tabela 1 – Tábuas Biométricas utilizadas no estudo

Mortalidade Geral		Mortalidade de Inválidos
AT2000 (Suavizada 10%) Masculina	AT2000 (Suavizada 10%) Feminina	MI-2006 Masculino
AT-2000 Masculina	AT-2000 Feminina	MI - 85 Masculino
AT-49 Masculina	AT-49 Feminina	MI-2006 Feminino
AT-83 Masculina (Básica)	AT-83 Feminina (Básica)	MI - 85 Feminino
AT-83 Masculina (IAM)	AT-83 Feminina (IAM)	WINKLEVOSS
BR-EMSMT 2015 M	BR-EMSMT 2015 F	IAPC
BR-EMSSB 2015 M	BR-EMSSB 2015 F	MULLER (Mort. Inválidos)
BR-EMSMT 2010 M	BR-EMSMT 2010 F	Entrada em Invalidez
BR-EMSSB 2010 M	BR-EMSSB 2010 F	RRB-1944 Modificada – Masculino
BR-EMSMT 2021 M	BR-EMSMT 2021 F	RRB-1944 Modificada - Feminino
BR-EMSSB 2021 M	BR-EMSMT 2021 F	LIGHT FORTE
RP-2000 Masculina	RP-2000 Feminina	LIGHT MEDIA
CSO-58	CSO58 - Feminina – Age Last	LIGHT FRACA

Mortalidade Geral		Entrada em Invalidez
CSO58 - Masculina - Age Last	CSO58 - Feminina - Age Nearest	ALVARO VINDAS
CSO58 – Masculina – Age Nearest	CSO58 Feminina	TASA-1927 (Entrada Invalidez)
CSO58 Masculina	2012 IAM Básica Feminina	WYATT 1985
2012 IAM Básica Masculina	IBGE 2015 Mulheres	GRUPO AMERICANA
IBGE 2015 Ambos os Sexos		HUNTER'S
IBGE 2015 Homens		MULLER (Entrada Invalidez)

Fonte: elaborado pelo autor (2024).

As tábuas sem distinção de sexo foram analisadas em conjunto com as tábuas masculinas. Devido à pouca diversidade de tábuas de entrada em invalidez e mortalidade de inválidos segregadas por sexo, utilizou-se as disponíveis juntamente com as tábuas aplicáveis a ambos os sexos. Para garantir a consistência dos dados, foi definido um nível de compatibilidade das tábuas geradas nas combinações, considerando a idade de aposentadoria (65 anos para homens e 62 anos para mulheres). Assim, tábuas que apresentassem um valor de d_x inferior a d_x^i , ou uma probabilidade de morte de ativos (q_x^{aa}) inferior a zero ou superior a 1 antes da idade de aposentadoria, foram classificadas como incompatíveis e, portanto, desconsideradas do estudo.

A coleta dos dados foi realizada em junho de 2024, abrangendo as tábuas biométricas publicadas até esta data e o último banco de dados abertos disponibilizados pela PREVIC, do ano de 2023. O tratamento dos dados envolveu a implementação das tábuas no simulador VBA (*Virtual Basic for Applications*) e a realização dos cálculos quantitativos. A análise dos dados será documental e descritiva, focando nas variações do ${}_n p_x$ e ${}_n p_x^{aa}$ em função das mudanças nas premissas biométricas. Justifica-se a escolha do período de análise pela necessidade de utilizar as tábuas mais atualizadas disponíveis, assegurando a precisão e relevância dos resultados obtidos.

4 ANÁLISE DOS DADOS

Nesta seção, são apresentadas as análises realizadas no estudo e os resultados obtidos, consonante com os passos apresentados na seção de procedimentos metodológicos.

4.1 ANÁLISE DE COMPATIBILIDADE ENTRE TÁBUAS

A seleção de combinações de tábuas apropriadas para o estudo foi realizada inicialmente por uma análise da idade limite resultante de cada combinação. Esse procedimento se torna necessário pois as projeções de saída foram estabelecidas considerando as idades de aposentadoria de 65 anos para homens e 62 anos para mulheres. Segundo Ferreira (2011), “no método de Hamza, é necessário verificar a compatibilidade entre as tábuas q_x , i_x e q_x^{ii} , sob o risco de se chegar a resultados negativos para q_x^{aa} ”, o que pode comprometer a precisão das projeções atuariais ao representar inadequadamente as probabilidades de saída (Ferreira, 2011, p. 165).

A idade mínima de cada combinação foi fixada em 20 anos, já a idade limite foi determinada seguindo os seguintes critérios:

- Idade cuja quantidade de falecimentos (d_x) for inferior à quantidade de falecimentos de participantes inválidos (d_x^i).
- Idade cuja probabilidade de falecimento de participantes ativos (q_x^{aa}) for menor ou igual a zero.

- c) Um ano após a idade cuja probabilidade de falecimento de participantes ativos (q_x^{aa}) for igual a um.

Após a combinação das tábuas, realizada por meio de um simulador em VBA (*Virtual Basic for Applications*), e a aplicação de agravo e desagravo na Tábua de Mortalidade Geral, as combinações cuja idade limite não atingisse a idade de aposentadoria estabelecida para o sexo analisado foram excluídas das etapas subsequentes da análise, sendo listadas em uma planilha separada. Assim, somente as combinações que atenderam aos critérios de compatibilidade e apresentaram idades limites superiores a 65 anos (para homens) e 62 anos (para mulheres) foram incluídas nas projeções finais. Os resultados gerais dessas combinações de tábuas compatíveis estão apresentados na Tabela 2, enquanto a Tabela 3 exibe os resultados detalhados por tábua de mortalidade utilizada.

Tabela 2 – Comparação entre combinações totais, compatíveis e incompatíveis de tábuas biométricas

Sexo Masculino e <i>Unisex</i>		
Combinações Possíveis:	12.350	100,00%
Combinações Aceitas:	10.857	87,91%
Combinações Incompatíveis:	1.493	12,09%
Sexo Feminino		
Combinações Possíveis:	11.050	100,00%
Combinações Aceitas:	7.782	70,43%
Combinações Incompatíveis:	3.268	29,57%

Fonte: elaborado pelo autor a partir das simulações.

Os resultados apresentados na tabela 2 revelam uma diferença significativa entre a compatibilidade das combinações de tábuas para o sexo masculino/*unisex* e o sexo feminino. No caso das tábuas masculinas e *unisex*, das 12.350 combinações possíveis, 10.857 (ou 87,91%) foram aceitas, enquanto 1.493 (ou 12,09%) foram classificadas como incompatíveis. Já para o sexo feminino, das 11.050 combinações possíveis, apenas 7.782 (ou 70,43%) foram aceitas, com 3.268 (ou 29,57%) sendo consideradas incompatíveis.

Essa disparidade reflete uma taxa de incompatibilidade nas combinações de tábuas femininas que é mais que o dobro da observada nas combinações masculinas, mesmo considerando uma idade de aposentadoria menor para o sexo feminino (62 anos em comparação aos 65 anos para o masculino). Esse elevado índice de incompatibilidade nas combinações femininas está relacionado, principalmente, à menor probabilidade de morte registrada nas tábuas de mortalidade geral (q_x) para mulheres, que é geralmente inferior às taxas de entrada em invalidez e mortalidade de inválidos registradas nas demais tábuas disponibilizadas no banco de dados aberto da PREVIC.

Devido a essa característica, a regra estabelecida anteriormente, que define a idade limite como aquela em que o número de falecimentos (d_x) é inferior ao número de falecimentos de participantes inválidos (d_x^i), não é atendida frequentemente nas combinações femininas. A baixa probabilidade de mortalidade geral nas tábuas femininas leva a uma inconsistência ao comparar com as altas taxas de invalidez e mortalidade de inválidos, resultando em uma incompatibilidade para muitas das combinações avaliadas.

Essa diferença de compatibilidade é consistente com as observações de Helen Christiny Alves Nascimento e Luana Monteiro Augusto (2019), que apontaram que as projeções de mortalidade para mulheres frequentemente revelam menores probabilidades de morte em comparação aos homens, mas com padrões que podem variar substancialmente entre faixas etárias e tábuas utilizadas. Essas diferenças são ainda ampliadas pela abordagem de Francisco

de Assis da Silva Júnior (2019), que demonstrou que ajustes nas tábuas de mortalidade, como escalas de melhoria anuais, são essenciais para captar tendências demográficas, especialmente para populações femininas, cujas características incluem maior longevidade e taxas de mortalidade mais baixas.

Porém o fato de uma tábua apresentar maiores taxas de mortalidade não pode ser considerado, isoladamente, como sinônimo de maior compatibilidade. Para que uma tábua seja efetivamente compatível, suas taxas de mortalidade devem ser elevadas de forma consistente ao longo de todas as idades relevantes, garantindo aderência às características populacionais projetadas. A tábua RP-2000 Masculina, por exemplo, é a que apresenta menor número de combinações compatíveis entre as demais tábuas masculinas/*unissex*, mesmo não sendo a com menor probabilidade de saída de participantes (conforme será apresentado no item 4.2.2). Esse comportamento evidencia como o comportamento das tábuas pode variar entre as faixas etárias, destacando que, embora uma tábua possa ter taxas elevadas em idades mais avançadas, sua compatibilidade pode ser prejudicada caso apresente valores reduzidos ou inconsistentes em idades iniciais.

4.2 ANÁLISE DA PROBABILIDADE DE SAÍDA EM MODELOS UNIDECREMENTAIS E BIDECREMENTAIS

Para o cálculo das probabilidades de saída de participantes de planos previdenciários, é necessário considerar diferentes modelos atuariais que capturem a complexidade das transições entre estados de vida, invalidez e morte. Este estudo foca na análise comparativa entre o modelo bidecremental, que avalia as saídas tanto por morte quanto por invalidez, e o modelo unidcremental, no qual a única causa de saída é o falecimento do participante. Conforme destacado pelo Guia PREVIC (2022), a identificação adequada de eventos biométricos, como mortalidade e invalidez, é crucial para garantir a coerência e a sustentabilidade dos planos, influenciando diretamente o dimensionamento das provisões matemáticas e a quantificação das contribuições necessárias. Dessa forma, a modelagem bidecremental não apenas reflete a realidade demográfica dos participantes, mas também assegura maior precisão nas projeções atuariais e no equilíbrio financeiro dos planos.

O objetivo é observar como a probabilidade de saída dos participantes varia ao incorporar a invalidez como um fator de decremento. A seguir, apresenta-se a formulação da probabilidade de permanência dos participantes no modelo unidcremental, que servirá como base para a comparação com o modelo bidecremental.

$${}_n p_x = \frac{l_{x+n}}{l_x}$$

Onde:

${}_n p_x$: probabilidade de uma pessoa com idade “x”, estando viva, alcançar a idade “x+n” independentemente da sua condição (válida ou inválida);

A probabilidade de saída, adaptada para um modelo bidecremental, segue a seguinte formulação:

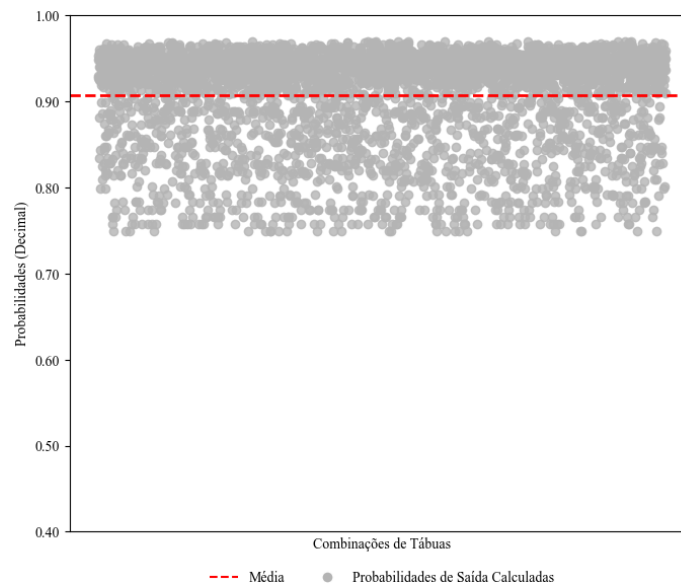
$${}_n p_x^{aa} = \frac{l_x^{aa}}{l_x^{aa}}$$

Onde:

${}_n p_x^{aa}$: probabilidade de uma pessoa com idade “x”, estando viva e ativa, alcançar a idade “x+n” mantendo-se nessa condição;

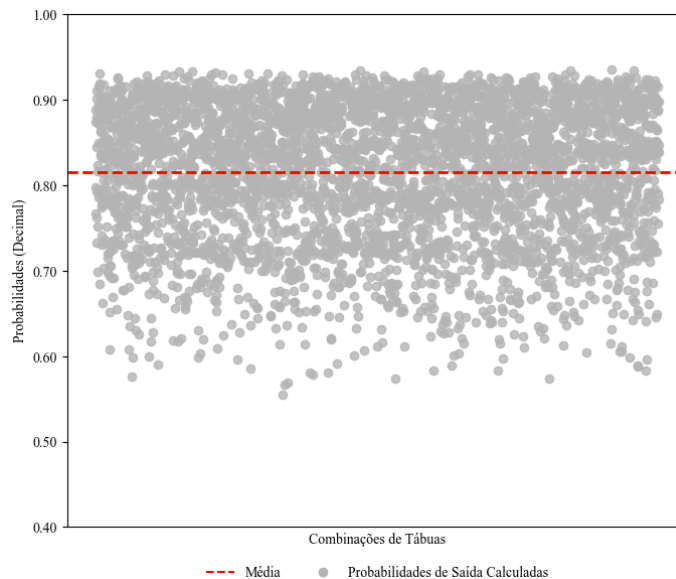
As probabilidades foram calculadas no mesmo simulador em linguagem de programação VBA (*Virtual Basic for Applications*) utilizado para realizar as simulações, com o valor de “x” fixado em 20 anos e o valor de “n” ajustado conforme segregação utilizada nos conjuntos de tábuas: ${}_{45}p_{20}^{aa}$, para o sexo masculino (aposentadoria aos 65 anos de idade) e ${}_{42}p_{20}^{aa}$ para o feminino (aposentadoria aos 62 anos). Os Gráficos 1 e 2 apresentam a distribuição das probabilidades calculadas para os modelos unidcremental e bidecremental, respectivamente, a partir de uma amostra de quatro mil combinações de tábuas femininas selecionadas aleatoriamente. Já os Gráficos 3 e 4 mostram a distribuição correspondente para as combinações de tábuas masculinas e *unissex*. As médias calculadas para todas as probabilidades calculadas para as diferentes combinações de tábuas são descritas na Tabela 3.

Gráficos 1 - Composição das probabilidades de saída para combinações de tábuas femininas, conforme modelo unidcremental



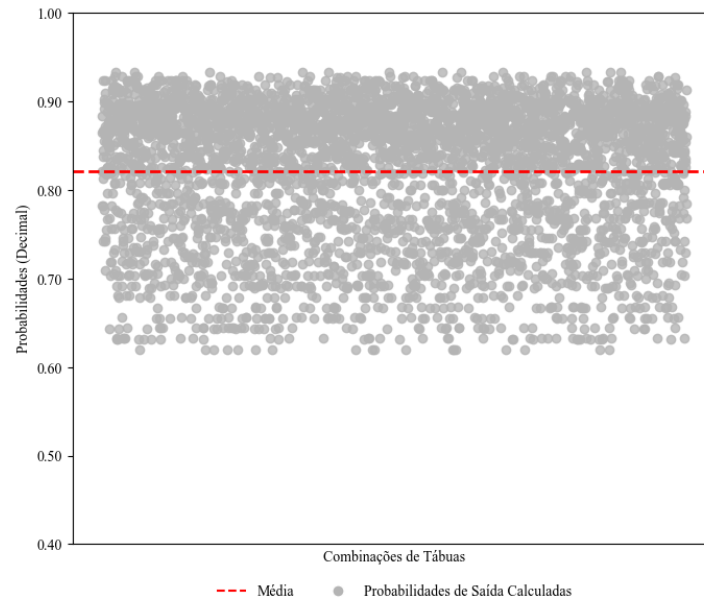
Fonte: elaborado pelo autor a partir das simulações

Gráficos 2 - Composição das probabilidades de saída para combinações de tábuas femininas, conforme modelo bidecremental



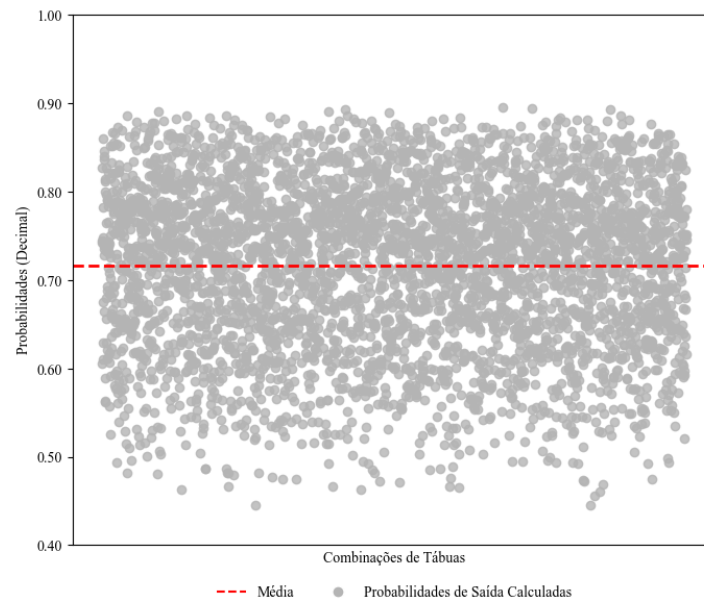
Fonte: elaborado pelo autor a partir das simulações

Gráficos 3 - Composição das probabilidades de saída para combinações de tábuas masculinas e *unissex*, conforme modelo unidcremental



Fonte: elaborado pelo autor a partir das simulações

Gráficos 4 - Composição das probabilidades de saída para combinações de tábuas masculinas e *unissex*, conforme modelo bidcremental



Fonte: elaborado pelo autor a partir das simulações

Tabela 3 – Resultado geral das combinações de tábuas conforme modelo de um ou dois decrementos

Modelo	Tábua	Prob. Média	Prob. Máxima	Prob. Mínima
Unidcremental (${}_n p_x$)	Masculina e <i>Unissex</i>	0,8211	0,9332	0,6202
	Feminina	0,9074	0,9695	0,7487
Bidcremental (${}_n p_x^{aa}$)	Masculina e <i>Unissex</i>	0,7161	0,9028	0,4331
	Feminina	0,8153	0,9353	0,5545

Fonte: elaborado pelo autor a partir das simulações

Os gráficos 1 até 4 demonstram que, para o modelo unidcremental, que considera apenas um evento de saída (mortalidade), as probabilidades médias para tábuas masculinas/*unissex* e femininas são visivelmente mais altas e estáveis em comparação com o modelo bidecremental, que adiciona um segundo evento de saída (como invalidez). Os gráficos indicam uma maior dispersão e variabilidade nas probabilidades de sobrevivência para o modelo bidecremental, especialmente para tábuas masculinas, sugerindo que a inclusão de múltiplos decrementos impacta de forma diferenciada as probabilidades de saída entre os gêneros.

Para o modelo unidcremental (${}_n p_x$), observa-se que as tábuas femininas apresentam uma média de probabilidade de sobrevivência significativamente maior (0,9074) em relação às tábuas masculinas e *unissex* (0,8211). Esse padrão reflete as características demográficas conhecidas, onde mulheres tendem a apresentar maior longevidade e menores taxas de mortalidade geral (q_x), conforme discutido por Helen Christiny Alves Nascimento e Luana Monteiro Augusto (2019). Além disso, a maior estabilidade nas probabilidades máxima e mínima para as tábuas femininas reforça a estabilidade de suas projeções em modelos unidcrementais.

No entanto, para o modelo bidecremental (${}_n p_x^{aa}$), a diferença entre as tábuas femininas e masculinas/*unissex* é ampliada, com médias de 0,8153 e 0,7161, respectivamente. Essa diminuição nas probabilidades de sobrevivência é atribuída à incorporação de um segundo decremento — a invalidez —, que afeta de forma distinta cada gênero. Como apontado por Ferreira (2011), tábuas bidecrementais exigem maior compatibilidade entre os parâmetros de mortalidade geral (q_x) e invalidez (i_x), o que pode explicar as maiores variações observadas entre as probabilidades mínima e máxima nos dois gêneros.

4.2.1 Análise de probabilidades de saída, em modelos de um e dois decrementos, para tábuas do sexo feminino

Após o cálculo das probabilidades, foram calculadas as médias, variâncias, desvio-padrão e coeficiente de variação dos resultados compatíveis, segregados conforme a Tábua de Mortalidade Geral utilizada. Esses dados permitem uma análise comparativa da estabilidade e consistência das tábuas nos dois modelos, destacando as diferenças nas probabilidades de sobrevivência. As estatísticas descritivas calculadas para tábuas do sexo feminino estão descritas nas Tabelas 4 e 5.

Tabela 4 – Estatísticas descritivas (média, variância, desvio-padrão e coeficiente de variação) por tábua de mortalidade geral feminina, modelo unidcremental

Tábua de Mortalidade Geral	Modelo Unidcremental			
	Média	Variância	D.P.	C.V.
BR-EMSSB 2015 F	0,95487	0,00006	0,00777	0,81370
2012 IAM Básica Feminina	0,95384	0,00006	0,00805	0,84406
AT-2000 Feminina (Suavizada 10%)	0,94977	0,00007	0,00851	0,89565
BR-EMSSB 2010 F	0,95209	0,00007	0,00819	0,85977
BR-EMSSB 2021 F	0,94921	0,00008	0,00871	0,91743
AT-2000 Feminina	0,94456	0,00009	0,00944	0,99900
RP-2000 Feminina	0,94429	0,00010	0,00999	1,05837
AT-83 (IAM) Feminina	0,94194	0,00010	0,00991	1,05161
BR-EMSMT 2010 F	0,93867	0,00011	0,01039	1,10699
AT-83 Básica Feminina	0,93622	0,00012	0,01108	1,18356
BR-EMSMT 2015 F	0,93114	0,00014	0,01190	1,27753

Modelo Unidcremental				
Tábua de Mortalidade Geral	Média	Variância	D.P.	C.V.
BR-EMSMT 2021 F	0,92820	0,00016	0,01252	1,34842
AT- 49 Feminina	0,90665	0,00027	0,01637	1,80599
IBGE 2015 Mulheres	0,89271	0,00035	0,01876	2,10163
CSO58 Feminina	0,85293	0,00065	0,02547	2,98584
CSO58 - Feminina - <i>Age Nearest</i>	0,80803	0,00106	0,03253	4,02641
CSO58 - Feminina - <i>Age Last</i>	0,80121	0,00113	0,03355	4,18790

Fonte: elaborado pelo autor a partir das simulações

Tabela 5 – Estatísticas descritivas (média, variância, desvio-padrão e coeficiente de variação) por tábua de mortalidade geral feminina, modelo bidecremental.

Modelo Bidecremental						
Tábua de Mortalidade Geral	Comb. Compatíveis	Média	Variância	D.P.	C.V.	
BR-EMSSB 2015 F	320	0,87139	0,00242	0,04922	5,64870	
2012 IAM Básica Feminina	351	0,86570	0,00256	0,05064	5,84951	
AT-2000 Feminina (Suavizada 10%)	371	0,86340	0,00271	0,05205	6,02880	
BR-EMSSB 2010 F	352	0,86427	0,00275	0,05245	6,06894	
BR-EMSSB 2021 F	363	0,86027	0,00276	0,05257	6,11050	
AT-2000 Feminina	407	0,85684	0,00287	0,05356	6,25066	
RP-2000 Feminina	364	0,84702	0,00281	0,05305	6,26302	
AT- 83 (IAM) Feminina	422	0,85201	0,00304	0,05509	6,46610	
BR-EMSMT 2010 F	436	0,84730	0,00312	0,05587	6,59356	
AT- 83 Básica Feminina	459	0,84544	0,00315	0,05611	6,63665	
BR-EMSMT 2015 F	474	0,83864	0,00319	0,05648	6,73513	
BR-EMSMT 2021 F	489	0,83481	0,00325	0,05702	6,83018	
AT- 49 Feminina	556	0,81028	0,00336	0,05793	7,14909	
IBGE 2015 Mulheres	572	0,79639	0,00337	0,05808	7,29298	
CSO58 Feminina	594	0,75701	0,00351	0,05926	7,82832	
CSO58 - Feminina - <i>Age Nearest</i>	626	0,71393	0,00354	0,05949	8,33280	
CSO58 - Feminina - <i>Age Last</i>	626	0,70751	0,00358	0,05982	8,45509	

Fonte: elaborado pelo autor a partir das simulações

No modelo unidcremental, observa-se que tábuas mais recentes, como a BR-EMSSB 2015 e a 2012 IAM Básica Feminina, apresentam médias de probabilidade elevadas (0,95487 e 0,95384, respectivamente) e coeficientes de variação mais baixos (0,81370 e 0,84406). Esses resultados refletem maior estabilidade e precisão nas projeções de sobrevivência decorrentes de menores probabilidades de mortalidade. Por outro lado, tábuas mais antigas, como a CSO58 *Age Nearest* e a CSO58 *Age Last*, apresentam médias de probabilidade significativamente mais baixas (0,80803 e 0,80121) e coeficientes de variação muito mais elevados (4,02641 e 4,18790), uma consequência do maior número de combinações compatíveis, indicando assim maior variabilidade por apresentarem probabilidades de morte mais significativas distribuídas entre as idades.

No modelo bidecremental, que considera tanto a mortalidade quanto a invalidez como causas de saída, os coeficientes de variação são, em geral, mais elevados para todas as tábuas em comparação ao modelo unidcremental. As tábuas BR-EMSSB 2015 e 2012 IAM Básica Feminina continuam com médias mais altas (0,87139 e 0,86570) e coeficientes de variação moderados (5,64870 e 5,84951), evidenciando sua consistência mesmo em um modelo de dois decrementos. Em contraste, as tábuas CSO58 *Age Nearest* e *Age Last* apresentam médias de

probabilidade substancialmente mais baixas (0,71393 e 0,70751) e coeficientes de variação muito elevados (8,33280 e 8,45509), sugerindo alta variabilidade e maior incerteza nas projeções de sobrevivência quando múltiplos decrementos são considerados.

Esses resultados corroboram análises anteriores, como as de Francisco de Assis da Silva Júnior (2019), que destacaram a superioridade das tábuas de mortalidade mais recentes em capturar mudanças demográficas e tendências de longevidade, resultando em projeções mais precisas e estáveis. No contexto bidecremental, essa diferença de desempenho é ainda mais acentuada devido à maior complexidade do modelo, o que também está em consonância com os achados de Helen Christiny Alves Nascimento e Luana Monteiro Augusto (2019), que ressaltaram a importância de ajustes em tábuas de mortalidade feminina para melhorar a aderência a características demográficas atuais.

Em suma, tábuas mais recentes demonstram maior estabilidade em ambos os modelos, enquanto tábuas mais antigas, especialmente aquelas com maior taxa de mortalidade por idade, tendem a apresentar maior dispersão e instabilidade, o que pode comprometer a precisão das projeções atuariais.

4.2.2 Análise de probabilidades de saída, em modelos de um e dois decrementos, para tábuas do sexo masculino e *unissex*

Abaixo, nos Tabelas 6 e 7, são apresentadas as estatísticas descritivas calculadas para tábuas do sexo masculino e *unissex*.

Tabela 6 – Estatísticas descritivas (média, variância, desvio-padrão e coeficiente de variação) por tábua de mortalidade geral masculina e *unissex*, modelo unidcremental

Tábua de Mortalidade Geral	Modelo Unidcremental			
	Média	Variância	D.P.	C.V
2012 IAM Básica Masculina	0,90330	0,00027	0,01647	1,82292
BR-EMSSB 2015 M	0,89675	0,00031	0,01756	1,95872
RP-2000 Masculina	0,89554	0,00032	0,01779	1,98673
AT-2000 Masculina (Suavizada 10%)	0,89074	0,00035	0,01870	2,09953
BR-EMSSB 2021 M	0,88998	0,00035	0,01874	2,10532
BR-EMSSB 2010 M	0,88284	0,00039	0,01974	2,23563
AT-2000 Masculina	0,87966	0,00042	0,02047	2,32662
AT-83 (IAM) Masculina	0,86135	0,00055	0,02352	2,73015
BR-EMSMT 2015 M	0,86057	0,00056	0,02373	2,75797
BR-EMSMT 2021 M	0,85687	0,00060	0,02455	2,86463
AT-83 Básica Masculina	0,84753	0,00067	0,02582	3,04618
BR-EMSMT 2010 M	0,84679	0,00069	0,02621	3,09468
IBGE 2015 Ambos os Sexos	0,80894	0,00104	0,03219	3,97941
AT- 49 Masculina	0,77610	0,00136	0,03692	4,75734
CSO58 Masculina	0,75650	0,00158	0,03972	5,25080
IBGE 2015 Homens	0,75195	0,00163	0,04041	5,37395
CSO58	0,70464	0,00220	0,04685	6,64941
CSO58 - Masculina - <i>Age Nearest</i>	0,70464	0,00220	0,04685	6,64941
CSO58 - Masculina - <i>Age Last</i>	0,69418	0,00232	0,04816	6,93753

Fonte: elaborado pelo autor a partir das simulações

Tabela 7 – Estatísticas descritivas (média, variância, desvio-padrão e coeficiente de variação) por tábua de mortalidade geral masculina e *unisex*, modelo bidecremental

Tábua de Mortalidade Geral	Modelo Bidecremental				
	Comb. Compatíveis	Média	Variância	D.P.	C.V
2012 IAM Básica Masculina	479	0,80424	0,00269	0,05186	6,44838
BR-EMSSB 2015 M	502	0,79510	0,00291	0,05391	6,78068
RP-2000 Masculina	463	0,79129	0,00295	0,05430	6,86221
AT-2000 Masculina (Suavizada 10%)	497	0,78886	0,00301	0,05491	6,96047
BR-EMSSB 2021 M	525	0,78583	0,00308	0,05546	7,05760
BR-EMSSB 2010 M	545	0,77772	0,00315	0,05614	7,21842
AT-2000 Masculina	527	0,77554	0,00313	0,05590	7,20847
AT-83 (IAM) Masculina	562	0,75393	0,00341	0,05837	7,74156
BR-EMSMT 2015 M	585	0,75224	0,00337	0,05806	7,71829
BR-EMSMT 2021 M	597	0,74698	0,00344	0,05865	7,85189
AT-83 Básica Masculina	586	0,73867	0,00351	0,05924	8,02016
BR-EMSMT 2010 M	608	0,73695	0,00346	0,05882	7,98121
IBGE 2015 Ambos os Sexos	620	0,70100	0,00359	0,05988	8,54226
AT- 49 Masculina	617	0,66920	0,00387	0,06222	9,29744
CSO58 Masculina	620	0,65059	0,00399	0,06317	9,70921
IBGE 2015 Homens	637	0,64811	0,00384	0,06195	9,55779
CSO58	629	0,60325	0,00425	0,06515	10,80045
CSO58 - Masculina - <i>Age Nearest</i>	629	0,60325	0,00425	0,06515	10,80045
CSO58 - Masculina - <i>Age Last</i>	629	0,59358	0,00432	0,06570	11,06851

Fonte: elaborado pelo autor a partir das simulações

Os resultados para combinações de tábuas masculinas e *unisex* apresentam uma estrutura similar aos resultados de combinações de tábuas do sexo feminino. No modelo unidecremental é possível observar que as tábuas como a 2012 IAM Básica Masculina e a BR-EMSSB 2015, apresentam novamente médias de probabilidade relativamente altas (0,90330 e 0,89675, respectivamente) e coeficientes de variação baixos (1,82 e 1,96, respectivamente). Em contraste, tábuas mais antigas, como as CSO58 *Age Last* e *Age Nearest* apresentam médias de probabilidade significativamente mais baixas (0,69418 e 0,70464, respectivamente) e coeficientes de variação mais elevados (6,94 e 6,65, respectivamente). Essa maior variabilidade reflete taxas de mortalidade mais elevadas, que ao serem combinadas com outros decrementos resultam em maior dispersão nas projeções, ampliando a incerteza e o desvio-padrão.

A literatura, como o trabalho de Wong-Fupuy e Haberman (2004), enfatiza que a estabilidade nos modelos de mortalidade é essencial para reduzir o impacto de variações nas projeções e assegurar cálculos atuariais consistentes. Tábuas mais recentes, como as mencionadas, refletem a evolução metodológica, capturando melhor as tendências demográficas e proporcionando previsões mais confiáveis.

No modelo bidecremental, que considera mortalidade e invalidez como causas de saída, todas as tábuas apresentaram coeficientes de variação mais elevados em comparação ao modelo unidecremental, como esperado devido à maior complexidade. Ainda assim, tábuas como a 2012 IAM Básica e a BR-EMSSB 2015 continuam a se destacar, com médias de probabilidade relativamente altas (0,80424 e 0,79510, respectivamente) e coeficientes de variação moderados (6,45 e 6,78, respectivamente). Essas tábuas oferecem estabilidade e consistência mesmo em modelos mais complexos. Por outro lado, tábuas como a CSO58 e suas variantes apresentaram médias bem mais baixas e coeficientes de variação muito elevados, sugerindo maior variabilidade e incerteza nas projeções.

Conforme discutido no tópico 4.1 e evidenciado pelas tabelas apresentadas, tábuas com maiores probabilidades médias de entrada dos participantes na aposentadoria não apresentam, necessariamente, menores graus de compatibilidade. De maneira geral, os resultados dos modelos unidcrementais e bidecrementais para tábuas masculinas, femininas e *unissex* indicam que tábuas com taxas mais elevadas de mortalidade tendem a gerar maior número de combinações compatíveis no modelo bidecremental. Isso ocorre porque o método determinístico de Hamza, ao integrar múltiplos decrementos, favorece tábuas em que a mortalidade está bem distribuída ao longo das idades consideradas, reduzindo a probabilidade de que taxas de invalidez ou mortalidade de inválidos superem a mortalidade geral.

No entanto, esses resultados não devem ser interpretados como um benefício intrínseco. Como destacado por Balland *et al.* (2018), a aderência das tábuas ao perfil populacional do plano de benefícios é necessária para garantir projeções precisas e evitar provisões matemáticas inconsistentes, que podem resultar em perdas ou ganhos significativos. Hunt e Blake (2017) reforçam que a escolha de tábuas deve considerar não apenas as características demográficas, mas também fatores como a estrutura etária dos participantes e a periodicidade de atualização das tábuas, assegurando a sustentabilidade financeira de planos previdenciários ao longo do tempo. Essa análise reforça a importância de selecionar tábuas de mortalidade apropriadas e atualizadas, ajustadas às características específicas dos participantes, garantindo maior precisão nas projeções e consistência nas provisões matemáticas. Isso minimiza riscos e contribui para a sustentabilidade dos planos de benefícios a longo prazo.

4.3 DECREMENTO DE INVALIDEZ: ANÁLISE DE IMPACTO POR TÁBUA NA PROBABILIDADE DE SAÍDA

Ao analisar as probabilidades de saída em modelos unidcrementais e bidecrementais, é possível estimar o impacto do segundo decremento, relacionado à invalidez, na probabilidade de saída dos participantes. O objetivo da análise é avaliar a influência de cada combinação de tábuas de entrada em invalidez (i_x) e mortalidade de inválidos (q_x^{ii}) na probabilidade de saída. Para isso, foi calculada a diferença absoluta entre as probabilidades de saída nos modelos unidcremental (${}_n p_x$) e bidecremental (${}_n p_x^{aa}$) para cada combinação compatível. Em seguida, foram calculadas as médias dessas diferenças, segregadas de acordo com as tábuas de decremento de invalidez utilizadas. Por fim, subtraindo-se a média geral das probabilidades de saída de todas as combinações da média das diferenças calculadas, foi possível estimar o impacto absoluto e percentual causado por cada combinação de tábuas de invalidez. Os valores das calculados, comparados à média geral de 0,9074 para tábuas femininas e 0,8211 para tábuas masculinas/*unissex*, estão descritos nas Tabelas 8 e 9, respectivamente.

Tabela 8 – Comparativo de impacto na probabilidade de saída para cada combinação de tábuas femininas para o decremento de invalidez

Feminino						
Tábua de Entrada em Invalidez	Tábua de Mortalidade de Inválidos	Combinações	${}_n p_x^{aa}$ Médio	Diferença Absoluta	Impacto (%)	
ALVARO VINDAS	MI-2006 Feminino	221	0,86399	-0,04337	-4,78%	
	MI - 85 Feminino	221	0,86530	-0,04206	-4,64%	
	WINKLEVOSS	221	0,87064	-0,03672	-4,05%	
	IAPC	174	0,87231	-0,03505	-3,86%	
	MULLER (Mort. Inválidos)	147	0,85734	-0,05002	-5,51%	

Feminino					
Tábua de Entrada em Invalidez	Tábua de Mortalidade de Inválidos	Combinações	nP_x^{aa} Médio	Diferença Absoluta	Impacto (%)
GRUPO AMERICANA (Entrada Invalidez)	MI-2006 Feminino	221	0,87959	-0,02776	-3,06%
	MI - 85 Feminino	221	0,88065	-0,02671	-2,94%
	WINKLEVOSS	221	0,88488	-0,02248	-2,48%
	IAPC	185	0,88691	-0,02045	-2,25%
	MULLER (Mort. Inválidos)	161	0,87537	-0,03199	-3,53%
HUNTER'S	MI-2006 Feminino	125	0,69585	-0,21150	-23,31%
	MI - 85 Feminino	100	0,69065	-0,21671	-23,88%
	WINKLEVOSS	67	0,69034	-0,21702	-23,92%
	IAPC	4	0,65461	-0,25275	-27,86%
	MULLER (Mort. Inválidos)	0	-	-	-
LIGHT FORTE	MI-2006 Feminino	195	0,69632	-0,21104	-23,26%
	MI - 85 Feminino	161	0,69334	-0,21402	-23,59%
	WINKLEVOSS	58	0,66230	-0,24505	-27,01%
	IAPC	35	0,67918	-0,22818	-25,15%
	MULLER (Mort. Inválidos)	48	0,66543	-0,24193	-26,66%
LIGHT FRACA	MI-2006 Feminino	221	0,83713	-0,07023	-7,74%
	MI - 85 Feminino	221	0,83842	-0,06894	-7,60%
	WINKLEVOSS	216	0,84329	-0,06407	-7,06%
	IAPC	173	0,84482	-0,06254	-6,89%
	MULLER (Mort. Inválidos)	221	0,84606	-0,06130	-6,76%
LIGHT MEDIA	MI-2006 Feminino	221	0,76632	-0,14104	-15,54%
	MI - 85 Feminino	213	0,76784	-0,13952	-15,38%
	WINKLEVOSS	116	0,75499	-0,15237	-16,79%
	IAPC	66	0,75225	-0,15510	-17,09%
	MULLER (Mort. Inválidos)	113	0,76172	-0,14564	-16,05%
MULLER (Entrada Invalidez)	MI-2006 Feminino	221	0,80656	-0,10079	-11,11%
	MI - 85 Feminino	221	0,80901	-0,09835	-10,84%
	WINKLEVOSS	183	0,81093	-0,09643	-10,63%
	IAPC	71	0,78445	-0,12290	-13,55%
	MULLER (Mort. Inválidos)	56	0,75560	-0,15175	-16,72%
RRB-1944 Mod - Feminino	MI-2006 Feminino	219	0,75174	-0,15562	-17,15%
	MI - 85 Feminino	207	0,75289	-0,15446	-17,02%
	WINKLEVOSS	95	0,73240	-0,17495	-19,28%
	IAPC	32	0,70419	-0,20317	-22,39%
	MULLER (Mort. Inválidos)	28	0,68093	-0,22642	-24,95%
TASA-1927 (Entrada Invalidez)	MI-2006 Feminino	221	0,86862	-0,03874	-4,27%
	MI - 85 Feminino	221	0,86987	-0,03749	-4,13%
	WINKLEVOSS	221	0,87496	-0,03240	-3,57%
	IAPC	164	0,87357	-0,03379	-3,72%
	MULLER (Mort. Inválidos)	137	0,85823	-0,04913	-5,41%

Feminino					
Tábua de Entrada em Invalidez	Tábua de Mortalidade de Inválidos	Combinações	$n p_x^{aa}$ Médio	Diferença Absoluta	Impacto (%)
WYATT 1985	MI-2006 Feminino	221	0,80354	-0,10382	-11,44%
	MI - 85 Feminino	221	0,80589	-0,10147	-11,18%
	WINKLEVOSS	179	0,80704	-0,10031	-11,06%
	IAPC	114	0,80722	-0,10014	-11,04%
	MULLER (Mort. Inválidos)	183	0,81407	-0,09329	-10,28%

Fonte: elaborado pelo autor a partir das simulações

Tabela 9 – Comparativo de impacto na probabilidade de saída para cada combinação de tábuas masculinas e *unissex* para o decréscimo de invalidez

Masculino e <i>Unisex</i>					
Tábua de Entrada em Invalidez	Tábua de Mortalidade de Inválidos	Combinações	$n p_x^{aa}$ Médio	Diferença Absoluta	Impacto (%)
ALVARO VINDAS	MI-2006 Masculino	247	0,76714	-0,05392	-6,57%
	MI - 85 Masculino	247	0,76835	-0,05271	-6,42%
	WINKLEVOSS	247	0,76956	-0,05149	-6,27%
	IAPC	245	0,78151	-0,03955	-4,82%
	MULLER (Mort. Inválidos)	243	0,77034	-0,05072	-6,18%
GRUPO AMERICANA (Entrada Invalidez)	MI-2006 Masculino	247	0,78804	-0,03301	-4,02%
	MI - 85 Masculino	247	0,78914	-0,03192	-3,89%
	WINKLEVOSS	247	0,78990	-0,03115	-3,79%
	IAPC	246	0,79959	-0,02147	-2,61%
	MULLER (Mort. Inválidos)	244	0,79137	-0,02968	-3,62%
HUNTER'S	MI-2006 Masculino	210	0,62360	-0,19746	-24,05%
	MI - 85 Masculino	146	0,60290	-0,21816	-26,57%
	WINKLEVOSS	179	0,62090	-0,20016	-24,38%
	IAPC	20	0,56284	-0,25821	-31,45%
	MULLER (Mort. Inválidos)	8	0,53158	-0,28947	-35,26%
LIGHT FORTE	MI-2006 Masculino	202	0,59559	-0,22546	-27,46%
	MI - 85 Masculino	200	0,59784	-0,22321	-27,19%
	WINKLEVOSS	165	0,58901	-0,23205	-28,26%
	IAPC	92	0,58974	-0,23131	-28,17%
	MULLER (Mort. Inválidos)	132	0,57655	-0,24451	-29,78%
LIGHT FRACA	MI-2006 Masculino	247	0,72218	-0,09888	-12,04%
	MI - 85 Masculino	247	0,72268	-0,09837	-11,98%
	WINKLEVOSS	247	0,72506	-0,09599	-11,69%
	IAPC	240	0,73621	-0,08485	-10,33%
	MULLER (Mort. Inválidos)	247	0,72304	-0,09801	-11,94%
LIGHT MEDIA	MI-2006 Masculino	240	0,66167	-0,15939	-19,41%
	MI - 85 Masculino	239	0,66315	-0,15791	-19,23%
	WINKLEVOSS	223	0,66149	-0,15956	-19,43%

Masculino e <i>Unisex</i>					
Tábua de Entrada em Invalidez	Tábua de Mortalidade de Inválidos	Combinações	nP_x^{aa} Médio	Diferença Absoluta	Impacto (%)
<i>LIGHT MEDIA</i>	IAPC	187	0,67791	-0,14314	-17,43%
	MULLER (Mort. Inválidos)	232	0,66569	-0,15537	-18,92%
MULLER (Entrada Invalidez)	MI-2006 Masculino	247	0,69838	-0,12267	-14,94%
	MI - 85 Masculino	247	0,70035	-0,12071	-14,70%
	WINKLEVOSS	246	0,70261	-0,11844	-14,43%
	IAPC	203	0,71076	-0,11030	-13,43%
	MULLER (Mort. Inválidos)	204	0,69051	-0,13054	-15,90%
RRB-1944 Mod - Masculino	MI-2006 Masculino	247	0,70359	-0,11747	-14,31%
	MI - 85 Masculino	247	0,70575	-0,11530	-14,04%
	WINKLEVOSS	246	0,70795	-0,11311	-13,78%
	IAPC	187	0,71026	-0,11080	-13,49%
	MULLER (Mort. Inválidos)	171	0,68359	-0,13747	-16,74%
TASA-1927 (Entrada Invalidez)	MI-2006 Masculino	247	0,77310	-0,04796	-5,84%
	MI - 85 Masculino	247	0,77432	-0,04674	-5,69%
	WINKLEVOSS	247	0,77539	-0,04567	-5,56%
	IAPC	245	0,78675	-0,03430	-4,18%
	MULLER (Mort. Inválidos)	242	0,77614	-0,04492	-5,47%
WYATT 1985	MI-2006 Masculino	247	0,70772	-0,11333	-13,80%
	MI - 85 Masculino	247	0,70913	-0,11193	-13,63%
	WINKLEVOSS	247	0,71213	-0,10893	-13,27%
	IAPC	234	0,73022	-0,09084	-11,06%
	MULLER (Mort. Inválidos)	246	0,71248	-0,10857	-13,22%

Fonte: elaborado pelo autor a partir das simulações

As Tabelas 8 e 9 apresentam um comparativo do impacto de diferentes combinações de tábuas de entrada em invalidez e tábuas de mortalidade de inválidos na probabilidade de saída de participantes. A análise inclui a média das diferenças absolutas, o impacto percentual associado e o número de combinações avaliadas, permitindo uma avaliação abrangente da sensibilidade dessas combinações de tábuas biométricas ao decréscimo de invalidez.

As tábuas Álvaro Vindas, Grupo Americana e Tasa-1927 demonstraram os menores impactos negativos. Para as participantes femininas (Tabela 8), os impactos variaram entre -2,25% e -5,51%, enquanto para os participantes masculinos e unisex (Tabela 9), os valores estiveram entre -2,61% e -6,57%. Grupo Americana destacou-se em ambas as análises como a tábua de entrada em invalidez com menor impacto na probabilidade de saída, com a tábua IAPC apresentando o menor impacto percentual negativo, de -2,25% para mulheres e -2,61% para homens e unisex. Essa estabilidade é atribuída às menores taxas de entrada em invalidez e à consistência nas projeções proporcionadas por essas tábuas.

Hunter's e *Light Forte* apresentaram os maiores impactos negativos em ambas as análises, com percentuais variando entre -23,26% e -35,26%. Esses valores indicam alta sensibilidade das combinações as tábuas com maiores taxas de entrada em invalidez, resultando em maior variabilidade e menor compatibilidade em cenários complexos de múltiplos decrementos. Em ambos os grupos, a quantidade de combinações compatíveis foi significativamente reduzida, reforçando a instabilidade dessas tábuas.

Light Média e *Light Fraca*, embora menos instáveis que *Hunter's* e *Light Forte*, ainda apresentaram impactos consideráveis. Para as tábuas femininas, os impactos variaram de -6,76% a -16,79% (Tabela 8), enquanto para os masculinos e *unisex* os valores estiveram entre -10,33% e -19,43% (Tabela 9). Entre essas combinações envolvendo tábuas mais conservadoras, como MI-2006 e Winklevoss, apresentaram maior estabilidade, destacando-se como alternativas com menor impacto.

As tábuas Muller (Entrada Invalidez), RRB-1944 Modificado e Wyatt 1985, os impactos foram intermediários, variando de -10,28% a -16,74% para mulheres e de -11,06% a -16,74% para homens/*unisex*. Embora essas tábuas apresentem maior estabilidade em relação às combinações mais instáveis, elas ainda demonstram certa sensibilidade às taxas de entrada em invalidez e mortalidade de inválidos, especialmente quando combinadas com tábuas como Muller (Mort. Inválidos).

Tasa-1927 destaca-se como uma das opções mais estáveis em ambos os cenários, com impactos negativos variando entre -3,57% e -5,51% para mulheres (Tabela 8) e entre -4,18% e -5,84% para homens e *unisex* (Tabela 9). Assim como no Grupo Americana, a tábua IAPC se destacou com os menores percentuais de impacto, refletindo consistência em cenários de múltiplos decrementos.

Em conclusão, os resultados das Tabelas 8 e 9 evidenciam que as tábuas de entrada em invalidez exercem impactos diferenciados nas probabilidades de saída dos participantes, destacando-se como os principais fatores responsáveis pelas variações observadas. Esse efeito é especialmente perceptível em tábuas de mortalidade de inválidos, como a Muller (Mort. Inválidos), que apresentou impactos distintos dependendo das combinações avaliadas. A análise proporciona uma visão detalhada do impacto dessas tábuas, considerando as opções mais recorrentes no banco de dados abertos da PREVIC de 2023. Contudo, reforça-se a necessidade de realizar estudos de aderência para assegurar que as projeções estejam alinhadas ao comportamento real dos participantes do plano de benefícios, garantindo maior consistência e confiabilidade nos resultados atuariais.

4.4 ANÁLISE DE IMPACTO DO AGRAVO E DESAGRAVO NA PROBABILIDADE DE SAÍDA

Em complemento às análises anteriores, foi realizada uma análise de sensibilidade das probabilidades de saída aos agravos e desagravos nas tábuas biométricas (mortalidade geral, entrada em invalidez e mortalidade de inválidos). O principal objetivo dessa simulação foi avaliar como esses ajustes nas premissas biométricas podem impactar as probabilidades de saída dos participantes, em combinações de tábuas do sexo feminino e masculino/*unisex*. Esses ajustes foram aplicados de forma gradual, aumentando ou reduzindo as taxas de eventos específicos em incrementos de 10%, até 30%, o que permitiu observar a sensibilidade das probabilidades projetadas a essas mudanças.

O comparativo analisa os efeitos dos agravos e desagravos, comparando cada resultado da combinação com o imediatamente anterior, dessa forma, 10% foram comparados com 0%, 20% com 10% e 30% com 20%, tanto para agravos e desagravos, considerando a mesma combinação de tábuas. Essa abordagem possibilita extrapolar os resultados para cenários mais amplos, simulando os efeitos de agravamentos ou desagravamentos mais significativos e fornecendo uma base para entender os efeitos de variações aplicadas diretamente em uma tábua.

As Tabelas 10 e 11 apresentam os resultados das simulações para as tábuas de mortalidade geral, permitindo uma comparação entre os cenários de modelos unidimensional e bidimensional conforme as combinações de tábuas segregadas por sexo.

Tabela 10 – Impacto percentual do agravamento/desagravamento de 10% da Tábua de Mortalidade Geral na probabilidade de saída, tábuas de sexo feminino

Tábua de Mortalidade Geral	Feminino			
	Impacto Médio np_x (%)		Impacto Médio np_x^{aa} (%)	
	Desagravo	Agravamento	Desagravo	Agravamento
AT2000 (Suavizada 10%) Feminina	0,4981%	-0,4960%	0,5209%	-0,5187%
AT-2000 Feminina	0,5543%	-0,5517%	0,5795%	-0,5781%
AT-49 Feminina	0,9779%	-0,9697%	1,0316%	-1,0262%
AT-83 Básica Feminina	0,6475%	-0,6438%	0,6781%	-0,6779%
AT-83 IAM Feminina	0,5821%	-0,5792%	0,6096%	-0,6083%
BR-EMSMT 2015 F	0,7011%	-0,6968%	0,7351%	-0,7342%
BR-EMSSB 2015 F	0,4434%	-0,4417%	0,4615%	-0,4612%
BR-EMSMT 2010 F	0,6168%	-0,6135%	0,6459%	-0,6454%
BR-EMSSB 2010 F	0,4730%	-0,4711%	0,4942%	-0,4935%
RP-2000 Feminina	0,5659%	-0,5632%	0,5965%	-0,5964%
BR-EMSMT 2021 F	0,7342%	-0,7296%	0,7709%	-0,7696%
BR-EMSSB 2021 F	0,5024%	-0,5003%	0,5258%	-0,5248%
CSO58 - Feminina - <i>Age Last</i>	2,2549%	-2,2111%	2,3911%	-2,3478%
CSO58 - Feminina - <i>Age Nearest</i>	2,1671%	-2,1266%	2,2965%	-2,2563%
CSO58 Feminina	1,6026%	-1,5810%	1,7038%	-1,6841%
2012 IAM Básica Feminina	0,4581%	-0,4563%	0,4795%	-0,4787%
IBGE 2015 Mulheres	1,1355%	-1,1243%	1,1971%	-1,1886%

Fonte: elaborado pelo autor a partir das simulações

Tabela 11 – Impacto percentual do agravamento/desagravamento de 10% da Tábua de Mortalidade Geral na probabilidade de saída, tábuas de sexo masculino/*Unisex*

Tábua de Mortalidade Geral	Masculino e <i>Unisex</i>			
	Impacto Médio np_x (%)		Impacto Médio np_x^{aa} (%)	
	Desagravo	Agravamento	Desagravo	Agravamento
AT-2000 (Suavizada 10%) Masculina	1,1393%	-1,1281%	1,1944%	-1,1957%
AT-2000 Masculina	1,2699%	-1,2560%	1,3377%	-1,3333%
AT-49 Masculina	2,5817%	-2,5257%	2,7764%	-2,7243%
AT-83 Básica Masculina	1,6573%	-1,6337%	1,7599%	-1,7452%
AT-83 IAM Masculina	1,4876%	-1,4685%	1,5756%	-1,5650%
BR-EMSMT 2015 M	1,5045%	-1,4848%	1,5914%	-1,5817%
BR-EMSSB 2015 M	1,0691%	-1,0592%	1,1188%	-1,1202%
BR-EMSMT 2010 M	1,6765%	-1,6519%	1,7767%	-1,7574%
BR-EMSSB 2010 M	1,2303%	-1,2170%	1,2880%	-1,2905%
RP-2000 Masculina	1,0861%	-1,0762%	1,1498%	-1,1489%
BR-EMSMT 2021 M	1,5528%	-1,5319%	1,6482%	-1,6346%
BR-EMSSB 2021 M	1,1489%	-1,1375%	1,2044%	-1,2067%
CSO-58	3,5969%	-3,4878%	3,8744%	-3,7674%
CSO58 - Masculina - <i>Age Last</i>	3,7554%	-3,6367%	4,0491%	-3,9330%
CSO58 - Masculina - <i>Age Nearest</i>	3,5969%	-3,4878%	3,8744%	-3,7674%
CSO58 Masculina	2,8518%	-2,7840%	3,0769%	-3,0132%
2012 IAM Básica Masculina	0,9954%	-0,9868%	1,0404%	-1,0416%

Tábua de Mortalidade Geral	Masculino e <i>Unisex</i>			
	Impacto Médio ${}_n p_x^{aa}$ (%)		Impacto Médio ${}_n p_x^{aa}$ (%)	
	Desagravo	Agravo	Desagravo	Agravo
IBGE 2015 Ambos os Sexos	2,1529%	-2,1124%	2,2856%	-2,2469%
IBGE 2015 Homens	2,9070%	-2,8332%	3,0895%	-3,0175%

Fonte: elaborado pelo autor a partir das simulações

Conforme o esperado, os resultados apresentados nas Tabelas 11 e 12 demonstram que tábuas com maiores probabilidades de morte, como a CSO58 e suas variantes, exibem os maiores impactos percentuais, evidenciando uma sensibilidade significativamente superior em relação às demais tábuas, tanto no modelo unidcremental quanto no bidecremental. Essa sensibilidade reflete a influência direta de tábuas biométricas com taxas mais elevadas, que amplificam o efeito de ajustes como agravos e desagravos. Em contrapartida, tábuas como BR-EMSSB 2015 e 2012 IAM Básica apresentam impactos menos pronunciados, resultado de suas projeções mais estáveis e suavizadas, proporcionando maior consistência nas estimativas atuariais.

Além disso, os resultados ressaltam os efeitos distintos do agravo e desagravo sobre as probabilidades de saída, com o impacto percentual variando conforme a tábua de mortalidade geral empregada e o número de decrementos considerados no modelo, sendo possível identificar um impacto levemente maior em modelos bidecrementais.

As Tabelas 12 e 13 detalham os impactos dos ajustes nas tábuas de entrada em invalidez e mortalidade de inválidos, destacando como essas alterações influenciam as probabilidades de saída e os padrões observados nas diferentes combinações avaliadas.

Tabela 12 – Impacto percentual do agravo/desagravo de 10% da Tábua de Entrada em Invalidez na probabilidade de saída

Tábua de Entrada em Invalidez	Impacto Médio ${}_n p_x^{aa}$ (%)			
	Masculino e <i>Unisex</i>		Feminino	
	Desagravo	Agravo	Desagravo	Agravo
<i>LIGHT</i> FORTE	2,9259%	-2,8838%	2,5592%	-2,5277%
<i>LIGHT</i> MEDIA	2,0877%	-2,0697%	1,6690%	-1,6796%
<i>LIGHT</i> FRACA	1,3264%	-1,3098%	0,8454%	-0,8499%
ALVARO VINDAS	0,7101%	-0,7043%	0,5265%	-0,5378%
TASA-1927 (Entrada Invalidez)	0,6341%	-0,6301%	0,4778%	-0,4904%
WYATT 1985	1,4775%	-1,4557%	1,1973%	-1,2174%
GRUPO AMERICANA (Entrada Invalidez)	0,4509%	-0,4483%	0,3617%	-0,3691%
<i>HUNTER'S</i>	2,5498%	-2,5541%	2,3559%	-2,3400%
MULLER (Entrada Invalidez)	1,6079%	-1,5981%	1,1965%	-1,2019%
RRB-1944 Mod – Masculina	1,5321%	-1,5281%	-	-
RRB-1944 Mod - Feminina	-	-	1,9081%	-1,8959%

Fonte: elaborado pelo autor a partir das simulações

Tabela 13 – Impacto percentual do agravo/desagravo de 10% da Tábua de Mortalidade de Inválidos na probabilidade de saída

Tábua de Mortalidade de Inválidos	Impacto Médio ${}_n p_x^{aa}$ (%)			
	Masculino e <i>Unisex</i>		Feminino	
	Desagravo	Agravo	Desagravo	Agravo
MI-2006 Feminino	-	-	-0,1958%	0,1736%

Tábua de Mortalidade de Inválidos	Impacto Médio ${}_n p_x^{aa}$ (%)			
	Masculino e <i>Unisex</i>		Feminino	
	Desagravo	Agravo	Desagravo	Agravo
MI-2006 Masculino	-0,4664%	0,3914%	-	-
MI - 85 Feminino	-	-	-0,2177%	0,1854%
MI - 85 Masculino	-0,4662%	0,3859%	-	-
WINKLEVOSS	-0,4953%	0,4077%	-0,2750%	0,2258%
IAPC	-0,5193%	0,3891%	-0,2972%	0,2359%
MULLER (Mort. Inválidos)	-0,4006%	0,3194%	-0,2605%	0,2113%

Fonte: elaborado pelo autor a partir das simulações

Os resultados apresentados nas tabelas evidenciam que as tábuas de entrada em invalidez apresentam maior sensibilidade ao agravo e desagravo de 10% em comparação às tábuas de mortalidade de inválidos. Esse efeito é perceptível nas tábuas mais agressivas, como *Light Forte* e *Hunter's*, que exibem os maiores impactos percentuais tanto em tábuas masculinas/*unisex* quanto femininas. Esses resultados são esperados, pois refletem as altas taxas de entrada em invalidez associadas a essas tábuas, as quais aumentam significativamente a probabilidade de saída.

Em termos de segregação por sexo, verifica-se que as tábuas masculinas e *unisex* geralmente apresentam maiores variações percentuais em relação às femininas, especialmente em tábuas como *Light Forte* e *Light Média*. Essa diferença destaca a influência de fatores demográficos e estruturais nas tábuas, os quais impactam diretamente a sensibilidade das probabilidades de saída e demandam atenção ao se avaliar os modelos previdenciários.

Por outro lado, a análise da Tabela 13 revela que as tábuas de mortalidade de inválidos apresentam impactos consideravelmente menores quando submetidas ao mesmo agravo/desagravo de 10%, tanto para tábuas masculinas/*unisex* quanto femininas. Isso sugere que a mortalidade de inválidos exerce uma influência mais limitada sobre as probabilidades de saída, em comparação às tábuas de entrada em invalidez. Ainda assim, o impacto observado diverge daquele identificado nas tábuas de entrada em invalidez, devido às particularidades das formulações utilizadas pelo método determinístico de Hamza.

Conforme detalhado no item 2.4.1, a quantidade esperada de pessoas que falecem ao longo de uma idade genérica “x” na condição de ativas (d_x^{aa}) é calculada por meio da subtração da quantidade total de pessoas da população que falecem (d_x) pela quantidade total de pessoas que falecem, ao longo dessa mesma idade, na condição de inválidas (d_x^i). Essa formulação amplifica as probabilidades de saída ao agravar a probabilidade de morte como inválido, reduzindo os falecimentos de expostos ativos e, conseqüentemente, aumentando o número de expostos vivos na idade “x+1”. Tal dinâmica reforça a necessidade de considerar cuidadosamente o impacto das tábuas de mortalidade de inválidos em análises atuariais, especialmente ao lidar com cenários de ajustes nas premissas biométricas.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este estudo teve como objetivo principal avaliar a sensibilidade das probabilidades de saída em modelos previdenciários unidcrementais e bidecrementais através do método determinístico de Hamza, considerando combinações de tábuas biométricas para diferentes perfis demográficos. Buscou-se compreender como alterações nas premissas atuariais impactam a probabilidade de saída dos participantes, oferecendo subsídios para a análise e a melhoria da gestão de planos previdenciários.

Para tanto, o estudo enfatizou o impacto individual de diferentes tábuas biométricas, reconhecendo que tal impacto varia significativamente em função das características específicas de cada tábua. Aspectos como sua construção, distribuição de probabilidades e parâmetros próprios influenciam diretamente os resultados obtidos. Dada essa particularidade, decidiu-se focar a análise nas tábuas presentes no Banco de Dados Abertos da PREVIC e disponibilizadas pelo IBA, considerando sua ampla utilização pelas Entidades Fechadas de Previdência Complementar (EFPCs).

Os resultados dos testes de compatibilidade demonstraram que tábuas de mortalidade com taxas mais elevadas e mais distribuídas entre as idades projetadas apresentaram maior quantidade de combinações compatíveis no modelo bidecremental quando combinadas via método determinístico de Hamza. Essa característica, embora favoreça essas tábuas, em sua maioria mais antigas e com maior mortalidade, por permitir mais combinações e, por consequência, maior diversidade de cenários e probabilidades de saída, ressalta a necessidade da realização de estudos de aderência às características demográficas dos participantes para assegurar provisões matemáticas consistentes.

A comparação entre os modelos unidcremental e bidecremental evidenciou o impacto significativo da inclusão do decréscimo de invalidez nas probabilidades de saída, resultando em uma redução dos valores projetados, com impactos mais significativos conforme projeções das tábuas de entrada em invalidez, e em uma maior dispersão dos resultados. Esse efeito é especialmente notável nas tábuas segregadas por sexo masculino e *unissex*, nas quais foi possível observar probabilidades de saída inferiores a 0,5, refletindo o impacto direto da inclusão da invalidez nas projeções atuariais.

Por fim, o teste de sensibilidade das probabilidades de saída aos agravos e desagravos aplicados diretamente nas tábuas biométricas (mortalidade geral, entrada em invalidez e mortalidade de inválidos) revelou variações percentuais diferenciadas, influenciadas pela tábua utilizada, quantidade de decréscimos e segregação por sexo. As maiores variações foram registradas em combinações envolvendo tábuas masculinas e *unissex*, evidenciando a maior sensibilidade dessas categorias a ajustes nas premissas biométricas, decorrentes das maiores probabilidades de evento.

Além disso, os ajustes nas tábuas relacionadas ao decréscimo de invalidez destacaram que as tábuas de entrada em invalidez apresentaram os impactos mais expressivos quando submetidas a agravos e desagravos de 10%. Por outro lado, as tábuas de mortalidade de inválidos demonstraram impactos menos pronunciados, mas com comportamento inverso em relação às tábuas de mortalidade geral e entrada em invalidez: apresentaram aumento nas probabilidades de saída quando agravadas e redução quando desagravadas. Sua menor influência, em comparação às demais tábuas do modelo bidecremental, não diminuiu sua importância, uma vez que contribuiu para a precisão das projeções atuariais e para a sustentabilidade financeira dos planos previdenciários.

A contribuição teórica deste trabalho está na ampliação do entendimento sobre os impactos de diferentes premissas biométricas em modelos atuariais, destacando a importância da escolha criteriosa de tábuas biométricas para garantir projeções alinhadas às condições populacionais. O estudo demonstrou a relevância da análise de sensibilidade como ferramenta complementar para identificar o efeito de diferentes combinações de tábuas, especialmente em contextos complexos que demandam modelos multi-decrementais. Do ponto de vista prático, os resultados oferecem novos entendimentos para gestores de planos previdenciários e atuários, ajudando na tomada de decisão sobre tábuas mais adequadas para diferentes cenários demográficos e financeiros.

Entre as limitações deste estudo, destaca-se a dependência de tábuas biométricas previamente disponibilizadas. O Banco de Dados Abertos da PREVIC carece de informações detalhadas sobre a segregação por sexo e a aplicação de agravamentos ou desagravamentos,

enquanto o banco de tábuas do IBA não inclui todas as tábuas atualmente utilizadas no mercado, tampouco aquelas criadas após 2022, limitando assim a abrangência das análises realizadas. Além disso, a análise foi limitada à sensibilidade de probabilidades de saída e não abordou os impactos financeiros de mudanças nas premissas atuariais.

Para estudos futuros, sugere-se a realização de uma análise similar a realizada neste estudo, porém considerando tábuas biométricas desenvolvidas para outros cenários além do mercado previdenciário, gerando fonte de conhecimento também para o mercado securitário. Outro caminho promissor é investigar a integração de novas tábuas geracionais em análises bidecrementais e multi-decrementais, buscando analisar seus efeitos nas probabilidades de saída de participantes dos planos de previdência. Por fim, sugere-se a análise do impacto financeiro decorrente da alteração das premissas biométricas no mercado previdenciário ou securitário.

REFERÊNCIAS

ANTOLIN, P. Longevity Risk and Private Pensions. **OECD Working Paper on Insurance and Private Pensions**, Paris, n. 3, jan 2007. Disponível em: <https://ssrn.com/abstract=962028>. Acesso em: 20 de ago. de 2024.

BACAËR, N. **A Short History of Mathematical Population Dynamics**. Londres: Springer, 2011.

BALLAND, F.; BOUMEZOUED, A.; DEVINEAU, L.; HABART, M.; POPA, T. Mortality data reliability in an internal model. **Annals of Actuarial Science**, Cambridge, v. 14, p. 420-444, 2018. Disponível em: <https://www.cambridge.org/core/journals/annals-of-actuarial-science/article/abs/mortality-data-reliability-in-an-internal-model/EEABAC5F4B3CFEC6E9BC5F868D6EDBD8>. Acesso em: 12 nov. 2024.

BLAKE, D.; BURROWS, W. Survivor Bonds: Helping to Hedge Mortality Risk. **Journal of Risk and Insurance**, v. 68, n. 2, p. 339-348, out. 2001. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/2678106>. Acesso em: 13 de ago. de 2024.

BLAKE, D.; LI, J. Longevity risk and capital markets: the 2022–2023 update. **The Geneva Papers on Risk and Insurance: Issues and Practice**, Special Issue on Longevity Risks, v. 49, n. 2, abr. 2024, Disponível em: <https://doi.org/10.1057/s41288-024-00314-3>. Acesso em: 26 nov. 2024.

INSTITUTO BRASILEIRO DE ATUÁRIA (IBA). **CPA 031: Estudos de Aderência de Tábuas Biométricas**. Disponível em: <https://atuarios.org.br/iba-publica-cpa-031-estudos-de-aderencia-de-tabuas-biometricas/>. Acesso em: 12 ago. 2024.

SUPERINTENDÊNCIA NACIONAL DE PREVIDÊNCIA COMPLEMENTAR (PREVIC). **Instrução Previc nº 33, de 18 de novembro de 2020**. Regulamenta critérios técnico-atuariais para definição da duração do passivo, da taxa de juros parâmetro, do ajuste de precificação, do estudo técnico de adequação das hipóteses atuarias, além de estabelecer procedimentos a serem adotados pelas entidades fechadas de previdência complementar para destinação e utilização de superávit e elaboração, aprovação e execução de planos de equacionamento de déficit. Disponível em: <https://www.gov.br/previc/pt-br/normas/instrucao/instrucoes-previc/2020/instrucao-previc-no-33-de-23-de-outubro-de-2020.pdf/view>. Acesso em: 13 de ago. de 2024.

SUPERINTENDÊNCIA NACIONAL DE PREVIDÊNCIA COMPLEMENTAR (PREVIC). **Guia Previc Melhores Práticas Atuariais 2022**. Tem por objetivo orientar os dirigentes, participantes, assistidos, patrocinadores, instituidores, prestadores de serviço e a sociedade em geral quanto à gestão atuarial dos planos de benefícios. Disponível em: <https://www.gov.br/previc/pt-br/publicacoes/guias-de-melhores-praticas/guia-previc-melhores-praticas-atuariais-2022-1-1.pdf>. Acesso em: 20 de nov. de 2024.

SUPERINTENDÊNCIA NACIONAL DE PREVIDÊNCIA COMPLEMENTAR (PREVIC). **Resolução Previc nº 23, de 14 de agosto de 2023**. Estabelece procedimentos para aplicação das normas relativas às atividades desenvolvidas pela Superintendência Nacional de Previdência Complementar, bem como normas complementares às diretrizes do Conselho Nacional de Previdência Complementar e do Conselho Monetário Nacional. Disponível em: <https://www.gov.br/previc/pt-br/normas/resolucoes/resolucoes-previc/2023/resolucao-previc-23-2023-consolidada-reticacoes-de-31-08-2023-e-19-09-2023.pdf>. Acesso em: 18 de dezembro. de 2024.

CHIANG, C. A Stochastic Study of the Life Table and Its Applications: I. Probability Distributions of the Biometric Functions. **International Biometric Society**. California. v. 16, n. 4, p. 618-635, dez. 1960. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/2527766?origin=crossref>. Acesso em: 12 nov. 2024.

CORDEIRO, A. **Cálculo Atuarial Aplicado**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

COX, Samuel H.; LIN, Yijia. **Natural Hedging of Life and Annuity Mortality Risks** Atlanta: Georgia State University, 2007. Disponível em: https://www.actuaries.org/afir/colloquia/boston/cox_lin.pdf. Acesso em: 20 ago. 2024.

FERREIRA, P. **Matemática Atuarial: Riscos de Pessoas**. São Paulo: Atlas, 2011.

FERREIRA, W. **Cálculos Atuariais Relativos às Obrigações de Segurados e Segurador**. Volume IV. Rio de Janeiro: Irb, 1985

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

HABERMAN, S.; PITACCO, E. **Actuarial Models for Disability Insurance**. Florida: CRC Press, 1998. *E-book*

JONES, J. Actuarial Aspects of Long-Term Sickness Insurance. **Journal of the Institute of Actuaries**. v.98, p.17-67, ago. 1972. Disponível em: <https://www.cambridge.org/core/journals/journal-of-the-institute-of-actuaries/article/abs/actuarial-aspects-of-longterm-sickness-insurance/65B773B062EC27FFBF8CBAA86C026D27>. Acesso em: 20 de nov. de 2024.

HUNT, A.; BLAKE, D. Modelling Mortality for Pension Schemes. **ASTIN Bulletin**, v. 47, n. 2, p. 279-308, 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.1017/asb.2016.20>. Acesso em: 12 nov. 2024.

MATTSSON, P. Some reflections on different disability models. **Scandinavian Actuarial Journal**, v. 1977, p. 110-118, 1977. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/03461238.1977.10405633>. Acesso em: 12 nov. 2024.

MICOCCHI, M.; GREGORIOU, G.; MASALA, G. **Pension Fund Risk Management: Financial and Actuarial Modeling**. Florida: CRC Press, 2010. *E-book*

NASCIMENTO, H.; AUGUSTO, L. **Modelo Lee-Carter bayesiano para modelagem da mortalidade no Rio de Janeiro**. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Ciências Atuariais) – Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2019. Disponível em: <https://pantheon.ufrj.br/handle/11422/12789>. Acesso em: 12 nov. 2024.

REIS, R. **Análise de Aderência de Tábuas Biométricas em Planos Previdenciários**. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Ciências Atuariais) – Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2023. Disponível em: <https://pantheon.ufrj.br/handle/11422/22333>. Acesso em: 12 nov. 2024.

SILVA JÚNIOR, F. **Tábuas de Mortalidade Geracionais RP-2000 e RP-2014 – Um Estudo Comparativo**. 2019. Monografia (Graduação em Ciências Atuariais) – Universidade Federal do Ceará,

WONG-FUPUY, C.; HABERMAN, S. Projecting Mortality Trends. **North American Actuarial Journal**, Washington, D.C., v. 8, n. 4, p. 56-83, 2004. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/10920277.2004.10596137>. Acesso em: 12 nov. 2024.