

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
INSTITUTO DE FÍSICA

# **INTERFERÔMETRO DE SAGNAC NÃO LINEAR**

**Rafael Rui**

Trabalho de conclusão de curso realizado sob orientação do Prof. Dr. Ricardo Rego Bordalo Correia, apresentado à Comissão de Graduação em Física da UFRGS em preenchimento parcial dos requisitos para obtenção do grau de Bacharel em Física.

Porto Alegre

2010



# Agradecimentos

- Aos meus pais, que sempre me apoiaram.
- Ao meu orientador, Prof. Dr. Ricardo Rego Bordalo Correia, pela paciência e dedicação.
- Ao aluno de doutorado, Magnus Kaldieff Pereira, pela ajuda na realização deste trabalho.
- A todo o pessoal do laboratório de laser e óptica que colaboram com nosso projeto.
- Amigos e colegas.

# Conteúdo

<b>Resumo</b> .....	<b>1</b>
<b>Abstract</b> .....	<b>2</b>
<b>1. Introdução</b> .....	<b>3</b>
<b>2. Interferômetro de Sagnac</b> .....	<b>6</b>
<b>3. Óptica não linear</b> .....	<b>11</b>
3.1 Absorção de dois fótons .....	14
<b>4. Pulsos Ópticos</b> .....	<b>16</b>
4.1 Equação de Propagação .....	18
<b>5. Espectroscopia Ultrarrápida</b> .....	<b>20</b>
5.1 Espectroscopia no Sagnac.....	21
<b>6. Descrição temporal da não-linearidade óptica</b> .....	<b>23</b>
<b>7. Resultados Experimentais</b> .....	<b>28</b>
<b>8. Considerações finais</b> .....	<b>31</b>
<b>Bibliografia</b> .....	<b>32</b>

# Resumo

Neste trabalho apresentarei primeiramente os aspectos básicos do interferômetro de Sagnac e introduzirei algumas de suas aplicações clássicas. A seguir, vou apresentar a sua utilização em técnicas ópticas não lineares de espectroscopia e caracterização, ambas resolvidas no tempo. Desta forma, apresentarei em uma seção anterior os fundamentos da óptica não linear e de propagação de pulsos ultracurtos.

# Abstract

In this work I will present the basic aspects of Sagnac's interferometers and introduce some of their classic applications. Next I will present its use in nonlinear optical techniques of spectroscopy and characterization, both with high time resolution. Therefore, I will present in a previous section the fundamentals of nonlinear optics and propagation of ultrashorts pulses.

# 1.Introdução

Basicamente, um interferômetro é um aparato experimental que faz com que duas ou mais ondas eletromagnéticas se superponham, interferindo entre si. Tipicamente em um interferômetro óptico, a amplitude de um único feixe de luz é dividida, resultando em dois feixes idênticos. Cada um desses feixes percorre um caminho (chamado de braço do interferômetro) até sua recombinação. A diferença entre os caminhos resulta em uma diferença de fase entre os feixes, criando um padrão de interferência entre os mesmos, que depende do valor dessa fase.

O interferômetro de Sagnac, ou simplesmente Sagnac, é uma montagem que consiste (na sua forma original Fig.1.1) por um divisor de feixe e dois espelhos. O feixe incidente é dividido em dois, estes percorrem caminhos idênticos, porém em sentidos opostos, até que se recombina no mesmo ponto no divisor de feixe. Este interferômetro é diferente de outros convencionais, como o de Michelson, Jamin e Mach-Zehnder, os quais possuem braços independentes. No Sagnac, a configuração em “anel” dos espelhos faz com que, o caminho que um feixe percorre após passar pelo divisor de feixe seja exatamente o mesmo que o do outro, porém trilhado em sentido oposto. Por esse motivo o interferômetro de Sagnac também é conhecido como “*interferômetro em anel*”.

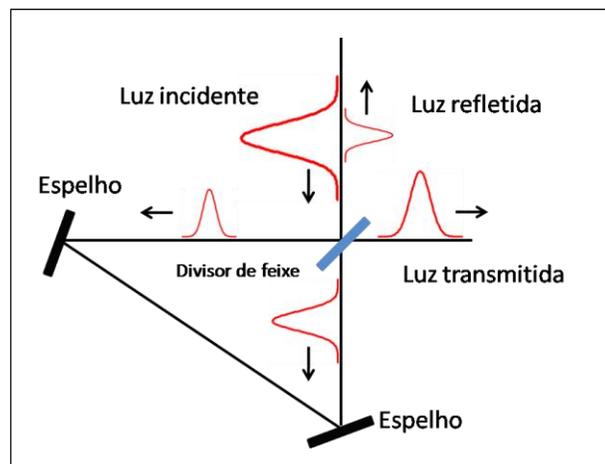


Fig 1.1. interferômetro de Sagnac

Na maioria dos interferômetros são necessários, isolamentos de vibrações e de circulação de ar para obter franjas estáveis, uma vez que qualquer variação em um dos braços será registrada na saída do interferômetro. Também é necessário colocar compensadores nos caminhos dos braços de modo a compensar a distância percorrida por um dos feixes dentro do divisor de feixe. No Sagnac, devido a sua configuração contrapropagante em anel, se alguma vibração perturbar um dos braços os dois feixes “sentem” a perturbação e não é necessária nenhuma compensação no caminho, já que os feixes passam pelo divisor de feixes o mesmo número de vezes.

Antes mesmo de Sagnac, construções em anel foram amplamente utilizados. Com estas foi possível realizar as primeiras medidas de efeitos relativísticos na propagação da luz, como Fizeau que, em 1859 [1], mediu a velocidade da luz em uma coluna de água em movimento [Fig. 1.2]. Também foi utilizado para tentar detectar a existência do éter. O próprio Sagnac, em 1913, acreditava que a variação no padrão de interferência na saída de um interferômetro em anel sobre uma plataforma girante, comprovava a existência do éter. Porém, quando a plataforma está girando, o ponto de entrada/saída se move durante o percurso da luz, então um feixe percorrerá um caminho menor que o outro, como ilustrado na Fig 1.3., resultando em uma diferença de fase entre os feixes, conseqüentemente uma variação no padrão de interferência dependente da velocidade angular da plataforma [2]. Essa variação no padrão de interferência veio a ser chamada de efeito Sagnac.

O efeito Sagnac é muito utilizado em sistemas de posicionamento e navegação como o do *GPS (Global Positioning System)* e o do *GNSS (Global navigation satellite system)*, como também em *giroscópios ópticos* [3].

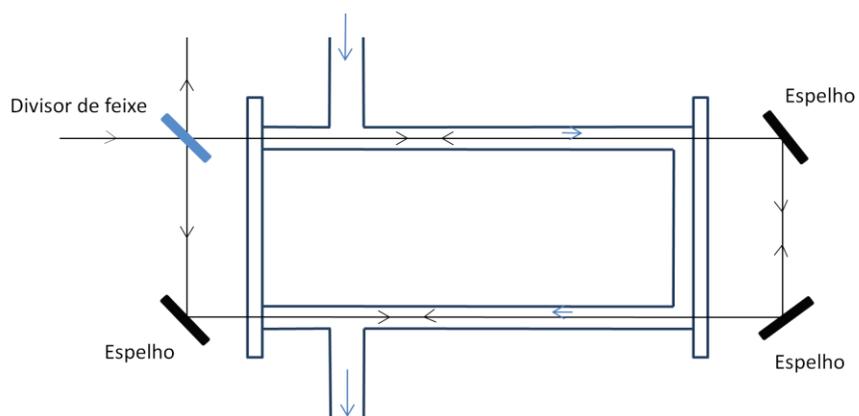


Fig. 1.2 Experimento de Fizeu, medida da velocidade da luz em uma coluna de água em movimento.

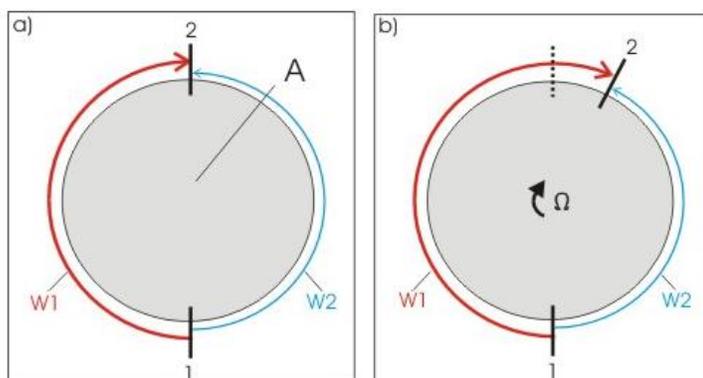


Fig.1.3. Giroscópio óptico. a) dois feixes se encontram no ponto 2 ao mesmo tempo b) feixe em vermelho percorre caminho maior

## 2. Interferômetro de Sagnac

O interferômetro de Sagnac possui duas saídas; uma na reflexão e outra na transmissão dos braços externos, [Fig. 2.1]. Supondo que o divisor tenha coeficiente de transmissão  $T_1$ , e coeficiente de reflexão  $R_1$  para superfície superior externa 1, e  $T_2$  e  $R_2$  para a superfície inferior.

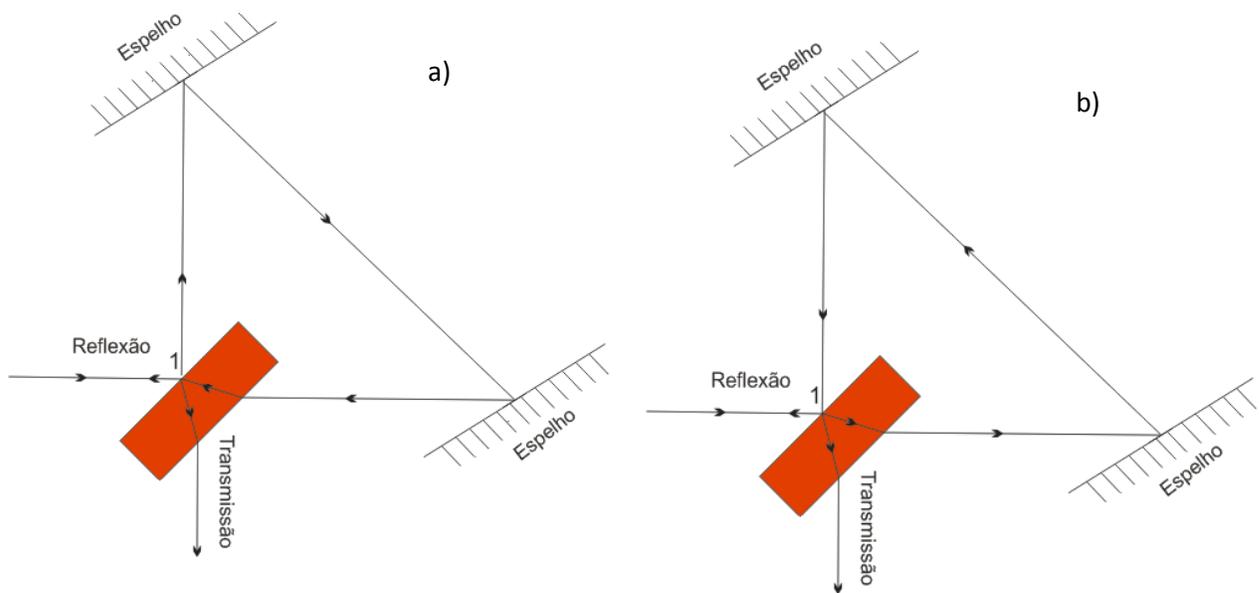


Fig. 2.1: Interferômetro Sagnac diagrama caminhos dos feixes.  
 a) sentido anti-horário  
 b) sentido horário

Percorrendo o caminho do feixe no sentido horário [Fig. 2.1a], observamos que a onda associada é refletida pelo divisor na superfície superior, ganha uma fase de  $\pi$ , já que incide de um meio de menor para um meio de maior índice de refração (ar-dielétrico respectivamente). O feixe associado circula o interferômetro até chegar à face oposta do divisor, atravessa o divisor até o mesmo ponto onde uma parte é refletida outra transmitida. Claramente a onda refletida terá amplitude proporcional à  $-R_1R_2$ , enquanto a transmitida terá amplitude proporcional à  $-R_1T_2$ .

Agora percorrendo o caminho anti-horário [Fig. 2.1b], a onda transmitida em 1 atravessa o divisor, circula pelos braços internos do interferômetro, até, no mesmo ponto, uma parte é refletida outra transmitida. O feixe transmitido terá amplitude proporcional à  $T_1^2$ , enquanto o feixe na refletida terá amplitude proporcional à  $-R_1T_1$ .

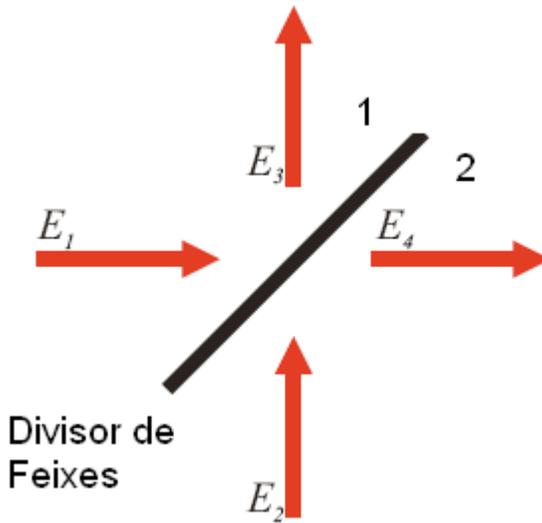


Figura 3.2: Divisor de Feixes

Agora consideramos o divisor de feixe delgado e ideal (sem absorção). Se tivermos dois campos,  $E_1$  e  $E_2$ , incidindo sobre ele e dois campos saindo do divisor,  $E_3$  e  $E_4$ , [Fig. 2.2], segue que as equações dos campos que saem do divisor serão dadas por:

$$E_3 = R_1 E_1 + T_2 E_2 \quad (2.1)$$

$$E_4 = T_1 E_1 + R_2 E_2 \quad (2.2)$$

Geralmente,  $R$  e  $T$  são complexos e variam com a frequência da onda incidente, por isso assumindo que a radiação incidente é monocromática, então por conservação de energia temos que:

$$|E_1|^2 + |E_2|^2 = |E_3|^2 + |E_4|^2 \quad (2.3)$$

$$= |R_1|^2 |E_1|^2 + |T_2|^2 |E_2|^2 + R_1 T_2^* E_1 E_2^* + R_1^* T_2 E_1^* E_2 + |T_1|^2 |E_1|^2 \\ + |R_2|^2 |E_2|^2 + T_1 R_2^* E_1 E_2^* + T_1^* R_2 E_1^* E_2$$

Da equação (2.3) obtemos,

$$|R_1|^2 + |T_1|^2 = |R_2|^2 + |T_2|^2 = 1 \quad (2.4)$$

e

$$T_1 R_2^* + R_1 T_2^* = 0$$

Equivalentemente

$$T_1^* R_2 + R_1^* T_2 = 0 \quad (2.5)$$

Escrevendo os coeficientes de reflexão e transmissão como:

$$R_1 = |R_1| e^{i\phi_{R1}} \\ R_2 = |R_2| e^{i\phi_{R2}} \\ T_1 = |T_1| e^{i\phi_{T1}} \\ T_2 = |T_2| e^{i\phi_{T2}} \quad (2.6)$$

Substituindo as equações (2.6) em (2.5), temos

$$|T_1| e^{i\phi_{T1}} |R_2| e^{-i\phi_{R2}} + |R_1| e^{i\phi_{R1}} |T_2| e^{-i\phi_{T2}} = 0 \\ \therefore |R_1| |T_2| e^{i(\phi_{R1} - \phi_{T2})} = -|T_1| |R_2| e^{i(\phi_{T1} - \phi_{R2})} \\ \therefore |R_1| |T_2| e^{i(\phi_{R1} - \phi_{T2} - \phi_{T1} + \phi_{R2})} = -|T_1| |R_2| \quad (2.7)$$

Da parte imaginária da equação (2.7),

$$|R_1| |T_2| \sin(\phi_{R1} - \phi_{T2} - \phi_{T1} + \phi_{R2}) = 0 \\ \text{logo} \Rightarrow \phi_{R1} - \phi_{T2} - \phi_{T1} + \phi_{R2} = 0, \pm\pi \quad (2.8)$$

Conseqüentemente,

$$\cos(\phi_{R1} - \phi_{T2} - \phi_{T1} + \phi_{R2}) = \pm 1 \quad (2.9)$$

Como,  $|T_1| |R_2| > 0$  e  $|R_1| |T_2| > 0$ .

Então pela parte real de (2.7) temos,

$$\begin{aligned}
\cos(\phi_{R1} - \phi_{T2} - \phi_{T1} + \phi_{R2}) &< 0 \\
\therefore \cos(\phi_{R1} - \phi_{T2} - \phi_{T1} + \phi_{R2}) &= -1 \\
\text{logo } \Rightarrow \phi_{R1} - \phi_{T2} - \phi_{T1} + \phi_{R2} &= \pm\pi
\end{aligned} \tag{2.10}$$

Equacionando a parte real da equação (2.7) e usando (2.10) obtemos,

$$\frac{|R_1|}{|T_1|} = \frac{|R_2|}{|T_2|} \tag{2.11}$$

Por fim, utilizando (2.4) obtemos em (2.11) chegamos em

$$\begin{aligned}
|R_1| &= |R_2| \equiv R \\
|T_2| &= |T_1| \equiv T
\end{aligned} \tag{2.12}$$

Onde podemos concluir que a quantidade de radiação transmitida, ou refletida, independe do lado em que ela incida no divisor. Então por (2.12) o coeficiente efetivo de reflexão para o braço externo será,

$$\frac{u_{refle}}{u_{inc}} = -2RT \tag{2.13}$$

Já o coeficiente efetivo de transmissão será dado por:

$$\frac{u_{trans}}{u_{inc}} = (T^2 - R^2) \tag{2.14}$$

Se considerarmos a situação simétrica

$$R = T = \frac{1}{\sqrt{2}} \tag{2.15}$$

A intensidade na transmissão será nula independentemente do comprimento de onda do feixe incidente e da distância percorrida pelo feixe no interferômetro. Assim, toda intensidade incidente no divisor volta por sobre a direção do campo incidente.

Mesmo que exista algum tipo de perda no divisor de feixe, ou qualquer tipo de mudança na fase devido à passagem do feixe por dentro do divisor, os dois feixes

atravessam o mesmo caminho óptico no divisor, assim o coeficiente efetivo de transmissão seria dado por:

$$\frac{u_{trans}}{u_{inc}} = (T^2 - R^2)ae^{i\theta} \quad (2.16)$$

Onde  $a$  seria qualquer tipo de perda no divisor e  $e^{i\theta}$  alguma mudança de fase. Ainda assim, a intensidade na saída do interferômetro seria zero se  $R = T = \frac{1}{\sqrt{2}}$ , independente do comprimento de onda do feixe e do tamanho circuito do interferômetro.

### 3. Óptica não linear

Óptica é a área da física que compreende o conhecimento da interação da luz com a matéria. Quando o princípio de superposição pode ser aplicado para ondas eletromagnéticas ou quando as propriedades da matéria não dependem da intensidade da luz, estamos falando de óptica linear.

Com fontes de baixa intensidade a interação da luz com a matéria pode ser caracterizada por um grupo de parâmetros como; índice de refração, coeficiente de absorção e refração e a orientação do meio com respeito à polarização da luz. Estes parâmetros só dependem da natureza do meio [4]. A situação muda drasticamente quando estamos falando de intensidades maiores que  $kW/cm^2$  ou seja, são correspondentes a campos elétricos que não podem ser negligenciados quando comparados aos campos elétricos intramoleculares  $E_0 = 10^8 V/m$ . Atualmente um laser com pulsos curtos pode gerar picos de potência da ordem de petawatts,  $10^{12} W$ , neste regime de intensidades os parâmetros ópticos do material começam a depender da intensidade da luz. A dependência da resposta do material frente à luz de alta intensidade, é o que usualmente se define de óptica não linear. Esta distinção entre regimes lineares e não lineares é claramente observável na expansão polinomial da polarização  $\mathbf{P}(\omega)$  do meio quando iluminado por um campo elétrico  $\mathbf{E}$ , dentro ainda do regime mencionado ( $\mathbf{E} < \mathbf{E}_0$ ):

$$\frac{\mathbf{P}(\omega)}{\epsilon_0} = \chi^{(1)} \cdot \mathbf{E} + \chi^{(2)} : \mathbf{E}\mathbf{E} + \chi^{(3)} : \mathbf{E}\mathbf{E}\mathbf{E} + \dots \quad (3.1)$$

Onde  $\epsilon_0$  é a permissividade elétrica do vácuo e  $\chi^{(n)}$  é a componente de ordem  $n$  da suscetibilidade elétrica do meio. Para baixas intensidades, somente o primeiro termo da equação (3.1) é significativo, e a polarização varia linearmente com o campo elétrico. Já para campos de alta intensidade os termos não lineares não podem ser desprezados.

No caso de um material centro-simétrico, como gases, líquidos e sólidos amorfos (vidro), temos

$$\mathbf{P}(-\mathbf{E}) = -\mathbf{P}(\mathbf{E}) \quad (3.2)$$

$$\mathbf{P}(-\mathbf{E}) = \chi^{(1)} \cdot (-\mathbf{E}) + \chi^{(2)} : (-\mathbf{E})(-\mathbf{E}) + \chi^{(3)} : (-\mathbf{E})(-\mathbf{E})(-\mathbf{E}) + \dots \quad (3.3)$$

Para que (3.2) seja válida

$$\chi^{(2)} = \chi^{(4)} = \chi^{(n)} = 0 \text{ para } n = \text{par} \quad (3.4)$$

Logo, para matérias centro-simétricos

$$\frac{\mathbf{P}}{\epsilon_0} = \chi^{(1)} \cdot \mathbf{E} + \chi^{(3)} : \mathbf{E}\mathbf{E}\mathbf{E} + \chi^{(5)} : \mathbf{E}\mathbf{E}\mathbf{E}\mathbf{E}\mathbf{E} \dots \quad (3.5)$$

Se considerarmos um campo do tipo

$$E(t) = \frac{1}{2} e^{i\omega t} + c.c \quad (3.6)$$

Onde  $c.c$  complexo conjugado de  $E(t)$

E substituindo em (3.5) considerando termos de até terceira ordem temos

$$\mathbf{P} = \frac{\epsilon_0 E_0}{2} \chi^{(eff)} e^{i\omega t} + \frac{\epsilon_0}{8} |E_0|^2 E_0 \chi^{(3)} e^{3i\omega t} + c.c \quad (3.7)$$

$$\text{Com } \chi^{(eff)} = \chi^{(1)} + \frac{3}{4} \chi^{(3)} |E_0|^2 \quad (3.8)$$

Onde o segundo termo da equação (3.7) descreve a resposta na frequência  $3\omega$  devido a um campo com frequência  $\omega$ . Este processo é conhecido como *geração de terceiro harmônico*, o qual está ilustrado na Fig. 3.1. De acordo com a descrição dos fótons do processo, parte b da figura, três fótons de frequência  $\omega$  são absorvidos e um fóton de frequência  $3\omega$  é emitido em cada evento.

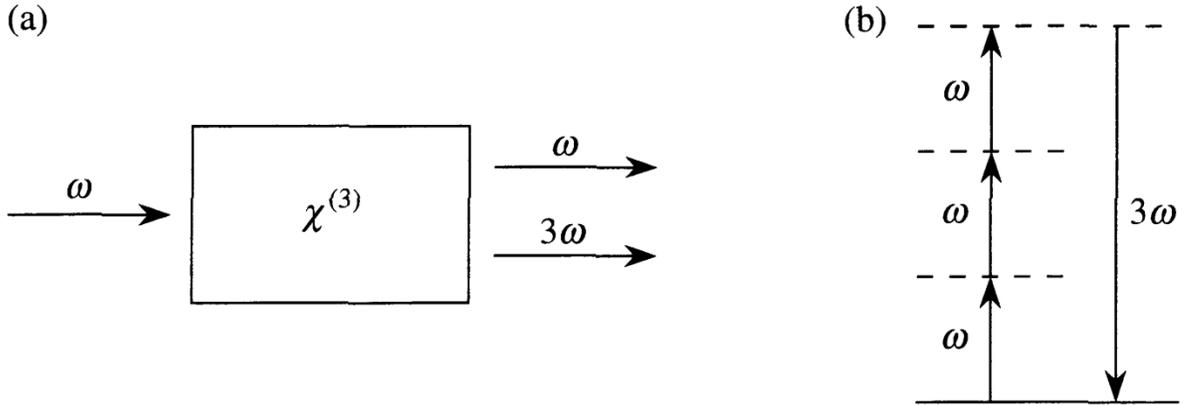


Fig 3.2. Geração terceiro harmônico. (a) Geometria da interação. (b) Descrição níveis de energia.

Já o primeiro termo da equação (3.7) pode ser visto como um termo linear  $\chi^{(LN)}$  da susceptibilidade com um termo adicional não linear  $\chi^{(NL)}$

$$\chi^{(eff)} = \chi^{(Lin)} + \chi^{(NL)} \quad (3.9)$$

Onde

$$\begin{aligned} \chi^{(Lin)} &= \chi^{(1)} \\ \chi^{(NL)} &= \frac{3}{4}\chi^{(3)}|E_0|^2 \end{aligned} \quad (3.10)$$

Como o índice de refração pode ser escrito em termos da susceptibilidade elétrica do meio,

$$\begin{aligned} n &= \sqrt{1 + \chi^{(eff)}} = \sqrt{1 + \chi^{(Lin)} + \chi^{(NL)}} = \sqrt{(1 + \chi^{(Lin)}) \left(1 + \frac{\chi^{(NL)}}{(1 + \chi^{(Lin)})}\right)} \\ n &= n_0 \sqrt{1 + \frac{\chi^{(NL)}}{n_0^2}} \end{aligned} \quad (3.11)$$

Onde  $n_0$  índice de refração linear

$$n_0 = \sqrt{1 + \chi^{(Lin)}} \quad (3.12)$$

Considerando  $n_0 \gg \chi^{(NL)}$  e expandindo (3.11) em série de Taylor

$$n = n_0 \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{\chi^{(NL)}}{n_0^2} + \dots \right) \quad (3.13)$$

Reescrevendo (3.13) em termos de  $\chi^{(3)}$  obtemos

$$n = n_0 \left( 1 + \frac{3}{8} \frac{\chi^{(3)} |E_0|^2}{n_0^2} + \dots \right) \quad (3.14)$$

Desprezando os termos a partir dos de segunda ordem

$$n = n_0 + \frac{3}{8} \frac{\chi^{(3)} |E_0|^2}{n_0} = n_0 + n_2 I \quad (3.15)$$

Onde  $I$  intensidade do campo incidente  $n_2$  é o termo de segunda ordem do índice de refração dado por

$$n_2 = \frac{3}{4} \frac{\chi^{(3)}}{\epsilon_0 c n_0^2} \quad (3.16)$$

### 3.1 Absorção de dois fótons

Em um processo de absorção de dois fótons, como ilustrado na Fig. 3.2, um átomo faz uma transição de um estado fundamental para um estado excitado pela absorção simultânea de dois fótons do campo.

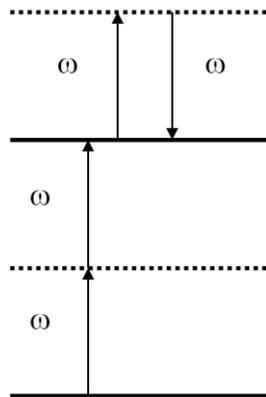


Fig 3.3. Absorção de dois fótons, descrição em níveis de energia.

Em um meio linear absorptivo tem-se que

$$n_0 = \text{Re}(n_0) + i\text{Im}(n_0) \equiv n'_0 + in''_0 \quad (3.17)$$

$$\mathbf{E} = E_0 e^{i(kx - \omega t)} = e^{i\left(\frac{\omega}{c}n_0 x - \omega t\right)} \quad (3.18)$$

$$\therefore \mathbf{E} = E_0 e^{-\frac{\omega}{c}n''_0 x} e^{i\left(\frac{\omega}{c}n'_0 x - \omega t\right)}$$

Onde a primeira exponencial representa a absorção linear, e a segunda à propagação do campo através do meio. No caso de um meio não linear onde o índice de refração é dado pela equação (3.15), tem-se de forma análoga:

$$n = \text{Re}(n_0 + n_2 I) + i\text{Im}(n_0 + n_2 I) \equiv n'_0 + n'_2 I + i(n''_0 + n''_2 I) \quad (3.19)$$

Podemos escrever o campo como

$$\mathbf{E} = E_0 e^{-\frac{\omega}{c}(n''_0 + n''_2 I)x} e^{i\left(\frac{\omega}{c}(n'_0 + n'_2 I)x - \omega t\right)} \quad (3.20)$$

Observa-se agora uma dependência com a intensidade  $I$  nos termos de absorção e propagação do campo eletromagnético, essa dependência caracteriza a absorção e fase não linear do sistema.

## 4. Pulsos Ópticos

A propagação de uma onda eletromagnética pode ser completamente determinada pelas equações de Maxwell. No caso de um meio dielétrico não magnético, a equação da onda pode ser escrita como

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}, \quad \frac{1}{c^2} = \mu_0 \varepsilon \quad (4.1)$$

Onde  $c$  é a velocidade da luz no meio, dependente da permissividade elétrica e magnética,  $\varepsilon$  e  $\mu_0$  respectivamente, do meio no qual a onda eletromagnética se propaga.

A equação (4.1) é uma equação diferencial de segunda ordem, onde uma das soluções mais simples é a equação de uma onda plana,

$$E_y = \text{Re} \left( E_0 e^{i\omega \left( t - \frac{x}{c} \right)} \right) \quad (4.2)$$

Esta solução particular (4.2) descreve a propagação do campo elétrico transversal  $E_y$  ao longo do eixo  $x$ . A amplitude do campo elétrico varia periodicamente no tempo com uma frequência angular  $\omega$  e no espaço com  $\lambda = 2\pi c/\omega$ .

Um pulso de luz é, basicamente, um pacote de radiação eletromagnética. Desconsiderando a dependência espacial do campo eletromagnética, o campo de um pulso pode ser escrito como

$$E(t) = \frac{1}{2} \sqrt{I(t)} e^{i\{\omega_0 t - \phi(t)\}} + c.c \quad (4.3)$$

Onde  $I(t)$  é a intensidade do campo elétrico como função do tempo e  $\phi(t)$  é a fase da onda,  $c.c$  complexo conjugado de  $E(t)$ . Um acentuado pico na intensidade resulta em um pulso ultracurto que, na região espectral do visível, pode corresponder a pulsos com poucas oscilações do campo, correspondente a uma duração da ordem de poucos femtosegundos ( $10^{-15} s$ ).

Um exemplo é o pulso gaussiano com fase zero [Fig.4.1] dado por

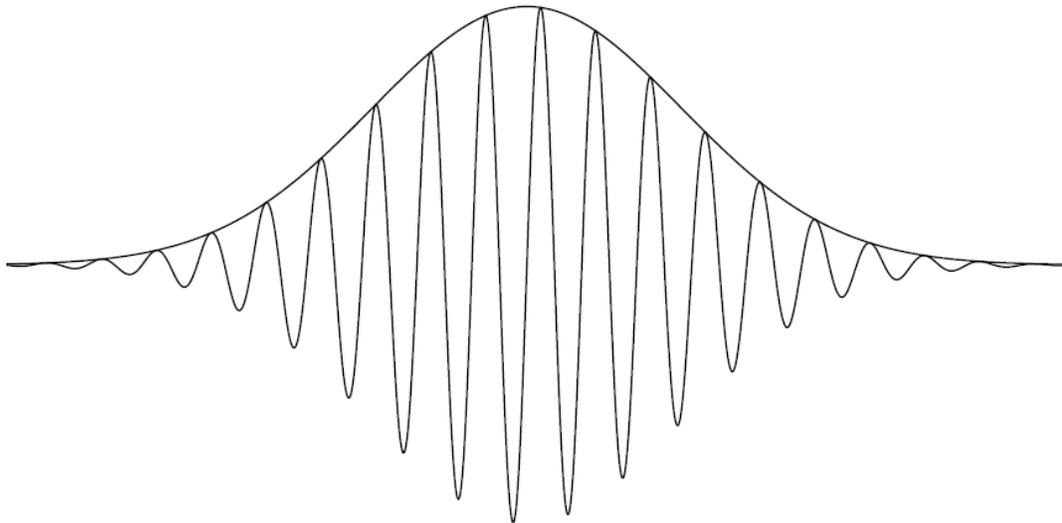
$$E(t) = \text{Re}(E_0 e^{(-\Gamma t^2 + i\omega_0 t)}) \quad (4.4)$$

Onde  $\Gamma$  é o fator de forma do envelope gaussiano, que nada mais é que o campo elétrico de uma onda plana transversal monocromática, multiplicado por uma função gaussiana.

A expressão para o campo no domínio das frequências é obtida da transformada de Fourier de  $E(t)$ , No caso, a transformada de Fourier do pulso gaussiano será:

$$E_0(\omega) = e^{-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{4\Gamma}} \quad (4.5)$$

Que por sua vez também é uma função gaussiana.



**Fig. 4.1.** Evolução temporal do campo elétrico em um pulso gaussiano. Envelope gaussiano sobre o pulso

## 4.1 Equação de Propagação

Pulsos como o da equação (4.5) são temporalmente limitados e, conseqüentemente, apresentam um espectro de freqüências. No interior de um meio, a chamada *dispersão da velocidade de grupo* pode ocasionar um alargamento temporal do pulso, portanto, uma diminuição de sua intensidade de pico do pulso.

Se um pulso gaussiano atravessa um meio transparente, este sofre uma distorção de fase que induz um aumento da duração do pulso devido ao longo comprimento e separação das componentes espectrais do pacote de luz.

O espectro de freqüências do pulso gaussiano depois de propagar uma distância  $x$  dentro de um meio transparente e dado por

$$E(\omega, x) = E_0(\omega)e^{-ik(\omega)x}, \quad k(\omega) = \frac{n\omega}{c} \quad (4.6)$$

Onde  $k(\omega)$  é um fator de propagação. Para uma análise parcial dos efeitos na propagação do pulso, o fator de propagação é reescrito usando uma expansão de Taylor. Assumindo que  $\Delta\omega \ll \omega_0$ , obtemos

$$k(\omega) = k(\omega_0) + k'(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}k''(\omega - \omega_0)^2 + \dots \quad (4.7)$$

Onde

$$k' = \left. \frac{dk(\omega)}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_0} \quad (4.8)$$

e

$$k'' = \left. \frac{d^2k(\omega)}{d\omega^2} \right|_{\omega=\omega_0} \quad (4.9)$$

Substituindo (4.7) em (4.6) e ignorando termos de ordem maior que três, obtemos

$$E(\omega, x) = e^{[-ik(\omega_0)x - ik'x(\omega - \omega_0) - (\frac{1}{4\Gamma} + \frac{i}{2}k''x)(\omega - \omega_0)^2]} \quad (4.10)$$

A evolução temporal do pulso elétrico é então derivada do cálculo da transformada inversa de (4.10) [4],

$$E(t, x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} E(\omega, x) e^{i\omega t} d\omega \quad (4.11)$$

De forma que,

$$E(t, x) = \sqrt{\frac{\Gamma(x)}{\pi}} e^{[i\omega_0(t - \frac{x}{v_\phi(\omega_0)}) - \Gamma(x)(t - \frac{x}{v_g(\omega_0)})^2]} \quad (4.12)$$

Onde

$$v_\phi(\omega_0) = \frac{\omega_0}{k}, \quad v_g(\omega_0) = \left. \frac{d\omega}{dk} \right|_{\omega=\omega_0}, \quad \frac{1}{\Gamma(x)} = \frac{1}{\Gamma} + 2ik''x \quad (4.13)$$

Em (4.12) do primeiro termo da exponencial pode-se observar que a fase da frequência central  $\omega_0$ , está atrasada por  $x/v_\phi$  depois de percorrer uma distância  $x$ . Já o segundo termo, mostra que, o pulso mantém o envelope gaussiano, porém atrasado de  $x/v_g$ , onde  $v_g$  a velocidade do grupo, porém distorcido durante a propagação devido ao fator de forma  $\Gamma(x)$ , que depende da velocidade angular  $\omega$  através de  $k''$ , que é denominado “dispersão de velocidade de grupo”.

## 5. Espectroscopia Ultrarrápida

Uma das principais aplicações de pulsos ultracurtos é o estudo da dinâmica ultrarrápida de materiais. Um grande número de diferentes esquemas para espectroscopia ultrarrápida pode ser compreendido em um sistema de *bombeio* e *prova*, ilustrado na Fig. 5.1, onde um pulso de alta intensidade incide sobre uma amostra que será investigada e excita esta de alguma maneira. Esta excitação induz alguma modificação em alguma propriedade  $\varphi$ , que na maioria dos casos é alguma propriedade óptica.

$$\varphi(t) \rightarrow \varphi_0 + \Delta\varphi(t + t_0) \quad (5.1)$$

Onde  $\varphi_0$  e  $\Delta\varphi$  são, respectivamente, os valores iniciais da propriedade  $\varphi$  e a mudança em  $\varphi$  induzida pelo pulso de bombeio que acontece no tempo  $t_0$ . Um segundo pulso, de baixa intensidade, denominado pulso de prova, incide sobre a amostra com um atraso de  $\tau$  em relação ao pulso de bombeio.

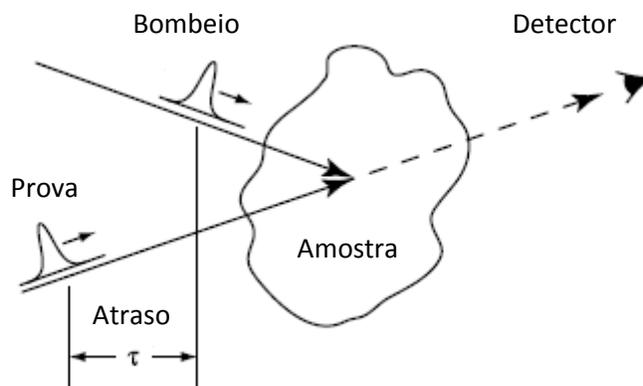


Fig 5.1. Técnica bombeio-prova para espectroscopia ultrarrápida.

A idéia é, detectar o pulso de prova após sua interação com a amostra, ou detectar algum outro efeito induzido pela interação do pulso de bombeio e prova com a amostra, e monitorando  $\Delta\phi$  no tempo  $t - t_0 = \tau$ . Fazendo uma serie de medidas variando o atraso  $\tau$ , se constrói um mapa da resposta do material em função de  $\Delta\phi(\tau)$ .

Muitas propriedades de materiais podem ser testadas, como também diversos métodos de prova. Alguns exemplos destes métodos estão relatados em [5].

## 5.1 Espectroscopia no Sagnac

Como visto anteriormente, no caso da divisão de amplitude simétrica para o divisor de feixe, a intensidade na saída do interferômetro de Sagnac será nula, independentemente do comprimento de onda do feixe ou dos tamanhos dos braços do interferômetro, já que os dois pulsos percorrem caminhos idênticos. Porém qualquer quebra na simetria do sistema resultará em uma intensidade não nula na saída do interferômetro, ou seja, qualquer meio anisotrópico que faça com que o feixe em um sentido ganhe uma fase diferente que o feixe no outro sentido resulta em um sinal óptico não nulo na saída do interferômetro.

No caso da excitação e prova, um pulso de alta intensidade incide sobre uma amostra induzindo uma modificação em alguma propriedade óptica. Um segundo pulso, atrasado no tempo com respeito ao primeiro é então lançado sobre a amostra provando as modificações introduzidas pelo primeiro. Variando-se lentamente o atraso relativo entre os dois pulsos pode-se mapear no tempo, por exemplo, a relaxação da amostra.

No interferômetro de Sagnac, o pulso que percorre o caminho no sentido anti-horário faz o papel de bombeio, enquanto o pulso no sentido horário funciona como o prova. Para que o segundo pulso tenha baixa intensidade, o espelho logo após o divisor de feixes tem que ter baixa refletividade, e uma linha de atraso inserida em um dos braços controla o intervalo de tempo entre os dois pulsos. Duas lentes focalizam os pulsos superpostos em uma única região focal, intensificando o campo em uma pequena região da amostra. Ao integrar o sinal na saída do interferômetro variando

lentamente o atraso entre os pulsos, obtemos a curva de relaxação da amostra. Esta configuração está ilustrada na Fig. 5.2.

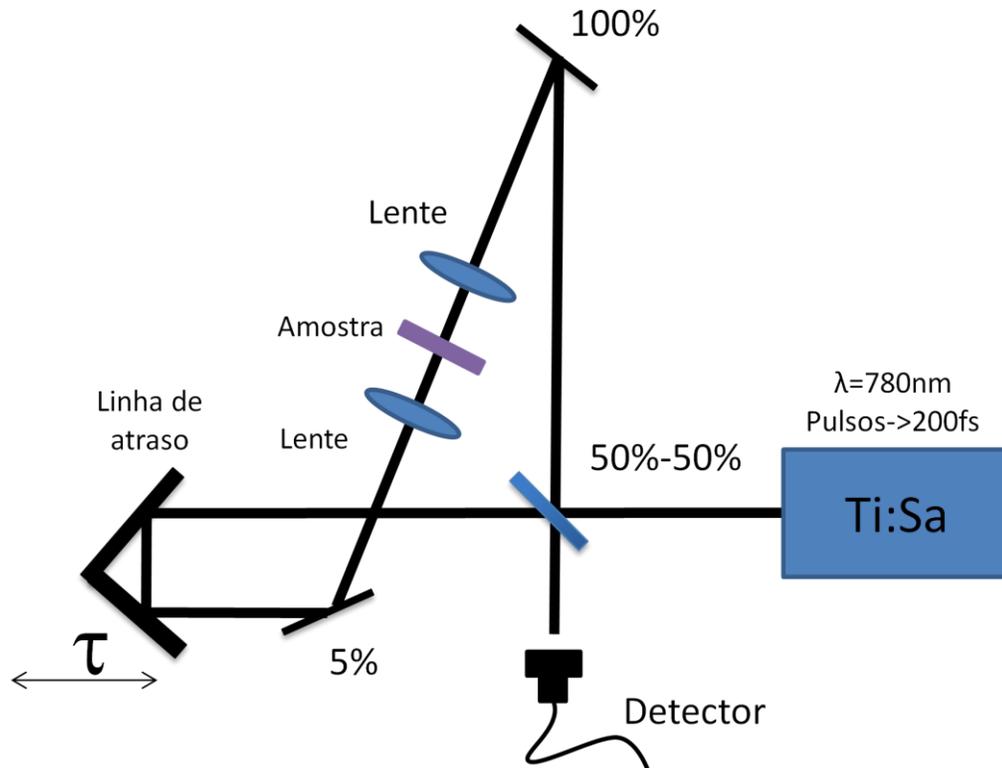


Fig. 5.2. Esquema para espectroscopia transiente em um interferômetro de Sagnac

Este método de bombeio e prova dentro do interferômetro de Sagnac também é conhecido como *ARTS* do inglês “*Antiresonant-Ring Transient Spectroscopy*”. Esse possui muitas vantagens frente métodos padrões de bombeio e prova. Primeiro, ele subtrai automaticamente o ruído de fundo do laser, que é muito mais preciso do que métodos eletrônicos de subtração. Segundo, ele remove efeitos transientes longos, como por exemplo, efeitos térmicos, prevenindo o ruído de fundo no sinal devido à alta taxa de repetição de bombeio. Isso porque, efeitos longos serão sentidos, igualmente, pelos dois pulsos, provocando modificações idênticas nos dois, por isso, descontadas automaticamente na saída do interferômetro.

## 6. Descrição temporal da não-linearidade óptica

Primeiramente, se considerarmos atrasos muito longos entre os pulsos de bombeio e prova, ou seja, quando o pulso de prova atravessar a mostra para testar as modificações do primeiro pulso, o sistema já esteja totalmente relaxado, podemos determinar os efeitos que o pulso de alta intensidade faz sobre si mesmo [6], [7].

Para isso, consideremos pequenos desvios de 50% no divisor de feixe; De modo que o coeficiente de reflexão seja de  $1/2 + \delta$ . O campo  $E$  na saída do interferômetro será dado por:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_H + \mathbf{E}_{AH} \quad (6.1)$$

Onde  $E_H$  e  $E_{AH}$  são as componentes do campo que vão, respectivamente, no sentido horário e anti-horário e valem:

$$E_H = \left(\frac{1}{2} - \delta\right) E_{in} e^{\theta_H} \quad (6.2)$$

$$E_{AH} = \left(\frac{1}{2} + \delta\right) E_{in} e^{\theta_{AH}} \quad (6.3)$$

Onde  $E_{in}$  é o campo incidente e  $\theta_H$  e  $\theta_{AH}$  são as mudanças de fase induzidas no percurso, horários e anti-horário, respectivamente.

Então, a Intensidade na saída será dada por:

$$\begin{aligned} I_{out} = I_{in} & \left\{ \left(\frac{1}{2} - \delta\right)^2 e^{2\text{Re}(\phi_H)} + \left(\frac{1}{2} + \delta\right)^2 e^{2\text{Re}(\phi_{AH})} \right. \\ & + \left(2\delta^2 - \frac{1}{2}\right) e^{\text{Re}(\phi_H + \phi_{AH})} \\ & \left. \times \cos[\text{Im}(\phi_H + \phi_{AH}^*)] \right\} \quad (6.4) \end{aligned}$$

No caso em que somente o pulso no sentido horário (bombeio) modifica a amostra temos

$$\phi_H = - \left[ \frac{\alpha + \alpha_2 I}{2} + ik_0(n + n_2 I) \right] L \quad (6.5)$$

$$\phi_{AH} = - \left( \frac{\alpha}{2} + ik_0 n \right) L \quad (6.6)$$

Onde  $n_2$  e  $\alpha_2$  são o índice de refração e absorção não linear respectivamente,  $\alpha$  é coeficiente de absorção linear resultante de todas as perdas lineares do sistema,  $n$  é índice de refração que independe do campo elétrico,  $k_0$  vetor de onda dos pulsos e  $L$  é a espessura da amostra e  $I$  é a intensidade do pulso de bombeio.

Substituindo (6.5) e (6.6) em (6.4) obtemos que

$$I_{out} = I_{in} e^{-\alpha L} \left[ \left( \frac{1}{2} + \delta \right)^2 + \left( \frac{1}{2} - \delta \right)^2 e^{-\alpha_2 IL} + \left( 2\delta^2 - \frac{1}{2} \right) e^{(-\frac{1}{2}\alpha_2 IL)} \cos(k_0 n_2 IL) \right] \quad (6.7)$$

Se considerarmos  $\alpha_2 IL$  e  $n_2 IL$  muito pequenos, podemos expandir as exponenciais e o cosseno em série até termos de primeira ordem e segunda, respectivamente, e obtemos

$$I_{out} = I_{in} e^{-\alpha L} \left[ 4\delta^2 \left( 1 - \frac{\alpha_2 IL}{2} - \frac{(k_0 n_2 IL)^2}{4} + \frac{\alpha_2 IL (k_0 n_2 IL)^2}{4} \right) + \delta \alpha_2 IL + \frac{(k_0 n_2 IL)^2}{4} - \frac{\alpha_2 IL (k_0 n_2 IL)^2}{8} \right] \quad (6.8)$$

A intensidade na saída,  $I_{out}$ , como uma função da intensidade do pulso de bombeio,  $I$ , é um polinômio cúbico que é diretamente relacionado com os coeficientes não lineares do material,  $\alpha_2$  e  $n_2$ .

Para determinar a resposta óptica do material, após atrasos não muito longos entre os dois pulsos, ou seja, o pulso de prova testa as modificações do pulso de bombeio, esta descrição das não-linearidades em termos da resposta óptica do material pode ser feita de duas maneiras.

A primeira é no domínio das frequências, relacionando as componentes  $P(\omega)$  da polarização não linear, com o campo incidente  $E(\omega')$  [8].

A outra é uma descrição no domínio do tempo considerando a polarização  $\tilde{P}(t)$  criada por um campo elétrico arbitrário  $\tilde{E}(t)$ . Estes dois métodos são inteiramente equivalentes, embora esta descrição (domínio temporal) seja mais conveniente para campos na forma de pulsos curtos.

Primeiramente, considerando o caso especial de um meio que produz uma resposta puramente linear. Escrevendo a polarização induzida no material por:

$$\tilde{P}^{(1)}(t) = \int_0^{\infty} R^{(1)}(\tau) \tilde{E}(t - \tau) d\tau \quad (6.9)$$

Onde:  $R^{(1)}(\tau)$  é a função resposta, linear, a qual dá a contribuição para a polarização produzida no tempo  $t$  por um campo elétrico aplicado em um tempo prévio  $t - \tau$ . A polarização total é obtida integrando esta contribuição sobre todos os tempos prévios  $\tau$ . Note que o limite inferior da integral é zero e não  $-\infty$ , assumimos que  $R^{(1)}(\tau)$  obedece a condição de casualidade,  $R^{(1)}(\tau) = 0$  para  $\tau < 0$ ,  $\tilde{P}^{(1)}(t)$  depende somente de tempos passados e não de valores futuros de  $\tilde{E}(t)$ .

Escrevendo  $\tilde{E}(t)$  em termo de sua transformada de Fourier

$$\tilde{E}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} E(\omega) e^{-i\omega t} d\omega \quad (6.10)$$

E substituindo em (6.9) obtemos:

$$\begin{aligned} \tilde{P}^{(1)}(t) &= \int_0^{+\infty} d\tau \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} R^{(1)}(\tau) E(\omega) e^{-i\omega(t-\tau)} \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \int_0^{+\infty} d\tau R^{(1)}(\tau) e^{i\omega\tau} E(\omega) e^{-i\omega t} \end{aligned} \quad (6.11)$$

Ou

$$\tilde{P}^{(1)}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \chi^{(1)}(\omega; \omega) E(\omega) e^{-i\omega t} \quad (6.12)$$

Onde introduzimos uma expressão explícita para a susceptibilidade

$$\chi^{(1)}(\omega; \omega) = \int_0^{+\infty} R^{(1)}(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau \quad (6.13)$$

A equação (6.12) representa a variação temporal da polarização em termos das componentes de freqüência do campo e da susceptibilidade.

A resposta não linear pode ser obtida de maneira análoga. Em particular, podemos escrever a polarização de terceira ordem como:

$$\tilde{P}^{(3)}(t) = \int_0^{\infty} d\tau_1 \int_0^{\infty} d\tau_2 \int_0^{\infty} d\tau_3 R^{(3)}(\tau_1, \tau_2, \tau_3) E(t - \tau_1) E(t - \tau_2) E(t - \tau_3) \quad (6.14)$$

Onde a condição de casualidade requer que  $R^{(3)}(\tau_1, \tau_2, \tau_3) = 0$  se  $\tau_1, \tau_2$  ou  $\tau_3$  for negativo. Como acima, escrevendo  $E(t - \tau_1), E(t - \tau_2)$  e  $E(t - \tau_3)$  em termos de suas transformadas de Fourier, então a expressão (6.14) para a polarização de terceira ordem torna-se:

$$\begin{aligned} \tilde{P}^{(3)}(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega_1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega_2}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega_3}{2\pi} \int_0^{\infty} d\tau_1 \int_0^{\infty} d\tau_2 \int_0^{\infty} d\tau_3 R^{(3)}(\tau_1, \tau_2, \tau_3) \\ &\quad \times E(\omega_1) e^{-i\omega_1(t-\tau_1)} E(\omega_2) e^{-i\omega_2(t-\tau_2)} E(\omega_3) e^{-i\omega_3(t-\tau_3)} \quad (6.15) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega_1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega_2}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega_3}{2\pi} \chi^{(3)}(\omega_\sigma; \omega_1, \omega_2, \omega_3) E(\omega_1) E(\omega_2) E(\omega_3) e^{-i\omega_\sigma t} \end{aligned}$$

Onde  $\omega_\sigma = \omega_1 + \omega_2 + \omega_3$  e o termo de susceptibilidade de terceira ordem

$$\chi^{(3)}(\omega_\sigma; \omega_1, \omega_2, \omega_3) = \int_0^{\infty} d\tau_1 \int_0^{\infty} d\tau_2 \int_0^{\infty} d\tau_3 R^{(3)}(\tau_1, \tau_2, \tau_3) e^{i(\omega_1\tau_1 + \omega_2\tau_2 + \omega_3\tau_3)} \quad (6.15)$$

Onde para, por exemplo, absorção de dois fótons, os campos  $E(\omega_1)$  e  $E(\omega_2)$  na expressão (6.15), são campos de dois fótons, e a energia absorvida pelo meio é dada por:

$$S(\omega, t) = 2\omega \text{Im}[E^*(t)P(t)] \propto \omega I^2(t) \quad (6.16)$$

No interferômetro de Sagnac, os campos  $E(\omega_1)$  e  $E(\omega_2)$  são referentes ao pulso de bombeio (absorvidos), o outro campo,  $E(\omega_3)$ , será o do pulso de prova.

## 7. Resultados Experimentais

O interferômetro de Sagnac foi montado sobre uma bancada óptica com um divisor de feixe 50%-50%, e dois espelhos de alta refletividade no comprimento de onda de  $780\text{ nm}$ . Após o alinhamento do interferômetro, com uma câmera CCD (*charged-coupled device*), observou-se o padrão de interferência na saída do interferômetro. O resultado esperado, como mostrado na sessão dois, deveria ser um zero de intensidade, porém o resultado encontrado foi como o da Fig. 7.1a., um padrão na forma de um X. Este padrão pode ser reconhecido como a presença de um astigmatismo em um dos elementos do interferômetro. Após eliminar a tensão sobre o divisor de feixe, a figura observada foi a da Fig. 7.1b., com um zero de intensidade, região central, e um anel entorno.

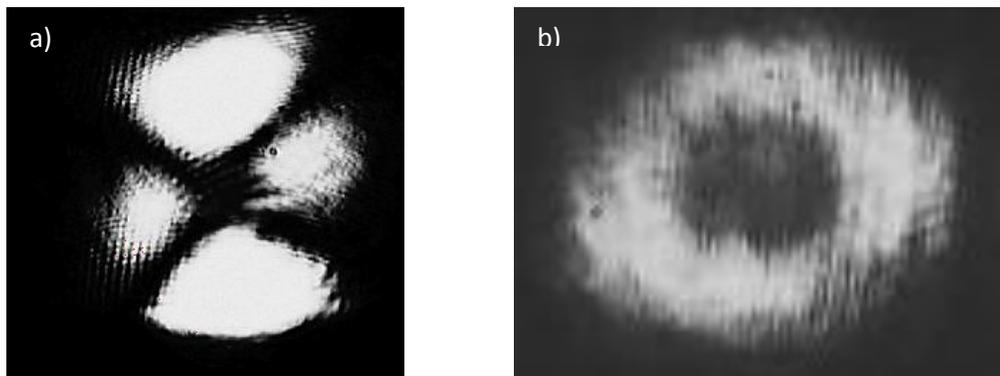


Fig. 7.1. Padrão de interferência na saída do interferômetro de Sagnac, com astigmatismo (a), sem astigmatismo (b).

Esse resultado era totalmente esperado, visto que, a frente de onda do campo eletromagnético incidente não é plana. Apesar de os dois feixes percorrerem o mesmo caminho óptico, não se pode garantir que o raio de curvatura que o feixe que trilha o caminho no sentido anti-horário, por exemplo, será o mesmo que, para o feixe que percorre o caminho contrário. Isto porque as refrações em cada feixe acontecem em pontos diferentes do percurso, ou seja, pontos onde os feixes possuem curvaturas distintas.

Após o alinhamento do interferômetro, se inseriu a linha de atraso, esquematizado na Fig. 7.2., a qual é composta por um refletor de canto de cubo montado sobre um transladador. O feixe incide paralelo ao eixo de translação saindo paralelo ao feixe de entrada, permitindo variar o atraso entre os dois pulsos, ou seja, controla qual dos pulsos chegará primeiro ao centro do interferômetro.

Na figura 7.2 está representado pelo ponto  $C$ , o centro do interferômetro, o ponto onde os dois pulsos se encontram após percorrer a mesma distância dentro do interferômetro. Movendo a linha de atraso para a esquerda na figura, o ponto  $C$  desloca-se para baixo. Isto é, para um ponto fixo  $D$ , o mesmo movimento faz com que o pulso que percorre o caminho no sentido anti-horário, chegue nesta posição adiantado de  $\tau$  em relação ao pulso no sentido horário.

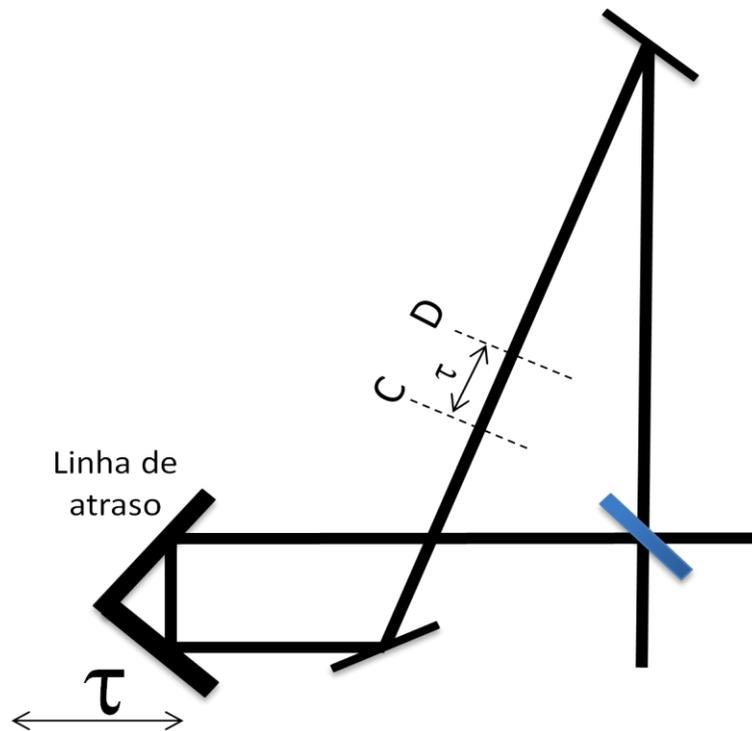


Fig. 7.2. Interferômetro de Sagnac com linha de atraso.

Podemos fazer varreduras de até  $2500 \mu\text{m}$ , equivalentemente atrasos de  $8.33 \text{ ps}$ , com erro na fase de no máximo  $\lambda/4$  ( $2.6 \text{ fs}$ ). Isso é facilmente observável na Fig. 7.3., onde após transladarmos a linha de atraso em  $2500 \mu\text{m}$ , continuamos com um zero

central, sem variação de claro-escuro, por isso pode-se afirmar que a mudança na fase foi inferior a  $\lambda/4$ .

Essa montagem tem como objetivo inicial realizar medidas de absorção transiente em um sistema padrão de um corante do tipo *Coumarina 47*. Neste sistema a absorção de dois fótons é responsável pela fluorescência do corante e pelas modificações no índice de refração da solução. Entretanto é necessário inserir um par de lentes na montagem que permita um alinhamento interferométrico, e um polarizador na saída do interferômetro para suprimir polarizações oriundas de reflexões fora do plano do interferômetro. Esta é a fase atual do experimento.

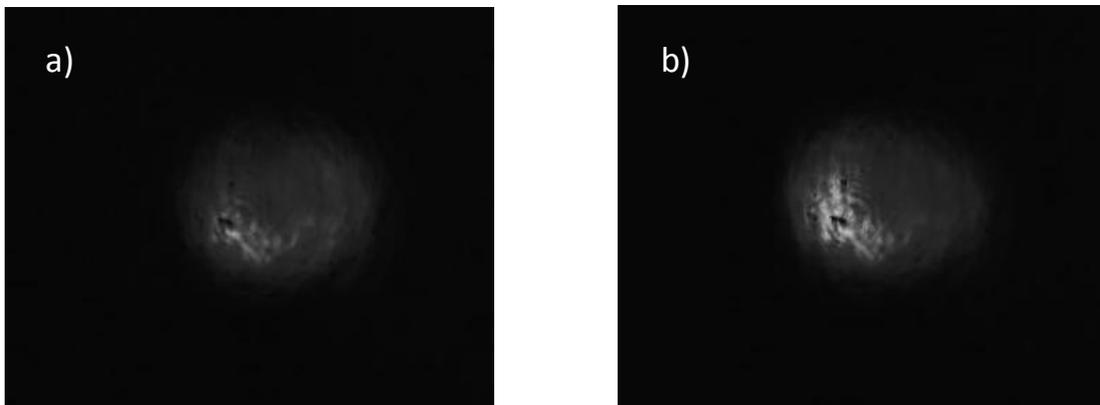


Fig. 7.3. Padrão de interferência na saída do interferômetro de Sagnac.  
a) posição zero b) após 2500 $\mu$ m

## 8. Considerações finais

O presente trabalho teve como objetivo o estudo do interferômetro de Sagnac para sua utilização em técnicas ópticas não lineares de espectroscopia e caracterização. Em particular, foi mostrado o caso simétrico para o divisor de feixes,  $r = t = 1/\sqrt{2}$ . Porém é possível a utilização de outras configurações como, por exemplo, em [9] que utiliza uma montagem onde  $r^2 = 0.6$  para medida de índice de refração não linear. Ou também, utilizar outros métodos de bombeio e prova, como, por exemplo, em [7], com bombeio externo e a interferência de dois pulsos de prova.

O interferômetro é de fácil alinhamento, porém a partir do momento que o interferômetro está alinhado, toda intensidade do feixe incidente volta sobre a cavidade do laser (caso simétrico do divisor de feixes), podendo danificá-la. Por isso, é necessária a utilização de um componente do tipo “diodo óptico”, na montagem, que bloqueie o feixe que retorna a cavidade do laser, ou seja, que permita a passagem do feixe, mas que não permita que ele volte. Para isso utilizamos um isolador, baseado no efeito Faraday, e um polarizador.

A dinâmica ultrarrápida observada na resposta de meios materiais corresponde a eventos que acontecem tipicamente, em uma escala temporal de alguns femto- a picosegundos ( $10^{-14}$  a  $10^{-10}$  s). O interferômetro de Sagnac se mostra muito eficaz para medidas de eventos dessa ordem de tempo, além de ter muitas vantagens, como citado anteriormente, remove efeitos transientes longos e subtrai ruídos de fundo do laser automaticamente.

## Bibliografia

1. **Hariharan, P.** Sagnac or Michelson-Sagnac interferometer? *Applied Optics*. 14, 1975, p. 2319.
2. **Lipson, S. G., Lipson, H. e Tannhauser, D.S.** *Optical Physics*. s.l. : Cambridge, 1995. p. 244.
3. **W. W. Chow, J. Gea-Banacloche e Pedrotti, L. M.** The ring laser gyro. *Review of Modern Physics*. 1985, Vol. 57, p. 62.
4. **Rullière, C.** *Femtosecond Laser Pulses*. s.l. : Springer, 2005. p. 26.
5. **Weriner, A. M.** *Ultrafast Optics*. 2009. p. 422.
6. **Vasa, P., et al.** Antiresonant ring interferometry as a sensitive technique. 2004, Vol. 237, p. 451.
7. **Trebino, R e C.C, Hayden.** Antiresonant-ring transient spectroscopy. *OPTICS LETTERS*. Abril de 1991, Vol. 16, 7, p. 493.
8. **Boyd, R. W.** *Nonlinear Optics*. s.l. : Academic Press, 2003. p. 54.
9. **Otsuka, K.** Nonlinear antiresonant ring interferometer. *OPTICS LETTERS*. 1983, Vol. 8, 9, p. 471.