

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

PROPOSIÇÃO DE UM MÉTODO HÍBRIDO EM PROJETOS INVERSOS DE
CAVIDADE RADIANTE

por

Rogério Brittes da Silva

Dissertação para obtenção do Título de
Mestre em Engenharia

Porto Alegre, fevereiro de 2011

PROPOSIÇÃO DE UM MÉTODO HÍBRIDO EM PROJETOS INVERSOS DE
CAVIDADE RADIANTE

por

Rogério Brittes da Silva
Engenheiro Mecânico

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, da
Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos
requisitos necessários para obtenção do Título de

Mestre em Engenharia

Área de Concentração: Fenômenos de Transporte

Orientador: Prof. Dr. Francis Henrique Ramos França

Aprovada por:

Prof^a. Dr^a. Liliane Basso Barichello PROMEC/UFRGS

Prof. Dr. Paulo Smith Schneider PROMEC/UFRGS

Prof. Dr. Marcelo José Colaço PEM-COPPE/UFRJ

Prof. Dr. Francis H. R. França
Coordenador do PROMEC

Porto Alegre, 28, fevereiro de 2011

*Para meus pais, Arlindo e Elizabete,
e para meus irmãos, Mauro, Priscila e Alessandro.*

AGRADECIMENTOS

Ao CNPq pela bolsa de mestrado. Ao CESUP pelo serviço de apoio ao usuário e pela disponibilização dos recursos computacionais. Ao professor orientador, Francis França, pelo empenho e dedicação. Aos colegas do Grupo de Estudos Térmicos e Energéticos.

RESUMO

Um método híbrido aplicado é proposto para um problema inverso que trata de uma cavidade tridimensional preenchida com meio transparente. As paredes são assumidas cinza e difusas, e o único mecanismo de transferência de calor presente é a radiação térmica. É um caso idealizado, mas que encontra ampla aplicação em sistemas de engenharia. Prescrevem-se duas condições de contorno na base da cavidade – temperatura e fluxo de calor – e, para satisfazê-las, buscam-se o fluxo de calor e a distribuição espacial dos aquecedores. Na superfície superior, que contém os aquecedores, nenhuma condição de contorno é imposta. Este tipo de problema, quando solucionado através de técnicas convencionais, envolve um procedimento de tentativa e erro, que, além de demandar um elevado tempo computacional, conduz a resultados pouco precisos. Na análise inversa, opta-se por otimização ou pela aplicação de um método de regularização, pois o problema resultante é mal condicionado por envolver a equação integral de Fredholm de primeira espécie. Neste trabalho, optou-se por acoplar otimização e regularização como uma alternativa baseada no emprego distinto dessas duas formas de abordagem. A tarefa de busca por posições para os aquecedores ficou por conta do método da Otimização Extrema Generalizada, enquanto o método de regularização da Decomposição em Valores Singulares Truncada calcula o fluxo de calor dos aquecedores para cada configuração gerada pelo processo de otimização. A aplicação da técnica híbrida conduziu a resultados mais precisos do que aqueles que normalmente se obtêm apenas com regularização, reduzindo consideravelmente o tempo computacional da solução baseada apenas na otimização.

Palavras-chave: análise inversa; projeto térmico; método híbrido; otimização; regularização.

ABSTRACT

This work considers the inverse analysis in a three-dimensional rectangular enclosure with diffuse-gray surfaces. The locations and powers of the heaters sources are left unconstrained and two conditions are imposed on the design surface – uniform heat flux and temperature distributions. The solution to this kind of problem by conventional techniques is possible only with trial-and-error procedure and in this case, the forward solution will be run oftentimes without guarantee to find out a good answer. The aim is determine the powers and locations of the heaters to attain both uniform heat flux and temperature on the design surface. A new solution procedure – termed hybrid solution – which couples two methods, the Generalized Extremal Optimization (GEO) and the Truncated Singular Value Decomposition (TSVD) is proposed. The search of locations is treated as an optimization problem, by GEO algorithm, whereas the solution of the system equation, that embodies the Fredholm integral equation of first kind and, therefore, is expected to be ill-conditioned, is build up through a TSVD regularization method. The hybrid method provides better results than TSVD and, when compared with GEO, reduces the computational time substantially.

Keywords: inverse analysis; hybrid method; optimization; regularization.

ÍNDICE

1	INTRODUÇÃO.....	1
1.1	Revisão Bibliográfica	2
1.2	Objetivos.....	6
1.3	Organização do Trabalho.....	6
2	ALGUNS FUNDAMENTOS DE RADIAÇÃO TÉRMICA	8
2.1	Corpo negro	9
2.2	Trocas radiantes em uma cavidade com paredes cinza e difusas	10
2.2.1	Propriedades de superfícies cinza e difusas.....	10
2.2.2	O balanço de energia em uma superfície	11
2.2.3	Estratégia para solução de cavidades radiantes – o método das radiosidades	12
3	MÉTODO DA OTIMIZAÇÃO EXTREMA GENERALIZADA	16
4	MÉTODO DE REGULARIZAÇÃO TSVD	20
5	FORMULAÇÃO DO PROBLEMA INVERSO	23
5.1	Definição do problema	24
5.2	Detalhamento do processo de solução.....	27
6	RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	31
6.1	Independência de malha	32
6.2	Variáveis dos problemas de otimização e regularização	33
6.3	Implementações visando à maior eficiência do método híbrido.....	34
6.4	Dez aquecedores por quarto de cavidade.....	36
6.4.1	Distribuição prescrita das fontes de calor	36
6.4.2	Distribuição não prescrita das fontes de calor	43
6.5	Oito aquecedores por quarto de cavidade	49
6.6	Seis aquecedores por quarto de cavidade	53
7	CONCLUSÕES.....	57
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	60

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Forno para recozimento térmico	1
Figura 2.1 – Espectro da radiação eletromagnética [Adaptada de Modest, 1993].....	8
Figura 2.2 – Corpo negro envolvido por um detector hemisférico.	9
Figura 2.3 – Absorção, reflexão e transmissão da energia incidente em uma superfície.....	10
Figura 2.4 – Balanço de energia em uma superfície: primeira abordagem.	11
Figura 2.5 – Balanço de energia em uma superfície: segunda abordagem.....	12
Figura 2.6 – Fator de forma entre duas superfícies.	13
Figura 2.7 – Cavidade composta por N superfícies.	14
Figura 3.1 – Variáveis de projeto codificadas em uma sequência binária [Sousa et al., 2003].	17
Figura 5.1 – Vistas da cavidade retangular tridimensional.	24
Figura 5.2 – Discretização do domínio computacional (superfície de projeto em amarelo)....	25
Figura 6.1 – (a) Cavidade tridimensional; e (b) representação da simetria.....	31
Figura 6.2 – Variação no fluxo de calor adimensional em dois pontos do domínio em função do número de elementos de área (t indica tempo computacional).	33
Figura 6.3 – Comparação entre os códigos híbrido e híbrido modificado.	35
Figura 6.4 – Primeira distribuição prescrita para dez aquecedores.	36
Figura 6.5 – Valor singulares para a distribuição prescrita. Soluções obtidas com parâmetro de regularização p superior a quatro conduz a resultados fisicamente irrealistas.....	38
Figura 6.6 – Fluxo de calor adimensional na superfície de projeto para $p = 1$	38
Figura 6.7 – Fluxo de calor adimensional na superfície de projeto para $p = 2$	39
Figura 6.8 – Fluxo de calor adimensional na superfície de projeto para $p = 3$	39
Figura 6.9 – Fluxo de calor adimensional na superfície de projeto para $p = 4$	40
Figura 6.10 – Segunda distribuição prescrita para dez aquecedores.	41
Figura 6.11 – Valor singulares para a distribuição prescrita. Soluções obtidas com parâmetro de regularização p superior a seis conduz a resultados fisicamente irrealistas.	42
Figura 6.12 – Fluxo de calor adimensional na superfície de projeto para $p = 6$	42
Figura 6.13 – Avaliação do parâmetro τ (GEO).	43
Figura 6.14 – Avaliação do parâmetro τ (híbrido).....	44

Figura 6.15 – Número máximo de avaliações com $\tau = 1,75$ (híbrido).....	45
Figura 6.16 – Distribuição espacial de dez aquecedores (GEO).....	45
Figura 6.17 – Distribuição espacial de dez aquecedores (híbrido).....	46
Figura 6.18 – Relação entre os valores singulares (σ) e o número de avaliações da função objetivo (n) para dez aquecedores.	47
Figura 6.19 – Distribuição do fluxo de calor adimensional na superfície de projeto para dez aquecedores (GEO).....	48
Figura 6.20 – Distribuição do fluxo de calor adimensional na superfície de projeto para dez aquecedores (híbrido).	48
Figura 6.21 – Decaimento do erro máximo nas soluções GEO e híbrida.	49
Figura 6.22 – Avaliação do parâmetro τ (oito aquecedores).	50
Figura 6.23 – Número máximo de avaliações da função objetivo com $\tau = 2,00$ (oito aquecedores).....	51
Figura 6.24 – Distribuição espacial de oito aquecedores.	51
Figura 6.25 – Distribuição do fluxo de calor adimensional na superfície de projeto para oito aquecedores.	52
Figura 6.26 – Relação entre os valores singulares (σ) e o número de avaliações da função objetivo (n) para oito aquecedores.....	53
Figura 6.27 – Avaliação do parâmetro τ (seis aquecedores).....	54
Figura 6.28 – Número máximo de avaliações da função objetivo para $\tau = 1,75$ (seis aquecedores).....	54
Figura 6.29 – Distribuição espacial de seis aquecedores.....	55
Figura 6.30 – Distribuição do fluxo de calor adimensional na superfície de projeto para seis aquecedores.	56
Figura 6.31 – Relação entre os valores singulares (σ) e o número de avaliações da função objetivo (n) para seis aquecedores.....	56

LISTA DE TABELAS

Tabela 6.1 – Variáveis de otimização e regularização.	34
Tabela 6.2 – Solução para dez aquecedores com distribuição prescrita.....	37
Tabela 6.3 – Solução para dez aquecedores com distribuição prescrita.....	41
Tabela 6.4 – Comparação entre os algoritmos GEO e híbrido.....	46
Tabela 6.5 – Configuração de oito aquecedores.....	52
Tabela 6.6 – Configuração de seis aquecedores.....	55

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BiCGM	Método dos Gradientes Biconjugados
CGM	Método dos Gradientes Conjugados
GEO	Método da Otimização Extrema Generalizada
MTSVD	Método TSVD Modificado
RAN	Número aleatório
SVD	Decomposição em Valores Singulares
TSVD	Método da Decomposição em Valores Singulares Truncada

LISTA DE SIMBOLOS

A	Área, m^2
\mathbf{A}	Matriz dos coeficientes $m \times n$
\mathbf{A}_p	Matriz dos coeficientes regularizada
(a)	Elementos da matriz \mathbf{A}
\mathbf{b}	Vetor dos termos independentes
b	Elementos do vetor \mathbf{b}
C	Configuração de bits
C_1	Constante da distribuição espectral de energia de Planck, $W\mu m^4/(m^2 sr)$
C_2	Constante da distribuição espectral de energia de Planck, μmK
e	Poder emissivo, W/m^2
e_b	Poder emissivo de corpo negro, W/m^2
$e_{\lambda b}$	Poder emissivo espectral de corpo negro, $W/m^2\mu m$
F	Fator de forma
F	Valor da função objetivo para uma determinada configuração dos bits
f	Função conhecida na equação integral de Fredholm de primeira espécie
g	Solução da equação integral de Fredholm de primeira espécie
H	Altura, m
I_i	Número inteiro correspondente à representação binária de uma variável i
i_x	Elemento de área na direção x
i_y	Elemento de área na direção y
jd	Elemento de área na superfície de projeto
jh	Elemento de área na superfície dos aquecedores
ju	Elemento de área nas superfícies isoladas
K	Núcleo da equação integral de Fredholm de primeira espécie
k	Nível ocupado por um bit
L	Comprimento, m
L	Comprimento da sequência binária

m	Número de linhas de uma matriz
m	Número de bits
N	Número de superfícies
N	Número de variáveis do projeto de otimização
N	Número de aquecedores
n	Número de colunas de uma matriz
n	Número de avaliações da função objetivo
P	Probabilidade de inversão de um bit
p	Precisão para o cálculo do número de bits
p	Parâmetro de regularização
q	Fluxo de calor, W/m ²
Q_i	Taxa de energia incidente, W
q_i	Irradiação, W/m ²
Q_o	Radiosidade adimensional
q_o	Radiosidade, W/m ²
Q_r	Fluxo de calor radiante adimensional
q_r	Fluxo de calor radiante, W/m ²
S	Distância, m
T	Temperatura, K
t	Temperatura adimensional
\mathbf{U}	Matriz $m \times n$
u_i, u_j	Vetor da matriz \mathbf{U}
\mathbf{V}	Matriz $n \times n$
v_i, v_j	Vetor da matriz \mathbf{V}
\mathbf{W}	Matriz $n \times n$
W	Largura, m
\mathbf{x}	Vetor solução
\mathbf{x}_p	Vetor solução regularizado
x	Elementos do vetor solução

x_i	Valor físico da variável i
x, y, z	Coordenadas no sistema cartesiano

SÍMBOLOS GREGOS

α	Absortividade
γ	Erro
Δ	Variação
ε	Emissividade
θ	Ângulo, rad
λ	Comprimento de onda, μm
ν	Frequência, Hz
ρ	Refletividade
σ	Constante de Stefan-Boltzmann, $\text{W}/\text{m}^2\text{K}^4$
σ	Valor singular
τ	Transmisividade
τ	Parâmetro ajustável do GEO

SUBÍNDICES

A	Quantidade absorvida por uma superfície
D	Superfície de projeto
H	Superfície dos aquecedores
J	Superfície
J	Bit
J_d	Elementos superfície de projeto
J_h	Elementos superfície dos aquecedores

<i>jw</i>	Elementos isolados
<i>K</i>	Superfície
<i>lsq</i>	Mínimos quadrados
<i>máx</i>	Valor máximo
<i>méd</i>	Valor médio
melhor	Melhor valor
prescrito	Valor prescrito
<i>R</i>	Quantidade refletida por uma superfície
<i>T</i>	Quantidade transmitida por uma superfície
<i>W</i>	Superfície isolada
_inf	Aparece precedido por outro subíndice e indica limite inferior
_sup	Aparece precedido por outro subíndice e indica limite superior

1 INTRODUÇÃO

É corrente na indústria o emprego de fornos para alterar as propriedades de metais conforme as diferentes exigências de aplicação. Em função das altas temperaturas, o calor fornecido por queimadores, ou resistências elétricas, é transferido principalmente pelo mecanismo de radiação térmica.

Muitas técnicas de tratamento térmico demandam cuidados especiais para se evitar efeitos indesejáveis. Por exemplo, o tratamento térmico de recozimento requer temperatura uniforme para evitar tensões internas, que podem ocasionar empenamento ou trincas no material. Para se obterem as condições adequadas, fluxo de calor controlado deve ser fornecido à superfície que receberá o tratamento. Assim, neste caso, tanto a temperatura quanto o fluxo de calor devem ser prescritos.



Figura 1.1 – Forno para recozimento térmico

Este trabalho trata de um problema inverso em uma cavidade retangular tridimensional, que representa um forno com superfícies cinzas-difusas. Considera-se que o meio não é participante e que o único mecanismo de transferência de calor é a radiação térmica. Desta forma, as trocas radiantes ocorrerão diretamente entre as superfícies. Aquecedores, posicionados na superfície superior da cavidade, devem proporcionar fluxo de calor e temperatura uniformes na base, que receberá tratamento térmico, e é denominada superfície de projeto.

Enquanto a posição e o fluxo de calor nos aquecedores não são fixos, duas condições de contorno são impostas na superfície de projeto: fluxo de calor e temperatura uniformes. Como nenhuma condição de contorno é imposta na superfície que contém os aquecedores,

tem-se um caso típico de problema inverso cuja solução, através de técnicas convencionais, envolve tentativa e erro. Neste caso, o problema direto deve ser executado várias vezes até que se obtenham as condições desejadas. Dependendo do número de variáveis do problema, seria um contrassenso usar tentativa e erro, pois além de o processo demandar muito tempo, não existem garantias de se obter bons resultados. Reside, nestes aspectos, a necessidade de se buscar por métodos de solução mais robustos. Como alternativa, propõem-se um procedimento de solução – denominado híbrido – que acopla dois métodos: a Otimização Extrema Generalizada (GEO) e a Decomposição em Valores Singulares Truncada (TSVD). A busca pelas posições dos aquecedores é tratada como um problema de otimização, pelo método GEO, enquanto que a solução do sistema de equações, que envolve a equação de Fredholm de primeira espécie e, portanto espera-se que seja mal condicionado, é feita através do método de regularização TSVD.

1.1 Revisão Bibliográfica

Cavidades radiantes podem ser tratadas usando tentativa e erro, uma técnica que, usualmente, demanda muito tempo para encontrar uma solução de qualidade ainda limitada. Recentemente, tem-se adotado métodos de otimização e metodologias inversas em projetos envolvendo transferência radiativa. Os métodos de otimização resolvem o problema inverso implicitamente transformando-o em um problema de minimização multivariável, enquanto as metodologias inversas resolvem o problema explicitamente usando regularização [Daun e Howell, 2005].

A aplicação de técnicas de regularização tem sido extensamente investigada. Apesar de os métodos de regularização não serem triviais, técnicas como Tikhonov e Decomposição em Valores Singulares Truncada (TSVD) tornaram-se muito populares. Tratando-se de métodos de regularização, é válido ressaltar que nenhum método é intrinsecamente superior aos outros, mas cada um tem suas vantagens dependendo da aplicação na qual é usado [Hansen, 1998].

Os trabalhos que serão listados a seguir mostram a aplicação de alguns métodos de regularização e de otimização em projetos de fornos para tratamento térmico.

No trabalho de Morales et al., 1996, considerado pelos próprios autores como o primeiro envolvendo a aplicação de métodos inversos em problemas com meios participantes, o método de regularização MTSVD (TSVD modificado) foi utilizado para a solução de uma

cavidade radiante bidimensional. Em uma superfície da cavidade nenhuma condição de contorno foi estabelecida, enquanto que na superfície de projeto foram impostos temperatura e fluxo de calor uniformes. As condições desconhecidas foram determinadas a partir daquelas requeridas na superfície de projeto. Apesar de este trabalho incluir as dificuldades relacionadas a um meio que absorve e emite radiação, a metodologia aplicada não permite variar as posições das fontes de calor.

Kudo et al., 1996, consideraram uma cavidade preenchida por um gás cinza e aplicaram o método de regularização TSVD para obtenção da taxa de geração de calor necessária para fornecer fluxo de calor e temperatura uniformes nas paredes do domínio. É usual em fornos para tratamento térmico que as fontes de calor sejam posicionadas nas paredes do domínio, mas neste trabalho isto não pode ser feito.

Federov et al., 1998, desenvolveram um modelo para aplicação em projetos inversos de fornos industriais empregados em tratamento térmico. Foram considerados os três mecanismos de transferência de calor combinados (condução, convecção e radiação térmica). O método de otimização de Levenberg-Marquardt foi utilizado no cálculo da temperatura necessária em aquecedores para obtenção da distribuição de temperatura na superfície de tratamento térmico. Neste trabalho, não se obteve a distribuição espacial dos aquecedores.

O método de regularização dos Gradientes Conjugados (CGM) foi aplicado em um estudo de meios espalhadores por Linhua et al., 1999. O campo de temperaturas em um forno foi estimado através do conhecimento do fluxo de calor no contorno. Com o mesmo método de regularização, Park e Chung, 2000, consideraram convecção natural em uma cavidade e, a partir do campo de temperaturas, determinaram o fluxo de calor nas paredes.

Ertük et al., 2002, resolveram uma cavidade preenchida com meio participante na qual foi obtida a distribuição de temperaturas, necessária na superfície de aquecedores, para satisfazer temperatura e fluxo de calor uniformes na superfície de projeto. Foram comparados os resultados provenientes da aplicação dos métodos TSVD, CGM e Gradientes Biconjugados (BiCGM). Para o problema analisado, os métodos CGM e TSVD forneceram resultados similares e apresentaram convergência mais estável do que o método BiCGM.

Fan et al., 2002, aplicaram os métodos CGM e Decomposição em Valores Singulares (SVD) na solução de uma cavidade onde o objetivo era determinar tanto fluxo de calor quanto temperatura em um conjunto de aquecedores. A desvantagem da metodologia de solução empregada é que esta exige que a distribuição espacial dos aquecedores seja prescrita.

Sarvari et al., 2003, analisaram, pelo método de otimização Levenberg-Marquart, uma cavidade tridimensional preenchida com meio cinza. O problema consistiu na determinação do fluxo de calor necessário em aquecedores para fornecer uniformidade de temperatura e fluxo de calor na superfície de projeto. O método de otimização poderia ter sido empregado para a obtenção da distribuição espacial dos aquecedores, mas no caso deste trabalho optou-se por prescrevê-las.

Schneider e França, 2004, aplicaram o método da Decomposição em Valores Singulares Truncada (TSVD) no projeto de iluminação em uma cavidade retangular tridimensional. Desejava-se determinar a potência de lâmpadas necessária para a obtenção da uniformidade de temperatura e fluxo de calor na superfície de projeto. A solução através de um método de regularização exigiu a prescrição da posição das fontes luminosas; então, consideraram-se dois casos: um no qual as fontes luminosas cobriam toda a superfície superior da cavidade e outro no qual o número de fontes luminosas foi reduzido.

Sarvari, 2006, resolveu uma cavidade radiante bidimensional. As posições de um conjunto de aquecedores foram determinadas através do algoritmo Micro-Genético. Neste problema não foi abordado o cálculo do fluxo de calor em cada aquecedor, que também poderia ser calculado pelo método de otimização.

Pourshaghaghly et al., 2006, consideraram o efeito do espalhamento em um problema cujo objetivo era a determinação do fluxo de calor requerido em aquecedores para atender às condições de temperatura e fluxo de calor uniformes na superfície de projeto. Aplicaram o método CGM. Como nos outros trabalhos que empregaram algum método de regularização, a distribuição espacial dos aquecedores teve que ser prescrita.

Kim e Baek, 2007, resolveram um problema de transferência de calor combinada (radiação e condução) em uma cavidade formada entre dois cilindros e preenchida com meio participante. O método de Levenberg-Marquardt foi empregado para o cálculo do fluxo de calor nos aquecedores. O problema da distribuição espacial dos aquecedores não foi abordado.

Rukolaine, 2007, utilizou a regularização Tikhonov em um problema de transferência de calor em cavidade envolvendo somente radiação térmica. Rukolaine, 2008, aplicou o mesmo tipo de solução em sistemas axissimétricos. Em ambos os casos, o objetivo era a determinação do fluxo de calor requerido em aquecedores para atender as condições de uniformidade na superfície de projeto.

Mehraban et al., 2008, aplicaram o método CGM no projeto de um forno para tratamento térmico. As posições para os aquecedores foram prescritas e o fluxo de calor foi calculado para aquecedores considerando-se regime transiente. Também, estudou-se o efeito do número de aquecedores, com a constatação de que aplicações mais realistas exigem que o número de aquecedores seja reduzido.

Mossi et al., 2008, utilizaram o método TSVD em transferência de calor combinada (convecção e radiação). Como empregaram um método de regularização, foi necessário prescrever as posições para os aquecedores. Assim, houve a necessidade de testar diversas configurações geométricas para aquecedores a fim de obter temperatura e fluxo de calor uniformes na superfície de projeto.

Cassol et al., 2008, e Cassol et al., 2009, mostraram uma aplicação bem sucedida de um método de otimização (método da Otimização Extrema Generalizada – GEO) em projetos de iluminação. Este trabalho demonstra a vantagem de se usar técnicas de otimização, a busca pela potência e posição de fontes luminosas pode ser realizada pelo mesmo método.

Seguindo a linha dos trabalhos que empregam otimização, Safavinejad et al., 2008, utilizou o algoritmo Micro-Genético para determinar o fluxo de calor necessário em aquecedores para atender as condições prescritas em uma superfície de uma cavidade radiante. Safavinejad et al., 2009, retomaram o problema em questão, mas desta vez com objetivo de encontrar a distribuição espacial e o número ótimo de aquecedores.

Payan et al., 2009, resolveram um problema de cavidade quadrada com convecção livre. Foram consideradas condições de contorno uniformes na superfície de projeto e o cálculo do fluxo de calor nos aquecedores foi obtido através da regularização CGM.

Bayat et al., 2010, e Hoffmann et al., 2010, consideraram cavidades radiantes com superfícies difusas e espectrais, e utilizaram para o cálculo do fluxo de calor em aquecedores, respectivamente, os métodos de regularização CGM e TSVD.

Uma visão geral dos trabalhos apresentados anteriormente mostra que quando se aplicam métodos de regularização no projeto de cavidades é necessário prescrever a distribuição espacial dos aquecedores. Mesmo nos casos onde se usaram métodos de otimização, que permitiriam a obtenção tanto da posição quanto do fluxo de calor nos aquecedores, o problema da distribuição espacial não é abordado. A potência e a distribuição espacial só foram obtidas em alguns casos de projetos de iluminação. Observa-se que existe a necessidade de desenvolver um método que, de forma eficiente, permita determinar fluxo de calor e distribuição espacial de aquecedores em projetos de fornos.

1.2 Objetivos

Muitos trabalhos foram desenvolvidos para tentar reproduzir as condições de operação ideais para fornos empregados em tratamento térmico. O atendimento das condições de temperatura e fluxo de calor uniformes em uma superfície depende da distribuição espacial e do fluxo de calor de um conjunto de aquecedores. A solução por métodos de regularização é limitada, pois exige que as posições dos aquecedores sejam prescritas. Os métodos de otimização conseguem realizar as duas tarefas adequadamente, mas consomem muito tempo para executá-las.

Nesta dissertação, pretende-se apresentar um método de solução que incorpora regularização e otimização. Deseja-se determinar a distribuição espacial de aquecedores, via otimização, e o fluxo de calor, por um método de regularização.

O método da Otimização Extrema Generalizada (GEO) foi combinado com a técnica de regularização da Decomposição em Valores Singulares Truncada (TSVD). O resultado é um método híbrido que será aplicado na solução de uma cavidade radiante tridimensional.

Serão apresentadas as soluções obtidas utilizando somente TSVD e GEO. O objetivo é compará-las com os resultados do método híbrido e mostrar as vantagens deste método que alia qualidades de regularização com otimização.

1.3 Organização do Trabalho

No segundo capítulo, são discutidos alguns fundamentos da radiação térmica. O objetivo principal é fornecer algumas informações necessárias para o entendimento do método utilizado para a solução de cavidades radiantes (método das radiosidades).

O terceiro capítulo está centrado em torno do método da Otimização Extrema Generalizada (GEO), mas mesmo assim, traz uma breve discussão sobre outros métodos de otimização.

No quarto capítulo são discutidos aspectos referentes a problemas mal postos e mal condicionados. Além disso, apresenta-se o método de regularização da Decomposição em Valores Singulares Truncada (TSVD).

O quinto capítulo trata da formulação do problema inverso. Optou-se por apresentar neste mesmo capítulo a formulação do problema direto, pois na solução de um problema inverso o direto é resolvido várias vezes.

No sexto capítulo são apresentados os resultados. As soluções por regularização TSVD, otimização GEO e pelo método híbrido são comparadas para o caso dez aquecedores por quarto de cavidade. Os demais resultados, para oito e seis aquecedores por quarto de cavidade, foram obtidos somente com o método híbrido.

O sétimo capítulo faz o fechamento do trabalho com as conclusões. É apresentada uma breve recapitulação do problema tratado na dissertação e são ressaltados os resultados do método híbrido.

2 ALGUNS FUNDAMENTOS DE RADIAÇÃO TÉRMICA

O mecanismo de transferência de calor por radiação térmica, ao contrário da condução e da convecção, não necessita de um meio material para o seu transporte. Além disso, a energia transferida entre dois corpos, por meio deste processo, depende da diferença entre suas temperaturas absolutas elevadas à quarta potência. Então, fica evidente que as taxas de transferência de calor são intensificadas para temperaturas elevadas, tais como aquelas encontradas em câmaras de combustão ou em fornos industriais.

A propagação da energia radiante pode ser tratada tanto pela teoria eletromagnética clássica quanto pela mecânica quântica, e a sua caracterização é dada de acordo com o comprimento de onda, λ , ou frequência, ν [Modest, 1993]. Para a engenharia mecânica, a região de interesse no espectro da radiação eletromagnética está compreendida no intervalo de comprimento de onda que vai de 0,1 a 100 μm (radiação térmica), dentro do qual está a região da luz visível que se estende aproximadamente de 0,4 até 0,7 μm .

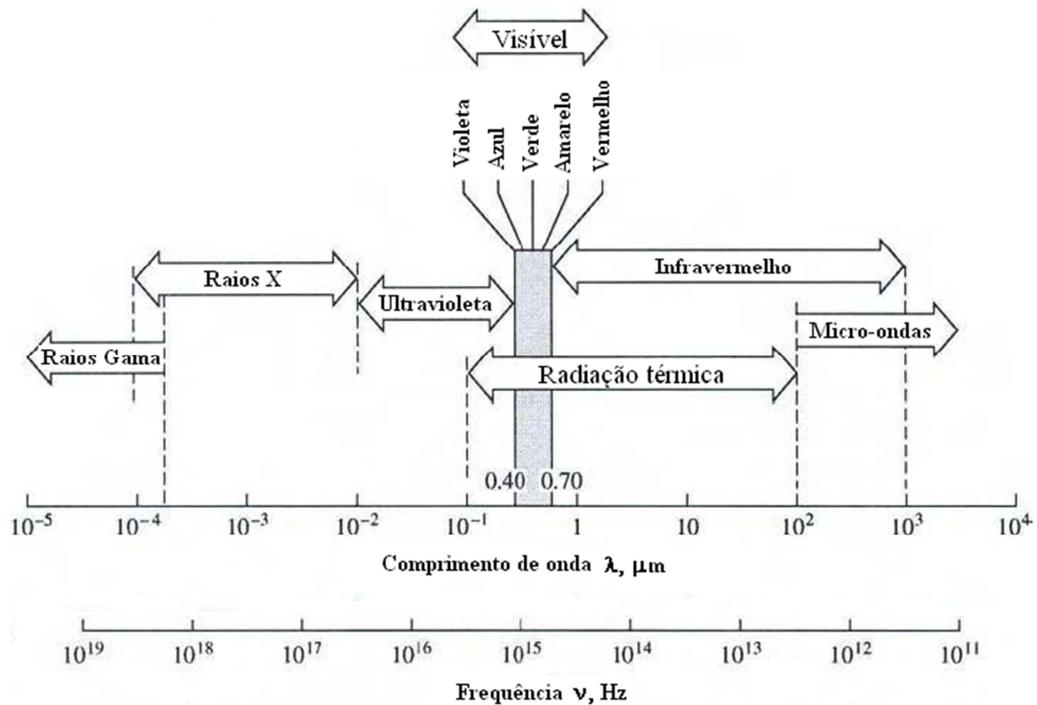


Figura 2.1 – Espectro da radiação eletromagnética [Adaptada de Modest, 1993].

2.1 Corpo negro

O corpo negro é uma idealização, pois se considera que ele absorve toda a energia radiante incidente, independente da direção e do comprimento de onda. Ainda, para uma dada temperatura, a energia radiante emitida pelo corpo negro é máxima para cada comprimento de onda e direção.

Considere um corpo negro, a uma temperatura T , envolvido por um detector hemisférico que capta radiação térmica com comprimento de onda λ dentro de uma faixa $d\lambda$ (Figura 2.2).

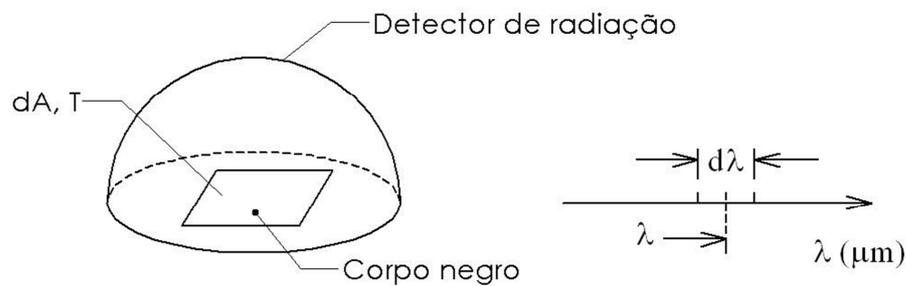


Figura 2.2 – Corpo negro envolvido por um detector hemisférico.

O poder emissivo espectral hemisférico de corpo negro – $e_{\lambda b}(\lambda, T)$ ($\text{W}/\text{m}^2\mu\text{m}$), cuja dependência em relação ao comprimento de onda é dada pela distribuição espectral de Planck (Equação 2.1), é a energia emitida por uma superfície negra, por unidade de tempo, por unidade de área e por unidade de intervalo de comprimento de onda $d\lambda$, em torno de λ .

$$e_{\lambda b}(\lambda, T) = \frac{2\pi C_1}{\lambda^5 (e^{C_2/\lambda T} - 1)} \quad (2.1)$$

onde T (K) é a temperatura, λ (μm) é o comprimento de onda e C_1 e C_2 são constantes que valem, respectivamente: $0,59552137 \times 10^8 \text{ W}\mu\text{m}^4/(\text{m}^2\text{sr})$ e $1,4387752 \times 10^4 \mu\text{mK}$.

Da integração da distribuição espectral de Planck, em todos os comprimentos de onda, resulta a relação conhecida como lei de Stefan-Boltzmann (Equação 2.2).

$$e_b = \sigma T^4 \quad (2.2)$$

onde e_b (W/m^2) é o poder emissivo total do corpo negro e $\sigma = 5,6704 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2\text{K}^4)$ é a constante de Stefan-Boltzmann.

2.2 Trocas radiantes em uma cavidade com paredes cinza e difusas

Quando a radiação térmica incide sobre uma superfície, parcelas da energia incidente podem ser refletidas, absorvidas e/ou transmitidas. Na Figura 2.3, q_i representa a radiação térmica total incidente e, as parcelas absorvida, refletida e transmitida são designadas por: $q_{i,a}$, $q_{i,r}$, e $q_{i,t}$, respectivamente.

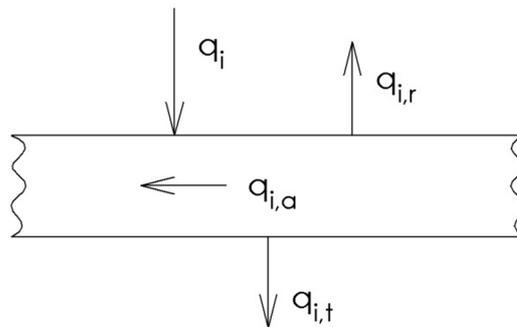


Figura 2.3 – Absorção, reflexão e transmissão da energia incidente em uma superfície.

As propriedades que serão tratadas a seguir estão relacionadas com a emissão, absorção, reflexão e transmissão da radiação térmica em uma superfície.

2.2.1 Propriedades de superfícies cinza e difusas

Considerando-se superfícies cinzas-difusas, as propriedades não dependerão do comprimento de onda e das direções. Assim, da Lei de Kirchhoff, a emissividade será igual à absorvidade ($\varepsilon = \alpha$) e, se a superfície for opaca (transmissividade nula, $\tau = 0$), a refletividade ρ será:

$$\rho = 1 - \varepsilon \quad (2.3)$$

A emissividade, ε , especifica quão bem um corpo real emite energia quando comparado com um corpo negro. Na prática, relaciona a energia emitida por uma superfície, e

(W/m²), com a energia emitida por um corpo negro na mesma temperatura, T (K), da superfície. Assim:

$$\varepsilon = \frac{e}{e_b} \quad (2.4)$$

onde o poder emissivo de corpo negro é dado pela lei de Stefan-Boltzmann, $e_b = \sigma T^4$.

A absorptividade, α , é definida como a fração da energia incidente em um corpo que é por ele absorvida. Pode ser interpretada como a razão entre a energia absorvida por uma superfície $q_{i,a}$ (W/m²) e a energia incidente q_i (W/m²).

$$\alpha = \frac{q_{i,a}}{q_i} \quad (2.5)$$

2.2.2 O balanço de energia em uma superfície

Para o cálculo do balanço de energia em uma superfície é muito conveniente considerar duas situações relacionadas à posição de uma fronteira imaginária. Na primeira, a fronteira imaginária (linha tracejada na Figura 2.4) está abaixo da superfície. Em uma segunda abordagem, considera-se que a fronteira está imediatamente acima da superfície (Figura 2.5). Em ambos os casos, admite-se regime estacionário.

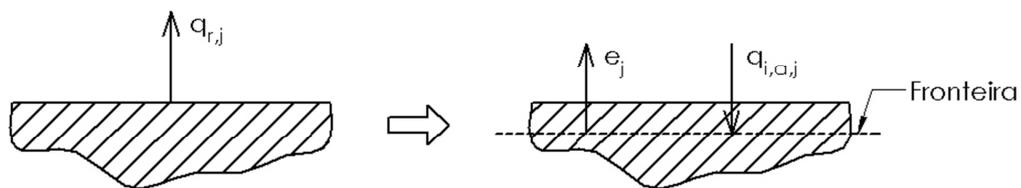


Figura 2.4 – Balanço de energia em uma superfície: primeira abordagem.

Na primeira abordagem, o fluxo de calor radiante na superfície j , $q_{r,j}$ (W/m²), é a diferença entre emissão e_j (W/m²) e absorção $q_{i,a,j}$ (W/m²).

$$q_{r,j} = e_j - q_{i,a,j} \quad (2.6)$$

A equação anterior pode ser reescrita usando-se as expressões apresentadas na seção anterior para emissividade e absorvidade.

$$q_{r,j} = \varepsilon_j e_{b,j} - \varepsilon_j q_{i,j} \quad (2.7)$$

Na segunda abordagem, surge um termo novo. É a radiosidade, $q_{o,j}$ (W/m²), que inclui tanto as emissões quanto as reflexões em uma superfície.

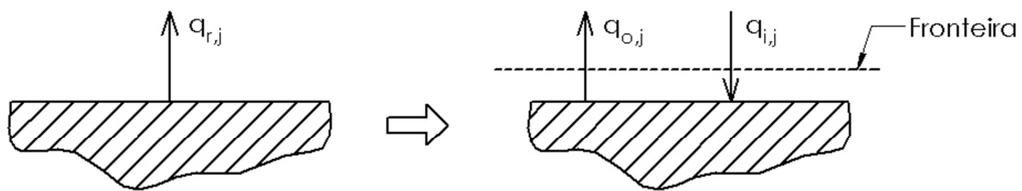


Figura 2.5 – Balanço de energia em uma superfície: segunda abordagem.

Portanto, neste caso, o fluxo de calor radiante, $q_{r,j}$ (W/m²), será a diferença entre a radiosidade e a irradiação, $q_{i,j}$ (W/m²) – energia incidente.

$$q_{r,j} = q_{o,j} - q_{i,j} \quad (2.8)$$

Combinando-se as Equações 2.7 e 2.8 para eliminar $q_{r,j}$, obtém-se uma relação que ratifica a definição de radiosidade.

$$q_{o,j} = \underbrace{\varepsilon_j e_{b,j}}_{\text{emissão}} + \underbrace{(1 - \varepsilon_j) q_{i,j}}_{\text{reflexão}} \quad (2.9)$$

2.2.3 Estratégia para solução de cavidades radiantes – o método das radiosidades

Se duas superfícies têm temperaturas e propriedades uniformes, a fração de energia que deixa uma superfície de área A_i e chega à outra superfície de área A_j pode ser calculada em termos do fator de forma.

Na Figura 2.6, os elementos de área dA_i e dA_j estão separados por uma distância S , que forma um ângulo θ_i , θ_j com uma normal a cada um dos elementos de área.

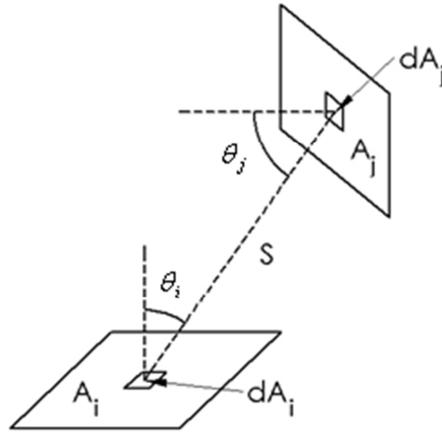


Figura 2.6 – Fator de forma entre duas superfícies.

Para o caso da Figura 2.6, o fator de forma entre os elementos de área dA_i e dA_j , F_{i-j} , pode ser calculado através da seguinte equação:

$$F_{i-j} = \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi S^2} dA_j dA_i \quad (2.10)$$

O fator de forma entre os elementos de área dA_j e dA_i , F_{j-i} , é obtido através da relação conhecida como regra da reciprocidade.

$$A_i F_{i-j} = A_j F_{j-i} \quad (2.11)$$

Seja uma cavidade composta por N superfícies (Figura 2.7) na qual se deseja avaliar a energia incidente em cada uma delas. Se a energia conserva-se, a energia emitida por cada superfície é completamente absorvida pelas demais. A análise da conservação da energia em uma cavidade leva ao resultado de que a soma de todos os fatores de forma, a partir de uma superfície k , seja igual à unidade.

$$\sum_{j=1}^N F_{k-j} = 1 \quad (2.12)$$

onde a equação anterior é conhecida como regra do somatório em cavidades.

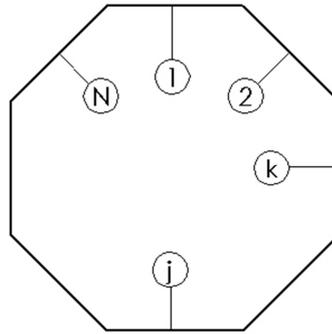


Figura 2.7 – Cavidade composta por N superfícies.

A irradiação em uma superfície j , $Q_{i,j}$ (W), contém a energia incidente de todas as superfícies da cavidade. Então:

$$Q_{i,j} = \sum_{k=1}^N Q_{k \rightarrow j} \quad (2.13)$$

Assim, o lado direito da Equação 2.13 pode ser escrito em termos do fator de forma F_{k-j} , que leva em conta a quantidade de energia que sai de uma superfície k – emissões mais reflexões (radiosidade $q_{o,k}$ em W/m²) – e é interceptada pela superfície j .

$$Q_{i,j} = \sum_{k=1}^N F_{k-j} A_k q_{o,k} \quad (2.14)$$

Da regra da reciprocidade $F_{k-j} A_k = F_{j-k} A_j$. Logo:

$$Q_{i,j} = \sum_{k=1}^N F_{j-k} A_j q_{o,k} \quad (2.15)$$

$$\frac{Q_{i,j}}{A_j} = \sum_{k=1}^N F_{j-k} q_{o,k} \quad (2.16)$$

$$q_{i,j} = \sum_{k=1}^N F_{j-k} q_{o,k} \quad (2.17)$$

Introduzindo-se o termo referente à irradiação (equação anterior) nas Equações 2.8 e 2.9 (equações de balanço encontradas na seção anterior), obtêm-se as duas equações necessárias para resolver a cavidade radiante. Escreve-se uma equação para cada superfície que compõem a cavidade. Se a condição de contorno for de temperatura prescrita, usa-se a Equação 2.18 caso contrário, se for de fluxo de calor radiante prescrito, usa-se a Equação 2.19. Forma-se um sistema de equações onde a única incógnita é a radiosidade da superfície.

$$q_{o,j} = \varepsilon_j e_{b,j} + (1 - \varepsilon_j) \sum_{k=1}^N F_{j-k} q_{o,k} \quad (2.18)$$

$$q_{o,j} = q_{r,j} + \sum_{k=1}^N F_{j-k} q_{o,k} \quad (2.19)$$

Ressalta-se que, naturalmente, este capítulo não esgotou os assuntos referentes à radiação térmica e cavidades, pois foram apresentados apenas alguns tópicos de interesse deste trabalho. Informações adicionais podem ser encontradas em Siegel e Howell, 2002, e Modest, 1993.

3 MÉTODO DA OTIMIZAÇÃO EXTREMA GENERALIZADA

Matematicamente, problemas inversos envolvendo transferência de calor são mal postos [Özisik e Orlande, 2000], em outras palavras, a solução não é estável ou qualquer perturbação, mesmo que pequena, nos dados resultantes muda significativamente a solução [Daun et al., 2002].

Um problema é matematicamente mal posto se a solução não satisfaz pelo menos uma das condições de Hadamard [Petrov e Sizikov, 2005]:

- Existência (existe uma solução);
- Unicidade (a solução é única);
- Solução com dependência contínua dos dados de entrada.

Os métodos de otimização substituem um problema mal condicionado por um problema bem posto, que deve ser resolvido repetidamente através de uma aproximação para uma solução ótima [Sarvari, 2005]. Existem dois grupos de técnicas; o primeiro engloba métodos determinísticos, tais como Newton-Raphson e Levenberg-Marquardt, e o segundo, os métodos estocásticos, tais como Recozimento Simulado, Algoritmos Genéticos e o Método da Otimização Extrema Generalizada. Colaço et al., 2006, apresentam uma discussão envolvendo estes dois grupos de técnicas.

O método de Newton é iterativo e usa aproximação de segunda ordem em série de Taylor da função que se deseja minimizar, portanto, é necessário o conhecimento da primeira e segunda derivadas da referida função em qualquer ponto. Do ponto de vista prático, a atividade de diferenciação pode ser demorada e nem sempre é simples. Modificações como Quasi-Newton aumentam a aplicabilidade do método [Fletcher, 2000], mas ainda carregam as desvantagens das derivadas.

O algoritmo de Levenberg-Marquardt é uma técnica iterativa que representa uma evolução do método de Gauss-Newton [Sun e Yuan, 2006]. A minimização de uma função de muitas variáveis é expressa em termos da soma dos mínimos quadrados. Atrelado a este método, está o computo da matriz Jacobiana, que é realizado basicamente através do cálculo de derivadas.

Os Algoritmos Genéticos, que incorporam princípios da genética e da evolução das espécies, são ferramentas muito úteis em problemas de otimização; além disso, adaptam-se bem a várias classes de problemas [Sivanandam e Deepa, 2008]. Assim como o Algoritmo Genético, o Recozimento Simulado, que tem sua origem na analogia entre o processo físico

Para cada espécie (bit) é associado um número de adaptabilidade, que é proporcional ao ganho (ou perda) em uma função objetivo ao inverter-se um bit. Pode-se definir a função objetivo de várias formas, mas neste trabalho optou-se por uma baseada na soma de mínimos quadrados. Todos os bits são distribuídos em níveis de acordo com a adaptabilidade. O bit menos adaptado é colocado no nível um e o mais adaptado no nível L . E a inversão (mutação) dos bits é controlada pela distribuição de probabilidades dada pela Equação 3.1, onde k é o nível em que o bit foi posicionado e τ é um parâmetro ajustável positivo. A introdução do parâmetro τ permite que o algoritmo selecione qualquer variável para sofrer mutação, mas privilegia aquelas com menor adaptabilidade.

$$P(k) \propto k^{-\tau}, \quad 1 \leq k \leq L \quad (3.1)$$

O processo descrito anteriormente repete-se até que seja atingido um determinado critério de parada. A melhor configuração de bits será aquela que fornecer o melhor valor para a função objetivo.

Para cada variável de projeto calcula-se o número mínimo de bits, m , necessários a fim de garantir certa precisão, p . As variáveis serão codificadas pelo maior valor de m . O comprimento da sequência binária é dado pelo produto do número de variáveis, N , pelo número de bits ($L = Nm$).

$$2^m \geq \frac{x_{i_sup} - x_{i_inf}}{p} + 1 \quad (3.2)$$

Na Equação 3.2, x_{i_sup} e x_{i_inf} são os limites superior e inferior, respectivamente, da variável i , com $i = 1, N$. O valor físico de cada variável de projeto é definido pela Equação 3.3, onde I_i é um número inteiro obtido na transformação da variável i da representação binária para decimal.

$$x_i = x_{i_inf} + (x_{i_sup} - x_{i_inf}) \frac{I_i}{2^m - 1} \quad (3.3)$$

Para aplicação do algoritmo GEO seguem-se as seguintes etapas:

- 1) Inicializa-se aleatoriamente uma sequência binária de comprimento L que codifique todas as N variáveis de projeto ($L = Nm$). Calcula-se o valor da função objetivo, F , para a configuração inicial dos bits, C . Fazer $C_{\text{melhor}} = C$ e $F_{\text{melhor}} = F$.
- 2) Para cada bit j ($1 \leq j \leq L$) da sequência binária, em uma dada iteração: a) Inverte-se o bit (de 0 para 1 ou 1 para 0) e calcula-se o valor da função objetivo F_j para a configuração C_j ; b) Associa-se um valor correspondente a adaptabilidade (variação no valor da função objetivo) $\Delta F_j = F_j - F_{\text{melhor}}$, que indica o ganho relativo (ou perda) quando o bit é invertido, e compara-se com o melhor valor da função objetivo encontrado até aqui; c) Retorna-se o bit para seu valor inicial.
- 3) Ordenam-se os bits de acordo com seus valores de adaptabilidade, $k = 1$ para o menos adaptado e $k = L$ para o mais adaptado. Em problemas de minimização, os bits com maiores valores de ΔF_j ocuparão níveis mais altos, e vice-versa para problemas de maximização. Se dois ou mais bits possuem o mesmo valor para a adaptabilidade, deve-se distribuí-los aleatoriamente com distribuição uniforme.
- 4) Escolhe-se um bit para sofrer mutação (inverter-se de 0 para 1, ou de 1 para 0). Gera-se um número aleatório RAN, com distribuição uniforme no intervalo $[0,1]$. Se $k^{-\tau}$ for maior ou igual à RAN, confirma-se a inversão do bit. Caso contrário, escolhe-se outro bit e repete-se o processo até se obter a mutação.
- 5) Quando for confirmada a alteração do bit j na etapa anterior, faz-se $C = C_j$ e $F = F_j$.
- 6) Se $F < F_{\text{melhor}}$, para problemas de minimização, ou $F > F_{\text{melhor}}$, para problemas de maximização, faz-se: $F_{\text{melhor}} = F$ e $C = C_{\text{melhor}}$.
- 7) Repetem-se as etapas de (2) a (6) até que o critério de parada adotado seja atingido.
- 8) Retornam-se os valores de C_{melhor} e F_{melhor} .

4 MÉTODO DE REGULARIZAÇÃO TSVD

Os métodos de otimização foram apresentados como uma alternativa para solução de problemas mal postos. Mas além deles, existem os métodos de regularização, cuja ideia central é transformar o problema mal posto em bem-posto através da introdução de informações adicionais, que visam estabilizá-lo.

Existem muitos métodos de regularização, dentre os quais se podem citar: Decomposição em Valores Singulares Truncada (TSVD), MTSVD (TSVD modificado), regularização Tikhonov e o método dos Gradientes Conjugados (CGM). Neste texto, será discutido em detalhe somente o método TSVD; informações adicionais sobre os demais métodos podem ser encontradas em Press et al., 1992, e Hansen, 1998.

Neste capítulo, também vale o que foi discutido sobre os métodos de otimização no que se refere à escolha do método. Cada técnica de regularização apresenta vantagens e desvantagens dependendo da aplicação, neste contexto vale consultar França et. al, 2002, e Howell et al., 2003, que mostram aplicações desses métodos em vários problemas. A escolha fica a cargo da adequação do método ao problema que se está tratando.

Nesta dissertação foi empregado o método de regularização TSVD que, no trabalho de Schneider e França, 2004, mostrou bons resultados para problemas de radiação térmica em cavidades. O método TSVD é consequência direta da aplicação da Decomposição em Valores Singulares (SVD).

O método SVD está baseado em um teorema da álgebra linear segundo o qual qualquer matriz $\mathbf{A} \in R^{m \times n}$ cujo número de linhas é maior ou igual ao número de colunas pode ser decomposta em [Datta, 1995]:

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}\mathbf{W}\mathbf{V}^T \quad (4.1)$$

onde as matrizes $\mathbf{U} = (\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_n) \in R^{m \times n}$ e $\mathbf{V} = (\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_n) \in R^{n \times n}$ são ortogonais. Isto é, os vetores \mathbf{u}_i e \mathbf{v}_i formam uma base ortogonal. Os vetores singulares $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_n$ são os autovetores da matriz $\mathbf{A}\mathbf{A}^T$ enquanto que os vetores singulares $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_n$ são os autovetores da matriz $\mathbf{A}^T\mathbf{A}$. Em decorrência da condição de ortogonalidade:

$$\mathbf{u}_i \cdot \mathbf{u}_j = \mathbf{v}_i \cdot \mathbf{v}_j = \begin{cases} 1 & \text{se } i = j \\ 0 & \text{se } i \neq j \end{cases} \quad (4.2)$$

Na Equação 4.1, a matriz $\mathbf{W} \in R^{n \times n}$ é uma matriz diagonal formada pelos valores singulares σ_i de \mathbf{A} . Os valores singulares, números positivos arranjados em ordem decrescente ($\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_n \geq 0$), singulares são as raízes quadradas positivas dos autovalores da matriz $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ (ou $\mathbf{A} \mathbf{A}^T$). O posto da matriz \mathbf{A} é igual ao número de valores singulares não nulos.

Existem, de acordo com os valores singulares, duas classes de problemas distintos [Hansen, 1998]:

- Problemas com posto deficiente – neste caso existe uma diferença bem determinada e grande na série de valores singulares, indicando que algumas linhas ou colunas da matriz \mathbf{A} são aproximadamente linearmente dependentes.
- Problemas discretamente mal postos – ocorrem, por exemplo, na discretização numérica da equação integral de Fredholm de primeira espécie. Os valores singulares decaem para números muito pequenos e não existe uma diferença distinta entre os maiores e menores.

Com a aplicação da decomposição em valores singulares o vetor solução (\mathbf{x}) do sistema $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ pode ser escrito como uma combinação linear dos vetores \mathbf{v}_i , onde os coeficientes são dados por $\mathbf{u}_i^T \mathbf{b} / \sigma_i$.

$$\mathbf{x} = \sum_{i=1}^n \frac{\mathbf{u}_i^T \mathbf{b}}{\sigma_i} \mathbf{v}_i \quad (4.3)$$

O método TSVD é uma técnica de regularização para a solução de problemas mal condicionados, que segue diretamente da solução SVD de problemas singulares. Se o sistema de equações é singular, alguns dos valores singulares da matriz \mathbf{A} serão exatamente zero.

A solução SVD é obtida eliminando-se da combinação linear da Equação 4.3, os termos relacionados aos valores singulares nulos. Em outras palavras, a regularização TSVD consiste em substituir a matriz \mathbf{A} pela matriz \mathbf{A}_p , onde p é o parâmetro de regularização.

Segue da regularização, uma nova combinação linear na qual os valores singulares, $\sigma_p, \sigma_{p+1}, \dots, \sigma_n$, não estarão presentes.

$$\mathbf{x}_p = \sum_{i=1}^p \frac{\mathbf{u}_i^T \mathbf{b}}{\sigma_i} \mathbf{v}_i \quad (4.4)$$

Como qualquer método de regularização, o TSVD tenta estabilizar a solução de um problema mal condicionado, apesar de lhe introduzir um erro residual $\mathbf{r} = |\mathbf{A}_p \mathbf{x} - \mathbf{b}|$. A estabilização ocorre devido à eliminação dos termos de alta ordem, aqueles relacionados aos valores singulares nulos, no sistema de equações $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$.

5 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA INVERSO

Neste trabalho, assume-se o seguinte: a cavidade é composta por superfícies cinza e difusas que, divididas em elementos suficientemente pequenos, garantem condições de contorno térmicas uniformes, e só há troca de calor direta entre as superfícies (o meio é transparente).

Siegel e Howell, 2002, fornecem vários métodos para solução do problema direto envolvendo transferência de calor por radiação em cavidades. Devido à praticidade e simplicidade, o método das radiosidades será empregado.

Neste método deve-se conhecer, para cada superfície que compõem a cavidade, uma condição de contorno (temperatura ou fluxo de calor radiante) de acordo com a qual se escreve a equação para a radiosidade. Para temperatura prescrita adota-se a Equação 2.18, já para fluxo de calor radiante prescrito usa-se a Equação 2.19.

Como resultado da aplicação do método tem-se um sistema cujo número de equações dependerá da quantidade de elementos em cada superfície da cavidade. Resolvido o sistema de equações das radiosidades, determinam-se as condições de contorno desconhecidas.

As equações empregadas no método das radiosidades já foram apresentadas (Equações 2.18 e 2.19), mas é conveniente reescreve-las em função das radiosidades adimensionais, $Q_{o,j}$. Considerando-se uma superfície com N elementos ($j = 1, \dots, N$), as Equações 5.1 e 5.2 aplicadas, respectivamente, para temperatura adimensional prescrita, t_j , e para fluxo de calor adimensional prescrito, $Q_{r,j}$, serão:

$$Q_{o,j} = \varepsilon_j t_j^4 + (1 - \varepsilon_j) \sum_{k=1}^N F_{j-k} Q_{o,k} \quad (5.1)$$

$$Q_{o,j} = Q_{r,j} + \sum_{k=1}^N F_{j-k} Q_{o,k} \quad (5.2)$$

aqui, fluxo de calor e radiosidades adimensionais são dados por: $Q = q / \sigma T_{\text{prescrita}}^4$. E a temperatura adimensional é definida como: $t = T / T_{\text{prescrita}}$, onde o termo $T_{\text{prescrita}}$ refere-se à temperatura prescrita na superfície de projeto. Desta forma, a temperatura adimensional na superfície de projeto será unitária.

Nos problemas inversos, deseja-se determinar a causa que produz um determinado efeito. Esta dissertação aborda um caso clássico de problema inverso: deseja-se saber a distribuição espacial e o fluxo de calor em aquecedores (causas) que garantirá uniformidade de fluxo de calor e temperatura em uma superfície (efeitos). Ou seja, partindo-se das condições de saída do problema buscam-se as condições de entrada.

O problema que será detalhado a seguir envolve um conjunto de equações mal condicionadas cuja solução por técnicas convencionais não é capaz de fornecer resultados fisicamente aceitáveis.

5.1 Definição do problema

A cavidade retangular esquematizada na Figura 5.1 é formada por superfícies cinzas e difusas. As dimensões, comprimento, largura e altura, são designadas por L , W e H , respectivamente. A superfície de projeto, onde o fluxo de calor e a temperatura são prescritos, está localizada na base da cavidade. Os aquecedores são posicionados no topo e as superfícies laterais são mantidas isoladas.

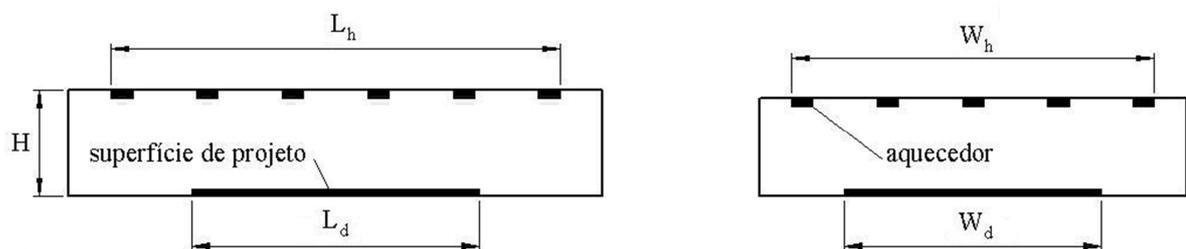


Figura 5.1 – Vistas da cavidade retangular tridimensional.

A Figura 5.2 mostra a divisão da cavidade em elementos de mesmo tamanho $\Delta x = \Delta y = \Delta z$. Devido à simetria do problema, somente um quarto da cavidade será considerado. Ainda, a superfície de projeto não cobre toda a extensão da base da cavidade, pois as regiões próximas aos cantos são afetadas principalmente por reflexões das paredes laterais e não pela radiação térmica proveniente dos elementos dos aquecedores na superfície superior.

Em função das condições de contorno, será escrita uma equação para a radiosidade em cada elemento da cavidade. No problema inverso, os elementos da superfície de projeto, jd , possuem duas condições de contorno prescritas (temperatura e fluxo de calor). Os elementos

das paredes, jw , estão isolados. Nos elementos jh , que representam aquecedores, as condições de contorno são desconhecidas. Essas condições dificultam a aplicação de uma técnica convencional na solução do sistema de equações.

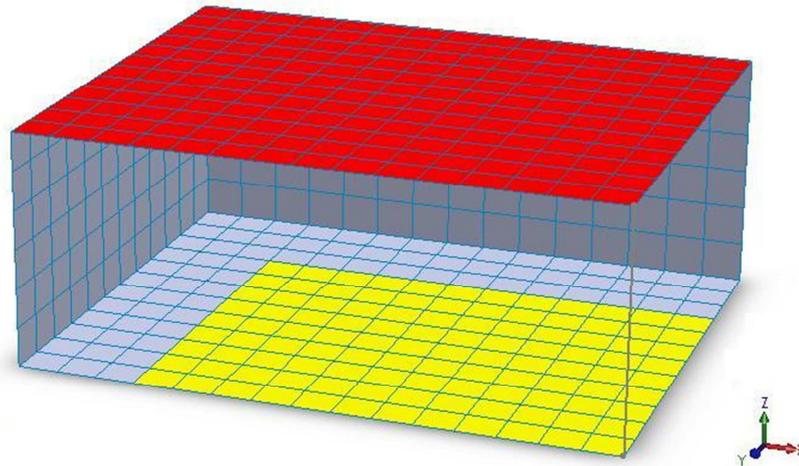


Figura 5.2 – Discretização do domínio computacional (superfície de projeto em amarelo).

Nos elementos da superfície de projeto, devem ser aplicadas as Equações 5.1 e 5.2, pois, como mencionado anteriormente, na superfície de projeto duas condições de contorno estão aplicadas.

Logo, a Equação 5.2 será reescrita da seguinte forma:

$$\sum_{k=1}^N F_{j-k} Q_{o,k} = Q_{o,j} - Q_{r,j} \quad (5.3)$$

Substituindo-se a equação anterior na Equação 5.1 obtém-se:

$$Q_{o,j} = \varepsilon_j t_j^4 + (1 - \varepsilon_j)(Q_{o,j} - Q_{r,j}) \quad (5.4)$$

Da manipulação da Equação 5.4 obtém-se, finalmente, uma equação para os elementos da superfície de projeto, jd :

$$Q_{o,jd} = \varepsilon_{jd} t_{jd}^4 - \frac{(1 - \varepsilon_{jd})}{\varepsilon_{jd}} Q_{r,jd} \quad (5.5)$$

A dificuldade do problema reside no fato de que elementos que representam aquecedores não têm nenhuma condição de contorno imposta. Para contornar esta dificuldade, pode-se usar a Equação 5.2 escrita para os elementos da superfície de projeto (jd), ou seja,

$$\sum_{jh} F_{jd-jh} Q_{o,jh} + \sum_{jw} F_{jd-jw} Q_{o,jw} = (Q_{o,jd} - Q_{r,jd}) \quad (5.6)$$

Apenas por conveniência, na Equação 5.6, o somatório foi desdobrado em dois termos para separar a parcela referente aos elementos das paredes (jw) daquela que contém os elementos dos aquecedores (jh). Assim:

$$\sum_{jh} F_{jd-jh} Q_{o,jh} = (Q_{o,jd} - Q_{r,jd}) - \sum_{jw} F_{jd-jw} Q_{o,jw} \quad (5.7)$$

O sistema de equações anterior tem jd equações e jh incógnitas, e representa a discretização da equação integral de Fredholm de primeira espécie. A equação integral de Fredholm de primeira espécie é um exemplo clássico de problema linear mal posto [Hansen, 1998] e pode ser escrita na forma genérica:

$$\int_0^1 K(s,t) f(t) dt = g(s), \quad 0 \leq s \leq 1 \quad (5.8)$$

onde a função g e o núcleo (ou *kernel*) K são funções conhecidas, enquanto que f é a solução do problema.

Em uma solução numérica, a equação integral de Fredholm de primeira espécie forma um sistema linear de equações mal condicionadas ($\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$) devido à discretização do domínio computacional. A matriz dos coeficientes, \mathbf{A} , é a discretização do núcleo, que define o sistema, o vetor \mathbf{b} representa as informações disponíveis (saídas) e o vetor \mathbf{x} contém as incógnitas (entradas).

Se algumas das equações do sistema forem aproximadamente linearmente dependentes a solução por métodos convencionais, tais como eliminação gaussiana ou decomposição LU não fornecerá resposta fisicamente aceitável [França et. al., 2002]. Como alternativa pode-se usar a técnica conhecida como Decomposição em Valores Singulares (SVD), que permite um diagnóstico do sistema e pode conduzir a respostas numéricas aceitáveis [Press et al., 1992].

Comparando-se a Equação 5.7 com o sistema de equações $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, pode-se identificar que a matriz \mathbf{A} , matriz dos coeficientes, é constituída pelos fatores de forma entre os elementos da superfície de projeto e os elementos dos aquecedores, onde o número de linhas da matriz dos coeficientes é igual ao número de elementos na superfície de projeto (jd). Por outro lado, o número de aquecedores (jh) é igual ao número de colunas da referida matriz.

$$(a)_{jd,jh} = F_{jd-jh} \quad (5.9)$$

onde $(a)_{jd,jh}$ são os elementos da matriz \mathbf{A} .

O vetor solução, \mathbf{x} , é composto pelas radiosidades dos elementos que contêm aquecedores (jh). Portanto, este vetor coluna tem o número de linhas igual à quantidade de aquecedores.

$$x_{jh} = Q_{o,jh} \quad (5.10)$$

onde x_{jh} são os elementos do vetor \mathbf{x} .

Finalmente, o lado direito da Equação 5.7 representa o vetor \mathbf{b} do sistema de equações. Como no caso anterior também se trata de um vetor coluna, mas o número de linhas é igual ao número de elementos na superfície de projeto (jd). Os elementos do vetor \mathbf{b} são designados por b_{jd} .

$$b_{jd} = (Q_{o,jd} - Q_{r,jd}) - \sum_{jw} F_{jd-jw} Q_{o,jw} \quad (5.11)$$

É de se esperar que, para aplicações mais realistas, o número de elementos na superfície de projeto (jd) seja maior do que o número de aquecedores. Em função disto, o sistema formado pelo conjunto de Equações 5.7 contará com mais equações do que incógnitas.

5.2 Detalhamento do processo de solução

Como observado na seção anterior, o problema apresentado nesta dissertação conta com características especiais, pois alguns elementos não possuem condições de contorno,

outros as têm em excesso, além disso, há dificuldades inerentes relacionadas à discretização da equação integral de Fredholm de primeira espécie. Some-se a tudo isso o fato de que os aquecedores não possuem posição fixa. Assim, faz-se necessário o desenvolvimento de um método capaz de tratar adequadamente estas dificuldades.

Existem algumas alternativas para a solução, dentre as quais se podem citar métodos de otimização e os de regularização. Tendo-se em vista as vantagens e limitações de cada método, optou-se por criar um algoritmo de solução mais robusto que, devido as suas características, foi denominado híbrido. Tal algoritmo foi desenvolvido usando-se o melhor dos dois métodos aplicados neste trabalho: o método GEO e a regularização TSVD. O primeiro busca as posições dos aquecedores, enquanto que o segundo calcula o fluxo de calor dos aquecedores em cada configuração gerada pelo GEO.

O método GEO e a regularização TSVD já foram apresentados anteriormente. Discute-se, neste momento, o funcionamento do método híbrido.

Inicialmente, usa-se um parâmetro de regularização unitário. O algoritmo GEO cria uma configuração aleatória para o posicionamento dos aquecedores e todos os fatores de forma são calculados.

A matriz \mathbf{A} é construída em função das posições ocupadas pelos aquecedores. Aplicam-se a regularização SVD e, conseqüentemente, a decomposição da matriz dos coeficientes.

Inicia-se o primeiro processo iterativo, que tem como objetivo minimizar $|\mathbf{Ax} - \mathbf{b}|$. Arbitra-se um valor para as radiosidades dos aquecedores.

As radiosidades nos elementos da superfície de projeto, $Q_{o,jd}$, são calculadas pela Equação 5.5. Inicia-se o segundo processo iterativo, no qual as radiosidades nos elementos isolados e o fluxo de calor nos elementos dos aquecedores, $Q_{r,jh}$, são calculados através da Equação 5.2. Encerra-se esta etapa iterativa ao atingir-se um critério de convergência.

Com as radiosidades, constrói-se o vetor \mathbf{b} (Equação 5.11) do sistema de equações.

A próxima etapa consiste em empregar o método TSVD no cálculo do vetor \mathbf{x}_p , que contém as radiosidades dos elementos dos aquecedores, $Q_{o,jh}$. Somente p valores singulares da matriz \mathbf{W} são mantidos. Aqui, encerra-se o primeiro processo iterativo, que é repetido até atingir-se a convergência.

Uma vez que se têm os valores das radiosidades e do fluxo de calor nos elementos dos aquecedores, verifica-se se estes são positivos. Uma questão prática exige que o fluxo de calor

nos aquecedores seja positivo, já as radiosidades devem ser positivas por razões físicas. Para garantir estas condições, diferentes valores de p são testados. Sempre que o parâmetro de regularização é atualizado retorna-se ao primeiro processo iterativo.

A partir dos valores do fluxo de calor nos elementos dos aquecedores, é efetuado o cálculo direto, que também é iterativo. Avalia-se a função objetivo, que neste trabalho leva em conta a diferença entre o fluxo de calor prescrito nos elementos jd da superfície de projeto, $Q_{r,\text{prescrito}}$, e o fluxo de calor calculado a partir do problema inverso, $Q_{r,jd}$.

$$F_{lsq} = \sqrt{\sum_{jd} (Q_{r,\text{prescrito}} - Q_{r,jd})^2} \quad (5.12)$$

No código híbrido, a função objetivo está sujeita às restrições impostas para as posições dos aquecedores $i_{x_inf} \leq i_x \leq i_{x_sup}$ (direção x) e $i_{y_inf} \leq i_y \leq i_{y_sup}$ (direção y). Se somente o algoritmo GEO for empregado, surge uma restrição adicional que se refere ao fluxo de calor nos aquecedores $Q_{r,jh_inf} \leq Q_{r,jh} \leq Q_{r,jh_sup}$.

O valor da função objetivo é retornado para o algoritmo GEO, que em cada inversão de bits retorna à etapa de construção da matriz \mathbf{A} e, conseqüentemente, aos processos iterativos descritos anteriormente. A troca de informações entre GEO e TSVD é efetuada até que seja atingido um determinado critério de parada estabelecido pelo usuário.

O código elaborado em Fortran (todos os cálculos são realizados com precisão dupla) segue as seguintes etapas:

- 1) Gerar uma configuração aleatória para as posições dos aquecedores;
- 2) Escrever a matriz \mathbf{A} e aplicar a decomposição em valores singulares;
- 3) Resolver o sistema de equações formado pelas radiosidades;
- 4) Escrever o vetor \mathbf{b} ;
- 5) Resolver o vetor \mathbf{x} aplicando a regularização TSVD;
- 6) Repetir os passos (3) a (5) para minimizar $|\mathbf{Ax}_p - \mathbf{b}|$;
- 7) Verificação da solução: se a solução for fisicamente aceitável avançar para a próxima etapa caso contrário, atualizar o parâmetro de regularização p e retornar a etapa (3);

- 8) Resolver o problema direto e usar o valor da função objetivo como entrada para o algoritmo GEO;
- 9) Gerar, no GEO, nova distribuição espacial para os aquecedores pela inversão de um bit e inserir no passo (2) do TSVD.
- 10) Repetir as etapas (2) à (9) até atingir o critério de parada adotado no GEO.

Na etapa (7) o parâmetro de regularização é atualizado para satisfazer a dois critérios. O primeiro é físico, as radiosidades devem ser positivas; o segundo, prático – o fluxo de calor nos elementos que representam aquecedores deve ser positivo. O valor do parâmetro de regularização, p , representa a quantidade de valores singulares que serão utilizados na construção da solução. Para cada inversão de bits existirá um único valor de p que atenderá aos dois critérios mencionados anteriormente. As inversões que não atendem aos critérios são eliminadas.

6 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste trabalho, a razão de aspecto da cavidade adotada é $W/L=0,8$; a altura adimensional $H/L=0,2$. Ainda em relação às dimensões da cavidade, é necessário fazer mais algumas considerações. A superfície de projeto não cobre toda a extensão da base da cavidade, pois as porções próximas aos cantos são afetadas principalmente por reflexões das paredes laterais e não pela radiação proveniente dos elementos dos aquecedores. Assim, as dimensões da superfície de projeto reduzem-se a: $L_d/L=0,8$ e $W_d/L=0,6$.

As superfícies que compõem a cavidade são cinza e difusas. As emissividades para a superfície de projeto, paredes e aquecedores são $\varepsilon_d=0,9$, $\varepsilon_w=0,5$, $\varepsilon_h=0,9$, respectivamente. Em função da simetria, foi resolvido somente um quarto da cavidade.

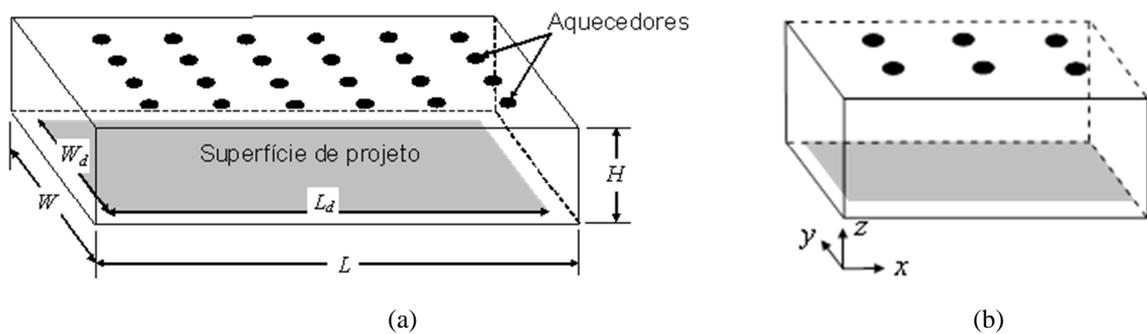


Figura 6.1 – (a) Cavidade tridimensional; e (b) representação da simetria.

Quanto às condições de contorno, são especificados fluxo de calor e temperatura uniformes nos elementos da superfície de projeto: $q_{\text{prescrito}} = -3,22 \times 10^3 \text{ W/m}^2$ e $T_{\text{prescrita}} = 673 \text{ K}$, respectivamente (esses valores são típicos de processos de recozimento e também foram adotados por Mossi et al., 2008). Usando-se a adimensionalização em relação à temperatura prescrita na superfície de projeto ($Q = q / \sigma T_{\text{prescrita}}^4$ e $t = T / T_{\text{prescrita}}$), as condições de contorno ficam: $t_{\text{prescrita}} = 1$ e $Q_{\text{prescrito}} = -0,277$. O sinal negativo no fluxo de calor vem da convenção de que calor adicionado ao sistema é positivo.

Os elementos que não fazem parte da superfície de projeto ou não representam aquecedores são considerados perfeitamente isolados termicamente, ou seja, $q_r = 0$. Nos elementos que contêm aquecedores, nenhuma condição de contorno é imposta.

Não serão apresentados resultados utilizando-se parâmetros diferentes dos mencionados anteriormente. Apesar disto, o método não está limitado às dimensões adotadas, valores das propriedades ou das condições de contorno especificadas.

A avaliação da solução é realizada em termos do erro no cálculo do fluxo de calor em um elemento da superfície de projeto ($Q_{r,jd}$), γ_{jd} , que pode ser avaliado pela equação:

$$\gamma_{jd} = \left| \frac{Q_{r,\text{prescrito}} - Q_{r,jd}}{Q_{r,\text{prescrito}}} \right| \quad (6.1)$$

6.1 Independência de malha

Uma análise de sensibilidade de malha através do código híbrido é muito complicada em função da quantidade de parâmetros envolvidos, mas essa dificuldade pode ser contornada se somente o cálculo direto, que utiliza o método das radiosidades (Seção 2.2.3), for empregado.

No problema direto, considerou-se a mesma cavidade apresentada no início deste capítulo. A única alteração está na superfície superior da cavidade onde todos os elementos representam aquecedores com fluxo de calor adimensional de 0,277.

O fluxo de calor na superfície de projeto foi monitorado em dois pontos, o primeiro localizado em uma extremidade da superfície de projeto; o segundo, no centro da mesma. A Figura 6.2 mostra a variação do fluxo de calor adimensional em relação ao aumento no número de elementos de área na superfície de projeto. A última malha, com cerca de 2500 elementos, requer dez vezes mais tempo do que a primeira, que tem aproximadamente 160 elementos. Uma malha com 1080 elementos (valor marcado com uma linha pontilhada na Figura 6.2) é bastante adequada, pois não aumentará muito o esforço computacional. Então, empregam-se 15, 12 e 6 divisões nas direções x , y e z , respectivamente.

Devido à simetria do problema, somente um quarto do domínio será resolvido. Assim, a base da cavidade possui 180 elementos (15×12) dentre os quais somente 108 fazem parte da superfície de projeto.

A malha influenciará diretamente no cálculo do número de bits (Equação 3.2) que é empregado no algoritmo GEO, pois é ela quem restringirá as posições dos aquecedores. Em função da malha empregada, o intervalo de variação da posição dos aquecedores em x e y é

[1,15] e [1,12], respectivamente. Como, na prática, somente o maior número de bits é utilizado para representar o problema, serão oito bits por variável em todos os casos considerados nesta dissertação (adotou-se precisão de 0,1).

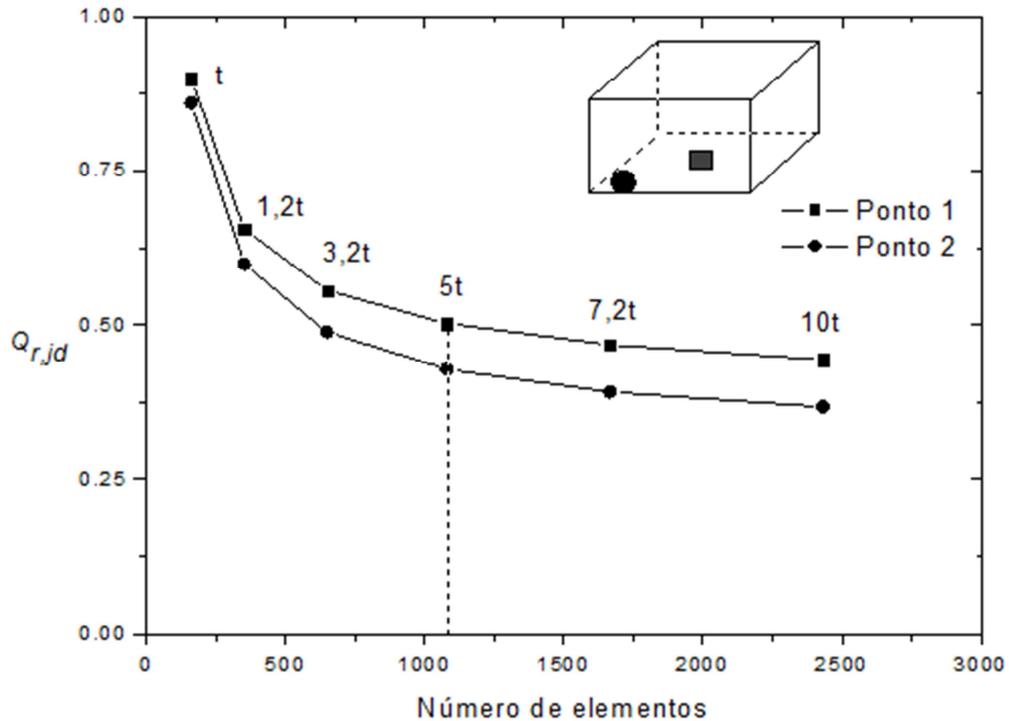


Figura 6.2 – Variação no fluxo de calor adimensional em dois pontos do domínio em função do número de elementos de área (t indica tempo computacional).

6.2 Variáveis dos problemas de otimização e regularização

Nesta dissertação, aparecem várias vezes os termos “número de avaliações da função objetivo” e “número de repetições”. São expressões que podem causar confusão, portanto serão definidas nesta etapa.

O número de avaliações da função objetivo está relacionado ao número de vezes que os bits de uma sequência binária são invertidos. Por exemplo, se cem bits representam um determinado problema de otimização e se diz que foram realizadas 2000 avaliações da função objetivo quer dizer que cada um dos bits foi invertido vinte vezes para a obtenção da solução.

Já o termo “número de repetições” está relacionado à quantidade de execuções independentes do código sendo que em cada uma delas os bits são inicializados aleatoriamente. Ou seja, cada execução retornará um valor diferente para a função objetivo.

Como a inversão dos bits é controlada pelo parâmetro τ , existe um valor de τ que minimiza a função objetivo. Assim, em todos os casos apresentados, o parâmetro foi mapeado no intervalo $[0,50; 2,50]$ com passos de 0,25. Constatou-se nos trabalhos de Cassol et al., 2008, e Cassol et al., 2009, que, em aplicações envolvendo radiação térmica, o parâmetro τ do algoritmo GEO está contido no intervalo supracitado. O valor da função objetivo será exibido como uma média de vinte execuções independentes do código híbrido. Para o valor de τ que minimiza a função objetivo, serão efetuadas dez execuções independentes, variando apenas o número de avaliações.

A Tabela 6.1 apresenta um resumo do número de variáveis nos problemas de otimização e de regularização que serão resolvidos nesta dissertação. No problema de dez aquecedores, por exemplo, se a solução for somente por regularização (TSVD) serão dez variáveis referentes ao fluxo de calor em cada aquecedor. Neste caso, as posições deverão ser prescritas. Para dez aquecedores e solução por otimização (GEO) serão três variáveis por aquecedor – duas variáveis de posição (direções x e y) mais uma variável de fluxo de calor. No caso de dez aquecedores e solução híbrida serão dez variáveis no problema de regularização (fluxo de calor em cada aquecedor) e vinte variáveis no problema de otimização (posições x e y de cada aquecedor).

Tabela 6.1 – Variáveis de otimização e regularização.

Algoritmo	Número de aquecedores	Variáveis no problema de regularização	Variáveis no problema de otimização (N)	Número de bits por variável (m)	Comprimento da sequência binária ($L = mN$)
TSVD	10	10	–	–	–
GEO	10	–	30	8	240
Híbrido	10	10	20	8	160
Híbrido	8	8	16	8	128
Híbrido	6	6	12	8	96

6.3 Implementações visando à maior eficiência do método híbrido

A partir de uma série de testes efetuados, constatou-se que uma das etapas que torna o algoritmo híbrido moroso é o fato de que para cada inversão de um bit o valor do parâmetro de regularização deve ser atualizado. No caso de dez aquecedores por quarto de cavidade, por exemplo, o código binário será composto por 160 bits. A cada inversão de bit, o parâmetro de

regularização pode variar de 1 a 10. Então em cada configuração do GEO o TSVD pode ser executado até 1600 vezes. Observou-se que, em geral, uma configuração de bits retorna um parâmetro de regularização maior ou igual do que a que a precedeu. Assim, optou-se por desprezar as inversões que retornarem soluções mais regularizadas (ou seja, com parâmetro de regularização menor) do que uma configuração previamente obtida. Esta alteração deu origem ao chamado código híbrido modificado.

Da Figura 6.3 verifica-se que a alteração no código híbrido produz uma pequena perda no valor da função objetivo a partir de 5000 avaliações. Por outro lado, constatou-se uma redução em 50% no tempo computacional. Assim, optou-se por preferir o código híbrido e empregar somente o código híbrido modificado que, a partir de agora, será tratado simplesmente como híbrido.

Na sequência, será avaliada a influência da variação no número de aquecedores na obtenção de uniformidade de fluxo de calor na superfície de projeto. Concomitantemente, serão comparados os resultados do código híbrido com aqueles obtidos somente por regularização ou otimização.

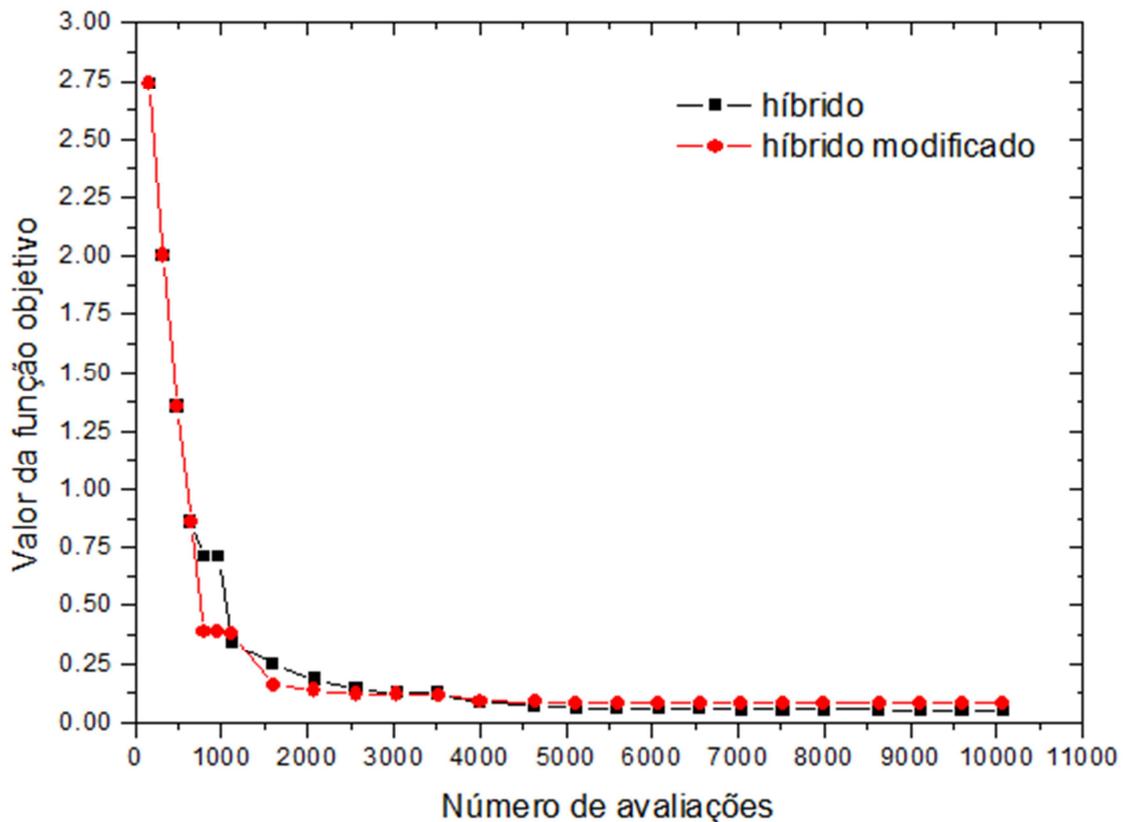


Figura 6.3 – Comparação entre os códigos híbrido e híbrido modificado.

6.4 Dez aquecedores por quarto de cavidade

Para dez aquecedores serão vinte variáveis (posição x e y para cada um dos aquecedores) no problema de otimização. Lembrando-se que as posições estão limitadas nos intervalos $[1,15]$ e $[1,12]$, serão necessários oito bits por variável para assegurar a precisão de 0,1. Como no algoritmo GEO todas as variáveis são codificadas em uma única sequência binária, o código terá cento e sessenta bits.

O método TSVD resolverá um sistema com 108 equações, referentes ao número de elementos na superfície de projeto, e dez incógnitas. O fato de haver mais equações independentes do que incógnitas torna impossível se chegar a uma solução exata. Contudo, como se sabe que esse tipo de problema leva a equações que são aproximadamente linearmente dependentes é possível obter soluções aproximadas.

6.4.1 Distribuição prescrita das fontes de calor

A solução somente pelo método de regularização TSVD exige que sejam fornecidas as posições dos aquecedores (serão testadas duas distribuições). No primeiro exemplo, dez aquecedores foram posicionados manualmente na superfície superior da cavidade e o sistema de equações foi resolvido através do método de regularização TSVD. A primeira distribuição espacial empregada está ilustrada na Figura 6.4, onde a área hachurada representa a superfície de projeto; os pontos circulares, os aquecedores e as linhas pontilhadas indicam simetria.

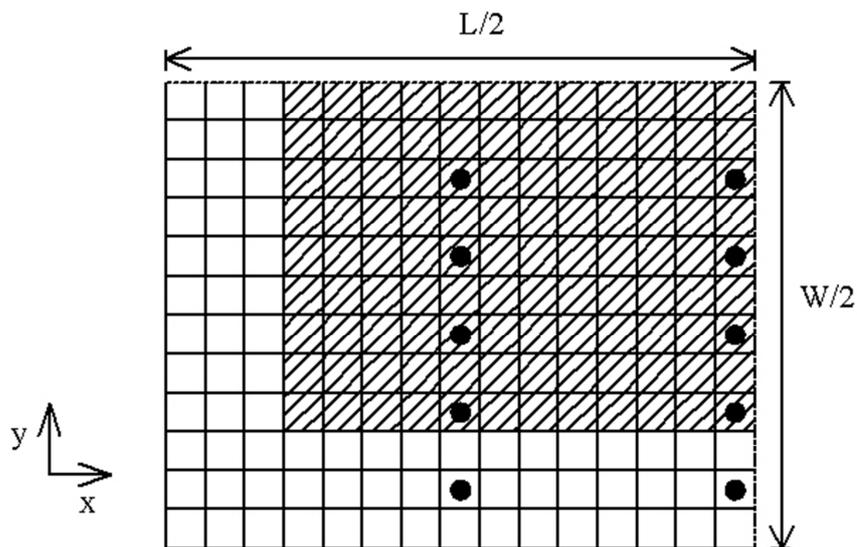


Figura 6.4 – Primeira distribuição prescrita para dez aquecedores.

Para a distribuição espacial dos aquecedores, o TSVD fornece o fluxo de calor necessário para satisfazer às duas condições de contorno impostas na superfície de projeto. A Tabela 6.2 apresenta os resultados para o fluxo de calor em função da variação no parâmetro de regularização. Com a distribuição considerada chega-se no máximo à $p = 4$, pois parâmetros de regularização maiores não fornecerão soluções fisicamente aceitáveis. Em todos os casos, os erros máximo, $\gamma_{m\acute{a}x}$, e médio, $\gamma_{m\acute{e}d}$, são muito elevados.

Tabela 6.2 – Solução para dez aquecedores com distribuição prescrita.

Posição		$p = 1$	$p = 2$	$p = 3$	$p = 4$
i_x	i_y	$Q_{r,jh}$	$Q_{r,jh}$	$Q_{r,jh}$	$Q_{r,jh}$
8	2	0,453	1,622	1,634	1,632
8	4	1,262	3,220	3,233	3,231
8	6	2,040	4,741	4,744	4,743
8	8	2,597	5,758	5,743	5,744
8	10	2,906	6,252	6,218	6,221
15	2	1,260	0,532	0,561	0,562
15	4	2,592	1,147	1,183	1,185
15	6	3,871	1,714	1,736	1,737
15	8	4,766	2,143	2,129	2,129
15	10	5,240	2,419	2,368	2,366
$\gamma_{m\acute{a}x}$		40,18	17,95	17,98	17,98
$\gamma_{m\acute{e}d}$		20,90	4,87	4,86	4,86

A Figura 6.5 apresenta os valores singulares. A decomposição da matriz **A** resulta em dez valores singulares, sendo que, para que radiosidades e fluxo de calor nos aquecedores sejam positivos, no melhor resultado obtido somente quatro valores singulares são empregados para a construção da solução.

Para a distribuição espacial empregada, o fluxo de calor obtido na superfície de projeto não é uniforme. Nos casos de $p = 2$ (Figura 6.7), $p = 3$ (Figura 6.8) e $p = 4$ (Figura 6.9) tem-se um perfil idêntico. Já para $p = 1$, tem-se um erro máximo de 40%, que é evidenciado pela Figura 6.6, onde se percebe uma grande diferença entre o valor prescrito na superfície de projeto ($Q_{r,jd} = 0,277$) e o calculado em cada um dos elementos.

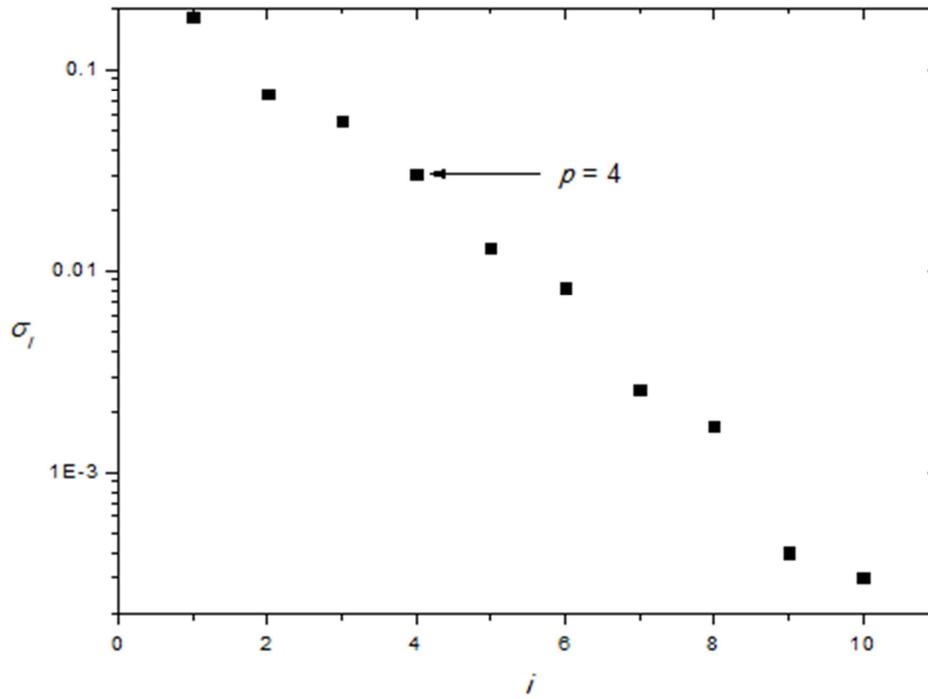


Figura 6.5 – Valor singulares para a distribuição prescrita. Soluções obtidas com parâmetro de regularização p superior a quatro conduz a resultados fisicamente irrealistas.

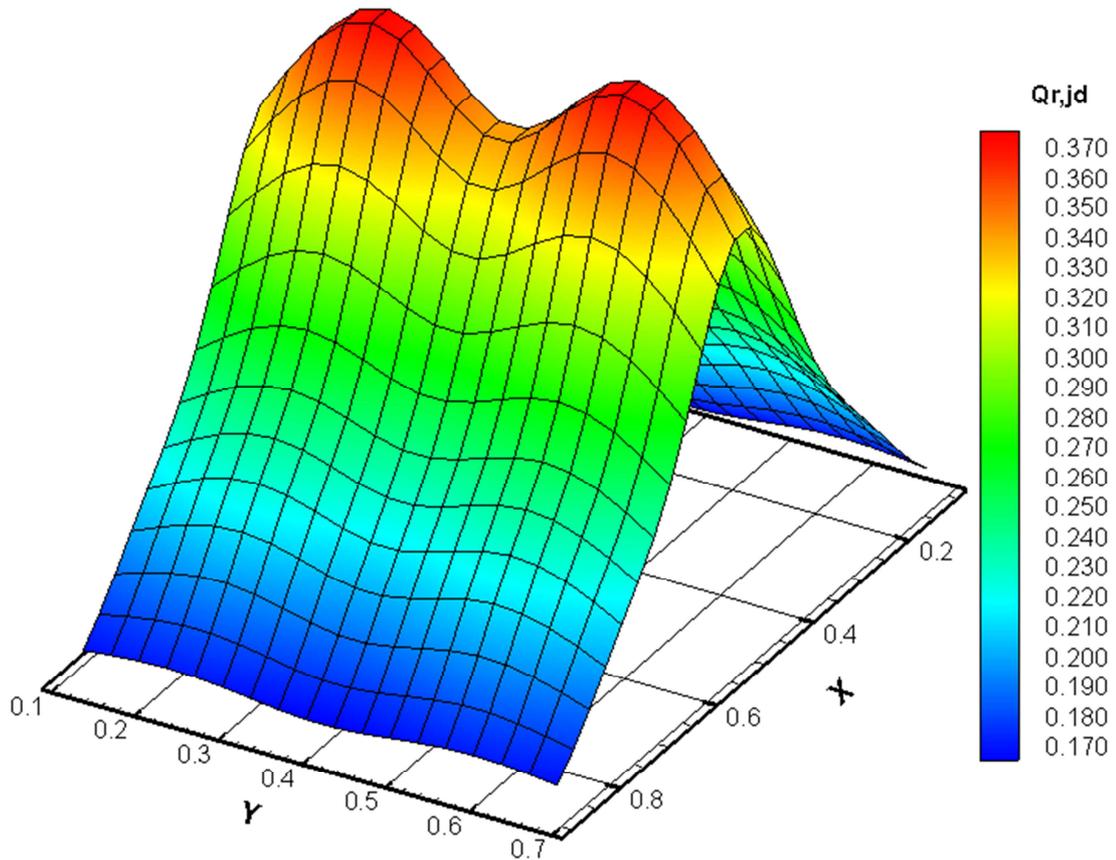


Figura 6.6 – Fluxo de calor adimensional na superfície de projeto para $p = 1$.

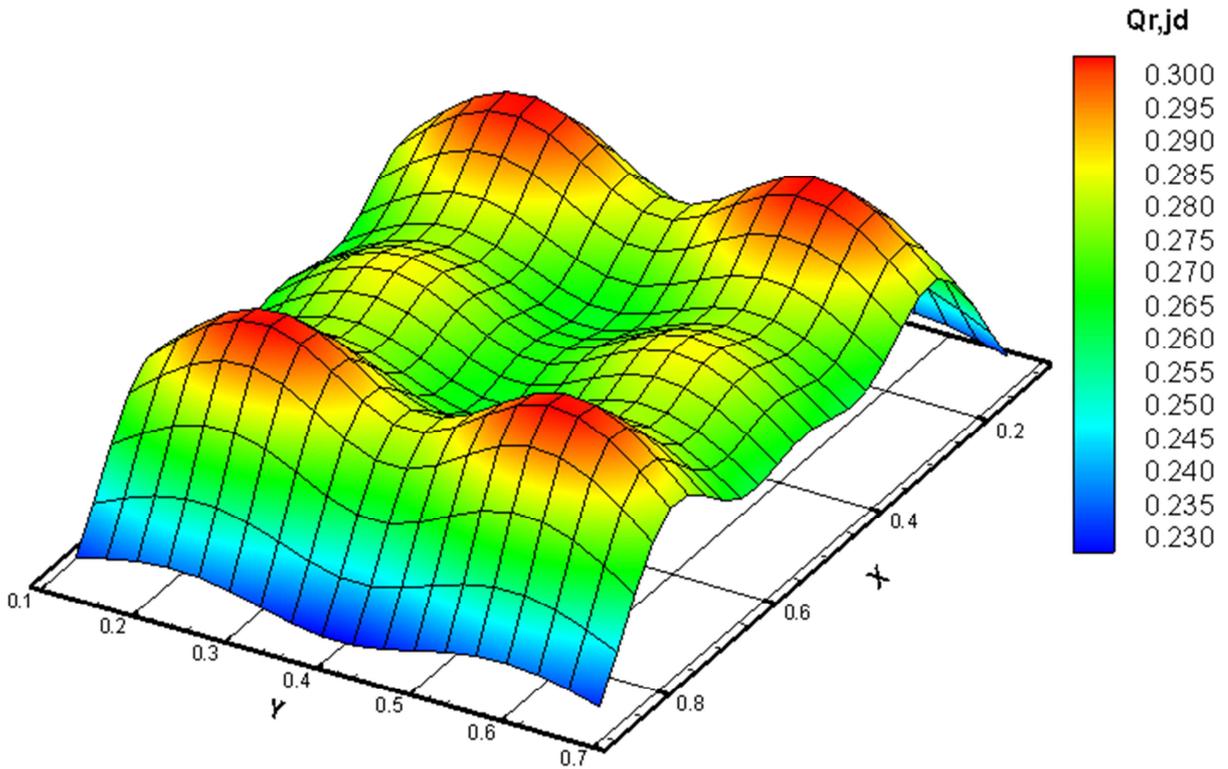


Figura 6.7 – Fluxo de calor adimensional na superfície de projeto para $p = 2$.

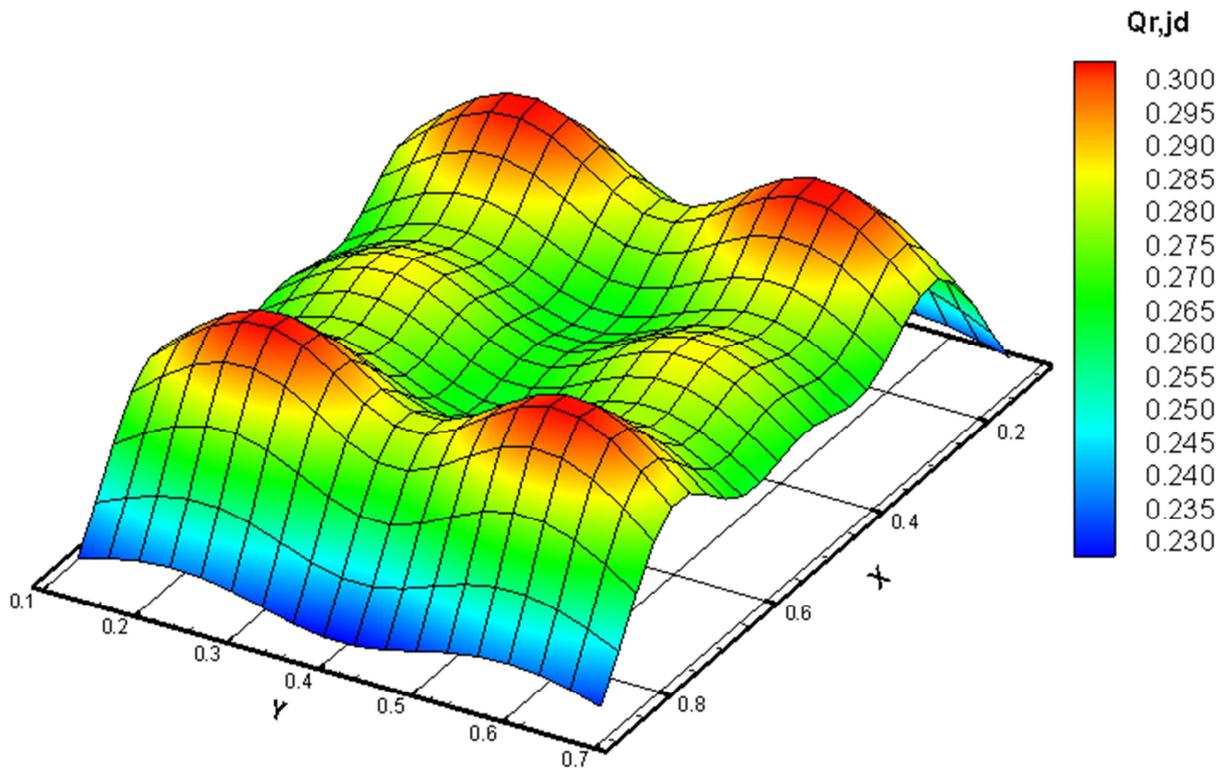


Figura 6.8 – Fluxo de calor adimensional na superfície de projeto para $p = 3$.

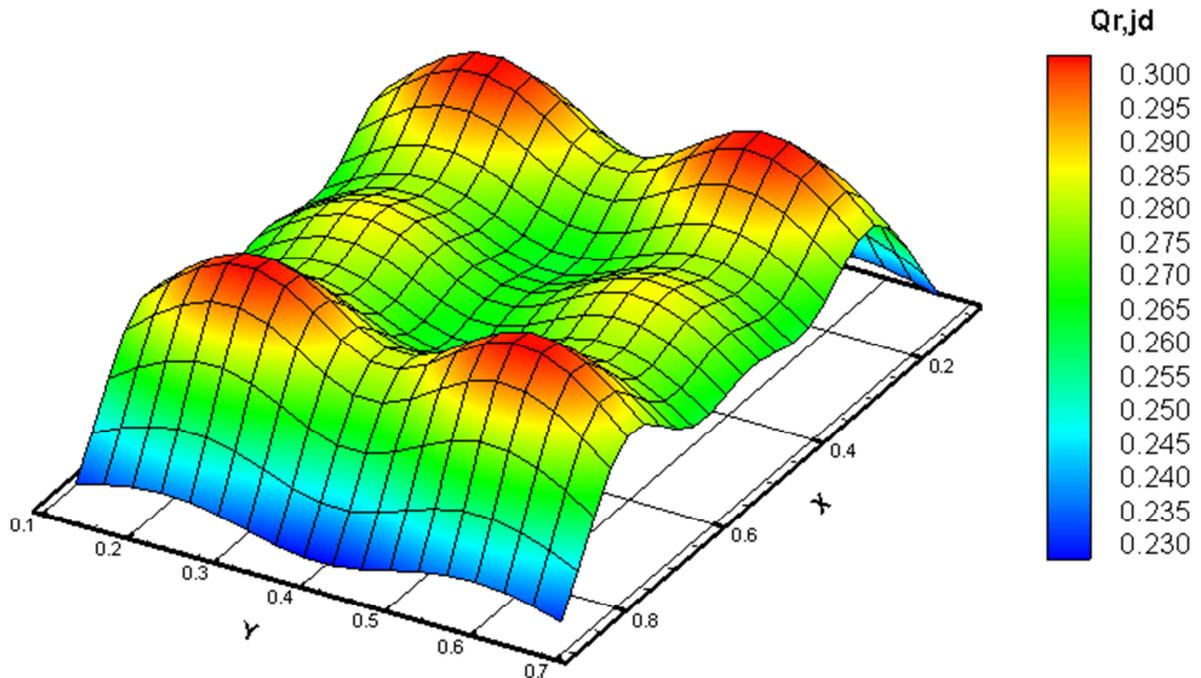


Figura 6.9 – Fluxo de calor adimensional na superfície de projeto para $p = 4$.

Mesmo a melhor solução obtida é bastante regularizada ($p = 4$); os erros máximo e médio são 18% e 4,86%, respectivamente. Estes resultados mostram que, usando-se somente um método de regularização como o TSVD, é difícil atingir a uniformidade do fluxo de calor na superfície de projeto. Pode parecer que a distribuição dos aquecedores adotada foi tendenciosa, mas os resultados refletem o fato de que apenas com dez aquecedores é muito difícil de obter uma solução de boa qualidade, a não ser que se escolham com muito cuidado as posições dos aquecedores.

Os resultados anteriores mostraram que a primeira distribuição espacial adotada para os aquecedores foi muito ruim. A Figura 6.10 mostra uma segunda distribuição espacial. Novamente, a solução empregou somente o método de regularização TSVD para o cálculo do fluxo de calor nos aquecedores. Os resultados melhoraram muito na segunda distribuição espacial. Houve uma queda significativa nos erros máximo e médio que agora são, respectivamente, 5,62 % e 1,86 %. A solução obtida também é menos regularizada (Figura 6.11).

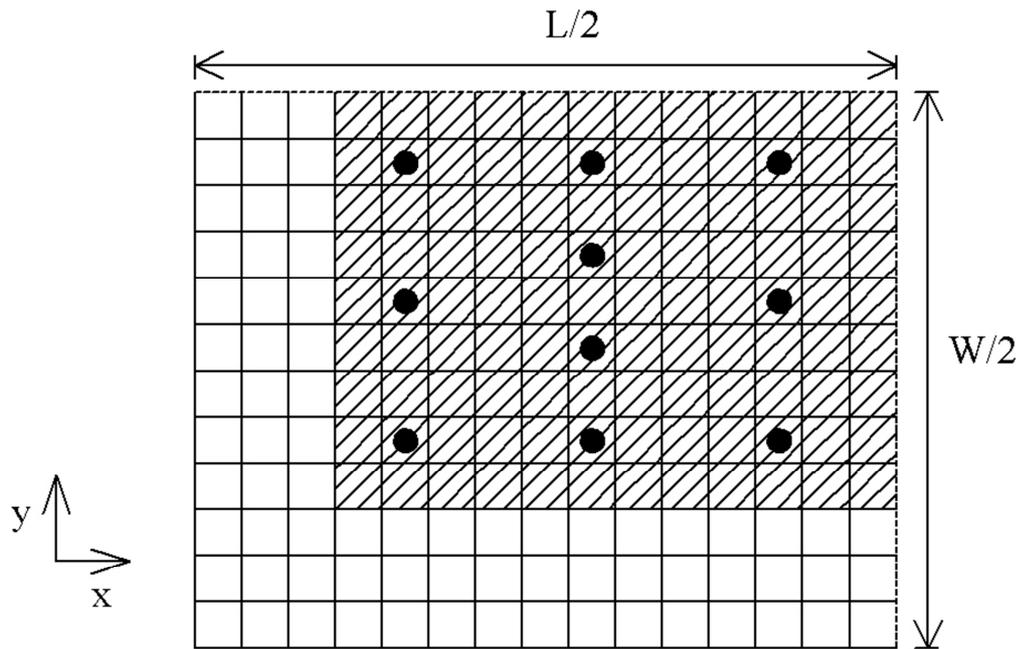


Figura 6.10 – Segunda distribuição prescrita para dez aquecedores.

A Tabela 6.3 representa um resumo da solução para dez aquecedores com distribuição prescrita. Com a distribuição adotada chega-se a $p = 6$, valores de p superiores a seis conduzem a resultados fisicamente irrealistas.

Tabela 6.3 – Solução para dez aquecedores com distribuição prescrita.

Posição		$p = 6$
i_x	i_y	$Q_{r,jh}$
5	5	5,120
5	8	4,605
5	11	2,653
9	5	1,754
9	7	1,512
9	9	1,297
9	11	1,291
13	5	4,819
13	8	4,192
13	11	2,591
$\gamma_{máx}$ (%)		5,62
$\gamma_{méd}$ (%)		1,86

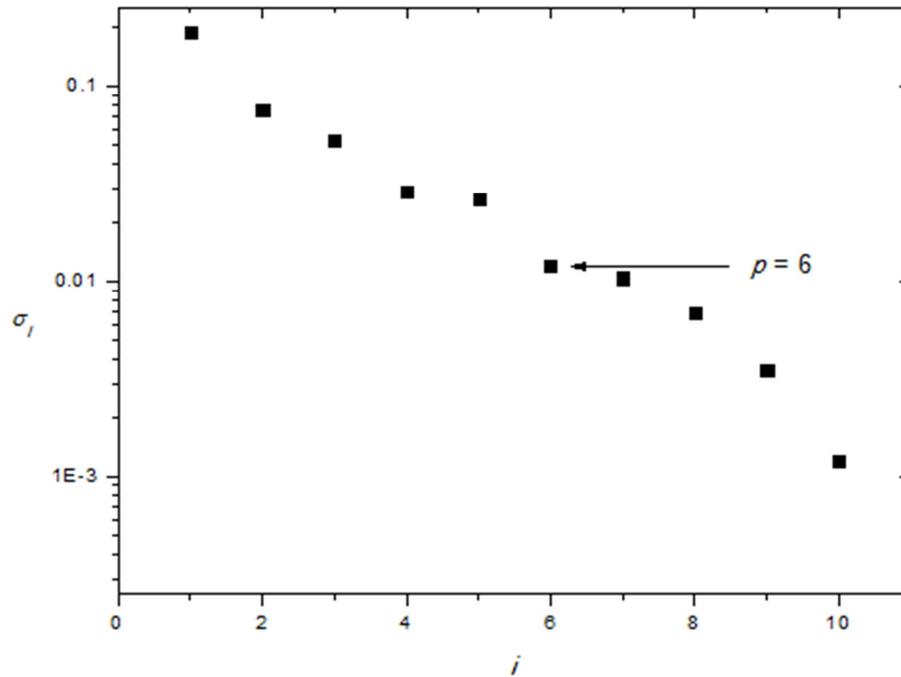


Figura 6.11 – Valor singulares para a distribuição prescrita. Soluções obtidas com parâmetro de regularização p superior a seis conduz a resultados fisicamente irrealistas.

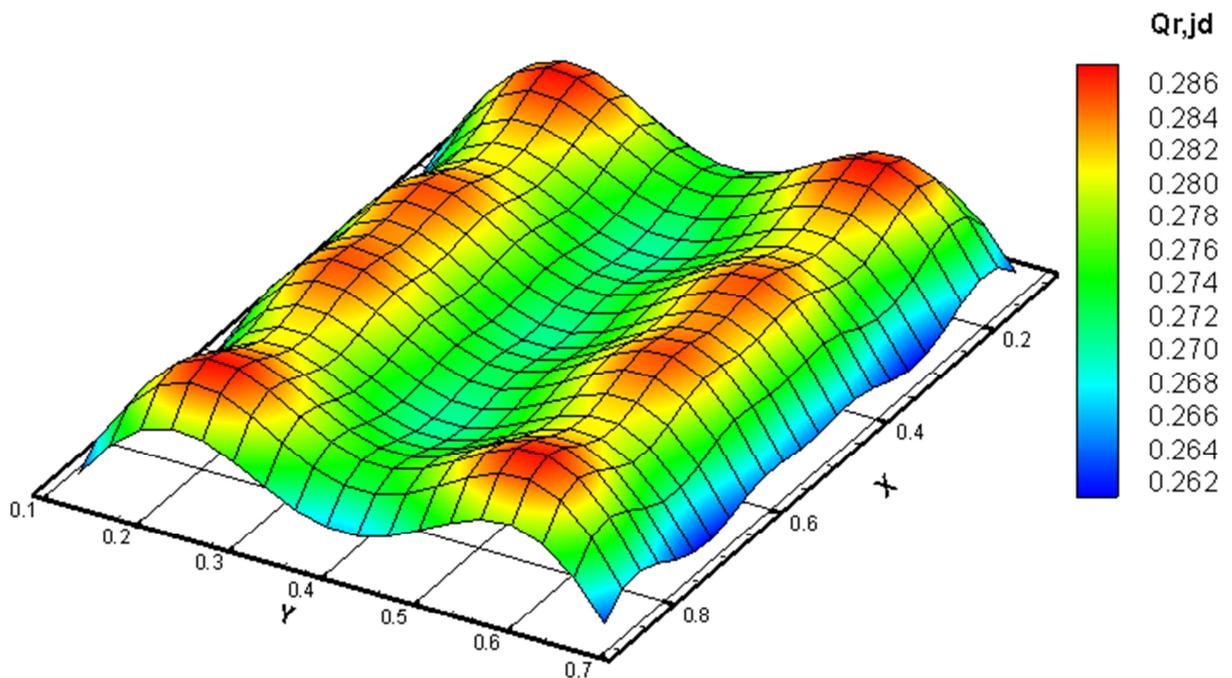


Figura 6.12 – Fluxo de calor adimensional na superfície de projeto para $p = 6$.

6.4.2 Distribuição não prescrita das fontes de calor

Quando se emprega somente o algoritmo GEO para a busca tanto das posições quanto do fluxo de calor nos aquecedores, a função objetivo estará sujeita a uma restrição adicional aplicada ao fluxo de calor nos aquecedores. Assim, deve-se definir um intervalo para a busca do fluxo de calor. Definiu-se o intervalo $[0,10]$, pois, observando-se a Tabela 6.2, verifica-se que o fluxo de calor nos aquecedores está contido neste intervalo.

O que será apresentado a seguir é uma comparação entre os resultados obtidos via GEO com aqueles provenientes do método híbrido. Para evitar o favorecimento de um ou outro método, adotou-se como critério de comparação o erro máximo na solução.

Uma etapa importante quando se está aplicando o algoritmo GEO é a definição do parâmetro τ , que controla a inversão dos bits. Como no método a inicialização dos bits é aleatória, é necessário executar o código várias vezes para o mesmo valor de τ .

A Figura 6.13 mostra a avaliação do parâmetro τ . O algoritmo GEO foi executado vinte vezes para cada valor de τ e interrompido após 500000 avaliações da função objetivo. De acordo com os resultados, o melhor valor para o parâmetro ajustável é 1,0.

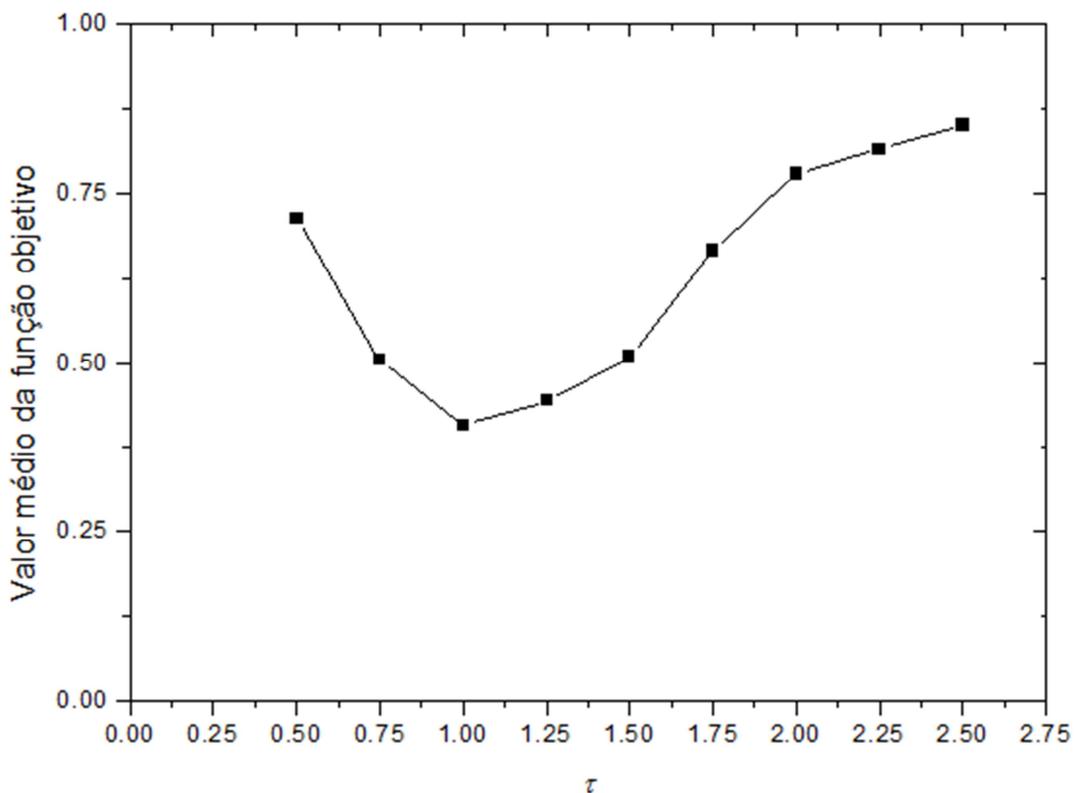


Figura 6.13 – Avaliação do parâmetro τ (GEO).

A Figura 6.14 mostra a avaliação do parâmetro τ para o método híbrido. Neste caso, o algoritmo foi executado vinte vezes para cada valor de τ e interrompido após 2000 avaliações da função objetivo. De acordo com os resultados, o melhor valor para o parâmetro ajustável é 1,75. Como será apresentado mais adiante, o método híbrido é muito mais econômico em relação ao número de avaliações da função objetivo do que o GEO, pois neste último o número de variáveis no projeto de otimização é maior do que no primeiro.

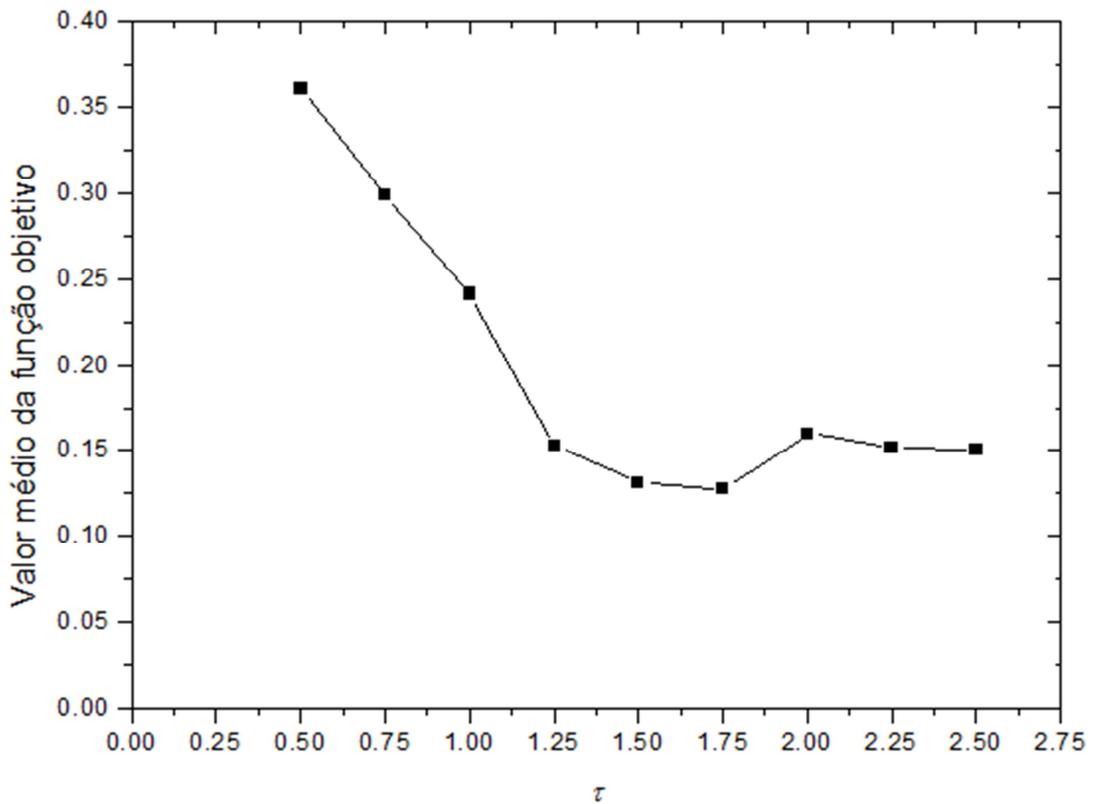


Figura 6.14 – Avaliação do parâmetro τ (híbrido).

Na Figura 6.15 percebe-se que existe um número de avaliações a partir do qual a função objetivo não se altera significativamente. Com $\tau = 1,75$ o valor médio da função objetivo, após dez execuções independentes do código híbrido, não se altera a partir de 4500 avaliações da função objetivo. Este número de avaliações será utilizado para definir o erro máximo, que servirá como parâmetro para comparação entre as soluções híbrida e GEO.

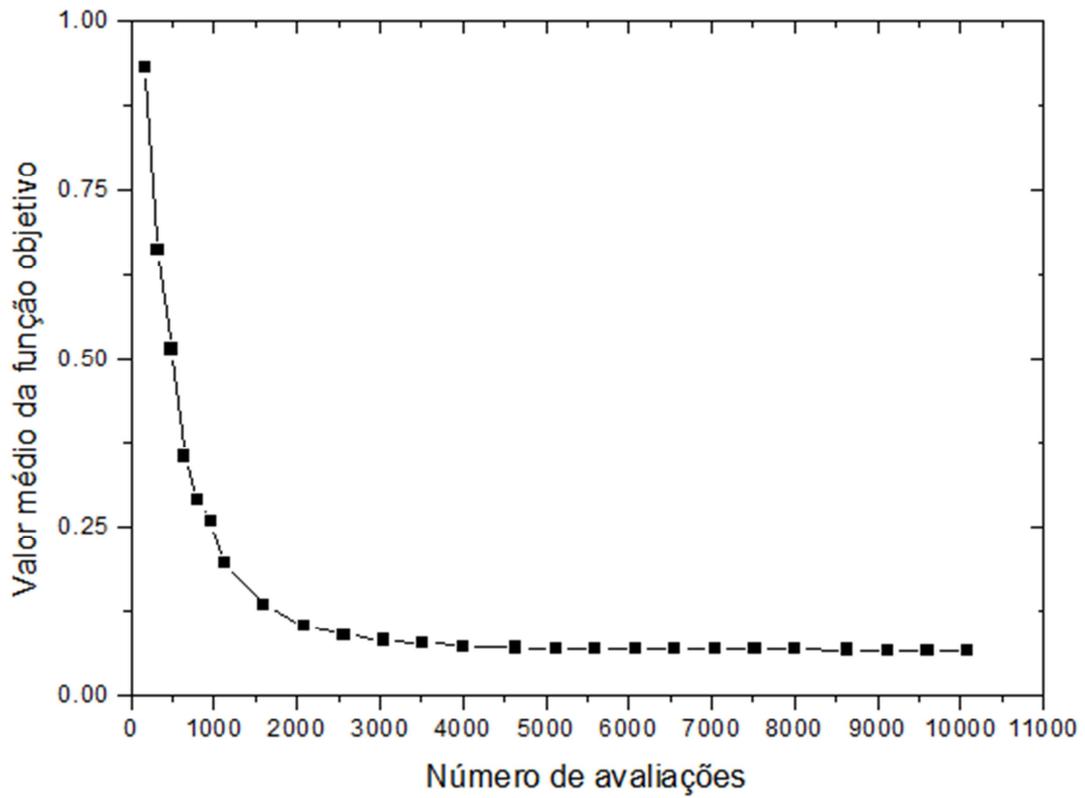


Figura 6.15 – Número máximo de avaliações com $\tau = 1,75$ (híbrido).

Por motivos que ficarão mais claros adiante, a verificação do número máximo de avaliações da função objetivo será omitida para o algoritmo GEO. As distribuições espaciais dos aquecedores geradas pelos métodos GEO e híbrido são apresentadas a seguir.

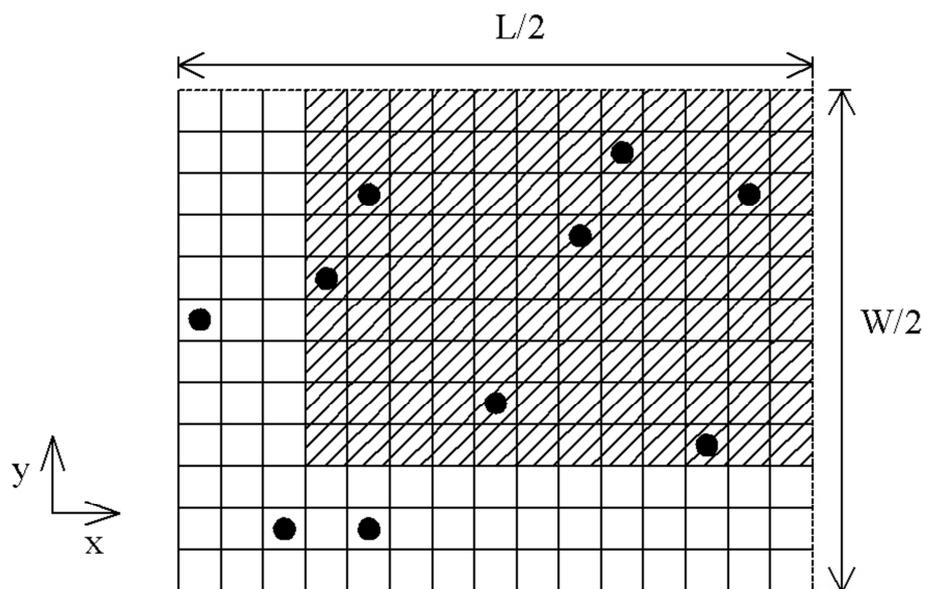


Figura 6.16 – Distribuição espacial de dez aquecedores (GEO).

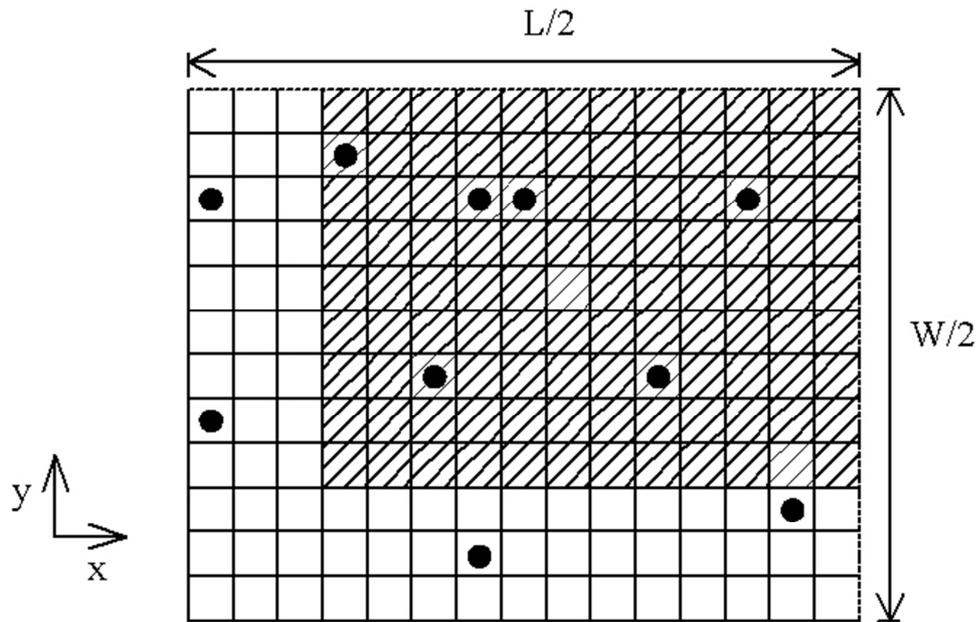


Figura 6.17 – Distribuição espacial de dez aquecedores (híbrido).

A Tabela 6.4 apresenta uma comparação entre os resultados dos algoritmos GEO e híbrido. Percebe-se que, no caso híbrido, o fluxo de calor adimensional nos aquecedores fica dentro do intervalo $[0,10]$, o mesmo utilizado no GEO.

Tabela 6.4 – Comparação entre os algoritmos GEO e híbrido.

GEO				Híbrido		
jh	i_x	i_y	$Q_{r,jh}$	i_x	i_y	$Q_{r,jh}$
1	4	8	0,235	14	3	2,933
2	1	7	2,549	1	5	2,929
3	5	2	0,314	7	10	0,744
4	5	10	5,019	7	2	1,839
5	11	11	2,667	8	10	3,836
6	13	4	6,000	13	10	1,530
7	8	5	4,471	1	10	3,120
8	10	9	2,471	6	6	3,774
9	14	10	3,294	4	11	5,553
10	3	2	2,863	11	6	3,649

Tanto o algoritmo GEO quanto o híbrido conseguem atender, com boa aproximação, a condição de uniformidade do fluxo de calor na superfície de projeto. Na solução híbrida, após 4500 avaliações da função objetivo, os erros máximo e médio são 1,43% e 0,29%, respectivamente.

Na solução via GEO não foi apresentada a evolução do valor médio da função objetivo em relação ao número de avaliações da mesma. Apenas foi mencionado que esta omissão era intencional e que ficaria mais claro adiante. Aqui se pode explicar o porquê. A solução GEO estabiliza com menos de 500000 avaliações da função objetivo, mas com este número de avaliações o erro máximo é maior do que no caso híbrido. Como se deseja comparar também o tempo computacional em cada uma das soluções, não haveria muito sentido usar um critério que não fosse o mesmo erro máximo em cada uma delas. Assim, na solução via GEO, os erros máximo e médio são 1,47% e 0,45%, respectivamente. Para a obtenção deste erro máximo foram necessárias cerca de 13 milhões de avaliações da função objetivo.

Os valores singulares para a solução híbrida estão representados na Figura 6.18. É interessante observar que, aumentando-se o número de avaliações da função objetivo n , a solução híbrida evolui de tal forma a não exigir regularização ($p = 10$). Com $n = 160$ a solução é bastante regularizada ($p = 2$), pois todos os bits foram invertidos uma única vez. Em $n = 1120$ foram realizadas sete inversões e a solução está com $p = 7$. Finalmente, para $n = 4640$ a solução não apresenta regularização.

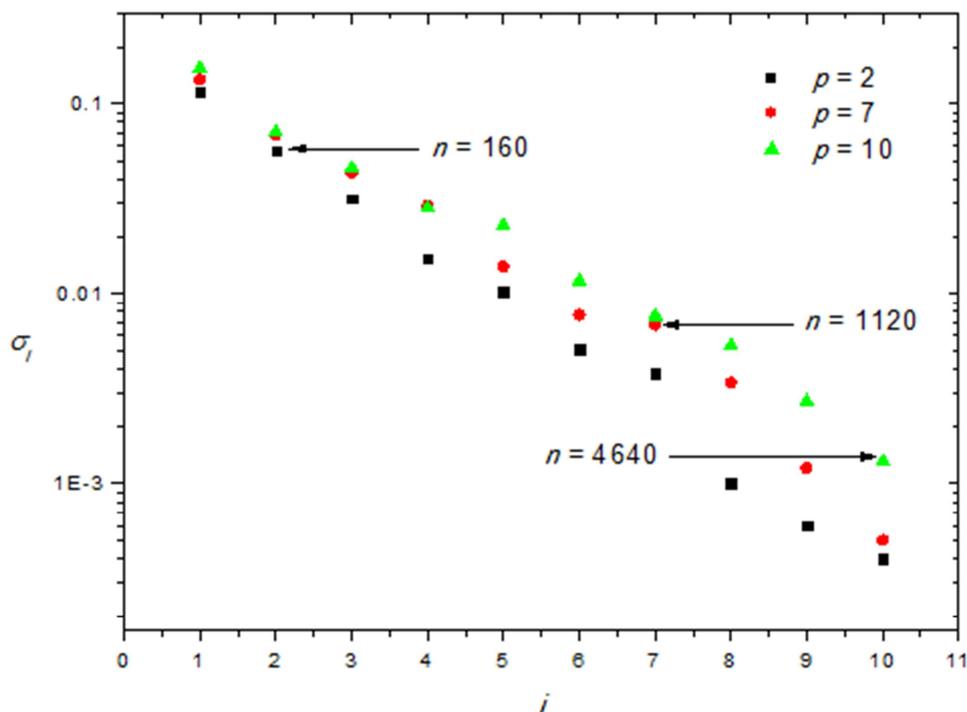


Figura 6.18 – Relação entre os valores singulares (σ) e o número de avaliações da função objetivo (n) para dez aquecedores.

As figuras a seguir mostram a distribuição do fluxo de calor adimensional na superfície de projeto para as soluções GEO e híbrida.

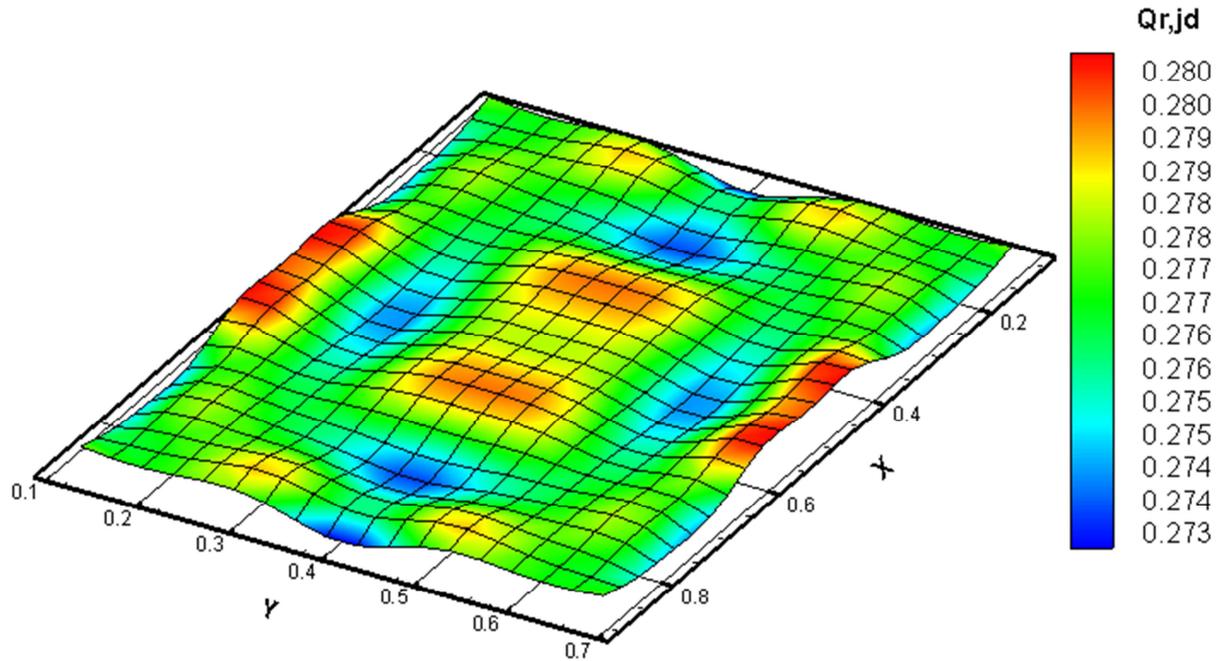


Figura 6.19 – Distribuição do fluxo de calor adimensional na superfície de projeto para dez aquecedores (GEO).

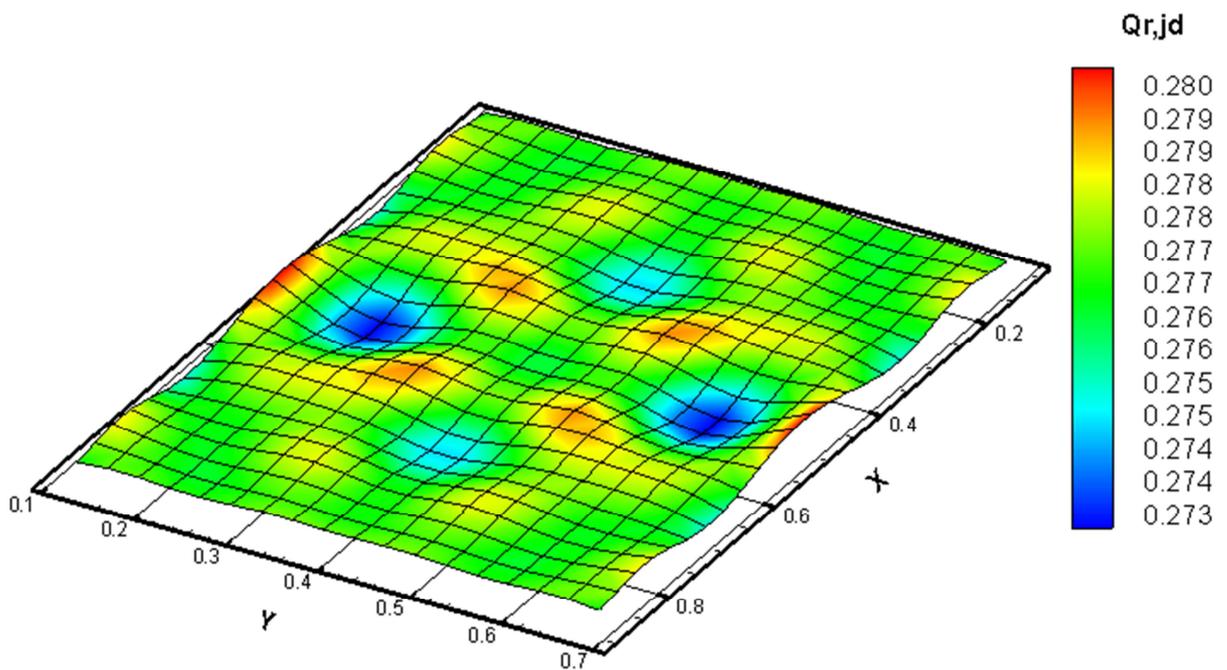


Figura 6.20 – Distribuição do fluxo de calor adimensional na superfície de projeto para dez aquecedores (híbrido).

Verifica-se a partir da Figura 6.21 que a solução híbrida, desde as primeiras avaliações da função objetivo, apresenta um erro máximo muito menor do que o GEO. A queda do erro máximo no método GEO é bastante lenta, pois este tem que encontrar tanto posições quanto fluxo de calor para os aquecedores. As duas soluções chegam ao mesmo erro máximo, mas existe uma grande diferença no tempo computacional, que na solução híbrida é cerca de 1/3 do tempo requerido pelo GEO.

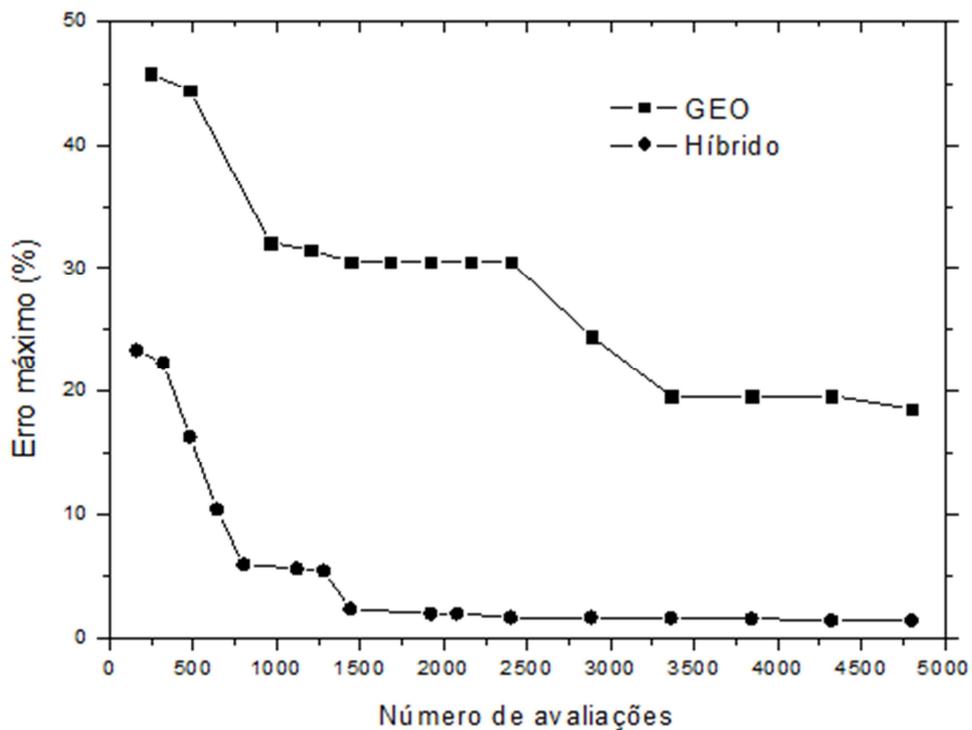


Figura 6.21 – Decaimento do erro máximo nas soluções GEO e híbrida.

6.5 Oito aquecedores por quarto de cavidade

Quando se reduz o número de aquecedores para oito, a quantidade de variáveis no problema de otimização também será menor (16 posições). Como são oito bits por variável, o código binário terá 128 bits.

Novamente, têm-se 108 equações referentes ao número de elementos na superfície de projeto. Como são oito variáveis no problema de regularização, forma-se um sistema com mais equações do que incógnitas.

A Figura 6.22 mostra a avaliação do parâmetro τ para oito aquecedores por quarto de cavidade. Foram realizadas vinte execuções independentes do código híbrido para cada τ . No intervalo $[0,5; 2,5]$, mapeado com passos de 0,25, a função objetivo média alcança um mínimo em $\tau = 2,00$. Cada ponto no gráfico representa uma média de vinte execuções independentes para cada valor de τ .

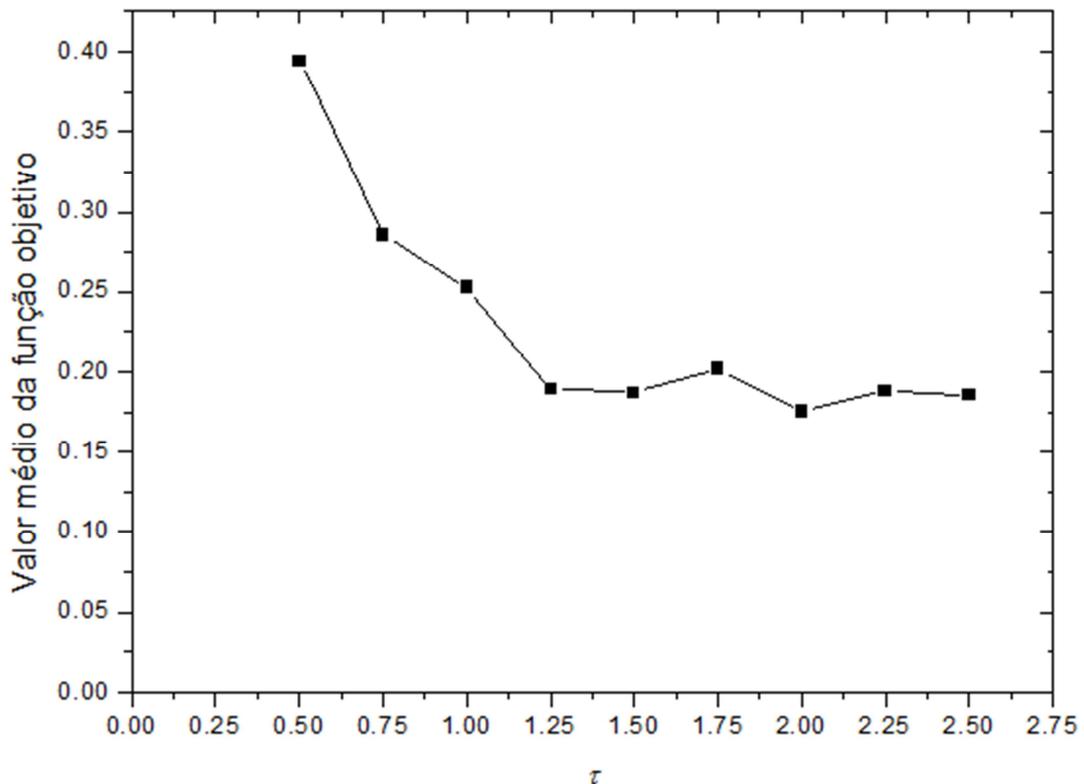


Figura 6.22 – Avaliação do parâmetro τ (oito aquecedores).

Para o valor de $\tau = 2,00$ foram realizadas dez execuções independentes para obtenção do número máximo de avaliações da função objetivo. Na Figura 6.23 cada ponto representa uma média de dez execuções independentes. Percebe-se que após 4000 avaliações não há alteração significativa no valor médio da função objetivo. Como o número de variáveis do problema foi diminuído (no caso anterior eram dez aquecedores, agora são oito), houve uma redução no número máximo de avaliações da função objetivo.

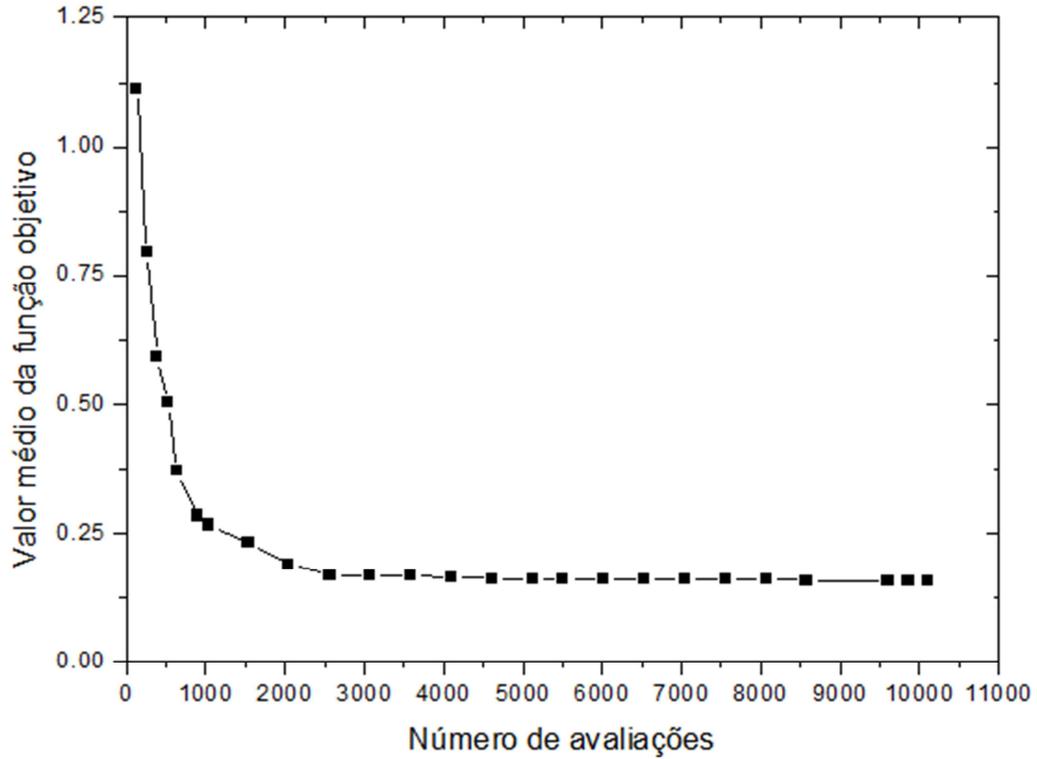


Figura 6.23 – Número máximo de avaliações da função objetivo com $\tau = 2,00$ (oito aquecedores).

A redução no número de aquecedores faz com que seja buscada uma configuração onde eles fiquem mais espalhados (Figura 6.24) de tal forma a atender as condições requeridas na superfície de projeto.

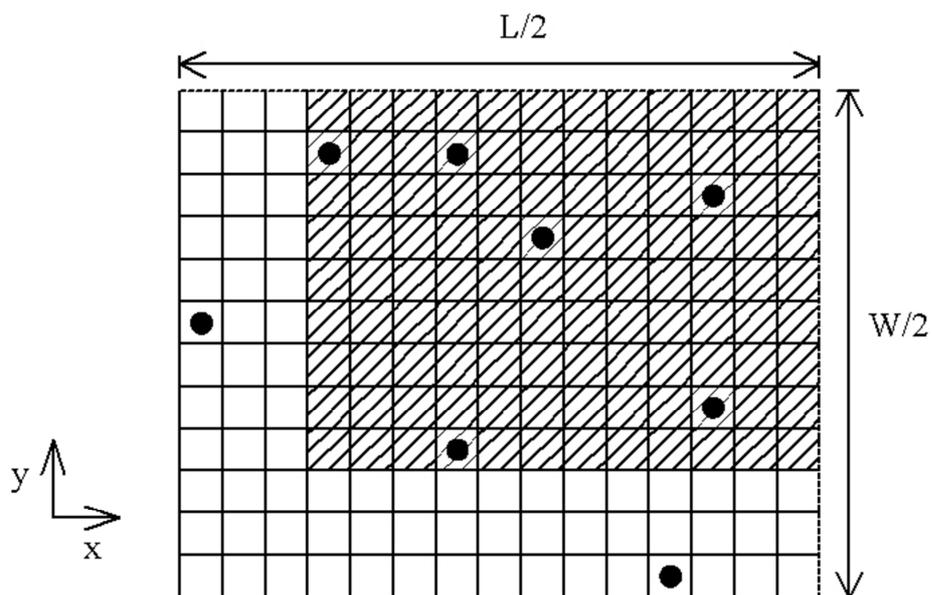


Figura 6.24 – Distribuição espacial de oito aquecedores.

A Tabela 6.5 apresenta um resumo da configuração obtida para oito aquecedores. A condição de uniformidade na superfície de projeto é atendida com erros máximo e médio de 2,0% e 0,3%, respectivamente. A Figura 6.25 mostra a distribuição do fluxo de calor adimensional na superfície de projeto.

Tabela 6.5 – Configuração de oito aquecedores.

jh	i_x	i_y	$Q_{r,jh}$
1	7	11	5,238
2	9	9	1,843
3	7	4	5,195
4	13	5	2,151
5	1	7	3,374
6	12	1	2,634
7	13	10	4,132
8	4	11	5,331

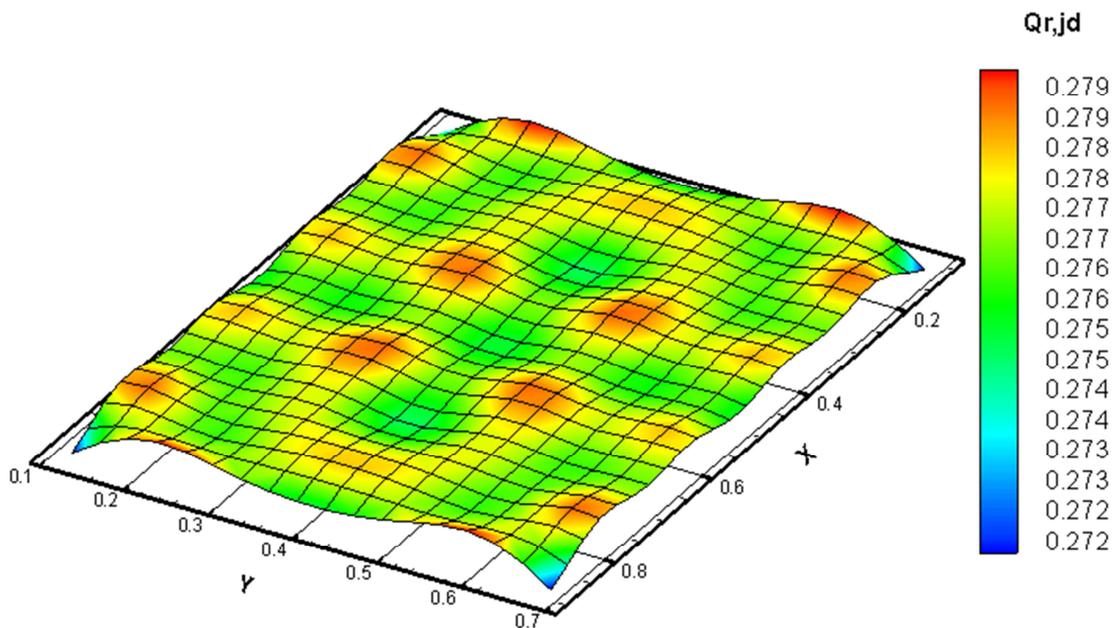


Figura 6.25 – Distribuição do fluxo de calor adimensional na superfície de projeto para oito aquecedores.

Assim como para dez aquecedores, aumentando-se o número de avaliações da função objetivo n , a solução evolui de tal forma a não exigir regularização. Na Figura 6.26 podem-se ver os valores singulares.

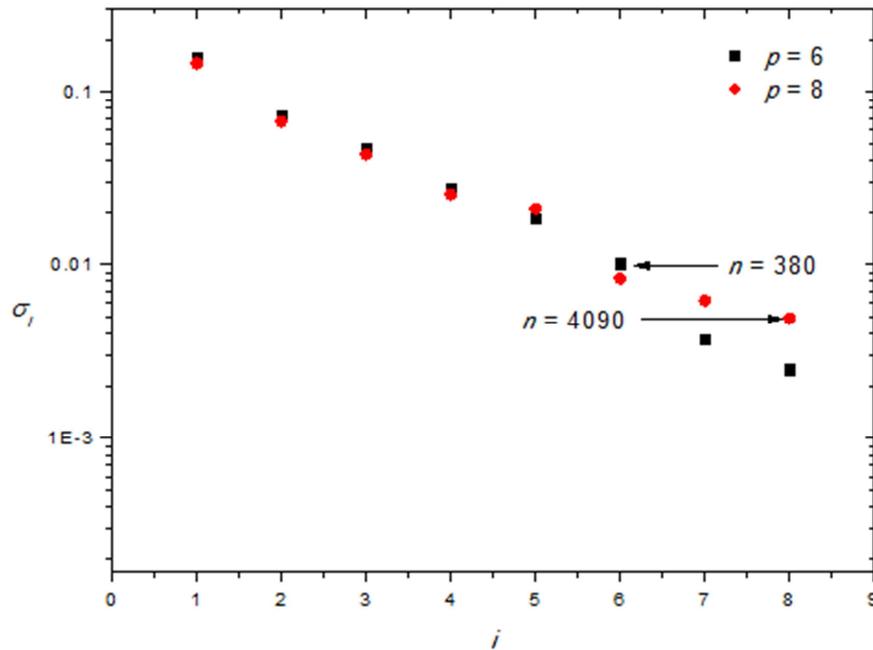


Figura 6.26 – Relação entre os valores singulares (σ) e o número de avaliações da função objetivo (n) para oito aquecedores.

6.6 Seis aquecedores por quarto de cavidade

No caso de seis aquecedores por quarto de cavidade, serão 12 variáveis (posições x e y para cada um dos aquecedores). Como são oito bits por variável, o código binário terá 96 bits.

Este problema tem 108 equações, referentes ao número de elementos na superfície de projeto, e seis incógnitas. Como nos casos anteriores o sistema tem mais equações do que incógnitas.

A Figura 6.27 representa a busca pelo melhor parâmetro τ no intervalo $[0,5; 2,5]$ com passo de 0,25. Foram realizadas 2000 avaliações da função objetivo ou inversões de bits, que equivalem à aproximadamente vinte configurações de posições diferentes. O valor apresentado para a função objetivo é uma média de vinte execuções independentes do algoritmo. A função objetivo possui um mínimo para $\tau = 1,75$.

Para verificação do número de avaliações da função objetivo, foram realizadas dez execuções independentes para o valor de $\tau = 1,75$. Percebe-se que, a partir de 3000 avaliações, não ocorre alteração significativa no valor da função objetivo (Figura 6.28).

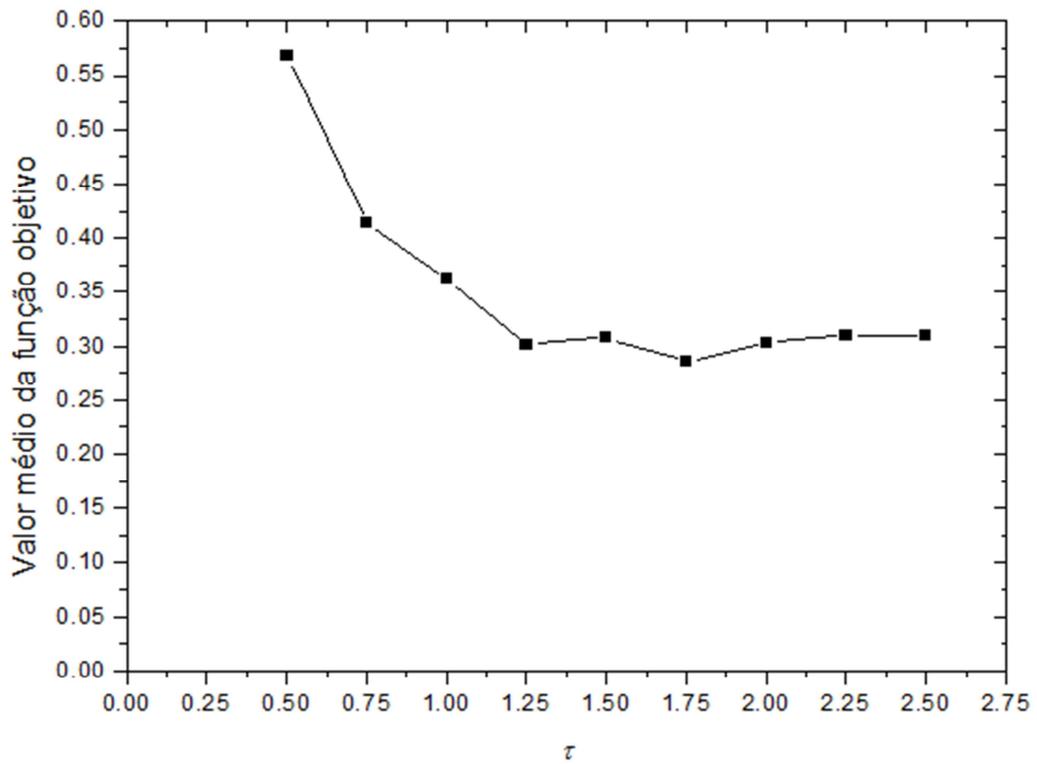


Figura 6.27 – Avaliação do parâmetro τ (seis aquecedores).

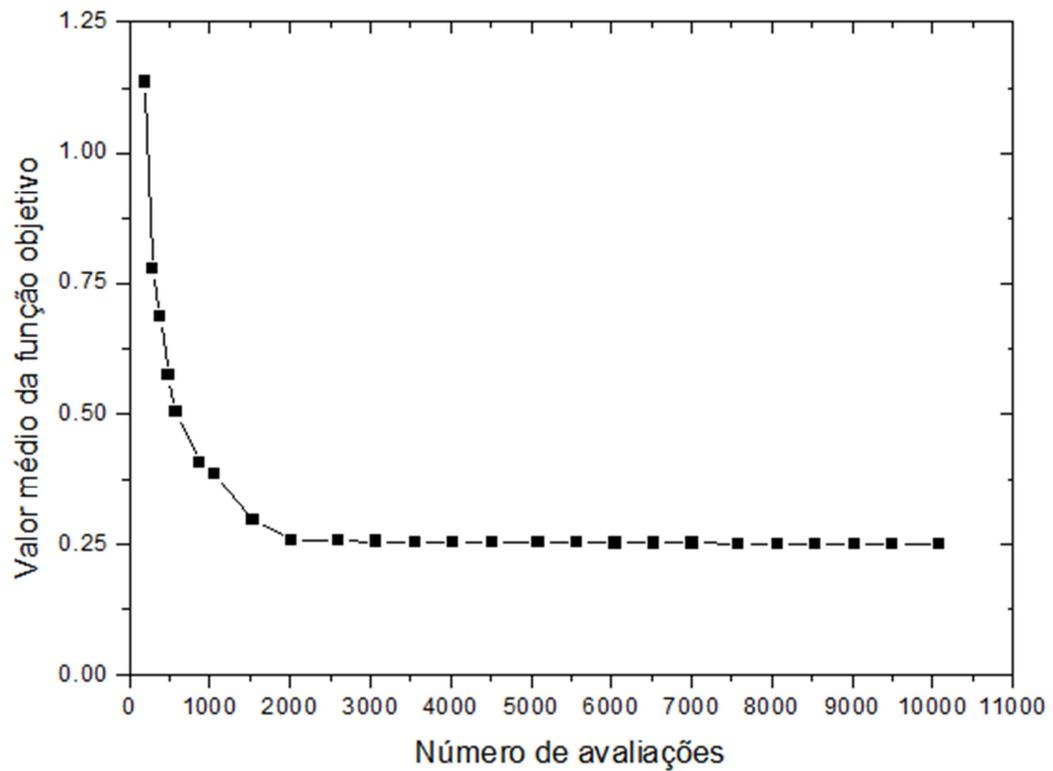


Figura 6.28 – Número máximo de avaliações da função objetivo para $\tau = 1,75$ (seis aquecedores).

O uso de seis aquecedores faz com que estes fiquem mais distribuídos do que nos casos anteriores para garantir a uniformidade de fluxo de calor na superfície de projeto (Figura 6.29).

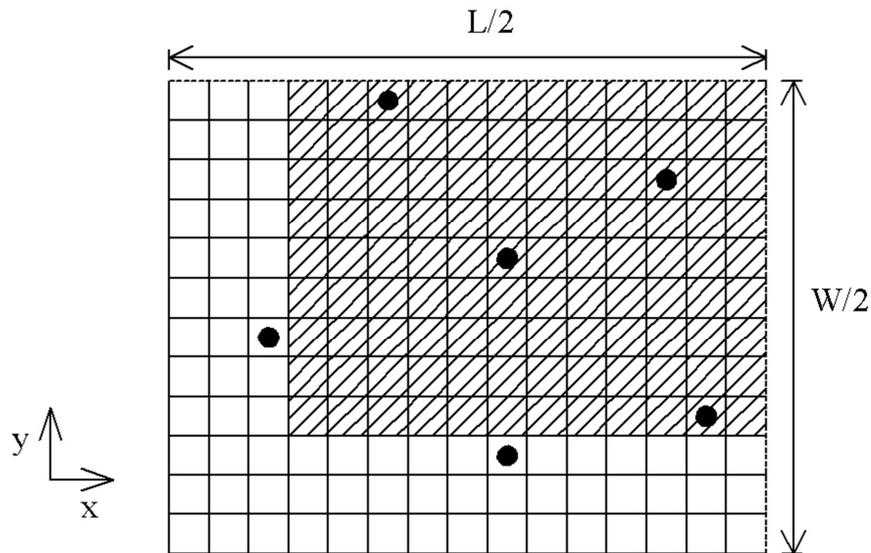


Figura 6.29 – Distribuição espacial de seis aquecedores.

A Tabela 6.6 contém um resumo da solução para o caso de seis aquecedores por quarto de cavidade.

Tabela 6.6 – Configuração de seis aquecedores.

jh	i_x	i_y	$Q_{r,jh}$
1	6	12	6,623
2	9	8	4,070
3	3	6	5,036
4	13	10	4,181
5	9	3	5,851
6	14	4	4,127

A Figura 6.30 exibe a distribuição do fluxo de calor adimensional na superfície de projeto. A solução apresenta erros máximo e médio de 2,68% e 0,56%, respectivamente. Com seis aquecedores é mais difícil atingir a uniformidade. Ainda assim, com erro máximo de 2,68%, o resultado é muito bom.

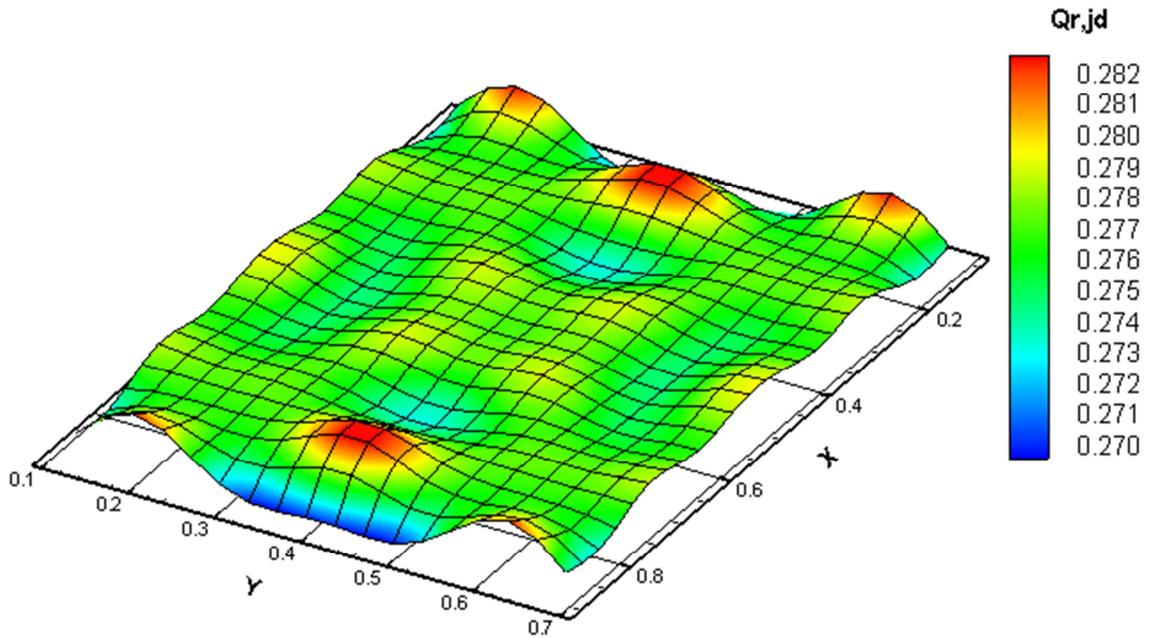


Figura 6.30 – Distribuição do fluxo de calor adimensional na superfície de projeto para seis aquecedores.

Novamente, aumentando-se o número de avaliações da função objetivo n , a solução obtida não exige regularização. A Figura 6.31 apresenta a evolução do parâmetro de regularização com o número de avaliações da função objetivo.

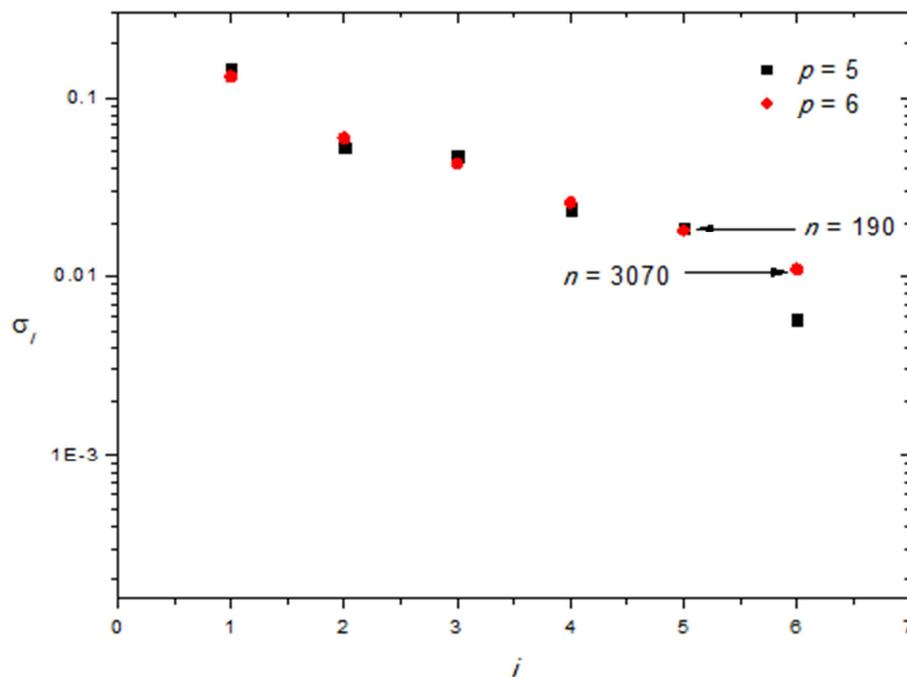


Figura 6.31 – Relação entre os valores singulares (σ) e o número de avaliações da função objetivo (n) para seis aquecedores.

7 CONCLUSÕES

Na indústria, alguns processos de tratamento térmico em metais requerem fluxo de calor e temperatura uniformes para que, por exemplo, sejam evitados trincas e empenamentos. No projeto de um forno para tratamento térmico, o posicionamento e o fluxo de calor dos aquecedores são cruciais para se garantir condições térmicas adequadas.

A metodologia convencional para projeto de fornos emprega tentativa e erro. Neste caso, toda vez que se prescrevem as condições de entrada do problema (posições e o fluxo de calor dos aquecedores), executa-se, por exemplo, um software comercial. O processo deve ser repetido até que se obtenha uma solução que o projetista julgue aceitável. Como alternativa, pode-se utilizar um projeto inverso, onde parte-se das condições de saída do problema (temperatura e fluxo de calor uniformes em uma superfície) e buscam-se as condições de entrada (posições e fluxo de calor dos aquecedores).

Em projetos inversos é comum deparar-se com situações onde a solução do problema não satisfaz as condições de existência, unicidade e estabilidade, isto é, o problema é mal posto. Adicionalmente, problemas que envolvem radiação térmica contam com o mal condicionamento, proveniente da discretização da equação integral de Fredholm de primeira espécie. Estas dificuldades podem ser contornadas por meio de dois grupos de técnicas distintas (otimização e regularização), que transformam um problema mal posto em bem posto. O primeiro grupo de métodos utiliza iterações sucessivas e o segundo introduz informações adicionais, que visam estabilizar o problema. A seguir, segue uma breve descrição dos métodos empregados nesta dissertação: o método da Otimização Extrema Generalizada e a Decomposição em Valores Singulares Truncada.

O método da Otimização Extrema Generalizada (GEO) é estocástico e se fundamenta na teoria da evolução das espécies. No GEO, todas as variáveis do problema são codificadas através de uma única sequência de bits, que são invertidos e ordenados de acordo com a variação no valor da função objetivo (neste trabalho a função objetivo baseia-se na diferença entre os valores dos fluxos de calor calculados e prescritos em elementos da superfície de projeto – contida na base da cavidade). São mantidas somente as espécies mais adaptadas, ou seja, as configurações de bits que retornam os melhores valores para a função objetivo. Uma das vantagens deste método é que possui um único parâmetro ajustável, que controla a inversão dos bits.

O método de regularização da Decomposição em Valores Singulares Truncada (TSVD) pode ser utilizado na solução de sistemas de equações. A principal ideia do método é a decomposição da matriz dos coeficientes em outras três, sendo que uma delas é diagonal e contém os valores singulares. O TSVD consiste na estabilização da solução através da eliminação dos valores singulares que tendem à zero.

Neste trabalho, um forno para tratamento térmico foi representado por uma cavidade tridimensional constituída por superfícies cinza e difusas. Na base da cavidade são prescritas duas condições de contorno (temperatura e fluxo de calor uniformes), que devem ser atendidas por um conjunto de aquecedores localizados na superfície superior. Deseja-se determinar a posição e o fluxo de calor requerido em cada um dos aquecedores.

Foram apresentados como alternativas para a solução do problema proposto tanto métodos de otimização quanto de regularização. Utilizando-se somente otimização esbarrou-se em uma de suas desvantagens: o tempo computacional eleva-se com o aumento do número de variáveis. A solução somente pela regularização TSVD também tem suas desvantagens, pois depende da prescrição de uma configuração geométrica para os aquecedores. Portanto, o algoritmo GEO passou a ser empregado somente para obtenção das posições para os aquecedores e o TSVD para o cálculo do fluxo de calor.

Na solução híbrida, que acopla o método GEO com a regularização TSVD, os erros máximos são menores do que 3%. Além disso, quando se comparam os métodos híbrido e GEO, verifica-se que o primeiro obtém soluções idênticas as do segundo em um tempo computacional dois terços menor.

Quanto a trabalhos futuros, seria interessante testar outros métodos de regularização, como Tikhonov ou Gradientes Conjugados, e outras funções objetivo. Adicionalmente, pode-se verificar o efeito do uso de aquecedores com geometrias variadas, uma vez que neste trabalho cada elemento de área representava um único aquecedor.

Se, porventura, o método híbrido for empregado em alguma das sugestões propostas anteriormente recomenda-se observar o seguinte: o método GEO é estocástico e depende de um único parâmetro ajustável, o método híbrido herdou tais características. Para a obtenção do melhor parâmetro ajustável τ em um problema é necessário um número mínimo de avaliações da função objetivo e, como a inicialização dos bits é aleatória, deve-se realizar uma série de execuções independentes do código. Sugere-se, então, que na primeira execução seja utilizado um τ arbitrário sem fixar o número de avaliações para a função objetivo. O valor da função objetivo não se alterará significativamente a partir de certo número de avaliações. Se,

por exemplo, a função objetivo não se alterar após 4000 avaliações, é muito adequado adotar 2000 avaliações em cada uma das repetições que se julgarem necessárias (a experiência mostra que em problemas envolvendo radiação térmica são suficientes vinte repetições).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bak, P.; Sneppen, K. Punctuated Equilibrium and Criticality is a Simple Model of Evolution, **Physical Review Letters**, v. 71, p. 4083-4086, 1993.

Bayat, N.; Mehraban, S.; Sarvari, S.M.H. Inverse boundary design of a radiant furnace with diffuse-spectral design surface, **International Communications in Heat and Mass Transfer**, v. 37, p. 103-110, 2010.

Cassol, F.; Schneider, P.S.; França, F.H.R.; Sousa, F.L.; Neto, A.J.S. Inverse analysis applied to illumination design: determination of optimum locations of the light sources, Proceedings of 12th ENCIT, Belo Horizonte, 2008.

Cassol, F.; Schneider, P.S.; França, F.H.R.; Sousa, F.L.; Neto, A.J.S. Inverse analysis applied to illumination design: determination of optimum locations and powers of the light sources, Proceedings of 20th COBEM, Gramado, 2009.

Colaço, M.J.; Orlande, H.R.B.; Dulikravich, G.S. Inverse and Optimization Problems in Heat Transfer, **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Science and Engineering**, v. 28, p. 1-24, 2006.

Datta, B.N. **Numerical Linear Algebra and Applications**. Brooks/Cole Publishing Company, Pacific Grove, 1995.

Daun, K.; Ertürk, H.; Howell, J.R. Inverse Design Methods for High-Temperature Systems, **The Arabian Journal for Science and Engineering**, v. 27, p. 3-48, 2002.

Daun, K.J.; Howell, J.R. Inverse design methods for radiative transfer systems, **Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer**, v. 93, p. 43-60, 2005.

Ertürk, H.; Ezekoye, O.A.; Howell, J.R. Comparison of three regularized solution techniques in three-dimensional inverse radiation problem, **Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer**, v. 73, p. 307-316, 2002.

Fan, H.; Li, B.; Yang, L.; Wang, R. Solution of the inverse Radiative load problem in a two-dimensional system, **Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer**, v. 74, p. 85-95, 2002.

Fedorov, A.G.; Lee, K.H.; Viskanta, R. Inverse Optimal Design of the Radiant Heating in Materials Processing and Manufacturing, **Journal of Materials Engineering and Performance**, v. 7, p. 719-726, 1998.

Fletcher, R. **Practical Methods of Optimization**, Jon Wiley & Sons, Great Britain, 2000.

França, F.H.R.; Howell, J.R.; Ezekoye, O.A.; Morales, J.C. Inverse Design of Thermal Systems with Dominant Radiative Transfer, **Advances in Heat Transfer**, v. 36, p. 1-30, 2002.

Hansen, P.C. **Rank-Deficient and Discrete Ill-Posed Problems: Numerical Aspects of Linear Inversion**. SIAM Monographs on Mathematical and Computation, Philadelphia, 1998.

Hoffmann, R.S.; Seewald, A.; Schneider, P.S.; França, F.H.R. Inverse design of thermal systems with spectrally dependent emissivities, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 53, p. 931-939, 2010.

Howell, J.R.; Daun, K.; Ertürk, H.; Gamba, M.; Sarvari, M.H. The Use of Inverse Methods for the Design and Control of Radiant Sources, **Japan Society of Mechanical Engineers International Journal**, v. 46, p. 470-478, 2003.

Kim, K.W.; Baek, S.W. Inverse radiation-conduction design problem in a participating concentric cylindrical medium, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 50, p. 2828-2837, 2007.

Kudo, K.; Kuroda, A.; Eid, A.; Saito, T.; Oguma, M. Solution of the Inverse Radiative Load Problem Using the Singular Value Decomposition Technique, **Japan Society of Mechanical Engineers International Journal**, v. 39, p. 808-814, 1996.

Linhua, L.; Heping, T.; Qizheng, Y. Inverse Radiation Problem of Temperature Field in Three-Dimensional Rectangular Furnaces, **International Communications in Heat and Mass Transfer**, v. 26, p. 239-248, 1999.

Mehraban, S.; Sarvari, S.M.H.; Farahat, S. A quasi-steady method for inverse design and control of a two-dimensional radiant oven in transient state, Proceedings of CHT-08, Marrakech, 2008.

Modest, M.F. **Radiative Heat Transfer**, MC Graw-Hill, Nova York, 1993.

Morales, J.C.; Harutunian, V.; Oguma, M.; Howell, J.R. Inverse design of radiant enclosures with an isothermal participating medium, Proceedings of First International Symposium on Radiative Transfer, New York, p. 579-593, 1996.

Mossi, A.C.; Vielmo, H.A.; França, F.H.R.; Howell, J.R. Inverse design involving combined radiative and turbulent convective heat transfer, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 51, p. 3217-3226, 2008.

Özisik, M.N.; Orlande, H.R.B. **Inverse Heat Transfer: Fundamentals and Applications**, Taylor & Francis, Nova York, 2000.

Park, H.M.; Chung, O.Y. An inverse natural convection problem of estimating wall heat flux, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 55, p. 2131-2141, 2000.

Payan, S.; Sarvari, S.M.H.; Ajam, H. Inverse boundary design of square enclosures with natural convection, **International Journal of Thermal Sciences**, v. 48, p. 682-690, 2009.

Petrov, Y.P.; Sizikov, V.S. **Well-posed, Ill-posed and Intermediate Problems with Applications**, V.S.P. Intl Science, Leiden Netherlands, 2005.

Pourshaghaghay, A.; Pooladvand, K.; Kowsary, F.; Karimi-Zand, K. An inverse radiation boundary design problem for an enclosure filled with an emitting, absorbing, and scattering media, **International Communications in Heat and Mass Transfer**, v. 33, p. 381-390, 2006.

Press, H.W.; Teukolsky, S.A.; Vetterling, W.T.; Flannery, B.P. **Numerical Recipes in Fortran: The Art of Scientific Computing**. Cambridge University Press, New York, 1992.

Rukolaine, S.A. Regularization of inverse boundary design radiative heat transfer problems, **Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer**, v. 104, p. 171-195, 2007.

Rukolaine, S.A. Regular Solution of Inverse Optimal Design Problems for Axisymmetric Systems of Radiative Heat Transfer, **High Temperature**, v. 46, p. 115-123, 2008.

Safavinejad, A.; Maruyama, S.; Mansouri, S.H.; Sakurai, A. Optimal Boundary Design of Radiant Enclosures Using Micro-Genetic Algorithm (Effects of Refractory Properties and Aspect Ratio of Enclosure on Heaters Setting), **Journal of Thermal Science and Technology**, v. 3, p. 179-194, 2008.

Safavinejad, A.; Maruyama, S.; Mansouri, S.H.; Sakurai, A. Optimal number and location of heaters in 2-D radiant enclosures composed of specular and diffuse surfaces using micro-genetic algorithm, **Applied Thermal Engineering**, v. 29, p. 1075-1085, 2009.

Sarvari, S.M.H.; Mansouri, S.H.; Howell, J.R. Inverse design of three-dimensional enclosures with transparent and absorbing-emitting media using an optimization technique, **International Communications in Heat and Mass Transfer**, v. 30, p. 149-162, 2003.

Sarvari, S.M.H. Inverse determination of heat source distribution in conductive-radiative media with irregular geometry, **Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer**, v. 93, p. 383-395, 2005.

Sarvari, S.M.H. Optimum placement of heaters in a radiant furnace using the genetic algorithm, Annals of the Assembly for International Heater Conference, IHTC-13, Sydney, Australia, 2006.

Schneider, P.S.; França, F.H.R. Inverse Analysis applied to an illumination design, Proceedings of the 10th ENCIT, Rio de Janeiro, 2004.

Siegel, R.; Howell, J.R. **Thermal Radiation Heat Transfer**. Taylor & Francis, New York, 2002.

Silva Neto, A.J.; Moura Neto, F.D. **Problemas Inversos: conceitos fundamentais e aplicações**. EdUERJ, Rio de Janeiro, 2005.

Sivanandam, S.N.; Deepa, S.N. **Introduction to Genetic Algorithms**, Springer, New York, 2008.

Sun, W.; Yuan, Y. **Optimization Theory and Methods: Nonlinear Programming**, Springer, New York, 2006.

Sousa, F.L.; Ramos, F.M.; Paglione, P.; Girardi, R.M. New Stochastic Algorithm for Design Optimization, **AIAA Journal**, v. 41, p. 1808-1818, 2003.

Yang, X. **Engineering Optimization: An Introduction with Metaheuristic Applications**, John Wiley & Sons, New Jersey, 2010.