

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA**

Taís Aline Bruno de Azevedo

**VISTAS
ATIVIDADES SOBRE A REPRESENTAÇÃO DO ESPAÇO**

**Porto Alegre
2010**

VISTAS
ATIVIDADES SOBRE A REPRESENTAÇÃO DO ESPAÇO

Trabalho de Conclusão de Curso junto ao Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito parcial à obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso

Porto Alegre

2010

Taís Aline Bruno de Azevedo

VISTAS

ATIVIDADES SOBRE A REPRESENTAÇÃO DO ESPAÇO

Trabalho de Conclusão de Curso junto ao Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito parcial à obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso

Comissão Examinadora

Prof. ^a Dr^a Marilaine de Fraga Sant'Ana

Prof. Dr. Alvino Alves Sant'Ana

Porto Alegre, 15 de dezembro de 2010.

*Dedico este trabalho a meu marido Tiago, meu filho
Guilherme e meus pais Maria de Lourdes e Clovis
Jovany, meus agradecimentos por terem aceitado se
privar de minha companhia pelos estudos, concedendo a
mim a oportunidade de me realizar ainda mais.*

Agradecimentos

Ao meu marido, que muito aguentou meu mau humor, me ajudou quando precisava e fez com que minhas lágrimas pareçam de correr com muito amor carinho e dedicação.

Ao meu filho, que quando eu chegava em casa me dava um abraço gostoso, mesmo tendo ficado chorando pedindo para eu ficar.

Ao meu pai, minha mãe e minha sogra por cuidar de meu filho para que pudesse realizar este trabalho.

À minha querida amiga Aline Noimann que me ajudou muito nesta etapa, me auxiliando com dicas, correções e muito incentivo para não desistir.

À escola por me dar a oportunidade de realizar as atividades, assim como os alunos que foram mais cedo para que este projeto fosse concluído.

Aos meus colegas de graduação e amigos Taís Silva e Diego Chaves que muito me apoiaram.

Ao meu mestre Marcus Basso, por sua paciência e dedicação para que este trabalho fosse concluído com êxito.

Resumo

Este trabalho teve como objetivo a criação de uma sequência didática para o ensino de geometria espacial através de atividades que envolvem visualização geométrica bidimensionais e tridimensionais, como a atividade Vistas, que auxilia na localização do objeto no espaço. Para tanto, foram realizados estudos sobre a representação no espaço de Jean Piaget, e as teorias de desenvolvimento geométrico de Van Hiele, as quais foram tomadas como base para o desenvolvimento dessa sequência didática que foi aplicada com estudantes do Ensino Fundamental de uma Escola Municipal de Porto Alegre.

Palavras Chave: Representação do espaço, Teoria de Van Hiele, vistas, sequência didática e visualização geométrica.

Abstract

This work aimed at the creation of a didactic sequence for teaching spatial geometry through activities that involve two-dimensional and three-dimensional geometric visualization. as the activity views, which assists in locating the object in space. To this end, studies were performed on the representation space of Jean Piaget, and the theories of geometric development of Van Hiele, which were taken as the basis for the development of didactic sequence that was applied to elementary school students from a local school at Porto Alegre.

Key words: representation of space, theories of Van Hiele, views, didactic sequence, visualization geometric.

Sumário

1. Introdução	11
2. Objetivos	14
3. Referencial teórico	15
3.1 Jean Piaget e o seu estudo sobre representação do espaço	15
3.2 Teoria de Van Hiele sobre a aprendizagem da geometria	20
3.3 A visão de Gutiérrez sobre as habilidades espaciais através da Teoria de Van Hiele	24
3.4 Geometria Descritiva	26
3.4.1 <i>Vistas Ortográficas</i>	27
<i>Épura Mongeana</i>	30
<i>As Seis Vistas Principais</i>	31
4. Métodos e Materiais	33
3.1 A escolha e os participantes	33
3.2 Seleção das atividades	34
3.3 Coleta de dados e análise dos resultados	35
3.3.1 <i>Teste em alunos</i>	36
Atividade 1 – O que você vê?	36
Atividade 2 – Cada Vista é uma Vista	38
Atividade 3 – Pinte de acordo	40
Atividade 4 – Desenhe suas vistas	42
Atividade 5 – Cubo único	43
Atividade 6 – Que formas tem?	44
Atividade 7 – Planifique através do objeto	45
Atividade 8 – planifique através de sua representação	46
Atividade 9 - Envolvendo o uso do computador	49
5. Considerações Finais	59
6. Referências	61

Lista das Figuras

<i>Figura 1 - Projeção Cilíndrica de um sólido.....</i>	<i>27</i>
<i>Figura 2 - Projeção de dois objetos distintos resultando a mesma imagem</i>	<i>27</i>
<i>Figura 3 - Planos ortogonais entre si e suas nomenclaturas</i>	<i>28</i>
<i>Figura4 – método da Dupla Projeção Ortogonal</i>	<i>28</i>
<i>Figura 5 - Planos ortogonais entre si e suas nomenclaturas</i>	<i>29</i>
<i>Figura 6 – Projeção de dois objetos distintos resultando em pelo menos uma imagem diferente.....</i>	<i>29</i>
<i>Figura 7 – Remoção do Objeto.....</i>	<i>30</i>
<i>Figura 8 – Abertura em épura.....</i>	<i>30</i>
<i>Figura 9 – Os seis planos de projeção.</i>	<i>31</i>
<i>Figura 10 – Abertura da épura.</i>	<i>31</i>
<i>Figura 11 – Disposição das vistas pelo primeiro diedro.....</i>	<i>32</i>
<i>Figura 12 – fluxograma da montagem das atividades.</i>	<i>34</i>
<i>Figura 13 - Representação feita pelo Aluno A2.....</i>	<i>37</i>
<i>Figura 14 - Representação feita pelo Aluno A3.....</i>	<i>38</i>
<i>Figura 15 - Pintura feita pelo aluno A2</i>	<i>41</i>
<i>Figura 16 - Pintura feita pelo aluno A6</i>	<i>41</i>
<i>Figura 17 - Representação das Vistas feita pelo aluno A3.....</i>	<i>42</i>
<i>Figura 18 - Representação das Vistas feita pelo aluno A7.....</i>	<i>43</i>
<i>Figura 19 - Representação das Vistas feita pelo aluno A2.....</i>	<i>43</i>
<i>Figura 20 - Planificação feita através do objeto pelo aluno A6</i>	<i>46</i>
<i>Figura 21 - Planificação feita através da representação do objeto pelo aluno A2.....</i>	<i>48</i>
<i>Figura 22 - Planificação feita através da representação do objeto pelo aluno A2.....</i>	<i>48</i>
<i>Figura 23 - entrada do site de atividades.....</i>	<i>49</i>
<i>Figura 24 - atividade dos cubos.....</i>	<i>50</i>
<i>Figura 25 - Instruções para Atividade Vista Épura.....</i>	<i>51</i>
<i>Figura 26 - atividade 2 vista épura – desafio 1</i>	<i>52</i>
<i>Figura 27 - atividade 2 vista épura – desafio2</i>	<i>52</i>
<i>Figura 28 - atividade 2 vista épura – desafio3</i>	<i>53</i>

<i>Figura 29 - atividade 2 vista épura – desafio4</i>	53
<i>Figura 30 – atividade 2 vista épura – desafio 5</i>	54
<i>Figura 31 Instruções para a atividade Vista Superior</i>	55
<i>Figura 32 – atividade 3 vista superior - desafio1</i>	56
<i>Figura 33 – atividade 3 vista superior - desafio2</i>	56
<i>Figura 34 – atividade 3 vista superior – desafio3</i>	57
<i>Figura 35 – atividade 3 vista superior – desafio 4</i>	57
<i>Figura 36 – atividade 3 vista superior – desafio 5</i>	58

1. Introdução

A escolha pelo desenvolvimento deste tema, sobre noções de vistas e formas geométricas, ocorreu durante a minha graduação em Licenciatura Matemática, quando me deparei, em disciplinas de laboratórios e estágios, com alunos e colegas de graduação que mostraram dificuldades na compreensão ou realização de atividades que envolviam a noção de forma e espaço e, mais especificamente, àquelas relacionadas com visualização espacial. Assim, Gravina (1996) afirma que:

Aos alunos ingressantes no curso de Licenciatura em Matemática da UFRGS é oferecido como obrigatório, no primeiro ano, uma disciplina de Geometria Plana e Espacial. Constata-se nesta disciplina que os alunos chegam à universidade sem terem atingido os níveis mentais da dedução e do rigor. Raciocínio dedutivo, métodos e generalizações - processos característicos e fundamentais da Geometria- os alunos pouco dominam. Até mesmo apresentam pouca compreensão dos objetos geométricos, confundindo propriedades do desenho com propriedades do objeto. (Gravina, 1996)

Por este motivo, procurei estudar as formas do aprendizado do aluno, via leituras sobre a representação do espaço de Jean Piaget e também as teorias de Van Hiele. A dissertação de Marcelo Becker, apresentada no Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática da UFRGS em 2009, também serviu de suporte para a elaboração dessa sequência didática. Essa sequência contém diversas atividades, sendo uma delas, de minha autoria, denominada VISTAS¹, que é realizada via computador e, como próprio nome sugere, aborda questões relacionadas com as vistas de objetos geométricos. Este objeto foi desenvolvido em conjunto com os acadêmicos do Curso de Licenciatura em Matemática, Vinicius Cardoso, Tamiris Duarte Carpin e Gabriel Wolf Flores, na bolsa de iniciação científica RIVED², em que são elaboradas e criadas atividades matemáticas para o computador.

Uma das dificuldades encontradas com relação à elaboração desta sequência didática foi encontrar materiais que abordassem os conteúdos de vistas e planificações de objetos nos livros didáticos escolares, entre outros. Isto ocorre porque é uma área da matemática que está

¹ O Objeto Vistas poder ser encontrado no seguinte endereço: <http://mdmat.mat.ufrgs.br/repositorio/vistas> (acessado em novembro de 2009).

² O RIVED – Rede Interativa Virtual de Educação é um programa da Secretaria de Educação a Distância - SEED, que tem por objetivo a produção de conteúdos pedagógicos digitais, na forma de objetos de aprendizagem. Fonte: http://rived.mec.gov.br/conheca_rived.php (acessado em novembro de 2010).

defasada há anos, devido à grande dificuldade encontrada pelos professores mais antigos, pois estes tiveram pouca preparação em geometria durante suas graduações, passando, muitas vezes, estas dificuldades para os alunos, ou até mesmo evitando ministrar este conteúdo em sala de aula. Becker (2009) trata dessas dificuldades em seu trabalho ressaltando que:

Tive a oportunidade de trabalhar com professores em um curso de especialização em Geometria. Esses professores, atuantes nas redes de ensino públicas e privadas em nível fundamental e médio, tiveram, na sua totalidade, formação de licenciatura em Matemática. Eles relataram durante as aulas, que tinham dificuldades em trabalhar com a geometria, por terem uma formação deficiente e por apresentarem dificuldades em lidar com esse conteúdo. (Becker, 2009 página 9)

Hoje, devido a essas dificuldades com o ensino e aprendizagem da geometria, alguns professores e pesquisadores se dedicam à reflexão, elaboração, implementação e avaliação de atividades dessa área da Matemática, buscando superar as dificuldades encontradas na abordagem da mesma na escola básica. Isso ocorre também devido a Geometria ser um campo de informações e conhecimentos necessários para que se compreenda o mundo, pois está presente em nosso dia-a-dia e em inúmeras situações. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) tratam da Geometria como parte fundamental e importante no Ensino Fundamental, como podemos ver abaixo:

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. O estudo da Geometria é um campo fértil para trabalhar com situações problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. (Parâmetros Curriculares Nacionais. 1998. p. 51).

Numa tentativa de tornar o ensino da Geometria mais atrativo e significativo para o aluno, esta sequência didática aponta alternativas que possibilitam a aplicabilidade desse conteúdo em sala de aula com objetos com os quais os alunos poderão compreender melhor a noção da representação desse objeto no espaço.

Tenho como desafio a implementação deste conteúdo em sala de aula, como introdução a geometria espacial, pois no momento em que o aluno compreende melhor a forma tridimensional dos objetos e suas planificações, ele consegue obter muito mais claramente os conceitos geométricos que os envolve.

Para muitos alunos “a matemática é complicada”, segundo Silveira (2002), fazendo com que eles não queiram aproveitar as informações que os professores estão tentando passar em sua aula, e isso também ocorre com a geometria.

Mesmo os alunos olhando os objetos que o professor traz consigo em uma aula de geometria, ele não consegue desenvolver o conceito de área e volume adequadamente, pois não consegue visualizar a vista da base do objeto. Por exemplo, para calcular o volume de um objeto, como por exemplo, um prisma regular, sabemos que é a *área da base vezes a sua altura*, importando assim a forma de sua base, pois essa pode ser triangular, cilíndrica, retangular, entre outras, tornando-se importante que o aluno reconheça a sua forma para a realização do cálculo.

Em minha formação no ensino médio, que foi realizada em uma escola pública de Porto Alegre, o professor simplesmente colocou os desenhos no quadro e suas fórmulas, não fazendo nenhum sentido para mim, tendo que buscar fora da sala de aula o que eu não estava compreendendo. Notei que, muitos colegas meus, na época, estavam “odiando” a matéria, devido à forma equivocada na qual estava sendo ministrada.

Já no ano seguinte de meu ensino médio, houve uma troca de professor. Ele era um professor que estava finalizando o curso de graduação. Trouxe figuras, imagens e objetos, fazendo muito mais sentido o que estava sendo dado, mas mesmo mostrando os objetos, notava que não fazia sentido ainda para alguns de meus colegas. Durante minha graduação, senti esta dificuldade de alguns colegas nas disciplinas de geometria plana e espacial. Isto me fez questionar como poderia auxiliar na aprendizagem do ensino da geometria.

2. Objetivos

Este Trabalho de Conclusão de Curso visou à construção de uma sequência didática em que contém atividades próprias para o desenvolvimento da visualização geométrica e habilidades Bidimensionais e Tridimensionais. Além disso, tive a possibilidade de testar o objeto digital de aprendizagem por mim criado e verificar se o seu uso por estudantes contribui para a construção da representação do objeto no espaço.

Estas atividades foram realizadas com alunos do ensino fundamental, de uma escola municipal, onde foram coletados dados para as análises e modificações deste plano, pois ele futuramente poderá ser utilizado por outros professores.

A sequência didática, a qual elaborei tem por objetivos contribuir para que os alunos:

- consigam identificar as vistas do objeto;
- observem e identifiquem os objetos através da conservação de sua imagem;
- consigam reproduzir mentalmente os objetos através de suas vistas;
- observem e planifiquem os objetos através de suas vistas;
- através de suas vistas, consigam identificar a localização dos objetos no espaço;

Devido a estes objetivos, procurei me basear na Teoria de Van Hiele, que constitui uma teoria do ensino e da aprendizagem de geometria, elaborado pelo casal holandês Van Hiele. Mas também tive que me ancorar, na forma como se dá a representação do espaço pela criança, através de Piaget.

3. Referencial teórico

Neste capítulo, apresentarei o estudo realizado para a construção desta sequência didática. Para tanto, primeiramente foi necessário um aprofundamento sobre a representação do espaço de Jean Piaget, assim como o estudo sobre a Teoria do Casal Van Hiele sobre o desenvolvimento geométrico.

Também foi realizado um estudo na dissertação de mestrado de Marcelo Becker – Uma alternativa para o ensino da geometria: visualização geométrica e representações de sólidos no plano, a qual aborda este assunto de maneira clara e bem fundamentada.

3.1 Jean Piaget e o seu estudo sobre representação do espaço

Um dos objetivos dos estudos do biólogo Jean Piaget é de estudar o desenvolvimento humano e sua formação mental e ele inclui em sua obra, estudos sobre como se dá a representação da noção de espaço pelo homem. Para explicar o desenvolvimento humano, Piaget (1995) divide sua teoria em dois processos mentais: A assimilação e a acomodação. Destas duas, quando aplicadas em conjunto, surgem mais três teorias: a adaptação, a organização e a equilíbrio.

O fator da assimilação corresponde ao sujeito, pois se trata do processo de compreensão de algo. Utiliza-se do conhecimento prévio que temos de um assunto. A acomodação é a superação, por esforço cognitivo próprio. Adaptar é assimilar e acomodar o conhecimento simultaneamente. É através desse processo que se dá a organização da estrutura mental. A equilíbrio cognitiva é o autorregular do pensamento, utilizando-se do pensamento reversível. A reversibilidade é muito importante para a construção da inteligência, pois o pensamento sendo móvel e dinâmico, juntamente com a descoberta das transformações dos os objetos mostra que as atitudes podem ser corrigidas e transformadas, por serem de naturezas mutáveis.

De acordo com Piaget (1993, p. 12) “o estudo do desenvolvimento do espaço é que toda a investigação psicológica é suscetível à aplicação prática. O ensino da geometria ganha muito ao adaptar-se à evolução espontânea, ainda que possamos pressenti-lo”.

Para Piaget (1993, p.19), este desenvolvimento mental está dividido em três etapas: o período sensório – motor, o período pré-operatório e o período operatório, descritos resumidamente a seguir:

1. Sensório – motor: dura do nascimento até o início da linguagem, a criança busca adquirir controle motor e aprender sobre os objetos físicos que a rodeiam. Esse estágio se chama sensório-motor, pois o bebê adquire o conhecimento por meio de suas próprias ações que são controladas por informações sensoriais imediatas.
2. Pré-operatório: a criança busca adquirir a habilidade verbal. Nesse estágio, ela já consegue nomear objetos e raciocinar intuitivamente, mas ainda não consegue coordenar operações fundamentais, nas quais serão permitidas serem operadas na próxima etapa.
3. Operatório: Este estágio é subdividido em operatório concreto e operatório formal.

No estágio operatório concreto, que dura dos 8 aos 12 anos de vida, a criança começa a lidar com conceitos abstratos como os números e relacionamentos. Esse estágio é caracterizado por uma lógica interna consistente e pela habilidade de solucionar problemas concretos.

No estágio operatório formal – desenvolvido entre os 12 e 15 anos de idade – a criança começa a raciocinar lógica e sistematicamente. Esse estágio é definido pela habilidade de engajar-se no raciocínio abstrato. As deduções lógicas podem ser feitas sem o apoio de objetos concretos. No estágio das operações formais, desenvolvido a partir dos 12 anos de idade, a criança inicia sua transição para o modo adulto de pensar, sendo capaz de pensar sobre ideias abstratas.

De acordo com Piaget (apud Becker, 2009, p.30) a construção do espaço se realiza na criança desde o dia em que nasceu sendo paralela com as demais construções mentais. A primeira construção de espaço se dá de forma topológica, onde ainda não são capazes de situar os objetos, uns em relações aos outros. Os limites desses espaços são determinados pelo campo perceptivo.

Os efeitos da atividade perceptiva aumentam progressivamente com a evolução e se torna mais fina na medida dos progressos da atividade perceptiva de caráter tátil-cinestésico, ou seja, o tato associado à cinestesia, às sensações térmicas e à percepção básica permitem à criança o reconhecimento, a localização e a descrição do seu corpo e dos objetos que a

cercam, estabelecendo assim, uma efetiva interação com o seu meio. A atividade perceptiva é o prolongamento da inteligência sensório-motora que se dá antes da aparição da representação que vão melhorando conforme a idade, sendo somente entre 9-10 anos que as grandezas atingem seu nível adulto.

Para Piaget (1993, página 53) a construção do espaço começa no plano perceptivo, e leva adiante já no terreno da representação e, para realizar um estudo da intuição espacial de ordem é necessário compreender como se dá a passagem de um plano para outro. E essas análises são realizadas em 3 etapas.

- I. Controlar a maneira pela qual funciona a percepção sob as espécies de percepção tátil que marcam o início do processo de reconhecimento³;
- II. Compreender como a percepção tátil é traduzida pelo sujeito em imagens gráficas ou mentais;
- III. Introduzir o estudo da abstração das formas.

Como as construções próprias dependem das ações, logo, elas são partes essenciais para o processo evolutivo. Os conceitos geométricos são ensinados de maneira euclidiana: projetiva e topológica. Para Piaget (1993), porém a ordem lógica em que a geometria é construída no pensamento inicia-se com conceitos topológicos, depois os projetivos e por último os euclidianos.

Segundo Piaget (1993, p. 62) existe três estágios para o desenvolvimento da noção de espaço e sua representação: incapacidade sintética, realismo intelectual e realismo visual.

A Incapacidade Sintética se dá entre 3 a 4 anos de idade. Neste estágio a criança está mais preocupada em representar os objetos de forma diferenciada, não integrando o conjunto de forma coerente, abstendo-se aos detalhes de que tem importância para ela naquele momento, exagerando ou omitindo partes, representando o seu ponto de vista, relacionando tudo a si. É nesse estágio que a criança começa a construir as relações topológicas entre as formas, preocupando apenas com as partes gerais dos objetos como:

³ Reconhecimento pelo dicionário é o reconhecimento do estado de uma pessoa, da qualidade de uma coisa; ato ou efeito de reconhecer.

- a) Vizinhança, que corresponde à proximidade dos elementos percebidos num mesmo campo visual;
- b) Separação, que depende de uma percepção analítica, dado que consiste em dissociar elementos vizinhos que podem fazer com que a criança se confunda por possuir muitas características semelhantes;
- c) Ordem, ou sucessão espacial, que estabelece uma sequência para elementos separados arranjados de maneira constante;
- d) Envolvimento que faz perceber a existência de elementos entre os outros;
- e) Continuidade, que faz com que o campo perceptivo evolua para a construção de um campo espacial contínuo.

Já no realismo intelectual, a criança está interessada em representar do objeto não só o que vê, mas tudo o que “ali existe”, dando a cada objeto a sua forma exemplar e para melhor evidenciar a forma dos objetos, a criança mistura vários pontos de vista, representando todos num mesmo desenho, simultaneamente. Conforme Piaget (1993) é nesse estágio que a criança inicia a construção paralela de relações (perspectiva com projeções e seções) e euclidianas (proporções e distâncias) para representar o espaço.

No Realismo Visual a criança abandona as estratégias utilizadas no estágio anterior, representando apenas os elementos visíveis do objeto. O rebatimento e as mudanças de ponto de vista se coordenam dando início à perspectiva. Os objetos passam a ser representados de acordo com essa nova construção, a perspectiva, e os detalhes agora têm por finalidade particularizar as formas que antes eram genéricas. Encerra-se aqui, a construção das relações projetivas e Euclidianas para representar o espaço e esses dois sistemas se desenvolvem apoiando-se um no outro. Há, portanto, um aprimoramento do sistema do desenho construído no estágio do realismo intelectual. Em suma, é no momento em que o sujeito começa a situar os objetos no espaço e suas configurações, uns em relações aos outros é quando se dá a noção projetiva. Os objetos passam a ser considerados através de um ponto de vista, e as configurações são necessárias para desenvolver a capacidade de coordenar diversos pontos de vista, incluindo os que não são próprios do observador.

Também conforme Piaget (1993, página 471) a percepção e representação do espaço perceptivo são construídas muito mais rapidamente do que o espaço representativo, isso acontece devido à percepção ser constituída em contato direto com o objeto, à medida que, a imagem intervém em sua ausência.

3.2 Teoria de Van Hiele sobre a aprendizagem da geometria

Esta teoria iniciou-se através de uma pesquisa realizada por um casal de professores holandeses Pierre Van Hiele e sua esposa Dina Van Hiele através da investigação do desenvolvimento do pensamento geométrico, no qual, em 1959 foram publicados seus primeiros resultados. Logo após esta primeira publicação, a professora Dina Van Hiele-Geldof veio a falecer, mas seu marido Pierre Van Hiele deu continuidade a este trabalho.

Segundo Kaleff (1994) O primeiro país a se utilizar desta teoria foi na União Soviética nos primórdios da década de 60 após a reformulação de seu currículo de geometria. Após isso, em 1976 é que este trabalho veio a ser reconhecido internacionalmente através do americano Izaak Wirsup que veio a divulgar este modelo. A teoria do casal, só começou a ser traduzida para o Inglês na década de 80, e a partir daí vem crescendo mais trabalhos que se utilizam dessa teoria. Mas foi em 1986 com a publicação do livro “Structure and insight” que sua teoria tomou força e foi realmente reconhecida.

O Modelo de Van Hiele (Apud Becker, 2009) sobre o pensamento geométrico consiste em cinco níveis de compreensão, chamados visualização, análise, dedução informal, dedução formal e rigor. Segundo este modelo, os alunos progridem hierarquicamente através dessa sequência de níveis, daí a necessidade do professor conhecer previamente em qual nível de desenvolvimento o aluno se encontra, e ou realizar uma sequência didática na qual siga esta hierarquia de conhecimento.

De acordo com Van Hiele (Apud Becker, 2009, p. 24) estes níveis descrevem as características do processo do pensamento, no qual será mostrada uma sinopse de cada um deles. Estes níveis inicialmente eram numerados de 0 a 4, mas posteriormente, modificados para 1 a 5 por Hoffer (1979) com o entendimento de Van Hiele, conforme a síntese a seguir:

Nível 1: Visualização e Reconhecimento: nesse nível, os alunos têm seu primeiro contato com as figuras geométricas, que se dá de forma visual. Os estudantes identificam e operam com as figuras de acordo com sua aparência, elas são vistas como um todo, sem suas partes serem percebidas. Eles reconhecem as figuras pela sua aparência e devem ser capazes de representá-las mentalmente com imagens. Para identificar as figuras, o aluno usa protótipos visuais.

Nível 2: Análise: nesse nível, os alunos reconhecem e podem caracterizar as figuras geométricas por suas propriedades a partir de atividades empíricas. No momento, o aluno pensa no retângulo como uma figura de quatro ângulos retos, portanto o nome retângulo se dá a uma classe de quadriláteros, com um conjunto de propriedades, chamados retângulos.

Nível 3: Dedução Informal ou Classificação: nesse nível, os alunos já entendem definições abstratas, distinguem condições necessárias e suficientes num conceito. Já podem classificar hierarquicamente figuras, entendem que o quadrado é um paralelogramo com mais propriedades impostas.

Nível 4: Dedução formal: o aluno chega nesse nível quando é capaz de trabalhar com características de relações intrínsecas, por exemplo, distinguir uma proposição do seu inverso.

Nível 5: Rigor: nesse nível, os alunos desenvolvem o rigor matemático. Podem formalmente manipular indicações geométricas como axiomas, definições e teoremas. Já desenvolvem demonstrações próprias com o rigorismo matemático. As figuras são tratadas como conjunto de propriedades e representadas por símbolos.

Para o aluno obter êxito no desenvolvimento geométrico relativo a um determinado assunto em geometria e em cada nível de compreensão, o casal Van Hiele criou um roteiro quanto à metodologia a ser aplicada pelo professor. Segundo Kaleff (1994) e Becker (2009) Esta teoria consiste em que a aprendizagem da geometria se faz passando por níveis graduais de pensamento, colocando-se como guia para a aprendizagem e para a avaliação das habilidades dos alunos em geometria. Estes níveis não estão associados à idade, e têm as seguintes propriedades representadas:

1. Sequencial: Não se pode alcançar o nível n sem haver passado pelo nível anterior $n-1$, ou seja, o progresso dos alunos através dos níveis é invariante;
2. Avanço: um aluno não pode estar em um nível, sem ter dominado todos os níveis anteriores;
3. Intrínseco e extrínseco: Em cada nível de pensamento, o que era implícito, no nível seguinte volta explícito;

4. Linguística: Cada nível tem sua linguagem própria utilizada (símbolos linguísticos) e respectiva significância dos conteúdos (conexão destes símbolos com algum significado);

Combinação Inadequada: Dois estudantes com níveis distintos não podem se entender.

Segundo Freudenthal (Freudenthal, 1973, apud Kaleff, 1994), quando o ensinamento ocorre num nível acima ao do estudante, a matéria não é bem assimilada e não fica retida por muito tempo na memória, assim como concepções erradas, quando aprendidas, parecem persistir.

Segundo Kaleff (1994) para o casal Van Hiele a proposta de ensino deve seguir cinco fases de aprendizagem, essa sequencia favorece a obtenção de um nível de pensamento no determinado conteúdo e ou conceito geométrico que esta sendo abordado conforme a síntese a seguir.

Fase 1 – Questionamento ou Informação: esta fase é quando o professor estabelece um diálogo com os alunos, expondo o material que vai ser utilizado. É neste momento que são feitas as observações, onde as questões serão levantadas, ou seja, é quando o professor inicia com o vocabulário que vai ser utilizado. Durante este diálogo entre professor e aluno, é que, o professor consegue analisar quais os conhecimentos de seu aluno, identificando assim, em que nível o aluno se encontra, através desse conhecimento ele pode perceber em qual direção o estudo deve prosseguir.

Fase 2 – Orientação Direta: esta fase é quando o aluno inicia o processo de exploração do assunto de geometria que está sendo tratado, através de materiais cuidadosamente selecionados que levarão o aluno a se familiarizar gradualmente com as estruturas e características do nível que está sendo tratado, as atividades devem ser em sua maioria, atividades em uma única etapa, que possibilitem respostas especificas e objetivas.

Fase 3 – Explicitação: esta fase é dada com base nas experiências anteriores do aluno, ampliando e refinando a sua linguagem, é nesta fase que o aluno começa a expressar suas opiniões a respeito das estruturas que observaram. O professor, nesta fase, deve deixar o aluno mais independente na busca da formação do sistema de relações que estão sendo estudadas.

Fase 4 – Orientação livre: nesta fase, as atividades devem apresentar mais etapas, possibilitando que o aluno resolva de várias maneiras diferentes, porém chegando ao resultado

proposto. É importante que o aluno ganhe a experiência da busca de informação, de conhecimento e busque também sua própria forma de resolver a atividade, com isso, adquira sua própria orientação, fazendo-se mais claro o objeto que está sendo estudado.

Fase 5 – Integração: esta fase é a em que o aluno contextualiza o conhecimento adquirido, é a fase da revisão e síntese do que foi estudado, estabelecendo uma integração entre os objetos e as relações com a consequência da unificação e internalização do pensamento. O papel do professor nesta fase é de auxiliar neste processo de síntese, proporcionando experiências e observações, porém, o mesmo, não deve ser ministrado novas ideias, nem muito menos, algo que possa discordar do que foi dado.

Ao final dessas cinco fases, os alunos devem ter atingido um novo nível de pensamento, tornando-se aptos a realizar as atividades de aprendizagem do próximo nível. Para Van Hiele (Apud Kaleff, 1994) o avanço de um nível para outro não se dá de forma natural, sendo o professor, o intermediador deste desenvolvimento através de um ensino adequado e sequencial.

3.3 A visão de Gutiérrez sobre as habilidades espaciais através da Teoria de Van Hiele

Com base na teoria de Van Hiele sobre a geometria espacial, Gutiérrez (1992) dividiu o problema do aprendizado em duas partes: a aquisição das habilidades espaciais e o entendimento das relações entre os conceitos geométricos.

Gutiérrez (1992) afirma que o fundamental para se trabalhar a geometria espacial é conseguir visualizar em sua mente o que ocorre. Essa capacidade que temos e devemos desenvolver, é básica no aprendizado deste campo de conhecimento. Quem tiver dificuldades em visualizar os objetos em suas várias formas e o que ocorrem com eles, terá dificuldades em entender os livros didáticos, que por terem representação plana, exigem que a pessoa tenha que representar em sua mente esses objetos espacialmente. Como infelizmente os livros didáticos trazem este problema plano, devemos nos esforçar para imaginarmos tudo como seriam se fossem tridimensionais. Por isso, é fundamental que o aluno entenda e interprete essas diferentes representações bidimensionais de objetos tridimensionais. Assim, ele deve aprender a desenhar a planificação de um sólido, e também o inverso, construindo um sólido através de sua planificação.

Del Grande (1990, apud Gutiérrez, 1991) especificou habilidades importantes que o indivíduo deve ter para auxiliar a representação espacial, num contexto mais amplo que o da Geometria. São eles:

- 1) Coordenação motriz dos olhos: é a habilidade de observar e seguir com os olhos o movimento dos objetos de maneira ágil e eficaz;
- 2) Identificação visual: é a habilidade de reconhecer uma figura desligada de seu contexto;
- 3) Conservação da percepção: é a habilidade de reconhecer que um objeto mantém sua forma mesmo que girado, ocultado ou que deixe de vê-lo;
- 4) Reconhecimento de posições no espaço: é a habilidade de relacionar posições de um objeto de acordo com um referencial;
- 5) Reconhecimento de figuras espaciais: é a habilidade que permite reconhecer as formas e suas características;

- 6) Determinação visual: é a habilidade que permite identificar semelhanças e diferenças entre os objetos;
- 7) Memória visual: é a habilidade de recordar características visuais e posicionais quando um objeto é girado ou ocultado, parcialmente ou não.

A evolução da habilidade do desenho em perspectiva é proposta em quatro etapas, segundo Mitchelmore (1980, apud Gutiérrez, 1991):

- 1) Esquemática plana: o objeto é representado pelo desenho de uma de suas faces ortogonalmente;
- 2) Esquemática espacial: o objeto é representado pelo desenho de várias de suas faces, com algumas ocultas ou não, mas ainda sem ter a sensação de profundidade;
- 3) Pré-realista: os desenhos mostram a intenção de exibir os objetos de forma realista, com noções de profundidade, mas ainda não o conseguem plenamente;
- 4) Realista: os desenhos estão corretos e seguem as regras de perspectivas, principalmente com ponto-de-fuga.

Segundo Gutiérrez (1992), os alunos têm noção de suas incorreções ao desenhar, e tentam sempre refazer, às vezes aumentando as imperfeições. Um dos problemas está na falta de coordenação. A habilidade de desenhar é desenvolvida gradualmente, mas é mais lenta do que quando é treinada especificamente em aula.

Quando se trata da representação isométrica, os alunos apresentam maiores dificuldades, pois têm de seguir as regras da medição, dos vértices e posicionar o sólido de forma visível. Chega-se a um ponto em que os alunos parecem ter compreendido as regras, mas esta impressão pode estar equivocada, pois se eles foram apenas guiados no desenvolvimento, é possível que eles não consigam realizá-las de forma autônoma.

3.4 Geometria Descritiva

Em uma definição resumida, a geometria descritiva é uma técnica utilizada para representar objetos sobre a forma mono, bi e tridimensional em desenho. Segundo Silva (2006, p.59) Há relatos que as primeiras projeções criadas foram pelos egípcios, com o objetivo de minimizarem as perdas de materiais que eles tinham com suas construções, sendo seguido pelos gregos, notadas por suas grandiosas obras arquitetônicas. E foram os gregos, que cederam seus conhecimentos para os romanos com o início de sua civilização, no qual, houve um avanço tecnológico significativo. E esses avanços só poderiam ser alcançados através de desenhos e projeções. Devido a isso, os italianos herdaram essa técnica e passaram também a utilizá-la em suas obras de construção.

Mas, somente na era napoleônica, que os franceses observaram seus conhecimentos tecnológicos, bem como, suas técnicas de desenho e projeções, foi daí então que Gaspar Monge estudou esses procedimentos, aprimorou com seus conhecimentos matemáticos e criou a então chamada Geometria Descritiva, que é, deste então, estudada por inúmeros matemáticos.

Após este breve relato de sua história, para mostrar a importância das projeções, a geometria descritiva é a representação ou projeção (perspectiva) de sólidos e figuras tridimensionais sobre um plano. Por esse método, uma figura é projetada inicialmente em um plano vertical, em retas perpendiculares a ele e em um plano horizontal.

Assim afirmam Ribeiro, Peres e Izidore (2006), todo objeto ou figura no espaço é representado por duas projeções em um plano só, colocando em uma folha de papel plana o que visualizamos no espaço de três dimensões. Com um pouco de prática, pode-se facilmente ler essa representação - ou é pura - e reconstituir o objeto real que deu origem a ela.

Conhecendo-se a metodologia utilizada para elaboração do desenho bidimensional é possível entender e conceber mentalmente a forma espacial representada na figura plana.

Na prática pode-se dizer que, para interpretar um desenho técnico, é necessário enxergar o que não é visível e a capacidade de entender uma forma espacial a partir de uma figura plana é chamada visão espacial. (Ribeiro, Peres e Izidoro, 2006, p.5).

Para Teixeira (2006) um dos objetivos do ensino de Geometria Descritiva é justamente despertar no aprendiz a capacidade de abstração, além de desenvolver a visão e o raciocínio tridimensional.

3.4.1 Vistas Ortográficas

Segundo Scalco (2004) ⁴ as vistas ortográficas originam-se das projeções cilíndricas ortogonais que são projeções de objetos com o observador que deverá estar posicionado a uma distância finita ou infinita do plano de projeção, na direção do vetor normal do plano⁵.

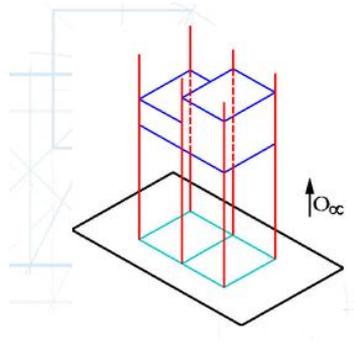


Figura 1 - Projeção Cilíndrica de um sólido

Fonte/; http://www.rau-tu.unicamp.br/~luharris/DTarq/DTarq_M3.htm (acessado novembro de 2010).

Apenas uma projeção não é o suficiente para determinar qual objeto está sendo projetado, pois dois objetos diferentes podem possuir a mesma imagem projetada em um plano, como mostrada na figura a seguir.

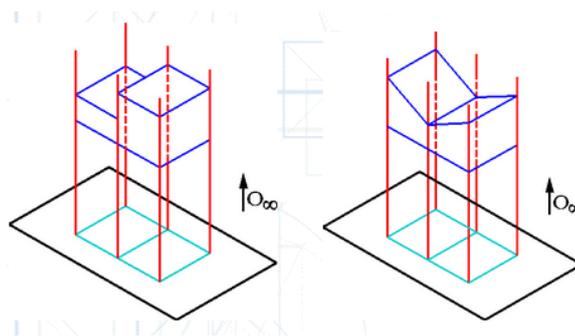


Figura 2 - Projeção de dois objetos distintos resultando a mesma imagem

Fonte: http://www.rau-tu.unicamp.br/~luharris/DTarq/DTarq_M3.htm (acessado novembro de 2010).

⁴ Scalco foi um dos professores que fez parte da montagem do site no qual capturei várias das imagens utilizadas. Este site faz parte de um projeto piloto para a construção de um ambiente virtual de apoio aos alunos ingressantes do curso de Engenharia Civil da FEC - UNICAMP, para a disciplina EC104 e foi aplicado nesta primeira versão em junho de 2004.

⁵ Vetor normal é uma reta que faz um ângulo de 90 graus, ou seja, perpendicular, a um plano.

De acordo com (Ribeiro, Peres, Izidoro, 2006, p.31), tomando dois planos, um horizontal e outro vertical, interseccionados com um ângulo de 90° graus, o espaço ficará dividido em quatro ângulos chamados diedros, ou seja, este espaço possuirá duas faces cada um, esses diedros serão numerados no sentido anti-horário, denominando-se 1°, 2°, 3° e 4° diedros, mostrado conforme a figura 3.

Para Scalco (2004) “para projetar um objeto sobre um plano, posiciona-se o observador em um ponto impróprio⁶, na direção do vetor normal do plano de projeção”.

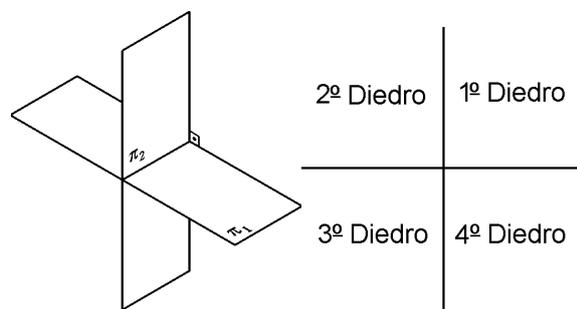


Figura 3 - Planos ortogonais entre si e suas nomenclaturas

Fonte: http://www.rau-tu.unicamp.br/~luharris/DTarq/DTarq_M3.htm (acessado novembro de 2010).

Conforme (Ribeiro, Peres, Izidoro, 2006, p.31), para melhorar o exercício de quem trabalha com desenho técnico foi necessário uma padronização, a nível internacional, para facilitar as trocas de informações tecnológicas entre os países. Pelas normas, fixaram a utilização das projeções ortogonais pelos 1° e 3° diedro. Nos desenho técnico brasileiro utilizamos o primeiro diedro como base para a construção das vistas.

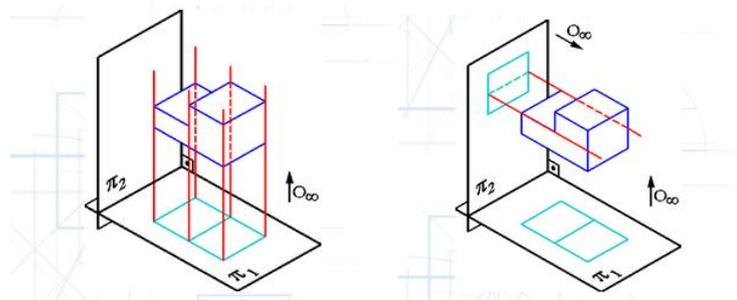


Figura4 – método da Dupla Projeção Ortogonal

Fonte: http://www.rau-tu.unicamp.br/~luharris/DTarq/DTarq_M3.htm (acessado novembro de 2010).

⁶ Ponto impróprio é um ponto comum entre duas retas paralelas, situado numa posição infinitamente distante.

Porém apenas duas projeções não são suficientes para representar o objeto, pois podem existir dois objetos diferentes e terem as mesmas duas projeções, conforme mostra a figura 5. Percebemos que as projeções são idênticas entre si.

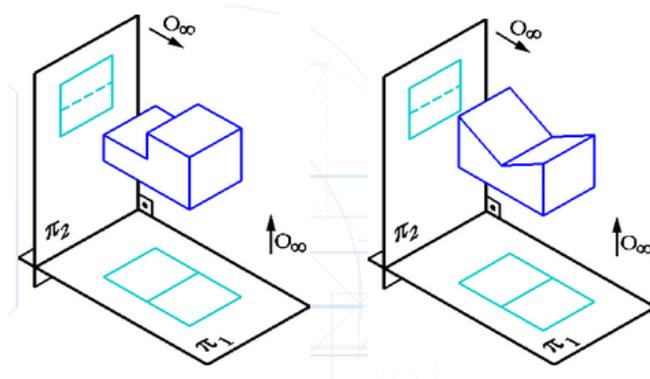


Figura 5 - Planos ortogonais entre si e suas nomenclaturas

Fonte: http://www.rau-tu.unicamp.br/~luharris/DTarq/DTarq_M3.htm (acessado novembro de 2010).

Para Scalco (2004) devido a este problema, para garantir realmente que um objeto seja representado sem que haja dúvida sobre suas características, precisamos utilizar pelo menos três planos de projeção. Estes planos são dispostos de maneira ortogonal entre si, dois a dois, de maneira semelhante às faces de um cubo. Conforme mostra a figura 6, os objetos projetados com as três vistas, pelo menos uma delas será diferente.

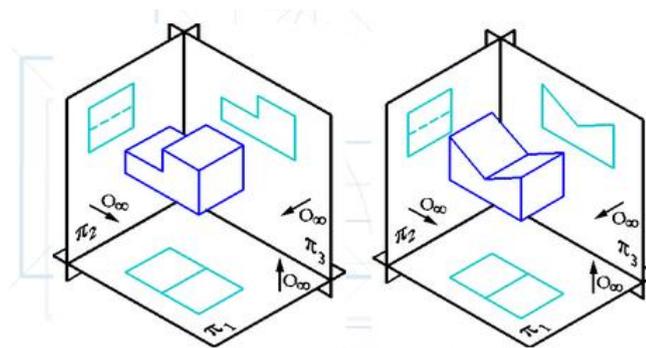


Figura 6 – Projeção de dois objetos distintos resultando em pelo menos uma imagem diferente.

Fonte: http://www.rau-tu.unicamp.br/~luharris/DTarq/DTarq_M3.htm (acessado novembro de 2010).

Épura Mongeana

Segundo Scalco (2004) não havendo dúvida sobre o objeto que está sendo projetado pode-se desconsiderar o objeto e utilizar apenas as suas projeções. Conforme mostrado na figura 7.

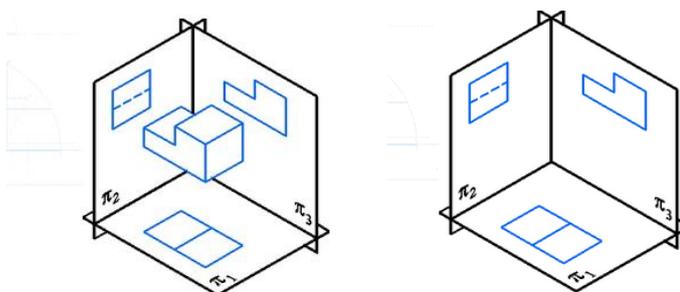


Figura 7 – Remoção do Objeto.

Fonte: http://www.rau-tu.unicamp.br/~luharris/DTarq/DTarq_M3.htm (acessado novembro de 2010).

Para manipular estas representações com facilidade, os planos deverão ser rotacionados de tal maneira que as representações sejam dispostas em um único plano.

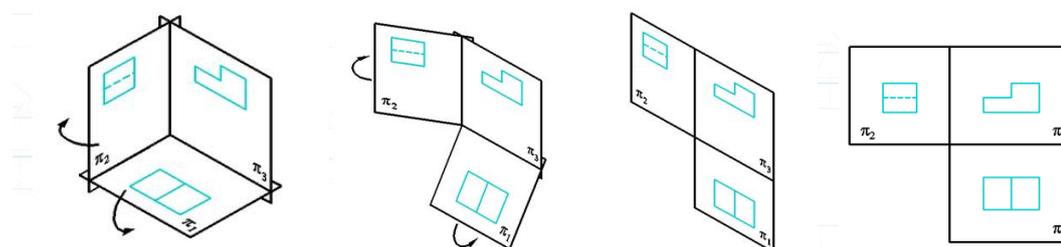


Figura 8 – Abertura em épura.

Fonte: http://www.rau-tu.unicamp.br/~luharris/DTarq/DTarq_M3.htm (acessado novembro de 2010).

Para Scalco (2004) as vistas ortográficas são as representações das projeções de um objeto em planos distintos ortogonais entre si. Podemos colocar estes planos lado a lado em um único plano. Chamamos esta representação de Épura Mongeana.

As vistas ortográficas podem ser classificadas em: Vistas ortográficas principais (são as projeções de um objeto em planos cujos vetores normais coincidam com as direções do eixo da base), Vistas ortográficas auxiliares (são projeções em um plano auxiliar que pode ser

alocado e rotacionado) e Vistas seccionais (representações da intersecção de um plano secante com o objeto de interesse, exaltando detalhes internos aos objetos).

As Seis Vistas Principais

Para Scalco (2004), anteriormente, foram utilizados três planos de projeção para identificar um objeto. Podem ser utilizados outros três, de tal maneira que os planos de projeção formem um cubo ao redor do objeto. As seis faces do cubo possuirão seis imagens simultâneas do objeto.

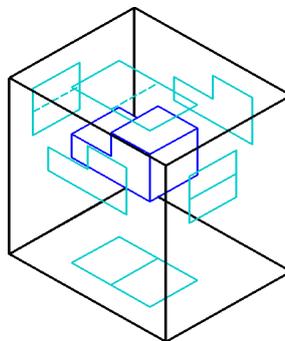


Figura 9 – Os seis planos de projeção.

Fonte: http://www.rau-tu.unicamp.br/~luharris/DTarq/DTarq_M3.htm (acessado novembro de 2010).

Para representar as estas vistas, deve-se abrir os planos sob a forma de uma *épura*, com a seguinte distribuição:

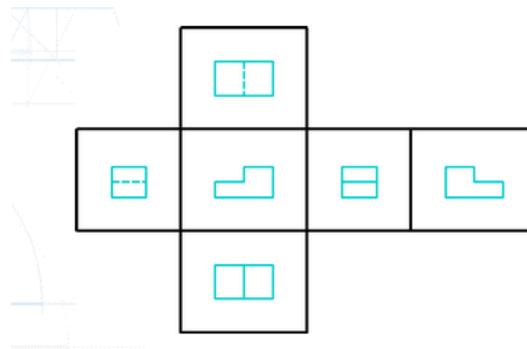


Figura 10 – Abertura da épura.

Fonte: http://www.rau-tu.unicamp.br/~luharris/DTarq/DTarq_M3.htm (acessado novembro de 2010).

A vista que melhor representa as características do objeto como um todo é chamada Vista Frontal. Observando o objeto tridimensional, temos à esquerda da Vista Frontal a Vista Lateral direita. Da mesma forma, o que pode ser observado à direita da Vista Frontal é

chamada Vista Lateral Esquerda. Quando o objeto é visto por cima, de acordo com a posição Frontal, temos a Vista Superior e localizada abaixo da Frontal, analogamente temos a Vista Inferior. A sexta vista é oposta a Vista Frontal e é denominada de Vista Posterior. Convencionou-se que sua localização seria ao lado da Vista Lateral Esquerda.

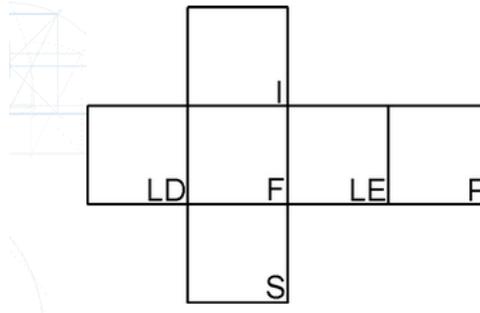


Figura 11 – Disposição das vistas pelo primeiro diedro.

Fonte: http://www.rau-tu.unicamp.br/~luharris/DTarq/DTarq_M3.htm (acessado novembro de 2010).

4. Métodos e Materiais

Como já mencionado anteriormente nos objetivos, foi desenvolvida uma sequência didática de acordo o Modelo de Van Hiele, juntamente com as habilidades colocados por Gutiérrez (1992) através da teoria de Van Hiele, este estudo tem como o intuito de auxiliar no desenvolvimento geométrico do aluno. Este capítulo descreve a metodologia utilizada, o processo realizado, as atividades propostas e os participantes.

3.1 A escolha e os participantes

Tive dificuldades para realizar este projeto, pois existem poucas disponibilidades de salas de aula livres no turno inverso dos alunos e também porque há atividades neste projeto em que é necessário o uso de um laboratório de informática. A escolha por esse público e por esta escola se deu devido a já ser professora deles no projeto Mais Educação, onde eu ministro aula de informática, e devido ao fato de os alunos terem a vontade de aprender matemática com manipulação de objetos.

A análise foi feita com uma turma do quinto ano do ensino fundamental com dez alunos em uma escola municipal de Porto Alegre. É uma escola que possui boa infraestrutura para a realização do projeto, além de haver um interesse muito grande dos professores e da coordenação dessa escola na realização de projetos que possam de alguma maneira melhorar o ensino dos alunos, ou até mesmo de trazê-los para dentro da sala de aula.

3.2 Seleção das atividades

Procurei selecionar as atividades de acordo com os níveis de desenvolvimento de Van Hiele e com suas habilidades. As atividades foram montadas de acordo com o fluxograma⁷ abaixo.

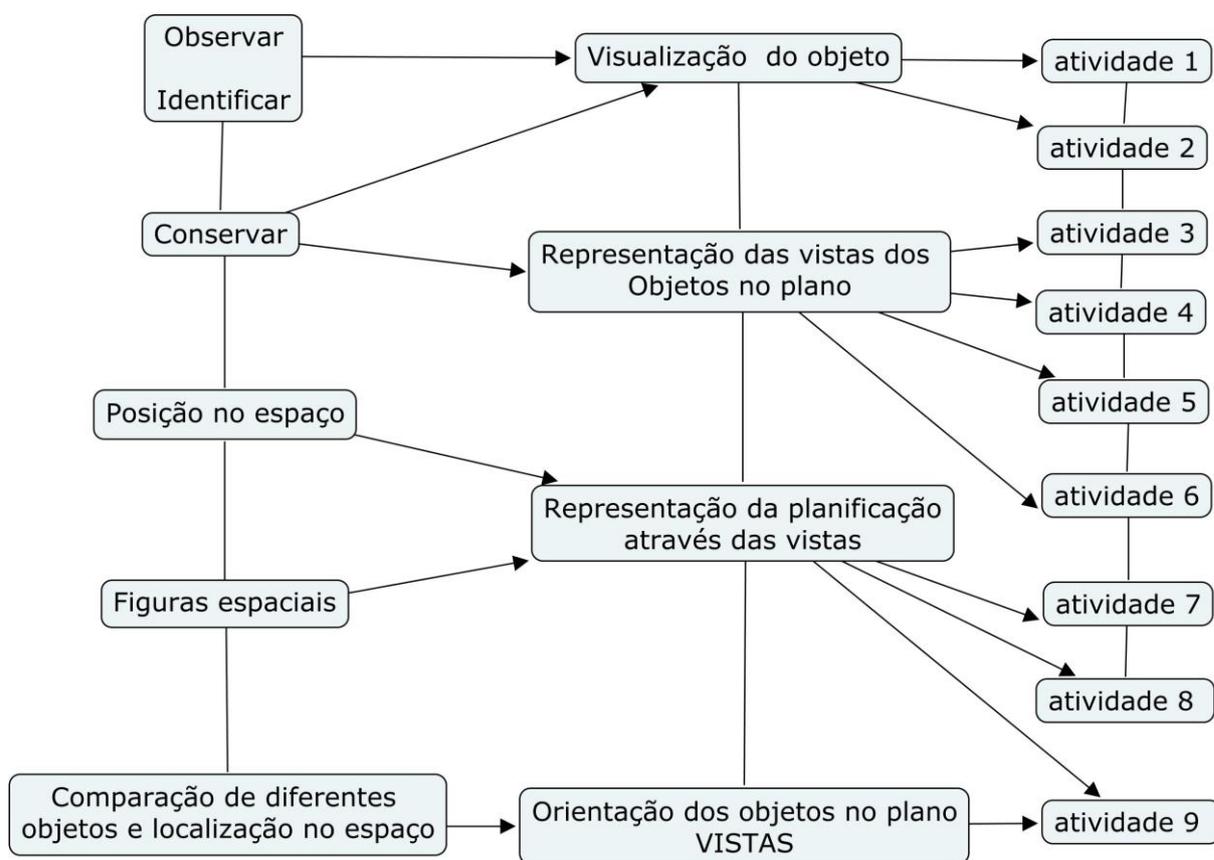


Figura 12 – fluxograma da montagem das atividades.

⁷ Fluxograma criado por mim para fins de um melhor ordenamento da sequência didática.

3.3 Coleta de dados e análise dos resultados

As atividades deste projeto piloto foram realizadas com os alunos no turno inverso de suas aulas, sendo assim, os resultados foram analisados de acordo com os erros obtidos, perguntas realizadas pelos alunos durante a realização das atividades e também através de suas facilidades na realização dos mesmos.

Em todas as atividades foram coletados materiais para as análises posteriores, assim como também foi realizado registro de perguntas e comentários dos alunos para futura contribuição de modificações da sequência didática, pois um dos objetivos é tornar atrativo o ensino da geometria e não cansativo. Cury (2008) tratando desse tema, afirma que:

Na análise das respostas dos alunos, o importante não é o acerto ou o erro em si – que são pontuados em uma prova de avaliação da aprendizagem -, mas as formas de se apropriar de um determinado conhecimento, que emergem na produção escrita e que podem evidenciar dificuldades de aprendizagem. (Cury, 2008 página 63)

As análises dos materiais foram realizadas com base nas teorias de Van Hiele juntamente com análises e comparações feitas com o trabalho de Becker (2008) em sua dissertação de mestrado – “Uma alternativa para o ensino da geometria: visualização geométrica e representações de sólidos no plano”.

No seguinte capítulo serão descritas detalhadamente as atividades propostas, seguidas de suas justificativas e da análise dos resultados.

3.3.1 Teste em alunos

A seguir mostrarei como as atividades foram realizadas com os alunos, quais eram os resultados esperados e como eles foram obtidos.

Atividade 1 – O que você vê?

Observe o objeto e desenhe como você o enxerga visto de todos os seus lados. (vista superior, vista lateral e vista frontal).

- a) Cilindro de base circular
- b) Cilindro de base triangular
- c) Cilindro de base retangular
- d) Esfera

Justificativa: Esta atividade tem como objetivo que os alunos identifiquem as vistas das figuras através da manipulação dos objetos. De acordo com a teoria de Van Hiele citada por Becker (2008), é na primeira fase que ocorre a visualização e o reconhecimento. Nesse nível, os alunos têm seu primeiro contato com as figuras geométricas, que se dá de forma visual. Os estudantes identificam e operam as figuras de acordo com sua aparência. Eles as reconhecem pela sua aparência e devem ser capazes de representá-las mentalmente sob a forma de imagens. Para identificar as figuras, o aluno usa protótipos visuais. Para Piaget (1993), controlar a maneira pela qual funciona a percepção sob as espécies de percepção tátil é que marcam o início do processo de reconhecimento.

Os objetos selecionados nas alternativas a, b e c, mudavam apenas uma de suas vistas, no caso a vista superior. Já o objeto da alternativa d, possui as três vistas idênticas.

Após uma explicação sobre os tipos de vistas (superior, frontal e lateral) foram distribuídos os objetos para que os alunos desenhassem em uma folha quadriculada as imagens nas quais eles estavam enxergando os objetos.

A atividade de início foi bem demorada, pois os alunos não estavam acostumados com os termos: superior, frontal e lateral, demorando um pouco para identificar os objetos e desenhá-los.

Os alunos conseguiram identificar as suas vistas, porém, não mantiveram a proporcionalidade dos objetos. Podemos notar isso na resposta do aluno A2 na representação do cilindro de base circular, pela diferença entre a sua representação da vista superior para as

vistas laterais. De acordo com o Del Grande (1990, apud Gutiérrez, 1991), este aluno não conseguiu estabelecer a habilidade de conservação da percepção na qual deveria reconhecer que um objeto mantém sua forma mesmo que girado, ocultado ou que deixe de ser visto.

Esta atividade foi bem interessante, pois nela, pude entrar com a linguagem da geometria plana, sobre as imagens na qual os alunos estavam representando em desenho, como quadrado, triângulo, retângulo e círculo. Outro aspecto interessante foram as perguntas, como a do aluno A8 sobre qual a diferença entre quadrado e triângulo, círculo e circunferência.

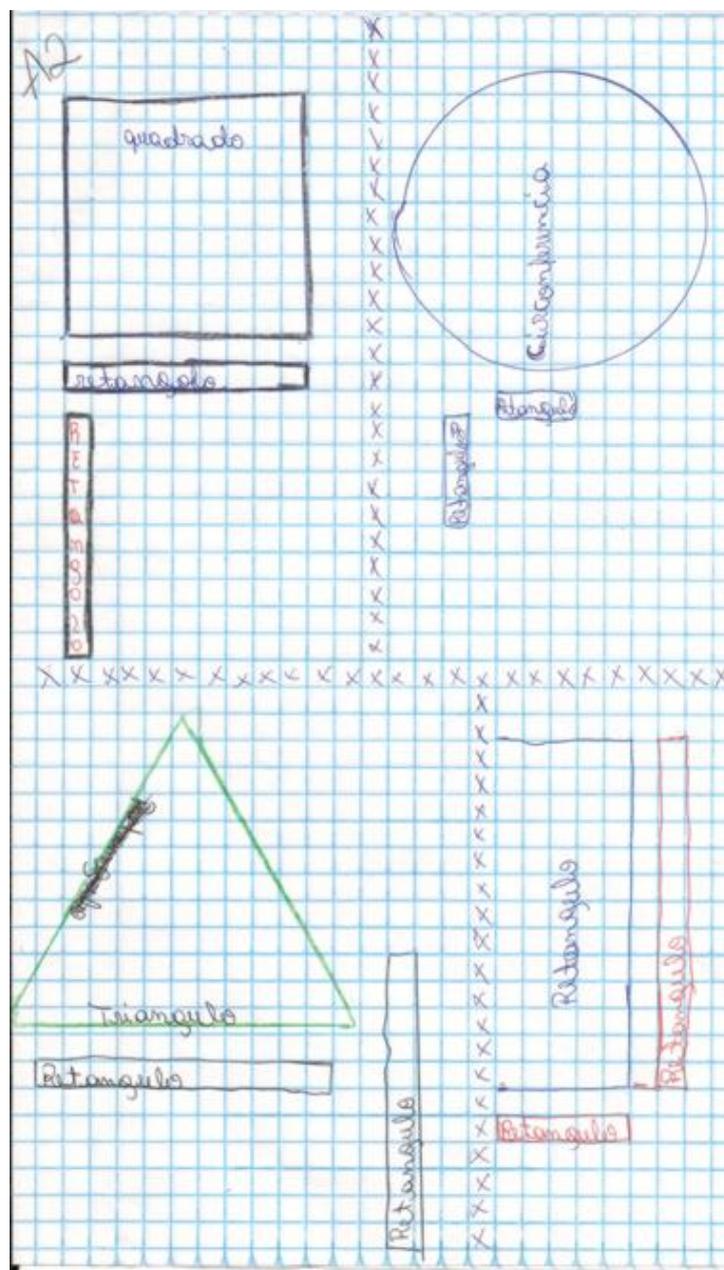


Figura 13 - Representação feita pelo Aluno A2

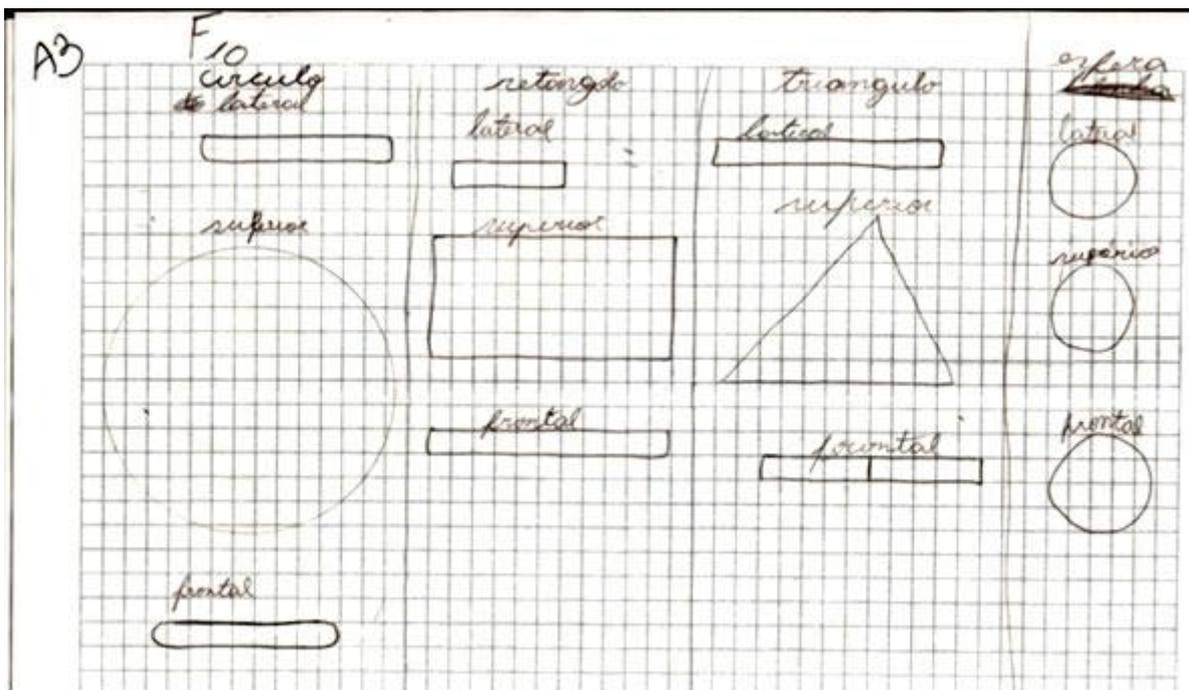
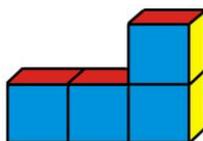


Figura 14 - Representação feita pelo Aluno A3

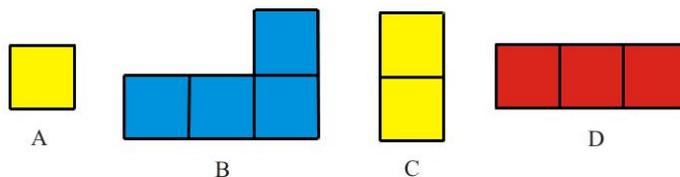
Atividade 2 – Cada Vista é uma Vista

a) Carlos fez uma construção com quatro cubos⁸.



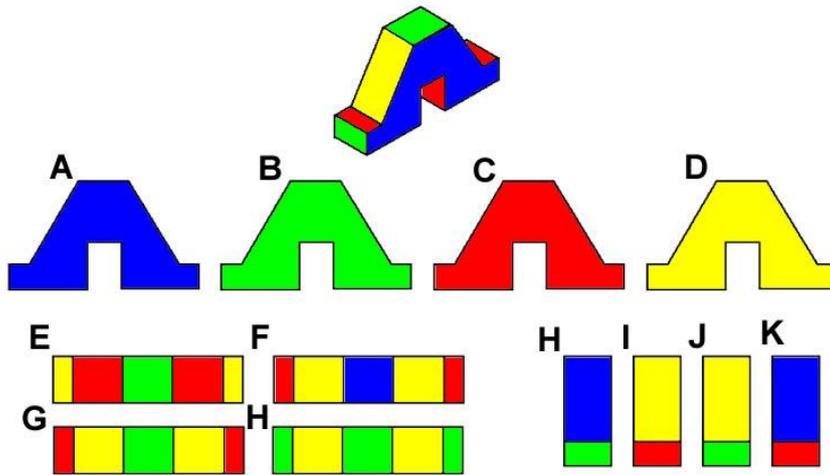
Ao ver sua construção de cima, qual representação seria correta?

Ao ver a sua construção lateralmente, quais seriam as vistas?



⁸ Retirado de: Isolani, Clélia Maria Martins; Siedel, Cláudia Miriam Tosatto. **Matemática Projeto Alternativo. Depende do ponto de vista!** Editora do Brasil S.A.: São Paulo. 1991.

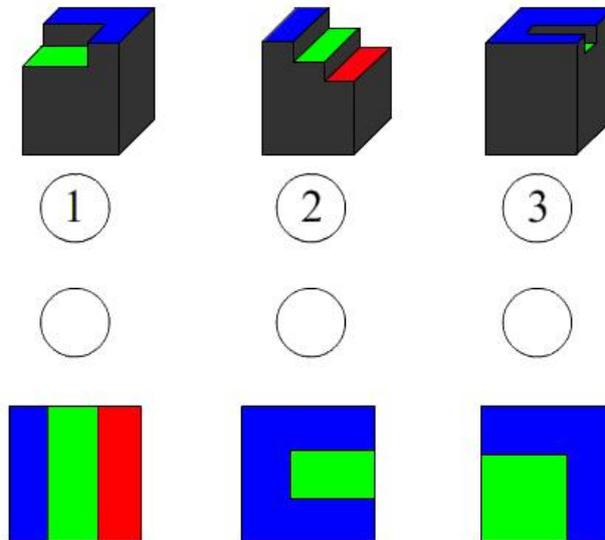
b) Observe a imagem a baixo e responda.



Ao ver a construção de cima, qual representação seria correta visto este objeto de cima?

Ao ver a sua construção lateralmente, quais seriam as vistas?

c) Associe corretamente cada sólido à figura obtida quando ele é visto de cima:⁹



⁹ Retirado de: Isolani, Clélia Maria Martins; Siedel, Cláudia Miriam Tosatto. **Matemática Projeto Alternativo. Depende do ponto de vista!** Editora do Brasil S.A.: São Paulo. 1991.

Justificativa: Este conjunto de atividades tem como objetivo fazer com que os alunos identifiquem as vistas das figuras. Nesta atividade o aluno não possuía o objeto na mão, apenas o objeto representado em forma de figura no papel. Como tratado anteriormente na atividade, segundo a teoria de Van Hiele os estudantes nesta fase identificam e operam com as figuras de acordo com sua aparência.

Após a leitura da atividade junto com os alunos, percebi que esta atividade foi de rápida percepção, pois terminada a leitura, a maioria dos alunos já havia terminado.

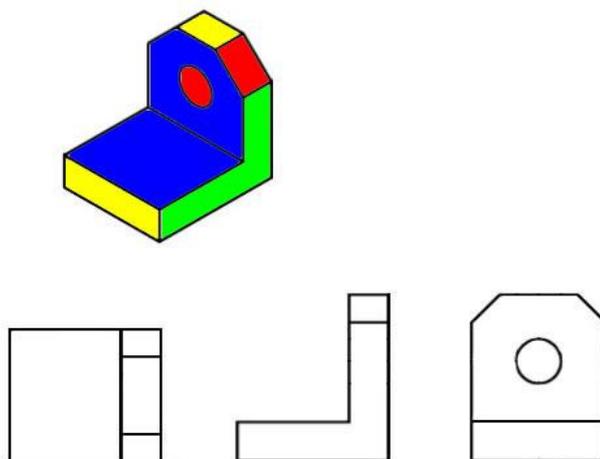
O aluno A4 disse – “*após realizar a atividade anterior, esta ficou muito fácil*”.

O aluno A3 respondeu a esse aluno A4 – “*Sim, muito fácil mesmo*”.

Ocorreu apenas um erro neste conjunto de atividades, onde o aluno A2, colocou na *atividade a* que o objeto possuía 2 vistas laterais, sendo uma delas a *alternativa c* e a outra sendo a *alternativa a*. Neste caso o aluno não conservou a imagem como um todo, olhando apenas a vista da última superfície existente. Na correção da atividade os próprios colegas colocaram para ele o motivo pelo qual a resposta dele estava errada. O aluno A1 chegou a pegar duas caixas de remédio que ele possuía na mochila, montando um objeto semelhante, para mostrar para o colega, fazendo o aluno retornar na visualização com o objeto real para reconhecer a sua vista, e encontrar seu erro.

Atividade 3 – Pinte de acordo

Observe o objeto e pinte de acordo com suas vistas.



Justificativa: Nesta atividade continuo trabalhando a parte de reconhecimento das vistas. O objetivo é verificar se o aluno realmente está reconhecendo as vistas do objeto representado no papel, que é a maneira na qual será encontrada nos livros didáticos. Neste momento, percebi que realmente foram proveitosas as atividades anteriores, pois os alunos obtiveram êxito na realização desta atividade, como mostrado em algumas imagens abaixo.

Foi importante trabalhar este tipo de atividade, pois nela, consegui verificar que posso passar para outro nível com os alunos, não havendo necessidade de mais atividades, pois nesta faixa etária eles não gostam de repetir muito as mesmas atividades, noto que a maioria gosta de atividades variadas. Para Van Hiele (Apud, Kaleff, 1994), no nível dois as atividades devem ser em sua maioria, atividades em uma única etapa, que possibilitem respostas específicas e objetivas.

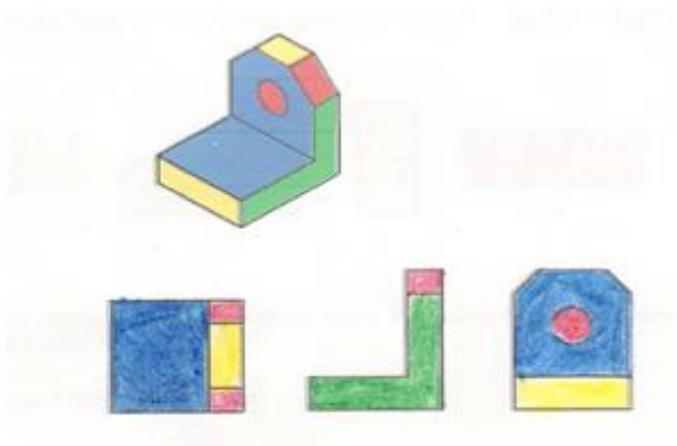


Figura 15 - Pintura feita pelo aluno A2

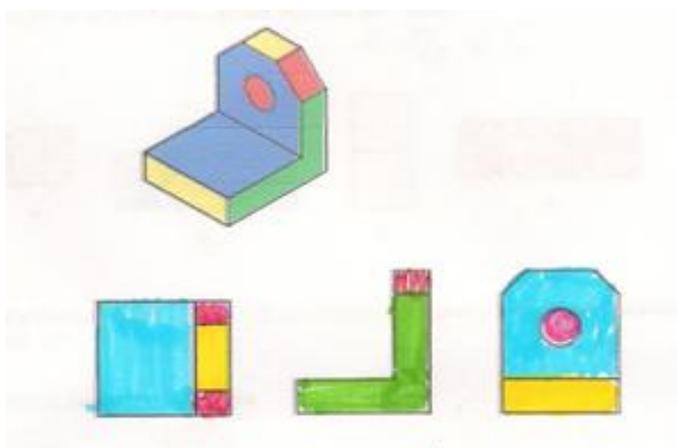
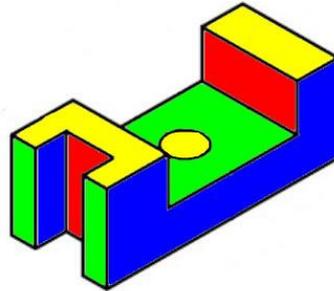


Figura 16 - Pintura feita pelo aluno A6

Atividade 4 – Desenhe suas vistas

Observe o objeto e desenhe suas vistas.



Justificativa: Nesta atividade, além da parte de identificar e reconhecer a imagem, tenho como objetivo que o aluno comece a desenhar a imagem, através de sua conservação. Esta atividade requer a representação das vistas de um objeto que foi projetado.

Os resultados obtidos mostram que os alunos conseguiram visualizar as vistas do objeto que está representado no desenho, porém podemos notar que eles não respeitaram as relações euclidianas, não se preocupando com o tamanho das arestas, ou com a proporcionalidade do objeto, na sua maioria desenhando de forma menos apurada.

Podemos notar conforme a figura 19 que o aluno A2 não só representou as vistas do objeto, como também, supôs como seria a vista oculta do objeto.

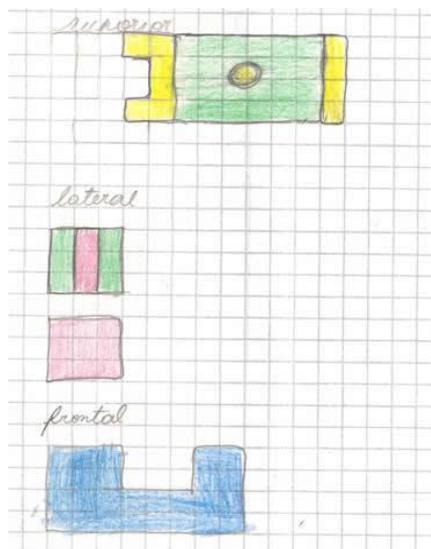


Figura 17 - Representação das Vistas feita pelo aluno A3

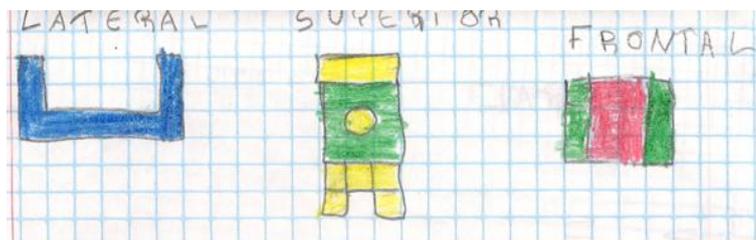


Figura 18 - Representação das Vistas feita pelo aluno A7

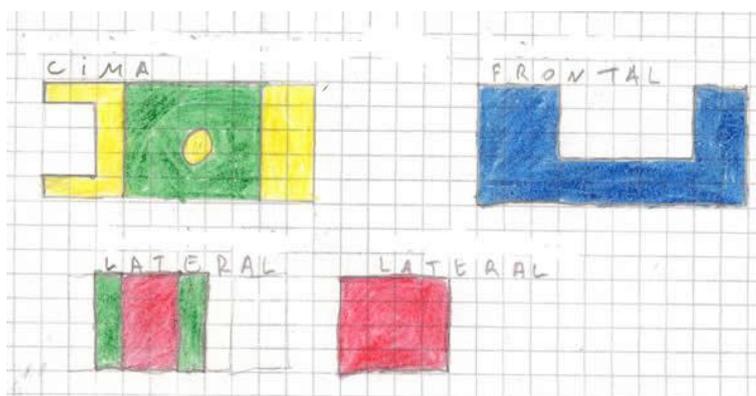
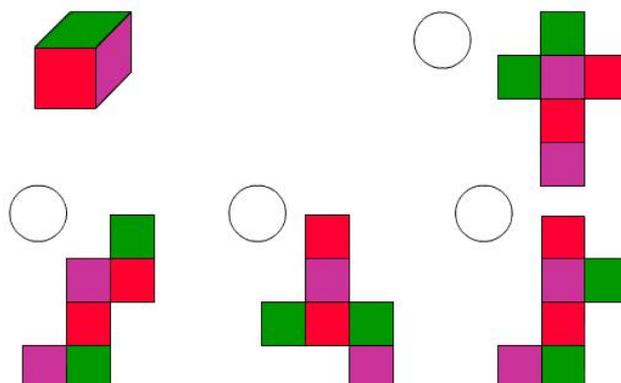


Figura 19 - Representação das Vistas feita pelo aluno A2

Atividade 5 – Cubo único

Esta caixa foi feita de forma que as faces opostas tivessem sempre a mesma cor. Marque qual das qualificações permite montar esta caixa¹⁰



¹⁰ Retirado de: Isolani, Clélia Maria Martins; Siedel, Cláudia Miriam Tosatto. **Matemática Projeto Alternativo. Depende do ponto de vista!** Editora do Brasil S.A.: São Paulo. 1991

Justificativa: Nesta atividade tenho como objetivo que os alunos comecem a conservar a imagem do objeto planejado e tentem reproduzi-lo mentalmente.

Para iniciar esta atividade tive que explicar algumas das propriedades dos objetos como: o que eram as faces de um objeto, o que eram faces opostas e adjuntas. O que é bom, pois podemos começar de uma maneira mais calma, a introduzir a linguagem da geometria Euclidiana.

A partir desta atividade comecei a perceber que a produção dos alunos não era mais a mesma. Demoraram um pouco mais para a realização desta atividade, pois ela exige um maior conhecimento visual do aluno.

Os alunos tentam de várias formas reproduzir o objeto que deve ser mentalmente construído para um objeto tateável.

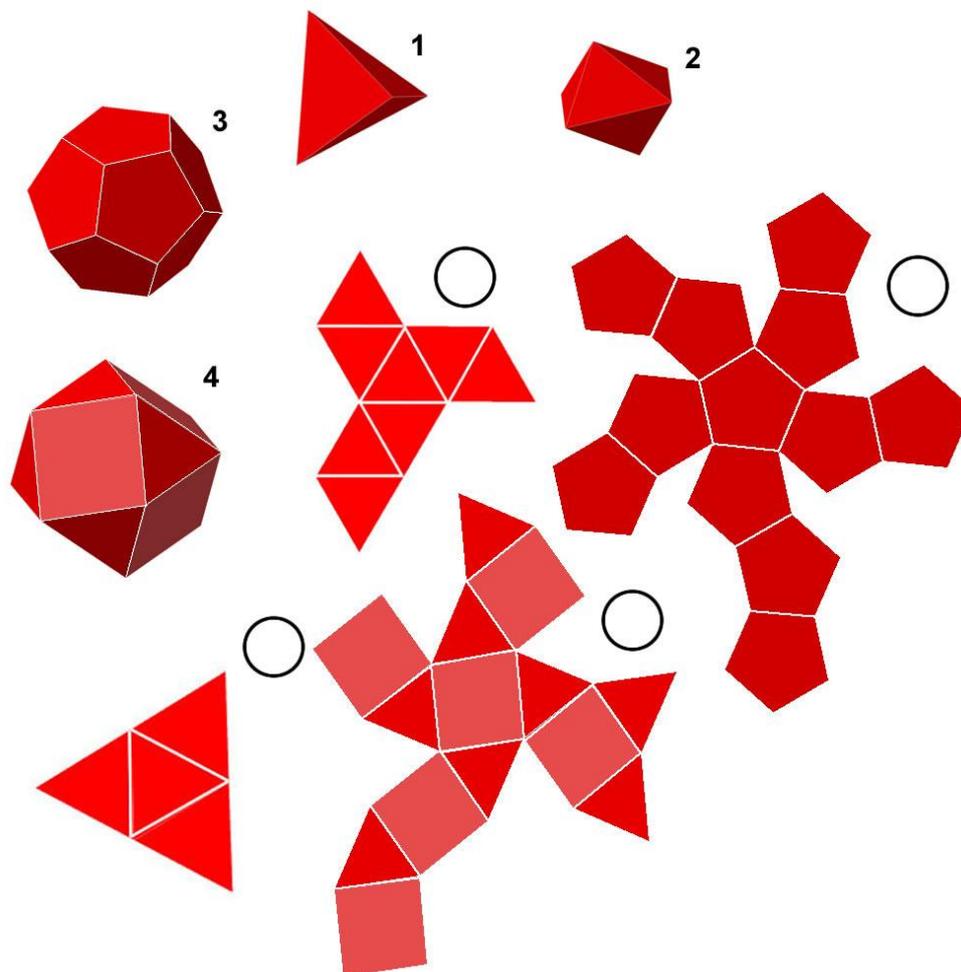
O aluno A4, para resolver esta atividade, procurou algo que fosse semelhante a um cubo e começou a colocar as cores. Ele alegou que não estava conseguindo visualizar o objeto, o que não me surpreende, pois é uma das maiores dificuldades de se trabalhar a noção espacial é conseguir representa-la mentalmente.

Dos 10 alunos que realizaram esta atividade 6 marcaram a alternativa correta. Um índice relativamente bom, pois esta é a primeira atividade na qual os alunos efetivamente trabalharam com a representação mental dos objetos.

Atividade 6 – Que formas tem?

1. Dadas as representações planas ¹¹ das figuras, quais são as formas desses objetos.

¹¹ As imagens foram capturadas do programa Poly 1.11 que é uma ferramenta matemática que lhe permite abrir um poliedro de forma tridimensional e em qualquer perspectiva, além de poder girá-lo, colorir suas peças e imprimir em 2D, para depois de recortado, poder reconstruí-lo. Pode ser feito download pelo site http://www2.mat.ufrgs.br/edumatec/software/soft_geometria.php (acessado em novembro de 2010).



Justificativa: Tenho como objetivo nesta atividade trabalhar o reconhecimento dos objetos através das formas. Nesta atividade procurei usar objetos semelhantes, para não dificultar para os alunos. Porém, notei após a sua realização, que eu poderia ter me utilizado de uma dificuldade maior, misturando mais formas.

Todos os alunos responderam com êxito esta atividade. Durante a sua realização notei que os alunos contavam as possíveis quantidades de triângulos que a figura da alternativa 1 e 2 tinham, e notaram as formas diferentes que as alternativas 3 e 4 possuíam, efetuando corretamente a atividade.

Atividade 7 – Planifique através do objeto.

Dado o objeto desenhe qual seria a sua planificação.

Justificativa: Como esta atividade foi realizada no ensino fundamental, procurei não me utilizar de objetos com grandes dificuldades para a sua planificação. Selecionei um objeto que alguns

alunos já tiveram contato, peguei uma caixa vazia de um refil de impressora, a qual tem a forma de um prisma.

Com o objeto na mão, e com pouco desafio, notei que os alunos não sentiram dificuldades em realizar esta planificação. Devido a esta sequência didática ser um projeto para análise e uso futuro, sugiro nesta etapa, além deste sólido, procurar passar outro com uma dificuldade um pouco maior para poder desafiá-los melhor.

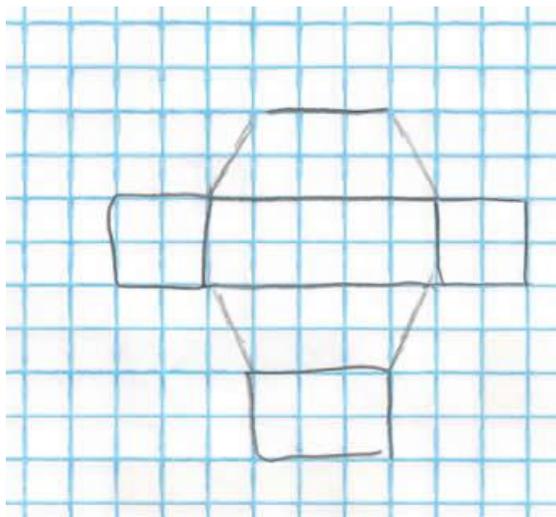


Figura 20 - Planificação feita através do objeto pelo aluno A6

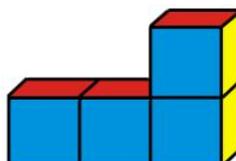
Atividade 8 – planifique através de sua representação.

Observe o desenho abaixo, desenhe a sua planificação.

a)



b)



Justificativa: Tenho como objetivo que o aluno consiga reproduzir a planificação dos objetos solicitados através de sua representação. Como já dito anteriormente, esta é a maneira a qual o aluno irá encontrar o assunto nos livros didáticos dentro de sala de aula, sendo importante verificar se o aluno está, ou não, conseguindo fazer esta passagem do concreto para o imaginário e vice-versa.

Como mostrado na figura 21, a sequência de imagens que o aluno A2 fez para realizar a atividade, mostra a construção da sua imagem mental. Segundo Piaget, desenho é uma representação de uma imagem distinta da percepção. A imagem vai sendo construída passo a passo conforme afirma Gutiérrez (Apud, Becker, 2009), “os alunos têm consciência das incorreções de seus desenhos. A habilidade de desenhar é um fator que afeta a capacidade de se fazer representações de sólidos e esta habilidade se desenvolve de maneira espontânea”. O aluno A2 escreveu que sentiu dificuldades em representar o objeto por causa de sua forma. Ele deveria relacioná-lo com as cores de suas faces. As cores eram para facilitar a sua visualização, porém, ele não percebeu o quanto foi importante associar as cores com a planificação, mas no momento em que ele pintava as cores é que se notava que estava errado, refazendo o desenho. Notei que esta atividade causou certo desconforto, pois a maioria dos alunos não conseguiu concluí-la sozinho. Apenas dois alunos resolveram com êxito esta atividade, não precisando de material de apoio para a sua visualização, o restante da turma também concluiu a atividade, com a ajuda dos colegas, e um pouco de minha intervenção.

Podemos perceber também que cada aluno planifica de sua forma, criando métodos para desenhar a sua planificação, cada uma dos alunos busca se apoiar em um referencial diferente, resultando no final em uma gama de representações diferentes umas das outras.

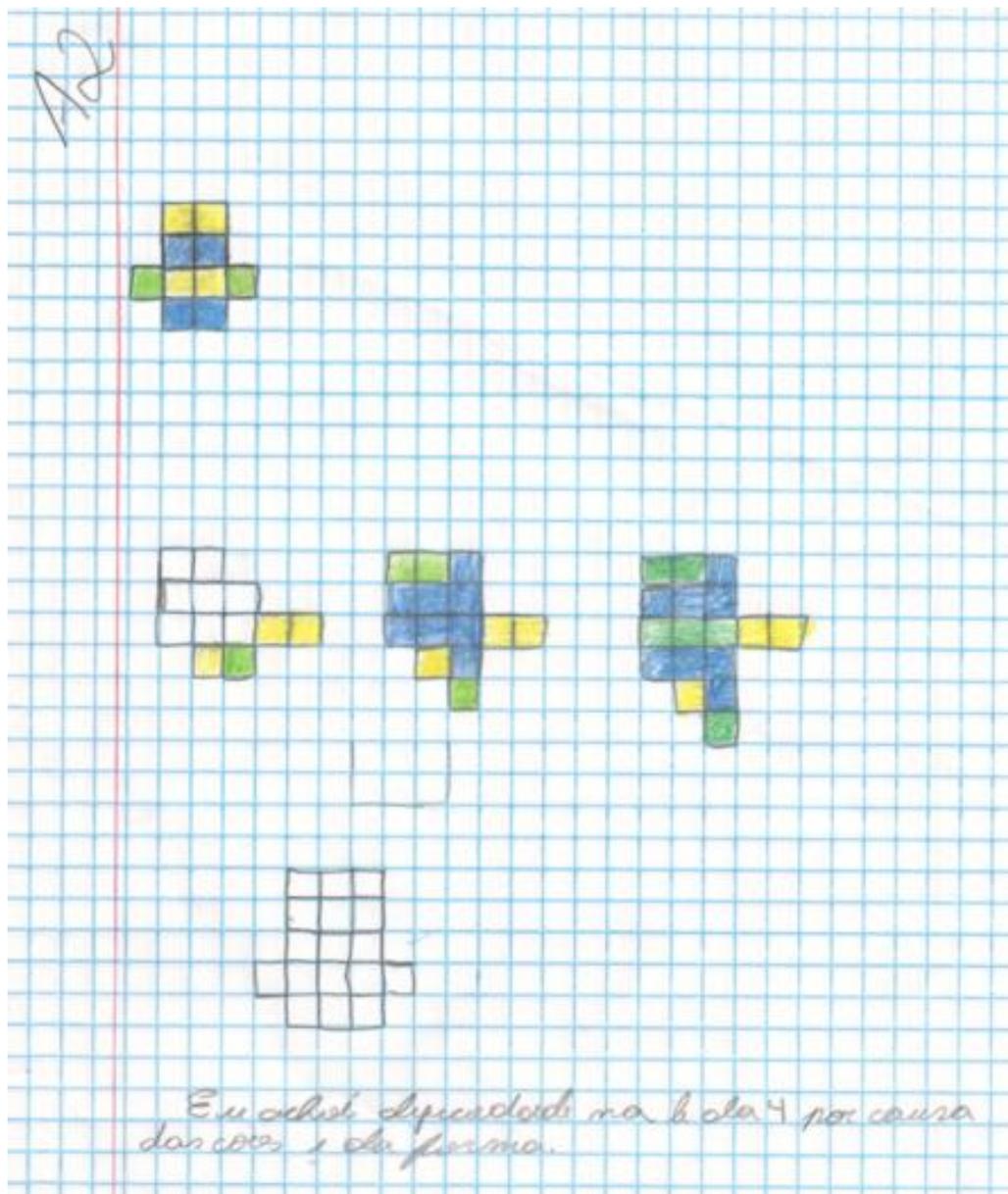


Figura 21 - Planificação feita através da representação do objeto pelo aluno A2

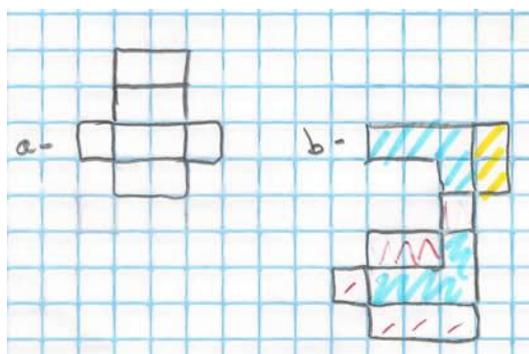


Figura 22 - Planificação feita através da representação do objeto pelo aluno A2

Atividade 9 - Envolvendo o uso do computador

Como esta atividade envolve o uso do computador, segue a figura 23, que é tela inicial da atividade. Esta atividade está subdividida em três partes: planificações, vista é pura e vista superior. Estas atividades foram criadas em flash, podendo ser acessadas no seguinte endereço eletrônico: <http://mdmat.mat.ufrgs.br/repositorio/vistas> (acessado em novembro de 2009). Foram atividades criadas juntamente com os acadêmicos do Curso de Licenciatura em Matemática, Vinicius Cardoso, Tamiris Duarte Carpin e Gabriel Wolf Flores.

Foram selecionadas estas três atividades, pois elas dão sequência ao que foi trabalhado até o momento com os alunos. As atividades estão distribuídas da seguinte forma, explicadas apenas sinteticamente.

Planificações – atividades com planificações de dados no qual o aluno deve somar sete em suas faces opostas.

Vista É pura – atividade na qual o aluno deve localizar o objeto através das projeções de suas formas.

Vista Superior – Atividade na qual o aluno deve localizar e organizar os objetos em um cômodo através da visão de duas de suas vistas.



Figura 23 - entrada do site de atividades

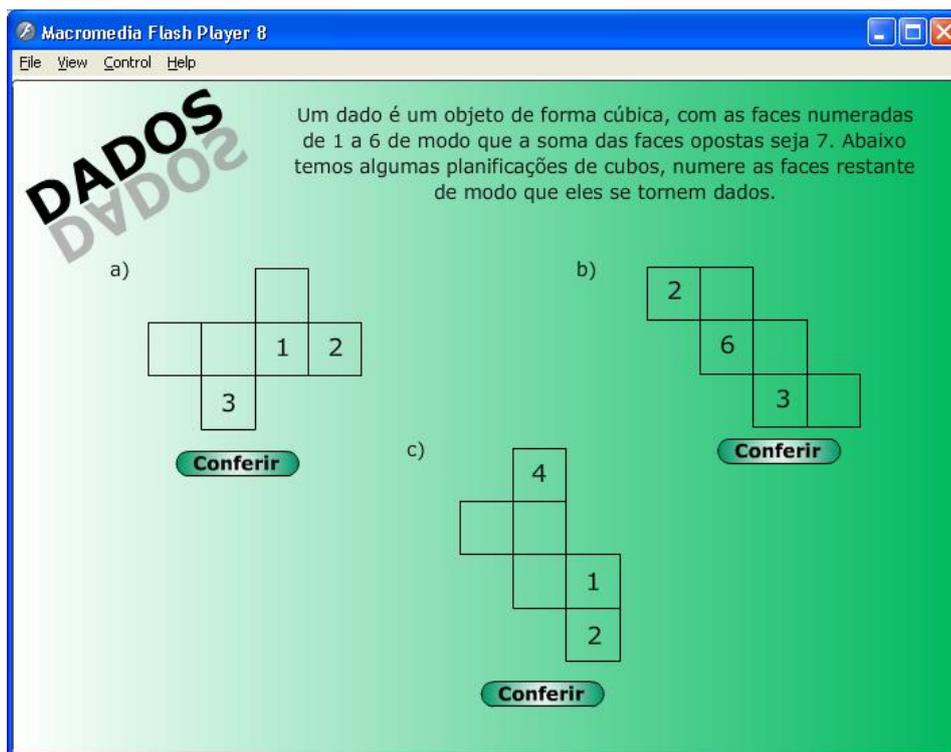


Figura 24 - atividade dos cubos

Justificativa: Esta atividade tem o mesmo objetivo que a atividade 5, que é a conservação da imagem do objeto planificado em que o aluno deve tentar reproduzi-lo mentalmente.

A priori os alunos não conseguiram entender o que era para ser feito, então tive que explicar que a soma das faces de um dado somam sete. Pude reforçar as nomenclaturas e algumas das propriedades do quadrado, conforme a fase 3 da Teoria de Van Hiele (1970) em que diz que é nesta fase que as experiências anteriores do aluno são relevantes, podendo ser ampliado e refinado a linguagem na qual esta sendo trabalhada.

Foi também durante a realização desta atividade, que percebi que os alunos estavam procurando alternativas para a resolução do problema, como por exemplo, colocando os dedos na tela e simulando com a mão o fechamento da caixa. De acordo com a fase 4 de Van Hiele é importante que o aluno ganhe a experiência da busca de informação, de conhecimento e busque também sua própria forma de resolver a atividade, com isso, adquire sua própria orientação, fazendo-se mais claro o objeto que está sendo estudado.

Acredito que esta atividade foi de grande importância, pois ela complementa as atividades realizadas com material concreto, além dos alunos gostarem bastante de ir ao laboratório de informática, o que causa empolgação por parte dos alunos para a realização das atividades.

Orientações para o uso do objeto: Vista Épura

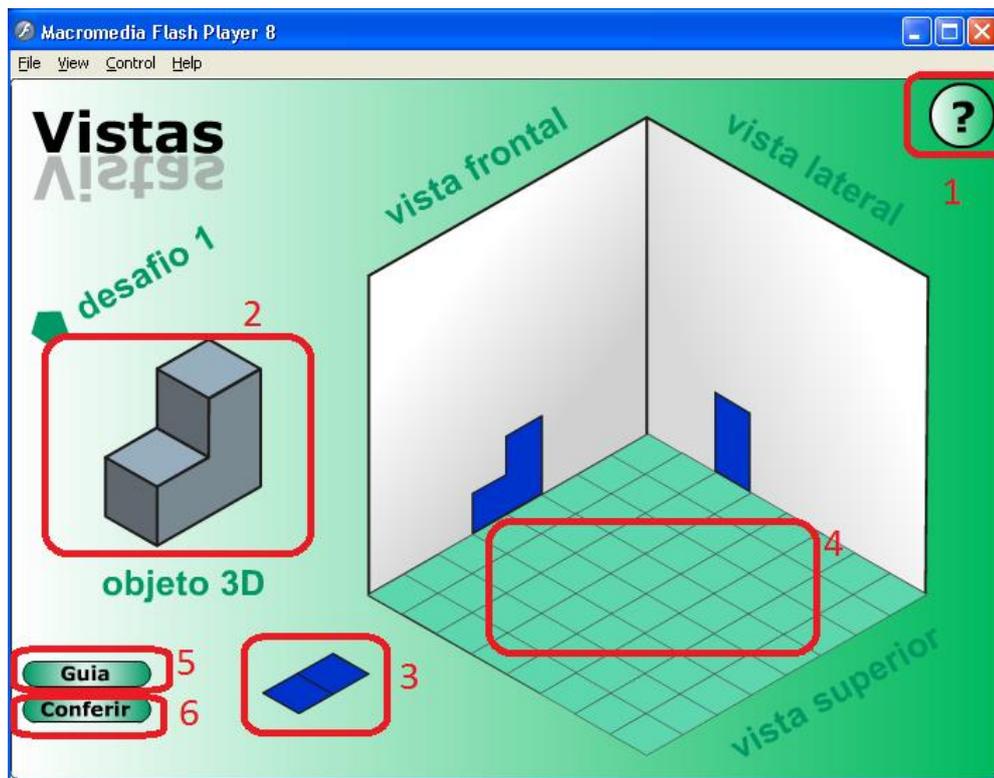


Figura 25 - Instruções para Atividade Vista Épura

1. Este menu indica ao aluno as instruções do jogo;
2. Aqui é o objeto mostrado na sua representação 3D;
3. A projeção vista superiormente do objeto;
4. O Cômodo na vista superior, onde serão colocados os objetos;
5. Guia de apoio ao aluno;
6. Neste botão será verificado se a representação foi colocada no lugar correto;

A atividade de Vista de é pura é dividida em 5 desafios, conforme mostro a seguir:

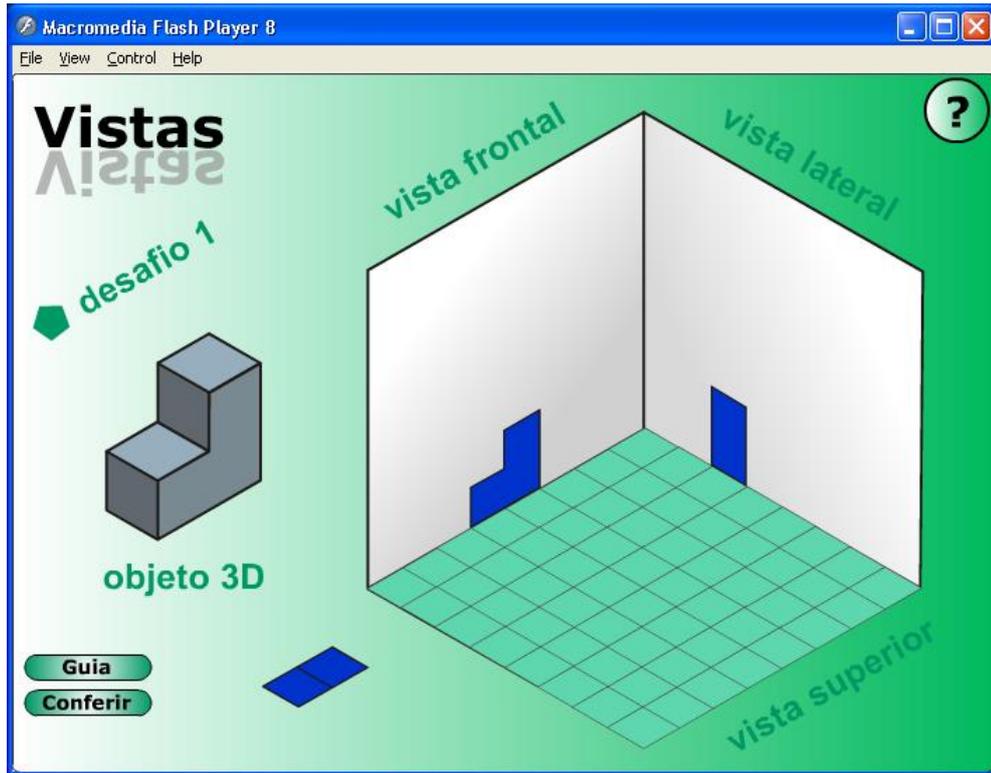


Figura 26 - atividade 2 vista é pura – desafio 1

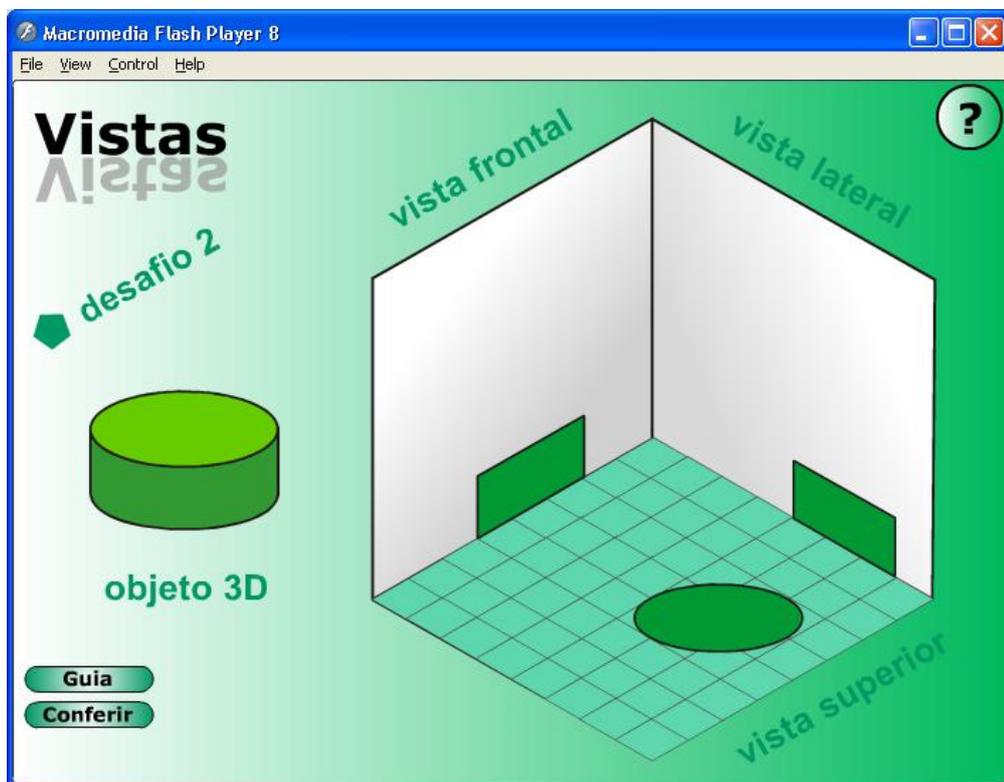


Figura 27 - atividade 2 vista é pura – desafio2

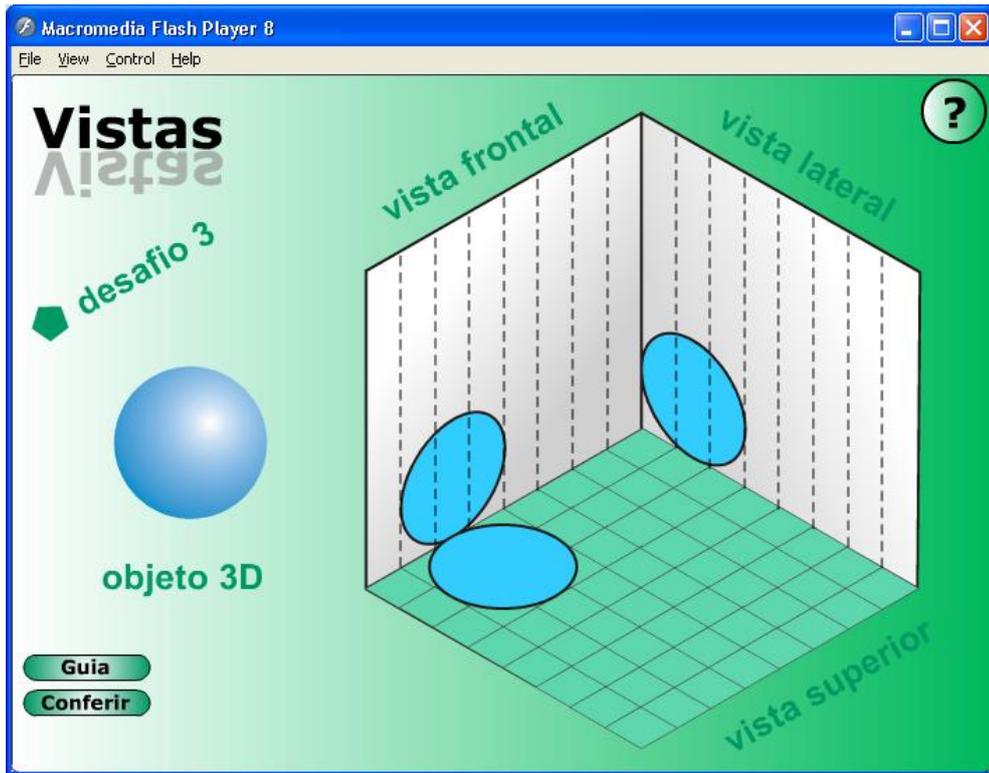


Figura 28 - atividade 2 vista é pura – desafio3

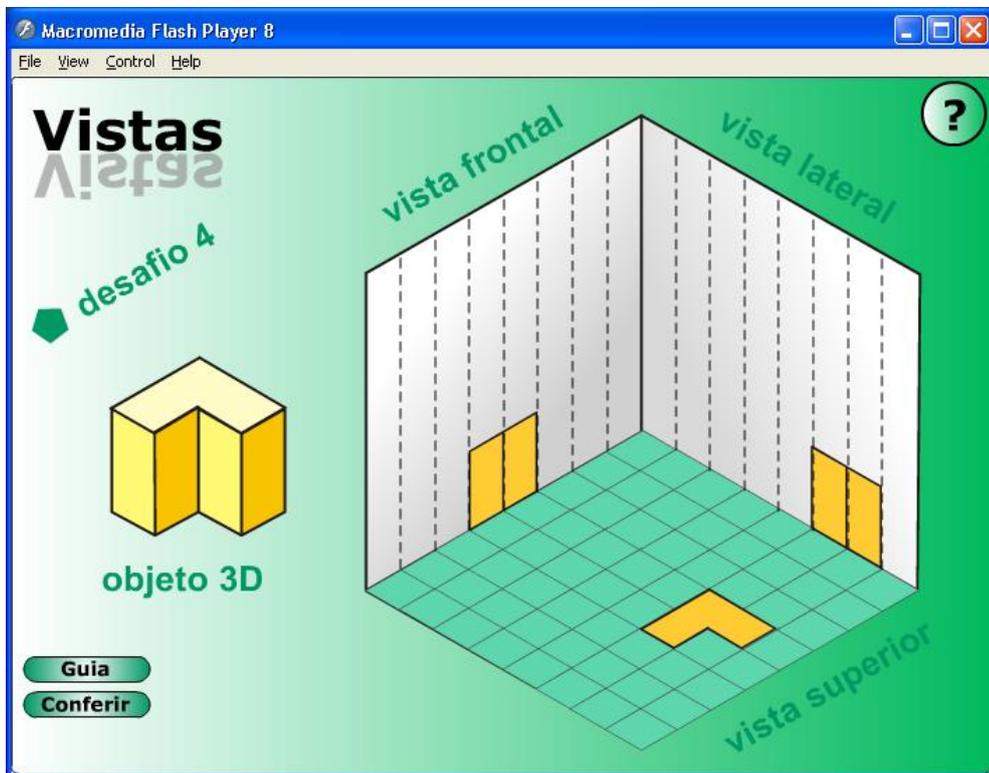


Figura 29 - atividade 2 vista é pura – desafio4

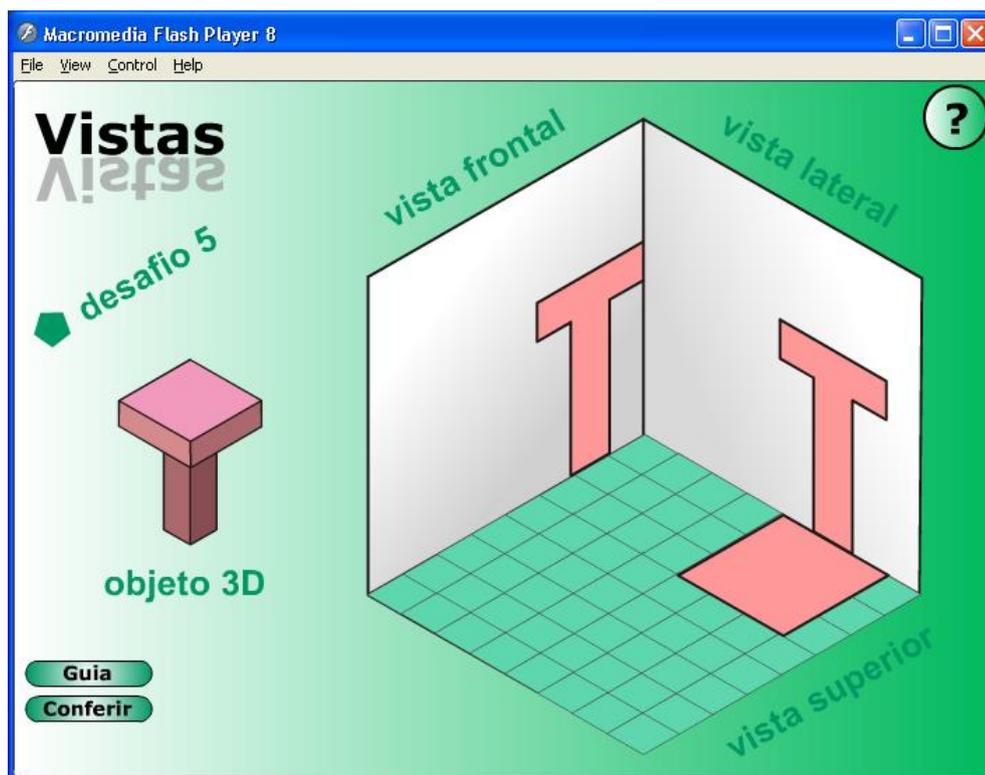


Figura 30 – atividade 2 vista é pura – desafio 5

Justificativa: É nesta atividade que tenho como objetivo iniciar com eles a noção de localização dos objetos no espaço. Antes dos alunos acessarem a atividade, expliquei de maneira sucinta sobre o que é vista em é pura, sobre o rebatimento das projeções.

Este objeto digital de aprendizado, já tinha sido testado por mim, em outra turma de laboratório de informática, em uma turma do ensino médio, realizei este teste com o intuito de analisar possíveis erros na programação, e ver até que ponto a atividade poderia ser realizada sem pré-requisitos, foi então que notei a necessidade de criar atividades que complementassem. Pois na ocasião, tive que explicar como se realizava a atividade, perdendo o objetivo, pois o aluno, ao olhar, deveria procurar como poderia resolver a atividade.

Devido a isso, foi necessário criar esta sequência didática, para que a atividade não perdesse seu “encanto”, e que os alunos ao olharem para ela, procurassem através de seu conhecimentos, a solução.

Orientações para o uso do objeto: Vistas

A manipulação do objeto é intuitiva e bastante dinâmica.

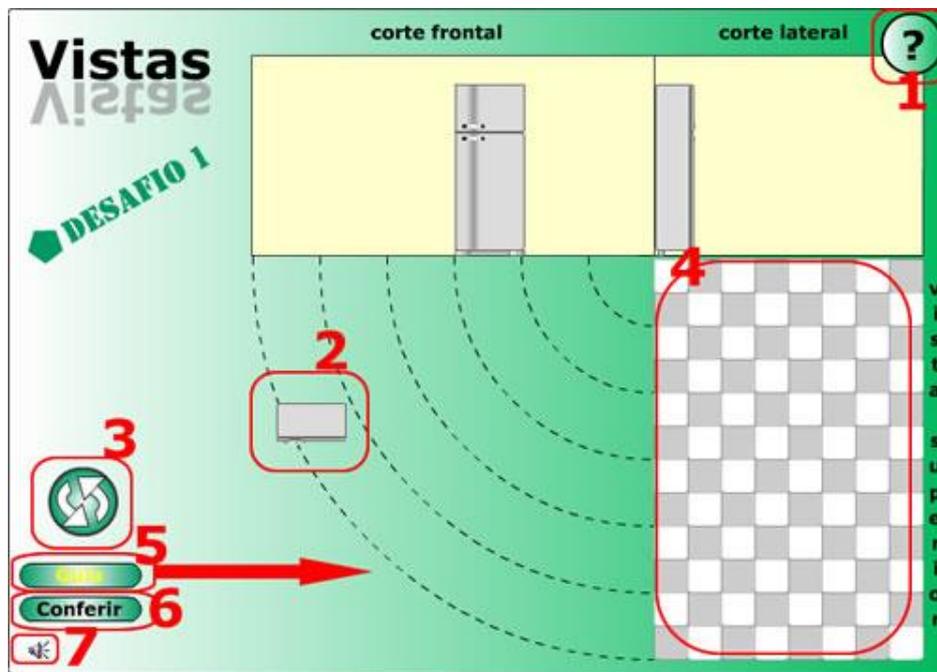


Figura 31 Instruções para a atividade Vista Superior

1. Este menu indica ao aluno as instruções do jogo;
2. Aqui é o palco dos objetos que deverão ser manipulados para a vista superior que está indicado pelo número 4;
3. O objeto que está selecionado poderá ser rotacionado de 90 em 90 graus;
4. O Cômodo na vista superior, onde serão colocados os objetos;
5. Guia de apoio ao aluno, se clicada ela aparece conforme mostra a flecha;
6. Neste botão será verificado se foi colocado o móvel no lugar correto;
7. Aqui você pode retirar e colocar o som.

A atividade de Vista Superior é dividida em 5 desafios, conforme mostro a seguir:

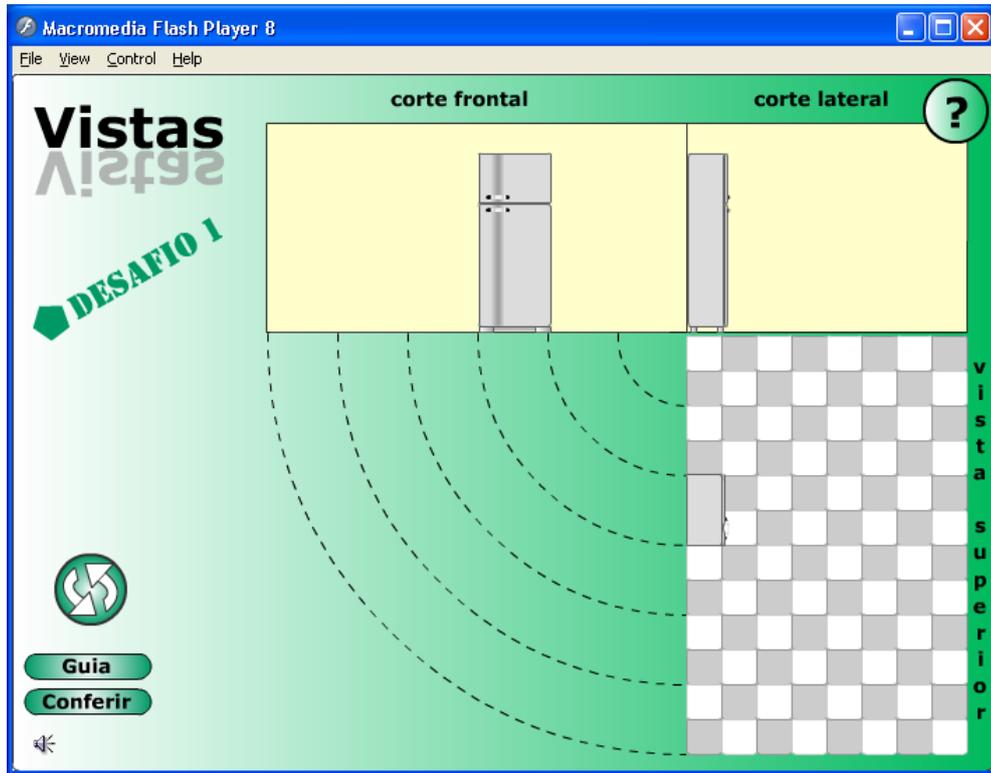


Figura 32 – atividade 3 vista superior - desafio1

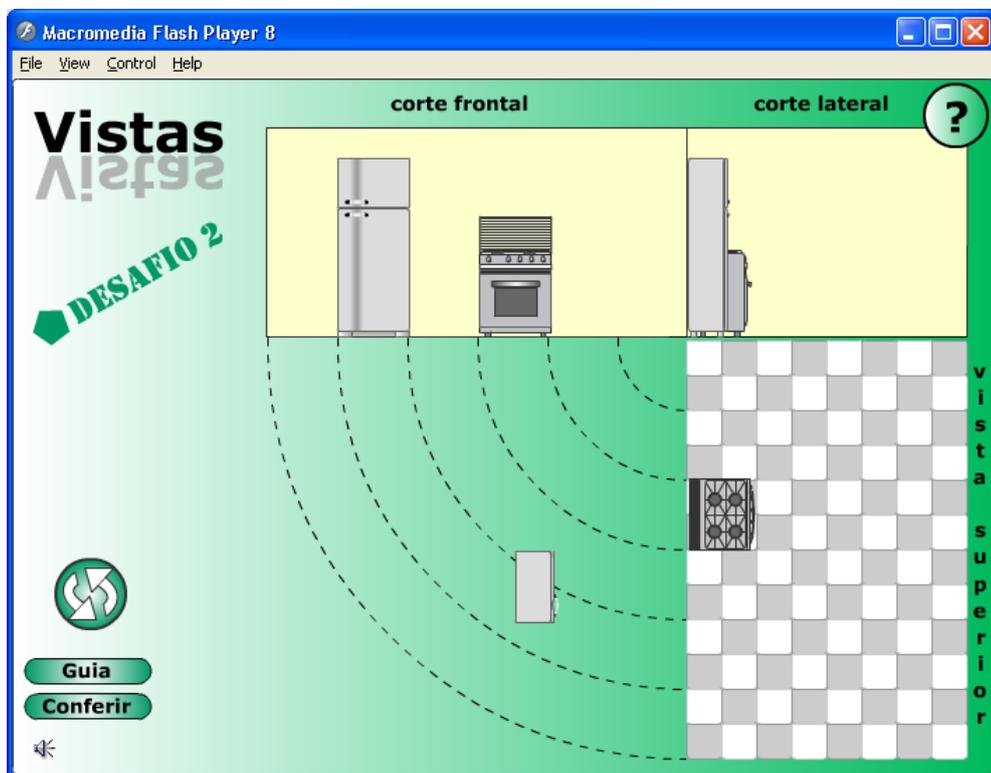


Figura 33 – atividade 3 vista superior - desafio2

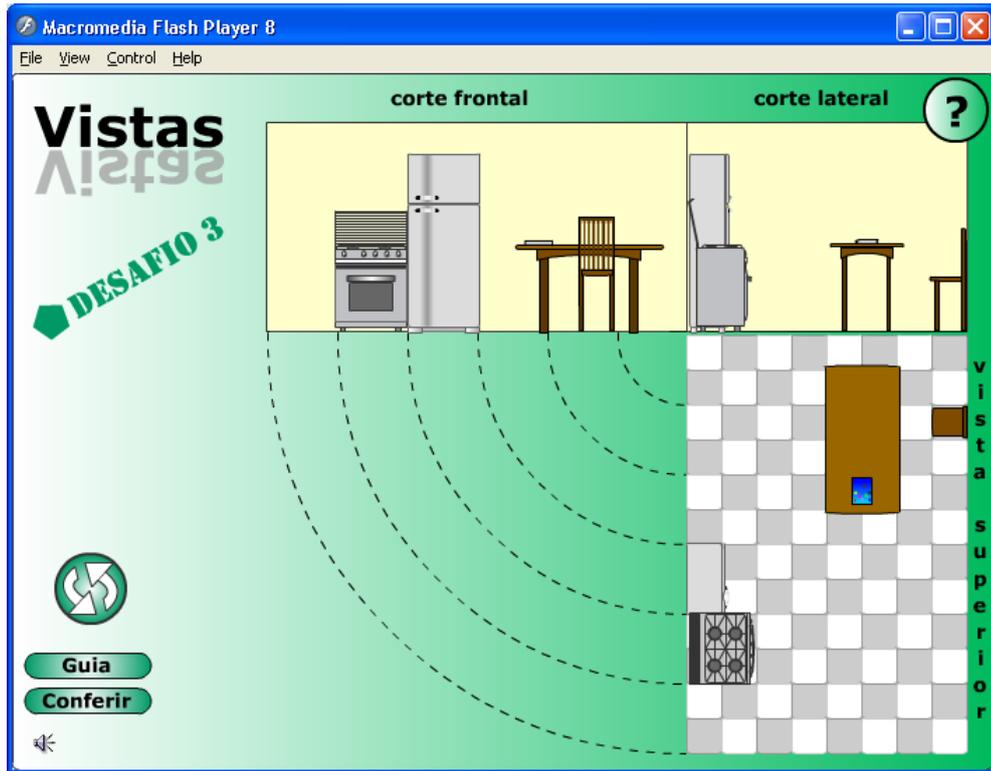


Figura 34 – atividade 3 vista superior – desafio3

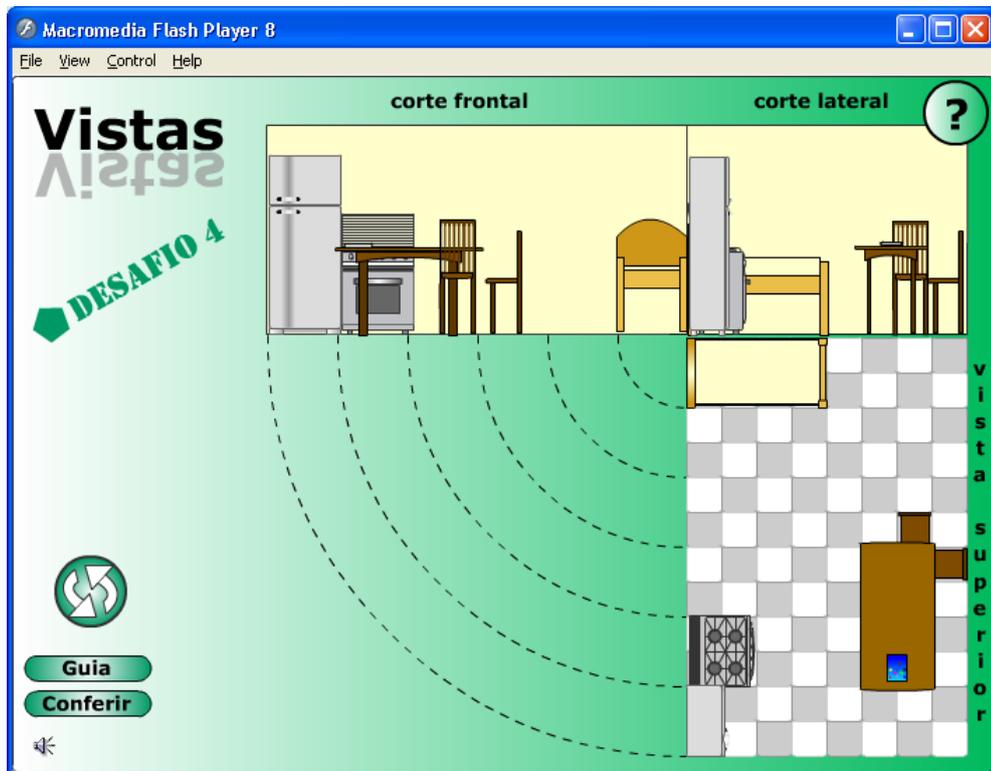


Figura 35 – atividade 3 vista superior – desafio 4

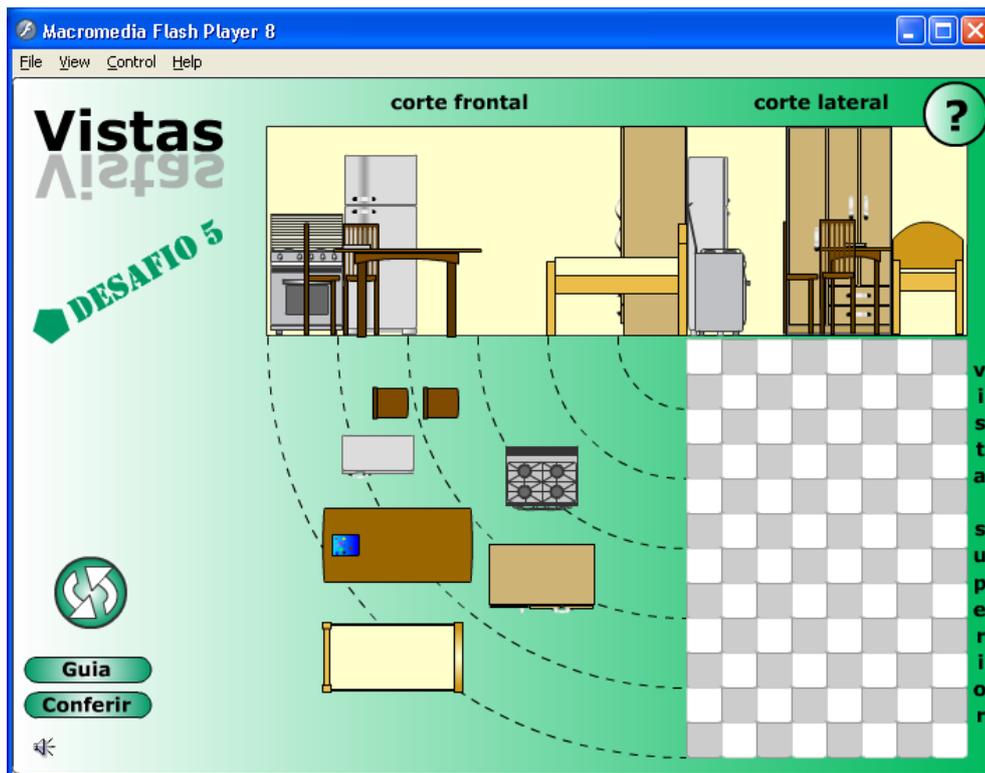


Figura 36 – atividade 3 vista superior – desafio 5

Justificativa: Nesta atividade tenho como objetivo a noção de localização dos objetos no espaço através de sua superior. Segundo Gutiérrez (1992) é na fase 4 de Van Hiele que ocorre a habilidade do reconhecimento de figuras espaciais, pois nela permite reconhecer as formas e suas características. Os alunos chegaram nesta habilidade, pois ao resolver as atividades eles procuraram pelas características dos móveis, como o livro em cima da mesa.

Os alunos também chegaram na habilidade 5 da Teoria de Van Hiele (Gutiérrez, 1992) que é a de reconhecimento de posições no espaço que é a habilidade de relacionar posições de um objeto de acordo com um referencial, porque eles conseguiram realizar os 5 desafios. Segundo (Kaleff, 1994) na teoria de Van Hiele os alunos chegaram na fase 5 que é a de Integração, pois é nesta fase em que o aluno contextualiza o conhecimento adquirido, é a fase da revisão e síntese do que foi estudado, estabelecendo uma integração entre os objetos e as relações com a consequência da unificação e internalização do pensamento.

5. Considerações Finais

Este trabalho de conclusão de curso me ajudou a perceber melhor sobre as falhas do ensino da Geometria desde o início de nossa formação acadêmica, percebendo o quanto é importante que os professores saibam combinar aprendizagem com o nível de pensamento do estudante, ou seja, tomar consciência de que é necessário pesquisar teorias sobre o desenvolvimento de cada área, assim como um estudo detalhado sobre o assunto que será tratado, no caso, habilidades de localização espacial, assim como a sua visualização e representação Bi e Tridimensional.

Através desta pesquisa, verifiquei que a análise das fases de desenvolvimento do aluno é muito importante para um bom trabalho, pois como mostramos anteriormente com Piaget (1993), Van Hiele (1976), Gutiérrez (1980), entre outros, o estudo das teorias deve ser trabalhado como ferramenta para sanar as falhas encontradas no desenvolvimento das habilidades geométricas do aluno. Estes autores me ajudaram a ter uma visão melhor de como proceder em sala de aula, bem como elaborar uma sequência didática no qual consigamos atingir nossos objetivos.

Este trabalho teve como objetivo fazer com que os alunos conseguissem visualizar e representar as formas geométricas através de suas vistas, bem como, conseguissem trabalhar através de suas representações, pois estas são as que eles encontraram nos livros e na internet. Desta forma, os alunos conseguem um melhor entendimento das formas o que ajudam para o ensino da geometria.

Precisamos entender que esse processo de desenvolvimento do pensamento geométrico, não depende apenas do histórico do aluno, mas também, de como ele aprende e como se deve estimulá-lo de modo que as lacunas geralmente deixadas no ensino básico sejam preenchidas de forma que o aluno consiga compreender os conceitos e as propriedades que envolvem a geometria.

Este trabalho foi válido, pois consegui êxito nas atividades propostas e cheguei ao meu objetivo final que era que os alunos conseguissem realizar a atividade VISTAS, com ela consegui perceber que os alunos conseguiram identificar as formas dos objetos representados, visualizando as suas diferenças, e conseguindo localizar o objeto através de suas vistas geométricas. Este objeto pode auxiliar na construção da representação geométrica do aluno,

bem como na introdução das nomenclaturas da geometria euclidiana como mostrado nas análises. Respondendo a questão sobre o que me motivou a realizar este trabalho, de como eu poderia ajudar no ensino da geometria? Considero importante que os alunos reconheçam as formas através de suas vistas, e consigam representá-las mentalmente, formando assim, um conceito coerente do objeto por completo.

Esta prática com os estudos serviu como um instrumento para ampliar a visão que tenho sobre o ensino da Geometria nas escolas e melhorar a forma de conduzir um trabalho em sala de aula, como futura professora pensando em pesquisa como um instrumento para melhorar a prática em sala de aula, possibilitando uma melhor reflexão dos objetivos traçados.

6. Referências

- BECKER, Marcelo. Uma Alternativa para o ensino de Geometria: visualização geométrica e representações de sólidos no plano. 2009, 111p. Dissertação (Pós-Graduação em Ensino de Matemática). Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, 1998.
- CURY, Helena N. Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.
- GRAVINA, Maria Alice. Artigo publicado nos Anais do VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, p.1-13. Belo Horizonte, 1996.
- GUITIERREZ, A.: Exploring the links between Van Hiele levels and 3-dimensional Geometry. Departamento de Didática de la matemática, Universidade de Valencia, Spain, 1992.
- ISOLANI, Clélia Maria Martins; SIEDEL, Cláudia Miriam Tosatto. Matemática Projeto Alternativo. Depende do ponto de vista! Editora do Brasil S.A. 1991, São Paulo.
- KALEFF, Ana Maria, HENRIQUES, Almir, REI, Dulce M., FIGUEIREDO, Luiz G. Desenvolvimento do pensamento geométrico: modelo de van Hiele. Bolema. Rio Claro, v.10, 1994.
- PIAGET, Jean. A representação do espaço na criança. Bärbel Inhelder: trad. [de] Bernardina Machado de Albuquerque.: Artes Médicas. 1993, 507p. Porto Alegre.
- PIAGET, Jean. Seis estudos de psicologia. Tradução: Maria Alice Magalhães D'amorim e Paulo Sergio Lima Silva. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1995.
- RIBEIRO, Antônio Clélio; PERES, Mauro Pedro; IZIDORO, Nacir. Leitura e Interpretação de Desenho Técnico. In: http://www.eel.usp.br/na_apostila/pdf/capitulo3.pdf (acessado em novembro de 2010).
- RIBEIRO, Antônio Clélio; PERES, Mauro Pedro; IZIDORO, Nacir. Leitura e Interpretação de Desenho Técnico. In: http://www.eel.usp.br/na_apostila/pdf/capitulo1.pdf (acessado em novembro de 2010).
- RIVED – Rede Interativa Virtual de Educação. Secretaria de Educação a Distância – SEED. In: <http://rived.mec.gov.br> (acessado em novembro de 2010).
- SCALCO, Roberto. Desenho técnico para projetos Arquitetônicos. 2004. FEC-UNICAMP.São Paulo. In: http://www.rau-tu.unicamp.br/~luharris/DTarq/DTarq_M3.htm (acessado em novembro de 2010).
- SILVA, Claudio Itacir Della Nina da. Proposta de Aprendizagem Sobre a Importância do Desenho Geométrico e da Geometria Descritiva. 2006, 103p. Dissertação (Mestrado em Educação). PUCPR. Curitiba. In: http://www.biblioteca.pucpr.br/tede/tde_arquivos/3/TDE-2007-03-09T122009Z-514/Publico/CLAUDIO%20EDUC.pdf (acessado em novembro de 2010).
- SILVEIRA, Marisa Rosâni Abreu. Matemática é difícil: um sentido pré-construído evidenciado na fala dos alunos. Rio de Janeiro. 2002. In:

http://www.ufrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_25/matematica.pdf (consultado em novembro de 2010).

AZEVEDO, Taís Aline Bruno. Vistas. In: <http://mdmat.mat.ufrgs.br/repositorio/vistas> (acessado em dezembro de 2010).

TEIXEIRA, Fábio Gonçalves. Geometria Descritiva: Aprendizagem baseada em projetos. Anais do XXXIV Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia. 2006. In: http://www.dee.ufma.br/~fsouza/anais/arquivos/1_27_909.pdf (consultado em novembro de 2010).