

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONALIZANTE NO ENSINO DE MATEMÁTICA

MÁRCIO ALEXANDRE RODRIGUEZ DE RODRIGUES

PORTO ALEGRE

2010

MÁRCIO ALEXANDRE RODRIGUEZ DE RODRIGUES

**ENSINO DA MATEMATICA CURRICULAR A PARTIR DOS INTERESSES DOS
ALUNOS**

Dissertação de Mestrado elaborada junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Orientadora: Dra. Vera Clotilde Vanzetto Garcia

PORTO ALEGRE

2010

MÁRCIO ALEXANDRE RODRIGUEZ DE RODRIGUES

**ENSINO DA MATEMATICA CURRICULAR A PARTIR DOS INTERESSES DOS
ALUNOS**

Dissertação de Mestrado elaborada junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Orientadora: Dra. Vera Clotilde Vanzetto Garcia

BANCA EXAMINADORA

AGRADECIMENTOS

Ao programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática pela excelência e pela oportunidade de crescimento profissional.

A minha orientadora Dra. Vera Clotilde Vanzetto Garcia, pela seriedade, competência e principalmente pelo trabalho bem feito.

Aos meus alunos por aceitarem participar deste trabalho e me ensinarem muito mais do que eu ensinei a eles.

Ao Neilton, Paulo, Clarice, Suzi, Maria Aparecida, Ana, Maria do Carmo, Iara, Adriana, Luciane, Cíntia e Gislaine colegas e amigos, professores do Colégio Estadual Padre Rambo, pelo incentivo e pelas demonstrações de afeto.

Ao Anuar, Denise, Dircelia, Juliana, Marlise, Sandro e Vasco colegas do Mestrado em Ensino de Matemática, pelas horas penosas e outras nem tanto no grupo de estudos.

Á minha família, em especial a minha mãe, razão disso tudo!

RESUMO

Da investigação de um grupo de alunos do ensino médio de uma escola pública no município de Porto Alegre, RS, procuramos identificar e analisar zonas de interesse e práticas sociais que pudessem dar início a uma atividade de ensino de Matemática. Do interesse/necessidade demonstrados em relação aos projetos pessoais de futuro, especialmente a orientação profissional, elaboramos uma sequência e um experimento reduzido de ensino nesta direção, respeitando o programa da escola.

Utilizamos, tanto na sequência quanto no experimento, mecanismos virtuais, que são construções da geometria dinâmica, e poderiam ser objeto de interesse dentro de algumas profissões escolhidas pelo grupo de alunos.

As atividades desenvolvidas demonstraram ser propícias ao estudo de conceitos da Matemática escolar e para a transformação dos esquemas usuais de assimilação utilizados, pelos alunos, nas aulas de Matemática.

Palavras chaves: construtivismo social, interesse dos alunos, mecanismos virtuais.

ABSTRACT

The investigation of a group of high school students in a public school in the city of Porto Alegre, RS, sought to identify and analyze areas of interest and social practices that could initiate an activity for teaching math. Of interest / need demonstrated in relation to personal projects in the future, especially the professional guidance, we developed a teaching sequence and a reduced teaching experiment in this direction, respecting the school program.

We use both in the teaching sequence as in the experiment reduced teaching, virtual appliances, which are constructions of dynamic geometry, which could be the object of interest within some professions chosen by the student group.

The activities proved to be conducive to the study of concepts of mathematics and for transforming the usual schemes of assimilation used by students in mathematics classes.

Keywords: social constructivism, student's interest, virtual appliances.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1: O mecanismo virtual pêndulo e os marcadores.....	36
FIGURA 2: Relação entre ângulo e coordenadas x e y.....	39
FIGURA 3: Gráfico na primeira tentativa.....	40
FIGURA 4: Tabela com a relação entre ângulo e coordenada x.....	41
FIGURA 5: O gráfico com a primeira curva senóide construída pelos alunos.....	41
FIGURA 6: O gráfico com a curva senóide aprimorada.....	42
FIGURA 7: A caixa de edição de propriedades do ponto P.....	45
FIGURA 8: A caixa de edição de propriedades do ponto P editada pelos alunos.....	46
FIGURA 9: Mapplet seno.....	48
FIGURA 10: Mapplet co-seno.....	48
FIGURA 11: Mecanismo virtual Roda Gigante destacado pelos alunos durante visita ao site EDUMATEC.....	53
FIGURA 12: Outro exemplo de mecanismo virtual destacado pelos alunos no site EDUMATEC.....	54
FIGURA 13: Mecanismo virtual Roda Gigante com os seus elementos.....	55
FIGURA 14: Construções auxiliares utilizadas na concepção do mecanismo.....	56
FIGURA 15: Exemplo de construção feita pelos alunos.....	57
FIGURA 16: Representação do desenho feito pelo professor no quadro-negro. Reta horizontal.....	58
FIGURA 17: Representação do desenho feito pelo professor no quadro-negro. Reta oblíqua.....	59
FIGURA 18: Suporte do mecanismo virtual Roda Gigante.....	60
FIGURA 19: Mecanismo virtual pêndulo e seus elementos.....	62

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	10
CAPÍTULO I.....	12
1.1 Referencial de pesquisa baseado no interesse dos alunos.....	12
1.1.1 Construtivismo Social	12
1.1.2 EtnoMatemática	12
1.1.3 Pesquisa etnográfica (ou do tipo etnográfica).....	14
1.2 Metodologia utilizada para conhecer os alunos.....	15
CAPÍTULO II.....	16
2.1 Investigação com os alunos.....	16
2.1.1 Questionário com os alunos.....	17
2.1.2 Redação.....	17
2.1.3 Visita-entrevista com as famílias dos alunos.....	19
2.2 Decisões tomadas para a sala de aula de Matemática.....	23
CAPÍTULO III.....	24
3.1 A escola, a educação tecnológica e a informática na educação Matemática.....	24
3.1.1 Educação para a tecnologia.....	24
3.1.2 As Tecnologias e o Ensino de Matemática.....	25
3.2 Decisões após os estudos.....	27
CAPÍTULO IV.....	28
4.1 Experiências didática.....	47
4.2 Experimento reduzido de ensino.....	29
4.2.1 Sobre a metodologia do experimento reduzido de ensino.....	30
4.2.2 Relato do experimento reduzido de ensino.....	31
4.2.3 Análise do experimento reduzido de ensino.....	49
4.3 Experiência de ensino.....	52

4.3.1	Plano pedagógico de ensino.....	53
4.3.2	Relato da experiência de ensino.....	54
4.3.3	Análise da experiência de ensino.....;	68
CAPÍTULO V.....		70
5.1	Considerações Finais.....	70
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....		73
ANEXOS.....		76

INTRODUÇÃO

Este trabalho é uma dissertação de mestrado produzida pelo mestrando – professor Márcio Alexandre Rodriguez de Rodrigues - com sua orientadora. Estudamos juntos, discutimos, produzimos juntos, por isso usaremos a primeira pessoa do plural.

Começamos posicionando o professor com suas preocupações que deram origem ao trabalho, em 2008:

“Sou professor e vice-diretor de escola pública – Colégio Estadual Padre Rambo em Porto Alegre - e preocupo-me com o baixo rendimento e com o pouco interesse dos alunos. Tenho vontade de mudar o meu modo tradicional de ensino, baseado em livro texto e aulas expositivas e desejo de experimentar maneiras diferentes, utilizando conhecimentos que adquiri no Curso de Licenciatura, concluído há cerca de dez anos, que parecem distantes da minha prática” (Márcio Alexandre Rodriguez de Rodrigues).

A partir daí, a pesquisa inicia com a questão: Quais são os interesses dos alunos do Prof. Márcio de Rodrigues, que podem dar início a uma atividade de ensino e aprendizagem de Matemática?

Perseguimos os seguintes objetivos:

1. investigar o grupo de alunos; identificar e analisar zonas de interesse e práticas sociais comuns ao grupo;
2. optar por uma área de interesse e identificar a Matemática subjacente;
3. conceber uma proposta didática, para esta série, 2º ano do Ensino Médio, respeitando o programa da escola, de modo a relacionar Matemática com os interesses;
4. planejar e implementar uma proposta de ensino nesta direção;
5. analisar a proposta tendo em vista os recursos adotados e o aluno, seu comportamento, a evolução de seu raciocínio e a aprendizagem da Matemática.

Desenvolvemos o trabalho em duas fases:

Fase 1:

- a) Investigação do aluno e identificação de zonas de interesse;
- b) Opções e plano de ensino.

Fase 2:

- a) Experimento didático e concepção do experimento;
- b) Experimentação, coleta de dados e validação.

O relato da pesquisa foi feito em capítulos.

No Capítulo I, apresentamos resultados do estudo de aportes teóricos ligados à questão da relação entre os interesses dos alunos e o processo de ensino/aprendizagem de Matemática: a Etnomatemática e o construtivismo social. Simultaneamente, buscamos informações sobre uma metodologia adequada para a investigação, encontrando e descrevendo a pesquisa do tipo etnográfico.

O Capítulo II descreve a pesquisa do tipo etnográfico desenvolvida com os alunos do Colégio Estadual Padre Rambo, na busca de identificar seus interesses.

O Capítulo III traz resultados sobre nossas opções: Educação para Informática, como porta de entrada para a cidadania e autonomia nas opções profissionais; o uso da tecnologia na Educação Matemática.

O Capítulo IV trata das opções pedagógicas – ensino de Matemática com análise e construção de mecanismos virtuais; o plano de ensino para ser aplicado em sala de aula e os relatos das experiências didáticas.

Devido à mudança de semestre na escola a turma de alunos que estava sendo investigada também mudou, de forma que o número de pessoas interessadas em trabalhar com Informática diminuiu. Por isso optamos por realizar duas experiências de ensino (experiências didáticas). A primeira, chamada de “experimento reduzido de ensino”, foi realizada com dois alunos que participaram da Fase 1 do presente trabalho. A segunda experiência foi realizada com 27 alunos de uma turma do segundo ano do ensino médio, e teve o propósito de desenvolver um trabalho em sala de aula que envolvesse as possibilidades do uso da tecnologia e da informática na aprendizagem da Matemática.

Finalmente, o Capítulo V traz as considerações finais.

CAPÍTULO I

1.1 REFERENCIAL DE PESQUISA BASEADO NO INTERESSE DOS ALUNOS

Um referencial, para uma pesquisa desenvolvida por um professor, é um programa orientador que localiza o ponto de partida, traz consigo a teoria de base e organiza, tanto a ação didática como sua validação, proporcionando segurança e racionalização no processo.

Garcia (2008) expõe um referencial baseado no interesse do aluno. A pesquisa parte da interação com o aluno e a questão norteadora é: quais são os interesses dos alunos que pode dar início a uma atividade de ensino e aprendizagem de Matemática?

Este referencial é fundamentado em princípios do Construtivismo Social (ERNEST,1999, VYGOTSKI, 1978, 1993) e da Etnomatemática (D'AMBROSIO, 1993, 1996).

1.1.1 Construtivismo Social

O termo Construtivismo Social é usado, em Educação Matemática, com múltiplas acepções e um foco comum:

“o domínio social influencia o desenvolvimento individual de um modo formativo, em que o indivíduo constrói ou se apropria de significados em resposta às experiências nos contextos sociais” (ERNEST, 1999, p. 3).

Nesta perspectiva: Matemática é construção social e cultural, cambiável e limitada por valores sociais, como qualquer outro ramo do conhecimento, e não faz sentido falar de conhecimento sem passar pelo contexto ou por atividades; o ensino de Matemática tem propósitos de desenvolver linguagens, ferramentas e modos de pensar que facilitam a compreensão do mundo físico e social em que vivemos, bem como tem o propósito de disponibilizar um saber socialmente valioso.

Ernest (1999) relaciona Construtivismo Social com as teorias de Vygotsky de aprendizagem e do desenvolvimento mental, em que entram em jogo os conceitos de mente, interação, conversação, atividade e contexto social. As ações das pessoas, os significados e propósitos mobilizados nas suas atividades, sua posição no contexto, suas concepções derivadas das experiências passadas, participam no processo de aprendizagem. O próprio pensamento é produzido pela motivação, isto é, pelos desejos e necessidades, interesses e emoções.

Neste quadro, é natural que o professor busque conhecer seu grupo de alunos para, a partir daí, criar situações de ensino.

Esta proposta tem pontos de semelhança com a perspectiva Etnomatemática de D'Ambrosio (1993, 1996).

1.1.2. Etnomatemática

Etnomatemática, segundo D'Ambrósio (1993, 1996), é a arte ou técnica (*tica*) de explicar, de entender, de se desempenhar na realidade (*matema*), dentro de um contexto cultural próprio (*etno*). É a Matemática praticada por grupos culturais, que tanto podem ser comunidades urbanas e rurais, grupos de trabalhadores, classes profissionais, como jovens de uma certa faixa etária, moradores de uma mesma região ou alunos de uma mesma escola.

Como campo de pesquisa da Educação Matemática, a EtnoMatemática é um programa, cujo objetivo é a reflexão sobre a natureza do pensamento matemático do ponto de vista cognitivo, histórico, social e pedagógico.

No Brasil, existem vários trabalhos com aporte teórico na EtnoMatemática que visam o estudo da Matemática praticada por grupos sociais específicos como, por exemplo, grupos indígenas, camponeses, artesãos e crianças de rua. Entre esses trabalhos, destacamos os trabalhos de Knijnik (1996) e Wanderer (2001).

Knijnik (1996), no seu trabalho com um grupo de professores de um assentamento de sem-terra, problematiza as relações entre os saberes populares e acadêmicos. Durante este estudo, a autora procurou recuperar as histórias de vida e trajetórias de ocupações dos integrantes do assentamento, contextualizando o saber/fazer da atividade produtiva.

Wanderer (2001) faz uma análise de um processo pedagógico realizado numa turma do ensino médio de um programa de educação de jovens e adultos, que vinculou a Matemática escolar com elementos da cultura de um grupo de alunos, neste caso, produtos da mídia. Os alunos puderam não só interpretar dados numéricos contextualizados como, também, analisar questões políticas e sociais.

1.1.3. Pesquisa etnográfica (ou do tipo etnográfica)

Segundo André (2007), a etnografia é uma metodologia de pesquisa desenvolvida pelos antropólogos para estudar a cultura e a sociedade. O termo pode se referir tanto ao conjunto de teorias utilizadas para coletar dados sobre os valores, hábitos, crenças, práticas e comportamentos de um grupo social ou ao relato escrito com o emprego dessas técnicas.

Enquanto o foco dos etnógrafos está na descrição da cultura de um grupo social, a preocupação dos estudiosos da educação é com o processo educacional, o que faz com que certos requisitos da etnografia não sejam seguidos, como por exemplo, o longo tempo de interação entre o pesquisador e o grupo pesquisado, sendo então denominada de “pesquisa do tipo etnográfica”.

Esta metodologia se caracteriza pelo uso das técnicas e métodos da pesquisa etnográfica, tais como a observação, a entrevista e a análise de documentos.

A observação é chamada de participante, devido à interação do pesquisador com a situação em estudo. A entrevista tem a finalidade de aprofundar as questões e esclarecer os problemas observados. A análise de documentos contextualiza o fenômeno e explicita suas vinculações mais profundas, além de completar as informações coletadas através de outras fontes.

Além dessas técnicas etnográficas, a pesquisa do tipo etnográfica também se caracteriza: pela interação entre o pesquisador e o objeto estudado, pela ênfase no processo e não no produto ou resultados finais; e pela preocupação com o significado, ou seja, com a maneira como as pessoas vêem a si mesmas, as suas experiências e o mundo que as cerca.

No trabalho de campo, ocorre a aproximação do pesquisador com as pessoas, situações, locais e eventos. E, na descrição e indução, o pesquisador utiliza uma grande quantidade de dados descritivos, que são reconstruídos na forma de palavras ou transcrições literais. Há, também, formulação de hipóteses, conceitos, abstrações, teorias, sem a preocupação em testá-las. O pesquisador faz uso de um plano de trabalho aberto e flexível, em que os focos de investigação são revistos, as técnicas de coletas reavaliadas, os instrumentos reformulados e os fundamentos teóricos repensados.

1.2. METODOLOGIA UTILIZADA PARA CONHECER OS ALUNOS

Nesta pesquisa, fizemos uso de alguns destes métodos e técnicas para descrever os interesses e as necessidades dos alunos que participaram do nosso estudo, considerados como um grupo social, com hábitos e práticas próprios.

A partir do trabalho de observação constante do professor, com anos de experiência com esta faixa etária (entre 15 e 21 anos), e numa conversa informal com esta turma, levantamos algumas hipóteses sobre o grupo de alunos, através do relato do professor da turma o autor deste trabalho.

“São alunos do 3º semestre do Ensino Médio. A turma divide-se em dois grandes grupos, um composto somente por meninas caracterizado pelas poucas faltas e um maior aproveitamento nas tarefas, outro composto pelo restante dos alunos com um menor aproveitamento das tarefas e um maior número de faltas. De um modo geral, existe pouco interesse nas aulas de Matemática, mas a turma executa todas as atividades propostas pelo professor. Acredito que o foco dos interesses dos alunos está no lazer (lan house, sair à noite, música e esportes), no trabalho (estágios, tarefas domésticas), nos planos para o futuro (que devem ter alguma semelhança entre eles) e na escola (maior liberdade, sem provas, etc).”

Para investigar essas hipóteses, utilizamos cinco instrumentos: observação; diálogo com o grupo; redação; visita-entrevista e um questionário.

A observação do comportamento do grupo deu-se durante alguns meses com esta turma e a análise desta observação levou em conta os anos de experiência do professor com turmas semelhantes; o diálogo consistiu em conversa informal entre professor e alunos, a respeito de seus interesses atuais; o questionário teve como objetivo discutir caminhos profissionais, os projetos de vida e despertar o interesse neste tema; a redação serviu para identificar fontes e focos do lazer e do trabalho do grupo de alunos; a visita-entrevista ocorreu com duas famílias e teve por objetivos identificar suas preocupações e expectativas quanto ao futuro.

CAPÍTULO II

2.1 INVESTIGAÇÃO COM OS ALUNOS

O capítulo II descreve a pesquisa do tipo etnográfico, desenvolvida com 27 alunos, com idades entre 15 e 21 anos, de uma turma do 3º semestre de 2008 do turno da tarde do Colégio Estadual Padre Rambo, em Porto Alegre, RS, na busca de identificar seus interesses.

Num primeiro momento, o Professor Márcio Alexandre Rodriguez de Rodrigues conversou, informalmente com seus alunos, a respeito de seus interesses atuais: expectativas, preocupações, bons momentos e maus momentos, relação com a escola, com os estudos, com a família e com a vida fora da escola.

Dessa conversa, foram extraídos dois temas escolhidos pelo professor para dar início à investigação: orientação e iniciação ao trabalho. Tais temas relacionam-se com o enfrentamento da vida fora da escola e são do interesse do jovem, à medida que o deixam indeciso, inseguro e ansioso.

Encontramos, nos Parâmetros Curriculares Nacional (BRASIL, 1997), indicações da importância destas questões na escola:

“A vivência juvenil é hoje fortemente marcada pela importância dada ao lazer e ao consumo. Porém, não é possível desconhecer as inquietações provocadas pela expectativa de ingresso no mercado de trabalho ou pela escolha de profissão, que, muitas vezes viabilizam esse mesmo acesso do jovem ao lazer e ao consumo. A idade de entrada no mercado de trabalho, as expectativas sobre esse ingresso, a falta de emprego para os jovens, as profissões almeçadas, a relação entre escolarização e trabalho constituem conteúdos importantes a serem trabalhados, sendo que a troca de experiências sobre esses temas entre alunos e professores é de fundamental importância. Quem já está inserido no mercado de trabalho? Quem participa do trabalho doméstico? Quais são as expectativas profissionais dos alunos? (p.384)

Não temos formação para assumir o papel do Orientador Profissional, psicólogo, figura tão necessária na escola. Ao elaborarmos este trabalho, tentamos realizar uma parte desta tarefa, conversando com as famílias e com os alunos, sobre trabalho, profissão e opções, abrindo um espaço para os jovens partilharem seus conflitos e sentimentos referentes à escolha profissional e, simultaneamente, tentando articular a discussão com as aulas de Matemática.

A pergunta era: podemos identificar, nestes tópicos, pontos de partida para um módulo de ensino de Matemática?

Utilizamos os seguintes métodos para coleta de dados:

- 1) Questionário para os alunos;
- 2) Redação intitulada “Trabalho e lazer”, desenvolvida como atividade da disciplina de língua portuguesa;
- 3) Visita-entrevista com as famílias.

2.1.1 Questionário com os alunos

O questionário teve como objetivo registrar alguns resultados da discussão inicial, informal, a respeito dos interesses dos alunos. Propusemos a discussão de seus projetos de vida e procuramos despertar seu interesse pelo tema. Os alunos escreveram a respeito de seus planos para após o término do Ensino Médio e sobre profissões de interesse.

Ao responder a pergunta sobre o que pretende fazer depois que terminar o ensino médio, a maioria afirma que, antes de prosseguir os estudos, primeiro vai procurar um emprego que garanta o seu sustento: alguns não sabem qual profissão escolher, outros admitem ter vários interesses, o que dificulta sua escolha e, muitos dizem que precisam de mais informações sobre possíveis profissões. Entre as profissões escolhidas, encontramos: Enfermagem, Medicina, Técnico em Informática, Carreira Militar e Administração de Empresas.

2.1.2 Redação

A redação serviu para identificar fontes e focos do lazer e do trabalho do grupo de alunos. Consistiu num texto, em que deveriam expor o que consideravam ser trabalho e lazer ou descrever um dia de trabalho e um dia de lazer. A redação foi elaborada pelos alunos, na aula de Língua Portuguesa, e contou com a colaboração da professora desta disciplina.

Os alunos definiram trabalho como atividade que tem relação com esforço físico:

“... trabalho é quando a gente faz um grande esforço, (exausto), por exemplo, quando uma pessoa vai trabalhar de servente, essa pessoa tem que puxar material, servir o pedreiro, limpar e também ao mesmo tempo ficar limpo.”

Para a maioria dos alunos, o trabalho está ligado com a própria sobrevivência:

“Trabalho é o caminho que modifica nossas vidas, pois sem trabalho não seríamos nada, ou seja, se não tivermos trabalho passaremos fome, porque só trabalhando podemos ganhar nosso dinheiro para comprarmos o que precisamos para sobreviver e não passarmos fome.”

Lazer é considerado apenas como um descanso, uma pausa no trabalho e serve para descansar o corpo do esforço físico:

“Lazer é um momento que aproveitamos para descansar o corpo e a mente, e fazer, tudo aquilo que achamos prazeroso.”; “Lazer é uma pausa no trabalho, um descanso do esforço físico realizado.”

Para esses alunos, trabalho e lazer são coisas diferentes, mas parece que o curso superior faz diferença:

“...o engenheiro, não precisa fazer quase nada, ele só cuida da obra, ele faz a planta (o projeto) sem fazer nenhum esforço, chega em casa não está cansado, já o servente chega exausto, por mais um dia de trabalho, e vai descansar para mais um dia de trabalho bruto.”

O trabalho adquire uma outra feição, quando relacionado a estudo e sucesso na escola:

“Muitas pessoas pensam que quando se fala em trabalho, está se referindo a algo cansativo, chato e obrigatório, mas não é bem assim. Trabalho só é trabalho para quem quer. Se trabalhar no que gosta, trabalhar com coisas agradáveis, pode estar transformando a sua profissão em lazer. Por isso que existe várias opções de trabalho por aí..... Pois quem estuda e quem se esforça para o futuro, sabe que sua ou suas profissões que vem pela frente são só lazer. Trabalho é só trabalho para quem quer ou para quem não pensou antes. Lazer é o seu trabalho que já estava sendo esperado muito tempo.”

Destas redações, concluímos que os alunos dão muita importância ao trabalho e, na sua maioria, têm uma percepção muito estreita a respeito das opções existentes para um indivíduo com nível médio. São filhos de pais que praticam trabalho braçal e não tiveram acesso à escola. Têm interesse e receio do trabalho, algo exaustivo, oposto ao lazer: *“Em meu pensamento lazer é um passatempo e descanso e trabalho é luta para sobreviver”*.

Parece-nos que estes jovens, neste contexto, nesta escola, detêm uma conotação ambígua sobre o trabalho, como descreve o texto de Silva e Soares (2001). Estes autores explicam que, para muitos, o trabalho pode ter um caráter punitivo: *“Ganharás o teu pão com o suor do teu rosto”*, ou um caráter estruturador do sujeito: *“O trabalho dignifica o homem”*. Talvez, nesta dicotomia esteja a diferença entre trabalho e profissão.

“Afim, o que é uma profissão? O que significa essa palavra? Segundo o dicionário Aurélio, o significado de profissão é: atividade ou ocupação especializada, e que supõe determinado preparo; um ofício que encerra certo prestígio pelo caráter social ou intelectual, ou meio de subsistência remunerado, resultante do exercício de um trabalho, de um ofício” (SILVA E SOARES, 2001, p.117).

Notamos, nesta pesquisa, a dificuldade dos jovens alunos, de perceberem que existem diferentes opções profissionais para alguém que sai do ensino médio, e que a profissão vem acompanhada de um *status* social, *“servindo em nossa sociedade como um*

diferenciador, um identificador de papéis sociais, até de uma opção de vida” (SILVA E SOARES, 2001, p.117). Consideramos que esta percepção seja desejável e que é papel da escola fornecer algum tipo de orientação profissional.

2.1.3 Visita-entrevista com as famílias dos alunos

A visita-entrevista teve por objetivo identificar suas preocupações e expectativas quanto ao futuro. Consistiu numa visita do professor à casa do aluno - que tivesse disponibilidade de recebê-lo - e foi planejada com perguntas abertas, com foco nas histórias de vida dos integrantes da família, que influenciassem os alunos e os seus planos para o futuro, e nos projetos de vida que os pais idealizaram para os filhos.

Duas famílias de alunas se disponibilizaram a receber o professor em suas casas. Uma dessas famílias era composta pelo pai, mãe, um irmão mais velho, a aluna e a irmã menor; a outra família era composta pela mãe, a aluna e quatro irmãs. Ambas as famílias residem num bairro na zona leste de Porto Alegre (RS). O primeiro contato foi feito previamente através do telefone, quando foram explicados os objetivos da visita.

As duas alunas demonstraram ter planos para o futuro bastante imaturos, com falta de reflexão mais profunda.

É o que afirma S (sobre a escolha de História): *“Não eu nem sei, devo ter visto em algum lugar e me chamou a atenção”*.

Mãe de S: *“Ela adora está sempre lendo livros de história, vendo filmes, no colégio está sempre lendo. Como é o nome daquele livro... ‘histórias da mitologia grega’.*”

A aluna S pretende cursar história e a aluna M optou por biologia. Ambas não conseguem precisar os motivos dos seus interesses por essas áreas, dizem que querem trabalhar com pesquisa, mas não sabem explicar o que se faz e como se faz pesquisa.

As duas famílias participam das escolhas profissionais das filhas, apoiando e respeitando as suas decisões.

Mãe de M: *Eu acho bacana isso daí (a escolha da filha por Biologia), tem muitos que não sabem e nem querem ir para um ensino médio, curso técnico, estão nem aí para isso, os pais querem mais que os filhos vão trabalhar ganhar dinheiro, mas não é só isso. Então é uma boa ter isso (ter um plano para o futuro).*

Mas fica claro que, primeiro, as filhas devem procurar um trabalho que garanta o seu sustento, ficando os planos para quando estiverem estabilizadas.

Mãe de M: *“Primeiro ela tem que arrumar um emprego que dê para ela viver, depois pode fazer o que quiser...”*

Segundo Neiva (2003, p.71), a família pode assumir diferentes posições no processo de escolha profissional do adolescente:

“Pressionadora: neste tipo de família existe uma pressão de algum dos membros para que o filho (a) escolha ou não uma determinada profissão.

Ausente: é a família que não se interessa nem participa do processo de decisão do adolescente.

Facilitadora: é a família que, sem pressionar, participa do processo de escolha profissional do jovem. Ela está aberta e disponível para discutir com o adolescente suas ideias, suas dúvidas, suas preocupações e expectativas. Ajuda-os a buscar informações profissionais e o motiva a participar de um processo de orientação profissional, caso perceba que ele necessite. É aquela que respeita o adolescente e permite que ele elabore uma decisão madura e autônoma.”

Poderíamos classificar as duas famílias como *facilitadoras*, por apoiarem as escolhas das filhas e permitirem que façam uma escolha madura e consciente, mas existe sempre presente a pressão para a busca de trabalho remunerado.

Quanto ao papel da escola na escolha profissional, as duas famílias destacam sua importância, nesta etapa da vida das filhas.

Mãe de M: *“Nós falamos para ela assim, tu estás numa escola pública, não que ali seja ruim, tem professores ótimos, é só elogios, o ensino também é bom... Mas assim, independente de onde tu estiver, tira o máximo que tu puder, o máximo de proveito, que vai te ajudar a entrar depois na faculdade não adianta tu ser uma aluna nota cinco, nota seis, não vai te ajudar depois, tem que ser nota dez para depois chegar lá e ainda competir com outros melhores. É bem difícil.”*

Podemos interpretar estas falas, segundo os PCN (BRASIL, 1997, p.345):

“a combinação escola- trabalho é corrente entre jovens de famílias trabalhadoras, visando complementar a renda familiar — afetada pela deterioração salarial ou o desemprego —, para melhorar o padrão de consumo, ou para garantir sua permanência na escola.”

Sobre o que a escola pode fazer para ajudar nessa escolha profissional, as duas famílias destacam que a escola poderia, por exemplo, dar informações sobre onde encontrar cursos e orientação profissional.

Mãe da aluna M:

“é tão ruim né, professor, eu lembro que quando saí da oitava série não sabia para onde ir o que fazer, que escolas procurar para fazer um curso. E na época em que eu saí, tinha bastante curso técnico, aí eu queria fazer magistério já, mas muita gente não sabia onde procurar, nenhuma escola dava a informação, tu perguntava “qual é a escola que tinha magistério?” e nem isso eles nos deram. Faz uma falta enorme, de repente, um teste vocacional ou informação de qual são as escolas que tem, quais cursos técnicos, como entra, acho que isso é importante. Por

que o adolescente nesta idade já está perdido naturalmente, é uma fase da vida que é bem difícil. Imagina tem que decidir qual é a tua profissão que vai levar não sei quantos anos, muitas vezes para o resto da vida.”

Acreditamos na importância da escola no trabalho de orientação profissional, na linha proposta por Ribeiro (2004):

“Três variáveis importantes interferem no processo de decisão profissional: o conhecimento de si mesmo (o adolescente que faz a opção); o conhecimento das profissões e do mercado de trabalho e a escolha propriamente dita. ...o ideal seria que todas as escolas propiciassem aos seus alunos a participação no processo de Orientação Profissional e que os professores vinculassem seus conteúdos com a realidade do mundo do trabalho e das profissões, para que assim possam ajudar o aluno a ser consciente de suas escolhas e integrado com a escola” (sp).

Nessa linha, sabemos que, para a escola auxiliar neste processo, é preciso profissionais da área de psicologia, com experiência. Contudo consideramos que podemos ajudar, proporcionando o conhecimento de algumas profissões e do mercado de trabalho, e inserindo conteúdos relacionados com o trabalho, na sala de aula de Matemática.

A primeira produção, neste sentido, consistiu em oferecer aos alunos do Colégio Estadual Padre Rambo uma palestra sobre o sistema de ensino brasileiro, focando nos níveis pós-ensino médio e nas opções profissionais, próximas e abertas para suas expectativas e possibilidades. Esta palestra foi feita com o uso de um projetor de slides (slides no CD-ROM que acompanha este trabalho).

A palestra ocorreu no auditório da escola, com duração de 3 horas/aula, foi realizada pelo professor mestrando (Márcio de Rodrigues) e contou com a colaboração do professor de História.

Inicialmente, foram apresentados os níveis de ensino do sistema educacional brasileiro, para que os alunos visualizassem as possibilidades de formação após a conclusão do ensino médio. A apresentação contou, também, com a descrição dos órgãos de regulação/fiscalização do sistema educacional e da forma de ingresso em cada nível de ensino. Além disso, foram apresentados exemplos de cursos gratuitos oferecidos, principalmente, por instituições públicas de ensino.

Ao final da palestra, os alunos receberam uma lista com endereços citados durante as palestras.

Também levamos uma turma de alunos para visitar a mostra de cursos da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS Portas Abertas-2008). Nessa mostra, os alunos puderam conversar com estudantes e professores de vários cursos oferecidos pela Universidade, entre eles os cursos de Física e Ciência da Computação, assistir palestras, visitar laboratórios e assistir experimentos. Chamou a atenção dos alunos o robô,

desenvolvido pelos alunos do curso de Engenharia da Computação, e as imagens virtuais, desenvolvidas pelo grupo de pesquisa em computação gráfica da Universidade.

2.2 DECISÕES TOMADAS PARA A SALA DE AULA DE MATEMÁTICA

No questionário, os alunos mostraram interesse por diferentes opções de profissão futura: Enfermagem, Medicina, Técnico em Informática, Carreira Militar e Administração de Empresas.

Para desenvolver nosso plano de ensino de Matemática, poderíamos escolher qualquer uma delas.

Já existem trabalhos desenvolvidos em algumas direções. Xavier (2006) relaciona Matemática com Enfermagem; Picciguelli e Ribas (2007) bem como Araújo e Ferreira (2008) relacionam Matemática com Educação Física.

Optamos por desenvolver um módulo de ensino ligado à informática, por diferentes razões:

- a) estamos indo ao encontro dos interesses manifestados pelos alunos;
- b) O Ministério da Educação destaca a Educação para Tecnologia, como porta de entrada para todas as profissões;
- c) existe uma linha de pesquisa na Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Informática na Educação Matemática, que oferece suporte teórico e sugere fortemente a introdução da tecnologia no ensino;
- d) o mestrando, Professor Marcio de Rodrigues, encarou esta opção como um desafio, pois tem conhecimentos adquiridos na graduação, na construção de mecanismos/objetos virtuais. O mesmo tinha um certo sentimento de desânimo ao pensar nas dificuldades para colocar este conhecimento à disposição de seus alunos e no ganho que poderia obter com isto.

Esta escolha introduziu um fator novo na pesquisa: o professor não só tentou contemplar interesses dos alunos, mas também o seu, criando um ambiente de aprendizagem no qual ele também busca aprender.

" Quem ensina aprende ao ensinar e quem aprende ensina ao aprender " - Paulo Freire. (FREIRE, 1997, p.25)

CAPÍTULO III

3.1 A ESCOLA, A EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA E A INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Neste Capítulo, apresentamos resultados do estudo sobre Educação para Tecnologia e sobre uso da tecnologia na Educação Matemática.

3.1.1 Educação para a tecnologia

O Ministério de Educação (BRASIL, 2007) define os princípios do processo educativo: o trabalho e a cultura, dimensões indissociáveis de produção material e intelectual da vida. Indica que é preciso integrar, no currículo escolar, a educação profissional e tecnológica, no sentido de propiciar o pleno domínio dos princípios e fundamentos científicos e das diferentes técnicas que caracterizam os processos produtivos modernos, oferecendo-lhes uma formação multilateral.

A Educação Profissional deve ser também Educação Tecnológica, sendo concebida como um processo de construção social que seja, a um só tempo, processo de formação profissional e de educação científica e ético-política. Não deve ser reduzida à mera formação para profissões ou para práticas e trabalhos específicos, mas deve ser um projeto de formação integral do ser humano, cidadão e trabalhador.

Hoje, o profissional de Informática atua em diferentes áreas, tais como: a simulação de processos na indústria, na economia e nas ciências; na programação, arquitetura e organização de computadores; na computação gráfica, incluída aqui a construção de objetos virtuais; no processamento de imagens; nos bancos de dados; na inteligência artificial; nas redes de computadores e na robótica, entre outras. O mercado profissional, na área, é muito amplo e tem alta demanda: engloba indústrias de computadores, empresas de softwares, setores de processamento de dados de instituições públicas e privadas, centros de pesquisas e de pós-graduação, bem como outras áreas da atividade humana, através da aplicação de recursos de informática que viabilizem o aumento da produtividade e da qualidade de produtos e serviços.

3.1.2 As Tecnologias da Informação e Comunicação e o Ensino de Matemática

Atualmente, é impossível pensar a sociedade sem as Tecnologias da Informação e Comunicação. Os computadores processam milhares de informações todos os dias, sendo fundamentais na vida moderna e, ao longo do tempo, passaram de gigantescas máquinas para máquinas cada vez menores que, interligadas reúnem, organizam e compartilham milhares de informações numa intrincada rede global. Deste modo, permitem a ocorrência de mudanças nas relações sociais, principalmente, nos modos de produção, consumo e comunicação da sociedade moderna, exigindo indivíduos capazes de utilizá-los, exercendo assim um papel ativo na sociedade.

A presença e o uso das Tecnologias da Informação e da Comunicação em nosso dia-a-dia, implicam necessariamente na sua introdução nas escolas (CANNONE E OUTROS, 2008).

No Brasil, ações governamentais, como o PROINFO¹, têm garantido a disponibilidade do computador nas escolas e, com isso, têm despertado um maior interesse dos professores, que vêem nessa ferramenta um novo aliado para romper barreiras e dificuldades do ensino em geral, e em particular, do ensino da Matemática.

As pessoas vêem as tecnologias como algo dentro do contexto atual, dando uma motivação extra à escola, sendo possível ver casos de alunos que retomam os estudos devido à sua presença no currículo (CANNONE E OUTROS, 2008).

As Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006, pág 87) indicam a tecnologia como um recurso que pode subsidiar o processo de aprendizagem da Matemática. Além disso, destacam a importância de se contemplar uma formação escolar (Matemática) em dois sentidos: a Matemática como ferramenta para entender a tecnologia, e a tecnologia para entender a Matemática.

Nesse cenário, o papel do professor de Matemática deverá ser repensado, já que mudanças metodológicas serão necessárias na sua prática docente. Não basta apenas disponibilizar computadores aos alunos sem que sejam estabelecidos objetivos que visem a qualidade do processo de ensino e de aprendizagem.

¹ Programa Nacional de Tecnologia Educacional (ProInfo)
É um programa educacional do Ministério da Educação do Brasil (MEC) com o objetivo de promover o uso pedagógico da informática na rede pública de educação básica. O programa leva às escolas computadores, recursos digitais e conteúdos educacionais. Em contrapartida, estados, Distrito Federal e municípios devem garantir a estrutura adequada para receber os laboratórios e capacitar os educadores para uso das máquinas e tecnologias.

Gravina (2003) destaca:

“São os desafios propostos pelo professor que vão orientar o trabalho, desafios estes que se tornam de genuíno interesse dos alunos, desde que não sejam eles privados de suas ações e explorações” (pág 4).

É preciso ter em mente qual o papel da tecnologia, as estratégias que serão adotadas e a adequação do material que será utilizado, para que se tire o máximo proveito em benefício do ensino e da aprendizagem da Matemática.

Neste trabalho, desenvolvemos um experimento didático que partiu dos interesses e da necessidade dos alunos para ensinar um conteúdo presente no currículo escolar. O conteúdo escolhido foi a trigonometria e as atividades foram desenvolvidas num ambiente de geometria dinâmica. Pois, segundo Gravina (2003, p.4):

“Os ambientes informatizados que melhor oferecem condições para a aprendizagem construtivista da Geometria e do Desenho Geométrico são os que consideram os princípios da Geometria dinâmica”.

Em outro texto, Gravina (1996, p.13) aponta o ganho, para o aluno, ao trabalhar em um ambiente de Geometria Dinâmica:

“O controle sobre configurações geométricas levam a descoberta de propriedades novas e interessantes. Os alunos desenvolvem algumas atitudes frente ao processo de aprender: experimentam, criam estratégias, fazem conjecturas, argumentam e deduzem propriedades Matemáticas.”

3.2 DECISÕES APÓS OS ESTUDOS

Optamos pela ideia de desenvolver uma sequência de atividades com a análise e a construção de mecanismos virtuais.

Mecanismo virtual é um tipo de objeto virtual. É um modelo, construído no computador, de um objeto concreto, real: um mecanismo articulado. Neste tipo de construção, é preciso pensar também nas propriedades geométricas que compõem o seu movimento, isto é, que fazem com que o mecanismo tenha tal e tais características de movimento (GRAVINA E OUTROS, sd).

Um objeto virtual de aprendizagem não é apenas um modelo, uma simulação de um experimento real. É bem mais que isso. Segundo Spinelli (sd), é uma situação, uma história, na qual o aluno percorre etapas (navega), envolvido por um contexto que exige a compreensão de determinados conceitos científicos. É um recurso digital reutilizável, que auxilia na aprendizagem e que pode tanto contemplar um único conceito, quanto englobar todo o corpo de uma teoria. Pode ainda compor um percurso didático, envolvendo um conjunto de atividades, focalizando apenas determinado aspecto do conteúdo envolvido, ou formando, com exclusividade, a metodologia adotada para determinado trabalho.

Neste texto, utilizamos ambos os termos “objeto” e “mecanismos” para nos referir à modelos de mecanismos articulados. Muitos conceitos e habilidades matemáticas emergem da construção e análise destes mecanismos, e pode-se escolher entre várias opções. Optamos por mecanismos que envolvem movimentos periódicos, a fim de relacionar o trabalho com conceitos de trigonometria, conteúdo que faz parte do programa da série, do semestre e da escola.

CAPÍTULO IV

4.1 EXPERIÊNCIAS DIDÁTICAS

Este capítulo trata de duas experiências didáticas realizadas simultaneamente com os alunos da turma participante deste trabalho.

A primeira experiência, chamada de experimento reduzido de ensino, foi desenvolvida com dois alunos que demonstraram interesse pela informática e que participaram da Fase 1 deste trabalho. Esta etapa foi realizada no laboratório de informática da escola no turno inverso ao que os alunos frequentavam as aulas.

A segunda experiência foi realizada durante as aulas de Matemática e envolveu 27 alunos de uma turma do segundo ano do ensino médio de uma escola pública do município de Porto Alegre, local onde foi realizada a Fase 1.

4.2 EXPERIMENTO REDUZIDO DE ENSINO

Este capítulo descreve um “experimento didático” com objetivos de desenvolver conceitos e habilidades inerentes à trigonometria e à construção de mecanismos virtuais.

O experimento inclui hipóteses iniciais:

- 1) as atividades serão de interesse dos alunos;
- 2) as construções propostas serão acessíveis aos alunos;
- 3) no processo de construção, vão aparecer conceitos de trigonometria, que serão foco de atenção;
- 4) as atividades têm potencial para desenvolver o estudo dos principais conceitos das funções trigonométricas e das suas representações.

A escolha da metodologia de ensino baseou-se nos principais princípios do construtivismo social (ERNEST, 1999):

- 1) conhecimento está intimamente ligado à experiência;
- 2) aprendizagem ocorre com a conversação, que não é apenas troca de informações;
- 3) o ambiente de aprendizagem baseia-se no respeito mútuo entre aprendiz e professor, que ouve e tem genuíno interesse pelo ponto de vista do aluno, suas concepções e suas construções de sentido;
- 5) as questões propostas neste processo tratam de objetos de interesse mútuo, tanto dos alunos quanto do professor envolvido;
- 6) os desafios matemáticos são variados;
- 7) as demandas cognitivas aumentam gradualmente.

Nessa perspectiva, o professor ocupa seu lugar central no processo de ensino/aprendizagem, ao buscar o novo, junto com os alunos.

A metodologia do experimento consistiu no desenvolvimento de atividades de análise e construção de mecanismos virtuais obtidos com o software *Régua e Compasso*, utilizando ferramentas da informática. A ação didática foi desenvolvida com uma dupla de alunos que compartilha uma máquina, incentivando o diálogo e o compartilhamento das descobertas.

Coletamos dados para análise, no trabalho de validação e confronto das hipóteses. Foi feita entrevista inicial, foram coletadas as produções, opiniões e avaliações dos alunos, falas durante o processo, com gravações e observação contínua.

4.2.1 Sobre a metodologia do experimento reduzido de ensino

Seguindo Garcia e Menna Barreto (2008), optamos por uma adaptação da metodologia do experimento de ensino, formulada pelos pesquisadores Steffe e Thompson. Para estes autores, o conhecimento dos estudantes aparece no que eles dizem e fazem durante uma atividade Matemática, e uma meta básica dos pesquisadores num experimento é compreendê-lo. Para isto, é preciso investigar as modificações que o aluno faz em suas maneiras de operar e, nesta direção, o experimento de ensino é uma ferramenta conceitual de pesquisa das mais adequadas, pois organiza investigações que visam compreender o progresso do aluno num certo período, para explorar e para explicar sua atividade Matemática.

Um experimento envolve uma sequência de episódios de ensino. Num episódio, as ações e a linguagem dos alunos são fonte de perturbação e o foco das observações é entender a originalidade do pensamento do outro, descrever sua coerência e provar sua fragilidade ou força em diferentes contextos. O raciocínio dos estudantes é o foco da atenção e, quando este raciocínio prova ser rico, torna-se objeto de análise: a ação analítica segue a um insight nas operações mentais dos estudantes. Nas interações, é possível observar os momentos críticos quando reestruturações são indicadas por mudanças na linguagem e nas ações dos estudantes.

A intenção do pesquisador não está na aprendizagem, mas na compreensão dos esquemas de assimilação dos estudantes – como adaptam o externo a um certo modo de fazer e de pensar já sedimentado - e na maneira como estes esquemas podem mudar como resultado da tentativa de interpretar e representar o real de forma Matemática.

No nosso caso, temos:

Episódio 1 : Entrevista

O objetivo foi reconhecer os alunos e suas relações como o computador e identificar e descrever os esquemas usuais mobilizados pelos alunos no estudo da Matemática.

Episódio 2: O mecanismo virtual e a sua Matemática

Consiste num desafio: manipular e analisar um mecanismo virtual (o pêndulo) para identificar as ferramentas de construção disponíveis no software; utilizá-las; relacionar as ferramentas com conceitos de Matemática; encontrar o “esqueleto” da construção; tentar explicar a Matemática do objeto.

Episódio 3: A construção do mecanismo virtual

No episódio final, planejamos dar tempo e espaço para os alunos reconstruírem o mecanismo, utilizando a Matemática necessária e deixando-os explicar o que estão fazendo. O objetivo foi aplicar os conhecimentos novos, dando um passo a mais no processo de aprendizagem. Neste caso, consideramos os conceitos de: variável, função, variável angular e variável linear, função seno, período.

4.2.3 Relato do experimento reduzido de ensino

O experimento envolveu dois alunos de uma turma do quarto semestre do Ensino Médio do Colégio Estadual Padre Rambo (Porto Alegre), dois professores (o orientador e o mestrando autor desta dissertação), e foi desenvolvido durante 4 horas/aula, no laboratório de informática da escola que conta com 21 computadores. Os alunos utilizaram dois computadores, sistema operacional Linux distribuição Ubuntu 8.10 e com acesso à internet através de rede wireless de 1Mb. Esses equipamentos foram adquiridos pelo Ministério da Educação (MEC) através do programa PROINFO Urbano da Secretaria da Educação à Distância do Ministério da Educação (SEED/MEC).

Os alunos foram selecionados a partir de seu interesse pela informática e na produção de imagens e mecanismos virtuais, demonstrados em momento anterior, quando, em visita ao campus da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, onde ficaram restritos à área da Informática.

O encontro foi parcialmente gravado, o material produzido pelos alunos foi coletado e analisado. Anotamos observações particulares, reflexões sobre as intervenções e sobre as interações, comentários e observações, o que caracteriza a pesquisa como qualitativa.

Paralelamente ao experimento, os alunos participavam da experiência em sala de aula, de modo que, no início já tinham noções sobre o software, pois já tinha analisado e construído o mecanismo virtual Roda Gigante. Ao final, atuaram como monitores, auxiliando os colegas, na construção do mecanismo virtual pêndulo, demonstrando as habilidades e conhecimentos adquiridos.

Episódio 1 : Entrevista

A entrevista foi semi-estruturada, de modo a permitir o diálogo entre os alunos e os entrevistadores (dois professores, o autor e a orientadora deste trabalho). As questões básicas foram:

- 1) Você tem computadores em casa? Utiliza quais softwares? Tem facilidade no manejo dos softwares?
- 2) Você participou de uma visita ao campus da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, para conhecer o trabalho com informática com produção de imagens virtuais. Você ficou com curiosidade sobre esta atividade?
- 3) Relembra um novo conteúdo de Matemática. Como o professor costuma iniciar um conteúdo novo? Se você for fazer um teste de conhecimento, sobre um conteúdo novo, como você vai se preparar? Como você enfrenta um conteúdo novo? Você sabe explicar como você aprende algo novo em Matemática?

Nestas transcrições, usamos as seguintes abreviações: P é o professor; F e E são alunos.

Respondendo às questões relativas ao uso do computador, os alunos afirmaram que não têm computador em casa, mas têm acesso na casa de amigos, e na escola, e a facilidade que demonstram é explicada pela curiosidade que os mesmos têm pela máquina. Perguntados sobre o uso de softwares, indicaram a importância da escola e do uso da informática no ensino:

F: “O senhor nos mostrou na aula e começamos a mexer”.

Sobre os softwares utilizados, os alunos citaram o software *PAINT*, editor de desenhos do ambiente Windows.

As perguntas seguintes foram formuladas com o objetivo de identificar e descrever os esquemas usuais mobilizados pelos alunos no estudo da Matemática.

Estes esquemas já surgiram, porém, no início da entrevista, quando sentamos com eles para conversar e desenvolver a entrevista. A primeira reação de um dos alunos foi perguntar:

E: “É para pegar papel e caneta?”

Pode-se perceber, nesta primeira manifestação, o hábito de “ouvir e copiar” a fala do professor. Para ele, não estávamos ali para escutá-los, mas, sim, para expor algo que deveria ser transcrito.

Na pergunta seguinte, podemos interpretar a resposta:

P: Como você aprende um conteúdo novo?

E: Eu tento refazer o exercício, que digamos, eu errei.

Os alunos aceitam o que o professor fala sem contestar. Se o professor disse que o exercício está errado ele deve ser refeito. Não existe a pergunta sobre o erro, e o que o levou a tal erro. Aparentemente, aprende-se repetindo.

No diálogo abaixo, fica clara que a repetição é parte importante desse esquema:

P: “E (como você estuda) para a prova?”

Risos.

F: “Estudamos um período antes”

P: “Mas como é esse estudo?”

E: “Olha o caderno e vê, faz um cálculo e outro cálculo.”

F: “Pega o caderno e faz um exemplo. Tipo faz um exercício na hora”

P: “Porque na prova são parecidos?”

F: “É mais elaborado. Os exercícios são mais elaborados.”

A repetição não é utilizada somente no estudo de Matemática, sendo parte do esquema para estudo em outra disciplina, o que foi relatado no diálogo abaixo.

P: “Mas é só na Matemática? E nas outras disciplinas como é? E na física?”

F: “Na física até que é fácil, as contas estão fáceis. É uma calculeira só!”

P: “então a maneira de estudar é refazer... Por quê?”

F: “... refazer os exercícios... na prova são mais ou menos parecidos.”

Das falas dos alunos emergem algumas características do seu esquema usual de aprendizagem: ouvir, copiar, fazer e refazer exercícios, repetir, mostrar conhecimento por meio da repetição.

Para completar esta descrição, o professor/mestrando, autor desta dissertação, regente de classe destes alunos, com dez anos de experiência na escola, traz um depoimento pessoal sobre seu modo usual de ensinar Matemática na sala de aula, em especial a trigonometria. Acreditamos que esse relato, junto com a entrevista, nos deu subsídios para a explicitação dos esquemas utilizados pelos alunos.

Segue abaixo o relato:

“ O estudo de trigonometria começa com uma revisão das propriedades dos triângulos na geometria plana e dos conceitos de razões trigonométricas, isso se faz necessário porque nem todos os alunos da turma viram ou lembram esses conceitos. A seguir, começa o estudo de ângulos e arcos, suas unidades de medidas e sua representação no círculo trigonométrico, normalmente os alunos não tem muita dificuldade nesses tópicos.

A partir daí, inicia-se o estudo das funções trigonométricas. Cada função é vista separada, da seguinte forma: conceito, propriedades e gráfico.

Num primeiro momento são vistas as funções seno, co-seno e tangente para em seguida as funções secante, cossecante e cotangente. O último tópico a ser desenvolvido são as equações trigonométricas e se ainda houver tempo, as identidades trigonométricas. Normalmente, são vistos até estes tópicos, a falta de tempo não permite ir adiante.

Cada aula começa com a exposição oral e no quadro-negro de tópicos previamente escolhidos, quase sempre sem a interferência dos alunos. Os alunos, em silêncio, ouvem com atenção o que está sendo explicado e anotam nos cadernos, aquilo que está escrito no quadro.

Ao final dessa exposição é perguntado se há dúvidas e caso exista alguma, volta-se a repetir a mesma explicação.

Após, o professor indica os exercícios, no quadro ou no livro didático, sobre o que foi exposto. Estes são uma coleção de exercícios que constam nos livros didáticos. Os alunos passam então a tentar resolvê-los, geralmente em pequenos grupos, de dois ou três alunos. O professor circula pela sala, esclarecendo dúvidas sobre alguns exercícios.

Quando a maioria dos exercícios foi resolvida pelos alunos, o professor passa a corrigi-los no quadro, os alunos acompanham e tomam nota do que está escrito.

A avaliação é feita através de provas que propõem questões do livro que ainda não foram resolvidas pelos alunos. Os alunos resolvem, individualmente, entre cinco e dez questões, que seguem o padrão dos exercícios da sala de aula .”

Com este depoimento e a partir da entrevista, fica evidente parte do esquema por eles utilizado, que é essencialmente estático, com pouca ação e pouca interação. Trata-se de ouvir, aceitar e repetir.

Episódio 2: O mecanismo virtual e a sua Matemática

O mecanismo virtual proposto para análise foi o pêndulo móvel circular, encontrado no CD-ROM que acompanha este trabalho. Foi construído pelo professor/mestrando, com o

auxílio do software *Régua e Compasso* e as ferramentas envolvidas na construção estavam disponíveis para o aluno.

Segundo Gravina (2009), o software “*Régua e Compasso*” está na classe dos softwares que são referidos na literatura como “ambientes de expressão e exploração”, pois é ferramenta que possibilita situações de aprendizagem que se caracterizam como “pensar ativamente em Matemática”. Isto significa: experimentar, interpretar, visualizar, induzir, conjecturar, abstrair, generalizar e até demonstrar. Desta forma, tem-se o aluno em processo de aprendizagem ativa, muito diferente de sua usual atitude passiva frente a uma apresentação discursiva por parte do professor.

O pêndulo faz parte do mundo que nos rodeia – é visto nos antigos relógios – e é objeto de estudo da Física, no estudo dos movimentos circulares.

“A modelação destas “formas em movimento”, quer sejam de carácter prático ou lúdico, pode propiciar o desenvolvimento de conceitos e relações geométricas e, assim sendo, apresenta-se como uma atividade que pode ser interessante para os alunos que estão se iniciando no estudo da geometria” (GRAVINA, 2009, p.7).

Utilizamos o *Régua e Compasso* para a modelação geométrica do pêndulo, construindo um pêndulo virtual.

O pêndulo é composto por uma haste com uma das extremidades fixa e outra livre. No mecanismo virtual ele é representado por um segmento de reta, com seus pontos extremos correspondendo as extremidades da haste. Chamamos de ponto P o ponto do segmento de reta que corresponde a extremidade livre do pêndulo, que oscila sobre um sistema de eixos coordenados, identificados explicitamente como eixos dos xx e dos yy . O extremo fixo do pêndulo está na origem dos eixos coordenados. A oscilação ocorre na parte negativa do eixo y , e é regulada por um objeto auxiliar que não aparece na tela, numa primeira visualização, mas sim, quando se buscam informações sobre a construção. Este objeto é um marcador de ângulos.

O marcador de ângulos é composto por um círculo e pelos pontos A e B do círculo. Ele mostra a medida do menor ângulo formado pelo ponto A, pelo centro do círculo O e pelo ponto B. O ponto B gira, dando voltas inteiras, descrevendo um movimento circular uniforme (MCU), determinando o giro do ponto P do pêndulo. O ponto A é fixo (FIGURA 1).

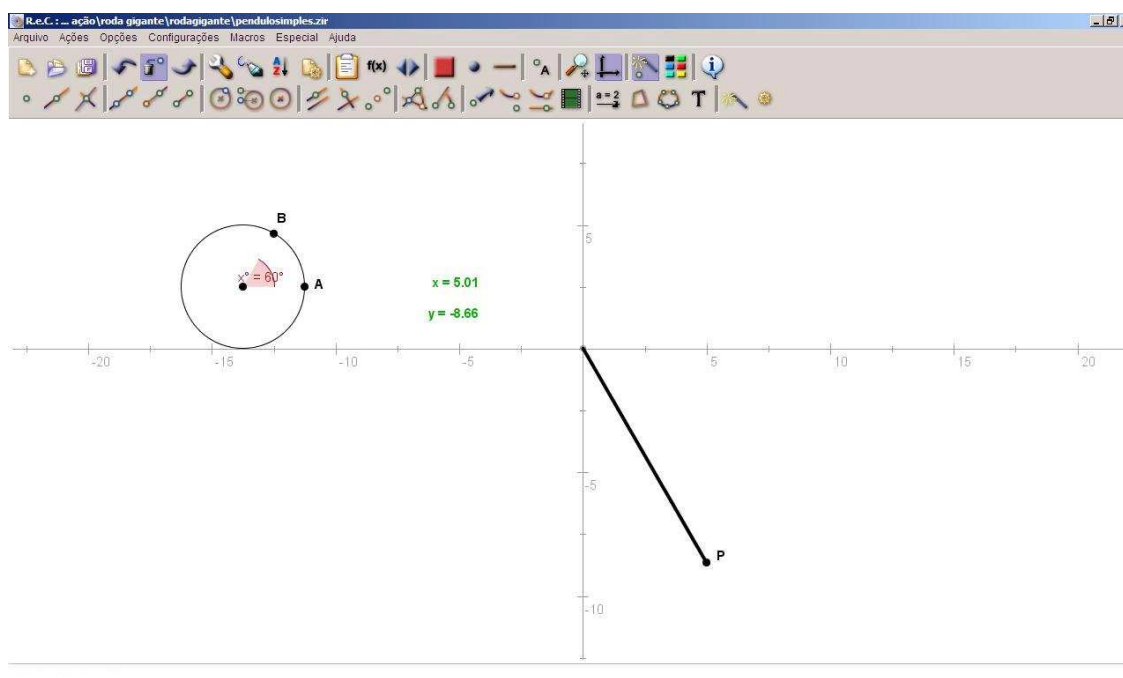


FIGURA 1: O mecanismo virtual pêndulo e os marcadores

A medida do ângulo AOB corresponde à medida do ângulo entre a reta suporte do pêndulo e o eixo dos xx positivo. Os ângulos variam de zero a 180° , sendo igual a zero quando os pontos A e B coincidirem e igual a 180° quando os pontos A, B e o centro do círculo forem colineares. Dessa forma, o marcador faz com que o pêndulo oscile de zero, sobre o eixo xx positivo, a 180° , quando coincide com o eixo xx negativo, e retorne ao zero, após o ponto B do marcador, completar a volta inteira.

Se a variação do ângulo fosse de zero a 360° , o mecanismo virtual deixaria de ser um pêndulo: o ponto P passaria a dar voltas completas em torno da origem, descrevendo um MCU, semelhante ao giro do ponto B no marcador. É possível obter também, marcadores para as variações das coordenadas x e y.

Segundo Gravina (2009), para construir este mecanismo virtual, primeiro foi preciso pensar na construção do seu “esqueleto geométrico” (p.7), e depois no acabamento final.

Neste experimento, no episódio 2, o desafio colocado foi manipular o mecanismo virtual para:

- 1) identificar as ferramentas;
- 2) utilizá-las;
- 3) relacionar as ferramentas com conceitos de Matemática;
- 4) encontrar o “esqueleto geométrico” da construção;

5) tentar explicar o mecanismo virtual.

Estas atividades não estão muito distantes do conhecimento anterior do aluno, considerando que o mesmo tem acesso a computadores (na escola e na casa de amigos), sabe utilizar alguns softwares e conhece o mecanismo virtual roda gigante, já analisado em aula, com o mesmo software.

A Matemática envolvida traz algo novo: a utilização do contador de ângulos traz à tona a variável ângulo que determina os valores das coordenadas x e y , vinculados ao movimento semi-circular do pêndulo, o que desencadeia ideias novas sobre função e sobre as funções trigonométricas – conceitos ainda desconhecidos. Mas tais conteúdos também não são distantes dos alunos, pois existem conhecimentos prévios de ângulos, medidas, funções e gráficos.

O objetivo da pesquisa, neste momento, é duplo.

1) verificar o comportamento dos alunos frente ao conhecimento novo e as mudanças no seu esquema usual de aprender, à medida que se dedicam à compreensão e reconstrução do mecanismo virtual provocador das ações.

2) deixar a Matemática nova emergir, a partir das perguntas e da necessidade do aluno.

Nestas ações estão envolvidos os conceitos de variável, ângulo e medida, período, função periódica e sua representação gráfica e algébrica.

Os alunos tinham uma coleção de objetos auxiliares para, após a análise do pêndulo, desenvolver e formalizar os conceitos. Entre eles: software gráfico Graphmática , Applet que relaciona movimento circular com a curva senóide (disponível em http://www.walter-fendt.de/m14pt/sincostan_pt.htm) e outros tipos de mecanismos virtuais - pêndulo invertido, pêndulo em radianos – disponíveis no CD em anexo.

Descrição do episódio

Inicialmente, os alunos analisam o mecanismo virtual e o descrevem, exatamente como aparece na tela do computador:

F: “É um pontinho girando”.

Em seguida buscam dar um sentido ao mecanismo fazendo analogias com outros objetos da vida real.

F: “É um pontinho girando fazendo um pêndulo”

E: “Parece aqueles relógios antigos”

F: “Está parecendo aquele negócio... parece uma parábola” (fazendo gestos com as mãos).

Manipulando o mecanismo e os recursos do software, descobrem, sozinhos, o marcador de ângulos e marcadores das coordenadas x e y e tentam relacionar estas três variáveis com o movimento.

São convidados a descrever esse movimento com a informação visual concreta da tela do computador.

E: “Quando completa 180 graus ele volta” (aqui o aluno refere-se ao marcador de ângulos e sua relação com o pêndulo)

F: “... do lado de lá o x é negativo e do lado de cá é positivo” (apontando na tela)

Nesta descrição inicial, os alunos utilizam apenas informações visuais, com o movimento do pêndulo em si.

Isso também é observado quando introduzimos a ideia de movimento periódico e de período.

P: “Este pêndulo está fazendo um movimento periódico, foi o que vocês descreveram: a cada 180° ele está indo para o mesmo lugar. Ele vai e volta”

P: “... todo movimento periódico, como é neste caso, tem um período. Já ouviram falar em período? O que vocês acham que é?”

E: “É um intervalo, repetidamente”

P: “E qual seria o período no nosso caso?”

F: “Na hora em que o B está na reta do A” (referindo-se ao momento em que o ponto A, o centro do círculo do marcador e o ponto B são colineares, no marcador de ângulos)

Neste momento inicial, constatamos que os alunos:

1) estão presos à informação visual para estabelecerem o período do movimento, mesmo com a informação dos valores numéricos dos ângulos na tela.

2) não conseguem estabelecer uma relação entre as três variáveis, o que nos dá pistas de que a relação entre ângulo e as coordenadas x e y não é natural.

Somente com a interferência do professor é que se estabelece a relação de dependência entre os marcadores. O professor sugere observar as variações numéricas dos valores de x e dos valores do ângulo, no marcador (FIGURA 2).

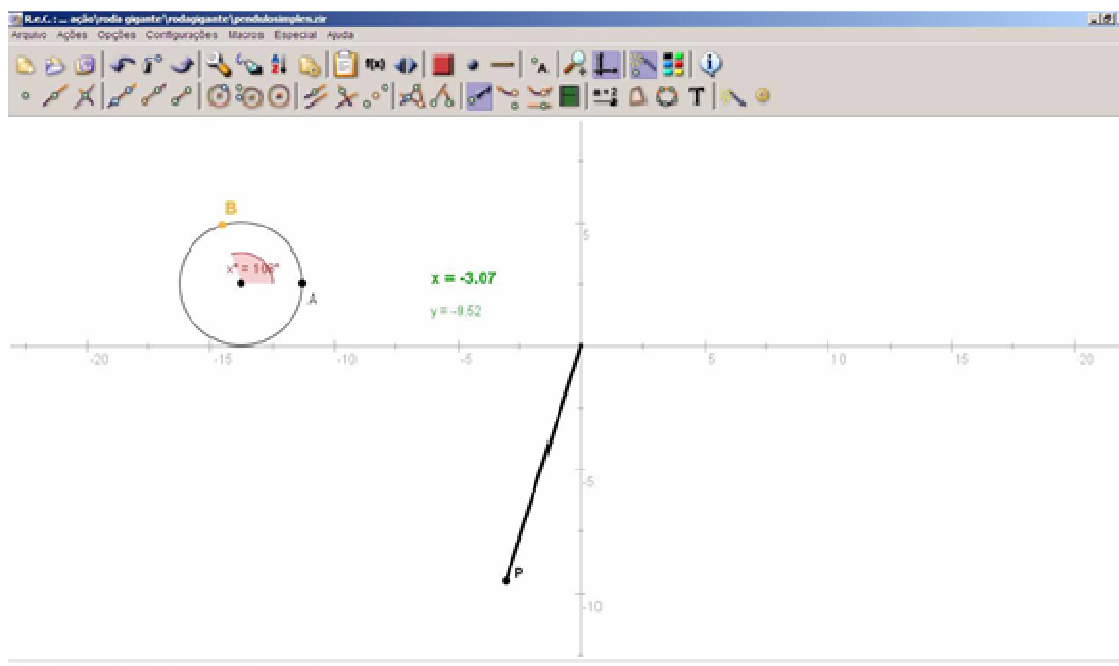


FIGURA 2: Relação entre ângulo e coordenadas x e y

P: “Observem que ele (referindo-se à variável x e aos valores de x) está dependendo do ângulo, está variando com aquele ângulo...”

E: “Ele marca a coordenada com aquele ângulo.”

P: “Coordenada de qual ponto?”

F: “Do P(extremidade do pêndulo).”

E essa relação de dependência fica mais clara, devido à interação entre os alunos e os professores, o que fica evidente na conclusão a que chegou o aluno F.

F: “As coordenadas do ponto P variam com o ângulo ali” (apontando para o marcador de ângulos)... “quando o ângulo está aqui (apontando para o marcador), ele (o pêndulo) estará com uma coordenada aqui” (apontando para o ponto P).

Reconhecer esta relação como uma função era o próximo passo no nosso experimento, mas os alunos apresentaram muita dificuldade.

Pedimos para desenharem um gráfico para ajudá-los a reconhecer a relação de dependência entre os marcadores como função.

Neste momento, apareceu o esquema usual de reprodução. Os alunos fizeram um gráfico com coordenadas x e y semelhantes ao pêndulo da tela. Mostrando os valores dos ângulos, a haste do pêndulo, com as coordenadas x e y, conforme a figura (FIGURA 3). Eles copiam na folha de papel exatamente o que está na tela do computador, como costumam fazer na sala de aula, copiando o que está no quadro.

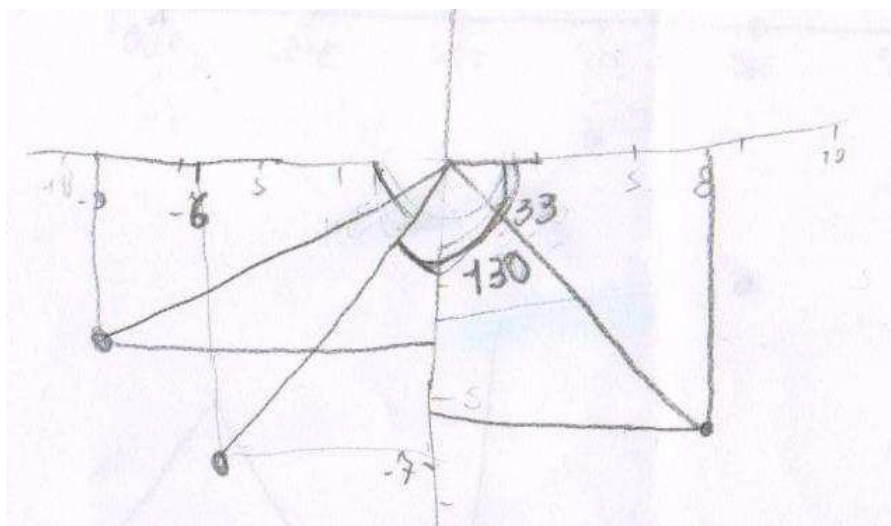


FIGURA 3: Gráfico na primeira tentativa

Não foi fácil para os alunos representarem graficamente a relação das coordenadas x e y , dependendo ambas do ângulo. Para eles, no gráfico de uma função, x é sempre representado no eixo horizontal e y no eixo vertical, não existe outra possibilidade.

Seguimos a sugestão de Demana e Leitzel (1995). Para os autores, a tabela numérica fornece indicações de alguns dos primeiros pontos do gráfico. Podem obter outros pontos até que o gráfico completo esteja claro. O conceito de função pode ser visualizado como um gráfico – uma representação muito mais concreta de uma função do que uma expressão algébrica. Além disso, a introdução de variáveis para representar relações funcionais em situações-problema concretas dá aos alunos a percepção de que as variáveis podem representar números de vastos conjuntos numéricos e de que elas são instrumentos úteis na descrição de generalizações.

Insistimos, então, na relação entre o ângulo e a coordenada x do pêndulo. Pedimos para que construíssem uma tabela (FIGURA 4) com alguns valores, tomados manipulando o marcador de ângulos e observando os valores nos marcadores de x e y .

Ang	x
0	9,99982
45	7,09586
90	0,00895
180	10 - 9,99982

FIGURA 4: Tabela com a relação entre ângulo e coordenada x

Com os valores da tabela partimos para a construção do gráfico. Para desvincular o desenho do gráfico da imagem na tela, pedimos que fizessem um novo gráfico, marcando ponto a ponto os valores da tabela (FIGURA 5).

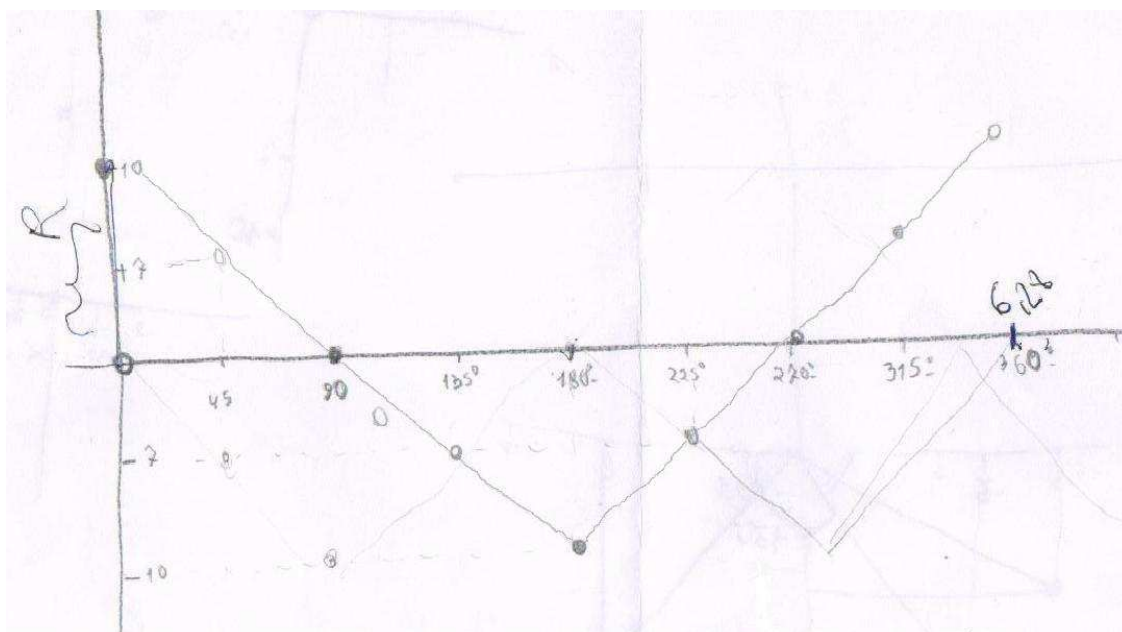


FIGURA 5: O gráfico com a primeira curva senóide construída pelos alunos

P: "... e agora como tu acha que vai ficar isso no gráfico?"

E: "Ele vai ficar aqui (aponta para o eixo vertical) o 9, o 7. Aqui (aponta para o eixo horizontal) ficam os ângulos 0, 90, 180 (graus)".

Perguntamos sobre o que poderia ocorrer completando o eixo horizontal com valores até 360°.

E: “Ah, ficaria aqui” (marca o ângulo e a coordenada x)

P: “E depois?”

E: “Ahhh, subiria de novo” (fazendo gestos com a mão, fazendo uma curva semelhante à curva senóide).

E: “Ele sobe e desce” (se referindo ao gráfico).

Os alunos esboçam o gráfico a seguir (FIGURA 6)

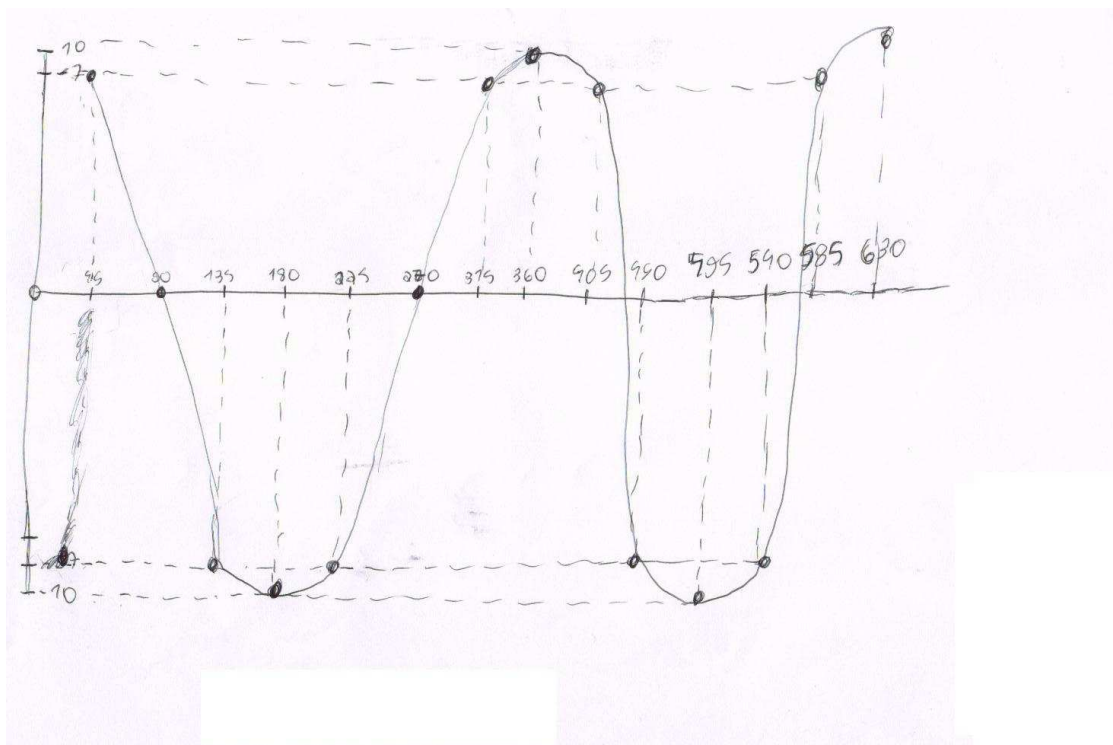


FIGURA 6: O gráfico com a curva senóide aprimorada

O diálogo a seguir mostra que os alunos reconheceram a relação de dependência entre as variáveis mostradas nos marcadores, este resultado só foi atingido com o auxílio da tabela e da construção do gráfico.

P: “o que é o subir e descer?”

E: “O valor de x é negativo e positivo.”

F: “no gráfico o valor dele...” (interrupção, reflexão) “varia em função do y... não, do ângulo”.

O equívoco é logo percebido e corrigido, indicando a construção de uma relação nova.

Os alunos passaram de uma representação visual e concreta para a oscilação de x, representada com a mão num vaivém horizontal, para uma representação abstrata, na qual esta oscilação é identificada com uma curva senoidal plana. Esta passagem não é natural e

nem espontânea. Foi resultado da interação, do diálogo e da investigação do mecanismo virtual.

Segundo Carlson e outros (2007), muitos estudantes reconhecem uma função linear ou quadrática pela forma: toda curva com forma de U é uma parábola, como ocorreu, no início. Isto ocorre porque, na escola, em geral, os estudantes pensam no gráfico de uma função como sendo uma curva (um objeto fixo) no plano, como um retrato de uma equação. Além disto, a ênfase do ensino de funções é posto na função linear e na função quadrática.

Estes autores sugerem que seja desenvolvido o raciocínio covariacional, que significa coordenar uma imagem de duas quantidades variando e atentar sobre a maneira como uma delas muda com relação à outra. Esta seria uma visão de função como um processo, demonstrada quando os alunos traçam gráficos no ar, sem grande preocupação com valores numéricos.

Percebemos aqui, que a proposta fez emergir esquemas prévios, causou conflitos e trouxe mudanças.

A seguir, apresentamos com o auxílio do software *Graphmatica*, gráficos da função seno e comparamos com os gráficos que eles fizeram no papel. Neste momento, os alunos tiveram contato com a expressão algébrica $\sin x$, que representa a função seno, e que era desconhecida.

O gráfico mostrado no software não é igual ao gráfico construído pelos alunos.

P: “Vejam que não está igual”

E: “A diferença é que o gráfico vai até 1”

P: “Vou reescrever a expressão, olhem agora” ($10\sin x$, no *Graphmatica*)

F: “Aumentou a altura. O resto ficou igual.”

Introduzimos o conceito de amplitude, que no mecanismo virtual representa o tamanho da haste do pêndulo. Outra diferença percebida foi que, no software, as funções trigonométricas têm a variável ângulo dada em radianos, e no nosso caso eram em graus.

Questionados se conheciam o número, os alunos pareciam não lembrar o que era o número π e qual a sua relação com o comprimento de uma circunferência.

Relembramos que o quociente entre o comprimento e o diâmetro de uma circunferência qualquer é sempre um valor constante e aproximadamente igual a 3,1416... e que, na verdade, esta razão corresponde a um número denotado pela letra grega π . Este número tem infinitas casas após a vírgula e foram necessários vários anos de pesquisa para determina-los. Para mostrar a relação que existe entre o ângulo de 360° e o comprimento da circunferência ($C=2\pi r$) tomamos por base uma circunferência de raio igual a 1 e um ponto girando sobre a mesma. Esse ponto, quando completa uma volta inteira, descreve um

ângulo de 360° e um comprimento de 2π , o que torna possível representar um ângulo através do comprimento do arco correspondente da circunferência, com as devidas aproximações de π . No caso da atividade, era suficiente tomar um valor aproximado para π , isto é, considerar $\pi=3,14$. Sendo assim o comprimento da circunferência ficaria igual a 6,28.

Episódio 3: A construção do mecanismo virtual

O momento final foi planejado com o objetivo de aplicar os conhecimentos novos, dando um passo a mais no processo de aprendizagem. Neste caso, consideramos os conceitos de: variável, função, variável angular e variável linear, função seno, período.

Para isso, planejamos dar tempo e espaço para o aluno reconstruir o mecanismo virtual, utilizando a Matemática necessária e deixando-o explicar o que está fazendo.

Descrição do episódio

Sugerimos que a dupla utilizasse um único computador para poderem discutir durante a construção do mecanismo virtual.

Inicialmente eles ficam parados, imóveis frente ao mecanismo virtual. Até que um dos alunos pergunta:

F: “Professor como se faz este eixo?”

O esquema usual começa a ser utilizado pelos alunos, o que interessa é “copiar” o mecanismo virtual do professor.

Constroem os marcadores, os eixos e o pêndulo, mas sem relacioná-los, são elementos independentes.

Utilizam várias ferramentas até encontrar a correta.

Mas o esquema usual não dá certo, pois quando se aplica movimento ao mecanismo virtual ele não se comporta como o esperado. Com o impasse observamos uma mudança nesse esquema. Os alunos começam as experimentações.

Tentam, experimentam e avaliam.

Neste momento, descobrem que, para fazer o pêndulo girar, é preciso relacionar o marcador de ângulos com o ponto P e percebem que devem usar ângulos menores que 180° .

Há constante troca de informações entre eles e entre eles e o professor, o que define a interação no processo de aprendizagem.

O processo continua, com muitas tentativas, críticas, avaliações, análise de erros e reconstruções, com idas e vindas, observando e estudando o mecanismo virtual pronto. Quando surgem impasses e dificuldades, voltam para o pêndulo construído, para entendê-lo melhor, logo após continuam tentando.

Pedem ajuda para o professor. As falas abaixo mostram um desses momentos.

A dificuldade está em como expressar a relação entre o marcador de ângulos (onde o ponto B, oscila) e a oscilação do ponto P do pêndulo.

P: “É o ponto B que interessa?”

E: “É o ângulo. Não tem nada ligado no B.”

P: “O que faz esse ponto se mover?” (Se referindo ao ponto P)

F: “É o ângulo.”

P: “E como se faz isso? Como se relacionam?”

Os alunos abrem a caixa de edição do ponto P e a observam (FIGURA 7).

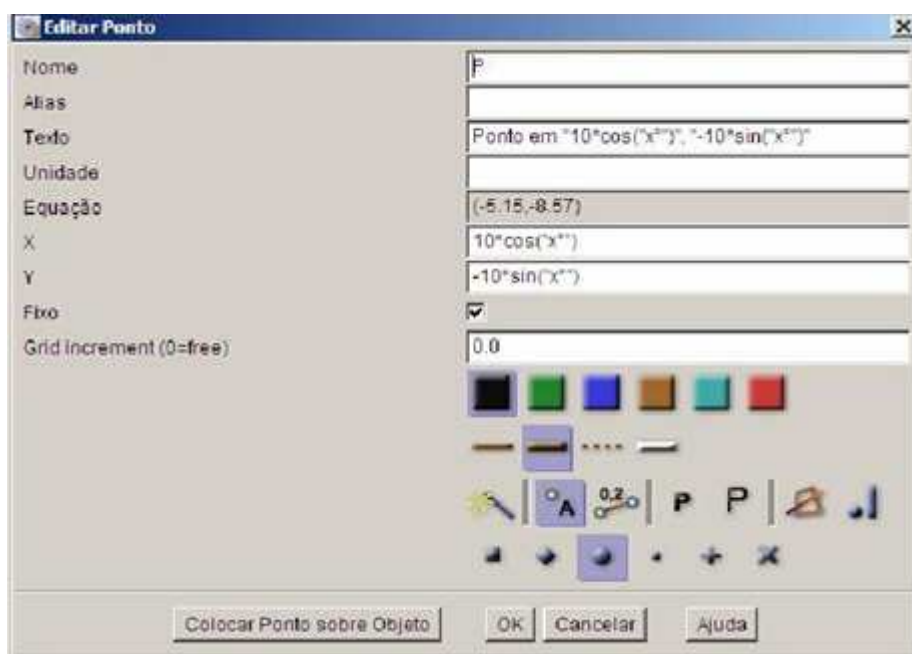


FIGURA 7: A caixa de edição de propriedades do ponto P

P: “No próprio *Régua e Compasso*, como se edita um objeto?”

E: “Dá para mexer ali?” (se referindo à caixa de edição)

Voltam ao pêndulo pronto e observam a caixa de edição do ponto P. Reconhecem a simbologia da Matemática, reconhecem a variável ângulo, cujo símbolo é x° , e as variáveis lineares x e y . Mas apesar de reconhecerem as variáveis, ainda não compreendem como o ReC as relaciona. Neste momento, foi preciso que o professor interviesse para que os alunos superassem essa dificuldade.

P: “O que é x° ?”

Ambos respondem: “É o ângulo.”

P: “Mas como ele, o *Régua e Compasso*, sabe que é ângulo?”

F: (clica em ok e lê o que encontra na caixa) “objeto não encontrado” (mensagem que é mostrada na tela do computador pelo *Régua e Compasso*)

P: “Tem que dizer onde ele está?”

F: “Tem que editar.”

Os alunos voltam ao pêndulo pronto e observam a caixa de diálogo do ponto P e reconhecem a expressão algébrica da função seno.

F: “Ah, tem que usar o seno.”

E repete a expressão que lê na caixa.

F: “ $10\sin x^\circ$ ”

E: “Escreve aqui.” (referindo-se à caixa de diálogo do ponto P do pêndulo novo que está sendo construído)

O mesmo artifício é utilizado para editar o marcador de ângulos (FIGURA 8).



FIGURA 8: A caixa de edição de propriedades do ponto P editada pelos alunos.

Perguntamos então sobre o significado de x° e de x , e se eles representavam a mesma coisa, já que usamos a letra x em ambos.

E responde: “... x é de P e o y também...”, fazendo referência às coordenadas “...e x° é o ângulo”.

Os alunos identificaram as variáveis. E a relação de dependência entre elas ficou evidente, como ilustra a fala abaixo:

E: “Estamos dando uma ordem para x e y de acordo com o valor de x° ”

Neste momento, o mecanismo virtual já estava completamente construído na tela do computador.

Vamos adaptar o que disse Ponte (1990) a respeito da aprendizagem das funções. Para que o aluno seja capaz de construir tabelas, calcular valores numéricos e desenvolver um sentido quantitativo deve ter a oportunidade de trabalhar com números concretos e, se possível, provenientes de contextos da vida real. Só assim poderão compreender melhor o significado das funções. Baseamo-nos na teoria do construtivismo social, segundo a qual ensino e aprendizagem é um processo determinado pelas diferentes experiências pessoais às quais os alunos são submetidos e que não precisam estar restritas aos contextos da vida real. O uso da tecnologia permite um leque de experiências que contribuem para aprendizagem, pois permite a interação necessária para que o aluno possa tirar suas próprias conclusões e impressões.

Pensando nestas possibilidades da tecnologia, recorreremos também ao uso de um mathlet: um acrônimo para “mathematic’s applet”, uma pequena plataforma independente e interativa para o ensino de Matemática (SANTOS E PAIXÃO, sd, p.2)

No final desse episódio mostramos um mathlet que consiste num ciclo trigonométrico, acompanhado de um gráfico num sistema de eixo cartesiano.

Primeiro escolhemos uma das razões trigonométricas, seno, co-seno e tangente, o gráfico relativo à escolha aparece no applet. Os arcos são representados pela cor rosa e o seno, o co-seno e a tangente nas cores verde, vermelho e azul respectivamente. Movimentando o arco com o mouse no ciclo trigonométrico, obtemos a representação do seno, co-seno e da tangente deste arco tanto no ciclo trigonométrico quanto no gráfico, conforme mostram as figuras a seguir (FIGURA 9, FIGURA 10):

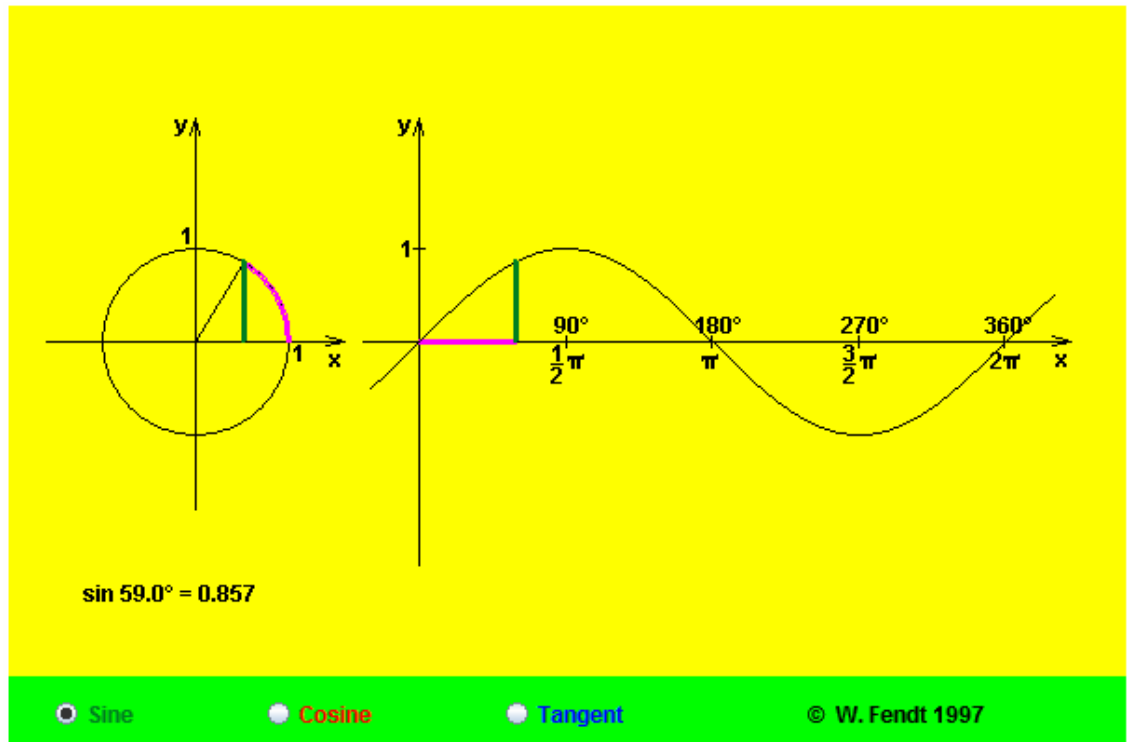


FIGURA 9: Mapplet seno

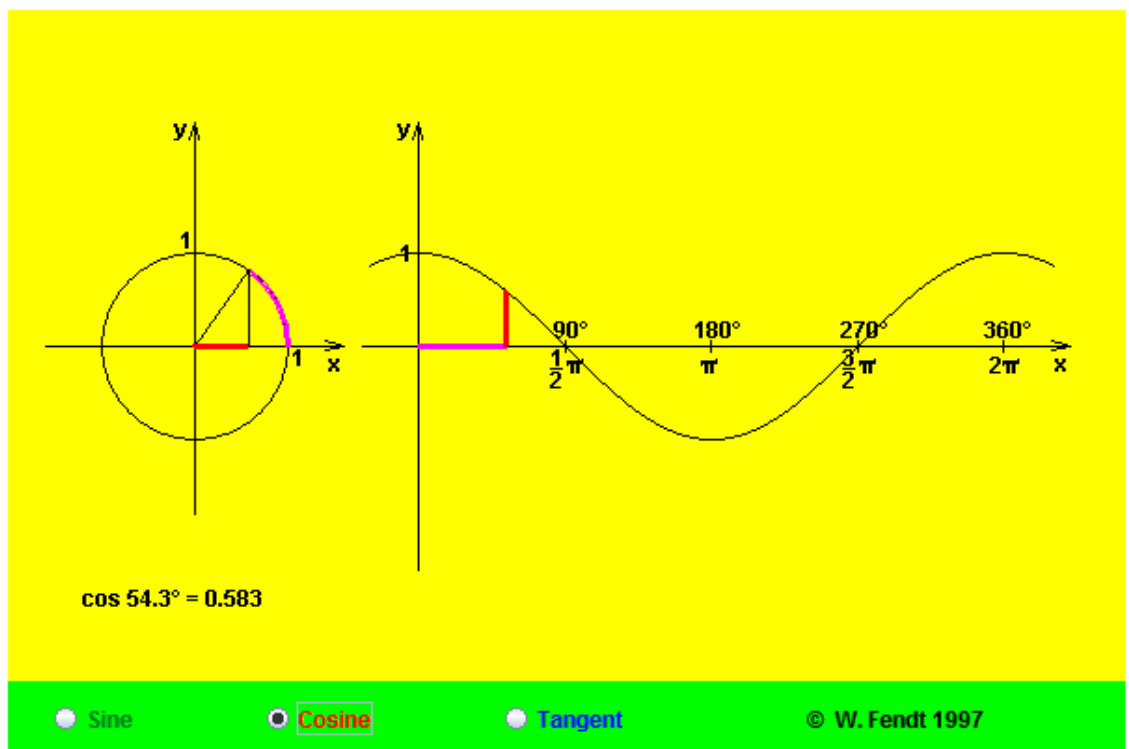


FIGURA 10: Mapplet co-seno

Os alunos puderam avaliar os parâmetros das funções seno e co-seno e observar as variações nos seus respectivos gráficos. Interagindo com ele, os alunos foram capazes de falar sobre o período, a amplitude de cada função.

4.2.3 Análise do experimento reduzido de ensino

O primeiro elemento extraído das nossas análises diz respeito às possibilidades dos mecanismos virtuais, para simular a realidade e oferecer rico ambiente de investigação para aprendizagem da Matemática. Em particular, quando a utilização destes recursos coincide com os interesses dos alunos, os conceitos adquirem mais concretude e passam a fazer sentido.

O segundo elemento diz respeito à análise do comportamento dos alunos. A experiência de aprendizagem com uso de mecanismos virtuais permitiu o desenvolvimento de procedimentos que diferem daqueles desenvolvidos no ensino usual e que contribuem para mudança dos esquemas de aprendizagem. Neste caso, os esquemas anteriores de aprendizagem por repetição mostraram-se insuficientes e precisaram ser substituídos. O aluno atua de outro modo: analisa, descreve, interage com professor e colega, investiga, procura, argumenta e explica.

O terceiro elemento diz respeito à análise do raciocínio dos alunos. A aprendizagem contextualizada permitiu o desenvolvimento de novos procedimentos na construção Matemática. Na pesquisa, essas situações ocorreram quando os alunos tentaram traduzir para a linguagem gráfica Matemática o fenômeno observado visualmente. Neste momento, os esquemas anteriormente construídos para tratar com funções e gráficos mostraram-se insuficientes e precisaram ser substituídos.

Em geral, na construção de gráficos, na escola, o aluno recebe funções dadas na forma algébrica e é solicitado a traçar seus gráficos, como sendo o retrato da função. Estes são figuras estáticas, construídas sem questionamento sobre as variáveis e sobre a numeração dos eixos, em que são utilizados, em geral símbolos x e y . Nesta lógica e confirmando o esquema de aprendizagem por “repetição”, a primeira reação do aluno solicitado a representar um movimento graficamente é “copiar” o que está vendo na tela, com os eixos x e y usualmente utilizados.

Mas, no presente experimento, o gráfico que deve ser construído não está explícito, não é uma representação direta. Para construí-lo, é preciso identificar: 1) a existência de uma variável (ângulo) que não está explícita no objeto visualizado; 2) aceitar que ângulo é a variável independente do movimento e que as coordenadas x e y são ambas, função do ângulo; 3) representar graficamente estas funções, aceitando que existem dois gráficos nos quais x e y estão representados no eixo vertical; 4) interpretar estes gráficos com movimentos oscilatórios que não estão visíveis no mecanismo. Tentando adaptar o externo

– a visualização do pêndulo, do seu movimento e dos recursos usados na construção - a um modo de agir usual – surgiram conflitos e questionamentos sobre o significado das variáveis, dos eixos e dos números que ali estão.

O quarto elemento significativo que emergiu da pesquisa foi o desenvolvimento da percepção dos estudantes do movimento do mecanismo virtual e de sua construção e o desenvolvimento do vocabulário matemático utilizado para explicá-lo. No começo do estudo, os estudantes descreveram o mecanismo virtual como “um ponto que se move”, ao final, reconhecem que as coordenadas x e y são funções do ângulo de giro, indo além da informação dada visualmente no marcador de ângulos que restringe a variação entre zero e 180° , ampliando os valores do ângulo para todas as possibilidades de giro, chegando e ultrapassando 360° .

Ao final, o fenômeno foi representado matematicamente e explicado verbalmente com imagens (descrição da oscilação com as mãos, em senóide, substituindo a representação num movimento de vai e vem composto por segmentos retilíneos) e termos (função, por exemplo) que não estavam presentes no seu vocabulário, mas que faziam parte dos conhecimentos anteriores, mostrando um processo de assimilação e adaptação, favorecido pelo novo contexto. Estes alunos demonstraram conhecimento, quando auxiliaram o professor e os colegas, em atividade semelhante, em sala de aula.

Analisando as hipóteses, os dados demonstram que as atividades foram interessantes para os alunos, foram de interesse dos alunos; que no processo de construção, apareceram vários conceitos de trigonometria; e que as atividades têm potencial para desenvolver o estudo dos principais conceitos das funções trigonométricas e das suas representações. No entanto, ficou claro, também, que a construção do pêndulo não foi fácil para os alunos, enquanto, na sala de aula, verificamos que a Roda Gigante foi bastante acessível, justamente porque, para este mecanismo, são necessárias poucas ferramentas do *Régua e Compasso* e poucos conceitos de Matemática.

4.3 EXPERIÊNCIA DE ENSINO

Participaram desta experiência 27 alunos do segundo ano do ensino médio de uma escola pública do município de Porto Alegre e ocorreu simultaneamente ao experimento reduzido de ensino.

O objetivo, nesta etapa, é mostrar que é possível utilizar a tecnologia e, em particular, a construção de mecanismos virtuais, na sala de aula regular.

Na interação com o grupo de alunos e seus familiares, identificamos a escolha profissional, como ponto de interesse. Entre muitas opções, escolhemos o caminho da tecnologia e informática por entendermos que a informática se faz presente nas várias profissões escolhidas pelos alunos. A partir daí, surgiu a ideia de desenvolver uma sequência de atividades com análise e a construção de mecanismos virtuais.

Nos estudos a respeito do tema, vimos que muitos conceitos e habilidades Matemáticas emergem destas análises. Definimos então alguns critérios de escolhas:

- 1) destacar, na análise e na construção dos mecanismos virtuais, conceitos matemáticos que participam e são determinantes das suas principais características;
- 2) por uma questão de pragmatismo, optar por mecanismos virtuais que envolvem movimentos periódicos para relacionar o trabalho com conceitos de trigonometria, conteúdo que faz parte do programa da escola, para estes alunos.

Elaboramos também um plano pedagógico de ensino, aplicado em sala de aula regular.

4.3.1 Plano pedagógico de ensino

OBJETIVO GERAL: desenvolver um módulo de ensino, com foco nos conceitos de trigonometria do nível médio, partindo dos interesses ligados à área de informática.

Objetivos	Metodologia	Recursos
Proporcionar aos alunos um contato interativo com mecanismos virtuais disponíveis na Internet.	Exploração da Internet	Site EDUMATEC ²
Identificar ferramentas do software RÉGUA E COMPASSO Relacionar as ferramentas com conceitos matemáticos e aplicá-las.	Análise e construção do mecanismo virtual Roda Gigante	Software RÉGUA E COMPASSO ³
Relacionar as funções seno e co-seno com o movimento periódico de um pêndulo; Identificar as variáveis “ângulo” e “movimento”, na vertical e na horizontal; Analisar gráficos das funções seno e co-seno; Relacionar graus e radianos	Análise e construção do mecanismo virtual pêndulo Traçado de gráficos com softwares Interação com site	Software RÉGUA E COMPASSO Software GRAPHMATICA ⁴ Site “Aprendendo trigonometria” ⁵

Tabela 1: Plano pedagógico de ensino

² EDUMATEC – Educação Matemática e Tecnologia Informática, site que disponibiliza materiais que tratam do potencial da tecnologia informática no âmbito da educação Matemática escolar. Entre esses materiais, encontramos os mecanismos virtuais construídos através de atividades desenvolvidas pelos alunos do curso de licenciatura em Matemática da UFRGS. Endereço: <http://www2.mat.ufrgs.br/edumatec/index.php> acessado em 21/07/2010.

³ Software Régua e Compasso (ReC) ou Compass and Ruler (CaR) em inglês ou ainda Zirkel und lineal em alemão é um software livre de geometria dinâmica desenvolvido por René Grothmann, que simula no computador a régua e o compasso tradicionais utilizados nas construções geométricas. Possibilitando construções geométricas dinâmicas e interativas. Endereço: <http://www.rene-grothmann.de/car.html> acessado em 21/07/2010.

⁴ Software Graphmatica permite a construção de gráficos a partir de funções elementares. Possui ainda a opção de se trabalhar em coordenadas polares, cartesianas e em escalas logarítmicas. É uma criação de K. Hertzler. Endereço: <http://www8.pair.com/ksoft/index.html> acessado em 21/07/2010.

⁵ Site da Universidade do Minho que contém diversos textos para serem usados no ensino de trigonometria, disponível em <http://www.iep.uminho.pt/aac/hsi/a2001/2001/trig/aprender.htm> acessado em 22/07/2010.

4.3.2 Relato da experiência de ensino

1. *Exploração da Internet: site EDUMATEC*

Nesta atividade, o objetivo foi proporcionar aos alunos um contato interativo com objetos matemáticos, animados, disponíveis na Internet.

A turma foi dividida em dois grupos e, com o auxílio de uma colega, também professora de Matemática, em outro computador o professor acessou o site EDUMATEC. O professor⁶ explicou que no site, encontram-se mecanismos virtuais produzidos pelos alunos do Curso de Licenciatura em Matemática da UFRGS e exibiu alguns.

No momento seguinte, pediu aos alunos que, em duplas ou trios, pesquisassem outros mecanismos, interagindo com eles. Ao final da aula, cada grupo escolheu dois mecanismos e mostrou, oralmente e na tela, seu funcionamento para o restante da turma. Desde o início da atividade, demonstraram interesse nos objetos; todos os grupos realizaram a tarefa proposta.

Nas figuras a seguir (FIGURA 11 e FIGURA 12), destacamos dois exemplos de mecanismos virtuais selecionados pelos alunos.

RODA GIGANTE

Para movimentar a figura utilize o ponto indicado pela seta.

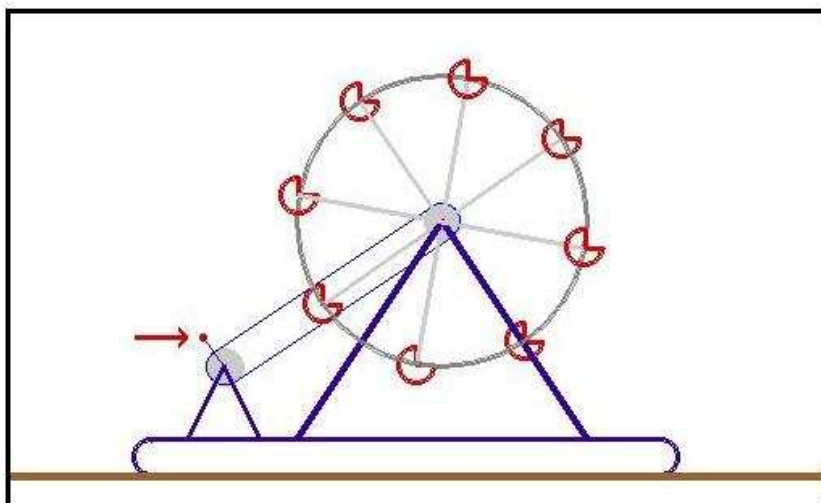


FIGURA 11: Exemplo de mecanismo virtual destacado pelos alunos no site EDUMATEC

⁶ Este é um relato da experiência didática desenvolvida pelo mestrando Marcio Alexandre Rodriguez de Rodrigues. Optamos por desenvolvê-lo de forma impessoal, identificando-o como “o professor”.

RODA D'ÁGUA

Movimente o ponto A para ver a roda d'água trabalhar.

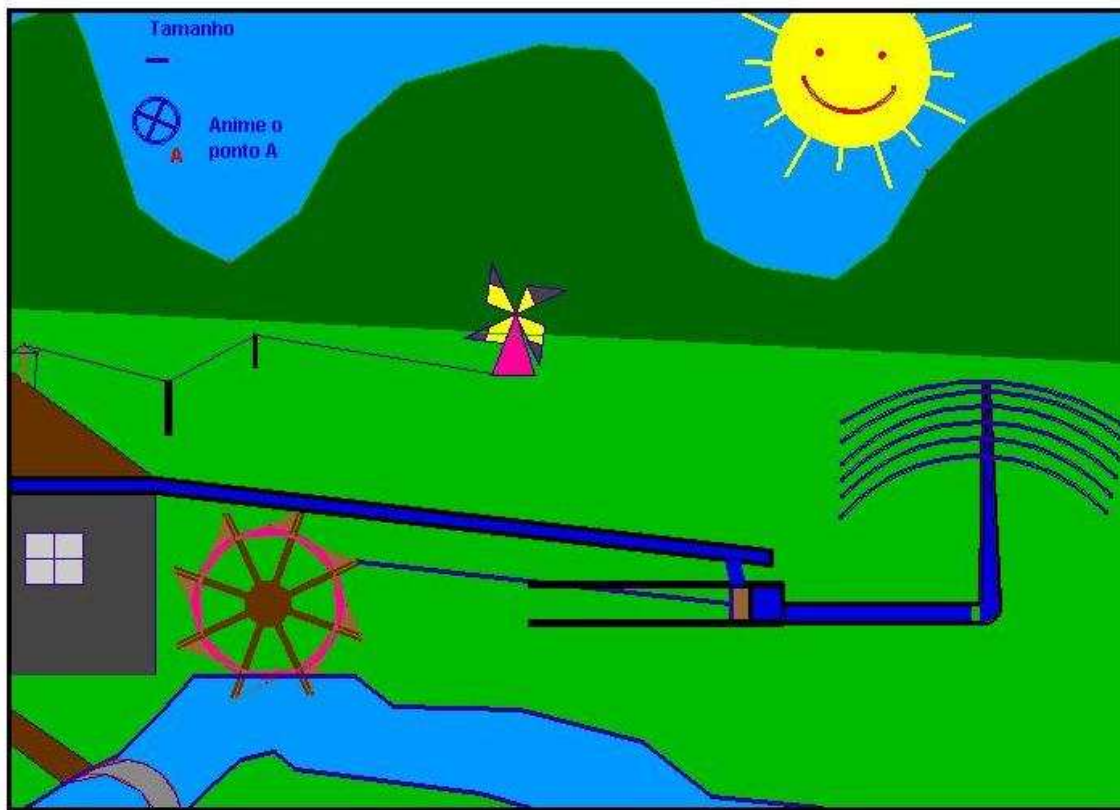


FIGURA 12: Outro exemplo de mecanismo virtual destacado pelos alunos no site EDUMATEC

Na etapa seguinte, o objetivo era destacar um mecanismo, relacioná-lo com conceitos matemáticos e aplicar tais conceitos na sua (re)construção.

Para isto, foram selecionados, no site, a roda da gigante (com oito bancos) e o pêndulo vertical – ambos estão no CD-ROM anexo a este trabalho. Estes objetos foram construídos previamente pelo professor e colocados à disposição dos alunos, para interação.

A sala de aula tinha a seguinte organização: o professor, em geral, ficava em pé diante da turma durante as construções e utilizava o quadro para interagir com os alunos; os alunos ficavam sentados, em duplas ou trios, com um computador por grupo.

2. Análise e construção do mecanismo virtual Roda Gigante.

A atividade de análise e construção da roda gigante teve como objetivo identificar ferramentas do software, relacioná-las com conceitos matemáticos e aplicá-las (FIGURA 13).

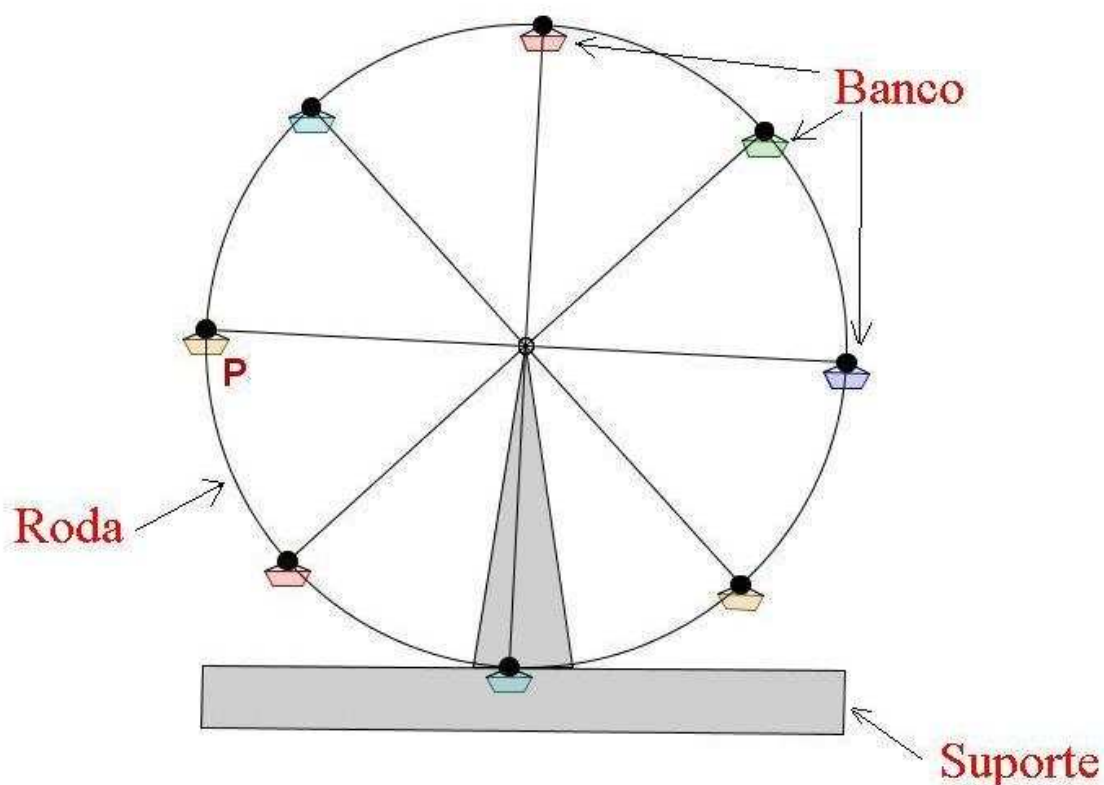


FIGURA 13: Mecanismo virtual Roda Gigante com os seus elementos

a) *Análise do mecanismo virtual Roda Gigante.*

Com o mecanismo na tela do computador, foi iniciada a análise da roda gigante. O professor fez a apresentação: explica que aquele mecanismo foi construído usando um software de geometria dinâmica, o *Régua e Compasso*, que este software funciona de maneira semelhante ao uso da régua e do compasso, já conhecidos por todos, a diferença é que as construções são todas feitas no computador; que elas podem ser movimentadas sem que percam as suas propriedades geométricas, este tipo de software é classificado como software de geometria dinâmica. Todos passaram para o reconhecimento do software, colocando-o em tela. Algumas ferramentas foram localizadas e analisadas.

Voltando ao mecanismo roda gigante, o professor mostra a ferramenta mostrar/esconder objetos, que revela todas as construções auxiliares utilizadas na construção (FIGURA 14).

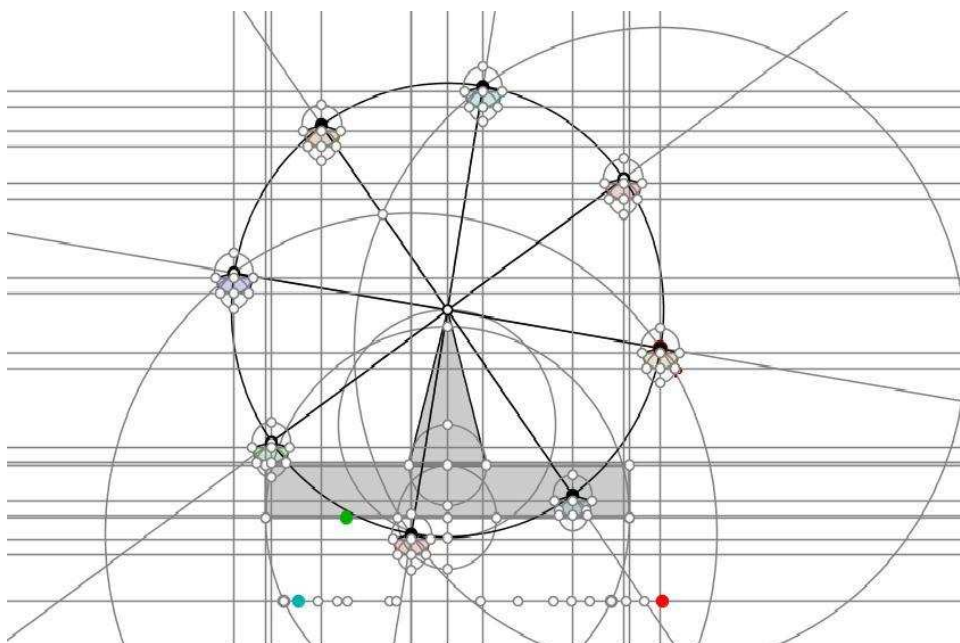


FIGURA 14: Construções auxiliares utilizadas na concepção do mecanismo.

Foram identificados alguns objetos da geometria, por exemplo, retas paralelas, perpendiculares, pontos e circunferências; logo em seguida localizaram esses objetos nas ferramentas do software.

O professor perguntava: “*Nesta roda gigante, tem segmentos de retas? Tem retas paralelas?*”. Os alunos respondiam em voz alta, buscavam e mostravam as ferramentas que constroem esses objetos, no software. Perceberam, assim, a variedade e a quantidade de objetos utilizados na construção da roda gigante. Houve comentários sobre como deveria ter sido difícil construí-la e perguntaram se tinha sido feita pelo professor. Ele confirmou e conduziu-os à próxima etapa do plano, cujo objetivo era a construção feita pelos alunos.

b) Construção do mecanismo virtual Roda Gigante.

Em grupos, os alunos receberam as orientações sobre a construção. Começaram a construir pelo círculo central que, para facilitar, chamaram de roda. Identificaram, sem problemas, os objetos, nas ferramentas do software, e passaram à localização dos oito bancos do mecanismo virtual. Dividiram o círculo central da roda gigante, com segmentos de retas passando pelo centro do círculo e com os pontos extremos na circunferência, o que em alguns casos causava a impressão de que o círculo central estava dividido em partes iguais (FIGURA 15).



FIGURA 15: Exemplo de construção feita pelos alunos.

Analisando suas propostas, o professor mostrou que, ao movimentar a roda, girando na tela com o mouse, todas as construções se desfaziam, não resistindo ao movimento. O professor perguntou se alguém saberia explicar o motivo, nenhum aluno responde. No quadro negro, mostrou que existe um problema para resolver: “*como dividir a circunferência em oito partes iguais, de tal forma que, ao movimentá-la, ela continue dividida em oito partes iguais?*”.

Seguiu-se uma exposição oral. O professor desenhou uma circunferência: destacou a volta completa, que equivale a 360° ; e dividiu a circunferência em oito partes iguais. Perguntou qual o valor de cada ângulo interno. Para os alunos era claro que cada ângulo tinha 45° e sua soma resulta em 360° .

O professor propôs, então, dividir a circunferência aos poucos: primeiro em duas partes iguais, traçando uma reta entre o centro e um dos pontos da circunferência, que pareceu horizontal. Os alunos ouviram a explicação e fizeram a divisão no software.

Diálogo professor, simbolizado por P, e alunos não identificados, podendo ser um ou muitos, simbolizados por A.

P: *Qual é o próximo passo, já que temos a roda dividida em duas partes iguais?*

A: *É preciso continuar dividindo até chegar às oito partes desejadas.*

O professor, ainda no quadro negro, dividiu a circunferência em quatro partes, traçando uma reta concorrente (não perpendicular) à primeira passando pelo centro da circunferência (FIGURA 16).

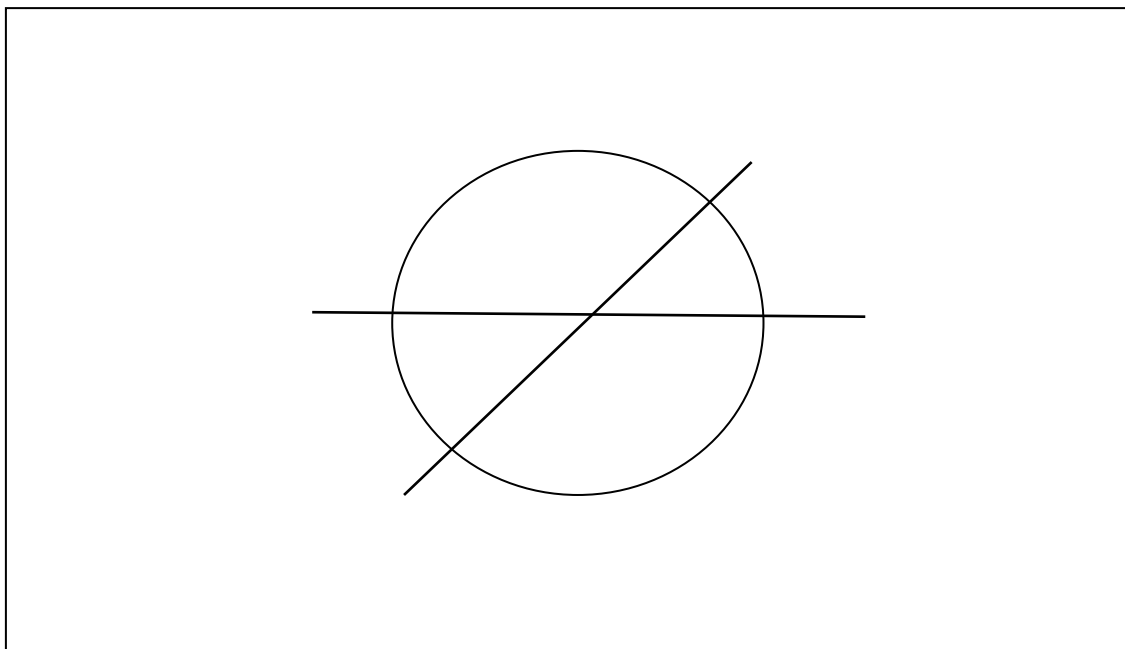


FIGURA 16: Representação do desenho feito pelo professor no quadro-negro. Reta horizontal.

P: A circunferência está dividida em quatro partes iguais?.

A: Não, a reta tem que ficar mais de pé (sinalizando com as mãos).

O professor percebeu que ele, sem intenção, ao desenhar ficou preso à concepção de retas horizontais e verticais, uma espécie de visualização prototípica, presente nos livros didáticos quando se traça o círculo trigonométrico. Esta concepção influenciou os alunos a pensar que, para dividir a roda em quatro, necessariamente, deveriam ter uma reta horizontal e outra vertical.

O professor, então, desenhou outra circunferência, dividida em duas partes, por um segmento não horizontal e repetiu a pergunta (FIGURA 17).

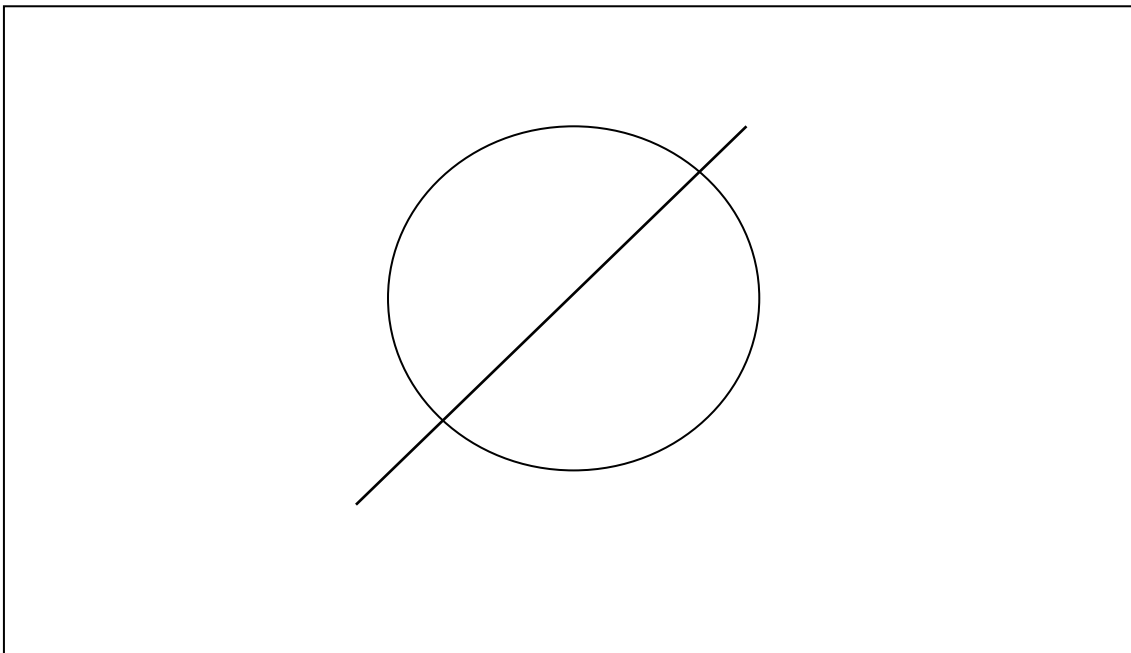


FIGURA 17: Representação do desenho feito pelo professor no quadro-negro. Reta oblíqua.

P: A circunferência está dividida em quatro partes iguais?

O aluno completou a resposta:

A: *Agora tem que ficar mais de lado.*

P: *Como podemos fazer isso?*

Alguns alunos começaram a manipular o software, tentando identificar alguma ferramenta para esse procedimento. Sem sucesso, eles desistiram.

P: *Qual deve ser o valor de cada um dos ângulos para que a circunferência fique dividida em quatro partes iguais.*

A: *Noventa graus.*

O Professor mostrou, no software, a ferramenta “reta perpendicular”, que constrói retas que se encontram num único ponto, formando ângulos de 90° entre elas. Os alunos utilizaram essa ferramenta para dividir a circunferência em quatro partes iguais.

Ainda no quadro-negro, o professor mostrou que cada parte dividida da circunferência é chamada de quadrante, porque ela foi dividida em quatro partes iguais. Pediu aos alunos que movimentassem o ponto. Todos perceberam que ela não mais se desfaz, porque ao construir duas retas perpendiculares elas continuam perpendiculares, independente do movimento do ponto.

Para continuar na divisão da circunferência, o professor apresentou a ferramenta “bissetriz de um ângulo” e pediu aos alunos que a localizassem no software. No quadro-negro, o professor conceitua bissetriz de um ângulo e afirma que usarão essa ferramenta para continuar dividindo a circunferência em partes iguais. Alguns alunos apresentaram

dificuldades para selecionar os pontos na ordem correta e foram auxiliados pelos colegas e pelo professor. Houve muita interação, uns mostrando aos outros onde devem utilizar a ferramenta indicada pelo professor.

c) Construção do suporte do mecanismo virtual Roda Gigante.

O professor começou a construção, chamando a atenção para as relações entre os objetos do suporte (FIGURA 18).

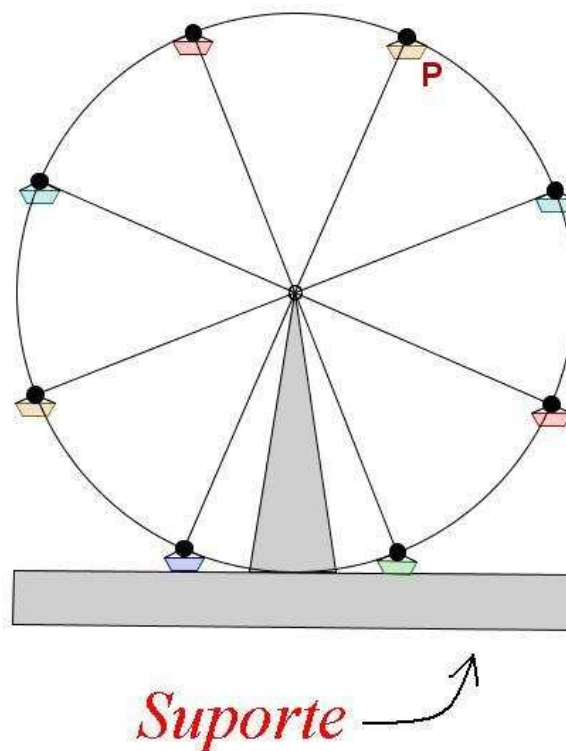


FIGURA 18: Suporte do mecanismo virtual Roda Gigante.

O que pode ser observado no diálogo abaixo:

P: Quem está paralelo a quem? Quem é perpendicular a quem?

A: A parte de baixo (base do suporte) são retas paralelas. O lado (altura da base do suporte) é perpendicular.

P: Será necessário usar alguma ferramenta nova, que ainda não usamos?

A: Não.

O professor mostrou a ferramenta “polígono”, indicando a ferramenta “pintar”, para decorar o suporte e os alunos reclamaram da pouca opção de cores disponíveis no software.

d) Construção dos bancos do mecanismo virtual Roda Gigante.

Primeiramente, o professor, diante dos alunos, pediu para que observassem o movimento dos banquinhos, utilizando a ferramenta “mostrar/ocultar objetos”.

Diálogo:

P: Olhem para as retas utilizadas na construção dos banquinhos da roda. Quais são as posições relativas dessas retas em relação às retas utilizadas na construção do suporte? São sempre paralelas? São sempre perpendiculares? Ou não são nada disso?

Silêncio.

P: As retas devem ser paralelas e perpendiculares, porque assim o banco não vira.

O professor percebeu que alguns alunos não entenderam essas relações, desenhou, então, no quadro-negro, um esboço da roda gigante e mostrou que a base do banco é sempre paralela às bases do suporte, assim o banco não vira.

Devido às dificuldades em construir um banco, na forma de trapézio, o professor sugeriu bancos mais simples, usando retângulos ou quadrados. Uma dificuldade encontrada pelos alunos foi selecionar os pontos que seriam utilizados na construção dos bancos, pois dependendo do tamanho da roda gigante construída, os pontos eram muito próximos uns dos outros.

Ao final, todos os grupos conseguiram construir os bancos da roda gigante.

e) Decoração e apresentação do mecanismo virtual Roda Gigante construído.

Finalmente, os alunos concluíram a construção dos demais bancos da roda gigante repetindo os passos utilizados na construção do primeiro banco e “pintaram” usando a ferramenta “polígono”. Quando todos concluíram as construções, os grupos apresentaram os seus mecanismos para os colegas.

A construção do próximo mecanismo contou com o auxílio de dois alunos Z e W, que já haviam feito a análise e a construção do pêndulo anteriormente, na situação de experimento didático, a ser relatada no próximo capítulo.

3. Análise e construção do mecanismo virtual Pêndulo

O objetivo desta atividade foi relacionar as funções seno e co-seno com o movimento periódico de um pêndulo, identificando as variáveis ângulo e movimento, na vertical e na horizontal. A figura a seguir mostra os elementos do mecanismo virtual Pêndulo (FIGURA 19).

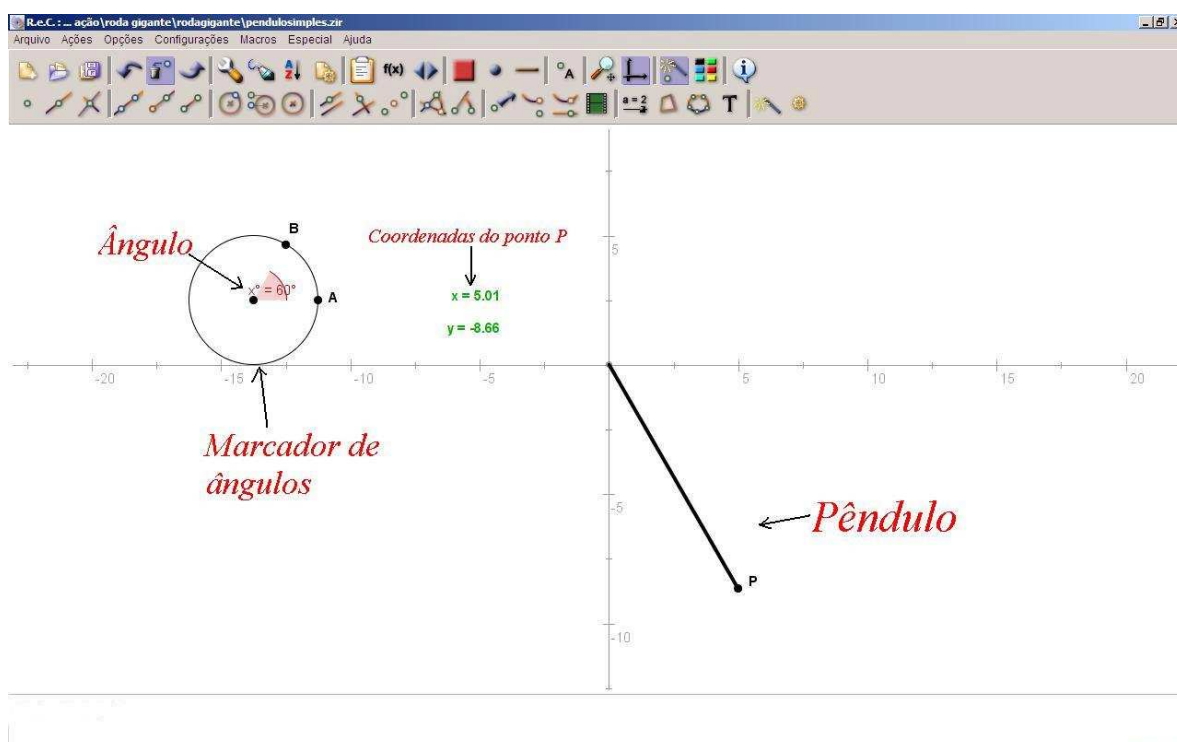


FIGURA 19: Mecanismo virtual pêndulo e seus elementos.

a) *Análise do mecanismo virtual pêndulo.*

Na tela do computador, os alunos observaram o movimento do pêndulo, previamente construído pelo professor, que perguntou se alguém reconhecia o mecanismo. Os alunos o associaram ao pêndulo de relógios antigos. Usando a ferramenta “mostrar/ocultar” objetos, os alunos tiveram acesso aos objetos auxiliares utilizados na construção do pêndulo.

Diálogo:

P: *Quais objetos vocês vêem aqui? Quais ferramentas podem ser utilizadas para construí-los?*

Os alunos destacaram o marcador de ângulos.

A: *Não sei como vou fazer isto?*

P: *Antes de construir, todos devem entender a função de cada objeto na construção.*

A: *Como se faz para construir os eixos coordenados?*

P (indica a ferramenta): *Qual é a relação entre o ângulo, mostrado no marcador de ângulos, os valores de x e y que aparecem na tela do computador e a posição do pêndulo em relação aos eixos coordenados?*

Neste momento, o professor foi auxiliado pelos alunos Z e W, mas, mesmo com ajuda, a relação entre os objetos não é feita pela turma.

P: *Primeiro analisem o marcador de ângulos e o movimento do pêndulo.*

Alguns alunos passaram a usar as mãos para representar o movimento do pêndulo. Erguem uma das mãos no ar e a movimentam para a esquerda e para a direita, num movimento sincronizado e idêntico ao movimento do pêndulo na tela do computador e, com a ajuda dos colegas, começam a análise do movimento. Usam os dedos das mãos, apontando os objetos na tela do computador, enquanto que outros usam o mouse parando o movimento do marcador de ângulos.

P: (faz um esboço do mecanismo e do marcador de ângulos, no quadro): *Movimentem o marcador de ângulos ajustando-o para alguns valores de ângulos. Com o marcador em zero, qual é o valor de x ? E onde está o pêndulo em relação ao eixo y ? E em relação ao eixo x , onde ele está?"*

A: *O valor é 10... E está na direita da reta y ... E sempre abaixo de x .*

Os alunos não perceberam que o movimento do mecanismo é o resultado de duas relações, mas conseguiram ver a dependência entre os valores de x e y e os valores dos ângulos mostrados no marcador de ângulos. Isso ficou evidente quando o professor pediu para que dissessem onde estará o pêndulo para alguns valores de ângulos indicados no marcador e eles observaram que os valores de x e y mudam de acordo com o ângulo do

marcador de ângulos. Outra evidência foi que os alunos salientaram o fato de que o marcador de ângulos não completa uma volta inteira e, quando questionados pelo professor, explicaram que é devido ao movimento do pêndulo, pois este também não completa uma volta. Observaram a relação de dependência entre os valores de ângulos marcados no marcador e a posição do pêndulo em relação aos eixos coordenados.

O professor pediu para que utilizassem a ferramenta “editar objeto” para verem as propriedades do ponto P do pêndulo.

P: O que aparece de novo nestas propriedades?”

A: Aparece “dez estrelinha cos x bolinha e...” ($10 \cdot \cos “x”$, $-10 \cdot \sin “x”$.) O que é isto?

Nenhum dos alunos reconheceu as expressões. O professor destacou que para construir o pêndulo é necessário entender o papel dessas expressões no mecanismo.

b) Traçado de gráficos com o software Graphmatica

Nesta aula, o objetivo foi associar a função seno com período, amplitude e representação gráfica, identificando e relacionando as variáveis presentes no pêndulo – “projecção horizontal” (x) e “projecção vertical” (y) do movimento pendular e a variável “ângulo entre a haste e a reta horizontal” (θ) - relacionando as unidades grau e radiano.

O professor contou com a ajuda dos alunos Z e W.

Iniciou, escrevendo, no quadro, as expressões $10\cos“x”$ e $-10\sin“x”$ e explicou que elas podem ser escritas na forma $10\cos(x)$ e $-10\sin(x)$ e que essa diferença na escrita ocorre em razão da linguagem de programação utilizada para “fazer” o ReC. Destacou que vai usar um software que desenha gráficos para estudar as expressões escritas no quadro e pede que abram o software *GRAPHMATICA*.

Com a ajuda dos dois alunos Z e W, fez uma breve apresentação e solicitou que escrevessem na caixa de funções do *Graphmatica* a expressão $y=\sin(x)$.

Os alunos observaram a forma do gráfico.

P: Você reconhece a forma desta curva?

Alunos desenharam com as mãos no ar a forma da curva senóide.

O professor desenhou o gráfico no quadro e pediu para ajustarem, no software *RÉGUA E COMPASSO*, o marcador de ângulos para alguns valores de ângulos.

P: *Qual o valor da coordenada y do ponto P do pêndulo quando o ângulo é igual a zero?*

Os alunos ajustaram para o valor solicitado e falam em voz alta o valor, zero.

P: *Ajustem o valor 180° no marcador de ângulos. Qual o valor de y?*

A: *O valor de y é zero.*

P: *Completem uma volta no marcador de ângulos. E agora?*

A: *O valor é zero outra vez.*

P: *Vejam, assim como o pêndulo no gráfico da função $y=\sin(x)$ os valores da ordenada y também correspondem aos valores dos ângulos obtidos. Apesar de não termos os valores intermediários à função seno, $y=\sin(x)$ pode descrever o movimento do pêndulo.*

Aluno Z: *Pessoal, vejam que o gráfico continua para os dois lados, porque o movimento do pêndulo não para até que cessamos o movimento do marcador de ângulos.*

P: *Temos que testar a função $y=\sin(x)$ para outros valores para saber se a expressão pode realmente ser usada para descrever o movimento do pêndulo. Façam um novo gráfico, com o Graphmatica, com a expressão $y=\cos(x)$.*

Os alunos cumpriram a tarefa e observam o gráfico.

P: *Ajustem o marcador de ângulos para o valor zero. Qual o valor da abscissa x?*

A: *É 10, mas no gráfico o valor é 1.*

P: *Vamos fazer mudanças na expressão $y=\cos(x)$. Vamos multiplicar por um valor que dê a resposta desejada.*

A: *Multiplico por 10?*

A turma escreveu a expressão $y=10*\cos(x)$, com a ajuda dos colegas Z e W, e do professor. Observaram o gráfico.

P: *Qual o valor da ordenada quando a abscissa é zero.*

A: *É 10!*

Os alunos Z e W auxiliaram os colegas no uso das ferramentas do *Graphmatica*, pois para ver o valor da ordenada é necessário o uso da ferramenta “reduzir”. Os alunos testaram para os valores de ângulos 180° (meia volta no marcador de ângulos) e para uma volta completa enquanto verificavam esses valores no gráfico.

P: *Observem os valores de ângulos que estão no gráfico (eixo das abscissas). Estes valores, no marcador de ângulos, estão em graus e os valores que estão no eixo das abscissas do software Graphmatica estão em radianos.*

Aparentemente, os alunos não sentiram dificuldade nessa correspondência e calcularam as relações, com a ajuda dos colegas.

c) Relação grau e radiano

Com objetivo de esclarecer melhor a correspondência entre grau e radiano, o professor disponibilizou o site “Aprendendo trigonometria”⁷. Alguns alunos chamaram a atenção que o site já tinha sido usado em outras aulas da disciplina.

O professor solicitou leitura atenta do site e, logo após, iniciou uma exposição a respeito do assunto: o grau e o radiano são unidades de medidas de ângulos, do mesmo modo que o metro e a jarda são unidades de medidas de comprimento. Salientou que as duas medidas medem o mesmo objeto – o ângulo – mas expressam a medida de formas diferentes. A unidade, um grau (1°) foi obtido dividindo a circunferência em 360 partes iguais; a unidade, um radiano, (1 rad) foi obtida quando se estendeu o raio de uma circunferência sobre ela mesma. Destacou a animação no site, que mostra essa correspondência.

Escreveu a fórmula do comprimento da circunferência de raio igual a um (1) e obteve o valor em radianos, explicando que este valor se refere tanto ao ângulo central quanto ao comprimento da circunferência: ângulo central total é de 360° , que equivale a 6,28 radianos, que é comprimento da circunferência cujo raio é tomado como unitário.

O professor lembrou a fórmula do comprimento da circunferência e a escreveu no quadro-negro. Explicou que o valor da constante π é o resultado do quociente entre o comprimento da circunferência e o seu diâmetro. Poucos alunos lembravam desse valor e como ele é obtido.

d) Construção do mecanismo virtual pêndulo

Iniciando a construção, os alunos observaram o pêndulo construído previamente pelo professor e identificaram os objetos que serão usados e as ferramentas que constroem os objetos. Os alunos Z e W percorriam a sala de aula auxiliando os colegas.

⁷ Site da Universidade do Minho que contém diversos textos para serem usados no ensino de trigonometria, disponível em <http://www.iep.uminho.pt/aac/hsi/a2001/2001/trig/aprender.htm> acessado em 21/07/2010.

Inicialmente, não houve dificuldade, mas apareceram formas diferentes de construção, alguns começaram pelo marcador de ângulos, enquanto outros começaram pelos eixos coordenados do pêndulo. As dificuldades apareceram apenas quando foi necessário editar as propriedades do ponto P e do marcador de ângulo, já que essa era uma ação nova, não realizada na construção da roda gigante. Alguns alunos não escreveram corretamente as expressões, sendo necessário recorrer ao pêndulo construído pelo professor para analisar a escrita dessas expressões. Ao final, todos os grupos foram bem sucedidos.

4.3.3 Análise da experiência de ensino

Descrevemos abaixo os objetivos de cada uma das atividades realizadas durante o experimento.

Na atividade Exploração da Internet: site EDUMATEC, o objetivo foi proporcionar aos alunos um contato interativo com objetos matemáticos, animados, disponíveis na Internet.

Consideramos que o objetivo foi atingido, pois durante a exploração do site EDUMATEC, os alunos tiveram acesso a uma coleção de mecanismos virtuais construídos e disponibilizados pelos estudantes de licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Na atividade de análise e construção do mecanismo virtual roda gigante o objetivo foi identificar ferramentas do software *Régua e Compasso*, relacioná-las com conceitos matemáticos e aplicá-las. Novamente, o objetivo foi atingido, pois os alunos identificaram as ferramentas do software e reconheceram os objetos matemáticos necessários para a construção do mecanismo virtual.

Na atividade de análise e construção do mecanismo virtual pêndulo, o objetivo foi relacionar as funções seno e co-seno com o movimento periódico de um pêndulo, identificando as variáveis “ângulo” e “movimento”, na vertical e na horizontal. O objetivo foi atingido quando os alunos relacionaram as coordenadas do ponto P do pêndulo com os ângulos mostrados no marcador de ângulos e, através do software *Graphmatica*, puderam verificar a expressão Matemática utilizada para representar essa relação.

Os alunos demonstraram interesse nas atividades, durante todo o desenvolvimento da sequência de ensino, participaram ativamente de todas as atividades, inclusive em horários extraclasse.

Na atividade de pesquisa no site EDUMATEC, alguns grupos descreveram mais de dois mecanismos virtuais, mesmo que a atividade solicitasse a descrição de apenas dois. As

atividades têm potencial para desenvolver o estudo do conceito e das representações das funções seno e co-seno.

Na análise do mecanismo virtual pêndulo, os alunos observaram os conceitos como o período e a amplitude, além da representação algébrica da função seno e co-seno, utilizadas pelos softwares.

A construção dos mecanismos virtuais foi acessível. Após as análises, todos os grupos conseguiram construir o que foi proposto.

No processo de construção, apareceram conceitos de trigonometria, como período, amplitude, unidades de medidas de ângulos e funções seno, co-seno, que foram foco de interesse dos alunos por serem necessários durante a construção dos mecanismos virtuais.

A experiência didática foi acompanhada por atividades que visavam incentivar o uso da tecnologia no cotidiano. Com auxílio do professor, os alunos abriram contas em um provedor gratuito de e-mail e criaram endereços eletrônicos. Com este recurso, o professor enviou endereços de sites interessantes, incentivando a busca na internet. Também foi criado um blog, que foi desativado devido aos problemas de acesso com o provedor que hospedava o site, em que todos os alunos estavam inscritos. Neste local, eram postadas perguntas que deviam ser respondidas, como parte da avaliação.

CAPÍTULO V

5.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa iniciou com a questão: Quais são os interesses dos meus alunos que poderiam dar início a uma atividade de ensino e aprendizagem de Matemática? A resposta surgiu com uma investigação do tipo etnográfica que indicou zonas de interesse: lazer, trabalho, opções para o futuro. Optamos por ações na área de orientação profissional, desenvolvidas na escola, como sendo de interesse social. Entre muitas profissões e diferentes caminhos para o futuro, optamos pelo caminho da Informática. As razões da escolha não foram restritas aos alunos, mas também contemplaram o interesse do professor, que obteve conhecimentos na graduação e não vira antes possibilidades de levá-los para a escola.

Nesta linha, estudamos documentos do Ministério de Educação que indicam a importância da competência em Tecnologia, como porta de entrada para muitas opções profissionais. Para desenvolver uma proposta didática em Matemática, nesta área de interesse, buscamos auxílio nas produções da Educação Matemática que indicam a construção de mecanismos virtuais, como boa alternativa para aprendizagem de conceitos de Geometria e de Trigonometria, bem como para desenvolver atitudes positivas de aprendizagem. Neste contexto os alunos experimentam, criam estratégias, fazem conjecturas, argumentam e deduzem propriedades Matemáticas. Criamos um plano de ensino com essa base, elegendo a Geometria e a Trigonometria como tema, pois este era o conteúdo curricular previsto para o momento da experiência.

O Plano Pedagógico de Ensino e as atividades didáticas foram preparados, no primeiro semestre de 2008, para serem aplicados no espaço curricular destinado à trigonometria no segundo semestre. As atividades consistiram na análise e na construção de mecanismos virtuais, utilizando ferramentas da Informática, incentivando o diálogo e o compartilhamento das descobertas. Nossos objetivos estavam relacionados aos conceitos e habilidades inerentes à geometria – circunferência, retas perpendiculares, bissetriz, comprimento do círculo, relação grau e radiano - e à trigonometria - período, variáveis e funções para chegar às funções trigonométricas.

A escolha da metodologia de ensino baseou-se nos principais princípios do construtivismo social: 1) o conhecimento tem uma ontogenia social e está intimamente ligado à experiência; 2) o aprendizagem ocorre com a conversação, que não é apenas troca

de informações; 3) o ambiente de aprendizagem baseia-se no respeito mútuo e no interesse do professor nos pontos de vista do aluno; 4) o ensino envolve uma conversação real, um verdadeiro diálogo, onde existe respeito pela inteligência e espaço para a iniciativa do aprendiz; 5) as questões propostas tratam de objetos de interesse mútuo; 6) os desafios matemáticos são variados; 7) as demandas cognitivas aumentam gradualmente.

No momento da aplicação, porém, por circunstâncias próprias da Escola Pública sede da experiência, o perfil do corpo discente havia mudado. Alunos que tinham demonstrado, anteriormente, forte interesse em Informática não mais frequentavam as aulas e este foco de interesse deixou de ser o predominante na turma.

Enfrentando esta realidade, fizemos, naquele momento, uma divisão da pesquisa, em dois caminhos.

Trilhando um deles, continuamos com as aulas, seguindo o plano e preparando um relato da experiência. Simultaneamente, abrimos outro caminho, organizamos um “experimento didático”, extraclasse, com apenas dois alunos – aqueles que frequentavam as aulas e que haviam manifestado, anteriormente, interesse pela informática.

O experimento de ensino foi entendido como uma pesquisa independente, com metodologia própria e hipóteses independentes, mantendo a fundamentação teórica do construtivismo social, adicionando a noção piagetiana de “esquema” e justificando a metodologia de ensino nas ideias de “modelo” e “modelação no processo de aprendizagem”. Neste experimento, houve a coleta de dados para análise posterior, no trabalho de validação e confronto das hipóteses: produções, opiniões, avaliações dos alunos e falas durante o processo; entrevistas; gravações e observações.

A escolha e definição das categorias de análise foram coerentes com as diretrizes da pesquisa: trouxe reflexão no nível do aluno e dos seus interesses; no nível das Matemáticas que emergiram; e no nível do processo de ensino e aprendizagem desencadeado.

O primeiro elemento extraído das nossas análises diz respeito às amplas possibilidades dos mecanismos virtuais, para simular a realidade e oferecer rico ambiente de investigação para aprendizagem em Matemática; o segundo elemento diz respeito à análise do comportamento dos alunos, que mostrou mudança dos esquemas de aprendizagem, da passividade para a atividade e para a interação; o terceiro elemento diz respeito à análise do raciocínio dos alunos, que criaram novas relações, com interação, que propiciou descobertas, questionamentos e compreensão; o quarto elemento significativo, que emergiu da pesquisa, foi o desenvolvimento da percepção dos estudantes, com evolução do vocabulário matemático utilizado.

Voltando à questão inicial - Quais são os interesses dos meus alunos que podem dar início a uma atividade de ensino e aprendizagem de Matemática?

É preciso alertar para a realidade da escola e da sala de aula. Como aconteceu neste trabalho, esta possibilidade pode impossibilitar a tentativa de vincular interesses de um grupo de alunos e atividades didáticas, em médio prazo. Na Escola, os grupos de alunos mudam, de um semestre para outro. É uma utopia tentar acompanhá-los, considerando interesses mais específicos. É preciso ter uma ideia mais geral – como profissões e caminhos profissionais ou tecnologia como porta de entrada para as profissões - para desenvolver planos em torno dela.

Podemos afirmar, sim, que os caminhos do trabalho e do futuro são interesses reais dos alunos e de suas famílias, e oferecem ricos ambientes para criação de atividades de Ensino de Matemática. Mais do que isto, aprendemos que o professor de Matemática não precisa ser pessoa neutra, alienada e distante da realidade do aluno, justificando-se com a concepção de Matemática como ciência neutra, alienada e distante da realidade. Cabe ao professor buscar conhecer seus alunos e seus interesses para ensinar Matemática, num ambiente contextualizado. Finalmente, vimos que o ambiente informatizado é rico para a construção de conceitos e oferece possibilidades de aprendizagem tão interessantes quanto aquelas encontradas no ambiente real.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRÉ, M. E. **Etnografia da prática escolar**. Campinas – SP. PAPIRUS Editora, 17^o edição 2007.

ARAUJO, C.; FERREIRA FILHO, R. **A utilização de jogos na Educação Física escolar para o desenvolvimento de conteúdos de Matemática e Língua Portuguesa de alunos da 4^o série do ensino fundamental: um estudo de caso**. Disponível em <http://www.efdeportes.com/efd124/educacao-fisica-escolar-conteudos-de-matematica-e-lingua-portuguesa.htm>, 2008. Acessado em 30/03/2010.

BRASIL, Parâmetros Curriculares Nacionais – Secretaria de Educação Básica. **Trabalho e Consumo. Temas transversais**. [1997] Disponível em http://www.fefisa.com.br/doc/pcn/5a8_vol10.7_temas_transversais_trabalho_e_consumo.pdf. Acessado em 22/05/2010.

BRASIL, *Série Educação Profissional em sintonia com a realidade local*. MEC, SEAD, Secretaria de Educação à Distância, TV-Escola, Programa Salto para o Futuro, Boletim 08, 2007. Disponível em <http://www.tvbrasil.org.br/fotos/salto/series/154651Educacaoprofissional.pdf> . Acessado em 22/05/2010.

BRASIL, Secretaria da Educação Básica. *Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. Brasília, MEC, 2006.

CANNONE, G.; ROBAYNA, M. S.; MEDINA, M. M. P. **O ensino da Matemática e as novas Tecnologias da Informação e da Comunicação (TIC): estudo de caso de um grupo professores de ensino fundamental**, Ciclo I, em Tenerife – Espanha ZETETIKÉ, Cempem, FEUnicamp, v. 16, n. 30, jul./dez., 2008.

CARLSON, M. P., OEHRMAN, M., & THOMPSON, P. W. **Foundational reasoning abilities that promote coherence in students' understanding of functions.** In M. P. Carlson & C. Rasmussen (Eds.), *Making the connection: Research and teaching in undergraduate mathematics* (pp. 150-171). Washington, DC: Mathematical Association of America, 2007. Disponível em <http://pat-thompson.net/PDFversions/2006MAA%20Functions.pdf> Acessado 20/10/2007.

D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática: da teoria à prática.** Campinas: Papirus, 1996.

D'AMBROSIO, U. **EtnoMatemática: um programa.** A Educação Matemática em Revista, Blumenau, v. 1, n. 1, p. 5-11, 1993.

DEMANA, F., LEITZEL, J. **Estabelecendo conceitos fundamentais através da resolução de problemas numéricos.** In: Coxord, A. F., Shulte, A. P. As ideias da álgebra, Atual, São Paulo, 1995.

ERNEST, P. **What is social constructivism in the psychology of mathematics education?** Philosophy of Mathematics Education Journal, Exeter, n. 12, 1999. Disponível em: <http://www.people.ex.ac.uk/PErnest/pome12/article8.htm> . Acessado em 22/10/2010.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa.** Paz e Terra, São Paulo, 1997.

GARCIA, V. C. **Contribuições para a Formação do Professor de Matemática Pesquisador nos Mestrados Profissionalizantes na Área de Ensino.** Bolema, n.29, 2008, p. 199-222.

GRAVINA, M. A. **Geometria Dinâmica: Uma abordagem para o aprendizado da Geometria.** In: anais do VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, Belo Horizonte, MG, Brasil, 1996. Disponível em http://www2.mat.ufrgs.br/edumatec/artigos/artigos_index.php. Acessado em 20/06/2010

GRAVINA, M. A, PÓLA, M. R. **Construindo mecanismos com o Cabri-Géomètre**. In: Anais do 16º Simpósio Nacional de Geometria Descritiva e Desenho Técnico. V Internacional conference on Graphics engineering for arts and Design. Santa Cruz do Sul, RS, Brasil, 2003.

GRAVINA, M.A.; MENNA BARRET, M.; HOFFMANN, D. **Modelagem geométrica: construindo mecanismos no Cabri**. (Sd). Disponível em: http://www.edumatec.mat.ufrgs.br/atividades_diversas/ativ18/ativ18.htm Acessado em 20/06/2010

GRAVINA, M.A. **Geometria Dinâmica na escola**. Anais do I SIMMI – Universidade Federal de Goiás / Catalão, 2009, p.1-9. Disponível em <http://www.catalao.ufg.br/mat/simmi/simmi2009/arquivos/MC10.pdf>. Acessado em 20/06/2010.

KNIJNIK, G. **Exclusão e resistência: educação Matemática e legitimidade cultural**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

NEIVA, K. M. C. **A maturidade para a escolha profissional: uma comparação entre alunos do ensino médio**. *Revista Brasileira de Orientação Profissional*, 4, p. 97-103, 2003.

NITZKE, J. A., CAMPOS, M. de B., LIMA, M. de F. **Teoria de Piaget**. (sd). Disponível em <http://penta.ufrgs.br/~marcia/teopiag.htm> Acessado em 20/06/2010.

PICCIGUELLI, J., RIBAS, R. **Educação Física X Ensino de Matemática: Um modelo interdisciplinar de aprendizagem**. *Revista Brasileira de Educação Física, Esporte, Lazer e Dança*. v. 2, n. 1, p. 16-22, mar. 2007.

PONTE, J. P. **A Modelação no processo de aprendizagem**. *Educação e Matemática*, APM, Portugal, n.23, p. 15-19, 1992. Disponível em: [http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/92-Ponte\(Educ&Mat\).doc](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/92-Ponte(Educ&Mat).doc) Acessado 20/10/2007.

RIBEIRO, I. **A Orientação Profissional: facilitadora da dinâmica de aprendizagem**. UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO – UFOP, 2004. Disponível em http://www.ichs.ufop.br/memorial/trab/e2_3.doc. Acessado em 22/05/2010.

RIO GRANDE DO SUL, U. F. do. **Guia de profissões da UFRGS**, 2008-2009. Disponível em <http://www.prograd.ufrgs.br/guiaprofissoes/principal.htm>. Acessado em 22/05/2010.

SANTOS, A. e PAIXÃO, V. **Mathlets como ambientes corporificados no ensino de Matemática**. In: Anais do IV Colóquio de História e Tecnologia no Ensino de Matemática, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2008. Disponível em <http://www.limc.ufrj.br/hitem4/papers/68.pdf> Acessado em 20/06/2010

SILVA, A.; SOARES, D. **A orientação profissional como rito preliminar de passagem: sua importância clínica**. *Psicologia em Estudo*, Maringá, v. 6, n. 2, p. 115-121, jul./dez. 2001. Disponível em <http://www.scielo.br/pdf/pe/v6n2/v6n2a16.pdf> . Acessado em 22/05/2010.

SPINELLI, W. **Os objetos virtuais de aprendizagem: ação, criação e conhecimento**, 2007. Disponível em: <http://www.lapef.fe.usp.br/rived/textoscomplementares/textoImodulo5.pdf> Acesso em 20/06/2010.

VYGOTSKY, L. **Mind in society**. Cambridge: Harvard University Press, 1978.

VYGOTSKY, L. **Pensamento e linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 1993.

XAVIER, C. **Da álgebra à enfermagem: um caminho de mão dupla**. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, PUC-SP, 2006.

WANDERER, F. **Educação de jovens e adultos e produtos da mídia: possibilidades de um processo pedagógico etnomatemático**. 133 p. Dissertação (Mestrado), Centro de Ciências Humanas, Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade do Vale do Rio dos Sinos, 2001.

ANEXOS

Anexo A - Passos para a construção do mecanismo virtual Roda Gigante

(As notações dos objetos abaixo são as mesmas utilizadas pelo software Régua e Compasso versão 9.3)

Roda

Pontos P1 e P

Círculo c1 com centro em P1 e que passa por P

Reta l1 que passa por P e P1

Ponto I1 intersecção entre l1 e c1

Reta p1 perpendicular a l1 passando por P1

Ponto I3 intersecção entre p1 e c1

Ponto I4 intersecção entre p1 e c1

Segmento b1 bissetriz do ângulo entre PP1I4

Ponto I5 intersecção entre b1 e c1

Reta l2 que passa por I5 e P1

Ponto I7 intersecção entre l2 e c1

Reta p2 que passa por P1 e perpendicular a l2

Ponto I9 intersecção entre p2 e c1

Ponto I10 intersecção entre p2 e c1

Segmento de reta s1 entre I5 e P1

Segmento de reta s2 entre P1 e I4

Segmento de reta s3 entre P1 e I10

Segmento de reta s4 entre P1 e I1

Segmento de reta s5 entre P1 e I7

Segmento de reta s_6 entre P1 e I3

Segmento de reta s_7 entre P1 e I9

Segmento de reta s_8 entre P1 e P

Suporte

Ponto P7 (distancia entre P7 e P1 maior que a distancia entre P1 e P)

Reta l_4 que passa por P1 e P7

Reta pl_3 que passa por P7 e perpendicular a l_4

Ponto P8 em pl_3

Circulo c_2 de centro em P7 e que passa por P8

Ponto I11 intersecção entre pl_3 e c_2

Ponto I12 intersecção entre pl_3 e c_2

Segmento s_{10} entre P1 e I12

Segmento s_{11} entre P1 e I11

Ponto P9 em pl_3

Reta pl_4 que passa por P9 e perpendicular a pl_3

Circulo c_3 com centro em P7 e raio P7P9

Ponto I13 intersecção pl_3 e c_3

Ponto I14 intersecção pl_3 e c_3

Reta pl_5 que passa por I13 e perpendicular a pl_3

Ponto I15 intersecção l_4 e pl_3

Circulo c_4 com centro em P9 com raio I15 e P8

Circulo c_5 com centro em P9 e raio P7 e I11

Ponto I16 intersecção entre pl_4 e c_4

Ponto I17 intersecção entre pl_4 e c_4

Ponto I18 intersecção entre p15 e c5

Ponto I19 intersecção entre p15 e c5

Reta l5 que passa por I17 e I19

Polígono Poli6 com vértices em I17, I19, I13, I11, P1, I12 e P9

Banco

Reta p16 que passa por P e perpendicular a p13

Ponto P11 em p16

Círculo c6 com centro em P que passa por P11

Ponto I20 intersecção entre P16 e c6

Ponto I20 intersecção entre P16 e c6

Ponto M2 ponto médio entre P e I21

Círculo c8 com centro em I21 que passa por M2

Reta P17 que passa por M2 e perpendicular a P16

Ponto I22 intersecção entre c6 e c8

Ponto I25 intersecção entre c6 e c8

Ponto I26 intersecção entre P17 e c6

Ponto I29 intersecção entre p17 e c6

Ponto I31 intersecção entre p17 e c6

Polígono poli7 com vértices em I26, I22, I25 e I31.

Segmento de reta s12 entre I26 e P

Segmento de reta s13 entre P e I31

Anexo B - Passos para a construção do mecanismo virtual Pêndulo

(As notações dos objetos abaixo são as mesmas utilizadas pelo software *Régua e Compasso* versão 9.3)

Configurações:

Configurar algarismos decimais com duas casas após a vírgula:

Configurações > alterar algarismos decimais

Preencha a caixa de dialogo com os seguintes valores:

Editar: 2

Exibir: 1

Ângulo: 0

Exibir sistema de coordenadas cartesianas:

Opções > exibir grelha

Passos para a construção do mecanismo virtual:

Ponto P1 com coordenadas (0,0)

Ponto P com coordenadas ($10\cos x^0$, $-10\sin x^0$)

Pontos A e C

Circulo c1 com centro em C e raio determinado pelo segmento de reta entre A e C

Ponto B sobre c1

Ângulo x^0 entre BCA

Expressão aritmética E1 “*coordenada y de P (y(P))*”

Expressão aritmética E2 “*coordenada x de P(x(P))*”