UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONALIZANTE EM ENSINO DE MATEMÁTICA

DIRCÉLIA DOS SANTOS

GRÁFICOS E ANIMAÇÕES: UMA ESTRATÉGIA LÚDICA PARA O ENSINO-APRENDIZAGEM DE FUNÇÕES

PORTO ALEGRE
2010

DIRCÉLIA DOS SANTOS

GRÁFICOS E ANIMAÇÕES: UMA ESTRATÉGIA LÚDICA PARA O ENSINO-APRENDIZAGEM DE FUNÇÕES

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do Título de Mestre em Ensino de Matemática.

Orientadora: Prof. Dra. Elisabeta D'Elia Gallicchio

PORTO ALEGRE

2010

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

S237g Santos, Dircélia dos
Gráficos e Animações: uma estratégia lúdica para o ensino-aprendizagem de funções [manuscrito] / Dircélia dos Santos. – Porto Alegre: UFRGS/PPGEMAT/IM, 2010.
190 f. : il. ; 29,7 cm.

Trabalho de Conclusão de Curso (Mestrado) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Instituto de Matemática, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Porto Alegre, RS, 2010. Orientadora: Prof. Dra. Elisabeta D'Elia Gallicchio.

1. Matemática 2. Ensino-aprendizagem de Funções. 3. Gallicchio, Elisabeta D'Elia. II. Título.

DIRCÉLIA DOS SANTOS

GRÁFICOS E ANIMAÇÕES: UMA ESTRATÉGIA LÚDICA PARA O ENSINO-APRENDIZAGEM DE FUNÇÕES

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do Título de Mestre em Ensino de Matemática.

Orientadora: Prof. Dra. Elisabeta D'Elia Gallicchio

Aprovada em 22 de novembro de 2010.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dra. Vera Clotilde Vanzetto Garcia
PPGEM/IM/UFRGS

Prof. Dra. Maria Cristina Varriale
PPGEM/IM/UFRGS

Prof. Dra. Abigail Fregni Lins
UEPB

À Gabriela, minha amada filha, dedico todo o meu esforço para que sirva de motivação para o seu futuro.

AGRADECIMENTOS

A Deus pelas oportunidades que tive na vida, que contribuíram para meu amadurecimento, aprendizado e por iluminar meus caminhos, dando-me forças para traçar metas e alcançar meus objetivos.

À minha orientadora Elisabeta D'Elia Gallicchio, pela orientação extremamente segura, criteriosa e amizade, sem as quais a realização deste trabalho não teria sido possível.

Ao meu marido Fabrício, pelo carinho e atenção indispensáveis para que eu pudesse prosseguir confiante e motivada para superar os desafios encontrados durante o trabalho. E, também pelo apoio logístico, realizando inúmeras impressões e gravações.

Não posso deixar de agradecer a minha irmã Lúcia, aos meus amados pais, Erondina e Pedro, pela grande torcida e por estarem sempre ao meu lado.

À Ivani e a Vó Dinda que me fortaleceram com palavras de incentivo e motivação, parceiras e cúmplices, dando-me suporte nos momentos de dificuldades.

Aos colegas do curso, em especial, Denise, Juliana, Márcio, Marlise, Sandro e Vasco amigos incansáveis nas horas de estudo.

Ao Enrique Juan e a Patrícia, pela valiosa troca de idéias sobre os objetos animados.

Ao trabalho comprometido dos professores do curso de Pós-Graduação em Ensino de Matemática.

À equipe diretiva da Escola Estadual de Educação Básica Professor Gentil Viegas Cardoso pela compreensão, apoio e por permitir a realização do estágio supervisionado.

Ao Núcleo de Assessoria Estatística (NAE) pela tabulação dos dados referentes à pesquisa, em particular, ao técnico Manoel Mendonça Silveira.

À Capes pela ajuda financeira através da concessão da bolsa de estudos.

Por fim, aos demais familiares e amigos que contribuíram direta ou indiretamente, agradeço o carinho e a compreensão nos momentos em que a dedicação aos estudos foi decisiva para realização do meu trabalho.

RESUMO

O conjunto de atividades que integram este trabalho foi construído com o propósito de promover um ensino-aprendizagem lúdico e dinâmico, a fim de estimular a memória gráfica e a inteligência visual. A seqüência didática envolve o ensino de funções e foi aplicada na 1ª série do Ensino Médio. Com o equilíbrio entre a intuição e a visualização/concretização de idéias, acompanhado de uma linguagem Matemática formal, busca-se proporcionar uma aprendizagem significativa, em detrimento à tendência à memorização dos conteúdos. Neste intuito, são utilizados recursos de Informática na construção de objetos de aprendizagem animados (*Flash* 8), na exploração do plano cartesiano (*Winplot*) e apresentações multimídia (*PowerPoint*). As animações são voltadas a situações-problema relacionadas ao dia-a-dia e às demais Ciências, e a resgatar os conceitos de limite e de continuidade, outrora presentes neste nível de ensino. O material foi elaborado de forma a possibilitar o seu uso no computador e na TV. Uma pesquisa com professores de Matemática da Rede Estadual do Município de Alvorada revela que tecnologias pouco têm sido utilizadas na prática docente, nestas escolas.

Palavras-chave: Funções. Aplicações. Visualização. Animação. Lúdico. Dinâmico.

ABSTRACT

The set of activities which make part of this work was constructed with the objective of promoting a playful and dynamic teaching-learning in order to stimulate the graphic memory and the visual intelligence. The didactic sequence involves the teaching of functions and it was worked with first year secondary students. This work seeks to provide a meaningful learning opposed to the tendency of contents memorization using the balance of the feeling and the visualization / concretization of ideas and a formal mathematical language. For this purpose, the computing resources are used for the construction of animated learning objects (*Flash 8*), for the exploration of Cartesian plane (*Winplot*) and for the multimedia presentations (*PowerPoint*). The animations are directed to problem solving situations related to the everyday life and to the other Sciences and they bring back the concepts of limit and continuity, formerly presented in this level of teaching. The material was developed in a way to make possible its use in the computer and on TV. A research was carried out with Mathematics teachers from State schools in the city of Alvorada which evidences that technologies are underused in the teaching practice in these schools.

Keywords: Functions. Applications. Visualization. Animation. Playful. Dynamic.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Gráfico 1: Formação dos professores 37
Gráfico 2: Número de escolas onde os professores atuam.......................................38
Gráfico 3: Níveis de ensino em que os professores lecionam...................................39
Gráfico 4: Carga horária semanal do professor...40
Gráfico 5: Número de horas/dia durante as quais costuma usar o computador........40
Gráfico 6: Quanto aos acessos à Internet 41
Gráfico 7: Sites mais acessados 41
Gráfico 8: Usa computador na elaboração das aulas..42
Gráfico 9: Locais em que utiliza o computador para preparar as aulas.....................42
Gráfico 10: Laboratório de Informática disponível para todos os professores para a execução de suas aulas 43
Gráfico 11: O computador é usado como ferramenta de ensino 43
Gráfico 12: Software e aplicativos utilizados nas aulas...44
Gráfico 13: Recursos disponíveis na Internet utilizados pelos professores...............44
Gráfico 14: Importância do uso de recursos computacionais no ensino 47
Gráfico 15: Interesse dos professores em receber retorno desta pesquisa 50
Figura 1: Foto da joaninha (botão) representando um ponto no quadro 62
Figura 2: Origem do plano cartesiano 63
Figura 3: Reta numérica horizontal 63
Figura 4: Sistema cartesiano bidimensional..63
Figura 5: Quadrantes do plano cartesiano 63
Figura 6: Pontos no 1º quadrante..63
Figura 7: Marcação de pontos no plano cartesiano...63
Figura 8: Pontos no plano cartesiano..64
Figura 9: Generalização da localização das coordenadas no plano cartesiano........64
Figura 10: Matemático criador do sistema referencial cartesiano 64
Figura 11: Localização de pontos, dados os pares ordenados 65
Figura 12: Idéia de plano – resposta do grupo 1...66
Figura 13: Idéia de plano – resposta do grupo 2...66
Figura 14: Idéia de plano – resposta do grupo 3...66
Figura 15: Alunos medindo e anotando a localização da joaninha............................67

Figura 16: Grupos explicando ao colega a localização da joaninha 67
Figura 17: Anotações – grupo 1 68
Figura 18: Anotações – grupo 2 68
Figura 19: Pontos marcados pelos representantes 69
Figura 20: Determinação dos pares ordenados – grupo 1 70
Figura 21: Determinação dos pares ordenados – grupo 2 71
Figura 22: Determinação de pontos a partir dos pares ordenados 72
Figura 23: Atividade no Winplot 74
Figura 24: Resposta 1b – Reflexão em relação ao eixo y 75
Figura 25: Resposta 1c – Reflexão em relação ao eixo x 75
Figura 26: Dupla de alunos realizando a atividade proposta 75
Figura 27: Alunos trabalhando no Laboratório de Informática 76
Figura 28: Respostas dadas pelo grupo 1 76
Figura 29: Respostas dadas pelo grupo 2 77
Figura 30: Respostas dadas pelo grupo 3 78
Figura 31: Atividade de análise de problemas 80
Figura 32: Respostas da análise dos problemas – grupo 1 82
Figura 33: Funções e suas representações 83
Figura 34: Definição de função 83
Figura 35: Dependência entre variáveis 84
Figura 36: 1º exemplo – identificando se é função 84
Figura 37: 1º exemplo – representações de função 84
Figura 38: 2º exemplo – identificando se é função 84
Figura 39: 2º exemplo – representações de função 84
Figura 40: 3º exemplo – representações de função 84
Figura 41: 4º exemplo – representações de função 85
Figura 42: 5º exemplo – representações de função 85
Figura 43: 6º exemplo – representações de função 85
Figura 44: 7º exemplo – representações de função 85
Figura 45: Atividade 1 – Reconhecimento de função 86
Figura 46: Atividade 2 – Reconhecimento de função 86
Figura 47: Aula na sala de vídeo 87
Figura 48: Resposta atividade 1 – definição de função 89
Figura 49: Resposta atividade 2 – dupla AE 90

Figura 50: Resposta atividade 2 – dupla FR 90
Figura 51: Resposta atividade 2 – dupla DF 91
Figura 52: Classificação de uma função..92
Figura 53: Domínio, Imagem e Contradomínio..92
Figura 54: Função sobrejetora, injetora e bijetora 92
Figura 55: Classificação de função – definição formal 92
Figura 56: 1º exemplo – função bijetora 93
Figura 57: 2º exemplo – função injetora 93
Figura 58: 3º exemplo – função sobrejetora..93
Figura 59: 4º exemplo – função injetora 93
Figura 60: 5º exemplo – função sobrejetora..93
Figura 61: Atividade sobre a classificação de uma função 94
Figura 62: Aula com projetor multimídia na sala de aula...................................95
Figura 63: Alunos realizando atividade – classificação de uma função.............95
Figura 64: Resposta da dupla 1 – 1ª parte 96
Figura 65: Resposta da dupla 1 – 2ª parte 97
Figura 66: Representação gráfica de função...98
Figura 67: Algumas definições 98
Figura 68: Definição de função..98
Figura 69: Domínio, Imagem e Contradomínio..98
Figura 70: Função real de variável real 99
Figura 71: Definição de gráfico de uma função 99
Figura 72: Reconhecendo gráfico de função..99
Figura 73: Análise de exemplos 99
Figura 74: 1º exemplo – reconhecendo gráfico de função 99
Figura 75: 2º exemplo – reconhecendo gráfico de função 99
Figura 76: 3º exemplo – reconhecendo gráfico de função 100
Figura 77: 4º exemplo – reconhecendo gráfico de função 100
Figura 78: 5º exemplo – reconhecendo gráfico de função 100
Figura 79: Grupo assistindo apresentação...101
Figura 80: Resposta da atividade – grupo 3...102
Figura 81: Resposta da atividade – grupo 4...103
Figura 82: Deslocamento de um automóvel 104
Figura 83: Problema – MRU..104

Figura 84: Tabela – MRU 105
Figura 85: Gráfico – MRU.. 105
Figura 86: Tabela – despesa com torpedos 105
Figura 87: Gráfico – despesa com torpedos.. 105
Figura 88: Problema – chute a gol 106
Figura 89: Tabela – chute a gol.. 106
Figura 90: Gráfico – chute a gol 106
Figura 91: A temperatura e a pressão 107
Figura 92: A experiência.. 107
Figura 93: Estado físico da água.. 107
Figura 94: Nota de atenção 107
Figura 95: Gráfico do estado físico da água.. 107
Figura 96: Aula ministrada com a televisão.. 109
Figura 97: Estudo do domínio de variável discreta.. 111
Figura 98: Problema – cadeia alimentar.. 111
Figura 99: Esquema – cadeia alimentar 111
Figura 100: Tabela – cadeia alimentar 111
Figura 101: Gráfico – cadeia alimentar.. 111
Figura 102: União dos pontos no gráfico.. 111
Figura 103: Gráfico com os pontos unidos 112
Figura 104: Função contínua por partes.. 112
Figura 105: Problema – plano de expansão.. 112
Figura 106: Observação sobre a representação 113
Figura 107: Análise gráfica do plano cartesiano.. 113
Figura 108: Definição de imposto de renda.. 113
Figura 109: Análise gráfica do imposto de renda 113
Figura 110: Análise das situações-problema – grupo 2.. 116
Figura 111: Análise das situações-problema – grupo 2.. 117
Figura 112: Análise do plano de expansão – grupo 3 118
Figura 113: Noção de limite.. 119
Figura 114: 1º exemplo – noção de limite pela tabela 119
Figura 115: 1º exemplo – noção de limite pelo gráfico 119
Figura 116: Considerações sobre o 1º exemplo.. 119
Figura 117: Continuação – considerações sobre o 1º exemplo 119

Figura 118: 2º exemplo – noção de limite pela tabela 119
Figura 119: 2º exemplo – noção de limite pelo gráfico 120
Figura 120: 3º exemplo – noção de limite pela tabela 120
Figura 121: 3º exemplo – noção de limite pelo gráfico 120
Figura 122: 3º exemplo – considerações sobre a noção de limite 120
Figura 123: 4º exemplo – noção de limite pela tabela 120
Figura 124: 4º exemplo – noção de limite pelo gráfico 120
Figura 125: 5º exemplo – noção de limite pela tabela 121
Figura 126: 5º exemplo – função definida num intervalo 121
Figura 127: 5º exemplo – noção de limite pelo gráfico 121
Figura 128: 5º exemplo – descontinuidade essencial 121
Figura 129: Atividade sobre a noção de limite 122
Figura 130: Resolução da atividade sobre noção de limite – grupo 1 124
Figura 131: Resolução da atividade sobre noção de limite – grupo 2 125

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Resumo do desenvolvimento histórico da noção de função......................24
Tabela 2: Relato de experiências usando o computador...45

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 17

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA...22

2.1 SOBRE O ASSUNTO FUNÇÕES 22

2.2 O CONCEITO DE FUNÇÃO E SUA EVOLUÇÃO HISTÓRICA...........................24

2.3 INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E O PAPEL DO PROFESSOR 28

3 A INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO NO MUNICÍPIO DE ALVORADA..................33

3.1 DESCRIÇÃO DA PESQUISA...33

3.2 O QUESTIONÁRIO 35

3.3 RESULTADOS DO QUESTIONÁRIO 36
3.3.1 Dados Funcionais...37
3.3.2 Acesso a Recursos Computacionais..40
3.3.3 Tecnologia Aliada ao Planejamento das Atividades de Ensino 41
3.3.4 Tecnologia Aliada à Execução das Atividades de Ensino..........................43

3.4 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS 50

4 A PROPOSTA DIDÁTICA...52

4.1 A METODOLOGIA 52

4.2 A CONCEPÇÃO DA PROPOSTA DE ENSINO 54

4.3 APLICAÇÃO E ANÁLISE CONCOMITANTE DAS ATIVIDADES 60
4.3.1 ENCONTRO 1 – Construção do Plano Cartesiano.......................................61
4.3.1.1 Descrição das Atividades 62
4.3.1.2 Objetivos 65
4.3.1.3 Análise *a posteriori* 66
4.3.2 ENCONTRO 2 – O *Winplot* e o Plano Cartesiano..73
4.3.2.1 Descrição da atividade 73
4.3.2.2 Objetivos 73
4.3.2.3 Análise *a posteriori* 75
4.3.3 ENCONTRO 3 – Análise de Situações-Problema...79
4.3.3.1 Descrição da Atividade..79

4.3.3.2 Objetivo 81
4.3.3.3 Análise *a posteriori* 81
4.3.4 ENCONTRO 4 – Uma função a partir do diagrama de flechas....................83
4.3.4.1 Descrição da Atividade..83
4.3.4.2 Objetivos 87
4.3.4.3 Análise a posteriori 87
4.3.5 ENCONTRO 5 – Função injetora, sobrejetora e bijetora 91
4.3.5.1 Descrição da atividade 92
4.3.5.2 Objetivo 94
4.3.5.3 Análise *a posteriori* 95
4.3.6 ENCONTRO 6 – Uma função a partir do seu gráfico 98
4.3.6.1 Descrição da Atividade..98
4.3.6.2 Objetivo 100
4.3.6.3 Análise *a posteriori* 100
4.3.7 ENCONTRO 7 – Problemas animados 1 104
4.3.7.1 Descrição da Atividade..104
4.3.7.2 Objetivos 108
4.3.7.3 Análise *a posteriori* 109
4.3.8 ENCONTRO 8 – Problemas animados 2 110
4.3.8.1 Descrição da atividade 110
4.3.8.2 Objetivos 114
4.3.8.3 Análise *a posteriori* 114
4.3.9 ENCONTRO 9 – Noção de limite de uma função 118
4.3.9.1 Descrição da atividade 118
4.3.9.2 Objetivos 123
4.3.9.3 Análise *a posteriori* 123

4.4 AVALIAÇÃO DA PESQUISA..125
4.4.1 Sobre o Aluno e seu Desempenho 126
4.4.1.1 Hipótese 126
4.4.1.2 Análise..126
4.4.2 Sobre o aluno e seu Conhecimento Prévio...127
4.4.2.1 Hipóteses 127
4.4.2.2 Análise..127
4.4.3 Sobre a Implementação da Proposta..128
4.4.3.1 Hipótese 128
4.4.3.2 Análise..128
4.4.4 Sobre os Recursos..128
4.4.4.1 Hipóteses 128
4.4.4.2 Análise..129
4.4.5 Sobre os diferentes procedimentos 129
4.4.5.1 Hipótese 129
4.4.5.2 Análise..130

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS 131

REFERÊNCIAS..138

APÊNDICES 142

APÊNDICE A – POLÍGRAFO UTILIZADO NO ESTÁGIO SUPERVISIONADO 143

APÊNDICE B – FUNDAMENTAÇÃO MATEMÁTICA 160

APÊNDICE C – RELAÇÃO DE SITES E COMANDOS DO WINPLOT 167

APÊNDICE D – QUESTIONÁRIO APLICADO AOS PROFESSORES 175

APÊNDICE E – ATIVIDADES DECORRENTES DA ANÁLISE *A POSTERIORI* ...178

APÊNDICE F – ANIMAÇÕES (EM CD) PRODUZIDAS PARA A SEQÜÊNCIA DIDÁTICA 186

1 INTRODUÇÃO

A experiência de dez anos, vivenciados em sala de aula, permitiu perceber que o baixo rendimento apresentado pelos alunos em Matemática está associado, principalmente, à falta de motivação para aprender. O que se observa é um estudante alienado e passivo diante das explicações do professor. Talvez, esta alienação do aluno se deva à prática pedagógica que se mantém inalterada e perpetuada, em atividades monótonas e repetitivas, dissociadas da realidade. Neste contexto, a Matemática é vista pelo aluno como uma disciplina difícil e sem utilidade.

O Curso de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), iniciado por esta pesquisadora, em 2007, surgiu como uma oportunidade para buscar o seu crescimento pessoal e profissional. E foi, principalmente, durante a realização do estágio supervisionado, uma exigência do curso, que se tornou premente a necessidade de aperfeiçoar a sua prática pedagógica. Neste estágio, realizado na Escola Estadual de Educação Básica Professor Gentil Viegas Cardoso, em 2008, numa turma da 1ª série do Ensino Médio, foi abordado o conteúdo de funções. A seqüência didática, com uma metodologia expositiva e centrada no preenchimento de espaços em branco de um polígrafo, teve como conseqüências o desinteresse e a dificuldade do aluno para compreender os conceitos desenvolvidos, e a insatisfação do professor com o seu desempenho e os resultados alcançados.

Com o objetivo de mudar esta realidade, esta pesquisadora se propôs a elaborar um material sobre o tópico de funções. Quanto a este assunto, nas Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (2006, p.121) constata-se que:

> O estudo das funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria Matemática.

Diante do exposto acima, na tentativa de despertar a curiosidade e o interesse do aluno, de facilitar a aprendizagem e de contemplar um ensino formal e, ao mesmo tempo dinâmico, a proposta desta pesquisadora foi elaborar uma seqüência de ensino com a inserção de novos recursos didáticos.

A questão fundamental que se apresentou *a priori* foi: **o uso de recursos de Informática desperta o interesse em aprender e facilita a compreensão do conceito de função?**

Com o propósito de investigar esta questão, procurou-se elaborar uma seqüência de ensino diferenciada, que contemplasse o estudo de funções aplicado a problemas do dia-a-dia, sendo relacionados à Comunicação, à Física, à Biologia e à Química. E, desta forma, proporcionar um ensino integrado: a Matemática vista como uma disciplina útil, interessante, instigante e como elemento chave para o estudo de outras Ciências. Neste contexto, pensou-se em priorizar atividades criadas com recursos gráficos (*Winplot*) e animações (*Flash 8*[1]).

Conforme consta em Wikipédia[2], a palavra animação se refere "[...] a arte de criar imagens em movimento utilizando computadores". A animação se origina quando cada imagem, criada individualmente, é vista a uma velocidade de 16 ou mais imagens por segundo, gerando a ilusão de movimento contínuo.

Segundo Bairral (2009, p.59), "Com o avanço da computação gráfica as animações estão cada vez mais interessantes. Infelizmente, seu uso em situações de ensino ainda é escasso". Na mesma obra, o autor acrescenta:

> [...] a compreensão da animação só fica clara quando atribuímos sentido ao que estamos observando. Enfim, a visualização é um processo que vai além da mera observação de algo. Além de observar um objeto o indivíduo faz associações. Ainda que seja aparentemente automática e individualizada esta é uma importante atividade cognitiva. (BAIRRAL, 2009, p. 61).

---

[1] *Adobe Flash* (antes: Macromedia *Flash*) ou, simplesmente, *Flash* é um software utilizado para criar animações interativas, ou não, que podem ser visualizadas em uma página da *web* usando um navegador que o suporta (geralmente com *plug-in* especial) ou através do *Flash Player*, que é um leve aplicativo somente-leitura distribuído gratuitamente pela *Adobe*. Disponível em: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Adobe_Flash>. Acesso em: 20 set. 2010.

[2] Wikipédia - Enciclopédia livre. Disponível em: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Anima%C3%A7%C3%A3o_digital>. Acesso em: 18 dez. 2008.

Com a metodologia de ensino desenvolvida, esta pesquisadora pretendeu ir ao encontro da afirmação de Borba e Penteado (2005, p. 65): “[...] a inserção das tecnologias da educação no ambiente escolar tem sido vista como um potencializador das idéias de se quebrar a hegemonia das disciplinas e impulsionar a interdisciplinaridade”.

Mais precisamente, procurou realizar um trabalho fundamentado nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (2000, p.96), onde se constata que um dos objetivos do ensino da Matemática no nível Médio é levar o aluno a: “[...] compreender conceitos, procedimentos e estratégias Matemáticas e aplicá-las a situações diversas no contexto das Ciências, da tecnologia e das atividades cotidianas”.

A partir destas premissas foi dado início à investigação sobre o tema. Atualmente, podem ser encontrados inúmeros trabalhos sobre o ensino de funções. A pesquisa realizada por Ardenghi (2008), um estudo de estado da arte mapeou quarenta e seis trabalhos realizados no Brasil, no período de 1970 a 2005, sendo doze deles sobre as dificuldades de aprendizagem referentes ao conceito de função. Segundo o autor, uma das causas ligadas à dificuldade de aprendizagem pode estar associada à forma técnica e distante da realidade em que o assunto funções é abordado. Este argumento vem ao encontro das conjecturas formuladas pela pesquisadora, no início deste texto.

Outra etapa, visando à preparação do material didático, consistiu na consulta à Internet e resultou na relação de sites com material disponível para download gratuito, elencados no Apêndice C. Durante este processo, foi possível constatar a existência de software, objetos de aprendizagem e textos voltados ao uso das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) no ensino. Embora existam alguns objetos animados pertinentes ao assunto em questão, os mesmos não foram utilizados por esta pesquisadora. A opção por produzir os próprios objetos, para o ensino de funções, está intrinsecamente relacionada à necessidade de adaptação e de coerência do material com a seqüência didática planejada.

A fase seguinte foi dedicada à investigação sobre o modo como as TIC estão inseridas no contexto das escolas da Rede Estadual do Município de Alvorada. A escolha deste universo, para a pesquisa, está relacionada ao fato de estas apresentarem características semelhantes às da escola em que se aplicou este material didático.

Em decorrência, as seguintes questões também passaram a nortear este trabalho: **O professor de Matemática utiliza recursos de Informática em suas aulas? Em caso afirmativo, que recursos e de que forma são utilizados? Em caso negativo, quais são as possíveis causas para o não uso? As escolas estão equipadas com Laboratórios de Informática e, os mesmos, estão disponíveis ao professor para ministrar suas aulas?**

Sendo assim, a elaboração e a aplicação da estratégia de ensino, foi desenvolvida, tendo como objetivos:

a) apresentar idéias e conceitos de forma lúdica, de modo a despertar o interesse do aluno pela Matemática. E, através da visualização gráfica e da análise de problemas da vida real, tornar a aprendizagem mais significativa para o aluno;
b) oportunizar ao aluno o desenvolvimento da capacidade de observação, de estabelecer relações e de formalizar conceitos mais abstratos;
c) desenvolver o conteúdo matemático, mantendo o equilíbrio entre a intuição e a formalização de conceitos; e,
d) identificar os pontos que apresentarem maior dificuldade de aprendizagem e promover as devidas alterações, no material, caso necessário.

A metodologia desta pesquisa foi inspirada na Engenharia Didática desenvolvida por Michele Artigue (1996, p. 196), a qual afirma:

> A engenharia didáctica, vista como metodologia de investigação, caracteriza-se antes de mais por um esquema experimental baseado em <<realizações didácticas>> na sala de aula, isto é, na concepção, na realização, na observação e na análise de seqüências de ensino.

O desenvolvimento deste trabalho está estruturado em cinco capítulos. O Capítulo 1 foi dedicado à introdução.

No Capítulo 2, consta a pesquisa feita por Ardenghi envolvendo a citação de trabalhos realizados no Brasil, no período de 1970 a 2005. Em seqüência, é abordado o conceito de função e sua evolução histórica, e, posteriormente, a discussão referente à Informática na Educação Matemática e o papel do professor frente a esta tecnologia.

O Capítulo 3 traz a análise dos dados levantados através de questionário, sobre o uso da Informática na Educação, aplicado aos professores de Matemática das dezessete escolas da Rede Estadual de Ensino, situadas no Município de Alvorada.

Um resumo sobre a metodologia, Engenharia Didática, usada para fundamentar esta pesquisa é apresentado no Capítulo 4. A seguir, também exibe as análises prévias e *a priori* (esta última, com a elaboração da seqüência didática), a experimentação, a análise *a posteriori* e, finalmente, a validação.

O Capítulo 5 é dedicado às considerações finais sobre o trabalho realizado.

Por último, os apêndices apresentam o polígrafo utilizado no estágio supervisionado; o conteúdo matemático abordado ao longo de nove encontros; a relação de sites consultados por este pesquisador e alguns comandos do *Winplot*; o questionário aplicado aos professores; outras atividades propostas decorrentes da análise *a posteriori*; e, as animações (em CD) produzidas para a seqüência didática.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo traz a pesquisa realizada por Ardenghi, que cita trabalhos sobre funções. A seguir, é apresentada uma abordagem histórica sobre o assunto funções. O capítulo finaliza com considerações sobre o uso da Informática na Educação Matemática e o papel do professor frente a esta inclusão.

2.1 SOBRE O ASSUNTO FUNÇÕES

O tema funções é abordado, com freqüência, em muitos trabalhos. Em uma dissertação do tipo estado da arte, Ardenghi (2008) mapeou quarenta e seis pesquisas, entre dissertações e teses de doutorado sobre funções, desenvolvidas no Brasil, no período de 1970 a 2005. O autor selecionou doze trabalhos que tratam de dificuldades de aprendizagem do conceito de função. As dificuldades mais citadas foram a conversão de um gráfico para a sua representação algébrica e o não reconhecimento da função constante como um tipo de função. Dos trabalhos selecionados, o autor também aponta alguns resultados relevantes, tais como:

a) as definições de função apresentadas nos livros didáticos eram repetidas pelos professores;
b) a passagem de uma função representada algebricamente para a forma gráfica é tratada com maior ênfase pelos livros didáticos do que o inverso;
c) atividades desenvolvidas em grupo possibilitam maior evolução do conhecimento, devido às trocas de informações entre colegas;
d) a noção de função é, geralmente, apresentada de forma técnica e distante da realidade, tanto pelos professores quanto pelos livros didáticos;
e) aulas no Laboratório de Informática são mais dinâmicas, pois permitem a interação com o software a fim de estabelecer rapidamente a conexão entre a representação algébrica e a visual; e,
f) a ausência de publicações de resultados de trabalhos em livros didáticos, que são a principal fonte de pesquisa dos professores do Ensino Médio.

O autor também destaca o artigo de Dubinsky & Harel (1992, *apud* ARDENGHI, 2008, p. 53) referente a uma pesquisa realizada com quatro estudantes universitários, no qual consta que, para alguns destes, a noção de continuidade está diretamente associada ao conceito de função, ou seja, para ser gráfico de função tem que ser contínuo. Para os autores, este e outros fatos dificultam a compreensão.

Dentre as várias sugestões, para minimizar as dificuldades na aprendizagem do conceito de função, Ardenghi (2008, p. 63) cita:

a) associar a noção de função a problemas contextualizados;
b) atividades pedagógicas baseadas no conhecimento prévio dos alunos e que promovam a maior participação dos mesmos na construção desse conceito;
c) a necessidade de os professores conhecerem a evolução histórica do conceito de função, para identificarem as dificuldades de seus alunos;
d) explorar o conceito de função na transição de uma representação algébrica para a gráfica;
e) realizar um trabalho diferenciado com os alunos que apresentam pouco domínio dos conteúdos pré-requisito para a compreensão do conceito;
f) oportunizar trabalhos em dupla e em grupo, para facilitar a troca de informações entre os alunos;
g) a utilização de linguagem mais acessível aos alunos, na introdução do conceito;
h) o uso de recursos de Informática, principalmente, na passagem da representação algébrica para a gráfica; e,
i) a resolução de problemas envolvendo todos os registros de função, tais como, tabela, gráfico e fórmulas.

O número de trabalhos sobre funções que vêm sendo desenvolvidos, no Brasil, ao longo dos últimos anos, chama a atenção para a importância do tema. Sem dúvida, este é um tópico essencial para o embasamento matemático. Não menos importante é conhecer como tem se dado o estudo sobre o assunto, o que será relatado na próxima seção.

2.2 O CONCEITO DE FUNÇÃO E SUA EVOLUÇÃO HISTÓRICA

Sobre o termo função, sua evolução e múltiplos significados, Garcia (2004) oferece uma fundamentação detalhada. De sua obra, destaca-se o quadro resumo histórico, ao longo do século XVI ao século XX, com as várias representações deste conceito, apresentado a seguir:

Tabela 1: Resumo do desenvolvimento histórico da noção de função”[3]

Século	**Autor**	**Frases Geradoras**
XVI	Galileu-Galilei (1564-1642). Termo “função” não é usado. Noção corresponde à de Lei natural - Lei quantitativa que expressa regularidades de um fenômeno natural; relações entre a variação de quantidades observáveis.	(Função) é relação entre variáveis. Variáveis são quantidades observáveis na natureza.
XVII	Leibniz (1646-1716), Newton (1642-1727) – relação entre medidas associadas a uma curva, como por exemplo, as coordenadas de um ponto da curva, a inclinação de uma curva e o raio de curvatura. Leibniz (1670) introduz o termo função.	Função é uma correspondência entre quantidades associadas a uma curva da Geometria. Variáveis são quantidades que assumem diferentes valores, na construção de uma curva.
XVIII	João Bernouilli (1667-1748): função é expressão qualquer formada de uma variável e algumas constantes; Euler (1707-1783): função é uma equação ou fórmula qualquer envolvendo variáveis e constantes.	Função é uma equação, uma fórmula. Variável é um símbolo, um elemento de linguagem.
XIX	Dirichlet (1805-1859): uma variável é um símbolo que representa qualquer dos elementos de um conjunto de números; se duas variáveis x e y estão relacionadas de maneira que, sempre que se atribui um valor a x, corresponde automaticamente, por alguma lei ou regra, um valor a y, então se diz que y é função unívoca de x. A variável x, à qual se atribuem valores à vontade, é chamada variável independente e a variável y, cujos valores dependem dos valores de x, é chamada variável dependente.	Função é uma correspondência entre variáveis. Variável é um símbolo que representa qualquer dos elementos de um conjunto de números.
XX	Grupo Bourbaki (1939): função f é um conjunto de pares ordenados de elementos, sujeitos à condição seguinte: se (a, b) e (a, c) são elementos de f então b=c.	Função é um conjunto de pares ordenados. Omite-se variável.

[3] GARCIA, Vera Clotilde. **Múltiplos significados para o conceito de função**, 2004. Disponível em: <http://143.54.226.61/~vclotilde/disciplinas/laboratorio/texto_funcoes.pdf>. Acesso em 15 set. 2010. P.8.

Conforme a autora, o conceito de função passou por várias interpretações até chegar ao conceito usado hoje em dia.

Inicialmente, por Galileu (1564-1642) e Kepler (1571-1630), a noção de função foi associada ao estudo de fenômenos naturais. Utilizavam-se as relações entre grandezas físicas, na qual uma variável dependia da outra, com o objetivo de, a partir dos dados coletados, poder fazer previsões sobre o possível comportamento.

Ainda segundo Garcia (2004):

> O estudo da natureza pedia uma linguagem Matemática apropriada. O estudo do movimento da queda dos corpos, do movimento dos planetas e dos movimentos curvilíneos impulsionou o desenvolvimento do conhecimento matemático relativo às funções. A noção de função está associada na sua origem à noção de lei natural. Assim, o conceito de função, historicamente, tem significado de modelo para um fenômeno real, uma relação especial entre as grandezas variáveis que constituem um acontecimento natural ou das ciências experimentais.

Antes da Era Cristã, os gregos já demonstravam conhecer a idéia de funcionalidade presente no estudo de funções (ZUFFI; PACCA, 2002, p. 2).

As primeiras definições formais para o conceito de função surgiram com Newton (1642-1727) e Leibniz (1646-1716), através de estudos sobre o movimento e as grandezas envolvidas que variavam continuamente. Newton aproxima-se bastante da definição atual de função, com a utilização de termos que dão a noção de uma quantidade a ser obtida a partir de outra.

No século XVII, Descartes introduziu as equações com “x” e “y”, com o objetivo de estudar a relação de dependência entre estas quantidades variáveis. Ou seja, como obter o valor de uma variável conhecendo o valor da outra. As variáveis estavam associadas a equações de círculos, triângulos, cônicas, entre outros e representadas em dois eixos, hoje chamado de plano cartesiano. Também, nesta época, Newton passa a utilizar o termo “fluente”, associado à noção de curva, para se referir à noção de função. O termo “função” é usado por Leibniz, no final deste século. Primeiramente, para referir-se a segmentos de reta e de curvas e, após, para referir-se a quantidades dependentes entre si.

Nos séculos XVIII e XIX, o termo “expressão analítica” substituiu a noção de quantidades dependentes de uma variável. Em 1716, Johann Bernoulli definiu função de certa variável como uma quantidade que é composta de qualquer forma por variáveis e constantes. Euler, em 1748, substituiu o termo quantidade por expressão analítica. Foi também Euler que introduziu a notação “f(x)”. Neste período, o termo “variável”, que inicialmente estava associado a grandezas físicas, passa a ser referido como as medidas de uma curva e, a seguir, representado por símbolos de linguagem como, por exemplo, “x” e “y”. A partir disso, função passa a ser considerada como uma lei natural, como a relação entre medidas de uma curva ou como uma equação, uma expressão em linguagem Matemática.

Em 1837, Dirichlet formulou o conceito de função dissociando-o da representação analítica: “Uma função é uma correspondência entre duas variáveis, tal que a todo valor da variável independente se associa um só valor da variável dependente”. Aqui, o termo “variável” é usado apenas como um símbolo, ou seja, não está associado a grandezas físicas ou a qualquer outro fenômeno natural.

No século XX, a noção de função ganha um novo enfoque. Com o desenvolvimento da Teoria dos Conjuntos, esta passa a ser usada para designar associações entre conjuntos numéricos, ou não. A partir daí, em 1939, o grupo Bourbaki elaborou a definição hoje utilizada: *uma função é uma tripla ordenada (X, Y, f), onde X e Y são conjuntos e f é um subconjunto de XxY, tal que se $(x,y) \in f$ e $(x, y') \in f$ então $y = y'$*.

Esta definição, excessivamente formal, tornou o conceito muito distante de suas origens. O conceito de função é deveras importante no estudo dos mais variados modelos, podendo estar associado a fenômenos do dia-a-dia e da natureza, além de permitir o trabalho com saberes muito abstratos que fazem parte, apenas, do próprio universo da Matemática.

Segundo Zuffi e Pacca (2002, p. 2):

> [...] o conceito de função, em Matemática, localiza-se num patamar que vai além da compreensão dos fenômenos a que se aplica, pois pode generalizá-los e resolver vários problemas fora do mundo tangível, num mundo de abstrações muito próprias da Matemática. Por exemplo, podemos usar uma função linear para descrever o deslocamento de um corpo num sistema massa-mola, tanto quanto para descrever a transformação de um espaço vetorial – conceito matemático altamente abstrato – em outro.

As autoras ainda afirmam que, para a compreensão de fenômenos da natureza, inicialmente, os sujeitos podem apresentar “[...] concepções ou explicações espontâneas, mesmo que não tenham tido prévio contato com argumentos e teses científicas, elaboradas sobre eles”. No entanto, alguns conceitos matemáticos, como é o caso da noção de função, apresentam um alto nível de abstração e, ter uma concepção espontânea, embora seja fundamental, “[...] não é suficiente para, sozinha, caracterizar por completo o conceito matemático de função”. E acrescentam:

> Assim, entendemos que a análise das concepções de um sujeito sobre o conceito de função só poderá ocorrer depois que ele apresentar um contato com a idéia matematicamente construída, ou por um livro, ou por um professor. Do contrário, estaremos falando apenas de um “instinto de funcionalidade”, como já evidenciavam os gregos, antes da Era Cristã. (ZUFFI; PACCA, 2002, p. 2).

As autoras atentam para a linguagem Matemática veiculada no Ensino Médio, em especial, pelos professores da própria disciplina no desenvolvimento do conceito de função. Também ressaltam a importância de haver uma integração entre as linguagens utilizadas nas aulas de Física, Química e Matemática, “[...] no que diz respeito a auxiliar o aluno a compreender as nuanças dos vários significados envolvidos em notações semelhantes, mas usadas em contextos diversos” (ZUFFI; PACCA, 2002, p. 10).

2.3 INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E O PAPEL DO PROFESSOR

Esta etapa do trabalho consta de uma reflexão sobre o uso de recursos de Informática nas escolas, como instrumento capaz de auxiliar no processo de ensino-aprendizagem.

É notório que a tecnologia está cada vez mais presente nas atividades cotidianas. Existem inúmeras ações que não seriam possíveis sem a sua utilização. Segundo Perrenoud (2000), as TIC são responsáveis pelas transformações nas formas de nos comunicar, de trabalhar, de decidir e de pensar, e a escola não pode ignorar este fato.

Para Borba e Penteado (2005, p.17), a inclusão da Informática nas escolas se justifica por duas formas: "[...] alfabetização tecnológica e direito ao acesso". Tal alfabetização é entendida, por eles, como uma ferramenta auxiliar nas atividades de leitura, de escrita, de interpretação de textos e gráficos, e não, simplesmente, como um curso específico da área da Informática.

Conforme os autores, no final da década de 70, quando surgiram as primeiras discussões em torno da inclusão da tecnologia Informática na Educação, o primeiro temor era de que o professor fosse substituído pela máquina. Contudo, com o passar dos anos, diversos estudos e experiências demonstram que, ao contrário do que se temia, o professor tem se destacado, quando o assunto é ambiente informatizado. Sua maior preocupação, agora, passa a ser o desconforto de ter que lidar com as mudanças na sua prática pedagógica advindas da presença da Informática.

Os autores ainda mencionam a insatisfação de alguns mestres que, apesar de estarem descontentes com a forma de seu trabalho, não conseguem promover um movimento de mudança em sua prática, preferindo "[...] caminhar numa *zona de conforto,* onde quase tudo é conhecido, previsível e controlável". Aqui, a expressão *zona de conforto* é utilizada para representar pouco movimento; o professor, que opta pelo uso da tecnologia da Informática, avança para uma *zona de risco* caracterizada pela imprevisibilidade, na qual se fazem necessárias constantes avaliações das conseqüências das ações propostas. O fato de os autores considerarem o uso do computador como uma *zona de risco* está relacionado aos problemas com a adoção desta tecnologia e que podem atrapalhar, completamente, o planejamento das aulas.

Ainda, diante dos obstáculos expostos quanto à inclusão das TIC, Borba e Penteado (2005, p. 54) afirmam que é possível promover um ensino aliado à tecnologia, porém, “[...] sem uma discussão sobre como os professores podem utilizar a Informática, e o que isso demanda para seu trabalho, os computadores estarão fadados a ficar empoeirados em uma sala da escola”.

Os autores acham importante a realização de um trabalho com os futuros professores e, principalmente, com aqueles que já atuam nas escolas, no sentido de desmitificar o uso da máquina e o potencial da mesma em suas aulas. A máquina não substitui o professor, mas serve como um recurso didático a mais a ser utilizado para promover a aprendizagem.

Ainda, segundo um dos autores, citados acima, a opção por usar a Informática na sala de aula provoca várias alterações na rotina do professor:

> São alterações que, muitas vezes, perturbam o trabalho daqueles que estão acostumados a atuar em situações de ensino com alto grau de previsibilidade. O uso de TIC exige movimento constante, por parte do professor, para áreas desconhecidas. É preciso atuar numa zona de risco onde a perda de controle é algo que ocorre constantemente. Além dos problemas técnicos que freqüentemente perturbam o andamento das atividades propostas, há as perguntas imprevisíveis que, para grande parte dos professores, são a parte mais difícil de lidar na interação com os alunos. Uma combinação de teclas pode levar ao surgimento de situações que o professor nunca pensou antes. É possível que os alunos façam perguntas sobre Matemática que o professor não previu. Muitas dessas situações requerem uma exploração cuidadosa e nem sempre o professor consegue uma resposta imediata. Para enfrentá-las é preciso uma disponibilidade para buscar ajuda em livros, colegas, alunos, entre outros. Não dá para negar que a atuação numa zona de risco, como a caracterizada acima, pode ser uma contribuição muito grande no processo de constituição do professor enquanto pessoa e profissional. Ele se depara constantemente com a necessidade de buscar novos conhecimentos (PENTEADO, 2005, p. 284).

De acordo com esta autora, a fim de que o professor saia da zona de conforto é necessário a ocorrência de ações coletivas e, para a inserção das TIC, na escola, é imprescindível o envolvimento dos professores neste processo. Entretanto, sem a formação destes profissionais, tal envolvimento não acontecerá. E, acrescenta: pesquisas realizadas demonstram que o uso da tecnologia na escola, ainda é feito por professores envolvidos com grupos de pesquisas de alguma universidade ou de sua escola. A dissertação de mestrado de Zulatto (2002, *apud* PENTEADO, 2005, p. 286) "[...] corrobora a afirmação de que inovação educacional é praticamente impossível de acontecer quando o professor se isola em seu ambiente de trabalho".

Na mesma obra, Penteado relata que o PROINF[4], Programa do Governo Federal, investe parte da sua verba na formação de professores, com o objetivo da inserção das TIC nas escolas públicas. Entretanto, o Programa não tem obtido sucesso, neste ponto, por ser uma proposta que ocorre de forma isolada. Ou seja, os professores não são todos de uma mesma escola. Ao voltarem para a prática, não encontram espaço para discutir os problemas surgidos com a utilização das TIC. Conforme a autora faz-se presente a necessidade de um trabalho contínuo, onde o professor possa construir essa nova pedagogia, tendo apoio para realizar a sua prática e sendo motivado a planejar e a desenvolver atividades com o computador:

> Gosto de pensar o professor como um nó de uma rede que conecta atores tais como: o projeto pedagógico da escola, o computador, outras mídias, os centros de pesquisas, os técnicos, os alunos, as famílias, as regras sociais, o professor, as imagens, os sons etc., de forma que o movimento de cada um deles ative outras redes e coloque em jogo o contexto e o seu sentido (PENTEADO, 2005, p. 286).

A autora também cita (PENTEADO, 2005, p. 288) o trabalho da rede Interlink cujos objetivos são promover a interação entre os professores de Matemática do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, que atuam em escolas públicas, os alunos do curso de Licenciatura em Matemática e os professores da UNESP (Campus de Rio Claro – SP), e auxiliá-los no processo da inserção da Informática nas escolas. Os membros da rede desenvolvem atividades voltadas para a sala de aula contemplando o uso da Informática. Os encontros do grupo são presenciais (uma

---

[4] Programa Nacional de Informática na Educação. Site para maiores detalhes: <www.proinfo.gov.br>.

vez por semana) e virtuais, onde são discutidas as atividades já aplicadas e as que, ainda, serão realizadas com os alunos.

Na Internet, há sites[5] com materiais sobre o uso da Informática na sala de aula. Como exemplo, o site Educação Matemática e Tecnologia Informática (EDUMATEC), coordenado pela professora Maria Alice Gravina[6], onde se constata, como um dos objetivos, “[...] a apresentação de material que trate do potencial da tecnologia Informática no âmbito da educação Matemática escolar”. Além de apresentar *software*, *links* e artigos o site também disponibiliza atividades e objetos de aprendizagem para download e utilização gratuitos por professores.

Segundo Barros e D’Ambrósio (1988, p. 29), “O computador não é um fim em si mesmo, mas um meio, um recurso instrucional a mais, cuja eficácia dependerá da capacidade daqueles que o utilizam”. Os autores, em relação ao uso da Informática na sala de aula, salientam:

> [...] é essencial que se examinem problemas relacionados com a aquisição de conhecimentos e habilidades necessárias para que o computador possa servir como um auxiliar e mesmo como um guia que estimule a criatividade, promova novas habilidades no pensar e ajude na execução de novas tarefas e atividades (BARROS; D’AMBRÓSIO 1988, p. 56).

Ainda, sobre o papel do computador no ensino de Matemática, D’Ambrósio (1986) ressalta que as atividades propostas devem facilitar a percepção e a compreensão do problema, por parte do aluno, possibilitando o desenvolvimento de habilidades de análise, de comparação e de verificação da precisão dos cálculos, trazendo respostas para questões que não seriam possíveis sem o uso do computador.

E, sobre as transformações que ocorrem ao se percorrer este caminho, é importante destacar, ao professor:

---

[5] No APÊNDICE C consta uma relação de sites que disponibilizam objetos de aprendizagem das diversas áreas do conhecimento.

[6] Professora do Instituto de Matemática da UFRGS. Doutora em Informática na Educação pela UFRGS. Disponível em: <http://www.edumatec.mat.ufrgs.br/>. Acesso em: 01 set. 2010.

> Formar para as novas tecnologias é formar o julgamento, o senso crítico, o pensamento hipotético e dedutivo, as faculdades de observação e de pesquisa, a imaginação, a capacidade de memorizar e classificar, a leitura e a análise de textos e de imagens, a representação de redes, de procedimentos e de estratégias de comunicação (PERRENOUD, 2000, p. 128).

Diante das considerações dos autores acima, é possível afirmar que o computador deve ser usado como um recurso didático que, através da visualização, experimentação e simulação, tem a função de levar o aluno a pensar, a interrogar e a agir sobre as questões que lhe são apresentadas; e, quanto ao papel do professor, é fundamental mergulhar no mundo das TIC, com audácia, buscando a formação adequada através de cursos, livros, artigos e pesquisas disponíveis nos periódicos e na própria Internet e atentar para a sua responsabilidade, diante dos desafios e benefícios propiciados por esta inovação em sua prática.

Constatada a importância da Informática na Educação, surgiu a idéia de averiguar como recursos tecnológicos estão sendo utilizados, no ensino de Matemática, por professores das escolas da Rede Estadual, localizadas no Município de Alvorada. Mais precisamente, a inserção das TIC nos estabelecimentos de ensino com características semelhantes às da escola, onde foi desenvolvido este trabalho.

3 A INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO NO MUNICÍPIO DE ALVORADA

Este capítulo apresenta, inicialmente, a descrição da pesquisa realizada com professores de Matemática das Escolas Estaduais do Município de Alvorada e a seguir, os objetivos pretendidos com o questionário e os dados levantados. Por último, consta a análise dos resultados.

3.1 DESCRIÇÃO DA PESQUISA

Como referido anteriormente, durante a elaboração desta pesquisa, surgiram alguns questionamentos referentes à inserção da Informática no ensino. O professor de Matemática utiliza recursos de Informática em suas aulas? Em caso afirmativo, que recursos e de que forma são utilizados? Em caso negativo, quais são as possíveis causas para o não uso? As escolas estão equipadas com Laboratórios de Informática e, os mesmos, estão disponíveis ao professor para ministrar suas aulas?

No intuito de tentar responder a estas indagações e de conhecer mais a realidade das escolas, foi elaborado e aplicado um questionário (APÊNDICE D) aos professores de Matemática das dezessete escolas da Rede Estadual do Município de Alvorada.

O envio e o retorno do questionário aconteceram, em sua maioria, via correspondência encaminhada à 28ª Coordenadoria de Educação, localizada no Município de Gravataí, responsável pelo gerenciamento das escolas estaduais localizadas nos municípios vizinhos. A dificuldade de acesso a alguns bairros do Município de Alvorada se interpôs à entrega e à busca dos questionários, sendo que esta etapa foi realizada, pessoalmente, em oito escolas.

O critério usado na escolha da população alvo da pesquisa foi o de restringir a consulta às escolas da Rede Estadual do Rio Grande do Sul, localizadas em Alvorada. Ou seja, com características semelhantes às da escola na qual se pretende aplicar a seqüência de ensino, a Escola Estadual de Educação Básica Professor Gentil Viegas Cardoso. Esta última, desde 2009, possui Laboratório de

Informática, constituído de vinte computadores[7], entretanto, o mesmo vem sendo pouco utilizado pelos professores.

Abaixo, são elencadas as escolas estaduais, em número de dezessete, localizadas no Município de Alvorada:

a) Colégio Estadual Antônio de Castro Alves;

b) Escola Estadual Ensino Fundamental Brigadeiro Antônio Sampaio;

c) Escola Estadual Ensino Médio Campos Verdes;

d) Escola Estadual Ensino Médio Mário Quintana – CAIC;

e) Escola Estadual Ensino Médio Carlos Drummond de Andrade;

f) Colégio Estadual Érico Veríssimo;

g) Escola de Educação Básica Júlio César Ribeiro de Souza;

h) Escola Estadual Ensino Médio Nossa Senhora Aparecida;

i) Escola Estadual Ensino Fundamental Manuel Luiz Osório 1 A 8;

j) Escola Estadual Ensino Médio Maurício Sirotsky Sobrinho;

k) Instituto Estadual Nossa Senhora do Carmo;

l) Escola Estadual Ensino Fundamental Pres. João Belchior M. Goulart;

m) Escola Estadual de Educação Básica Professor Gentil Viegas Cardoso;

n) Escola Estadual Ensino Médio Senador Salgado Filho;

o) Escola Estadual Ensino Fundamental Stella Maris 1 A 8;

p) Escola Estadual Ensino Médio Vale Verde;

q) Colégio Estadual Olga Benário Prestes.

Cabe destacar que um pequeno número de professores, sujeitos da pesquisa, também leciona em escolas da rede municipal ou particular, sendo elas:

a) Escola Municipal Ensino Fundamental Almira Feijó;

b) Escola Municipal Ensino Fund. Podalírio I. Barcellos;

c) Escola Municipal Emília de Oliveira;

d) Colégio Anchieta;

e) Escola Municipal Ensino Fund. Alice de Carvalho;

f) Escola Mesquita;

g) Escola São Marcos;

---

[7] Os computadores possuem uma configuração básica: processador *Intel celeron* 1.80 GHz, memória 1 GB e HD 160. O acesso à Internet foi possível a partir de 2010.

h) Escola Municipal D. Pedro II;

i) Escola Municipal Cecília Meirelles;

j) Escola Êxito.

3.2 O QUESTIONÁRIO

O questionário, exibido na íntegra no APÊNDICE D, constou de vinte e três questões divididas em quatro partes, a saber: dados funcionais; acesso a recursos computacionais; tecnologia aliada ao planejamento das atividades de ensino; e, tecnologia aliada à execução das atividades de ensino. Os objetivos pretendidos são especificados em cada uma das partes e descritos a seguir.

A Primeira parte, composta por sete perguntas, se refere à identificação e foi elaborada no intuito de conhecer a formação e a realidade de trabalho dos professores. Averiguar em quais escolas leciona, em quais séries, que disciplinas, a carga horária de trabalho e o número de alunos atendidos. A identificação objetiva evitar a duplicidade dos questionários.

As duas questões referentes ao segundo conjunto objetivam verificar se o professor tem acesso ao computador, em seu ambiente de trabalho, e averiguar o número de horas, em média, durante as quais este o utiliza.

As questões referentes ao terceiro conjunto de perguntas pretendem verificar o objetivo dos professores ao utilizarem a Internet e quais os sites mais acessados. Também visa identificar se o professor utiliza o computador (e de que forma) para elaborar suas aulas e em qual local informatizado isso ocorre.

Com este último conjunto de dez questões, objetiva-se conhecer a atuação pedagógica do professor, principalmente, no que se refere ao uso da tecnologia da Informática na sala de aula. Para isso, fez-se necessário identificar quais escolas possuem Laboratório de Informática e, dentre estas, se o mesmo está disponível ao professor para ministrar suas aulas.

Também, pretende-se averiguar se o professor considera importante o uso da Informática no ensino, as dificuldades enfrentadas e os incentivos necessários para a inserção deste recurso no ambiente escolar.

Os *applets*, animações e objetos de aprendizagem são considerados somente como animações, na avaliação da questão 5.

Após a compilação dos dados coletados, com informações a respeito da vida profissional dos professores e de sua prática docente, foi possível estabelecer algumas conclusões expostas abaixo.

3.3 RESULTADOS DO QUESTIONÁRIO

Esta sessão abrange os resultados, obtidos com a aplicação do questionário nas escolas da Rede Estadual de Ensino do Município de Alvorada, evidenciados através de gráficos de setor e de uma tabela.

O número de participantes totaliza quarenta e um, o que corresponde a 14% do total de professores efetivos, na 28ª Coordenadoria de Educação do Estado do Rio Grande do Sul, que atuam neste Município, no Ensino Fundamental e Médio[8]. Segundo esta Coordenadoria, alguns professores efetivados para trabalhar com a disciplina de Matemática lecionam outras como, por exemplo, Ciências, Física e Química, de acordo com a necessidade de cada escola.

Os professores de duas, entre as dezessete escolas Estaduais do Município, não deram retorno ao questionário. No entanto, foi possível considerar dezesseis escolas, pois, um professor também atuava numa das referidas acima.

O método estatístico, utilizado para analisar as respostas desta pesquisa, foi a estatística descritiva das variáveis e a discussão dos resultados. A idéia central foi considerar a amostra como representativa, para a população de professores de Matemática das escolas estaduais de Alvorada. O uso do pacote estatístico SPSS-PASW[9] possibilitou a realização de estudos de freqüência.

No que segue, são apresentados os resultados do questionário, divididos em quatro blocos, de acordo com a ordem em que as questões foram elaboradas. Sendo eles: dados funcionais, acesso a recursos computacionais, tecnologia aliada

[8] Total de 292 professores. Informação obtida junto ao Departamento de Recursos Humanos da 28ª Coordenadoria de Educação do Estado do Rio Grande do Sul, em 08/09/2010.

[9] SPSS-PASW ESTATISTICS18. Realese 18.0.0. Chicago Ilinois. 2010. Para maiores informações pelo site <www.spss.com>.

ao planejamento das atividades de ensino e tecnologia aliada à execução das atividades de ensino.

3.3.1 Dados Funcionais

1) A identificação do professor evitou a duplicação dos questionários preenchidos. Cabe ressaltar que duas amostras foram descartadas, porque dois professores pesquisados atuavam, simultaneamente, em escolas distintas.
2) Foi constatado que 83% dos sujeitos possui formação específica em Matemática. As outras áreas de formação citadas foram Biologia, Estatística e Ciências.

O gráfico de setor mostra que menos de 10% dos professores tem curso de pós-graduação:

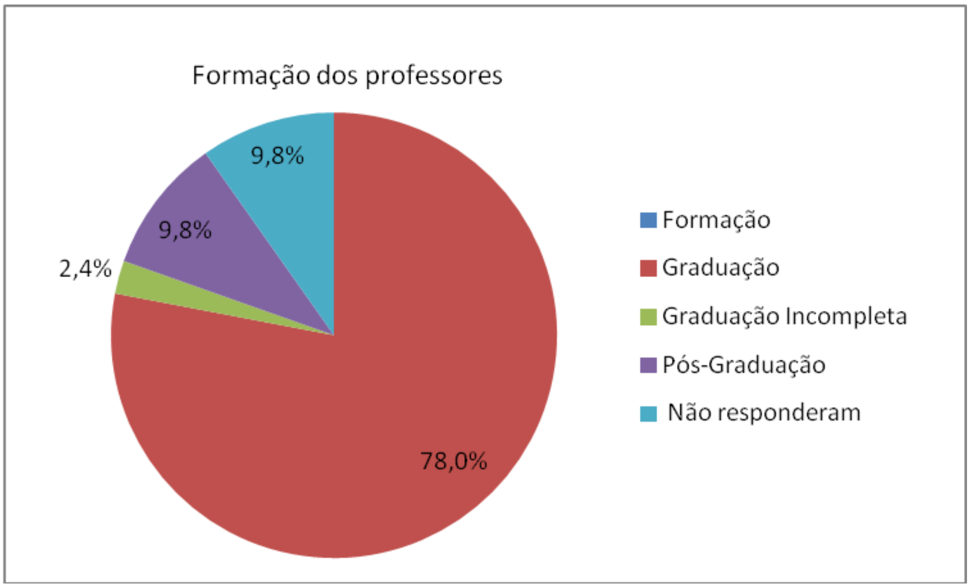


Gráfico 1: Formação dos professores

3) A questão, referente aos cursos relacionados com a área de graduação do professor, foi respondida por apenas 39% dos pesquisados e, dentre as respostas, cinco delas não estão relacionadas à Matemática.

Dada a importância da qualificação e atualização profissional, para que ocorra a melhoria do ensino, esse percentual é considerado muito pequeno.

Os cursos, relacionados com a Matemática, citados pelos professores foram:

a) Cabri, Álgebra e suas aplicações, Geometria Plana e Espacial, Números Complexos;

b) cursos para professores de Matemática Ensino Médio da UFRGS;

c) cursos de Extensão sobre conteúdos da área de Matemática no Ensino Fundamental e Médio, avaliação, inclusão, dificuldades e tecnologias;

d) Curso de Especialização em Geometria Analítica e Espacial;

e) Curso de Especialização em Orientação e Administração Escolar;

f) Cursos de Formação Continuada;

g) Instrumentalização nas aulas de Matemática;

h) Libras - linguagem brasileira de sinais;

i) Mestre em Educação em Ciências e Matemática e Especialização em Administração e Orientação Educacional;

j) Metodologia de Ciências e Matemática em sala de aula;

k) Pós-Graduação em Educação Ambiental;

l) Pós-Graduação em Novas Tecnologias no Ensino de Ciências da Natureza;

m) Pós-Graduação em Pedagogia em curso; e,

n) Curso de Técnico em Contabilidade.

4) A maioria dos professores trabalha somente numa escola e cerca de 10% atua em três escolas diferentes:

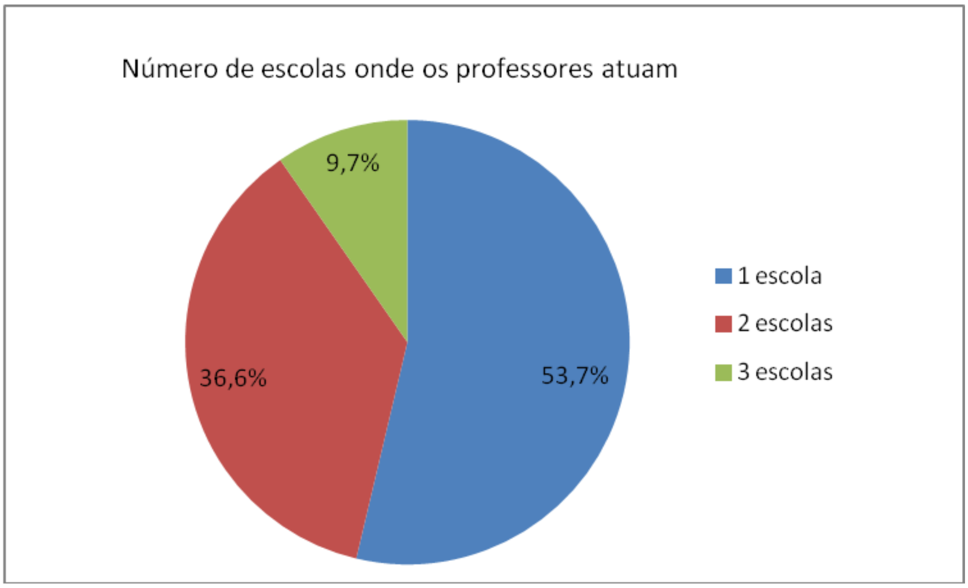


Gráfico 2: Número de escolas onde os professores atuam

5) Os dados coletados mostram que o número de professores atuantes em sala de aula do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, simultaneamente, atinge 50% dos sujeitos; apenas 12,2% leciona exclusivamente no Ensino Médio.

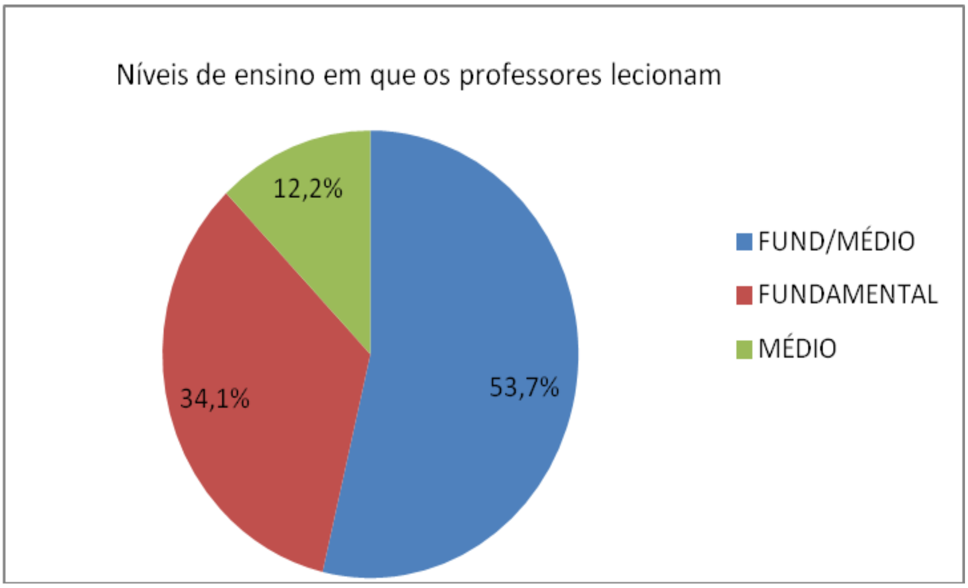


Gráfico 3: Níveis de ensino em que os professores lecionam

6) Constatou-se que cerca de 70% dos professores leciona duas disciplinas, uma delas é a Matemática. Como a segunda disciplina foi citada: Artes, Ciências, Física, Química, Ensino Religioso, Estatística, Matemática Comercial e Currículo por atividades (de 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental).

7) Apenas 10% dos sujeitos trabalha 20 horas semanais e cerca de 70% possui carga horária de sessenta horas semanais. Segundo o Estatuto do Magistério Público Estadual do RS, sobre vinte horas semanais trabalhadas, um quinto é destinado ao planejamento, à preparação das atividades e à correção de avaliações. Foi constatado que o número de alunos, por professor, varia entre 100 e 675, de acordo com a carga horária semanal do professor e das disciplinas que ministra:

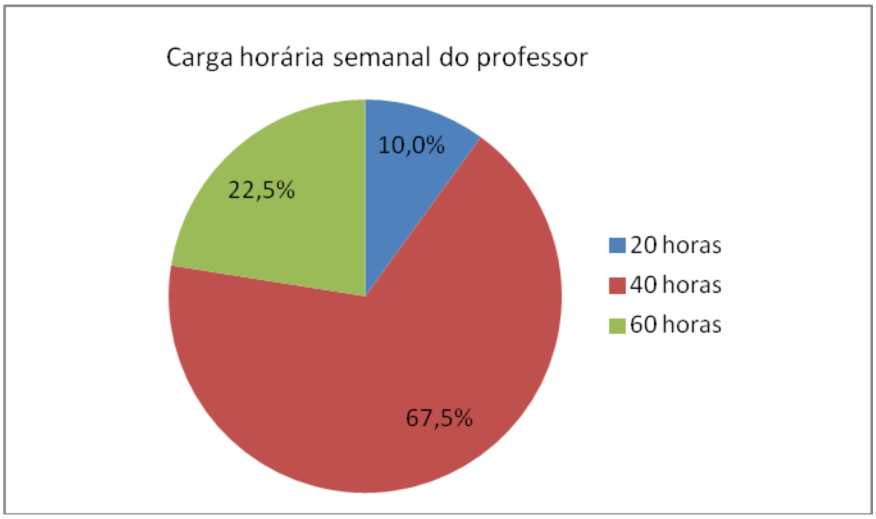


Gráfico 4: Carga horária semanal do professor

3.3.2 Acesso a Recursos Computacionais

1) Sete professores afirmaram que não tem acesso ao computador em suas escolas. Esta questão não permitiu verificar o tipo de acesso que o professor considerou, no momento de respondê-la: se foi o computador para uso no planejamento de suas aulas ou se foi o Laboratório de Informática.

2) A maioria dos professores utiliza o computador até duas horas diárias, conforme mostra o gráfico abaixo:

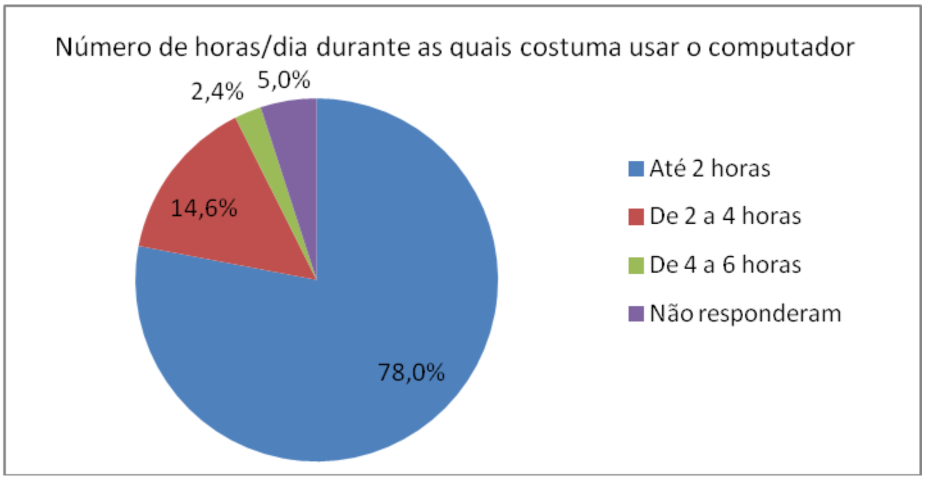


Gráfico 5: Número de horas/dia durante as quais costuma usar o computador

3.3.3 Tecnologia Aliada ao Planejamento das Atividades de Ensino

1) O gráfico seguinte evidencia o motivo que leva o professor a acessar a Internet. Nota-se que a pesquisa é o motivo predominante:

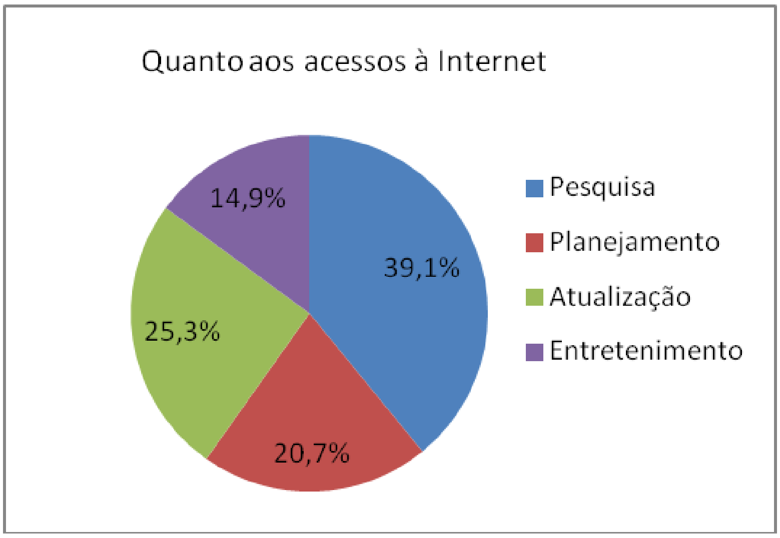


Gráfico 6: Quanto aos acessos à Internet

2) Abaixo, o gráfico mostra os sites de pesquisa mais utilizados pelos professores:

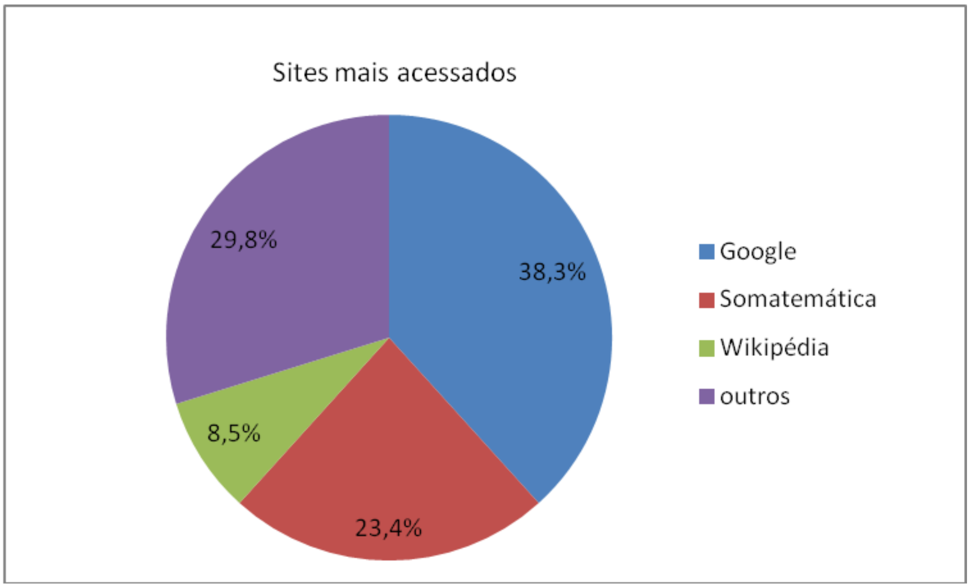


Gráfico 7: Sites mais acessados

Os sites de pesquisa mais acessados pelos professores são o Google e o Somatemática.

3) No Gráfico 8, é possível constatar que a maioria dos professores utiliza o computador na elaboração de suas aulas e a elaboração de texto é a forma mais usada.

Como item outros, foi citado pelos professores: atualização de conteúdos, trabalhos, provas, avaliações, exercícios, aulas, desafios, pesquisa e planejamento:

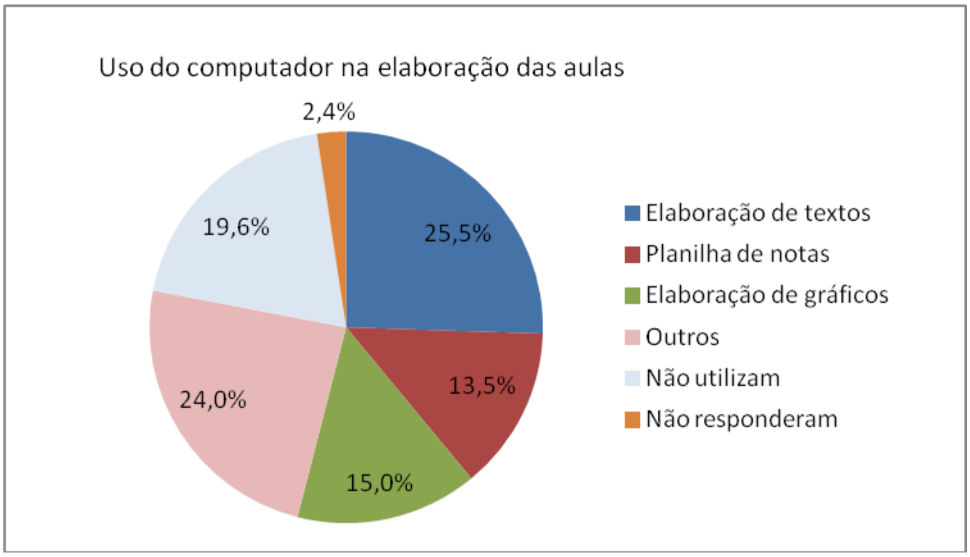


Gráfico 8: Usa computador na elaboração das aulas

4) Cerca de 40% dos professores utiliza o computador na residência e na escola para preparar as aulas:

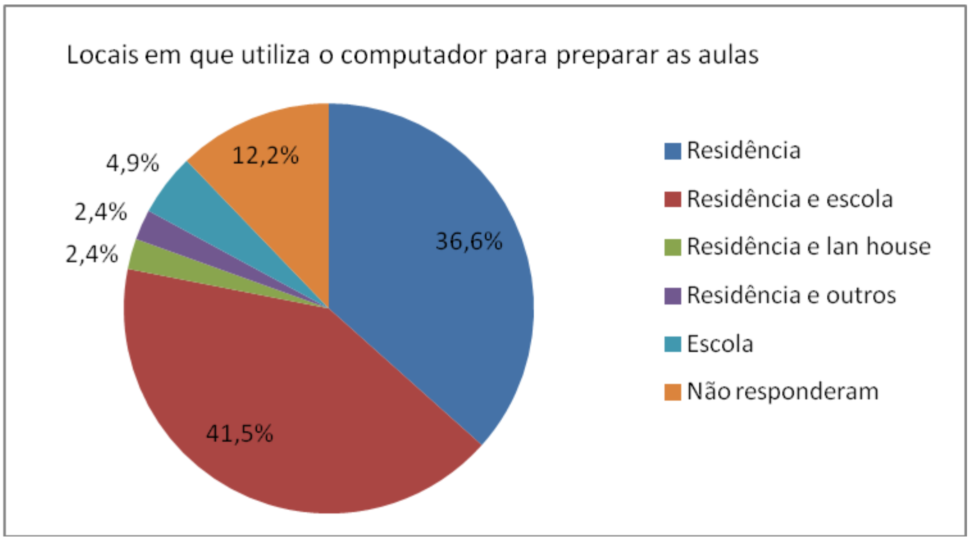


Gráfico 9: Locais em que utiliza o computador para preparar as aulas

3.3.4 Tecnologia Aliada à Execução das Atividades de Ensino

1) A pesquisa evidenciou que, dentre as 16 escolas estaduais pesquisadas, apenas 2 não possuem Laboratório de Informática.

2) Constatou-se que a maioria das escolas disponibiliza o Laboratório de Informática a todos os professores, para a execução de suas aulas:

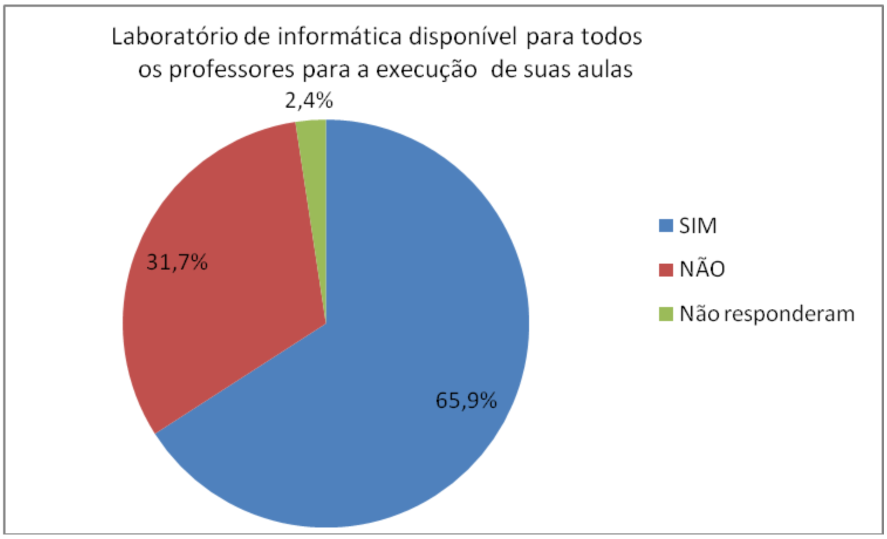


Gráfico 10: Laboratório de Informática disponível para todos os professores para a execução de suas aulas

3) Pode ser visualizado, no Gráfico 11, que apenas 4,9% dos pesquisados utiliza o computador como ferramenta de ensino. A grande maioria não o utiliza:

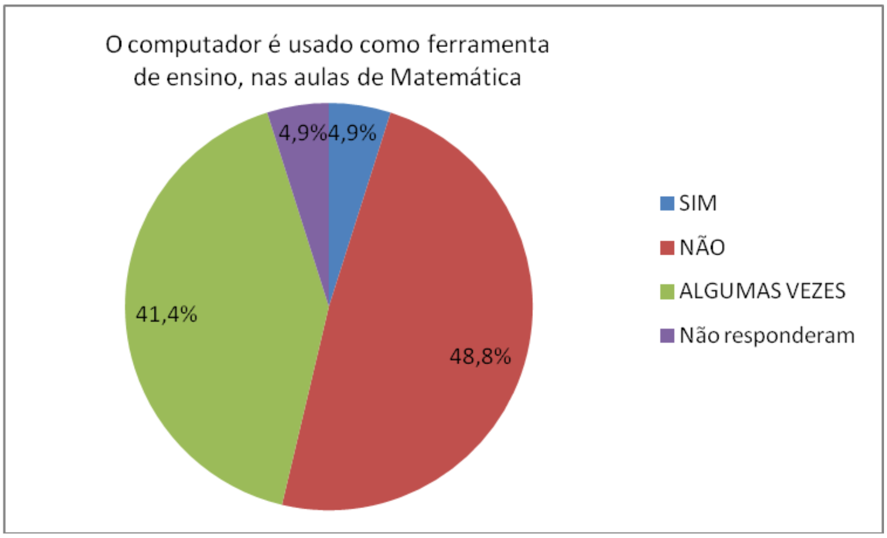


Gráfico 11: O computador é usado como ferramenta de ensino

4) Esta questão foi respondida por cerca de 50% dos pesquisados. O Gráfico 12 apresenta os software e aplicativos citados apenas por estes professores e aponta, os software gráficos e o editor de texto, como os mais utilizados pelos professores:

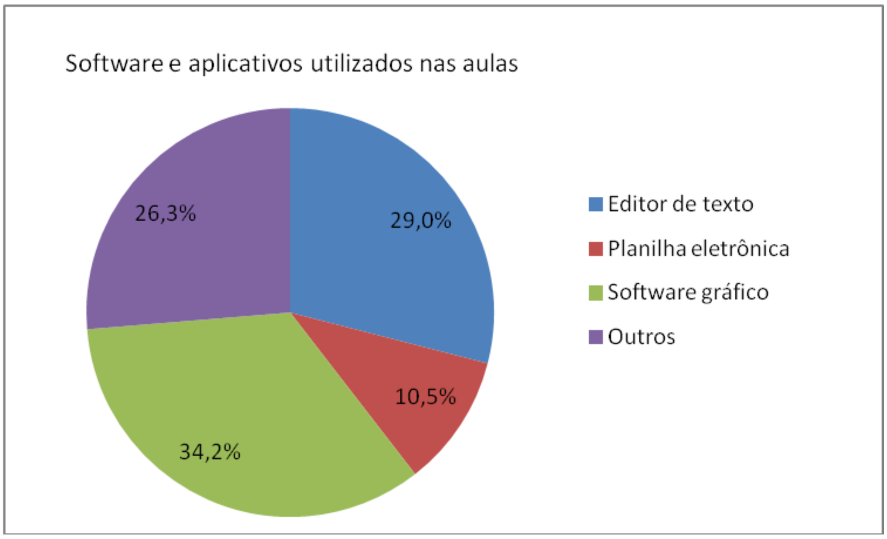


Gráfico 12: Software e aplicativos utilizados nas aulas

No item outros, os software e aplicativos citados foram: *Equation*, Geogebra e Régua e Compasso.

5) Esta questão foi respondida por cerca de 70% dos pesquisados. O Gráfico 13 apresenta os resultados citados apenas por estes professores. Observa-se a predominância no uso de sites:

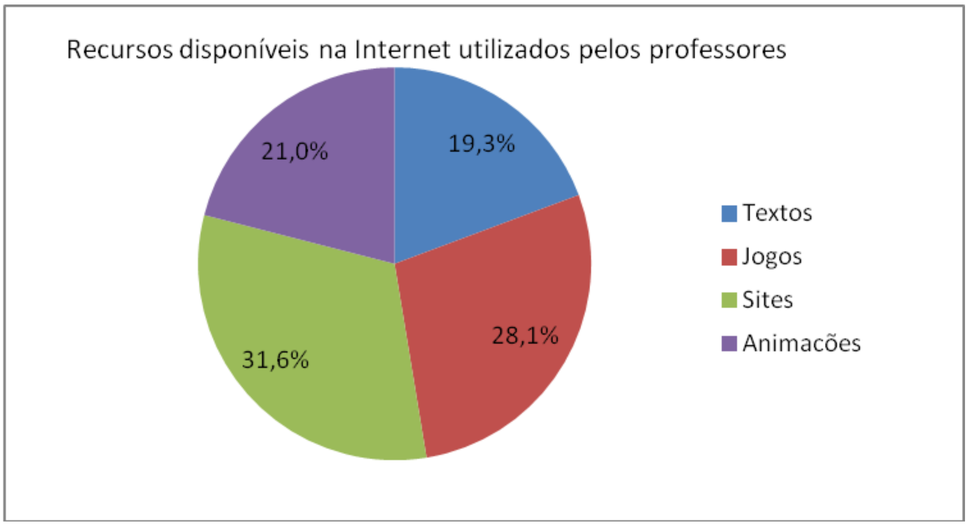


Gráfico 13: Recursos disponíveis na Internet utilizados pelos professores

6) Cerca de 50% dos professores relatou uma experiência didática, na qual o computador foi utilizado como ferramenta de ensino. Destas, a metade envolveu gráficos de funções.

O quadro abaixo apresenta o relato das atividades desenvolvidas pelos professores:

Tabela 2: Relato de experiências usando o computador

Prof.	Nível	Nº alunos	Nº computadores	Aplicativo	Assunto	Metodologia
P1	EJA	20	-	Equation 3	Potência e Radiciação.	Pesquisa de conteúdo conceitual e exercícios.
P3	EM	28	20	Geogebra	Gráficos f(x) linear e afim, cálculo de raízes, pontos pertencentes ao gráfico, coeficiente linear.	Traçar a reta na máquina. Fazer esboço no caderno.
P6	EM	-	16	Editor de texto e jogos	Aprender a usar o computador	Os que não sabem aprendem.
P10	EM	38	20	Geogebra	Geometria Analítica	Observação e criação de gráficos.
P12	EF	70	20	Internet	Equação do 2º grau	Pesquisa.
P14	EF	32	-	-	Equação e gráfico	-
P16	EF	35	16	-	Equação do 2º grau	Procurar jogos com as formas geométricas e construção de sólidos.
P17	EF	30	1	PowerPoin t	Gráficos	Mostrar gráficos e pesquisas.
P18	EM	20	-	Cabri Geométric o	Geometria	-

Prof.	Nível	Nº alunos	Nº computadores	Aplicativo	Assunto	Metodologia
P19	EM	41	-	Internet	Sólidos geométricos	Pesquisa no Google em sites de geometria, os alunos visualizarão os sólidos e suas planificações para integrar as fórmulas com as figuras.
P25	EF	33	20	Software educativo infantil	Problemas de raciocínio	Exercícios e prática: perguntas e respostas utilizadas para revisar o conteúdo dado.
P30	EF	40	18	Graphmat	Função polinomial do 1º grau	Aplicações do software para correção dos gráficos desenvolvidos pelos alunos.
P31	EM	40	-	Internet	Funções	Atividade realizada em casa, programa disponível em site de pesquisa, após a pesquisa do site o aluno alimenta as informações e obtém o desenho do gráfico, percebendo as ligações entre elas.
P33	EF	42	12	-	Átomo e corpo humano	Os alunos pesquisaram os assuntos propostos e fizeram uma exposição dos mesmos.
P34	EF	18	6	Internet	Gráficos	Os alunos baixaram alguns gráficos da Internet, aprenderam a ler, interpretar e, alguns, a calcular.
P35	EM	28	18	-	Soluções químicas	Objetos de aprendizagem - eles se sentem verdadeiros químicos.
P36	EF	20	21	Álgebra de Boole	Lógica	Cartas com raciocínio lógico para descobrir os personagens das histórias.
P39	EM	35	15	-	Função do 1º grau	Planilha de gráficos, os alunos construíram os gráficos de acordo com as funções dadas.
P41	EM	32	20	-	Função do 1º grau	Construções de gráficos, estudo da função polinomial.

7) Cerca de 80% dos pesquisados considera importante o uso de recursos computacionais no ensino de Matemática, sendo as razões mais citadas: melhorar a aprendizagem; desenvolver a criatividade; e, permitir a visualização de conceitos abstratos. Os professores que relataram experiências de ensino utilizando a Informática, transcritas na questão anterior, pertencem a este grupo.

Dentre o baixo índice, 7,3%, que considera o uso de recursos computacionais como não importante, foi registrada como justificativa: a escola não possui Laboratório; a Informática torna os alunos mais preguiçosos para pensar; o uso de computador prejudica a concentração dos alunos. Nenhum, dentre estes professores, mencionou o uso do computador em atividades realizadas (sequer uma atividade foi citada).

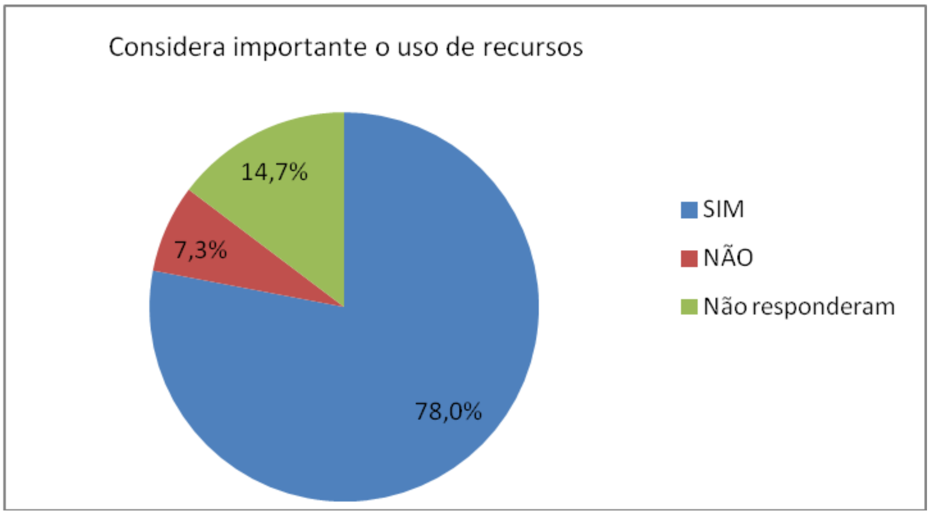


Gráfico 14: Importância do uso de recursos computacionais no ensino

A seguir, são transcritas as justificativas das respostas dos professores:

> **P1:** Sim. Acredito que o envolvimento da Matemática com a tecnologia mostra aos alunos tanto a aplicabilidade como o prazer. Fatores estes fundamentais em minha opinião.
>
> **P3:** Sim. Proporciona ao aluno a visualização de valores calculados de forma apenas mecânica.
> **P4:** Sim.
> **P6:** Sim. Acompanhar a tecnologia e motivar o aluno.
> **P7:** Não. Os alunos fogem das propostas com muita facilidade.

P8: Sim. Para que a aula se torne mais agradável, chame a atenção dos alunos.
P9: Sim.
P10: Sim. Além de tornarem as aulas mais interessantes, abrem um leque de possibilidades a cada novo "site" encontrado.
P11: Sim. Principalmente na área de gráficos e geometria, pois facilita a aprendizagem.
P12: Sim, porque os recursos computacionais auxiliam o trabalho em aula.
P13: Sim. Para melhorar o raciocínio lógico.
P14: Sim. Mostrar outras formas, inovar a didática.
P15: Sim.
P16: Atrai mais a atenção e ensina de forma lúdica.
P17: Sim. É um recurso moderno que ajuda a chamar a atenção dos alunos para a disciplina.
P18: Sim, porque desenvolve o raciocínio lógico.
P19: Sim. Através desses recursos é possível compreender muitas fórmulas com exemplos práticos e visíveis.
P20: Sim, porque os recursos tecnológicos estão muito presentes e a Matemática precisa ser trabalhada com essa ferramenta para melhorar a compreensão de gráficos e funções.
P21: Sim. Para a construção e a visualização de conteúdos abstratos.
P22: Sim, pois estimula a compreensão e a criatividade do aluno.
P24: Sim, porque as aulas se tornam dinâmicas.
P25: Sim. Esses recursos desenvolvem as potencialidades do aluno, reforça o aprendizado, estimula a curiosidade, incentiva a criatividade.
P27: Não, porque o aluno fica preguiçoso para pensar e nem todos possuem e não tem laboratório para utilizar.
P28: Não.
P29: Sim, pois pode melhorar o aprendizado tornando mais interessante.
P30: O recurso computacional é importante no ensino de todas as disciplinas, mas na Matemática se tornou ferramenta necessária para a compreensão do conteúdo em situações de aprendizagem.
P31: Sim, pois o aluno pode visualizar o conteúdo trabalhado na tela e pode relacionar com a sua realidade.
P32: Sim. Para despertar o interesse (como objeto de estudo) nos alunos.
P34: Sim, porque são atrativos para as aulas.
P35: Sim, essa prática fixa o que ficaria só na imaginação.
P36: Sim, pois é um instrumento que desperta o interesse dos alunos.
P38: Sim. Os recursos tecnológicos estão inseridos no dia a dia é impossível ensinar se afastando da realidade.
P39: Sim, pois estimula e incentiva a participação de todos, se tornando mais simples e dinâmico.
P40: Sim. Mais um instrumento e pelos recursos.
P41: Sim, pois podem visualizar os gráficos, como acontece sua construção.

8) Como dificuldades, para desenvolver os conteúdos de Matemática usando o computador, as mais citadas foram: a falta de conhecimento de Informática; as turmas numerosas; a falta de tempo; falta de Laboratório funcionando; e, alunos despreparados. Este fato pode ser constatado nas citações transcritas abaixo:

> **P29:** A dificuldade maior é não ter domínio suficiente para utilizá-lo em sala de aula.
> **P11:** A falta de computadores, ou seja, um número pequeno de computadores para muitos alunos.
> **P16:** Alguns alunos não sabem manusear a máquina, não temos monitor para o auxílio.
> **P7:** Faltam preparação e conhecimento de software, não tenho tempo para cursos, nem dinheiro para pagá-los.
> **P22:** Tempo; a falta de cursos de Informática; a falta de segurança de entrar na Sala de Informática com os alunos.
> **P31:** Ter um Laboratório disponível e equipado na escola.
> **P8:** Falta de um curso de capacitação para nós professores.
> **P35:** Tempo para elaborar objetos de aprendizagem.
> **P30:** Poucos software que trabalhem os conteúdos com clareza.
> **P20:** O entendimento da aula e a concentração dos alunos, muitos acham que aulas se resumem a quadro e giz.

9) Dentre os incentivos mencionados pelos professores como necessários, a fim de que o professor use recursos computacionais em aulas de Matemática, os mais citados foram: cursos de capacitação para os professores; Laboratórios de Informática em condições de uso; e, alguém com preparação técnica básica para auxiliar com os equipamentos.

10) A grande maioria dos professores pesquisados, 82,9%, demonstrou interesse em receber retorno sobre a pesquisa e o material didático elaborado a partir da mesma:

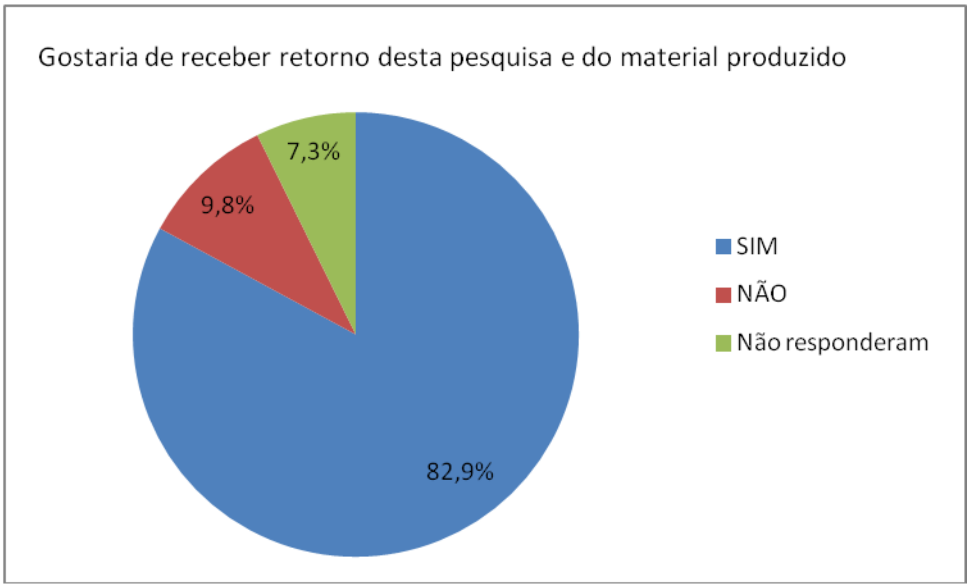


Gráfico 15: Interesse dos professores em receber retorno desta pesquisa

3.4 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Os dados levantados mostram que cerca de 90% das escolas estaduais do Município de Alvorada possui Laboratório de Informática. No entanto, em algumas escolas, este não está disponível aos professores para ministrarem suas aulas. Neste contexto, verificou-se que 48,8% dos pesquisados não utiliza o computador como ferramenta de ensino, apenas 4,9% mencionou fazer uso deste recurso e 41,4% respondeu que usa às vezes.

Também foi possível verificar, entre os professores, que 78%, considera importante a inclusão da Informática nas aulas, mas, dentre estes, apenas 53% faz uso deste recurso. Nenhuma experiência de ensino usando o computador foi relatada por professores que não o consideram importante. Dentre os exemplos de atividades mencionados, foi possível constatar que, na maioria, o número de computadores era muito inferior ao número de alunos. Este fato, talvez, tenha dificultado o trabalho do professor e a aprendizagem do aluno. Os assuntos relatados foram: Potência e Radiciação; Aprender a usar o computador; Geometria Analítica; Sólidos Geométricos; Problemas de raciocínio lógico; Átomo e corpo humano; Soluções químicas; Gráfico de Função do 1º grau e do 2º grau, sendo estes os mais citados.

A pesquisa aponta que 50% dos professores leciona simultaneamente no Ensino Fundamental e no Ensino Médio, cerca de 10% atua em três escolas diferentes, cerca de 70% dos professores leciona duas disciplinas e cerca de 70% possui carga horária de sessenta horas semanais. A análise destes dados permite afirmar que a inserção da Informática, na sala de aula das escolas estaduais deste Município, não é algo tão trivial, tendo em vista a realidade de trabalho que exige, destes professores, mais tempo para realizar o planejamento ou deslocamentos e, conseqüentemente, menos tempo para investir em cursos de atualização.

Conforme registrado no questionário, o professor considera a falta de preparo como a causa mais importante que se interpõe ao uso do computador no ensino de Matemática. Tal empecilho pode fazer com que o professor não avance para a *zona de risco* (BORBA; PENTEADO, 2005), caracterizada pela imprevisibilidade, pois a falta de conhecimento sobre esta tecnologia dificultará o andamento das aulas. A inexistência de Laboratório, e, quando existe, o número insuficiente de computadores disponíveis, diante do número de alunos, e a falta de suporte técnico, para a execução das tarefas de ensino, também foram citados como fatores capazes de contribuir para distanciar a tecnologia da sala de aula.

Quanto aos resultados obtidos com a pesquisa e ao material didático, elaborado nesta dissertação, 82,9% respondeu que tem interesse em ser informado e ter acesso. Este percentual ratifica a importância atribuída a um ensino que contemple o uso das TIC pelos professores consultados.

A realidade das escolas Estaduais do Município de Alvorada, certamente, muito se assemelha à enfrentada por professores de outras cidades brasileiras. Portanto, para a expansão e a inclusão das TIC, no ensino, é importante propor ações que atendam às suas necessidades.

4 A PROPOSTA DIDÁTICA

Neste capítulo, consta a concepção, a experimentação e a análise dos resultados da seqüência didática elaborada sobre o ensino de funções. Inicialmente, apresenta um breve estudo sobre a metodologia de pesquisa utilizada, a Engenharia Didática.

4.1 A METODOLOGIA

A Engenharia Didática é uma metodologia de pesquisa, desenvolvida por Michele Artigue, que permite o estudo das relações entre a ação e a pesquisa na sala de aula.

Esta metodologia leva em conta os motivos das decisões tomadas pelo professor, durante o planejamento na sala de aula, bem como as ações em si, sendo que devem aparecer na investigação e, segundo a autora:

> [...] a teoria didáctica constitui um apoio que o investigador utiliza à maneira de um engenheiro. Não será esta face da sua actividade que ele colocará em primeiro plano num artigo de investigação destinado à sua comunidade científica, mas antes, consciente ou inconscientemente, aquilo que ele sente ter constituído a sua obra de investigador. (ARTIGUE,1996, p.201).

A Engenharia Didática é dividida em quatro fases metodológicas, a saber:

a) análises prévias: estudo teórico sobre o conteúdo de interesse, a análise das características do ensino habitual e das concepções e dificuldades dos alunos;
b) concepção da proposta didática e análise *a priori*: fase da elaboração da proposta didática que tem por objetivo analisar a importância desta intervenção para os alunos, traçar possíveis comportamentos e formas de

controle dos mesmos, e definir as hipóteses que serão testadas na fase da experimentação;

c) experimentação: fase da aplicação da seqüência didática planejada; e,
d) análise *a posteriori* e validação: a partir das observações realizadas durante a aplicação da proposta e da análise do material produzido pelos alunos é feita a análise *a posteriori,* com o objetivo de validar (ou não) a seqüência didática. A validação ocorre no momento do confronto das análises *a priori* e *a posteriori.*

O uso de questionários, de testes individuais ou em pequenos grupos, serve de instrumento para a obtenção de informações, podendo ser realizado em vários momentos da intervenção didática ou no final.

Artigue (1996, p. 200) afirma que a dificuldade de trabalhar o conhecimento matemático do ponto de vista geométrico (representação gráfica) se encontra em três planos: epistemológico, cognitivo e didático.

No plano epistemológico, destaca o domínio do algébrico (resolução por fórmulas), que se deu ao longo da história em detrimento à geometria e à resolução numérica. No plano cognitivo, ressalta a importância do conhecimento ser abordado constantemente e passando por estas três formas de representação, a saber: numérica, algébrica e geométrica, ainda que a distância entre os níveis do conhecimento necessários torne a tarefa delicada. E, no plano didático, considera o ensino está centrado no uso de algoritmos.

O estudo qualitativo, por sua vez, promove o desenvolvimento de métodos. Estes não podem ser baseados, simplesmente, numa seqüência de atividades, colocando o professor na situação de um investigador e, muitas vezes, conduzindo-o a admitir não ter respostas para todas as questões que surgem ao longo do caminho.

Em cada uma das fases do trabalho de investigação, é possível retomar e reelaborar as análises de acordo com as necessidades detectadas.

4.2 A CONCEPÇÃO DA PROPOSTA DE ENSINO

As observações, durante o ano de 2008, quando da realização do estágio supervisionado – uma exigência do Mestrado em Ensino de Matemática da UFRGS – com alunos do Ensino Médio da Escola Estadual de Educação Básica Professor Gentil Viegas Cardoso, foram o ponto de partida para a elaboração da seqüência didática presente nesta dissertação.

À época, foi abordado o conteúdo de funções, com ênfase no estudo de situação-problema, e introduzidos os conceitos de limite e de continuidade. As aulas, ministradas pela pesquisadora, foram expositivas e foi usado um polígrafo, contendo espaços em branco (APÊNDICE A), que deveria ser completado pelos alunos à medida que acompanhavam as explicações.

Acredita-se que o uso repetitivo da metodologia: completar o polígrafo após a explicação tornou o desenvolvimento do assunto monótono e propiciou o desinteresse.

Na avaliação, sobre o referido estágio, foi possível constatar que um grande número de alunos apresenta dificuldade na aprendizagem de Matemática. E, em especial, quanto ao tópico de funções, ouviam-se os comentários: "- Nossa! É muito difícil!"

Um ponto positivo consistiu no uso de alguns problemas presentes no cotidiano e em outras Ciências, pois permitiu estabelecer o vínculo entre o conteúdo matemático, visto na disciplina, e a sua aplicabilidade, despertando o interesse dos alunos.

Observa-se que, geralmente, o ensino de Matemática se restringe ao uso do quadro, giz e livro didático. As aulas são meramente expositivas, sendo o assunto desenvolvido na seguinte seqüência: definição, exemplos e exercícios, repetições dos exemplos. Acredita-se que este procedimento reduz a aprendizagem de Matemática à memorização de conceitos e à aplicação de algoritmos. O aluno é levado a conceber a Matemática como uma disciplina cujo único objetivo é aplicar regras logicamente organizadas e sem nenhuma utilidade prática. Também, no ensino de funções, não é diferente. Há uma excessiva valorização da manipulação algébrica das leis e do uso de tabelas para a construção de gráficos; o vínculo, entre o conceito fundamental de função e as diferentes leis, é negligenciado. Deste modo, conduz ao ensino compartimentado do assunto.

Além disso, é pouco explorada a aplicação em situações do dia-a-dia e a vinculação a fenômenos ligados a outras Ciências. É notório que a abstração, a concretização, a concatenação e a expansão de idéias não são contempladas neste método de ensino.

Em relação ao conteúdo de função, foi possível perceber, durante o estágio citado anteriormente, que os alunos apresentavam dificuldades em:

a) estabelecer associações entre os diferentes tópicos de um assunto estudado. Para eles, quando se encerra um determinado tópico, este não será mais necessário para os demais temas;

b) identificar uma função representada através de um gráfico;

c) identificar a variável dependente, a variável independente, o domínio, o contradomínio e a imagem, quer seja a partir da lei da função ou de sua representação gráfica;

d) atribuir nomenclaturas diferentes às variáveis x e y relativas aos eixos cartesianos, quando se trabalha com problemas aplicados à outras Ciências;

e) obter o domínio, o contradomínio e a imagem de uma função e, conseqüentemente, classificá-la em sobrejetora, injetora ou bijetora, quando se trata da análise da representação gráfica;

f) diferenciar o domínio associado à lei Matemática do domínio relativo a uma situação-problema. Pois, os livros didáticos, em geral, não contextualizam o domínio, o contradomínio e a imagem de uma função em problemas reais. Aqui, é interessante destacar o questionamento de um aluno durante o estudo da parábola vinculada ao lançamento de uma bola: “- Por que o gráfico da parábola continua descendo, se a bola não fura o chão?”. Ao formular esta questão, o aluno visualizava o gráfico da parábola e, segundo o mesmo, era aceitável a continuidade do gráfico em relação ao tempo (eixo das abscissas), mas questionava quanto aos valores negativos da altura medida sobre o eixo das ordenadas;

g) avançar nos estudos devido às deficiências de aprendizagem em conteúdos matemáticos anteriores. Como, por exemplo, a divisão de 0,5 metros por 2 segundos. Os alunos só conseguiram resolver no momento em que se sugeriu recorrer à divisão de cinqüenta centavos por dois e, eles, rapidamente, responderam "é 0,25". No entanto, não conseguiam compreender o significado real deste valor, na situação-problema. Foi necessário, então, recorrer à diferença de tempo entre a chegada, por exemplo, do campeão e do vice-campeão em uma competição de natação, que é de décimos de segundo;

h) obter o resultado da divisão de uma variável por ela mesma, $\frac{x}{x}$, sendo x inteiro e diferente de zero e de reconhecer os símbolos $\in$(pertence), $\notin$(não pertence), $<$ (menor) e $>$ (maior); e,

i) interpretar alguns problemas e utilizar o conhecimento matemático necessário para resolvê-los.

Também é importante destacar que o grande número de alunos (trinta e cinco), a estrutura da sala de aula e o excesso de barulho, vindo do pátio por conta de outras turmas em recreio, não contribuíram para a formação de um ambiente propício para a aprendizagem.

Foi observado que a representação, através do diagrama de flechas, facilita a compreensão dos conceitos de domínio, contradomínio e imagem, função sobrejetora, injetora e bijetora, além da identificação de uma função.

A idéia de o conjunto imagem estar contido no conjunto do contradomínio facilitou aos alunos a diferenciação destes dois conceitos.

Entretanto, o modo como o conteúdo de funções foi desenvolvido, no estágio de 2008, não foi satisfatório devido à deficiência na preparação do aluno para transpor os conceitos estudados às situações práticas, ao baixo desempenho e ao desinteresse em aprender.

A insatisfação com os resultados obtidos fez com que surgisse a necessidade de formular uma nova proposta de ensino, com o intuito de despertar o interesse do aluno em aprender Matemática e, conseqüentemente, melhorar o seu desempenho. Com este propósito, a concepção do material a ser desenvolvido foi baseada na questão norteadora[10], mencionada na introdução desta dissertação, e no posterior estudo, sobre a fundamentação teórica necessária para a sua viabilização, apresentado no Capítulo 2.

Com vistas a oferecer uma adequada metodologia, no ensino/aprendizagem de funções, que se aproprie de recursos de multimídia, com o objetivo maior de cativar o aluno para a Matemática e promover a sua participação no processo de aprendizagem, fez-se necessário o planejamento de um material de fácil utilização. Esta flexibilidade é disponibilizada para o computador e para o aparelho de TV. O produto multimídia foi organizado de forma a ir além do estudo de um conteúdo específico de Matemática e com a intenção de motivar o professor a mudar sua prática pedagógica.

O argumento, encontrado em Borba (1999), que a Matemática aliada às tecnologias é um dos caminhos para ensinar o aluno de forma mais atrativa, propiciando uma melhor compreensão dos conceitos apresentados, foi também uma diretriz deste trabalho. Deste modo, a elaboração da estratégia de ensino contempla simulações que descrevem problemas ou expõem conceitos, através da utilização de textos e imagens animadas.

Com os recursos computacionais e a interdisciplinaridade, inseridos em atividades em grupos, exercícios de auto-avaliação e tarefas em Laboratório, buscou-se desenvolver uma seqüência didática que atenda à questão norteadora.

Acredita-se que o ensino da Matemática, associado à visualização gráfica e a recursos de animação, torna a aprendizagem uma tarefa agradável e, em particular, estimula o desenvolvimento da inteligência Espacial-Visual. Neste sentido, o psicólogo Howard Gardner[11] classifica a inteligência em sete tipos. Segundo o autor, a inteligência Espacial-Visual é a responsável pela capacidade do indivíduo em visualizar de maneira precisa o mundo que o cerca. Esta capacidade se manifesta em sua habilidade de estabelecer relações e de manipular objetos de sua experiência visual, através da formação de imagens mentais.

---

[10] Questão norteadora, mencionada na Introdução: O uso de recursos de Informática desperta o interesse em aprender e facilita a compreensão do conceito de função?

[11] Howard Gardner, psicólogo, é o responsável pela teoria das inteligências múltiplas. Recentemente, acrescentou dois novos tipos de inteligência: "naturalista" e "existencial". Disponível em: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Intelig%C3%AAncias_m%C3%BAltiplas>. Acesso em: 09 mai. 2009.

Os conceitos de simetria, dilatação, contração e reflexão foram apresentados no *PowerPoint*. O *software Winplot* foi utilizado para trabalhar com a manipulação de pares ordenados, por facilitar a visualização e as alterações realizadas nos mesmos. As animações das situações-problema foram construídas no *software Flash* 8.

Espera-se com a seqüência didática proposta uma aprendizagem com mais significado, oportunizando ao aluno estabelecer relações entre o que está sendo estudado e o conhecimento previamente adquirido. Em particular, na resolução de problema é desejada a associação da Matemática com situações da vida real.

As Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCN+, 2006, p. 118), por sua vez, ressaltam a importância do uso de problemas no ensino de funções, com a seguinte afirmação:

> Os problemas de aplicação não devem ser deixados para o final desse estudo, mas devem ser motivo e contextos para o aluno aprender funções. A riqueza de situações envolvendo funções permite que o ensino se estruture permeado de exemplos do cotidiano, das formas gráficas que a mídia e outras áreas do conhecimento utilizam para descrever fenômenos de dependência entre grandezas. O ensino, ao deter-se no estudo de casos especiais de funções, não deve descuidar de mostrar que o que está sendo aprendido permite um olhar mais crítico e analítico sobre as situações descritas.

Ao encontro da questão norteadora, ou seja, no intuito de tornar o ensino-aprendizagem do conteúdo de funções mais interessante, foram elaboradas animações relativas a problemas e conceitos matemáticos pertinentes. Estas animações possibilitam, a partir de diagramas de flechas, de tabelas entrada-saída de dados e da análise do conjunto envolvido, o estudo dos seguintes tópicos: domínio (em que a variável independente é contínua e domínio em que a variável independente é discreta), contradomínio, imagem, reconhecimento de uma função e classificação como injetora, sobrejetora e bijetora, continuidade por partes e noção de limite. Ou seja, o domínio nos casos em que a variável independente assume valores no conjunto dos reais ou no conjunto dos inteiros e naturais.

A justificativa para o uso de tabelas, no estudo de funções, se deve ao fato de acreditar que este facilite ao aluno estabelecer associações entre as variáveis dependente e independente, bem como a posterior transposição das informações para o gráfico. Esta forma de trabalho vem ao encontro dos PCNEM+ (2006, p. 118) que sugerem: “[...] o ensino pode ser iniciado diretamente pela noção de função para descrever situações de dependência entre duas grandezas, o que permite o estudo a partir de situações contextualizadas, descritas algébrica e graficamente”.

As atividades foram desenvolvidas ora com a interação dos alunos, ora com a observação e questionamento dos mesmos, diante da exposição dos objetos com o uso de recursos visuais e computacionais.

Face às considerações acima, o objetivo primordial desta proposta foi desenvolver o conceito de funções, limites e continuidade de forma intuitiva, com o uso de objetos animados criados no software Flash 8. Tais objetos são simulações de situações do dia-a-dia e de problemas relacionados a outras áreas do conhecimento (Física, Química, Biologia, etc.), com o propósito de tornar o ensino-aprendizagem de Matemática mais significativo, atraente, instigante e melhorar a compreensão de funções.

Com vistas à aplicação da seqüência didática, foram estabelecidas as hipóteses descritas a seguir:

a) sobre o aluno e seu desempenho: o aluno será cativado a aprender Matemática, aumentando o interesse e a dedicação ao estudo e, com isso, terá melhor desempenho nas atividades;
b) sobre o aluno e seu conhecimento prévio:
   - espera-se que a revisão dos conteúdos (nas duas primeiras semanas do período letivo), necessários ao entendimento dos novos assuntos, seja suficiente para promover a aprendizagem efetiva dos alunos, e,
   - pressupõe-se que o aluno tenha conhecimento básico sobre a teoria dos conjuntos, operações aritméticas e algébricas fundamentais (resolução de equações algébricas do 1º e 2º grau). Aqui, caberá ao professor a elucidação de dúvidas e a retomada, com certa freqüência, de tópicos matemáticos que estejam dificultando a aprendizagem do aluno sobre os novos temas; e,
c) sobre a implementação da proposta: o cronograma das atividades, distribuídas em nove encontros, será conforme o estipulado no plano de ensino da disciplina.

d) sobre os recursos:

- materiais: que esteja, no mínimo, disponível um computador, um projetor multimídia ou aparelho de TV,
- didáticos: que o uso de recursos visuais torne as aulas dinâmicas e interessantes, facilitando o entendimento do aluno e a tarefa do professor,
- que os alunos se interessarão mais por aulas nas quais se utiliza os recursos da Informática, e,
- que as animações facilitem a aprendizagem.

e) sobre os diferentes procedimentos: que as atividades propostas estejam coerentes com os objetivos e os alunos consigam estabelecer ligações entre elas.

4.3 APLICAÇÃO E ANÁLISE CONCOMITANTE DAS ATIVIDADES

O material didático foi aplicado na Escola Estadual de Educação Básica Professor Gentil Viegas Cardoso, localizada no Município de Alvorada, no bairro Jardim Algarve. A escola[12] possui 2725 alunos regularmente matriculados, 85 professores e 19 funcionários. Além de atender toda a educação básica, também oferece o Curso de Educação de Jovens e Adultos (EJA), em nível Fundamental e Médio, e o Curso de Administração na área de Gestão. É a única, no Município, que possui os cursos de EJA Médio e de Administração.

Os professores possuem autonomia no planejamento de suas aulas. A filosofia da escola baseia-se numa educação com liberdade e responsabilidade, e propostas de inovações na metodologia de ensino (feiras, projetos, seminários) são sempre bem-vindas, tanto por parte dos professores quanto por parte da equipe de supervisão escolar.

Os alunos, em sua maioria, são moradores do bairro e pertencem à classe média. Um pequeno grupo de alunos é considerado carente.

[12] Informações obtidas em setembro do ano de 2010 com os setores de secretaria e de recursos humanos da Escola Gentil Viegas Cardoso.

O desenvolvimento da proposta didática ocorreu com uma turma da 1ª série do Ensino Médio com 35 alunos, durante o primeiro semestre letivo de 2010. A turma mostrou-se agitada. Composta por adolescentes, na faixa etária de 14 a 16 anos, estes conversavam bastante, mas não apresentavam problemas graves de indisciplina. Demonstravam um bom relacionamento entre colegas e com os professores.

Ao saberem que estariam participando desta pesquisa, os alunos foram muito receptivos. Com o intuito de verificar a viabilidade da implantação desta proposta no contexto de uma sala de aula, optou-se por trabalhar com toda a turma, e não com um pequeno grupo de alunos. Também foi fator preponderante a possibilidade de análise, nestas circunstâncias, dos pontos positivos e negativos durante o desenvolvimento da ação pedagógica, a fim de disponibilizá-los para consultas posteriores.

A seqüência didática foi planejada para nove encontros. No intuito de estabelecer a associação entre a atividade, o objetivo, a sua execução e análise, na descrição dos encontros, a seguir, esta ordem é preservada.

As animações construídas no software Flash 8, bem como os slides em PowerPoint, serão referidos, a seguir, como slides, servindo, apenas, para a ilustração do material produzido. Estes objetos de aprendizagem estarão disponíveis, em DVD, colocado no APÊNDICE F.

4.3.1 ENCONTRO 1 – Construção do Plano Cartesiano

Este 1º encontro inicia por uma atividade de motivação, seguida pela construção do plano cartesiano e, por último, da aplicação de duas tarefas.

4.3.1.1 Descrição das Atividades

A turma foi dividida em grupos de cinco alunos. Cada grupo escreveu numa folha o significado da palavra “plano” sob o ponto de vista matemático. E, a seguir, um representante leu e explicou o que foi redigido para a turma. Durante as apresentações dos grupos, o professor realizou intervenções orientadas para a formalização do conceito de plano.

Na seqüência, um integrante de cada grupo ausentou-se da sala, por alguns minutos, e o grupo registrou por escrito a localização de um botão, em forma de joaninha (Figura 1), que foi colado no quadro, pela professora. O aluno, ao retornar, recebeu as orientações, verbal e escrita, de seu grupo e determinou o local de onde o botão havia sido retirado. O destaque foi dado ao grupo que marcou no quadro, com maior precisão, o local onde havia sido colado o botão:

Figura 1: Foto da joaninha (botão) representando um ponto no quadro

Ao término da tarefa, foram discutidas as maneiras de resolução usadas pelos grupos. Neste momento, coube ao professor apresentar a ferramenta formal a ser empregada como referência: o sistema de coordenadas cartesianas, em duas dimensões. Este sistema recebe este nome em homenagem ao matemático René Descartes.

Os passos, na construção do sistema cartesiano, estão exibidos, abaixo, em nove slides feitos no *PowerPoint* (Figuras de 2 a 10):

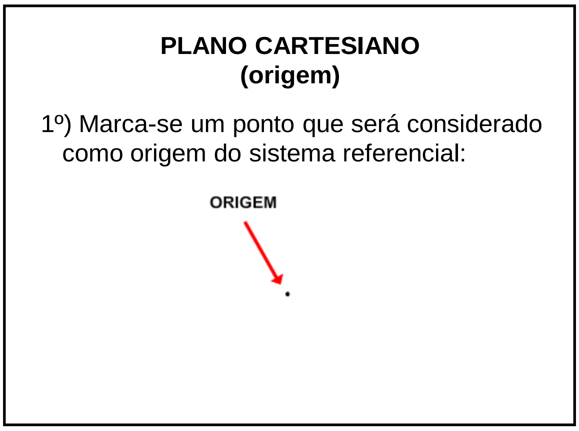


Figura 2: Origem do plano cartesiano

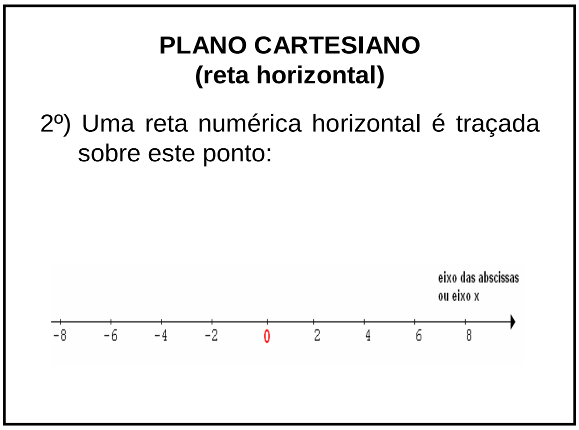


Figura 3: Reta numérica horizontal

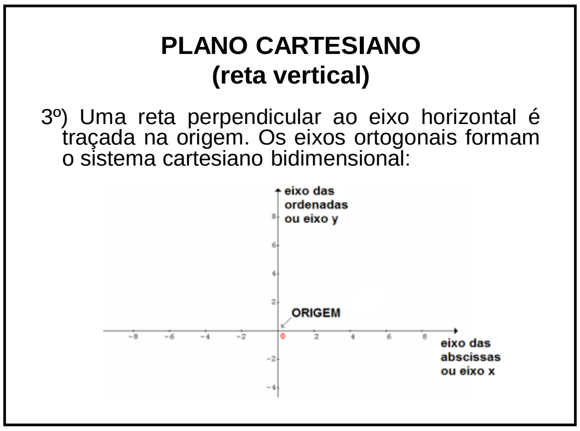


Figura 4: Sistema cartesiano bidimensional

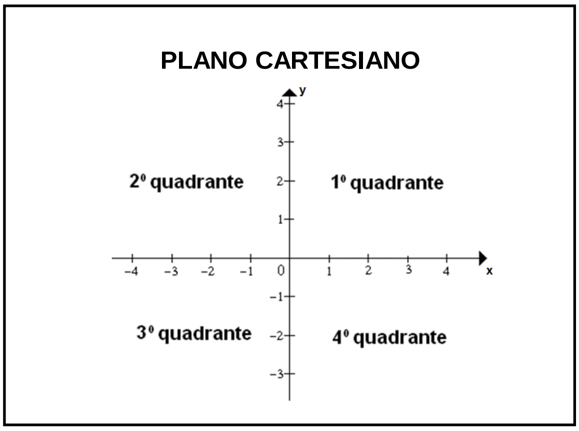


Figura 5: Quadrantes do plano cartesiano

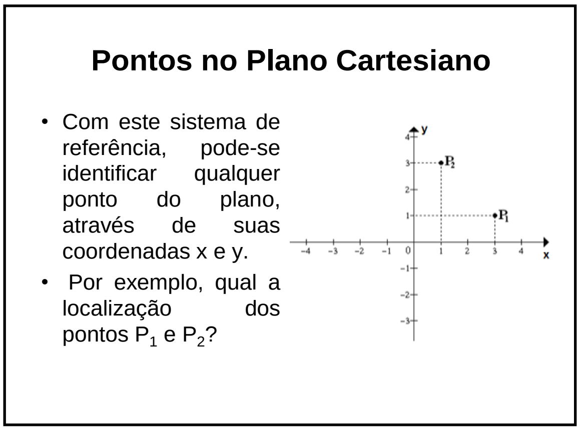


Figura 6: Pontos no 1º quadrante

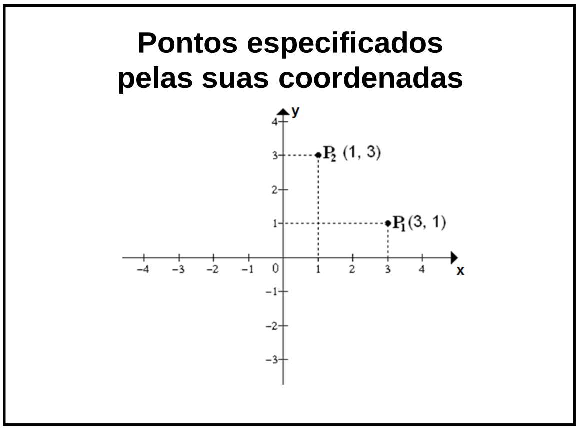


Figura 7: Marcação de pontos no plano cartesiano

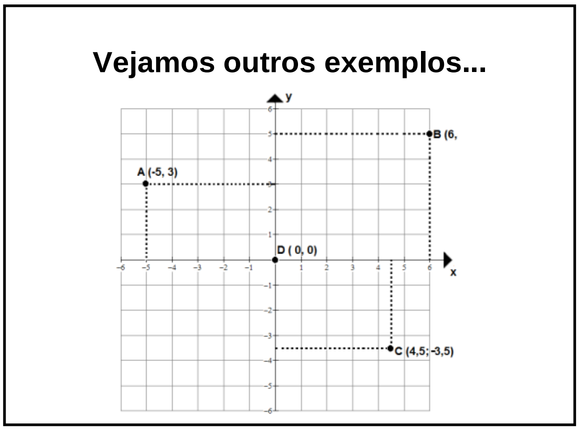


Figura 8: Pontos no plano cartesiano

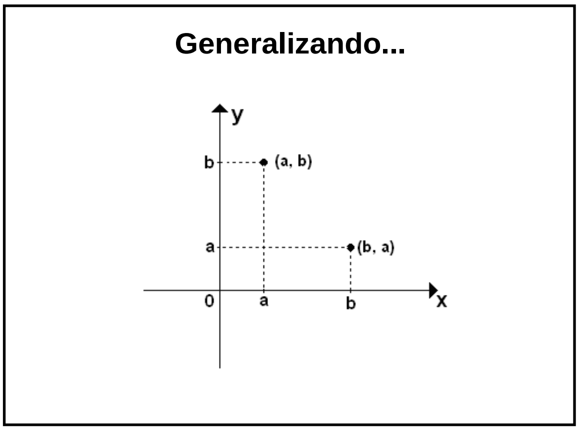


Figura 9: Generalização da localização das coordenadas no plano cartesiano

Figura 10: Matemático criador do sistema referencial cartesiano

A apresentação foi acompanhada de explicações sobre o assunto e de alguns questionamentos, a fim de levar o aluno a relacionar os procedimentos usados para resolver a atividade inicial com o plano cartesiano.

A seguir, foi distribuída aos grupos cópias de uma mesma folha de papel milimetrado com pontos marcados previamente pelo professor. A tarefa consistiu em construir um plano cartesiano sobre esta folha de papel milimetrado e determinar os pares ordenados referentes a cada ponto já desenhado. Ao final do trabalho, as coordenadas atribuídas a cada ponto foram analisadas e comentadas. Foi possível observar que os pares ordenados associados aos pontos eram diferentes para cada grupo de alunos, então o professor ressaltou que estes seriam iguais se, e somente se, o ponto escolhido como a origem do sistema fosse coincidente para todos os grupos.

Na segunda tarefa (Figura 11), dados os pares ordenados, os alunos, individualmente, os representaram no plano cartesiano e identificaram o quadrante a que pertenciam:

Represente no plano cartesiano os pares ordenados abaixo e identifique o respectivo quadrante a que pertence:

A (-3, 9)	B (2, 5)	C (-5, -7)
D (6, -8)	E (4/5, 3)	F (12/5, -10)
G (-1,25; 10)	H (5,12; -6,79)	I (0, -3)
J (0, 9)	K (-8, 0)	L (-6, 0)

Figura 11: Localização de pontos, dados os pares ordenados

4.3.1.2 Objetivos

A atividade teve como objetivos:

a) construir a idéia de plano de forma intuitiva, partindo do plano de uma das paredes da sala de aula até representar parte deste plano pelo quadro e por uma folha de ofício;

b) mostrar ao aluno que se faz necessária uma maneira precisa para localizar um objeto (no caso a joaninha colada no quadro);

c) construir o plano cartesiano bidimensional, definir um par ordenado e representá-lo graficamente; e,

d) apresentar um breve resumo histórico sobre o assunto.

4.3.1.3 Análise *a posteriori*

A maioria dos grupos conseguiu apresentar uma idéia satisfatória sobre o conceito de plano, como pode ser visto nas respostas dos grupos 2 e 3 (Figuras 12 e 13). Entretanto, alguns grupos não responderam a questão de acordo com o que foi solicitado. Observa-se, na Figura 14, que este grupo associou o conceito de plano à organização, ou seja, a um projeto de execução de cálculos para resolver um problema. Cabe ressaltar que a ambigüidade das respostas se deve a um erro na formulação da questão apresentada aos alunos (escrever o significado da palavra “plano” sob o ponto de vista matemático). A professora percebeu esta falha no momento da correção e não considerou nenhuma resposta como errada, apenas salientou que se tratava de outra forma de interpretar a questão. O enunciado apropriado, relativo ao assunto em foco na atividade, deveria ser: Qual o significado geométrico da palavra plano?

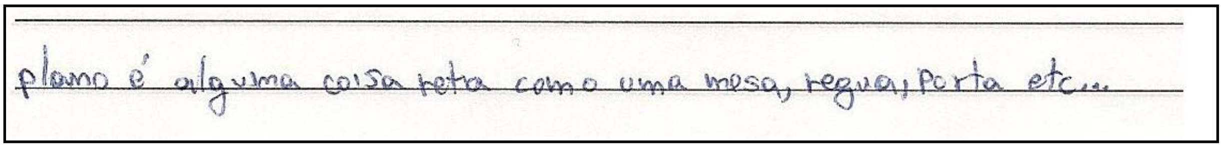

plano é alguma coisa reta como uma mesa, regua, Porta etc...

Figura 12: Idéia de plano – resposta do grupo 1

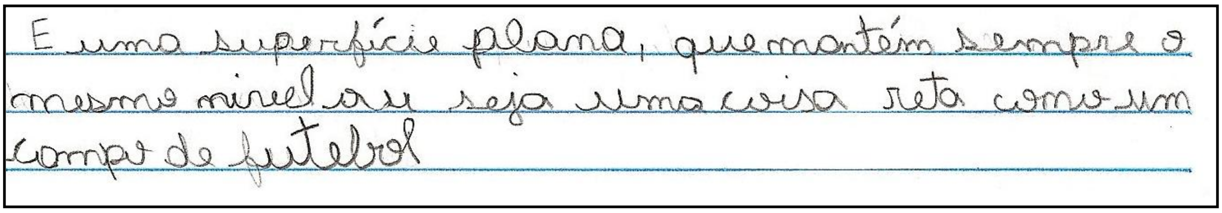

E uma superficie plana, quemantém sempre o mesmo nivel ou seja uma coisa reta como um campo de futebol

Figura 13: Idéia de plano – resposta do grupo 2

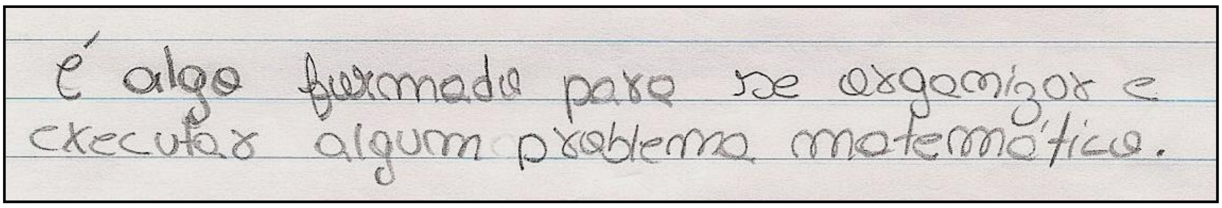

é algo formado para se organizar e executar algum problema matemático.

Figura 14: Idéia de plano – resposta do grupo 3

Os alunos, que não acertaram a resposta, afirmaram não terem associado a questão ao conteúdo de geometria.

A atividade de motivação despertou a curiosidade da turma: os alunos escolhidos para deixar a sala, ao fazê-lo, questionavam sobre o que iria acontecer.

Após as devidas explicações, alguns representantes dos grupos se dirigiram ao quadro para medir e anotar as instruções para o colega que havia se ausentado, momentaneamente (Figura 15). A unidade de medida utilizada, por iniciativa própria dos grupos, foi a palma da mão:

Figura 15: Alunos medindo e anotando a localização da joaninha

Após o registro dos dados, o botão foi retirado do quadro. Os alunos foram convidados a entrar, para receber a orientação de seu grupo (Figura 16), sendo que, duas anotações estão reproduzidas nas Figuras 17 e 18:

Figura 16: Grupos explicando ao colega a localização da joaninha

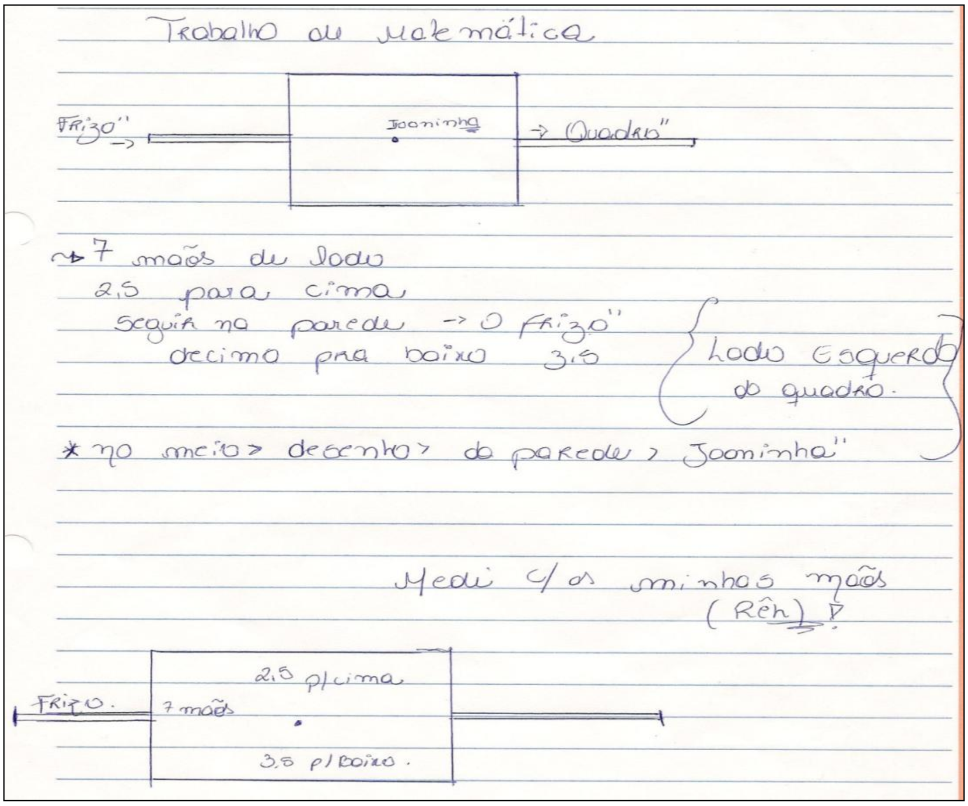


Figura 17: Anotações – grupo 1

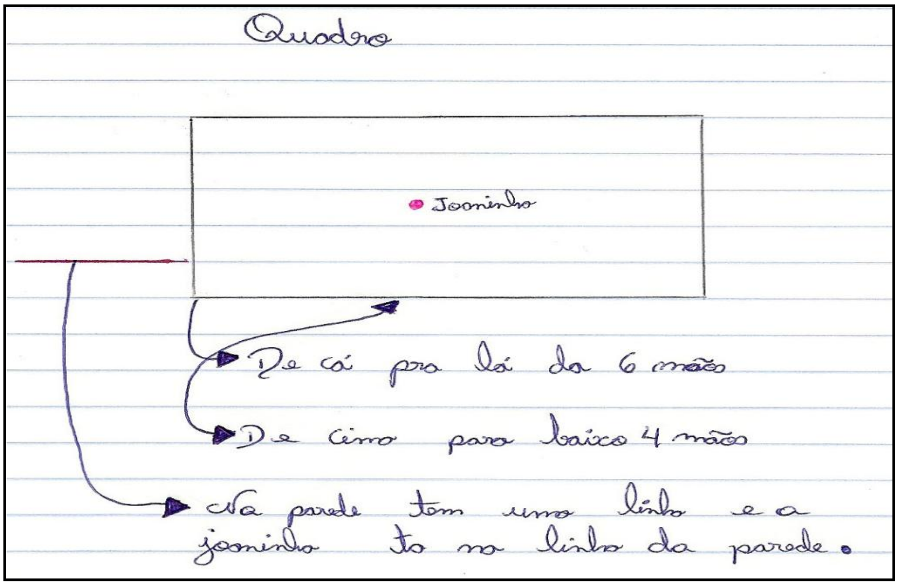


Figura 18: Anotações – grupo 2

Foi possível perceber que a maioria dos alunos se aproximou bastante do local correto, conforme ilustrado na Figura 19. Sendo que, a representante A foi a que mais se distanciou; e, os representantes próximos ao grupo que marcou C, grupo vencedor, provavelmente acertariam se houvessem utilizado um objeto como unidade de medida fixa.

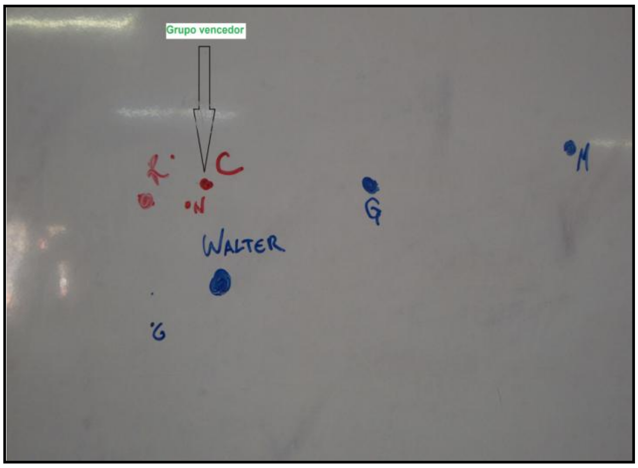


Figura 19: Pontos marcados pelos representantes

A seguir, a turma foi questionada quanto aos fatores que contribuíram para que nem todos acertassem a localização do objeto colado no quadro. Um aluno associou o erro à unidade de medida utilizada (palmo), pois esta varia de uma pessoa para outra. Este comentário levou a turma a inferir o quanto é indispensável utilizar uma unidade padrão de medida, ou seja, o uso da régua graduada. Foi ressaltado, aos alunos, que a localização exigiu o uso das medidas da largura e da altura, tomando como referencial o plano do quadro. Então, foi realizada a construção do plano cartesiano (apresentação em *PowerPoint*). Os alunos permaneceram atentos às explicações e a professora salientou que a largura e altura, referentes à atividade anterior, são associadas, respectivamente, aos eixos das abscissas e das ordenadas.

Esta atividade foi interessante não só pela parte Matemática trabalhada, mas por permitir a participação ativa do aluno na sua resolução. A partir desta, surgiu a necessidade de estabelecer uma linguagem única para descrever a localização de qualquer ponto no plano. Para isto, foi usado uma apresentação em PowerPoint sobre a construção do plano cartesiano. Os alunos, somente por perceberem o aparelho de Projetor Multimídia instalado, ficaram mais curiosos em saber o que seria trabalhado. Durante a exposição, permaneceram atentos e, após, foram instigados a comparar o referencial cartesiano com o referencial (o quadro) utilizado para responder à atividade inicial.

A tarefa 1 encontra-se representada nas Figuras 20 e 21:

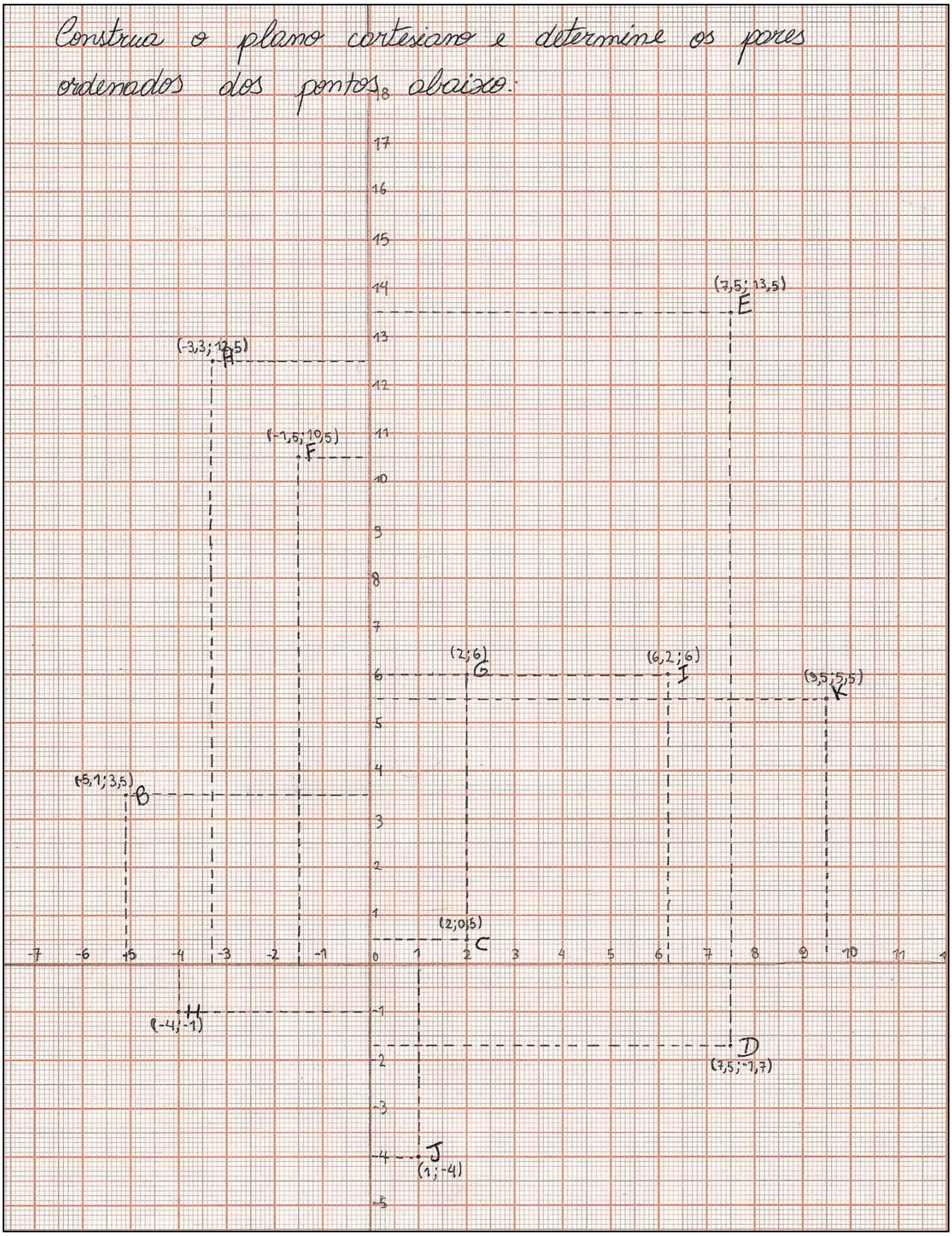


Figura 20: Determinação dos pares ordenados – grupo 1

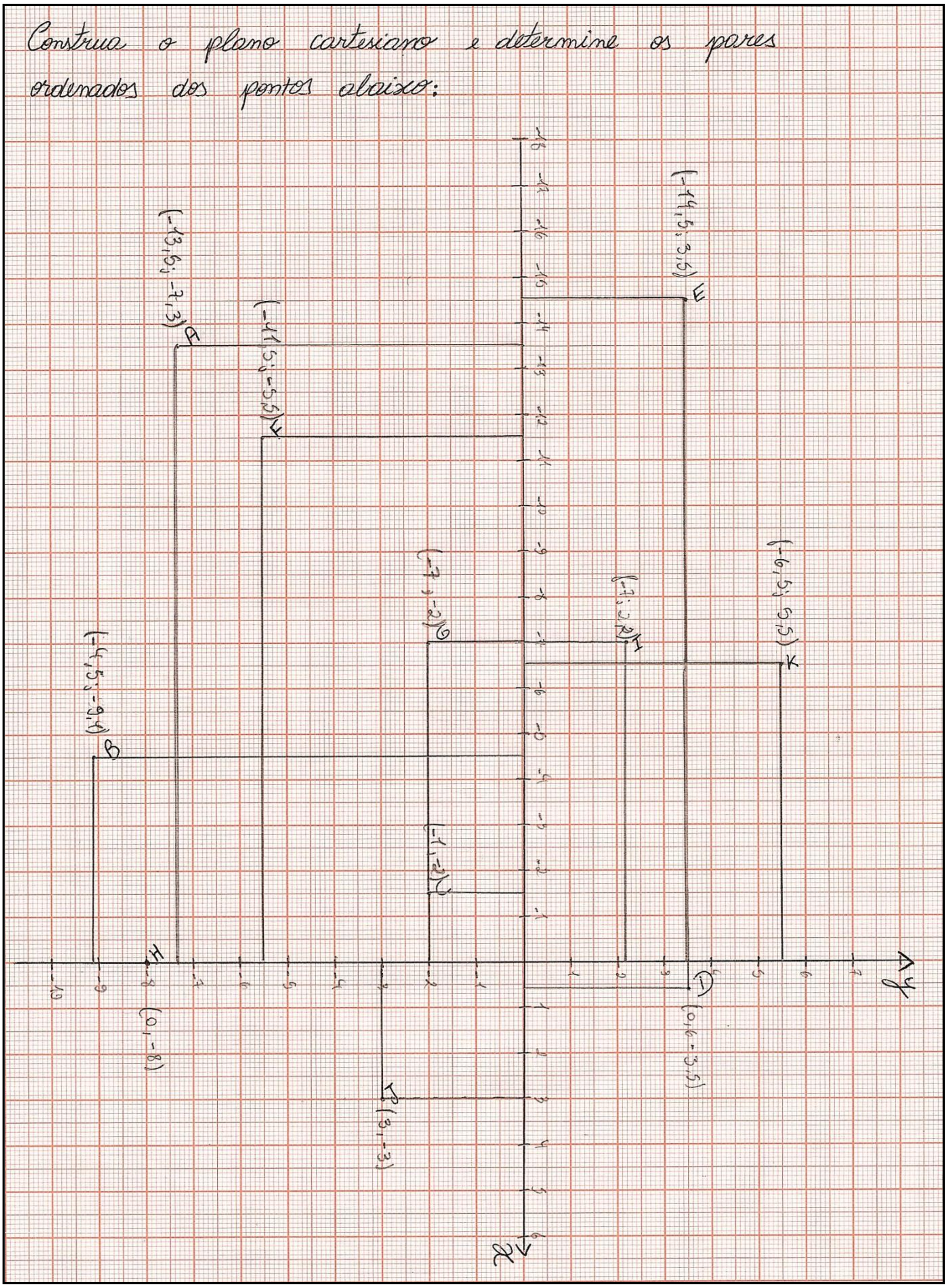


Figura 21: Determinação dos pares ordenados – grupo 2

Os grupos não encontraram dificuldade para resolver a atividade referida acima. Entretanto, todos os grupos desenharam o plano cartesiano com a origem no centro do papel milimetrado e com o eixo das ordenadas como o maior, no sentido vertical da folha. Diante deste fato, o professor sugeriu a um dos grupos que desenhasse os eixos cartesianos com a folha na horizontal e com a origem descentralizada. A partir daí, analisassem as coordenadas dos pontos assinalados. Esta atividade foi finalizada com uma discussão e a comprovação de que as coordenadas dos pontos fixos variam de acordo com o sistema referencial desenhado.

A maioria dos alunos não encontrou dificuldade para resolver a segunda tarefa. Esta consistiu na localização dos pares ordenados dados no plano cartesiano e foi realizada individualmente. Apenas dois alunos não marcaram corretamente os pontos que apresentam abscissa ou ordenada zero. Estes foram localizados a uma mínima distância do eixo, mas não sobre o mesmo, conforme exemplificado na Figura 22:

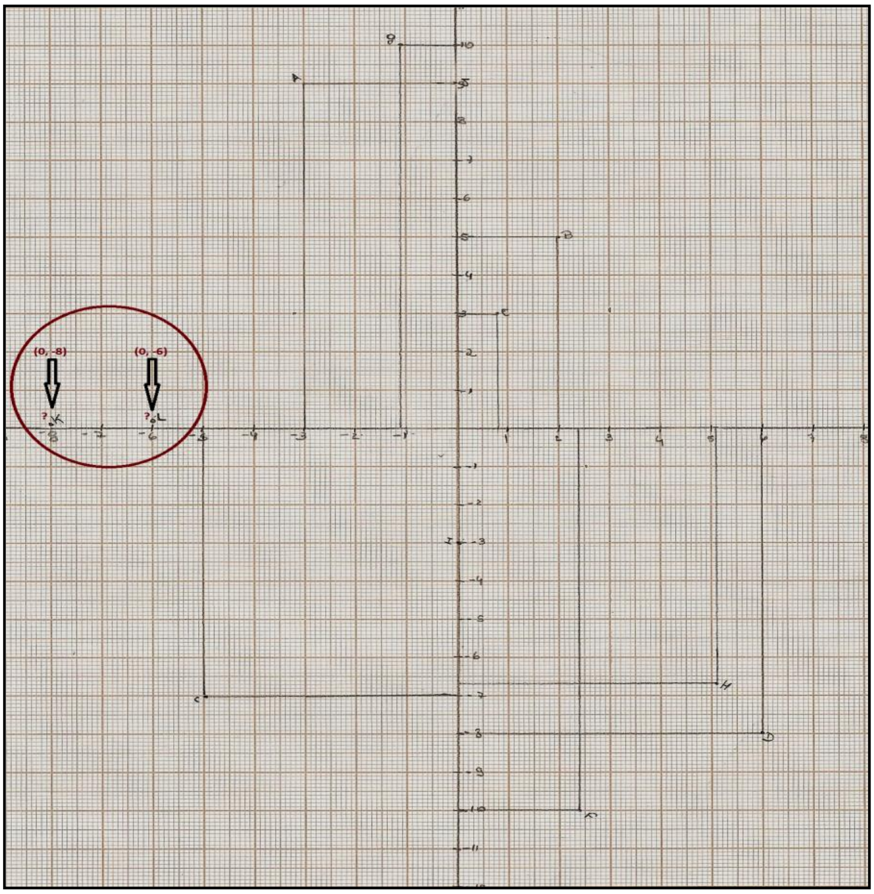


Figura 22: Determinação de pontos a partir dos pares ordenados

Ao final da aula, um aluno mencionou que “[...] havia entendido e que, a aula, poderia ser sempre assim”. Um outro, afirmou “[...] por mim a aula poderia ser sempre com o computador”, referindo-se ao uso do PowerPoint, “o computador é a minha vida, eu amo o computador”.

4.3.2 ENCONTRO 2 – O *Winplot* e o Plano Cartesiano

A atividade relativa a este encontro foi realizada no Laboratório de Informática com o uso do *software Winplot*.

4.3.2.1 Descrição da atividade

A aula teve início com uma orientação básica sobre o uso do Winplot[13]. Mais especificamente, sobre os comandos necessários para marcar pontos no plano cartesiano e para ligá-los.

A seguir, a atividade descrita na Figura 23, foi entregue aos alunos que a resolveram organizados em pequenos grupos.

4.3.2.2 Objetivos

Propiciar ao aluno a analise do movimento de causa-efeito, produzido sobre a representação gráfica, ao alterar os valores das componentes dos pares ordenados. Mais especificamente, levar o aluno a perceber a simetria, a reflexão (Figuras 24 e

[13] Os comandos necessários para a realização desta atividade, bem como as respostas, encontram-se detalhados no APÊNDICE C.

25), a dilatação ou a contração das imagens, obtidas a partir das alterações realizadas nos pares ordenados iniciais.

E. E. de Ed. Básica Professor Gentil Viegas Cardoso

Atividade de Matemática – Professora Dircélia

1ª Série do Ensino Médio

Nome: .... nº: ...... Turma: .... Data: ....

1) a) No plano cartesiano, marque os pares ordenados e ligue-os na ordem em que aparecem (0, 3), (1, 2), (3, 2), (5, 3), (6, 2), (6, 5), (5,4), (3,5), (1, 5), (0, 4), (0.5, 3.5), (0, 3). Marque também o ponto (1, 4), mas este não deve ser ligado com os demais.

b) Multiplique o valor da abscissa por -1 e marque os pontos obtidos. Descreva o que aconteceu. ....

c) Que alteração deverá ser feita, nos pontos usados inicialmente, para refletir o desenho em relação ao ....

2) Marque os pares ordenados, abaixo, ligando-os na ordem em que aparecem.

(2, 2), (3, 1), (4, 1), (5,1), (6, 2), (2, 2), (4, 2), (4, 4), (6, 2)

Qual é a imagem obtida?..

a) Multiplique por 2 o par ordenado (abscissa x e ordenada y). Marque os pontos correspondentes e ligue-os na ordem em que aparecem. Descreva o que ocorreu..

b) Partindo dos pares ordenados iniciais, some 5 somente ao valor da ordenada, marque os pontos no plano cartesiano e una-os na ordem em que aparecem. Descreva o que ocorreu...

c) Partindo dos pares ordenados iniciais, subtraia 7 somente ao valor da abscissa, marque os pontos no plano cartesiano e una-os na ordem em que aparecem. Descreva o que ocorreu...

Figura 23: Atividade no *Winplot*

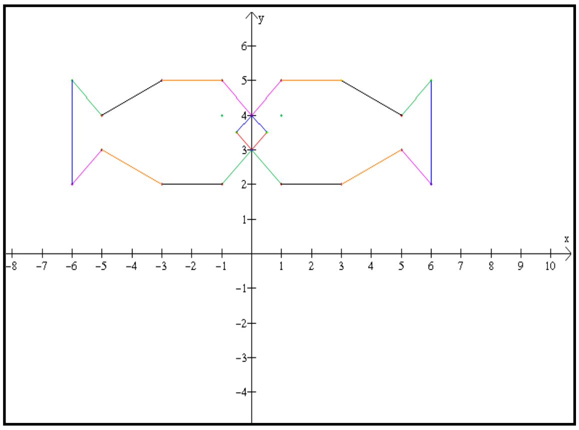


Figura 24: Resposta 1b – Reflexão em relação ao eixo y

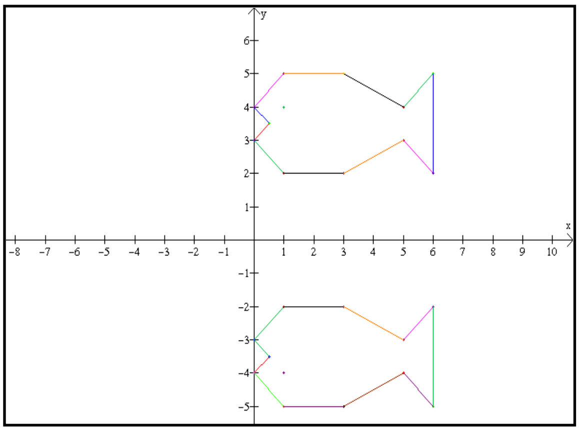


Figura 25: Resposta 1c – Reflexão em relação ao eixo x

4.3.2.3 Análise *a posteriori*

A atividade foi realizada no Laboratório de Informática. Após os alunos se organizarem em pequenos grupos (Figuras 26 e 27), foram orientados quanto ao uso do Winplot:

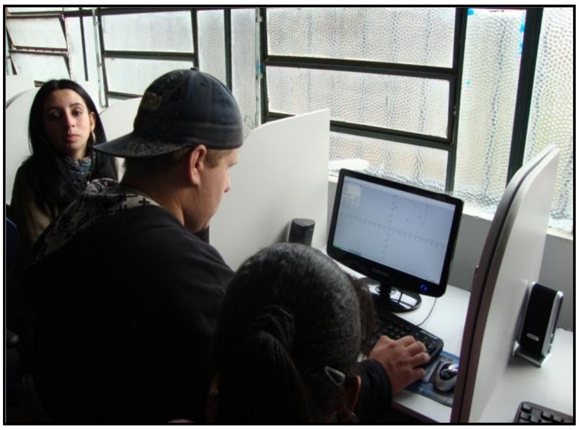


Figura 26: Dupla de alunos realizando a atividade proposta

Figura 27: Alunos trabalhando no Laboratório de Informática

A tarefa de marcar pontos e ligá-los com segmentos de reta foi executada com muito entusiasmo. Enquanto apresentaram facilidade no uso do software, os alunos encontraram dificuldade na descrição das novas imagens formadas com as operações sobre os pares ordenados. A questão 1.b, apresentada na Figura 28, exemplifica a resposta razoável de um grupo de alunos. Respostas pouco significativas, tais como “formou outro barco” e “o peixe mudou de lugar” foram registradas:

1) a) No plano cartesiano, marque os pares ordenados e ligue-os na ordem em que aparecem (0, 3), (1, 2), (3, 2), (5, 3), (6, 2), (6, 5), (5,4), (3,5), (1, 5), (0, 4), (0.5, 3.5), (0, 3). Marque também o ponto (1, 4), mas este não deve ser ligado com os demais.

b) Multiplique o valor da abscissa por -1 e marque os pontos obtidos. Descreva o que aconteceu. A figura do peixe inverteu

c) Que alteração deverá ser feita, nos pontos usados inicialmente, para refletir o desenho em relação ao eixo x? multiplicar o y por -1

2) Marque os pares ordenados, abaixo, ligando-os na ordem em que aparecem.

(2, 2), (3, 1), (4, 1), (5,1), (6, 2), (2, 2), (4, 2), (4, 4), (6, 2)

Qual é a imagem obtida? Um barco

a) Multiplique por 2 o par ordenado (abscissa x e ordenada y). Marque os pontos correspondentes e ligue-os na ordem em que aparecem. Descreva o que ocorreu. A figura aumenta de tamanho se posiciona acima da primeira

b) Partindo dos pares ordenados iniciais, some 5 somente ao valor da ordenada, marque os pontos no plano cartesiano e una-os na ordem em que aparecem. Descreva o que ocorreu. o barco (figura) se posiciona acima da ultima.

c) Partindo dos pares ordenados iniciais, subtraia 7 somente ao valor da abscissa, marque os pontos no plano cartesiano e una-os na ordem em que aparecem. Descreva o que ocorreu. a figura troca de posição

Figura 28: Respostas dadas pelo grupo 1

As Figuras, 29 e 30, exemplificam outras respostas dadas a esta atividade. A partir daí, os grupos foram orientados a comparar as imagens pelo tamanho e localização, e a descrever as mudanças em termos de suas coordenadas:

1) a) No plano cartesiano, marque os pares ordenados e ligue-os na ordem em que aparecem (0, 3), (1, 2), (3, 2), (5, 3), (6, 2), (6, 5), (5,4), (3,5), (1, 5), (0, 4), (0.5, 3.5), (0, 3). Marque também o ponto (1, 4), mas este não deve ser ligado com os demais.

b) Multiplique o valor da abscissa por -1 e marque os pontos obtidos. Descreva o que aconteceu. o peixe virou de frente para o outro

c) Que alteração deverá ser feita, nos pontos usados inicialmente, para refletir o desenho em relação ao eixo x? ao inves de fazer (-1) por x fazer (-1) por y.

2) Marque os pares ordenados, abaixo, ligando-os na ordem em que aparecem.

(2, 2), (3, 1), (4, 1), (5,1), (6, 2), (2, 2), (4, 2), (4, 4), (6, 2)

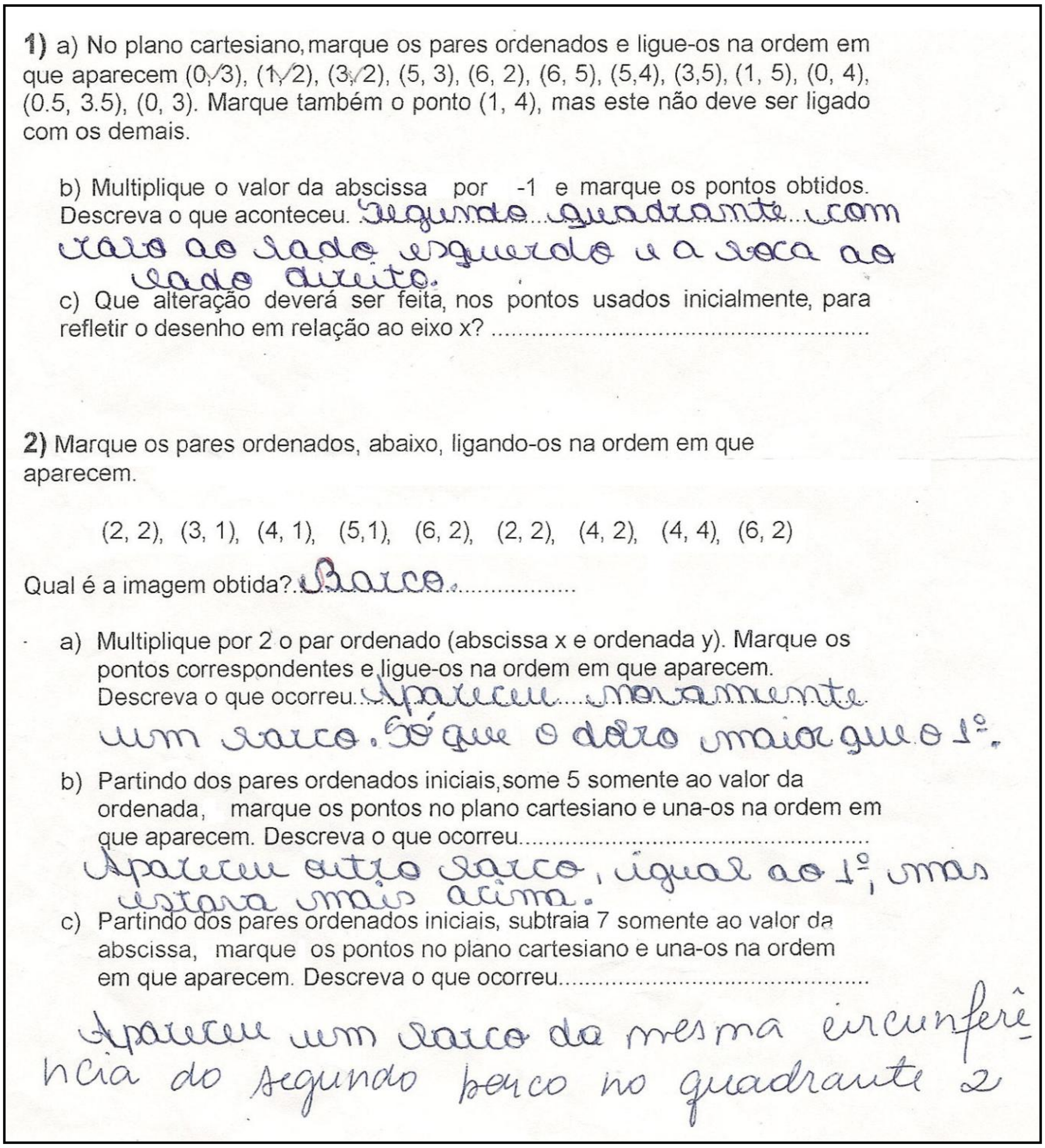
Qual é a imagem obtida? Um barco

a) Multiplique por 2 o par ordenado (abscissa x e ordenada y). Marque os pontos correspondentes e ligue-os na ordem em que aparecem. Descreva o que ocorreu o segundo barco ficou com o dobro do tamanho.

b) Partindo dos pares ordenados iniciais, some 5 somente ao valor da ordenada, marque os pontos no plano cartesiano e una-os na ordem em que aparecem. Descreva o que ocorreu. outro barco

c) Partindo dos pares ordenados iniciais, subtraia 7 somente ao valor da abscissa, marque os pontos no plano cartesiano e una-os na ordem em que aparecem. Descreva o que ocorreu... formou um barco

Figura 29: Respostas dadas pelo grupo 2



1) a) No plano cartesiano, marque os pares ordenados e ligue-os na ordem em que aparecem (0, 3), (1, 2), (3, 2), (5, 3), (6, 2), (6, 5), (5,4), (3,5), (1, 5), (0, 4), (0.5, 3.5), (0, 3). Marque também o ponto (1, 4), mas este não deve ser ligado com os demais.

b) Multiplique o valor da abscissa por -1 e marque os pontos obtidos. Descreva o que aconteceu. Segundo quadrante com rabo ao lado esquerdo e a boca ao lado direito.

c) Que alteração deverá ser feita, nos pontos usados inicialmente, para refletir o desenho em relação ao eixo x? ....

2) Marque os pares ordenados, abaixo, ligando-os na ordem em que aparecem.

(2, 2), (3, 1), (4, 1), (5,1), (6, 2), (2, 2), (4, 2), (4, 4), (6, 2)

Qual é a imagem obtida? Barco.

a) Multiplique por 2 o par ordenado (abscissa x e ordenada y). Marque os pontos correspondentes e ligue-os na ordem em que aparecem. Descreva o que ocorreu. Apareceu novamente um barco. Só que o dobro maior que o 1º.

b) Partindo dos pares ordenados iniciais, some 5 somente ao valor da ordenada, marque os pontos no plano cartesiano e una-os na ordem em que aparecem. Descreva o que ocorreu. Apareceu outro barco, igual ao 1º, mas estava mais acima.

c) Partindo dos pares ordenados iniciais, subtraia 7 somente ao valor da abscissa, marque os pontos no plano cartesiano e una-os na ordem em que aparecem. Descreva o que ocorreu. Apareceu um barco da mesma circunferência do segundo barco no quadrante 2

Figura 30: Respostas dadas pelo grupo 3

A correção oral das respostas dadas às questões conduziu à formalização da linguagem Matemática. Foi ressaltada a importância da identificação das componentes dos pares ordenados, a propriedade da reflexão sobre ambos os eixos cartesianos, a translação correspondente à adição e à subtração, e a mudança de escala como efeito da operação de multiplicação.

As respostas, pouco satisfatórias registradas, mostram o quanto é importante promover atividades que visem desenvolver no aluno a capacidade de observar regularidades, fazer comparações e de registrar de forma precisa suas conclusões.

Cabe ressaltar que alguns alunos comentaram preferir marcar os pontos usando o software ao invés de fazê-lo, manualmente, sobre o papel milimetrado.

4.3.3 ENCONTRO 3 – Análise de Situações-Problema[14]

O encontro 3, consiste na análise de situações-problema a partir do conceito de relação de dependência entre variáveis.

4.3.3.1 Descrição da Atividade

Algumas situações-problema[15] (Figura 31) serão apresentadas aos alunos. As questões deverão ser analisadas quanto à representação de uma função ou de uma relação. As variáveis envolvidas deverão ser identificadas.

[14] Embora a atividade deste encontro não contemple o uso do recurso da Informática (questão norteadora deste trabalho), é importante incluí-la por fazer parte da seqüência didática.

[15] Situações-problemas retiradas de: CARNEIRO, Vera Clotilde. Funções elementares: 100 situações-problemas de Matemática. Porto Alegre: Ed. Universidade/UFRGS, 1993. Pág. 13 e 14.

E. E. de Ed. Básica Professor Gentil Viegas Cardoso

Nome:.. n°:..... Turma:..........
Data: ...../...../...... Professora Dircélia

ATIVIDADE SOBRE A NOÇÃO DE FUNÇÃO

Função **é uma lei ou regra que estabelece uma *relação* de dependência entre as variáveis envolvidas.**

Identifique as variáveis envolvidas em cada situação e analise a veracidade das afirmações, justificando sua resposta:

1- A primeira jogada do jogo da velha *determina* o resultado final, isto é, o resultado do jogo é *função* da primeira jogada.

....
....

2- medida do perímetro das figuras geométricas *depende* da medida da área, isto é, o perímetro das figuras geométricas é *função* da área.

....
....

3- A população de um país *depende* de sua área.

....
....

4- A produção das lavouras é *determinada* pela área ocupada pela plantação. Assim pode-se dizer que a produção é *função* apenas da área plantada.

....
....

5- Durante uma viagem de automóvel é feita uma tabela *associando a cada* hora a distância percorrida pelo carro desde o início do percurso, medida em quilômetros marcados no odômetro. Isso significa que a distância percorrida é *função* do tempo gasto no percurso.

....
....

6- A medida do lado de um quadrado *determina* sua área, isto é, a área do quadrado é *função* da medida do lado.

....
....

7- A área do retângulo é *função* da medida de apenas um de seus lados.

....
....

8- medida do perímetro das figuras geométricas *depende* da medida da área, isto é, o perímetro das figuras geométricas é *função* da área.

....
....

9- A população de um país *depende* de sua área.

....
....

10- A produção das lavouras é *determinada* pela área ocupada pela plantação. Assim pode-se dizer que a produção é *função* apenas da área plantada.

....
....

11- Durante uma viagem de automóvel é feita uma tabela *associando a cada* hora a distância percorrida pelo carro desde o início do percurso, medida em quilômetros marcados no odômetro. Isso significa que a distância percorrida é *função* do tempo gasto no percurso.

....
....

12- A medida do lado de um quadrado *determina* sua área, isto é, a área do quadrado é *função* da medida do lado.

....
....

13- A área do retângulo é *função* da medida de apenas um de seus lados.

....

Figura 31: Atividade de análise de problemas

Cada grupo apresentou uma das questões para a turma, a fim de promover o debate sobre as respostas.

4.3.3.2 Objetivo

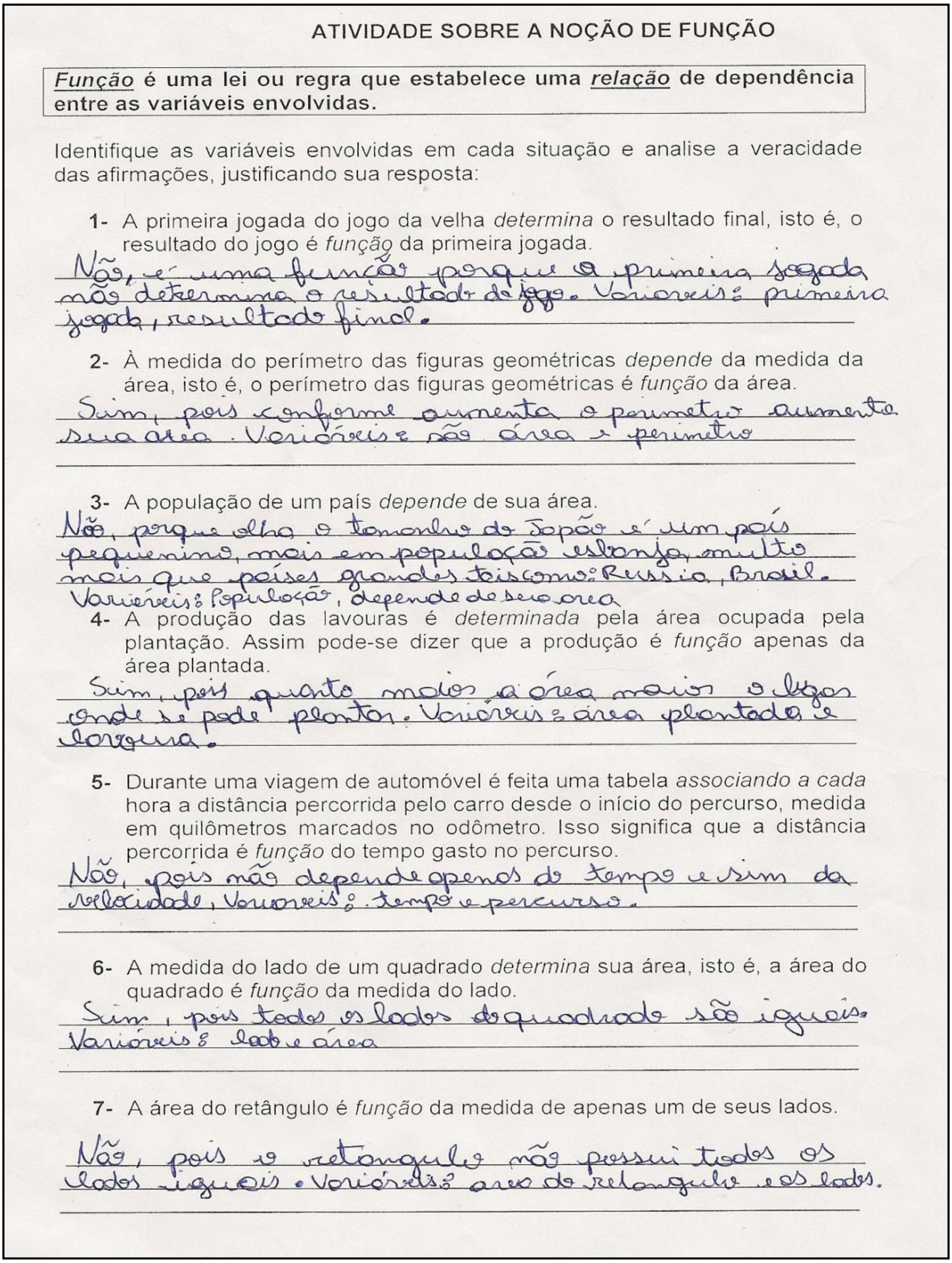
Levar o aluno a compreender o conceito de variável, variável dependente e independente e a forma como estão relacionadas.

4.3.3.3 Análise *a posteriori*

Para ilustrar a relação de dependência (independência) entre as variáveis, foram apresentados sete exemplos. Os alunos, em pequenos grupos, registraram as suas respostas. A interpretação do texto e a redação da resposta constituíram o maior obstáculo no desenvolvimento da tarefa. Os grupos mostraram-se interessados e envolvidos no trabalho. Pode-se afirmar que a atividade foi bastante produtiva, permitindo a discussão das respostas e que a questão 5 foi a mais polêmica. O grupo 1 (Figura 32), por exemplo, não a respondeu corretamente e, durante a correção, os alunos argumentaram que a distância percorrida dependeria do tempo, somente, se a velocidade fosse considerada constante e citaram o exemplo de dois carros com velocidade diferente, que gastam tempos diferentes para percorrer a mesma distância.

Nas questões 2 e 4, foi necessária a intervenção do professor, para elucidar o fato de não dependência entre as variáveis.

Encerrando a atividade, os próprios alunos apresentaram exemplos de situações, onde ocorre a relação de dependência entre as variáveis. Por exemplo, um aluno afirmou que quanto mais um carro é usado, mais gasolina consume.



ATIVIDADE SOBRE A NOÇÃO DE FUNÇÃO

Função é uma lei ou regra que estabelece uma *relação* de dependência entre as variáveis envolvidas.

Identifique as variáveis envolvidas em cada situação e analise a veracidade das afirmações, justificando sua resposta:

1- A primeira jogada do jogo da velha *determina* o resultado final, isto é, o resultado do jogo é *função* da primeira jogada.

Não, é uma função porque a primeira jogada não determina o resultado do jogo. Variáveis: primeira jogada, resultado final.

2- A medida do perímetro das figuras geométricas *depende* da medida da área, isto é, o perímetro das figuras geométricas é *função* da área.

Sim, pois conforme aumenta o perímetro aumenta sua área. Variáveis: são área e perímetro

3- A população de um país *depende* de sua área.

Não, porque olha o tamanho do Japão é um país pequenino, mais em população estranja muito mais que países grandes tais como: Russia, Brasil.
Variáveis: População, depende de seu área

4- A produção das lavouras é *determinada* pela área ocupada pela plantação. Assim pode-se dizer que a produção é *função* apenas da área plantada.

Sim, pois quanto maior a área maior o lugar onde se pode plantar. Variáveis: área plantada e largura.

5- Durante uma viagem de automóvel é feita uma tabela *associando a cada* hora a distância percorrida pelo carro desde o início do percurso, medida em quilômetros marcados no odômetro. Isso significa que a distância percorrida é *função* do tempo gasto no percurso.

Não, pois não depende apenas do tempo e sim da velocidade, Variáveis: tempo e percurso.

6- A medida do lado de um quadrado *determina* sua área, isto é, a área do quadrado é *função* da medida do lado.

Sim, pois todos os lados do quadrado são iguais.
Variáveis: lado e área

7- A área do retângulo é *função* da medida de apenas um de seus lados.

Não, pois o retângulo não possui todos os lados iguais. Variáveis: área do retângulo e os lados.

Figura 32: Respostas da análise dos problemas – grupo 1

4.3.4 ENCONTRO 4 – Uma função a partir do diagrama de flechas

Neste encontro, é abordado o conceito de função envolvendo a relação entre conjuntos.

4.3.4.1 Descrição da Atividade

Uma animação feita em Flash 8, que apresenta a definição de função, de variável dependente e independente e alguns exemplos de relações (Figuras 33 a 44) deu início à atividade.

Cabe ressaltar que a escolha deste recurso é devido ao grande potencial, como ferramenta facilitadora da aprendizagem, pois oportuniza ao aluno visualizar gradativamente o processo, passo a passo, que ocorre entre os pares ordenados e, ao final, realizar as conclusões.

Em seqüência, foram exibidas as respectivas representações dos pares ordenados, através de tabela e diagramas de flechas. Cada exemplo foi analisado, para averiguar se representa uma função ou uma relação. E, na animação, foram explorados apenas os conjuntos em que variável assume valores discretos, ou seja, no conjunto dos inteiros ou dos naturais:

Figura 33: Funções e suas representações

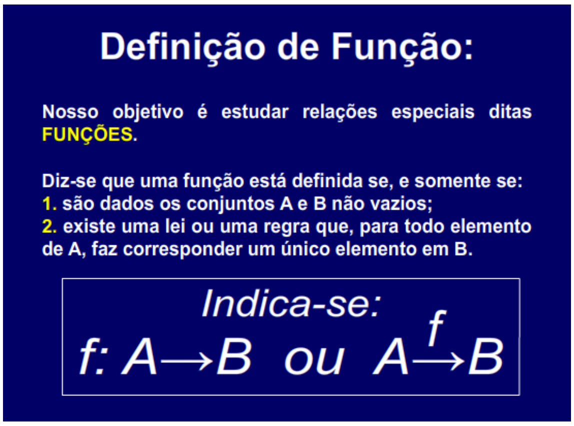


Figura 34: Definição de função

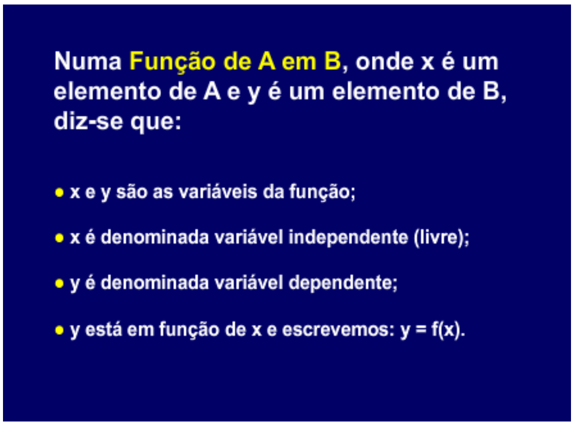


Figura 35: Dependência entre variáveis

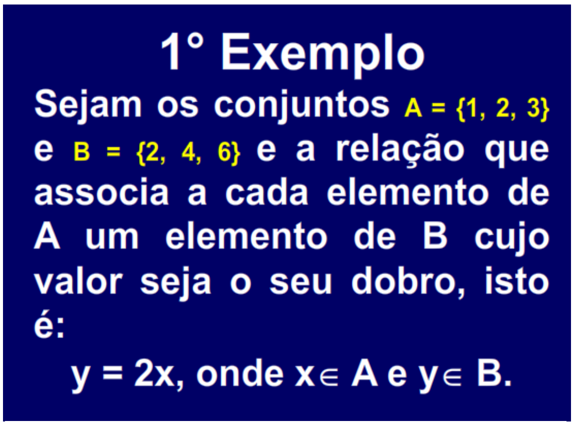


Figura 36: 1º exemplo – identificando se é função

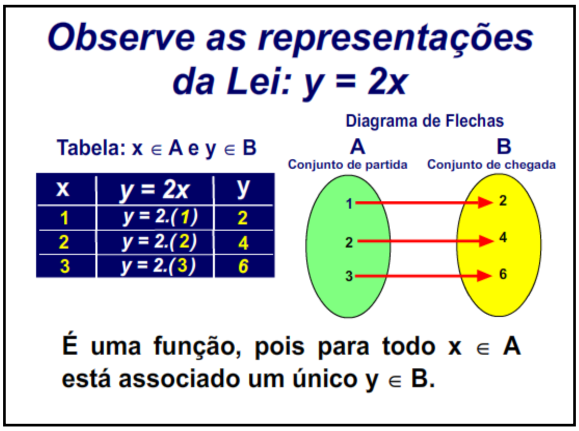


Figura 37: 1º exemplo – representações de função

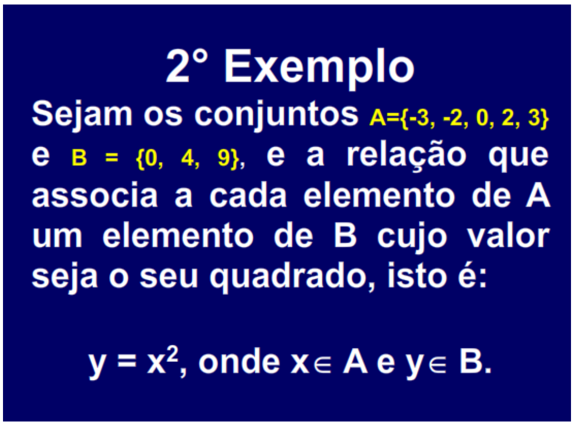


Figura 38: 2º exemplo – identificando se é função

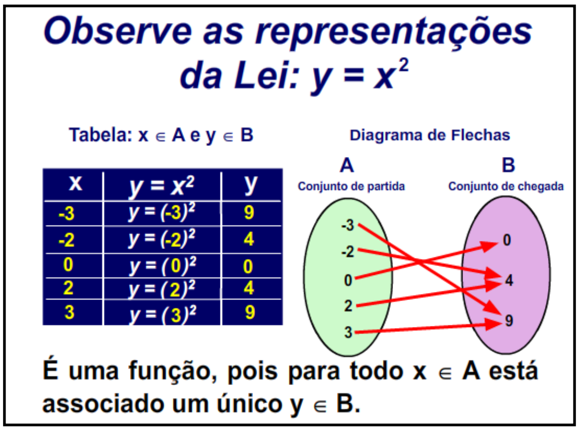


Figura 39: 2º exemplo – representações de função

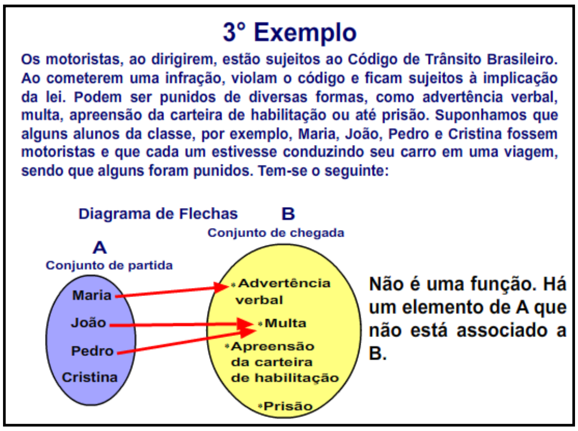


Figura 40: 3º exemplo – representações de função

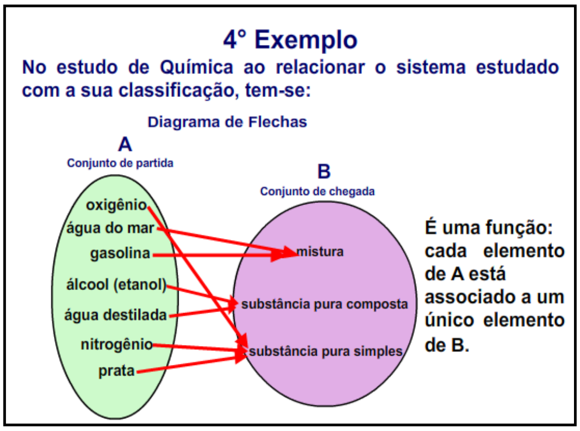


Figura 41: 4º exemplo – representações de função

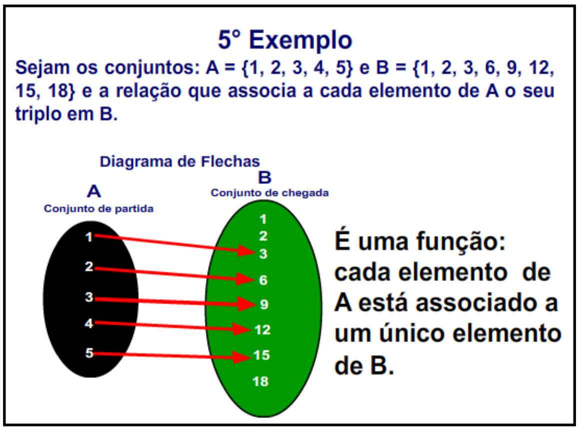


Figura 42: 5º exemplo – representações de função

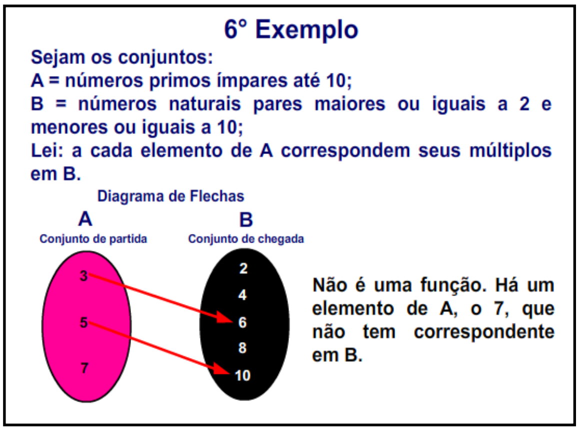


Figura 43: 6º exemplo – representações de função

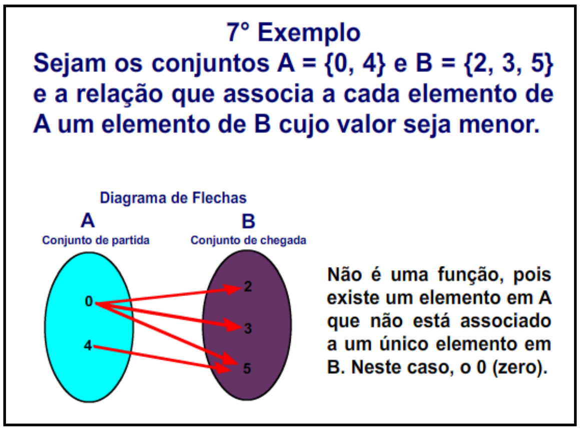


Figura 44: 7º exemplo – representações de função

A conclusão, quanto ao fato de representar, ou não, uma função, é exibida no final de cada exemplo.

No intuito de mostrar ao aluno que o diagrama de flechas nem sempre é eficiente para analisar uma relação (se é ou não uma função) e de estudar os conceitos de domínio, em que a variável independente assume valor discreto ou contínuo (ambos podendo ser finito ou infinito), duas atividades foram desenvolvidas, em duplas, e mostradas nas Figuras 45 e 46:

E. E. de Ed. Básica Professor Gentil Viegas Cardoso
Nome:... n°:..... Turma:...........
Data: ...../...../......   Professora Dircélia

ATIVIDADE SOBRE FUNÇÕES

1) Sejam os conjuntos $L = \{x \in Z \mid -4 < x \leq 2\}$ e $M = \{y \in N \mid -10 \leq y \leq 12\}$ e a relação f que associa a cada elemento de L um elemento de M, cujo valor seja igual ao seu quádruplo.
   Construa o diagrama de flechas, escreva os pares ordenados e verifique se é uma relação ou uma função. Marque-os no plano cartesiano.
2) Sejam os conjuntos $A = \{x \in N \mid 0 < x < 5$ e x é ímpar$\}$ e $B = \{y \in N \mid 0 < y \leq 11$ e y é par$\}$ e a lei g que associa a cada elemento de A um elemento de B cujo valor seja igual ao seu dobro.
   Construa o diagrama de flechas, escreva os pares ordenados e verifique se é uma relação ou uma função. Marque-os no plano cartesiano.
3) Sejam os conjuntos $A = \{-5, -3, 0, 4, 5, 8\}$ e $B = \{-15, -13, -7, -5, 3, 9,13\}$ e a lei $y = -2x + 3$, onde $x \in A$ e $y \in B$.
   Construa o diagrama de flechas, escreva os pares ordenados e verifique se é uma relação ou uma função. Marque-os no plano cartesiano.

Figura 45: Atividade 1 – Reconhecimento de função

E. E. de Ed. Básica Professor Gentil Viegas Cardoso
Nome:... n°:..... Turma:...........
Data: ...../...../......   Professora Dircélia

ATIVIDADE SOBRE FUNÇÕES

1) a) Sejam os conjuntos:$A = \{x \in Z \mid -5 \leq x \leq 5\}$B = Conjunto dos números InteirosLei: $y = 2x + 3$.Construa o diagrama de flechas, escreva os pares ordenados correspondentes e verifique se esta lei define uma função.

   b) Sejam os conjuntos:$A = \{x \in R \mid -5 \leq x \leq 5\}$B = Conjunto dos números ReaisLei: $y = 2x + 3$.
   É possível representar a lei através do diagrama de flechas?

2) a) Sejam os conjuntos:$A = \{x \in Z \mid -2 \leq x \leq 2\}$B = Conjunto dos números Reais
   Lei: $x^2 + y^2 = 25$.
   Construa o diagrama de flechas, escreva os pares ordenados correspondentes e verifique se esta lei define uma função.

   b) Sejam os conjuntos:$A = \{x \in R \mid -2 \leq x \leq 2\}$B = Conjunto dos números Reais
   Lei: $x^2 + y^2 = 25$.
   É possível listar todos os elementos do conjunto A e todos os elementos pertencentes ao conjunto B?

Figura 46: Atividade 2 – Reconhecimento de função

4.3.4.2 Objetivos

O aluno deverá ser capaz de:

a) identificar o domínio e a imagem da relação;

b) reconhecer se a lei define uma função, a partir do diagrama de flechas;

c) identificar o contradomínio;

d) associar o diagrama aos pares ordenados obtidos com a lei;

e) reconhecer, se a lei define uma função, a partir da observação dos pares ordenados;

f) marcar os pares ordenados, obtidos no plano cartesiano, associando a variável independente ao eixo das abscissas e a variável dependente ao eixo das ordenadas; e,

g) identificar o domínio e o contradomínio como conjuntos de números naturais, inteiros ou reais.

4.3.4.3 Análise a posteriori

A atividade ocorreu na denominada sala de vídeo da escola (Figura 47), contudo, os equipamentos necessários para a sua execução, como de praxe, foram solicitados à direção e instalados, pelo professor, no início da aula.

Ainda que a tarefa de preparar a sala leve algum tempo, é importante ter o cuidado de guardá-los sempre em lugar seguro, a sala da direção.

Figura 47: Aula na sala de vídeo

A turma foi conduzida para a referida sala e aguardou, sentada, enquanto os equipamentos eram devidamente instalados. Os alunos mostraram-se muito prestativos em auxiliar o professor e, assim, agilizar a tarefa.

Durante a explicação, houve uma participação intensa dos alunos, em resposta às questões, colocando novas perguntas e discutindo as plausíveis soluções. Foi observado que o fato, do conteúdo da aula ter sido apresentado no projetor multimídia, contribuiu para uma maior atenção e reflexão do aluno e, conseqüentemente, para uma melhor aprendizagem.

Houve momentos em que surgiram dúvidas quanto à classificação da relação como uma função. Então, a apresentação com multimídia permitiu retroceder a animação que ilustrava o conceito de função e analisá-la novamente. Esta flexibilidade, oferecida pelo computador, permite ao professor retomar, em instantes, a informação discutida e com a vantagem de poder exibi-la quantas vezes se fizer necessário, bem como a retomada imediata de um gráfico.

Após assistir a apresentação, a turma retornou para a sala de aula e resolveu, em duplas, alguns exercícios referentes ao assunto exposto. A solução apresentada, por um dos alunos, na Figura 48, corresponde à primeira atividade proposta para este encontro (Figura 45):

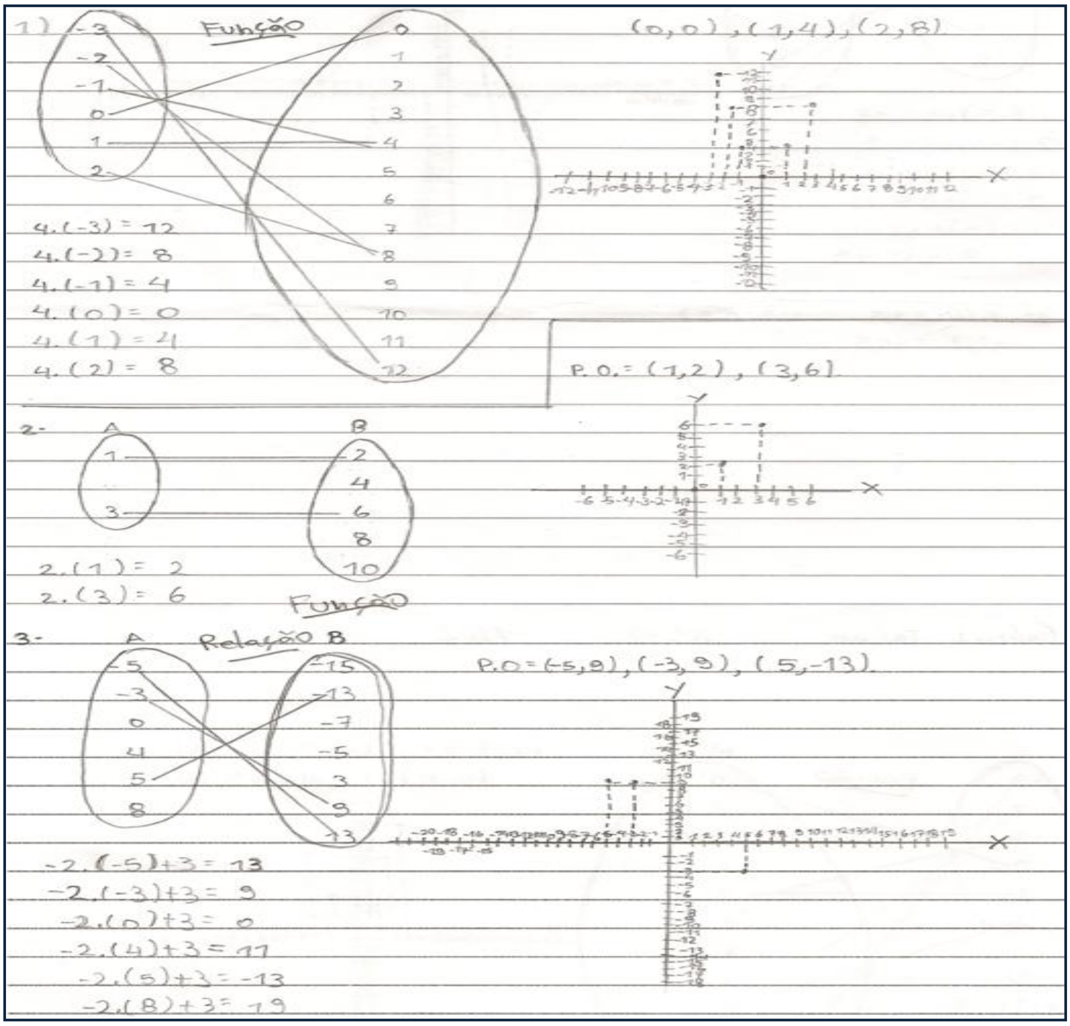


Figura 48: Resposta atividade 1 – definição de função

Cabe destacar que, na resolução dos exercícios, alguns alunos apresentaram dificuldade para registrar as operações algébricas efetuadas, decorrentes da substituição do valor da variável independente. Alguns solicitaram permissão para realizá-los mentalmente, pois a linguagem Matemática com o uso de parênteses os confundia, e foi permitido. Isso facilitou a resolução dos exercícios. O professor pode constatar a habilidade de cálculo mental e a deficiência em expressar o cálculo em linguagem Matemática formal. De fato, mais uma vez, se observa que um grupo de alunos consegue se comunicar oralmente, mas tem dificuldade para redigir o que pensa.

A solução apresentada, para a atividade 2, está exemplificada na Figura 49 pela dupla A e E. Quanto à resposta da questão 1, todos os alunos responderam corretamente. No entanto, com relação à questão 2, nenhuma dupla conseguiu acertar a resposta. Isto se deve ao fato de não conseguirem associar à equação da circunferência os dois resultados possíveis, neste caso, para a variável y. Os alunos consideraram apenas o valor positivo como solução, o que os levou a concluir que se tratava de um exemplo de função. Durante a correção das questões no grande grupo, esta dúvida foi esclarecida pelo professor.

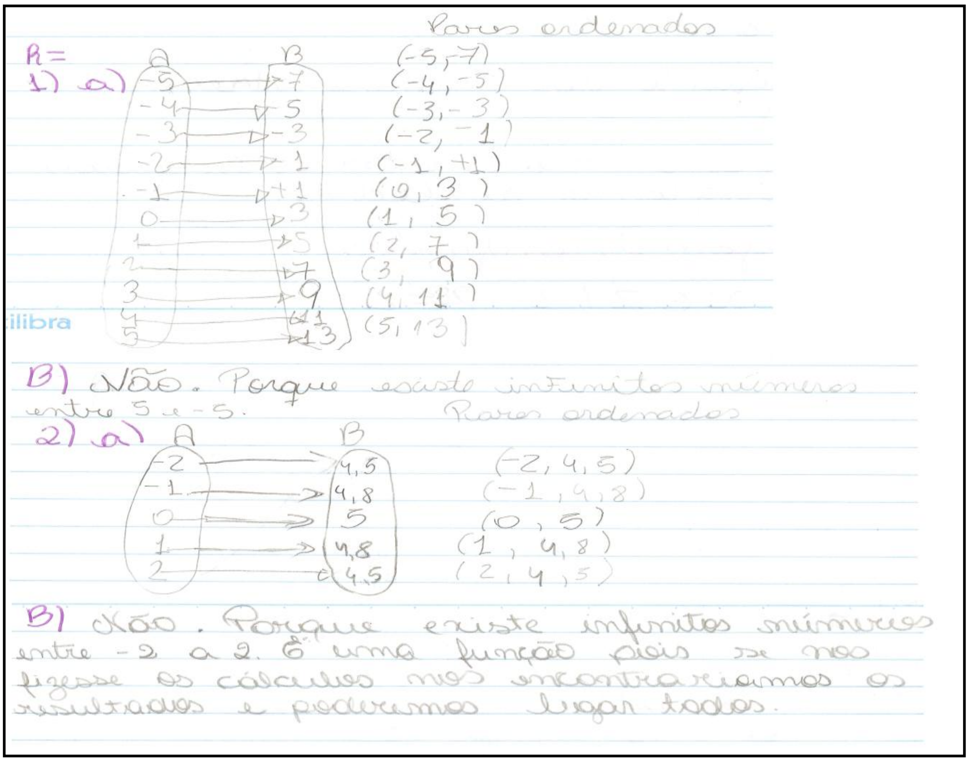


Figura 49: Resposta atividade 2 – dupla AE

A Figura 50 apresenta a resposta dada pela dupla FR às questões 1b) e 2b). Esta foi a única dupla que associou o fato de ser uma função com a idéia de conjunto finito. Ou seja, se o conjunto do domínio for infinito não pode representar uma função devido à impossibilidade de listar todos os elementos:

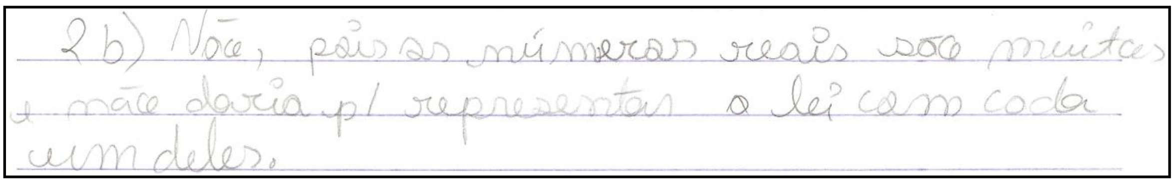


Figura 50: Resposta atividade 2 – dupla FR

A seguir, na Figura 51, encontra-se a resposta dada pela dupla DF referentes à questão 2. Aqui, fica claro que o erro cometido pelos alunos, ao concluírem que se tratava de uma função, está associado ao fato de considerarem apenas soluções positivas para a equação $x^2 + y^2 = 25$:

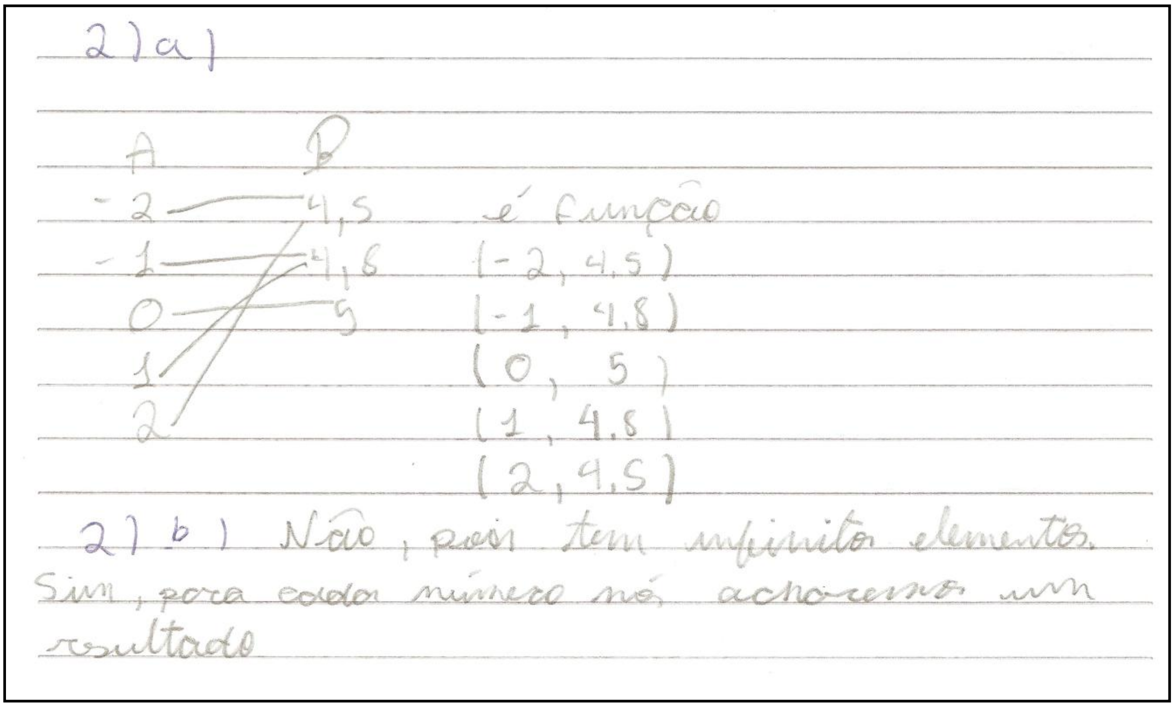

2) a)
A B
-2 4,5 é função
-1 4,8 (-2, 4,5)
0 5 (-1, 4,8)
1 (0, 5)
2 (1, 4,8)
(2, 4,5)
2) b) Não, pois tem infinitos elementos.
Sim, para cada número nós acharemos um resultado

Figura 51: Resposta atividade 2 – dupla DF

A realização das atividades, apesar de nem todas as soluções estarem corretas, foi bem sucedida: os alunos demonstraram interesse em resolver os exercícios, trocaram idéias e se auxiliaram mutuamente.

4.3.5 ENCONTRO 5 – Função injetora, sobrejetora e bijetora

Este encontro é dedicado ao estudo da classificação de função em injetora, sobrejetora e bijetora, através da análise entre conjuntos.

4.3.5.1 Descrição da atividade

A partir do diagrama de flechas e dos pares ordenados correspondentes, seguido da análise do domínio, do contradomínio e da imagem, foram explorados os conceitos de função injetora, sobrejetora e bijetora. A abordagem deste assunto foi feita através de várias animações ilustrada nas Figuras 52 até 60:

Figura 52: Classificação de uma função

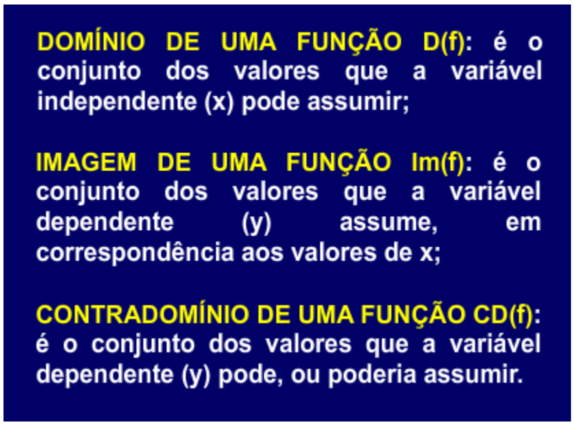


Figura 53: Domínio, Imagem e Contradomínio

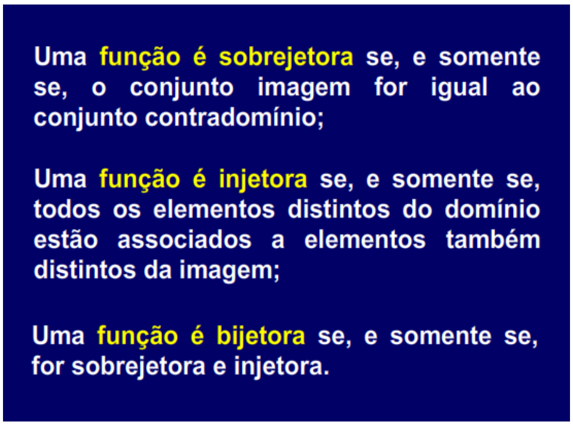


Figura 54: Função sobrejetora, injetora bijetora

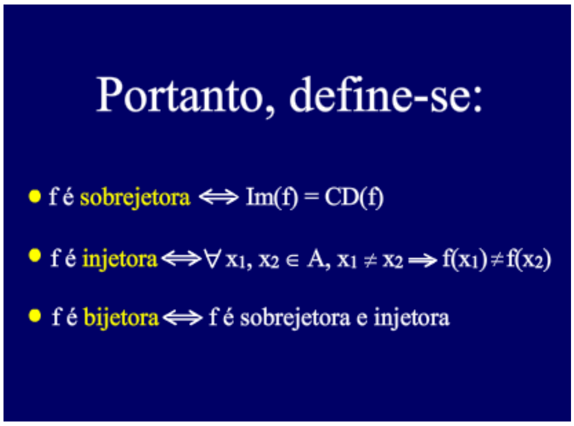


Figura 55: Classificação de função – definição formal

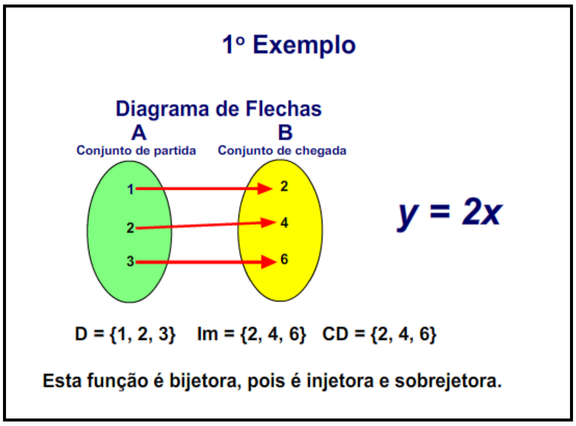


Figura 56: 1º exemplo – função bijetora

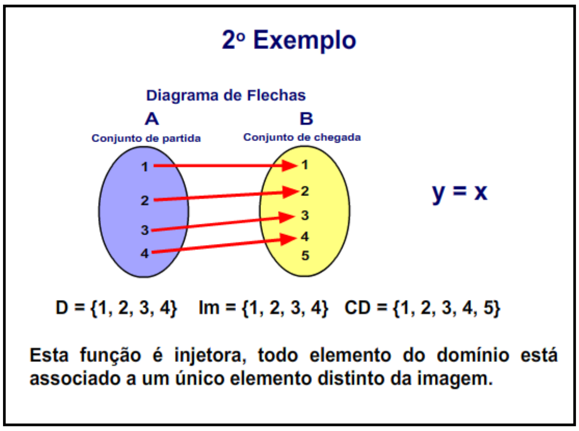


Figura 57: 2º exemplo – função injetora

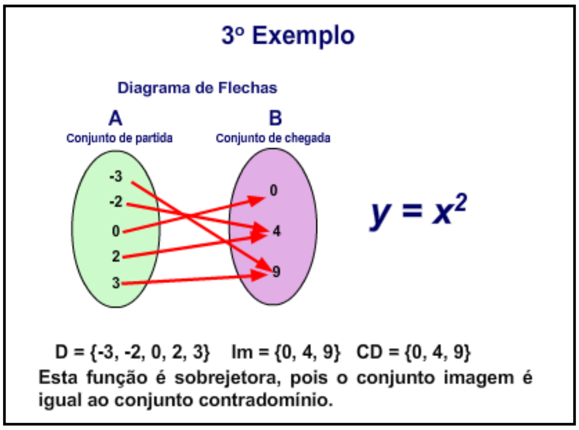


Figura 58: 3º exemplo – função sobrejetora

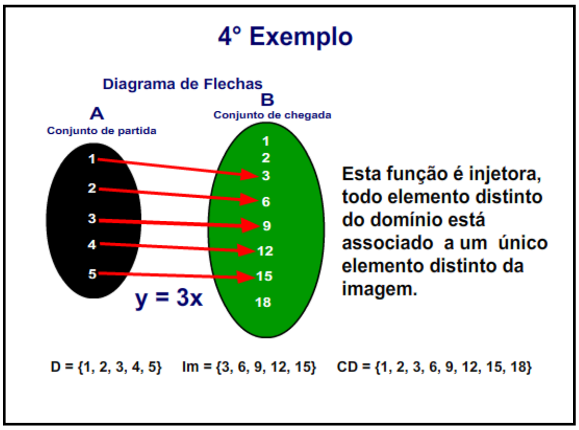


Figura 59: 4º exemplo – função injetora

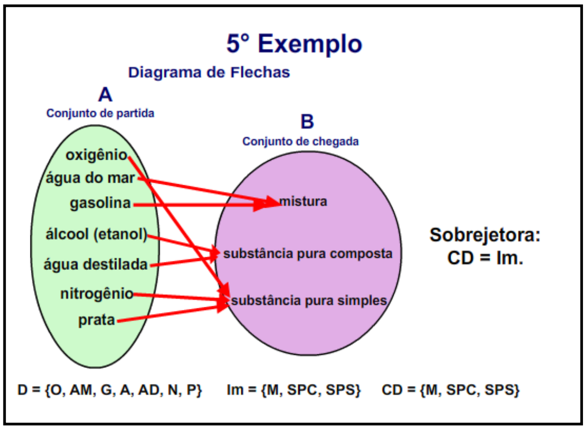


Figura 60: 5º exemplo – função sobrejetora

A atividade (Figura 61) prevista para os alunos se refere à classificação de uma função e deverá ser resolvida em dupla:

E. E. de Ed. Básica Professor Gentil Viegas Cardoso

Nome:... n°:..... Turma:...........

Data: ...../...../......   Professora Dircélia

ATIVIDADE DE MATEMÁTICA- FUNÇÕES

1) Seja f uma relação de A= {-4, -3, -2, -1, 0} em B= {-3, -2, -1, 0, 1, 3, 4, 5} definida por f(x) = 2x + 5. Fazendo o diagrama de flechas, verifique se f é uma função de A em B e, em caso afirmativo, determine:

a) D(f) =   b) CD(f) =   c) Im(f) =   d) f(-2) =   e) f(0) =

2) Em cada item, a seguir considere os conjuntos A = {-2, -1, 0, 1} e B = {-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4} e determine o domínio, o contradomínio, a imagem e os valores da função nos pontos indicados.

2.1) Dada a função f: A→B definida por $f(x) = x^2$.

a) D(f) =   b) CD(f) =   c) Im(f) =   d) f(-2) =   e) f(0) =

2.2) Dada a função f: A→B definida por f(x) = 2x + 2

a) D(f) =   b) CD(f) =   c) Im(f) =   d) f(-2) =   e) f(0) =

2.3) Dada a função f: A→B definida por $f(x) = x^2 - 1$

a) D(f) =   b) CD(f) =   c) Im(f) =   d) f(-2) =   e) f(0) =

Figura 61: Atividade sobre a classificação de uma função

4.3.5.2 Objetivo

O aluno deverá ser capaz de identificar os conjuntos domínio, contradomínio e imagem e, a partir do estudo das relações estabelecidas entre eles, classificar uma função em sobrejetora, injetora ou bijetora.

4.3.5.3 Análise *a posteriori*

O projetor multimídia foi instalado na sala de aula, conforme pode ser visto na Figura 62, e os alunos participaram respondendo aos questionamentos. Houve, muitas vezes, a intervenção entre colegas, quando um aluno dava uma resposta incorreta:

Figura 62: Aula com projetor multimídia na sala de aula

Como pode ser observado na foto acima (Figura 62), a sala de aula estava com excesso de cartazes colados nas paredes o que poderia vir a comprometer a atenção dos alunos, durante a exposição do conteúdo. Entretanto, a turma permaneceu atenta às explicações e realizou, dividida em duplas (Figura 63), a atividade com muito interesse:

Figura 63: Alunos realizando atividade – classificação de uma função

Os alunos apresentaram facilidade para identificar os conjuntos domínio, contradomínio e imagem e classificar uma função em sobrejetora, injetora ou bijetora. As Figuras 64 e 65 apresentam a solução dada por uma dupla de alunos:

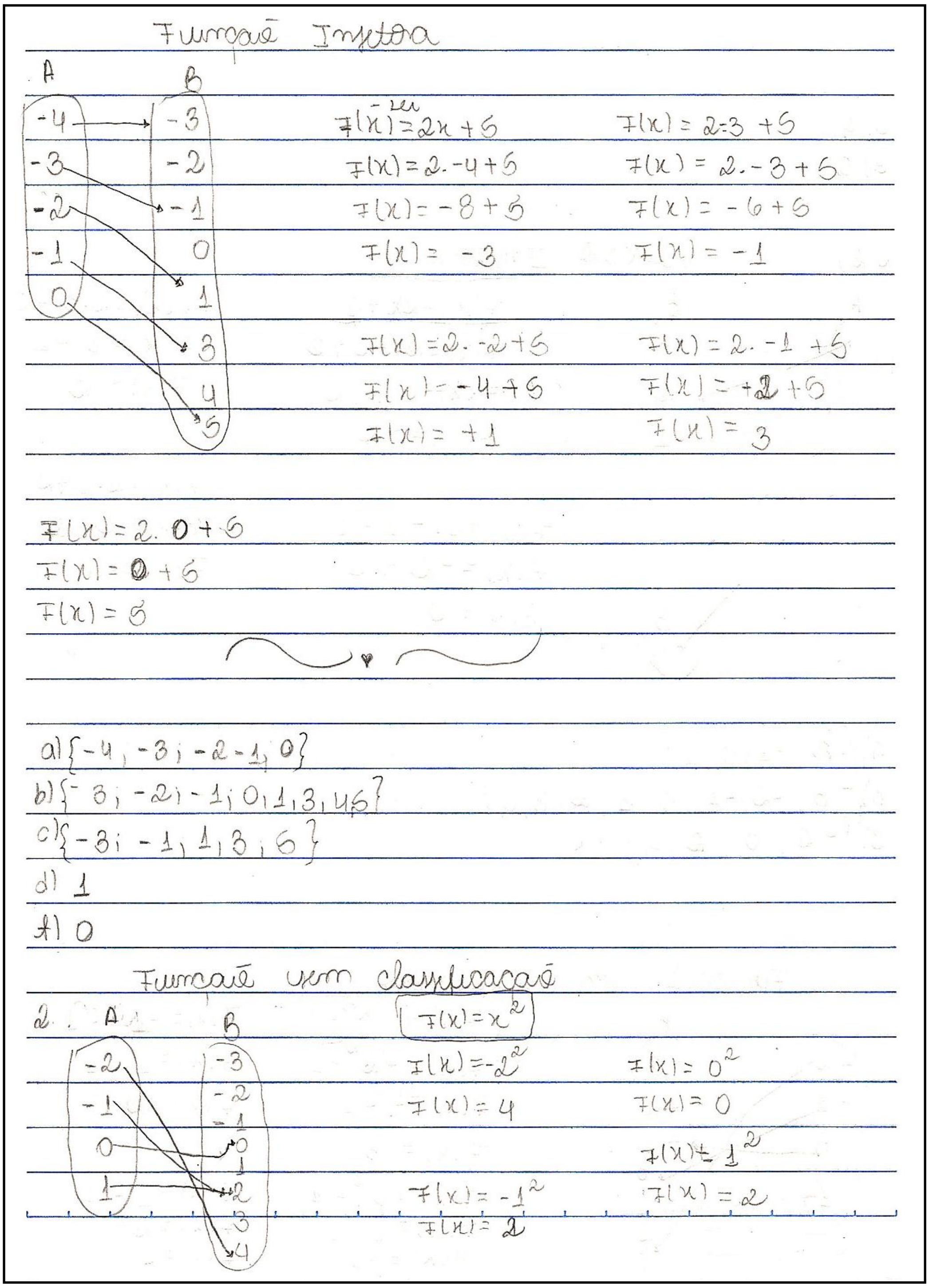


Figura 64: Resposta da dupla 1 – 1ª parte

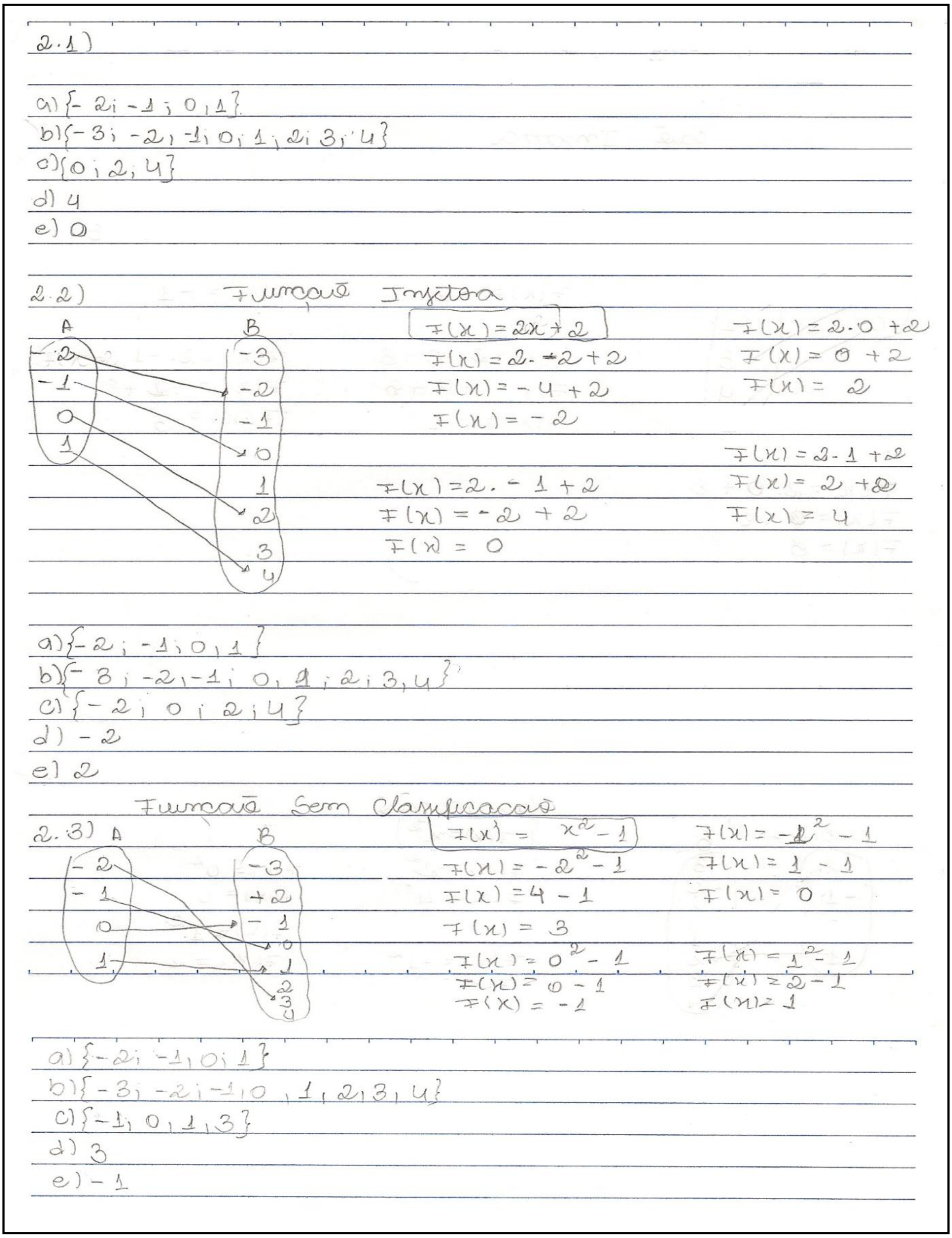


Figura 65: Resposta da dupla 1 – 2ª parte

4.3.6 ENCONTRO 6 – Uma função a partir do seu gráfico

Neste encontro, é estudado como reconhecer o gráfico de uma função a partir do conceito de função.

4.3.6.1 Descrição da Atividade

O conteúdo matemático foi apresentado em uma animação feita em Flash 8, que consiste de uma reta vertical, movendo-se perpendicularmente ao eixo das abscissas, de modo a percorrer a representação gráfica (Figuras 66 até 78):

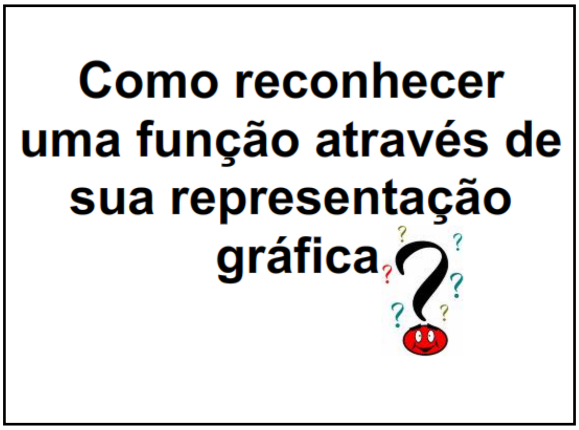


Figura 66: Representação gráfica de função

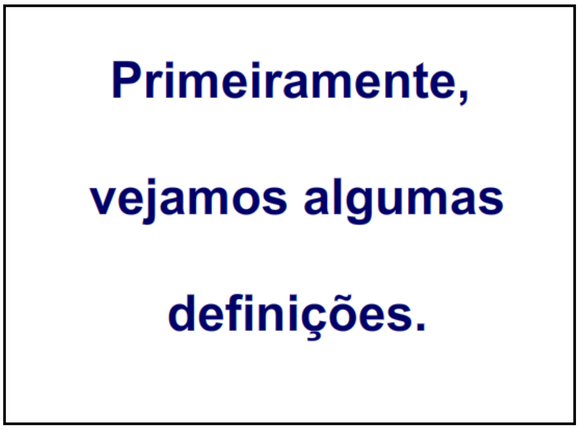


Figura 67: Algumas definições

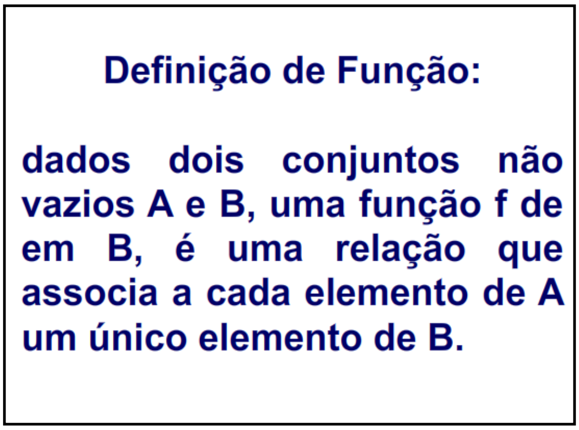


Figura 68: Definição de função

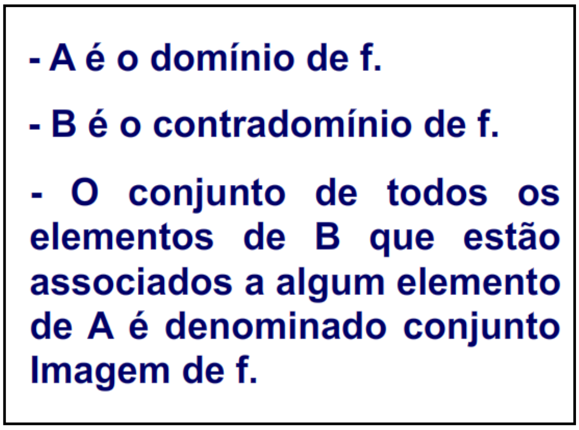


Figura 69: Domínio, Imagem e Contradomínio

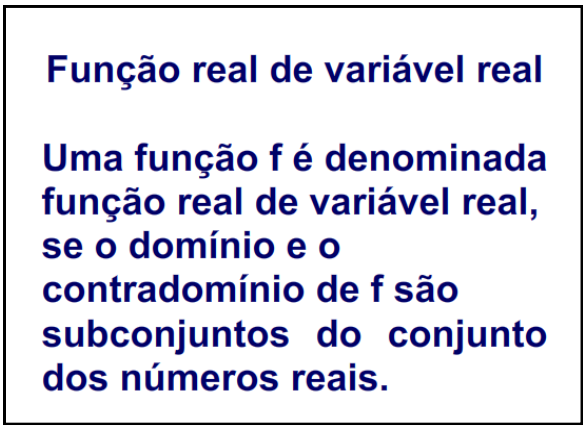


Figura 70: Função real de variável real

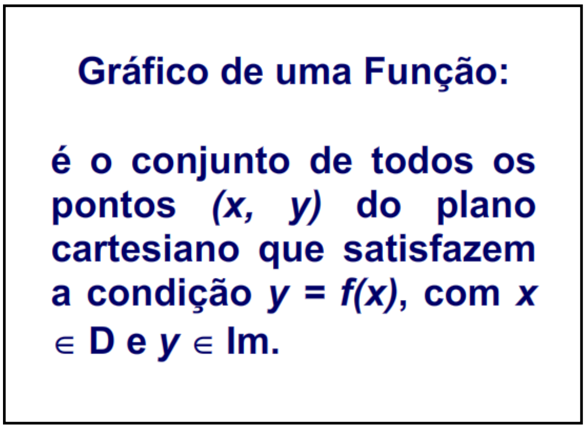


Figura 71: Definição de gráfico de uma função

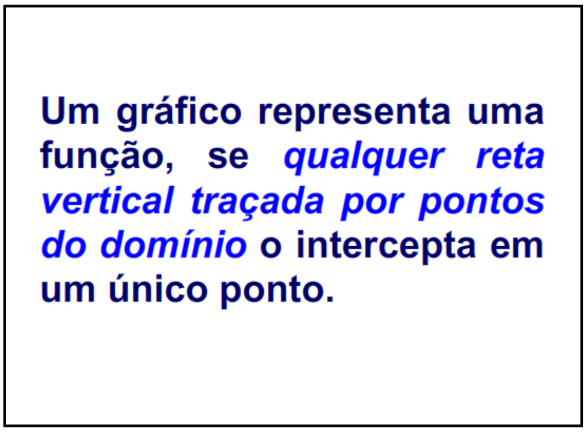


Figura 72: Reconhecendo gráfico de função

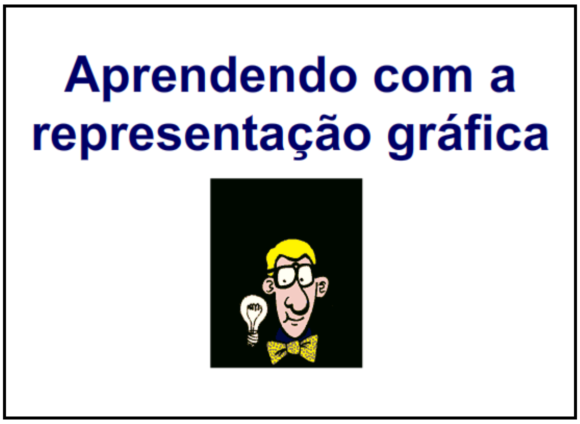


Figura 73: Análise de exemplos

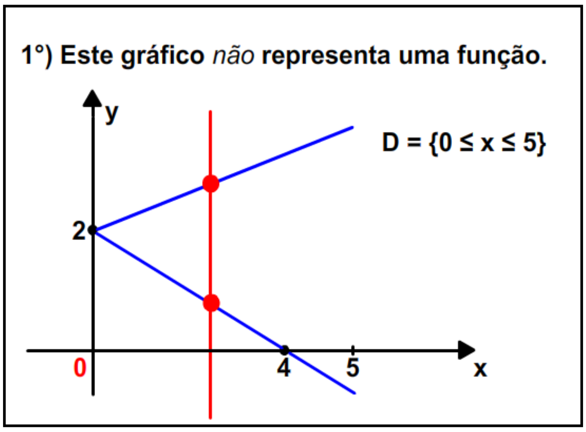


Figura 74: 1º exemplo – reconhecendo gráfico de função

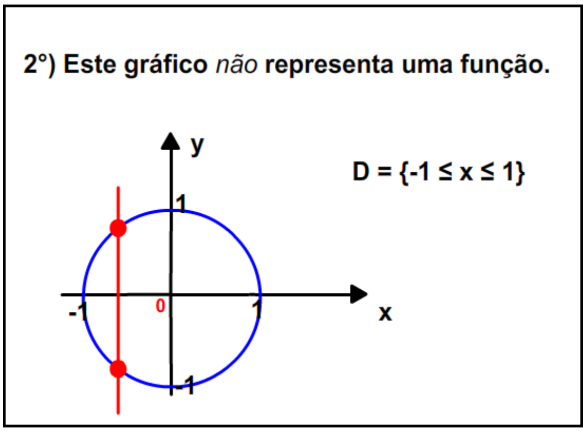


Figura 75: 2º exemplo – reconhecendo gráfico de função

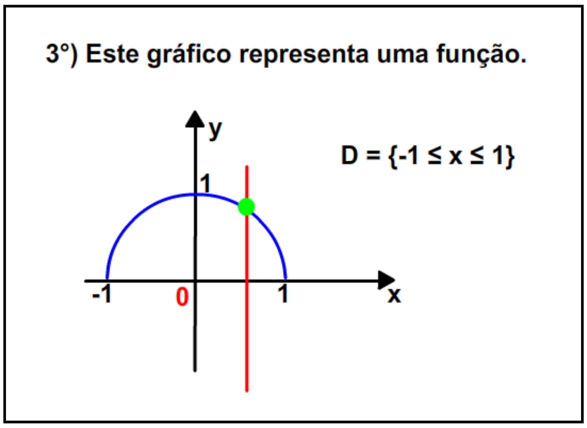


Figura 76: 3º exemplo – reconhecendo gráfico de função

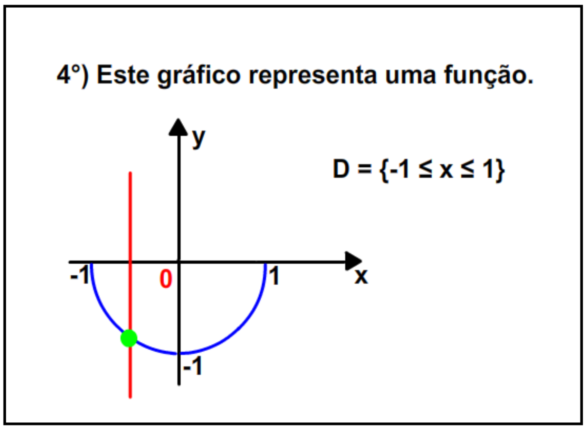


Figura 77: 4º exemplo – reconhecendo gráfico de função

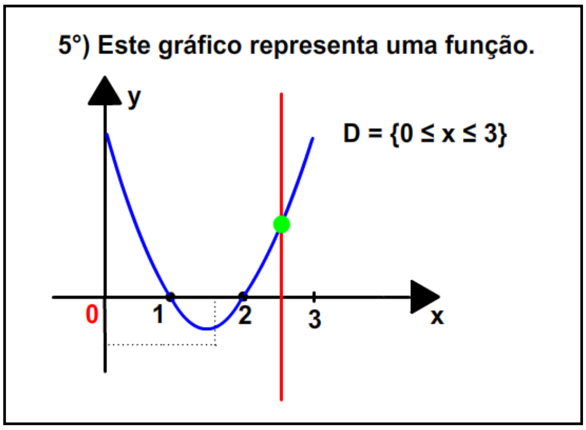


Figura 78: 5º exemplo – reconhecendo gráfico de função

4.3.6.2 Objetivo

O aluno deverá ser capaz de Identificar, a partir da análise de um gráfico, se este representa, ou não, uma função.

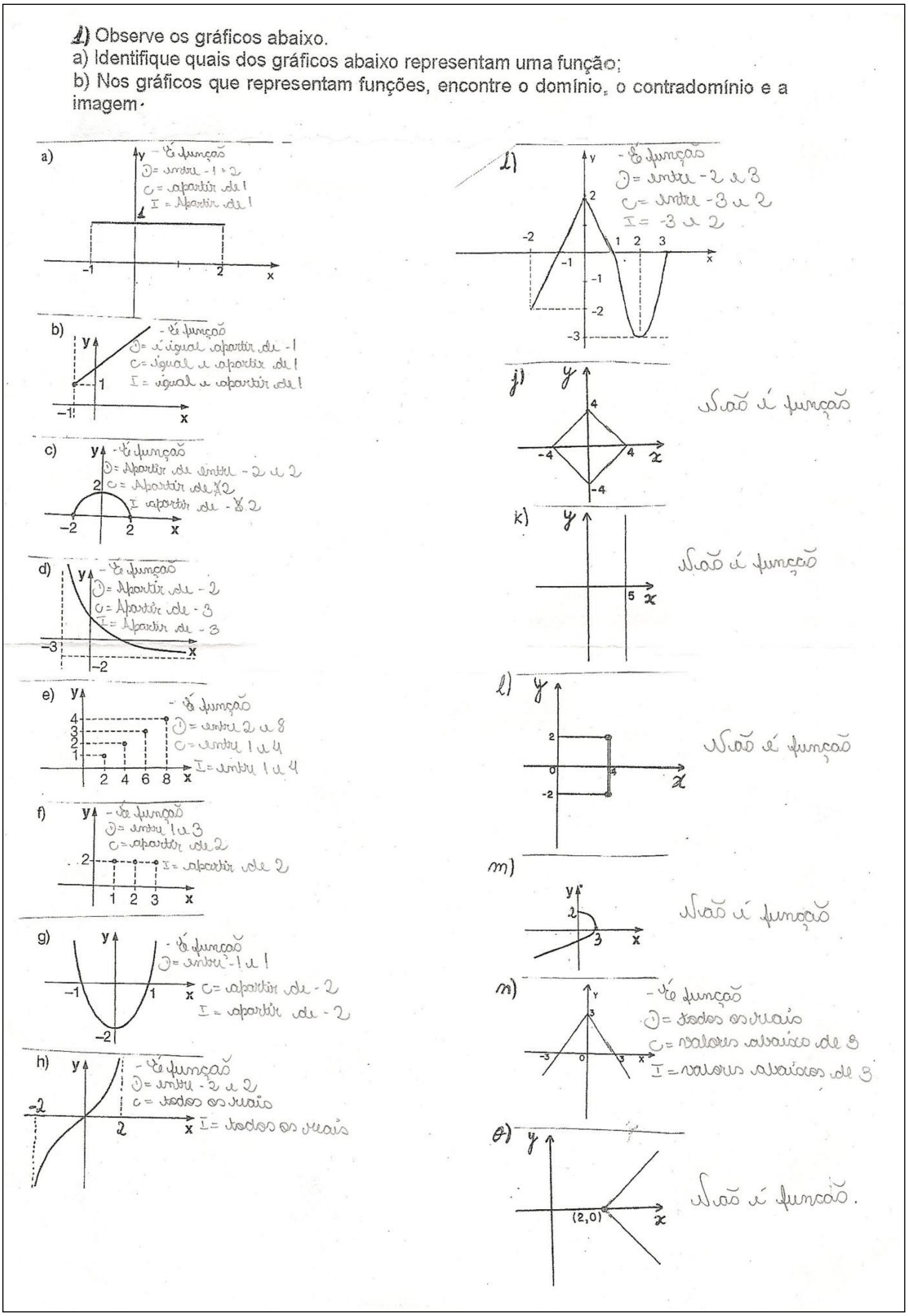
4.3.6.3 Análise *a posteriori*

Diferentemente das aulas anteriores, a apresentação foi feita no computador (Figura 79), por sugestão dos próprios alunos. Os alunos foram reunidos em pequenos grupos devido a problemas técnicos: o projetor multimídia estava sendo usado em uma mostra de trabalhos de alunos do curso técnico e a televisão da escola, por outro professor. Após executar a apresentação, cada aluno recebeu os exercícios e realizam individualmente, mas trocando idéias entre os colegas próximos:

Figura 79: Grupo assistindo apresentação

Baseados no fato de que um gráfico representará uma função, se qualquer reta, traçada por pontos do domínio, interceptá-lo em um único ponto, levou os alunos a resolver facilmente os exercícios propostos. Esta atividade propiciou a análise de alguns pares ordenados envolvidos no gráfico e a sua relação com o diagrama de flechas, ressaltando a correspondência entre todo elemento do domínio a um único elemento na imagem. Foi observada, também, a dificuldade dos alunos, em sua maioria, em visualizar o domínio, o contradomínio e a imagem de uma função, a partir da análise da representação gráfica. Acredita-se que a percepção do intervalo real como denso e a projeção do gráfico sobre os eixos cartesianos se contrapõe à aprendizagem. Em contrapartida, os alunos identificaram com facilidade todos esses elementos, no caso de um gráfico de uma função de variável discreta.

Os alunos não foram capazes de utilizar a linguagem formal para registrar os intervalos. Neste ponto, o professor permitiu o uso de uma linguagem menos formal, pois o objetivo principal, no momento, era, a partir da representação gráfica, averiguar se esta denota, ou não, uma função. As Figuras 80 e 81 exemplificam as soluções apresentadas por dois grupos:



1) Observe os gráficos abaixo.
a) Identifique quais dos gráficos abaixo representam uma função;
b) Nos gráficos que representam funções, encontre o domínio, o contradomínio e a imagem.

a) - É função
D= entre -1 e 2
C= a partir de 1
I = A partir de 1

b) - É função
D= é igual a partir de -1
C= igual e a partir de 1
I = igual e a partir de 1

c) - É função
D= A partir de entre -2 e 2
C= A partir de ~~X~~2
I a partir de -~~X~~ 2

d) - É função
D= A partir de -2
C= A partir de -3
I= A partir de -3

e) - É função
D= entre 2 e 8
C= entre 1 e 4
I= entre 1 e 4

f) - É função
D= entre 1 e 3
C= a partir de 2
I= a partir de 2

g) - É função
D= entre -1 e 1
C= a partir de -2
I = a partir de -2

h) - É função
D= entre -2 e 2
C= todos os reais
I= todos os reais

i) - É função
D= entre -2 e 3
C= entre -3 e 2
I= -3 e 2

j) Não é função

k) Não é função

l) Não é função

m) Não é função

n) - É função
D= todos os reais
C= valores abaixo de 3
I = valores abaixo de 3

o) Não é função.

Figura 80: Resposta da atividade – grupo 3

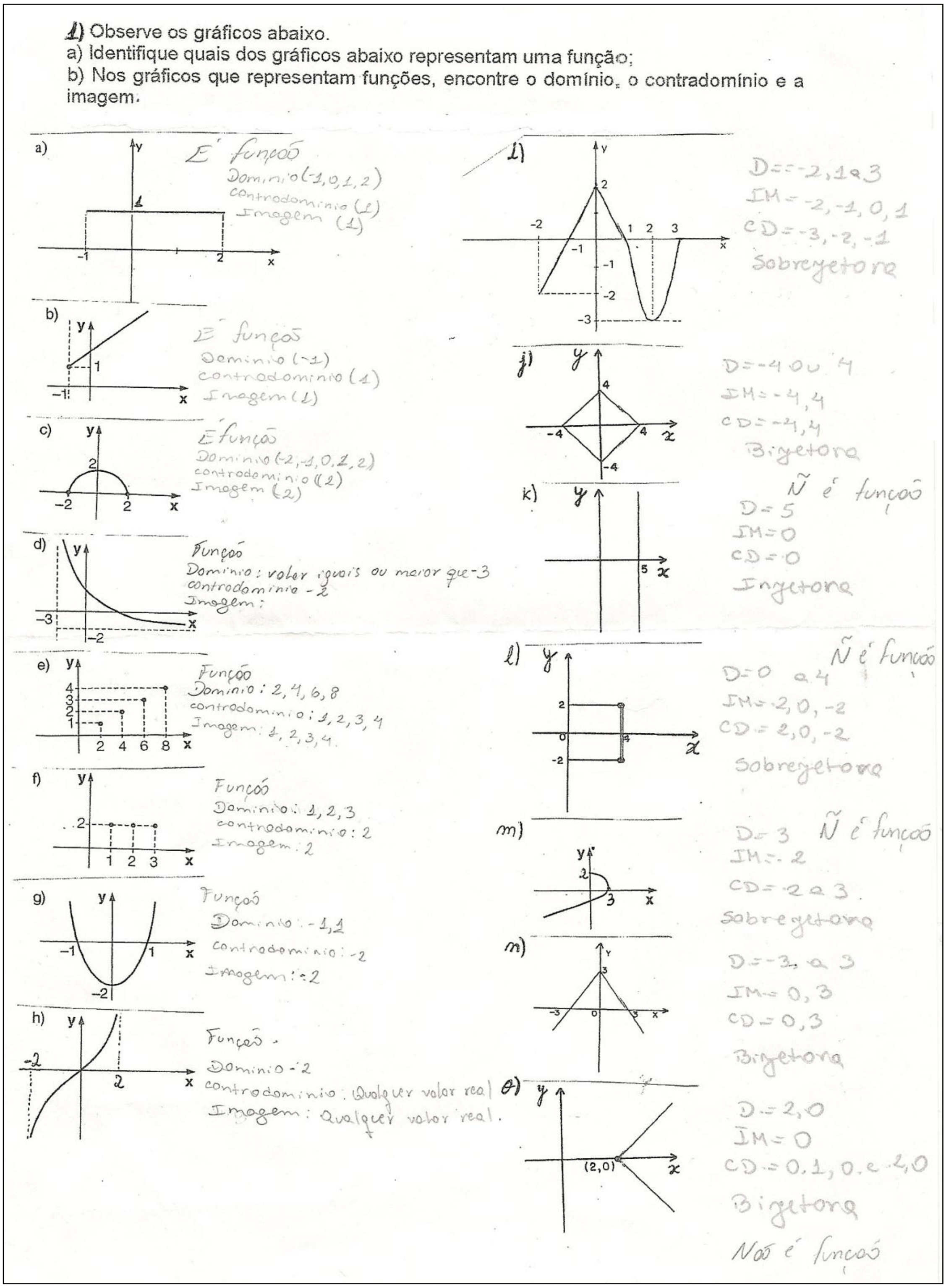


Figura 81: Resposta da atividade – grupo 4

O encerramento da atividade foi com a correção dos exercícios no quadro e a transposição das respostas em linguagem matemática formal.

O objetivo desta atividade foi atingido, pois os alunos conseguiram, a partir da análise da imagem dos gráficos, identificar se estes representavam, ou não, uma função. Esta tarefa foi realizada com bastante interesse, mesmo sendo um conteúdo mais conceitual e o uso de um objeto de aprendizagem animado foi o principal responsável pelo entusiasmo da turma em aprender.

4.3.7 ENCONTRO 7 – Problemas animados 1

O 7º encontro trata sobre a análise de situações-problema que foram animados no software Flash 8.

4.3.7.1 Descrição da Atividade

Nesta atividade estava previsto a exibição de quatro problemas animados: MRU, torpedos, gol e estado físico da água.

O primeiro é o exemplo de uma função afim, que modela um automóvel em movimento retilíneo uniforme (MRU) e que percorre certa distância em função do tempo, segundo a lei d(t) = vt, sendo v, a velocidade, constante e igual a 80 km/h (Figuras 82 até 85):

Figura 82: Deslocamento de um automóvel

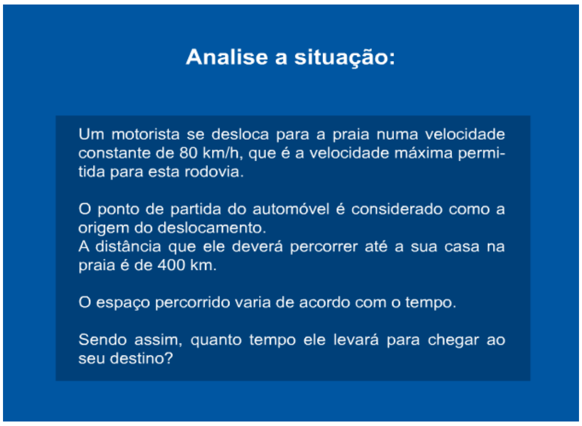


Figura 83: Problema – MRU

Figura 84: Tabela – MRU

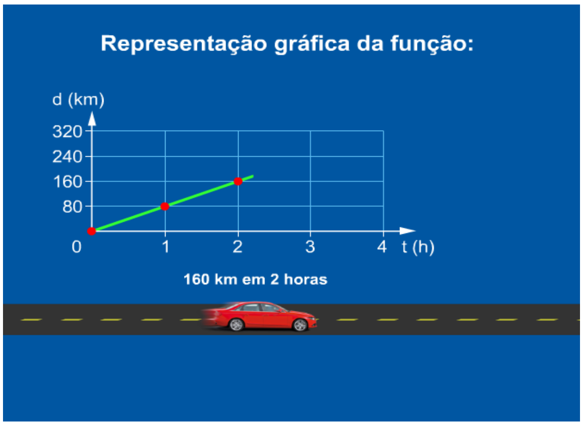


Figura 85: Gráfico – MRU

O segundo exemplo, também modelado por uma função afim, relaciona o gasto em reais, em função do número de torpedos enviados de um celular. Esta função é denotada pela lei c(t) = 0,50t, onde a taxa cobrada pela emissão de cada torpedo é constante e igual a cinqüenta centavos de real (Figura 86 e 87):

Figura 86: Tabela – despesa com torpedos

Figura 87: Gráfico – despesa com torpedos

A terceira simulação (Figuras 88, 89 e 90) refere-se a uma função quadrática, cuja representação algébrica é: $h = -t^2 + 6t$,

que representa um modelo simplificado da trajetória de uma bola, em um chute a gol:

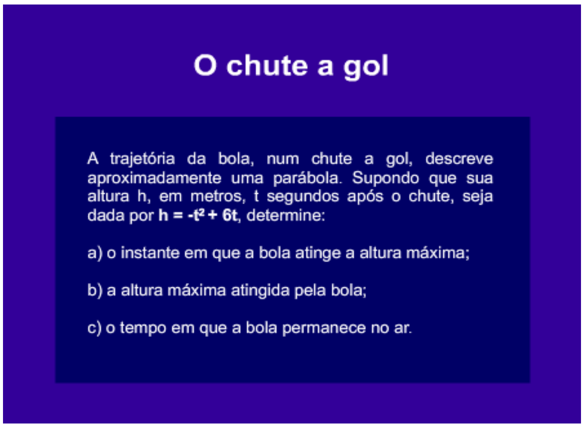


Figura 88: Problema – chute a gol

Tempo (t) em segundos	Lei da função $h = -t^2 + 6t$	Altura (h) em metros
0	$h = -(0)^2 + 6.(0)$	0
1	$h = -(1)^2 + 6.(1)$	5
2	$h = -(2)^2 + 6.(2)$	8
3	$h = -(3)^2 + 6.(3)$	9
4	$h = -(4)^2 + 6.(4)$	8
5	$h = -(5)^2 + 6.(5)$	5
6	$h = -(6)^2 + 6.(6)$	0

Figura 89: Tabela – chute a gol

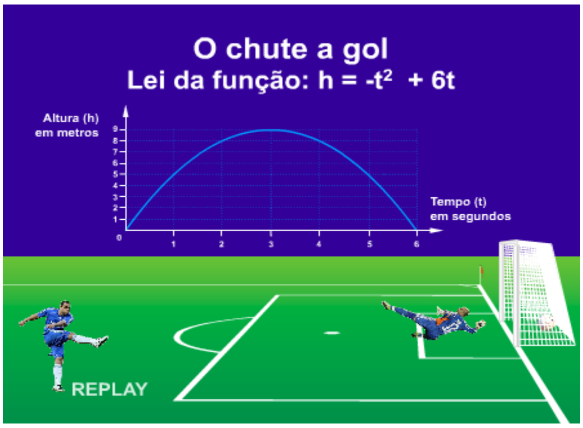


Figura 90: Gráfico – chute a gol

O quarto exemplo aborda uma aplicação referente ao estado físico da água (Figura 91 até 95). A função temperatura é definida por partes de acordo com o intervalo de tempo, isto é, ora linear (até atingir os pontos de fusão, de ebulição e de evaporação) e ora constante (durante os estados de fusão e de ebulição):

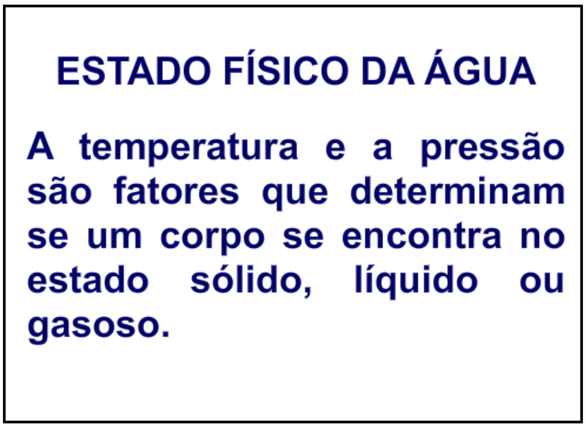


Figura 91: A temperatura e a pressão

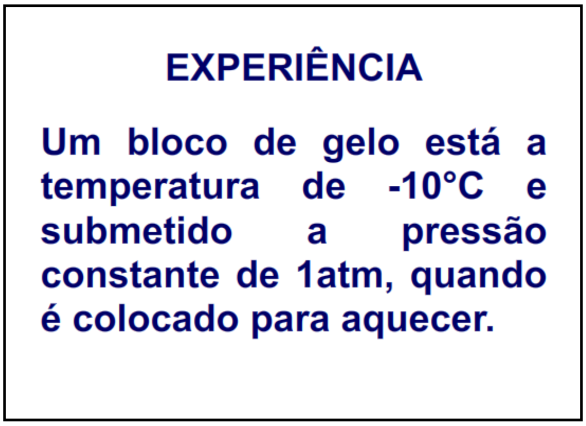


Figura 92: A experiência

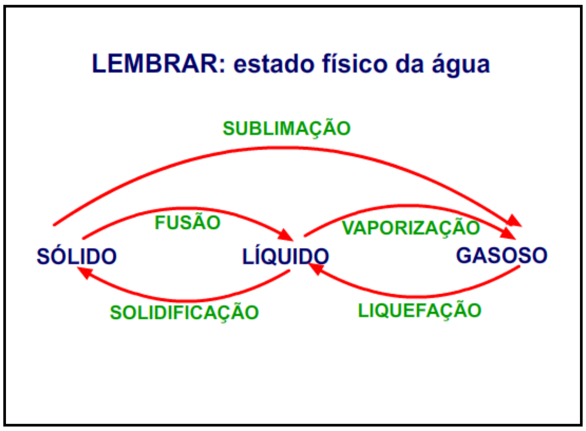


Figura 93: Estado físico da água

Figura 94: Nota de atenção

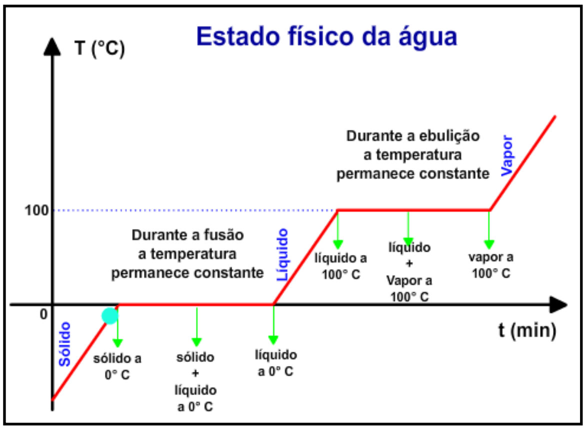


Figura 95: Gráfico do estado físico da água

Com este material pretendeu-se ilustrar várias situações práticas, modeladas por funções, onde a variável independente assume valores nos naturais e inteiros, ou nos reais. As várias animações exibem funções representadas por uma sentença Matemática, por uma tabela e por um gráfico.

Em todos os exemplos é evidenciado o fato de cada elemento do domínio estar associado a um único elemento da imagem, e, portanto, representam funções.

Os objetos de aprendizagem representam funções, cujas variáveis são contínuas ou discretas. Além disso, foi explorado o uso de diferentes denominações para os eixos cartesianos, em consonância com as variáveis envolvidas no problema. Aqui, foi importante destacar que, nos meios de comunicação, é usual ilustrar uma função discreta através de um gráfico contínuo.

4.3.7.2 Objetivos

Levar o aluno a perceber que:

a) a Matemática está presente em situações do dia-a-dia, bem como é utilizada para modelar fenômenos relacionados às demais Ciências;
b) as funções descrevem matematicamente situações e, a partir da análise do comportamento entre as variáveis envolvidas (variável dependente e variável independente), é possível formular as leis que as definem;
c) os vários exemplos apresentam situações em que o domínio, a imagem e o contradomínio estão representados por conjuntos de números naturais ou reais;
d) o diagrama de flechas não pode ser usado para representar uma função definida em um intervalo real; e,
e) a nomenclatura utilizada para designar os eixos cartesianos deve estar em consonância com as variáveis envolvidas na situação-problema.

4.3.7.3 Análise *a posteriori*

Diferentemente das anteriores, o material desta aula foi convertido numa versão para o DVD e exposto na televisão (Figura 96). Foi possível constatar que as animações despertaram a curiosidade e o interesse dos alunos em aprender. Houve um considerável número de intervenções e de questionamentos por parte dos alunos:

Figura 96: Aula ministrada com a televisão

As aplicações que mais cativaram os estudantes, sem dúvida, foram a do Movimento Retilíneo Uniforme (MRU) e a do chute a gol. Durante a exposição das mesmas, constatou-se a participação da classe em forma de observações sobre situações do dia-a-dia. Foi citado, por exemplo, que é possível colocar um automóvel a rodar no piloto automático, tornando sua velocidade constante durante o percurso.

Ao serem questionados quanto ao tempo ser representado por um intervalo real, um aluno ressaltou a importância dos milésimos de segundos na classificação do vencedor na Fórmula 1; caso contrário, se o tempo fosse considerado como um número inteiro ou mesmo um real, com aproximação de apenas duas casas decimais, poderia haver empate entre os competidores.

Ao final da atividade, foi possível perceber que:

a) os exemplos usados evidenciaram os conceitos de variável contínua e de variável discreta;

b) a importância da Matemática para a aprendizagem da disciplina de Física; e,

c) o uso de novas tecnologias (TV ou projetor multimídia) torna a aula de Matemática mais interessante.

Por último, cabe registrar que a tela da TV, por ser menor que a tela projetada do computador, dificultou a leitura dos enunciados dos problemas. Fez-se necessário a leitura do texto, pelo professor, para os alunos.

4.3.8 ENCONTRO 8 – Problemas animados 2

O encontro 8 também se refere à análise de situações-problema, através de objetos animados construídos no software Flash 8.

4.3.8.1 Descrição da atividade

A atividade consistiu na exibição de três problemas animados: cadeia alimentar, plano de expansão de uma empresa e imposto de renda.

A aula ocorreu no Laboratório de Informática, sendo que os alunos, divididos em pequenos grupos, acompanharam as explicações pelo projetor multimídia e, após, descreveram cada situação, identificando o domínio e a imagem.

O primeiro exemplo focou um problema ecológico, sobre a cadeia alimentar de gaviões e cobras (Figuras 97 até 103), representado graficamente por um ramo da hipérbole, a função:

$$y = \frac{300}{x}, x > 0.$$

Figura 97: Estudo do domínio de variável discreta

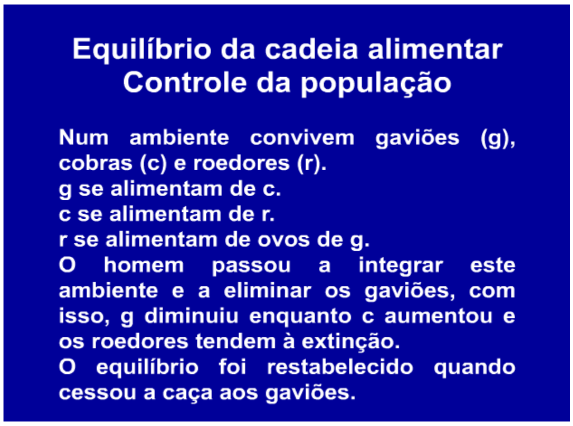


Figura 98: Problema – cadeia alimentar

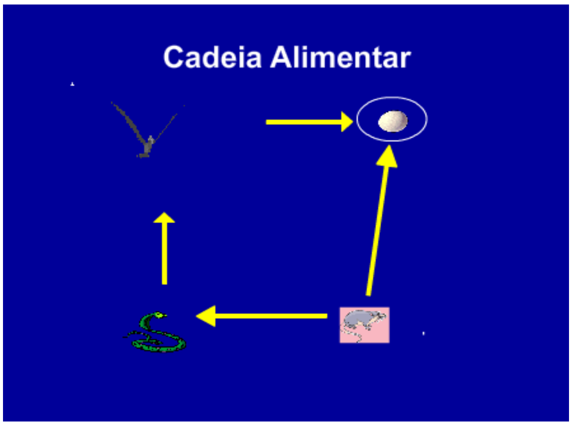


Figura 99: Esquema – cadeia alimentar


Tabela: número de cobras em função do número de gaviões

nº de gaviões (g)	Lei da função c = 300/g	nº de cobras (c)
4	c = 300/(4)	75
5	c = 300/(5)	60
6	c = 300/(6)	50
10	c = 300/(10)	30
12	c = 300/(12)	25
15	c = 300/(15)	20
20	c = 300/(20)	15
25	c = 300/(25)	12
30	c = 300/(30)	10
50	c = 300/(50)	6
60	c = 300/(60)	5
75	c = 300/(75)	4

Figura 100: Tabela – cadeia alimentar

Figura 101: Gráfico – cadeia alimentar

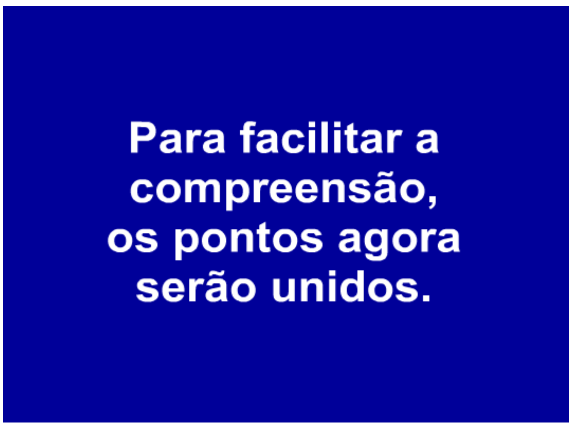


Figura 102: União dos pontos no gráfico

Figura 103: Gráfico com os pontos unidos

A segunda situação-problema refere-se ao plano de expansão de uma empresa (Figuras 104 até 107) e a terceira animação representa o imposto de renda a ser pago por uma pessoa física, referente ao ano base 2009 (Figuras 108 e 109). As duas últimas contemplam o estudo de função contínua por partes, definidas como constantes em cada intervalo de definição:

Figura 104: Função contínua por partes

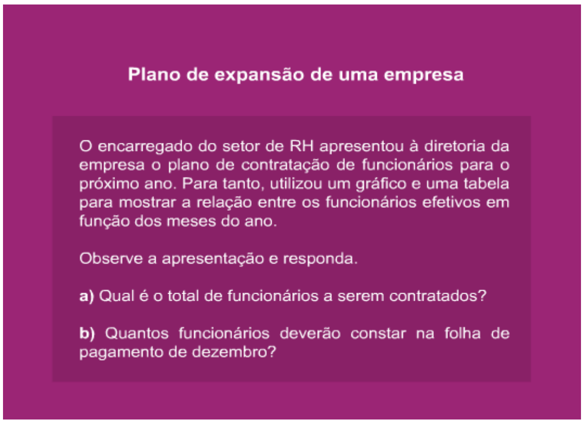


Figura 105: Problema – plano de expansão

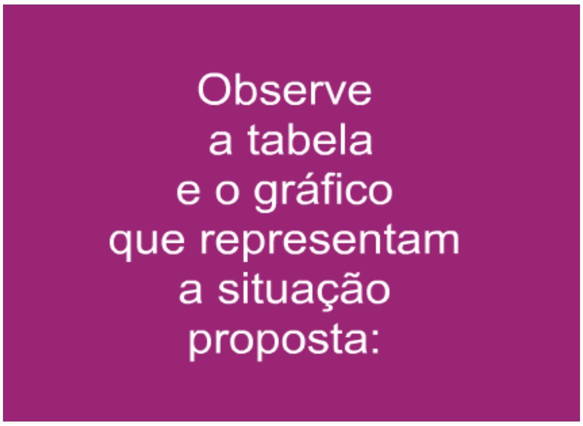


Figura 106: Observação sobre a representação

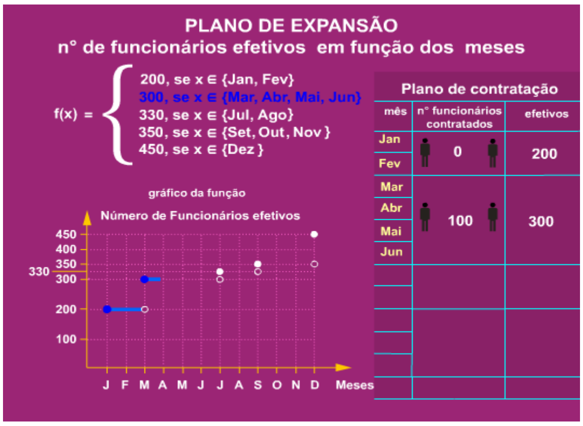


Figura 107: Análise gráfica do plano cartesiano

A animação, utilizada no segundo (plano de expansão de uma empresa) e no terceiro exemplo (Imposto de Renda), permitiu ao aluno visualizar o comportamento da função nos pontos de descontinuidade. Uma pequena esfera percorre o gráfico da função nos intervalos em que esta é contínua e desaparece sobre os pontos de descontinuidade, serve para destacar a característica da descontinuidade tipo salto, na imagem:

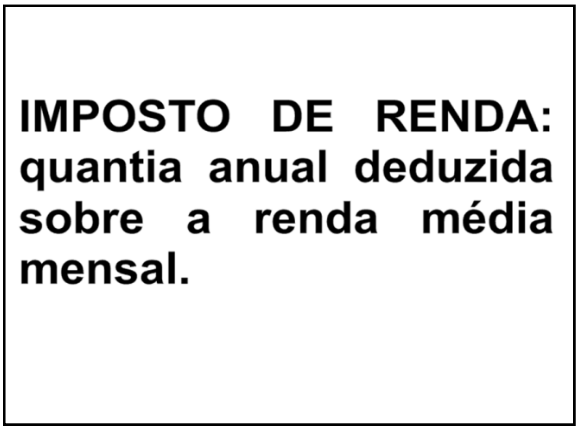


Figura 108: Definição de imposto de renda

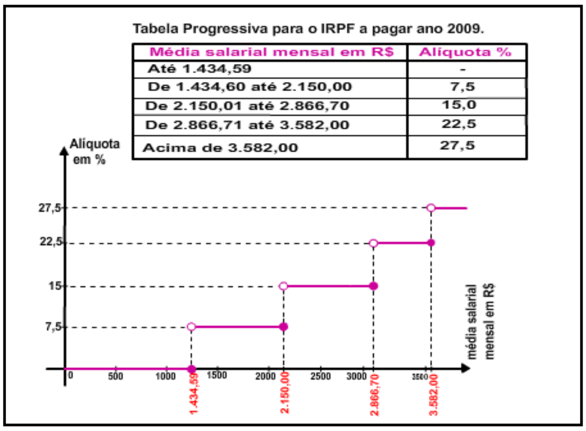


Figura 109: Análise gráfica do imposto de renda

Após a apresentação, cada grupo registrou a própria análise sobre o material, evidenciando o tipo de função, o domínio, o contradomínio e identificando as variáveis envolvidas na situação-problema.

De posse das respostas dos grupos, coube à professora fazer a leituras das mesmas para a classe, promover e conduzir o debate sobre as conclusões e esclarecer as dúvidas que se fizeram presentes.

4.3.8.2 Objetivos

Os alunos deverão ser capazes de:

a) interpretar cada situação-problema;

b) identificar as variáveis envolvidas;

c) relacionar o gráfico com a tabela;

d) identificar o domínio e a imagem;

e) verificar se a lei define uma função;

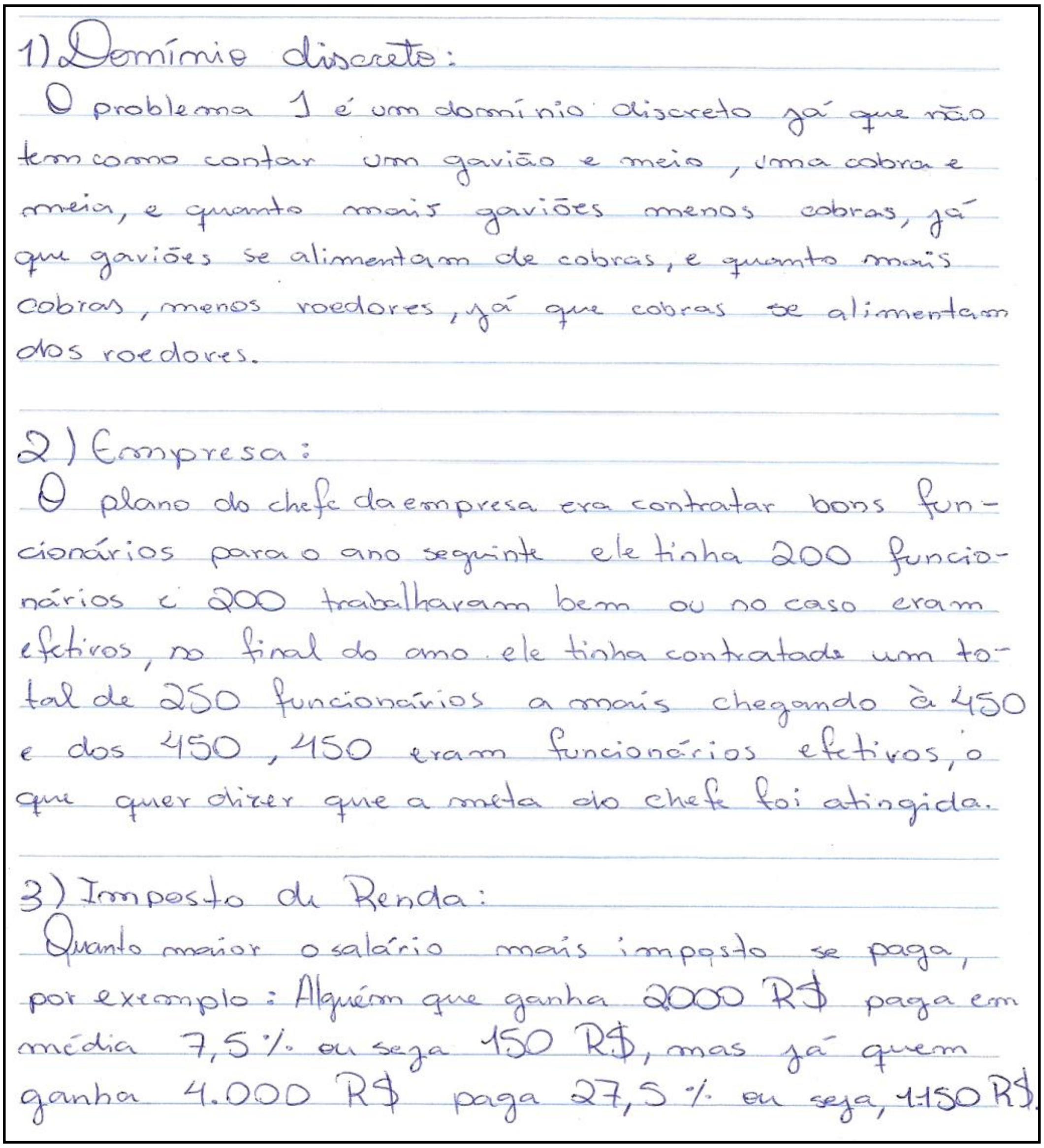
f) reconhecer uma função contínua, contínua por partes ou função discreta (a variável independente assume valores no conjunto dos naturais ou dos inteiros); e,

g) perceber que a Matemática está presente em situações-problema do dia-a-dia.

4.3.8.3 Análise *a posteriori*

O início da atividade, no Laboratório de Informática, revelou a falta de familiaridade de alguns alunos com aulas ministradas neste ambiente. Logo após os computadores terem sido ligados, um grande número de alunos acessou a Internet, nos sites de relacionamento (Orkut ou MSN). A professora teve que intervir, solicitando a atenção da turma e ressaltando que o uso dos computadores seria restrito ao desenvolvimento do conteúdo da aula de Matemática.

Não foi possível utilizar o projetor multimídia, conforme o planejado, pois o mesmo havia sido roubado da escola. Foi solicitado aos grupos que registrassem as suas observações sobre o material, evidenciando o tipo de função, o domínio, a imagem, o contradomínio e identificando variáveis envolvidas na situação-problema. Constatou-se, por parte dos alunos, certa insegurança na redação das respostas e na interpretação do vocabulário usado no texto. Fez-se necessário o esclarecimento sobre o termo imposto de renda.No decorrer da atividade, enquanto a professora atendia dúvidas individuais, alguns grupos acessaram, novamente, os sites de relacionamento. Ao perceber esta situação, a professora desativou a rede e, então, os alunos se dedicaram à realização da atividade. Após os alunos concluírem a atividade, a professora promoveu um debate sobre as observações levantas pelos grupos. O fato de os alunos terem, previamente, analisado cada situação-problema facilitou à professora o esclarecimento de suas dúvidas. Em particular, no exemplo sobre a cadeia alimentar, os alunos perceberam a relação estreita de dependência entre as variáveis envolvidas e a idéia de limite apareceu de modo intuitivo. Os mesmos previram o que ocorreria com o número de gaviões, à medida que diminuía a quantidade de cobras. O registro de dois grupos pode ser constatado nas Figuras 110 e 111.


1) Domínio discreto:
O problema 1 é um domínio discreto já que não tem como contar um gavião e meio, uma cobra e meia, e quanto mais gaviões menos cobras, já que gaviões se alimentam de cobras, e quanto mais cobras, menos roedores, já que cobras se alimentam dos roedores.

2) Empresa:
O plano do chefe da empresa era contratar bons funcionários para o ano seguinte ele tinha 200 funcionários e 200 trabalharam bem ou no caso eram efetivos, no final do ano ele tinha contratado um total de 250 funcionários a mais chegando à 450 e dos 450, 450 eram funcionários efetivos, o que quer dizer que a meta do chefe foi atingida.

3) Imposto de Renda:
Quanto maior o salário mais imposto se paga, por exemplo: Alguém que ganha 2000 R$ paga em média 7,5 % ou seja 150 R$, mas já quem ganha 4.000 R$ paga 27,5 % ou seja, 1.150 R$

Figura 110: Análise das situações-problema – grupo 1

Na análise da situação 3, que corresponde ao imposto de renda, o grupo 1 estabeleceu de imediato a relação de dependência entre as grandezas envolvidas.

Na análise do problema 1, o grupo 2 registrou a idéia errônea: uma função é contínua, se o seu gráfico é a reta. E a manifestaram, novamente, durante a discussão das respostas no grande grupo. Coube a professora retomar as definições de função contínua e função discreta:

1) Função de Dominio direta:

Dominio discreto pois não temos uma reta, e porque as Cobras são função dos Gaviões, ou seja, o número de Gaviões aumenta e o número de Cobras diminuem. trata-se da Cadeia alimentar: Gaviões comem Cobra, Cobras comem ratos, e ratos ovos de Gavião

2) Função Continua por partes:

a) Qual é o total de Funcionarios a serem Contratados? 250

b) Quantos funcionarios deverão constar na folha de pagamento de dezembro? 100

3) Imposto de renda:

Continuo por partes pois não possue uma unica reta.

Figura 111: Análise das situações-problema – grupo 2

Na interpretação do grupo 3, registrada na Figura 112, referente à situação do plano de expansão de uma empresa, surgiu o termo “em pedaços”, para explicar o fato de o gráfico representar uma função contínua por partes.

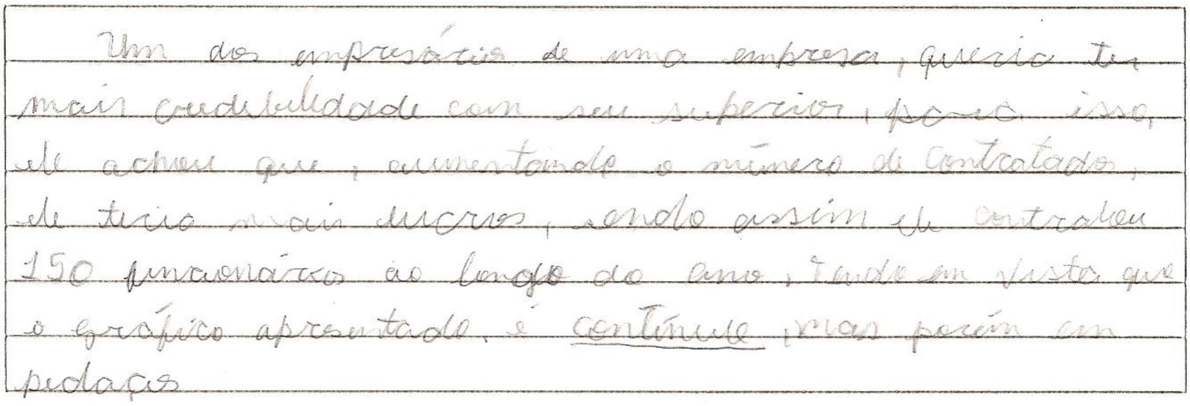

Um dos empresários de uma empresa, queria ter mais credibilidade com seu superior, para isso, ele achou que, aumentando o número de contratados, ele teria mais lucros, sendo assim ele contratou 150 funcionários ao longo do ano, tendo em vista que o gráfico apresentado é contínuo, mas porém em pedaços

Figura 112: Análise do plano de expansão – grupo 3

4.3.9 ENCONTRO 9 – Noção de limite de uma função

Neste encontro, foi abordada a noção de limite de uma função, através da análise de tabelas e de gráficos.

4.3.9.1 Descrição da atividade

Os alunos visualizaram, no Laboratório de Informática (não foi utilizado o projetor multimídia), a animação referente ao limite. Os objetos animados, inicialmente, estão relacionados em uma tabela, a fim de explorar a noção de limite. A seguir, foi apresentado o gráfico da função (Figuras 113 até 128). A análise numérica e geométrica de cada exemplo permitiu, ao aluno, perceber o comportamento da função em torno de um determinado ponto do domínio.

Após a exposição de cada objeto animado, a professora discutiu os exemplos no grande grupo, usando o quadro para as anotações, e solicitou aos alunos que acompanhassem, no computador, o desenvolvimento da atividade.

Noção de limite

de uma função

Figura 113: Noção de limite

1° exemplo) Dada a função y = x + 2, calcular o conjunto imagem para valores próximos de 2, isto é, para x tendendo ao valor 2.

x	y = x + 2	y
1,8	$y = (1,8) + 2$	3,8
1,9	$y = (1,9) + 2$	3,9
1,99	$y = (1,99) + 2$	3,99
1,999	$y = (1,999) + 2$	3,999

Quando x tende a 2, por valores inferiores (pela esquerda), y tende a 4.

x	y = x + 2	y
2,2	$y = (2,2) + 2$	4,2
2,1	$y = (2,1) + 2$	4,1
2,01	$y = (2,01) + 2$	4,01
2,001	$y = (2,001) + 2$	4,001

Quando x tende a 2, por valores superiores (pela direita), y tende a 4.

Figura 114: 1º exemplo – noção de limite pela tabela

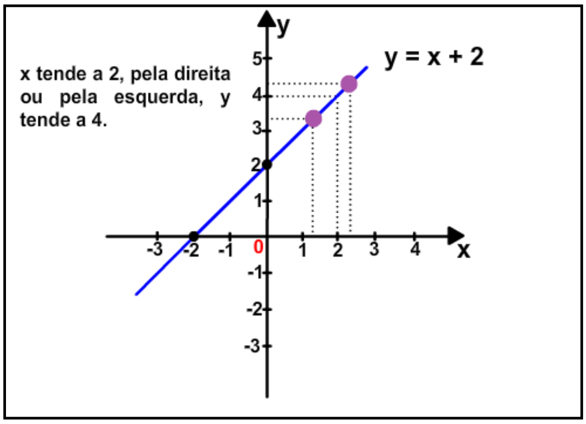


Figura 115: 1º exemplo – noção de limite pelo gráfico

Considerações:

1) Para valores próximos de 2, porém menores, o valor de y tende a 4. Diz-se que o limite desta função, para x tendendo a 2 pela esquerda, é 4.

Simbolicamente: $\lim_{x \to 2^-} y = 4$

2) Para valores próximos de 2, porém maiores, o valor de y tende a 4. Diz-se que o limite desta função, para x tendendo a 2 pela direita, é 4.

Simbolicamente: $\lim_{x \to 2^+} y = 4$

Figura 116: Considerações sobre o 1º exemplo

Considerações:

3) Os limites calculados à esquerda e à direita de um valor x são chamados de limites laterais.

Quando ambos os limites laterais existirem e forem iguais, tem-se que o limite da f(x), para x tendendo a 2, é 4.

Simbolicamente: $\lim_{x \to 2} x + 2 = 4$

O limite da f(x) = 4 e f(2) = 4, logo a f(x) é contínua em x = 2.

Figura 117: Continuação – considerações sobre o 1º exemplo

2° exemplo) Dada a função y = 3, calcular o conjunto imagem para valores próximos de 0 (zero), isto é, para x tendendo ao valor 0 (zero).

x	y = 3	y
-0,2	y = 3	3
-0,1	y = 3	3
-0,01	y = 3	3
-0,001	y = 3	3

Quando x tende a 0, por valores inferiores (pela esquerda), y tende a 3.

x	y = 3	y
0,2	y = 3	3
0,1	y = 3	3
0,01	y = 3	3
0,001	y = 3	3

Quando x tende a 0, por valores superiores (pela direita), y tende a 3.

Figura 118: 2º exemplo – noção de limite pela tabela

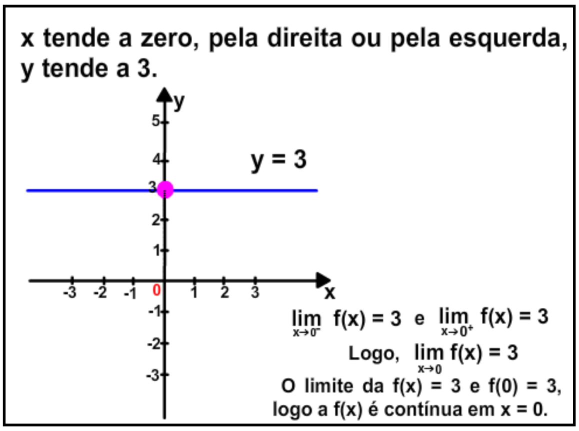


Figura 119: 2º exemplo – noção de limite pelo gráfico

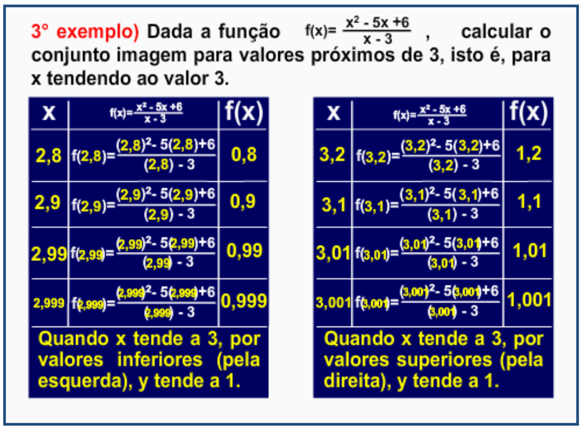


Figura 120: 3º exemplo – noção de limite pela tabela

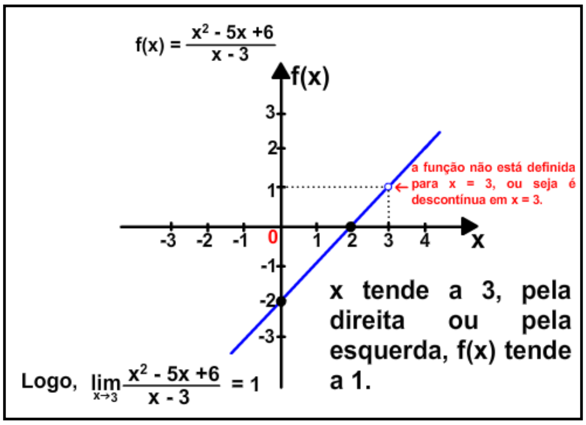


Figura 121: 3º exemplo – noção de limite pelo gráfico

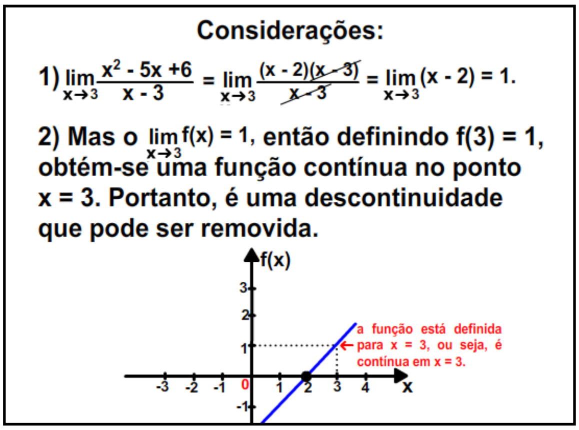


Figura 122: 3º exemplo – considerações sobre a noção de limite

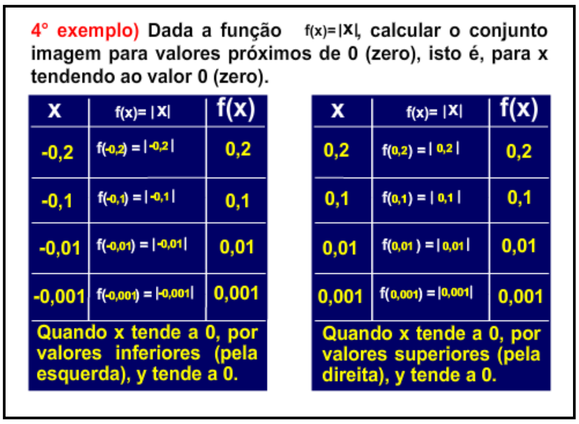


Figura 123: 4º exemplo – noção de limite pela tabela

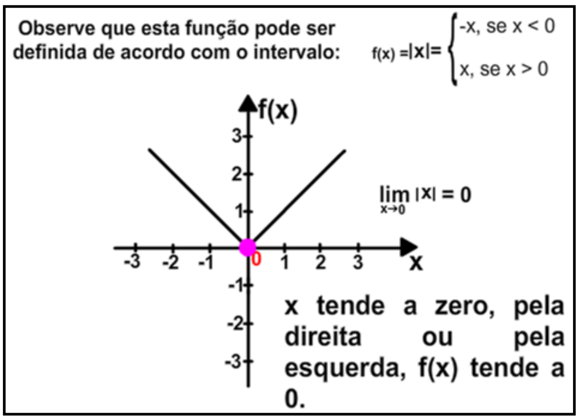


Figura 124: 4º exemplo – noção de limite pelo gráfico

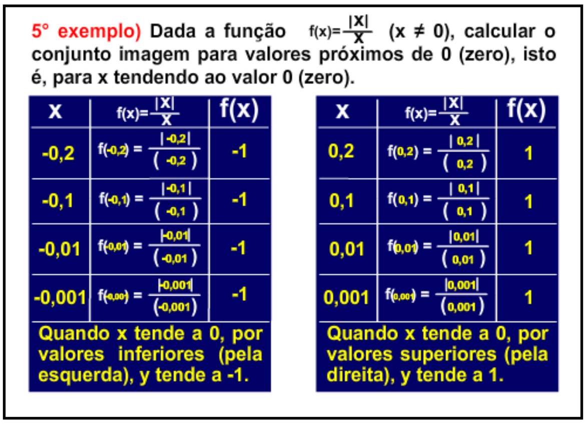


Figura 125: 5º exemplo – noção de limite pela tabela

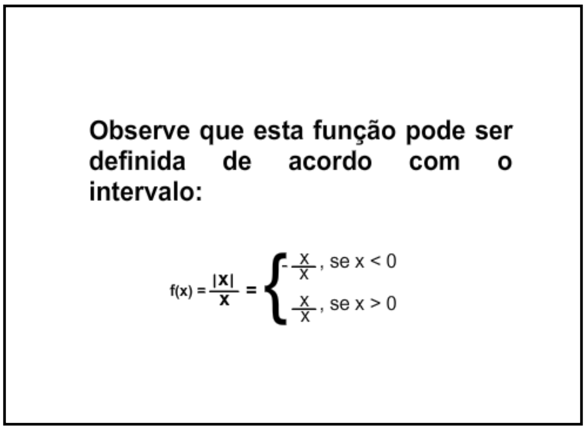


Figura 126: 5º exemplo – função definida num intervalo

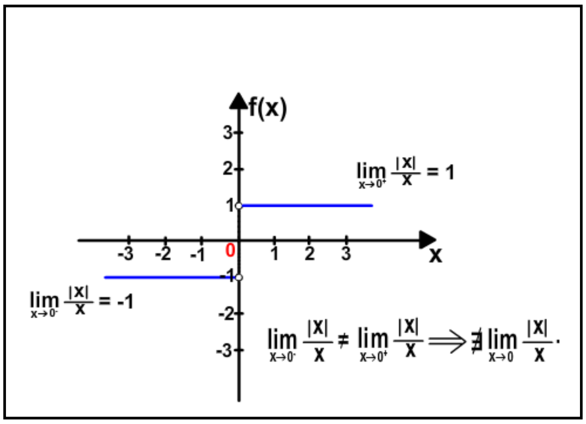


Figura 127: 5º exemplo – noção de limite pelo gráfico

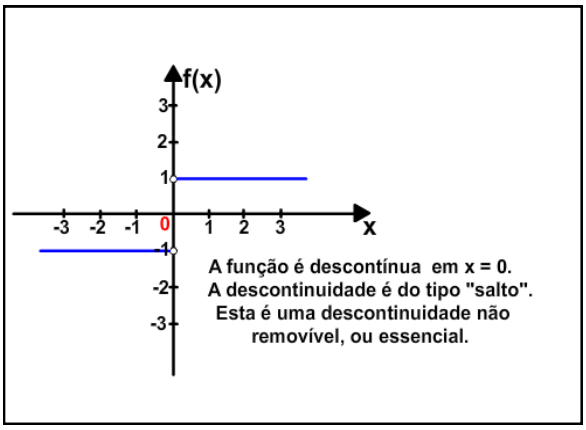
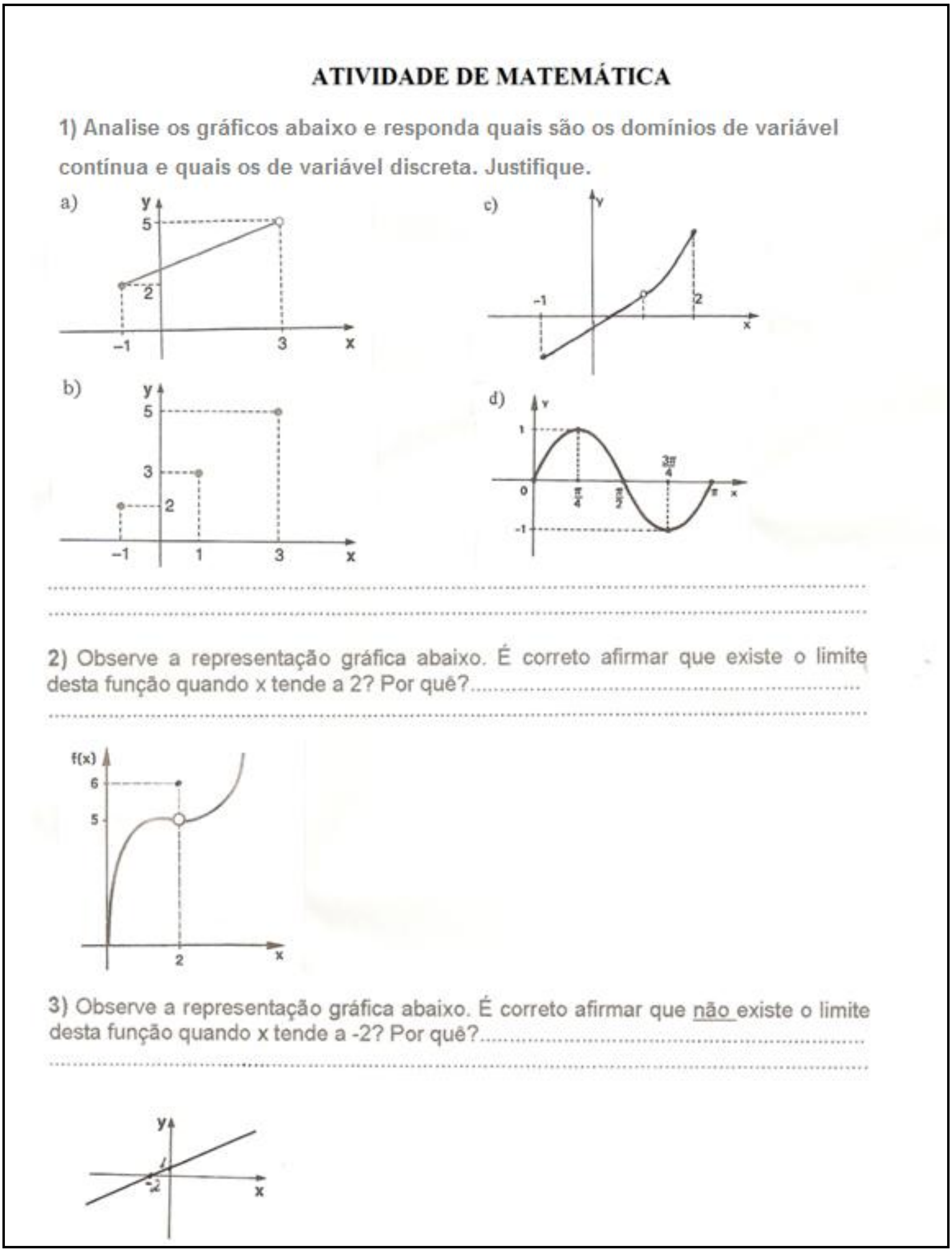


Figura 128: 5º exemplo – descontinuidade essencial

Após as explicações, os alunos resolveram a atividade (Figura 129):



ATIVIDADE DE MATEMÁTICA

1) Analise os gráficos abaixo e responda quais são os domínios de variável contínua e quais os de variável discreta. Justifique.

a) c)

b) d)

....

....

2) Observe a representação gráfica abaixo. É correto afirmar que existe o limite desta função quando x tende a 2? Por quê?..

....

3) Observe a representação gráfica abaixo. É correto afirmar que <u>não</u> existe o limite desta função quando x tende a -2? Por quê?..

....

Figura 129: Atividade sobre a noção de limite

4.3.9.2 Objetivos

O objetivo deste encontro é apresentar a noção de limite de uma função, através do estudo dos limites laterais, bem como a notação Matemática formal usada para representar estes conceitos.

O aluno deverá ser capaz de:

a) identificar a existência do limite, através da observação do gráfico e da tabela, comparando os valores obtidos para a função, f(x), à medida que x se aproxima do valor a ser analisado; e,

b) compreender que uma função é contínua num ponto, quando o valor do limite for igual ao valor da função no ponto; e, que o fato de ser descontínua, não implica na não existência do limite.

4.3.9.3 Análise *a posteriori*

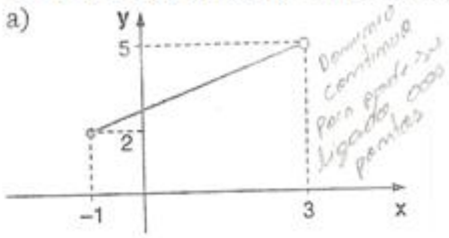
Os grupos, enquanto assistiam a animação, discutiam o que estava sendo exposto, buscando entender o conceito.

A seguir, a professora explicou-lhes o conteúdo, utilizando o quadro, enquanto os alunos acompanhavam as animações no computador.

O uso da tabela foi importante para facilitar a interpretação geométrica da noção de limite e para o entendimento da notação empregada. As Figuras 130 e 131 ilustram as respostas apresentadas por dois grupos de alunos:

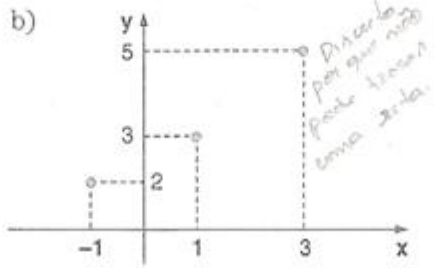
1) Analise os gráficos abaixo e responda quais são os domínios de variável contínua e quais os de variável discreta. Justifique.

a)

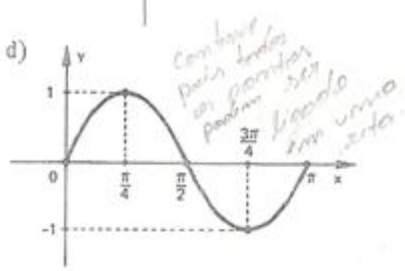


c)

b)



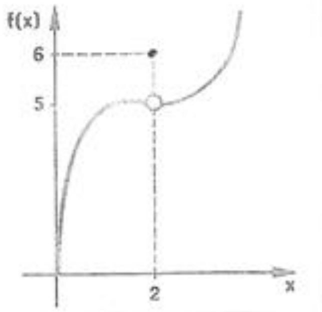
d)



....

....

2) Observe a representação gráfica abaixo. É correto afirmar que existe o limite desta função quando x tende a 2? Por quê? Sim, pois seu limite é 5 pois quando menor ou maior os valores de 2 estará mais perto de 5.



3) Observe a representação gráfica abaixo. É correto afirmar que não existe o limite desta função quando x tende a -2? Por quê? Não é correta, pois existe um limite e é o 0

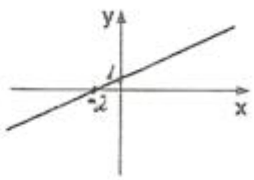


Figura 130: Resolução da atividade sobre noção de limite – grupo 1

1)
a)
Verificamos que -1 por 2 fica negativo e o 5 por 3 fica positivo assim chegamos a conclusão de que o problema é uma reta contínua.

b) É um domínio discreto já que os pontos não são interligados.

c) É uma reta descontínua por causa do intervalo aberto.

d) É uma curva contínua porquê os pontos estão todos ligados e pode se calcular/marcar na reta números com vírgula.

2) Sim, porquê quando o x for 2 positivo o limite é 5 positivo e quando for -2 o limite será -5, portanto quando x for 2 o limite será 5 o que troca é só o sinal.

3) Sim, porquê se o número que dá o limite é menos 2 não tem como o limite ser 1, porquê o número será positivo, e o limite de -2 teria que ser um número negativo na reta.

Figura 131: Resolução da atividade sobre noção de limite – grupo 2

Os objetivos desta atividade foram alcançados pela maioria da turma, conforme exemplificado nas Figuras acima. A resposta do grupo 2, demonstra que este não conseguiu compreender a noção de limite e apresentou dificuldade na classificação do domínio **–** em de variável contínua ou de variável discreta. O número maior de dúvidas ocorreu quanto à notação formal, usada para representar o conceito de limite.

4.4 AVALIAÇÃO DA PESQUISA

Na seqüência, os resultados da aplicação do material didático serão validados (ou não), com base nas hipóteses formuladas *a priori*.

4.4.1 Sobre o Aluno e seu Desempenho

4.4.1.1 Hipótese

- O aluno será cativado a aprender Matemática, aumentando o interesse e a dedicação ao estudo e, com isso, terá melhor desempenho nas atividades.

4.4.1.2 Análise

O uso de recursos de Informática atraiu a atenção e a curiosidade dos alunos até, mesmo, daqueles que apresentam mais dificuldade em Matemática. Com isso, aumentou a concentração em aula e, conseqüentemente, facilitou o entendimento dos assuntos desenvolvidos.

A turma, em geral, mostrou-se mais interessada nas explicações e participou mais das aulas, expondo idéias e esclarecendo as dúvidas. O desempenho dos alunos, se comparado aos do estágio supervisionado[16], melhorou e acredita-se que esteja diretamente associado ao uso de recursos de animações.

A colaboração entre os colegas, no esclarecimento de dúvidas, fez-se bastante presente durante as atividades propostas. Houve momentos, em que algum aluno solicitava auxílio, para resolver a questão, e os próprios colegas respondiam corretamente, pedindo à professora a confirmasse da resposta. Este fato promoveu uma maior integração e a ajuda mútua entre os estudantes.

[16] Ver capítulo 4, no item 4.2.

4.4.2 Sobre o aluno e seu Conhecimento Prévio

4.4.2.1 Hipóteses

Espera-se que a revisão dos conteúdos (nas duas primeiras semanas do período letivo), necessários ao entendimento dos novos assuntos, seja suficiente para promover a aprendizagem efetiva dos alunos.

Além disso, pressupõe-se que o aluno tenha conhecimento básico sobre a teoria dos conjuntos, operações aritméticas e algébricas fundamentais (resolução de equações algébricas do 1º e 2º grau). Aqui, caberá ao professor a elucidação de dúvidas e a retomada, com certa freqüência, de tópicos matemáticos que estejam dificultando a aprendizagem do aluno sobre os novos temas.

4.4.2.2 Análise

Durante as atividades, os alunos apresentaram maior dificuldade em realizar as operações algébricas e em redigir as próprias conclusões. Em vários momentos, foi necessário revisar estas operações, apesar de explicadas no início do período letivo.

Em relação à dificuldade de registrar, por escrito, suas constatações, acredita-se que se deva à carência de atividades com este propósito. Os alunos, embora tenham sido orientados quanto ao que deveriam observar, demonstraram insegurança, ao descrever a ação. Com freqüência, perguntavam à professora: “é isso, ou é assim?”, se referindo ao que haviam escrito. Com esta tarefa, foi possível constatar a importância de atividades que contribuam para o desenvolvimento da capacidade de observação, análise, interpretação e redação de texto. Indiscutivelmente, estas devem guiar a ação pedagógica do professor da disciplina de Matemática.

4.4.3 Sobre a Implementação da Proposta

4.4.3.1 Hipótese

O cronograma das atividades, distribuídas em nove encontros, será conforme o estipulado no plano de ensino da disciplina.

4.4.3.2 Análise

Quanto ao prazo de desenvolvimento, pode-se afirmar que transcorreu de acordo com o planejado.

4.4.4 Sobre os Recursos

4.4.4.1 Hipóteses

a) materiais: que esteja, no mínimo, disponível um computador, um projetor multimídia ou aparelho de TV;
b) didáticos: que o uso de recursos visuais torne as aulas dinâmicas e interessantes, facilitando o entendimento do aluno e a tarefa do professor;
c) que os alunos se interessarão mais por aulas nas quais se utiliza os recursos de Informática;
d) que as animações facilitem aprendizagem.

4.4.4.2 Análise

A forma de apresentação das atividades referentes aos encontros 6, 8 e 9 foi modificada, devido a indisponibilidade dos equipamentos. A animação relativa ao encontro 6 foi apresentada aos alunos no computador, na sala de aula, pois, tanto o aparelho de TV quanto o projetor multimídia não puderam ser usados neste dia.

Nos encontros 8 e 9, a aula ocorreu no Laboratório de Informática e os alunos, divididos em grupos, assistiram às animações no computador. Não foi possível utilizar o projetor multimídia, conforme inicialmente planejado, porque havia sido roubado. A necessidade de reformular o planejamento da aula mostrou o quanto é importante que o professor esteja preparado para enfrentar eventuais problemas que podem surgir em aula. A mudança na forma como estas aulas ocorreram não comprometeu o desenvolvimento dos assuntos propostos

A utilização das animações no computador, certamente, foi de suma importância para facilitar a aprendizagem dos alunos. Os recursos da Informática tornaram a aula mais dinâmica, facilitando a visualização dos conceitos abordados, e despertaram a curiosidade e o interesse dos alunos em aprender. Acredita-se que a metodologia de ensino, associada ao uso de recursos de Informática nas aulas, foi fator preponderante para que tenham ocorrido.

4.4.5 Sobre os diferentes procedimentos

4.4.5.1 Hipótese

Que as atividades propostas estejam coerentes com os objetivos e os alunos consigam estabelecer ligações entre elas.

4.4.5.2 Análise

O procedimento adotado, em cada etapa da seqüência de ensino, permitiu ao aluno estabelecer ligação entre os conteúdos aprendidos, ao longo dos nove encontros.

A utilização do computador e da TV, as atividades realizadas em grupo, a oportunidade de se expressar na forma oral e escrita, a mudança de ambiente (ora na sala de aula, ora no Laboratório de Informática, ora na sala de vídeo), tornou a aula de Matemática mais atraente e possibilitou, ao aluno, o desenvolvimento de autonomia, o que foi observado diante de uma maior participação durante as aulas.

Outro fato importante, que contribuiu para que os objetivos da seqüência didática fossem atingidos, foi a apresentação de uma Matemática presente no dia-a-dia. A análise de situações-problema e o uso de objetos animados levaram o aluno a concretizar e concatenar idéias, e a conceber a utilidade da Matemática.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A Engenharia Didática, uma metodologia de pesquisa desenvolvida por Michele Artigue, foi o suporte para a estrutura, a elaboração e o desenvolvimento deste trabalho. A escolha do método foi devido ao fato de que, a partir da avaliação continuada, este permite planejar, refletir e estabelecer novas diretrizes para a ação pedagógica. Com base nestas premissas, o professor é levado a elaborar, detalhadamente, uma seqüência de ensino visando à apropriação do conhecimento e, conseqüentemente, melhore o seu desempenho como formador.

Fundamentado nessa teoria, o ponto de partida para este trabalho foi a reflexão sobre a prática pedagógica que vinha sendo realizada pela pesquisadora, em especial, as aulas ministradas durante o estágio supervisionado, no ano de 2008. Que a maioria dos alunos apresenta dificuldade para compreender os assuntos abordados em Matemática, em particular o conteúdo funções, foi a primeira constatação. Na seqüência, a análise, em busca da causa, levou a supor que a prática pedagógica repetitiva e descontextualizada da evolução tecnológica seria um obstáculo para a aprendizagem.

A próxima etapa consistiu na elaboração de uma seqüência didática, que abrangesse o ensino de funções voltado para a 1ª série do Ensino Médio, a ser aplicada na Escola Estadual de Educação Básica Professor Gentil Viegas Cardoso.

A escolha do conteúdo matemático foi feita a partir da dificuldade, detectada em sala de aula, na compreensão do conceito e na representação algébrica e gráfica de funções, um tema fundamental para o estudo das Ciências. Portanto, com a elaboração do produto didático, aplicado no primeiro semestre do corrente ano, procurou-se desenvolver uma seqüência de ensino diferenciada, associando o conteúdo matemático a recursos da tecnologia.

A primeira questão norteadora, presente durante todo o trabalho, consistiu na pergunta: **o uso de recursos de Informática desperta o interesse em aprender e facilita a compreensão do conceito de função?**

A necessidade de ampliar o conhecimento nesta área fez-se presente e, com isso, buscou-se o embasamento teórico apresentado no Capítulo 1. A revisão bibliográfica baseou-se na pesquisa realizada por Ardenghi: um estudo de estado da arte, que mapeou, no período de 1970 a 2005, quarenta e seis trabalhos realizados no Brasil sobre o tema, sendo doze deles sobre as dificuldades de aprendizagem do conceito de função. Segundo Ardenghi, uma das causas ligadas à dificuldade de aprendizagem pode estar associada à forma técnica e distante da realidade em que o assunto funções é abordado. Este argumento vem ao encontro das premissas formuladas neste trabalho.

O autor também sugere, para minimizar este obstáculo, o uso de ferramentas de Informática; o conhecimento, por parte do professor, sobre a evolução histórica do assunto funções; a realização de tarefas, com grupos ou duplas de alunos, para promover a ajuda mútua; e, a importância do uso de situações-problema envolvendo funções. Estas sugestões guiaram a elaboração do material didático aqui apresentado.

A consulta realizada na Internet mostrou a existência de sites que disponibilizam animações e software, gratuitamente, que poderiam ser utilizados em sala de aula pelos professores. Diante desta constatação, surgiram outras questões que também nortearam esta pesquisa: **Os professores do Ensino Fundamental e Médio fazem uso do computador em suas aulas de Matemática? Em caso afirmativo, de que forma? E em caso negativo, qual a causa?**

Em busca de uma resposta a estas questões, um questionário foi aplicado aos professores de Matemática da Rede Estadual do Município de Alvorada, cidade onde se localiza a escola em que foi desenvolvida a seqüência de ensino, presente nesta dissertação.

Os dados levantados evidenciaram que cerca de 90% das escolas participantes da pesquisa possui Laboratório de Informática e que 48,8% dos professores não o utiliza. No entanto, ao serem consideradas apenas as escolas em que o Laboratório está disponível para a execução e preparação de aulas (65,9%), constata-se que o percentual dos professores que o utiliza aumenta para 63%, e, preponderantemente, na criação de textos e planilha de notas.

Dentre os pesquisados 78% considera importante o uso de recursos computacionais, entretanto, destes apenas 53,3% os implementaram. Segundo os últimos, nas atividades ministradas, o número de computadores é quase sempre inferior ao número de alunos, vindo em detrimento ao processo ensino-aprendizagem.

No universo pesquisado, os dados apontam que cerca de 70% trabalha sessenta horas semanais e que cerca de 10% atua em três escolas diferentes; cerca de 70% leciona duas disciplinas e 50% atua, simultaneamente, no Ensino Fundamental e Médio. Diante da realidade apresentada, acredita-se que esta jornada de trabalho excessivo possa dificultar ao professor a criação de seu próprio material, para uso em atividade pedagógica com recursos de Informática, bem como a sua participação em cursos de qualificação/atualização profissional.

As ações sugeridas, segundo o relato dos entrevistados, a fim de incentivar o professor ao uso de ferramentas de Informática nas aulas, foram:

a) cursos de capacitação, estes citados como a principal estratégia a ser utilizada para superar o desafio da inclusão das TIC no ensino de Matemática;
b) Laboratório de Informática disponível nos horários de expediente normal da escola e a todos os professores; e,
c) funcionário com conhecimento técnico em Informática, para a manutenção dos equipamentos, instalação de software e suporte às atividades.

Cabe destacar aqui, que a inclusão das TIC, nas atividades de ensino, poderá transportar o professor a uma *zona de risco*, ou seja, este deixará a *zona de conforto*, por opção, e passará a atuar em situações de ensino caracterizadas pela imprevisibilidade (BORBA; PENTEADO, 2005) e, conseqüentemente, vindo a alterar a sua rotina.

A pesquisa realizada junto aos professores de Matemática permitiu concluir que as dificuldades enfrentadas, por estes, não são muito diferentes da realidade encontrada nas demais escolas do país.

O interesse em receber informações, sobre o resultado desta pesquisa, assim como o material didático elaborado, foi manifestado por 82,9% dos pesquisados. Este índice associado às sugestões feitas pelos professores, a fim de serem incentivados ao uso das TIC em sua prática pedagógica, demonstra a preocupação e o comprometimento destes profissionais em aprimorar a sua formação e atuação.

Atendendo à exigência do Programa de Pós-Graduação, foi elaborado este produto que objetiva contribuir para que a tecnologia da Informática, cada vez mais, faça parte da prática pedagógica nas escolas e, em especial, nas citadas acima.

Assim, o material foi produzido em duas versões, sendo uma para a TV (arquivo com extensão .VOB) e outra para o computador (arquivo com extensão .AVI) com o propósito de alcançar um público alvo maior.

A experimentação da proposta de ensino ocorreu em nove encontros e de acordo com o planejado. Quanto aos aspectos positivos, cabe destacar que:

a) os alunos estiveram mais atentos à aula e participaram ativamente na realização das atividades, inclusive aqueles que, normalmente, se distraíam e postergavam o inicio das tarefas;
b) o desempenho e o comprometimento aumentaram consideravelmente, sendo notado até mesmo nos alunos com mais dificuldade de aprendizagem;
c) aumentou a assiduidade às aulas de Matemática, comparada à freqüência durante o mesmo período letivo, nas semanas que antecederam à aplicação da proposta de ensino;
d) diante da manifestação dos alunos, realizada na forma verbal e escrita, durante as atividades, houve uma melhor compreensão dos tópicos apresentados;
e) os alunos demonstraram interesse em compreender as atividades e não, simplesmente, em cumpri-las; e,
f) o desempenho dos alunos foi superior ao da turma de 2008, na qual foi realizado o estágio supervisionado.

As afirmações acima se justificam devido às atitudes dos alunos, registradas por esta pesquisadora, durante a experimentação da seqüência didática. Dentre elas, um fato importante foi os estudantes solicitarem a presença constante da professora (em auxílio ao grupo), com vistas a resolver corretamente todas as questões. Com as avaliações e o acompanhamento dos debates promovidos entre os grupos, foi possível observar a preocupação de cada grupo em solucionar a tarefa e não, apenas, em copiar o resultado dos demais colegas, o que costumava ocorrer com freqüência.

Certamente, o uso de animações, devido ao forte apelo visual, associadas às situações-problema, contribuiu muito para despertar o interesse e promover a aprendizagem dos alunos. Por exemplo, durante a análise da situação referente à cadeia alimentar, os próprios alunos perceberam a relação estreita de dependência entre as variáveis envolvidas e previram o que ocorreria com o número de gaviões, à medida que diminuía ou aumentava a quantidade de cobras, percebendo, de modo intuitivo, a idéia de limite.

As dificuldades encontradas:

a) houve alguns momentos, durante a aplicação da seqüência didática, em que foi necessário exigir dos alunos uma postura mais adequada, pois alguns se distraíam com os sites de relacionamento. Após uma conversa, este problema cessou;

b) no encontro 6, em que o conteúdo matemático deveria ser apresentado no projetor multimídia, este não estava disponível. O mesmo aconteceu com a TV. O professor, então, utilizou um único computador para expor o material para pequenos grupos de alunos; e,

c) as animações, referentes aos encontros 8 e 9, estavam programadas para serem exibidas no projetor multimídia, em sala de aula. No entanto, devido a este equipamento ter sido roubado da escola, a aula ocorreu no Laboratório de Informática. Os alunos se organizaram em pequenos grupos (de três ou quatro integrantes), pois o número de computadores não era suficiente.

A falta de ambos os equipamentos (TV e projetor multimídia), para expor os objetos de aprendizagem, e o número reduzido de computadores existentes no Laboratório de Informática foram fatores que exigiram desta pesquisadora uma postura mais flexível e a tomada rápida de decisões para superar estes imprevistos.

Também foi possível constatar, no encontro 4, a dificuldade dos alunos em resolver a questão 2, representada na Figura 46, sendo que nenhuma das duplas apresentou resposta satisfatória. O erro cometido pode ser atribuído a não conseguirem associar a um mesmo valor da variável independente x, os dois valores possíveis para a variável dependente y, na equação da circunferência. Os estudantes consideraram na imagem, apenas o valor positivo, o qual os levou a concluir que se tratava de um exemplo de função. Este equívoco serviu de alerta a esta professora, ressaltando a importância em promover atividades que envolvam exemplos e contra-exemplos de funções, a fim de desenvolver no aluno a capacidade de análise crítica. Para tanto, é fundamental exemplificar e levar o aluno a desenvolver tarefas que contemplem o conjunto dos reais e todos os seus subconjuntos, e não, apenas, o conjunto dos naturais. E, além disso, enfatizar, concomitantemente, a resolução algébrica e gráfica, com vistas a possibilitar a abstração, a percepção e a concretização integradas, durante o processo ensino-aprendizagem.

Quanto à elaboração das questões, é oportuno relatar o primeiro encontro. Neste, alguns grupos de alunos não responderam corretamente à primeira atividade, onde era solicitado que escrevessem o significado da palavra plano, sob o ponto de vista matemático, quando o certo seria em relação ao aspecto geométrico. Este enunciado, escrito de maneira não precisa, deu margem a outras interpretações, como ilustra a Figura 4 (página 64, Capítulo 4). A falha, na redação do texto, só foi percebida, pela professora, no momento da correção da atividade e, de imediato, esclarecida ao grande grupo. Este acontecimento evidenciou, à professora, o quanto se faz necessário a revisão detalhada das questões, que atente para o emprego de linguagem formal e lance um olhar crítico ao seu trabalho.

A partir da análise dos resultados, obtidos com a aplicação da seqüência de ensino, esta pesquisadora acredita ser possível afirmar que, em resposta à primeira questão norteadora, o uso de recursos de Informática despertou, em seus alunos, o interesse em aprender e facilitou a compreensão do conceito de função. Entretanto, é importante destacar: para o processo de aprendizagem, as intervenções incessantes, prontas e seguras do professor são imprescindíveis!

No que diz respeito à investigação com os professores de Matemática das Escolas da Rede Estadual, no Município de Alvorada, a análise estatística aponta que a metade dos pesquisados faz uso das Tecnologias da Informação e Comunicação; e, torna evidente a necessidade de mudanças no ambiente escolar, para ampliar o uso desses recursos como estratégia capaz de melhorar o ensino e a aprendizagem. Sobre tais mudanças, Sancho (2006, p.36)) afirma que:

> Muitas estão nas mãos dos próprios professores, que terão que redesenhar seu papel e sua responsabilidade na escola atual. Mas outras tantas escapam de seu controle e se inscrevem na esfera da direção da escola, da administração e da própria sociedade.

Assim, esta professora espera, com a pesquisa, a seqüência didática e o produto multimídia desenvolvidos, ter dado os primeiros passos no sentido de contribuir para a referida mudança. Almeja, também, ter colaborado, ainda que modestamente, para a reflexão, a motivação e a busca de caminhos que permitam, ao professor, integrar, cada vez mais, os recursos das TIC em suas aulas de Matemática.

Ao longo desta pesquisa, foi possível averiguar a existência de várias publicações impressas e multimídias voltadas à tecnologia na Educação. Contudo, o acesso a esse material por professores da Educação Básica é ainda muito limitado. Neste sentido, urge divulgar os trabalhos elaborados nos Cursos de Graduação e de Pós-Graduação junto às Escolas. E novas perguntas, que poderão ser objeto de pesquisas futuras, são formuladas. Que ações são possíveis, de imediato, para promover a utilização das TIC no ensino? Qual é a melhor forma de avaliar o aluno inserido neste contexto? Os professores recém formados estão preparados para lidar com estes recursos? E, nos cursos de Licenciatura, como está ocorrendo esta formação?

REFERÊNCIAS

ANTON, Howard. **Cálculo um novo horizonte.** 6. ed. Porto Alegre: [S.n.], 2000.

ARDENGHI, Marcos José. **Ensino e aprendizagem do conceito de função: pesquisas realizadas no período de 1970 a 2005 no Brasil**. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, PUC-SP, 2008. Disponível em: <http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/ARDENGHI_marcos_jose.html>. Acesso em: 01 jan. 2008.

ARTIGUE, Michele. Engenharia Didáctica. In: BRUN, Jean (Direção). **Didáctica das Matemáticas.** Lisboa: Horizontes Pedagógicos - Instituto Piaget, 1996. P. 193-217

BAIRRAL, Marcelo Almeida. **Tecnologias da Informação e Comunicação na Formação e Educação Matemática.** Rio de Janeiro: UFRRJ, 2009.

BARROS, Jorge Pedro Dalledonne de; D'AMBROSIO, Ubiratan. **Computadores, Escola e sociedade**. São Paulo: Editora Scipione, 1988. (Coleção Informática & Educação).

BORBA, Marcelo C. Tecnologias Informáticas na Educação Matemática e Reorganização do Pensamento. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas.** São Paulo: UNESP, 1999. P. 285-295.

BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Miriam Godoy. **Informática e Educação Matemática**. 3.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005. P. 99. (Coleção Tendências em Educação Matemática, v.2.)

BORGES, Regina Maria Rabello; BASSO, Nara Regina de Souza; ROCHA FILHO, João Bernardes da. (Orgs.). Propostas interativas na educação científica e tecnológica**.** In: ______. **Ambientes virtuais de aprendizagem no ensino de Biologia**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2008. P. 77.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio - PCNs**. Brasília: MEC, 2000. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/blegais.pdf>. Acesso em: 24 jun. 2010.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Ciência da natureza, Matemática e suas tecnologias. PCNs+ Ensino Médio. In: **Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: Ministério MEC, 2006. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>. Acesso em: 24 jun. 2010.

BUNGE, M. **Teoria e realidade.** São Paulo: Perspectiva, 1974.

CARNEIRO, Vera Clotilde Garcia. **Engenharia didática: um referencial para ação investigativa e para formação de professores de Matemática.** Campinas: UNICAMP, 2005. V.13, n. 23, 85-118. Disponível em: <http://143.54.226.61/~vclotilde/publicacoes/ENGENHARIA%20ZETEIKE2005.pdf>. Acesso em: 08 mar. 2010.

CARNEIRO, Vera Clotilde Garcia. **Funções elementares: 100 situações-problemas de Matemática**. Porto Alegre: UFRGS, 1993.

CARVALHO, Anna Maria Pessoa de (Org.). **Ensino de Ciências, unindo a pesquisa e a prática**. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2004.

COSTA, Manuel Amoroso. ***As Idéias Fundamentais da Matemática e outros Ensaios*** – São Paulo, Convívio, 1981.

D’AMBRÓSIO, Ubiratan. ***Da Realidade à Ação*** – São Paulo: Summus Editorial, 1986.

DANTE, Luiz Roberto. ***Matemática***. São Paulo: Ática, 2005.

FERRARI, Márcio. Howard Gardner. **O cientista das inteligências múltiplas.** 2008. Disponível em: <http://revistaescola.abril.com.br/historia/pratica-pedagogica/cientista-inteligencias-multiplas-423312.shtml>. Acesso em: 06 abr. 2010.

GARCIA, Vera Clotilde. **Múltiplos significados para o conceito de função.** 2004. Disponível em: <http://143.54.226.61/~vclotilde/disciplinas/laboratorio/texto_funcoes.

pdf>. Acesso em: 15 set. 2010. Apostila para o Curso de Licenciatura em Matemática, UFRGS, 2004.

GARCIA, Vera Clotilde ; MACHADO, Cláudia. **Teorias de pesquisa em Educação Matemática: a influência dos franceses**. 2007 Disponível em: <http://euler.mat.ufrgs.br/~vclotilde/disciplinas/pesquisa/ CLAUDIA_FRANCESES.DOC.pdf>. Acesso em: 08 mar. 2010.

GARDNER, Howard. **Inteligências Múltiplas**. Disponível em: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Intelig%C3%AAncias_m%C3%BAltiplas>. Acesso em: 09 mai. 2009.

HEATINGER, Max Günter. **Informática na Educação.** Porto Alegre: Instituto Criar, 2003.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DEGENSZAJN, David; PÉRIGO, Roberto. ALMEIDA, Nilze de. **Matemática: Ciências e suas aplicações** - 1ª série do Ensino Médio. 2.ed. São Paulo: Atual, 2004.

LÉVY, Pierre. **As tecnologias da inteligência: o** futuro do pensamento na era da Informática. Rio de Janeiro: Editora 34, 1993.

NOGUEIRA, Clélia Maria Ignatius. As teorias de aprendizagem e suas implicações no ensino de Matemática. **Acta Sci. Human Soc. Sci**. Maringá, v. 29, n. 1, p. 83-92, 2007. Disponível em: <http://periodicos.uem.br/ojs/index.php/ActaSciHumanSocSci/article/viewFile/141/2708>. Acesso em: 06 abr. 2010.

O MUNDO DAS FUNÇÕES. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2000/icm28/>. Acesso em: 20 abr. 2009.

PEIXOTO, Maurício A. P. **Gardner e a inteligência espacial-visual-conceito.** Disponível em: <http://officinadamente.wordpress.com/2009/10/27/gardner-e-a-inteligência-espacial-visual-conceito/>. Acesso em: 18 jan. 2010.

PENTEADO, Miriam Godoy. Redes de Trabalho: Expansão das Possibilidades da Informática na Educação Matemática da Escola Básica**.** In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho. **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. 2.ed. São Paulo: Cortez, 2005. P.283-295.

PERRENOUD, Philippe. **Dez Novas Competências para Ensinar**. Trad. Patrícia Chittoni Ramos. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

PERRENOUD, Philippe. **Agindo na urgência, atuando na incerteza**. Porto Alegre: Artmed, 2001.

SANCHO, Juana María. De Tecnologias da Informação e Comunicação a Recursos Educativos. In: ______. *et. al*. **Tecnologia para transformar a educação**. Tradução de Valério Campus. Porto Alegre: Artmed, 2006. P.15-41.

SOFTWARE WINPLOT. Disponível em: <http://math.exeter.edu/rparris/>. Acesso em: 16 mar. 2009.

SPSS-PASW ESTATISTICS18. Realese 18.0.0. Chicago Ilinois. 2010. Disponível em: <www.spss.com>. Acesso em: 10 ago. 2010.

STRANG, G. **Calculus**. USA: Wellesley-Cambridge Press, 1992.

TALL, D. O; Vinner, S. Concept Image and Concept Definition in Mathematics, with special reference to limits and continuity**.** [S.l.]**:** Educational Studies,1981. P.151-169. (Mathematics, 12)

VYGOSTSKY, L. S. **A Formação Social da Mente**. São Paulo: Martins Fontes, 1984.

ZENHAS, Armanda. **Inteligência visual-espacial.** Disponível em: <http://deficienciavisual.com.sapo.pt/txt-inteligencia.htm>. Acesso em: 05 jan. 2010.

ZUFFI, Edna Maura; PACCA, Jesuína Lopes de Almeida. O Conceito de função e sua linguagem para os professores de Matemática e de Ciências. **Ciência e Educação (UNESP)**, Bauru, SP. 2002, v.8, n.1, p.1-12. Disponível em: <www2.fc.unesp.br/cienciaeeducacao/include/getdoc.php?id=525&article=183&mode=pdf>. Acesso em: 03 abr. 2010.

APÊNDICES

APÊNDICE A – POLÍGRAFO UTILIZADO NO ESTÁGIO SUPERVISIONADO

A seguir, consta o polígrafo utilizado, em 2008, no estágio supervisionado. As respostas às questões formuladas estão destacadas em itálico e sublinhadas.

O Estudo de Funções

Relação é uma lei ou regra, que estabelece uma correspondência entre os elementos de dois conjuntos.

Nosso objetivo é estudar relações especiais ditas **<u>FUNÇÕES</u>**.

Dizemos que uma função está definida se, e somente se:

1. são dados os conjuntos A e B não vazios;
2. existe uma lei ou uma regra que, para todo elemento de A, faz corresponder um único elemento em B.

Indica-se: $f : A \to B$

Trabalharemos com apenas uma variável independente. Na Física, no estudo de movimento, usa-se como variável independente o tempo t.

No conjunto A (conjunto de partida) temos a **variável independente x,** assim chamada porque é livre para assumir qualquer valor do domínio, e no conjunto B (conjunto de chegada) temos a **variável dependente y**, assim chamada porque seu valor depende da escolha de x. Por exemplo, na Física, no estudo de movimento, denota-se o deslocamento no tempo t pela variável x (ou d ou s).

Denotando os elementos do conjunto A por x e os elementos do conjunto B por y, temos:

$$x \xrightarrow{f} y,$$

y = f(x) (x é levado a y pela f).

Ao estudarmos funções, podemos identificar o domínio, o contradomínio e a imagem.

O Conjunto de valores que a variável independente (no caso, x) pode assumir em A é o **Domínio** (D(f)).

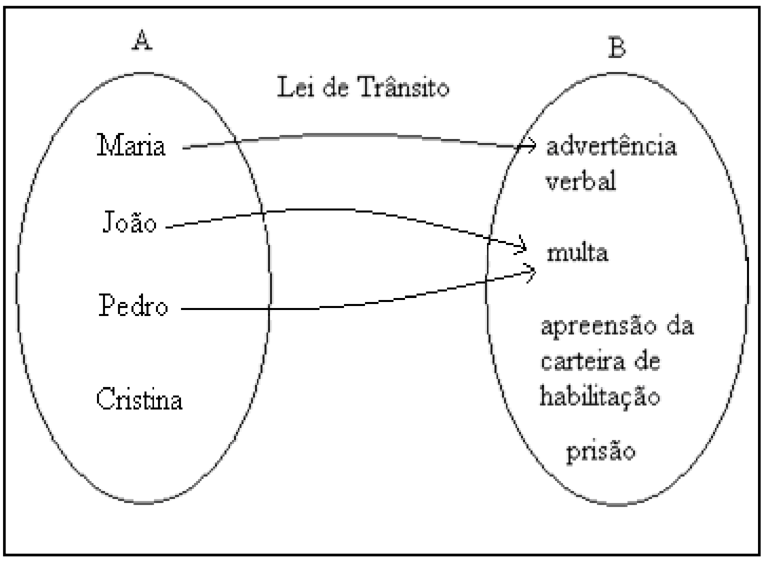
O conjunto de todos os valores que a variável dependente pode, ou poderia assumir, recebe o nome de **Contradomínio** (CD(f)).

O conjunto de valores que a variável dependente y assume, em correspondência aos valores de x, constitui a **Imagem** (Im(f)).

Obs.: Em alguns casos, a imagem pode vir a ser todo o CD(f), como veremos a seguir.

Exemplo 1:

Os motoristas, ao dirigirem, estão sujeitos ao Código de Trânsito Brasileiro. Ao cometerem uma infração, violam o código e ficam sujeitos à aplicação da lei. Podem ser punidos de diversas formas, como advertência verbal, multa, apreensão da carteira de habilitação ou até prisão. Suponhamos que alguns alunos da classe, por exemplo, Maria, João, Pedro e Cristina fossem motoristas e que cada um tivesse saído em seu carro, para uma viagem em que alguns tivessem sido punidos. Os conjuntos, nessa situação, podem ser representados pelo diagrama de flechas:



Esta relação é uma função? Por quê?

Esta relação não é uma função, pois nem todos os elementos do domínio estão relacionados com um único elemento do contradomínio. Neste exemplo, Cristina não possui elemento correspondente em B.

Identifique:

Variável dependente:	*Advertência verbal, multa, apreensão da carteira de habilitação e prisão.*
Variável independente	*Maria, João, Pedro e Cristina.*
Domínio:	*Maria, João, Pedro e Cristina.*
Contradomínio:	*Advertência verbal, multa, apreensão da carteira de habilitação e prisão.*
Imagem:	*Advertência verbal e multa.*

Exemplo 2:

O movimento retilíneo uniforme (MRU) caracteriza-se pela velocidade constante e diferente de zero. Neste caso, o espaço (distância ou deslocamento) percorrido depende do tempo t. Para um carro, partindo da origem, com velocidade de 80 km/h, pode-se estabelecer a seguinte lei: s = 80.t, onde a cada instante de tempo t a distância percorrida é de 80 km.

Esta relação é uma função? Por quê?

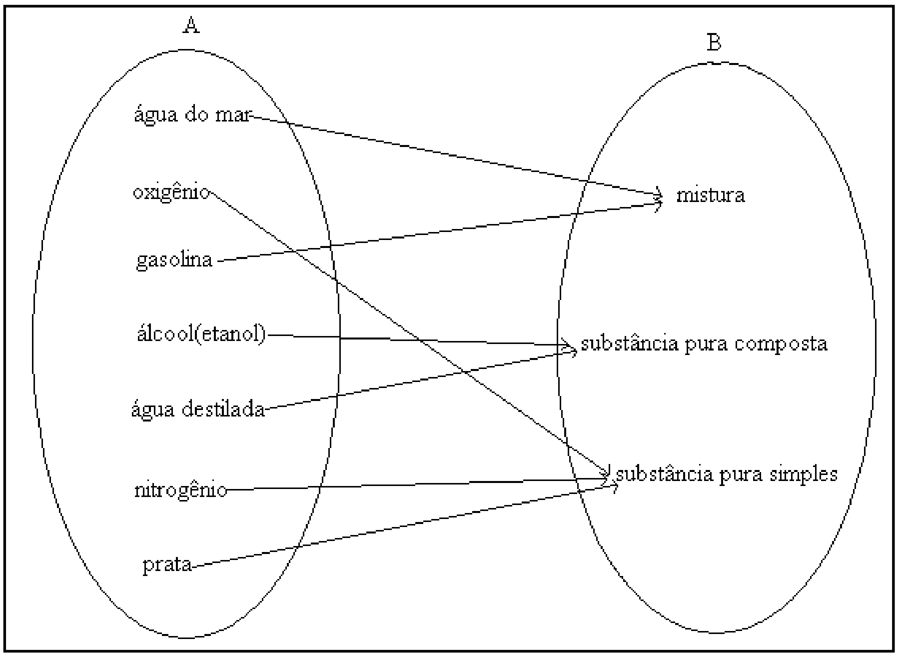
Esta relação é função, pois para cada instante de tempo t temos um único valor de distância d associado.

Identifique:

Variável dependente:	*Distância (d)*
Variável independente	*Tempo (t)*
Domínio:	$\{t \in R \mid t \geq 0\}$
Contradomínio:	$\{d \in R \mid d \geq 0\}$
Imagem:	$\{d \in R \mid d \geq 0\}$

Exemplo 3:

No estudo de Química, ao estabelecer uma relação com a lei "relacionar o sistema estudado com a sua classificação", tem-se o seguinte diagrama de flechas:



Esta relação é uma função? Por quê?

Esta relação é uma função, pois para cada elemento do domínio (A) temos um único elemento correspondente no contradomínio (B).

Identifique:

Variável dependente:	*M, SPC, SPS*
Variável independente	*Água do mar, oxigênio, gasolina, álcool (etanol), água destilada, nitrogênio e prata.*
Domínio:	*Água do mar, oxigênio, gasolina, álcool (etanol), água destilada, nitrogênio e prata.*
Contradomínio:	*M, SPC, SPS.*
Imagem:	*M, SPC, SPS.*

Exemplo 4:

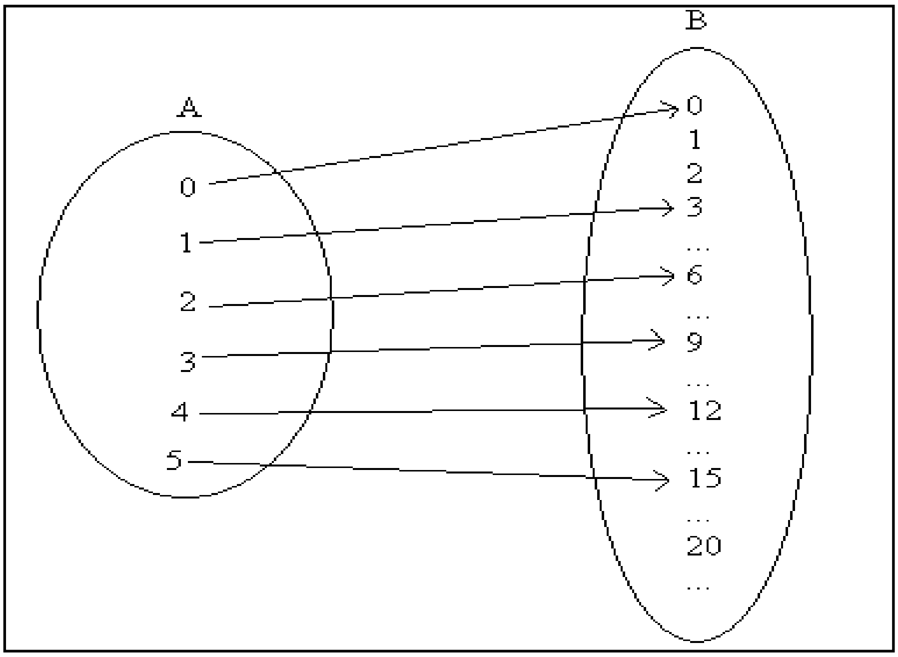
Sejam os conjuntos:

A: números naturais de 0 a 5;

B: números naturais (N);

Lei: a cada elemento de A corresponde o seu triplo em B.

E o diagrama de flechas:



Esta relação é uma função? Por quê?

Essa relação é uma função, pois cada elemento do domínio está associado uma única vez com um elemento do contradomínio.

Observe o quadro abaixo:

Variável dependente:	*Conjunto dos números naturais*
Variável independente	*0, 1, 2, 3, 4, 5*
Domínio:	*0, 1, 2, 3, 4, 5*
Contradomínio:	*Conjunto dos números naturais*
Imagem:	*0, 3, 6, 9, 12, 15*

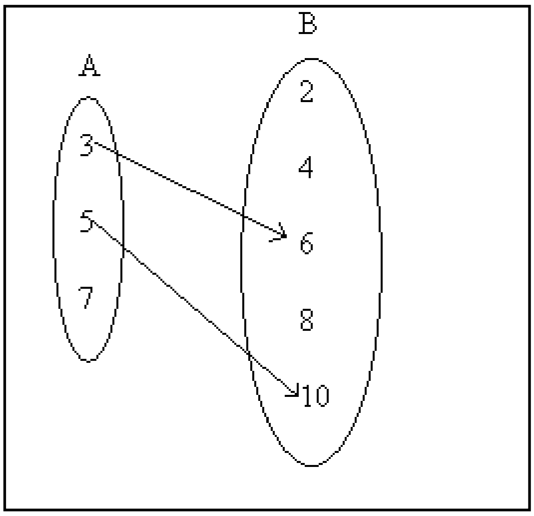
Exemplo 5:

Sejam os conjuntos:

A: números primos ímpares até 10;

B: números naturais pares maiores ou iguais a 2 e menores ou iguais a 10;

Lei: cada elemento de A corresponde ao seu múltiplo em B.



Esta é uma relação? Por quê?

Essa relação não é uma função, pois nem todos os elementos do domínio estão associados a um elemento do contradomínio.

Identifique:

Variável dependente:	*2, 4, 6, 8, 10*
Variável independente	*3, 5, 7*
Domínio:	*3, 5, 7*
Contradomínio:	*2, 4, 6, 8, 10*
Imagem:	*6, 10*

Exemplo 6:

Sejam os conjuntos:

A: números reais x, tais que $-5 \leq x \leq 5$;

B: números reais;

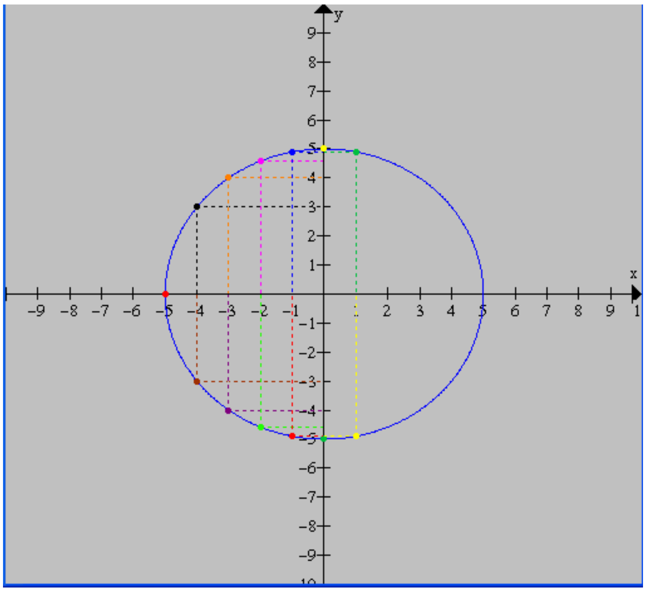
Lei: $x^2 + y^2 = 25$ (para qualquer $x \in A$ calcula-se o valor de $y \in R$).

Não é possível representar esta relação através do diagrama de flechas, pois o intervalo no qual o domínio está definido, os reais, é infinito. O diagrama de flechas é utilizado para representar conjuntos finitos.

Após a aplicação da lei, para alguns valores do intervalo do domínio A, temos o seguinte gráfico.

Tabela e Gráfico da lei: $x^2 + y^2 = 25$

x	Lei: $x^2 + y^2 = 25$	y
-5	$(-5)^2 + y^2 = 25$	0
-4	$(-4)^2 + y^2 = 25$	± 3
-3	$(-3)^2 + y^2 = 25$	± 4
-2	$(-2)^2 + y^2 = 25$	$\pm\sqrt{21}$
-1	$(-1)^2 + y^2 = 25$	$\pm\sqrt{24}$
0	$(0)^2 + y^2 = 25$	± 5
1	$(1)^2 + y^2 = 25$	$\pm\sqrt{24}$



Esta relação é uma função? Por quê?

Essa relação não é uma função, pois cada elemento do domínio não está associado a um único elemento do contradomínio. Por exemplo, para x = - 4, obtemos y = 3 e y = -3.

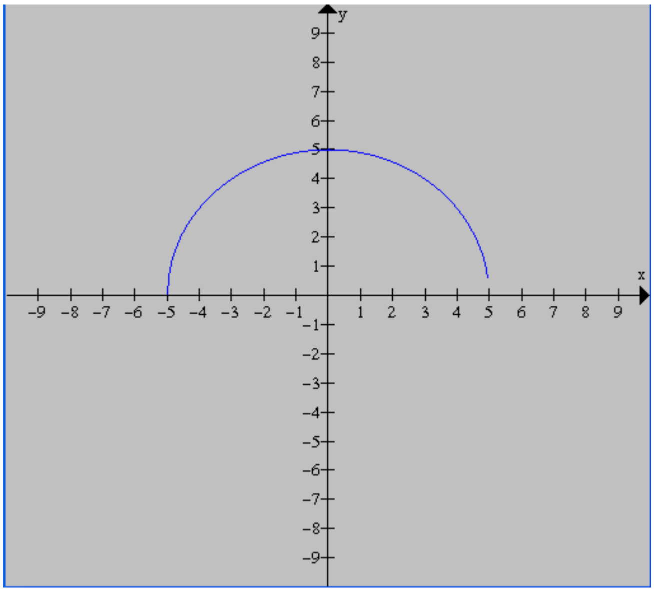
Identifique:

Variável dependente	*$\{x \in R \mid -5 \leq x \leq 5\}$*
Variável independente	*$\{y \in R \mid -5 \leq y \leq 5\}$*
Domínio	*$\{x \in R \mid -5 \leq x \leq 5\}$*
Contradomínio	*$Y \in R$*
Imagem	*$\{y \in R \mid -5 \leq y \leq 5\}$*

Agora, vamos analisar a representação gráfica da lei acima em dois momentos diferentes:

1º momento: vamos considerar somente a parte superior do gráfico:

Representação gráfica da lei: $y = +\sqrt{25 - x^2}$



Analisando a representação gráfica responda:

Esta relação é uma função: Por quê?

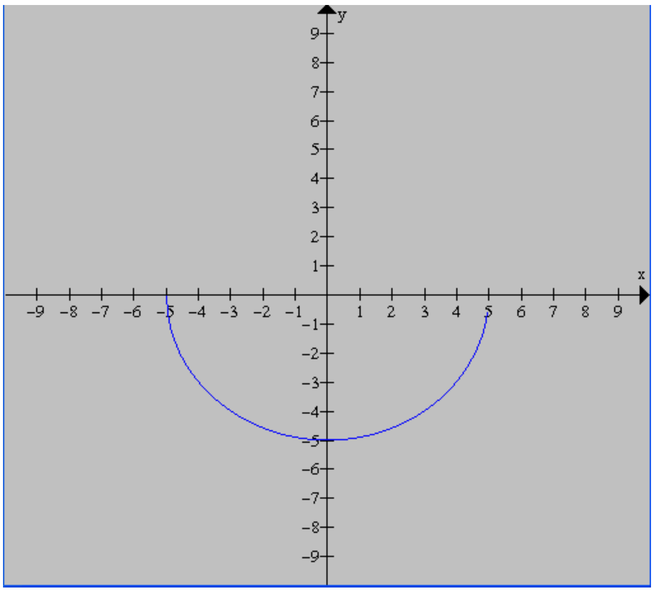
Essa relação é uma função, pois cada elemento do domínio está associado a um único elemento do contradomínio.

Identifique:

Variável dependente:	$\{x \in R \mid -5 \leq x \leq 5\}$
Variável independente	$y \in R$
Domínio:	$\{x \in R \mid -5 \leq x \leq 5\}$
Contradomínio:	$y \in R$
Imagem:	$\{y \in R \mid 0 \leq y \leq 5\}$

2º momento: vamos considerar somente a parte inferior do gráfico:

Representação gráfica da lei: $y = -\sqrt{25 - x^2}$



Analisando a representação gráfica responda:

Esta relação é função? Por quê?

Essa relação é uma função, pois cada elemento do domínio está associado uma única vez a um elemento da imagem.

Identifique:

Variável dependente:	*$\{x \in R \mid -5 \leq x \leq 5\}$*
Variável independente	*$y \in R$*
Domínio:	*$\{x \in R \mid -5 \leq x \leq 5\}$*
Contradomínio:	*$y \in R$*
Imagem:	*$\{y \in R \mid -5 \leq y \leq 0\}$*

Tipos de Funções

a) A função f, de A em B, é **injetora** quando a dois elementos distintos quaisquer de A associa elementos também distintos de B;

b) A função f, de A em B, é **sobrejetora** quando todo elemento de B está associado, segundo f, a pelo menos um elemento de A. A função f é, portanto, sobrejetora quando sua imagem é o próprio contradomínio.

c) A função f, de A em B, é **bijetora** quando todo elemento de B está associado, segundo f, a um único elemento de A. A função f é, portanto, bijetora se, e somente se, f é sobrejetora e injetora.

Portanto, define-se:

f é sobrejetora $\Leftrightarrow$ Im(f) = CD(f)
f é injetora $\Leftrightarrow \forall x_1, x_2 \in A, x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$
f é bijetora $\Leftrightarrow$ f é sobrejetora e injetora

Função Contínua e Função Discreta

Exemplo 1:

Ao chutarmos uma bola para cima e para frente (como os goleiros), ela sobe e cai no chão após algum tempo, digamos quatro segundos. Essa trajetória (que na Física é chamada de “lançamento oblíquo”) pode ser descrita de forma Matemática.

Seja A o conjunto dos tempos (t) decorridos, em segundos, após o chute e até a bola tocar o solo e B o conjunto das alturas da bola, em metros, em relação ao solo. Vamos supor que a lei Matemática que relaciona h com t seja: $h = 8t - 2t^2$. Temos então:

$f: A \rightarrow B$ ou $f: [0, 4] \rightarrow R_+$

$t \mapsto h = 8t - 2t^2$ $x \mapsto y = f(x) = 8x - 2x^2$

Com esses dados, podemos obter:

a) A tabela e o gráfico da trajetória da bola (altura *versus* tempo);

x	f(x)
0	0
1	6
2	8
3	6
4	0

Cálculo de f(x):

Para x = 0 $\rightarrow$ f (0) = $\underline{8.\,0 - 2.\,0^2 = 0}$

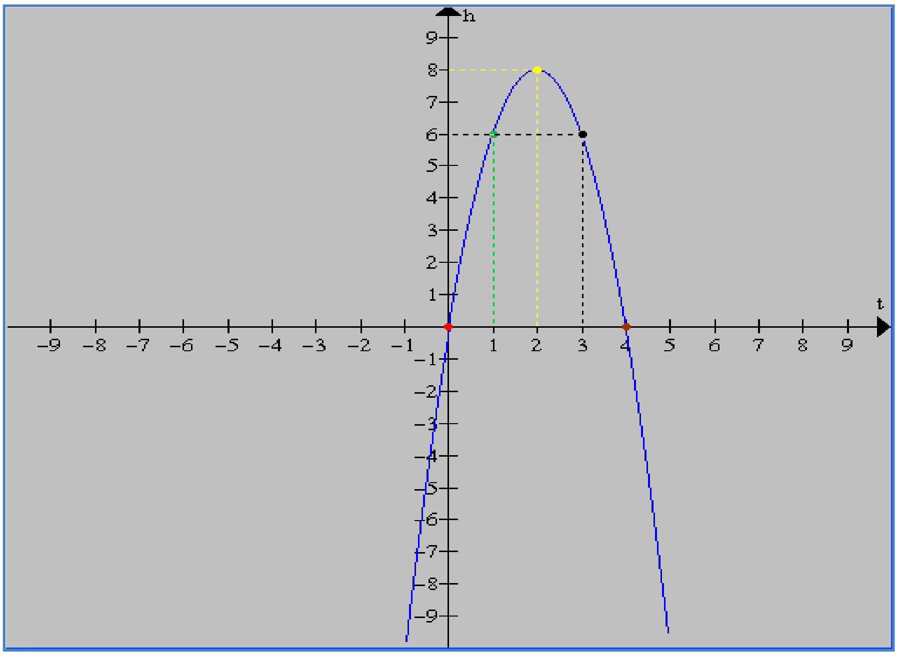
Para x = 1 $\rightarrow$ f (1) = $\underline{8.\,1 - 2.\,1^2 = 6}$

Para x = 2 $\rightarrow$ f (2) = $\underline{8.\,2 - 2.\,2^2 = 8}$

Para x = 3 $\rightarrow$ f (3) = $\underline{8.\,3 - 2.\,3^2 = 6}$

Para x = 4 $\rightarrow$ f (4) = $\underline{8.\,4 - 2.\,4^2 = 0}$

Gráfico da lei: h = 8t – 2t²



Domínio D(f) = $\underline{\{t \in R \mid 0 \leq t \leq 4\}}$

Contradomínio CD(f) = $\underline{\{h \in R\}}$

Imagem Im(f) = $\underline{\{h \in R \mid 0 \leq h \leq 8\}}$

Nesta situação, observamos que o tempo (t) e a altura (h), desde o lançamento da bola até o momento em que toca o solo, assumem valores quaisquer dentro do intervalo do domínio [0, 4] e da imagem [0, 8], respectivamente. Sendo assim, o tempo (t) e a altura (h) pertencem a um intervalo real e, portanto, o gráfico representa uma função contínua.

Exemplo 2:

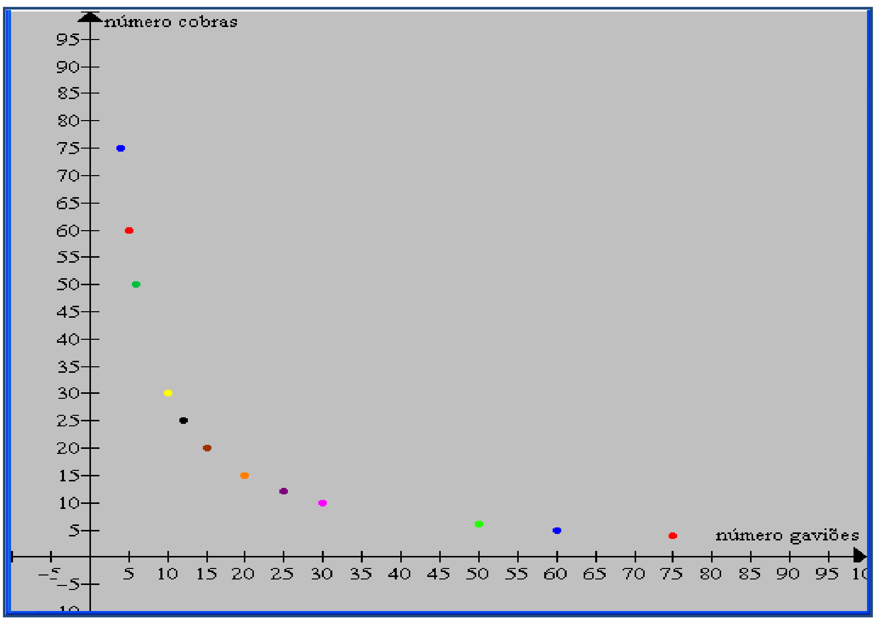
Na natureza, existem cadeias alimentares em razoável equilíbrio. Suponha um bosque e um banhado, onde convivem cobras e roedores e, nas imediações, também gaviões. Os roedores se alimentam dos produtos do bosque e, também, dos ovos dos gaviões que conseguem alcançar. As cobras se alimentam dos roedores, e os gaviões não deixam a população das cobras aumentar. No entanto, o homem, quando ocupou as vizinhanças do terreno, achou que os gaviões atacavam seus pintinhos, frangos e patinhos e resolveu acabar (ou quase) com eles. Com isso, o número de gaviões diminuiu assustadoramente, porém, o número de cobras aumentou demais, pois não havia mais predadores. Assim, as cobras passaram a atacar bezerros e bovinos e a oferecer perigo aos homens. O equilíbrio só foi restabelecido depois que os agricultores deixaram de matar os gaviões.

A lei que representa esta situação é c = 300/g.

A tabela e um gráfico mostram a relação entre a população de gaviões e a de cobras. A tabela representa o número de cobras (variável dependente) em função do número de gaviões (variável independente). Nota-se – no caso - que o número de cobras é inversamente proporcional ao número de gaviões: quanto maior o número de gaviões, menor o número de cobras e vice-versa.

Tabela e gráfico do número de cobras em função do número de gaviões

Gaviões (g)	Cobras(c)
4	75
5	60
6	50
10	30
12	25
15	20
20	15
25	12
30	10
50	6
60	5
75	4



Analisando o problema, podemos concluir que o número de gaviões e o de cobras é representado pelos números naturais. Logo, esta função é discreta, no domínio, e na imagem a variável assume valores discretos. A quantidade de gaviões é representada por um número natural, pois meio gavião (0,5) não é possível. O mesmo deve ser observado quanto ao número de cobras.

Domínio D(f): $\underline{g \in N^*}$ Contradomínio CD(f): $\underline{c \in N^*}$ Imagem Im(f): $\underline{c \in N^*}$

Noção de limite de uma função

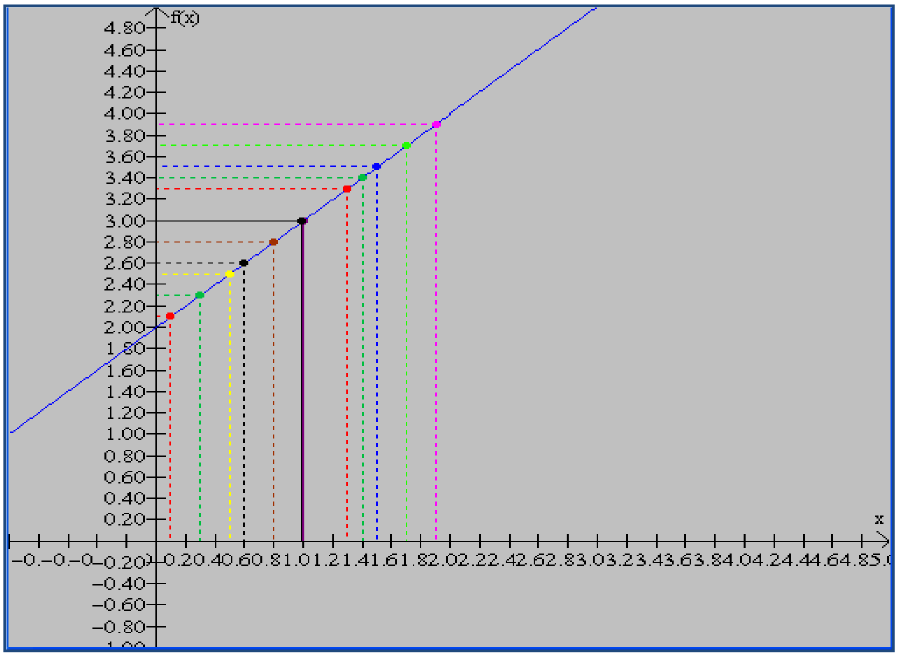
Exemplo 1:

Dada a função f(x) = x + 2, vamos calcular o conjunto imagem da função para valores próximos de 1, isto é, quando x tende a assumir o valor numérico igual a 1.

x	**f(x)**
0,1	2,1
0,2	2,2
0,3	2,3
0,4	2,4
0,5	2,5
0,6	2,6
0,7	2,7
0,8	2,8
0,9	2,9
0,99	2,99
0,999	2,999
↓	↓
1	3
Quando x tende a 1, por valores inferiores, f(x) tende a 3.	

x	**f(x)**
1,9	3,9
1,8	3,8
1,7	3,7
1,6	3,6
1,5	3,5
1,4	3,4
1,3	3,3
1,2	3,2
1,1	3,1
1,01	3,01
1,001	3,001
↓	↓
1	3
Quando x tende a 1, por valores superiores, f(x) tende a 3.	

Graficamente temos:



Quando x assume valores próximos, porém, menores que 1, dizemos que x tende a 1 pela esquerda.

O valor da função tende a 3. Então dizemos que o limite da função f(x), quando x tende a 1 pela esquerda, é 3. **Simbolicamente:** $x \to 1^- \Rightarrow \lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = 3$.

Quando x assume valores próximos, porém, maiores que 1, dizemos que x tende a 1 pela direita.

O valor da função tende para 3. Então dizemos que o limite da função f(x), quando x tende a 1 pela direita, é 3. **Simbolicamente:** $x \to 1^+ \Rightarrow \lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = 3$.

Esses dois limites calculados pela esquerda e pela direita são chamados limites laterais. Quando existirem os limites laterais e forem iguais, dizemos simplesmente que o limite de f(x) = x + 2, para x tendendo a 1, é 3.

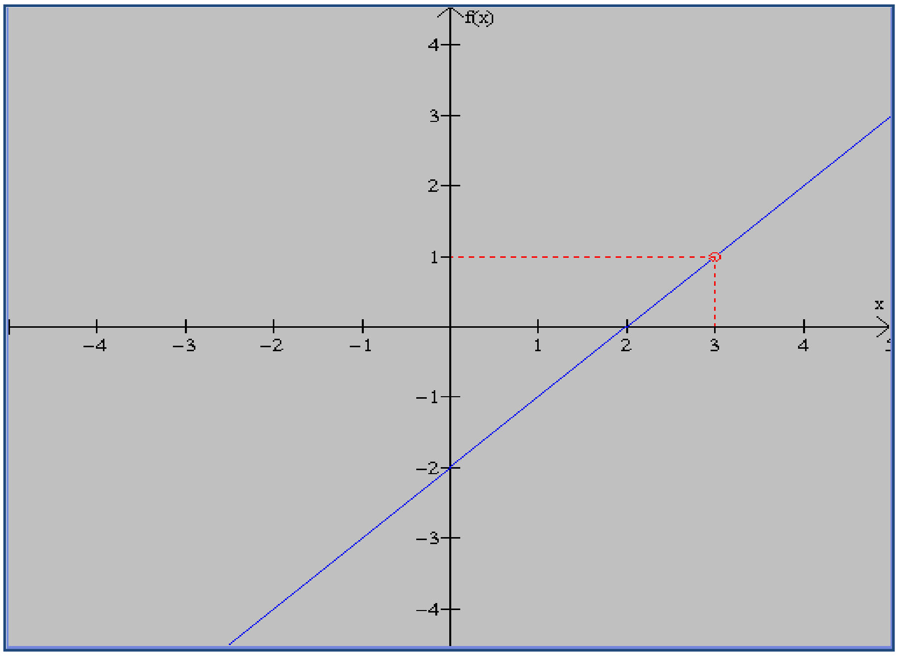
Exemplo 2:

Dada a função $f(x) = \dfrac{x^2 - 5x + 6}{x - 3}$ (x ≠ 3), façamos, como no exemplo anterior, x variar em torno do valor numérico 3.

x	F(x)
2,8	0,8
2,9	0,9
2,99	0,99
2,999	0,999
↓	↓
3	1
$\lim_{x \to 3^-} f(x) = 1$	

x	f(x)
3,2	1,2
3,1	1,1
3,01	1,01
3,001	1,001
↓	↓
3	1
$\lim_{x \to 3^+} f(x) = 1$	

Graficamente, temos:



Como existem os limites laterais e são iguais, embora a função não esteja definida em x = 3, dizemos que o limite da função existe, pois, para x tendendo a 3, o limite é 1.

Simbolicamente: $\lim\limits_{x\to 3^-}\dfrac{x^2-5x+6}{x-3} = \lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{x^2-5x+6}{x-3} = \lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-5x+6}{x-3} = 1$

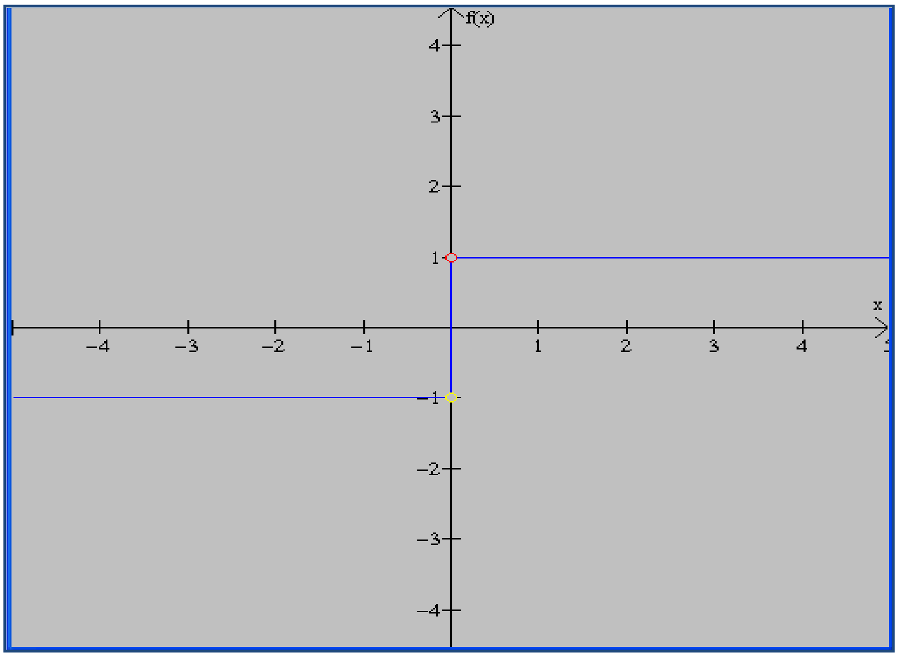
Exemplo 3:

Dada a função $f(x)=\dfrac{|x|}{x}$ ($x \neq 0$), façamos x variar em torno de 0.

x	**F(x)**
-0,2	-1
-0,1	-1
-0,01	-1
-0,001	-1
$\downarrow$	$\downarrow$
0	-1
$\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = -1$	

x	**f(x)**
0,2	1
0,1	1
0,01	1
0,001	1
$\downarrow$	$\downarrow$
0	1
$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = 1$	

Graficamente, temos:



Como existem os limites laterais, mas são diferentes, dizemos que a função tem uma descontinuidade tipo salto na origem. A função não está definida em x = 0.

Simbolicamente: $\lim_{x \to 0^-} \frac{|x|}{x} \neq \lim_{x \to 0+} \frac{|x|}{x} \Rightarrow$ não existe $\lim_{x \to 0} \frac{|x|}{x}$

Na realidade, uma função é dita contínua em um ponto do domínio, se existem os limites laterais e estes coincidem com o valor da função neste ponto. Se isto acontece para todos os pontos do domínio, a função é dita contínua em seu domínio ou, simplesmente, que a função é contínua.

APÊNDICE B – FUNDAMENTAÇÃO MATEMÁTICA

Este apêndice complementa o anterior. Nele consta o conteúdo Matemático abordado ao longo dos nove encontros.

Convém ressaltar que este material não foi disponibilizado para os alunos, mas serviu como fonte de pesquisa para a elaboração das atividades constantes nesta dissertação.

Definição de plano:

Dados três pontos distintos e não-colineares, existe um único plano que passa pelos três. Logo, três pontos não-colineares determinam um único plano.

Plano Cartesiano:

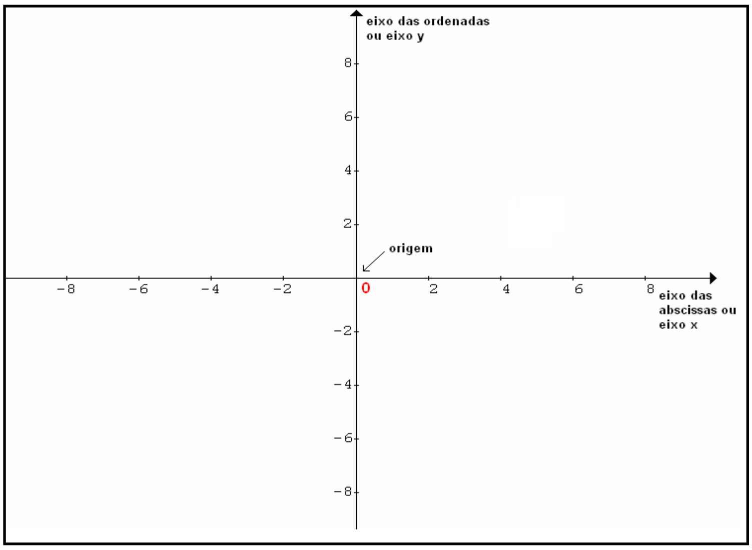
O plano cartesiano foi criado por René Descartes (Cartesius, em Latim), nascido em 1596, na França, na cidade de La Haye. Apesar de ter se formado em Direito, o seu grande interesse foi a Filosofia e a Matemática. Ele acreditava na universalidade da razão e ficou conhecido como o "Pai da Filosofia Moderna".

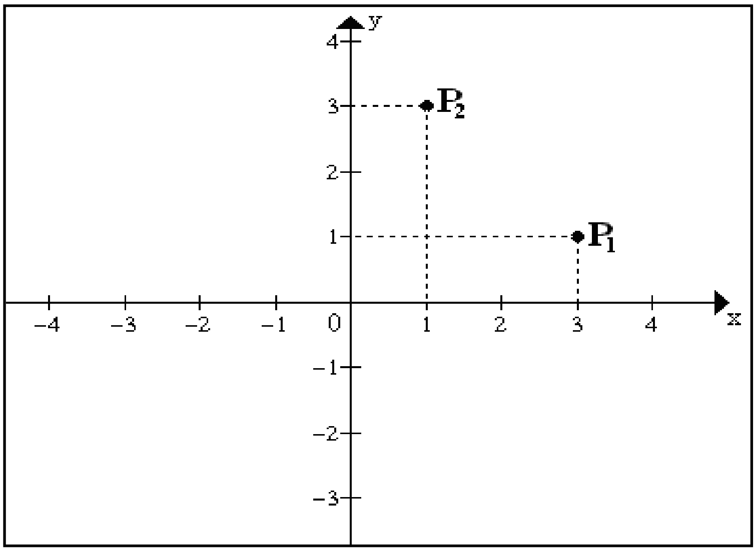
O conceito de sistema de coordenadas, formalizado na sua obra La Géométrie (1637), tem como objetivo determinar a localização de pontos no plano, hoje conhecido como plano cartesiano.

O plano cartesiano consiste em dois eixos perpendiculares fixos que o determinam. Os eixos se interceptam no ponto O, denominado de origem do sistema de coordenadas, sendo o horizontal chamado de eixo das abscissas ou Ox e o vertical de eixo das ordenadas ou Oy. Para localizar um determinado ponto, no plano, basta identificar a distância do ponto em relação ao eixo horizontal e ao eixo vertical.

Utilizando o plano cartesiano, é possível localizar um ponto qualquer, através de suas coordenadas x e y. Por exemplo, qual a localização dos pontos P1 e P2?

Para determinar as coordenadas do ponto P_1, traçam-se por este ponto as perpendiculares a Ox e Oy, obtendo, nesses eixos, dois números chamados, respectivamente, de abscissa e ordenada.





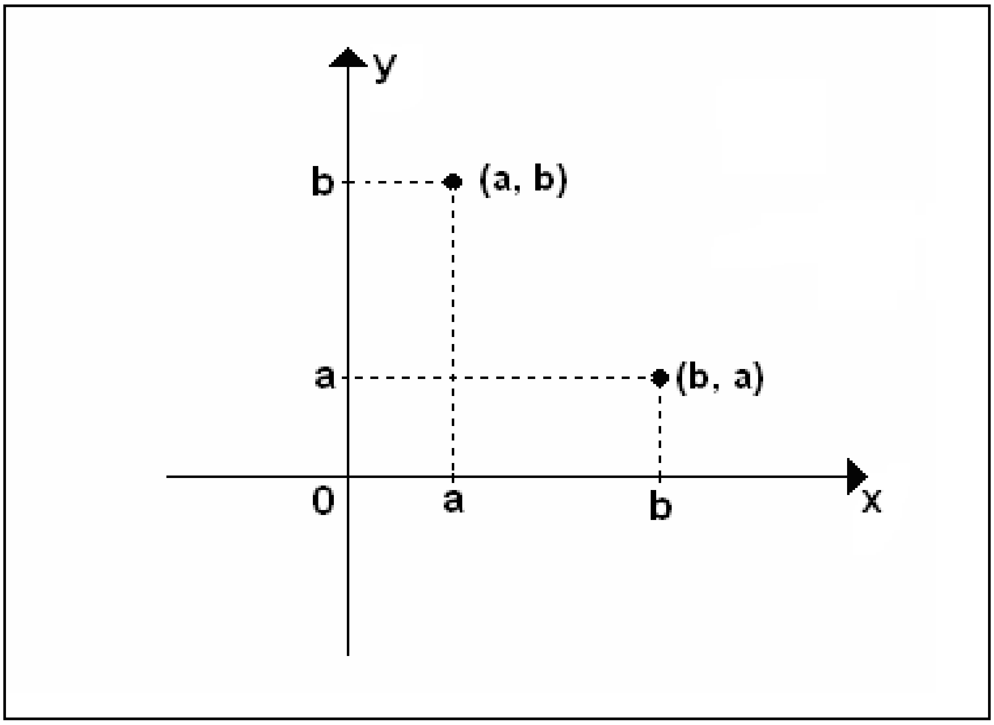
No exemplo, as coordenadas do ponto P_1 são 3 e 1, sendo 3 a abscissa e 1 a ordenada. A localização deste ponto é denotada por (3, 1), chamado de par ordenado.

O ponto P_2 é representado pelo par ordenado (1, 3), onde 1 é a abscissa e 3 é a ordenada.

Dado um par ordenado, por exemplo, (5, 2), sua localização é obtida traçando uma perpendicular a Ox passando pelo valor 5 e uma perpendicular a Oy passando pelo valor 2. A intersecção entre estas perpendiculares é o ponto de coordenadas (5, 2), isto é, representado pelo par ordenado (5, 2).

A ordem em que as coordenadas são escritas é importante. O ponto de coordenadas (1, 3) é P_1 e este ponto é diferente do ponto P_2 de coordenadas (3, 1), mostrados na figura acima. Assim, as coordenadas de um ponto formam um par ordenado de números reais.

Pelo esquema, todo ponto P determina um par ordenado de números reais e, reciprocamente, todo par ordenado de números reais (a, b) determina um ponto do plano. Temos então uma correspondência biunívoca entre os pontos do plano e os pares ordenados de números reais.



As disposições dos eixos no plano formam quatro quadrantes, mostrados na figura a seguir:

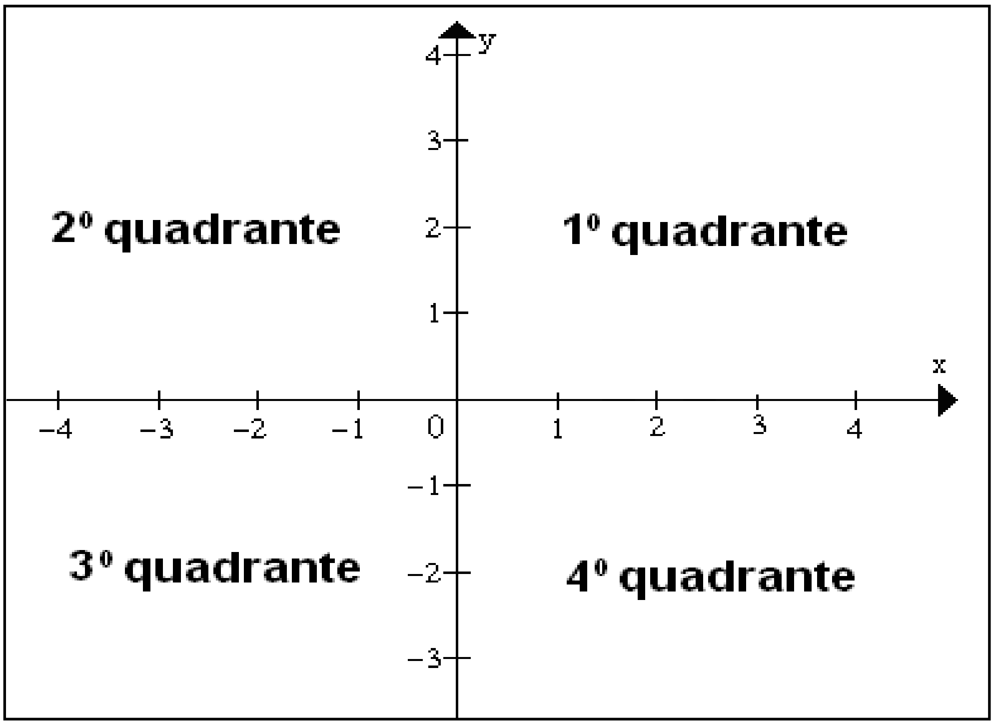
Seja o ponto P(x, y) podemos afirmar que:

P(x, y) $\in$ 1º quadrante $\leftrightarrow$ x > 0 e y > 0.

$P(x, y) \in 2^o$ quadrante $\leftrightarrow x < 0$ e $y > 0$.

$P(x, y) \in 3^o$ quadrante $\leftrightarrow x < 0$ e $y < 0$.

$P(x, y) \in 4^o$ quadrante $\leftrightarrow x > 0$ e $y < 0$.



Os pontos localizados nos eixos coordenados não pertencem a nenhum quadrante.

Todo ponto de abscissa nula pertence ao eixo Oy e todo ponto de ordenada nula pertence ao eixo Ox.

O ponto cujo par ordenado é (0, 0) é o ponto de intersecção do eixo horizontal com o eixo vertical, e é denominado de origem.

Em geral, um ponto P representado pelas coordenadas (x, y), pode ser, simplesmente, representado por P(x, y), pois cada ponto do plano é determinado por um único par ordenado. Da mesma forma, um par ordenado está associado a um único ponto do plano.

Representação de intervalos na reta real Real

A notação de intervalo é utilizada quando não é possível enumerar todos os valores pertencentes a um determinado intervalo numérico.

Quando um intervalo é representado na reta real, através de uma pequena “bolinha cheia”, significa que o extremo, assim representado, pertence ao intervalo considerado; e, quando for utilizada uma pequena “bolinha vazia”, significa que o extremo, assim representado, não pertence ao intervalo.

Da mesma forma, a utilização de colchetes “[ ]” indica que o ponto extremo faz parte do intervalo considerado e a utilização de parênteses “( )” ou de colchetes invertidos “] [“ indica que o extremo assim representado não pertence ao intervalo considerado. Por exemplo, o intervalo representado por [2, 3[indica que são considerados todos os valores que se encontram entre os números 2 e 3, sendo que o número 2, como está com colchete, faz parte do intervalo e o número 3, por estar representado por colchete invertido, não faz parte do intervalo.

Tipos de Intervalos:

De maneira geral, sendo a e b números reais quaisquer, $a < b$, podemos ter:

a) $\{x \in R \mid a \leq x \leq b\}$ é o i**ntervalo fechado de extremos a e b.**

Notação: [a, b]

b) $\{x \in R \mid a < x < b\}$ é o i**ntervalo aberto de extremos a e b.**

Notação:]a, b[= (a, b)

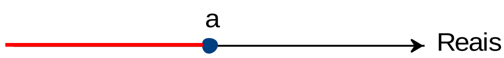
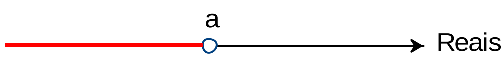
c) $\{x \in R \mid a \leq x < b\}$ é o intervalo fechado em a e aberto em b.

Notação: [a, b[= [a, b)

d) {x ∈ R | a < x ≤ b} é o intervalo aberto em a e fechado em b.

Notação: (a, b] =]a, b]

e) intervalos ilimitados:

{x ∈ R | x ≥ a} = [a, $+\infty$[= [a, $+\infty$)	
{x ∈ R | x > a} =]a, $+\infty$[= (a, $+\infty$)	
{x ∈ R | x ≤ a} =]$-\infty$, a] = ($+\infty$, a]	
{x ∈ R | x < a} =]$+\infty$, a[= ($+\infty$, a)	

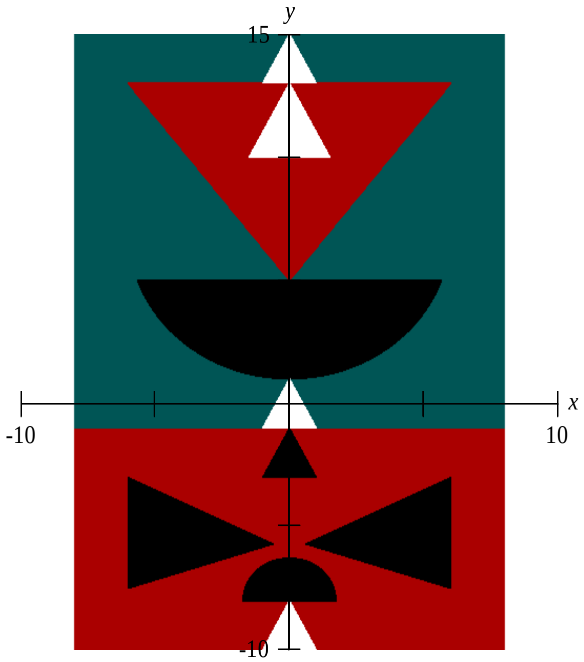
Representação gráfica de uma função

O gráfico de uma função é a representação geométrica de uma função, ou seja, é o conjunto de todos os pontos *(x, y) ou (x, f(x))* que satisfazem a condição de *y = f(x),* com *x* variando de acordo com o domínio da função.

A partir da análise de um gráfico é possível verificar se o mesmo representa, ou não, uma função. Um gráfico representa uma função se qualquer reta paralela ao eixo das ordenadas, quando o interceptar, corta-o em um único ponto. Pois caso a reta vertical o intercepte em mais de um ponto teremos, pelo menos, dois pontos do gráfico que possuem o mesmo domínio associado a valores diferentes de imagem, ou seja, teremos (a, b) e (a, c), logo não pode representar uma função.

Reflexão:

A reflexão é uma transformação que permite a formação de uma nova imagem espelhada em relação à imagem original. A reflexão não altera as características originais da imagem, formando outra imagem simétrica da original. Sendo que a distância de qualquer ponto ao eixo de reflexão é igual à distancia da imagem desse ponto ao eixo da reflexão. O eixo em torno do qual acontece a reflexão também é chamado de eixo de simetria. Por exemplo, na obra abaixo de Rubem Valentim[17], reproduzida no software Grafeq[18], é possível observar que o eixo y é o eixo de simetria da imagem, pois a imagem da direita é o reflexo da imagem da esquerda em relação ao eixo y, e vice-versa.



Reprodução da obra original “Sem Título 50x35cm”, de Rubem Valentim, feita pela pesquisadora.

---

[17] Rubem Valentim (1922-1991), nasceu em Salvador, como pintor contribuiu muito para a renovação do panorama cultural baiano. Participou de importantes exposições de obras de arte dentro e fora do país. Informações disponível em: <http://www.companhiadasartes.com.br/>. Acesso em: 01 fev.2010.

[18] O Grafeq é um software que permte o trabalho com funções e relações Matemáticas. É um programa de utilização livre desenvolvido pela Pedagoguery Software Inc., no Canadá, cujos direitos pertencem ao autor Greg Kochaniak. Disponível em: <http://www.peda.com/grafeq>. Acesso em: 01 fev. 2010.

APÊNDICE C – RELAÇÃO DE SITES E COMANDOS DO WINPLOT

Neste apêndice, consta uma relação de sites que disponibilizam aos professores, além de artigos, objetos de aprendizagem para download gratuito. A seguir, serão apresentados os comandos do software Winplot, utilizados na atividade desenvolvida no segundo encontro, e a resposta da mesma.

Relação dos Sites

a) http://rived.mec.gov.br/: Secretaria de Educação a Distância (SEED) do Ministério da Educação;

b) http://www.labvirtq.fe.usp.br/appletslista.asp?time=18:23:37: Laboratório Didático Virtual, iniciativa da Escola do Futuro da Universidade de São Paulo;

c) http://www.proativa.virtual.ufc.br/: Grupo de Pesquisa e Produção de Ambientes Interativos e Objetos de Aprendizagem (PROATIVA), Universidade Federal do Ceará – UFC;

d) http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/: Banco Internacional de Objetos Educacionais (BIOE);

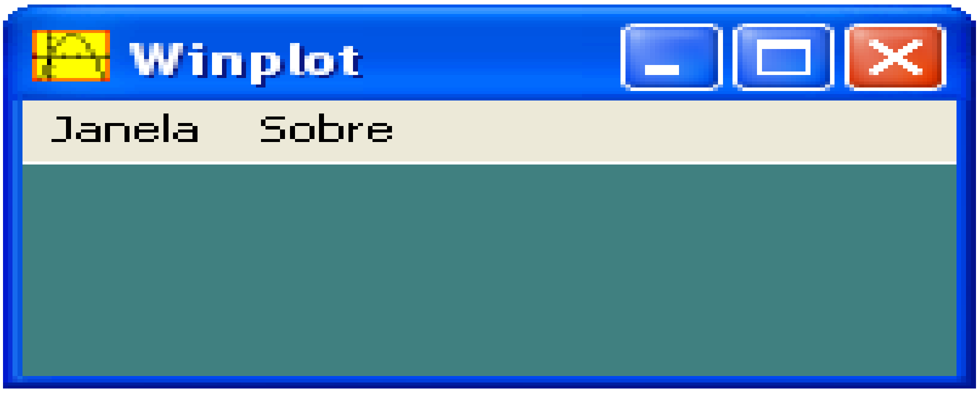
e) http://www.fisica.ufpb.br/~romero/: Núcleo de Construção de Objetos de Aprendizagem (NOA); e,

f) http://www.im.ufrj.br/dmm/projeto/projetoc/precalculo/sala/conteudo/capitulos/cap51.html.

O *Winplot*

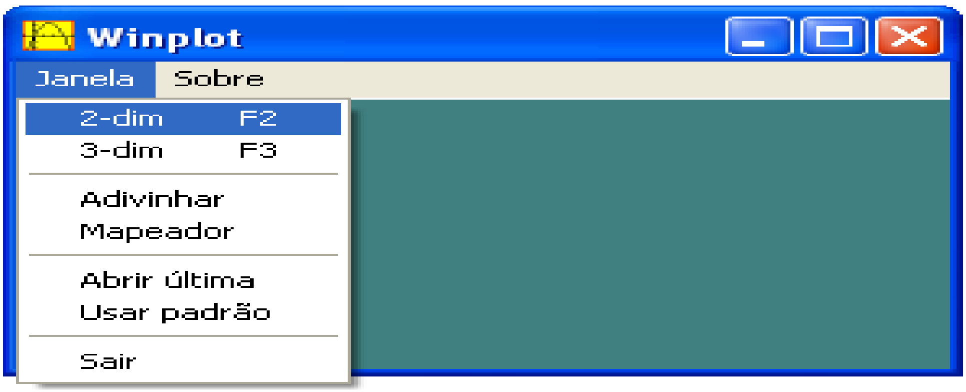
O *Winplot* é um *software* matemático gratuíto que, através da visualização, permite o estudo da representação gráfica de relações, funções e de pares ordenados, no plano cartesiano. Acredita-se que o uso deste software contribua para o desenvolvimento da capacidade de observação do aluno, pois permite testar hipóteses de forma dinâmica, o que não acontece quando o traçado é feito manualmente.

A autoria do software é atribuída a Richard Parris, professor da Philips Exeter Academy, por volta de 1985. O idioma original é o inglês e a tradução, para o português, é devida ao Dr. Adelmo Ribeiro de Jesus, professor da Universidade Federal da Bahia.

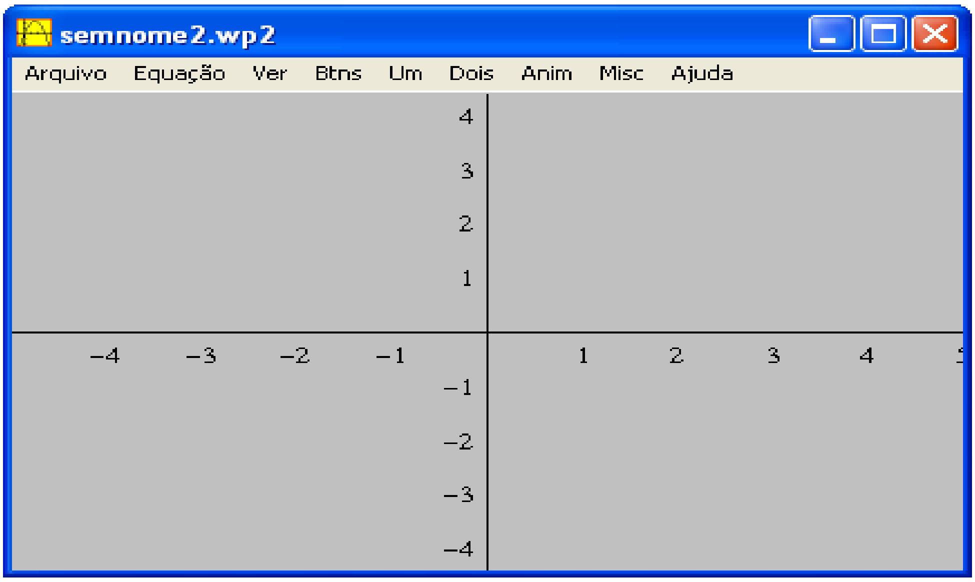


Interface do software

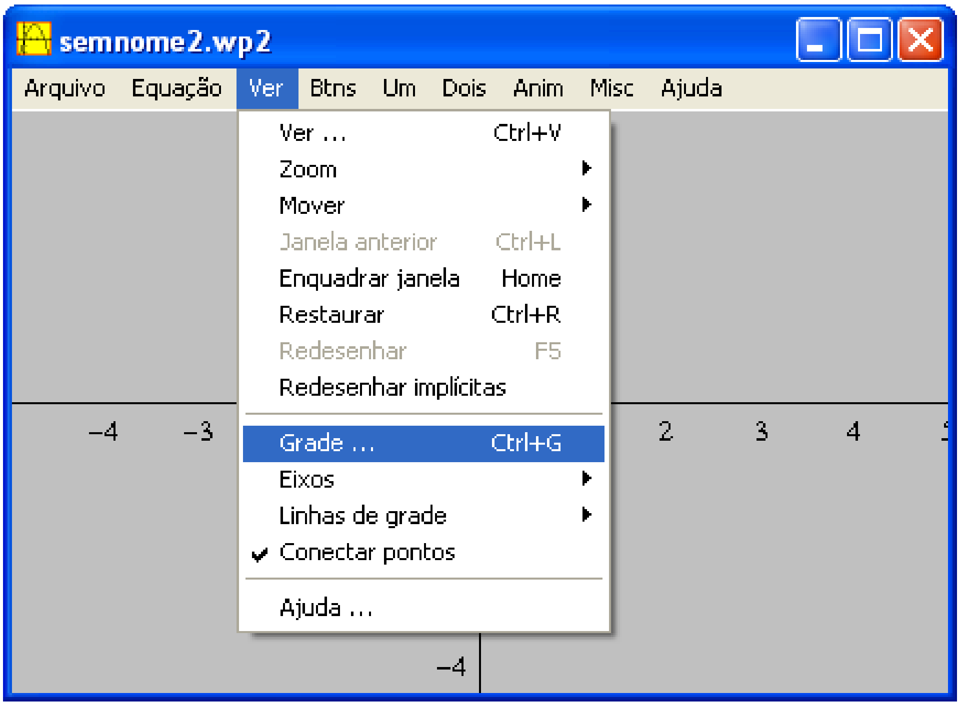
Para trabalhar em duas dimensões, deve-se selecionar, no ícone janela, a opção 2-dim.



Então, abrirá a seguinte tela:

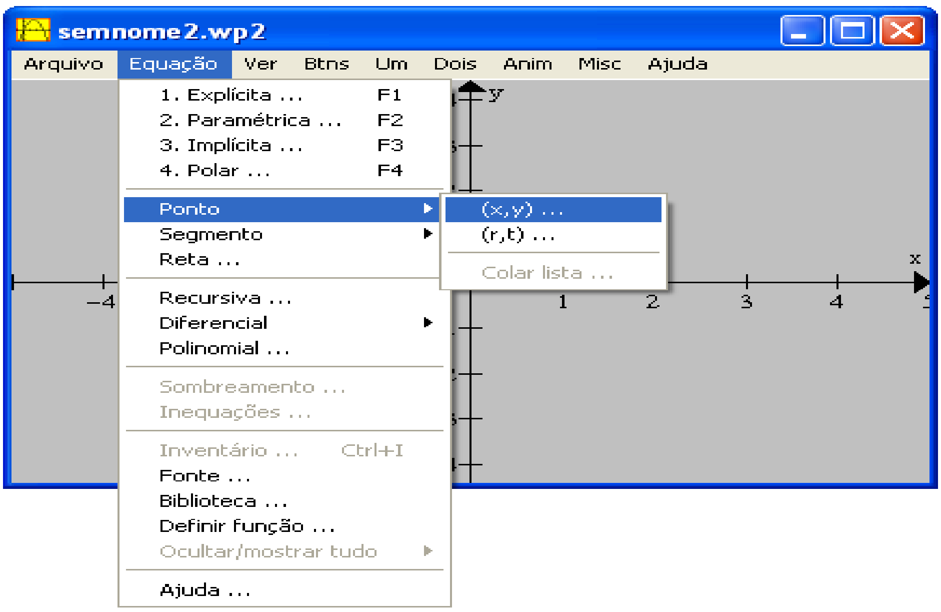


A padronização desta tela pode ser feita escolhendo-se a opção ver e, a seguir, grade.

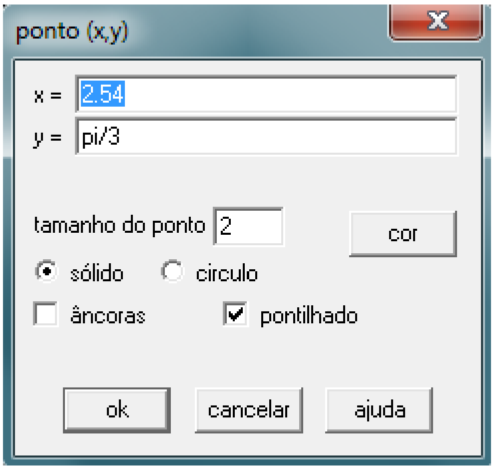


Deve-se selecionar os itens, conforme mostra a figura abaixo, e clicar em aplicar:

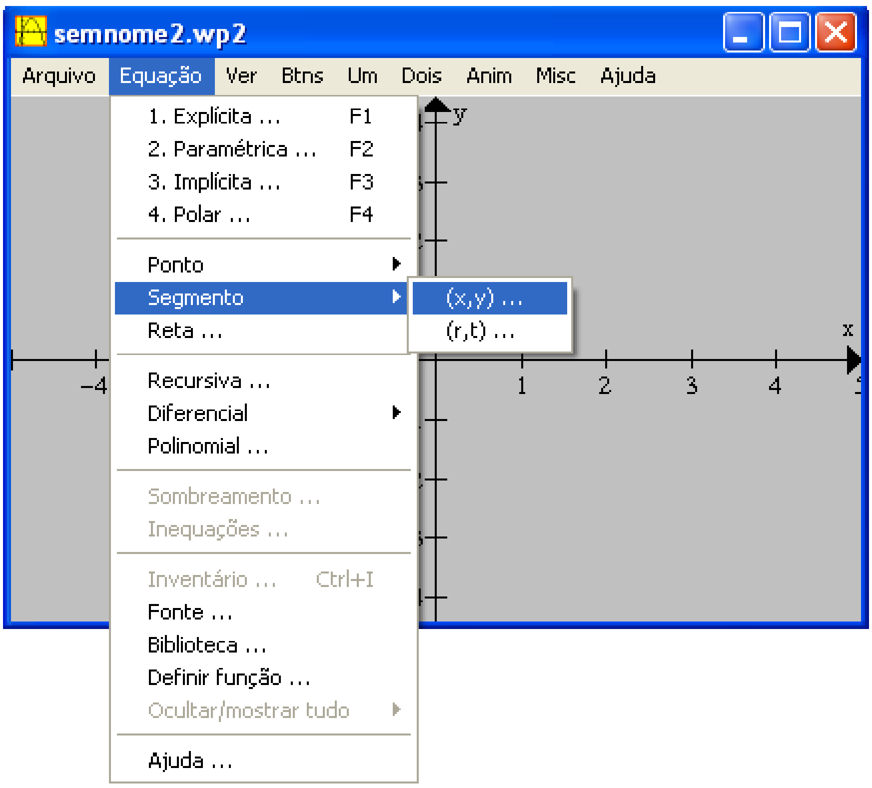
Para marcar pontos, deve-se escolher a opção equação e, em seguida, o item ponto (x, y).



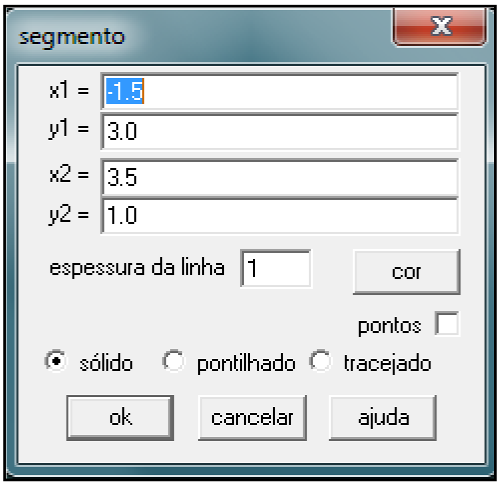
Após, deve-se digitar o par ordenado e clicar em ok.



A união de dois pontos por um segmento de reta é realizada ao selecionar, na barra de ferramentas, a opção equação e, a seguir, segmento (x, y).

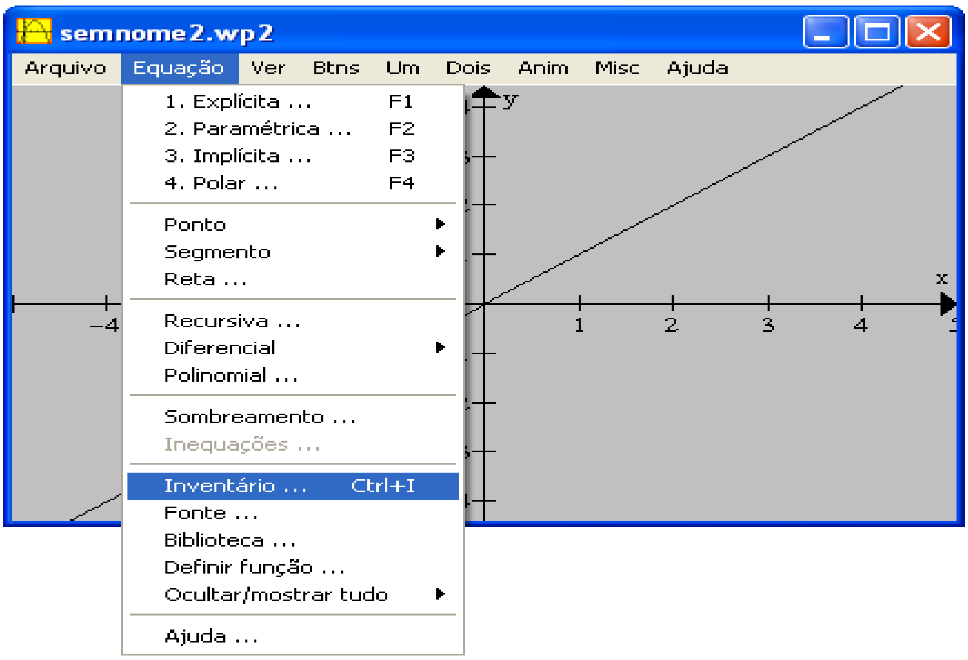


Então, surgirá a tela abaixo:



Após digitar os pares ordenados escolhidos, deve-se clicar em ok. Então os pontos serão ligados por meio de um segmento de reta.

Para conferir os dados digitados, basta clicar em equação e selecionar a opção inventário. Abrirá uma tela que permite a conferência de ações realizadas e a retificação das mesmas, caso necessário.



Resposta da atividade, do encontro 2, usando o Winplot:

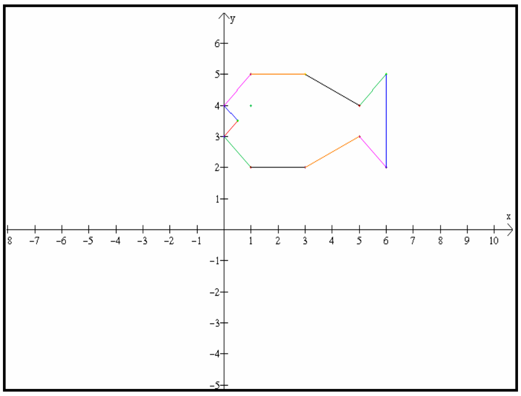
Atividade 1

a) No Plano Cartesiano abaixo, marque os pares ordenados e ligue-os na ordem em que aparecem

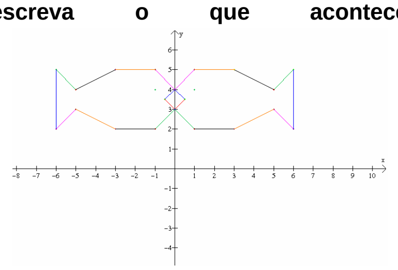
(0, 3) (1, 2) (3, 2) (5, 3) (6, 2) (6, 5)

(5,4) (3,5) (1, 5) (0, 4) (0.5, 3.5) (0, 3).

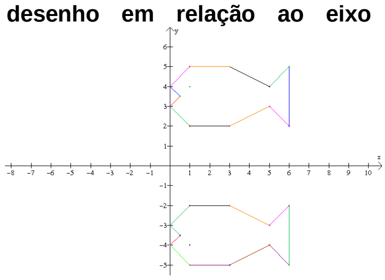
Marque também o ponto (1, 4), mas este não deve ser ligado com os demais.



b) Multiplique o valor da ordenada x por (-1) e marque os pontos obtidos. Descreva o que aconteceu.



c) Que alteração deverá ser feita nos pontos usados inicialmente, para refletir o desenho em relação ao eixo x?



Atividade 2

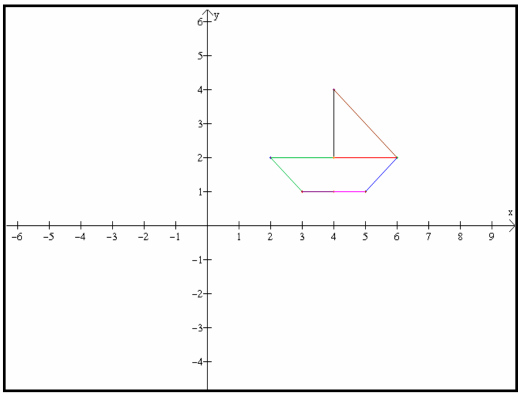
a) Marque os pares ordenados, abaixo, ligando-os na ordem em que aparecem.

(2, 2) (3, 1) (4, 1) (5,1) (6, 2)

(2, 2) (4, 2) (4, 4) (6, 2)

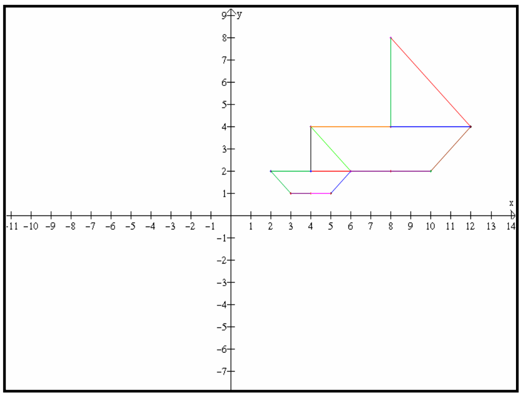
Qual é a imagem obtida?...........................

....

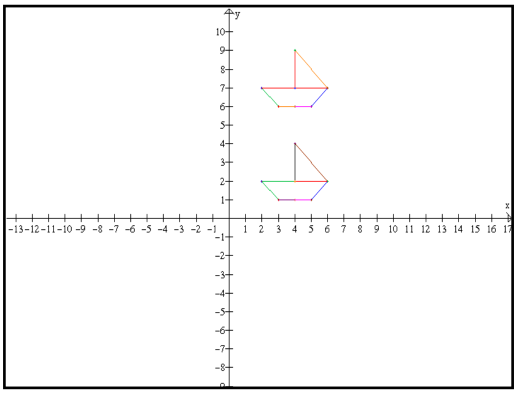


b) Multiplique por 2 o par ordenado (abscissa x e ordenada y). Encontre os pontos correspondentes e ligue-os na ordem em que aparecem. Descreva o que ocorreu.......................................

....

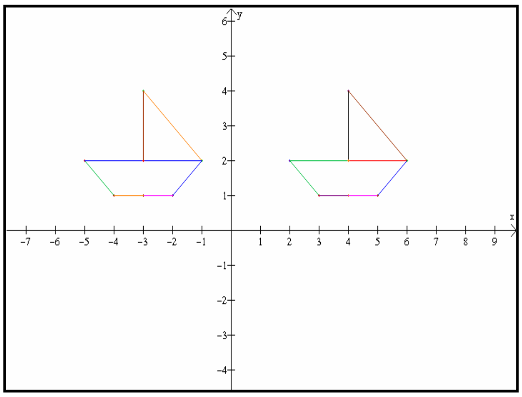


c) Partindo dos pares ordenados iniciais, some 5 somente ao valor da ordenada y, marque os pontos no Plano Cartesiano una-os na ordem em que aparecem. Descreva o que ocorreu...
....



d) Partindo dos pares ordenados iniciais, some -7 somente ao valor da abscissa x, marque os pontos no Plano Cartesiano e una-os na ordem em que aparecem. Descreva o que ocorreu.

....



APÊNDICE D – QUESTIONÁRIO APLICADO AOS PROFESSORES

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA

Orientanda: Dircélia dos Santos
Orientadora: Elisabeta D' Elia Gallicchio

Este questionário tem como objetivo coletar dados, sobre a metodologia utilizada nas aulas de Matemática, para o trabalho de dissertação que está sendo desenvolvido no PPGEM-UFRGS.

I. DADOS FUNCIONAIS

1) Identificação

2) Formação

3) Outros cursos relacionados com a área de graduação

4) Escola (s) em que leciona

5) Série (s) em que leciona

6) Disciplina (s) que leciona

7) Carga horária total semanal em sala de aula e número de alunos atendidos

II. ACESSO A RECURSOS COMPUTACIONAIS

1) Na escola em que leciona, você tem acesso ao computador?

2) Média de horas por dia durante as quais costuma usar o computador

1. ( ) até 2 horas 2. ( ) de 2 a 4 horas
3. ( ) de 4 a 6 horas 4. ( ) mais de 6 horas

III. TECNOLOGIA ALIADA AO PLANEJAMENTO DAS ATIVIDADES DE ENSINO

1) Como professor, com que objetivo você acessa a Internet?

1. ( ) pesquisa 2. ( ) planejamento
3. ( ) atualização 4. ( ) entretenimento

2) Quais os sites de pesquisa que mais utiliza para estes fins?

3) O computador é utilizado na elaboração de suas aulas?

1. ( ) Sim 2. ( ) Não

De que forma?

( ) elaboração de textos ( ) planilha de notas dos alunos
( ) elaboração de gráficos ( ) outros. Quais?........................

4) Local (is) em que utiliza o computador para esta finalidade:

1. ( ) residência 2. ( ) escola 3. ( ) lan house 4. ( ) outros.............

IV. TECNOLOGIA ALIADA À EXECUÇÃO DAS ATIVIDADES DE ENSINO

1) A (s) escola (s) em que leciona possui (em) Laboratório de Informática?

2) O Laboratório de Informática está disponível a todos os professores de Matemática para a execução de suas aulas? Em caso afirmativo, em qual (is) escola (s)?

3) O computador é usado como ferramenta de ensino nas suas aulas de Matemática? 1. ( ) Sim 3. ( ) Não 3. ( ) Sempre 4. ( ) Algumas vezes

4) Quais os software e aplicativos que você utiliza ou utilizou em suas aulas?

1. ( ) Editor de texto 2. ( ) Planilha eletrônica
3. ( ) Software gráfico 4. ( ) Outro software matemático. Qual?........

5) Qual (is) dos recursos abaixo, disponibilizados na Internet, você já utilizou na execução de suas aulas?

1. ( ) textos 2. ( ) jogos 3. ( ) sites 4. ( ) applets 5. ( ) animações
6. ( ) objetos de aprendizagem 7. ( ) outros. Quais?...................................

6) Descreva, resumidamente, uma atividade realizada em suas aulas de Matemática, que tenha sido desenvolvida com uso de algum recurso computacional, especificando:

1. nível Médio ( ) nível fundamental ( )
2. série (s):................................
3. o número de alunos envolvidos na atividade:..................
4. o número de máquinas disponíveis:................................
5. o conteúdo abrangido:..
6. o(s) software(s) utilizado(s):..

Descrição da atividade:..

7) Você considera importante o uso de recursos computacionais no ensino de Matemática? Por quê?

8) Qual (is) a(s) dificuldade(s) encontrada(s) para desenvolver conteúdos de Matemática com uso do computador?

9) Que incentivos seriam necessários, para que o professor utilize recursos computacionais em suas aulas de Matemática?

10) Gostaria de receber retorno sobre este questionário e o material produzido a partir deste?

APÊNDICE E – ATIVIDADES DECORRENTES DA ANÁLISE *A POSTERIORI*

A seguir, são apresentadas as modificações, detectadas na análise *a posteriori* sobre a aplicação da seqüência didática, com vistas a reutilizar este material.

Os encontros dever ser reorganizados em dois blocos. No primeiro (bloco aplicado), devem constar os encontros 3, 7 e 8 que abordam o conceito de função como lei que estabelece dependência entre variáveis. Os demais (1, 2, 4, 5, 6, 9), que tratam função como lei que estabelece correspondência entre conjuntos, devem fazer parte do segundo bloco (bloco abstrato).

O bloco aplicado deve seguir a ordem 3, 7 e 8. No entanto, antes de iniciar o encontro 7 há a necessidade de incluir a análise de alguns gráficos para que o aluno identifique as variáveis envolvidas. A noção de gráfico deve vir associada à representação de fenômenos reais. Também fazem parte das alterações, a inserção de mais alguns problemas que necessitem ser modelados por uma representação algébrica, ou seja, onde a lei não seja informada. Assim, foram planejadas duas novas atividades que têm como objetivo estabelecer a ligação entre as representações gráfica, algébrica e tabular de uma função. Os exercícios propostos, bem como as respostas, são exibidos abaixo.

ATIVIDADE 1[19]

1) Analise as afirmações *a*, *b* e *c*, classificando cada uma como verdadeira ou falsa:

a) O número de telefones celulares no país vem aumentando de ano para ano.

b) Entre 1995 e 1996 e entre 1998 e 1999 o crescimento *percentual* do número de celulares foi maior do que 100%.

Fonte: Revista *Exame*, fev. 2000.

c) Considerando a população do Brasil de aproximadamente 160 milhões de habitantes em 1999, a proporção de pessoas que possuíam celulares nesse ano era de 15:1.

d) Qual foi a média anual de celulares nesse período?

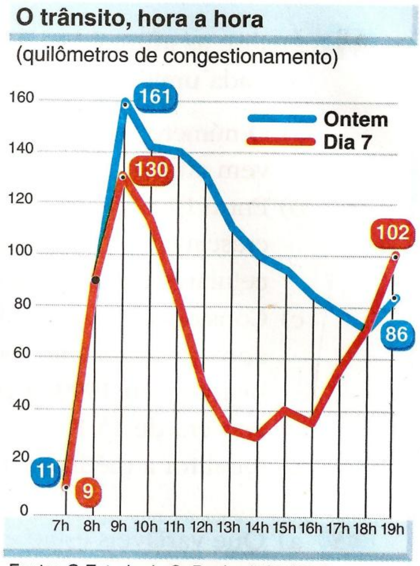
---

[19] Os problemas e as respostas desta atividade foram retirados do livro do autor Gelson Iezzi, páginas 43, 44 e 45, mencionado nas referências.

2) a) Que variáveis estão envolvidas nesse estudo?
b) Em que período o número de transplantes ficou abaixo de 50?
c) A partir de quando pode-se afirmar que o número de transplantes aumenta de ano para ano?
d) Levando em consideração dois anos sucessivos, em que data houve maior crescimento *percentual* do número de transplantes? Determine-o.
e) Qual foi a média do número de transplantes nos últimos três anos desse estudo?

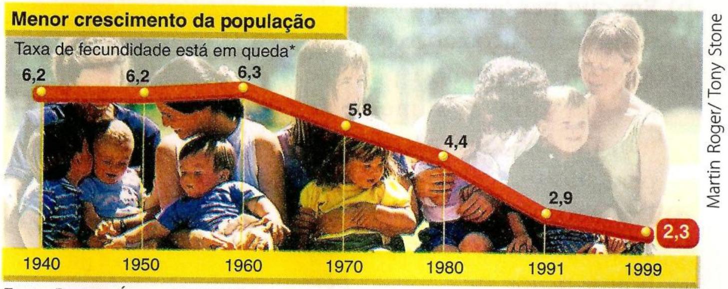
Fonte: *Folha de S. Paulo*, 2/9/2000.

3) O gráfico compara o congestionamento registrado em um dia de chuvas com o registrado no mesmo dia da semana anterior.
a) Os maiores picos de congestionamento ocorreram no mesmo horário? Determine-os.
b) Em que horário foi registrada a maior diferença de congestionamento entre os dias citados?
c) Em que dia e horário foram registrados aproximadamente 50 km de congestionamento? E 100 km?
d) Em que horário houve coincidência de quilômetros de congestionamento nessas duas datas? Qual foi esse número?



Fonte: *O Estado de S. Paulo*, 15/11/2000.

4)



Fonte: Revista *Época*, 24/7/2000.
*Em número de filhos por mulher

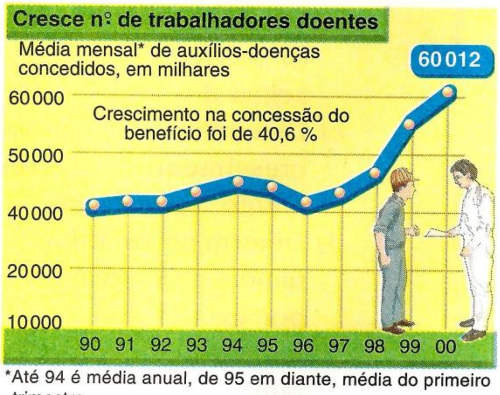
a) De que trata o gráfico? Identifique as variáveis envolvidas.
b) Qual o período em que a taxa de fecundidade se manteve praticamente constante?
c) A partir de que data a função é decrescente?
d) Entre que períodos a taxa de fecundidade se reduziu em 50%?

5) A concessão de auxílios-doença pelo INSS aumentou 40,6% nos últimos três anos, período em que a massa de segurados não cresceu. O auxílio-doença substitui o salário recebido por segurados incapacitados para o trabalho.

a) Determine os períodos de crescimento do número de concessões de auxílio-doença.

b) Que anos registraram praticamente o mesmo número de concessões?

c) De acordo com o texto, quantos auxílios foram concedidos em 1997?



*Até 94 é média anual, de 95 em diante, média do primeiro trimestre

Fonte: *Folha de S. Paulo*, 24/6/2000.

6) O mercado de trabalho da região metropolitana de São Paulo dá sinais de que pode, nos próximos meses, recuperar-se definitivamente dos arranhões provocados pela crise asiática que, em outubro de 1997, levou o governo a duplicar a taxa de juros brasileira.

A taxa de desemprego, que atingiu o pico de 20,3% nos meses de abril e maio de 1999, recuou para 16,3% no mês passado. A taxa, que mede a proporção de pessoas da PEA (População Economicamente Ativa) sem ocupação, é a menor desde setembro de 1997, quando os efeitos da crise na Ásia já se faziam sentir na economia brasileira.

Em relação a setembro deste ano, quando a taxa foi de 17,3%, a queda foi de um ponto percentual. Segundo o Dieese (Departamento Intersindical de Estatística e Estudos Socioeconômicos), esse foi o maior decréscimo entre os meses de setembro e outubro desde 1991. Foram gerados 99 mil novos postos de trabalho na região. Essa foi a maior expansão registrada num outubro desde 1985.

(*Folha de S. Paulo*, 24/11/2000.)

a) Em que meses desse período a taxa de desemprego ficou abaixo de 18%?

b) Em que períodos a taxa de desemprego decresceu?

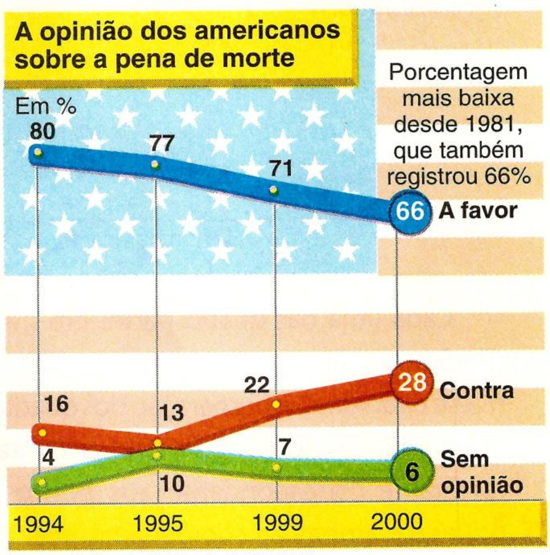
c) Determine a PEA da região metropolitana de São Paulo nos últimos meses de 2000, bem como o número de desempregados em outubro de 2000.

7) São falsas ou verdadeiras as afirmações seguintes?

a) A proporção entre pessoas a favor e pessoas contra a pena de morte caiu de aproximadamente 6:1 para 2,5:1 de 1995 a 2000.

b) No período de estudo dessa pesquisa, o número de pessoas a favor vem sempre diminuindo; já o número de pessoas contra vem sempre aumentando.

c) Se, a partir de 2000, as porcentagens a favor decrescerem em 5 pontos percentuais ao ano e as porcentagens contra aumentarem em 6 pontos percentuais ao ano, em 2003 a situação se inverterá.



Fonte: *Folha de S. Paulo*, 04/6/2000.

RESPOSTAS DA ATIVIDADE 1

1) b) 1995 → 1996
1,5 milhão → 3,2 milhões (mais que dobrou → aumento foi maior que 100%)

1998 → 1999
7,4 milhões → 15 milhões (mais de 100%; o dobro de 7,4 é 14,8)

c) $\dfrac{160 \text{ milhões de habitantes}}{15 \text{ milhões de celulares}} = \dfrac{32}{3} \cong 10{,}6$ habitantes/celular

d) $\text{média} = \dfrac{0{,}7 + 1{,}5 + 3{,}2 + 4{,}5 + 7{,}4 + 15}{6} = 5{,}38$ milhões de celulares

2) d) Vamos calcular a razão do número de transplantes entre um ano e o ano anterior. Vejamos alguns exemplos: entre 1991 e 1990: $\dfrac{17}{11} \cong 1{,}54$; entre 1992 e 1991: $\dfrac{28}{17} \cong 1{,}64$; entre 1993 e 1992: $\dfrac{72}{28} \cong 2{,}57$; entre 1995 e 1994: $\dfrac{133}{76} = 1{,}75$; entre 1996 e 1995: $\dfrac{214}{133} \cong 1{,}6$; e assim por diante. Verifica-se que a maior razão obtida é 2,57 (anos de 1992 e 1993).

e) $\dfrac{221 + 278 + 361}{3} \cong 287$ transplantes ao ano

3) b) 12 h do dia 7 ~ 48 km
12 h do dia 14 ~ 127 km
diferença aproximada → 79 km ← maior diferença

13 h do dia 7 ~ 37 km
13 h do dia 14 ~ 112 km
diferença aproximada → 75 km

Intuitivamente, o aluno deverá fixar um horário (abcissa) e verificar a maior diferença entre as imagens desse x fixado, nos dias 7 e 14.

4) d) 1970 → 5,8 filhos/mulher
1991 → 2,9 filhos/mulher
→ 2,9 é metade de 5,8 (redução de 50%)

5) c) De 1997 a 2000, o aumento foi de 40,6%.
Então, podemos fazer:

$$\begin{matrix} \text{ano } 2000 \rightarrow \\ \text{ano } 1997 \rightarrow \end{matrix} \begin{cases} 60\,012 \text{ auxílios} & \text{——} \ 140{,}6\% \\ x & \text{——} \ 100\% \end{cases} \Rightarrow x \cong 42\,683 \text{ auxílios}$$

6) c) De acordo com o texto, as taxas de desemprego, em % da PEA, em setembro e outubro, foram, respectivamente, 17,3% e 16,3%. Assim, esse ponto percentual correspondente à diferença 17,3% − 16,3% = 1%, que equivale aos 99 000 postos de trabalho criados (ou 99 000 trabalhadores que foram empregados).

Daí:

$$\begin{cases} 1\% & \text{——} \ 99\,000 \\ 100\% & \text{——} \ x \end{cases} \Rightarrow x = 9\,900\,000 \text{ trabalhadores (PEA)}$$

Para obtermos o número de desempregados em outubro de 2000, fazemos:

$$\begin{cases} 100{,}0\% & \text{——} \ 9\,900\,000 \\ 16{,}3\% & \text{——} \ y \end{cases} \Rightarrow y = 1\,613\,700 \text{ trabalhadores}$$

7) a) $1995 \begin{cases} \text{a favor: } 77 \\ \text{contra: } 13 \end{cases} \rightarrow \dfrac{77}{13} \sim 5{,}92$ (aproximadamente 6:1)

$2000 \begin{cases} \text{a favor: } 66 \\ \text{contra: } 28 \end{cases} \rightarrow \dfrac{66}{28} \sim 2{,}4$ (aproximadamente 2,5:1)

c) Respeitadas as hipóteses, daqui a n anos, contados a partir de 2000, teremos as seguintes porcentagens:

a favor → 66 − 5n
contra → 28 + 6n
$\rightarrow 66 - 5n < 28 + 6n \Rightarrow -11n < -38 \Rightarrow n > 3{,}5$

Daqui a 4 anos (contados a partir de 2000), a situação se inverterá.
Logo, somente em 2004 isso ocorrerá.

ATIVIDADE 2[20]

1) (p. 36) Escreva a fórmula matemática que expressa a lei de cada uma das funções abaixo:

a) Uma firma que conserta televisores cobra uma taxa fixa de R$ 40,00 de visita, mais R$ 20,00 por hora de mão-de-obra. Então, o preço que se deve pagar pelo conserto de um televisor é dado em função do número x de horas de trabalho (mão-de-obra).

---

[20] Os problemas e as respostas desta atividade foram retirados do livro do autor Luiz Roberto Dante, mencionado nas referências. As referidas páginas constam no início de cada questão.

b) Um fabricante produz objetos a um custo de R$ 12,00 a unidade, vendendo-os por R$ 20,00 a unidade. Portanto, o lucro y do fabricante é dado em função do número x de unidades produzidas e vendidas.
c) A Organização Mundial de Saúde recomenda que cada cidade tenha no mínimo 14 m^2 de área verde por habitante. A área verde mínima y que deve ter uma cidade é dada em função do número x de habitantes.

2) (p. 55) Uma pessoa vai escolher um plano de saúde entre duas opções: A e B.

- O plano A cobra R$ 100,00 de inscrição e R$ 50,00 por consulta num certo período.
- O plano B cobra R$ 180,00 de inscrição e R$ 40,00 por consulta no mesmo período.

O gasto total de cada plano de saúde é dado em função do número x de consultas.

Determine:
a) a equação da função correspondente a cada plano de saúde;
b) em que condições é possível afirmar que: o plano de saúde A é mais econômico; o plano B é mais econômico; os dois planos de saúde são equivalentes.

3) (p. 56) Graduações do termômetro
As escalas termométricas, para a graduação de um termômetro, mais utilizadas são a escala Fahrenheit, usada nos EUA, por exemplo, e a escala Celsius, usada na maioria dos países. Para relacionar as duas escalas, é necessário saber que a fusão do gelo (água vira gelo) na escala Celsius ocorre a 0 °C e, na escala Fahrenheit a 32 °F; a ebulição da água (água vira vapor) ocorre na escala Celsius a 100 °C e, na escala Fahrenheit, a 212 °F; e a relação entre as temperaturas é uma função afim.

Estabeleça as leis das funções que representem:
a) as temperaturas, na escala Celsius, em função das temperaturas na escala Fahrenheit;
b) as temperaturas, na escala Fahrenheit, em função das temperaturas na escala Celsius.

Com as informações do exercício anterior, resolva os exercícios de 4 a 7.

4) (p. 56) Qual é a temperatura em Celsius que é a metade do valor correspondente em graus Fahrenheit?

5) (p. 56) Qual é a temperatura em Fahrenheit que é 5 vezes o valor da temperatura em graus Celsius?

6) (p. 56) Se um termômetro indica 120 °F, qual é essa temperatura em graus Celsius?

7) (p. 56) Se um termômetro indica 50 °C, qual é essa temperatura em graus Fahrenheit?

RESPOSTAS DA ATIVIDADE 2

1) a) y = 20x + 40
b) y = 8x
c) y = 14x

2) a) Plano A: f(x) = 50x + 100 Plano B: g(x) = 40x + 180
b) Para que o plano A seja mais econômico, devemos ter:
f(x) < g(x)
50x + 100 < 40x + 180
10x < 80
X < 8

Para que o plano B seja mais econômico, devemos ter:
f(x) > g(x)
50x + 100 > 40x + 180
10x > 80
X > 8

Para que os dois planos sejam equivalentes, devemos ter:
f(x) = g(x)
50x + 100 = 40x + 180
10x = 80
X = 8

Assim, o plano A é mais econômico para x <8; o B, para x> 8; e eles são equivalentes para x = 8.

3) a) $C = \frac{5}{9}F - \frac{160}{9} = 0{,}56F - 17{,}78 \ \ ou \ \ C = 0{,}56(F - 32)$
b) $F = \frac{9}{5}C + 32 = 1{,}8C + 32$

4) Para qual valor de x tem-se f(x) = 2x?
1,8x + 32 = 2x
x = 160
Assim, 160 °C equivalem a 320 °F.

5) 1,8x + 32 = 5x
x = 10

f(10) = 50
Logo, 10 °C equivalem a 50 °F.

6) f(x) = 1,8x + 32 e f(x) = 120
120 = 1,8 + 32
$x \cong 48{,}9$
Portanto, 120 °F equivalem a aproximadamente 48,9 °C.

7) f(x) = 1,8x + 32 e x = 50
F(50) = 1,8.50 + 32 = 122
Logo, 50 °C equivalem a 122 °F.

Finalmente, cabe ressaltar outras modificações a serem feitas, no intuito de repetir o desenvolvimento da proposta didática.

A primeira é a necessidade de destacar, nos gráficos das situações reais, pertencentes ao bloco aplicado, os conjuntos domínio, contradomínio e imagem. Também, antes de iniciar o bloco abstrato deve ser trabalhada a definição de função a partir da linguagem dos conjuntos (dados dois conjuntos não vazios A e B, uma função f de em B, é uma relação que associa a cada elemento de A um único elemento de B).

No que se refere ao bloco abstrato, a ordem dos encontros deve ser alterada para a seguinte: 4, 5, 6, 1, 2 e 9. Mais precisamente, este bloco deve iniciar no encontro 4, com a definição de função e suas representações em diagramas de flechas e tabelas. Ainda, deve ser mencionado que, antes de dar início ao encontro 6, é interessante desenvolver atividades que trabalham com o plano cartesiano e com o Winplot, ou seja, parte dos encontros 1 e 2. A modificação deve ser feita a fim de facilitar a compreensão do aluno durante a passagem de diagrama de flechas (o domínio apresenta um conjunto finito de elementos) para a representação do domínio por um intervalo ou através do eixo real. Convém mencionar também, a importância em estabelecer a associação entre o conceito de função e a regra que identifica o gráfico de uma função, a partir da análise da reta vertical que o intercepta. Partindo-se da análise da reta vertical, esta deve varrer todo o domínio da relação representada no gráfico, atentando para o fato de que a reta não pode interceptar o gráfico em dois pontos (ou mais), simultaneamente, pois, caso isto aconteça, um único elemento do domínio estará relacionado a dois (ou mais) elementos da imagem, contrariando a definição de função.

APÊNDICE F – ANIMAÇÕES (EM CD) PRODUZIDAS PARA A SEQÜÊNCIA DIDÁTICA