

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO MATEMÁTICA, MÍDIAS DIGITAIS E DIDÁTICA: TRIPÉ
PARA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Sergio Dias Assumpção

Geometrizando no Pátio

Projeto e construção de uma quadra esportiva

Porto Alegre

2011

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO MATEMÁTICA, MÍDIAS DIGITAIS E DIDÁTICA: TRIPÉ
PARA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Sergio Dias Assumpção

Geometrizando no Pátio

Projeto e construção de uma quadra esportiva

Monografia apresentada como requisito parcial para obtenção de título de Especialista em Matemática, Mídias Digitais e Didática ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Orientador: Profa. Dra. Márcia Rodrigues Notare

Porto Alegre

2011

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

Geometrizando no Pátio

Projeto e construção de uma quadra esportiva

Sergio Dias Assumpção

Comissão examinadora

Profa. Dra. Márcia Rodrigues Notare
Orientador

Prof. Me. Vandoir Stormowski

Dedico este trabalho à memória da minha mãe Zulmira Dias Assumpção.

AGRADECIMENTOS

A conclusão deste trabalho seria impossível sem a colaboração de algumas pessoas e instituições que, de diversas formas, deram sua contribuição em diferentes etapas. Destas, manifesto um agradecimento especial,

Aos funcionários e professores do Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática (PPGEnsimat) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul;

Finalmente, à minha esposa, minha filha, minha família e amigos, pelo incentivo e companheirismo imprescindíveis ao longo deste trabalho.

RESUMO

Este trabalho busca analisar o conhecimento intuitivo de geometria presente em alunos de diferentes níveis de escolaridade. Neste intuito, constituí um grupo heterogêneo em escolaridade mas homogêneo cronologicamente. Através de atividades propostas e observações, desenvolvi conceitos básicos de geometria plana, com atenção voltada ao estudo dos quadriláteros. Durante o processo os alunos foram comparados aos níveis de Van Hiele, buscando constatar se as diferentes etapas de aprendizagem diferem entre o grupo. As atividades foram motivadas em torno da construção de uma quadra esportiva, levando os conhecimentos da sala de aula para uma contextualização prática do aprendizado.

Palavras-chave: geometria, régua, compasso, quadriláteros, Van Hiele.

ABSTRACT

This study analyzes the geometry of this intuitive knowledge into students at different educational levels. In this view, constitute a heterogeneous group in school but chronologically homogeneous. Through the proposed activities and observations, I developed the basic concepts of plane geometry, with attention focused on the study of quadrilaterals. During the process the students were compared to the Van Hiele levels, seeking to ascertain whether the different stages of learning differ between the groups. The activities were motivated around the construction of a sports court, taking the knowledge from the classroom to a practical context of learning.

Keywords: geometry, ruler, compass, Quads, Van Hiele.

LISTA DE FIGURAS

Figura 01 – questionário aplicado a professores.....	22
Figura 02 – questionário aplicado a professores.....	23
Figura 03 – questionário aplicado a professores.....	23
Figura 04 – questionário aplicado a professores.....	24
Figura 05 – questionário aplicado aos alunos	25
Figura 06 – trabalho dos alunos	27
Figura 07 – trabalho dos alunos	28
Figura 08 – trabalho dos alunos	28
Figura 09 – trabalho dos alunos	29
Figura 10 – trabalho dos alunos	29
Figura 11 – pátio da escola durante o recreio	32
Figura 12 – pátio da escola durante o recreio	32
Figura 13 – área para construção da quadra esportiva	33
Figura 14 – mini goleira, servirá de referencia para a proporção da quadra	33

Figura 15 – planta baixa da quadra de futsal	34
Figura 16 – esboço do projeto da quadra de futsal	35
Figura 17 – esboço do projeto da quadra de futsal no Geogebra	36
Figura 18 – ajustes na linha guia	37
Figura 19 – preparando a pintura	37
Figura 20 – pintura concluída, mas e a chuva?	38

LISTA DE TABELAS

Tabela 01 – Cronograma das atividades	17
Tabela 02 – Análise de livros didáticos	19
Tabela 03 – Os níveis de Van Hiele	26

LISTA DE SIGLAS

JEMUSA	Jogos Escolares Municipais de Sapucaia do Sul
MEC	Ministério da Educação e Cultura
PNLD	Programa Nacional do Livro Didático
PR	Estado do Paraná
URL	Uniform Resource Locator

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
2	PROJETO PEDAGÓGICO DE ENSINO	15
2.1	HIPÓTESES	15
2.1.1	INICIAIS	15
2.1.2	MATERIAL	16
2.1.3	RECEPTIVIDADE	16
2.2	PLANEJAMENTO	17
2.2.1	CRONOGRAMA	17
2.2.2	ESTRATÉGIAS	18
3	LIVROS DIDÁTICOS: ALIADOS OU INIMIGOS?	19
4	PRÁTICA PEDAGÓGICA	22
4.1	INICIANDO O TRABALHO	27
4.1.1	GEOGEBRA	31
4.2	GEOMETRIA NO PÁTIO	31
4.3	MÃOS A OBRA	36
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	40
6	REFERÊNCIAS	42
	APÊNDICE A – Questionário para os professores	43
	APÊNDICE B – Questionário para os alunos	44
	ANEXO A – Construção de retas paralelas e perpendiculares utilizando régua e compasso	45

1 INTRODUÇÃO

Este trabalho enfoca o ensino da geometria e fez das construções geométricas, com régua e compasso, uma ferramenta para a aprendizagem sobre quadriláteros. O estudo desenvolveu-se com alunos do ensino fundamental da Escola Municipal de Educação Básica Alberto Santos Dumont, do município de Sapucaia do Sul, Rio Grande do Sul. Será utilizado um vídeo sensibilizador que mostra como pode ser atingido um objetivo, mesmo que os recursos disponíveis sejam mínimos.

O vídeo selecionado para esta prática apresenta a dedicação de um professor de Ponta Porã, PR, para construir um local que propiciasse a prática do basquetebol. Mesmo sem recursos, ele buscou formas de levar seus alunos a atingirem os objetivos propostos. O projeto ganhou destaque e acabou chamando a atenção de uma emissora de televisão que levou o ex-atleta Oscar Schmidt para conhecer o professor e seus alunos¹.

Escolhi este conteúdo por ser bastante rico em detalhes que costumam passar despercebidos nas aulas tradicionais, devido ao curto espaço de tempo disponível para ser trabalhado. Já o vídeo foi escolhido por apresentar um exemplo de superação, que servirá para mostrar que é possível atingir os objetivos, por mais difíceis que estes pareçam.

Usualmente o estudo dos quadriláteros é abordado de forma direta, através de exemplos de figuras que atingem os objetivos determinados pelo professor. Quadro e giz são os materiais mais utilizados e, eventualmente, o livro didático dá suporte, mas apenas como um banco de exercícios. São raros os casos em que os alunos são levados a questionamentos da real utilidade deste conteúdo.

Por ser apresentada como algo pronto, quase que imutável, a geometria recebe uma resistência por parte dos alunos. As fórmulas são apresentadas sem que sejam analisadas suas origens, isto gera um desconforto que, usualmente, leva os alunos a decorar as fórmulas sem analisá-las. Por parte dos professores também há uma grande resistência em trabalhar este conteúdo que, geralmente, é deixado para o final do ano e tratado superficialmente.

O início do ensino da Geometria no Brasil, segundo Menezes (2007), está relacionado com as necessidades da artilharia. Assim, as primeiras escolas voltadas para o ensino da Geometria foram oferecidas pelo governo Português aos engenheiros militares. Em 1929, no Colégio Pedro II do Rio de Janeiro, as disciplinas de Álgebra, Aritmética e Geometria foram reunidas formando a disciplina de Matemática. Esta audaciosa medida tinha por objetivo reunir

¹ O vídeo pode ser acessado através da URL: <http://www.youtube.com/watch?v=WpPIsolm0cU>.

as três áreas, antes separadas nos três anos do ensino secundário. A experiência do Colégio Pedro II estendeu-se para todo o território nacional em 1931, através da reforma Francisco Campos. Menezes (2007) destaca, ainda, que, o ensino da Geometria, foi deixado em segundo plano a partir do Movimento da Matemática Moderna, sendo nítido o abandono da disciplina no período de 1960 a 1990, refletindo-se nos cursos de formação de professores. Nos dias atuais ainda é possível observar reflexos deste período nas salas de aula, tanto nos profissionais quanto nos livros didáticos que, de modo geral, abordam a Geometria apenas superficialmente.

O planejamento, a organização, as estratégias e hipóteses formuladas para o desenvolvimento do trabalho estão relatados no capítulo 2. No capítulo 3 é feita uma breve análise de alguns livros didáticos do PNLD, com uma visão crítica sobre a forma que a geometria é apresentada na 6ª série/7º ano do ensino fundamental. As atividades, as dúvidas, as descobertas e a execução do projeto estão relatadas no transcorrer do capítulo 4. O Capítulo 5 traz as considerações finais, com uma análise da proposta pedagógica executada.

2 PROJETO PEDAGÓGICO DE ENSINO

Este trabalho foi desenvolvido na disciplina de Matemática do ensino fundamental e aplicado na Escola Municipal de Educação Básica Alberto Santos Dumont, no período de junho e julho de 2010, envolvendo atividades extraclasse com um grupo heterogêneo de oito alunos de 5ª à 8ª série, convidados a participar de forma voluntária. Não houve um critério de seleção, comentei com alguns alunos sobre o projeto e, aqueles que se interessaram, formaram o grupo de trabalho. A proposta inicial era de que o trabalho fosse realizado com dez alunos, mas apenas oito dos voluntários participaram ativamente. Foram desenvolvidas atividades em sete dias não consecutivos, totalizando 8 horas-aula.

O presente estudo pretende avaliar as diferentes formas de compreensão da Geometria, buscando classificar os alunos nos níveis de aprendizado de Van Hiele, no capítulo 4 apresento um breve resumo sobre como os alunos são classificados e como ocorre a progressão entre os níveis. Para tanto, será desenvolvida uma oficina sobre a construção de quadriláteros, em especial o quadrado, o retângulo e o losango, através de régua e compasso. A escolha por este tema deve-se a pouca, ou praticamente inexistente, presença das construções nos livros didáticos. Como, não é trabalhado nas aulas regulares, a avaliação final dos avanços dos alunos não sofrerá ação de agentes externos ao projeto.

2.1 HIPÓTESES

No desenvolvimento da atividade, serão consideradas as seguintes hipóteses e pressupostos:

2.1.1 Iniciais

Sobre os conhecimentos prévios que os alunos devem ter para responder às questões do plano;

Pressupõe-se que os alunos:

Hipótese 1: desconheçam o tema;

Hipótese 2: desconheçam as diferenças entre os diversos tipos de quadriláteros;

Hipótese 3: não reconheçam as diferenças entre quadrado e retângulo.

Hipótese 4: não conheçam os métodos de construção com régua e compasso.

Serão validadas com: a aplicação de um mini-teste anterior ao início da oficina; a gravação das discussões posteriores à aplicação do teste, seguindo um roteiro que atende a todos os conteúdos listados.

2.1.2 Material

Sobre as expectativas com relação ao material a ser entregue, espera-se que:

Hipótese 5: o vídeo desperte interesse nos alunos ao desafio de criar uma área de esportes no pátio da escola;

Hipótese 6: através das atividades realizadas, venham a dominar as construções com régua e compasso de figuras simples;

Hipótese 7: reconheçam as diferenças entre quadrado, retângulo e losango.

Hipótese 8: através da construção das figuras, os alunos possam perceber as características que servem como parâmetro para classificar os diferentes tipos de quadriláteros.

Estas hipóteses serão validadas com: a coleta de material escrito pelos alunos; gravação de perguntas e respostas dadas durante as atividades; mini-teste final.

2.1.3 Receptividade

Sobre expectativas quanto à receptividade, ao desempenho, às facilidades ou dificuldades esperadas na realização das atividades, espera-se que, ao final do projeto, os alunos tenham desenvolvido noções básicas sobre a geometria plana e venham a ser capazes de formular hipóteses sobre construções simples, deste modo as expectativas prévias são:

- a. O vídeo utilizado desempenhe o papel de sensibilização, despertando o interesse e gerando discussões sobre o assunto a ser abordado.
- b. A atividade de construção usando régua e compasso desperte o interesse.

- c. A atividade prática de medidas desperte o interesse.
- d. A atividade de preparar a planta da quadra desperte o interesse.
- e. A atividade prática de transferir a planta para o terreno desperte o interesse.
- f. A combinação destes recursos contribua para uma melhoria no aprendizado.

2.2 PLANEJAMENTO

A seguir, apresenta-se a proposta de trabalho desenvolvida, com as atividades realizadas e as estratégias utilizadas durante sua aplicação.

2.2.1 Cronograma

As atividades e estratégias de ensino serão desenvolvidas da seguinte forma:

TABELA 01 – Cronograma das atividades

Objetivo/hipóteses a serem atendidas	Atividade	Estratégias e recursos
Introduzir discussão sobre a possibilidade de construir uma quadra de esportes.	Assistir ao vídeo	Questões elaboradas em aula para o acompanhamento do vídeo
Contrapor as noções intuitivas e matemáticas sobre quadriláteros	Problematização, construções e discussão no grande grupo	familiarizar o aluno com o compasso e a régua não graduada; Discutir as respostas no grande grupo; Aula prática sobre construções com régua e compasso
Formalizar os conceitos de quadrilátero.	Construções geométricas	através de desafios buscar as definições de quadrado, retângulo e losango.
Desenvolver a noção de medida	mapear a área a ser “construída”	com o uso de trena, medir a área do pátio onde construiremos a quadra
Trabalhar conceitos de proporcionalidade	Elaborar a planta da quadra	calcular as dimensões adequadas para a execução do projeto e transportá-las para o

		papel sob a forma de representação gráfica.
Unir a Matemática da sala de aula com uma atividade prática.	“Construir” a quadra	Utilizando os conceitos trabalhados anteriormente, transferir para o terreno, as medidas calculadas, demarcando-as e, posteriormente, pintando o pátio da escola.

2.2.2 Estratégias

Serão seguidas as seguintes estratégias para a coleta de dados:

- 5.1. Coletar material escrito pelos alunos;
- 5.2. Captar imagens das atividades desenvolvidas nos softwares
- 5.3. Realizar gravações das falas de grupos de alunos;
- 5.4. Solicitar que um observador externo anote o desenvolver das aulas.
- 5.5. Escrever um diário do professor, para relatar as aulas.

O capítulo a seguir apresenta uma breve análise de alguns livros didáticos, presentes no PNLD, destacando a abordagem dada à geometria.

3. LIVROS DIDÁTICOS: ALIADOS OU INIMIGOS?

Os livros didáticos que atualmente são disponibilizados pelo MEC para escolha pelo PNLD, apresentam diversas formas e sequências para os conteúdos. De modo geral a Geometria é tratada sem um maior aprofundamento em seus detalhes, limitando-se a exemplos e exercícios repetitivos. Para embasar esta constatação apresento, no quadro a seguir, a análise de quatro exemplares, no que diz respeito à Geometria, todos do 7º ano do ensino fundamental de 9 anos, das principais editoras nacionais a saber:

MATEMÁTICA – IDEIAS E DESAFIOS, Iracema Mori e Dulce Satiko Onaga, Editora Saraiva.

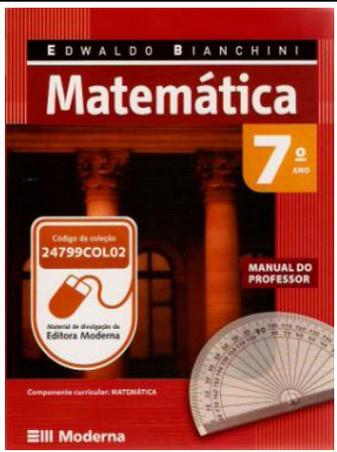
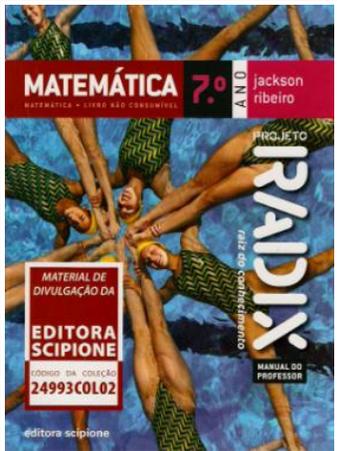
MATEMÁTICA, Edwaldo Bianchini, Editora Moderna.

MATEMÁTICA, Jackson da Silva Ribeiro, Editora Scipione.

VONTADE DE SABER MATEMÁTICA, Joamir de Souza e Patricia Moreno Pataro, Editora FTD.

TABELA 02 – Análise de livros didáticos

LIVRO	CONTEÚDOS	ANÁLISE
	<ul style="list-style-type: none">- ângulos, circunferências e círculos;- ângulos e propriedades.	As autoras apresentam os ângulos de forma direta, não há uma construção do conhecimento. Os conceitos são definidos e parte-se diretamente para exercícios de aplicação, os quais não exigem um raciocínio prévio, bastando uma aplicação direta do que se está estudando. Como aspecto positivo, apresenta uma menção as construções com régua e compasso, em apenas uma página e de forma bastante superficial.

	<ul style="list-style-type: none"> - ângulos; - simetria e ângulos; - área de regiões poligonais. 	<p>Os ângulos são apresentados a partir de fotos, na sequência são dados os conceitos básicos e noções de uso do transferidor. Há uma boa formulação para o conceito de grau. Como aspecto positivo vale ressaltar a demonstração de como construir ângulos congruentes usando régua e compasso. O estudo das áreas segue noções de decomposição da figura buscando relacioná-la com a área de retângulos, algo pouco explorado nas demais coleções.</p>
	<ul style="list-style-type: none"> - formas geométricas espaciais; - ângulos; - polígonos; - medidas de volume e capacidade; - simetria de figuras. 	<p>O estudo dos poliedros inicia com exemplos do dia-a-dia classificando-os em poliedros e não poliedros. Para cada poliedro trabalhado há a sua planificação algo bastante favorável pois facilita a compreensão das figuras em estudo. O estudo dos ângulos inicia pela maneira que julgo ser a mais eficaz, utilizando a ideia de volta, meia volta e quarto de volta, segue-se de uma detalhada explicação do uso do transferidor e culmina com uma atividade prática para a construção de um relógio de sol. Já a parte dos polígonos deixa a desejar por iniciar apresentando a figura e nominando-a para só depois trabalhar os conceitos de lado e ângulos internos. Este volume não apresenta construções com régua e compasso.</p>
	<ul style="list-style-type: none"> - formas geométricas espaciais; - ângulos; - polígonos; - transformação de figuras; - medidas de volume; - simetria. 	<p>Assim como na coleção anterior, os autores iniciam o trabalho com os poliedros através de exemplos de elementos do cotidiano do aluno para fixar a ideia do que é poliedro. Apesar de estarem presentes, as planificações não recebem o destaque necessário, desta forma desperdiça-se um elemento importante para a compreensão. A noção de ângulo igualmente inicia-se com exemplos práticos e através do conceito de volta. Já o transferidor é apresentado de forma abrupta, apenas mostrando como usá-lo. Os exercícios são aplicações diretas do que foi trabalhado não exigindo</p>

		<p>interpretação para resolução. O trabalho com transformações resume-se a ampliação e redução de figuras construídas na malha quadriculada. O conceito de volume igualmente é apresentado de forma direta e de forma descontextualizada. A simetria é apresentada de forma rápida, mas com bons exemplos que, se bem trabalhados, podem produzir resultados positivos.</p>
--	--	---

Esta análise, ainda que feita apenas em exemplares de uma determinada série/ano, mostra uma tendência na mudança que o ensino da Matemática vem sofrendo nos últimos anos com uma retomada, ainda que singela, do ensino da Geometria. No entanto, ainda estamos longe de dar a devida, e necessária, importância à mesma.

4. PRÁTICA PEDAGÓGICA

Iniciar esta atividade foi um desafio. Vários contratempos pareciam surgir do nada com o único intuito de prejudicar. Mas felizmente tudo foi se ajustando e o trabalho foi iniciado. Conforme planejado, não utilizei uma turma específica e sim um grupo de oito alunos, com idades homogêneas porém em diversas séries/anos escolares. Através de um convite, os alunos foram reunidos, em turno inverso a suas aulas regulares, para assistir ao vídeo proposto. Nada sobre o projeto foi dito a eles antecipadamente. A exibição do vídeo teve uma ótima aceitação, todos gostaram do exemplo de superação apresentado, isto fica claro pelos comentários registrados:

- Foi legal, eles não tinham nada e o “sor” ajudou.
- Se a gente tivesse essa união podíamos ter ganho o JEMUSA²!

Um segundo momento foi previamente elaborado. A partir de um questionário, aplicado a colegas professores (apêndice A), e outro aos alunos (apêndice B), pude traçar os caminhos a serem percorridos. Destaco, entre as respostas dos professores, duas delas (Figura 1):

Considerando o ensino de áreas e perímetros, como você costuma trabalhar com seus alunos? *Com uma aula de antecedência solicito que os alunos tragam de casa, se possível, uma fita métrica. No dia combinado peço que os alunos meçam o contorno da parte plana da classe. Feito isso e de posse dos resultados comunico-lhes de que eles acabaram de calcular o “PERÍMETRO” da classe, ou seja, perímetro corresponde a soma das medidas de todos os lados da classe (que no caso é o polígono). Começo o estudo de áreas das figuras planas provando por “a” mais “b” a sua importância e a necessidade quotidiana de sabermos calculá-las. Começo a estudo de áreas com a clássica pergunta: quantos metros quadrados de parquet precisamos para mudar-mos o piso de nossa sala-de-aula? Sugiro (que) então, que meçam a largura da sala e o comprimento e depois multipliquem uma medida pela outra, etc. etc.*

FIGURA 1: questionário aplicado a professores

Temos aqui dois métodos muito usados em sala de aula, porém contraditórios:

² Jogos Escolares Municipais de Sapucaia do Sul.

Ao utilizar a fita métrica e depois construir a informação junto aos alunos, temos uma forma bastante satisfatória de compreensão. Já a “prova por $a + b$ ”, traz uma ideia de fornecer tudo pronto para o aluno, algo que, de modo geral, tem se revelado como um dos fatores que dificultam o desenvolvimento do conteúdo.

Já a segunda resposta mostra uma preocupação em construir os conceitos, não antecipando nada aos alunos, conforme mostra a Figura 2:

Considerando o ensino de áreas e perímetros, como você costuma trabalhar com seus alunos? Parte de atividades simples, explorando os objetos e o espaço físico da sala de aula. A partir desta contextualização, introduzo problemas que definem o que é necessário fazer para realizar o cálculo de área e perímetro. Para área costumo iniciar com exercícios usando a malha quadriculada, trabalhando a área através da unidade \blacksquare . Depois, exploro atividades que englobem as noções de área e perímetro juntas.

FIGURA 2: questionário aplicado a professores

Farei uso das respostas dos mesmos colegas para exemplificar uma segunda questão (Figuras 3 e 4):

Considerando o ensino da geometria, em particular a construção de figuras, como você costuma trabalhar com seus alunos?

Primeiro, trabalho a partir de dobraduras com folhas de ofício para perceberem que, por exemplo, um quadrado pode ser formado a partir de 2 triângulos. Depois, utilizo tranqam^(construção) e partes para aplicação de exercícios e problemas de aplicação.

FIGURA 3: questionário aplicado a professores

Considerando o ensino da geometria, em particular a construção de figuras, como você costuma trabalhar com seus alunos?

Bom cartulinas peço para os alunos recortarem um número x de quadrados, retângulos e triângulos com dimensões previamente estipuladas. Depois montamos cubos e paralelepípedos. Identificamos nas figuras as arestas, vértice e faces. Concluímos com a construção ou dedução da fórmula de cálculo do volume desses sólidos geométricos.

FIGURA 4: questionário aplicado a professores

Temos aqui mais do que a opinião de dois profissionais. As respostas dadas trazem um breve resumo do ensino da Matemática no Brasil, pode-se identificar o tipo de formação recebida por cada um. Enquanto o professor de mais idade, formado a mais de quarenta anos, utiliza atividades previamente definidas, principalmente quanto às medidas, o outro com menos de dez anos de graduação sente-se mais a vontade para trabalhar com materiais, digamos, menos previsíveis, que possibilitam aos alunos conjeturarem livremente sobre o assunto. Estes problemas no ensino da geometria são destacados por Lorenzato (1995, página 4):

“... é preciso um amplo e contínuo esforço de diferentes áreas educacionais para que mudanças se efetivem no atual quadro do ensino da geometria escolar.”

De posse destas outras formas de focar o assunto, resolvi criar um questionário que buscasse nos alunos conhecimentos específicos, se saberiam conectar o saber acadêmico com o conhecimento do dia a dia. O exemplo a seguir (Figura 5), expressa bem os resultados obtidos:

QUESTIONÁRIO COM ALUNOS

Descreva com suas palavras um quadrado?

É aquilo que tem todos seus
lados iguais.

Você sabe dizer o que são retas paralelas e perpendiculares?

Não sei

O que as palavras área e perímetro significam para você?

Não sei

Desenhe um paralelogramo.

Não sei

FIGURA 5: questionário aplicado aos alunos

Nenhum dos oito alunos respondeu com exatidão a todas as perguntas, alguns sabiam explicar o que eram retas paralelas e/ou concorrentes, mas nenhum aproximou-se da definição matemática exata. Todos disseram saber o que era um quadrado, mas no momento de escrever nenhum citou os ângulos retos. Nota-se claramente um déficit quanto à noção de ângulo em todos os alunos participantes do projeto. Já o paralelogramo não teve nem mesmo tentativas de explicar o que fosse.

Nesta análise, fica clara a necessidade de trabalhar o conceito e não só mostrar o que é e como se constrói cada figura. Para estruturar o trabalho, serão utilizados os níveis de Van Hiele, desenvolvidos pelo casal Pierre e Dina, tomando por base as dificuldades apresentadas por seus alunos do curso secundário na Holanda. Neste modelo, considera-se que os alunos progredem através de níveis de compreensão durante o processo de aprendizagem da geometria. Segundo Nasser (1998, página 4):

“O progresso de um nível para o seguinte se dá através da vivência de atividades adequadas, e passa por cinco fases de aprendizagem. Portanto, o progresso de níveis depende mais de aprendizagem adequada do que de idade ou maturação.”

Cada um dos cinco níveis caracteriza-se por relações entre os objetos de estudo e linguagem apropriada. Deste modo não ocorre compreensão quando o curso é dado em um nível acima do que o atingido pelo aluno. Os cinco níveis obedecem a uma hierarquia, um aluno só é capaz de dominar um deles caso já domine todos os que o precedem.

No quadro abaixo, represento os níveis de Van Hiele para o desenvolvimento do raciocínio em Geometria (NASSER, 1998)

TABELA 03 – Os níveis de Van Hiele

Nível de Van Hiele	Características	Exemplo
Básico: Reconhecimento	Identificação, comparação e nomenclatura de figuras geométricas, com base em sua aparência global.	Classificação de quadriláteros em grupos de quadrados, retângulos, paralelogramos, losangos e trapézios.
Nível 1: Análise	Análise das figuras em termos de seus componentes, reconhecimento de suas propriedades e uso dessas propriedades para resolver problemas.	Descrição de um quadrado através de suas propriedades: 4 lados, 4 ângulos retos, lados iguais, lados opostos paralelos.
Nível 2: Síntese	Percepção da necessidade de uma definição precisa, e de que uma propriedade pode decorrer de outra;	Descrição do quadrado pelas propriedades mínimas: 4 lados iguais e 4 ângulos retos. O

	argumentação lógica informal e ordenação de classes de figuras geométricas.	retângulo é um paralelogramo, pois também possui os lados opostos paralelos.
Nível 3: Dedução	Domínio do processo dedutivo e de demonstrações; reconhecimento de condições necessárias e suficientes.	Demonstração de propriedades dos triângulos e quadriláteros usando a congruência de triângulos.
Nível 4: Rigor	Estabelecimento de teoremas em diversos sistemas e comparação dos mesmos.	Estabelecimento e demonstração de teoremas em uma geometria finita.

Com base nesta teoria, minha decisão foi de iniciar o trabalho pelo nível básico buscando, inicialmente, levar os alunos ao reconhecimento das figuras, em especial os quadriláteros.

4.1 INICIANDO O TRABALHO

No primeiro encontro, com duração de sessenta minutos, distribuí folhas em branco e pedi que os alunos desenhassem um quadrado, um retângulo e um paralelogramo. Destaco, na Figura 6, o desenho que mais se aproximou do que foi solicitado:

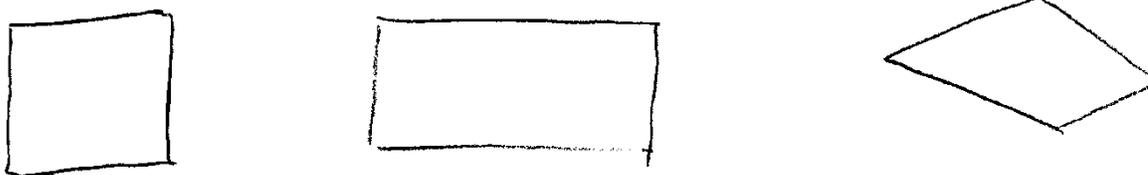


FIGURA 6: trabalho de alunos

Embora alguns dos demais alunos tenham feito representações melhores, este aluno foi o único que fez as três representações pedidas (seis deles não fizeram o paralelogramo e o outro desenhou a representação clássica de um cubo). Destaque-se que o desenho foi feito à mão livre e nenhum aluno pediu uma régua. Solicitei então que a atividade fosse repetida desta vez utilizando uma régua. O mesmo aluno do exemplo anterior produziu então a seguinte representação (Figura 7):

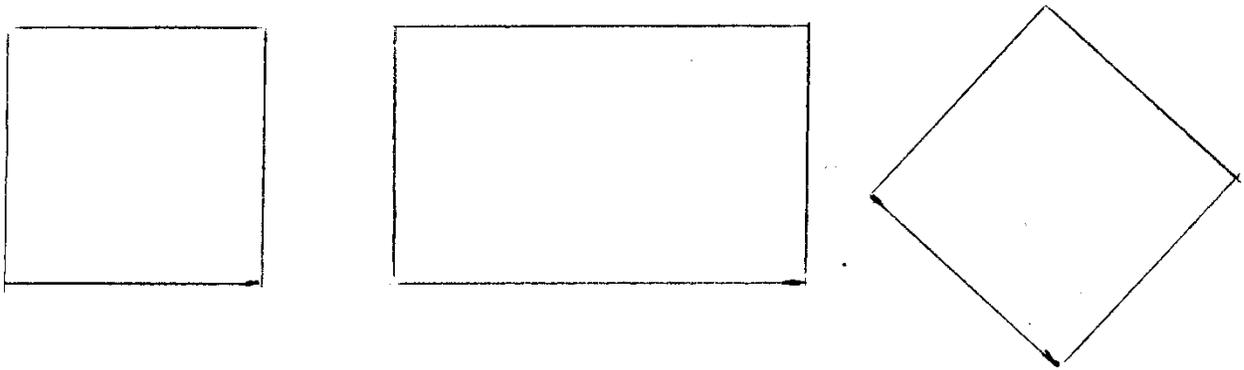


FIGURA 7: trabalho de alunos

De modo geral, os alunos não usaram a graduação da régua para produzir os desenhos, limitando-se a usá-las como um “trilho” para que a linha ficasse reta.

Encerrei esta primeira etapa com uma explanação teórica sobre os quadriláteros, destacando os ângulos e os comprimentos dos lados, além de introduzir o conceito de paralelogramo. Acredito ter sido bem sucedido pois a totalidade dos alunos conseguiu atingir a percepção das sutis diferenças entre as diversas formas de quadriláteros.

No segundo momento da atividade, distribui régua e compassos para os alunos e durante dez minutos deixei livre para exploração do material, até que surgiram desenhos interessantes, conforme Figura 8:



FIGURA 8: trabalho de alunos

Após a exploração dos materiais, parti para as construções de paralelas e perpendiculares, ao final deste trabalho apresento o passo a passo destas construções (Anexo A). Sem mencionar o que eram, fiz o desenho no quadro e este foi reproduzido pelos alunos. Um deles identificou as retas paralelas, nominando-as quando questionei o que tínhamos acabado de desenhar. O mesmo não ocorreu com as perpendiculares. Abaixo, nas Figuras 9 e 10, reproduzo dois trabalhos dos alunos:

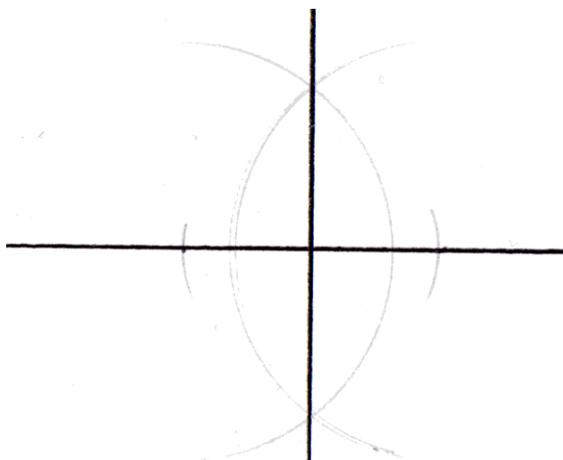


FIGURA 9: trabalho de aluno

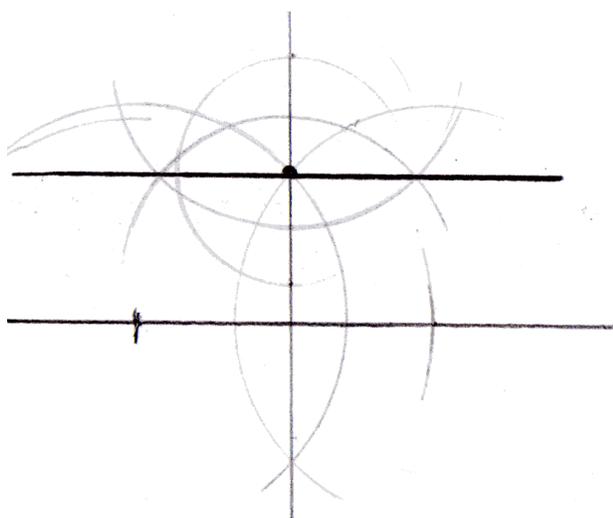


FIGURA 10: trabalho de aluno

Encerrei esta atividade formalizando todos os conceitos trabalhados, deixei as régua e compassos com os alunos para que explorassem um pouco mais as construções. Como atividade extra, solicitei que desenhassem quadrados e retângulos, observando o que havíamos

trabalhado. A expectativa é de que as figuras fossem feitas levando-se em consideração seus ângulos, isto proporcionaria uma rápida passagem para o nível I que, mesmo de forma superficial, indicaria um progresso significativo para este primeiro encontro.

4.1.1 GEOGEBRA¹

No encontro seguinte, três dos alunos trouxeram quadrados e retângulos desenhados com perfeição usando apenas a régua e o compasso, os demais trouxeram figuras com pequenos erros mas, mesmo assim, foi possível identificar a tentativa de uso dos conceitos trabalhados. Considerei então o objetivo atingido, pois os alunos perceberam a necessidade de construir as figuras usando suas propriedades. Passei, então, a trabalhar com o auxílio do Geogebra³, procurando construir, com os alunos, os conceitos de quadrado e retângulo partindo da clássica proposta: Desenhem um quadrado. Cabe salientar que apenas um dos alunos já conhecia o software de atividades anteriores, como o trabalho foi realizado em dois grupos, procurei fazer um atendimento mais próximo, apresentando os comandos básicos. No andamento das atividades, conforme surgia a necessidade, fui apresentando os comandos para círculos, paralelas e perpendiculares. A primeira solução, proposta pelos alunos, resumiu-se a marcar pontos e ligá-los, reproduzindo o que havia ocorrido na atividade no papel. Quando distorci a figura, com um simples clicar e arrastar um dos vértices, os dois grupos perceberam a necessidade de utilizar os conteúdos vistos com as régua e compassos. Com poucas tentativas obtiveram êxito na execução da tarefa. Quando solicitada a construção do retângulo, imediatamente utilizaram os conceitos vistos anteriormente. A assimilação da necessidade de utilizar os ângulos, e não somente as medidas, ficou nítida quando um dos alunos disse:

“Peráí, não sai desenhando de qualquer jeito. Tem de cuidar os cantos!”

Com essa etapa cumprida passei a preparar o próximo passo, mapear a área do pátio a ser utilizada para a construção da quadra com a certeza de que os conceitos desenvolvidos seriam utilizados no desenvolvimento do trabalho.

4.2 GEOMETRIA NO PÁTIO

O pátio da escola apresenta muitos desníveis, mas a área disponível permite uma boa proposta para a área de recreação das séries iniciais, a situação pode ser vista nas fotos a seguir (Figuras 11, 12, 13 e 14):

¹ Geogebra é um software livre que possibilita trabalhar de forma dinâmica em todos os níveis da educação básica permitindo a abordagem de conteúdos relacionados à Geometria e a Álgebra. Desenvolvido por Markus Hohenwarter na Universidade de Salzburg. Pode ser obtido no endereço www.geogebra.at.

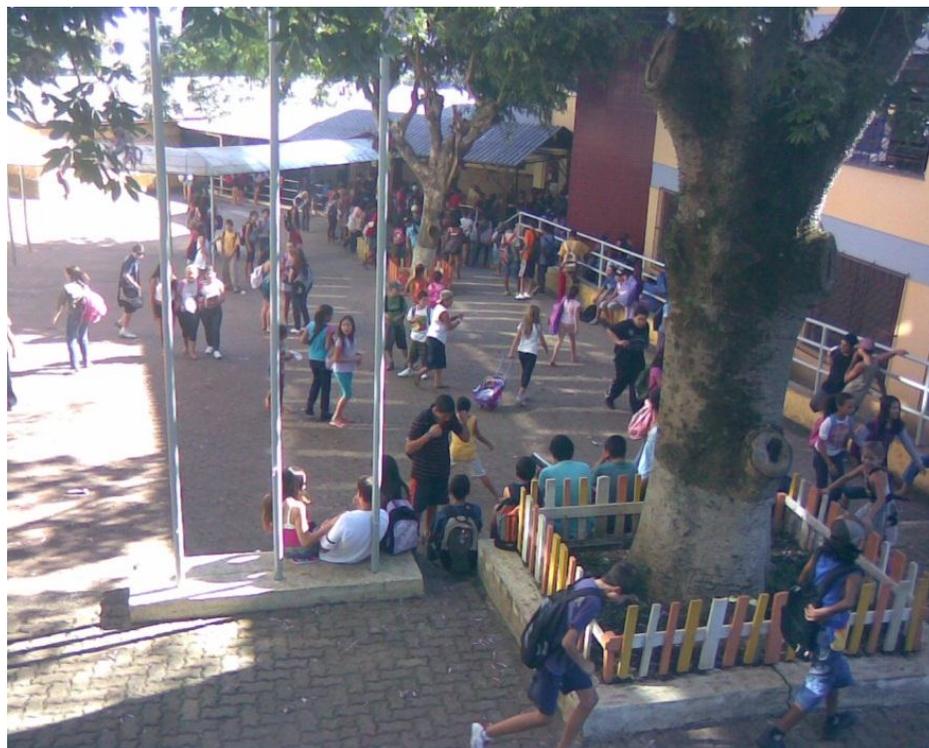


FIGURA 11: pátio da escola durante o recreio



FIGURA 12: pátio da escola durante o recreio



FIGURA 13: área para a construção da quadra esportiva



FIGURA 14: mini goleira, servirá de referência para a proporção da quadra

A área livre disponível mede 12 metros de largura por 15 metros de comprimento. Nem toda poderá ser utilizada, pois é necessário que seja deixado um espaço entre os limites da quadra e os obstáculos do pátio (árvores, muro, postes e grades de escoamento da água da

chuva). Aos alunos foi fornecido um modelo esquemático de uma quadra de Futsal em suas medidas oficiais, conforme ilustra a Figura 15:

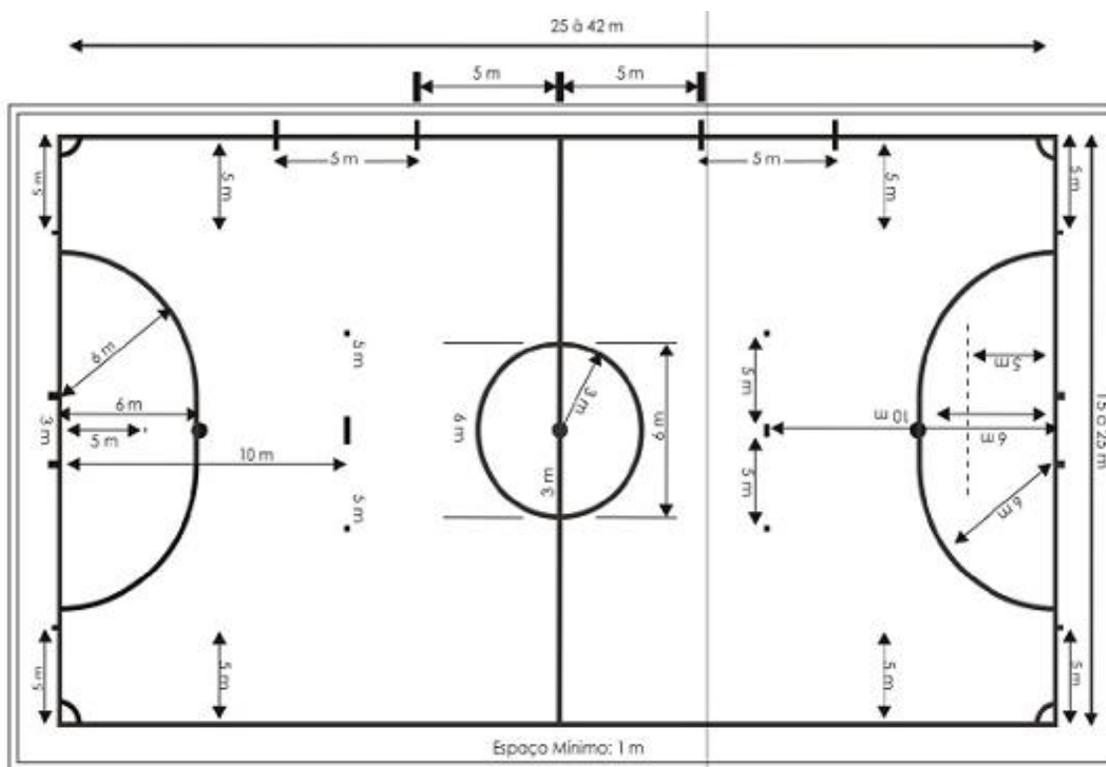


FIGURA 15: planta baixa de quadra de Futsal

Optei por não levar os alunos ao pátio para realizar as medições, pois embora fosse algo importante a ser feito, resultaria em um gasto de tempo escasso na execução do trabalho (sempre tendo em vista a realização das atividades no contra-turno). No encontro com os alunos, apresentei-lhes a planta da quadra e as medidas disponíveis, deixando-os divididos em dois grupos para que apresentassem uma proposta cada e, assim, pudéssemos verificar qual a melhor se enquadraria a nossa realidade. Enquanto os grupos trabalhavam, procurei circular entre ambos para captar alguns dos debates, e o que mais me chamou atenção reproduzo a seguir:

- *A nossa goleira tem um metro e meio, a metade da de verdade então é tudo pela metade!*

- *Tá mas olha aqui ó (indicando a planta) ta escrito 25 a 42 metros, qual é a certa?*

- Não sei, deve poder usar qualquer uma.

- Nada a ver, como é que vai ter um campo maior que os outros no campeonato.

Nesse momento, sugeri que o grupo fosse até o ginásio da escola e perguntasse ao professor de Educação Física o significado da informação. O outro grupo, que também se interessou pela discussão, acompanhou-os. Retornaram em cerca de dez minutos felizes com a explicação do professor. Foi lhes dito que o tamanho da quadra pode variar entre os ginásios, as dimensões indicadas na planta são a mínima e a máxima. De posse desta informação, os dois grupos resolveram trabalhar juntos, tendo como base a linha de fundo da nossa futura quadra, que ficou definida que seria de 10 metros. Questionei por que desta definição e a resposta foi:

- Por que aí é só empurrar a virgula, não precisa fazer conta!

Essa resposta indicou que o trabalho com o sistema decimal nas séries iniciais vem apresentando bons resultados. Ainda assim faltava definir qual das medidas usar, a mínima ou a máxima. A opção ficou em fazer uma média entre as duas. Entretanto a solução indicada mostrou-se inviável, a linha lateral necessitaria de 16 metros, um a mais do que o espaço disponível, a solução foi distorcer um pouco o acordo, deixando a lateral com 14 metros de extensão. Assim nosso modelo já tinha as diretrizes. Solicitei que fosse feito um esboço no papel do nosso projeto, eis a solução apresentada na Figura 16:

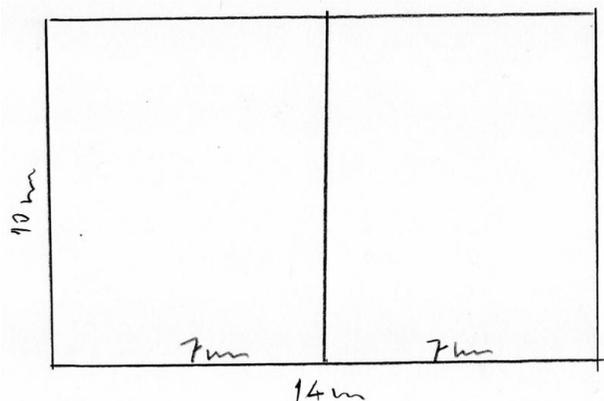


FIGURA 16: esboço do projeto da quadra de Futsal

Com o projeto esboçado, fomos para o Laboratório de Informática “geogebra-lo”. Este processo, realizado em grande grupo, foi realizado rapidamente, em quinze minutos os alunos apresentaram o modelo ilustrado na Figura 17 (ajudei-os somente para colocar os rótulos e valores das medidas):

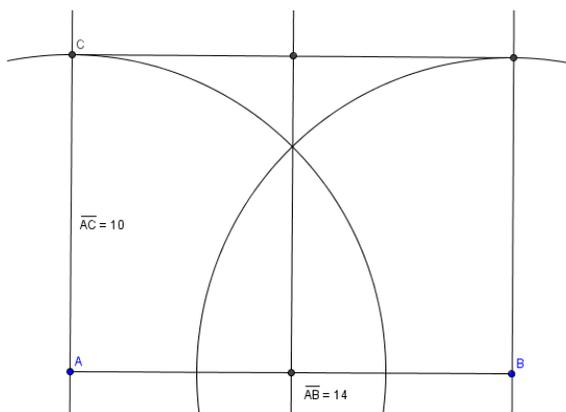


FIGURA 17: esboço do projeto da quadra de Futsal no Geogebra

O uso das perpendiculares parece já estar bem assimilado, bem como o uso do círculo para transferir distâncias. Mais uma etapa vencida. Os alunos conseguem analisar os componentes da figura reconhecendo suas propriedades além de usarem as mesmas na resolução da atividade, características essenciais para que o nível 1 seja considerado assimilado, indo ao encontro a Lorenzato (1995, página 4):

... no nível seguinte (análise) os alunos conseguem perceber características das figuras e descrever algumas propriedades delas.

Ao finalizar o encontro, pedi que os alunos pensassem em como iríamos transferir as medidas e, principalmente, construir perpendiculares no solo. O prazo dado foi de uma semana, quando finalmente passaríamos a executar o projeto.

4.3 MÃOS A OBRA

Na semana seguinte, os alunos apresentaram sua proposta, usar as régua e o compasso de madeira para demarcar a quadra. Questionei que usar os materiais de sala de aula poderia funcionar, já que nossa quadra era pequena, mas e se fosse algo maior? Como poderíamos fazer? Um dos alunos disse que seu pai usava uma linha para “fazer as paredes lá

de casa”. Aproveitando a sugestão perguntei se seria possível fazermos o mesmo. A resposta foi afirmativa. Como já previa esta possibilidade, peguei um rolo de barbante e traçamos a linha de fundo paralela a mureta do pátio. Ao chegar a hora de traçar a perpendicular os alunos queriam usar o transferidor, mostrei-lhes que não seria necessário, com o barbante atuando como compasso tracei a primeira das perpendiculares, fato que foi repetido pelos alunos nas demais, inclusive na última, onde todos queriam ver se “dava certo mesmo”. As Figuras 18 e 19 mostram os alunos trabalhando.



FIGURA 18: ajustes na linha guia



FIGURA 19: preparando para a pintura

Com as linhas no lugar, passamos a preparar a tinta para demarcar a quadra, neste momento o tempo começou a fechar, mas não aparentava que choveria em seguida. Iniciamos o trabalho e o tempo começou a ficar cada vez mais ameaçador, mas era tarde já havíamos começado. Cerca de cinco minutos após a conclusão da pintura das linhas externas a chuva chegou! Nosso medo era que todo o trabalho fosse perdido.



FIGURA 20: Pintura concluída, mas e a chuva?

Felizmente a tinta resistiu, provavelmente por ser tinta especial para pintura no solo. Mas o tempo voltou a prejudicar o planejamento. A ideia inicial era de pintar toda a área de jogo, mas um conjunto de fatores, entre eles o clima e o final do semestre prejudicaram o andamento. A tinta está guardada a espera de que possamos concluir o projeto.

Logo no início do trabalho as hipóteses 1, 2, 3 e 4 mostraram-se dentro da realidade, os alunos não reconheciam as diferenças entre os quadriláteros, exceção feita às diferenças visuais, nenhuma citação a ângulos ou relações entre os lados foi citada. Igualmente a construção através de régua e compasso era desconhecida pela totalidade do grupo de trabalho. Já a utilização do vídeo despertou o esperado interesse, validando a hipótese número 5. A hipótese número 6 foi parcialmente comprovada, não posso dizer que todos os indivíduos dominam as construções, mas, em especial as de perpendiculares, mostraram que os alunos desenvolveram algumas noções básicas que permitiriam um estágio mais avançado caso o tempo disponível fosse um pouco maior, num próximo projeto não será necessário iniciar do

zero, poderei partir destas construções iniciais para atingir um estágio mais avançado nas atividades propostas. As hipóteses 7 e 8 apresentaram um excelente desempenho por parte dos alunos, as diferenças entre os quadriláteros são percebidas e externadas oralmente aos colegas, em especial quanto ao quadrado, o retângulo e o losango. Desta forma, as hipóteses iniciais mostraram-se bastante adequadas, e sua validação, durante o desenvolvimento do trabalho, apresentou-se como um importante fator de análise uma vez que as expectativas foram atendidas ao construir os conceitos junto aos alunos.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho apresentou bons resultados, senti falta de mais tempo para trabalhar com os alunos, tem sido difícil conciliar as funções de diretor durante o dia, professor a noite e estudante nos intervalos, sem contar o necessário e fundamental tempo para a família. No início, formulei algumas hipóteses, as que se referiam aos conhecimentos prévios dos alunos atenderam as minhas expectativas, ou seja, eles desconheciam o tema, não reconheciam as diferenças entre quadriláteros e também não conheciam os métodos de construção com régua e compasso. Essas constatações ficaram claras na aplicação do questionário e nos primeiros encontros de trabalho. Quanto ao uso dos níveis de Van Hiele, pude comprovar o grande déficit no ensino da Geometria, os alunos voluntários, apesar da diferença de anos de estudo, apresentaram-se inicialmente no nível básico, sem conhecimento formal sobre o conteúdo proposto. Com o andamento do trabalho, apesar do pouco tempo disponível, foi possível formar conceitos que foram rapidamente assimilados e, principalmente, utilizados nas atividades. Foi a primeira vez que fiz um trabalho com base na teoria de Van Hiele, os resultados foram bastante satisfatórios, no entanto preciso estudar mais sobre o assunto para poder desenvolver os conteúdos de forma mais simples e direta, buscando uma estrutura que permita aos alunos avançarem no processo de ensino-aprendizagem de forma natural e respeitando a individualidade de cada um.

O vídeo utilizado mostrou-se de fundamental importância, desempenhou bem a proposta a qual lhe confiei, o fato de um astro do esporte dar importância a uma atitude, digamos desprezível, fez com que os alunos sentissem que era possível criar, ainda que numa menor escala, uma situação favorável ao desenvolvimento da proposta. O uso da régua e compasso mostrou que os alunos assimilam, de forma rápida, novos conceitos e estratégias que lhes são apresentadas, sabendo aplicá-las para solucionar dificuldades que surjam no transcorrer do processo. As construções foram fundamentais para que os alunos percebessem que não basta que uma figura tenha quatro lados iguais para ser um quadrado. Seria prematuro dizer que os alunos são capazes de identificar e classificar todos os tipos de quadriláteros; acredito que esta afirmação ficaria mais adequada para os casos específicos do quadrado e do retângulo, poderia ser facilmente estendida para as demais figuras, no entanto, para que isto ocorra, serão necessárias outras atividades com esta finalidade específica.

Os alunos apresentaram um interesse bastante grande pelas atividades, são vários os fatores que contribuíram para isto, entre eles:

- a) grupo reduzido, facilitando a participação de todos;
- b) uso da informática;
- c) possibilidade de aplicar, em situações práticas, o que se aprende em sala de aula;
- d) construir um espaço para ser utilizado pelos colegas.

Fica como desafio, buscar alternativas para proporcionar que atividades como esta sejam inseridas regularmente no currículo escolar e, principalmente, usando teorias e estudos que de forma usual não chegam às escolas. A possibilidade de aliar a tecnologia com atividades em que os alunos possam aplicar seus novos conhecimentos, pode reverter a tendência atual da escola pública, onde um currículo conteudista não permite ao professor inovar, buscar soluções para que o aluno se sinta desafiado, estimulando-o a desenvolver habilidades que venham a ser aplicadas fora da escola.

6 REFERÊNCIAS

LORENZATO, Sérgio. Por que não ensinar Geometria? A educação matemática em revista. Geometria. Blumenau, número 04, páginas 03 a 13, 1995.

MAIOLI, Márcia. Uma oficina para formação de Professores com enfoque em quadriláteros. 2002. 165f. Dissertação (Mestrado em Ed. Matemática) PUC, São Paulo, 2002.

MENESES, Ricardo Soares de. Uma história da Geometria escolar no Brasil: de disciplina a conteúdo de ensino. Dissertação (mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

NASSER, Lillian. GEOMETRIA SEGUNDO A TEORIA DE VAN HIELE. IM-UFRJ, 1998.

SOUZA, Joamir Roberto de. PATARO, Patricia M. VONTADE DE SABER MATEMÁTICA 7º ano. FTD, São Paulo, 2009.

RIBEIRO, Jackson da Silva, SOARES, Elizabeth. PROJETO RADIX: MATEMÁTICA 7º ano. SCIPIONE, São Paulo, 2009.

MORI, Iracema. MATEMÁTICA: IDEIAS E DESAFIOS 7º ano. SARAIVA, São Paulo, 2009.

BIANCHINI, Edwaldo. MATEMÁTICA 7º ano. EDITORA MODERNA, São Paulo, 2009.

APÊNDICE A

As questões a seguir fazem parte de trabalho de pesquisa do curso de especialização MATEMÁTICA MÍDIAS DIGITAIS E DIDÁTICA PARA EDUCAÇÃO BÁSICA UFRGS/UAB.

Questionário para os professores

- a) Considerando o ensino de áreas e perímetros, como você costuma trabalhar com seus alunos?

- b) Considerando o ensino de geometria, em particular a construção de figuras, como você costuma trabalhar com seus alunos?

Obrigado pela colaboração!

APÊNDICE B

As questões a seguir fazem parte de trabalho de pesquisa do curso de especialização MATEMÁTICA MÍDIAS DIGITAIS E DIDÁTICA PARA EDUCAÇÃO BÁSICA UFRGS/UAB.

QUESTIONÁRIO COM ALUNOS

- a) Descreva com suas palavras um quadrado.
- b) Você sabe dizer o que são retas paralelas e perpendiculares?
- c) O que as palavras área e perímetro significam para você?
- d) Desenhe um paralelogramo.

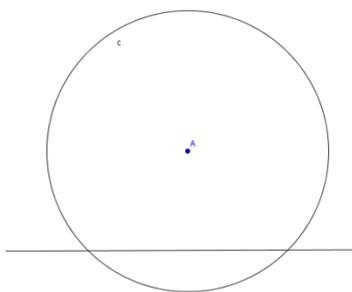
Obrigado pela colaboração!

ANEXO A – Construção de retas paralelas e perpendiculares utilizando régua e compasso

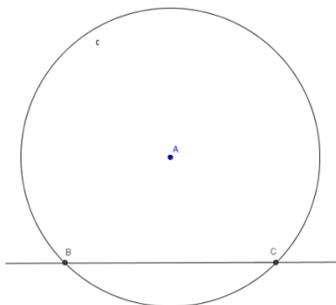
1. Dada uma reta e um ponto A, externo a esta, vamos construir uma reta perpendicular à reta inicial passando pelo ponto A.

A

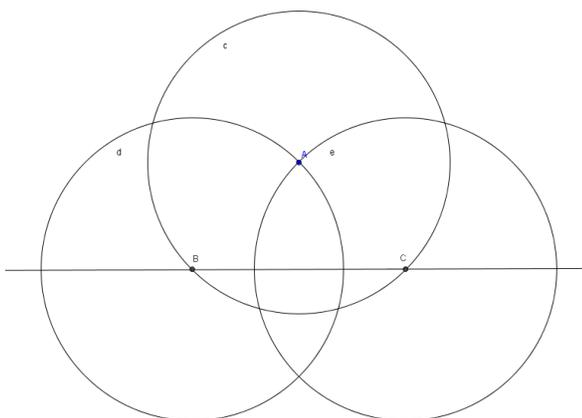
- a) Construir um círculo c que intercepte a reta em dois pontos:



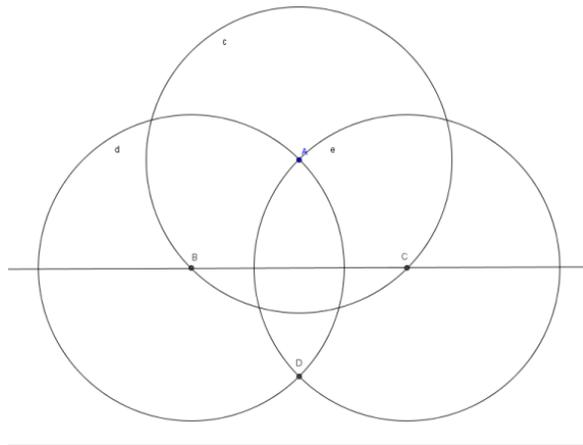
- b) Marcar os pontos B e C, intersecções do círculo com a reta:



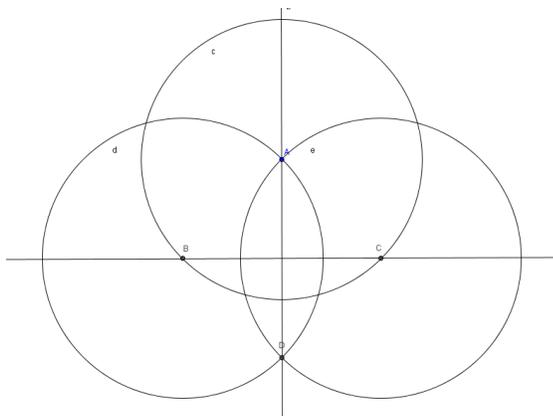
- c) Traçar círculos de centros B e C e raios, respectivamente, \overline{AB} e \overline{AC} .



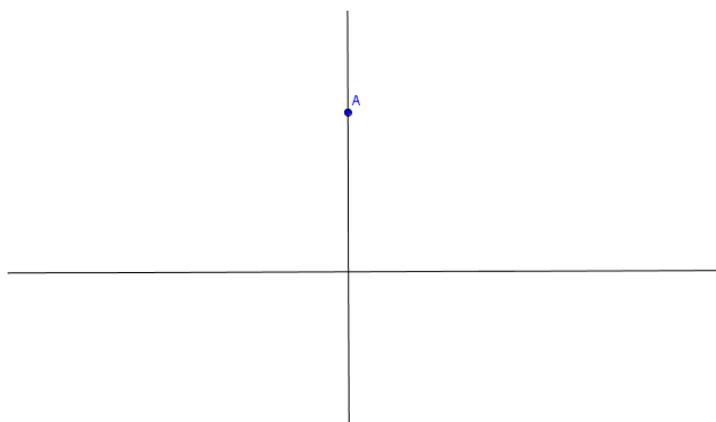
d) Marcar ponto D, intersecção entre os círculos.



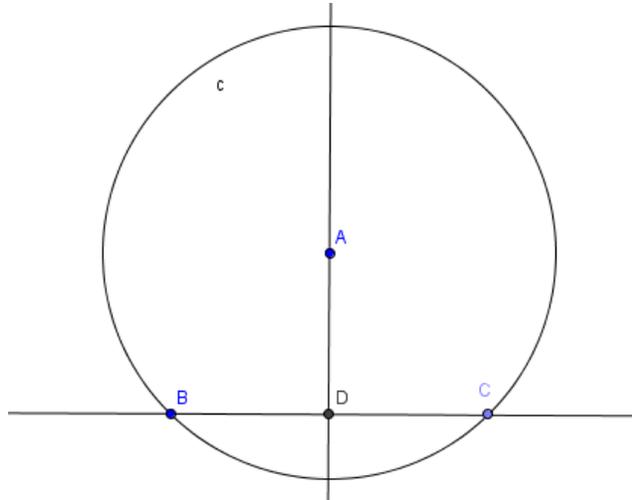
e) Traçar segmento de reta que passe por A e D:



f) Agora basta apagar os elementos auxiliares e temos um par de retas perpendiculares que atendem a condição inicial:



Para comprovar o perpendicularismo, basta considerar a figura abaixo, por construção, D é ponto médio de \overline{BC} , pelo critério LLL tem-se $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$. Concluí-se então $\widehat{ADB} \equiv \widehat{ADC} \equiv 90^\circ$.

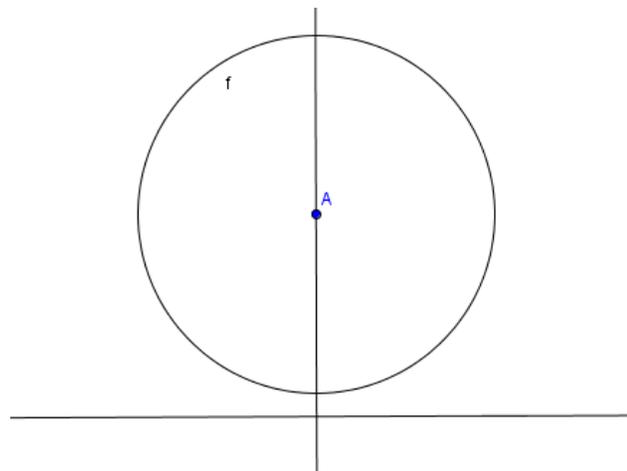


2. Dada uma reta e um ponto A, externo a esta, vamos construir uma reta paralela à reta inicial passando pelo ponto A.

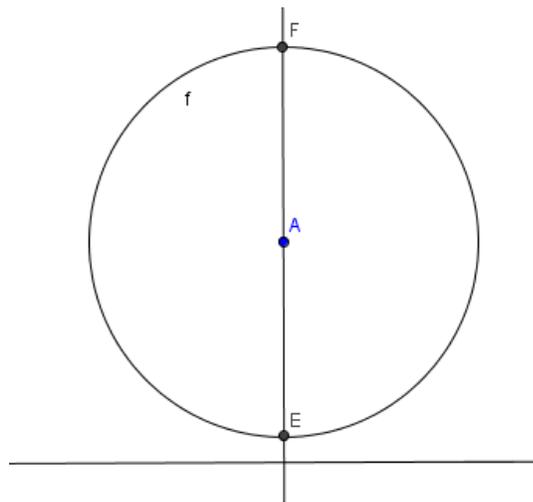
A



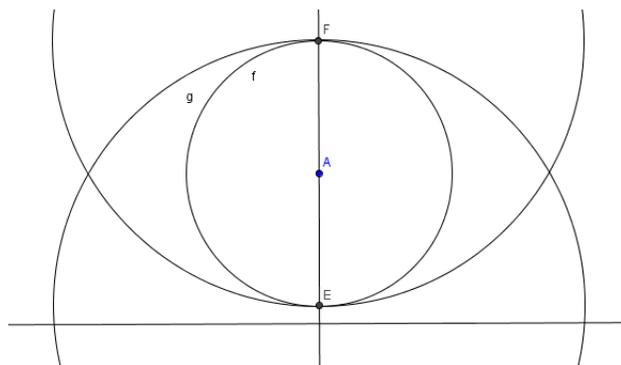
- a) Repetir o processo de obtenção da perpendicular que passa pelo ponto, a seguir traçar um círculo de centro A:



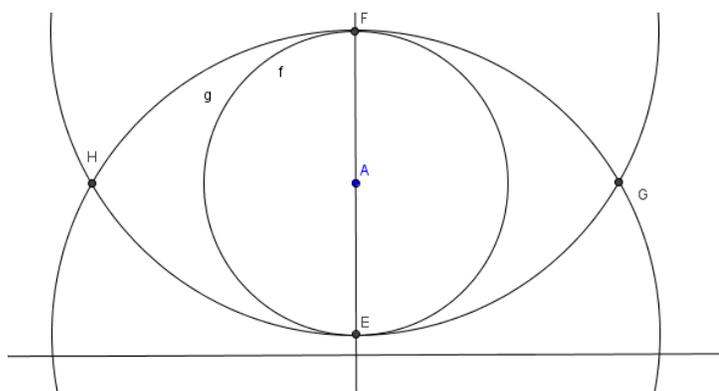
b) Marcar os pontos E e F, intersecções entre o círculo e a reta:



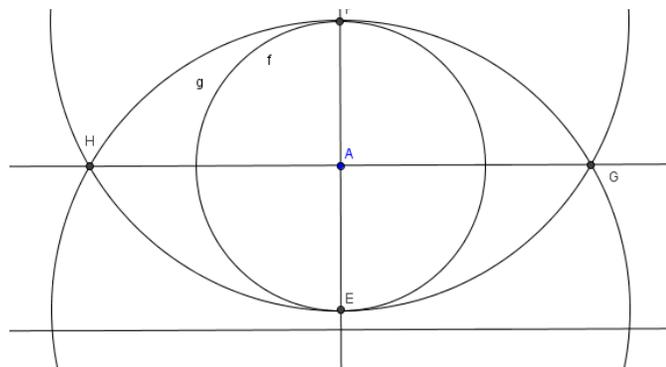
c) Traçar dois círculos de raio \overline{EF} , um de centro E e outro de centro F.



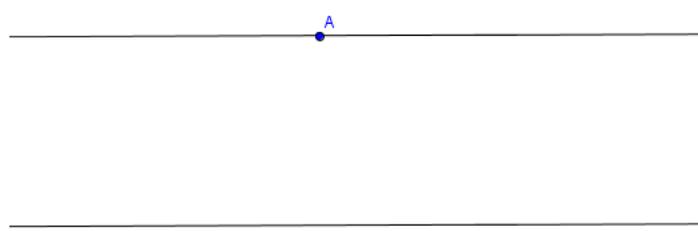
d) Marcar os pontos G e H, intersecções entre os círculos.



e) Traçar segmento passando por G e H.



f) Agora basta apagar os elementos auxiliares e temos um par de retas perpendiculares que atendem a condição inicial



A comprovação do paralelismo, é análoga a feita para o perpendicularismo, na figura abaixo temos que as retas a e d , são, simultaneamente, perpendiculares a reta b e, conseqüentemente, paralelas.

