UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO MATEMÁTICA, MÍDIAS DIGITAIS E DIDÁTICA:
TRIPÉ PARA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Rodrigo Bonadiman Zanatta

UMA NOVA VISÃO NO ENSINO DE VOLUME DE PARALELEPÍPEDOS E NO CÁLCULO DA DENSIDADE DE MATERIAIS

Porto Alegre
2010

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO MATEMÁTICA, MÍDIAS DIGITAIS E DIDÁTICA:
TRIPÉ PARA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Rodrigo Bonadiman Zanatta

UMA NOVA VISÃO NO ENSINO DE VOLUME DE PARALELEPÍPEDOS E NO CÁLCULO DA DENSIDADE DE MATERIAIS

Monografia apresentada como requisito parcial para obtenção de título de Especialista em Matemática, Mídias Digitais e Didática ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Orientador: Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso.

Porto Alegre
2010

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

UMA NOVA VISÃO NO ENSINO DE VOLUME DE PARALELEPÍPEDOS E NO CÁLCULO DA DENSIDADE DE MATERIAIS

Rodrigo Bonadiman Zanatta

Comissão examinadora

____

____

____

AGRADECIMENTOS

Neste espaço, deixo meu agradecimento às pessoas que de alguma forma contribuíram para que este trabalho fosse possível. Em especial, aos professores e tutores que, sempre dispostos, conduziram com zelo e presteza as atividades que nos foram propostas durante o curso.

Agradeço aos professores e direção da Escola Municipal de Ensino Fundamental Leopoldo Klepker pelo auxílio técnico na aplicação da Engenharia Didática.

Ao professor Marcus Vinicius de Azevedo Basso, manifesto um agradecimento especial pelo apoio e acompanhamento na elaboração do TCC.

Enfim, agradeço à minha noiva pelo apoio, incentivo e companheirismo prestados durante todo o curso.

RESUMO

Neste trabalho é apresentada uma proposta diferente para a apresentação dos temas *volume de paralelepípedo* e *densidade de materiais*. A integração desses dois temas tem por objetivo a tentativa de trazer uma proposta mais significativa, com a utilização de um vídeo sensibilizador e material manipulável. A metodologia aplicada é inspirada na Engenharia Didática, metodologia criada na França, na década de 80. O objetivo central deste trabalho é repensar a prática usual no ensino da matemática através de um processo reflexivo e investigativo, onde o docente analisa sua própria prática costumeira no ensino dos conteúdos e, a partir daí, desenvolver um plano de aula que contribua com melhorias no ensino dos temas abordados. Para aplicação da prática, três coleções de livros didáticos foram analisadas para servir de suporte na apropriação correta de conceitos matemáticos envolvidos no trabalho. Por fim, espera-se que este trabalho possa servir de apoio a professores e estudantes, que buscam maneiras e métodos diferenciados de ensinar Matemática e, que possa servir também para aguçar o senso investigativo e reflexivo, tão importantes na construção do conhecimento.

Palavras-chave: volume, paralelepípedo, densidade, Engenharia Didática.

ABSTRACT

This paper presents a different proposal for leaning issues as parallelepiped volume and density of materials. The integration of these two items is based on an attempt to highlight a pedagogical approach that is more meaningful, containing a motivational video and concrete material. Didactic Engineering, created in France, in the eighties, contains the theoretical methodology which inspired this research. The aim is to rethink the usual practice in the teaching of mathematics, leading through a process of reflection, in which the teacher analyses his customary practice, while teaching a content, so that, thereafter, he may be able to develop a lesson plan that improves the teaching of the mentioned content topics. Three textbook collections were analyzed in order to provide support for teaching the mathematical concepts. Finally, this survey may help teachers and students who seek for different methods and ways of teaching mathematics. And, it may stimulate investigation and reflection, which are so important in the knowledge construction process.

Key-words: volume, parallelepiped, density, Didactic Engineering.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE SIGLAS

EJA	Educação de Jovens e Adultos
MEC	Ministério da Educação
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PNLEM	Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio
SI	Sistema Internacional de Unidades

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

O presente trabalho foi realizado numa escola pública do município Teutônia. Situada no Vale do Taquari, a cidade foi colonizada por imigrantes alemães. A Escola Municipal de Ensino Fundamental Leopoldo Klepker está localizada no Bairro Alesgut. Este bairro foi se constituindo nos arredores da Empresa Perdigão Alimentos, antiga Elegê Laticínios.

Minha experiência como professor é recente. Há três anos, apenas, que trabalho como docente. Estudei na Universidade Federal de Santa Maria, onde cursei Matemática – Licenciatura Plena, e através de um concurso para professor de Ensino Fundamental de 5ª a 8ª séries, meu paradeiro foi Teutônia.

A escola se encontra num bairro tranqüilo, de pessoas trabalhadoras. Na sua maioria, operários da fábrica do bairro ou de fábricas de calçados, comuns na cidade. A maioria dos alunos têm acesso à internet em casa. A escola tem aproximadamente 450 alunos, dispõe de laboratório de informática, laboratório de aprendizagem com atendimento individual, aulas de reforço com atendimento em pequenos grupos e aulas de música em horários extraclasse. No geral, a escola dispõe de uma boa infraestrutura para atender seus alunos.

Durante a faculdade, sempre estive envolvido com o ensino, mais especificamente, com monitorias em cursos pré-vestibulares e, portanto, com alunos de objetivo definido: ingressar na universidade. Ao chegar em Teutônia, as diferenças foram abismais. Alunos de 5ª a 8ª séries têm anseios bem diferentes de alunos vestibulandos. A abordagem de conteúdos matemáticos precisa ser conduzida de forma bem distinta da que eu estava habituado.

Ao longo desses três anos de magistério, fui percebendo que o nível fundamental é o mais importante na formação do aluno, pois é nesse nível que ele fundamenta e aos poucos vai solidificando a base de várias áreas do conhecimento. Também percebi, na comunidade escolar e também na comunidade em geral, que a Matemática traz consigo um rótulo: “...ou o aluno é bom em matemática, ou não é....”. Na conversa corriqueira com pais de alunos, dá a impressão que alguns carregam um carma: “...o meu filho não é bom em matemática, eu também não era, meu pai não era, meu avô era um fracasso com números,...”. Ou ainda, “...ele é bom com números, não sei a quem puxou....". Até parece um problema de hereditariedade.

Supondo e acreditando que não seja um carma ser bom ou não ser bom em matemática, é que venho buscando respostas ao porquê desses paradigmas se perpetuarem de geração em geração. Vislumbrei, ao me inscrever nesse curso de especialização, possibilidades de abordagens mais significativas que pudessem mostrar que esses paradigmas podem ser desmistificados.

Criei essa expectativa inicial de aprender algo novo, alguma técnica, algum jeito de fazer com que os alunos, de alguma forma, consigam aprender e gostar mais de matemática. Que consigam vê-la sob outro olhar, que não seja o do medo e da insegurança. E fico feliz em relatar que essa expectativa foi ratificada. Aprendi muito durante o curso. Gostei muito da metodologia utilizada através das Engenharias Didáticas. É uma das Engenharias aplicadas durante o curso que apresentarei a seguir.

Este trabalho foi realizado com uma turma de 8ª série do ensino fundamental e aborda os conteúdos volume de paralelepípedos e densidade de materiais. Anteriormente à aplicação da prática, alguns livros didáticos foram analisados e nenhum deles traz uma mescla entre volume e densidade, junção esta, que seria interessante pela possível aplicabilidade desses conteúdos em várias situações do dia a dia.

Abaixo listados, seguem os principais objetivos do trabalho:

(i) introduzir esses conteúdos de uma maneira diferente da usual, se utilizando de uma ação pedagógica investigativa e reflexiva e, com isso, contribuir com melhorias para o ensino do tema;

(ii) propor conceitos geralmente pouco abordados na escola de ensino fundamental, como densidade e volume;

(ii) desenvolver nos alunos um senso investigativo;

(iii) detectar, descrever e sanar dificuldades encontradas no processo ensino-aprendizagem;

(iv) refletir sobre a prática num processo contínuo, antes, durante e após a aplicação da prática.

A metodologia de trabalho para a elaboração, implementação e avaliação da prática foi inspirada na Engenharia Didática. Esse termo foi criado na década de 80, na área de Didática da Matemática, na França e inspirado no trabalho do engenheiro, que tem sólido conhecimento teórico e científico, mas também precisa lidar com problemas práticos do dia a dia.

A Engenharia Didática é dividida em 4 etapas: análises prévias, concepção do plano de ensino e análise a priori, experimentação, análise a posteriori e validação.

Até o ingresso na especialização, eu não havia tido contato com essa metodologia de trabalho chamada Engenharia Didática. Mas posso afirmar, nesses poucos anos de experiência, que foi o método mais completo que tive a oportunidade de conhecer. Acredito que o grande trunfo da Engenharia Didática está no fato de possibilitar ao docente refletir em todo o processo de aplicação da prática e, a partir dessa reflexão contínua, aprimorar e aguçar cada vez mais seu potencial transformador.

A prática pedagógica desenvolvida por mim começa utilizando um vídeo sensibilizador como recurso didático: “a ciência por trás das embalagens tetra”. Num segundo momento, um questionário inicial é aplicado com o intuito de fazer uma análise do conhecimento prévio dos alunos acerca do tema abordado. Em seguida, deu-se continuidade à prática fazendo a dedução da fórmula para o cálculo do volume de paralelepípedos, utilizando para isso material manipulável. O próximo passo foi a confecção de cubos de cartolina e a pesagem de alguns materiais para obter sua densidade aproximada. E por final, um questionário final foi aplicado para fazer a validação ou não dos pressupostos sugeridos no início do plano.

Para que o leitor tenha uma visão geral da organização deste trabalho, a seguir segue uma breve descrição de cada capítulo do mesmo.

No capítulo 2, será apresentado o referencial teórico. No capítulo 3, serão apresentadas as análises prévias: apresentação do tema da Engenharia, maneira usual de apresentar o conteúdo, dificuldades e erros comuns dos alunos. É a análise preliminar, que vai fundamentar a construção da Engenharia Didática. No capítulo 4, será apresentada a elaboração do plano de ensino, com algumas hipóteses elaboradas antes da prática pedagógica. Essas hipóteses são pressuposições que, ao final da prática, serão validadas ou não. No mesmo capítulo, segue a tabela com o roteiro das ações didáticas que foram desenvolvidas.

No capítulo 5, teremos a experimentação, ou seja, a aplicação da prática. No capítulo 6, a análise a posteriori e a validação das hipóteses anteriormente formuladas. E finalmente, no capítulo 7, a apresentação das considerações finais.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O presente trabalho traz a relação de volume de um paralelepípedo e densidade de alguns materiais. A mescla desses assuntos tem a intenção de buscar meios mais significativos e, de certa forma, lúdicos para que haja um interesse maior dos alunos, com maior proximidade de seu cotidiano e com a inserção de objetos manipuláveis. E com isso, buscar melhorias e alternativas no ensino usual do cálculo de volume do paralelepípedo e na correta assimilação de conceitos básicos de Geometria.

A escolha do tema deste trabalho, volume do paralelepípedo e densidade de materiais, justifica-se pelo fato de perceber, nesta curta jornada como docente, que este conteúdo é pouco abordado no ensino fundamental. Os livros didáticos que analisei, trazem o assunto geralmente no final e, desta maneira, muitas vezes esses conteúdos nem são estudados.

Porém, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN’s) apresentam Grandezas e Medidas como um dos grandes blocos de conteúdos importantes para essa etapa da formação escolar.

> *Na vida em sociedade as grandezas e as medidas estão presentes em quase todas as atividades realizadas. Desse modo, desempenham papel importante no currículo, pois mostram claramente ao aluno a utilidade do conhecimento matemático. (PCN’s, 1997, p.56)*

Segundo Lima (2007, pg.11), apesar desta recomendação dos PCN’s, “...o que se verifica é uma atenção limitada aos conceitos de grandeza e de medida no ensino que ocorre em sala de aula”. Lima, ainda recorre a uma análise feita no Guia de Livros Didáticos do PNLD que mostra, no conjunto das obras avaliadas no PNLD-2008, uma atenção abaixo da esperada ao assunto em foco.

Lima (2007, pg.12), também destaca que

> *As grandezas e medidas predominantemente são as geométricas, na maioria das obras. Dessa forma, outras grandezas como massa, temperatura, velocidade, densidade, densidade demográfica, entre outras, que se constituem em excelentes temas articuladores com outras áreas do conhecimento, em geral não recebe a atenção adequada.*

.

O conceito de paralelepípedo é introduzido com o apoio de um vídeo sensibilizador, “a ciência por trás das embalagens tetra”. O mesmo vídeo dá suporte à introdução dos conceitos de volume e capacidade de um bloco retangular. O conceito da grandeza densidade é introduzido após os alunos terem maior familiaridade com itens destacados acima.

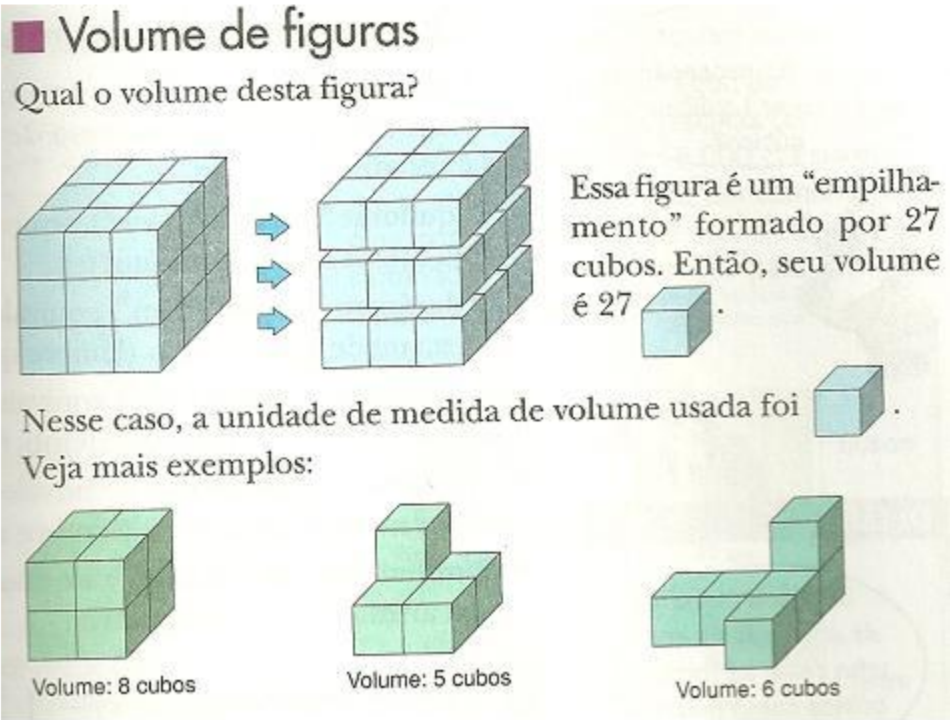
Esses três conceitos são abordados através de discussões conduzidas após assistir ao vídeo. Muitas vezes nos apropriamos erroneamente de conceitos matemáticos e de outras áreas do conhecimento. O senso comum é o responsável por isso na maioria das vezes.

Anteriormente à aplicação da prática, utilizei três livros didáticos do PNLD para estudos e análise dos temas em questão neste trabalho, Bianchini (2006), Projeto Araribá (2006) e Iracema e Dulce (2001). Bianchini (2006, p.278), em seu livro do 6º ano, define paralelepípedo retângulo ou bloco retangular e cubo:

> *Quando tem todas as faces retangulares, um prisma é denominado paralelepípedo reto – retângulo ou bloco retangular.*
>
> *Um paralelepípedo reto-retângulo é denominado cubo quando tem as faces na forma de quadrado.*

Após a assimilação correta do conceito de paralelepípedo ou bloco retangular e do cubo, é necessário que o conceito de volume seja compreendido corretamente. Novamente, Bianchini (2006, p.320), consegue expor de maneira simplória, mas nem por isso incorreta, a definição de volume: “Volume é a porção do espaço ocupada por um sólido, por um líquido ou por um gás”.

Com essa informação clara, entende-se que volume é uma quantidade e, portanto pode ser medida. Para isso, precisa-se uma unidade de medida, uma referência para fazer essa medição. Sem exceção, os livros trazem a mesma linha de raciocínio para calcular o volume de sólidos, utilizando um cubinho como unidade de medida. O volume do sólido é a quantidade de cubinhos necessários para descrevê-lo.



■ Volume de figuras

Qual o volume desta figura?

Essa figura é um "empilhamento" formado por 27 cubos. Então, seu volume é 27 .

Nesse caso, a unidade de medida de volume usada foi .

Veja mais exemplos:

Volume: 8 cubos

Volume: 5 cubos

Volume: 6 cubos

Figura 01: Extrato do Projeto Araribá, 2006, p. 295

Os livros analisados fazem praticamente a mesma dedução para o cálculo do volume de blocos retangulares. Apresentam a definição de metro cúbico, múltiplos e submúltiplos:

3. O metro cúbico, múltiplos e submúltiplos

O Sistema Internacional de Unidades adota como unidade-padrão para medir volume o **metro cúbico**, representado por $\mathbf{m^3}$. O metro cúbico corresponde ao volume de um cubo de 1 metro de aresta.

Cada aresta do "cubo" desta foto mede 1 metro.

Muitas vezes, o metro cúbico não é a unidade mais indicada para medir determinado volume, como, por exemplo, o volume de água de um reservatório de uma usina hidrelétrica ou o volume de um medicamento colocado em uma seringa de injeção.

Dependendo do volume a ser medido, podemos empregar unidades menores ou maiores que o metro cúbico.

Figura 02: Extrato de Bianchini, 2006, p. 321

Em seguida, exibem o bloco, do qual se deseja calcular o volume, dividido em cubos, na unidade escolhida:

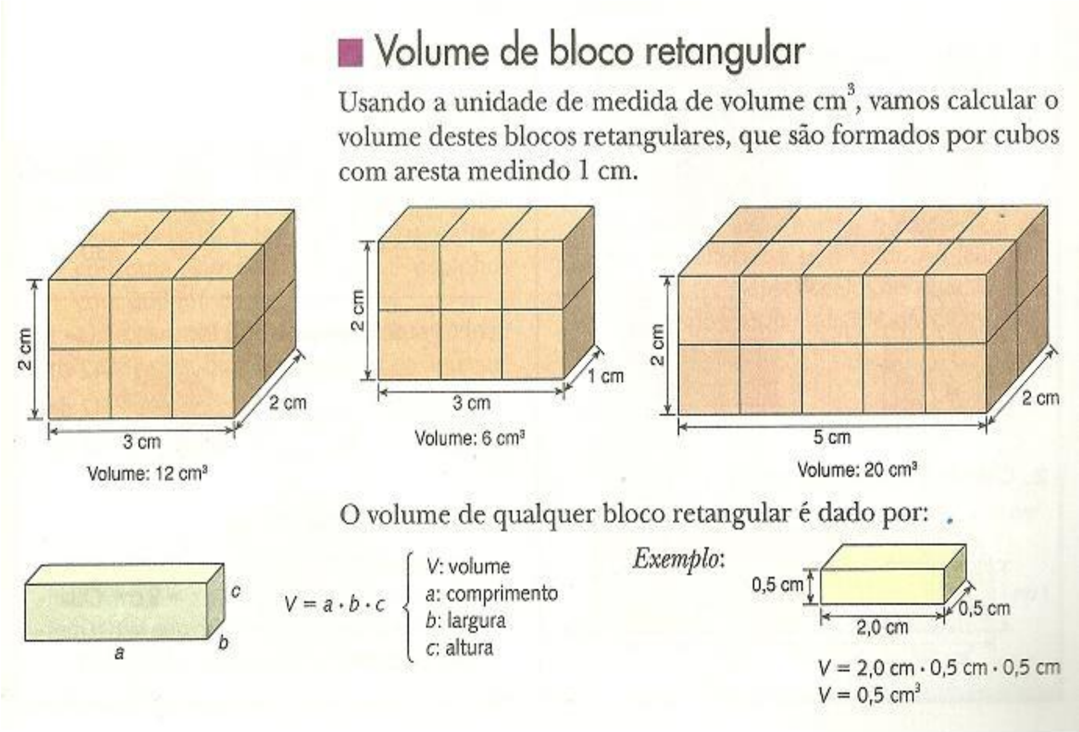
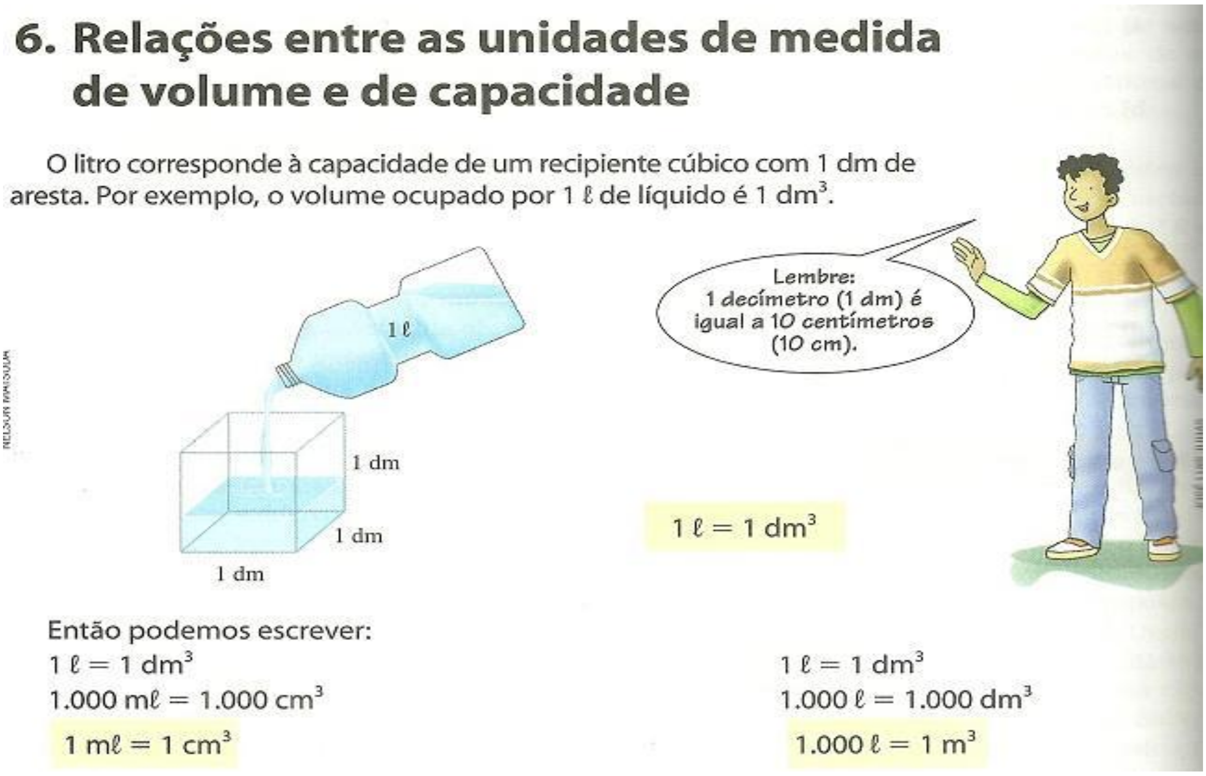


Figura 03: Extrato do Projeto Araribá, 2006, p. 295

De posse do conceito de volume, é necessário se apropriar da definição de capacidade. O livro didático do Projeto Araribá não define capacidade. Apenas expõe a relação 1 litro = 1 decímetro cúbico. Bianchini (2006, pg.329) define capacidade como "... o volume do interior de um recipiente, ou seja, capacidade é a medida do espaço interno de um recipiente..." e, define 1 litro como sendo a capacidade de um cubo de aresta 10 cm. Em seguida, através de cálculos dedutivos, apresenta algumas outras relações entre volume e capacidade.



6. Relações entre as unidades de medida de volume e de capacidade

O litro corresponde à capacidade de um recipiente cúbico com 1 dm de aresta. Por exemplo, o volume ocupado por 1 ℓ de líquido é 1 dm^3.

$1\ \ell = 1\ dm^3$

Então podemos escrever:

$1\ \ell = 1\ dm^3$

$1.000\ m\ell = 1.000\ cm^3$

$1\ m\ell = 1\ cm^3$

$1\ \ell = 1\ dm^3$

$1.000\ \ell = 1.000\ dm^3$

$1.000\ \ell = 1\ m^3$

Figura 04: Extrato de Bianchini, 2006, p. 334

A apropriação de outro conceito se faz necessária para a aplicação da prática, a densidade. No site Brasil Escola, “Densidade é a razão que relaciona a massa de um material e o volume por ele ocupado”, ou seja, a densidade mede o grau de concentração de massa em determinado volume.

A unidade padrão utilizada para medir a grandeza densidade, no SI (Sistema Internacional de Unidades), é g/cm³ (gramas por centímetro cúbico).

A correta apropriação dos conceitos descritos acima será bem sucedida se cada um deles puder ser construído pelo aluno.

Ao encontro disso, os PCN’s (1997, p.19) deixam claro que

> *A aprendizagem em Matemática está ligada à compreensão, isto é, à apreensão do significado; apreender o significado de um objeto ou acontecimento pressupõe vê-lo em suas relações com outros objetos e acontecimentos. Assim, o tratamento dos conteúdos em compartimentos estanques e numa rígida sucessão linear deve dar lugar a uma abordagem em que as conexões sejam favorecidas e destacadas. O significado da Matemática para o aluno resulta das conexões que ele estabelece entre ela e as demais disciplinas, entre ela e seu cotidiano e das conexões que ele estabelece entre os diferentes temas matemáticos.*

De fato, estamos passando por uma época de mudanças no que diz respeito a ensinar matemática. Deixar para trás o sistema arcaico de transmitir fórmulas prontas, no qual o aluno é um mero espectador e buscar novas alternativas, novas metodologias, em que cada vez mais o aluno seja o protagonista, vem se tornando um consenso entre os educadores e os estudiosos da educação. Porém, essa transição não é uma tarefa fácil, devido aos longos anos em que esse sistema perdurou.

> *A atividade matemática escolar não é "olhar para coisas prontas e definitivas", mas a construção e a apropriação de um conhecimento pelo aluno, que se servirá dele para compreender e transformar sua realidade. (PCN's, 1997, p.19*)

Faz-se necessário quebrar o velho paradigma de que o professor é o detentor absoluto do conhecimento. Para isso, é preciso que educadores saiam da inércia, abram mão do papel principal, sejam questionadores, inovadores, lancem desafios a seus alunos e, junto com eles, construam um novo jeito de olhar a matemática.

Pensando nisso, buscou-se uma metodologia para a aplicação da prática que privilegiasse uma maior interatividade por parte dos alunos e, que também permitisse ao professor o exercício da reflexão.

A metodologia utilizada foi inspirada nos princípios da Engenharia Didática. Segundo Carneiro (2005, p.89),

> *A origem desta teoria está na preocupação com uma certa "ideologia da inovação" presente no domínio educativo, que abre caminho para qualquer tipo de experiência na sala de aula, descolada de fundamentação científica.*

De acordo com Artigue (1996), a noção de Engenharia Didática surgiu na França, no início da década de 1980, e tem inspiração no trabalho do engenheiro, que possui um sólido conhecimento teórico e utiliza-se disso, mas também, afronta problemas práticos no dia a dia, com os quais não há estudo ou teoria.

Essa metodologia vem atender a duas questões, segundo Carneiro (2005, p. 90): "...a) das relações entre pesquisa e ação no sistema de ensino; b) do lugar reservado para as realizações didáticas entre as metodologias de pesquisa".

De fato, a Engenharia Didática é uma metodologia que propicia, aos que a desfrutam, a possibilidade do casamento entre teoria e prática, a possibilidade da comparação entre conhecimentos prévios e conhecimentos posteriores e, portanto, a possibilidade de avaliar de forma coerente o aprendizado de cada um, com base nos conhecimentos adquiridos durante esse processo.

A aplicação de uma Engenharia Didática passa por quatro fases, segundo Artigue (1996, p.198): "... a fase 1, das análises prévias, a fase 2, da concepção e da análise a priori, a fase 3, da experimentação e a fase 4, da análise a posteriori e da validação".

Na fase 1, das análises prévias, é feita a escolha do tema e a justificativa desta escolha. Nessa fase, também são explicitados os erros e as dificuldades comuns dos alunos durante o ensino usual do tema. Carneiro (2005, p.93), descreve sobre análises prévias:

> *A primeira etapa da Engenharia, a etapa das análises prévias, é estruturada com objetivos de analisar o funcionamento do ensino habitual do conteúdo, para propor uma intervenção que modifique para melhor a sala de aula usual. A análise é feita para esclarecer os efeitos do ensino tradicional, as concepções dos alunos e as dificuldades e obstáculos que marcam a evolução das concepções.*

Já nessa primeira etapa, "... a reflexão sobre essas falhas torna-se o ponto de partida para determinar condições possíveis de um ponto de funcionamento mais satisfatório". (Carneiro, 2005, p. 93)

Na fase 2, das análises a priori e da concepção do plano, é elaborado o plano de estudos que norteará a prática e, as análises a priori. É nesse momento que é feito o planejamento e descritas as ações que serão aplicadas na prática. Após as análises prévias e a reflexão sobre o ensino habitual do tema, o docente elabora um plano de ações que será desenvolvido durante a aplicação da prática. Concomitantemente a isso, algumas previsões são feitas acerca do que se espera durante e após a aplicação do plano. Essas hipóteses ajudam na validação da Engenharia, ao final da prática. Em resumo, essa fase dá o rumo aproximado que a prática deve seguir.

A fase 3, é a fase da experimentação, ou seja, da aplicação da proposta criada na fase anterior. É por meio desse momento que as hipóteses formuladas anteriormente serão validadas ou não. Mas, para que essa validação aconteça, se faz necessário a coleta de informações, imagens, dados que os alunos produzem durante a prática.

Na fase 4, das análises a posteriori e da validação, é feito um acareamento entre análises a priori e análises a posteriori. Essas informações que irão validar a Engenharia. O que chama a atenção é o fato de que a avaliação da Engenharia é uma avaliação interna, valorizando a aprendizagem de cada aluno, de cada turma, valorizando sua caminhada, seu progresso durante a prática, comparando seus conhecimentos prévios com a bagagem adquirida com a experiência da Engenharia Didática. Segundo Artigue (1996, p. 197), a "...validação é essencialmente interna, fundada no confronto entre análise *a priori* e a análise *a posteriori"*.

3 ANÁLISES PRÉVIAS SOBRE O ENSINO DE VOLUME DE PARALELEPÍPEDOS E DENSIDADE DE MATERIAIS

A escolha do tema, em boa parte se deu após a leitura da dissertação sobre a análise de livros didáticos acerca da abordagem dada ao ensino da Geometria Espacial Métrica. O trabalho enfocou o tema Geometria Espacial no Ensino Fundamental, mais especificamente sobre a relação entre volume de um paralelepípedo e a densidade de algumas substâncias. Esse assunto foi trabalhado com uma turma de 8ª série do Ensino Fundamental, da Escola Municipal de Ensino Fundamental Leopoldo Klepker, situada no município de Teutônia, Rio Grande do Sul. O vídeo de sensibilização "A ciência por trás das embalagens tetra[1]" (vídeos TV Escola) sobre embalagens tetra foi utilizado para introduzir a idéia de sólido geométrico e de volume de paralelepípedo.

Escolhi esse vídeo e esse conteúdo por perceber que a relação VOLUME x DENSIDADE não é estudada e tampouco estimulada nos livros didáticos do ensino fundamental. O vídeo não trata do assunto densidade, mas é um bom recurso para a introdução da idéia de sólido geométrico e volume. Também colaborou na escolha do tema, uma conversa informal com alguns alunos onde pude observar que a maioria desconhece que a massa contida num recipiente não depende somente do volume do recipiente, mas principalmente da densidade da substância.

A maneira usual da qual me utilizo para ensinar esse conteúdo é introduzindo a idéia de sólidos geométricos, utilizando caixas, esferas, entre outros. Geralmente utilizo um livro didático para apoio. Após a dedução da fórmula do volume, aplico alguns exemplos e, em seguida, alguns problemas. Até agora, não utilizei métodos práticos para calcular o volume. Nos anos anteriores, não havia trabalhado volume relacionado à densidade. Foi a primeira experiência.

Conversando com outros professores percebi que a Geometria é pouco trabalhada no Ensino Fundamental. A maioria relata que a falta de tempo é a principal barreira para esse descaso com a Geometria.

Após refletir sobre esse aspecto, percebi que muito se deve ao plano de Estudos que cada disciplina possui no município. É um plano antiquado que

[1] Esse vídeo encontra-se disponível em: http://www6.ufrgs.br/espmat/disciplinas/midias_digitais_II/

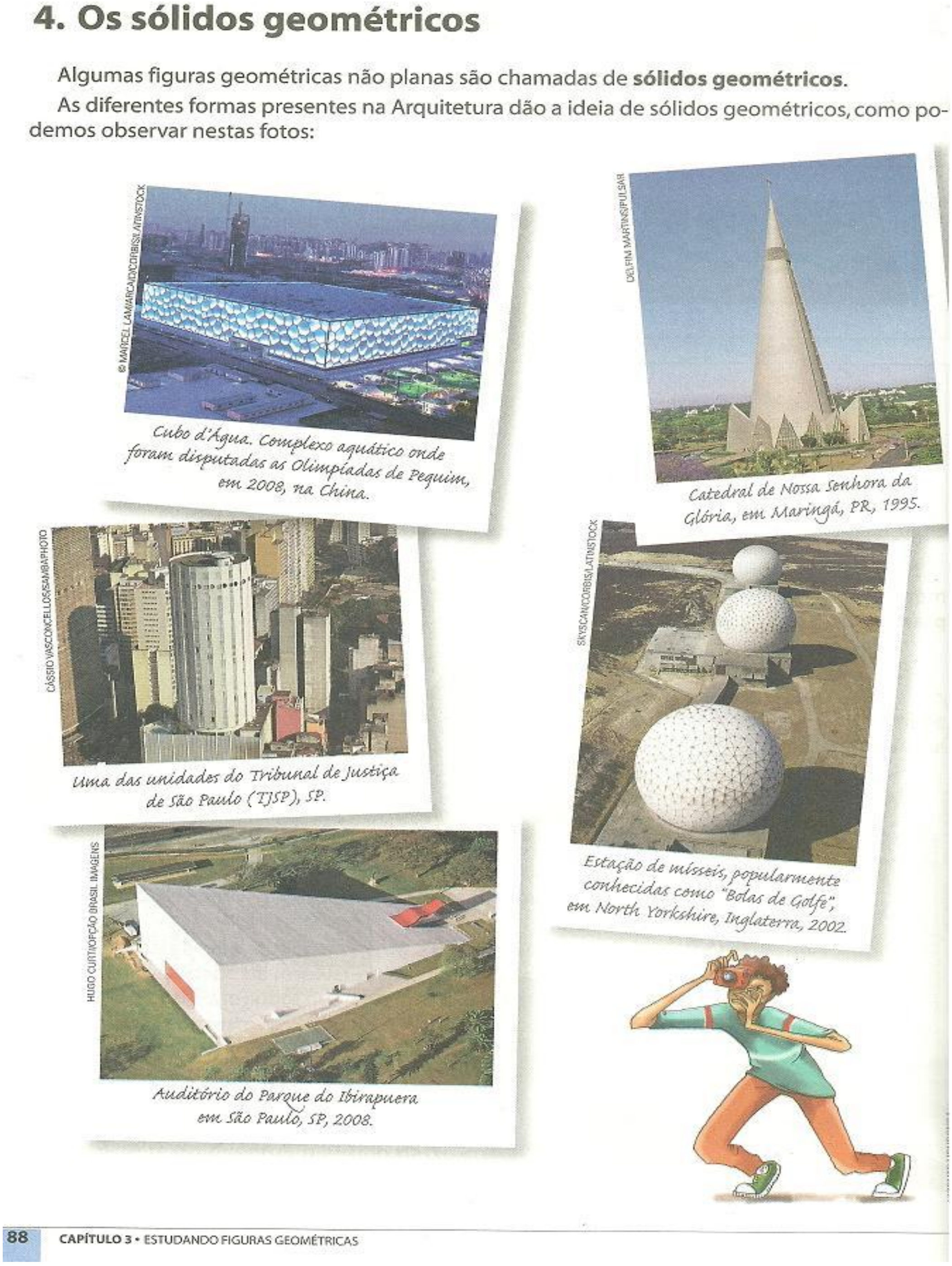
privilegia a Álgebra e deixa a Geometria de lado. Com isso, os professores acabam seguindo à risca esse plano e, realmente, da forma como está estruturado fica difícil cumpri-lo durante o ano. Mas o lado positivo é que nós, professores de Matemática, temos autonomia para alterá-lo.

Algumas reflexões também podem ser feitas após a análise de alguns livros didáticos distribuídos pelo MEC. Analisei três coleções, de autores diferentes, para as séries finais do Ensino Fundamental (5ª a 8ª/6º a 9º).

3.1 – MATEMÁTICA – 6º ANO – EDWALDO BIANCHINI – 2006

Neste livro, Bianchini aborda a Geometria através da Arte e da História; diferencia figuras planas e figuras não planas; trabalha os sólidos geométricos, suas partes e planificação. No último capítulo do livro, o autor trabalha volume intuitivamente até chegar à definição e, por fim, faz a dedução do volume de um cubo. Nos 7º, 8º e 9º anos, o autor não trabalha com sólidos e volume.

Podemos observar que a sequência proposta pelo autor, através de extratos de algumas páginas do livro, introduz de maneira clara e coerente o tema deste trabalho. Para isso, se utiliza de fotos de objetos do dia a dia para ilustrar os sólidos geométricos e os blocos retangulares.



4. Os sólidos geométricos

Algumas figuras geométricas não planas são chamadas de **sólidos geométricos**.

As diferentes formas presentes na Arquitetura dão a ideia de sólidos geométricos, como podemos observar nestas fotos:

Cubo d'Água. Complexo aquático onde foram disputadas as Olimpíadas de Pequim, em 2008, na China.

Catedral de Nossa Senhora da Glória, em Maringá, PR, 1995.

Uma das unidades do Tribunal de Justiça de São Paulo (TJSP), SP.

Estação de mísseis, popularmente conhecidas como "Bolas de Golfe", em North Yorkshire, Inglaterra, 2002.

Auditório do Parque do Ibirapuera em São Paulo, SP, 2008.

88 CAPÍTULO 3 • ESTUDANDO FIGURAS GEOMÉTRICAS

Figura 05: Extrato de Bianchini, 2006, p. 88

Paralelepípedo reto-retângulo: um sólido especial

Entre os objetos com os quais convivemos, muitos têm a forma de prisma com todas as faces retangulares, como embalagens, objetos de uso pessoal, edifícios, utensílios, e assim por diante.

JUCA MARTINS/OLHAR IMAGEM

IARA VENANZI/KINO

JACQUI HURST/CORBIS-STOCKPHOTOS

MARCO ANTONIO SÁ/KINO

Museu de Arte de São Paulo (MASP), em foto do ano 2000.

Quando tem todas as faces retangulares, um prisma é denominado **paralelepípedo reto-retângulo** ou **bloco retangular**.

Veja os exemplos:

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

Neles podemos contar: 6 faces, 8 vértices e 12 arestas.

Agora observe os paralelepípedos ao lado, que têm todas as faces idênticas, na forma de quadrado.

Um paralelepípedo reto-retângulo é denominado **cubo** quando tem todas as faces na forma de quadrado.

278 CAPÍTULO 9 • POLÍGONOS E POLIEDROS

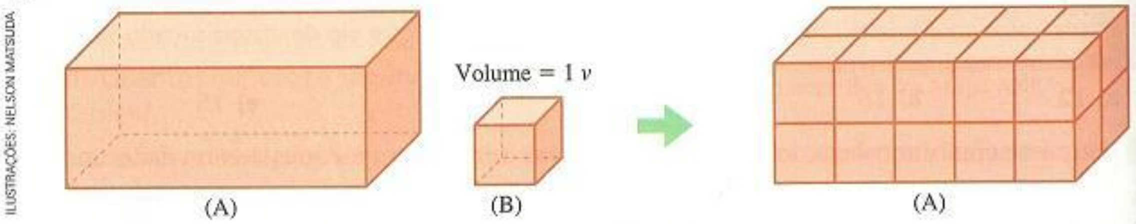
Figura 06: Extrato de Bianchini, 2006, pg. 278

2. Volume

Volume é a porção do espaço ocupada por um sólido, por um líquido ou por um gás.

Para medir o volume de um sólido, devemos comparar esse volume com o volume de outro sólido, tomado como unidade de medida.

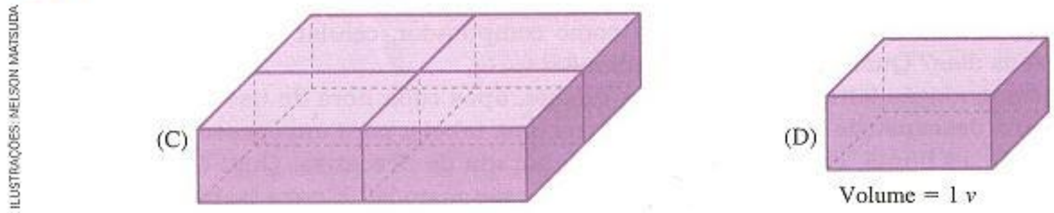
Considere, por exemplo, o sólido **A** a seguir. Vamos medir o volume desse sólido **A**, empregando como unidade de medida o volume do sólido **B**.



Verificamos que o sólido **B** cabe 20 vezes no sólido **A**. Então, considerando o volume do sólido **B** igual a 1 *v*, dizemos que o volume do sólido **A** é 20 *v*.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

6 Determine o volume do sólido **C** utilizando como unidade de medida o sólido **D**. 4 v



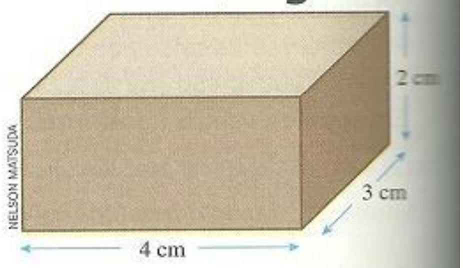
320 CAPÍTULO 11 • OUTRAS UNIDADES DE MEDIDA

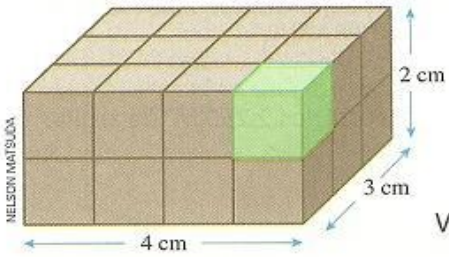
Figura 07: Extrato de Bianchini, 2006, pg. 320

4. Volume de um paralelepípedo de faces retangulares

A figura ao lado representa um paralelepípedo de faces retangulares com 4 cm de comprimento, 3 cm de largura e 2 cm de altura. Vamos determinar seu volume em centímetros cúbicos.

Para isso, dividimos o paralelepípedo em cubos de 1 cm de aresta.

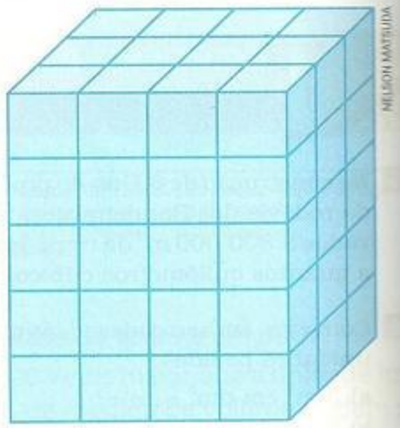




Nesse caso, cada um desses pequenos cubos representa uma unidade de medida de volume: 1 cm^3.

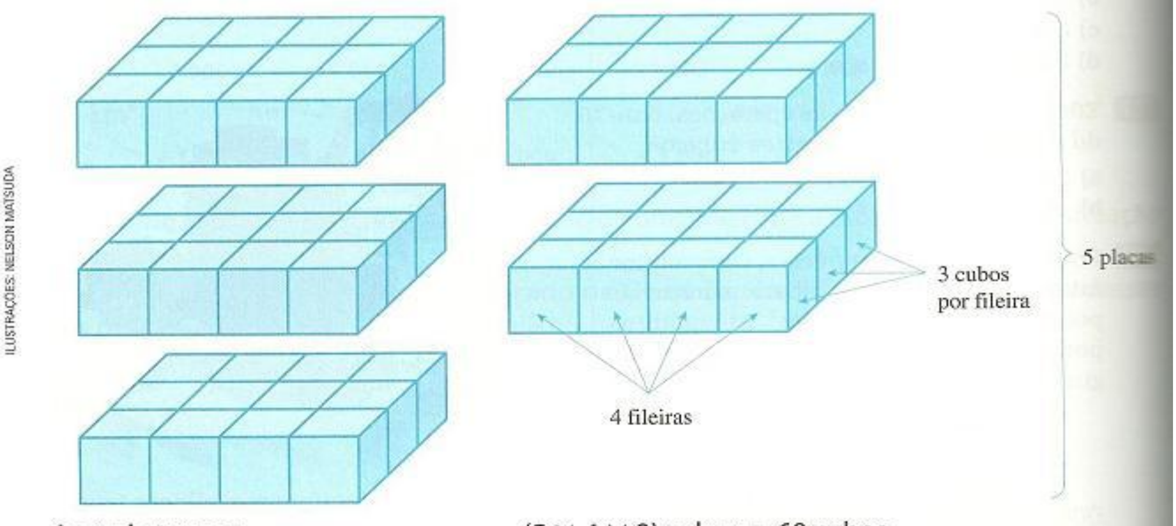
Contando a quantidade de pequenos cubos, obtemos o volume desse paralelepípedo: 24 cm^3.

Volume = $24 \times 1\ cm^3$



Nem sempre a simples contagem dos cubos é conveniente para determinar o volume de um paralelepípedo. Observe a figura ao lado.

Esse paralelepípedo foi dividido em cubos de 1 cm de aresta. Ele é constituído de 5 camadas de cubos e, em cada camada, há 4 fileiras com 3 cubos em cada uma.



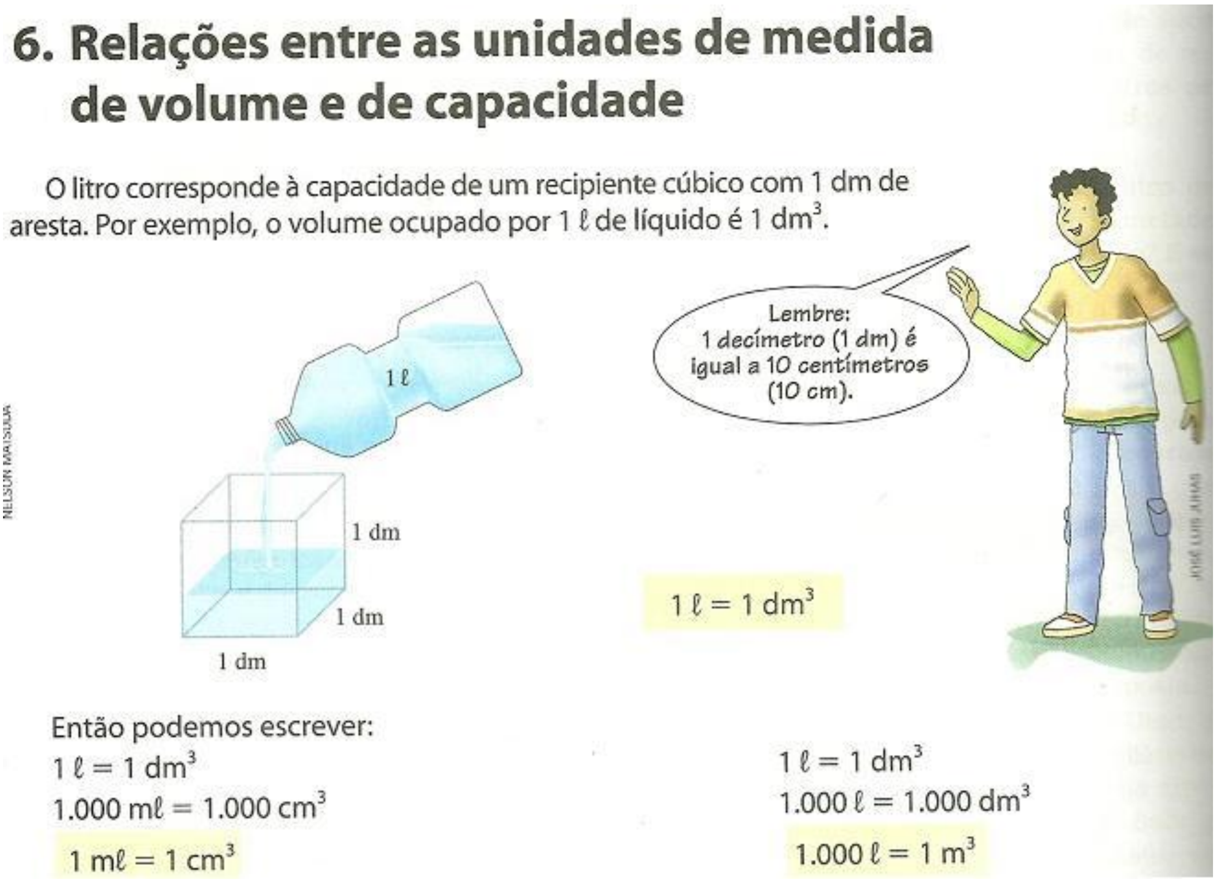
Ao todo temos: $(5 \times 4 \times 3)$ cubos = 60 cubos

camadas · **fileiras por camada** · **cubos por fileira**

Como cada cubo tem 1 cm^3 de volume, esse paralelepípedo tem 60 cm^3 de volume. Essa medida também pode ser obtida efetuando-se 5 cm × 4 cm × 3 cm = 60 cm^3.

326 CAPÍTULO 11 • OUTRAS UNIDADES DE MEDIDA

Figura 08: Extrato de Bianchini, 2006, pg. 326



6. Relações entre as unidades de medida de volume e de capacidade

O litro corresponde à capacidade de um recipiente cúbico com 1 dm de aresta. Por exemplo, o volume ocupado por 1 ℓ de líquido é 1 dm³.

$1\ \ell = 1\ dm^3$

Então podemos escrever:

$1\ \ell = 1\ dm^3$

$1.000\ m\ell = 1.000\ cm^3$

$1\ m\ell = 1\ cm^3$

$1\ \ell = 1\ dm^3$

$1.000\ \ell = 1.000\ dm^3$

$1.000\ \ell = 1\ m^3$

Figura 09: Extrato de Bianchini, 2006, pg. 334

3.2 – MATEMÁTICA – 5ª SÉRIE - PROJETO ARARIBÁ - 2006

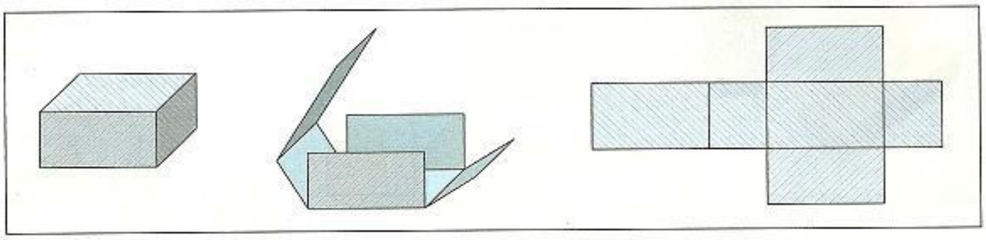
No livro do Projeto Araribá (2006), os autores abordam volume de blocos retangulares, no final do livro da 5ª série. Apresentam a dedução da fórmula do volume de blocos retangulares. Esse mesmo assunto retorna no livro da 8ª série, nos estudos dos sólidos geométricos e suas partes e na generalização da fórmula do volume de prismas quaisquer. Isso acontece também no final do livro. Nos demais livros da mesma coleção o assunto não é mais estudado.

Nas imagens extraídas do livro, pode-se observar que os autores não definem formalmente paralelepípedo ou bloco retangular ou qualquer poliedro, apenas induzem à definição através de ilustrações.

Poliedros – planificação de sua superfície externa e elementos

A embalagem ilustrada abaixo tem a forma de um poliedro bastante conhecido, chamado **paralelepípedo** ou **bloco retangular**.

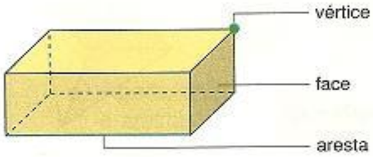
Vamos desmontá-la e observar o resultado.



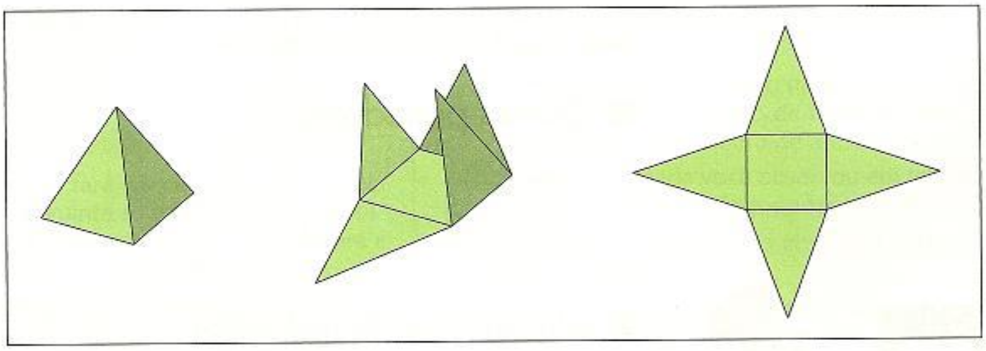
A representação da caixa totalmente aberta é chamada **planificação**. Nela, é facil notar que essa embalagem é formada por 6 partes retangulares.

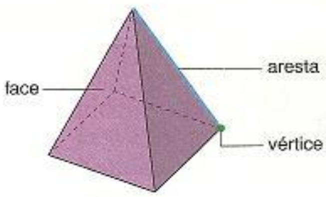
Cada uma das partes de um paralelepípedo, assim como de qualquer poliedro, chama-se **face**.

As linhas retas (dobras da caixa) são o que chamamos de **aresta** do poliedro, e os pontos de encontro das arestas são chamados **vértices**.



Vamos desmontar outra embalagem com forma de poliedro.





87

Figura 10: Extrato do Projeto Araribá, 2006, p. 87

Alguns poliedros chamados prismas

Veja como representamos alguns **prismas**.

Paralelepípedo

Cubo

Prisma de base pentagonal

Prisma de base hexagonal

Prisma de base triangular

Objetos em forma de prisma.

As faces dos prismas que estão destacadas com amarelo são chamadas de **base**, e as demais, de **faces laterais**. As bases são idênticas e paralelas.

Alguns poliedros chamados pirâmides

Veja como representamos algumas **pirâmides**.

Pirâmide de base quadrada

Pirâmide de base triangular

Pirâmide de base hexagonal

A pirâmide do Egito tem base quadrada.

As faces das pirâmides destacadas com amarelo são chamadas de **base**, e as demais, de **faces laterais**.

Outros poliedros

Alguns corpos redondos

Veja como representamos alguns corpos redondos.

Cilindro

Cone

Esfera

Objetos com forma de corpos redondos.

88

Figura 11: Extrato do Projeto Araribá, 2006, p. 88

5 Volume

Observe.

Quantos cubos foram necessários para preencher o espaço do recipiente? 24

Blocos retangulares

As figuras geométricas podem ser unidimensionais (linhas), bidimensionais (superfícies) ou tridimensionais (sólidos geométricos).

Alguns sólidos geométricos são **blocos retangulares**, outros não.

Elementos dos blocos retangulares

Você já estudou os elementos dos blocos retangulares. Entre eles podemos destacar o **vértice**, a **aresta** e a **face**.

As faces de um bloco retangular são retângulos.

Observação:

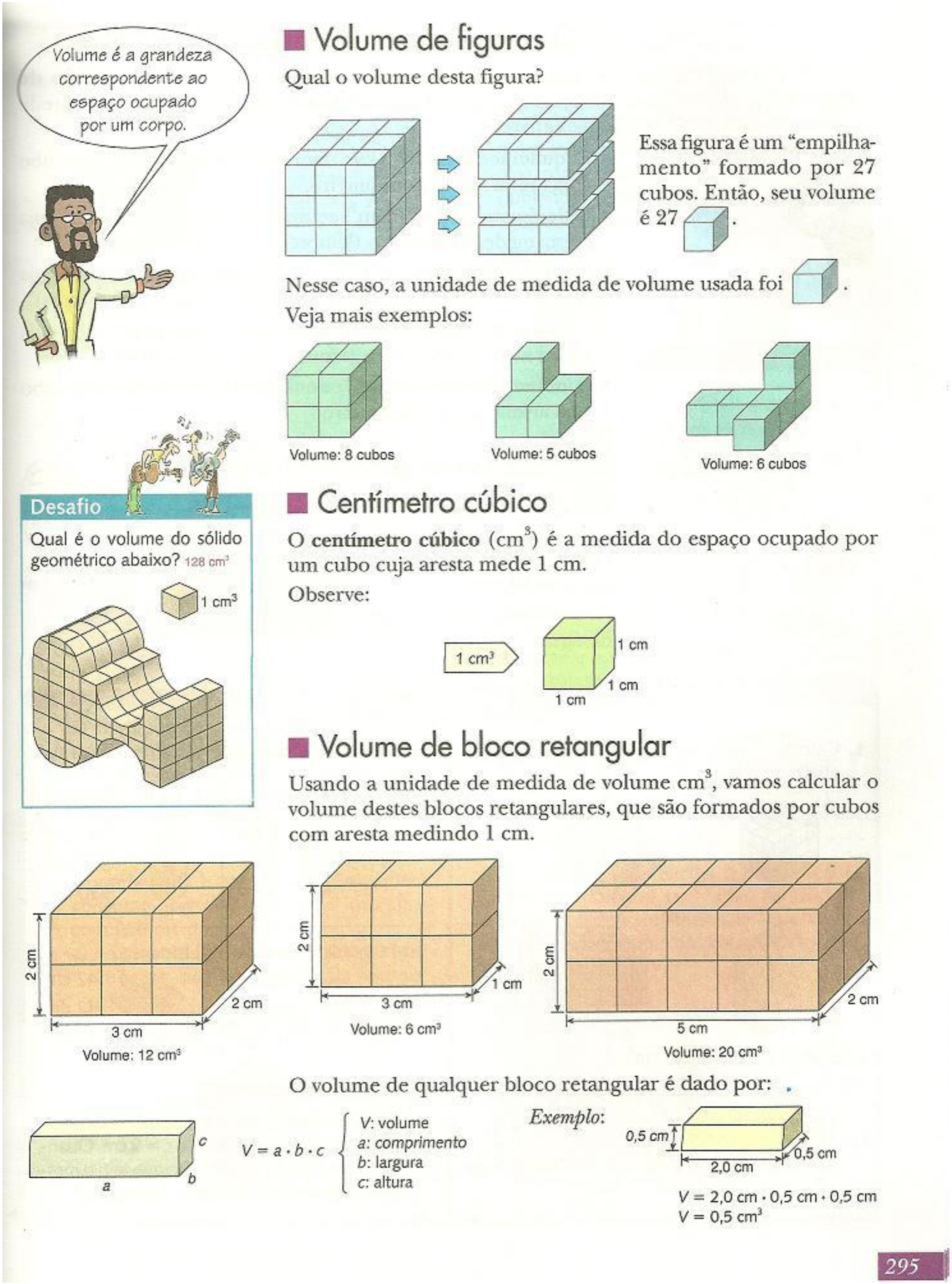
O cubo é um bloco retangular cujas faces são quadrados.

Veja alguns blocos retangulares que são cubos.

12 arestas, 8 vértices e 6 faces.

294

Figura 12: Extrato do Projeto Araribá, 2006, p. 294



Volume é a grandeza correspondente ao espaço ocupado por um corpo.

Volume de figuras

Qual o volume desta figura?

Essa figura é um "empilhamento" formado por 27 cubos. Então, seu volume é 27 .

Nesse caso, a unidade de medida de volume usada foi .

Veja mais exemplos:

Volume: 8 cubos

Volume: 5 cubos

Volume: 6 cubos

Desafio

Qual é o volume do sólido geométrico abaixo? 128 cm³

1 cm³

Centímetro cúbico

O **centímetro cúbico** (cm³) é a medida do espaço ocupado por um cubo cuja aresta mede 1 cm.

Observe:

1 cm³

1 cm

1 cm

1 cm

Volume de bloco retangular

Usando a unidade de medida de volume cm³, vamos calcular o volume destes blocos retangulares, que são formados por cubos com aresta medindo 1 cm.

2 cm

2 cm

3 cm

Volume: 12 cm³

2 cm

1 cm

3 cm

Volume: 6 cm³

2 cm

2 cm

5 cm

Volume: 20 cm³

O volume de qualquer bloco retangular é dado por:

a b c

$V = a \cdot b \cdot c$
- V: volume
- a: comprimento
- b: largura
- c: altura

Exemplo:

0,5 cm

0,5 cm

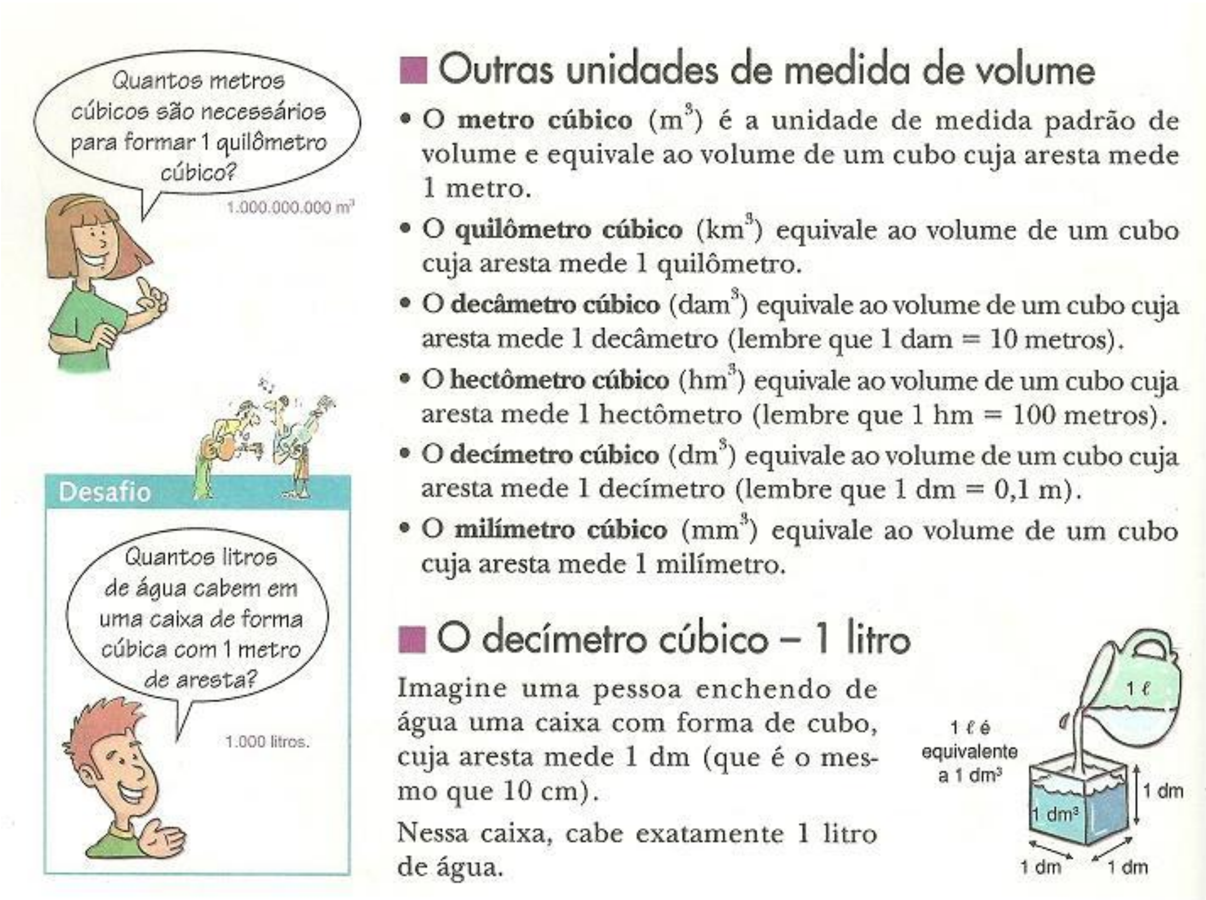
2,0 cm

$V = 2{,}0 \text{ cm} \cdot 0{,}5 \text{ cm} \cdot 0{,}5 \text{ cm}$

$V = 0{,}5 \text{ cm}^3$

295

Figura 13: Extrato do Projeto Araribá, 2006, p. 295



Outras unidades de medida de volume

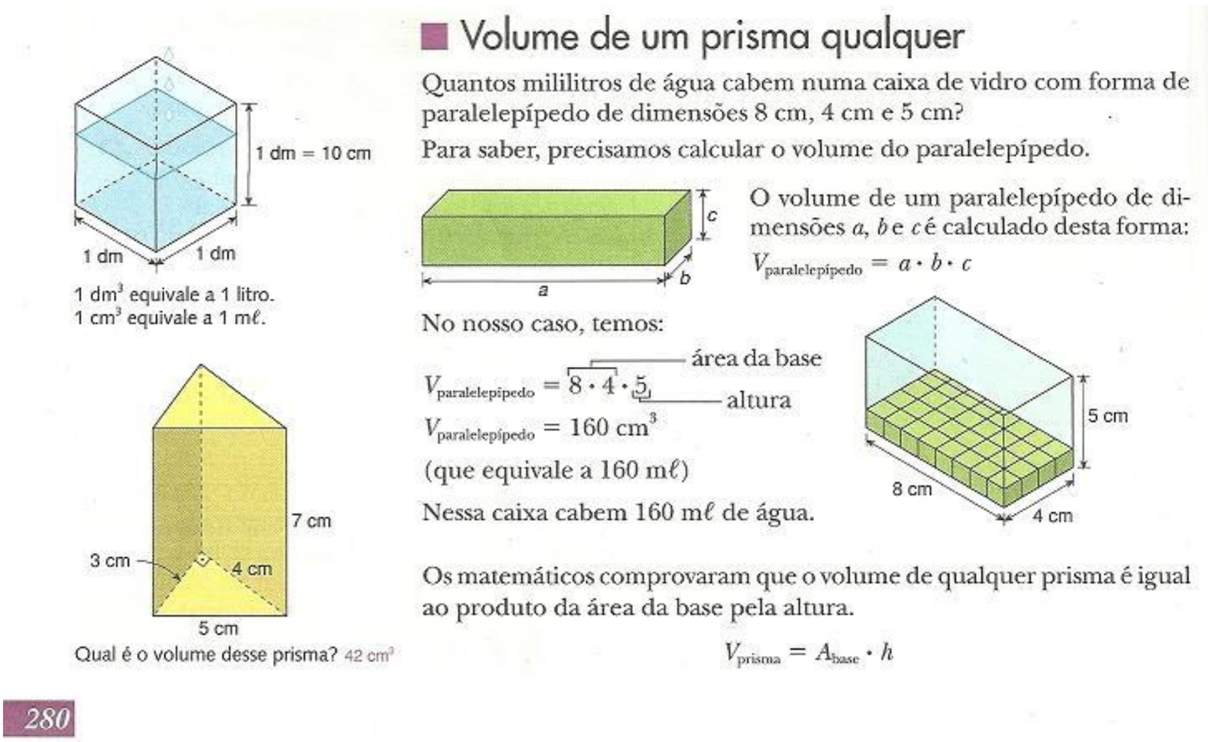
- O **metro cúbico** (m^3) é a unidade de medida padrão de volume e equivale ao volume de um cubo cuja aresta mede 1 metro.
- O **quilômetro cúbico** (km^3) equivale ao volume de um cubo cuja aresta mede 1 quilômetro.
- O **decâmetro cúbico** (dam^3) equivale ao volume de um cubo cuja aresta mede 1 decâmetro (lembre que 1 dam = 10 metros).
- O **hectômetro cúbico** (hm^3) equivale ao volume de um cubo cuja aresta mede 1 hectômetro (lembre que 1 hm = 100 metros).
- O **decímetro cúbico** (dm^3) equivale ao volume de um cubo cuja aresta mede 1 decímetro (lembre que 1 dm = 0,1 m).
- O **milímetro cúbico** (mm^3) equivale ao volume de um cubo cuja aresta mede 1 milímetro.

O decímetro cúbico – 1 litro

Imagine uma pessoa enchendo de água uma caixa com forma de cubo, cuja aresta mede 1 dm (que é o mesmo que 10 cm).

Nessa caixa, cabe exatamente 1 litro de água.

Figura 14: Extrato do Projeto Araribá, 2006, p. 296



Volume de um prisma qualquer

Quantos mililitros de água cabem numa caixa de vidro com forma de paralelepípedo de dimensões 8 cm, 4 cm e 5 cm?

Para saber, precisamos calcular o volume do paralelepípedo.

O volume de um paralelepípedo de dimensões a, b e c é calculado desta forma:

$V_{paralelepípedo} = a \cdot b \cdot c$

No nosso caso, temos:

$$V_{paralelepípedo} = \underbrace{8 \cdot 4}_{\text{área da base}} \cdot \underbrace{5}_{\text{altura}}$$

$V_{paralelepípedo} = 160\ cm^3$

(que equivale a 160 mℓ)

Nessa caixa cabem 160 mℓ de água.

Os matemáticos comprovaram que o volume de qualquer prisma é igual ao produto da área da base pela altura.

$$V_{prisma} = A_{base} \cdot h$$

Figura 15: Extrato do Projeto Araribá, 2006, p. 280

3.3 – MATEMÁTICA, IDEIAS E DESAFIOS – 5ª SÉRIE – IRACEMA E DULCE - 2001

Na coleção de Iracema e Dulce (2001), as autoras abordam volume no final do livro da 5ª série, mostrando intuitivamente através de poucas figuras e rapidamente dando a definição. Em seguida, trabalham com mudança de unidade. Nos livros das séries posteriores não voltam ao assunto volume.

O ESPAÇO QUE NOS RODEIA E A GEOMETRIA

A imagem da Terra numa foto como esta nos dá a idéia de uma **circunferência** e de um **círculo**.

No espaço, a Terra nos dá a idéia de uma **esfera**.

esfera círculo circunferência

Quando abrimos uma colméia, encontramos **hexágonos**.

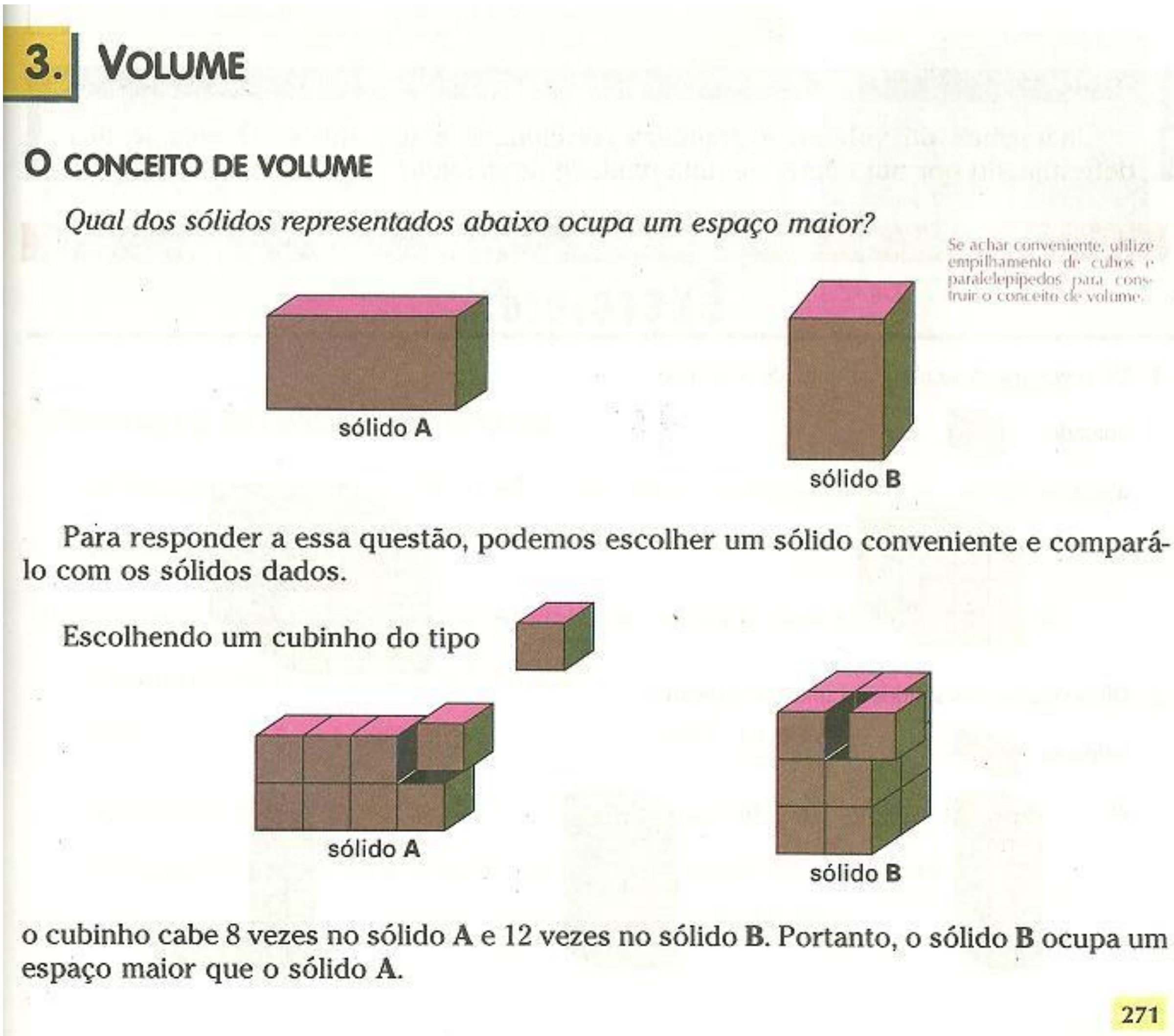
hexágono

As embalagens de vários produtos que usamos nos dão idéia de **sólidos**.

prisma cilindro

221

Figura 16: Extrato de Iracema e Dulce, 2001, pg. 221



3. VOLUME

O CONCEITO DE VOLUME

Qual dos sólidos representados abaixo ocupa um espaço maior?

Se achar conveniente, utilize empilhamento de cubos e paralelepípedos para construir o conceito de volume.

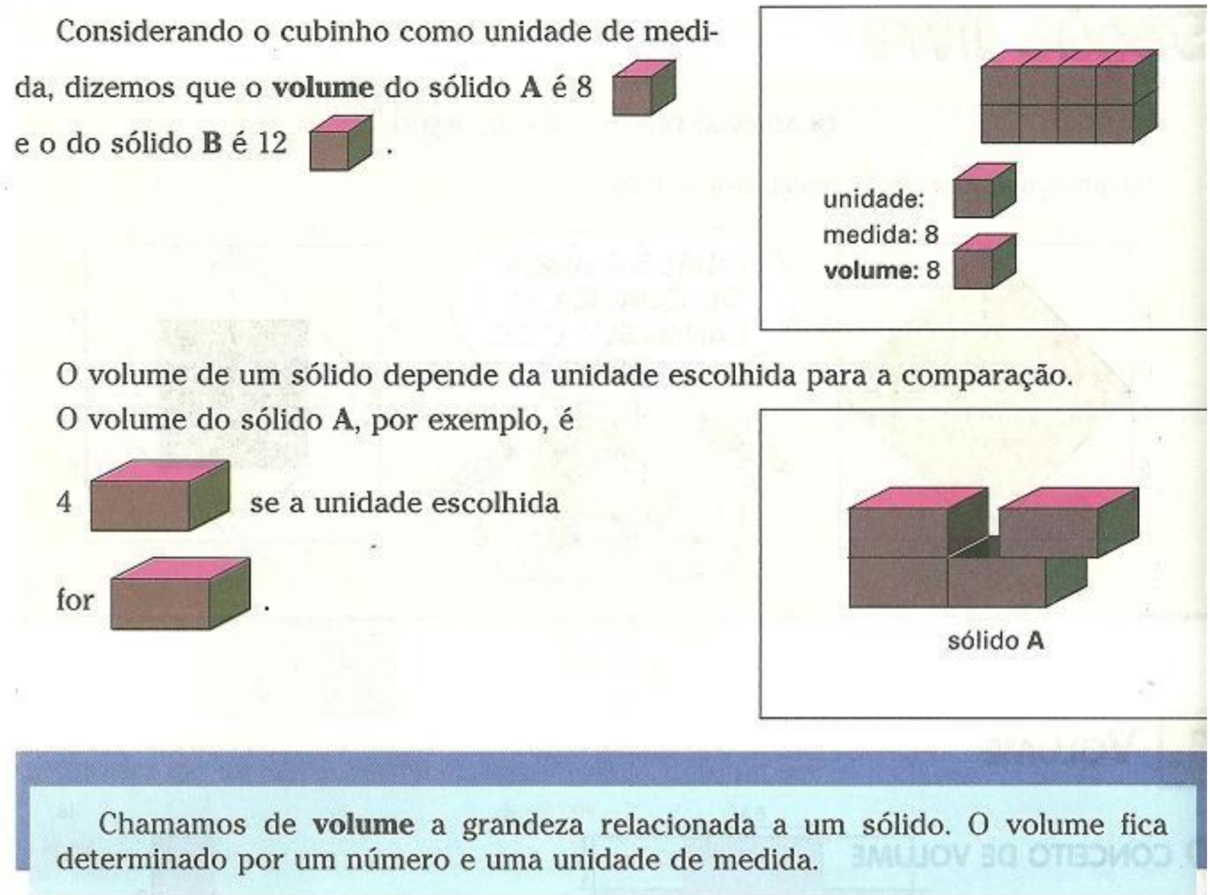
Para responder a essa questão, podemos escolher um sólido conveniente e compará-lo com os sólidos dados.

Escolhendo um cubinho do tipo

o cubinho cabe 8 vezes no sólido **A** e 12 vezes no sólido **B**. Portanto, o sólido **B** ocupa um espaço maior que o sólido **A**.

271

Figura 17: Extrato de Iracema e Dulce, 2001, pg. 271



Considerando o cubinho como unidade de medida, dizemos que o **volume** do sólido **A** é 8 e o do sólido **B** é 12 .

unidade:
medida: 8
volume: 8

O volume de um sólido depende da unidade escolhida para a comparação.
O volume do sólido **A**, por exemplo, é

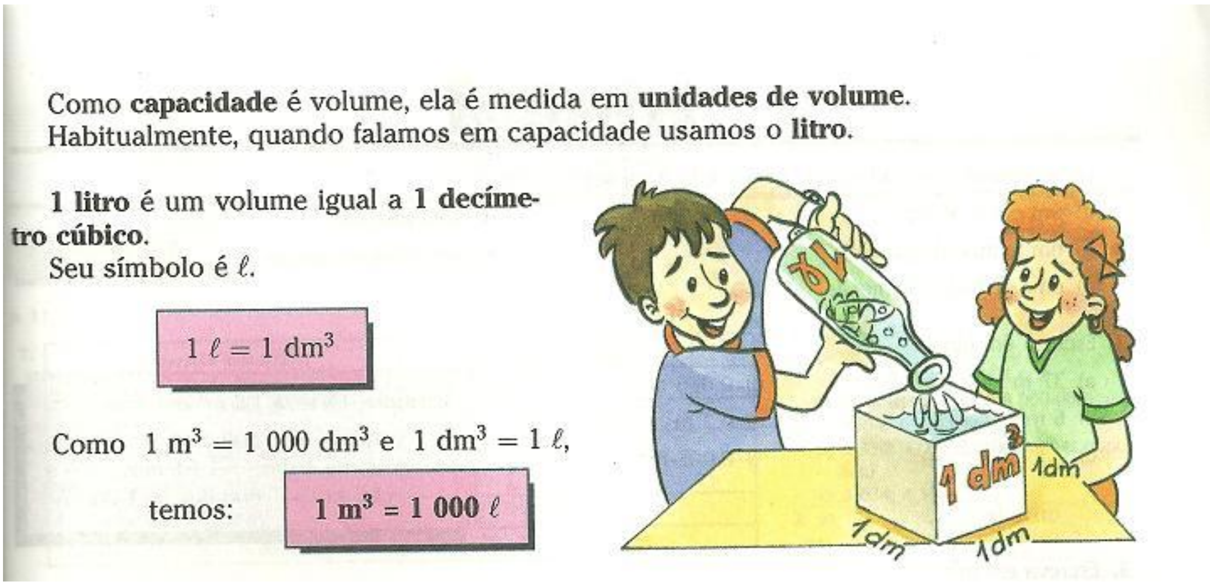
4 se a unidade escolhida

for .

sólido **A**

Chamamos de **volume** a grandeza relacionada a um sólido. O volume fica determinado por um número e uma unidade de medida.

Figura 18: Extrato de Iracema e Dulce, 2001, pg. 272



Como **capacidade** é volume, ela é medida em **unidades de volume**.
Habitualmente, quando falamos em capacidade usamos o **litro**.

1 litro é um volume igual a **1 decímetro cúbico**.
Seu símbolo é ℓ.

$$1\ \ell = 1\ \text{dm}^3$$

Como $1\ \text{m}^3 = 1\ 000\ \text{dm}^3$ e $1\ \text{dm}^3 = 1\ \ell$,

temos: $\mathbf{1\ m^3 = 1\ 000\ \ell}$

Figura 19: Extrato de Iracema e Dulce, 2001, pg. 275

Após a análise dessas três coleções, me chamaram a atenção alguns fatores:

1º - o conteúdo Geometria é mais trabalhado na 5ª série/6º ano com uma enxurrada de informações e definições, e pouco trabalhado nos anos posteriores;

2º - o conteúdo volume é abordado sempre no final do livro, no último capítulo, como se estivesse ali apenas para cumprir o conteúdo programático. Apenas o Projeto Araribá, dentre as três coleções analisadas, aborda novamente o conteúdo volume na 8ª série, mas de forma muito sintética;

3º - nenhum dos livros traz sugestões de atividades práticas, o que seria interessante, visto que a manipulação de materiais concretos traria um senso espacial satisfatório para os alunos.

Em nenhuma das três coleções analisadas os autores relacionam volume e densidade, objeto da prática desta Engenharia Didática e deste trabalho. Da experiência de anos anteriores, pude observar que os alunos encontram dificuldades na apropriação adequada do conceito de volume, na dedução da fórmula do cálculo do volume de paralelepípedos.

Escolhi a dissertação “Análise da Organização Didática da Geometria Espacial Métrica nos Livros Didáticos”, de Carvalho (2008) como suporte teórico, que trabalha com a construção do pensamento geométrico espacial. O autor faz uma pesquisa com alguns professores acerca de seu conhecimento e da maneira como abordam esse conteúdo em suas aulas. Com isso, consegue fazer um diagnóstico das aulas. Também faz a análise de alguns livros didáticos a respeito do conteúdo. O autor não desenvolve um experimento prático em sala de aula, mas através desse diagnóstico percebe que os professores não têm uma formação adequada que lhes permitam construir, juntamente com os alunos, esse pensamento geométrico espacial. Da análise dos livros, o autor conclui que eles não atendem completamente as necessidades para um bom desenvolvimento do raciocínio geométrico espacial.

Nessa dissertação, Carvalho (2008) faz uma investigação com alguns livros didáticos de Matemática, do Ensino Médio, acerca da maneira com que esses livros abordam o ensino da geometria espacial e da forma como esse conteúdo está organizado e, ainda, se essa organização favorece a construção do pensamento geométrico espacial.

O objetivo desse trabalho é investigar se os livros didáticos de Matemática da 2ª série do ensino médio, enviados pelo PNLEM (Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio), desenvolvem o conteúdo de Geometria Espacial Métrica sob a perspectiva dos resultados das pesquisas em Educação Matemática. A questão que dá origem ao trabalho é: “os livros didáticos analisados, da 2ª série do Ensino Médio, desenvolvem conteúdos de Geometria Espacial, e estão de acordo com os PCN’s e outros textos oficiais que regulamentam e orientam a educação Nacional?”.

O objeto de estudo da pesquisa é a análise de livros didáticos. O autor não faz uma pesquisa sobre as dificuldades dos alunos. Ele desenvolve uma pesquisa com professores, para fazer um diagnóstico do ensino de Geometria nas escolas.

Após a pesquisa-diagnóstica e a análise de livros didáticos o autor acredita que conseguiu responder a questão inicial da pesquisa. O autor analisou as respostas e percebeu que os professores não tiveram uma formação adequada no que diz respeito à geometria. Da análise dos livros, concluiu que os mesmos atendem parcialmente às necessidades para um bom desenvolvimento do raciocínio geométrico espacial. No entanto, deixam a desejar no que diz respeito à elaboração de questões que desenvolvam um pensamento espacial correto. Dessa forma, destaca o autor, “é de se esperar que nossos alunos sintam dificuldades na aprendizagem da Geometria Espacial Métrica”.

4 ELABORAÇÃO DO PROJETO PEDAGÓGICO PARA O ENSINO DE VOLUME DE PARALELEPÍPEDOS E DENSIDADE DE MATERIAIS

A Engenharia Didática será desenvolvida na primeira quinzena de junho, totalizando 8 horas/aula.

O objetivo central desse planejamento é repensar a prática usual e, em decorrência disso, procurar maneiras diferenciadas e inovadoras de ensinar esse conteúdo.

A escolha do tema se justifica pelo fato de que esse é um assunto presente no cotidiano. Porém, não é abordado nos livros didáticos do Ensino Fundamental encontrados na biblioteca da escola. Volume e densidade andam juntos. Vale lembrar a famosa história de Arquimedes (eureka), que relacionou os dois assuntos para resolver o famoso problema da coroa de ouro. A fusão dos conteúdos – volume/ densidade- permite trabalhar com unidades de medidas, noção de capacidade, conversões, comparações, pensamento geométrico espacial, dentre outras.

A seguir, estão descritas as hipóteses que, posteriormente, irão servir para validar ou não o plano:

HIPÓTESE 1: Pressupõe-se, que os alunos consigam responder intuitivamente questionamentos iniciais envolvendo densidade e volume de substâncias diferentes.

HIPÓTESE 2: Pressupõe-se que a maioria dos alunos não consiga definir corretamente densidade de substâncias.

HIPÓTESE 3: Pressupõe-se que, no início da prática, a maior parte dos alunos não consiga definir formalmente volume de sólidos geométricos.

HIPÓTESE 4: Pressupõe-se que, durante a prática, a maior parte dos alunos consiga diferenciar figuras planas de sólidos geométricos.

HIPÓTESE 5: Pressupõe-se que os alunos compreendam a dedução da fórmula do volume de um paralelepípedo.

HIPÓTESE 6: Pressupõe-se que, ao final da prática, a maior parte dos alunos consiga converter unidades de medida de volume para unidade de medida de capacidade.

HIPÓTESE 7: Pressupõe-se que os alunos, em grupos, consigam confeccionar paralelepípedos com medidas pré determinadas.

HIPÓTESE 8: Pressupõe-se que os alunos, no decorrer da prática, consigam obter a densidade aproximada de algumas substâncias.

HIPÓTESE 9: Pressupõe-se que, ao final da prática, os alunos respondam satisfatoriamente um questionário envolvendo o conteúdo aplicado na prática.

A tabela abaixo contém o roteiro que norteou o desenvolvimento da prática:

OBJETIVOS	**AÇÕES**	**RECURSOS DIDÁTICOS**
Entender os reais objetivos do vídeo.	Orientações gerais para uma correta utilização do vídeo.	Exposição das orientações.
Sensibilização para introdução do tema.	Assistir ao vídeo.	Vídeo: A Ciência por trás das Embalagens Tetra.
Perceber o nível de conhecimento prévio e intuitivo dos alunos.	Aplicação de um questionário inicial.	Questões elaboradas com o intuito de avaliar o conhecimento prévio dos alunos.
Acompanhar o processo da generalização da fórmula do volume de um paralelepípedo, através de deduções lógicas.	Dedução da fórmula do volume de um paralelepípedo.	Aula expositiva com auxílio de material concreto.
Percepção concreta do espaço interno de um sólido, através do manuseio.	Construção de blocos retangulares com medidas pré-determinadas pelo professor.	Cartolina, tesoura, régua, cola, etc.

Conseguir traçar relações entre volume e densidade de algumas substâncias.	Com os paralelepípedos, realizar experiências para descobrir a densidade aproximada de alguns materiais.	Materiais de fácil acesso: areia, ferro, plástico, espuma, água, leite, etc. Balança.
Verificar o nível do aprendizado após a aplicação da prática.	Questionário final envolvendo o tema aplicado.	Questões elaboradas a partir do assunto estudado.

Tabela 01 – Roteiro de desenvolvimento da prática.

Durante a experimentação, três foram as estratégias para a coleta de dados:

- Material escrito pelos alunos;
- Coletar imagens do desenvolvimento do trabalho;
- Questionários inicial e final.

5 APLICAÇÃO DO PLANO

Nessa etapa do trabalho, serão descritas as ações desenvolvidas na aplicação do plano.

<u>1ª AÇÃO</u>: Orientações gerais para uma correta utilização do vídeo. (21/06/10)

Nesse primeiro momento, passei algumas orientações sobre o vídeo: que se tratava de um vídeo educativo mostrando a ciência por trás das embalagens tetra; que nosso objetivo ao assisti-lo seria de observar a forma geométrica da embalagem, e que esta seria trabalhada nas próximas aulas.

<u>2ª AÇÃO</u>: Assistir o vídeo. (21/06/10)

Após as orientações gerais, assistimos ao vídeo. Não foi possível assisti-lo na televisão da sala, devido a um problema com o DVD. Assistimos no computador, com o auxílio de uma caixa de som. (Figura 20)

Figura 20: Alunos da 8ª série assistindo ao vídeo

<u>3ª AÇÃO</u>: Aplicação de um questionário inicial. (21/06/10)

Esse questionário (Apêndice A) foi aplicado após a exibição do vídeo, com o intuito de perceber o nível de conhecimento prévio dos alunos com relação a figuras planas e espaciais, volume de sólidos geométricos, e densidade.

<u>4ª AÇÃO</u>: Dedução da fórmula do volume de um paralelepípedo. (22/06/10)

Antes da dedução da fórmula propriamente dita, relembrei com os alunos alguns pré-requisitos para que o andamento das aulas fosse satisfatório e eficiente: "o que é vértice, arestas, faces, paralelismo, bloco retangular, cubo, etc". De posse desses requisitos, a dedução da fórmula torna-se menos onerosa.

Em seguida, com o apoio do material dourado e de um cubo de vidro de 10 cm de aresta, conseguimos deduzir a fórmula do volume de um bloco retangular. Preenchendo o cubo de vidro com cubinhos de 1 cm^3, ficou fácil concluir que o volume de um paralelepípedo é o produto de suas dimensões, como se pode observar na Figura 21.

Figura 21: Cubo de vidro e cubinhos de madeira

<u>5ª AÇÃO</u>: Construção de paralelepípedos com medidas pré-determinadas (28/06/10)

Para essa aula, os alunos se comprometeram em levar tesoura, papel de desenho, fita e cola para a confecção de paralelepípedos. Brevemente, discutimos qual seria o formato de um bloco retangular planificado e mostrei que a planificação poderia ser feita de outras maneiras. Em seguida, pedi que cada um confeccionasse um cubo com 5 cm de aresta. Alguns que terminaram antes, ainda confeccionaram cubos de medidas diferentes (Figura 23)

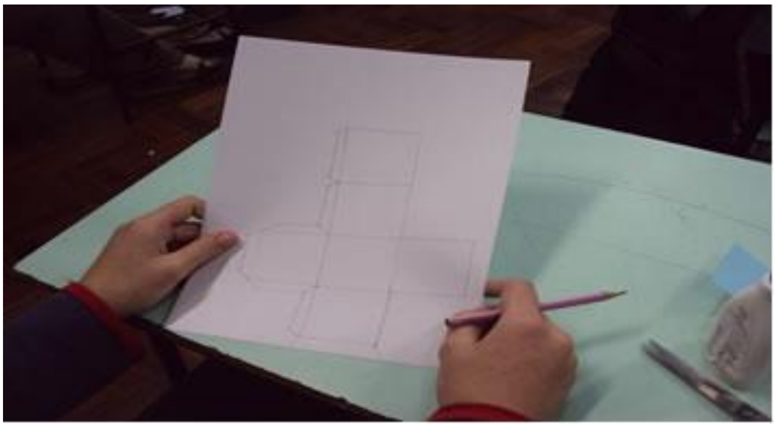


Figura 22: Planificação de um cubo feita por uma aluna

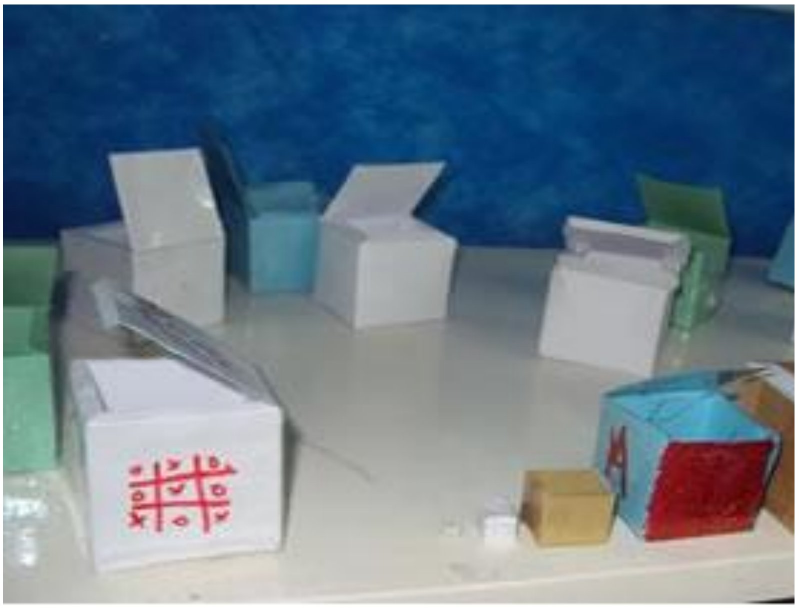


Figura 23: Cubos confeccionados pelos alunos

Nesse mesmo dia, após a construção dos cubos, falamos sobre o volume interior desses blocos, ou seja, sua capacidade. Expliquei que o litro é a quantidade capaz de encher completamente um cubo oco de 10 cm de aresta.

Como o volume do cubo é 1000 cm³ e 1 litro = 1000ml.

Então,

1000 cm³ = 1000ml.

Logo,

1 cm³ = 1 ml

Não satisfeitos, os alunos fizeram a experiência com uma seringa e um cubinho de 1 cm de aresta.

Figura 24: Enchendo o cubo de 1 cm³ com 1 ml

<u>6ª AÇÃO</u>: Cálculo da densidade aproximada.

Com o auxílio de uma balança, dos cubos e de uma calculadora, calculamos a densidade aproximada dos materiais trazidos pelos alunos, usando a unidade de medida g/cm³ (grama por centímetro cúbico). O objetivo dessa experiência é fazer que os alunos percebam que, com uma mesma capacidade, o recipiente comporta materiais de massas diferentes.

Figura 25: Pesagem de grãos de chumbo

Figura 26: Pesagem de algodão

Aqui, os alunos encheram um cubo de 5 cm de aresta com grãos de chumbo e obtiveram como resposta, na balança, 890 gramas. Encheram outro cubo, de mesmas dimensões que o primeiro, com algodão e obtiveram 10 gramas, como está destacado nas figuras 25 e 26, respectivamente. Com isso, conseguiram observar que dois cubos de mesmo volume e mesma capacidade comportaram massas diferentes quando cheios.

Durante essa ação, deixei claro que essa atividade era de caráter experimental, apenas uma aproximação do real, visto que a balança fazia as marcações de 5 em 5 gramas e que o cubo usado foi feito com papel. Para essa atividade, usamos cubos de aresta 5 cm, construídos pelos alunos. Portanto, o volume de cada cubo é de 125 cm³. Após a pesagem do material descontávamos 5 gramas referente à massa do cubo de papel, e o restante era dividido por 125. Desse modo, obtínhamos a densidade aproximada de cada material. Fizemos a pesagem com diversas substâncias trazidas pelos alunos. A lista completa está no Apêndice B.

Vale destacar uma situação interessante ocorrida durante a aplicação da prática. Durante uma conversa informal com alunos da EJA (Educação de Jovens e Adultos), comentei sobre a prática que estava sendo desenvolvida com a turma da manhã. Um dos alunos, que exerce o ofício de pedreiro, questionou-me sobre o "peso" de um metro cúbico de concreto. Não soube lhe responder. Mas isso seria possível se tivesse em mãos uma amostra de concreto no formato de um paralelepípedo. Ele prontificou-se a fazer um cubo de concreto, para descobrirmos sua densidade aproximada e, dessa forma, calcular a massa de um metro cúbico de concreto.

Figura 27: Pesagem do bloco de concreto: 2240 g

O bloco de concreto é um cubo de aresta 10 cm. Logo, seu volume é de 1.000 cm^3 e sua massa é de 2.240 gramas. Calculando a densidade chegamos a 2, 240 g/cm^3.

Para calcular a massa de um metro cúbico de concreto, seguem os cálculos abaixo:

$$1 \, m^3 = 1.000.000 \, cm^3$$

Então,

$$2{,}240 \, g \times 1.000.000 = 2.240.000 \text{ gramas}$$

Ou seja,

$$1 \, m^3 = 2.240 \, Kg$$

7ª AÇÃO: Verificar o nível do aprendizado após a aplicação da prática.

Aplicação de um questionário final visando o aprendizado e a assimilação de conceitos referentes ao assunto estudado. O questionário se encontra no Apêndice C.

6 ANÁLISE A POSTERIORI – VALIDAÇÃO DAS HIPÓTESES

A partir desse momento da prática, cada hipótese antes presumida será confrontada com dados coletados durante a experimentação. Uma a uma, foram feitas as validações das hipóteses.

HIPÓTESE 1: Pressupõe-se que os alunos consigam responder intuitivamente questionamentos iniciais envolvendo volume e densidade de substâncias diferentes.

De fato, mesmo que intuitivamente, a maioria conseguiu responder satisfatoriamente às questões propostas anteriormente à prática. Abaixo segue as respostas de dois alunos. (Figuras 28 e 29)

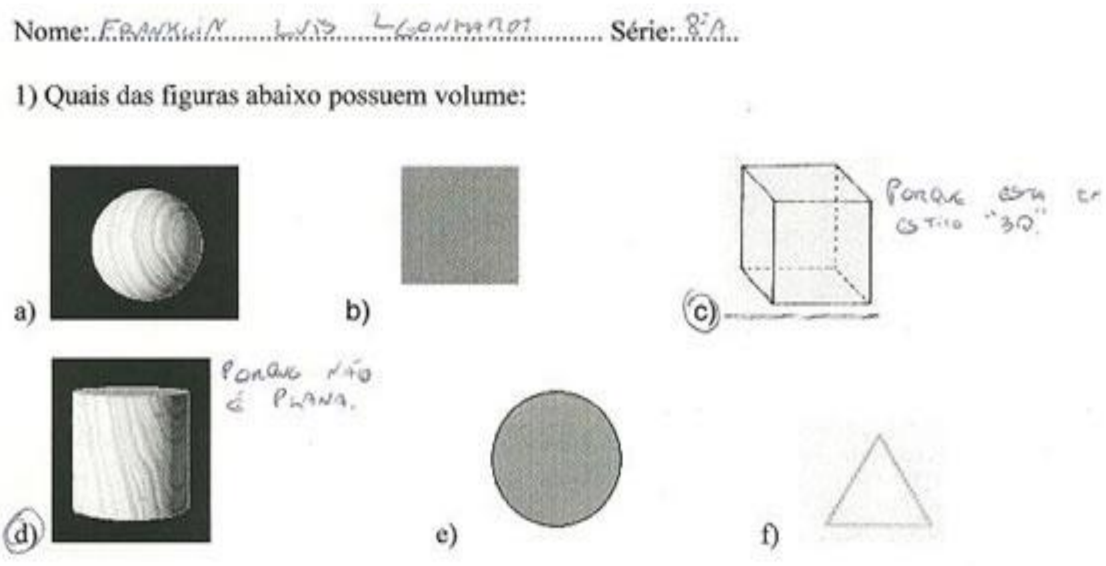


Figura 28: Esse aluno não marcou a alternativa a, mas respondeu corretamente, e justificou satisfatoriamente as alternativas c e d.

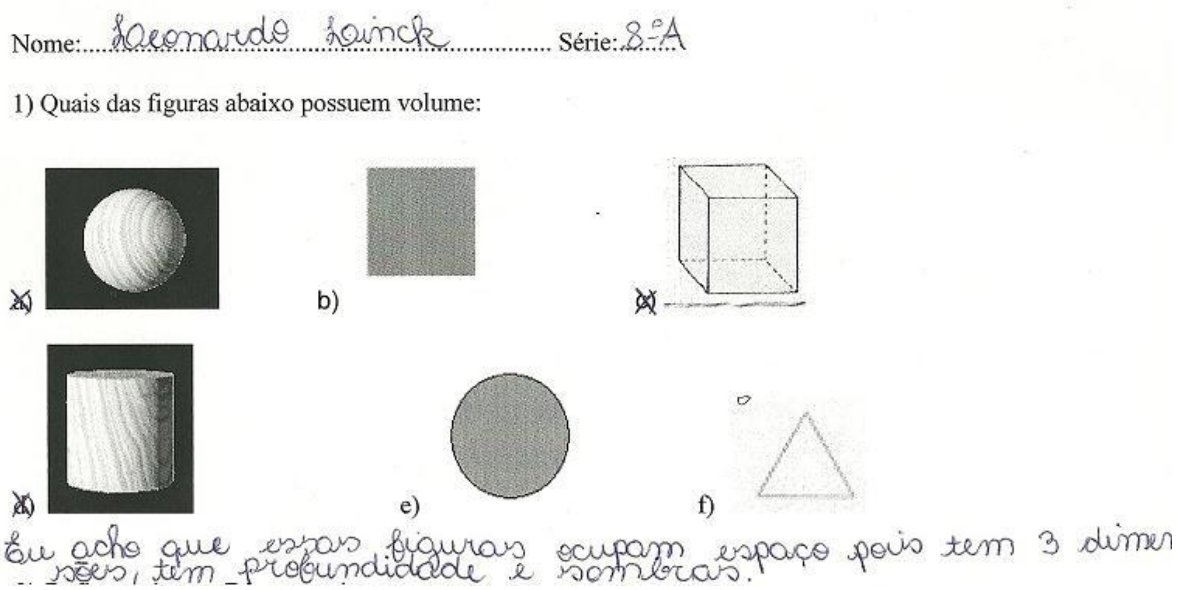


Figura 29: Esse aluno respondeu satisfatoriamente a questão.

HIPÓTESE 2: Pressupõe-se que a maioria dos alunos não consiga definir corretamente densidade de substâncias antes da prática.

Essa hipótese não foi totalmente validada. Muitos alunos não responderam à questão. A maioria tem idéia do que seja densidade intuitivamente, apesar de não conseguir definir formalmente. Apenas uma aluna definiu de forma clara e correta. Separei algumas respostas interessantes, não totalmente corretas, mas que demonstram que alguns alunos têm um conhecimento prévio satisfatório. (Figuras 30, 31, 32 e 33)

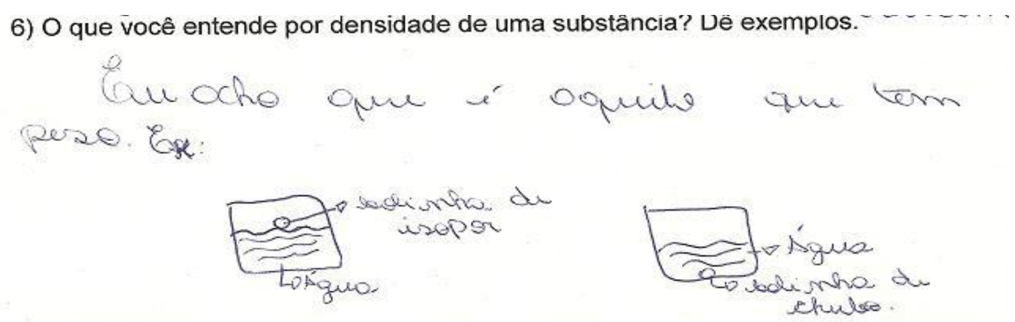
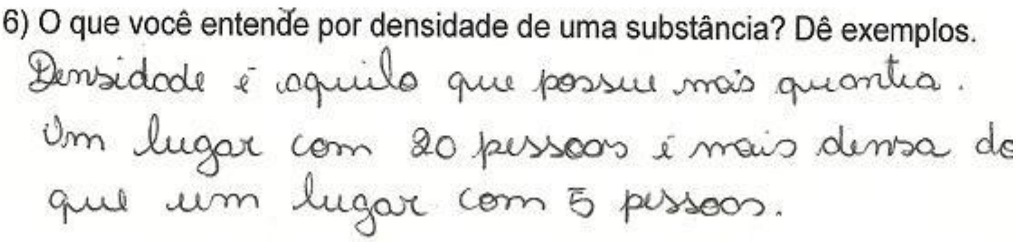


Figura 30: Resposta do aluno A

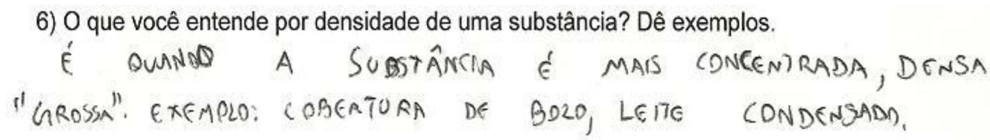
A resposta desse aluno mostra que o conceito formal de densidade não está corretamente assimilado. O aluno entende densidade de materiais sempre comparando com a densidade da água, ou seja, um material só tem densidade se afundar na água.



6) O que você entende por densidade de uma substância? Dê exemplos.
Densidade é aquilo que possui mais quantia. Um lugar com 20 pessoas é mais densa do que um lugar com 5 pessoas.

Figura 31: Resposta do aluno B

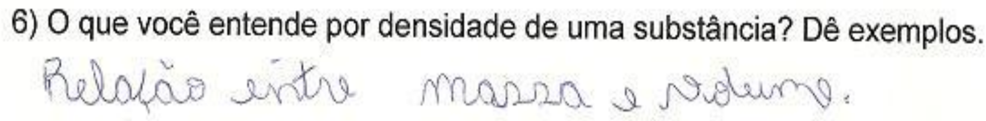
Nesta resposta, observa-se que o aluno relacionou densidade de materiais com densidade demográfica, tema abordado na disciplina de Geografia.



6) O que você entende por densidade de uma substância? Dê exemplos.
É QUANDO A SUBSTÂNCIA É MAIS CONCENTRADA, DENSA "GROSSA". EXEMPLO: COBERTURA DE BOLO, LEITE CONDENSADO.

Figura 32: Resposta do aluno C

O aluno sabe que quanto mais densa uma substância mais concentrada ela é. No entanto, não soube definir formalmente densidade, ou seja, não soube expressar o conceito de densidade.



6) O que você entende por densidade de uma substância? Dê exemplos.
Relação entre massa e volume.

Figura 33: Resposta correta.

Apesar de esta resposta estar conceitualmente correta, o aluno não exemplificou essa definição. Desta forma, a avaliação ficou comprometida: "o aluno deu uma resposta pronta ou realmente tinha conhecimento do conceito?"

HIPÓTESE 3: Pressupõe-se que, no início da prática, a maior parte dos alunos não consiga definir formalmente volume de sólidos geométricos.

Realmente, essa hipótese é válida. Nenhum aluno soube definir corretamente volume. Alguns responderam intuitivamente e chegaram a respostas razoáveis. Abaixo, seguem algumas dessas respostas. (Figuras 34, 35, 36 e 37)

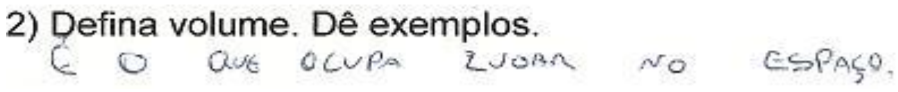

2) Defina volume. Dê exemplos.
É O QUE OCUPA LUGAR NO ESPAÇO.

Figura 34: Resposta do aluno D

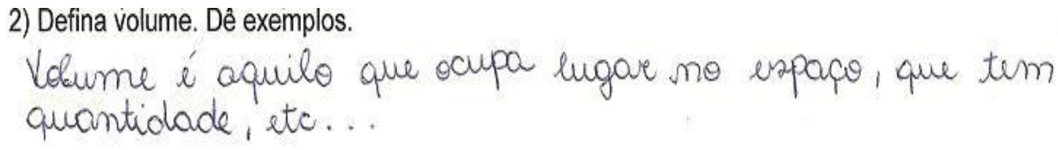

2) Defina volume. Dê exemplos.
Volume é aquilo que ocupa lugar no espaço, que tem quantidade, etc...

Figura 35: Resposta do aluno E

Pode-se observar que, nas figuras 34 e 35, os alunos não definem volume. Eles têm conhecimento que uma figura espacial ocupa lugar no espaço, mas não sabem que o volume dessas figuras é a quantidade de espaço ocupado por elas.

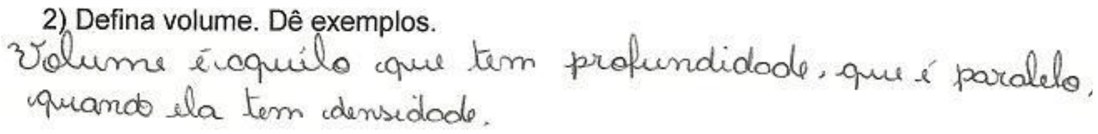

2) Defina volume. Dê exemplos.
Volume é aquilo que tem profundidade, que é paralelo, quando ela tem densidade.

Figura 36: Resposta do aluno F

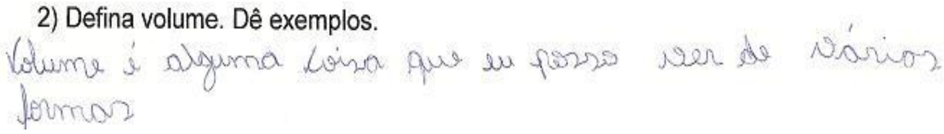

2) Defina volume. Dê exemplos.
Volume é alguma coisa que eu posso ver de várias formas

Figura 37: Resposta do aluno G

Nas figuras 36 e 37, o conhecimento prévio dos alunos é insatisfatório.

HIPÓTESE 4: Pressupõe-se que, durante a prática, a maior parte dos alunos consiga diferenciar figuras planas de sólidos geométricos.

Essa hipótese é válida. Vide figuras 28 e 29.

HIPÓTESE 5: Pressupõe-se que os alunos compreendam, após a prática, a dedução da fórmula do volume de um paralelepípedo.

Essa hipótese foi validada. Durante a prática, com o auxílio do cubo de vidro e do material dourado, ficou bem claro como é calculado o volume de um paralelepípedo. (Figuras 38 e 39)

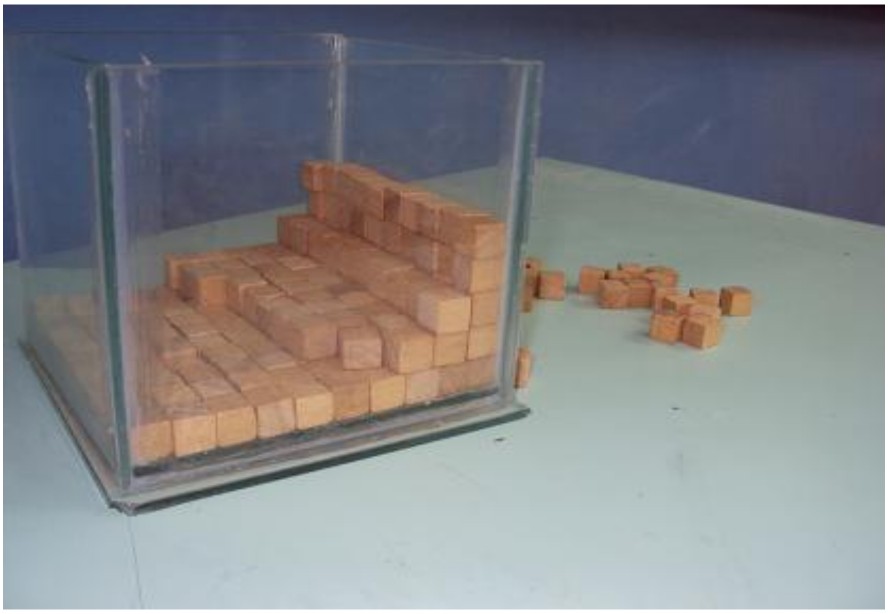
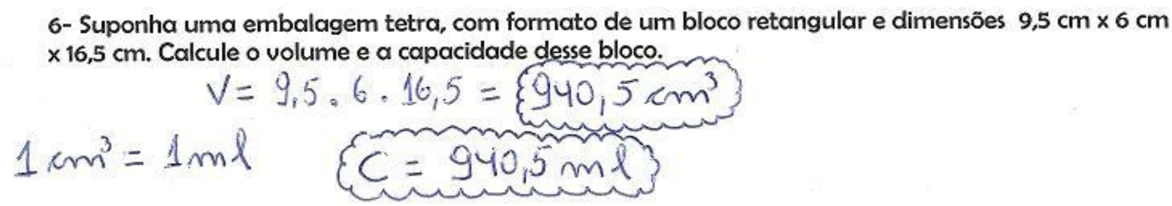


Figura 38: Cubo de vidro sendo preenchido com cubinhos de 1 cm³.

Após preencher todo o cubo de vidro com os cubinhos de madeira pode-se observar a quantidade de espaço que o cubo ocupa. Faz sentido salientar, nesse momento, que volume e capacidade de um corpo são conceitos que têm uma tênue diferença. O cubo de vidro acima ocupa um espaço de 1000 cm³. Logo, seu volume é 1000 cm³. O mesmo cubo de vidro tem um espaço interno de 1000 cm³, ou seja, sua capacidade é 1000 cm³.



6- Suponha uma embalagem tetra, com formato de um bloco retangular e dimensões 9,5 cm x 6 cm x 16,5 cm. Calcule o volume e a capacidade desse bloco.

$V = 9{,}5 \cdot 6 \cdot 16{,}5 = 940{,}5\ cm^3$

$1\ cm^3 = 1\ ml$

$C = 940{,}5\ ml$

Figura 39: Cálculo do volume e da capacidade.

Nesta figura, o aluno calcula o volume e a densidade. Com esse desenvolvimento percebe-se que os conceitos e definições foram bem assimilados.

HIPÓTESE 6: Pressupõe-se que, ao final da prática, a maior parte dos alunos consiga converter unidades de medida de volume para unidade de medida de capacidade.

Essa hipótese foi validada. A figura 39 mostra que o aluno fez o cálculo do volume e, também conseguiu fazer a conversão da unidade de medida de volume (cm³) para unidade de medida de capacidade (ml).

HIPÓTESE 7: Pressupõe-se que os alunos, em grupos, consigam confeccionar paralelepípedos com medidas pré determinadas.

Essa hipótese foi validada. De fato, todos os alunos conseguiram construir os cubos.

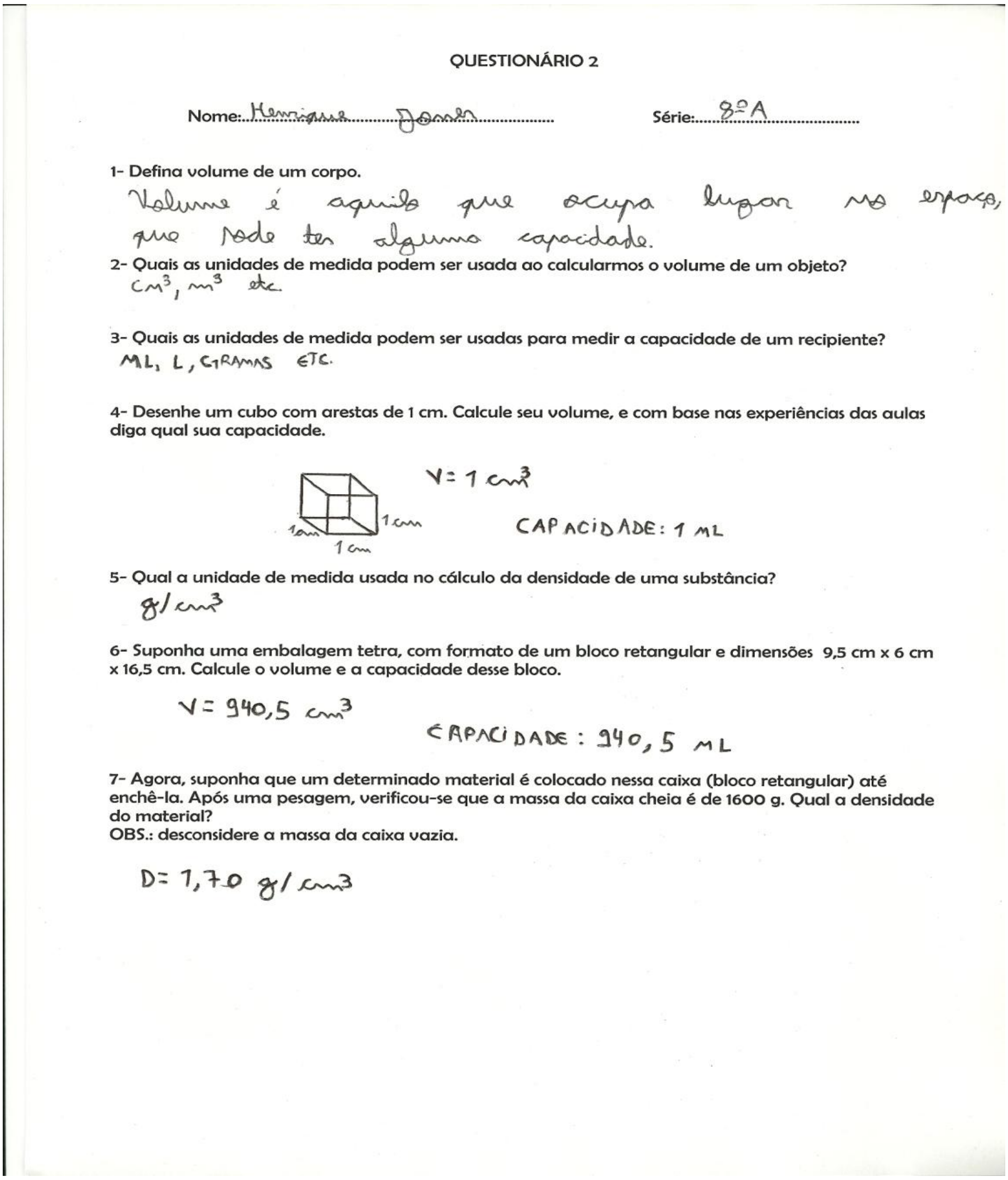
Figura 40: Confecção de cubos

HIPÓTESE 8: Pressupõe-se que os alunos, no decorrer da prática, consigam obter a densidade aproximada de algumas substâncias.

Essa hipótese foi validada. Os alunos fizeram a pesagem dos materiais com a utilização de uma balança digital e cubos de 125 cm³. Cada cubo era preenchido totalmente e, em seguida, feita a medição de sua massa. Como a unidade de medida da densidade é g/cm³ (gramas por centímetro cúbico), era necessário dividir a massa total de cada material por 125. A comprovação está no Apêndice B.

HIPÓTESE 9: Pressupõe-se que, ao final da prática, os alunos respondam satisfatoriamente um questionário envolvendo o conteúdo aplicado na prática.

Sim. A maioria dos alunos conseguiu responder satisfatoriamente o questionário final. Abaixo, segue a resolução de um dos alunos.



QUESTIONÁRIO 2

Nome: Henrique Gomes Série: 8ª A

1- Defina volume de um corpo.

Volume é aquilo que ocupa lugar no espaço, que pode ter alguma capacidade.

2- Quais as unidades de medida podem ser usada ao calcularmos o volume de um objeto?

cm^3, m^3 etc.

3- Quais as unidades de medida podem ser usadas para medir a capacidade de um recipiente?

ML, L, GRAMAS ETC.

4- Desenhe um cubo com arestas de 1 cm. Calcule seu volume, e com base nas experiências das aulas diga qual sua capacidade.

$V = 1\ cm^3$

CAPACIDADE: 1 ML

5- Qual a unidade de medida usada no cálculo da densidade de uma substância?

g/cm^3

6- Suponha uma embalagem tetra, com formato de um bloco retangular e dimensões 9,5 cm x 6 cm x 16,5 cm. Calcule o volume e a capacidade desse bloco.

$V = 940{,}5\ cm^3$

CAPACIDADE: 940,5 ML

7- Agora, suponha que um determinado material é colocado nessa caixa (bloco retangular) até enchê-la. Após uma pesagem, verificou-se que a massa da caixa cheia é de 1600 g. Qual a densidade do material?
OBS.: desconsidere a massa da caixa vazia.

$D = 1{,}70\ g/cm^3$

FIGURA 41: Questionário final respondido por um aluno.

7 CONCLUSÕES E REFLEXÕES PESSOAIS

Este trabalho tratou do ensino de volume de paralelepípedos e densidade de materiais, voltado para o aluno do ensino fundamental, e utilizou como recurso didático um vídeo de sensibilização.

Para tentar obter uma melhoria no cenário do ensino e da aprendizagem, foi desenvolvido um plano de ensino cujo principal objetivo foi sensibilizar os alunos e, a partir daí desenvolver a prática. Nesse plano de ensino foi feita a integração de dois conteúdos: Volume e Densidade de Materiais. Os livros didáticos analisados não abordam a perspectiva de aliar os dois temas.

Antes de iniciar a experimentação, foram formuladas nove hipóteses. Os dados coletados na prática validaram a maioria das hipóteses satisfatoriamente.

Com a prática, foram desenvolvidas nos alunos e em mim uma melhor compreensão do conteúdo e do recurso escolhido. Os alunos tinham um conhecimento prévio satisfatório. Porém, os conceitos sobre esses conteúdos não eram claros. Após a apropriação correta dos conceitos, o questionário final foi respondido de forma clara e correta.

Como as aulas tinham um caráter prático, pois o plano oportunizou tarefas com material manipulável, todos os alunos da turma se envolveram e foram participativos durante a prática.

Um momento importante ocorreu durante a prática, quando um aluno da EJA trouxe um problema: “qual o “peso” de 1 m^3 de concreto?”. O aluno tinha essa curiosidade, pois trabalhava como pedreiro. Ele se prontificou a confeccionar um cubo com 10 cm de aresta para que pudéssemos realizar a experiência. E, de fato, calculando a densidade aproximada do concreto, conseguimos resolver o problema satisfatoriamente. Esse foi o momento onde os alunos puderam utilizar o conhecimento adquirido num problema prático, palpável e significativo para eles, já que puderam ajudar alguém com o auxílio da Matemática.

Após uma reflexão final sobre a prática, observei que poderia, junto com o vídeo sensibilizador, ter lançado um problema disparador. Um problema que motivaria os alunos, com certeza, seria o famoso problema da coroa de ouro do rei, que Arquimedes resolveu. Esse problema envolve volume e densidade e, tendo os conceitos bem fundamentados, facilmente é compreendida a solução que Arquimedes encontrou. Seria um recurso a mais para auxiliar na prática.

Os resultados finais superaram as expectativas iniciais e, isso se deve em boa parte, à metodologia utilizada na aplicação da prática, a Engenharia Didática. Em minha opinião, essa metodologia permite ao professor o privilégio da reflexão, sendo esse, talvez, a mais importante das características da Engenharia

Didática. Pude perceber como o ato de refletir valoriza o trabalho docente e permite que este mude de estratégia se a mesma não estiver adequada ao momento.

A Engenharia permite ao docente que olhe sobre sua própria prática, sendo ele próprio crítico de si mesmo e de seu trabalho. Geralmente, quando a crítica vem de fora torna mais árdua sua aceitação.

No entanto, o ato de refletir sobre sua prática não brota naturalmente no professor. Torna-se um hábito se praticado frequentemente. Admito ser difícil incorporar essa característica, pois quebrar métodos tão intrínsecos de um sistema que perdura por décadas não é fácil. A correria do cotidiano também atrapalha. É necessário tempo para conseguir realizar um trabalho de qualidade. E isso, muitas vezes falta ao professor, pela intensa carga de trabalho.

A especialização, “Matemática, Mídias Digitais e Didática”, oportunizou-me o privilégio de conhecer essa metodologia. E mesmo durante as aulas tradicionais procuro aplicar conceitos da Engenharia Didática.

Enfim, pode-se dizer que este trabalho alcançou e superou as expectativas esperadas. Porém, acredito que a prática e a reflexão sempre podem ajudar em escolhas melhores, para estar, cada vez mais, aprimorando os trabalhos e construindo com os alunos conhecimentos sólidos e significativos.

8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALVES, Líria. **Densidade.** Disponível em: <http://www.brasilescola.com/quimica/densidade.htm>. Acesso em: 28 de novembro de 2010.

ARTIGUE, Michele. **Didáctica das Matemáticas.** Lisboa: Instituto Piaget, 1996.

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática**. São Paulo: Moderna, 2006.

CARNEIRO, Vera C. G. **Engenharia Didática:** um referencial para ação investigativa e para formação de professores de matemática. Zetetiké, Cempem, FE, Unicamp. v.13, n. 23, jan/jun. 2005

CARVALHO, Luiz C. de. **Análise da Organização Didática da Geometria Espacial Métrica nos Livros Didáticos.** 2008. 164f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2008. Disponível em: <http://www.pucsp.br/pos/edmat/mp/dissertacao/luiz_carlos_carvalho.pdf>. Acesso em: 27 de abril de 2010.

LIMA, Paulo F. **Questões Didáticas Relativas a Grandezas e Medidas.** Departamento de Matemática, Universidade Federal de Pernambuco. Disponível em: <http://cie.fc.ul.pt/seminarioscie/Paulo-Figueiredo-Medida.pdf/>. Acesso em: 30 de outubro de 2010.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, TV ESCOLA. **A ciência por trás das embalagens tetra.** Disponível em: <http://www6.ufrgs.br/espmat/disciplinas/midias_digitais_II/>. Acesso em 30 de novembro de 2010.

MORI, Iracema; ONAGA, Dulce S. **Matemática, Idéias e Desafios**. São Paulo: Saraiva, 2001.

PROJETO ARARIBÁ: **Matemática** / obra coletiva, concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna; editora responsável Juliane Matsubara Barroso. – 1.ed. – São Paulo: Moderna, 2006.

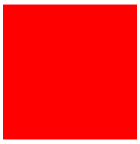
SECCO, Anderson. **Conceito de Área:** da composição e decomposição de figuras até as fórmulas. 2007. 198f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2007. Disponível em: <http://www.pucsp.br/pos/edmat/mp/SECCO_anderson.html>. Acesso em: 30 de março de 2009.

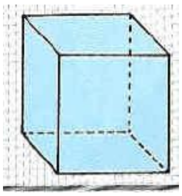
APÊNDICE A: QUESTIONÁRIO INICIAL

Nome:.. Série:.........

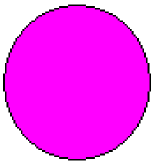
1) Quais das figuras abaixo possuem volume:

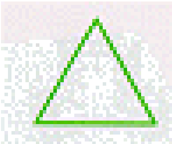
a) 

b) 

c) 

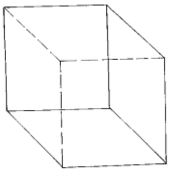
d) 

e) 

f) 

2) Defina volume. Dê exemplos.

3) Suponha que o sólido abaixo tem a capacidade de um litro (1L), e que será preenchido com algumas substâncias. Responda intuitivamente qual a massa (em Kg) desse corpo quando ele estiver cheio de:



a) água

d) chumbo

b) leite integral

e) algodão

c) ferro

f) ouro

4) O que tem mais massa, em Kg: um litro de água ou um litro de chumbo? Por quê?

5) O que tem mais volume: 1 Kg de algodão ou um 1 Kg de ferro? Por quê?

6) O que você entende por densidade de uma substância? Dê exemplos.

APÊNDICE B: LISTA COM A DENSIDADE APROXIMADA DE ALGUNS MATERIAIS TRAZIDOS PELOS ALUNOS:

MATERIAL	**DENSIDADE (g/cm³)**
AÇO	**2,8**
ÁGUA	**1**
ALGODÃO	**0,04**
AREIA	**1,88**
CHUMBO	**7,08**
FEIJÃO	**0,84**
PAPEL	**0,16**
PIPOCA	**0,88**
RAÇÃO ANIMAL	**0,72**
SAL MINERAL	**1,24**

APÊNDICE C: QUESTIONÁRIO FINAL

Nome:.. Série:.........

1- Defina volume de um corpo.

2- Quais as unidades de medida podem ser usada ao calcularmos o volume de um objeto?

3- Quais as unidades de medida podem ser usadas para medir a capacidade de um recipiente?

4- Desenhe um cubo com arestas de 1 cm. Calcule seu volume, e com base nas experiências das aulas diga qual sua capacidade.

5- Qual a unidade de medida usada no cálculo da densidade de uma substância?

6- Suponha uma embalagem tetra, com formato de um bloco retangular e dimensões 9,5 cm x 6 cm x 16,5 cm. Calcule o volume e a capacidade desse bloco.

7- Agora, suponha que um determinado material é colocado nessa caixa (bloco retangular) até enchê-la. Após uma pesagem, verificou-se que a massa da caixa cheia é de 1600 g. Qual a densidade do material?

OBS.: desconsidere a massa da caixa vazia.