

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO MATEMÁTICA, MÍDIAS DIGITAIS E DIDÁTICA: TRIPÉ
PARA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

EVELIZE MARTINS KRÜGER PERES

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E TEOREMA DE TALES

Porto Alegre

2010

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO MATEMÁTICA, MÍDIAS DIGITAIS E DIDÁTICA: TRIPÉ
PARA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

EVELIZE MARTINS KRÜGER PERES

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E TEOREMA DE TALES

Monografia apresentada como requisito parcial para obtenção de título de Especialista em Matemática, Mídias Digitais e Didática ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Orientador: Prof. Dr. Márcia Notare.

Porto Alegre

2010

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E TEOREMA DE TALES

EVELIZE MARTINS KRÜGER PERES

Comissão examinadora

Prof. Dr. Márcia Notare.

Orientadora

Prof. Dr.

Prof. Dr.

DEDICATÓRIA

Aos meus pais pelo dom da vida, ao meu marido e minha filha, pelas angústias e preocupações que passaram comigo, por terem dedicado seu carinho, amor e estímulo, dedico – lhes essa conquista como gratidão.

AGRADECIMENTO

Agradeço a ajuda de minha orientadora,
Márcia, pela paciência que me acolheu;

Agradeço a todos professores que
sempre nos ajudaram e nos incentivaram,

Agradeço aos colegas pela companhia
e apoio.

Aprende que, ou você controla seus atos, ou eles o controlarão... e que ser flexível não significa ser fraco, ou não ter personalidade, pois não importa quão delicada e frágil seja uma situação, sempre existem, pelo menos, dois lados. Aprende que heróis são pessoas que fizeram o que era necessário fazer, enfrentando as conseqüências. Aprende que paciência requer muita prática.

E você aprende que realmente pode suportar... que realmente é forte, e que pode ir muito mais longe depois de pensar que não se pode mais. E que realmente a vida tem valor e que você tem valor diante da vida! Nossas dúvidas são traidoras e nos fazem perder o bem que poderíamos conquistar se não fosse o medo de tentar.

William Shakespeare

RESUMO

Este trabalho apresenta uma nova metodologia para o processo ensino – aprendizagem do teorema de Tales no nono ano do ensino fundamental. Foi desenvolvido em uma escola municipal do município de Guaíba. Para o desenvolvimento deste trabalho foram utilizados recursos tecnológicos como vídeos disponíveis na internet e produção de vídeos pelos alunos. O conteúdo foi desenvolvido a partir do estudo da história da Matemática e da aplicabilidade do teorema de Tales. As atividades foram desenvolvidas a partir de um referencial teórico, onde são destacados pontos positivos do uso da tecnologia na sala de aula, o uso da história nas aulas de matemática e também sobre o método de utilização da história na aprendizagem do teorema de Tales.

Palavras-chave: História da Matemática, Teorema de Tales e recursos tecnológicos.

ABSTRACT

This paper presents a new methodology for teaching - learning process of Thales' Theorem in the ninth year of elementary school. It was developed in a public school in Guaíba. To develop this work were used technology resources such as videos available on the Internet and video production by students. The content was developed from the study of the history of mathematics and the applicability of the theorem of Thales. The curriculum was developed from a theoretical framework, which are highlighted positive aspects of using technology in the classroom, the use of history in mathematics lessons and about the method of use in learning the history of Thales' Theorem.

Keywords: History of Mathematics, Theorem of Thales and the technological resources.

LISTA DE FIGURAS

Figura 01 – Respostas de alunos ao questionário da entrevista	20
Figura 02 – Resposta de aluno entrevistado as questões sobre o Teorema de Tales	20
Figura 03 – Alunos assistindo ao vídeo “História da Matemática”.....	33
Figura 04 – Pontos mais interessantes do vídeo, salientado por um aluno.....	34
Figura 05 – Pontos mais interessantes do vídeo, salientado por uma aluna.....	34
Figura 06 – Alunos assistindo ao vídeo sobre Tales de Mileto.....	37
Figura 07 – Estratégia criada por uma aluna para medir a altura da pirâmide	37
Figura 08 – Resposta de um aluno a aplicabilidade do Teorema de Tales	38
Figura 09 – Resolução da atividade	39
Figura 10 – Resolução do problema por uma aluna	39
Figura 11 – Resolução do problema por uma aluno	40

Figura 12 – Problema criado pelos alunos 41

Figura 13 – Problema criado semelhante ao trabalhado em aula 41

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	12
1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	14
2 ENGENHARIA DIDÁTICA	19
2.1 PLANO DE ENSINO E HIPÓTESES.....	21
2.2 DESCRIÇÃO DA PRÁTICA	26
2.3 ANÁLISE DAS HIPÓTESES	33
2.4 SÍNTESE DO QUE FOI FEITO	42
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	44
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	46
ANEXOS.....	47

INTRODUÇÃO

Este trabalho tem o objetivo de relatar a engenharia didática desenvolvida, com utilização de recursos didáticos ou abordagens alternativas para o enfoque do ensino do Teorema de Tales, a partir da História da Matemática e será voltado para os alunos do 9º ano do ensino fundamental da Escola Municipal de Ensino Fundamental Anita Garibaldi em Guaíba, e terá a duração de aproximadamente 20 horas aula.

A engenharia foi desenvolvida com o objetivo de detectar e descrever dificuldades encontradas no processo ensino – aprendizagem; planejar e implementar uma experiência prática didática, com potencial para contribuir para a melhoria do ensino deste tema; e de refletir sobre a prática, antes, durante e após o processo para desenvolver análise crítica da proposta.

A metodologia empregada é inspirada na “engenharia didática” expressão que designa produções para o ensino, derivadas de resultados de pesquisa, e também designa uma específica metodologia de pesquisa baseada em experiências de sala de aula.

A teoria da engenharia didática foi criada para atender a duas questões: a questão das relações entre pesquisa e ação no sistema de ensino e a questão do lugar reservado para as realizações didáticas entre as metodologias de pesquisa. Nessa linha, prática de ensino é articulada com prática de investigação.

A escolha do tema baseou – se na sua importância e nas dificuldades detectadas no processo de ensino – aprendizagem dos alunos no se refere ao teorema de Tales e sua aplicabilidade.

Nessa engenharia didática foram utilizados dois vídeos sensibilizadores: o primeiro a “História da Matemática” encontrado em <http://www.youtube.com/watch?v=QT5LFeej5gl> e o segundo “História de Thales de Mileto – o sonho”.

O vídeo “História da Matemática” é uma produção de alunos, com trabalho escrito por César Henrique e edição de Ricardo Malias no ano de 2007, alunos de uma outra escola e traz um breve resumo da História da Matemática fazendo um paralelo

com situações em que se encontra a Matemática nos dias atuais. O objetivo é incentivar os alunos a produzirem vídeos sobre Matemática.

O vídeo "História de Tales de Mileto – o sonho" é uma ficção sobre Tales, produzida pelos alunos dessas turmas de nono ano, para a partir dele apresentar aos alunos o Teorema de Tales. Este vídeo deverá trazer em seu enredo a história de Tales de Mileto e como foi deduzido o seu teorema.

As duas turmas de nono ano irão produzir quatro vídeos divididos em documentário sobre a História da Matemática, propaganda sobre Bháskara e duas ficções trazendo a história de Tales e Pitágoras.

Num primeiro momento, antes do início dos estudos, já era possível identificar, na própria experiência, na escola Municipal de Ensino Fundamental Anita Garibaldi, algumas dificuldades dos alunos, no tema escolhido. Por exemplo, muitos não reconheciam a aplicabilidade do teorema de Tales, assim como dificuldades encontradas pelos professores, para ensinar, seguindo na maior parte das vezes o livro didática sem dar significado ao ensino do tema.

1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Hoje o uso de ferramentas audiovisuais no ensino é bastante difundido, principalmente com o desenvolvimento tecnológico. Porém na área ligada as ciências exatas, a utilização desses recursos ainda é muito restrito, talvez por apoiarem – se quase que exclusivamente em didáticas voltadas à prática de exercícios, realizados após a exposição dos conteúdos.

Ao se reconhecer a importância da utilização de recursos audiovisuais é que se percebe o quão valioso é a utilização dos vídeos nas aulas de Matemática.

Segundo Moran (1995):

“O vídeo ajuda a um bom professor, atrai os alunos, mas não modifica substancialmente a relação pedagógica. Aproxima a sala de aula do cotidiano, das linguagens de aprendizagem e comunicação da sociedade urbana, mas também introduz novas questões no processo educacional.”

Ao pensar em trabalhar o Teorema de Tales, primeiramente pensou – se em introduzir o conteúdo partindo da História da Matemática, dando ênfase ao matemático Tales de Mileto.

A história da Matemática é um valioso conteúdo para o processo de ensino e aprendizagem. Através desse conteúdo, é possível desenvolver atitudes e valores positivos frente ao conhecimento matemático. O aluno reconhece a Matemática como uma criação humana, que surgiu a partir da busca de soluções para problemas do cotidiano.

O Teorema de Tales, na maioria das vezes, não tem muito significado para o aluno, então, resolveu – se desenvolver este conteúdo utilizando a história da Matemática, o recurso do vídeo, e o mais importante, a criação de vídeos por parte dos alunos, para que se sintam parte da história e peças importantes da aprendizagem.

A importância da criação de vídeos por parte dos alunos se dá ao fato de que eles podem estudar o conteúdo solicitado de forma diferenciada e criativa.

Segundo Dante (1989):

“Uma aula de matemática onde os alunos, incentivados e orientados pelo professor, trabalhem de modo ativo – individualmente ou em pequenos grupos – na aventura de buscar solução de um problema que os desafia é mais dinâmica e motivadora do que segue o clássico esquema de explicar e repetir.” (p. 13 – 14)

Pensando na citação de Dante (1989) acredito que as aulas de matemática realmente devem ser mais dinâmicas e motivadoras, foi então que na proposta deste trabalho, foi utilizada a produção de vídeos pelos alunos e também porque na cidade onde se localiza a escola onde a prática foi administrada acontece todos os anos o Festival de Vídeos Estudantis, onde participam escolas de todo o estado e de estados vizinhos.

A escola tem a cultura de participar nesse festival e todos os anos os alunos são premiados; e realizam oficinas de escritores, diretores, atores, etc. Então, aproveitando o entusiasmo dos alunos e o fato de nunca ter sido exibido um vídeo com conteúdo matemático no festival, resolvemos propor aos alunos a produção de um vídeo para o festival, utilizando a história da matemática para isso.

Os PCNS (1998) trazem a produção de textos, de diferentes gêneros, como uma sugestão para contemplar o processo ensino – aprendizagem.

Segundo os PCN (1998):

“[...] a diversidade de textos e gêneros, e não apenas em função de sua relevância social, mas também pelo fato de pertencerem a diferentes gêneros são organizados de diferentes formas. A compreensão oral e escrita, bem como a produção oral e escrita de textos pertencentes a diversos gêneros, supõem o desenvolvimento de diversas capacidades que devem ser enfocadas nas situações de ensino.” (p. 23)

Tendo em vista que o vídeo é uma forma de texto visual, entende – se que a produção de vídeos pelos alunos é uma importante ferramenta para a compreensão de conteúdos a serem desenvolvidos.

O Teorema de Tales é trabalhado na maioria das vezes de modo tradicional, com aula expositiva sem trazer muito seu significado para o cotidiano e sem expor a História de Tales para que o aluno possa ver a utilização e significado do que está aprendendo.

Conversando com vários professores de Matemática do ensino fundamental, da rede pública e privada, constatou – se que a grande maioria deles somente trabalha o que está no livro didático e aplica listas de exercícios. Uma pequena parte dos professores realiza com os alunos uma pesquisa sobre a história de Tales e sobre segmentos proporcionais, logo após apresenta para os alunos, de forma expositiva, o teorema e realiza exercícios.

Nos anos de 2007 e 2008, ao trabalhar este conteúdo, as turmas foram separadas em grupos e distribuídos os assuntos: razão, proporção, segmentos proporcionais e feixe de paralelas, para que realizassem um trabalho de pesquisa e apresentassem para a turma. Após esta atividade, era apresentado o teorema e aplicado em problemas do dia a dia. Já no ano de 2009, antes de revisar o conteúdo de razão e proporção e segmentos, foi apresentado aos alunos a história de Tales de Mileto e o desafio que ele tinha de medir a altura da Grande Pirâmide no Egito. Os alunos foram questionados sobre como Tales poderia ter feito isso. Depois de apresentadas as alternativas dos alunos, apresentou – se à turma como tinha acontecido e, em seguida, iniciamos o estudo do Teorema de Tales, aplicando o teorema em situações do cotidiano.

Nesse ano, percebeu – se um interesse maior dos alunos pelo conteúdo, pois conheceram a sua história e a sua aplicação. Segundo Miguel e Miorim:

Além de constituir um espaço privilegiado para a seleção de problemas, os Parâmetros consideram várias outras funções que a história poderia desempenhar em situações de ensino, tais como o desenvolvimento de atitudes e valores mais favoráveis diante do conhecimento matemático, o resgate da própria identidade cultural, a compreensão das relações entre tecnologia e herança cultural, a constituição de um olhar mais crítico sobre os objetos matemáticos, a sugestão de abordagens diferenciadas e a compreensão de obstáculos encontrados pelos alunos (2004, p.52).

Com essa atividade, perguntas como: “Para que eu vou usar isso?” não surgiram.

Santos (2007) comenta em sua tese de mestrado que os professores, ultimamente, estão se dando conta que o interesse dos alunos aumenta quando o que está sendo ensinado faz parte de seu cotidiano. Percebe – se então a necessidade de se contextualizar os conteúdos. O sentido prático e significado passa por vários caminhos e possibilidades e uma destas possibilidades é o uso da História da Matemática. Essa é uma maneira de aproximar o mundo matemático ao universo do aluno e a realidade que o cerca.

Não apenas o estudo da História da Matemática pode contribuir para uma melhor compreensão do conteúdo matemático, como o estudo da história e dos problemas teóricos e metodológicos a ela associados pode lançar alguma luz sobre o conteúdo a ser trabalhado.

Santos (2007) coloca que muitas das dificuldades dos alunos é resultado de ensinarmos apenas procedimentos e regras, limitando sua capacidade de compreender os conceitos, as representações e as atividades importantes no domínio do conhecimento.

Pereira (2005), em sua dissertação sobre o teorema de Tales, considera que a história da Matemática é um meio de abordar o teorema de Tales, principalmente se estudarmos os conceitos que permeiam sua demonstração e que podem ser estudados por meio da busca de sua origem na Matemática grega. Acredita – se que é desse modo que a história da Matemática pode ser integrada às aulas da disciplina.

Ao realizar a análise de livros didáticos observa – se que a maioria deles já traz um pouco da história. No livro “Matemática e Realidade” (IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antonio, 2005) do 9º ano do ensino fundamental, há um capítulo só para o estudo do Teorema de Tales, onde são apresentados de maneira clássica os conteúdos: comparação de grandezas, razão de segmentos, segmentos proporcionais e feixes de paralelas e com exemplos. Logo após traz o Teorema de Tales, com noções teóricas e todos os exemplos e exercícios em feixes de paralelas e triângulos, sem nenhum problema que leve o aluno a compreender o conteúdo e sim exercícios onde somente se aplicam o teorema de forma mecânica. No final do capítulo, encontramos uma página intitulada como “Matemática no tempo: Tales de Mileto” onde é apresentado um texto sobre a história de Tales e duas perguntas de reflexão.

No livro “A Conquista da Matemática” (GIOVANNI, José Ruy; CASTRUCCI, Benedito; JÚNIOR, José Ruy Giovanni, 2002) o capítulo sobre os segmentos proporcionais inicia com um breve resumo sobre o número de ouro e a proporção na História. Logo a seguir, traz uma revisão sobre razão e proporção com problemas práticos. A razão de dois segmentos mostra conceitos e exemplos, bem como os segmentos proporcionais, feixes de retas paralelas e suas propriedades. Na apresentação do Teorema de Tales encontram – se conceitos e exemplos, porém os exercícios são envolvendo o teorema em problemas, triângulos e situações do dia – a – dia.

O livro “Matemática 8ª série” (Juliane Matsuhara Barroso, 2006) do Projeto Araribá inicia o conteúdo trazendo o problema da pirâmide. Logo após, apresenta

conceitos e exemplos. Em algumas páginas encontramos alguns desafios e as atividades trazem problemas práticos e também exercícios de aplicação direta do teorema.

2 ENGENHARIA DIDÁTICA

Observa – se, a partir da experiência pessoal da autora, que a maior dificuldade encontrada pelos alunos é na aplicação do teorema em situações problemas, pois na maioria das vezes, os exercícios propostos não trazem uma situação a ser resolvida nem um significado para o conteúdo e sim situações onde o aluno calcula mecanicamente.

Outra dificuldade que tenho observado na minha prática docente é a respeito do cálculo da proporção. Usualmente, é aprendido no oitavo ano e eles não recordam mais a sua resolução quando já no nono ano. É sempre preciso revisar anteriormente este conteúdo.

Ao realizar entrevistas com estudantes do ensino médio, percebe – se que aqueles que conheceram primeiramente a história de Tales e a utilização do seu teorema recordam tanto o conceito, como a resolução. Porém, alguns alunos não lembraram nada referente ao conteúdo e também não conseguiram realizar as atividades propostas na entrevista. Estes alunos destacaram nas questões, que aprenderam o conteúdo seguindo o livro ou de forma bem clássica, com aulas expositivas e exercícios, sem saber da utilidade do teorema, como podemos ver na Figura 1.

1) O que é o Teorema de Tales?

Teorema de Tales é um feixe de retas paralelas interceptadas por duas retas ou mais/menos, e ficam retas transversais.

2) Quando você aprendeu este conteúdo, conheceu a história deste matemático e a utilidade deste teorema?

Que eu lembro sim. Conheci a história de Tales e seu teorema, com sua utilidade: superfícies, ângulos indispensáveis, etc.

4) O que você lembra e o que mais lhe marcou nesse conteúdo?

lembro que para resolver tem que
fazer um "x", para achar o resultado
de x. lembro dos ângulos r, s, t ou
outros...

Figura 1: Respostas de alunos ao questionário da entrevista

Na Figura 2, podemos observar que o aluno do ensino médio entrevistado, resolve mecanicamente a questão. Vale ressaltar que estas respostas são de um aluno que não conheceu a história de Tales primeiramente, somente lhe foi apresentado o teorema de forma expositiva e com a realização de exercícios.

5) Resolva, sem consultar nenhum material:

Em cada uma das figuras, temos r//s//t. Nessas condições, determine a medida x indicada:

a) Diagrama com três linhas horizontais paralelas r, s e t. Duas transversais as cortam. Na transversal esquerda, os segmentos entre r e s, s e t, e r e t são rotulados como 5, x e 12, respectivamente. Na transversal direita, os segmentos entre r e s, s e t, e r e t são rotulados como 4, 12 e x, respectivamente. Solução manuscrita: $\frac{5}{x} = \frac{4}{12} = \frac{4x}{12} = \frac{x}{3}$, $x = 15$.

b) Diagrama com três linhas horizontais paralelas r, s e t. Duas transversais as cortam. Na transversal esquerda, os segmentos entre r e s, s e t, e r e t são rotulados como 15, 6 e x, respectivamente. Na transversal direita, os segmentos entre r e s, s e t, e r e t são rotulados como x, 5 e 6, respectivamente. Solução manuscrita: $\frac{15}{6} = \frac{x}{5} = \frac{6x}{5} = \frac{75}{6}$, $x = 12,5$.

Figura 2: Resposta de aluno entrevistado as questões sobre o Teorema de Tales

2.1 PLANO DE ENSINO E HIPÓTESES

O plano de ensino tem como foco o ensino do teorema de Tales a partir da História da Matemática, com a utilização de vídeos, para alunos do nono ano do ensino fundamental da Escola Municipal de Ensino Fundamental Anita Garibaldi da cidade de Guaíba. A prática foi realizada nos dias 08, 10, 15, 17 e 22 de junho de 2010, num total de 5 módulos de 1 hora e 50 minutos cada um.

O objetivo desse planejamento é sanar as dificuldades encontradas no processo ensino – aprendizagem do teorema de Tales, propondo uma mudança na metodologia de ensino desse conteúdo ao trazer uma abordagem histórica do assunto.

Os temas a serem abordados na sala de aula são a história da Matemática e o Teorema de Tales.

A escolha pela história da Matemática deu – se pelo fato de os alunos não darem significado a certos conteúdos aprendidos e, quando este conteúdo é associado a sua história, o aluno reconhece que a Matemática é uma criação humana, que surgiu a partir da busca de soluções para resolver problemas do cotidiano. Assim o aluno conhecerá as preocupações dos vários povos em diferentes momentos históricos, identificando a utilização da Matemática em cada um deles e poderá estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1998) é apresentado uma avaliação sobre o tratamento que tem sido dado ao discurso histórico em nosso país:

“Apresentada em várias propostas como um dos aspectos importantes da aprendizagem matemática, por propiciar compreensão mais ampla da trajetória dos conceitos e métodos da ciência, a história da Matemática também tem se transformado em assunto específico, um item a mais a ser incorporado ao rol dos conteúdos, que muitas vezes não passa da apresentação de fatos e biografias de matemáticos famosos.” (p. 23)

Portanto, segundo a visão dos PCNS (1998), o conhecimento histórico desperta no aluno um interesse pelo que vai lhe ser ensinado.

A escolha do Teorema de Tales deu – se pelo fato de ser um conteúdo a ser desenvolvido neste ano e por possuir diversas aplicações no cotidiano, constituindo uma importante ferramenta da geometria no cálculo de distâncias inacessíveis e nas relações envolvendo semelhança entre triângulos. O que se observa na realidade que

essas aplicações acabam não sendo trabalhadas na escola e o aluno não vê significado para o que está aprendendo.

Ao propor o trabalho com vídeos para o tema escolhido, teve – se consciência que muitos riscos haviam, ou seja, os alunos poderiam demonstrar interesse no trabalho ou simplesmente não levar a sério a proposta. Contudo, o papel do educador é manter os alunos interessados, despertando curiosidade e estimulando a criatividade.

Nesse caso, as hipóteses são as seguintes:

Hipótese 1: os alunos demonstrarão interesse pelo vídeo da História da Matemática.

Hipótese 2: os alunos irão criar vídeos de forma criativa sobre a história da Matemática, destacando algum matemático em específico.

Hipótese 3: o vídeo sobre Tales de Mileto, produzido pelos alunos, despertará o interesse da turma e a curiosidade em aprender o Teorema de Tales, entendendo seu significado e aplicabilidade.

Hipótese 4: pressuponho que, ao desenvolver o trabalho, os alunos compreendam o teorema de Tales, aplicando – o corretamente nas situações problemas a serem propostas.

Hipótese 5: os alunos criarão bons problemas para serem trabalhados com a turma.

Na tabela abaixo, encontramos o plano de ensino que foi desenvolvido nesta prática, trazendo os seus objetivos, ações e recursos didáticos que foram utilizados.

Objetivo	Ação	Recursos didáticos
Conhecer a história da Matemática, associando – a fatos recentes.	Assistir com as turmas ao vídeo “História da Matemática” e pedir que anotem tudo o que acharem mais interessante no vídeo com relação à história. No final, discutir sobre suas	Data show, notebook (para assistir ao vídeo), vídeo, quadro negro.

	anotações. Anotar no quadro as mais relevantes.	
Conhecer a história dos matemáticos: Tales de Mileto, Pitágoras e Bháskara.	Separar as turmas em quatro grupos e distribuir para cada um, textos sobre Tales, Pitágoras, Bháskara e a história da Matemática (ver textos no Anexo 1). Os alunos deverão pesquisar sobre a história do matemático e qual sua descoberta. Depois da pesquisa escreverão o roteiro do vídeo que será produzido, com orientações sobre o que deve aparecer. Os grupos irão se reunir em turno inverso para a gravação do vídeo.	Textos sobre história da matemática.
Relembrar razão e proporção. Identificar o que são segmentos proporcionais e feixes de paralelas.	Separar a turma em seis grupos e distribuir os assuntos: razão e proporção, propriedades das proporções, razão de dois segmentos, segmentos proporcionais, feixe de paralelas e propriedade de um feixe de retas paralelas.	Livros, cartazes e material fotocopiado com atividades.

	<p>Distribuir, para cada grupo, um livro no qual deverão pesquisar o seu assunto e preparar uma aula de dez minutos, com produção de cartaz e apresentação. Será entregue um material com atividades sobre segmentos proporcionais, razão e proporção, onde todos deverão resolver.</p>	
<p>Conhecer a história de Tales de Mileto e o problema da altura da Pirâmide.</p>	<p>Assistir aos vídeos produzidos pelos alunos. Iniciar a aula assistindo aos quatro vídeos produzidos pelos alunos. O último será sobre Tales de Mileto. Questionar aos alunos: Quem foi Tales de Mileto? Qual problema ele tinha para resolver? O que ele fez para resolver o problema? Que relação tem a solução do problema de Tales com o conteúdo estudado na aula anterior? Será que a descoberta de Tales ainda pode ser utilizada hoje? Como você resolveria o</p>	<p>Vídeos produzidos pelo alunos, questionamento oral, data show, notebook, folha com problema da pirâmide.</p>

	<p>problema da pirâmide? Algumas das questões não foram contempladas no vídeo, porém para responde-las foi feita uma explanação sobre os principais itens do vídeo e o que não apareceu. Distribuir uma folha com o problema para resolverem (Anexo 2) e pedir que pensem e anotem exemplos onde poderia se utilizar o teorema de Tales.</p>	
<p>Reconhecer o teorema de Tales e aplicá-lo em segmentos e triângulos.</p>	<p>Colocar no quadro um exemplo de feixe de paralelas determinado em duas transversais segmentos proporcionais e levar os alunos a deduzir o teorema de Tales, criar com eles a lei que determina este teorema. Dar outros exemplos em feixes e triângulos. Entregar um material fotocopiado com alguns exercícios.</p>	<p>Quadro negro, material fotocopiado com exercícios.</p>
<p>Aplicar o teorema de Tales em problemas do</p>	<p>Entregar aos alunos folhas fotocopiadas</p>	<p>Material fotocopiado com problemas.</p>

cotidiano.	(Anexo 5) com alguns problemas envolvendo situações do cotidiano, em que há a aplicação do teorema de Tales e pedir que resolvam. Após, em duplas, os alunos deverão criar uma situação similar e trocar com os colegas para resolverem. Correção das atividades.	
------------	---	--

A fim de validar ou não as hipóteses, serão coletados materiais e vídeos produzidos pelos alunos, fotografias, anotações das falas e uma avaliação em que os alunos deverão registrar a sua opinião sobre o trabalho realizado.

2.2 DESCRIÇÃO DA PRÁTICA

A prática foi desenvolvida na Escola Municipal de Ensino Fundamental Anita Garibaldi, da cidade de Guaíba, para duas turmas de nono ano, no período de 08 de junho de 2010 a 24 de junho de 2010 com uma duração de 12 horas no turno da manhã.

Os alunos sentaram em um semi-círculo, e com o data show, o vídeo "História da Matemática" foi projetado na parede. Iniciei o vídeo e todos ficaram muito atentos. Logo no início do vídeo, que trata do surgimento da matemática, um aluno comentou: "Bah, olha só a matemática é velha mesmo, ela surgiu 30.000 anos a.C.".

Ao terminar o vídeo, as turmas foram questionadas sobre o que havia chamado mais a sua atenção e várias foram as respostas, como por exemplo: "Pitágoras foi o primeiro a mencionar a palavra matemática em 530 a.C."; "Tales de Mileto usou a geometria para medir uma pirâmide."; "Galileu inventou o compasso, que usamos até

hoje.”; “Arquimedes criou a catapulta de longo alcance.” A frase de Arquimedes “Não há nada tão grande que não se possa medir” foi citada pela maioria dos alunos.

Foi entregue para cada aluno uma folha no qual deveriam escrever os pontos mais interessantes do vídeo. Logo após, anotamos no quadro.

As turmas foram separadas em quatro grupos e, para cada um, foram distribuídos textos e livros sobre Tales de Mileto, Pitágoras, Bháskara e a história da matemática. Solicitei que pesquisassem sobre a história dos Matemáticos e suas descobertas. Cada grupo recebeu orientações sobre o que deveria criar: os grupos de Tales e Pitágoras deveriam criar uma ficção sobre o assunto; o grupo de Bháskara deveria criar uma propaganda; e o grupo da história da Matemática criaria um documentário. Salientei a eles que estes vídeos seriam inscritos no Festival de Vídeos Estudantil¹ e com isso deveriam organizar no grupo a equipe de produção: diretor, escritor, figurinista, atores, etc.

Depois de distribuídas as tarefas de cada grupo, estes começaram a escrever os roteiros, levando em consideração as pesquisas realizadas.

Foram combinadas datas para que fizéssemos as gravações no turno inverso. Estas foram realizadas em três dias, em locais diferenciados. O grupo do documentário não realizou gravação externa.

Ao gravar o vídeo de Tales de Mileto, o grupo apresentou dificuldade, pois uma parte foi gravada na praia e havia muito vento. Além disso, eles não sabiam como fariam a pirâmide. Tivemos que nos reunir novamente, em outro dia, para gravar e então resolveram desenhar a pirâmide ao invés de construí-la.

Enquanto estávamos gravando em turno inverso e os vídeos não estavam prontos, em uma das aulas separei as turmas em seis grupos e distribuí os livros e os assuntos: razão e proporção, propriedades das proporções, razão de dois segmentos, segmentos proporcionais, feixe de paralelas e propriedades de um feixe de retas paralelas. A distribuição dos assuntos deu – se por sorteio. Os grupos deveriam

¹ Esse Festival é realizado anualmente na cidade de Guaíba e está na sua nona edição. São exibidos e premiados vídeos produzidos por alunos de escolas públicas e privadas da região e de outros estados.

pesquisar o seu assunto nos livros e preparar uma aula de dez minutos para apresentar.

O grupo da razão e proporção chamou a atenção dizendo: "Esse conteúdo a gente já estudou quando era pequeno, vamos criar um exemplo então." Fizeram um cartaz com uma bandeira do Brasil grande e outra menor proporcional.

Todos os grupos apresentaram muito bem e poucos necessitaram de auxílio. Achei muito interessante que o grupo de feixe de paralelas, iniciou mostrando o conceito de paralelas, utilizando como exemplo as ruas que cercam a escola.

Após a apresentação de todos os grupos, entreguei uma folha com atividades sobre razão de segmentos e segmentos proporcionais. Ao entregar a folha, uma aluna comentou: "Ah sora, é só olhar nos cartazes dos grupos para resolver." E um outro aluno: "É só saber que razão é o quociente e usar a propriedade da proporção para resolver." Realizaram as atividades sem demonstrar muitas dificuldades, pois estes conteúdos já haviam sido estudados no sétimo ano e com o trabalho em grupo os alunos conseguiram revisar esses conceitos. Os cartazes produzidos pelos grupos e expostos na sala também ajudaram muito na realização das atividades, pois serviam de material de consulta para alguns alunos.

Iniciamos a aula seguinte assistindo aos quatro vídeos produzidos. A cada vídeo que íamos assistindo, a turma fazia críticas e dava sugestões, como: "Ah, o som podia ter ficado melhor"; "O texto está passando muito rápido"; "Esse ficou tri e deu para aprender sobre a história da matemática." Após assistir aos vídeos, um aluno questionou: "Sora, será que a gente pode aprender tudo só com vídeo, é bem melhor de entender assim."

O último vídeo assistido foi sobre Tales de Mileto. Questionei aos alunos então:

è Quem foi Tales de Mileto? Uma aluna respondeu: "Ele foi filósofo, astrônomo e também matemático e muito inteligente."

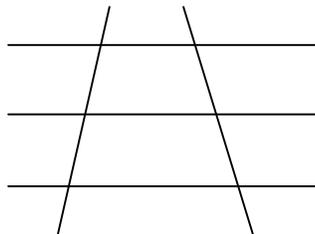
è Qual problema ele tinha para resolver? Outro aluno respondeu: "Ele tinha que medir a altura de uma pirâmide".

è O que ele fez para resolver o problema? Vários alunos responderam que ele cuidou o sol e a sombra da pirâmide, colocou uma estaca e mediu as sombras e a estaca e fez uma proporção.

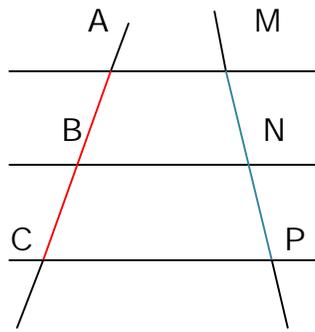
- è Que relação tem a solução do problema de Tales com os conteúdos apresentados pelos grupos? Vários responderam a razão e a proporção.
- è Será que a descoberta de Tales ainda pode ser utilizada hoje? Chamou – me a atenção a resposta de uma aluna: “Sora, acho que sim, no primeiro vídeo que a senhora mostrou, dizia que se não fosse a matemática um monte de coisa não ia existir, então acho que a descoberta de Tales é usada sim”.
- è Como você resolveria o problema da pirâmide? Uma aluna respondeu: “Eu ia usar uma corda para chegar até o alto da pirâmide e lá soltar a corda para assim conseguir medir a altura”.

Entreguei uma folha com um breve histórico sobre Tales de Mileto e o problema da pirâmide. Solicitei então que escrevessem como resolveriam o problema e onde poderiam utilizar o teorema de Tales nos dias de hoje. Os alunos trocavam idéias e todos conseguiram resolver essa atividade.

Na aula seguinte, iniciei desenhando no quadro um feixe de paralelas determinando, em duas transversais, segmentos proporcionais.



Perguntei aos alunos como poderia marcar os segmentos formados pela intersecção das transversais com as paralelas. Uma aluna comentou: “Sora, coloca nome para os pontos onde as retas se cruzam e marca cada segmento de reta que ficou de uma cor.” Assim fizemos, conforme a sugestão da aluna. Então outro aluno falou: “Esses segmentos não são proporcionais? Então vamos colocar cores iguais nos de cima e nos de baixo.”



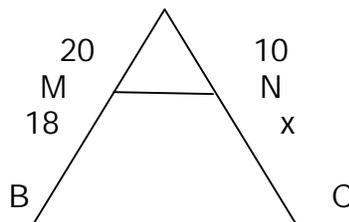
Arrumamos as cores e ficamos com os segmentos AB, BC, MN, NP. Atribuí valores para os segmentos AB, BC e MN e questionei como poderíamos descobrir o valor de NP. Um aluno comentou: “Se os segmentos são proporcionais, vamos usar a proporção.”

A partir do comentário desse aluno, construímos a lei que determina o Teorema de Tales da seguinte forma:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{MN}{NP}$$

Então, a partir do cálculo da proporção os alunos calcularam o valor do segmento NP do exemplo.

Desenhei então um triângulo com uma paralela a sua base traçada no seu interior, marquei os pontos de intersecção do lado com a base e com a paralela e coloquei valores em três segmentos e uma incógnita no outro segmento.



Perguntei aos alunos como iríamos fazer para descobrir o valor desconhecido. Uma aluna respondeu rapidamente: “É igual ao feixe de paralelas, porque tem duas paralelas e os lados do triângulo são as transversais.” Questionei a aluna o porque ela chegou a conclusão, e sua resposta foi que era só analisar a figura que podíamos perceber as paralelas e as transversais.

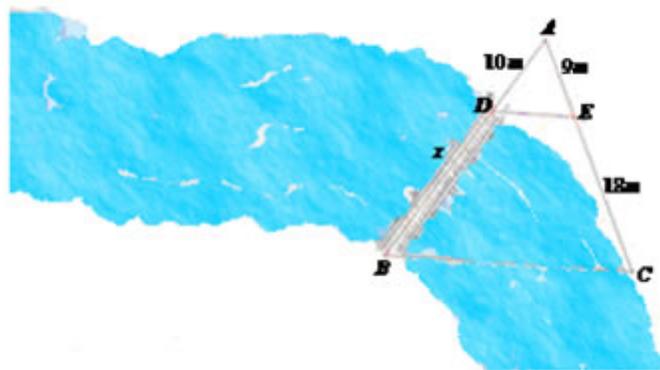
Acredito que ela chegou a esta conclusão pelo motivo de que sempre que falamos em feixe de paralelas destacávamos sempre as paralelas e as transversais de cores diferentes e ao mostrar as transversais mostrava que elas se cruzavam em algum ponto, o que tornava o desenho semelhante a um triângulo.

Calculamos então o valor desconhecido do segmento.

Entreguei à turma uma folha com atividades envolvendo feixes de paralelas e triângulos. Os alunos não demonstraram dificuldades na resolução.

Iniciei a última aula entregando uma folha com situações problemas envolvendo o teorema de Tales, como por exemplo o problema abaixo. Um aluno comentou: "Sora, esses problemas são coisas do nosso dia – a – dia, e para resolver a gente vai usar Tales, não vai?"

- 1) Calcule o comprimento da ponte que deverá ser construída sobre o rio, de acordo com o esquema a seguir.



Realizei a leitura dos problemas (Anexo 5) com os alunos e pedi que resolvessem. Um grupo de alunos reuniu – se e uns ajudavam os outros. Todos resolveram sem apresentar muitas dificuldades. Tiveram mais dúvida em um problema que envolvia polinômios, pois não lembravam como resolver a multiplicação de polinômios. Uma aluna solicitou: "Sora, isso é aquilo que aprendemos ano passado? Dá para a senhora mostrar um no quadro?".

Relembrei com a turma os polinômios e todos resolveram a questão.

Separei a turma em duplas e solicitei que cada uma criasse um problema semelhante aos resolvidos. Após todas as duplas entregarem seus problemas, os mesmos foram distribuídos para que os colegas resolvessem. Em seguida, corrigimos as atividades. Após a correção um aluno comentou: “Essa matéria foi bem fácil de aprender, com o vídeo e com os problemas, aprendi bem rapidinho.”

O comentário realizado pelo aluno chamou – me muito a atenção, pois pela primeira vez um aluno verbaliza que um conteúdo é fácil.

Acredita – se que o conteúdo tornou – se agradável e fácil, pois foram utilizados recursos tecnológicos auxiliando as atividades de construção do conhecimento tornando – o mais agradável.

Além do recurso do vídeo, como foi lido em Santos (2007) o professor deve dar significado ao que vai ensinar para atrair o interesse do aluno.

Ao trabalhar com a resolução de problemas, o professor usa os conceitos matemáticos em situações do dia – a – dia, favorecendo o desenvolvimento de uma atitude positiva do aluno em relação à Matemática. Nos tempos atuais, não é suficiente fazer mecanicamente as operações, é preciso saber como e quando usá – las convenientemente na resolução de um problema.

Usualmente este conteúdo é trabalhado de forma bem tradicional, onde o professor traz a “fórmula” pronta e os desenhos. Mostra alguns exemplos no quadro, de como fazer o cálculo e depois uma lista de exercícios, conforme podemos observar na maioria dos livros analisados anteriormente.

Conforme Pereira (2005), salienta em sua dissertação o uso da história da Matemática, resolvi usar este conteúdo como um meio para abordar o teorema de Tales.

Hoje o mundo nos exige pessoas ativas e participantes que precisarão tomar decisões rápidas e precisas. Portanto, é necessário formar cidadãos matematicamente alfabetizados que saibam resolver, de modo criativo e preciso, seus problemas do cotidiano.

A seção a seguir apresenta uma análise das hipóteses lançadas anteriormente.

2.3 ANÁLISE DAS HIPÓTESES

Nesta seção, vamos analisar as hipóteses lançadas anteriormente, para verificar quais realmente foram validadas ou não.

Hipótese 1: os alunos demonstrarão interesse pelo vídeo da História da Matemática.

O interesse dos alunos pelo vídeo foi constatado pela atenção que tiveram ao assisti-lo. Pode – se observar esse interesse pelo fato de estarem atentos ao vídeo, como ilustra a Figura 3, e também pelos comentários interessantes que fizeram dois alunos, como se pode observar nas Figuras 4 e 5.



Figura 3 – Alunos assistindo ao vídeo “História da Matemática”

Os pontos mais interessantes no vídeo "História da Matemática" foram.

- A matemática começou 30.000 a.C.
- Não teria muitas coisas que se tem hoje como: internet...
- Tales de Mileto em 575 a.C. usou a geometria para resolver cálculos como a altura de uma pirâmide.
- Pitágoras foi o 1º a mencionar a palavra matemática em 530 anos a.C.
- Arquimedes criou catapultas.
- Galileu criou o compasso e é considerado o melhor matemático.
- Usamos matemática em quase tudo.
- "Não há nada tão grande que não se possa ser medido".

Figura 4 – Pontos mais interessantes do vídeo, salientado por um aluno

Os pontos mais interessantes no vídeo "História da Matemática" foram.

Em 30.000 anos a.C. foi desenvolvida a matemática no período paleolítico pelos gregos.
Pitágoras foi o primeiro a mencionar a palavra matemática em 530 a.C.
Arquimedes afirmou: "Nada é tão grande que não possa ser medido".
Tales de Mileto em 575 a.C. usou a geometria para medir uma pirâmide.
Galileu criou o primeiro compasso.
Arquimedes criou a catapulta para tirar as matemáticas.
A matemática ajudou a marcar a cartografia do globo.
"A matemática é a ciência que usamos até hoje".

Figura 5 – Pontos mais interessantes do vídeo, salientando por uma aluna

A partir do vídeo os alunos perceberam que a Matemática sempre foi utilizada por todos os povos e que os teoremas, instrumentos e cálculos foram criados para solucionar problemas da época, e que até hoje muitos desses recursos ainda são

utilizados. Pode – se perceber nas respostas dos alunos que as datas e os feitos dos matemáticos chamou muito a atenção deles.

Hipótese 2: os alunos irão criar vídeos de forma criativa sobre a história da Matemática, destacando algum matemático em específico.

Ao distribuir o assunto dos vídeos, três grupos demonstraram interesse e realizaram a pesquisa, escrevendo os roteiros com criatividade e demonstram preocupação com as gravações. Por exemplo, o grupo sobre Tales de Mileto escreveu um roteiro (ver Anexo 3) interessante, pois de maneira criativa conseguiu transmitir a mensagem sobre o Teorema de Tales, trazendo uma situação do cotidiano em que um aluno precisa estudar o conteúdo para uma prova e acaba sonhando com a matéria e, em sonho, entende o conteúdo para a prova. Isso mostra que os alunos, quando incentivados e motivados, revelam sua criatividade e imaginação, muitas vezes contida pela falta de oportunidades que a escola lhes oferece. Atividades deste tipo permitem que os alunos organizem ideias, estruturam seu pensamento, refletindo sobre os assuntos que estão sendo trabalhados.

Já o grupo que fez o roteiro sobre Bháskara não apresentou um roteiro (ver Anexo 4) interessante, pois acabaram somente lendo a história de Bháskara, falando os livros que produziu sem criatividade e não mostrando nada sobre a fórmula de Bháskara. Além disso, somente um aluno é que apresentava o conteúdo no vídeo os demais eram apenas coadjuvantes.

Este grupo não conseguiu realizar todo o roteiro em aula e também não o entregou antes das filmagens. Os integrantes desse grupo apresentam desinteresse em todas as disciplinas e não realizam grande parte das atividades que são propostas. Como o roteiro só foi entregue junto com vídeo já pronto não pude interferir. O que também prejudicou um pouco o grupo foi à escolha pela propaganda, que é a temática mais complicada de se resolver, mas por ser a de menor duração o grupo a escolheu achando que seria fácil.

O documentário sobre a História da Matemática foi realizado com muita criatividade, onde o grupo inclusive realizou uma entrevista com várias pessoas sobre o que elas conheciam sobre a matemática.

A ficção sobre Pitágoras, foi realizada com muito interesse, os alunos relataram sobre as pesquisas do matemático e relataram como era a Escola Pitagórica. Explicaram o teorema de Pitágoras, realizando a sua demonstração.

Esta hipótese foi validada em parte, pois um dos grupos não demonstrou muito interesse e criou um vídeo sem muita criatividade. Pode – se diagnosticar que a temática propaganda atrapalhou o grupo e também a falta de interesse dos mesmos. Ao realizar este atividade novamente não usarei a propaganda, somente a ficção e o documentário, pois percebe – se que nem todos os tipos de vídeos podem ser utilizados na construção do conhecimento matemático, por ser muito difícil sua construção.

Hipótese 3: o vídeo sobre Tales de Mileto, produzido pelos alunos, despertará o interesse e a curiosidade em aprender o Teorema de Tales, entendendo seu significado e aplicabilidade.

Os alunos assistiram a todos os vídeos com interesse, mas deram maior atenção ao vídeo sobre Tales de Mileto, pois como podemos observar na Figura 4, os alunos estão muito atentos ao vídeo que está sendo exibido. Além disso, faziam comentários durante a exibição, como: “Concordo com o personagem, não entendo muitas coisas de matemática.”, “Nossa, como eles vão fazer para medir a altura da pirâmide?”, “Os matemáticos eram muito espertos, usavam até o sol para ajudar.”, “Queria aprender em sonho também.”, “Sora, quando vamos estudar Tales? Quero ver como ele fez e resolver problemas também.”, “Eles descobriam as coisas de matemática porque precisavam resolver problemas. Legal!” Estes comentários revelam que os alunos despertaram o interesse pelo assunto Teorema de Tales, além de visualizar as aplicações da Matemática na vida real.

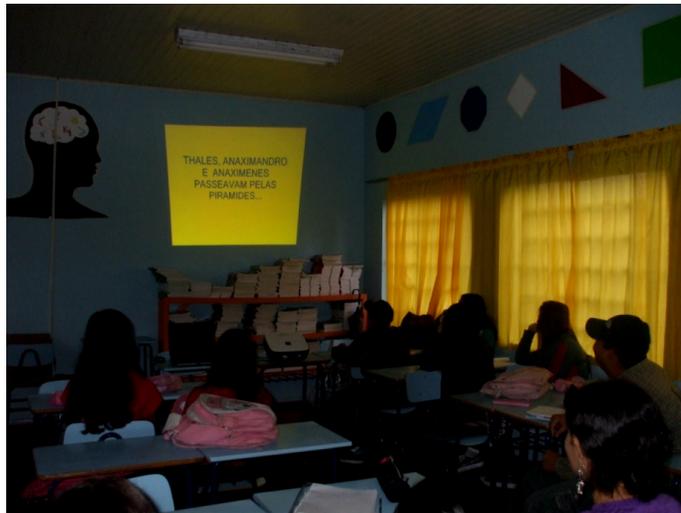
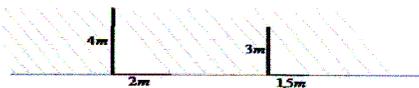


Figura 6 – Alunos assistindo ao vídeo sobre Tales de Mileto

Após assistir ao vídeo, os alunos questionaram como Tales havia medido a altura da pirâmide e então começamos a conversar sobre a história de Tales e todos demonstraram curiosidade em aprender o Teorema de Tales. Ao entregar a folha com breve resumo sobre a história de Tales, com a ilustração do problema da pirâmide (ver Anexo 2), todos deveriam criar uma estratégia de como poderiam descobrir a altura da pirâmide. Podemos ver uma das estratégias apresentadas pelos alunos na Figura 7.

Tales de Mileto foi um importante filósofo, astrônomo e matemático grego que viveu antes de Cristo. Ele usou seus conhecimentos sobre Geometria e proporcionalidade para determinar a altura de uma pirâmide. Em seus estudos, Tales observou que os raios solares que chegavam à Terra estavam na posição inclinada e eram paralelos, dessa forma, ele concluiu que havia uma proporcionalidade entre as medidas da sombra e da altura dos objetos, observe a ilustração:



Com base nesse esquema, Tales conseguiu medir a altura de uma pirâmide com base no tamanho da sua sombra. Para tal situação ele procedeu da seguinte forma: fincou uma estaca na areia, mediu as sombras respectivas da pirâmide e da estaca em uma determinada hora do dia e estabeleceu a proporção:

$$\frac{\text{altura da pirâmide}}{\text{sombra da pirâmide}} = \frac{\text{altura da estaca}}{\text{sombra da estaca}}$$

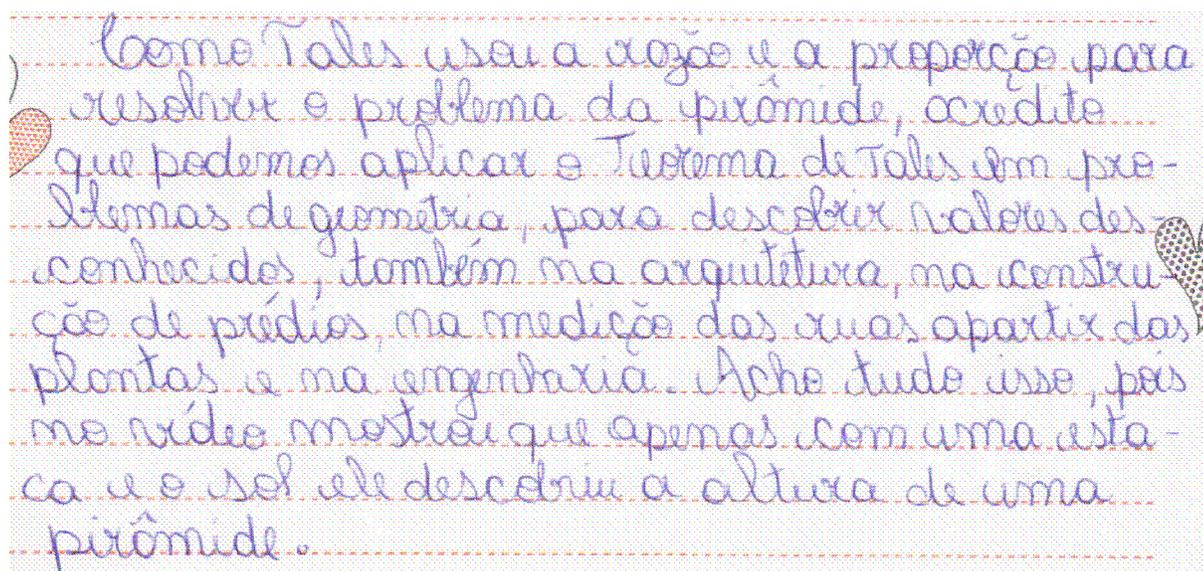


Para medir a altura da pirâmide eu:
 Observei uma corda para chegar até o alto da pirâmide, e da saltar a corda para assim conseguir medir a altura.

Figura 7 – Estratégia criada por uma aluna para medir a altura da pirâmide

A grande maioria dos alunos pensou em utilizar cordas para medir a altura da pirâmide. Outros pensaram em subir ao topo da pirâmide e lá de cima utilizar o metro. Todas as respostas foram parecidas, portanto respostas interessantes.

Quando a aplicabilidade do Teorema de Tales, após assistir ao vídeo, todos demonstraram entender. Podemos perceber pela Figura 8, onde encontramos a resposta de um aluno quando questionado sobre onde podemos utilizar o Teorema de Tales.



Como Tales usou a razão e a proporção para resolver o problema da pirâmide, acredito que podemos aplicar o Teorema de Tales em problemas de geometria, para descobrir valores desconhecidos, também na arquitetura, na construção de prédios, na medição das ruas a partir das plantas e na engenharia. Acho tudo isso, pois no vídeo mostrou que apenas com uma haste e o sol ele descobriu a altura de uma pirâmide.

Figura 8 – Resposta de um aluno a aplicabilidade do teorema de Tales

A hipótese foi validada, pois com os comentários dos alunos sobre o vídeo, percebe – se que apresentaram interesse em aprender o teorema de Tales.

Com o vídeo os alunos perceberam a utilidade do teorema e reconheceram para que Tales o usou. A partir das respostas dos alunos quando a aplicabilidade do teorema, percebe – se que os mesmos reconhecem que este teorema ainda é utilizado hoje em diferentes áreas.

Hipótese 4: pressuponho que, ao desenvolver o trabalho, os alunos compreendam o teorema de Tales, aplicando-o corretamente nas situações problemas propostas.

Após a dedução do teorema de Tales, observou-se que os alunos adquiriram conhecimentos sobre o mesmo e o aplicaram nas atividades propostas.

Na Figura 9, vemos que o aluno do nono ano resolveu a atividade corretamente aplicando o teorema de Tales. Diferente do aluno entrevistado, este, ao resolver, demonstrou compreender o problema, não realizando somente de forma mecanizada.

QUESTÃO 03 – Determine a medida x indicada na figura abaixo

a) $x = 2,2$
 b) $x = 2,4$
 c) $x = 2,6$
~~x = 2,8~~

$\frac{x}{1,4} = \frac{2,4}{1,2}$

$1,2 \cdot x = 2,4 \cdot 1,4$

$1,2 \cdot x = 3,36$

$x = \frac{3,36}{1,2}$

$x = 2,8$

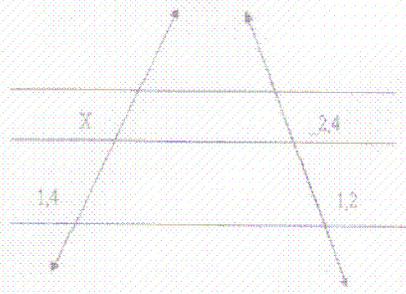


Figura 9 – Resolução da atividade

Foi observado que os alunos aplicaram o teorema de Tales na resolução de problemas do dia-a-dia, sem apresentar dificuldades.

Nas Figuras 10 e 11, podemos observar a resolução de dois problemas por diferentes alunos.

QUESTÃO 02 – Uma estaca tem 1,50 m e projeta uma sua sombra 2,20 m ao mesmo tempo em que um poste projeta uma sombra de 4,90 m. Qual é a altura do poste?

a) 3,34 metros
 b) 3,55 metros
 c) 4,06 metros
 d) 4,52 metros

$\frac{1,50}{x} = \frac{2,20}{4,90}$

$1,50 \cdot 4,90 = 2,20 \cdot x$

$7,35 = 2,20x$

$x = \frac{7,35}{2,20}$

$x = 3,34$

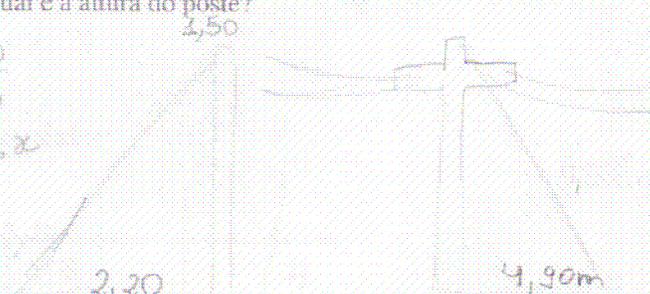


Figura 10 – Resolução do problema por uma aluna

5) Ao realizar a instalação elétrica de um edifício, um eletricista observou que os dois fios r e s eram transversais aos fios da rede central demonstrados por a, b, c, d. Sabendo disso, calcule o comprimento x e y da figura. Os fios da rede são paralelos.

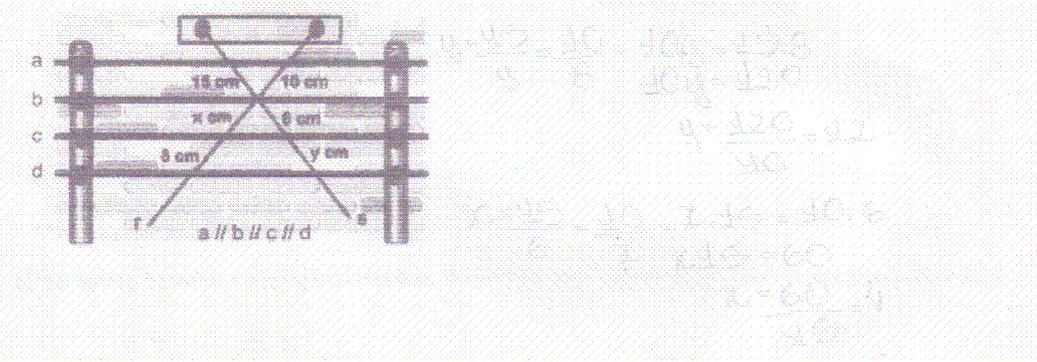


Figura 11 – Resolução do problema por um aluno

Na resolução dos problemas realizada pelos alunos, podemos observar que os mesmo aplicaram corretamente o teorema de Tales e que inclusive para auxiliar na sua resolução realizaram a construção do problema através de desenho, demonstrando a sua compreensão da situação apresentada.

Os demais alunos da turma resolverem os problemas sem maiores dificuldades, a maioria deles também realizou o desenho para melhor visualização.

Se este trabalho não fosse realizado, acredito que os alunos não conseguiriam resolver situações problemas com tanta facilidade. Conseguiram resolver exercícios sem contexto, atividades somente com desenhos, como por exemplo a atividade da Figura 9.

Hipótese 5: os alunos criarão bons problemas para serem trabalhados com a turma.

Quanto à criação de problemas, várias duplas superaram as expectativas e criam situações problemas com criatividade e coesão.

Na Figura 12 podemos observar um problema criado pelas duplas.

4. Dois postes paralelos de diferentes tamanhos são ligados por um fio de 8m de comprimento, e o fio se prolonga até o chão por 4m. De um poste ao outro tem uma distância de 4m e do poste em que o fio está preso ao chão até o poste há um valor x . Descubra o valor x .

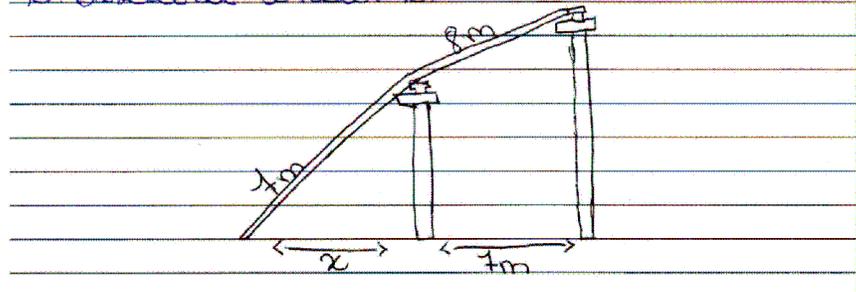


Figura 12 – Problema criado pelos alunos

Porém algumas duplas criaram problemas mais simples e semelhantes aos trabalhados em aula, como podemos observar na Figura 13.

Um casal foi até o escritório de um engenheiro famoso para construir sua casa. Este porém tinha poucas informações sobre o terreno. Sabia somente o que estava na planta, como mostra o desenho abaixo para construir a casa. Precisaria saber o valor desconhecido na planta. Ajude a descobrir este valor:

Figura 13 – Problema criado semelhante ao trabalhado em aula

Esta proposta de trabalho obteve êxito com os alunos do nono ano. Foi possível mostrar à turma que o conteúdo trabalhado pode ser utilizado em nosso cotidiano e que existem maneiras diferentes, interessantes e criativas de se estudar a matemática. Quanto às atividades, foi possível perceber que, com elas, pode – se fazer com que os alunos compreendam o teorema de Tales e os resultados mostram que este é um dos caminhos para que os alunos compreendam o teorema de Tales.

Sempre observei que a metodologia tradicional, com listas de exercícios e exemplos prontos no quadro não trazia muito significado para os alunos e eles acabavam realizando as operações mecanicamente. Percebe – se a necessidade de uma metodologia que envolva o cotidiano do aluno, a resolução de problemas, que desperte interesse dos mesmos e que estes possam de forma criativa buscar o conhecimento e interagir com seus colegas.

Com certeza esta metodologia será utilizada novamente em minha prática docente, porém não produzirei junto com os alunos vídeos de propaganda, mas o restante repetirei, pois pode observar o crescimento dos alunos e seu interesse pelo assunto.

2.3 SÍNTESE DO QUE FOI FEITO

Este trabalho tratou do ensino do teorema de Tales a partir da História da Matemática e esteve voltado para o aluno do ensino fundamental do nono ano. Utilizou como recurso didático problemas, vídeo sensibilizador e a produção de vídeo.

Para tentar obter uma melhoria no cenário do ensino e da aprendizagem, foi desenvolvido um plano de ensino cujo principal objetivo foi sanar as dificuldades encontradas no processo ensino–aprendizagem do Teorema de Tales, propondo uma mudança na metodologia de ensino desse conteúdo trazendo uma abordagem histórica de assunto. As teorias estudadas foram de suma importância na decisão e elaboração deste trabalho, os autores lidos mostram que para haver um processo de verdadeiro aprendizagem é preciso despertar o interesse do aluno e dar significado ao que vai ser ensinado.

Para isso foi utilizado tecnologias, que estão presentes na vida destes alunos e também uma abordagem histórica mostrando a aplicabilidade do conteúdo a ser aprendido.

Antes de iniciar a prática, foram formuladas seis hipóteses, comentadas anteriormente.

Os dados coletados na prática validaram as hipóteses no que diz respeito ao interesse dos alunos pelo vídeo sensibilizador, ao interesse e curiosidade em aprender o teorema de Tales, a aplicabilidade do teorema, a apropriação do conhecimento aplicando-o corretamente na resolução de problema. As demais hipóteses foram validadas em parte.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Acredito que esta prática contribuiu de várias formas para uma melhor compreensão do conteúdo e do recurso escolhido, pois consegui identificar as dificuldades na aprendizagem do Teorema de Tales, a partir das reflexões sobre a prática usual e da entrevista realizada com alunos do ensino médio e aprendi como se pode utilizar um vídeo em sala de aula de forma produtiva. Além disso, percebi que trabalhar com a história da Matemática, de forma diferenciada, contribui muito para o aprendizado dos alunos.

Com este trabalho, foi possível perceber que a atividade de produção de vídeos com os alunos é possível e que para eles é prático e prazeroso, pois possuem muita facilidade com a tecnologia, pois a mesma está cada vez mais presente na vida das crianças e adolescentes. Estes, estão cada vez mais cedo a fazer uso de tais artifícios, seja para se comunicarem, para se divertirem ou para servir de suporte para os estudos.

Ao realizar as gravações dos vídeos, algumas dificuldades surgiram, como por exemplo alguns vídeos foram filmados ao ar livre e o vento acabou atrapalhando as gravações sendo necessário refazer – las. Mesmo com as dificuldades os alunos não desanimaram e cada vez que algo acontecia eles encaravam como mais um desafio a vencer. O que os motivou muito a realizar os vídeos também foi o fato de participarem do Festival de Vídeos Estudantis.

Os alunos receberam várias orientações para a realização do vídeo, participando de oficinas de diretor, figurinista, roteirista, oferecidas pela secretaria municipal de educação.

Santos (2007) discute em sua dissertação que muitas das dificuldades dos alunos é resultado de ensinarmos apenas procedimentos e regras.

Com a prática, observei que realmente ao trabalhar de forma diferenciada e utilizando a abordagem do ponto de vista da história da Matemática, muitas das dificuldades encontradas pelos alunos de anos anteriores, onde trabalhava somente a teoria, regras e exercícios, foram sanadas. Com esta prática, os alunos conseguiram entender o significado e a aplicabilidade do teorema de Tales.

Compreendi que é muito importante a utilização das mídias digitais em aula, pois estas fazem parte da vida dos alunos e os mesmos demonstram muito mais interesse em aprender quando podem utilizar recursos tecnológicos.

Constatei que algumas dificuldades na compreensão do teorema de Tales foram superadas, pois a partir dos trabalhos apresentados e da dedução da lei que determina o teorema, os alunos conseguiram entender os segmentos proporcionais. Ao assistir o vídeo da História de Tales, perceberam que o teorema tem aplicabilidade, que foi criado para realizar cálculos da época e, com isso, conseguiram aplicar o teorema em situações reais.

Percebi mudanças no comportamento dos alunos, que no início não estavam levando a sério o vídeo e achando muito complicado ter que produzir um vídeo de matemática. No final da prática, no entanto, estavam muito entusiasmados com o trabalho e com os vídeos produzidos, principalmente por saber que estes seriam inscritos no Festival de Vídeo Estudantil.

Quanto à mudança no conhecimento dos alunos, constatei que, ao assistir aos vídeos sobre a história da Matemática e sobre os matemáticos, assimilaram muito bem o que foi exposto, pois ao trabalhar a equação do segundo grau após esta prática vários comentavam o que tinham ouvido sobre Bháskara, sem nem mesmo ter sido questionado.

Após a prática, identifiquei efeitos positivos na escola e nos colegas professores. A escola valorizou muito os vídeos produzidos pelos alunos e os colegas ficaram surpresos com o interesse de alguns alunos sobre o conteúdo que foi trabalhado. Outros professores, ao assistir as produções dos alunos, ficaram admirados e realizaram atividades semelhantes utilizando como tema a Copa do Mundo.

Acredito que quando o aluno é desafiado e motivado a aprender, consegue ter uma aprendizagem prazerosa e com mais facilidade, resolvendo assim situações problemas e criando estratégias até mesmo para a solução de problemas do seu cotidiano.

Por fim, acredito que o professor deve ser flexível e procurar sempre inovar a sua prática, sem medo de utilizar recursos tecnológicos e sem subestimar os seus discentes, pois esses são criativos e não tem medo de errar.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: língua portuguesa – 5ª a 8ª série**. Brasília, 1998.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática – 5ª a 8ª série**. Brasília, 1998.

DANTE, Luis R. **Didática na resolução de problemas de matemática**. São Paulo: Ática, 1989.

História da Matemática. Vídeo disponível em:
<http://www.youtube.com/watch?v=QT5LFeej5gl>

GIOVANNI, José Ruy; CASTRUCCI, Benedito; JÚNIOR, José Ruy Giovanni. **A conquista da Matemática: a + nova**. 8ª série. São Paulo: FTD, 2002.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antonio. **Matemática e realidade: 8ª série**. 5ª ed. São Paulo: Atual, 2005.

MIGUEL, Antonio; MIORIM, Maria Ângela. **História na Educação Matemática: propostas e desafio**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

MORAN, José Manuel. **Comunicação e Educação**. São Paulo: Ed. Moderna, 1995.

PEREIRA, Ana Carolina Costa. **Teorema de Thales: Uma conexão entre os aspectos geométrico e algébrico em alguns livros didáticos de Matemática**. 2007. 133f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade Estadual Paulista, São Paulo, 2005. Disponível em http://www.athena.biblioteca.unesp.br/exlibris/bd/brc/33004137031P7/2005/pereira_acc_me_rcla.pdf. Acesso em 14 de abril de 2010.

Projeto Araribá: **Matemática 8ª série**. Obra coletiva, concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna; editora responsável Juliane Matsuhara Barroso. 1º ed. São Paulo: Moderna, 2006.

SANTOS, Claudiomar Abadio dos. **A história da matemática como ferramenta no processo de ensino – aprendizagem da matemática**. 2007. 94f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2008. Disponível em http://www.pucsp.br/pos/edmat/mp/SANTOS_claudiomar_abadio.html. Acesso em 14 de abril de 2010.

Anexos

Anexo 1

Textos entregues aos alunos para pesquisa

História da Matemática

Matemática é uma ciência que foi criada a fim de contar e resolver problemas cujas existências tinham finalidades práticas. Teorias das mais complexas contadas por matemáticos sobrevoaram a mente humana de como a matemática foi criada.

Essa ciência difícil e com complexidades pós o conhecimento humano foi criada a partir dos primeiros seres racionais, há milhões de anos dos Homo sapiens. Ela foi criada com o intuito de inventar uma lei sobre todas as quais ela é soberana e determina o possível e o impossível com uma questão de lógica. Essa lógica serviu para os primeiros raciocínios, desde trocas à vendas, de que nossos ancestrais necessitavam.

Até mesmo hoje, ela supera todas as ciências em necessidade humana, chegando até a superar a necessidade de se comunicar por meio de um idioma compreensível de tal região.

A matemática foi, é, e será uma grande necessidade humana. Nossos ancestrais também necessitavam de conhecimento dentre os quais poderiam se comunicar, comerciar e trocar. Desde aí, os princípios básicos do início da matemática foram se aperfeiçoando.

Poucos milênios antes de Cristo, a inteligência humana se desenvolveu mais, e a necessidade de uma ciência complicada para resolver desde os mais simples problemas até grandes vendas também.

Os grandes matemáticos surgiram antes de Cristo e depois de Cristo, inventando novas fórmulas, soluções e cálculos.

A inteligência do homem era algo tão magnífico, que a matemática evoluiu mais rápido do que as próprias conclusões e provas matemáticas do homem.

Adição, subtração, multiplicação, divisão, raiz quadrada, potência, frações, razões, equações, inequações, termos, leis, conjuntos, etc, todos esses princípios e centenas de milhares de outros estavam dentro da ciência complexa, difícil, explicável e lógica que se chamava Matemática.

Antigos acreditavam que a soma de duas unidades de algo, somado a mais outras duas unidades de algo, daria quatro. Comprovado pela matemática de sumérios, os primeiros grandes astrônomos e filósofos deram o essencial a essa complexidade. Vários povos se destacaram, como os egípcios, sumérios, babilônios e gregos. Grandes mentes surgiram e inventaram outros princípios mais complexos e mais difíceis.

Por volta dos séculos IX e VIII A.C., a matemática engatinhava na Babilônia. Os babilônios e os egípcios já tinham uma álgebra e uma geometria, mas somente o que bastasse para as suas necessidades práticas, e não de uma ciência organizada. Na Babilônia, a matemática era cultivada entre os escrivas responsáveis pelos tesouros reais.

Apesar de todo material algébrico que tinham os babilônios e egípcios, só podemos encarar a matemática como ciência, no sentido moderno da palavra, a partir dos séculos VI e V A.C., na Grécia. A matemática grega se distingue da babilônica e egípcia pela maneira de encará-la. Os gregos fizeram-na uma ciência propriamente dita sem a preocupação de suas aplicações práticas.

Do ponto de vista de estrutura, a matemática grega se distingue da anterior, por ter levado em conta problemas relacionados com processos infinitos, movimento e continuidade.

As diversas tentativas dos gregos de resolverem tais problemas fizeram com que aparecesse o método axiomático-dedutivo.

O método axiomático-dedutivo consiste em admitir como verdadeiras certas preposições (mais ou menos evidentes) e a partir delas, por meio de um encadeamento lógico, chegar a proposições mais gerais.

As dificuldades com que os gregos depararam ao estudar os problemas relativos a processos infinitos (sobretudo problemas sobre números irracionais) talvez sejam as causas que os desviaram da álgebra, encaminhando-os em direção à

geometria. Realmente, é na geometria que os gregos se destacam, culminando com a obra de Euclides, intitulada "Os Elementos".

Sucedendo Euclides, encontramos os trabalhos de Arquimedes e de Apolônio de Perga.

Arquimedes desenvolve a geometria, introduzindo um novo método, denominado "método de exaustão", que seria um verdadeiro germe do qual mais tarde iria brotar um importante ramo de matemática (teoria dos limites).

Apolônio de Perga, contemporâneo de Arquimedes, dá início aos estudos das denominadas curvas cônicas: a elipse, a parábola, e a hipérbole, que desempenham, na matemática atual, papel muito importante.

No tempo de Apolônio e Arquimedes, a Grécia já deixara de ser o centro cultural do mundo. Este, por meio das conquistas de Alexandre, tinha-se transferido para a cidade de Alexandria. Depois de Apolônio e Arquimedes, a matemática graga entra no seu ocaso. A 10 de dezembro de 641, cai a cidade de Alexandria sob a verde bandeira de Alá. Os exércitos árabes, então empenhados na chamada Guerra Santa, ocupam e destroem a cidade, e com ela todas as obras dos gregos. A ciência dos gregos entra em eclipse. Mas a cultura helênica era bem forte para sucumbir de um só golpe; daí por diante a matemática entra num estado latente.

Os árabes, na sua arremetida, conquistam a Índia encontrando lá um outro tipo de cultura matemática: a Álgebra e a Aritmética. Os hindus introduzem um símbolo completamente novo no sistema de numeração até então conhecido: o ZERO. Isto causa uma verdadeira revolução na "arte de calcular". Dá-se início à propagação da cultura dos hindus por meio dos árabes. Estes levam à Europa os denominados "Algarismos arábicos", de invenção dos hindus.

Um dos maiores propagadores da matemática nesse tempo foi, sem dúvida, o árabe Mohamed Ibn Musa Alchwarizmi, de cujo nome resultaram em nossa língua as palavras algarismos e Algoritmo.

Alehwrizmi propaga a sua obra, "Aldschebr Walmakabala", que ao pé da letra seria: restauração e confronto. (É dessa obra que se origina o nome Álgebra). A matemática, que se achava em estado latente, começa a se despertar. No ano 1202, o matemático italiano Leonardo de Pisa, cognominado de "Fibonacci"

ressuscita a Matemática na sua obra intitulada "Leber abaci" na qual descreve a "arte de calcular" (Aritmética e Álgebra). Nesse livro Leonardo apresenta soluções de equações do 1º, 2º e 3º graus.

Nessa época a Álgebra começa a tomar o seu aspecto formal. Um monge alemão. Jordanus Nemorarius já começa a utilizar letras para significar um número qualquer, e ademais introduz os sinais de + (mais) e - (menos) sob a forma das letras p (plus = mais) e m (minus = menos).

Outro matemático alemão, Michael Stifel, passa a utilizar os sinais de mais (+) e menos (-), como nós os utilizamos atualmente. É a álgebra que nasce e se põe em franco desenvolvimento. Tal desenvolvimento é finalmente consolidado na obra do matemático francês, François Viète, denominada "Algebra Speciosa".

Nela os símbolos alfabéticos têm uma significação geral, podendo designar números, segmentos de retas, entes geométricos etc.

No século XVII, a matemática toma nova forma, destacando-se de início René Descartes e Pierre Fermat. A grande descoberta de R. Descartes foi sem dúvida a "Geometria Analítica" que, em síntese, consiste nas aplicações de métodos algébricos à geometria.

Pierre Fermat era um advogado que nas horas de lazer se ocupava com a matemática. Desenvolveu a teoria dos números primos e resolveu o importante problema do traçado de uma tangente a uma curva plana qualquer, lançando assim, sementes para o que mais tarde se iria chamar, em matemática, teoria dos máximos e mínimos.

Vemos assim no século XVII começar a germinar um dos mais importantes ramos da matemática, conhecido como Análise Matemática. Ainda surgem, nessa época, problemas de Física: o estudo do movimento de um corpo, já anteriormente estudados por Galileu Galilei. O Cálculo Diferencial aparece pela primeira vez nas mãos de Isaac Newton (1643-1727), sob o nome de "cálculo das fluxões", sendo mais tarde redescoberto independentemente pelo matemático alemão Gottfried Wilhelm Leibniz. A Geometria Analítica e o Cálculo dão um grande impulso à matemática.

Seduzidos por essas novas teorias, os matemáticos dos séculos XVII e XVIII, corajosa e despreocupadamente se lançam a elaborar novas teorias analíticas. Mas

nesse ímpeto, eles se deixaram levar mais pela intuição do que por uma atitude racional no desenvolvimento da ciência. Não tardaram as consequências de tais procedimentos, começando por aparecer contradições.

Pode-se afirmar que tal revisão foi a "pedra angular" da matemática. Essa revisão se inicia na Análise, com o matemático francês Louis Cauchy (1789 - 1857), professor catedrático na Faculdade de Ciências de Paris.

Cauchy realizou notáveis trabalhos, deixando mais de 500 obras escritas, das quais destacamos duas na Análise: "Notas sobre o desenvolvimento de funções em séries" e "Lições sobre aplicação do cálculo à geometria".

Paralelamente, surgem geometrias diferentes da de Euclides, as denominadas Geometrias não euclidianas. Por volta de 1900, o método axiomático e a Geometria sofrem a influência dessa atitude de revisão crítica, levada a efeito por muitos matemáticos, dentre os quais destacamos D. Hilbert, com sua obra "Fundamentos da Geometria" ("Grudlagen der Geometrie" título do original), publicada em 1901.

A Álgebra e a Aritmética tomam novos impulsos. Um problema que preocupava os matemáticos era o da possibilidade ou não da solução de equações algébricas por meio de fórmulas que aparecessem com radicais. Já se sabia que em equações do 2º e 3º grau isto era possível; daí surgiu a seguinte questão: será que as equações do 4º grau em diante admitem soluções por meio de radicais?

Em trabalhos publicados por volta de 1770, Lagrange (1736 - 1813) e Vandermonde (1735-96) iniciaram estudos sistemáticos dos métodos de resolução.

À medida em que as pesquisas se desenvolviam no sentido de achar tal tipo de resolução, ia se evidenciando que isso não era possível.

Bhaskara

Bhaskara nasceu em 1114, na Índia, numa terra chamada Vijalavida (da qual se desconhece a localização) e morreu, provavelmente, em 1193, aos 79 anos. O seu pai, Mahervara (1078-?), foi astrônomo e o seu professor. Bhaskara escreveu o *Siddhanta Siromani*, aos 36 anos, em 1150. O seu manuscrito está dividido em quatro partes – **Lilavati** (A Bela) sobre aritmética; *Bijaganita* sobre a álgebra, *Goladhyaya* sobre a

esfera, ou seja sobre o globo celeste e *Grahaganita* sobre a matemática dos planetas. O seu livro foi usado em toda a Índia, tendo substituído maior parte dos textos que eram utilizados até então, como o do astrônomo indiano Lalla (720 - 790), mas só saiu as fronteiras da Índia no século XVI. Nessa altura foi traduzido para persa por Faizi (1587). Foi este tradutor que introduziu a história de que Lilavati era o nome da filha de Bhaskara.

De acordo com essa história, a partir do seu horóscopo, Bhaskara tinha previsto o dia e a hora propícia para o casamento da sua filha. Para saber a hora exata tinha construído um relógio, colocando um copo com um pequeno orifício, por onde entrava água, numa vasilha cheia de água. De tal forma que ao início da hora exata do casamento o copo afundar-se-ia. Quando tudo estava pronto, Lilavati, cheia de curiosidade, inclinou-se sobre a vasilha e uma perola do seu vestido caiu no copo e bloqueou o orifício. A hora do casamento passou sem que o copo se afundasse. Lilavati nunca se casou. Para consolar a sua filha Bhaskara prometeu escrever-lhe um livro de matemática! É natural que a história tenha sido inventada por Faizi, mas Bhaskara escreveu realmente o livro com o nome de uma mulher.

A fórmula de Bhaskara

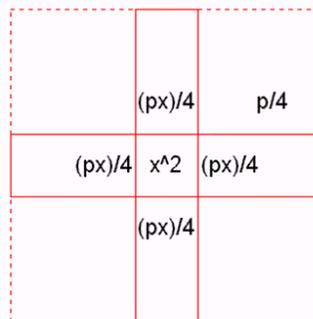
As referências mais antigas sobre a resolução de problemas envolvendo equações do segundo grau foram encontradas em textos babilônicos escritos há cerca de 4 000 anos atrás.

Embora os babilônios tivessem conseguido resolver muitos problemas matemáticos envolvendo equações quadráticas, cada problema era resolvido para aquele caso particular e sua solução era uma espécie de receita prática, que não especificava nem a sua **fórmula geral** (se houvesse), nem o modo como a solução tinha sido obtida. Embora essas "receitas" , quando aplicadas a problemas do segundo grau, conduzissem de forma natural à dedução da fórmula de Bhaskara, os antigos babilônios não chegaram a generalizar tais "receitas".

Na Grécia, as equações de segundo grau eram resolvidas por meio de construções geométricas como iremos ver num exercício que ilustra o método geométrico utilizado por Euclides para achar a solução da equação $x^2 = s^2 - sx$.

No século XII D.C., Bhaskara (1114-1185), em duas das suas obras, apresenta e resolve diversos problemas do segundo grau. Antes de Bhaskara, no princípio do século IX D.C., o matemático árabe Al-Kowarismi, influenciado pela álgebra geométrica dos gregos, resolveu, metodicamente, as equações do segundo grau, chegando à fórmula do modo descrito a seguir.

Al-Kowarismi interpretava, geometricamente, o lado esquerdo da equação $x^2 + px = q$ como sendo uma cruz constituída por um quadrado de lado x e por quatro retângulos de lados $p/4$ e x . Então, como mostra a figura abaixo, "completava" esta cruz com os quatros quadrados pontilhados de lado $p/4$, para obter um "quadrado perfeito" de lado $x + p/2$.



Usando este artifício geométrico, Al-Kowarismi demonstrou que adicionando-se 4 vezes $p^2/16$, soma das áreas dos quatros quadrados de lado $p/4$, ao lado esquerdo da equação $x^2 + px = q$, obtinha-se $(x + p/2)^2$, que é a área do quadrado de lado $x + p/2$, isto é, $x^2 + px + 4 p^2/16 = (x + p/2)^2$.

Portanto, a equação $x^2 + px = q$ poderia ser escrita como $(x + p/2)^2 = q + p^2/4$

implicando que $x = -p/2 \pm \sqrt{q + \frac{p^2}{4}}$, que é a **fórmula** de Bhaskara.

A descoberta de que um trinômio do segundo grau tem para imagem uma parábola, remonta à Antiguidade. As primeiras referências a respeito encontram-se nos trabalhos do matemático grego Menaecamus (375-325 A.C.), que obteve a parábola

seccionando um cone circular reto por um plano não paralelo à base. Pode-se provar que a curva assim obtida é a imagem de uma equação do tipo $y = ax^2$.

Nascido numa tradicional família de astrólogos indianos, seguiu a tradição profissional da família, porém com uma orientação científica, dedicando-se mais à parte matemática e astronômica (tais como o cálculo do dia e hora da ocorrência de eclipses ou das posições e conjunções dos planetas) que dá sustentação à Astrologia.

Seus méritos foram logo reconhecidos e muito cedo atingiu o posto de diretor do Observatório de Ujjain, o maior centro de pesquisas matemáticas e astronômicas da Índia, na época.

Qual seu livro mais famoso ?

É o Lilavati, um livro bem elementar e dedicado a problemas simples de Aritmética, Geometria Plana (medidas e trigonometria elementar) e Combinatória.

A palavra Lilavati é um nome próprio de mulher (a tradução é Graciosa), e a razão de ter dado esse título a seu livro é porque, provavelmente, teria desejado fazer um trocadilho comparando a elegância de uma mulher da nobreza com a elegância dos métodos da Aritmética.

Numa tradução turca desse livro, 400 anos depois, foi inventada a história de que o livro seria uma homenagem à filha que não pode se casar. Justamente essa invenção é que tornou-o famoso entre as pessoas de pouco conhecimento de Matemática e de História da Matemática. Parece, também, que os professores estão muito dispostos a aceitarem histórias românticas em uma área tão abstrata e difícil como a Matemática; isso parece humanizá-la mais.

Então, não escreveu nenhum livro importante ?

Ao contrário! Ele escreveu dois livros matematicamente importantes e devido a isso tornou-se o matemático mais famoso de sua época. Esses livros são:

o Siddhanta-siromani, dedicado a assuntos astronômicos e dividido em duas partes:

Goladhyaya (Esfera Celeste)

Granaganita (Matemática dos Planetas)

o Bijaganita que é um livro sobre Álgebra [os indianos foram os pais da Álgebra e a chamavam de Outra (= Bija) Matemática (= Ganita), pois nasceu depois da matemática tradicional que dedicava-se aos cálculos aritméticos e geométricos.

Bhaskara gasta a maior parte desse livro mostrando como resolver equações . Embora não traga nenhuma novidade quanto à resolução das equações determinadas, ele traz muitos novos e importantes resultados sobre as indeterminadas. Para os matemáticos, é exatamente nas suas descobertas em equações indeterminadas que reside sua importância histórica.

Pitágoras

Pitágoras, um dos maiores filósofos da Europa antiga, era filho de um gravador, Mnesarco. Nasceu cerca de 580 anos a.C., em Samos, uma ilha do mar Egeu, ou, segundo alguns, em Sidon, na Fenícia. Muito pouco se sabe sobre a sua juventude, a não ser que conquistou prêmios nos Jogos Olímpicos.

Chegando à idade adulta e não se sentindo satisfeito com os conhecimentos adquiridos em sua terra, deixou a ilha onde vivia e passou muitos anos a viajar, visitando a maioria dos grandes centros da sabedoria. A história conta a sua peregrinação em busca de conhecimentos, que se estenderam ao Egito, Indostão, Pérsia, Creta e Palestina, e como adquiriu em cada país novas informações, conseguiu familiarizar-se com a Sabedoria Esotérica, assim como os conhecimentos exotéricos neles disponíveis.

Voltou, com a mente repleta de conhecimentos e a capacidade de julgamento amadurecida, à sua terra, onde tencionava abrir uma escola para divulgar os seus conhecimentos, o que, porém, se mostrou impraticável, devido à oposição do turbulento tirano Policrates, que governava a ilha. Em vista do fracasso de uma tentativa migrou para Crotona, importante cidade da Magna Grécia, que era uma colônia fundada pelos dórios na costa meridional da Itália.

Foi ali que o famoso filósofo fundou a Escola ou Sociedade de Estudiosos, que se tornou conhecida em todo o mundo civilizado como o centro de erudição na Europa; foi ali que, secretamente, Pitágoras ensinou a sabedoria oculta que havia coligido dos

ginosofistas e brâmanes da Índia, dos hierofantes do Egito, do Oráculo de Delfos, da Caverna de Ida e da Cabala dos rabinos hebreus e magos caldeus.

Durante cerca de quarenta anos ele lecionou para os seus discípulos e exibiu os seus maravilhosos poderes; mas foi posto um fim à sua instituição, e ele próprio foi forçado a fugir da cidade, devido a uma conspiração e rebelião surgidas em decorrência de uma disputa entre o povo de Crotona e os habitantes de Síbaris; ele conseguiu chegar em Metaponto, onde, segundo a tradição morreu mais ou menos em 500 a.C..

A Escola de Pitágoras

A Escola de Pitágoras tinha várias características peculiares. Cada membro era obrigado a passar um período de cinco anos de contemplação, guardando perfeito silêncio; os membros tinham tudo em comum e abstinham-se de alimentos de origem animal; acreditavam na doutrina da metempsicose, e tinham uma fé ardente e absoluta no seu mestre e fundador da Escola.

O elemento da fé entrava a tal ponto na sua aprendizagem, que "autos efa" - ele disse - constituía uma destacada feição da Escola; por isso, a sua afirmação "Um amigo meu é o meu outro eu" tornou-se um provérbio naquele tempo. O ensino era em grande parte secreto, sendo atribuídos a cada classe e grau de instrução certos estudos e ensinamentos; somente o mérito e a capacidade permitiam a passagem para uma classe superior e para o conhecimento de mistérios mais recônditos.

A ninguém era permitido registrar por escrito qualquer princípio ou doutrina secreta, e, pelo que se sabe, nenhum discípulo jamais violou a regra até depois da morte de Pitágoras e da dispersão da Escola. Depende-se, assim, inteiramente, dos fragmentos de informações fornecidas pelos seus sucessores, e pelos seus críticos ou críticos dos seus sucessores.

Uma considerável incerteza é, portanto, inseparável de qualquer consideração das doutrinas reais do próprio Pitágoras, mas pisa-se um terreno mais firme quando se investigam as opiniões dos seus seguidores.

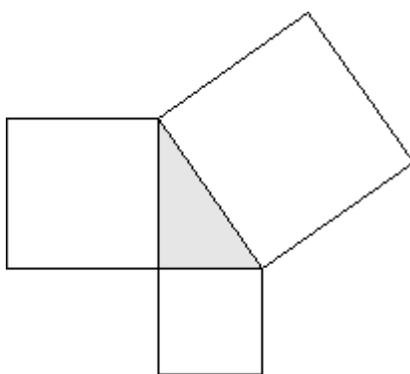
Sabe-se que as suas instruções aos seguidores eram formuladas em duas grandes divisões: a ciência dos números e a teoria da grandeza. A primeira dessas divisões incluía dois ramos: a aritmética e a harmonia musical; a segunda era

subdividida também em dois ramos, conforme se tratava da grandeza em repouso - a geometria, ou da grandeza em movimento - a astronomia. As mais notáveis peculiaridades das suas doutrinas estavam relacionadas com as concepções matemáticas, as idéias numéricas e simbolizações sobre as quais se apoiava a sua filosofia.

Os princípios que governam os Números eram, supunha-se os princípios de todas as Existências Reais; e, como os Números são os componentes primários das Grandezas Matemáticas e, ao mesmo tempo, apresentaram muitas analogias com várias realidades, deduzia-se que os elementos dos Números eram os elementos das Realidades.

Acredita-se que os europeus devem ao próprio Pitágoras os primeiros ensinamentos sobre as propriedades dos Números, dos princípios da música e da física; há provas, porém de que ele visitou a Ásia Central, e ali adquiriu as idéias matemáticas que formam a base da sua doutrina. A maneira de pensar introduzida por Pitágoras e seguida pelo seu sucessor Jamblico e outros, tornou-se conhecida mais tarde pelos títulos de Escola Italiana ou Escola Dórica.

História e lenda do Teorema de Pitágoras



Os geômetras gregos elevaram a um altíssimo grau de perfeição, técnica e lógica, o estudo das proporções entre grandezas, em particular o confronto entre figuras semelhantes. Eles basearam-se em tal estudo o cálculo não só de comprimentos

incógnitos, mas também das áreas de muitas figuras planas limitadas por retas, ou de volumes de sólidos limitados por planos.

Para confrontar as áreas das duas figuras planas semelhantes (isto é, da mesma forma) é preciso confrontar não os lados correspondentes, mas os quadrados dos lados correspondentes. No entanto, alguns matemáticos estão de acordo com os estudiosos que pensam que os gregos fizeram o cálculo das áreas, num primeiro momento, por uma via mais simples e natural do que aquela que se baseia no confronto de figuras semelhantes e, em geral, sobre as proporções.

Um exemplo famoso, é o de Pitágoras e do seu teorema: « Num triângulo retângulo, a área do quadrado construído sobre a hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados construídos sobre os dois catetos. A lenda diz que Pitágoras compreendeu tão bem a importância da sua demonstração, que ordenou uma hecatombe, isto é, o sacrifício de cem bois aos deuses, em sinal de agradecimento e de alegria.

Naturalmente, sobre a descoberta de Pitágoras não temos jornais, nem livros, nem revistas da época, porque naquela época não havia nem jornais, nem livros, nem revistas. Temos só lendas, ou melhor, histórias de escritores que viveram séculos e séculos depois. Todavia, muitas razões nos induzem a acreditar na «história de Pitágoras». Talvez não se tenha chamado Pitágoras, talvez não tenha morto cem bois, mas um só, ou talvez não tenha sacrificado nem sequer um cordeirinho: tudo isto pode ser só lenda.

Mas que um estudioso da Grande Grécia (com esta expressão incluíam-se a Itália Meridional e a Sicília), que viveu seiscentos anos a.C., tenha mostrado com um raciocínio geral a relação, a que chamamos Teorema de Pitágoras, entre os quadrados dos catetos e o da hipotenusa, para cada possível triângulo retângulo, acreditamos que seja verdade.

Sabemos, para além disso, que no tempo de Pitágoras, nas ilhas gregas e na Grande Grécia, a geometria de recolha de regras práticas e de observações separadas, como aquela que recordamos agora, se transforma em ciência racional, isto é em raciocínios gerais sobre as figuras em geral. Portanto Pitágoras - hecatombe ou não hecatombe - demonstrou verdadeiramente, cerca de seiscentos anos a.C., que «a

soma dos quadrados dos dois catetos, num triângulo retângulo, é sempre igual, ou melhor, equivalente, ao quadrado da hipotenusa».

Tales de Mileto

Tales de Mileto (em grego que se tem notícia. Ele é o marco inicial da filosofia ocidental. De ascendência fenícia, nasceu em Mileto, antiga colônia grega, na Ásia Menor, atual Turquia, por volta de 624 ou 625 a.C. e faleceu aproximadamente em 556 ou 558 a.C..

Tales é apontado como um dos sete sábios da Grécia Antiga. Além disso, foi o fundador da Escola Jônica. Considerava a água como sendo a origem de todas as coisas, e seus seguidores, embora discordassem quanto à “substância primordial” (que constituía a essência do universo), concordavam com ele no que dizia respeito à existência de um “princípio único” para essa natureza primordial.

Entre os principais discípulos de Tales de Mileto merecem destaque: Anaxímenes que dizia ser o "ar" a substância primária; e Anaximandro, para quem os mundos eram infinitos em sua perpétua inter-relação.

No Naturalismo esboçou o que podemos citar como os primeiros passos do pensamento Teórico evolucionista: "O mundo evoluiu da água por processos naturais", aproximadamente 2460 anos antes de Charles Darwin. Sendo seguido por Empédocles de Agrigento na mesma linha de pensamento evolutivo: "Sobrevive aquele que está melhor capacitado".

Tales foi o primeiro a explicar o eclipse solar, ao verificar que a Lua é iluminada por esse astro. Segundo Heródoto, ele teria previsto um eclipse solar em 585 a.C. Segundo Aristóteles, tal feito marca o momento em que começa a filosofia. Os astrônomos modernos calculam que esse eclipse se apresentou em 28 de Maio do ano mencionado por Heródoto.

Se Tales aparece como o iniciador da filosofia, é porque seu esforço em buscar o princípio único da explicação do mundo não só constituiu o ideal da filosofia como também forneceu impulso para o próprio desenvolvimento dela.

A tendência do filósofo em buscar a verdade da vida na natureza o levou também a algumas experiências com magnetismo que naquele tempo só existiam como curiosa atração por objetos de ferro por um tipo de rocha meteórica achado na cidade de Magnésia, de onde o nome deriva.

A Cosmologia

Os fenícios – através de sua mitologia – consideravam os elementos da Natureza (o Sol, a Terra, o Céu, o Oceano, as Montanhas, etc.) como forças autônomas, honrando-os como deuses, elevados pela fantasia a seres ativos, móveis, conscientes e dotados de sentimentos, vontades e desejos. Estes deuses constituíam-se na fonte e na essência de todas as coisas do universo. **Tales** foi um dos primeiros pensadores a alterar esses conceitos observando mais atentamente os fenômenos da natureza. A *Phisis*. O ponto de partida da teoria especulativa de Tales – como também de todos os demais filósofos da escola Jônica – foi a verificação da permanente transformação das coisas umas nas outras e sua intuição básica é de que todas as coisas são uma só coisa fundamental, ou um só princípio (*arché*).

Dos escritos de Tales, nenhum deles sobreviveu até nossos dias. Suas ideias filosóficas são conhecidas graças aos trabalhos de doxógrafos como Diógenes Laércio, Simplicio e principalmente Aristóteles. Em sua obra - **Metafísica**, Aristóteles nos conta: “Tales diz que o princípio de todas as coisas é a água, sendo talvez levado a formar essa opinião por ter observado que o alimento de todas as coisas é úmido e que o próprio calor é gerado e alimentado pela umidade. Ora, aquilo de que se originam todas as coisas é o princípio delas. Daí lhe veio essa opinião, e também a de que as sementes de todas as coisas são naturalmente úmidas e de ter origem na água a natureza das coisas úmidas”.

Em seu livro – **Da Alma**, Aristóteles escreve: “E afirmam alguns que ela (a alma) está misturada com o todo. É por isso que, talvez, Tales pensou que todas as coisas estão cheias de deuses. Parece também que Tales, pelo que se conta, supôs

que a alma é algo que se move, se é que disse que a pedra (ímã) tem alma, porque move o ferro”.

Esse esforço investigativo de Tales no sentido de descobrir uma unidade, que seria a causa de todas as coisas, representa uma mudança de comportamento na atitude do homem perante o cosmos, pois abandona as explicações religiosas até então vigentes e busca, através da razão e da observação, um novo sentido para o universo. Quando Tales disse que todas as coisas estão cheias de deuses, ou que o magnetismo se deve à existência de “almas” dentro de certos minerais, ele não estava invocando as palavras Deus e Alma, no sentido religioso como as conhecemos atualmente, mas sim adivinhando intuitivamente a presença de fenômenos naturais inerentes à própria matéria.

Embora suas conclusões cosmológicas estivessem erradas podemos dizer que a Filosofia começou então com **Tales**, que ao estabelecer a proposição de que a água é o absoluto, provoca como consequência o primeiro distanciamento entre o pensamento racional e as percepções sensíveis.

A vida dos antigos pensadores gregos é freqüentemente conhecida apenas de maneira incompleta. Realmente, os primeiros biógrafos não achavam correto divulgar fatos menos importantes concernentes à personalidade dos sábios. Eles julgavam as descobertas destes homens mais que suficientes para que fossem considerados como seres bastante superiores aos comuns mortais. E, como tais, deveriam ter uma imagem semelhante à dos deuses, sendo desprezados os fatos mais corriqueiros de sua vida. Na política constou que Tales de Mileto defendeu a federação das cidades Jônicas da região do Mar Egeu.

Contos

- Plutarco disse que Tales certa vez olhando para o céu, tropeçou e caiu, sendo repreendido por alguém como lunático: analisava o tempo para descobrir se haveria uma seca, o que o fez ganhar muito dinheiro. Outros dizem que tendo caído, desapareceu num buraco.

- Usando seu conhecimento astronômico e meteorológico (provavelmente herdado dos babilônios), Tales previu uma excelente colheita de azeitonas com um ano de antecedência. Sendo um homem prático, conseguiu dinheiro para alugar todas as prensas de azeite de oliva da região e, quando chegou o verão, os produtores de azeite tiveram que pagar a ele pelo uso das prensas, o que o levou a ganhar uma grande fortuna com esse negócio.
- Quando perguntaram a Tales o que era difícil, ele respondeu: “Conhecer a si próprio”. Quando lhe perguntaram o que era fácil, ele respondeu: “Dar conselhos”.

Descobertas geométricas

Os fatos geométricos cuja descoberta é atribuída a Tales são:

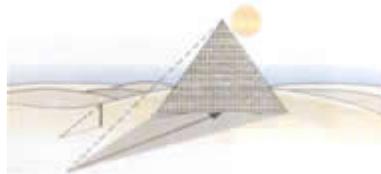
- A demonstração de que os ângulos da base dos triângulos isósceles são iguais;
- A demonstração do seguinte teorema: se dois triângulos tem dois ângulos e um lado respectivamente iguais, então são iguais;
- A demonstração de que todo diâmetro divide um círculo em duas partes iguais;
- A demonstração de que ao unir-se qualquer ponto de uma circunferência aos extremos de um diâmetro AB obtém-se um triângulo retângulo em C. Provavelmente, para demonstrar este teorema, Tales usou também o fato de que a soma dos ângulos de um triângulo é igual a dois ângulos retos;

Anexo 2

Folha entregue com pequeno histórico e problema da Pirâmide

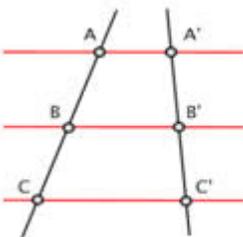
Tales chamou a atenção de seus conterrâneos para o fato de que se duas retas se cortam, então os ângulos opostos pelo vértice são iguais.

Tales ficou conhecido por ter medido a altura de uma pirâmide com base no comprimento de sua sombra. Ele concluiu que os raios solares chegam à Terra inclinados, partindo dessa afirmação ele conseguiu medir a altura da pirâmide da seguinte forma: Fincou uma estaca ao lado da pirâmide e observou que no instante em que o comprimento da sombra da estaca era igual à medida do comprimento da estaca, a altura da pirâmide teria o mesmo comprimento da sua sombra.



Feixes de retas paralelas cortadas por retas transversais formam segmentos proporcionais.

Veja ilustração do Teorema de Tales:



$$\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$$

Anexo 3

Roteiro do vídeo sobre Tales de Mileto.

Historia de matemática

Assunto: Tales de Mileto

Texto: Marina Luiza S. Homrich e Michele Luana Brass

Editado: Ingrid Lima Mendonça

1º Ato – Estudando pra matemática

(Lucas estudava em seu quarto para a prova sobre Tales de Mileto que teria no dia seguinte)

Lucas: Ah... Não agüento mais eu já li isso daqui não sei quantas e ainda não entendo (ele folheava o caderno de raiva) eu odeio matemática.

(Lucas estudou mais 2 horas, até que desistiu de tentar entender sobre a vida de Tales de Mileto e principalmente sobre o teorema de Tales, então ele foi dormir)

2º ato – O sonho.

(Lucas por ter passado as ultimas 4 horas estudando sobre o assunto acabou dormindo com aquilo na cabeça, e por isso ele acabou sonhando com a historia de Tales)

(Tales ia ao Egito estudar sobre geometria, onde levou dois filósofos junto Anaximandro e Anaximenes, eles passeavam pelas pirâmides)

Anaximenes: Olhe as pirâmides.(Então ele aponta para as pirâmides pedindo para os amigos olharem para a direção onde ele apontara)

Tales: Eu vejo, gostaria de saber a altura delas.

Anaximandro: A questão é! Como iremos medir?

Anaximenes: Eu não sei, eu até poderia ajudar dependendo do dia e a hora.

Tales: Estava pensando em amanhã.

Anaximandro: Ah... Então você vai ter que medir com Anaximenes, tenho compromisso amanhã.

(então Tales olha para Anaximenes)

Anaximenes: Não olha para mim, tenho compromisso amanhã.

Tales: Terei então que medir sozinho? (Ele olhava para Anaximenes e Anaximandro com uma cara de duvida)

Anaximenes e Anaximandro: Sim. (eles falaram juntos)

(Então Tales, Anaximandro e Anaximenes voltaram para onde estava hospedados, e no dia seguinte Tales voltou ao mesmo lugar)

Tales: Como irei medir as pirâmides? (Tales ficou pensando de vários modos de como medir as pirâmides, pensou em varias maneiras, então ele começou a notar algo diferente quando cravou a estaca no chão).

Tales: Interessante a sombra da estaca está marcada a metade da altura dela. (Então ele notou que a sombra das coisas naquele ângulo do sol desmarcava a metade da altura do objeto, então ele olhou para a sombra da pirâmide e fez um desenho da pirâmide e da estaca no chão)

Tales: Já sei que conta fazer. (Então ele saiu de lá e voltou pra onde estava hospedado e anotou em um pergaminho a conta)

Tales: $\frac{H}{B} = \frac{P}{S}$. (E Anaximandro que estava do seu lado não entendeu a conta)

Anaximandro: Mas o que significa as letras?

Tales: H = Altura da pirâmide, B = a medida da sombra da pirâmide, S= medida da sombra e P=altura da estaca.

3º Ato- Fim do sonho.

Lidia: Lucas meu filho acorda está na hora de ir para a escola (Lidia chacoalhava o filho na cama para acordá-lo, e Lucas acordou num pulo da cama dizendo as coisas que finalmente tinham apreendido no sonho)

Lucas: Então quer dizer que Tales mediu a pirâmide baseado na medida da altura da sombra, e depois ele usou as letras H, P, S, B pra fazer a conta e cada uma correspondia algo diferente, H = altura da pirâmide, B= medida do lado da base, S = medida da sombra, P = altura da vara dando o resultado da conta $\frac{H}{B} = \frac{P}{S}$. Ah eu finalmente apreendi.

Lidia: Que bom filho, mas agora se arruma se não você chega atrasado na escola pra prova de matemática. (a mãe sai do quarto)

Lucas: Pode deixar, Tales ensinou tudo direitinho pra mim, através de um sonho. (ele falava em um tom de voz normal e incrivelmente surpreso pelo jeito que ele aprendeu uma historia, que até a horas atrás ele achava entendível.)

Fim.

Anexo 4

Roteiro do vídeo sobre Bháskara.

BHASKARA

(entram os apresentadores na sala de aula)

Apresentador 1 = Olá! São vocês da Musqui Linhas S.A, e viemos informar a vocês mais sobre o lançamento do livro "O livro de Bhaskara" (o apresentador 2 mostra o livro e passa para os alunos lerem, o apresentador 1 continua a falar)

Apresentador 2 = Pelo nome vai encontrar varias informações sobre ele como por exemplo:
Que ele viveu de 1.114 a aproximadamente 1.285, na Índia, ele nasceu numa família de astrólogos indianos, ele também foi astrólogo, com contribuições científicas, dedicando-se mais a matemática e astronomia, como cálculos do dia, hora de eclipses e posições e conjunções de planetas. Bhaskara foi o chefe do Observatório de Ujjain, o maior centro da Índia na época, e ele escreveu os livros:

Siddhanta - Shiramani = sobre astronomia (2 partes)

1 = Goladhya = esfera celeste

2 = Gramagamita = matemática de planetas

Bijagamita = Álgebra

Lilavati = problemas simples aritméticos geometria plana e combinatoria

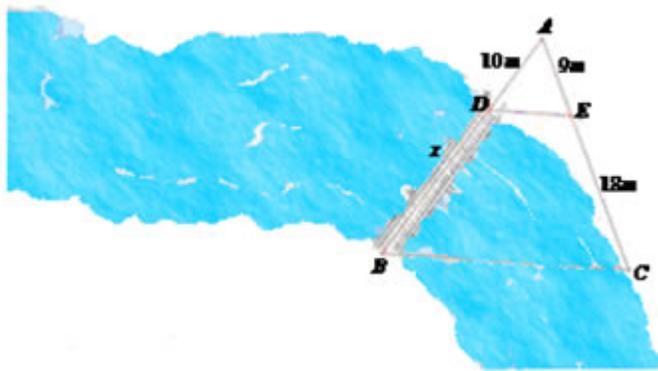
ANEXO 5

Problemas para os alunos resolverem

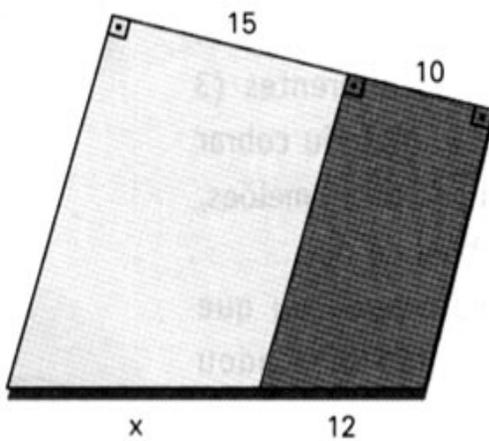
Nome: _____

Turma: _____

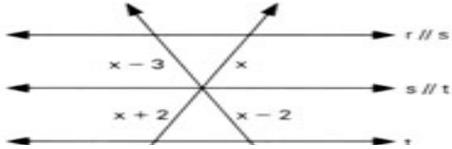
- 1) Calcule o comprimento da ponte que deverá ser construída sobre o rio, de acordo com o esquema a seguir.



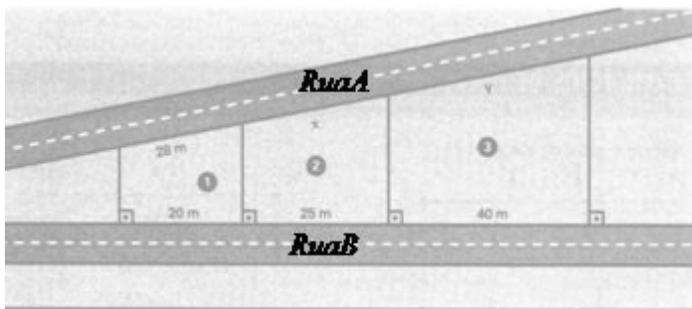
- 2) Determine o valor de x na figura.



3) Na figura, as retas r , s e t são paralelas, de acordo com Teorema de Tales determine o valor de x .



4) Ao analisar a planta de uma quadra de um determinado condomínio, o engenheiro constatou a ausência de algumas medidas nas divisas de certos lotes residenciais. Ele precisa calcular essas medidas do seu próprio escritório, com base nas informações da planta. Observe o desenho detalhado da situação:



5) Ao realizar a instalação elétrica de um edifício, um eletricista observou que os dois fios r e s eram transversais aos fios da rede central demonstrados por a, b, c, d. Sabendo disso, calcule o comprimento x e y da figura. Os fios da rede são paralelos.

