

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO MATEMÁTICA, MÍDIAS E DIDÁTICAS:
TRIPÉ PARA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Simone Pelissaro

ENSINO DE FRAÇÕES: novas abordagens

VILA FLORES

2011

Simone Pelissaro

ENSINO DE FRAÇÕES: novas abordagens

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para obtenção de título de Especialista em Matemática, Mídias Digitais e Didática.

Orientadora:
Profa. Dra. Lucia Helena Marques Carrasco

VILA FLORES

2011

Simone Pelissaro

ENSINO DE FRAÇÕES: novas abordagens

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para obtenção de título de Especialista em Matemática, Mídias Digitais e Didática.

Orientadora:
Profa. Dra. Lucia Helena Marques Carrasco

Comissão examinadora

Profa. Dra. Lucia Helena Marques Carrasco – UFRGS
Orientadora

Prof. Me. Vandoir Stormowski – PUC/RS

AGRADECIMENTOS

Ao concluir este trabalho, quero agradecer a Deus pela força.

Agradeço aos meus familiares pelo apoio e motivação nos momentos em que pensei em desistir, em especial ao meu esposo pela paciência e compreensão.

À escola Municipal Leonel de Moura Brizola e a turma da sexta série, por terem me recebido tão bem no momento da realização da prática pedagógica.

À professora Lucia Helena Marques Carrasco, por me dar suporte e acreditar que conseguiria realizar este trabalho.

RESUMO

O presente trabalho aborda e analisa uma prática pedagógica, desenvolvida com alunos de sexta série, da Escola Municipal de Ensino Fundamental Leonel de Moura Brizola, no município de Tapejara – RS, relativa ao conteúdo de frações. Esta abordagem inclui a análise das dificuldades apresentadas pelos alunos e a proposição de novas formas de ensino sobre o assunto. Baseia-se em estudos teóricos sobre o tema, em práticas pedagógicas, e na abordagem dos livros didáticos, visando uma proposta que possa facilitar a compreensão e o uso desse conteúdo. Partindo da metodologia da Engenharia Didática, faz-se uma análise das condições de aprendizagem dos alunos e elaboram-se atividades como: uso de um vídeo sobre o tema, produção de “fichas” para observarem a equivalência de frações, resolução de adições e subtrações de frações, representação de frações como decimais. As atividades realizadas pelos alunos foram de grande importância para a análise da validade da prática e o alcance dos pressupostos. Além disso, as atividades e os materiais utilizados possibilitaram um enlace entre a teoria e a prática pedagógica em si, abrindo, sem dúvida, um leque de alternativas para o ensino de frações.

Palavras-chave: 1. Educação Matemática. 2. Frações. 3. Engenharia Didática.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Dificuldade sobre o conceito parte/todo	17
Figura 2: Noção de número misto	17
Figura 3: Dificuldade em diferenciar números fracionários dos números inteiros	18
Figura 4: Dificuldade em perceber a equivalência de frações	18
Figura 5: Dificuldade em “igualar” as frações para posteriormente realizar as operações.....	18
Figura 6: Leitura de frações.....	19
Figura 7: Situações problema, parte de um todo.....	20
Figura 8: Desafio matemático, análise de gráfico através de representação fracionária.....	20
Figura 9: Fração de uma figura	21
Figura 10: Fração de um número	21
Figura 11: Equivalência de frações	22
Figura 12: Dificuldade em estabelecer a relação parte todo.	25
Figura 13: Representação, uso no dia-a-dia das frações e frações equivalentes	26
Figura 14: Comparação de frações.	27
Figura 15: Tela do software Kbruch	27
Figura 16: Fração como decimal	28
Figura 17: Equivalência de frações	29
Figura 18: Soma de frações utilizando frações equivalentes.	29
Figura 19: Operações com frações utilizando fichas para encontrar a fração equivalente e depois realizar a operação solicitada.	30
Figura 20: Análise da prática pedagógica - frações como parte do todo.....	30

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	8
2 APRESENTAÇÃO DO TEMA: discussão teórica	11
2.1 SURGIMENTO DAS FRAÇÕES	11
2.2 O ENSINO DE FRAÇÕES E AS DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM.....	12
3 EXPERIÊNCIA DIDÁTICA	16
3.1 CONTEXTUALIZAÇÃO	16
3.2 DIAGNÓSTICO	17
3.3 ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS.....	189
3.4 PLANO DE ENSINO E HIPÓTESES DO TRABALHO	22
3.5 A EXPERIÊNCIA DIDÁTICA	24
3.6 ANÁLISE DAS HIPÓTESES INICIAIS.....	24
3.7 CONSIDERAÇÕES SOBRE A EXPERIÊNCIA DIDÁTICA	311
4 CONSIDERAÇÕES FINAIS	32
5 REFERÊNCIAS	33

1 INTRODUÇÃO

Sempre admirei as minhas professoras das séries iniciais e, muito cedo, resolvi seguir esta profissão. Faz aproximadamente doze anos que trabalho com educação. Iniciei na Educação Infantil, trabalhei em projetos sociais, nas séries iniciais, e com matemática, nas séries finais do Ensino Fundamental e na Educação de Jovens e Adultos.

Minha trajetória como professora iniciou no meu ensino médio, quando escolhi o curso profissionalizante do Magistério. Realizei meu estágio numa turma de terceira série na Escola Municipal Leonardo Ilha em Passo Fundo-RS, no ano de 2001. Como havia me identificado com o ensino, e gostava de matemática resolvi cursar licenciatura em Matemática, na Universidade de Passo Fundo- RS.

Minha primeira experiência como professora de matemática foi no estágio supervisionado, que realizei na Escola Estadual de Ensino Médio Senhor dos Caminhos em Tapejara-RS, numa turma de segundo ano, abordando o tema “Matrizes e Determinantes”.

Continuei trabalhando com as séries iniciais, passaram-se dois anos e tive a oportunidade de ser professora de matemática nas séries finais do Ensino Fundamental e na Educação de Jovens e Adultos do Ensino Médio, na cidade de Caxias do Sul, RS.

Gostei muito de trabalhar com Matemática, me senti realizada e muito desafiada. Os alunos sempre questionavam para que servia o conteúdo em estudo e eu procurava formas de mostrar sua utilidade no cotidiano, quando isso era possível.

Atualmente trabalho como professora de séries iniciais (terceiro ano), na escola Municipal de Ensino Fundamental Giocondo Canali na cidade de Tapejara-RS. Sinto-me realizada e desafiada e, de certa forma, posso aplicar alguns conceitos fundamentais de matemática que irão refletir em toda a caminhada escolar destes alunos.

Com esses desafios, e sabendo que o professor deve sempre estar se aperfeiçoando, senti a necessidade de continuar os estudos e, por isso, procurei um curso de pós- graduação.

Ingressei no curso de especialização “Matemática, Mídias Digitais e Didática: Tripé para a formação do professor de matemática” em junho de 2009. Durante o curso foram apresentadas várias formas de aliar o ensino de matemática com uso de mídias digitais, isso ampliou os horizontes, mostrando novas formas e maneiras de ensinar com qualidade, utilizando-se de mídias que geralmente são pouco utilizadas em aulas de matemática.

Para utilizarmos estas mídias nas aulas de matemática nos valem da metodologia da Engenharia Didática¹. Foram realizadas três engenharias didáticas durante a especialização, que possibilitaram novas formas de ensino e reflexão sobre as práticas educativas, e uma maneira de inovar e utilizar novos recursos no ensino da matemática. As atividades propostas eram desafiadoras, mas passíveis de serem realizadas com os alunos, o que também os instigava e desafiava, já que dificilmente utilizavam o laboratório de informática nas aulas de matemática.

A especialização mostrou que o professor pode e deve inovar, e principalmente refletir sobre sua prática pedagógica, analisar o que deu certo e reestruturar os aspectos que não foram atingidos.

O objetivo deste trabalho é fazer uma reflexão em torno do tema das frações, (sua representação, soma e subtração, equivalência e fração como decimal) para isso, utilizo-me de um estudo teórico sobre o tema e de uma metodologia, com uso de mídias e materiais manipuláveis.

O tema deste trabalho surgiu de uma conversa com uma professora de matemática de sexta série, que relatou que os alunos tinham dificuldades de entender o significado das frações, suas representações, as operações, as equivalências e, também, a fração como decimal. Então resolvi realizar a engenharia didática sobre esse tema, nessa turma, já que não estava, na época, trabalhando como professora de matemática.

Sabia que seria desafiador, pois geralmente o estudo de frações é encarado com falta de motivação pelos alunos, além de querer me interar melhor sobre o assunto e tentar utilizar novas formas de ensino que pudessem ser significativas para os alunos.

¹ Segundo Carneiro (2005), esta metodologia “[...] designa produções para o ensino, derivadas de resultados de pesquisa, e também designa uma específica metodologia de pesquisa baseada em experiências de sala de aula.” (p.3) Propõe um roteiro de reflexão que inclui quatro fases: “1. análises prévias; 2. análise da experiência a ser desenvolvida; 3. implementação da experiência; 4. análise a posteriori.”(p.3).

Com essas perspectivas apresento meu trabalho que será desenvolvido em quatro capítulos. Na introdução apresento os objetivos do trabalho. No segundo capítulo, proponho uma discussão teórica sobre o surgimento das frações, seu ensino e dificuldades apresentadas pelos alunos. No capítulo seguinte apresento a experiência didática que segue os seguintes passos: análise das dificuldades dos alunos e do contexto do ensino; elaboração de algumas hipóteses sobre a prática; implementação da prática e, por fim, a validação ou não das hipóteses anteriormente propostas. No último capítulo faço algumas considerações em relação à prática pedagógica e o seu enlace com o estudo teórico

2 APRESENTAÇÃO DO TEMA: discussão teórica

Neste estudo teórico irei abordar de forma superficial como os números fracionários surgiram, em seguida farei algumas considerações sobre a importância da formação do professor para garantir o êxito do ensino das frações e sobre as principais dificuldades apresentadas pelos alunos.

2.1 SURGIMENTO DAS FRAÇÕES

As representações fracionárias aparecem muito pouco em atividades cotidianas, mas então como elas surgiram? Para que servem?

Com as necessidades do homem, variando a cada nova situação, foram surgindo os numerais naturais. Quando estes numerais já não bastavam para solucionar seus problemas, por exemplo ao repartirem alguma coisa ou dividirem algo no grupo, sentiram a necessidade de ter uma nova maneira de fazer isso, então surgiram os números fracionários. Conforme relata Trofke (1980, p.93, *apud* Bertoni, 2008).

A tarefa de dividir k objetos em n partes (por exemplo dividir 7 pães por 10 pessoas) apareceu, na prática, seguramente antes de qualquer costume escrito. Talvez se tenha dividido cada objeto em 10 partes – desse modo obtinha-se a fração tronco $1/10$, que podia ser considerada de certo modo, como uma nova unidade, e então reunia-se 7 dessas novas unidades. A fração geral $7/10$ é assim por um lado, entendida como resultado da divisão $7:10$, por outro, como reunião de 7 unidades $1/10$.

Essa divisão, não carecia necessariamente de uma representação matemática, pois a realizam informalmente, da mesma forma que a avó divide o bolo entre seus netos de maneira mais igualitária possível. (SILVA, 1997).

Silva (1997) também relata que as frações foram surgindo junto com a necessidade de cada povo, no seu tempo, escrita de diversas maneiras, somente os calculadores utilizavam as frações de forma efetiva, o povo no geral utilizava em situações cotidianas $1/2$, $1/3$ e $1/4$.

Era muito difícil trabalhar com números fracionários e os matemáticos batalharam por muito tempo para poder encontrar uma representação das frações, facilitando a escrita destes números. (SILVA, 1997).

Atualmente as frações têm várias representações, como parte/todo, frações impróprias e frações como decimais.

Em cada local as representações das frações são mais ou menos utilizadas, no Brasil, que tem predominante o uso do sistema métrico decimal, as frações são frequentemente evitadas fora da sala de aula, já nas medidas conhecidas como “sistema imperial” que utiliza as polegadas, o uso das frações ordinárias é mais comum, pois são expressas como “uma polegada e um terço”, “uma polegada e um oitavo”, com isso a linguagem das frações é mais habitual na vida cotidiana, mais familiar aos alunos, conforme nos fala Nunes [et.al] (2005, p.158).

Como vivemos em um país onde o sistema decimal é predominante faz-se necessário que nos coloquemos no lugar de nossos alunos, por isso devemos tentar propiciar estímulos e significados para que possam incorporar os conceitos relativos às frações, conforme menciona Bertoni (2008).

Segundo Vergnaud, (1979), é possível aprender muito mais sobre o significado que um conceito matemático tem para uma criança se for estudada de forma como ela, criança, lida com problemas que, para sua solução, necessitem deste conceito, do que estudando-se apenas o uso que ela faz de palavras e símbolos referentes ao conceito. (*ibid*, p.14).

Bertoni (2008) também comenta que, a partir do que Vergnaud fala é importante iniciar o processo de aquisição do significado das frações através de situações vivenciadas pela criança, como dividir o lanche, os brinquedos... e, a partir destas atividades, inserir gradativamente os conceitos e representações, já que para entender todo o processo e todas as representações as crianças precisam ter uma certa capacidade cognitiva e de abstração.

2.2 O ENSINO DE FRAÇÕES E AS DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM

O ensino de frações é geralmente iniciado de maneira formal no quinto ano do ensino fundamental, com representações de frações parte todo, escrita de frações,

frações impróprias, frações como parte de um todo; no sexto ano são retomados esses conceitos e estuda-se adição, subtração, multiplicação e divisão de frações.

Mas falar de uma forma técnica e conteudista sobre o ensino de frações é fácil, o difícil é dar significado a elas.

Lopes (2008) considera as frações um megaconceito, subdividido por diferentes subconceitos, onde os alunos precisam entender o que são as frações e interpretar cada conceito. Lopes (2008, p.8) completa, dizendo:

No ensino fundamental as frações são apresentadas inicialmente como relação parte-todo, representam partes, números menores que a unidade, que foi dividida em partes iguais. Mas logo a seguir tal idéia é confrontada com a definição de frações impróprias como se isso fosse algo natural, quando de fato não é. Entendo que ocorre pela pressa em passar da idéia de relação parte – todo, para a idéia da fração representando um número racional ou um quociente (divisão).

Quando o ensino de frações é iniciado, os alunos até compreendem, pois geralmente fazem divisões e conseguem associar, por exemplo, o professor leva um bolo e divide na metade, na quarta parte e, por fim, na quantidade de alunos da turma. A partir disso vai questionando os alunos, perguntando que parte do bolo cada um comeu, como eram as partes e, assim, vai construindo o conceito parte-todo.

Mas, quando se parte para outros temas, como a adição e a subtração de frações com denominadores diferentes, os alunos tendem a confundi-los com adição e subtração de números naturais. Para internalizarem este processo precisam de tempo para realizar algumas rupturas de idéias. Conforme é relatado nos PCNs de matemática, os alunos enfrentam vários obstáculos, como:

- ✓ Um deles está ligado ao fato de cada número racional pode ser representado por diferentes (e infinitas) escritas fracionárias; Por exemplo, $1/3, 2/6$ e $4/12$ são diferentes representações de um mesmo número;
- ✓ outro diz respeito a comparação entre racionais: acostumados com a relação $3 > 2$, terão que construir uma escrita que lhes parece contaditória, ou seja, $1/3 < 1/2$;
- ✓ se ao multiplicar um número natural por outro natural (sendo este diferente de 0 ou 1) a expectativa era a de encontrar um número maior que ambos, ao multiplicar 10 por $1/2$ se surpreenderão ao ver que o resultado é menor do que 10;
- ✓ se a sequência dos números naturais permite falar em sucessor e antecessor, para os racionais isso não faz sentido, uma vez que entre dois números racionais quaisquer é sempre possível encontrar outro racional; assim, o aluno deverá perceber que entre 0,8 e 0,9 estão números como 0,81, 0,815 ou 0,87.I. (BRASIL, 2001, p.101-102).

Lopes (2008, p.11) complementa o que os PCNs constatam, dizendo;

Confinar o tema frações em algumas séries do currículo é um erro grave, desconsidera o fato de que o desenvolvimento do pensamento proporcional se estende por um longo período que vai dos 7/8 anos aos 14/15 anos, em níveis distintos de complexidade. Uma consequência pedagógica que se pode extrair destas considerações, é que os currículos deveriam contemplar experiências diversas com frações em todas as séries do ensino fundamental e médio, algo que vá além da revisão com frações mais “difíceis”.

Conforme relatos, a verdadeira aprendizagem sobre as frações exige tempo, maturidade de pensamento e muita dedicação, pois este conteúdo é amplo e exige uma certa capacidade de abstração, pois engloba outros conceitos como divisões para se obter o número decimal de uma fração, frações equivalentes para realizar somas e subtrações, multiplicações e adições para se obter a fração imprópria de um número misto. E os educadores acreditam que os alunos estudam durante alguns períodos letivos e que passam a ter domínio deste conteúdo. Lopes (2008, p.10) enfatiza que “[...] o professor acredita no caráter categórico e acumulativo dos conteúdos, bastando ensinar frações em algum ponto do programa e, pronto! Daí em diante as frações estariam disponíveis como objetos de domínio dos alunos.”

Sabemos que na realidade não é desta forma que funciona, os alunos não gostam de trabalhar com frações, quando as vêem em alguma atividade “torcem o nariz” e falam: Frações, não acredito!!!! Os alunos têm essa dificuldade, pois têm contato com essa representação praticamente só no ambiente escolar e, na maioria das vezes, sem significância.

Lopes (2008, p.11) cita Freudenthal, que enfatiza:

A matemática é uma atividade humana, surge como materialização da realidade, logo a aprendizagem matemática deve originar-se dessa realidade, isto não significa mantê-la conectada apenas aos fenômenos do mundo real, senão também ao realizável, imaginável ou razoável para os alunos, desta perspectiva a componente cultura tem que ser levada em conta como contexto.

O importante é que os alunos percebam algum sentido nesta aprendizagem, pois, nem sempre será possível conectar as atividades com situações em que estão vivenciando naquele momento, mas que saibam da importância das frações em atividades que poderão vir a realizar futuramente.

Algumas destas dificuldades poderiam ser menos explícitas se o professor tivesse preparo para realizá-las, já que o conteúdo de frações também não é muito bem vindo pelos professores, que iniciam esse processo de ensino no quinto ano, e quem ministra esses primeiros conceitos, geralmente são professores formados em pedagogia, que, infelizmente, na faculdade não aprofundam esses conceitos e acabam tendo como principal aporte o livro didático.

Neste sentido, Silva (2005) mostra que os professores em formação continuada não escolhiam estudar números fracionários, por constatarem que não dominavam o assunto e tinham uma visão limitada, e alguns resistiam em reelaborar seus próprios significados para números fracionários.

Bertoni (2008, p. 218) completa relatando:

Nas capacitações de professores, muitos manifestavam resistência ao uso, em sala de aula de canudos, fichas e jogos, que consideravam trabalhoso, ao mesmo tempo que apresentavam dificuldade em abandonar o recurso a figuras geométricas divididas e pintadas.

É neste sentido que se percebe a dificuldade de se atingir os objetivos, pois o professor, em alguns momentos, também resiste e teme o novo, deixando de buscar novas formas e alternativas para o ensino de frações, como uso de material concreto e de mídias digitais.

Conforme Silva (2008), o aluno precisa dos conhecimentos iniciais bem fundamentados para ter sucesso na aprendizagem de novos conteúdos matemáticos. Para que o aluno possa construir um conceito de número racional é preciso que o ensino seja organizado de forma que possibilite experiências com diferentes significados e representações, pois como relatou SILVA (1997, p.210): “Aprender e ensinar frações pode ser muito simples, desde que não façamos algo mecânico e sim algo pensado.”

3 EXPERIÊNCIA DIDÁTICA

O trabalho de prática de ensino que passo a relatar enfocou o ensino de frações e foi desenvolvido com uma turma de sexta série da Escola Municipal Leonel de Moura Brizola, no município de Tapejara. Estive com esta turma somente durante a prática, já que não trabalhava como professora de matemática naquela ocasião.

Para iniciar esta engenharia apresentei um vídeo² que trata do tema frações, abordando, em especial, as representações de frações como parte do todo, a equivalência e a comparação de frações, sempre ilustrado com exemplos concretos, de situações práticas do dia-a-dia.

3.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

Conforme relato da professora regente, os alunos da sexta série têm apresentado algumas dificuldades em relação ao conteúdo de frações, principalmente na representação, equivalência, resolução de problemas e nas operações de adição e subtração com frações.

O ensino de frações geralmente é iniciado na terceira série ou quarto ano, associando divisão parte/todo, utilizando alimentos para iniciar o processo (dividir uma pizza ou um bolo em partes iguais), mais tarde a idéia de número racional será relacionada à divisão de números naturais, sendo o divisor diferente de zero. Geralmente nesta série os alunos não conseguem associar os conceitos com a realidade, entendem como uma divisão, mas quando é apresentada como fração, sentem dificuldades em abstraírem o conceito.

Na quinta série são retomados e ampliados os conceitos, utilizam-se identificações de frações, equivalências, fração como um decimal, números mistos e frações impróprias.

Na Engenharia Didática, entendida como experiência de trabalho com sequências de ensino, para retomar estes conteúdos e tentar perceber como os alunos podem entender e abstrair utilizei um vídeo sensibilizador e alguns materiais

² Vídeo do Ministério da Educação, intitulado "Frações", que pode ser acessado no endereço: <http://www.dominiopublico.gov.br/>.

concretos, como fichas, para que percebam a equivalência das frações e, assim, possam realizar adições e subtrações com denominadores diferentes, utilizando material concreto e realizando exercícios de fixação.

3.2 DIAGNÓSTICO

Para avaliar as dificuldades da turma foi aplicado um teste diagnóstico. Pode-se perceber que os alunos apresentam mais dificuldades em questões relacionadas a frações impróprias, frações equivalentes, comparação de frações e adição e subtração de frações com denominadores diferentes.

Através deste diagnóstico foram comprovadas estas dificuldades.

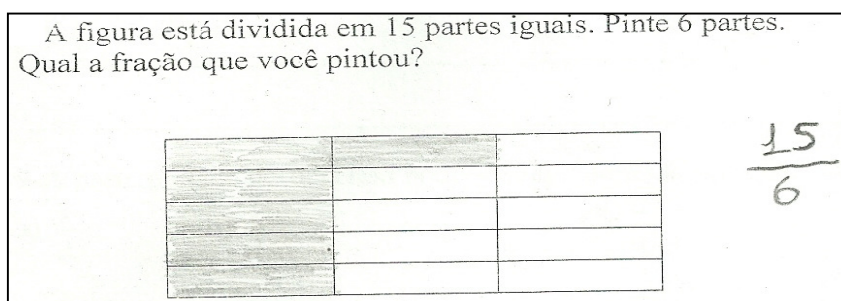


Figura 1: Dificuldade com o conceito parte/todo

Nesta questão o aluno não tem claro o conceito parte/todo, pois pintou a figura de forma correta, mas não soube expressar na forma fracionária.

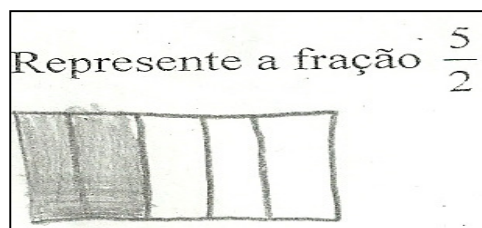


Figura 2: Noção de número misto

O aluno não percebeu que se tratava de uma fração imprópria e que um inteiro estava dividido em 2 partes e assim necessitaria desenhar 3 figuras para poder representar esta fração.

Utilize $>$, $<$ ou $=$

a) $\frac{1}{2} < \frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{9} > \frac{2}{3}$ c) $\frac{1}{2} > \frac{4}{8}$

Figura 3: Dificuldade em diferenciar números fracionários dos números inteiros

Está claro que houve uma confusão com os números naturais, pois em dois dos três exercícios o aluno achou que a fração que representava a maior quantidade era a que tinha o maior denominador.

A parte pintada do desenho pode ser representada por quais frações?

a) $\frac{3}{2}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{2}{1}$ d) $\frac{2}{4}$ e) $\frac{1}{3}$

f) $\frac{2}{3}$ (g) nenhuma das alternativas

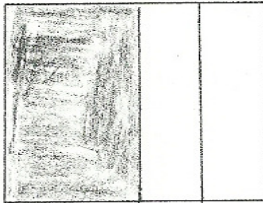


Figura 4: Dificuldade em perceber a equivalência de frações

Esta atividade demonstra a dificuldade em perceber a equivalência da parte pintada com parte que está em branco.

$$\frac{5}{3} - \frac{1}{8} = \frac{20-4}{12} = \frac{16}{12}$$

Figura 5: Dificuldade em “igualar” as frações para posteriormente realizar as operações

A partir destes exercícios, tornam-se evidentes as principais dificuldades apresentadas pelos alunos desta turma. Mas estas dificuldades não são somente percebidas com estes alunos; conforme cita Lopes (2008): “Alunos de todas as culturas cometem erros padrão no cálculo de adição de frações [...] Quem nunca viu crianças somarem numeradores e denominadores como fazem nas multiplicações?” (p.10). Percebe-se então que estas dificuldades acontecem em praticamente todos os povos e cabe a nós professores tentar modificar e buscar novas formas de ensinar estes conceitos relativos a frações.

3.3 ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS

Agora analisaremos como alguns livros didáticos de quinta série abordam o tema de frações. Os livros são: Matemática e Realidade, de Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce e Antônio Machado ; Matemática, de Marilene Turíbia de Rezende Tinano e Maria Cristina Ponciano Gomes; Tudo é Matemática, de Luiz Roberto Dante.

Em Iezzi; Dolce; Machado (2005) a introdução do estudo de frações é com o uso do Tangran. A seguir os autores mostram os tipos de frações e os conceituam, apresentam atividades sobre números mistos, frações impróprias e equivalentes, utilizando a multiplicação cruzada para verificar a equivalência, apresentam soma e subtração de frações, além de trazerem exercícios de identificação de frações e situações problema.

Tinano; Gomes (2006) retoma o conteúdo de frações com exercícios (problemas do cotidiano) em seguida apresenta os termos, a leitura e os tipos de frações, faz uma análise e apresenta problemas envolvendo frações equivalentes, soma e subtração de frações. Também apresenta alguns desafios.

$\frac{1}{2}$ Lê-se: um meio. $\frac{3}{4}$ Lê-se: três quartos. $\frac{5}{8}$ Lê-se: cinco oitavos.

- Se o denominador for 10, 100, 1000, ... cada parte recebe o nome de décimos, centésimos, milésimos, ..., respectivamente. Por exemplo:
 - $\frac{7}{10}$ Lê-se: sete décimos.
 - $\frac{19}{100}$ Lê-se: dezenove centésimos.
 - $\frac{341}{1000}$ Lê-se: trezentos e quarenta e um milésimos.
- Se o denominador for maior que 10 e não for múltiplo de 10, cada parte terá o nome do denominador acompanhado da palavra avos. Veja estes exemplos:
 - $\frac{5}{12}$ Lê-se: cinco doze avos.
 - $\frac{16}{45}$ Lê-se: dezesseis quarenta e três avos.
 - $\frac{59}{127}$ Lê-se: cinquenta e nove cento e vinte e sete avos.

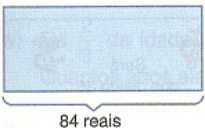
Figura 6: Leitura de frações

Analisando e resolvendo problemas

Artur quer comprar um agasalho que custa R\$ 84,00. Seu padrinho prometeu lhe dar $\frac{5}{7}$ desse valor.

Para saber quanto vai ganhar do padrinho, Artur raciocinou desta forma:

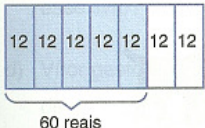
→ Inicialmente representou em um desenho o valor total do agasalho.



→ Como ganhará $\frac{5}{7}$ desse valor, ele dividiu a figura em 7 partes iguais, coloriu 5 dessas partes e efetuou os seguintes cálculos:

$$\frac{1}{7} = 84 : 7 = 12 \text{ reais.}$$

→ $\frac{5}{7} = 5 \cdot 12 \text{ reais} = 60 \text{ reais}$

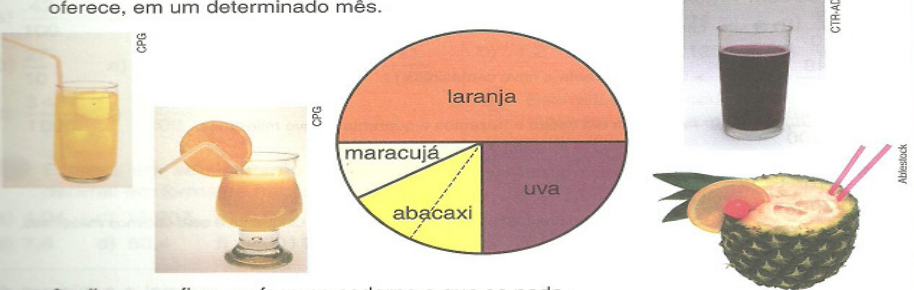


Assim, Artur concluiu que receberá 60 reais de seu padrinho.

Figura 7: Situações problemas, parte de um todo

Hora do desafio

37 Uma lanchonete representou com esta figura a venda total dos sucos nos sabores que oferece, em um determinado mês.



Analisar essa figura e fazer no caderno o que se pede.

- Escreva a fração que representa o suco de cada sabor na venda total desse mês.
- Escreva essas frações com um denominador comum.
- O dono da lanchonete verificou que, nesse mês, foram vendidos 48 litros de suco de uva. Determine, então, quantos litros de cada sabor do suco foram vendidos.
- É correto afirmar que 50% dos sucos vendidos nessa casa, nesse mês considerado, eram de laranja? Por quê?

Figura 8: Desafio matemático, análise de gráfico através de representação fracionária.

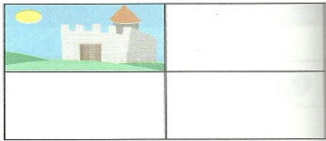

Dante (2002) inicia associando fração como parte de um todo, figura ou objeto, fração de um conjunto de objetos, fração de um número, números mistos. Na sequência mostra frações equivalentes, através de um exemplo de divisão de

queijos e explica que se obtêm frações equivalentes multiplicando numerador e denominador por um mesmo número, soma e subtrai frações com denominadores diferentes, utilizando-se do conceito de frações equivalentes, também aborda o tema comparação de frações. Estes temas possuem um exemplo e em seguida apresenta exercícios de fixação.

Algumas idéias associadas à fração

Fração de uma figura ou de um objeto

1 Felipe dividiu a folha de papel sulfite em 4 partes iguais e pintou uma delas. Representamos a parte pintada pela fração $\frac{1}{4}$.

O 1 é o numerador da fração. Indica o número de partes pintadas.

O 4 é o denominador da fração. Indica o número de partes iguais em que a folha foi dividida.

Dizemos que a folha de papel sulfite é a unidade ou o todo ou o inteiro.

Escreva em seu caderno a fração que representa a parte não pintada por Felipe. Indique agora qual é o seu numerador e o seu denominador.

2 Em seu caderno, escreva em cada desenho a fração correspondente à parte pintada em relação figura toda.



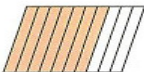
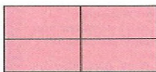





Figura 9: Fração de uma figura

Fração de um número

Enéias tem 9 anos de idade. Seu irmão tem $\frac{2}{3}$ de sua idade. Qual é a idade do irmão de Enéias?

$\frac{2}{3}$ de 9 = ?

Veja que:

$\frac{1}{3}$ de 9 = 3, porque $9 : 3 = 3$.

Então, $\frac{2}{3}$ de 9 = 6, porque $2 \times 3 = 6$.

Assim, $\frac{2}{3}$ de 9 = 6,

ou seja, o irmão de Enéias tem 6 anos.

Veja mais um exemplo e calcule em seu caderno os outros valores.

$\frac{3}{7}$ de 28 = 12

$28 : 7 = 4$
 $3 \times 4 = 12$

Figura 10: Fração de um número

Frações equivalentes

O avô de Paula e Sofia pediu que elas guardassem na geladeira dois queijos iguais, cortados, para ele fazer uma receita para o jantar. Cada uma cortou o queijo de um modo diferente. Veja:

- Paula cortou o queijo em 4 partes iguais e guardou $\frac{2}{4}$ na geladeira.
- Sofia cortou o outro queijo igual ao primeiro em 8 partes iguais e guardou $\frac{4}{8}$ na geladeira.

Olhando as figuras você pode observar que a parte correspondente a $\frac{2}{4}$ é a mesma que corresponde a $\frac{4}{8}$. Dizemos então que $\frac{2}{4}$ e $\frac{4}{8}$ são *frações equivalentes* e indicamos assim: $\frac{2}{4} = \frac{4}{8}$.



 Frações equivalentes têm o mesmo valor em relação à mesma unidade (equivalente: igual valor).

Figura 11: Equivalência de frações

Na análise de livros didáticos observei que alguns livros trazem o conceito de fração de forma muito simplificada, não explicitando que as divisões devem ser iguais e utilizando exercícios repetitivos que não levam o aluno a pensar e associar com fatos do cotidiano para desenvolver estas atividades.

Conforme Silva (2005), muitos professores têm o livro didático como seu guia, pois não estão preparados para ministrar estas aulas e também sentem dificuldades, percebendo lacunas no seu aprendizado e as repassando para os alunos. Sabem da importância de utilizar material concreto para que os alunos possam perceber e entender o processo, mas não se sentem preparadas.

3.4 PLANO DE ENSINO E HIPÓTESES DO TRABALHO

O plano de ensino teve como foco o ensino de frações, na sexta série do Ensino Fundamental. Nesta prática tive como principal objetivo retomar o conceito de frações, de modo a sanar as dificuldades dos alunos. Para tal, procurei organizar uma nova abordagem do assunto, que priorizasse os significados das frações, relacionando-as com atividades cotidianas.

A tabela a seguir mostra um quadro de planejamento de ações realizadas na prática.

OBJETIVO	AÇÃO	RECURSO
Relembrar o conceito de frações.	Assistir ao vídeo e perceber como as frações se apresentam e responder questões relativas ao vídeo.	Vídeo, folha com perguntas
Que o aluno compare frações e consiga perceber como o processo de transformar frações em equivalentes é realizado, tentando dissociar dos números naturais.	Ação:Alunos receberão folhas de ofício e representarão as frações solicitadas, em seguida farão a comparação entre si para observar qual fração é maior. Atividade no laboratório de informática com O software KBruck, jogo para exercitar frações.	Folhas de ofício, e computadores.
Perceber que frações são parte do todo.	Resolver situações problema.	Exercícios
Observar que as frações podem representadas como decimais.	Reta numérica	Atividade na reta numérica.
Que através do conceito de frações equivalentes, os alunos percebam como pode se somar frações com denominadores diferentes.	Resolver situações problema envolvendo soma e subtração de frações com denominadores diferentes.	Folha com frações para que fazer a equivalência. Folha xerocada com exercícios.

Durante a preparação deste plano de trabalho, elaborei algumas hipóteses, com relação às condições dos alunos para participarem da prática, a serem analisadas posteriormente. Meus pressupostos, na ocasião, eram de que os alunos: lembrariam das frações como parte de um todo, pois estaríamos retomando esse assunto; assistiriam ao vídeo com atenção e responderiam as questões com presteza; compreenderiam e fariam a comparação de frações, dissociando o número racional do número natural; perceberiam que as frações podem ser representadas como decimal e localizariam estas frações na reta numérica; compreenderiam a adição e subtração de frações com denominadores diferentes, através da equivalência de frações, dando significância às operações; e conseguiriam perceber que as frações são partes de um todo.

Para validar as hipóteses foram selecionados e analisados alguns dados extraídos de trabalhos escritos dos alunos, de registros de relatos dos alunos e de fotografias dos alunos realizando as atividades.

3.5 A EXPERIÊNCIA DIDÁTICA

Primeiramente me apresentei para a turma com que iria realizar a engenharia, uma turma com 22 alunos, sendo um deles com deficiência visual. Fui muito bem recebida e tive uma surpresa, pois seis alunos desta turma já haviam sido meus alunos na segunda série.

Inicialmente falei que iríamos trabalhar com frações, perguntei se lembravam das frações, se as utilizavam. Em seguida fomos até a sala de vídeo onde assistimos ao vídeo “frações”. Conforme as situações iam surgindo, pausava e conversávamos. Depois de assistirmos e debatermos fomos para a sala de aula, onde cada um relatou como devem ser expressas as frações e que utilidades têm em seu dia-a-dia.

Num segundo momento, relembamos o conceito de frações equivalentes, e os alunos fizeram representações em folha de ofício. Assim, puderam observar qual das frações representadas é maior, tentando dissociá-las dos números naturais.

Num terceiro momento, observamos que as frações podem ser representadas como números decimais, que habitualmente são os mais utilizados no dia-a-dia, principalmente no sistema monetário e em dados de pesquisas.

Num quarto momento, com uso de frações equivalentes realizamos adições de frações com denominadores diferentes, de modo que os alunos procuravam as frações que se “encaixavam” em cada fração que devia ser somada.

Num quinto momento, trabalhamos com frações como parte de um todo, $\frac{2}{3}$ de uma hora, $\frac{2}{5}$ de um quilo, onde os alunos representavam o todo e dividiam em partes iguais.

A maioria das atividades foi desenvolvida com alunos agrupados de 2 em 2.

3.6 ANÁLISE DAS HIPÓTESES INICIAIS

Para validar a experiência as hipóteses iniciais serão analisadas e comprovadas.

■ Hipótese 1: Que o aluno lembre das frações como parte de um todo, pois estamos relembando este assunto.

Está hipótese foi parcialmente atingida, pois alguns alunos confundem o numerador com denominador, ou seja, a “parte pintada da parte branca”, como eles mesmos relatam.

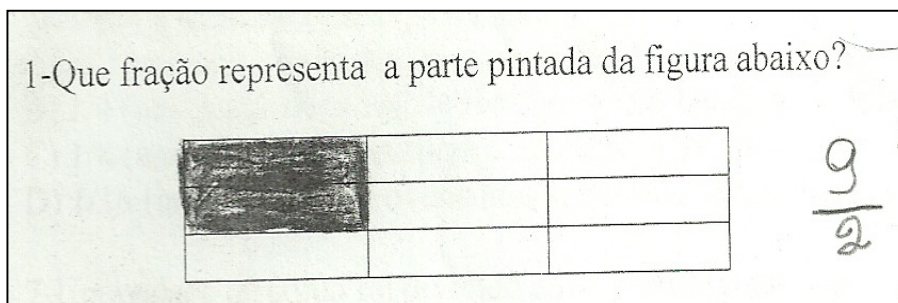


Figura 12: Dificuldade em estabelecer a relação parte todo.

■ Hipótese 2: Que os alunos assistam ao vídeo com atenção e respondam as questões com presteza.

Os alunos assistiram ao vídeo, prestaram atenção e interagiram, perguntando onde usam as frações, para que servem. Conforme os conceitos iam surgindo no vídeo, ia pausando e conversávamos sobre os mesmos. Quando apareceu que

fração pode ser representada como decimal, falamos sobre o sistema monetário, como representaríamos R\$ 1,50 como fração e $\frac{2}{3}$ de real significa que valor. Após esta conversa os alunos voltaram para a sala e responderam as questões propostas.

Como devem ser representadas as frações?

Você utiliza frações em seu dia-a-dia? Onde?

O que são frações equivalentes?

Pode-se perceber que os alunos entenderam alguns conceitos de fração, como a sua representação e o significado de fração equivalente, como mostra na figura a seguir.

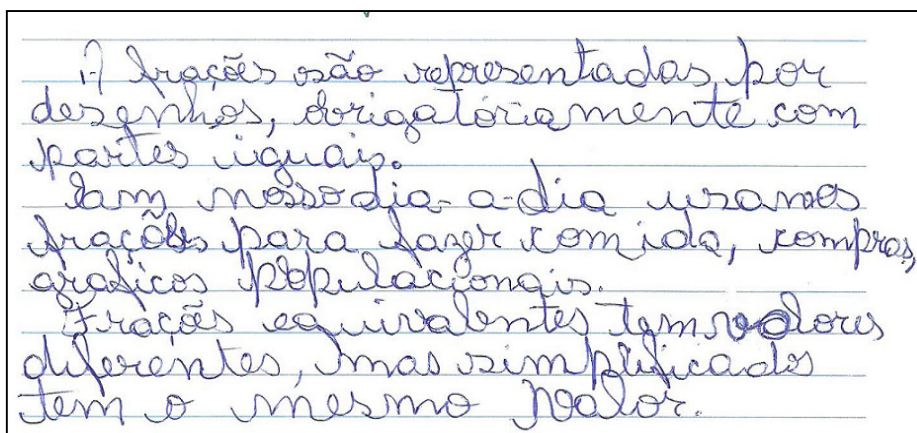


Figura 13: Representação, uso no dia-a-dia das frações e frações equivalentes

■ Hipótese 3: Que o aluno compreenda a comparação de frações e dissocie o número racional do número natural.

Nesta atividade percebi que os alunos têm dificuldades em dissociar o número racional do número natural e confundem o denominador maior como se fosse a parte maior, os alunos fizeram as representações das frações em uma folha de ofício e visualizando as frações puderam perceber qual das frações seria maior, menor ou igual (equivalente). Após terem feito está atividade fomos ao laboratório de informática onde utilizaram o software Kbruck, exercitando frações, e puderam resolver atividades sobre comparação de frações.

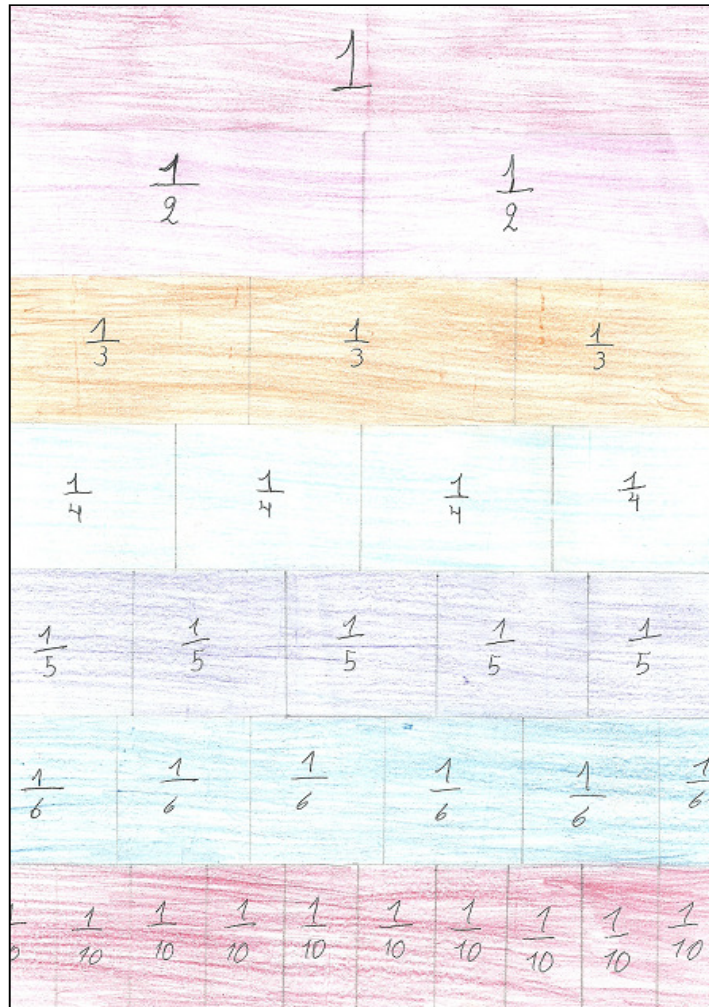


Figura 14: Comparação de frações.

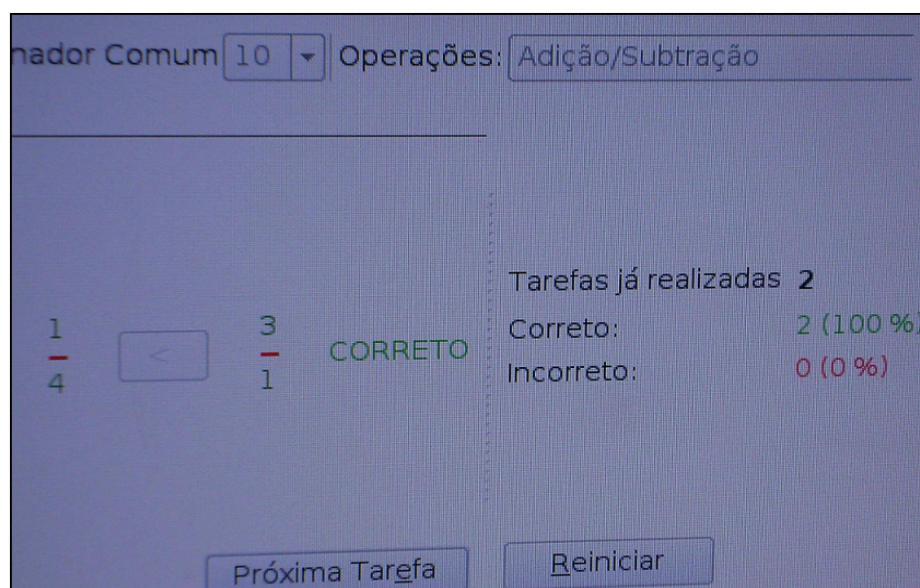


Figura 15: Tela do software Kbruch

■ Hipótese 4: Que o aluno perceba que as frações podem ser representadas como decimal e que localizem estas frações na reta numérica.

Esta atividade foi validada, pois os alunos perceberam que uma fração pode ser representada como decimal, entenderam que para encontrar este decimal é preciso dividir o numerador pelo denominador, a dificuldade foi em realizar a divisão, pois algumas duplas não lembravam como fazer. Para localizar os decimais na reta numérica os alunos não apresentaram dificuldade.

The image shows three examples of long division used to convert fractions to decimals:

- a) $\frac{303}{10} = 30,3$
- b) $\frac{103}{20} = 5,15$
- c) $\frac{524}{100} = 5,24$

Figura 16: Fração como decimal

■ Hipótese 5: Que o aluno compreenda a adição e subtração de frações com denominadores diferentes, através da equivalência de frações, dando significância às operações.

Foi muito gratificante perceber que os alunos estavam entendendo o que é somar frações, como é feito, eles se envolveram, primeiramente recortaram as frações e as organizaram, em seguida pedi para que pegassem a fração $\frac{1}{2}$ e tentassem encaixar outras frações sobre ela, em seguida $\frac{1}{3}$ e, depois, juntos, somamos $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$. Os alunos deveriam encontrar, dentre as frações disponibilizadas, frações que se encaixassem exatamente em $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$ ao mesmo tempo e em seguida somar estas frações. A partir deste exemplo realizaram outras somas e depois que haviam feito as somas, conversamos sobre encontrar o m.m.c para deixar as frações equivalentes e, após feito isso, poder somar ou subtrair frações.

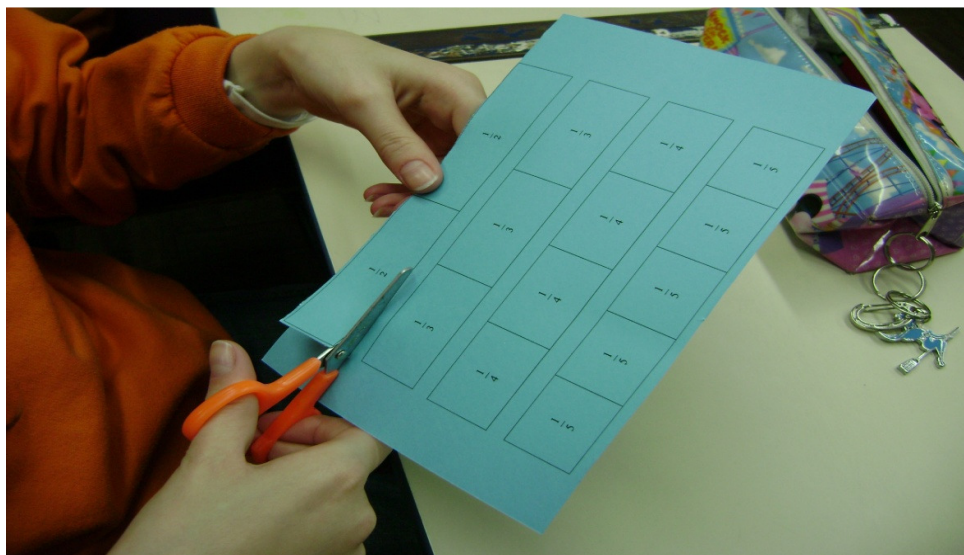


Figura 17: Equivalência de frações

Nesta atividade os alunos estavam recortando as fichas para, em seguida, utilizá-las na equivalência de frações, nas adições e nas subtrações de frações.

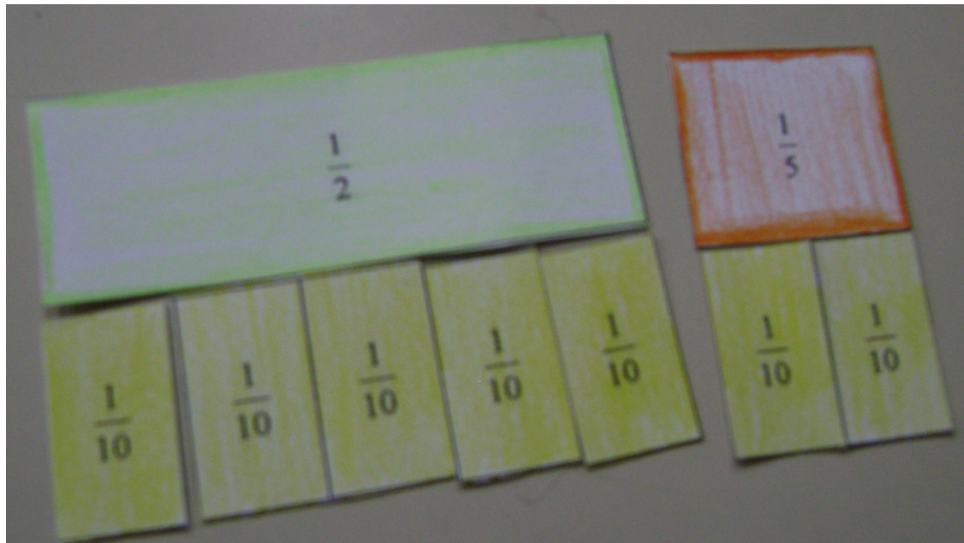


Figura 18: Soma de frações utilizando frações equivalentes.

Os alunos realizaram com compreensão as equivalências indicadas na figura acima, relacionando também com adição de frações.

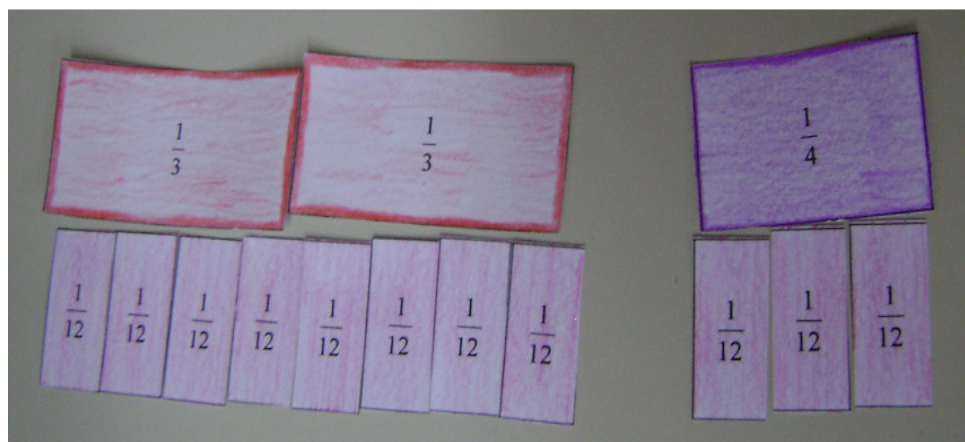


Figura 19: Operações com frações utilizando fichas para encontrar a fração equivalente e depois realizar a operação solicitada.

■ Hipótese 5: Que o aluno consiga perceber que as frações são partes de um todo.

Neste momento relembramos frações como parte de um todo, acredito que esta hipótese foi validada, pois eles conseguiram perceber que uma fração é uma parte, que esta parte pode ser de uma hora, de uma quantidade em dinheiro, de uma unidade de massa, de vitórias de um time num campeonato. Fizeram isso resolvendo algumas situações problema.

Uma hora tem 60 minutos, quantos minutos tem $\frac{2}{3}$ da hora?

~~20~~ ~~20~~ ~~20~~ $\frac{2}{3} = 40$ minutos

Num torneio de futebol uma equipe jogou 16 partidas e venceu $\frac{3}{4}$. Quantas partidas esta equipe venceu?

~~4~~ ~~4~~ ~~4~~ ~~4~~ ~~4~~ ~~4~~ ~~4~~ ~~4~~ $\frac{3}{4} = 12$ vitórias

Quantas gramas são $\frac{2}{5}$ de um quilo?

~~200~~ ~~200~~ $\frac{2}{5} = 400$ gramas

Um pai dividiu R\$ 36,00 com seus 3 filhos, o primeiro ganhou $\frac{2}{6}$ o segundo $\frac{1}{4}$ e o terceiro $\frac{5}{12}$, qual a quantia que cada filho recebeu?

1º ~~6~~ ~~6~~ ~~6~~ $\frac{2}{6} = 12$ Reais

2º ~~9~~ ~~9~~ ~~3~~ $\frac{1}{4} = 9$ Reais

3º ~~3~~ ~~3~~ ~~3~~ ~~3~~ ~~3~~ ~~3~~ ~~3~~ ~~3~~ ~~3~~ $\frac{5}{12} = 15$ Reais

Figura 20: Análise da prática pedagógica - frações como parte do todo

3.7 CONSIDERAÇÕES SOBRE A EXPERIÊNCIA DIDÁTICA

Neste trabalho foi tratado o ensino de frações, sua representação, frações equivalentes, comparação de frações parte/todo e frações como decimais.

Foi constatado que os alunos têm dificuldade em perceber a utilização de frações no cotidiano, confundem o número racional com o número natural, não conseguindo distingui-los, conforme conversa com a professora titular e diagnóstico preliminar realizado com os alunos.

O objetivo foi propor alguma mudança no ensino usual de frações, tentando deixar mais clara a idéia do que sejam as frações.

Para realizar esta prática foram utilizados recursos com os quais os alunos podiam interagir e manipular, de modo a perceberem como é realizada a adição de frações, entendendo o porquê de se buscar frações equivalentes para depois somá-las. Assim, puderam comparar as frações e perceber a diferença entre número racional e natural .

Foi muito interessante ver os alunos questionando e desenvolvendo as atividades de forma prazerosa e satisfatória, uma aluna disse “agora entendi como se somam frações”, isto é muito gratificante.

Esta experiência foi muito importante, pois além da prática docente, levou a uma reflexão e ficou claro que, mesmo com materiais simples, os alunos conseguem assimilar com mais facilidade os conteúdos, gerando interesse e satisfação, pois estavam aprendendo matemática de forma lúdica.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao finalizar este trabalho pode-se perceber algumas das dificuldades, talvez as mais marcantes, que os alunos têm com relação ao tema frações. É um conteúdo complexo que deve ser ensinado com diversos recursos.

Daí a importância do empenho do professor em procurar novas maneiras de ensinar e de abranger todos os significados do conceito de números fracionários, é um conteúdo extenso, mas nem sempre se dedica o tempo necessário para que os alunos possam diferenciar os números racionais dos naturais e possam entendê-los e operar com os mesmos.

Através deste estudo também se pode perceber aspectos que vem ao encontro dos estudos realizados pelos autores que debatem e estudam a respeito do tema e a realidade da sala de aula e isso possibilitou uma compreensão sobre as dificuldades dos alunos e a importância de se utilizar diferentes recursos como: vídeos, softwares e fichas. Os alunos demonstraram interesse em realizar as atividades, pois, como relataram, são diferentes das que haviam feito anteriormente sobre frações.

Ensinar é uma tarefa que exige muito do professor, que nem sempre está preparado para desempenhar tal função, algumas vezes por achar muito trabalhoso e outras vezes por sentir medo do novo e insegurança com relação ao próprio conteúdo. Nestes casos, acaba preferindo utilizar-se somente dos livros didáticos, sem ter condições de analisá-los de forma crítica.

Vale ressaltar que dar aula nem sempre é sinônimo de ensinar; aula pode-se dar de qualquer forma, mas ensinar exige muito do professor, é preciso que aconteça uma ação seguida de uma reflexão crítica, para poder perceber o que foi válido e mudar o que não teve o resultado esperado, que exista uma transferência de conhecimentos e que estes conhecimentos possam ser utilizados como instrumento de crescimento social e intelectual dos alunos.

5. REFERÊNCIAS

- BERTONI, Nilza Eigenheer. A construção do conhecimento sobre Número Fracionário. **Bolema**. Rio Claro (SP), Ano 21, nº 31, 2008, p.209 a 237. Disponível em:
<http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/2111/1836>
Acesso em 28/05/2011
- BRASIL. Ministério da Educação; Parâmetros Curriculares Nacionais – Secretaria da Educação Fundamental-Matemática- Vol. 3. 3ª edição. Brasília 2001.
- CARNEIRO, Vera Clotilde GARCIA. Engenharia didática: um referencial para ação investigativa e para formação de professores de Matemática. Zetetike, (Campinas-UNICAMP, v. 13, n. 23, 2005, p. 85-118), disponível em:
<http://143.54.226.61/~vclotilde/publicacoes/ENGENHARIA%20ZETEIKE2005.pdf>
Acesso em 28/05/2011
- DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é Matemática** – 5ª série. Editora Ática, São Paulo- SP 2002.
- IEZZI, Gelson ; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antônio. **Matemática e Realidade**. Editora Atual , São Paulo- Sp 2005
- LOPES, Antonio José. O que Nossos Alunos Podem Estar Deixando de Aprender sobre Frações, quando Tentamos Ihes Ensinar Frações. **Bolema**. Rio Claro (SP), Ano 21, nº 31, 2008,p.1 a 22.Disponível em:
<http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/2105/1830>
Acesso em 28/05/2011
- Projeto Araribá, **Matemática**, 5ª série. Editora Moderna, São Paulo, 2007
- NUNES, Terezinha...[Et. al] **Educação Matemática**: Números e operações numéricas. Cortez, São Paulo- SP 2005
- SILVA, Maria José Ferreira da.**Sobre a introdução do conceito de números fracionários**. 1997. 245f. Dissertação(Mestrado em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 1997.
Disponível em http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/SILVA_maria_jose.html
Acesso em 22/04/2010

_____, Maria José Ferreira da; ALMOULOU, Saddo Ag. As operações com Números Racionais e seus significados a partir da concepção parte-todo. **Bolema**. Rio Claro (SP), Ano 21, nº 31, 2008, p.55 a 58. Disponível em: <http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/2105/1830>
Acesso em 28/05/2011

TIMANO, Marilene Turíbia de Rezende, GOMES Maria Cristina Ponciano.
Matemática – 5ª série. Coleção ELOS, IBEP. São Paulo, 2006

Vídeo “Frações” disponível em <http://www.dominiopublico.gov.br/>.