

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO MATEMÁTICA, MÍDIAS DIGITAIS E DIDÁTICA:
TRIPÉ PARA FORMAÇÃO DE PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Patricia Espindola Michel

TECNOLOGIA NO ENSINO DE MATEMÁTICA:
Relatos de experiências

Novo Hamburgo
2011

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO MATEMÁTICA, MÍDIAS DIGITAIS E DIDÁTICA:
TRIPÉ PARA FORMAÇÃO DE PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Patricia Espindola Michel

TECNOLOGIA NO ENSINO DE MATEMÁTICA:
Relatos de experiências

Monografia apresentada como requisito parcial
para obtenção de título de Especialista em
Matemática, Mídias Digitais e Didática ao
Departamento de Matemática Pura e Aplicada da
Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Orientador: Professora Vera Clotilde Garcia

Novo Hamburgo

2011

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

TECNOLOGIA NO ENSINO DE MATEMÁTICA:
Relatos de experiências

Patricia Espindola Michel

Comissão examinadora

Professora Dra. Vera Clotilde Garcia
Orientadora

Prof. Dra. Marcia Rodrigues Notare

AGRADECIMENTOS

Agradeço as orientações da Professora Vera, aos demais professores do Curso de Especialização em Matemática – Mídias Digitais – Didática. As tutoras Joseane e Aline, aos funcionários da UAB Novo Hamburgo e em especial aos colegas do curso.

Agradeço aos meus colegas e amigos do Colégio Sinodal da Paz pelo apoio e incentivo. E aos meus alunos pela dedicação.

À família, agradeço pelo amor, carinho e motivação.

RESUMO

O presente trabalho tem um duplo objetivo. O primeiro é apresentar três diferentes experiências didáticas desenvolvidas nos anos de 2009 e 2010 no Colégio Sinodal da Paz em Novo Hamburgo, com alunos de sétimas e oitavas séries do Ensino Fundamental. As experiências são diferenciadas: a primeira recorre ao de softwares no ensino da Matemática; o foco da segunda é a resolução de problemas; na terceira experiência, a referência é o uso de vídeos educativos. O segundo objetivo é apresentar a evolução das práticas, em termos de planejamento e de qualidade das atividades desenvolvidas; e a evolução das reflexões do professor sobre sua própria prática, favorecida pelo contato com diferentes recursos tecnológicos proporcionado no Curso de Especialização Matemática, Mídias Digitais e Didática.

PALAVRAS-CHAVE: Ensino de Matemática; uso de tecnologias.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Software GeoGebra	14
Figura 2 – Ladrilho	17
Figura 3 – Circunferência	17
Figura 4 – Casas	20
Figura 5 – Flores	20
Figura 6 – Flores II	21
Figura 7 – Abstrato	21
Figura 8 – Catavento	22
Figura 9 – Alunas no manuseio do astrolábio	27
Figura 10 – Alunas trabalhando no GeoGebra	28
Figura 11 – Construção do triângulo retângulo	29
Figura 12 – A divisão áurea de um segmento ou divisão em média extrema razão	35
Figura 13 – Retângulo áureo	37
Figura 14 – Desenho dos alunos: retângulo áureo.....	48
Figura 15 – Alunos no projeto Número de Ouro.....	52

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Plano de ensino extraclasse – 7ª série	15
Quadro 2 – Plano de ensino extraclasse – 8ª série.....	25
Quadro 3 – Tabela de razão trigonométrica	29
Quadro 4 – Atividades número de ouro.....	40
Quadro 5 – Amostra da atividade 1	42
Quadro 6 – Listagem completa da atividade 1	45

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	09
2 ENSINO DE CIRCUNFERÊNCIAS E RETAS	12
3 ENSINO DAS RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS	23
4 ENSINO DAS RAZÕES E PROPORÇÕES COM O NÚMERO DE OURO	32
5 CONCLUSÕES SOBRE O CONJUNTO DO TRABALHO	57
6 REFERÊNCIAS	59

1 INTRODUÇÃO

Seguidamente marcamos o tempo, não somente por dias, meses, mas sim por acontecimentos, que de alguma forma determinam algumas mudanças. Acontecimentos pessoais de muita alegria ou de imensa tristeza e também acontecimentos profissionais. Penso que posso marcar o primeiro tempo de minha carreira profissional, que apesar da pouca idade (17 anos), apontaram para as minhas primeiras reflexões a respeito da educação. Mais precisamente no ano de 1995, estava concluindo meu estágio do magistério em uma escola estadual no município de Novo Hamburgo. Escola essa que refletia muito bem o descaso do Estado com a educação e com todos os outros subsídios necessários para que o ambiente escolar alcançasse o objetivo proposto. Porém, o encantamento pela profissão contornava as dificuldades e eu seguia com as aulas planejadas, com muita criatividade e pouquíssimos recursos. As mídias, por exemplo, se resumiam em alguns encartes infantis recuperados de jornais doados pela comunidade. Penso que, ao recuperar da memória tempos passados, tem-se a dimensão do poder que existe hoje para escolher e alcançar diversos meios de educar.

A vontade de seguir no magistério persistia, porém as necessidades do mundo capitalista levaram-me a outras áreas de trabalho. Em agosto de 1998 pude começar uma nova marca no tempo profissional: estava entrando no curso de Licenciatura em Matemática na Universidade do Vale do Rio dos Sinos. Foram longos anos de estudo, com várias interrupções por questões financeiras, porém sempre com a meta de retornar ao ambiente escolar, como professora.

Em setembro de 2004, depois de várias tentativas, consegui um contrato emergencial do Estado. Tempo difícil aquele. Estava com o curso de licenciatura em andamento e assumiria turmas do Ensino Médio. Além da insegurança em torno do conteúdo, o horário de trabalho era desgastante, pois, afora as quarenta horas semanais de trabalho e as aulas na universidade, teria ainda que recuperar praticamente dois meses de aulas com os alunos. Passado o período de iniciação com sucesso, permaneci no quadro de professores da escola até o fim do ano letivo de 2009. Esses cinco anos foram preciosos para a minha carreira profissional, pois conviver no ambiente escolar provoca inquietações e questionamentos sobre como ser professor e como ensinar, contribuindo no processo de aprendizagem do aluno.

Em 2008, um novo desafio: além das 40 horas de trabalho em uma escola estadual, assumi 12 horas em uma escola particular. O Colégio Sinodal da Paz está localizado na Avenida Pedro Adams Filho, 1974, no Bairro Industrial, Novo Hamburgo. A escola é uma instituição filantrópica e comunitária que atende crianças e jovens desde 1969. No ano letivo

de 2010 estavam matriculados 480 alunos entre a Educação Infantil, Ensino Fundamental e Médio, que foram atendidos por 63 profissionais entre professores e demais funcionários.

A equipe pedagógica do colégio Sinodal da Paz apresenta aos seus professores, a cada novo ano letivo, um tema gerador, fruto de observações e pesquisas no próprio ambiente escolar. Toda a equipe de profissionais trabalha em suas áreas em torno do tema, o que favorece projetos interdisciplinares e possibilita um novo olhar a cada ano para o modo de ensinar.

O Colégio está inserido em uma associação beneficente que mantém três entidades de amparo social (Escola de Educação Infantil, Ação Encontro e Lar Padilha). Todas atendem crianças, adolescentes e pessoas de baixa renda, não cobrando, assim, qualquer tipo de mensalidade. Com esta proximidade de realidades diferentes, os alunos do Colégio Sinodal da Paz, que na maioria pertencem à classe média, exercitam a solidariedade de forma muito espontânea, tornando-se muito solícitos para qualquer atividade proposta.

Como ampliei minha carga horária no ano de 2009, no Colégio, optei em aplicar minhas experiências do Curso de Especialização Matemática, Mídias Digitais e Didática nessa entidade, contando com todo o apoio das equipes diretiva e pedagógica.

No Curso de Especialização Matemática, Mídias Digitais e Didática tive contato com e passei a conhecer diferentes recursos tecnológicos para o ensino, que ainda não havia aplicado em sala de aula. Neste Trabalho de Conclusão apresento três relatos de experiências didáticas desenvolvidas a partir desses estudos, ampliadas com auxílio de artigos da área de Educação Matemática e de reflexões pessoais, num ciclo que ocorre antes, durante e após a prática.

As experiências ocorreram no Colégio Sinodal da Paz, com alunos de sétima e oitava séries.

Este trabalho se apresenta com duplo objetivo:

1. Apresentar três relatos de experiências que mostrem possibilidades de aplicação de recursos tecnológicos no ensino de Matemática.
2. Mostrar a evolução do conhecimento e da capacidade de reflexão sobre a prática, do professor, no transcorrer das três experiências.

A primeira experiência didática tratou da revisão de conceitos relativos aos conteúdos de geometria, circunferência e retas: raio, diâmetro, corda e posições de retas em relação à circunferência. Utilizei o software Geogebra como recurso didático, com um grupo de alunos da 7ª série.

A segunda experiência didática tratou da revisão da geometria do triângulo retângulo e das razões trigonométricas, com alunos da 8ª série do Ensino Fundamental, novamente utilizando o Geogebra, mas, agora, partindo de um problema disparador.

A terceira experiência didática tratou dos conceitos de Razão e Proporção, relacionando-os a problemas geométricos e fazendo referência especial ao Número de Ouro, como uma razão entre medidas. Foi planejada e aplicada na 7ª série. Para a realização dessa intervenção, foi utilizado um vídeo de sensibilização: Arte & Matemática ¹. O vídeo foi produzido pela TV Escola - MEC, com duração aproximada de 25 minutos e trata especificamente do número de ouro e da proporção áurea, com vários exemplos, na natureza, nas artes, na poesia, na arquitetura; enfim, aproxima esta razão ao nosso dia a dia.

No texto, apresento, no Capítulo 1, a primeira experiência, com meus estudos sobre o uso de softwares, no ensino da Matemática. Logo após, descrevo a segunda experiência, com revisão bibliográfica sobre a aplicação da metodologia de resolução de problemas. O terceiro capítulo traz a terceira experiência, com referências ao uso de vídeos educativos.

O encadeamento dos relatos mostra a evolução da minha forma de pensar e refletir no ciclo antes, durante e após a prática. Ao final, traço conclusões sobre o conjunto do meu trabalho.

No texto, muitas vezes, utilizo a palavra “engenharia” para designar a experiência didática desenvolvida. Isto ocorre porque, no Curso, as práticas eram designadas como “engenharias didáticas”, seguindo etapas sugeridas nesta metodologia de pesquisa indicada para dar base a trabalhos docentes que envolvam inovação com reflexão, análise e validação.

¹ http://www6.ufrgs.br/espmat/disciplinas/midias_digitais_II/videos/mat_arte_numero_ouro/videos34.htm.

2 ENSINO DE CIRCUNFERÊNCIAS E RETAS

Este trabalho tratou da revisão do conteúdo de circunferência e retas, revendo os conceitos de raio, diâmetro, corda e posições de retas em relação à circunferência, com uso do Geogebra. Um dos objetivos era permitir aos alunos um contato maior com o software, criando outras figuras e transformando-as em obras coloridas. O trabalho foi realizado com um grupo de alunos da 7ª série de Ensino Fundamental do Colégio Sinodal da Paz, em contra turno do ensino regular. O recurso didático utilizado foi o software Geogebra.

Escolhi esse conteúdo porque, no primeiro semestre do ano letivo de 2009, ao trabalhar o conteúdo de conjuntos numéricos, estudamos parte do conteúdo de circunferência. Num primeiro momento, com uma atividade prática, medindo objetos e tampas com formato circular, os alunos descobriram a constante π , pertencente ao conjunto de números irracionais. Posteriormente estudaram os conceitos de raio, diâmetro e corda. Calcularam áreas, comprimentos, estudaram também a diferença entre círculo e circunferência e, ainda, as diferentes posições de uma reta em relação a uma circunferência.

Refletindo sobre as atividades trabalhadas, acredito que houve lacunas na parte prática, ou seja, nas construções. Lacunas identificadas em exercícios de construção, utilizando régua e compasso como, por exemplo:

- Desenhe uma circunferência sabendo que seu diâmetro é igual à medida do lado de um quadro de área 49 cm.
- Desenhe uma circunferência sabendo que seu comprimento é de 9,42 cm.

No processo, os alunos cometem algumas confusões entre o raio e o diâmetro: têm dificuldade em calcular o raio, quando fornecemos o comprimento da circunferência ou a área. Porém, a principal dificuldade é despertar seu interesse para aprender, o que, acredito, no ensino de geometria poderia ser obtido ao mostrar que as formas geométricas estão presentes em nosso cotidiano.

Vivemos uma realidade difícil, na sala de aula, em que o desinteresse vem associado com indisciplina, influenciando no rendimento e na aprendizagem.

Porém, já tive experiências em práticas anteriores, quando, com a utilização de algum recurso didático, a matemática tornou-se mais significativa, próxima e atrativa para o aluno. No Ensino Médio, no estudo de funções, podemos utilizar questões físicas para exemplificar o cálculo do vértice de uma parábola, por exemplo. E ainda, como recurso pode

ser utilizado o software Winplot², construindo assim os gráficos comparando coeficientes e seus resultados, experimentando números e analisando as situações apresentadas.

A utilização de jogos didáticos também se torna aliada na aprendizagem, tanto para despertar interesse em algum conteúdo novo como para revisar e avaliar um assunto aprendido.

Enfim, refletindo sobre as dificuldades de aprendizagem na falta de interesse dos meus alunos na minha sala de aula, pensei que retomar esse assunto, utilizando o Geogebra complementar o estudo e poderá despertar a criatividade e um maior envolvimento com os próximos conteúdos de geometria.

Pensando nessa realidade, decidi desenvolver a experiência com um grupo reduzido que frequenta as aulas de reforço de matemática. Essas aulas ocorrem em turno contrário e são de frequência não obrigatória.

Os alunos que frequentam o reforço são indicados pela professora titular da turma, recebendo um convite, com um horário em que a professora estará disponível para atendê-los. Esses alunos são selecionados por apresentarem baixo rendimento no conteúdo estudado, identificado através de alguma avaliação ou, ainda, por serem alunos que parecem compreender a matéria que está sendo estudada, mas apresentam lacunas em conteúdos de séries anteriores, como, por exemplo, cálculos envolvendo números inteiros. A maioria dos alunos do reforço é disciplinada, mas apresentam problemas de baixa autoestima, evidenciando dificuldades em Matemática desde as séries iniciais. Alguns apresentam alguma deficiência diagnosticada como o TDAH³, sendo que no reforço, com o número reduzido de colegas têm um melhor aproveitamento. Com a realização de um trabalho diferenciado, a motivação e a autoestima desses alunos tendem a melhorar e, conseqüentemente, a aprendizagem acontece.

Estudo sobre o Geogebra e o uso de softwares no ensino de Matemática

A geometria dinâmica tem um papel fundamental para “descolar” e “manipular” as representações de figuras geométricas.

O GeoGebra é um programa computacional educativo livre que reúne Geometria, Álgebra e Cálculo. Seu autor é o professor Markus Hohenwarter da Universidade de

² Software livre disponível em <http://www.baixaki.com.br/download/winplot.htm>.

³ Transtorno do Déficit de Atenção com Hiperatividade

Salsburgo na Áustria, e pode ser obtido por meio do endereço eletrônico: <http://www.geogebra.org/cms/>.

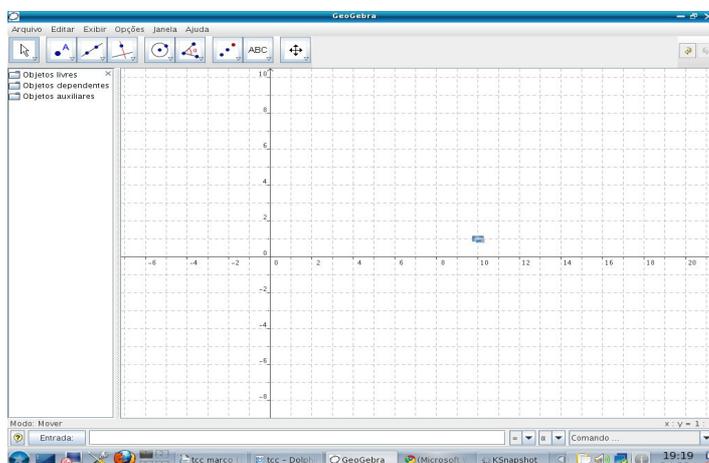


Figura 1: Interface do Software GeoGebra.

Fonte: <http://www.geogebra.org/cms/>.

Esse software é mais um recurso pedagógico para inovar no ensino da matemática em sala de aula, que, na forma tradicional, apresenta vários problemas. O “*fazer matemática*”, segundo GRAVINA e SANTAROSA (1998), requer que o aluno: experimente, interprete, visualize, conjecture, abstraia, generalize e demonstre.

Segundo KALEFF (1998, pág.18) esse programa proporciona novos rumos para o entendimento das formas geométricas, oferecendo “*figuras em movimento*”, que não se deformam. Com elas, os alunos podem fazer muitas experiências, evidenciando novas propriedades geométricas e buscando explicações para o que está sendo empiricamente constatado. Trabalhar com o Geogebra significa trabalhar com ***Geometria Dinâmica***, ou seja, de tal forma que as construções geométricas, ao serem manipuladas e, em movimento, guardam as relações geométricas, que foram impostas nas construções.

Plano de ensino

O plano de ensino teve como foco a revisão do ensino da circunferência (comprimento, área e elementos) e foi desenvolvido na 7ª série do Ensino Fundamental, no Colégio Sinodal da Paz, em 2009. A prática, a primeira do Curso de Especialização, foi experimental e bastante reduzida. Ocorreu no dia 28/09/2009 com duração de 3 horas aula.

Como se tratava de uma aula de reforço extraclasse, o principal objetivo era retomar os conceitos já estudados de uma maneira diferenciada e interessante despertando a criatividade e explorando a beleza das construções geométricas.

OBJETIVOS	AÇÃO	RECURSOS
<p>Retomar o conceito de raio e demais elementos da circunferência</p> <p>Conhecer o Geogebra e algumas ferramentas</p>	<p>Conversa informal com os alunos.</p> <p>Construção de um segmento (raio) e a circunferência; Ampliação e redução deste segmento;</p>	<p>Anotações presentes no caderno de cada aluno</p> <p>Geogebra</p>
<p>Reconhecer:</p> <p>– As diferentes posições de uma reta em relação a uma circunferência;</p> <p>– As figuras geométricas que podem ser construídas a partir da circunferência e das retas.</p> <p>Realizar:</p> <p>_ construção do quadrado. _ construção de triângulo. _ utilização do ponto médio.</p>	<p>Construção do quadrado, através da circunferência, analisando as retas construídas (paralelas e perpendiculares) relacionando com as retas Tangente e secante.</p> <p>Construção das figuras geométricas observadas. Colorir as figuras encontradas, criando uma obra de arte.</p>	<p>Geogebra</p>

Quadro 1: Plano de ensino extraclasse – 7ª série
Fonte: Elaborado pela autora.

Reflexões prévias

Nas reflexões prévias, elaborei hipóteses a respeito do que poderia ocorrer, ou sobre o que eu esperava dos alunos:

1. Por ser uma revisão de conceitos já trabalhados em aula regular, os alunos saberão diferenciar e localizar na circunferência o raio, o diâmetro e ainda a corda. Lembrarão que o π e o raio estão presentes nos cálculos de comprimento

e área e que as retas podem assumir três diferentes posições relativas à circunferência.

2. A aula de reforço no laboratório de informática com uso de um software diferente irá despertar interesse e participação dos alunos.
3. A compreensão do conteúdo e a realização do trabalho irão desencadear nos alunos motivação para as próximas aulas de geometria, criando novas perspectivas para o aprendizado.

O material produzido pelos alunos foi gravado em arquivo juntamente com um breve relato das construções realizadas, listando os recursos utilizados e avaliando suas construções. Fiz observações, relatando os acontecimentos relevantes durante o processo.

Descrição e análise da prática

O grupo era composto de seis alunos da 7ª série do Ensino Fundamental, que frequentam também aulas de reforço na disciplina de matemática.

Os computadores já se encontravam com o software Geogebra instalado e testado, porém, em algumas máquinas, sua utilização era muito lenta, o que provocou uma certa impaciência nos alunos. Outro fato que não estava previsto foi a falta do projetor, ocupado em outro evento da escola.

Iniciei a prática com uma conversa informal: perguntei o que os alunos pensaram quando ficaram sabendo que a aula de reforço seria no laboratório de informática. Alguns responderam fazendo referência à mostra de projetos (atividade usual da escola) e os demais logo fizeram referência as suas dificuldades na disciplina.

“... pensei que íamos fazer algo para a mostra...”.

“... pensei que seria um reforço, até por eu estar meio mal nessa matéria, fiquei meio nervosa, mas descobri que seriam mais alunos...”.

“... pensei que seria importante para mim... estava com dificuldades no assunto de geometria...”.

Expliquei aos alunos que a prática, que chamamos de “oficina de geometria”, ofereceria o uso de um software chamado Geogebra, para aprendizagem de Geometria. Nessa conversa informal, mostrei algumas construções prontas elaboradas no Geogebra (Figura 2) e explorei também o site da disciplina do Curso de Especialização, Mídias Digitais.

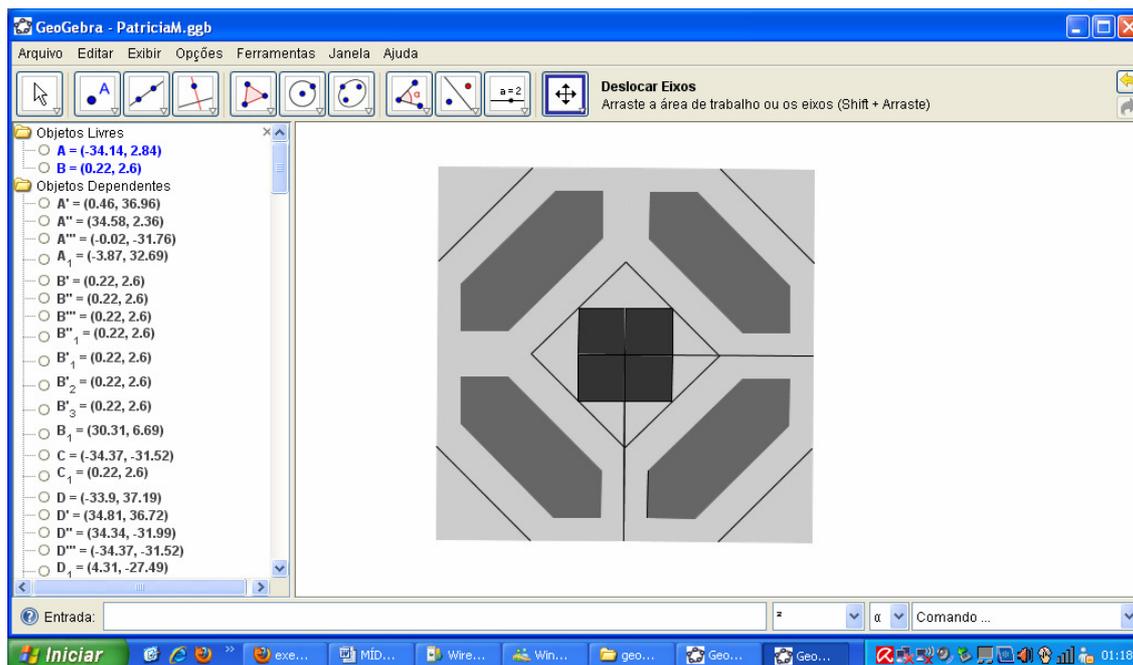


Figura 2: Ladrilho

Fonte: Elaborado pela autora

Posteriormente pedi aos alunos que localizassem, em seu caderno, o conteúdo referente à circunferência, que iríamos retomar alguns conceitos. Nesse momento, autorizei aos alunos localizarem o software Geogebra no seu computador. Com orientação, os alunos fizeram a primeira construção. Construíram um segmento e , com a ferramenta compasso, construíram uma circunferência (Figura 3).

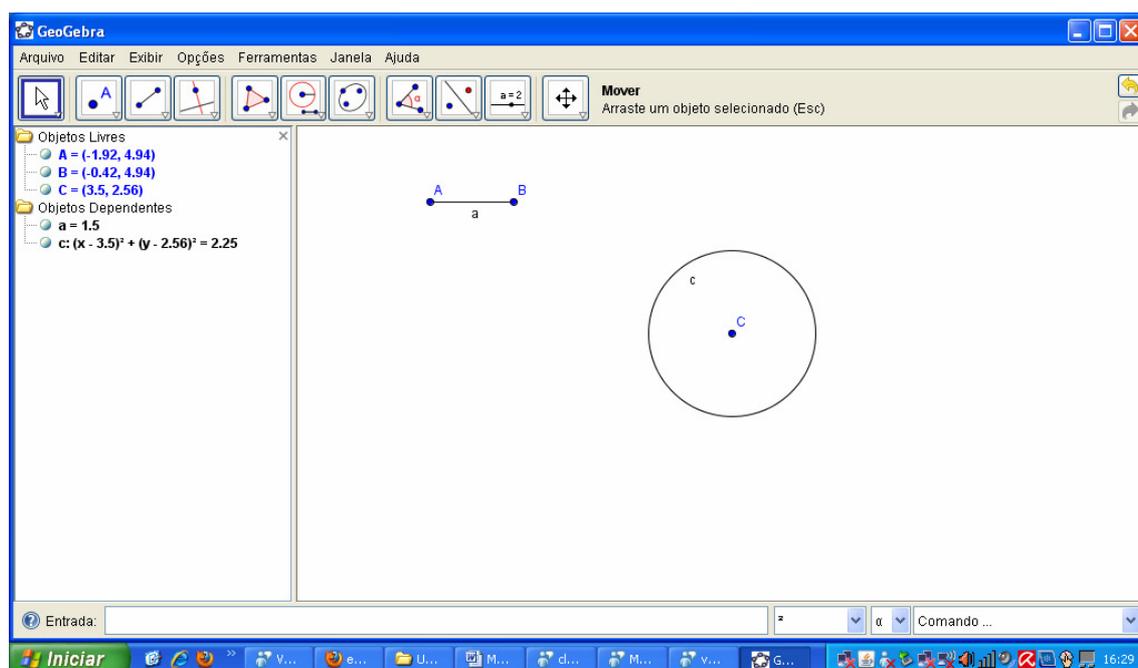


Figura 3: Circunferência.

Fonte: Elaborado pela autora.

Retomei as fórmulas de área e comprimento da circunferência e perguntei que medidas determinavam o tamanho ou o comprimento da circunferência. Vieram as tentativas... “*é o π* ”. Pedi que movimentassem o segmento criado e observassem o efeito sobre a circunferência; e também, que voltassem a clicar na ferramenta compasso, mostrando as “dicas” do Geogebra.

Nesse momento, pude perceber o encantamento dos alunos com o software e a importância do uso das mídias digitais na aprendizagem. Deixei que eles explorassem um pouco o software, sem nenhuma orientação específica. Encontramos algumas dificuldades quanto ao hardware:

“... não conseguia mais abrir, dava um relatório de erros...”.

“... o computador estava tão lento, mas tão lento que tive de ligar outro...”.

Recomeçamos novas construções e continuei orientando os alunos, visando a construção do quadrado a partir da circunferência. Esta etapa foi bem detalhada: retomei conceitos já estudados, mas sempre de forma bem espontânea, procurando deixá-los bem familiarizados, tanto com o Geogebra quanto com o conteúdo, no sentido de “oficina”.

Construído o quadrado, os alunos foram orientados a criar objetos. Seus desenhos poderiam ser apenas figuras geométricas abstratas ou algum objeto conhecido; enfim a criação era livre, porém deveriam ter o cuidado de não criar novos pontos livres, correndo o risco das figuras se deformarem. Orientei cada aluno conforme a necessidade, explicando individualmente o processo para pintar as figuras e usar o recurso de rotação e vetores.

Os alunos têm compreensão intuitiva de ponto e retas paralelas e perpendiculares, porém não conseguem aplicar o que parecem saber. O exercício que o software proporciona de acertar e errar atrai o aluno e favorece a aprendizagem da geometria dinâmica.

Reflexões posteriores

Ao final, nas reflexões posteriores, revi minhas hipóteses:

1. Por ser uma revisão de conceitos já trabalhados em aula regular, os alunos saberão diferenciar e localizar na circunferência o raio, o diâmetro e ainda a corda. Lembrarão que o π e o raio estão presentes nos cálculos de comprimento e área e que as retas podem assumir três diferentes posições relativas à circunferência.

A localização dos elementos na circunferência foi percebida, porém a utilização dos elementos para o cálculo de área ou comprimento não foi manifestada pelos alunos com a devida clareza, sendo que um reforço desse conteúdo era realmente necessário.

2. A aula de reforço no laboratório de informática, com uso de um software diferente, irá despertar interesse e participação dos alunos.

Houve participação e interesse, por parte dos alunos. No primeiro momento, quando explicava a proposta da aula, os alunos já se mostravam curiosos. Outro fator relevante foi a disciplina, tudo transcorreu normalmente, sendo que estavam presentes dois alunos que, normalmente, fogem as combinações entre professor e alunos:

“Eu achei bem legal, como eu já disse, é a educação aliando-se a tecnologia.”

“Achei interessante e criativo, pois nunca imaginei que desse para fazer no computador.”

“Muito bom até baixei no meu computador”.

“Achei bem interessante a proposta, a única coisa é que, da próxima vez os computadores devam ser mais rápidos”.

3. A compreensão do conteúdo e a realização do trabalho irão desencadear nos alunos motivação para as próximas aulas de geometria, criando novas perspectivas para o aprendizado.

Esse é um pressuposto que terei a validação nos próximos conteúdos de geometria e, provavelmente, serão percebidos de forma muito discreta.

“... não precisa ser melhor, pois explica bem...” em referência ao software.

“... a professora foi bem paciente, adorei e estou disposta a outros convites...”.

“... podia ter uma aula por semana...”.

Construções dos alunos no software Geogebra:

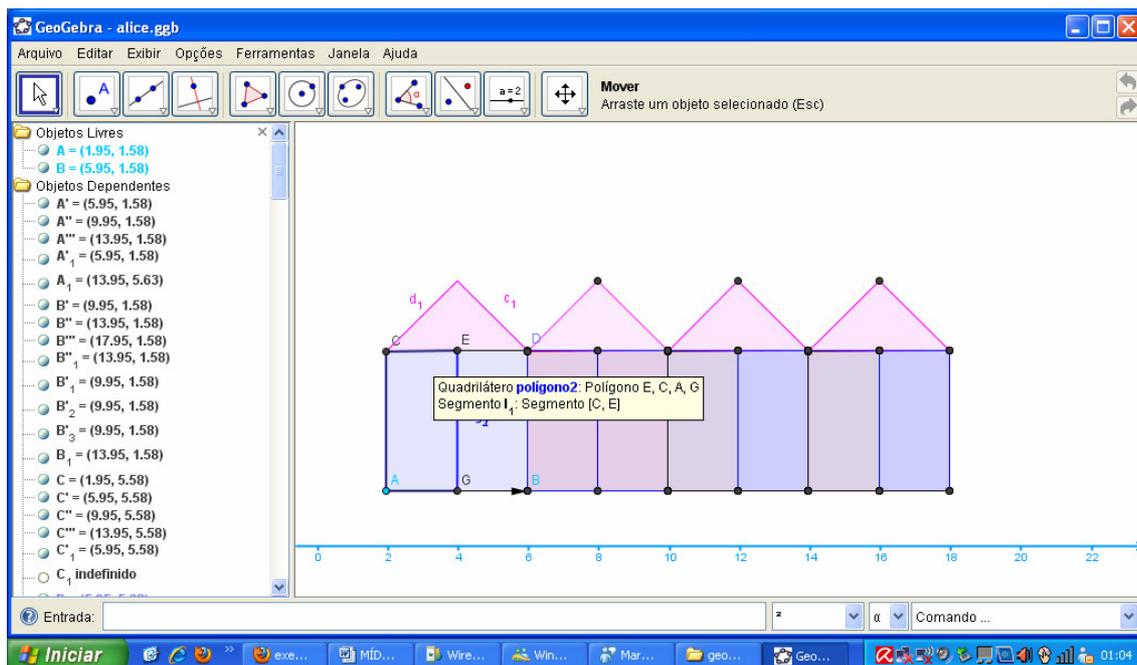


Figura 4: Casas.

Fonte: Arquivo pessoal da autora.

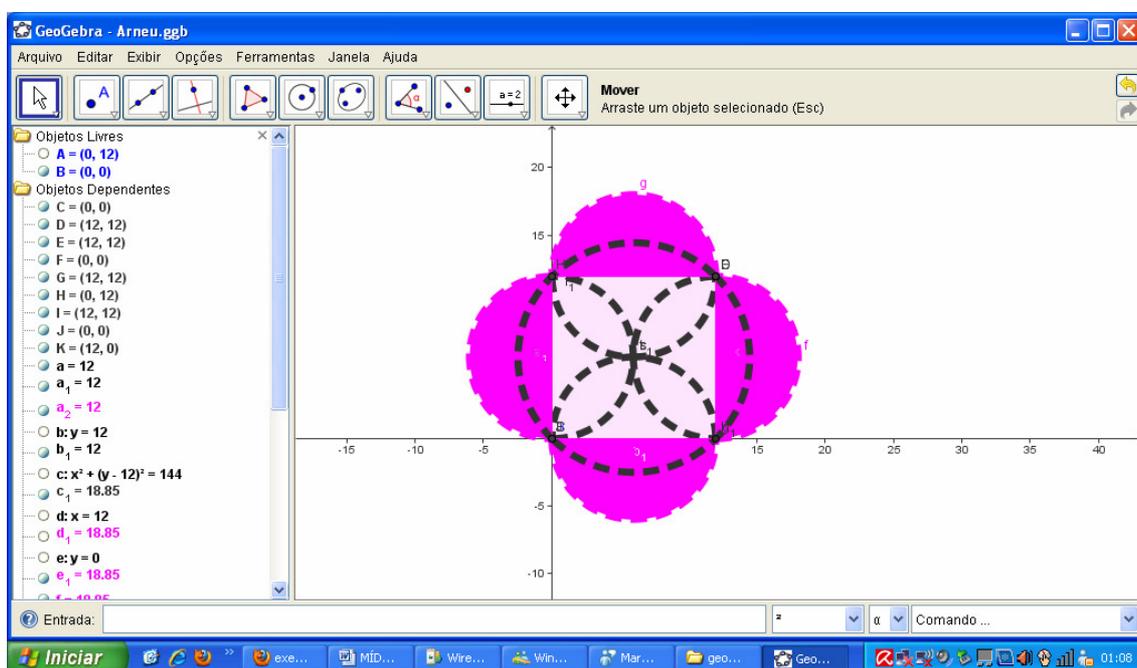


Figura 5: Flores.

Fonte: Arquivo pessoal da autora.

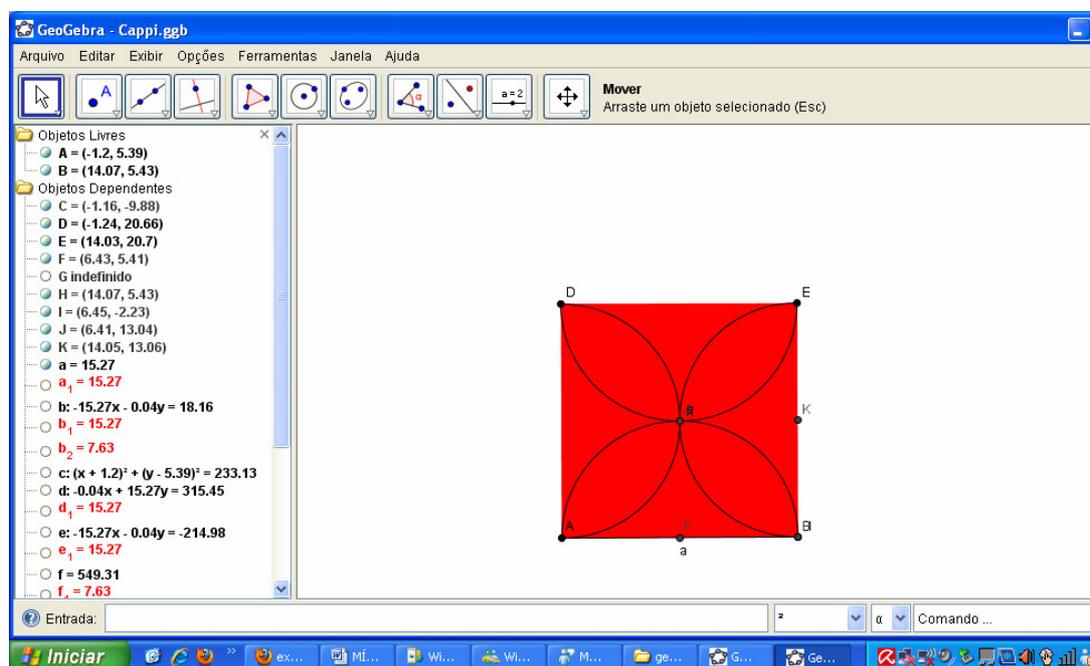


Figura 6: Flores II.

Fonte: Arquivo pessoal da autora.

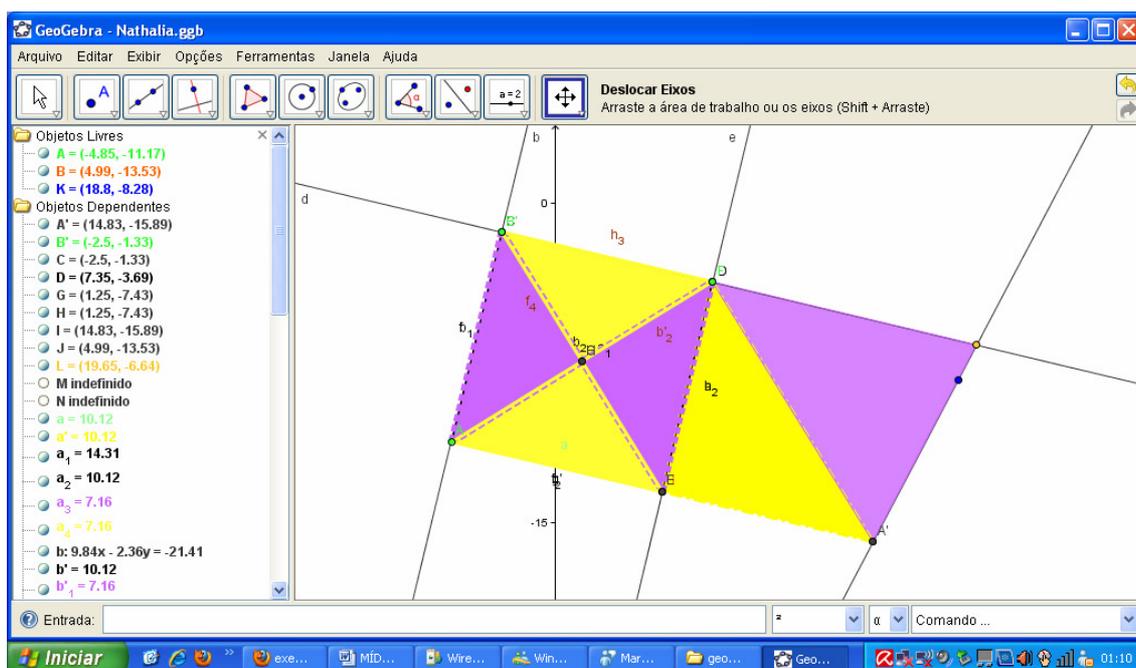


Figura 7: Abstrato.

Fonte: Arquivo pessoal da autora.

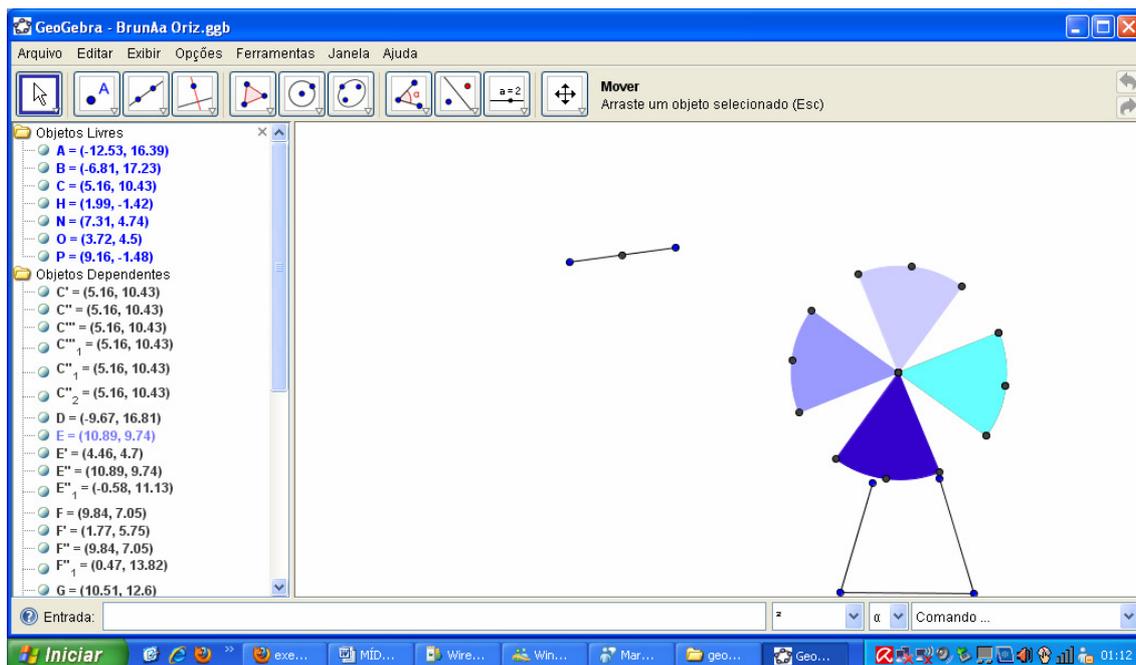


Figura 8: Catavento.
Fonte: Arquivo pessoal da autora.

Considerações finais

Pelas construções dos meus alunos, acredito que a ideia da minha prática de “oficina de geometria”, foi além do esperado: cada um fez um tipo de construção, mostrando participação, interesse, criatividade e utilização de conceitos da Geometria. Acredito que isso ficou interessante, pois em nenhum momento criou-se aquela tensão das aulas de matemática, onde o “acertar” o exercício inibe os alunos. Em vários momentos eles acertavam e erravam, demonstrando seu esforço. E isso só ocorreu pela vontade de participar e interesse pela mídia.

Podemos observar, nos exemplos apresentados acima, que alguns alunos não seguiram a orientação de que não poderiam ser criados novos pontos, deformando o desenho criado. Porém todos os trabalhos foram valorizados, pois é pelo seu esforço que nós, professores, devemos nos guiar. Além disso, o uso da tecnologia parece ser um bom caminho para que o aluno atinja o aprendizado e possa perceber a matemática indo ao encontro de seus interesses futuros.

Penso que uma atividade prática, com objetivos bem explicitados e um bom software, já favorecem as percepções em torno do conteúdo que queremos explorar. Mas nessa breve prática, utilizando uma mídia digital, percebi que o processo se acelera, pois contávamos com uma ferramenta de simples manuseio, que os alunos dominaram com facilidade e habilidade.

3 ENSINO DAS RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS

Este trabalho tratou da revisão dos conteúdos de geometria (triângulo retângulo) e da trigonometria (razões trigonométricas), com alunos da 8ª série do Ensino Fundamental, do Colégio Sinodal da Paz.

Parti de um problema disparador, resgatando a história do nosso Colégio e da nossa Comunidade Evangélica Floresta Imperial.

“Será que conseguimos calcular a altura da torre que sustenta o sino da igreja, localizada ao lado da nossa escola?”

Aproveitando as comemorações dos 40 anos da nossa escola e dos 50 anos da Comunidade Evangélica, será que podemos contribuir com esta informação, já que não existem registros oficiais da época?”

Os recursos didáticos utilizados foram as animações do software Geogebra e o astrolábio.

Os conteúdos escolhidos contemplam a aplicação da Matemática, o que, de certa forma, angustia os professores, pois os alunos manifestam muita ansiedade em utilizar os conhecimentos recebidos e, muitas vezes, desafiam o professor na aplicação e utilidade de certos conteúdos. Os recursos utilizados permitiram a fixação dos conteúdos estudados de maneira atraente e dinâmica.

Estudo sobre a utilização de problemas de aplicação no ensino de Matemática⁴

Segundo ONUCHIC e ZUFFI (2007), problema é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver; isto é, “qualquer situação que estimule o aluno a pensar, que possa interessá-lo, que lhe seja desafiadora e não trivial. Problemas distinguem-se de exercícios que podem ser resolvidos com a aplicação rotineira de uma sequência já conhecida ou memorizada de passos ou algoritmos. A resolução de um problema pode nos levar a soluções diferentes, de acordo com as restrições adotadas, ou pode nos levar à conclusão da inexistência de soluções.

A Resolução de Problemas constitui um campo de pesquisa em Educação Matemática, mas vem sendo tratada mais recentemente como uma *metodologia de ensino*. Nessa metodologia, problemas são propostos de modo a contribuir para a construção de novos

⁴ <http://www6.ufrgs.br/espmat/disciplinas/geotri/>.

conceitos e novos conteúdos, antes mesmo de sua apresentação em linguagem matemática formal. Além de provocar a reflexão e construção de novos conhecimentos, essa metodologia pode e deve favorecer a *autonomia* do aprendiz, desde o *reconhecimento de um problema*, isto é, a identificação de uma situação que pode e merece ser investigada com a ajuda de recursos que estão disponíveis ou terão que ser construídos.

Segundo ONUCHIC e ZUFFI (2007), compreender os dados de um problema, tomar decisões para resolvê-lo, estabelecer relações, saber comunicar resultados e ser capaz de usar técnicas conhecidas são aspectos que devem ser estimulados em um processo de aprendizagem *através* da resolução de problemas. No decorrer desse processo, a formalização, o simbolismo e as técnicas precisas são introduzidos depois da resolução trabalhada, dando-se liberdade aos alunos, evitando-se direcioná-los para "o que pensar" ou "o que fazer", conduzindo-os somente em casos de maiores dificuldades, ou seja, quando eles não sabem como agir.

REFLEXÕES PRÉVIAS

Ensino usual do tema

Em conversa informal com dois professores, percebi que o ensino usual deste tema – razões trigonométricas – é iniciado pelo teorema de Pitágoras, com um breve relato histórico e com ênfase no triângulo retângulo. Enfatizando os “nomes” dos catetos e da hipotenusa, são apresentadas as razões trigonométricas. Com o auxílio de uma tabela, os alunos procuram alguns ângulos e valores, e os usam na resolução de problemas.

Para os alunos, conforme observação de professores que ministram esse conteúdo há mais tempo, a principal dificuldade é identificar o ângulo que está sendo referido no problema. Em consequência, não localizam corretamente os catetos, não obtendo sucesso na resolução.

Plano de ensino

Nessa realidade, elaborei um plano de ensino, esperando que o uso do Geogebra auxilie nesse problema de identificação e que a resolução de um problema aplicado à realidade dê significado ao conteúdo.

As aulas foram oferecidas para alunos da 8ª série do Ensino Fundamental, do Colégio Sinodal da Paz, no dia 30/11/2009, em contra turno do ensino regular.

OBJETIVO	AÇÃO	RECURSO
Modelar o problema disparador;	Apresentação do problema aos alunos; Discussão informal para resolução do problema; Coleta de dados na torre da igreja;	Utilização do astrolábio e trena.
Identificar no triângulo retângulo a hipotenusa e os catetos;	Representação dos dados coletados através de desenho;	Geogebra
Aplicar as razões trigonométricas na resolução do problema;	Movimentar as animações de seno, cosseno e tangente. Calcular a altura da torre.	Geogebra

Quadro 2: Plano de ensino extraclasse – 8ª série
Fonte: Elaborado pela autora.

Reflexões prévias

Nas reflexões prévias, elaborei hipóteses a respeito do que poderia ocorrer, ou sobre o que eu esperava dos alunos:

1. O grupo participará de forma ativa e integrada, e a atividade gerará interesse nos alunos, pois está extremamente relacionada ao seu cotidiano.
2. Os alunos contribuirão para o trabalho, lembrando e aplicando seu conhecimento prévio do conteúdo.
3. Os discentes não encontrarão dificuldades na compreensão dos recursos didáticos utilizados, principalmente na utilização do software Geogebra, para identificar as razões trigonométricas a serem utilizadas.
4. O grupo terá um bom desempenho na solução do problema.
5. A atividade prática melhorará o desempenho dos alunos em outras situações que verifiquem o conhecimento adquirido.

Para analisar posteriormente essas hipóteses, colhi os seguintes materiais:

- Imagens das ações da prática.
- Imagens das atividades desenvolvidas no software.
- Relato do professor de considerações importantes.

REFLEXÕES POSTERIORES

Descrição e análise da prática

A prática ocorreu no dia 30/11/2009, no laboratório de informática do Colégio Sinodal da Paz, em Novo Hamburgo, com duas alunas.

A experiência foi iniciada com a apresentação do problema disparador: **Será que conseguimos calcular a altura da torre que sustenta o sino da igreja, localizada ao lado da nossa escola?**

Para resolver esse problema, utilizamos o software (Geogebra), que já está instalado nos computadores, um astrolábio⁵ e uma trena para medirmos as distâncias ou alturas necessárias.

Fiz uma breve demonstração do funcionamento do astrolábio, construído artesanalmente, através de um quadrante, e, após, pedi às alunas sugestões para resolução do problema.

Segundo pressuposto, as alunas ficaram muito interessadas na resolução do problema, opinando de forma concisa sobre o conhecimento matemático que deveria ser utilizado. As alunas disseram que poderíamos utilizar o “seno, o cosseno e a tangente para resolver o problema”. Trocando informações, partimos para a coleta de dados na torre da igreja.

Com as orientações e o auxílio do astrolábio, as alunas determinaram o ângulo formado entre os olhos do observador e o topo da torre. Com a trena, mediram a distância de onde estavam até a torre.

⁵ Conforme BIANCHINI e MIAMI (2000), o astrolábio teve sua invenção atribuída ao matemático e astrônomo grego Hiparco, também conhecido como pai da trigonometria. Trata-se de um objeto criado para auxiliar nas navegações, com cálculos de distâncias impossíveis de serem medidas, a partir de ângulos e distâncias conhecidos.



Figura 9: Alunas no manuseio do astrolábio.
Fonte: Arquivo pessoal da autora.

Voltando ao laboratório, esboçaram o problema e os dados coletados no quadro branco, primeiramente, descobrindo que seria necessário o cálculo da tangente. Em seguida, foram orientadas na construção do desenho através do software Geogebra.



Figura 10: Alunas trabalhando no GeoGebra.
Fonte: Arquivo pessoal da autora.

Paralelamente à construção do desenho, as alunas consultaram, no site da disciplina de Geometria e Trigonometria na Resolução de Problemas⁶, uma construção dinâmica no software Geogebra, onde foi possível visualizar as três razões trigonométricas. De posse do valor da tangente, encontrado no software Geogebra, elas calcularam a altura da torre, sem utilizar calculadora, somando a altura da aluna que verificou o ângulo com o astrolábio junto à torre. Para isso foi necessário induzi-las com uma pergunta: *E a altura do chão até os seus olhos não irá interferir?*

⁶ <http://www6.ufrgs.br/espmat/disciplinas/geotri/>.

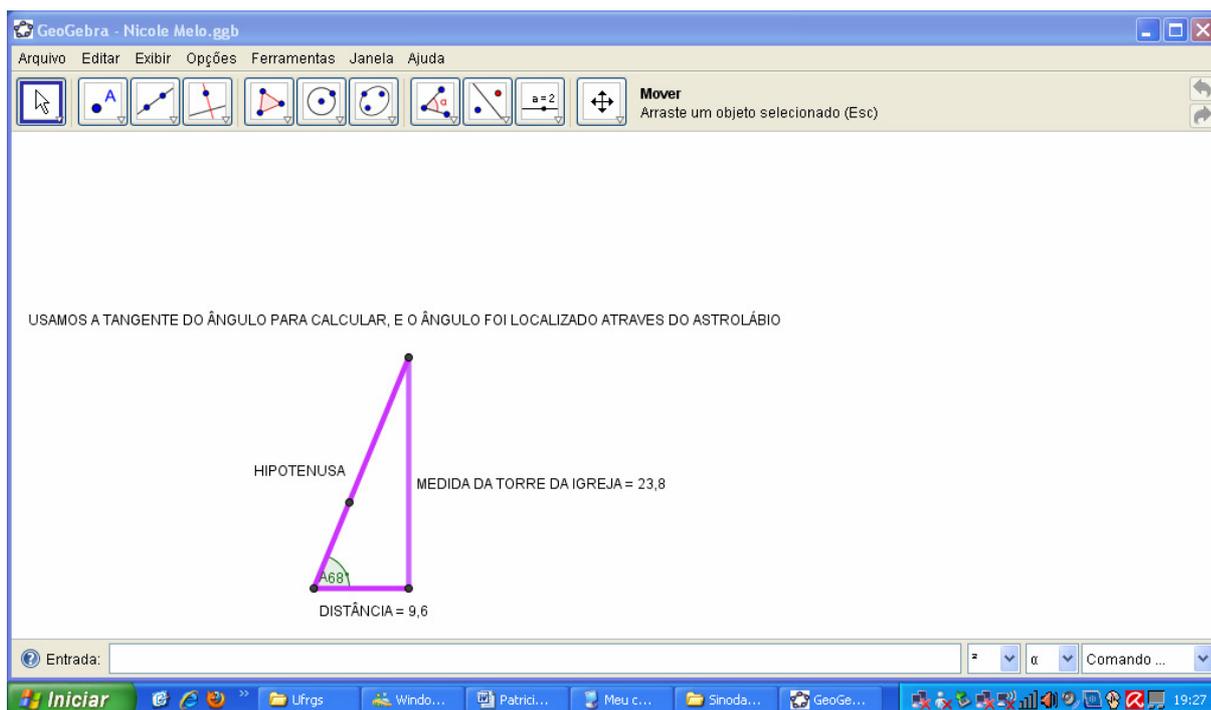


Figura 11: Construção do triângulo retângulo.

Fonte: Arquivo pessoal da autora.

Conforme hipótese, a dupla não teve dificuldades na solução do problema, a dificuldade apresentada foi no cálculo simples de multiplicação, pois as alunas costumam fazer os cálculos utilizando uma tabela trigonométrica, onde os valores estão indicados na forma fracionária, diferentemente da forma decimal utilizada no software.

////////////////////	30°	45°	60°
SENO	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
COSENO	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
TANGENTE	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Quadro 3: Tabela de razões trigonométricas usadas nos livros escolares

Fonte: Elaborada pela autora.

No problema proposto, o ângulo encontrado foi diferente dos exercícios convencionais. A tangente de 68° é aproximadamente 2,47, obtendo assim a seguinte equação:

$$2,47 = \frac{x}{9,6}. \text{ Houve desconforto nas alunas, no cálculo envolvendo números decimais.}$$

Consultei posteriormente a professora titular da turma de 8ª série, sobre o desempenho das alunas: ambas obtiveram conceito B (bom) na avaliação do conteúdo utilizado na engenharia didática, o que não valida totalmente a hipótese apresentada anteriormente, mas apresenta um resultado positivo.

Considerações finais

Na aplicação de uma experiência didática, um estágio ou qualquer outro tipo de inserção que venha a interferir na rotina escolar, deve-se ter um cuidado muito especial para a época escolhida, pois o período contribui para o desempenho, na atividade.

A realização dessa experiência ocorreu em um momento de diversas atividades na escola, agregando-se a isso o período de avaliações, o que justifica o pequeno grupo de alunos voluntários.

O problema disparador utilizado na engenharia didática parece ter sido estimulador para o processo de aprendizagem. Segui o texto de ZUFFI e ONUCHI (2007), segundo o qual, no processo de aprendizagem através da resolução de problemas, esse deve ser desafiador e ter reflexo na realidade dos alunos, entre outros aspectos.

As alunas envolvidas na engenharia atingiram as expectativas, compreendendo e coletando os dados necessários para resolução do problema, utilizando os conhecimentos matemáticos já adquiridos, chegando a uma solução coerente.

Em referência a softwares interativos, DANTE (2004) diz que “muitas vezes o dinamismo convence mais do que qualquer resultado” (p.26), o que se observou pela interação e interesse despertado nos alunos em relação as software Geogebra.

Em comentários informais percebi o entendimento das relações trigonométricas. Sendo que uma das principais dificuldades apontadas pelos professores é o reconhecimento, por parte dos alunos, do ângulo referido, o software permite autonomia na escolha do ângulo.

Vemos a importância do uso do software, num exercício, como, por exemplo: “Calcule a sombra projetada por uma árvore de 5 m quando os raios de sol que incidem sobre ela, forma com o solo, um ângulo de 60°.”

Os alunos têm muita dificuldade em identificar os catetos, a hipotenusa e principalmente onde está localizado esse ângulo apresentado. Sem o desenho, os alunos não conseguem imaginar o triângulo retângulo formado no problema, dificultando a resolução corretamente. Outro exemplo que poderíamos comentar é o problema que se refere a uma

escada apoiada na parede; em um primeiro momento, os alunos não conseguem visualizar o triângulo parede/ escada/ solo. Nesses momentos, a visualização é essencial.

Penso que a experiência teve lacunas, principalmente em relação à quantidade de alunos participantes e ao curto espaço de tempo, mas serve para mostrar as várias possibilidades do uso de softwares e da resolução de problemas para a aprendizagem matemática.

4 ENSINO DE RAZÕES E PROPORÇÕES COM O NÚMERO DE OURO

Este trabalho trata do ensino dos conceitos de Razão e Proporção, relacionando-os a problemas geométricos, fazendo referência especial ao Número de Ouro, como uma razão entre medidas. Ele foi planejado e aplicado na 7ª série do Ensino Fundamental do Colégio Sinodal da Paz em Novo Hamburgo, durante os meses de junho/julho de 2010.

Para a realização deste trabalho, foi utilizado um vídeo de sensibilização:

Arte & Matemática, disponível em:

http://www6.ufrgs.br/espmat/disciplinas/midias_digitais_II/video/mat_arte_numero_Ouro/vid_eos34htm.

O vídeo foi produzido pela TV Escola/MEC, tem duração aproximada de 25 minutos e trata especificamente do número de ouro e da proporção áurea, com vários exemplos, na natureza, nas artes, na poesia, na arquitetura, enfim aproxima esta razão ao nosso dia a dia.

A escolha desse vídeo se deu pela forma atraente como o conteúdo é apresentado. Ele explora os exemplos com boa qualidade visual, demonstrando as idéias, podendo assim facilitar o entendimento dos alunos.

Utilização de vídeos no ensino

Segundo MORAN (1995), o vídeo aproxima a sala de aula do dia a dia, além de introduzir novas problematizações, através das linguagens de aprendizagem e comunicação próprias da sociedade urbana.

O autor sugere o uso do vídeo como sensibilizador para a introdução de novo assunto curricular ou como elemento ilustrativo, numa aula que é tradicionalmente expositiva dialogada. Sugere também o uso do vídeo em simulações como conteúdo de ensino, como produção do professor e dos alunos e em processos avaliativos, como espelho das ações de professores e alunos. É interessante a integração do vídeo com a televisão, com o computador e com a internet.

No mesmo texto, o autor alerta para usos inadequados dessa mídia. O professor não deve:

- a) utilizar um vídeo para resolver um problema inesperado, como no caso da ausência de um professor;
- b) exibir um material, sem ligação com a matéria;

- c) exagerar no uso do vídeo;
- d) exibir um vídeo, sem discuti-lo, isto é, deve-se assistir, parar, voltar e mostrar alguns momentos mais importantes, sempre que necessário.

Reflexões prévias

A relação entre razões, proporções, geometria e número de ouro foi escolhida como tema neste trabalho, por ser uma abordagem nova, ausente da sala de aula. Ao final do ano letivo de 2009, uma aluna da 8ª série, ao ler uma obra literária, deparou-se com o número de ouro e, em sala de aula, questionou-me. Em uma breve explicação, pude perceber a atenção despertada pelo assunto, principalmente quando utilizei o exemplo da proporção áurea nas medidas do nosso corpo.

Ensino usual do tema

O ensino usual baseia-se nas definições algébricas de razão e proporção com alguns exemplos de razões especiais como: escala e densidade demográfica, com algumas situações-problema. Além disso, de acordo com informações de professores, é um conteúdo ministrado normalmente, no final do ano letivo, sendo restrito e metódico, não explorando a geometria envolvida nos problemas e, muito menos, a ideia do número de ouro.

Na análise de livros didáticos como *Aprendendo Matemática* (GIOVANI e PARENTE, 2007), *Tudo é Matemática* (DANTE, 2004) e *Matemática: Fazendo a Diferença* (BONJORNO, 2006), comprovei alguns exemplos de aplicação do conceito de razão entre figuras geométricas. Aliás, pude perceber bons exemplos explorando o raciocínio e aplicação do conteúdo. Mas em nenhum dos livros analisados o conteúdo continha alguma informação sobre o número de ouro. Dos livros analisados, somente a obra coletiva – *Projeto Araribá* (BARROSSO e OUTROS, 2007), desenvolvido e produzido pela Editora Moderna, apresentava um texto, ao final de um capítulo, ou seja, uma leitura complementar sobre o número de ouro. O texto era intitulado como “A Matemática e a Arte”, apresentando ilustrações comentadas com breves explicações e uma atividade solicitando o cálculo da razão e analisando a que mais se aproximava do número de ouro.

Dificuldades de aprendizagem

Para investigar as dificuldades dos alunos, nestes conceitos-chave – razões, proporções e aplicações em geometria – propus três questões para um grupo de oito alunos da 8ª série do Ensino Fundamental, que tiveram o conteúdo em questão ministrado no ano anterior.

Questão 1

Encontre o valor de x tal que:

a) $x/2 = 5/7$

b) $x/3 = 10/6$

Questão 2

Encontre x e y tal que $x/y = 3/2$, porém $x \neq 3$ e $y \neq 2$.

Questão 3

Dado o retângulo de medidas 5 cm e 7cm, construa outro retângulo proporcional ao primeiro.

Os alunos trocaram ideias entre si e rapidamente resolveram a primeira questão. Lembrando da multiplicação em “X” (numerador . denominador = denominador . numerador). Este é o tipo de questão exaustivamente repetido, no ensino de proporções.

Tentaram resolver a segunda questão, informando que não seria possível, pois “faltava alguma coisa”. Com o exemplo de $10/5$ e $14/7$ calculamos a razão, surgindo algumas ideias para resolução. Os alunos definiram como resposta o $9/6$ e concordaram que haveria outras soluções. A dificuldade demonstrou que o conceito de proporcionalidade não estava formado. Os alunos apenas aprenderam a aplicar um algoritmo para a solução de equações algébricas, sem reconhecer a noção de proporcionalidade.

Na questão 3 os alunos tiveram muita dificuldade, não conseguindo completar a proposta. Vindo a confirmar que há muitas lacunas na aprendizagem quando os problemas referem-se ao contexto geométrico.

Estudo teórico

A dissertação de NAKAMURA (2008) apresenta a trajetória do conteúdo matemático: Conjunto dos números irracionais. Não trata especificamente do número de ouro, e sim do conjunto ao qual o número de ouro está inserido, porém o trabalho aborda a não incorporação do assunto às práticas escolares.

Nas suas conclusões, NAKAMURA fala do Conjunto dos Números Irracionais e não diretamente do número de ouro. Ele evidencia alguns fatos históricos importantes no estudo dos números irracionais, afirmando que a evolução do conteúdo segue um “fio condutor” proveniente de conceitos matemáticos construídos sempre a partir de perguntas e de problemas de ordem prática. Fica claro para o autor que o assunto é tratado, no Ensino Fundamental, de forma superficial e sem propósitos.

Outro texto explorado como estudo teórico foi o trabalho que faz referência específica ao conteúdo “número de ouro” como instrumento de aprendizagem significativa, produzido pela professora doutora Vera Clotilde Garcia e suas alunas acadêmicas.

Na proposta de GARCIA, SERRES, MAGRO e A ZEVEDO (Sd) o conteúdo pode ser ajustado para uma aprendizagem significativa⁷, seguindo uma sequência didática, valorizando todos os conceitos matemáticos que podem ser desenvolvidos a partir do conceito de número de ouro.

Na dissertação intitulada “Razão Áurea: A beleza de uma razão surpreendente”, QUEIROZ (2007) aborda com riquíssimos detalhes e demonstrações a agradável proporção áurea. A autora exemplifica todos os segmentos em que podemos encontrar o número de ouro. Rebuscando as histórias do Antigo Egito, chega até nossos dias, com as obras de Mondrian⁸ e até mesmo a utilização de seções áureas impressas como molde auxiliando protéticos em seu trabalho de restauração de arcadas dentárias. QUEIROZ afirma que, por apresentar-se em diferentes contextos a razão áurea, torna-se interessante e surpreendente, valorizando a perfeição e a beleza das formas.

O NÚMERO DE OURO⁹

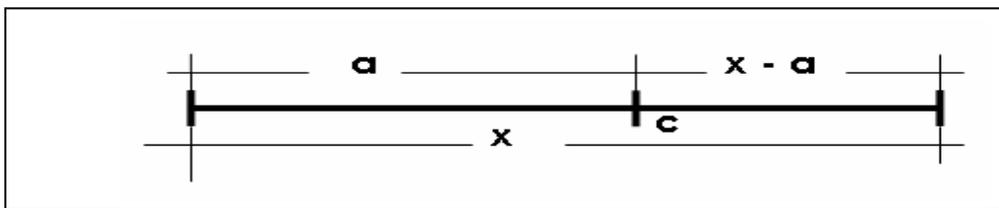


Figura 12: A divisão áurea de um segmento ou a divisão em média e extrema razão.
Fonte: GARCIA, SERRES, MAGRO e A ZEVEDO, no site já indicado

⁷ Segundo Ausubel, a aprendizagem significativa ocorre quando a nova informação ancora – se em conceitos relevantes já presentes na estrutura cognitiva do aprendiz.

⁸ Pieter Cornelis Mondrian – Pintor holandês (1842 – 1944)

⁹ Texto extraído de http://143.54.226.61/~vclotilde/disciplinas/html/cultura_matematica_%20numero%20_%20ouro%20.pdf.

Dado o segmento AB, dizemos que um ponto C divide esse segmento em média extrema razão se o mais longo dos segmentos é média geométrica entre o menor e o segmento todo:

$$\frac{\text{segmento todo}}{\text{parte maior}} = \frac{\text{parte maior}}{\text{parte menor}}$$

Ou seja:

$$\frac{x}{a} = \frac{a}{x-a}$$

Multiplicando os dois lados da equação por:

Obteremos:

$$a(x-a)$$

$$\frac{a(x-a)x}{a} = \frac{a \cdot a(x-a)}{(x-a)}$$

$$(x-a)x = a^2$$

$$x^2 - ax = a^2$$

$$x^2 - ax - a^2 = 0$$

Resolvendo a equação temos:

$$x = \frac{a \pm \sqrt{a^2 + 4a^2}}{2} = \frac{a \pm \sqrt{5a^2}}{2} = \frac{a \pm a\sqrt{5}}{2} = \frac{a(1 \pm \sqrt{5})}{2}$$

Vamos analisar a raiz positiva da equação por conveniência:

$$\frac{x}{a} \equiv \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

O número

$$\frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1,6180399 \dots = \Phi \text{ (fi)}$$

É denominado número de ouro.

Ou seja, a razão entre as medidas dos dois segmentos x e a é um número irracional, denominado Número de Ouro.

Igualmente, como $\frac{x}{a} = \frac{a}{x-a}$, a razão entre as medidas do segmento maior a e do segmento menor $(x-a)$ também é igual ao número de ouro.

Alguns autores dizem que $\frac{1}{\Phi} = 0,6180399 \dots$ é o número de ouro, optamos por usar no nosso trabalho $\Phi \text{ (fi)} = 1,6180399 \dots$.

O Retângulo Áureo

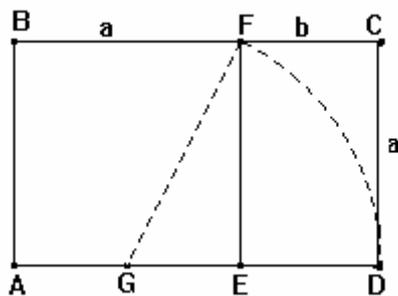


Figura 13: Retângulo áureo.

Fonte: GARCIA, SERRES, MAGRO e A ZEVEDO, no site já indicado

Chama-se retângulo áureo qualquer retângulo ABCD com a seguinte propriedade: se dele suprimos um quadrado, como ABFE, o retângulo restante CDEF será semelhante ao retângulo original.

Podemos traduzir essa semelhança pela relação:

$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} \quad \text{Equação 1}$$

Isso significa que o ponto F divide o segmento BC em média e extrema razão, logo, como já vimos, $\frac{a}{b} = \Phi$, isto é, o retângulo tem proporções áureas.

A partir dessa relação:

$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = \Phi$$

Plano de ensino

Percebendo a dificuldade dos alunos com o conceito de proporcionalidade e na aplicação do conceito em problemas que envolvem medidas, o objetivo maior dessa experiência foi estudar razões e proporções, partindo da razão áurea encontradas em exemplos das artes, da natureza, nas medidas do nosso corpo, na arquitetura e nas figuras geométricas. Nossos alunos nos questionam diariamente sobre os conteúdos matemáticos e suas aplicações, então por que “omitir” um conceito, expresso num número tão apreciado e ao mesmo tempo instigante, responsável pela harmonia de tantas formas?

O plano foi elaborado e desenvolvido com alunos da 7ª série do Ensino Fundamental em sala de aula regular.

Atividades e estratégias de ensino

Objetivo	Ação	Recurso
Conhecer o número de ouro; Identificar a razão áurea e localizá-la em diferentes exemplos.	Assistir o vídeo; Listar curiosidades apresentadas no vídeo.	Vídeo sensibilizador – Arte & Matemática

Objetivo	Ação	Recurso
Compreender a ideia da razão áurea	Examinar os exemplos contidos no vídeo;	Vídeo sensibilizador Arte & Matemática
Calcular as razões entre medidas;	Medir o próprio corpo	Tabela com as medidas de cada aluno; Calculadora e trena. ANEXO 1
Compreender o conceito de razão e razão áurea;	Comparar os valores encontrados com os exemplos do vídeo;	
	Analisar e escrever sobre a atividade realizada;	Questionário orientado pela professora. ANEXO 2
Objetivo	Ação	Recurso
Identificar figuras proporcionais e retângulos áureos;	Medir figuras retangulares e objetos previamente selecionados.	Material impresso pela professora e objetos solicitados pela professora. (cartão do estudante, livros, cadernos, etc.
Compreender o conceito de proporção.	Anotações e comparações das medições realizadas.	Questionamentos da professora. ANEXO 3
Objetivo	Ação	Recurso

Pesquisar e apresentar outras formas relacionadas ao número de ouro e a razão áurea;	Desenvolver uma apresentação com cartazes e falas sobre o conteúdo estudado.	Internet e material disponibilizado pela professora.
--	--	--

Quadro 4: Atividades número de ouro.
Fonte: Elaborado pela autora.

Reflexões prévias

Nas reflexões prévias, elaborei hipóteses a respeito do que poderia ocorrer, ou sobre o que eu esperava dos alunos:

- Os alunos participarão com questionamentos sobre o conteúdo apresentado no vídeo sensibilizador.
- A atividade referente ao corpo humano e suas medidas gerará grande interesse.
- Os alunos farão comparação entre os números encontrados na atividade do corpo humano e o número de ouro apresentado no vídeo, fazendo suas conclusões.
- Os alunos serão capazes de expressar, com suas palavras, o conceito de razão e razão áurea.
- Os alunos identificarão figuras retangulares proporcionais e retângulos áureos.
- Os alunos serão capazes de expressar, com suas palavras, o conceito de proporcionalidade.
- Os alunos apresentarão trabalhos com criatividade envolvendo o conteúdo em questão, pesquisando situações do nosso cotidiano em que a razão áurea se apresente.

Para analisar posteriormente essas hipóteses, colhi os seguintes materiais:

- Anotações simples sobre a conversa informal sobre o vídeo sensibilizador.
- Uma cópia da tabela criada pelos alunos com suas medidas e cálculos.
- Anotações referentes aos questionamentos da professora.
- Fotos e ou imagens das apresentações dos trabalhos criados pelos alunos.
- Relato do professor referente às percepções do mesmo durante as aulas.

REFLEXÕES POSTERIORES

Descrição e análise da prática

AULA 1

- Assistir ao vídeo sensibilizador Arte & Matemática e listar as curiosidades apresentadas no vídeo.

No dia 30 de junho, os alunos da sétima série B do Colégio Sinodal da Paz iniciaram o estudo do conteúdo de razão e proporção com ênfase no Número de Ouro. Como atividade inicial, eles assistiram ao vídeo Arte & Matemática, com duração aproximada de 25 minutos. Os alunos assistiram ao vídeo, em conjunto, no auditório da escola. O áudio do vídeo apresentou alguns problemas, tendo que ser revisto em alguns momentos, sem maiores transtornos. Porém o tempo ultrapassou o previsto.

Retornando à sala de aula, todos comentaram o assunto apresentado no vídeo de maneira informal. Posteriormente, os alunos, em duplas, listaram algumas curiosidades:

- O número de Ouro existe?
- E os coelhos? Como ele descobriu isso?
- E o Homem Vitruviano?

AULA 2

- Examinar os exemplos contidos no vídeo; medir o próprio corpo; e comparar os valores encontrados com os exemplos do vídeo.

No dia 6 de julho, iniciei a aula retomando o exemplo do Homem Vitruviano, assistido no vídeo sensibilizador, questionando-os sobre a veracidade daquele exemplo apresentado e se realmente o Número de Ouro poderia ser encontrado.

Então propus aos alunos que verificassem suas medidas, calculando a razão entre a altura total e a altura até o umbigo e, ainda, a medida do ombro até a ponta do dedo médio com a medida do cotovelo até o dedo médio. Já tinha solicitado anteriormente que trouxessem trena e calculadora e orientei-os na medição da altura, para que os mesmos chegassem a boas aproximações. Os alunos dispostos pela sala de aula concluíram a atividade, que foi dinâmica e motivadora. Um aluno escolhido aleatoriamente anotou as medidas dos colegas, fazendo os cálculos.

Alguns exemplos:

Nome do Aluno	1 - Altura em cm	2- Altura até umbigo em cm	Medida 1 dividido pela medida 2	3 – Comprimento do ombro até o dedo médio	4 – Comprimento do cotovelo até o dedo médio	Medida 3 dividido pela medida 4
Isa	153	90	1,7	66	41	1,6
Tamires	149	87	1,71	63	37	1,7
Miguel	144	90	1,6	59	36	1,63
Jaque	143	87	1,62	64	39	1,64
Carol	161	100	1,61	67	44	1,52

Quadro 5: Amostra da atividade 1.

Fonte: Elaborado pela autora.

AULA 3

- Analisar e escrever sobre a atividade realizada.

No dia 7 de julho, fiz alguns questionamentos para que os alunos respondessem individualmente, tranquilizando-os para que não mostrassem inibição ao escrever. Como sobrou tempo, os alunos organizaram-se em grupos e decidiram os assuntos que gostariam de pesquisar na proposta de trabalho final, adiantando as pesquisas.

AULA 4

- Medir figuras retangulares e objetos previamente selecionados; anotações e comparações das medições realizadas.

No dia 13 de julho, os alunos, de posse de trenas e réguas, realizaram várias medições, procurando objetos retangulares, onde a proporção áurea aparecesse. Um único objeto aproximou-se do valor esperado foi a chave de luz. Posteriormente, realizaram atividades propostas pela professora, individualmente:

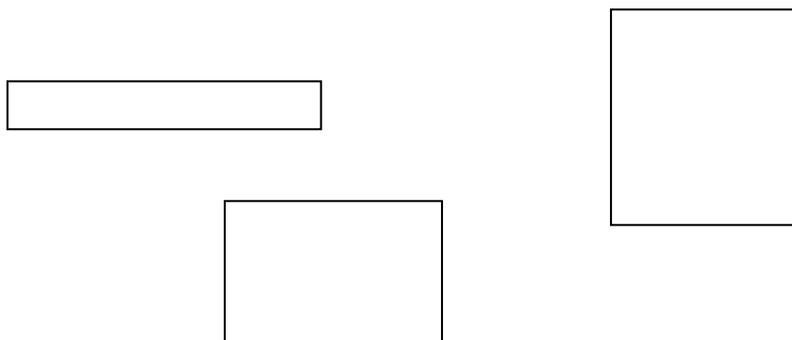


Colégio Sinodal da Paz

Novo Hamburgo - RS

Atividades

- Os gregos consideravam belos e harmoniosos os retângulos áureos e você? Qual dos retângulos, abaixo, você considera mais harmonioso?



Marque apenas um.

- Agora que você já escolheu o retângulo, meça com a régua o lado maior e o lado menor e verifique a razão encontrada. Anote os resultados e escreva suas conclusões.
- Trace com a régua dois retângulos, um retângulo de ouro e o outro com a razão entre os lados de 2,5 cm.
- Se o lado maior de um retângulo de ouro mede 20 cm, quanto deverá medir o lado menor?
- Observe as figuras e depois responda:



A figura foi ampliada corretamente? O desenho está *proporcional*? Explique.

AULA 5

- Desenvolver uma apresentação com cartazes e falas sobre o conteúdo estudado.

No dia 14 de julho, os alunos trabalharam em grupo com o material pesquisado anteriormente, conforme o assunto escolhido, elaborando cartazes e material para a apresentação de seu assunto. Surgiram várias ideias para apresentação.

Análise das hipóteses

A primeira hipótese elaborada, no planejamento da engenharia foi:

1. Os alunos participarão, com questionamentos sobre o conteúdo apresentado no vídeo sensibilizador.

A hipótese foi validada, pois o vídeo sensibilizador gerou grande curiosidade. Em um primeiro momento os questionamentos foram a respeito da veracidade daquilo que estava sendo apresentado:

✚ “ mas professora, este número existe mesmo?”

✚ “ este tal de fi é como o pi, como é mesmo o símbolo?”

Outra curiosidade apontada foi a respeito da Sequência de Fibonacci. Eles demonstraram muito interesse em saber da vida desse matemático e como ele teria descoberto a sequência. Os alunos demonstram dificuldade em compreender que as soluções que temos hoje resultaram de problemas no passado, que foram resolvidos por muitos matemáticos ao longo de muito tempo.

- A atividade referente ao corpo humano e suas medidas gerará grande interesse.

A segunda hipótese, descrita acima, também foi contemplada satisfatoriamente. Todos participaram da aula, sem nenhuma restrição. Quando lhes foi solicitado a trena e a calculadora para a aula seguinte, os alunos já sabiam a atividade que seria realizada. Foi muito interessante, pois todos queriam saber dos outros qual a medida encontrada e a razão calculada, vibrando quando as aproximações ficavam bem parecidas com o número de ouro citado no vídeo.

Outra curiosidade importante levantada pelos alunos foi a diferença encontrada de uma trena para a outra. Eles questionaram como poderia haver tamanha diferença, se deveria ser um instrumento certo. Surgiu então uma boa conversa sobre os instrumentos de medição. Os alunos citaram a importância da fiscalização, principalmente das balanças. Pois para nosso

trabalho estávamos tratando de aproximações, mas se realmente fosse uma medição precisa, como saberíamos qual estaria certa? Segue abaixo a tabela das anotações dos alunos:



Colégio Sinodal da Paz

Nome do Aluno	1 - Altura em cm	2- Altura até umbigo em cm	Medida 1 dividido pela medida 2	3 – Comprimento do ombro até o dedo médio	4 – Comprimento do cotovelo até o dedo médio	Medida 3 dividido pela medida 4
Isa	153	90	1,7	66	41	1,6
Tamires	149	87	1,71	63	37	1,7
Miguel	144	90	1,6	59	36	1,63
Jaque	143	87	1,62	64	39	1,64
Carol	161	100	1,61	67	44	1,52
Juliana	156	95	1,64	67	41	1,67
Davi	179	112	1,59	76	47	1,61
Róger	165	101	1,63	70	42	1,66
Vini P	172	104	1,65	78	51	1,52
Gabriel	153	94	1,62	64	41	1,56
João	157	97	1,61	68	41	1,65
Luiz	157	96	1,63	69	41	1,68
Monalisa	166	101	1,64	73	46	1,58
Ana C	163	101	1,61	69	41	1,68
Ana L	157	98	1,6	61	41	1,65
Geórgia	161	101	1,59	69	45	1,53
Vini S	157	97	1,61	65	40	1,62
Natália	164	102	1,6	74	46	1,6
Diovana	159	97	1,63	63	41	1,53
Gabriela	149	91	1,63	60	37	1,62

Quadro 6: Listagem completa da atividade 1.

Fonte: Elaborado pela autora.

- Os alunos farão comparações entre os números encontrados na atividade do corpo humano e o número de ouro apresentado no vídeo, fazendo suas conclusões.

Essa hipótese foi validada, pois conforme eram feitas as medições, os comentários eram feitos lembrando o número de ouro citado no vídeo sensibilizador. Os alunos compararam dois colegas, o aluno Davi, que é um dos mais altos da turma e o aluno Miguel, que, ao contrário, é um dos mais baixos da turma, e a razão encontrada nas medidas deles foi muito próxima. Ficaram intrigados: uns explicaram aos outros a proporcionalidade, de forma

muito empírica, mas demonstrando o entendimento do resultado encontrado. Nas conclusões, cada aluno, na sua forma de se expressar, relatou que cada pessoa tem suas medidas e que o número encontrado através da divisão dessas medidas aproxima-se muito do número de ouro.

A partir da pergunta proposta pela professora: Lembrando do número de ouro apresentado no vídeo, o que podemos concluir das medições realizadas no nosso corpo?

Seguem algumas respostas interessantes:

1- Temos que ver nossa altura, depois temos que medir do pé até o umbigo. Dividimos os dois resultados das medições e vimos se deu o número de ouro.

1. Podemos concluir que as medições realizadas no nosso corpo, vão que cada pessoa tem uma medida de cada parte, chegando perto do número de ouro.

1) Podemos ver se nessa medição se aproxima do número de ouro

1- Podemos concluir que algumas pessoas contem o número de ouro no seu corpo, ou também em alguns outros objetos, mas nem sempre chegamos ao número de ouro.

Para validar a hipótese seguinte:

- Os alunos serão capazes de expressar o conceito de razão e razão áurea.

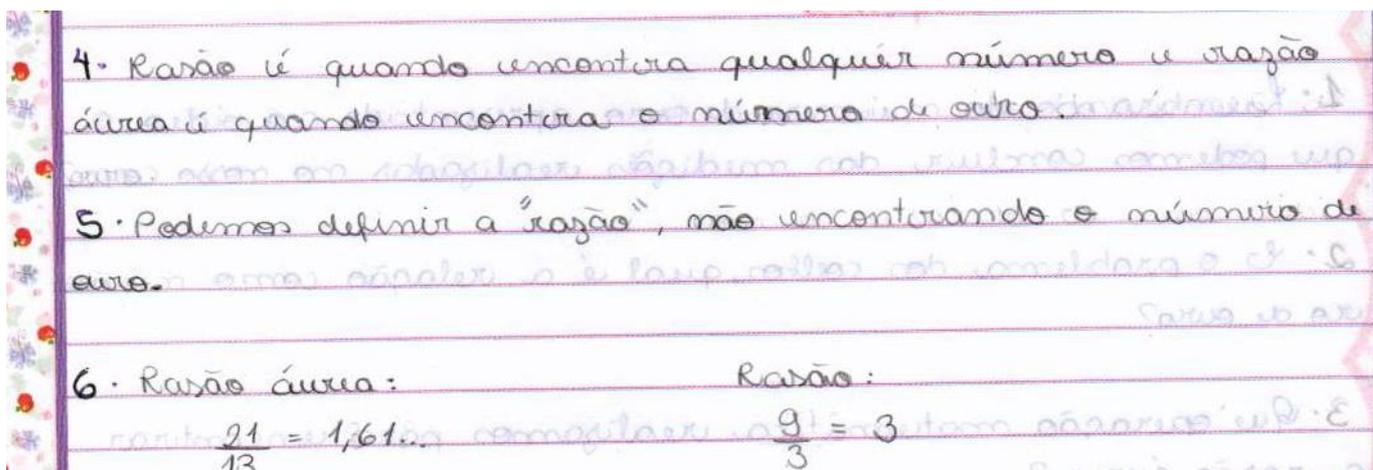
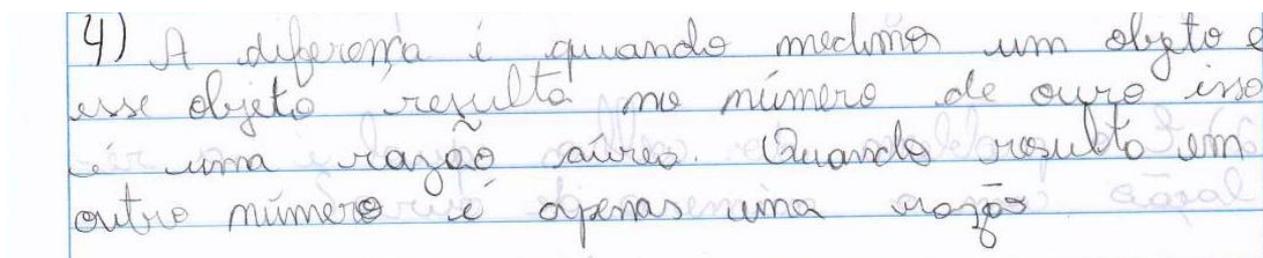
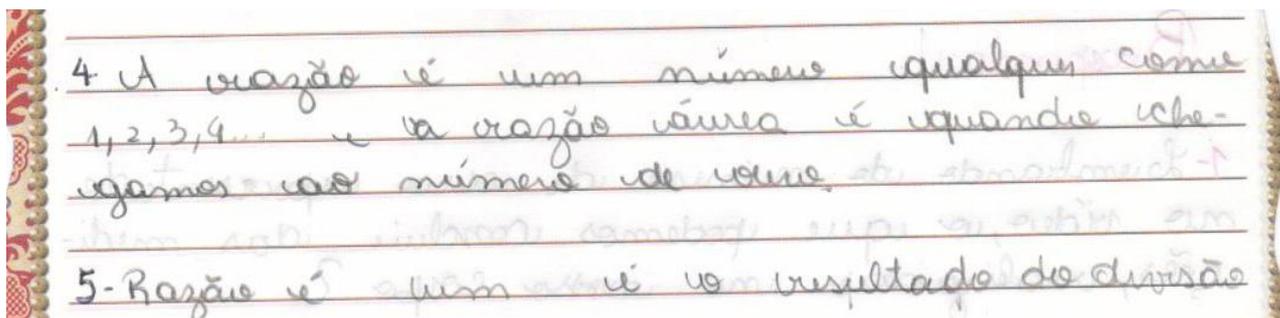
A professora fez as seguintes perguntas aos alunos:

- Qual a diferença entre razão e a razão áurea?
- Você pode definir “razão”?

Como alguns alunos estavam apresentando um pouco de dificuldade na elaboração e organização de suas respostas, a professora deu a seguinte orientação:

- Pense na atividade realizada do corpo. O que nós fizemos? Tinha algum cálculo? Qual o resultado obtido? Foi sempre o número que esperávamos?

Assim, os alunos responderam as perguntas, trocando ideias entre si e validando a hipótese pressuposta, conforme podemos observar em algumas amostras:



- Os alunos identificarão figuras retangulares proporcionais e retângulos áureos.
- Os alunos serão capazes de expressar o conceito de proporcionalidade.

A duas hipóteses, descritas acima, também foram validadas. Os alunos responderam de maneira muito positiva às atividades propostas pela professora, tudo de forma muito

experimental, sem nenhuma regra algébrica pré-determinada. Não se assustando, com problemas geométricos propostos, pois desde o vídeo sensibilizador as figuras geométricas já estavam fazendo parte das aulas propostas.

Para encontrar um retângulo áureo, os alunos, com o ajuda da calculadora, iam dividindo valores. Porém, um aluno lembrou de Fibonacci, utilizando os números de sua sequência, facilitando seu trabalho.

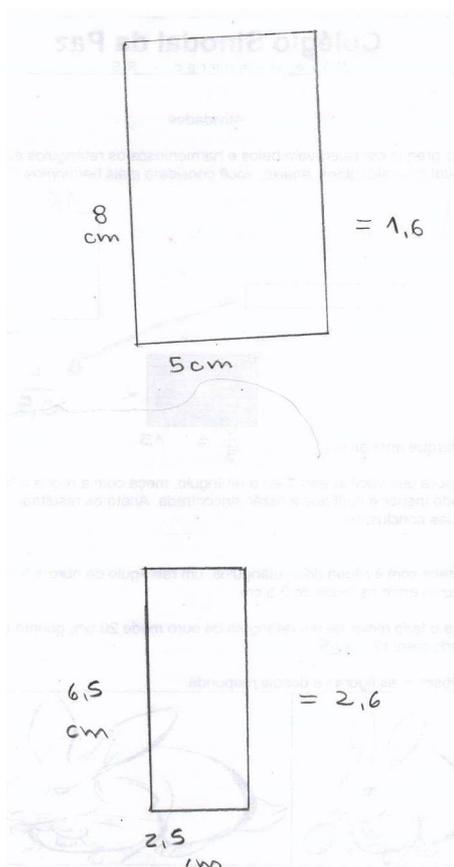


Figura 14: Desenho dos alunos: retângulo áureo e não áureo.
Fonte: Arquivo pessoal da autora.

Outra questão proposta:

- *Se o lado maior de um retângulo de ouro mede 20 cm, quanto deverá medir o lado menor?*

Vários alunos fizeram o seguinte cálculo $20 \times 1,6$ (1,6 foi o número utilizado para aproximação do número de ouro), e encontrava o valor 32 cm. Quando faziam a prova real $32/20 = 1,6$ encontravam o número de ouro. Porém, eu discordei, orientando-os a ler novamente a proposta.

Após a observação da professora, os alunos descobriam que o erro estava na medida, pois 20 cm deveria ser o lado maior e a operação que deveria ser usada era de divisão,

encontrando, assim, o lado menor. Alguns alunos tiveram dificuldade em concluir essa atividade, só completando com a ajuda de outros colegas.

4. Se o lado maior de um retângulo de ouro mede 20 cm, quanto deverá medir o lado menor? $\frac{20}{1.6} = 12.5$

4. Se o lado maior de um retângulo de ouro mede 20 cm, quanto deverá medir o lado menor? 12.5

Os alunos explicaram muito bem a atividade 5.

Observe as figuras e depois responda:



A figura foi ampliada corretamente? O desenho está *proporcional*? Explique.

Obviamente, a professora provocou tamanha desproporcionalidade, justamente para que os alunos percebessem a importância do conteúdo em questão. Todos fizeram ótimas conclusões a respeito do desenho, alguns numa linguagem mais simples, outros já fizeram a relação com a razão, calculando a razão de cada retângulo.

A figura foi ampliada corretamente? O desenho está *proporcional*? Explique.

Em mãos ade, por o lugar dos olhos está errado, foi para o Praticamente toda a imagem está muito esticada pro lado

A figura foi ampliada corretamente? O desenho está *proporcional*? Explique.

Não, pois ela foi alargada, 2 vezes mais a altura ficou a mesma

$\frac{5}{1.1}$ $\frac{10}{2.2}$ as alturas são proporcionais porém a mesma

- Os discentes apresentarão trabalhos com criatividade envolvendo o conteúdo em questão, pesquisando situações do nosso cotidiano em que a razão áurea se aproxime.

RELATO DA MOSTRA DE PROJETOS

Em setembro de 2010 aconteceu no Colégio Sinodal da Paz a XII Mostra de Projetos. Alguns alunos apresentaram em um estande previamente organizado suas pesquisas sobre a razão áurea e o número de ouro. Grande parte dos visitantes da mostra desconhecia o número de ouro, procurando assim as explicações dos alunos que utilizaram inclusive um filhote de coelho para ilustrar suas descobertas. Os alunos, utilizando trena e calculadora, faziam as medições dos visitantes interessados em saber se a razão entre sua altura total e a altura até o umbigo se aproximava do número de ouro. As apresentações foram muito positivas atingindo o objetivo esperado.



XII MOSTRA DE PROJETOS COLÉGIO SINODAL DA PAZ



NÚMERO DE OURO

MATEMÁTICA
Professora Patrícia E. Michel
7^a A e 7^a B

Novo Hamburgo, 27 de Setembro de 2010.

1 NÚMERO DE OURO

2 OBJETIVOS DO PROJETO

Estudar razões e proporções, partindo das razões áureas encontradas em exemplos das artes, da natureza, nas medidas do nosso corpo, na arquitetura, conhecendo assim o Número de Ouro responsável pela harmonia de tantas formas.

3 ESBOÇO DO PROJETO

Os alunos, através de seus trabalhos de pesquisa, iram mostrar exemplos do cotidiano onde o Número de Ouro pode ser encontrado. Exemplos como:

- A sequência de Fibonacci (reprodução de coelhos).
- Nas Artes (Homem Vitruviano e Monalisa).
- Na natureza (nas plantas como girassol).
- Na música, na poesia e no nosso corpo.

Os alunos farão explicações através de cartazes.

4. REFERÊNCIAS

Vídeo produzido pela TV Escola – Mec Arte & Matemática disponível em:
http://www6.ufrgs.br/espmat/disciplinas/midias_digitais_II/videos/mat_arte_numero_ouro/vid_eos34.htm.



Figura 15: Alunos no projeto Número de Ouro.
Fonte: Arquivo pessoal da autora.

Considerações finais

Este trabalho tratou do ensino de razão e proporção, dando ênfase ao Número de Ouro, apresentando também os conceitos baseados na geometria, deixando as resoluções algébricas mecanizadas de fora do planejamento apresentado. Voltado aos alunos do Ensino Fundamental, séries finais, no planejamento da engenharia, foi utilizado o recurso didático do vídeo sensibilizador.

Antes de iniciar a prática, foram formuladas algumas questões aos alunos da 8ª série do Ensino Fundamental (séries finais). Analisando as respostas dos alunos, percebeu-se uma grande dificuldade na aplicação do conteúdo em questão, principalmente no reconhecimento do conceito de proporcionalidade e no descobrimento de solução para um problema geométrico. Mostraram facilidade apenas na resolução de equações algébricas de quarta proporcional. Por isso foram formuladas hipóteses prevendo que os alunos iriam construir os conceitos, sem nenhuma apresentação algébrica, o que realmente ocorreu.

Para tentar obter uma melhoria no cenário do ensino e da aprendizagem, foi desenvolvido um plano de ensino, cujo principal objetivo foi compreender os conceitos de razão e proporção a partir do estudo do Número de Ouro.

Para desenvolver o plano de ensino, estudei um pouco mais da História da Matemática e conheci um ótimo recurso didático, que são os vídeos sensibilizadores criando um banco de vídeos de diversos conteúdos para utilização posterior. Aprendi também a possibilidade da inserção da geometria nos diferentes conteúdos de matemática. Às vezes, nós, professores, deixamos a geometria de lado, dificilmente a relacionamos com outros conteúdos, perdendo uma preciosa ligação entre conhecimentos matemáticos e, quem sabe, a maneira de produzir exemplos muito vivos e concretos, para auxiliar a compreensão de nossos alunos.

Outra consideração que pode ser citada é a experiência em questão e o estudo teórico de NAKAMURA (2008), que evidencia o problema da didática no conteúdo dos Conjuntos Numéricos, especialmente dos números Irracionais. É preciso destacar que o trabalho de NAKAMURA foi interessante para meu crescimento pessoal, mas não foi utilizado, pois não enfatizei na prática a irracionalidade do número de ouro.

Já o estudo teórico, feito no trabalho de GARCIA, SERRES, MAGRO e A ZEVEDO (Sd), foi o alicerce da engenharia aqui apresentada, possuindo relação direta entre as atividades apresentadas e o conteúdo abordado.

Muitas vezes, pensamos que um determinado recurso gere apenas motivação para nossos alunos, uma aula diferenciada, com mudança de ambiente, enfim, que o aluno será atraído somente pela vontade de sair do seu ritual normal. Porém, pensando nos comentários e nos resultados obtidos com a utilização de um ‘simples’ vídeo, percebo o real resultado: o aluno deixa de ser aluno, torna-se expectador de um programa onde há vários personagens, não só seu solitário professor com suas explicações monótonas. Esses personagens lhe explicam algo novo, com um aparato de efeitos, trocando de cena e acrescentando um novo saber e então seu professor lhe dá o suporte, lhe confirma o aprendizado. E acredito que com os demais recursos digitais aconteça o mesmo processo, com descobertas próprias de cada aluno e com a complementação do professor.

Quando o professor explica um conteúdo novo, normalmente dá um exemplo; quando ele propõe uma atividade diferente daquele exemplo, os alunos não fazem tentativas, argumentando que não sabem. Na engenharia, percebi que essa dificuldade em experimentar soluções foi superada, pois eles não tinham nenhum “modelo” para consultar, os alunos tinham o conhecimento do assunto através das lembranças do vídeo e das análises das atividades já realizadas. Portanto, a resposta foi construída por eles e não copiada de um exemplo.

Pude identificar mudanças positivas no comportamento dos alunos, acredito que a mais importante seja na atenção. Sabemos que, fatalmente, nossos alunos cometem erros por falta de atenção e não por problemas ligados a compreensão do conteúdo.

No conhecimento dos alunos, observei a compreensão da noção de proporcionalidade e da relação deste conceito com figuras geométricas, problema apresentado por alunos anteriormente. Acredito ser cedo para diagnosticar tal aprendizado com consistência, mas percebi um progresso, nas tentativas apresentadas, o que não ocorria anteriormente.

Não consegui perceber efeitos dessa experiência na minha escola ou em colegas professores. Atribuo esse fato pelo período que foi aplicada a prática.

ANEXO 1



Colégio Sinodal da Paz

Nome do Aluno	1 - Altura em cm	2- Altura até umbigo em cm	Medida 1 divido pela medida 2	3 – Comprimento do ombro até o dedo médio	4 – Comprimento do cotovelo até o dedo médio	Medida 3 dividido pela medida 4

ANEXO 2

Responda:

1. Lembrando do Número de Ouro apresentado no vídeo, o que podemos concluir das medições realizadas no nosso corpo?
2. E o problema dos coelhos, qual é a relação com o Número de Ouro?
3. Que operação matemática realizamos para encontrar RAZÃO ÁUREA?
4. Qual a diferença entre razão e razão áurea?
5. Você pode dar uma definição para “razão”?
6. Dê exemplos onde encontramos a razão áurea e outra razão qualquer.

ANEXO 3

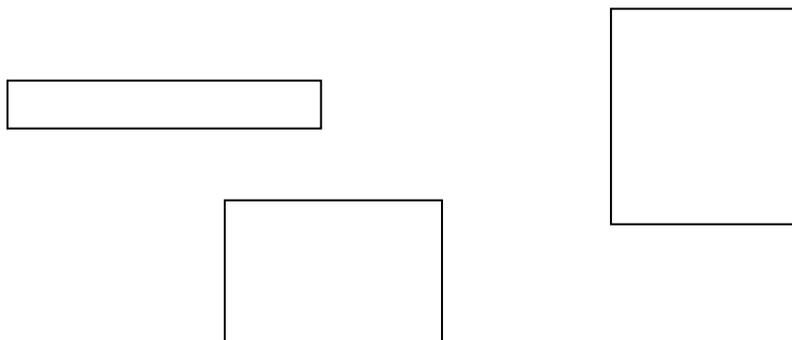


Colégio Sinodal da Paz

Novo Hamburgo - RS

Atividades

- Os gregos consideravam belos e harmoniosos os retângulos áureos e você? Qual dos retângulos, abaixo, você considera mais harmonioso?



Marque apenas um.

- Agora que você já escolheu o retângulo, meça com a régua o lado maior e o lado menor e verifique a razão encontrada. Anote os resultados e escreva suas conclusões.
- Trace com a régua dois retângulos, um retângulo de ouro e o outro com a razão entre os lados de 2,5 cm.
- Se o lado maior de um retângulo de ouro mede 20 cm, quanto deverá medir o lado menor?
- Observe as figuras e depois responda:



A figura foi ampliada corretamente? O desenho está *proporcional*? Explique.

5 CONCLUSÕES SOBRE O CONJUNTO DO TRABALHO

Numa leitura final, do conjunto de experiências realizadas, percebo a evolução das minhas reflexões e decisões.

Na primeira experiência, meu foco foi despertar o interesse do aluno, utilizando o software Geogebra. O objetivo foi claro: “retomar os conceitos já estudados – circunferência e posição relativa de retas – de uma maneira diferenciada e interessante, despertando a criatividade e explorando a beleza das construções geométricas”. Era um momento em que eu recém havia sido apresentada ao software e sentia aquilo que gostaria de transmitir para meu aluno: encantamento.

Estudei sobre o uso de softwares dinâmicos no ensino, mas não estava muito atenta às possibilidades de aprendizagem de Matemática, tanto que iniciei minha prática de uma forma extremamente tradicional, pedindo aos alunos que abrissem seus cadernos, para revisarem os conceitos.

Na segunda experiência, eu já estava mais confiante com relação às propostas do Curso de Especialização: *espera-se que, em cada prática, o aluno passe a ser sujeito ativo do processo*. Tive cuidado em verificar como se dá o ensino do tema em foco – razões trigonométricas – e quais as principais dificuldades dos alunos. Observei que essas razões são dadas, não construídas, que os alunos usam tabelas de valores numéricos e que, ao resolver problemas, não reconhecem os lados de um triângulo retângulo. Motivada pelo estudo da proposta de ensinar a partir de problemas associados ao cotidiano do aluno, iniciei desta forma: Será que conseguimos calcular a altura da torre que sustenta o sino da igreja, localizada ao lado da nossa escola?

Meu objetivo foi rever os conceitos, buscando auxílio no dinamismo do Geogebra e apostando que a aplicação à realidade daria significado ao conteúdo.

Essa prática foi muito diferente da anterior. Os alunos deram sugestões sobre o conteúdo que poderia ser aplicado para resolver o problema, e a discussão sobre as razões trigonométricas se deu muito mais naturalmente do que se fôssemos buscá-las no caderno. Observei interesse pelo problema, troca de ideias, busca de conhecimento e de informação e descoberta. Também percebi possibilidades de aprendizagem das razões, graças ao dinamismo do software. Além disso, dei-me conta de uma das falhas existentes no ensino das razões trigonométricas: os valores das tabelas utilizadas pelas alunas estão escritos na forma de fração $\frac{1}{2}$ ou raiz $\frac{3}{2}$, enquanto, no exemplo real, elas aparecem na forma decimal.

A terceira experiência, para mim, foi a mais completa e cuidadosa. Verifiquei, junto aos alunos, dificuldades de aprendizagem das razões e proporções, no contexto das medidas e da forma. A partir daí, criei um projeto com objetivo de estudar razões e proporções, partindo da razão áurea, encontrada em exemplos das artes, da natureza, nas medidas do nosso corpo, na arquitetura e nas obras de arte.

Motivada pelo estudo da proposta de ensinar a partir de vídeos, parti daí, com o vídeo Arte & Matemática, produzido pela TV Escola – Mec.

Toda a experiência se caracterizou pela atividade dos alunos: assistiram ao vídeo; comentaram o assunto; efetuaram medidas corporais para encontrar a razão entre elas; calcularam razões com calculadoras; pesquisaram em busca de temas para cartazes; explicaram conceitos com suas próprias palavras, de forma muito empírica e simples, mas demonstrando o entendimento do resultado encontrado e ainda levantaram temas de discussão não previstos, como o erro encontrado de uma trena para a outra.

Espero, aqui, ter mostrado aos colegas, professores de Matemática, que é possível criar situações de ensino e aprendizagem com muita atividade do aluno, que auxiliam na compreensão do conhecimento e que geram interesse, utilizando diferentes recursos. No meu caso utilizei: software educativo, vídeo, problemas retirados do cotidiano do aluno, calculadoras e instrumentos de medida. Espero também, com essa análise final, ter mostrado que, com essa sequência de propostas, houve uma evolução no meu conhecimento e na minha capacidade de reflexão sobre a prática, que me torna confiante para outras experiências.

6 REFERÊNCIAS

- BARROSSO, Juliane Matsubara e outros. **Projeto Araribá**. São Paulo: Moderna, 2007.
- BIANCHINI, Edwaldo; MIAMI, Marcos. **Construindo conhecimentos em Matemática**. São Paulo: Moderna, 2000.
- BONJORNO, José Roberto. **Matemática: Fazendo a Diferença**. São Paulo: FTD, 2006.
- DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é Matemática**. São Paulo: Ática, 2004.
- GARCIA, Vera Clotilde; SERRES, Fabiana Fattore; MAGRO, Juliana Zys e ZEVEDO, Taís Aline Bruno. **O Número de ouro como instrumento de aprendizagem significativa no estudo dos números irracionais**. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Disponível em: <http://www6.ufrgs.br/espmat/disciplinas/midias_digitaes_II/modulo_IV/numero_de_ouro2.pdf>. Acesso em: 27 mar. 2010.
- GIOVANI, José Ruy e PARENTE, Eduardo. **Aprendendo Matemática**. São Paulo: FTD, 2007.
- GRAVINA, M. A.; SANTAROSA, L. M. **A aprendizagem da matemática em ambientes informatizados**. 1998. Disponível em: <http://www6.ufrgs.br/espmat/disciplinas/geotri/pdf/malice-lsantarosa_aprend-mat-amb-inform_1998-iv_ribie.pdf>. Acesso em: 19 out. 2010.
- KALEFF, A. M. R., **Vendo e entendendo poliedros: do desenho ao cálculo do volume através de quebra-cabeças e outros materiais concretos** / Ana Maria M.R. Kaleff. – Niterói: EdUFF, 1998.
- MORAN, J. M. **O Vídeo na sala de aula**. 1995. Disponível em: <<http://www.eca.usp.br/prof/moran/vidsal.htm#apresenta%C3%A7%C3%A3o>>. Acesso em: 15 mai. 2010.
- MOREIRA, Marco Antonio. **Teorias de aprendizagem**. São Paulo: EPU, 1999.
- NAKAMURA, Keiji . **Conjunto dos números Irracionais: a trajetória de um conteúdo não incorporado às práticas escolares**. 2008. 128 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2008. Disponível em: <http://www.pucsp.br/pos/edmat/mp/dissertacao/keiji_nakamura.pdf>. Acesso em: 21 abr. 2010.
- QUEIROZ, Rosania Maria. **Razão áurea: A beleza de uma razão surpreendente**. Programa de Desenvolvimento Educacional. Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2007.
- ZUFFI, Edna Maura; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. **O ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas e os processos cognitivos superiores**. *Unión*, n. 11, 2007, p. 79-97. Disponível em: <<http://www6.ufrgs.br/espmat/disciplinas/geotri/>>. Acesso em : 30 nov. 2009.