UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA

Renato Elias dos Santos D'Avila Júnior

ESCREVENDO O RACIOCÍNIO: UMA OUTRA FORMA DE PENSAR MATEMÁTICA

PORTO ALEGRE
2011

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA

Renato Elias dos Santos D'Avila Júnior

ESCREVENDO O RACIOCÍNIO: UMA OUTRA FORMA DE PENSAR MATEMÁTICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado junto ao curso de licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Orientador: Marcus Vinicius de Azevedo Bastos

PORTO ALEGRE
2011

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

ESCREVENDO O RACIOCÍNIO: UMA OUTRA FORMA DE PENSAR MATEMÁTICA

Renato Elias dos Santos D'Avila Júnior

Orientador: Marcus Vinicius de Azevedo Basso

Banca Examinadora

Prof. Dr.Marcus Vinicius de Azevedo Basso

Prof. Dr. Francisco Egger Moellwald

Prof. Dra. Helena Dória Lucas de Oliveira

PORTO ALEGRE, JULHO DE 2011

Dedico esse trabalho aos meus pais
e irmãos que me apoiaram durante
toda minha formação acadêmica.

AGRADECIMENTO

É difícil agradecer todas as pessoas que de algum modo, nos momentos serenos e ou apreensivos, fizeram ou fazem parte da minha vida, por isso primeiramente agradeço a todos de coração.

Agradeço aos meus pais, Renato e Evelise, pela determinação e luta na minha formação e dos meus irmãos. Aos meus irmãos, Gabriel, Bruna e Vitória, que por mais difícil que fossem as circunstâncias, sempre tiveram paciência e confiança.

Aos meus amigos que sempre me apoiaram nessa caminhada.

Aos meus colegas, que me auxiliaram nos momentos de maiores dificuldades e estiveram comigo nos momentos de descontração na universidade.

Ao meu professor orientador Marcus, pelos ensinamentos e pelas oportunidades de trabalho. Aos professores Francisco e Helena que aceitaram participar de minha banca.

A Universidade Federal do Rio Grande do Sul, em especial aos professores do Instituto de Matemática e da Faculdade de Educação, pela formação de excelência desenvolvida nessa universidade.

RESUMO

O uso da escrita como instrumento que influencia a aprendizagem matemática e contribui para análise da cognição tem sido objeto de interesse na educação matemática. Segundo Arthur Powell, aprendemos por meio de reflexão sobre nossas experiências e no modelo tradicional encontramos poucas situações em que o aluno é levado a refletir sobre a matemática que está estudando.

O objetivo deste trabalho é destacar a potencialidade da escrita no desenvolvimento do pensamento matemático. Para conseguir expressar o raciocínio na forma de escrita é necessário que o estudante tenha clareza de todos os procedimentos a serem seguidos, ou seja, tenha domínio das regras a serem obedecidas.

Na proposta prática, sugeri aos alunos, durante meu estágio, que descrevessem as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão no conjunto dos números inteiros, e realizassem uma lista de exercícios com estas operações. A prática foi realizada com alunos do sétimo ano do ensino fundamental em uma escola estadual do município de Porto Alegre. Com os resultados obtidos, percebi algumas dificuldades encontradas com relação aos conteúdos, e afirmo a necessidade de propor novas abordagens que levem em consideração o pensamento e o raciocínio dos estudantes.

ABSTRACT

The use of writing as a tool to influence learning and contributes to mathematical analysis of cognition has been the subject of interest in mathematics education. According to Arthur Powell, we learn from our experiences and reflections on the traditional model found few situations in which the student is led to reflect on the mathematics you are studying.

The objective of this study is to highlight the potential of writing in the development of mathematical thinking. To be able to express the reasoning in the form of writing is necessary that the student has all the clarity of procedures to be followed, or has the field of rules to be obeyed.

In practical proposal, suggested to the students during my internship, which describe the operations of addition, subtraction, multiplication and division in whole numbers, and perform a list of exercises with these operations. The practice was held with students from seventh grade of elementary school in a state school in the city of Porto Alegre. With the results, I noticed some difficulties with respect to content, and affirm the need to propose new approaches that take into account students' thinking and reasoning.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Durante a realização de um curso de Análise Matemática, encontrei muita dificuldade para compreender os conceitos envolvidos e realizar as atividades propostas. Notando a minha dificuldade, a regente da disciplina sugeriu que antes de desempenhar qualquer atividade eu escrevesse um roteiro com as idéias principais envolvidas, pois ao organizá-las ficaria evidente o que deveria ser realizado.

Ao escrever o que pensamos sobre um assunto, somos obrigados a enquadrar a palavra falada e/ou pensada -efêmera, volátil – de modo a não permitir que se perca no tempo e no espaço, conforme Cândido (2001). Escrever nos auxilia a organizar o pensamento.

O uso da escrita como instrumento que influencia a aprendizagem matemática e contribui para uma análise da cognição tem sido objeto de interesse na educação matemática. Segundo Arthur Powell (2001), aprendemos por meio de reflexão sobre nossas experiências e no modelo tradicional encontramos poucas situações em que o aluno é levado a refletir sobre a matemática que está estudando.

Minha ideia inicial visa ressaltar a importância do escrever para o desenvolvimento do aluno. Para conseguir descrever o raciocínio é necessário que o estudante reflita sobre o que pensa sobre determinado assunto. Caso não tenha domínio das regras a serem obedecidas encontrará dificuldade em apresentar os procedimentos que devem ser seguidos

Ao ler o que o aluno está pensando, o professor pode repensar sua metodologia e se propor a novas abordagens dos conteúdos, que levem em consideração o pensamento e o raciocínio dos estudantes. Desta forma, o professor pode auxiliar os alunos que tenham encontrado alguma dificuldade de compreensão ou que tenham feito relações equivocadas com os conceitos trabalhados.

É possível, por meio da produção escrita dos alunos, compreender como eles lidam com as questões de matemática, ou seja, investigar e analisar o modo como eles interpretam os enunciados das questões, as estratégias que elaboram, e quais procedimentos utilizam. Neste trabalho, tive por objetivo analisar a produção escrita de alunos de sexta série (sétimo ano) do ensino fundamental na questão de operar com números inteiros. E ponderar sobre os processos de aprender e ensinar matemática por meio da análise da produção desses alunos.

Na primeira seção do terceiro capítulo abordo como a escrita tem sido pouco utilizada dentro das salas de aula de matemática, onde, por vezes, o professor terceiriza o processo de escrever. Na seção seguinte, ressalto a importância do “registrar o pensamento” para o desenvolvimento do aluno, além dos benefícios didáticos que o professor pode vir a ter se utilizar à escrita na sala de aula.

O quarto capítulo será destinado à prática educativa realizada com alunos. Serão analisados os registros escritos dos alunos sobre o conteúdo desenvolvido durante a prática. No quarto capítulo será apresentada uma reflexão sobre como estes registros podem auxiliar o professor na sua prática em sala de aula, apontando pontos de maior dificuldade do ponto de vista do aluno.

1.1 OBJETIVOS

Conforme foi mencionado anteriormente, este Trabalho de Conclusão de Curso tem como objetivos:

1) Ressaltar a importância da escrita para o desenvolvimento do aluno.
2) Contribuir para a melhora do ensino-aprendizagem.

Não fazendo parte do objetivo principal desse trabalho, pretende-se também destacar as dificuldades relacionadas ao estudo dos números inteiros.

2. NÚMEROS INTEIROS

O conceito de número inteiro aparece pela primeira vez na matemática chinesa, na Antiguidade. Ainda que de forma rudimentar, era utilizado para trabalhar com noções do cotidiano. Eram utilizadas barras de cores diferentes, uma vermelha para indicar números positivos e uma de cor preta para indicar números negativos. Esse conceito foi utilizado durante séculos por matemáticos gregos e hindus para resolver problemas, cujas soluções não eram consideradas reais. Eram admitidos apenas "problemas nos quais é possível interpretar os valores negativos como algo positivo" (SCHUBRING, 2000, p.55). Logo, obter um número negativo como resultado de uma equação era uma ideia considerada absurda por muitos matemáticos.

Somente no século XIX foi constituído oficialmente, pela comunidade matemática o campo numérico dos números inteiros. Motivado acerca de lucros e dívidas, Euler admite a existência de quantidades menores que zero, e define as quatro operações sobre essas. (MARTINI, 2010, p. 13). O sistema numérico, até então limitado a números positivos, passa por um longo processo até sua ampliação admitindo a existência de números negativos. Constrói-se assim o conceito de conjunto dos números inteiros e verifica-se a validade das quatro operações sobre este conjunto.

A construção dessa idéia não foi simples nem rápida. Teixeira (1993) traz muitas idéias de Glaser, autor que se preocupava em descrever as dificuldades vividas pelos matemáticos ao longo do tempo e que ainda afligem os estudantes. Teixeira aponta seis obstáculos encontrados na compreensão dos números negativos:

> (1) inaptidão para manipular quantidades isoladas; (2) dificuldade em dar um sentido a quantidades negativas isoladas; (3) dificuldade em unificar a reta numérica manifesta pela diferenciação qualitativa entre quantidades positivas e negativas, pela concepção da reta como mera justaposição de duas semi-retas opostas, ou ainda por desconsideração do caráter simultaneamente dinâmico e estático dos números; (4) ambigüidade dos dois zeros: zero absoluto e zero como origem; (5) dificuldade de afastar-se de um sentido "concreto" atribuído aos seres numéricos: fixação no estágio das operações concretas por oposição ao formal; (6) desejo de um modelo unificador: utilização de um modelo aditivo para o campo multiplicativo, ao qual não se aplica. (TEIXEIRA, 1993 pág. 62)

Analisando essas colocações, podemos concluir que se grandes matemáticos da história tiveram dificuldades para compreender os conceitos envolvidos no estudo do conjunto dos números inteiros, é provável que os estudantes de hoje também encontrem algumas dificuldades. Para minimizar essas dificuldades, o professor deve ressaltar para seus alunos que os números inteiros já se fazem presentes em seu cotidiano, embora alguns ainda não tenham se dado conta disto.

Ao utilizar a reta numérica para trabalhar as operações com números inteiros, Morais (2010) acredita que os alunos podem se sentir mais seguros se visualizarem os conceitos e procedimentos analisados. Quanto à realização de operações de adição e subtração na reta numerada, será possível ao aluno deduzir as regras de sinais através dos movimentos realizados, possibilitando uma outra forma de justificar as operações com números inteiros.

Morais (2010) utiliza um método que procura dar significado aos sinais dos números e das operações de adição e subtração. A primeira parcela indicará o posicionamento inicial de um indivíduo. No segundo momento, devemos analisar o sinal da segunda parcela: caso o sinal seja positivo ele andará para a direita e se for negativo para a esquerda. Em seguida, devemos olhar para o sinal da operação, que mostrará se andaremos no sentido indicado pela segunda parcela (Adição) ou no sentido contrário que ela representa (subtração). A posição final será o resultado da operação.

Diversos autores frisam a importância da contextualização. Segundo Meister (2009), contextualizar o assunto a ser ensinado é a melhor forma dos estudantes obterem uma boa compreensão:

> (...), o ensino dos números inteiros pode e deve ser relacionado com vivências, experiências cotidianas dos alunos, a fim de que o assunto em questão esteja presente no contexto dos estudantes. (MEISTER, 2009, p.11)

Ainda hoje notamos um distanciamento muito grande entre a matemática escolar e a matemática cotidiana. Vivenciei algumas vezes, durante minha breve experiência profissional, que modelos repetitivos sem novidades ou contexto ainda são utilizados na sala de aula. Martini (2010) se questiona:

> No conceito de números inteiros no ensino fundamental surgem muitas dificuldades ao se ensinar a parte negativa. A aprendizagem deste conceito inicia quando exemplificamos algumas situações, em que necessitamos da presença dos números inteiros em nossa vida. Ao realizar exemplos mentais em situações do dia a dia, nota-se que os alunos têm agilidade na resolução, mas quando se aplica um exemplo de forma numérica análogo ao anterior, nota-se que há dificuldades em chegar ao resultado pela maioria. Mas então, podemos afirmar que existem dois modos diferentes de desenvolver matemática? (MARTINI, 2010, p. 17)

Na seqüência de seu texto, Martini (2010) ressalta a existência da matemática e suas diferentes apresentações na escola e no cotidiano. Mas por que esse distanciamento do que aprendemos na escola e do que utilizamos em nosso dia a dia? A matemática escolar deveria ser um momento de interação entre a matemática organizada pela comunidade científica, formal, e a cotidiana, da atividade humana. Porém notamos que por vezes isso não ocorre.

Os professores de matemática, no momento de preparação de suas aulas, questionam-se sobre a melhor forma de abordar um novo conceito matemático, tendo em vista os desdobramentos desse no decorrer da matemática acadêmica e de suas utilidades cotidianas. Ou seja, os educadores, neste caso, não olham para os conteúdos de forma estanque e pontual, mas dentro de todo um processo, não podendo limitar os conceitos trabalhados.

Moreira e David (2007) coloca que:

> [...] o desenvolvimento de uma visão flexível e multifacetada do conhecimento matemático pode contribuir decisivamente para que o professor seja capaz de dialogar com seus alunos, de reconhecer e validar, o quanto for o caso, certos pontos de partida adotados para a construção de um conceito ou de avaliar uma determinada elaboração conceitual como adequada para certo estágio, ainda que se mostre necessária uma reelaboração em estágios posteriores (MOREIRA; DAVID, 2005, p. 53).

Refletindo sobre a colocação de Moreira e David, devemos ponderar as produções dos alunos conforme a sua etapa, não exigindo, por vezes, uma elaboração conceitual completa. Esse aluno poderá reformular seus conceitos adequando-os conforme sua necessidade.

3. ESCREVENDO O RACIOCÍNIO: UMA OUTRA FORMA DE PENSAR MATEMÁTICA

Neste capítulo abordamos a importância do diálogo na educação e quais as vantagens que o escrever nas salas de aula pode trazer para o ensino-aprendizagem de matemática. No final será feita uma reflexão de como analisar essa produção escrita e de que forma podemos utilizá-la na sala de aula.

3.1 O diálogo na educação matemática

Professor e aluno mantêm, diariamente em sala de aula, conversas sobre os mais variados assuntos. Esta seção aborda o diálogo em salas de aula de matemática, algo mais complexo do que uma simples conversa.

Assumindo a ideia de Alro e Skovsmose (2006, p. 119) “entendemos um diálogo como uma conversação que visa à aprendizagem”. Neste contexto tomamos que o diálogo não é apenas uma conversação, como colocamos cotidianamente, mas uma conversação com uma série de pré-requisitos.

“Dialogar é mais do que um simples ir-e-vir de mensagens, ele aponta para um tipo de processo e de comunicação em que os participantes ‘se encontram’, o que implica influenciar e sofrer mudanças” (CISSNA E ANDERSON 1994, p. 10). Com relação às qualidades de um diálogo podemos refletir sobre suas potencialidades com respeito à aprendizagem.

Alro e Skovsmose (2006, p. 122) colocam que “os multidesdobramentos teóricos a respeito do conceito do diálogo nos obrigam a especificar o termo quando nos propomos a relacioná-lo com a aprendizagem”. Assim, para termos um diálogo, esse precisa construir significados em um processo colaborativo. Segundo Lindfors (apud Alro e Skovsmose, 2006) “um diálogo de verdade é explorativo, tentador e convidativo”.

Sauer (2004) entende que nos diálogos em educação matemática

> As atividades dos alunos, não no conteúdo apresentado pelo professor, são o ponto de partida dessa proposta pedagógica, de acordo com a concepção que a fundamenta. Acredita-se que uma importante fonte de aprendizagem está nas contribuições apresentadas pelos alunos, embasadas em suas próprias experiências e pré-conceitos. Assim sendo, os diálogos matemáticos têm sempre como ponto de partida atividades de estudo. A partir de respostas apresentadas num primeiro momento e levando em consideração os conhecimentos

> demonstrados, é possível investir no aperfeiçoamento ou aprofundamento dos conceitos de interesse na disciplina ou no curso. (SAUER, 2004, p. 119)

Isto nos leva a refletir sobre o que um aluno já pensa sobre um determinado assunto antes de sua apresentação formal, e de com esses pré-conceitos podem interferir no seu modo de lidar com esses conceitos. Por vezes, associações mal feitas pelos alunos em relação a conceitos já trabalhados anteriormente fazem com que encontrem dificuldades de aprendizagem.

Essa troca de informação entre professor e aluno através de diálogos claros e objetivos traz vantagens com relação a outras formas de educação matemática. Ao compreender as redes de conexões dos saberes de seus alunos, o professor pode tomar atitudes facilitadoras que auxiliem na compreensão dos conceitos a serem desenvolvidos. Ao refletir sobre o diálogo na sala de aula, percebemos que muitas vezes esses se perdem, pois não existem registros sobre os mesmos, assim assumimos que apesar de ser extremamente importante, o diálogo se perde com o passar do tempo.

3.2 Escrevendo nas aulas de matemática

Por que atribuímos somente ao professor de português a missão de trabalhar a escrita e a leitura em sala de aula? Apesar de não ter uma formação específica em letras, todos os professores deveriam fazer com que seus alunos leiam e escrevam. Terceirizar essa responsabilidade acaba por prejudicar o desenvolvimento do aluno.

> Em geral, nós, os professores que ensinamos Matemática, dizemos “os alunos não sabem interpretar o que o problema pede” e vislumbramos, como alternativa para a solução da dificuldade, pedir ao professor ou professora de Língua Portuguesa que realize e/ou reforce atividades de interpretação de textos com nossos alunos. A sugestão dos professores de Matemática aos colegas professores de Língua Portuguesa, embora possa contribuir para a leitura de uma maneira geral, não ataca a questão fundamental da dificuldade específica com os problemas e com outros textos matemáticos (FONSECA; CARDOSO, 2005, p.64).

A utilização da escrita nas aulas de Matemática configura-se como uma alternativa pedagógica para o ensino de Matemática em sala de aula, uma vez que podemos vislumbrar uma maior participação dos estudantes, de modo que se tornem sujeitos ativos em seu processo de aprendizagem de Matemática. “A escrita é um instrumento poderoso com o qual se reflete sobre a experiência e, tal como a Matemática, é um importante instrumento para o pensamento” (POWELL; LÓPEZ, 1995, p.11).

O uso da escrita como instrumento que influencia a aprendizagem matemática e contribui para a análise da cognição tem sido objeto de interesse na educação matemática. Segundo Arthur Powell (2001), aprendemos por meio de reflexão sobre nossas experiências, e no modelo tradicional encontramos poucas situações em que o aluno é levado a refletir sobre a matemática que está estudando.

Escrever possibilita aos alunos expressar suas ideias e pode auxiliar no

> [...] resgate da memória, uma vez que muitas discussões orais poderiam ficar perdidas sem o resgate em forma de texto;
> [...] (e na) possibilidade de comunicação à distância no espaço e no tempo e, assim, de troca de informações e descobertas com pessoas que, muitas vezes, nem conhecemos. (CÂNDIDO, 2001, p.23)

Powell e Bairral (2006), ao abordarem as interações e potencialidades dos processos de escrita no desenvolvimento do pensamento matemático, afirmam que a utilização da escrita auxilia na compreensão dos conceitos matemáticos trabalhados em sala de aula, e o estudante tem a possibilidade de melhorar seu vocabulário mediante os momentos de escrita.

> [...] escrever em matemática ajuda a aprendizagem dos alunos de muitas maneiras, encorajando a reflexão, clareando as ideias e agindo como um catalisador para as discussões em grupo. Também ajuda o aluno a aprender o que está estudando.
> [...] a escrita permite um contexto natural para envolver os alunos no estabelecimento de conexões entre diferentes noções, entre suas concepções espontâneas e novas aprendizagens [...].
> Escrever [...] favorece a compreensão de conceitos e procedimentos matemáticos [...] CÂNDIDO, 2001, p.24)

Powell e Bairral (2006) exemplificam meios de produção e desenvolvimento da escrita matemática em diferentes contextos: aula presencial, aula virtual, pesquisa presencial e pesquisa virtual. Um dos meios abordados é o diário de aprendizagem, onde os alunos são convidados a escrever, diariamente, ou pelo menos depois de cada aula ou tarefa, sobre qualquer questão ou tópico relacionado ao aprendizado matemático ou à aprendizagem num espectro mais amplo. Ao analisar essas produções o professor irá ter acesso ao que seus alunos pensam a respeito dos conceitos trabalhados e de suas possíveis dificuldades de compreensão.

3.3 Análise da produção escrita em matemática

A análise da produção escrita dos alunos é uma alternativa promissora para fazer interpretações sobre a atividade matemática dos alunos e também sobre os processos de ensinar e aprender matemática. Burriasco (2004) afirma que ao

> [...] ter uma noção o mais precisa possível do que seus alunos sabem e são capazes de fazer, o professor pode, além de tomar decisões adequadas sobre sua prática escolar, contar com seus alunos como interlocutores na compreensão dos caminhos por eles percorridos na busca da resolução da situação; o que contribui para melhorar a aprendizagem, na medida em que favorece a continuidade dela e a progressiva autonomia do aluno.(p. 247)

Ao apresentar dificuldades na compreensão de conceitos e ao incorporar de forma equivocada esquemas mentais o aluno pode cometer erros. Ao analisar o erro, Pinto (2000) coloca que:

> (...) Diante de situações conflitivas, elas [as crianças] inventam regras para completar as tarefas, regras estas que acabam incorporando a seus esquemas. De simples erros "construtivos", essas regras transformam-se em "erros sistemáticos", em razão das formas indevidas de apropriação de alguns conceitos básicos. (p. 117)

Para que a análise do erro se torne uma alternativa didática, o professor deve conhecer e buscar compreender o erro, investigando sua natureza, tendo em vista que "(...) os erros da aprendizagem, (...) servem positivamente de ponto de partida para o avanço, na medida em que são identificados e compreendidos, e sua compreensão é o passo fundamental para sua superação" (LUCKESI apud PEREGO, 2005, p. 18).

Nesse contexto, o professor ao perceber tais dificuldades pode tomar atitudes para minimizar esses conflitos. De acordo com Silva (2005), "[...] com informações sobre a produção escrita dos alunos, que apresentam tanto as suas dificuldades quanto suas possibilidades, é possível realizar uma intervenção que, de fato, contribua para o desenvolvimento dos alunos" (p. 106).

> Analisar a produção escrita de alunos em questões de Matemática contribui, entre outras coisas, para que o professor busque entender as respostas dadas e o porquê das estratégias escolhidas. Com essa atitude investigativa, o professor pode (re)conhecer que conhecimentos os alunos já possuem e quais ainda estão em construção. (SILVA, 2005, p. 504)

Conhecendo as estratégias, dificuldades e potencialidades dos alunos o professor pode refletir sobre suas práticas e buscar novas abordagens que visem auxiliar no desenvolvimento dos alunos. Nesse contexto Kazemi e Franke (apud SANTOS, 2007) colocam:

> O uso da produção escrita dos alunos tem um potencial de influenciar o discurso profissional sobre o ensino e a aprendizagem, engajar os professores em ciclo de experimentação e reflexão e mudar o foco dos professores de uma pedagogia geral para uma particularmente conectada a seus próprios alunos (p. 29).

Com uma pedagogia voltada para a realidade da sua sala de aula, o professor se torna mais eficiente. Coloca seu um aluno, não um fictício, como parte fundamental do processo ensino-aprendizagem.

4. PRÁTICA

Realizei minha prática na Escola Estadual de Ensino Fundamental Maurício Sirotsky Sobrinho, situada em um bairro de classe média no município de Porto Alegre. A escola atende cerca de 600 alunos nos dois turnos, durante a minha prática trabalhei com alunos do sétimo ano.

A turma era composta por 27 alunos com idades entre 11 e 16 anos, tendo uma aluna com necessidades especiais. A atividade se desenvolveu de cinco de abril de 2011 a oito de junho de 2011 totalizando um período de cinqüenta horas.

Os conteúdos desenvolvidos com a turma nesse período foram as operações envolvendo números inteiros, estudados na seguinte ordem: Adição, Subtração, Multiplicação, Divisão, Potenciação e Raiz Quadrada.

4.1 Adição

Em um primeiro momento, a adição foi introduzida através de operações financeiras, relacionando números inteiros positivos a valores a receber e números inteiros negativos a dívidas. Assim, ao somar suas dívidas e seus créditos, o aluno obteria seu saldo.

Numa outra abordagem, a reta numérica foi vista como um tabuleiro, onde partíamos da origem, zero da reta, para realizar as operações com movimentos sobre esta. Ao somar um número positivo, devemos nos deslocar no sentido positivo da reta — para a direita. Ao somarmos um número negativo devemos nos movimentar no sentido negativo da reta — para a esquerda.

Exemplo:

(+4) + (+3) =

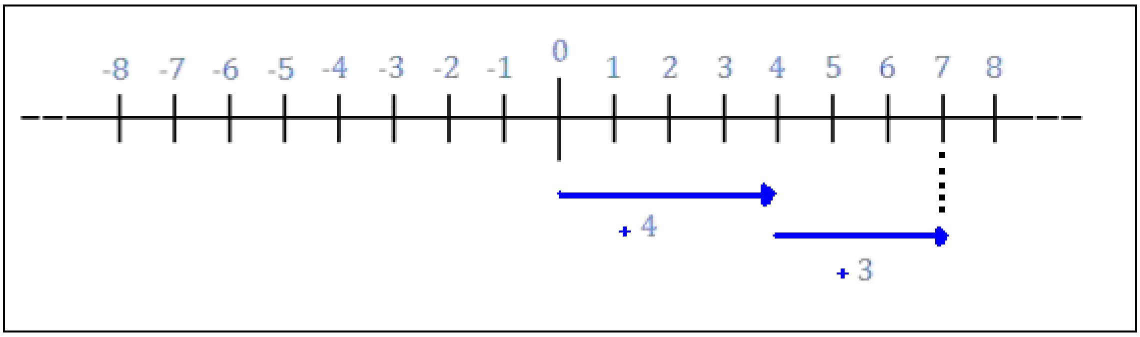


Figura 38: Adição – Modelo 1

(+4) + (-3) =

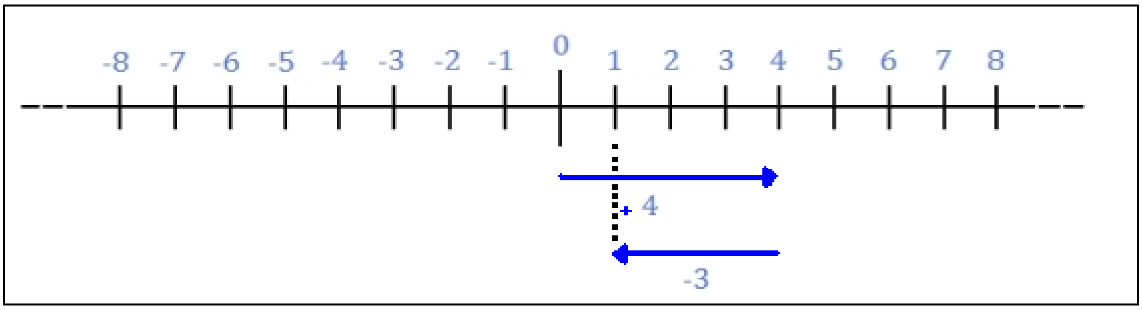


Figura 39: Adição de números – Modelo 2

(-2)+(-5) =

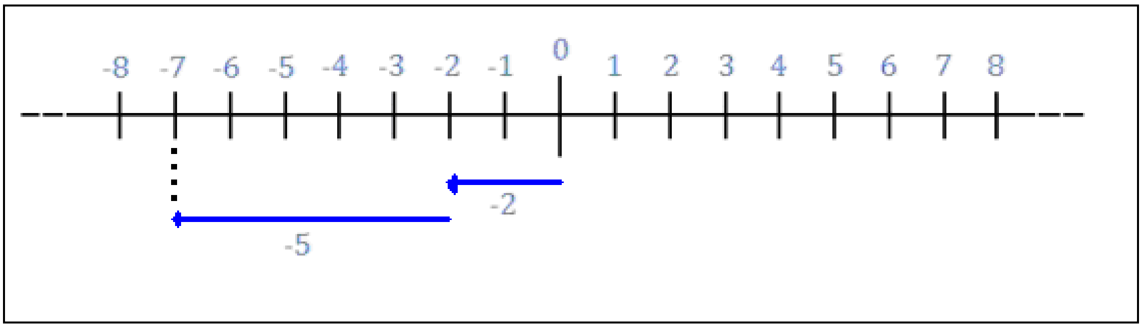


Figura 40: Adição de números – Modelo 3

Na seqüência, foram apresentadas, através de questionamentos, as propriedades da adição no conjunto dos números inteiros: Fechada (A adição de números inteiros é sempre um número inteiro?); Comutativa (A ordem das parcelas em uma adição não altera a soma?); Associativa (Associando-se as parcelas de maneiras distintas, obtém-se a mesma soma?); Elemento Neutro (Pensei em um número, adicionei a ele outro número e obtive como resposta o primeiro. Qual o número que adicionei?) e Oposto (Pense em um número, agora adicione outro número de modo a encontrar zero como resposta. Qual a semelhança entre os números que você somou?).

4.2 Subtração

Em um primeiro momento, o sinal de menos foi associado ao oposto de um número, ou seja, -(+2) é o oposto do número (+2), logo (-2). Por fim, a subtração foi definida como a adição do primeiro número ao oposto do segundo.

(+13) – (+2) = (+13) + (-2) = +11

(+7) – (+15) = (+7) + (-15) = -8

(-1) – (+12) = (-1) + (-12) = -13

(-9) – (-15) = (-9) + (+15) = +6

4.3 Multiplicação

Para melhor compreensão por parte dos alunos, dividi o procedimento em três casos:

1º caso: Os dois fatores são inteiros positivos. Neste caso, procede-se como na multiplicação de números naturais, logo:

(+6) x (+5) = (+30)

2º caso: Um fator é inteiro positivo e o segundo é inteiro negativo. Podemos associar esta multiplicação à adição repetida de dívidas:

(+6) x (-4)= (-4)+ (-4)+ (-4)+ (-4)+ (-4)+ (-4) = -24

3º caso: Os dois fatores são inteiros negativos. Para este caso foi construída com os alunos a seguinte tabela:

x	+2	+1	0	-1	-2	-3	-4
-6	-12	-6	0	+6	+12	+18	+24

A ideia foi observar o crescimento dos totais, de 6 em 6, simultaneamente ao decrescimento de um dos fatores, enquanto o outro fator é mantido fixo.

4.4 Divisão

Partindo da divisão de números naturais foi definida a divisão nos inteiros.

40 : 5 = 8, pois 5 x 8= 40 e 36 : 9 = 4, pois 9 x 4= 36.

Assim para números inteiros temos:

(+20): (+5) = Q, de modo (+5) x Q = (+20). Assim, Q = (+4). Logo, (+20) : (+5) = (+4).

(+20): (-5) = Q, de modo (-5) x Q = (+20). Assim, Q = (-4). Logo, (+20) : (-5) = (-4).

(-20) : (+5) = Q, de modo (+5) x Q = (-20). Assim, Q = (-4). Logo, (-20) : (+5) = (-4)

(-20) : (-5) = Q, de modo (-5) x Q = (-20). Assim, Q = (+4). Logo, (-20) : (-5) = (+4)

Foi salientado que nem sempre o resultado obtido é um número inteiro. Exemplos: (+5) : (+2); (-7) : (+3); (+9) : (-4); (-19) : (-8)

4.5 Produção dos alunos

A produção escrita, realizada pelos alunos ao final do trabalho, foi dividida em duas partes: descrever como se realizam as operações no conjunto dos números inteiros, apresentando casos e utilizando exemplos, e, em seguida, resolver uma lista de exercícios envolvendo os conceitos estudados. Nesta seção analisamos a produção de alguns alunos com relação às operações de adição, subtração, multiplicação e divisão.

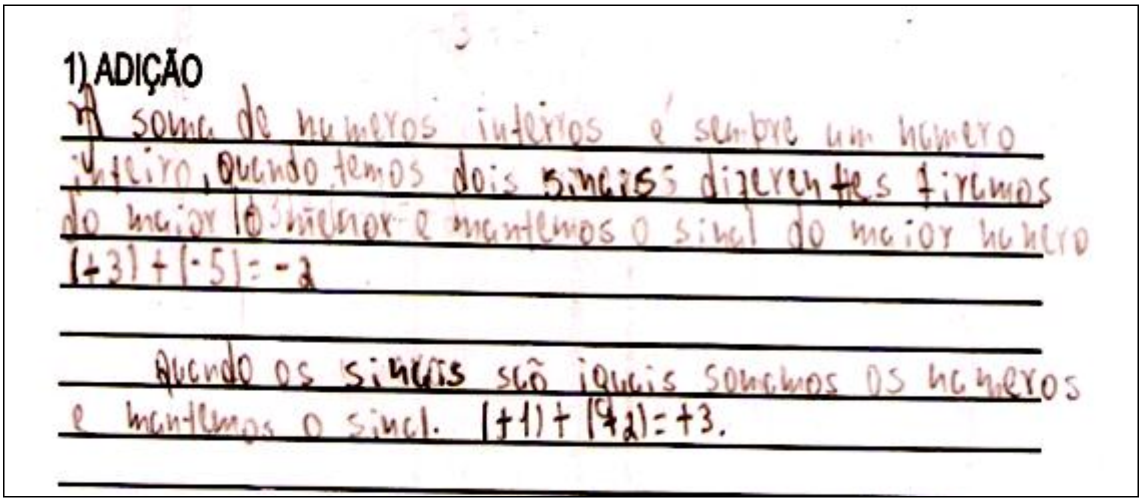
A produção escrita dos alunos foi analisada de acordo com a estratégia adotada, assim esses alunos podem ter compreendido o que foi pedido no enunciado, mas não conseguiram traduzi-lo corretamente para a linguagem matemática. Com base nesse fato, fica evidente o quanto não é suficiente que os alunos saibam apenas operar corretamente com os algoritmos convencionais, é necessário transformar os procedimentos aprendidos em ferramentas de pensamento.

> É possível pensarmos que, quando a dificuldade do aluno não está ligada apenas à leitura e interpretação do enunciado matemático, ela pode relacionar-se também a falhas no desenvolvimento do pensamento lógico matemático, que contribui para que as escolhas feitas sejam encadeadas de maneira coerente. (SILVA, 2005, p. 504)

Para minimizar esse tipo de dificuldade, procuramos notar nas descrições dos alunos quando estes estão fazendo associações de forma incorreta. Desta forma, podemos tomar atitudes que visem auxiliar os alunos nas suas dificuldades de compreensão.

ALUNO 1

Adição e Subtração



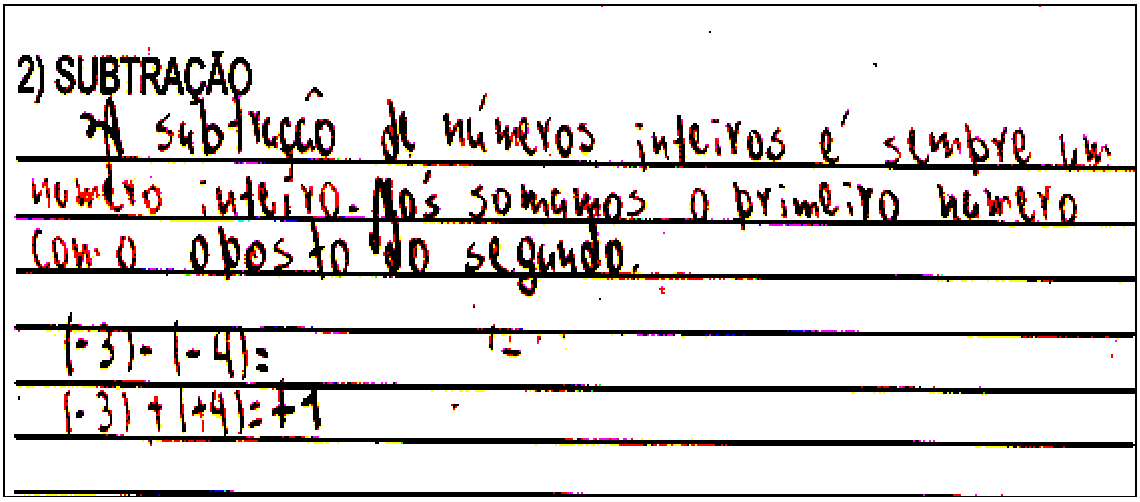
1) ADIÇÃO
A soma de numeros inteiros é sempre um numero inteiro, quando temos dois sinais diferentes tiramos do maior o menor e mantemos o sinal do maior numero
(+3)+(-5)= -2

Quando os sinais são iguais somamos os numeros e mantemos o sinal. (+1)+(+2)=+3.

Figura 41: Adição - Produção do Aluno 1

1) ADIÇÃO A soma de números inteiros é sempre um número inteiro. Quando temos dois sinais diferentes tiramos do maior o menor e mantemos o sinal do maior número. (+3)+(-5)= - 2 Quando os sinais são iguais somamos os números e mantemos o sinal. (+1)+(+2)=+3.

Transcrição da Figura 4



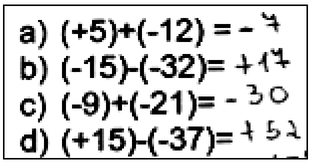
2) SUBTRAÇÃO
A subtração de números inteiros é sempre um numero inteiro. Nós somamos o primeiro numero com o oposto do segundo.

(-3)-(-4)=
(-3)+(+4)=+1

Figura 42: Subtração - Produção do Aluno 1

2) SUBTRAÇÃO A subtração de números inteiros é sempre um número inteiro. Nós somamos o primeiro numero com o oposto do segundo. (-3)-(-4)= (-3)+(+4)=+1

Transcrição da Figura 5

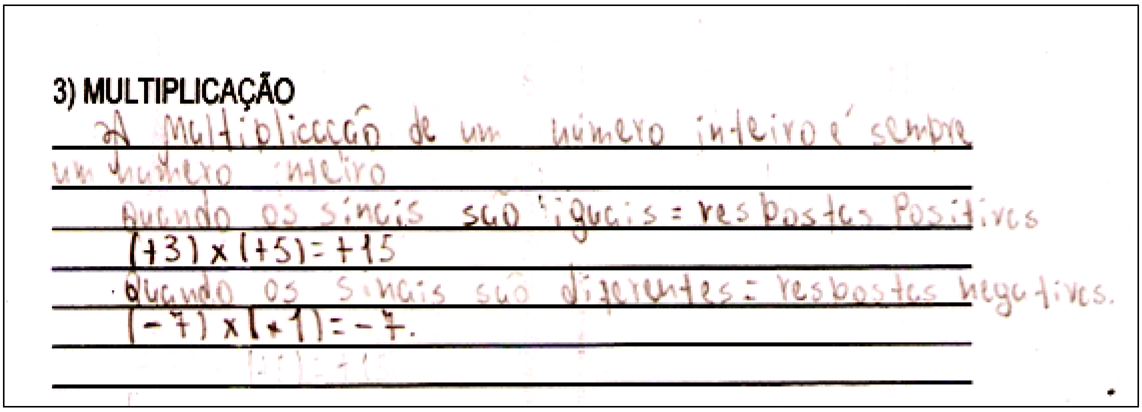


a) (+5)+(-12) = -7
b) (-15)-(-32)= +17
c) (-9)+(-21)= -30
d) (+15)-(-37)= +52

Figura 43: Lista 1 – Aluno 1

Podemos notar que o aluno descreve claramente as operações de adição e subtração no conjunto dos números inteiros e tem conhecimento dos procedimentos a serem seguidos para realizá-las.

Multiplicação e Divisão

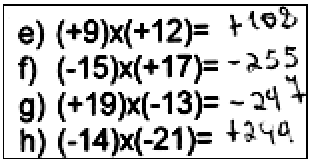


3) MULTIPLICAÇÃO
A multiplicação de um número inteiro é sempre um número inteiro
Quando os sinais são iguais = respostas positivas
(+3) x (+5) = +15
Quando os sinais são diferentes = respostas negativas.
(-7) x (+1) = -7.

Figura 44: Multiplicação - Produção do Aluno 1

3) MULTIPLICAÇÃO
A multiplicação de um número inteiro é sempre um número inteiro.
Quando os sinais são iguais = respostas positivas
(+3)x(+5) = +15
Quando os sinais são diferentes = respostas negativas.
(-7)x(+1) = -7

Transcrição da Figura 7



e) (+9)x(+12)= +108
f) (-15)x(+17)= -255
g) (+19)x(-13)= -247
h) (-14)x(-21)= +249

Figura 45: Lista 2 – Aluno 1

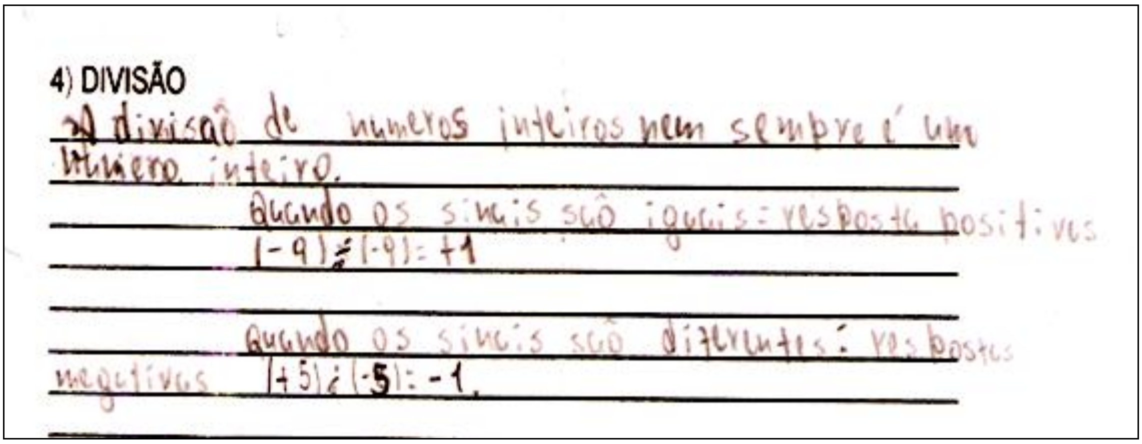


Figura 46: Divisão - Produção do Aluno 1

4) DIVISÃO
A divisão de números inteiros nem sempre é um número inteiro.
Quando os sinais são iguais = respostas positivas
(-9) : (-9) = +1
Quando os sinais são diferentes: respostas negativas (+5) : (-5) = -1

Transcrição da Figura 9

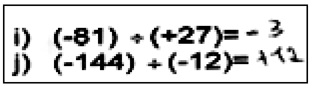


Figura 47: Lista 3 – Aluno 1

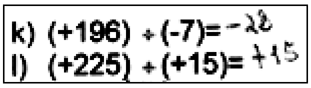


Figura 48: Lista 4 – Aluno 1

Nota-se pelas descrições que os aluno 1 conseguiu compreender como realizamos as operações de multiplicação e divisão no conjunto dos números inteiros, salientando inclusive, com outras palavras, que adição, subtração e multiplicação são operações fechadas no conjunto números inteiros enquanto a divisão não é fechada neste conjunto.

ALUNO 2

Adição e Subtração

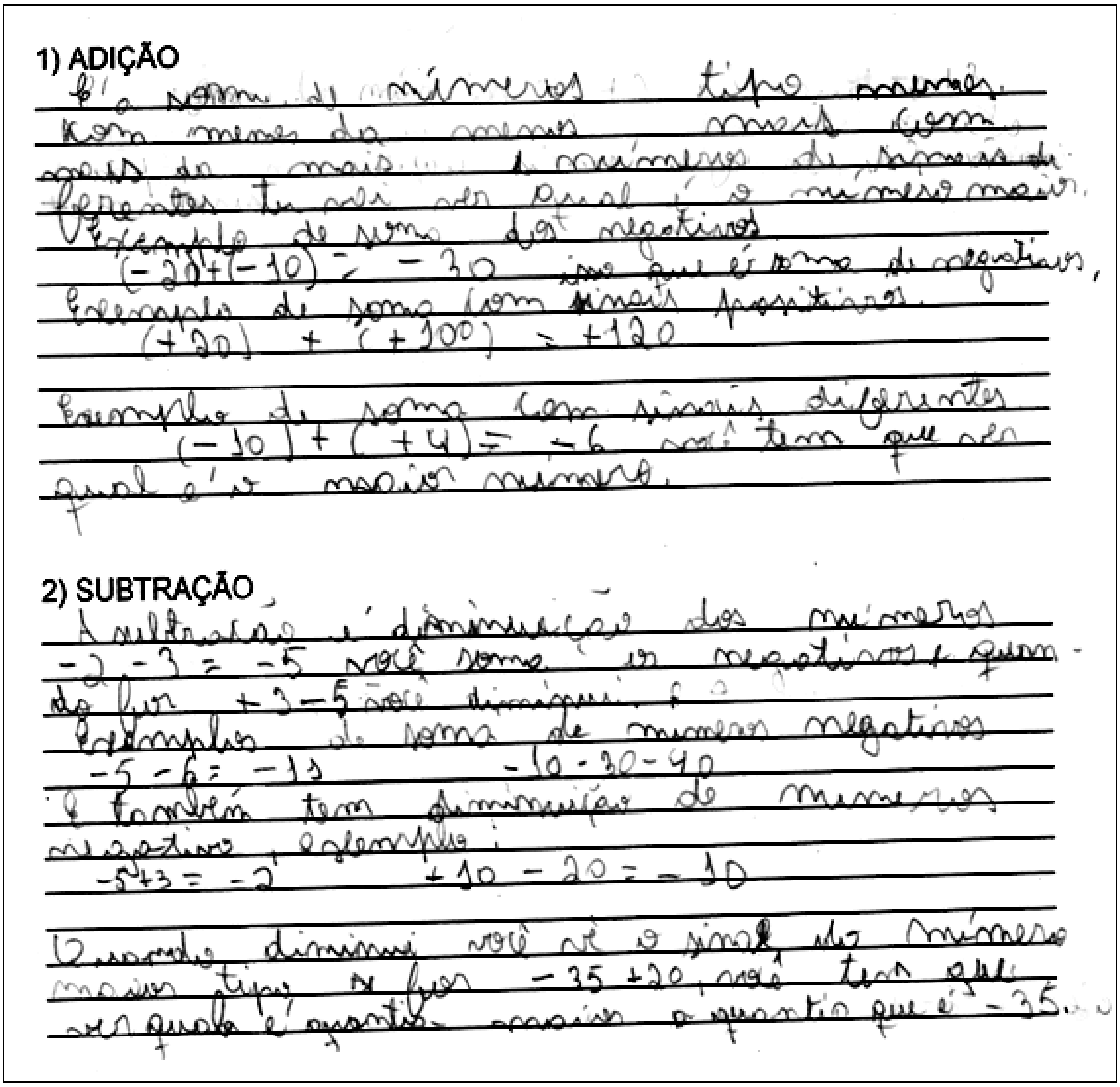


Figura 49: Adição e Subtração - Produção do Aluno 2

1) ADIÇÃO
É a soma de números tipo menos com menos da menos mais com mais da mais e números de sinais diferentes tu vai ver qual é o número maior.
Exemplo de soma dos negativos
(-20)+(-10)= -30 isso que é soma de negativos.
Exemplo de soma com sinais positivos.
(+20)+(+100)= +120
Exemplo de soma com sinais diferentes
(-10)+(+4)= -6 você tem que ver qual é o maior número.

2) SUBTRAÇÃO
A subtração é diminuição dos números -2 – 3 = -5 você soma os negativos e quando for +3-5 você diminui.
Exemplos de soma de números negativos
-5-6= -11 -10-30 = -40
E também tem a diminuição de números negativo, exemplo:
-5+3= -2 +10 -20 = -10

Quando diminui você vê o sinal do número maior tipo se for -35+20, você tem que ver qual é quantia maior a quantia que é -35.

Transcrição da Figura 12

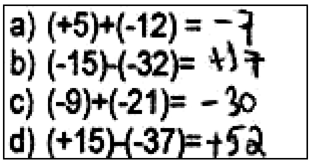

a) (+5)+(-12) = -7
b) (-15)-(-32)= +17
c) (-9)+(-21)= -30
d) (+15)-(-37)=+52

Figura 50: Lista 1 – Aluno 2

Percebe-se que o aluno encontra dificuldade na hora de definir a subtração dos números inteiros, mas consegue realizar a operação de acordo com os procedimentos esperados. Quando descreve a adição, apesar de utilizar uma linguagem confusa, conseguimos notar que ele entendeu as regras envolvidas.

Multiplicação e Divisão

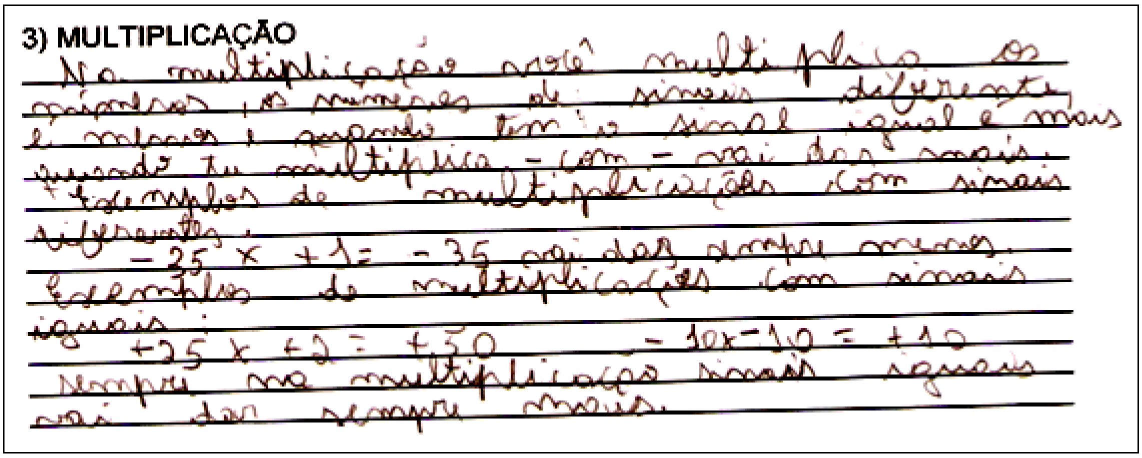

3) MULTIPLICAÇÃO

Figura 51: Multiplicação - Produção do Aluno 2

3) MULTIPLICAÇÃO Na multiplicação você multiplica os números, os números de sinais diferentes, é menos e quando tem o sinal igual é mais quando tu multiplica – com – vai dar mais. Exemplos de multiplicação com sinais diferentes. -35 x +1= -35 vai dar sempre menos. Exemplos de multiplicações com sinais iguais: +25 x +2 = +50 -10 x -10 = +10 Sempre na multiplicação sinais iguais vai dar sempre mais.

Transcrição da Figura 14

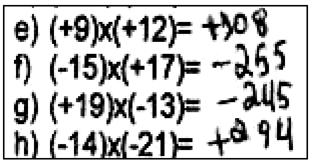

e) (+9)x(+12)= +108
f) (-15)x(+17)= -255
g) (+19)x(-13)= -245
h) (-14)x(-21)= +294

Figura 52: Lista 2 – Aluno 2

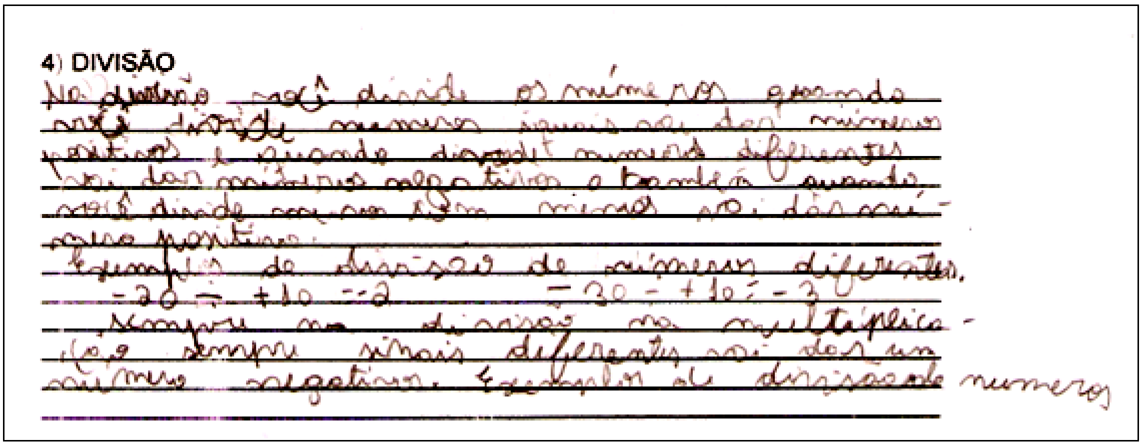
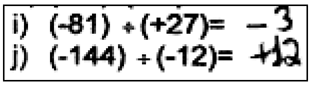


Figura 53: Divisão - Produção do Aluno 2

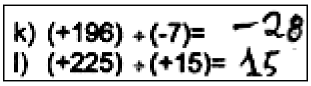
4) DIVISÃO
Na divisão você divide os números quando você divide números iguais vai dar números positivos e quando divide números diferentes vai dar números negativos a também quando você divide menos com menos vai dar número positivo.
Exemplos de divisão de números diferentes.
-20 : +10 = -2   -30 : +10 = -3
Sempre na divisão na multiplicação sempre sinais diferentes vai dar um número negativos. Exemplos de divisão de números

Transcrição da Figura 16



i) (-81) ÷ (+27)= −3
j) (-144) ÷ (-12)= +12

Figura 54: Lista 3 – Aluno 2



k) (+196) ÷ (-7)= −28
l) (+225) ÷ (+15)= 15

Figura 55: Lista 4 – Aluno 2

Apesar de apresentar erro na multiplicação dos módulos, tanto na descrição quanto no exercício, é possível perceber que o aluno conseguiu compreender as regras envolvidas na multiplicação e divisão de números inteiros, referentes ao sinal de suas respostas.

ALUNO 3

Adição e Subtração

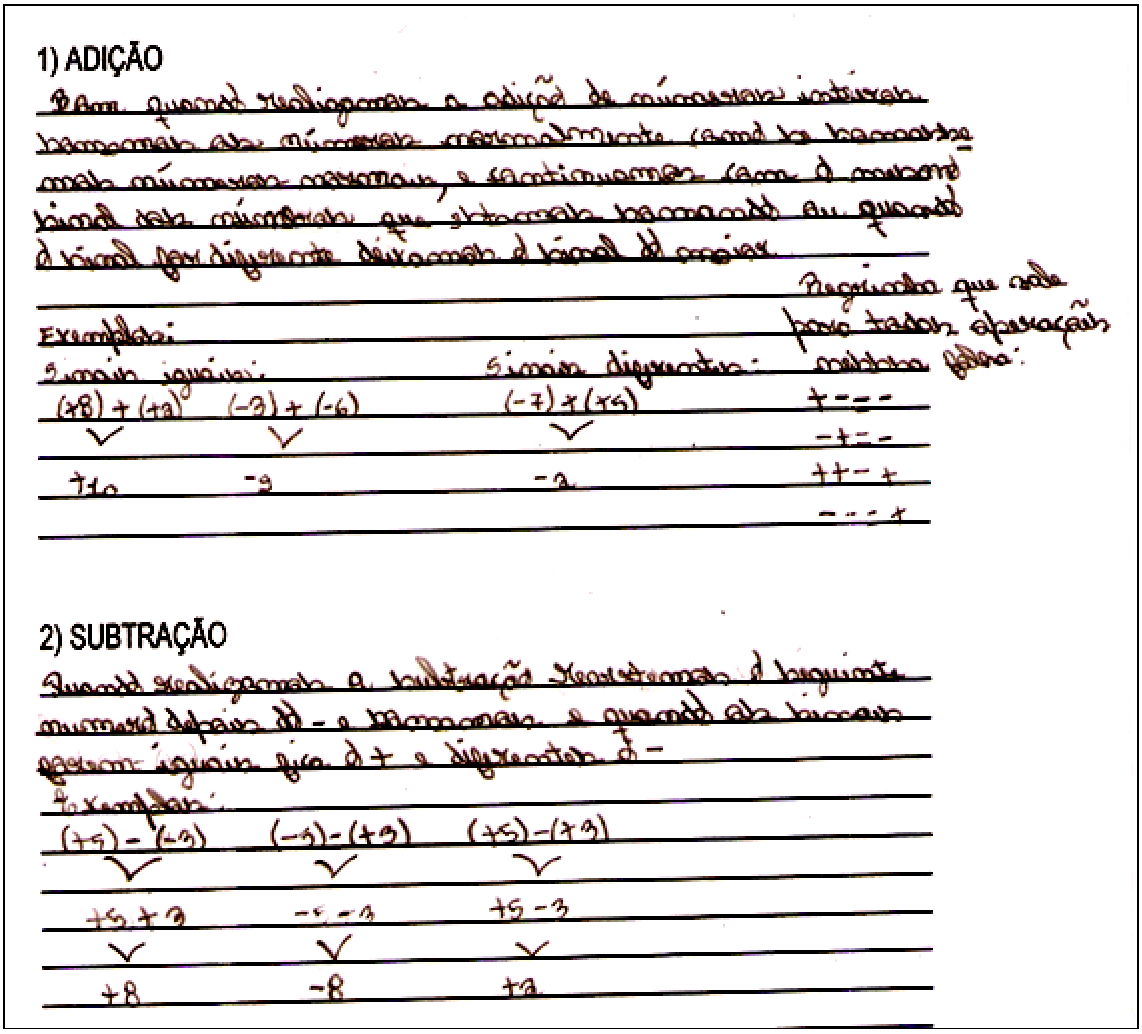


Figura 56: Adição e Subtração - Produção do Aluno 3

1) ADIÇÃO
Bom quando realizamos a adição de números inteiros somamos os números normalmente como se somássemos números normais, e continuamos com o mesmo sinal dos números que estamos somando ou quando o sinal for diferente deixamos o sinal do maior.

Regrinha que vale para todas operações nessa folha:

Exemplos:

Sinais iguais:
(+8) + (+2)   (-3) + (-6)
+10   -9

Sinais diferentes:
(-7)+(+5)
- 2

+ - = -
- + = -
+ + = +
- - = +

2) SUBTRAÇÃO
Quando realizamos a subtração revertemos o seguinte número depois do – e somamos e quando os sinais forem iguais fica o mais e diferentes o –

Exemplos:
(+5)-(+3) = +5+3 = +8   (-5) – (+3) = -5 -3 = -8   (+5)-(+3)= +5-3 = +2

Transcrição da Figura 19

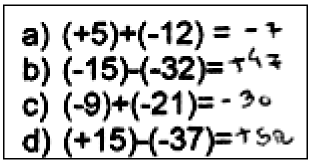


Figura 57: Lista 1 – Aluno 3

Analisando a produção do aluno 3 percebemos uma contradição, pois ele coloca que a “regra do sinal” se aplica em todas as operações e, ao mesmo tempo, na descrição das operações de adição e subtração ele não se utiliza da regra de forma equivocada. Percebe-se que o mesmo compreendeu os conceitos envolvidos ao analisar seus exemplos e exercícios, e que ele apresenta dificuldade em escrever os procedimentos que segue ao resolver exercícios. Novamente, na descrição da operação de subtração, o aluno se contradiz, colocando exemplos que não condizem com sua descrição. Multiplicação e divisão

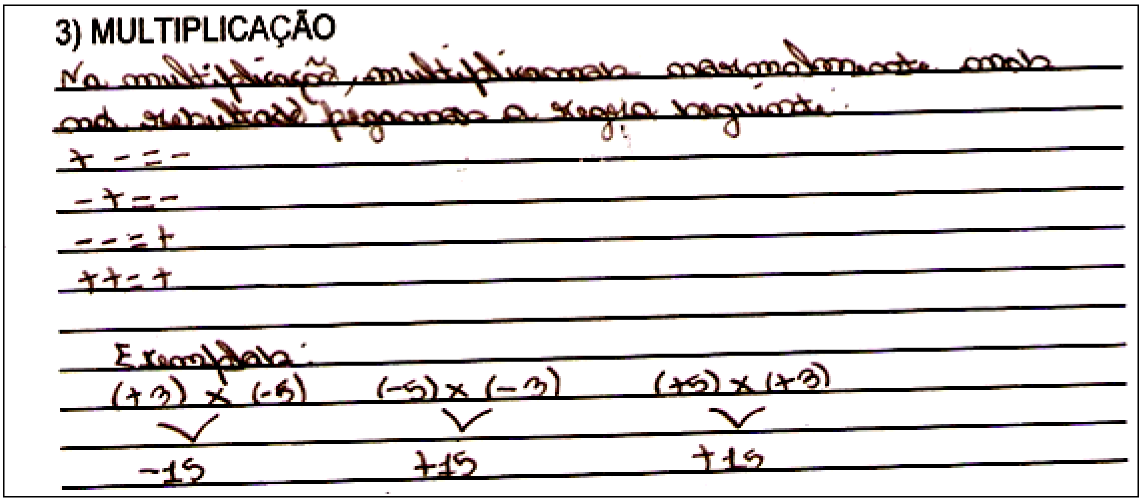


Figura 58: Multiplicação - Produção do Aluno 3

3) MULTIPLICAÇÃO Na multiplicação, multiplicamos normalmente mas no resultado pegamos a regra seguinte: + - = - - + = - + + = + - - = + Exemplos: (+3)x (-5) = -15   (-5)x(-3)= +15   (+5)x(+3)=+15

Transcrição da Figura 21

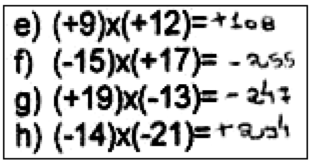


Figura 59: Lista 2 – Aluno 3

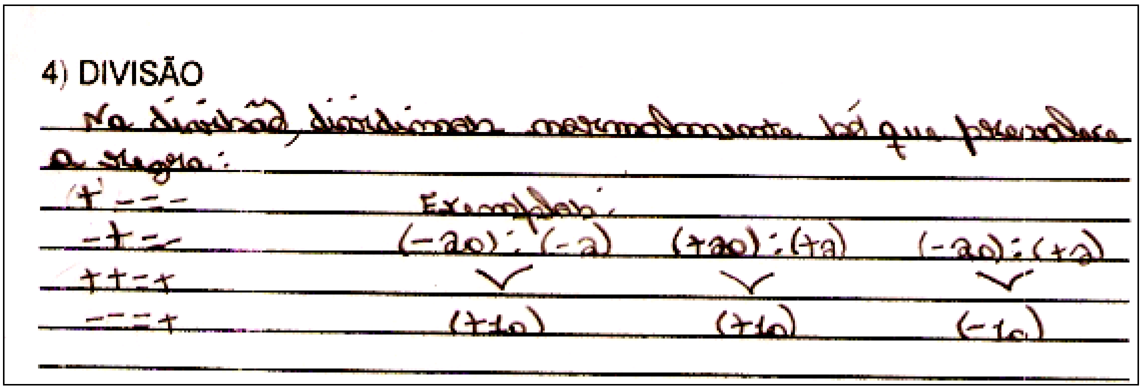
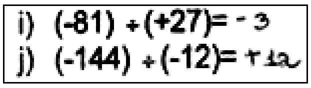


Figura 60: Divisão – Produção do Aluno 3

4) DIVISÃO
Na divisão, dividimos normalmente só que prevalece a regra:

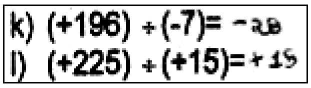
+ - = -	Exemplos:		
- + = -	(-20) : (-2)	(+20): (+2)	(-20): (+2)
+ + = +	+10	+10	-10
- - = +			

Transcrição da Figura 23



i) (-81) ÷ (+27)= - 3
j) (-144) ÷ (-12)= + 12

Figura 61: Lista 3 – Aluno 3



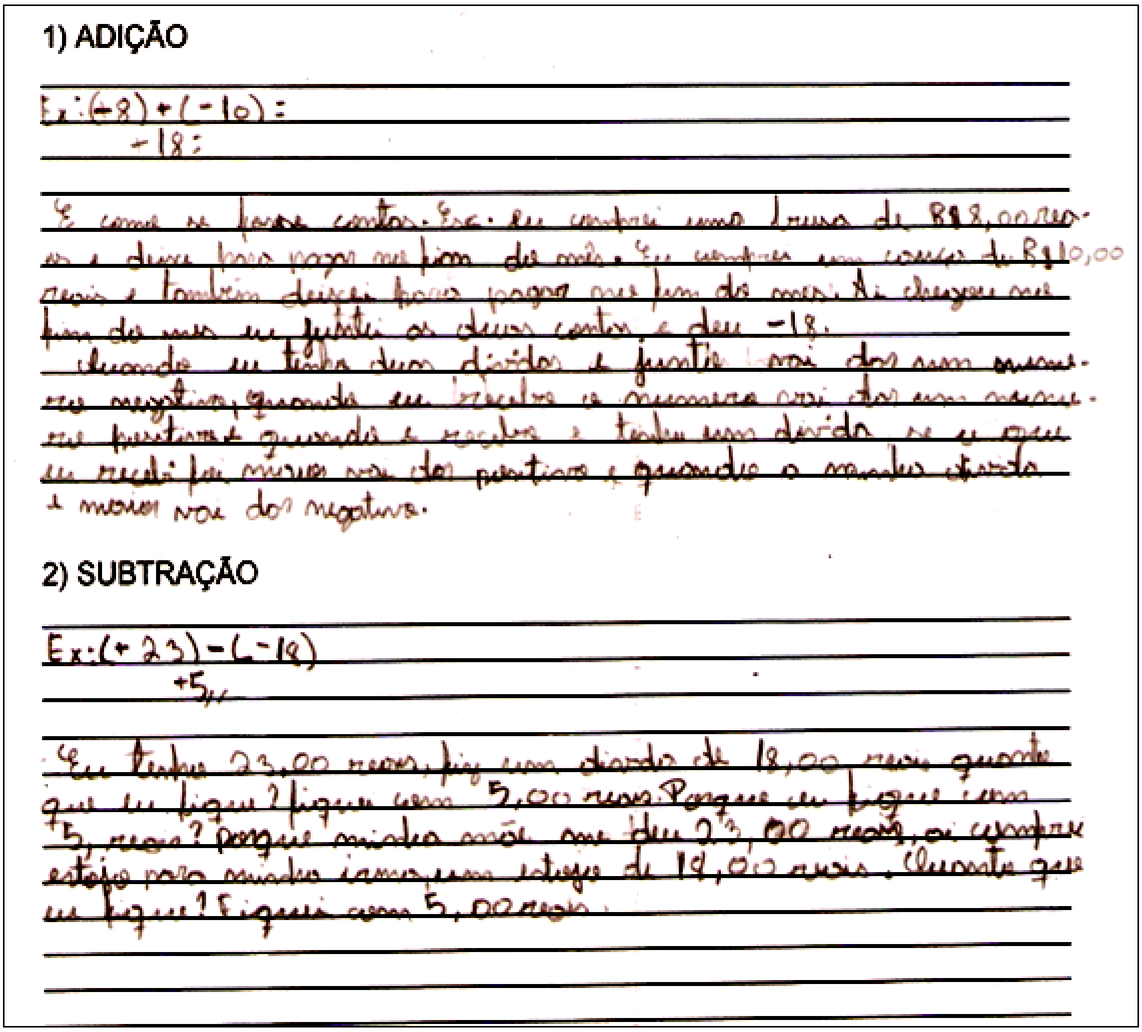
k) (+196) ÷ (-7)= - 28
l) (+225) ÷ (+15)= + 15

Figura 62: Lista 4 – Aluno 3

Aqui, percebemos que o aluno conseguiu utilizar bem as regras envolvidas tendo clareza na descrição das operações e nas escolhas de exemplos. Na lista de exercícios o aluno realiza corretamente os exercícios solicitados.

ALUNO 4

Adição e Subtração


1) ADIÇÃO

Ex: (+8)+(-10) = -18 =

E como se fosse contas. Ex: eu comprei uma blusa de R$ 8,00 reais e deixei para pagar no fim do mês. Eu comprei um cauça de R$ 10,00 reais e também deixei para pagar no fim do mês. Ai chegou no fim do mês eu juntei as duas contas e deu -18. Quando eu tinha duas dividas e junto vai dar um numero negativo, quando eu recebo o numero vai dar um numero positivo + quando e recebo e tenho uma divida se o que eu recebi for maior vai dar positivo e quando a minha divida é maior vai dar negativo.

2) SUBTRAÇÃO

Ex: (+23)-(-18)
+5

Eu tenho 23,00 reais, fiz uma divida de 18,00 reais quanto que eu fiquei? fiquei com 5,00 reais. Porque eu fiquei com 5, reais? Porque minha mãe me deu 23,00 reais, ai comprei estojo para minha irmã um estojo de 18,00 reais. Quanto que eu fiquei? Fiquei com 5,00 reais.

Figura 63: Adição e Subtração - Produção do Aluno 4

1) ADIÇÃO
Ex: (+8)+(-10) = +18
E como se fosse contas. Ex: eu comprei uma blusa de R$ 8,00 reais e deixei pra pagar no fim do mês. Eu comprei um cauça de R$ 10,00 reais também deixei para pagar no fim do mês. Ai chegou no fim do mês eu juntei as duas contas e deu -18.
Quando eu tinha duas dividas e junto vai dar um numero negativo, quando eu recebo o número vai dar um numero positivo + quando e recebo e tinha uma divida se o que eu recebi for maior vai dar positivo e quando a minha divida é maior vai dar negativo.

2) SUBTRAÇÃO
Ex: (+23)-(-18)
+5
Eu tenho 23,00 reais, fiz uma divida de 18,00 reais quanto que eu fiquei? Fiquei com 5,00 reais. Porque eu fique com 5 reais? Porque minha mãe me deu 23,00 reais, ai eu comprei estojo pra minha irmã, um estojo de 18,00 reais. Quanto que eu fique? Fiquei com 5,00 reais.

Transcrição da Figura 26

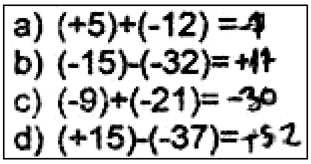


Figura 64: Lista 1 – Aluno 4

É possível perceber que o aluno conseguiu compreender os conceitos envolvidos na adição de números inteiros fazendo uma associação correta de dívidas e números negativos. Com relação à operação de subtração o aluno mostrou confundir os conceitos envolvidos, apesar de conseguir realizar corretamente a lista de exercícios.

Multiplicação e Divisão

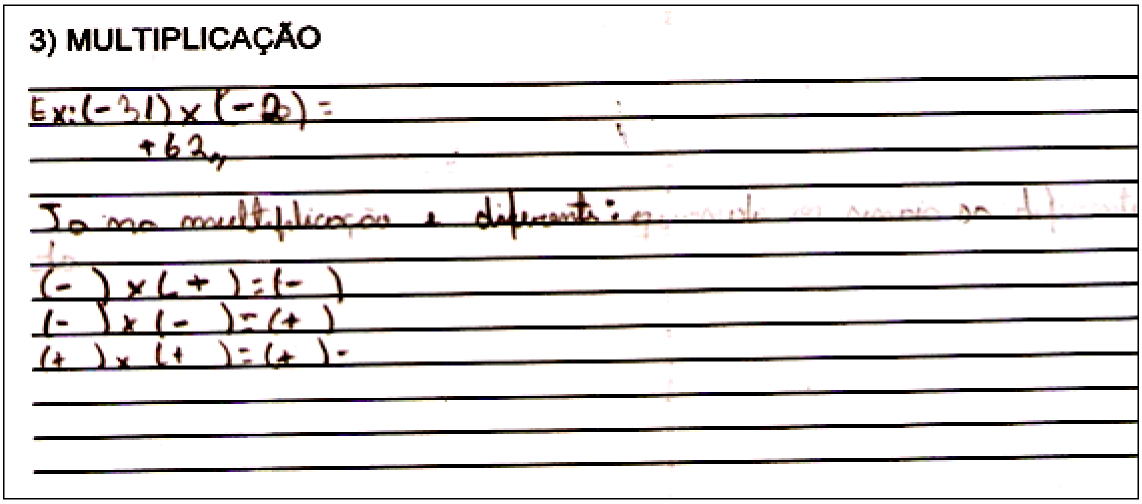


Figura 65: Multiplicação - Produção do Aluno 4

3) MULTIPLICAÇÃO Ex: (-31)x(-2)= +62 Já na multiplicação e diferente: (-)x(+) = (-) (-)x(-) = (+) (+)x(+) = (+).

Transcrição da Figura 28

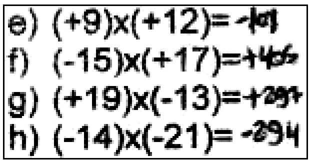


Figura 66: Lista 2 – Aluno 4

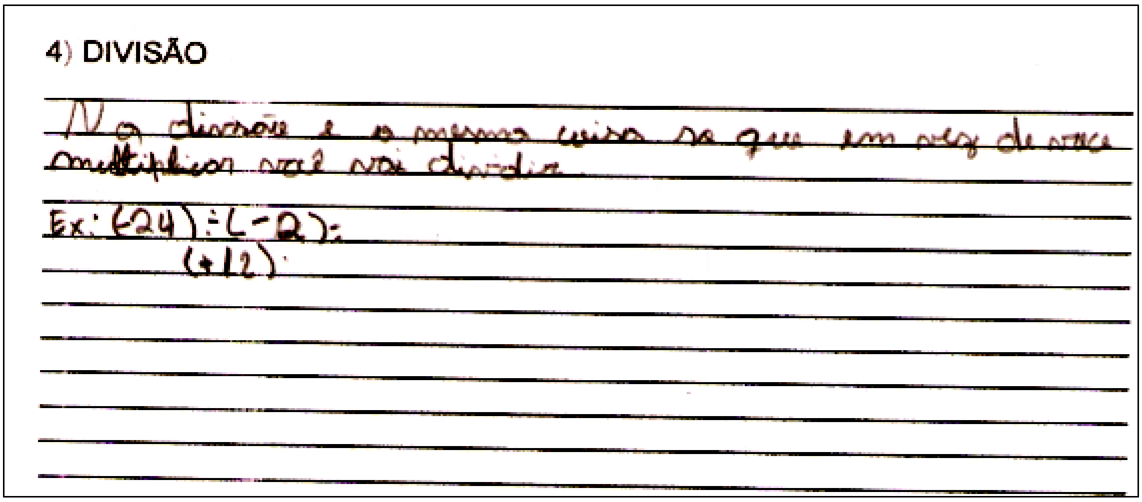
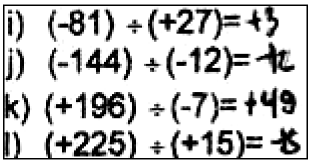


Figura 67: Divisão - Produção do Aluno 4

4) DIVISÃO Na divisão e a mesma coisa só que em vez de você multiplicar você vai dividir. Ex: (-24): (-2)= (+12)

Transcrição da Figura 30



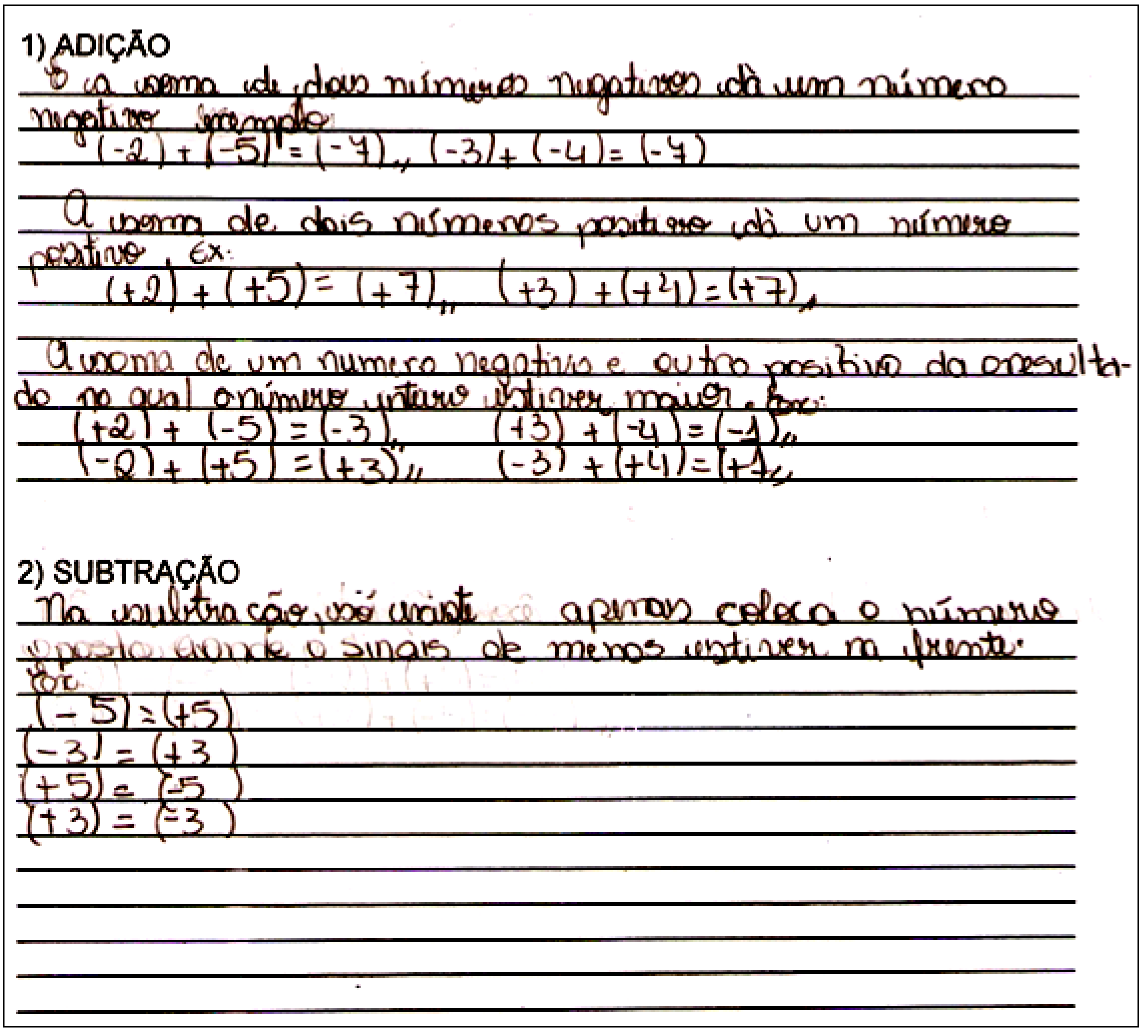
i) (-81) ÷ (+27)= +3
j) (-144) ÷ (-12)= -12
k) (+196) ÷ (-7)= +49
l) (+225) ÷ (+15)= -15

Figura 68: Lista 3 – Aluno 4

Apesar de apresentar corretamente, nas descrições, as regras de sinal, ao desenvolver as questões da lista o aluno acabou por confundir os sinais. Além destes erros, o aluno apresentou erros na realização das operações com os módulos dos números, apontando dificuldades na operação.

ALUNO 5

Adição e Subtração


1) ADIÇÃO

É a soma de dois números negativos dá um número negativo exemplo:

(-2) + (-5) = (-7), (-3) + (-4) = (-7)

A soma de dois números positivo dá um número positivo, Ex:

(+2) + (+5) = (+7), (+3) + (+4) = (+7),

A soma de um numero negativo e outro positivo da o resultado no qual o número inteiro estiver maior. Ex:

(+2) + (-5) = (-3), (+3) + (-4) = (-1),

(-2) + (+5) = (+3), (-3) + (+4) = (+1),

2) SUBTRAÇÃO

Na subtração, só existe apenas coloca o número oposto aonde o sinais de menos estiver na frente. Ex:

(-5) = (+5)

(-3) = (+3

(+5) = (-5)

(+3) = (-3)

Figura 69: Adição e Subtração - Produção do Aluno 5

1) ADIÇÃO
É a soma de dois números negativos dá um números negativo. Exemplos:
(-2)+(-5)= -7   (-3)+(-4)= -7
A soma de dois números positivo dá um número positivo. Ex:
(+2)+(+5)= +7   (+3)+(+4)=+7
A soma de um número negativo e outro positivo da o resultado no qual o número inteiro estiver maior. Ex?
(+2)+(-5)= (-3)   (+3)+(-4)=(-1)
(-2)+(+5)= (+3)   (-3)+(+4)=(+1

2) SUBTRAÇÃO
Na subtração, só existe apenas coloca o número oposto aonde o sinais de menos estiver na frente.
Ex:
(-5) = (+5)   (-3)=(+3)   (+5)=(-5)   (+3)=(-3)

Transcrição da Figura 32

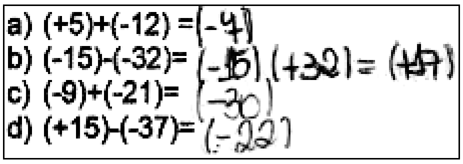


Figura 70: Lista 1 – Aluno 5

Durante a descrição da operação de adição o aluno apresentou corretamente as regras envolvidas. Na resolução da lista o aluno comete um erro ao realizar uma subtração com se estivesse realizando uma adição. Em sua descrição da subtração aponta o uso do sinal de menos como referência ao oposto desse, porém não apresenta uma operação de subtração, mostrando confundir os conceitos.

Multiplicação e Divisão

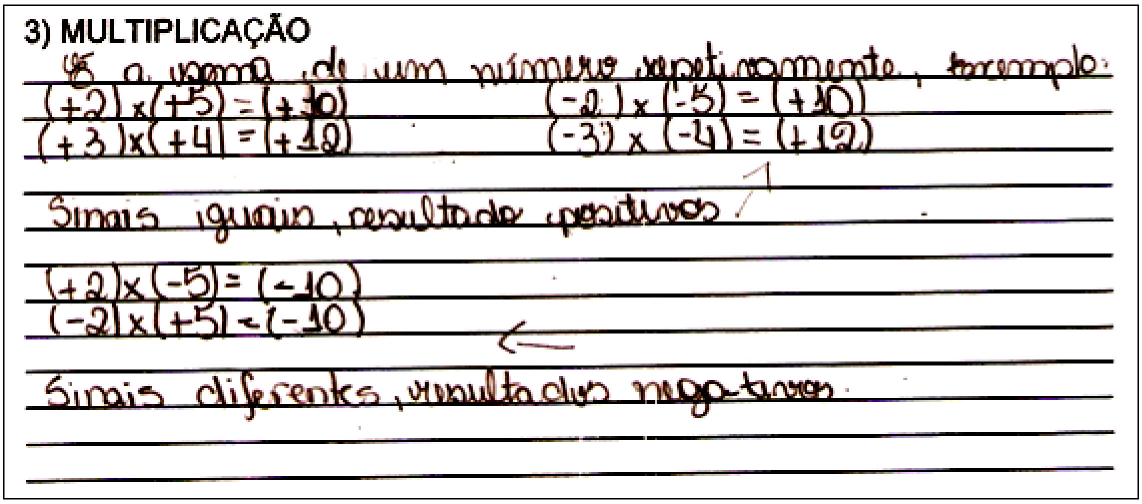


Figura 71: Multiplicação - Produção do Aluno 5

3) MULTIPLICAÇÃO É a soma de um número repetidamente. Exemplo: (+2)x(+5)= (+10)   (-2)x(-5)= (+10) (+3)x(+4)= (+12)   (-3)x(-4)=(+12) Sinais iguais, resultado positivo. (+2)x(-5)=(-10) (-2)x(+5)=(-10) Sinais diferentes, resultados negativos.

Transcrição da Figura 34

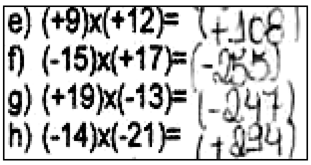


Figura 72: Lista 2 – Aluno 5

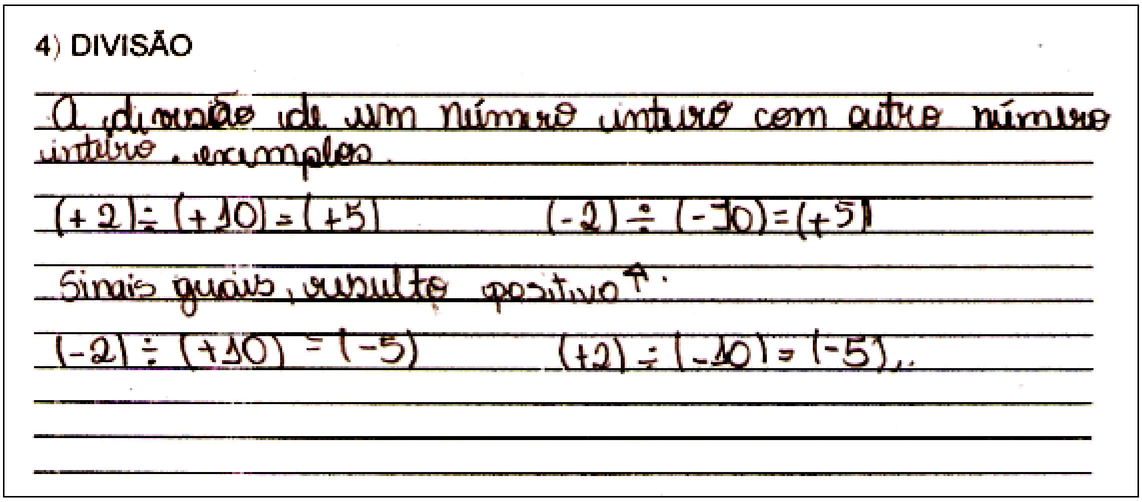


Figura 73: Divisão - Produção do Aluno 5

4) DIVISÃO
A divisão de um número inteiro com outro inteiro. Exemplos
(+2): (+10) = (+5) (-2) : (-10) = (+5)
Sinais iguais, resultado positivo.
(-2) : (+10)= (-5) (+2) : (-10) = (-5)

Transcrição da Figura 36

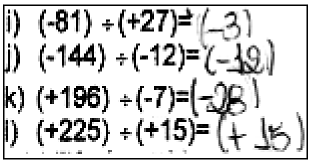


Figura 74: Lista 3 – Aluno 5

As regras de sinais envolvida nas operações foram corretamente descritas, porém ao criar exemplos o aluno mostrou dificuldades em resolver uma divisão confundindo dividendo e divisor. Na resolução das listas, apesar de descrever corretamente as regras de sinais, as utiliza de forma incorreta em um dos modelos.

4.5 Considerações com relação à produção dos alunos

Essa nova abordagem com relação à matemática surpreendeu os alunos, que nunca haviam sido convidados a escrever nesta disciplina. Habituados a simplesmente resolver exercícios e problemas envolvendo conceitos matemáticos, encontraram algumas dificuldades em expressar o que consideravam relevante ao assunto abordado.

Toda mudança nos retira de uma posição de conforto e nos coloca em conflito. Ao compreenderem o que lhes estava sendo solicitado, alguns alunos conseguiram produzir pequenos parágrafos, onde expressavam o seu entendimento sobre os conceitos desenvolvidos e, ao tentar escrever, encontraram dúvidas pertinentes com relação ao objeto de estudo.

Ao ler os textos produzidos pelos alunos, ficam evidentes para o professor os pontos mais sensíveis de suas compreensões, possibilitando a este que possa realizar outras atividades com o intuito de minimizar as dificuldades encontradas. Nesse caso, pude perceber que muitos alunos apresentaram dificuldades em compreender os conceitos envolvidos nas operações de adição e subtração, além de alguns confundirem regras aplicadas em adição com regras aplicadas na multiplicação.

Os resultados obtidos com a prática sugerem a necessidade de novas abordagens com relação às operações envolvendo números inteiros, nas quais deveriam ser retomados os conceitos desenvolvidos e salientada a diferença entre os sinais dos números inteiros e os sinais das operações de adição e subtração, o que ainda gera dúvidas.

Esta prática foi realizada ao final das cinqüenta horas de estágio de docência com os alunos. Para sua melhor utilização, sugere-se que seja feita durante o processo, os alunos descrevendo cada operação logo que a mesma seja apresentada. No final do trabalho, pode ser realizada uma nova prática, retomando todas as operações. Assim, acredito que a mistura entre regras seria minimizada e os conceitos desenvolvidos não gerariam tantas dúvidas.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os conceitos envolvidos nas operações com números inteiros, apesar de estarem presente em nosso cotidiano, ainda geram muitas dificuldades de compreensão nas salas de aula. Abordagens que aproximem essas representações, cotidianas com as de sala de aula, são de extrema importância para diminuir esses conflitos. Os professores precisam estar atentos às contribuições que a sociedade apresenta como alternativas para introdução de conceitos formais.

O diálogo em sala de aula é de extrema importância, pois é durante essa troca entre professor e aluno que estes conseguem se desenvolver. Está na troca de experiências e nas experiências desenvolvidas em conjunto o movimento do aprender.

A leitura e a escrita, consideradas o centro do processo de ensino e aprendizagem, têm ocupado cada vez menos espaço no contexto escolar. A leitura e a escrita com significado para o aluno advêm dos textos que ele produz, e estes, que deveriam ser amplamente explorados no aprendizado do aluno, ainda se restringem a momentos particulares de atividades do cotidiano na escola.

Ao analisar os textos produzidos pelos alunos sobre determinado conteúdo o professor poderá formar uma ideia onde se encontram as dificuldades do aluno. Na prática desenvolvida foi possível verificar que alguns alunos não tinham clareza de como proceder com os números inteiros nas diferentes operações, confundindo regras utilizadas para a multiplicação de números inteiros com regras utilizadas para a adição de números inteiros. Sendo assim, o professor pode repensar a sua prática com a intenção de solucionar os problemas encontrados.

Minha experiência pessoal no curso de Análise Matemática, citada na introdução deste trabalho, me fez refletir que as dificuldades estão em organizar os procedimentos a serem realizados. Ao escrever sobre o objeto de estudo precisamos organizar o que pensamos de forma coerente, e só conseguimos fazê-lo a partir do momento em que compreendemos todo o processo envolvido.

Percebo que a prática desenvolvida trouxe diversas informações que possibilitarão atitudes mais consistentes no decorrer de minha atividade docente. Saliento que, ao analisar os escritos dos alunos, pude perceber os benefícios que esse tipo de prática pode trazer ao processo ensino-aprendizagem. Ela não precisa ser necessariamente diária, mas também não deve se restringir ao final desse processo. Ela pode/deve interferir no seu andamento, modificando o curso que o processo possa estar tomando.

São inúmeros os fatores que influenciam no desenvolvimento cognitivo do estudante. Ao tentar compreender melhor a forma como o aluno aprende determinados conceitos, estamos buscando formas mais eficazes de apresentá-los. Ao ter clareza dos objetos de estudo, os alunos poderão aplicar seus conhecimentos em diferentes situações. Assim, percebemos que para escrever sobre determinado assunto é necessário organizar o que pensamos sobre este e, ao fazer com que o estudante descreva sobre o seu objeto de estudo, o professor terá acesso à rede de conexões do pensamento de seu aluno.

6. BIBLIOGRAFIA

ALRO, Helle; SKOVSMOSE, Ole. *Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática.* Tradução: Orlando de Figueiredo. Belo Horizonte: Autêntica 2006.

BELINE, Willian; CYRINO, Márcia C. de C. Trindade. A escrita como estratégia pedagógica no ensino de matemática e estatística com formandas do curso de pedagogia : analisando a produção escrita de Laura. Educação Matemática em Revista - RS, ano 10, v.1, 2009. p. 9-18

BURIASCO, Regina L. C. De. Análise da Produção Escrita: a busca do conhecimento escondido. XII ENDIPE. In: ROMANOVSKI, Joana Paulin; MARTINS, Pura Lúcia Oliver; JUNQUEIRA, Sérgio R. A. (orgs.). *Conhecimento local e conhecimento universal:* a aula, as aulas nas ciências naturais e exatas, aulas nas letras e artes. Curitiba: Champagnat, 2004.

CÂNDIDO, Patrícia T. Comunicação em Matemática. In: Diniz & Smole (Org.). *Ler,escrever e resolver problemas*: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 15-28.

CISSNA, K. N.; ANDERSON, R. (1994). Communication and the ground of dialogue. In: R. Anderson, K. N. Cissna e R. C. Arnett (Eds.), The Reach of Dialogue: Confirmation, Voice and Community (933). CressKill: Hampton Press.

FONSECA, M. da Conceição F. R.; CARDOSO, Cleusa de A. Educação Matemática e Letramento: textos para ensinar Matemática e Matemática para ler o texto. In: NACARATO, Adair M.; LOPES, Celi E. (Orgs.) *Escritas e Leituras na Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

LOPES, José Antonio. A escrita no processo de ensino e aprendizagem da matemática. Revista Pátio. Ano VI, no. 22 (jul/ago), 2002. p. 42-44.

MARTINI, Grasiela. Estratégias de trabalho para a aprendizagem de operações com números inteiros. Trabalho de Conclusão de Graduação, 2010 – Porto Alegre. Disponível em http://www.lume.ufrgs.br/hadle/10183/29143.

MEISTER, Júlio C. Estudando dificuldades na compreensão de números inteiros. Trabalho de Conclusão de Graduação, 2009 – Porto Alegre. Disponível em http://www.lume.ufrgs.br/hadle/10183/18224.

MORAIS, Anuar D. de . Fórmula (-1): Desenvolvendo Objetos Digitais de Aprendizagem e Estratégias para a Aprendizagem das Operações com Números Positivos e Negativos. Dissertação de Mestrado 2010. Porto Alegre: UFRGS.

MOREIRA, Plínio Cavalcanti e DAVID Maria Manuela Martins Soares. *A formação matemática do professor*. Belo Horizonte: Autentica, 2005.

PEREGO, Sibéle Cristina. Questões abertas de matemática: um estudo de registros escritos. Dissertação de Mestrado 2005. Londrina: UEL

PINTO, N. B. *O erro como estratégia didática: estudo do erro no ensino da Matemática elementar*. Campinas: Papirus, 2000

POWELL, Arthur. Captando, examinando e reagindo ao pensamento matemático. *Boletim GEPEM*, nº 39 (Set.), 2001. p. 73-84.

POWELL, Arthur; BAIRRAL, Marcelo. *A escrita e o pensamento matemático: interações e potencialidades.* Coleção perspectivas em Educação Matemática. Campinas/SP: Papirus, 2006.

POWELL, Arthur & LÓPEZ, J. A. A escrita como veículo de aprendizagem da matemática: um estudo de caso. *Boletim GEPEM*, Rio de Janeiro, 1995, n.33, p.9-41.

SANTOS, João Ricardo Viola dos. O que alunos da escola básica mostram saber por meio de sua produção escrita em matemática. Dissertação de Mestrado, 2007. Londrina: UEL.

SANTOS, S. A. Explorações da linguagem escrita nas aulas de Matemática. In: NACARATO, A. M; LOPES, C. E. (Orgs.). *Escrituras e leituras na Educação Matemática*. Autêntica: Belo Horizonte, 2005, p.127-142.

SAUER, Laurete Zanol. O diálogo matemático e o processo de tomada de consciência da aprendizagem em ambientes telemáticos. Tese de Doutorado, 2004. Porto Alegre: UFRGS.

SCHUBRING, Gert. Rupturas no estudo matemático dos números negativos (primeira parte). *Boletim GEPEM* nº 37, 2000- Rio de Janeiro.

SILVA, Márcia Cristina Nagy. Análise da produção escrita em matemática: Algumas considerações. *Ciência e Educação*, v. 11; n. 3, p. 499-512. 2005

TEIXEIRA, Leny R. M. *Aprendizagem operatória de números inteiros: obstáculos e dificuldades*. In. Pro-posições. Revista Quadrimestral da Faculdade de Educação Unicamp. Vol. 4, nº1 [10] – Março, 1993.

7. ANEXOS

Descreve como se realizam as seguintes operações no conjunto dos números inteiros:
Sugestão: Para melhor apresentar as operações, divida em casos e utilize exemplos.

1) ADIÇÃO

2) SUBTRAÇÃO

3) MULTIPLICAÇÃO

4) DIVISÃO

5) POTENCIAÇÃO

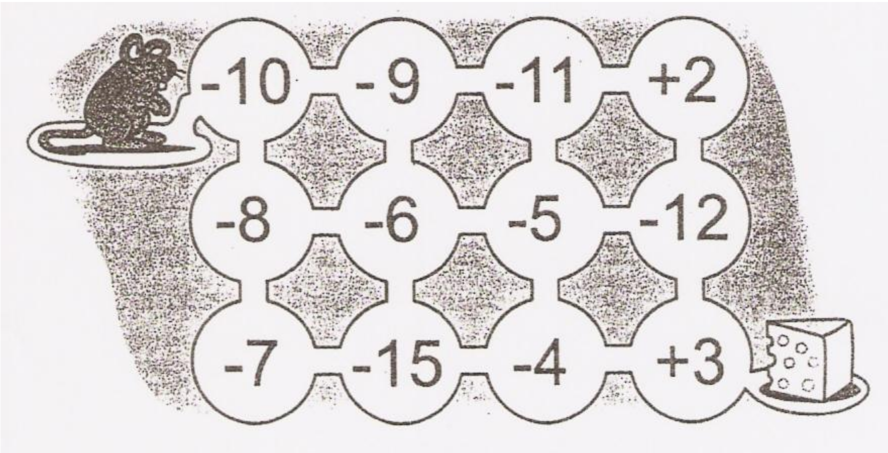
6) RAIZ QUADRADA

Escola Estadual de Ensino Fundamental Maurício Sirotsky Sobrinho

Nome: **Data:**

Professor: Renato Júnior

1) O rato só pode se deslocar pelas linhas brancas e para um número maior. Que trajeto ele deve fazer para encontrar o queijo?



2) Complete o quadrado mágico abaixo:

-1		
	-2	**-4**
-5		**-3**

3) Realize as seguintes operações:

a) (+5)+(-12) =
b) (-15)-(-32)=
c) (-9)+(-21)=
d) (+15)-(-37)=
e) (+9)x(+12)=
f) (-15)x(+17)=
g) (+19)x(-13)=
h) (-14)x(-21)=
i) (-81) $\div$(+27)=
j) (-144) $\div$(-12)=
k) (+196) $\div$(-7)=
l) (+225) $\div$(+15)=
m) $(-5)^3$=
n) $(-4)^2$=
o) $(+6)^3$=
p) $(+8)^2$=
q) $-\sqrt{625} =$
r) $\sqrt{196}$ =