

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**RODRIGO BRANDT**

**ANÁLISE DE MÉTODOS DE BAIXA INTRUSIVIDADE PARA  
ESTIMATIVA DA EFICIÊNCIA DE MOTORES TRIFÁSICOS  
DE INDUÇÃO**

Porto Alegre

2011

**RODRIGO BRANDT**

**ANÁLISE DE MÉTODOS DE BAIXA INTRUSIVIDADE PARA  
ESTIMATIVA DA EFICIÊNCIA DE MOTORES TRIFÁSICOS  
DE INDUÇÃO**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Automação e Controle

**ORIENTADOR:** Alexandre Sanfelice Bazanella

**CO-ORIENTADOR:** Valner João Brusamarello

Porto Alegre

2011

RODRIGO BRANDT

# **ANÁLISE DE MÉTODOS DE BAIXA INTRUSIVIDADE PARA ESTIMATIVA DA EFICIÊNCIA DE MOTORES TRIFÁSICOS DE INDUÇÃO**

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora.

Orientador: \_\_\_\_\_

Prof. Dr. Alexandre Sanfelice Bazanella, UFRGS

Doutor pela Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC

Florianópolis, Brasil

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Nelson Sadowski, UFSC

Doutor pelo Institut National Polytechnique de Toulouse, França.

Prof. Dr. Carlos Guilherme da Costa Neves, UNIPAMPA

Doutor pela Universidade Federal de Santa Catarina, UFSC, Brasil.

Prof. Dr. Roberto Petry Homrich, UFRGS

Doutor pela Universidade Estadual de Campinas, UNICAMP, Brasil.

Prof. Dr. Luís Alberto Pereira, UFRGS

Doutor pela Universität Kaiserslautern, Alemanha.

Coordenador do PPGEE: \_\_\_\_\_

Prof. Dr. Alexandre Sanfelice Bazanella

Porto Alegre, março de 2011.

## **AGRADECIMENTOS**

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, PPGEE, pela oportunidade de realização do trabalho.

Ao Professor Alexandre Bazanella pela oportunidade, críticas e importantes sugestões.

Ao Professor Valner Brusamarello pela amizade, ajuda, importantes contribuições e principalmente pela paciência.

Um agradecimento especial ao colega Leandro Prytula pela ajuda no desenvolvimento deste trabalho.

A Marilise, obrigado por tudo.

## RESUMO

As características de desempenho dos motores trifásicos de indução são fundamentais para estudos de viabilidade econômica, tanto para a manutenção como para a substituição por motores que apresentem melhor rendimento, visando à economia de energia. Existem diversos procedimentos para determinar o desempenho das máquinas de indução, no entanto, são procedimentos baseados em ensaios que exigem o desacoplamento mecânico, comprometendo assim a praticidade, sem contar no custo da instrumentação envolvida. Este trabalho apresenta o estudo e implementação de dois métodos distintos para estimar o rendimento de forma pouco intrusiva, método do torque no entreferro e método do circuito equivalente. Nesse último são estudadas duas técnicas, a primeira estima os parâmetros do circuito equivalente por meio de um conjunto de equações definidas pela resolução do modelo da máquina, e a segunda, estima os parâmetros do circuito equivalente por meio de um algoritmo de identificação por mínimos quadrados. Por fim são mostrados os resultados da aplicação das metodologias propostas no Laboratório de Eficiência Energética e Hidráulica em Saneamento – LENHS da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, onde então é apresentada uma análise dessas técnicas, considerando os aspectos de precisão e incerteza.

**Palavras-chave: Rendimento. Motor de indução. Perdas. Identificação de parâmetros. Torque no entreferro.**

## **ABSTRACT**

The performance characteristics of three-phase motors are essential for economic feasibility studies, for both maintenance and for replacement by motors that have better efficiency, to save energy. There are several procedures based on tests that require mechanical uncoupling, thereby committing practicality, without counting the cost of the instrumentation involved. This work presents the study and implementation of two different methods to estimate the efficiency in low intrusive order, method of air gap torque and method of equivalent circuit. In the latter, two techniques are studied, the first estimates the equivalent circuit parameters through a set of equations defined by the resolution of the machine model, and second, estimates the equivalent circuit parameters by means of an identification algorithm for least squares. Finally shows the results of applying the proposed methodologies in the Laboratory of Energy Efficiency and Water Sanitation – LENHS in Federal University of Rio Grande do Sul, where it is then presented an analysis of these techniques, considering aspects of precision and uncertainty.

**Keywords: Efficiency. Induction Motors. Losses. Parameters Identification. Air Gap Torque.**

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>Introdução .....</b>	<b>12</b>
	<i>1.1 Justificativa.....</i>	<i>14</i>
	<i>1.2 Objetivos.....</i>	<i>17</i>
<b>2</b>	<b>Motor de Indução Trifásico .....</b>	<b>18</b>
	<i>2.1 Modelagem do motor de indução trifásico .....</i>	<i>18</i>
	2.1.1 Referencial fixo em relação ao estator .....	24
	2.1.2 Referencial fixo em relação ao rotor.....	25
	2.1.3 Referencial fixo em relação ao campo girante .....	25
	2.1.4 Conjugado eletromagnético .....	26
	2.1.5 Equação mecânica.....	26
	<i>2.2 Regime permanente do motor de indução trifásico.....</i>	<i>27</i>
	<i>2.3 Considerações .....</i>	<i>28</i>
<b>3</b>	<b>Perdas de potência .....</b>	<b>29</b>
	<i>3.1 Perdas resistivas.....</i>	<i>30</i>
	3.1.1 Determinação das perdas resistivas.....	30
	<i>3.2 Perdas magnéticas .....</i>	<i>32</i>
	3.2.1 Determinação das perdas magnéticas.....	33
	<i>3.3 Perdas mecânicas .....</i>	<i>34</i>
	3.3.1 Determinação das perdas mecânicas .....	34
	<i>3.4 Perdas suplementares .....</i>	<i>35</i>
	3.4.1 Determinação das perdas suplementares.....	35
	<i>3.5 Considerações .....</i>	<i>36</i>
<b>4</b>	<b>Métodos para estimativa da eficiência.....</b>	<b>37</b>
	<i>4.1 Estimativa das perdas .....</i>	<i>38</i>
	<i>4.2 Estimativa de conjugado .....</i>	<i>40</i>
	<i>4.3 Método do torque no entreferro .....</i>	<i>41</i>
	4.3.1 Modelagem das expressões do torque no entreferro .....	42
	4.3.2 Eficiência a partir do torque no entreferro .....	48
	<i>4.4 Método do Circuito Equivalente .....</i>	<i>49</i>
	4.4.1 Método RMEW.....	50
	4.4.2 Método de Estimativa da Eficiência desenvolvido .....	51
	4.4.3 Método de estimativa dos parâmetros por Mínimos Quadrados .....	61
	<i>4.5 Considerações .....</i>	<i>76</i>
<b>5</b>	<b>Resultados de simulação .....</b>	<b>77</b>
	<i>5.1 Modelo de simulação.....</i>	<i>77</i>

5.2	<i>Método do torque no entreferro</i>	80
5.3	<i>Método do circuito equivalente – 5 Parâmetros</i>	82
5.4	<i>Método de estimativa dos 3 parâmetros por mínimos quadrados</i>	85
5.5	<i>Considerações</i>	88
<b>6</b>	<b>Resultados experimentais</b>	<b>89</b>
6.1	<i>Dados do motor</i>	89
6.2	<i>Estimativa das perdas</i>	90
6.3	<i>Medida da Resistência do estator <math>R_s</math></i>	91
6.4	<i>Método do torque no entreferro</i>	92
6.5	<i>Método do circuito equivalente</i>	98
6.5.1	Método do circuito equivalente desenvolvido – 6 parâmetros	98
6.5.2	Método do circuito equivalente – 5 parâmetros	99
6.5.3	Método de estimativa dos 3 parâmetros por mínimos quadrados	103
6.6	<i>Análises dos resultados</i>	112
<b>7</b>	<b>Análise de incerteza</b>	<b>116</b>
7.1	<i>Simulação de Monte Carlo</i>	116
7.2	<i>Instrumentos de medição</i>	118
7.2.1	Multímetro Digital	118
7.2.2	Medidor de grandezas elétricas	119
7.2.3	Medidor de velocidade	119
7.2.4	Osciloscópio	119
7.2.5	Ponteira de tensão	120
7.2.6	Ponteira de corrente	120
7.3	<i>Incerteza dos instrumentos</i>	121
7.4	<i>SMC para o método do torque no entreferro</i>	122
7.5	<i>SMC para o método do circuito equivalente</i>	125
7.5.1	SMC Método circuito equivalente desenvolvido – 6 parâmetros	126
7.5.2	SMC Método de estimativa dos 3 parâmetros por mínimos quadrados	129
7.6	<i>Análise dos Resultados</i>	133
<b>8</b>	<b>Conclusão</b>	<b>135</b>
	<b>Referências</b>	<b>138</b>
	<b>APÊNDICE – A</b>	<b>141</b>
	<b>APÊNDICE – B</b>	<b>143</b>



## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Representação dos enrolamentos do estator e rotor. ....	19
Figura 2 – a) Sistema trifásico. b) Equivalente bifásico. ....	20
Figura 3 – a) Sistema de eixos da transformação de Clark. b) Transformação de Park. ....	22
Figura 4 – Circuito equivalente de uma fase do motor de indução. ....	27
Figura 5 – Perdas no motor de indução (LU, 2006). ....	29
Figura 6 – Curvas características do motor de indução trifásico W21 – 5 HP (WEG, 2009). ..	39
Figura 7 – Simulação das perdas da máquina. ....	39
Figura 8 – Circuito equivalente de uma fase do motor com $R_c$ . ....	52
Figura 9 – Circuito equivalente simplificado. ....	53
Figura 10 – Desacoplamento do circuito equivalente do rotor. ....	55
Figura 11 – Representação do modelo do motor no SIMULINK. ....	78
Figura 12 – Representação do motor com fonte de tensão e sensores. ....	79
Figura 13 – Tensões $v_a$ , $v_b$ e $v_c$ simuladas. ....	80
Figura 14 – Correntes $i_a$ , $i_b$ e $i_c$ simuladas, regime transitório de partida. ....	81
Figura 15 – Correntes $i_a$ , $i_b$ e $i_c$ simuladas, regime permanente. ....	81
Figura 16 – Torque eletromagnético de referência e torque estimado. ....	82
Figura 17 – Corrente $i_a$ em regime permanente. ....	83
Figura 18 – Torque eletromagnético de referência. ....	84
Figura 19 – Tensão $dq$ do estator. ....	86
Figura 20 – Corrente $dq$ do estator. ....	86
Figura 21 – Velocidade angular do motor. ....	87
Figura 22 – Torque eletromagnético no ponto 0% de carga. ....	90
Figura 23 – Sinal de tensão medido. ....	94
Figura 24 – Sinal de corrente medido. ....	94
Figura 25 – Torque no eixo estimado. ....	95
Figura 26 – Rendimento estimado. ....	95
Figura 27 – Curvas de torque estimado e medido. ....	97
Figura 28 – Curvas de rendimento estimado e medido. ....	97
Figura 29 – Curvas de torque estimado, 6 e 5 parâmetros, e medido. ....	102
Figura 30 – Curvas de rendimento, estimado, 6 e 5 parâmetros, e medido. ....	102
Figura 31 – Sinal de tensão medido com ruído. ....	104
Figura 32 – Sinal de corrente medido com ruído. ....	104
Figura 33 – Sinal de velocidade medido com ruído. ....	105
Figura 34 – Sinal de tensão medido filtrado. ....	106

Figura 35 – Sinal de corrente medido filtrado.....	106
Figura 36 – Sinal de velocidade medido filtrado.....	107
Figura 37 – Tensão $dq$ do estator. ....	108
Figura 38 – Corrente $dq$ do estator. ....	108
Figura 39 – Velocidade angular do motor. ....	109
Figura 40 – Curvas de torque medido e estimado. ....	111
Figura 41 – Curvas de rendimento medido e estimado. ....	111
Figura 42 – Curvas de torque no eixo medido e estimado. ....	112
Figura 43 – Curvas de rendimento medido e estimado. ....	115
Figura 44 – SMC para o método torque no entreferro no ponto de 50% de carga.....	122
Figura 45 – SMC para o método torque no entreferro no ponto de 70% de carga.....	123
Figura 46 – SMC para o método torque no entreferro no ponto de 85% de carga.....	124
Figura 47 – SMC para o método torque no entreferro no ponto de 100% de carga.....	125
Figura 48 – SMC para o método de estimativa de 6 parâmetros no ponto de 50% de carga. 126	
Figura 49 – SMC para o método de estimativa de 6 parâmetros no ponto de 70% de carga. 127	
Figura 50 – SMC para o método de estimativa de 6 parâmetros no ponto de 85% de carga. 128	
Figura 51 – SMC para método de estimativa de 6 parâmetros no ponto de 100% de carga. 129	
Figura 52 – SMC para método de estimativa dos 3 parâmetros no ponto de 50% de carga. 130	
Figura 53 – SMC para método de estimativa dos 3 parâmetros no ponto de 70% de carga. 131	
Figura 54 – SMC para método de estimativa dos 3 parâmetros no ponto de 85% de carga. 132	
Figura 55 – SMC para método de estimativa dos 3 parâmetros no ponto de 100% de carga. 133	
Figura 56 – Circuito equivalente simplificado. ....	141

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Resumo dos valores das perdas estimadas (IEEE 112). .....	36
Tabela 2 – Comparativo entre os parâmetros de referência e estimados.....	84
Tabela 3 – Comparativo entre torque de referência e estimado. ....	85
Tabela 4 – Comparativo entre os parâmetros de referência e estimados.....	87
Tabela 5 – Comparativo entre torque de referência e estimado. ....	87
Tabela 6 – Dados medidos da resistência do estator. ....	92
Tabela 7 – Dados coletados no ensaio do motor. ....	93
Tabela 8 – Resultados dos ensaios. ....	96
Tabela 9 – Parâmetros estimados do motor.....	99
Tabela 10 – Parâmetros estimados do motor.....	99
Tabela 11 – Resultados dos ensaios para os valores de torque. ....	100
Tabela 12 – Resultados dos ensaios para os valores de rendimento. ....	101
Tabela 13 – Vetor de parâmetros estimados.....	109
Tabela 14 – Parâmetros estimados do motor.....	109
Tabela 15 – Resultados dos ensaios. ....	110
Tabela 16 – Resultados dos ensaios. ....	113
Tabela 17 – Comparativo entre rendimento medido e dado pelo fabricante.....	114
Tabela 18 – Incerteza padrão dos instrumentos.....	121
Tabela 19 – Resultados da simulação.....	123
Tabela 20 – Resultados da simulação.....	124
Tabela 21 – Resultados da simulação.....	124
Tabela 22 – Resultados da simulação.....	125
Tabela 23 – Resultados da simulação.....	127
Tabela 24 – Resultados da simulação.....	127
Tabela 25 – Resultados da simulação.....	128
Tabela 26 – Resultados da simulação.....	129
Tabela 27 – Resultados da simulação.....	130
Tabela 28 – Resultados da simulação.....	131
Tabela 29 – Resultados da simulação.....	132
Tabela 30 – Resultados da simulação.....	133
Tabela 31 – Resultados da análise de incerteza.....	134

## **LISTA DE ABREVIATURAS**

ABNT: Associação Brasileira de Normas Técnicas

ARX: AutoRegressive with eXternal input

AGT: Air Gap Torque

GUM: Guia para a Expressão da Incerteza de Medição

IEC: International Electrotechnical Commission

IEEE: Institute of Electrical and Electronics Engineers

LENHS: Laboratório de Eficiência Energética e Hidráulica em Saneamento

MME: Ministério de Minas e Energia

NEMA: National Electrical Manufacturers Association

ORNL: Oak Ridge National Laboratory

PDF: Função densidade de probabilidade

PPGEE: Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

PROCEL: Programa Nacional de Conservação de Energia Elétrica

RMEW: Rockwell Motor Efficiency Wizard

SLL: Stray Load Losses

SMC: Simulação de Monte Carlo

VIM: Vocabulário Internacional de Metrologia

## 1 INTRODUÇÃO

A crise no abastecimento de energia elétrica que atingiu o Brasil no ano de 2001 alertou para a necessidade de políticas públicas incentivarem a melhoria nos índices de eficiência energética. No mesmo ano, o Congresso aprovou a Lei de Eficiência Energética (Lei 10.295/2001) dando poderes ao Poder Executivo para estabelecer níveis máximos de consumo, ou mínimos de eficiência, para aparelhos elétricos fabricados ou comercializados no país (MME, 2001).

Este ato deu uma nova dimensão à política de melhoria da eficiência de aparelhos elétricos, que até então consistia de programas de etiquetagem com adesão voluntária por parte dos fabricantes e, por força da Lei, passou a incluir regulamentações e procedimentos definindo o desempenho energético de equipamentos fabricados e comercializados no país.

Os motores elétricos aparecem como prioridade nesta política de melhoria da eficiência, uma vez que são responsáveis pela maior parcela de consumo de energia. Estima-se que os motores elétricos representam aproximadamente 70% do consumo de energia elétrica na indústria brasileira (PROCEL, 2005).

No final de 2002 foi regulamentada uma segunda fase no processo de melhoria da eficiência, foram estabelecidos por decreto (Decreto 4508/2002) índices mínimos de eficiência energética de motores elétricos trifásicos de indução, de fabricação nacional ou importados, para comercialização no Brasil. E ainda estabeleceu avaliação de conformidade dos motores e dos laboratórios, assim como as formas de fiscalização e as penalidades ao não cumprimento das disposições estabelecidas na regulamentação (MME, 2002). O Decreto instituiu índices de rendimentos nominais para duas linhas de motores, linha padrão e linha de alto rendimento.

Esta regulamentação foi alterada no final do ano de 2005 através da Portaria Interministerial 553, que define um programa de metas para os motores trifásicos de indução.

O programa estabelece os níveis mínimos de rendimento nominal a serem atendidos pelos motores, porém sem a distinção dos níveis de rendimento entre as linhas padrão e alto rendimento, isto é, define um índice único de rendimento. O índice único de rendimento adotado então é o estabelecido para a linha de alto rendimento (MME, 2005). Com isso os motores da linha antes denominada padrão, com rendimentos abaixo dos índices estabelecidos pela regulamentação, deixam de ser fabricados. A regulamentação estabeleceu também a sua adesão obrigatória a partir de julho de 2010.

Apesar desta iniciativa do governo brasileiro em melhorar a eficiência dos motores de indução em uso no país, os índices adotados ainda estão aquém dos praticados em outras regiões do mundo, mesmo os índices do motor de alto rendimento. Nos Estados Unidos, o padrão NEMA já estabeleceu os limites mínimos para uma classe de motores denominados *Premium*, que, apesar de terem adesão voluntária, já representam mais de 20% do mercado de motores (BRUNNER, et al., 2008). A União Européia também está atenta a esta evolução da qualidade dos motores e a IEC está finalizando um novo padrão de motores que inclui uma classificação de índices de eficiência similar ao padrão *Premium* (ANDRADE, 2009).

Como visto os motores elétricos são peças importantes em programas de economia de energia, a adesão voluntária ao uso de motores com índices de maior rendimento reflete a preocupação da indústria com os custos envolvidos. Com os recentes aumentos no custo de energia elétrica ficou evidenciado o fato de que o custo de aquisição de equipamento elétrico está sendo reduzido em relação ao custo de operação do mesmo.

O custo gerado pelo consumo de energia elétrica corresponde à cerca de 97% dos custos totais durante o ciclo de vida de um motor elétrico, cabendo aos custos de aquisição, instalação e manutenção direta somente 3% dos custos totais de um motor (SIEMENS, 2010).

Estes valores indicam que ações que envolvem investimentos para melhoria de eficiência da máquina, tais com a substituição por modelos mais eficientes, podem ter sua viabilidade econômica mais atrativa.

Estudos demonstraram que a substituição de motores elétricos antigos por motores novos torna-se viável economicamente através da recuperação do investimento em função dos ganhos de eficiência energética. As substituições nestes casos representam uma das ações em Eficiência Energética mais representativas para aplicação na indústria, com uma destacada economia de energia elétrica.

Um exemplo disso pode ser verificado no estudo de caso realizado em uma indústria, onde a troca do motor antigo (padrão) por um motor da linha alto rendimento proporcionou uma redução de 9,4% no consumo de energia elétrica deste motor e uma economia de R\$ 4.836,54/ano, obtendo assim, um retorno em 10 meses do investimento aplicado (WEG, 2010).

Entretanto, esta análise passa pelo conhecimento das características de operação da máquina, em particular, de sua eficiência.

## **1.1 JUSTIFICATIVA**

Com a crescente demanda e o aumento do custo de energia, torna-se fundamental que os motores com baixos índices de eficiência, ou ainda, os antigos motores da linha padrão, sejam removidos de operação. Uma ação inicial nesse sentido é estimar a eficiência dos motores e calcular a economia que pode ser feita se os mesmos forem substituídos por motores da linha alto rendimento (GARCIA, 2003).

Apesar da simplicidade na definição, o cálculo da eficiência é de difícil execução, principalmente pela dificuldade de medição da potência mecânica no eixo da máquina. Sem o conhecimento preciso da eficiência da máquina, todos os cálculos que visem uma melhoria

deste índice, seja por substituição da máquina por uma mais eficiente, seja para detectar deficiências em sua manutenção, ou até para dimensionar mudanças de padrões de operação, ficam comprometidos (ANDRADE, 2009).

O maior problema com a determinação da eficiência de motores em campo, geralmente está relacionado com a praticidade (necessidade de desacoplamento mecânico) e com o custo do sistema de instrumentação envolvido. Esta dificuldade aumenta à medida que se considera a necessidade da obtenção da eficiência da máquina em operação.

Muitos dos métodos para estimar eficiência de motores elétricos descritos no padrão IEEE 112, apesar de serem convenientemente aplicados em laboratório, não podem ser utilizados para avaliações de eficiência em campo.

Entretanto existem vários outros métodos para estimativa dos índices de eficiência nos motores elétricos de indução e alguns dos mesmos podem ser classificados como métodos pouco invasivos, por não haver a necessidade da remoção dos motores, e de baixo custo, o que os torna apropriados para aplicações industriais.

Nas últimas décadas, dezenas de métodos para estimar a eficiência de motores foram propostos, em 1996 uma equipe de *Oak Ridge National Laboratory (ORNL)* revisou 28 diferentes métodos e avaliou-os de acordo com seu nível de invasão e custo de equipamento. Essa mesma equipe apontou seis métodos para estimativas mais detalhadas, esses métodos estimavam a eficiência do motor com carga em condições de operação de campo (KUECK, et al., 1996).

Os métodos são comumente classificados na literatura por seus níveis de intrusão e de precisão. O nível de intrusão é determinado pelo tipo de dados requeridos para cada método, o custo associado à instalação de equipamentos, o processo de coleta de dados e as condições de operação do motor. A precisão é avaliada através da comparação com a medida direta de eficiência, dada, por exemplo, pelo torque e pela velocidade do eixo.



Em 2006 uma nova revisão dos métodos foi proposta, a revisão listou mais de 20 dos mais importantes métodos de estimativa de eficiência e os classificou de acordo com suas propriedades físicas (LU, et al., 2006). Alguns desses métodos são combinações de vários métodos básicos e podem ser classificados em mais de uma categoria.

Destacam-se as seguintes categorias de métodos:

- Método dos dados de placa.
- Método do escorregamento.
- Método da corrente.
- Método do circuito equivalente.
- Método das perdas segregadas.
- Método do torque.

O método dos dados de placa é considerando o de menor intrusividade, pois se utiliza das informações contidas na placa do motor, como consequência apresenta pouca precisão. O método do escorregamento também é pouco invasivo, relaciona o escorregamento da máquina com a potência de saída para a obtenção da eficiência, também depende de valores de placa e aí reside uma de suas fontes de erro. O método da corrente necessita a medida da corrente e assim como no método do escorregamento utiliza os dados do fabricante, sua principal vantagem é a simplicidade.

No método do circuito equivalente a eficiência é calculada a partir da medição de algumas grandezas e da resolução do circuito da máquina, possui a desvantagem de somente representar uma fase do motor e com isso desprezar os desequilíbrios de tensão e corrente. O método das perdas segregadas calcula a eficiência a partir do somatório das perdas, é considerado um método preciso, porém, para o cálculo de todos os tipos de perdas necessariamente necessita de testes com a máquina fora de operação. Por fim o método do torque parte de leituras instantâneas de tensão e corrente e de algumas integrais para

determinar o torque no entreferro da máquina e assim determinar a eficiência, a principal vantagem do método é considerar os desequilíbrios de tensão e corrente.

De maneira geral, as medidas necessárias para cada método são diferentes, mas a maioria requer tensão e corrente de entrada.

## 1.2 OBJETIVOS

O principal objetivo deste trabalho é estimar a eficiência de máquinas elétricas de indução trifásicas de modo pouco intrusivo durante sua operação. Para isso destaca-se a necessidade do estudo e implementação de métodos que utilizam variáveis de fácil medição, como corrente, tensão do estator e velocidade do rotor.

Dentre as inúmeras possibilidades a fim de atender as necessidades estabelecidas propõe-se desenvolver o seguinte estudo:

a) Método do circuito equivalente:

- Estudo e implementação de uma variação RMEW (*Rockwell Motor Efficiency Wizard*). Esta variação foi necessária na medida em que essa metodologia é de propriedade de um fabricante e suas referências não fornecem detalhamentos necessários para sua implementação (ANDRADE, 2009), (LU, et al., 2006).
- Estudo e implementação da estimativa dos parâmetros do modelo elétrico por Mínimos Quadrados.

b) Método do torque no entreferro.

Todos os métodos propostos serão estudados e implementados e seus resultados serão avaliados, assim como as suas incertezas a fim de estabelecer um comparativo entre as metodologias estudadas neste trabalho.

## 2 MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO

A máquina de indução é usada em uma ampla variedade de aplicações como um meio de converter energia elétrica em trabalho mecânico. Os motores trifásicos são peças importantes na indústria, uma vez que são os mais utilizados em função das suas principais vantagens, face as máquinas de corrente contínua, nomeadamente robustez, custo e simplicidade de manutenção. Em contrapartida, não tem o rotor acessível o que dificulta a sua aplicação em algumas situações em que é necessário o controle, tanto de posição quanto de velocidade. Porém, devido ao crescente conhecimento dos princípios de funcionamento do motor essa dificuldade vêm diminuindo com o passar dos anos.

No início deste capítulo, as técnicas clássicas são utilizadas para estabelecer as equações de tensão e torque de uma máquina de indução simétrica, expressas em termos das variáveis máquina. Em seguida, a transformação para um referencial arbitrário é modificada para representar os circuitos da máquina.

A modelagem incidirá, basicamente, sobre a forma de escrever as equações que descrevem o motor, baseadas na aplicação das transformadas de Clark e Park. O objetivo é obter um modelo em que as grandezas estejam referidas a um referencial geral único, seguindo técnicas de modelagem conhecidas.

### 2.1 MODELAGEM DO MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO

O esquema elétrico do motor de indução trifásico é dado pela Figura 1, que representa um motor de indução com as três bobinas em simetria trifásica. Onde:

$a_s$ ,  $b_s$  e  $c_s$  representam os enrolamentos do estator.

$a_r$ ,  $b_r$  e  $c_r$  representam os enrolamentos do rotor.

$v_{as}$ ,  $v_{bs}$  e  $v_{cs}$  são as tensões nos enrolamentos do estator.

$v_{ar}$ ,  $v_{br}$  e  $v_{cr}$  são as tensões nos enrolamentos do rotor.

$i_{as}$ ,  $i_{bs}$  e  $i_{cs}$  são as correntes nos enrolamentos do estator.

$i_{ar}$ ,  $i_{br}$  e  $i_{cr}$  são as correntes nos enrolamentos do rotor.

$\theta$  é o ângulo de rotação entre uma fase do estator e a correspondente fase do rotor.

$\theta_s$  é o ângulo entre uma fase do estator e o referencial  $dq$ .

$\theta_r$  é o ângulo entre uma fase do rotor e o referencial  $dq$ .

$\omega$  é a velocidade de rotação do rotor.

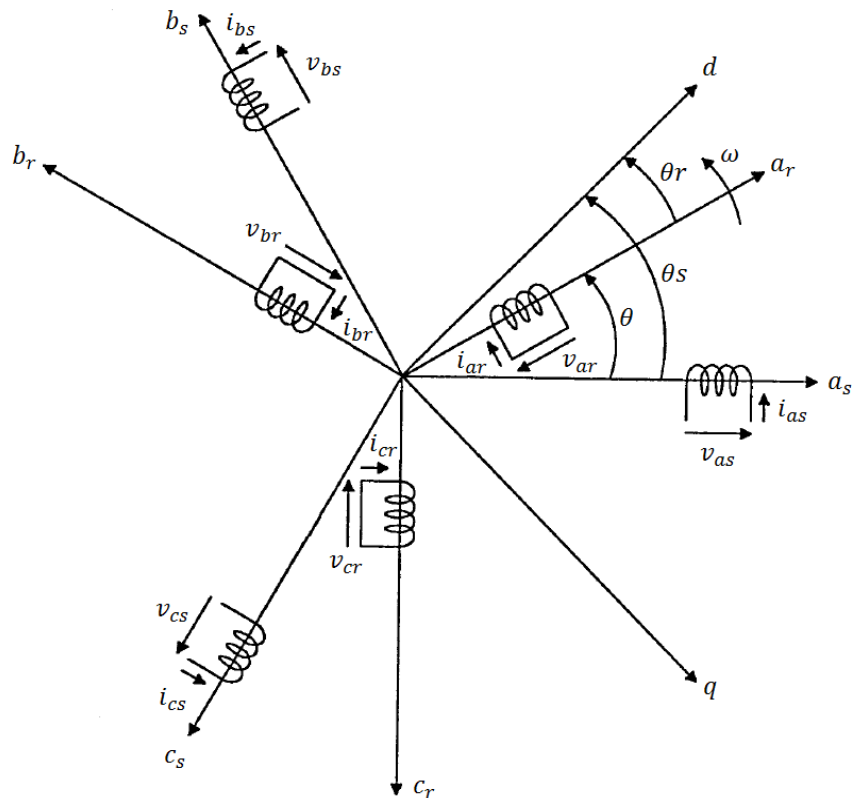


Figura 1 – Representação dos enrolamentos do estator e rotor.

As equações das grandezas do estator são dadas pelas seguintes expressões:

$$v_{as} = R_s i_{as} + \frac{d\phi_{as}}{dt} \quad (1)$$

$$v_{bs} = R_s i_{bs} + \frac{d\phi_{bs}}{dt} \quad (2)$$

$$v_{cs} = R_s i_{cs} + \frac{d\phi_{cs}}{dt} \quad (3)$$

Da mesma forma apresentam-se as expressões para o rotor:

$$v_{ar} = R_r i_{ar} + \frac{d\phi_{ar}}{dt} = 0 \quad (4)$$

$$v_{br} = R_r i_{br} + \frac{d\phi_{br}}{dt} = 0 \quad (5)$$

$$v_{cr} = R_r i_{cr} + \frac{d\phi_{cr}}{dt} = 0 \quad (6)$$

Onde:

$R_s$  é a resistência de uma fase do estator.

$R_r$  é a resistência de uma fase do rotor.

$\phi_n$  é o fluxo magnético que atravessa os enrolamentos.

As equações anteriores estão longe de permitir um tratamento simples, pelo fato dos circuitos estarem acoplados magneticamente uns com os outros. Uma forma de se obter uma simplificação considerável é converter o sistema trifásico em um equivalente bifásico. Isto pode ser obtido utilizando-se a transformação  $\alpha\beta$  ou Clark, que, como mostrado a seguir, possui tal propriedade (KRAUSE, et al., 2002).

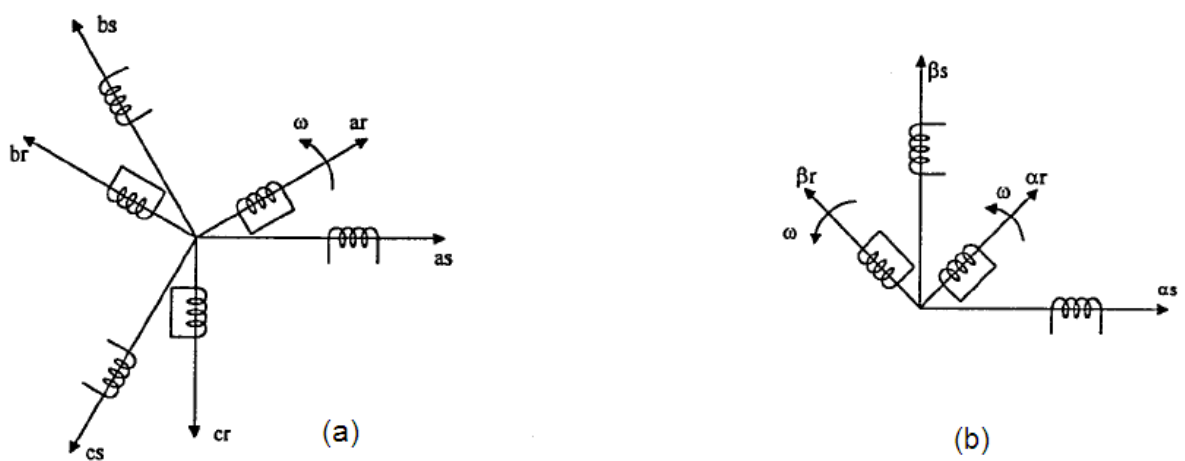


Figura 2 – a) Sistema trifásico. b) Equivalente bifásico.

A transformação  $\alpha\beta$  reduz a máquina simétrica trifásica em uma máquina bifásica, com as mesmas características de potência mecânica, torque, velocidade e número de pólos (KRAUSE, et al., 2002). Na Figura 2, tem-se uma representação das fases a,b e c, com os respectivos enrolamentos. Nestes enrolamentos circulam as correntes  $i_a$ ,  $i_b$  e  $i_c$ . A transformação de Clark decompõe as variáveis do sistema original em um novo sistema composto basicamente por dois eixos, direto e de quadratura.

Sob o ponto de vista matemático, a transformação corresponde a uma mudança de variáveis definida por uma matriz de transformação quadrada, dada por:

$$A \triangleq \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \quad (7)$$

Onde a matriz  $A$  é denominada matriz de transformação  $0\alpha\beta$ , invariante em potência, e com isso as correntes e tensões trifásicas podem ser convertidas para o equivalente bifásico somente aplicando a matriz de transformação, sendo possível afirmar que:

$$[x]_{0\alpha\beta} = A[x]_{abc} \quad (8)$$

Ou ainda:

$$[x]_{abc} = A^{-1}[x]_{0\alpha\beta} \quad (9)$$

Onde  $[x]_{abc}$  é o vetor de correntes  $i_a$ ,  $i_b$  e  $i_c$  ou tensões  $v_a$ ,  $v_b$  e  $v_c$  ou ainda de enlaces de fluxo.

O par de enrolamentos girantes resultantes da transformação  $0\alpha\beta$  é convertido em outro par de enrolamentos, através da transformação de Park, em fase e estacionários em relação aos outros dois, conforme a Figura 3. Estes enrolamentos são também chamados pseudogirantes. A conversão denominada transformação de Park é caracterizada por simplificar as equações da máquina, introduzindo um conjunto de variáveis hipotéticas.

Da mesma forma que a transformação  $0\alpha\beta$ , a transformação de Park pode ser obtida simplesmente multiplicando-se as variáveis  $0\alpha\beta$  por uma matriz de transformação, para quaisquer variáveis do sistema. O resultado é a obtenção de novas variáveis  $d$  e  $q$ , estacionárias e em fase com os outros enrolamentos, no lugar das variáveis  $\alpha$  e  $\beta$  girantes no tempo.

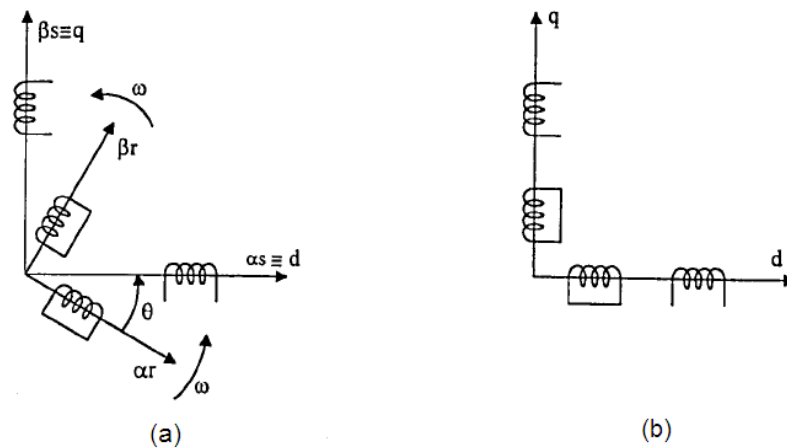


Figura 3 – a) Sistema de eixos da transformação de Clark. b) Transformação de Park.

Considerando os eixos  $dq$  alinhados ao eixo do estator, define-se esse referencial como referencial estatórico. Definindo a seguinte matriz para transformação de Park:

$$B \triangleq \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

A matriz  $B$  é denominada matriz de transformação de Park, considerando um motor ideal, conectado em um sistema trifásico perfeitamente equilibrado, é usual omitir o índice “0”, simplificando as expressões. Portanto, a partir deste ponto, serão utilizados os índices  $\alpha\beta$  e  $dq$  omitindo-se o eixo 0. Com isso a matriz de transformação  $\alpha\beta \rightarrow dq$  é dada por:

$$B = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (11)$$

Sendo assim apresenta-se o conjunto de expressões de transformações para qualquer variável do sistema em um referencial genérico:

$$x_\alpha = \sqrt{\frac{2}{3}} \left[ x_a \quad -\frac{x_b}{2} \quad -\frac{x_c}{2} \right] \quad (12)$$

$$x_\beta = \sqrt{\frac{2}{3}} \left[ 0 \quad -\frac{\sqrt{3}}{2} x_b \quad -\frac{\sqrt{3}}{2} x_c \right] \quad (13)$$

$$x_d = x_\alpha \cos \theta + x_\beta \sin \theta \quad (14)$$

$$x_q = -x_\alpha \sin \theta + x_\beta \cos \theta \quad (15)$$

Onde:

$x$  representa as variáveis de tensão ou corrente.

$a, b$  e  $c$  representam os índices referentes aos enrolamentos.

$\alpha$  e  $\beta$  representam os índices da transformação de Clark.

$d$  e  $q$  representam os índices da transformação de Park.

Aplicando as transformadas de Clark e Park nas correntes, tensões e fluxos, resultam nas seguintes expressões em um referencial genérico.

a) Equações do estator:

$$v_{ds} = R_s i_{ds} - \phi_{qs} \frac{d\theta_s}{dt} + \frac{d\phi_{ds}}{dt} \quad (16)$$

$$v_{qs} = R_s i_{qs} + \phi_{ds} \frac{d\theta_s}{dt} + \frac{d\phi_{qs}}{dt} \quad (17)$$

a) Equações do rotor:

$$v_{dr} = R_r i_{dr} - \phi_{qr} \frac{d\theta_r}{dt} + \frac{d\phi_{dr}}{dt} = 0 \quad (18)$$

$$v_{qr} = R_r i_{qr} + \phi_{dr} \frac{d\theta_r}{dt} + \frac{d\phi_{qr}}{dt} = 0 \quad (19)$$

A aplicação das transformações permite escrever as indutâncias mútuas do modelo do motor, independentes da velocidade de rotação do rotor (AMÉRICO, 1996).



b) Equações magnéticas:

$$\phi_{ds} = L_s i_{ds} + L_m i_{dr} \quad (20)$$

$$\phi_{dr} = L_m i_{ds} + L_r i_{dr} \quad (21)$$

$$\phi_{qs} = L_s i_{qs} + L_m i_{qr} \quad (22)$$

$$\phi_{qr} = L_m i_{qs} + L_r i_{qr} \quad (23)$$

Onde:

$L_s$  é a indutância própria do estator.

$L_r$  é a indutância própria do rotor.

$L_m$  é a indutância mútua entre estator e rotor.

As equações podem ser descritas em outros sistemas de referência, como segue:

### 2.1.1 Referencial fixo em relação ao estator

Neste referencial define-se:

$$\frac{d\theta_s}{dt} = 0 \quad (24)$$

$$\frac{d\theta_r}{dt} = -\omega \quad (25)$$

Assim:

$$v_{ds} = R_s i_{ds} + \frac{d\phi_{ds}}{dt} \quad (26)$$

$$v_{qs} = R_s i_{qs} + \frac{d\phi_{qs}}{dt} \quad (27)$$

$$v_{dr} = R_r i_{dr} + \phi_{qr} \omega + \frac{d\phi_{dr}}{dt} = 0 \quad (28)$$

$$v_{qr} = R_r i_{qr} - \phi_{dr} \omega + \frac{d\phi_{qr}}{dt} = 0 \quad (29)$$

### 2.1.2 Referencial fixo em relação ao rotor

Neste referencial define-se:

$$\frac{d\theta_s}{dt} = \omega \quad (30)$$

$$\frac{d\theta_r}{dt} = 0 \quad (31)$$

Assim:

$$v_{ds} = R_s i_{ds} - \phi_{qs} \omega + \frac{d\phi_{ds}}{dt} \quad (32)$$

$$v_{qs} = R_s i_{qs} + \phi_{ds} \omega + \frac{d\phi_{qs}}{dt} \quad (33)$$

$$v_{dr} = R_r i_{dr} + \frac{d\phi_{dr}}{dt} = 0 \quad (34)$$

$$v_{qr} = R_r i_{qr} \frac{d\phi_{qr}}{dt} = 0 \quad (35)$$

### 2.1.3 Referencial fixo em relação ao campo girante

Neste referencial define-se:

$$\frac{d\theta_s}{dt} = \omega_s \quad (36)$$

$$\frac{d\theta_r}{dt} = \omega_s - \omega = s\omega_s \quad (37)$$

Onde  $\omega_s$  é a frequência elétrica do estator.

Sendo  $s$  o escorregamento, definido por:

$$s = \frac{\omega_s - \omega}{\omega_s} \quad (38)$$

Assim:

$$v_{ds} = R_s i_{ds} - \phi_{qs} \omega_s + \frac{d\phi_{ds}}{dt} \quad (39)$$

$$v_{qs} = R_s i_{qs} + \phi_{ds} \omega_s + \frac{d\phi_{qs}}{dt} \quad (40)$$

$$v_{dr} = R_r i_{dr} - \phi_{qr} s \omega_s + \frac{d\phi_{dr}}{dt} = 0 \quad (41)$$

$$v_{qr} = R_r i_{qr} + \phi_{dr} s \omega_s + \frac{d\phi_{qr}}{dt} = 0 \quad (42)$$

### 2.1.4 Conjugado eletromagnético

A expressão para o conjugado ou torque eletromagnético é dada por:

$$T_{em} = \frac{3}{2} p (\phi_{ds} i_{qs} - \phi_{qs} i_{ds}) \quad (43)$$

Ou ainda:

$$T_{em} = \frac{3}{2} p \frac{L_m}{L_r} (\phi_{dr} i_{qs} - \phi_{qr} i_{ds}) \quad (44)$$

Onde:

$p$  representa o número de pares de pólos.

### 2.1.5 Equação mecânica

A expressão que modela a mecânica da máquina é dada por:

$$T_{em} - T_c = J \frac{d\omega_m}{dt} + f \omega_m \quad (45)$$

Onde:

$T_c$  é o conjugado da carga (torque no eixo).

$J$  é o momento de inércia.

$f$  é o coeficiente de atrito ou viscosidade.

$\omega_m$  é a velocidade mecânica.

## 2.2 REGIME PERMANENTE DO MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO

Complementando a descrição das características da máquina de indução, a sua representação em termos de um circuito elétrico é apresentada. A Figura 4 mostra o circuito equivalente de uma máquina de indução operando em regime permanente e com alimentação equilibrada,  $V_a = V_b = V_c$ , o que permite a representação por apenas uma das fases. O circuito é similar ao circuito equivalente de um transformador com todos os elementos referenciados para uma das partes (rotor ou estator).

As tensões e as correntes de fase do estator são representadas por  $V_a$  e  $I_a$ . As componentes do circuito  $R_s$  e  $L_{ls}$  representam, respectivamente, a resistência e a indutância de dispersão do enrolamento do estator,  $R_r$  e  $L_{lr}$ , a resistência e a indutância de dispersão do circuito do rotor referida ao estator, e  $L_m$ , a indutância de magnetização do circuito magnético da máquina.

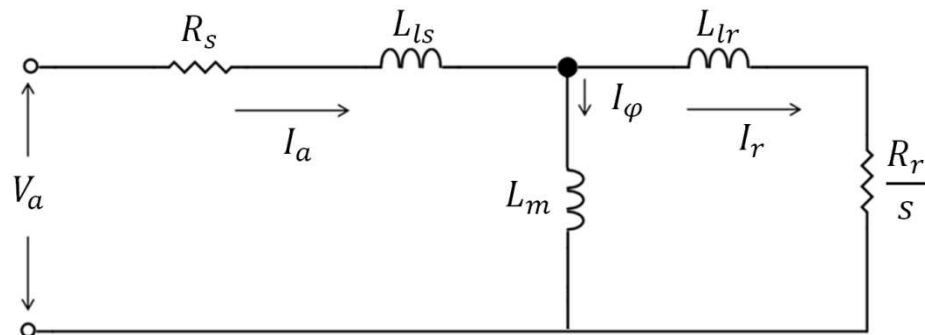


Figura 4 – Circuito equivalente de uma fase do motor de indução.

As indutâncias dos enrolamentos são definidas por:

$$L_s = L_{ls} + L_m \quad (46)$$

$$L_r = L_{lr} + L_m \quad (47)$$

Onde:

$L_s$  é a indutância própria do estator.

$L_r$  é a indutância própria do rotor.

### **2.3 CONSIDERAÇÕES**

Esta explicação simplificada do funcionamento da máquina de indução atende aos propósitos desta abordagem. Nos próximos capítulos serão analisadas as características do modelo, de modo que a análise será feita conforme a necessidade na resolução do problema.

### 3 PERDAS DE POTÊNCIA

Este capítulo trata das perdas de potência que ocorrem na operação de um motor de indução trifásico. As perdas totais do motor são de grande interesse, uma vez que definir as perdas totais é equivalente a determinar a sua eficiência.

A Figura 5 mostra a distribuição da potência entregue nos terminais do enrolamento do estator,  $P_{entrada}$ , até a potência mecânica entregue a carga,  $P_{saída}$ , destacando as perdas existentes durante o processo.

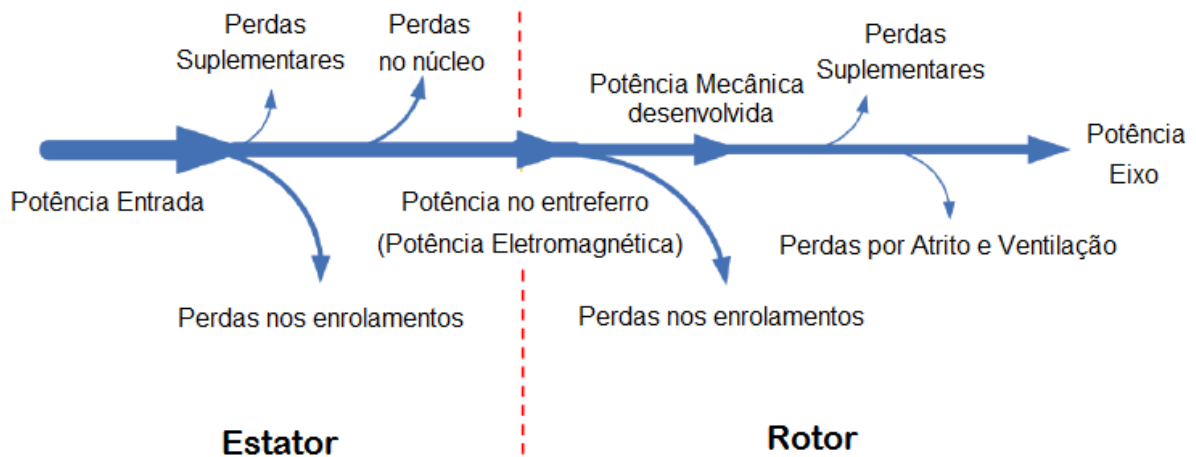


Figura 5 – Perdas no motor de indução (LU, 2006).

A potência existente entre o rotor e o estator da máquina é denominada potência do entreferro,  $P_g$ . No diagrama, as áreas das setas são um indicativo das quantidades de cada uma das perdas da máquina. Nele pode-se visualizar que existem quatro tipos de perdas na máquina, a saber:

- a) Perdas Resistivas  $P_J$ : Associadas aos elementos condutores da máquina, estas perdas estão presentes tanto no rotor como no estator. Também são denominadas perdas por efeito Joule;
- c) Perdas Magnéticas  $P_{Fe}$ : associadas ao núcleo ferromagnético da máquina, também estão presentes tanto no rotor como no estator. São basicamente as perdas por histerese e por correntes parasitas;

- d) Perdas Mecânicas  $P_{mec}$ : presentes apenas na parte móvel da máquina (rotor) são as perdas causadas pelos atritos existentes entre as partes fixas e móveis da máquina e pela potência utilizada na ventilação;
- e) Perdas Suplementares  $P_{sup}$  ou  $SLL$ : associadas às imperfeições construtivas da máquina, são as mais complexas e as mais difíceis de determinar. Possuem componentes de alta frequência e de frequência fundamental e, por estarem distribuídas pela máquina, são definidas, por exclusão, como aquelas que não estão contempladas nas definições anteriores.

### 3.1 PERDAS RESISTIVAS

As expressões (48) e (49) especificam uma forma de cálculo das perdas resistivas. A partir delas verifica-se que as perdas resistivas do estator são calculadas diretamente a partir da resistência dos condutores,  $R_s$ , e da corrente que passa por eles. As perdas resistivas do rotor, devido à dificuldade prática de determinação de sua resistência, são calculadas a partir da potência ativa que passa pelo entreferro,  $P_g$ , da máquina (ANDRADE, 2009).

$$P_{J_s} = 3I^2R_s \quad (48)$$

$$P_{J_r} = sP_g \quad (49)$$

#### 3.1.1 Determinação das perdas resistivas

A expressão (50) mostra o cálculo das perdas resistivas do estator,  $P_{J_s}$ , no entanto, a medição de  $R_s$  com o motor em operação é de difícil implementação, parte-se de um valor de resistência medido com o motor desligado a partir dos terminais de alimentação da máquina,  $R_{ref}$ . A partir deste valor de resistência, o cálculo das perdas resistivas do estator, de acordo com o padrão IEEE 112, é feito da seguinte forma:

$$P_{Js} = \frac{3}{2} I^2 R_{ref} \quad (50)$$

Onde:

$I$  é a corrente RMS medida na entrada da máquina.

$R_{ref}$  é a resistência de referência entre qualquer um dos terminais do estator.

A medição da resistência  $R_{ref}$  é feita com o motor desligado e com os enrolamentos em temperatura ambiente, porém, o valor da resistência é afetado pela temperatura do material condutor. Assim, faz-se necessário a correção do valor medido de  $R_{ref}$  para a temperatura de operação do motor. O padrão IEEE 112 estabelece a seguinte expressão para a correção do valor resistivo para a temperatura de operação.

$$R_s = \frac{(k + T_o)}{(k + T_{ref})} R_{ref} \quad (51)$$

Onde:

$R_s$  é a resistência corrigida para um determinada temperatura de operação.

$T_o$  é a temperatura de operação.

$T_{ref}$  é a temperatura de referência no momento da medição da resistência.

$k = 234,5$  para enrolamentos de cobre e  $k = 225$  para enrolamentos de alumínio.

As Perdas resistivas do rotor,  $P_{Jr}$ , são um pouco mais difíceis de determinar já que não existe acesso para as medidas de corrente e de resistência necessárias para o cálculo direto da potência dissipada. Assim, estas perdas são obtidas a partir da potência do entreferro,  $P_g$ , e do escorregamento,  $s$ , da máquina, de acordo com a equação (49).

O valor da potência de entreferro,  $P_g$ , é obtido a partir de valores de perdas já calculados a partir da seguinte expressão:

$$P_g = P_{entrada} - P_{Js} - P_{Fe} \quad (52)$$



A potência de entrada,  $P_{entrada}$ , é calculada diretamente a partir de medições de corrente e tensão e fator de potência nos terminais de entrada da máquina; as perdas resistivas do estator,  $P_{js}$ , foram objeto de análise no início deste item e as perdas magnéticas,  $P_{Fe}$ , serão tratadas no item a seguir.

### 3.2 PERDAS MAGNÉTICAS

As perdas de potência em um material magnético submetido a uma variação de densidade de fluxo magnético são de dois tipos: perdas por histerese e perdas por correntes parasitas, sendo que esta última foi dividida em duas componentes denominadas perdas clássicas e perdas por excesso (ANDRADE, 2009). As perdas magnéticas totais resultam da soma destas três componentes:

$$P_{Fe} = P_{hist} + P_{class} + P_{exc} \quad (53)$$

- a) Perdas por histerese  $P_{hist}$ : Quando os enrolamentos do rotor e do estator da máquina de indução são percorridos por uma corrente alternada, a intensidade do campo magnético do núcleo varia de máximos positivos a máximos negativos, o que produz uma variação proporcional na densidade do fluxo magnético induzido, que no material ferromagnético se caracteriza por uma mudança contínua na direção de seus domínios magnéticos. A energia necessária para fazer este deslocamento é dissipada em forma de calor.
- f) Perdas clássicas  $P_{class}$ : Causada pela natureza condutora dos materiais ferromagnéticos, que, quando submetidos a campos variantes no tempo, provocam, segundo Faraday, o aparecimento de uma tensão induzida, o que provoca o aparecimento de correntes “parasitas” circulando pelo núcleo; estas, por sua vez,

induzem campos magnéticos na direção contrária daqueles que a geraram, requerendo uma energia adicional para a variação do fluxo magnético na direção desejada.

- g) Perdas por excesso  $P_{exc}$ : Estas perdas representam a parcela de perdas produzidas por correntes parasitas e que não eram calculadas. O modelo clássico das perdas provocadas pelas correntes parasitas leva em consideração apenas aquelas geradas a partir da variação do campo magnético aplicado no material ferromagnético. No entanto, foi observado que o deslocamento das paredes dos domínios magnéticos também provoca uma variação de fluxo magnético que induzem correntes parasitas em nível microscópico.

### **3.2.1 Determinação das perdas magnéticas**

Os tipos de perdas aqui apresentados são de difícil determinação a partir das suas expressões. O cálculo de cada uma destas perdas separadamente é um esforço a ser empreendido por laboratórios especializados e com objetivos específicos no desenvolvimento de novos materiais ou no aprimoramento nos processos de fabricação já existentes.

O padrão IEEE 112 não separa estas perdas e parte de um teste a vazio da máquina de indução para determinar as perdas magnéticas e mecânicas em conjunto. Analisando o circuito equivalente do motor de indução, verifica-se que em um teste a vazio o escorregamento da máquina é praticamente nulo, o que elimina as perdas resistivas do rotor e reduz as perdas da máquina às magnéticas, mecânicas e resistivas do estator. Como a corrente a vazio da máquina é pequena, as perdas suplementares, que são proporcionais ao quadrado da corrente, também são desprezadas.

Com o motor a vazio, realiza-se um teste reduzindo a tensão de alimentação do valor de 125% da tensão nominal até um ponto onde uma maior redução provoque um aumento da

corrente de linha. A partir dos valores medidos de potência, corrente e tensão de entrada, plota-se um gráfico relacionando potência de entrada menos perdas no estator versus tensão. Os dados são então obtidos por meio de interpolação até o valor de tensão zero, onde neste ponto as perdas magnéticas são nulas, restando apenas às perdas mecânicas (ANDRADE, 2009). Com isso as perdas magnéticas são determinadas a partir da potência medida do motor a vazio subtraindo-se as perdas no estator combinadas com as perdas mecânicas.

As perdas magnéticas também têm valor praticamente constante em toda a faixa de carregamento do motor de indução, já que, nas expressões das perdas que a compõem, sua variação depende exclusivamente da frequência e do nível da densidade de fluxo. No estator, estes valores não se alteram considerando uma alimentação com frequência e tensão constantes, e no rotor as frequências das correntes induzidas são muito pequenas (frequência de escorregamento) tornando a sua influência nas perdas magnéticas totais muito pequenas (ANDRADE, 2009).

### **3.3 PERDAS MECÂNICAS**

As perdas mecânicas em uma máquina rotativa ocorrem por efeito do atrito e da ventilação para dissipação de calor. A potência dissipada com a ventilação tem um efeito redutor principalmente sobre as perdas resistivas, já que auxilia na redução da temperatura da máquina. As perdas por atrito são inerentes às partes rotativas, seja pelo contato com o ar seja pelo contato com os rolamentos que fazem a conexão com a parte fixa da máquina.

#### **3.3.1 Determinação das perdas mecânicas**

A determinação destas perdas é realizada principalmente pelos fabricantes das máquinas e, estão fora do escopo do presente trabalho. O Método para o cálculo destas perdas

descrito no Padrão IEEE 112 já foi abordado na estimativa das perdas magnéticas, já que as perdas são calculadas em conjunto a partir de um teste a vazio.

### **3.4 PERDAS SUPLEMENTARES**

Assim denominadas por englobarem todas as perdas da máquina que não foram incluídas nos itens anteriores. A sua denominação internacional (*Stray Load Losses*) faz a associação com a máquina sob carga, no entanto existem trabalhos que comprovam que estas perdas também estão presentes na máquina a vazio. Contradições desta espécie são características que no estudo destas perdas, mesmo após quase um século de pesquisas sobre suas origens, métodos para determinação e redução, ainda são consideradas um “desafio para a academia” (GLEW, 1998).

A determinação destas perdas tem sido objeto de uma grande quantidade de trabalhos, conforme destaca (GLEW, 1998), mas ainda não se chegou a um método com a simplicidade daqueles já tratados para as demais perdas.

Os principais organismos de padronização do mundo (IEEE, ANSI e IEC), ao definirem uma forma de cálculo das perdas suplementares, se utilizam de valores percentuais da potência de entrada dos motores, com o objetivo de simplificar o processo de determinação.

#### **3.4.1 Determinação das perdas suplementares**

Na impossibilidade da implementação dos testes para determinação das perdas suplementares, o padrão IEEE 112 adota a seguinte tabela com valores assumidos para as perdas suplementares a partir de valores percentuais da carga instalada.

Tabela 1 – Resumo dos valores das perdas estimadas (IEEE 112).

<b>Potência nominal do motor (HP)</b>	<b>SLL (HP)</b>
1 até 125	1,8 %
126 até 500	1,5 %
501 até 2499	1,2 %
2500 e superior	0,9 %

Está claro que uma simplificação desta espécie provoca erros nos cálculos das perdas e a larga faixa de potência para cada percentual de perdas também é um indicativo de que o erro será maior em algumas potências. As perdas suplementares apresentam erros, mas, dependendo do objetivo do cálculo, podem ser considerados erros aceitáveis.

### **3.5 CONSIDERAÇÕES**

Este capítulo detalhou as perdas de potência existentes em uma máquina de indução e ainda apresentou os métodos padronizados pela IEEE para a determinação das mesmas. A primeira consideração a ser feita refere-se à dificuldade em se determinar as perdas de um motor de indução sem interferir no processo, ou seja, obter um método não intrusivo para determinação das perdas, pois algumas das técnicas descritas apresentam um alto grau de dificuldade na sua aplicação. Dessa forma, são geralmente assumidas simplificações a fim de facilitar o processo de medida.

#### 4 MÉTODOS PARA ESTIMATIVA DA EFICIÊNCIA

A expressão para o cálculo da eficiência é relativamente simples e relaciona as potências de entrada e saída da máquina. Para os motores elétricos, a eficiência é dada pela relação entre potência mecânica entregue à carga,  $P_{saída}$ , e a potência elétrica solicitada da rede de alimentação,  $P_{entrada}$ .

$$\eta = \frac{P_{saída}}{P_{entrada}} \quad (54)$$

Apesar da simplicidade da expressão, o cálculo desta eficiência é complexo devido à dificuldade de medição destas grandezas. Nem tanto para o cálculo da potência elétrica de entrada, já que existe a possibilidade de acesso aos terminais, mas para o cálculo da potência de saída, uma vez que existe necessidade de desacoplar a carga para a instalação de um equipamento de medição e também pelo alto custo do mesmo. Esta dificuldade aumenta à medida que se considera a necessidade da obtenção da eficiência da máquina em operação.

Como visto, serão objeto de análise no presente trabalho os métodos do torque no entreferro e os métodos do circuito equivalente, com duas abordagens neste último.

O primeiro método consiste em calcular o torque no entreferro através das tensões de entrada, das correntes de fase e da resistência do estator. As perdas são obtidas a partir das características do motor e de dados tabelados. A grande vantagem deste método é que ele considera as perdas associadas aos desequilíbrios de tensão e corrente, comuns em uma planta industrial.

O método do circuito equivalente define que a partir de um circuito elétrico equivalente da máquina, da medição de alguns parâmetros e de algumas variáveis como velocidade, corrente e tensão, calculam-se os valores dos demais elementos do circuito representativo, e a partir deles, a eficiência da máquina. As perdas são obtidas da mesma forma como no primeiro método, a partir das características do motor e de dados tabelados.

#### 4.1 ESTIMATIVA DAS PERDAS

Em função da dificuldade em se determinar as perdas de um motor de indução, sem interferir no processo, cria-se a necessidade de estimar as perdas de uma maneira simples. Como visto os métodos padronizados de determinação das perdas, sugere a adoção de um ensaio a vazio, contudo este procedimento deve ser evitado devido a sua intrusão ao processo.

A partir desta necessidade, surgem algumas opções para obtenção dos dados sem carga:

- a) se o motor a ser testado for novo ou tenha uma manutenção regular, o teste a vazio pode ser feito durante o intervalo de inatividade na operação.
- b) os dados podem ser estimados a partir de valores empíricos, utilizando as informações fornecidas pelo fabricante.

Alguns estudos (LU, 2006), (KUECK, et al., 1996), (EL-IBIARY, 2003), propõem, com relativo sucesso, que as perdas podem ser estimadas usando valores empíricos, isto é, se utilizam de percentuais sobre a potência nominal da máquina.

A estimativa da eficiência do motor de indução depende diretamente da estimativa do torque no eixo, uma vez que a potência de saída é o produto da velocidade do rotor pelo torque no eixo. Por definição, o torque no eixo é igual ao torque no entreferro subtraindo as perdas, mecânicas, por atrito e ventilação e suplementares (LU, 2006).

Com isso, definem-se as perdas a serem estimadas para determinação do torque no eixo como: as perdas mecânicas, por atrito e ventilação,  $P_{F\&W}$ , associadas às perdas suplementares,  $P_{sup}$ , ou ainda chamadas pela sua denominação internacional,  $SLL$ .

As perdas suplementares,  $SLL$ , adotadas no presente trabalho serão as do padrão IEEE 112, ou seja, serão adotadas a partir de valores percentuais da carga.

Por sua vez as perdas mecânicas, por atrito e ventilação,  $P_{F\&W}$ , serão estimadas através das informações fornecidas pelo fabricante, por meio das curvas características do motor e

simulação através do software *simulink*. Com os dados, extraídos das curvas da Figura 6, no ponto de 0% de carga, determina-se a corrente  $i_a$ , a tensão nominal e o fator de potência.

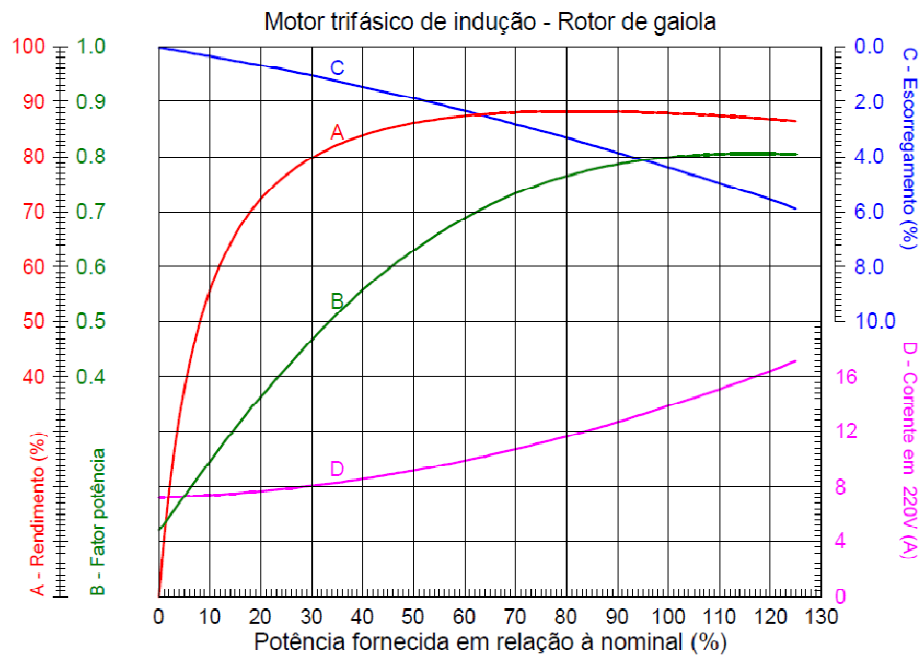


Figura 6 – Curvas características do motor de indução trifásico W21 – 5 HP (WEG, 2009).

No software *simulink*, foram construídos os sinais de tensão e corrente, em função dos dados *rms* das curvas, como se observa na Figura 7, considerando a defasagem entre elas obtida a partir do fator de potência. Nessa ilustração ainda pode-se observar dois blocos, onde o bloco AGT diz respeito ao torque no entreferro, definido pela equação (57) e o bloco “*wr.Tag*” trata da estimativa das perdas da máquina, definida pela equação (56).

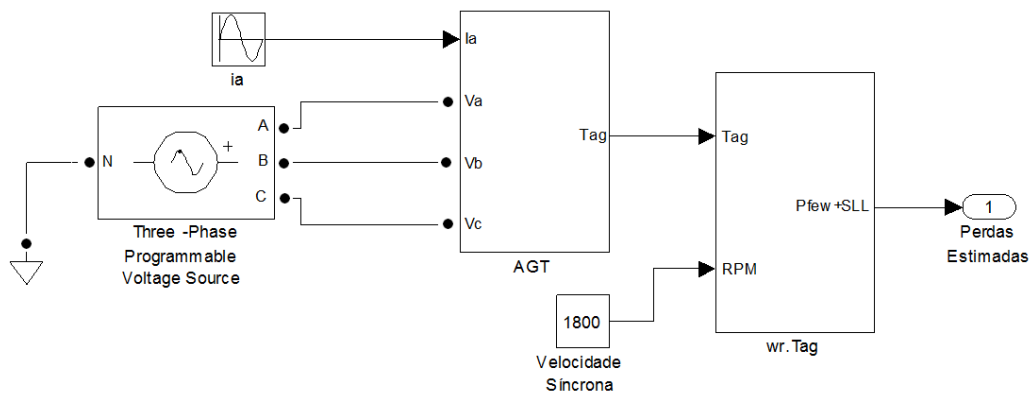


Figura 7 – Simulação das perdas da máquina.



Considerando a hipótese de que no ponto 0% de carga o motor funciona na velocidade síncrona, ou seja, á vazio, a potência de saída é nula.

Desta forma, apresenta-se a seguinte expressão para a potência de saída:

$$P_{saída} = T_{ag} \cdot \omega_r - P_{F\&W} - SLL = 0 \quad (55)$$

A partir da equação (55) tem-se que as perdas da máquina são definidas por:

$$P_{F\&W} + SLL = T_{ag} \cdot \omega_r \quad (56)$$

Onde o torque no entreferro,  $T_{ag}$ , é dado pela equação (57), onde esta será detalhada posteriormente no item 4.3. Cabe aqui somente o uso direto da expressão.

$$T_{ag} = \frac{p \cdot \sqrt{3}}{6} \left\{ \begin{array}{l} (i_a - i_b) \cdot \int [v_{ca} + R_s(2i_a + i_b)] dt \\ + (2i_a + i_b) \cdot \int [v_{ab} - R_s(i_a - i_b)] dt \end{array} \right\} \quad (57)$$

Com isso definem-se as perdas que serão usadas no presente trabalho, a separação destas perdas pode ser feita subtraindo-se as perdas suplementares, definidas na Tabela 1.

## 4.2 ESTIMATIVA DE CONJUGADO

A estimativa de conjugado de carga ou torque de motores de indução tem quatro objetivos principais. O primeiro é definir informações sobre a carga contribuindo para o correto dimensionamento do motor em determinada aplicação.

O segundo objetivo é prover dados relativos ao comportamento da carga no eixo, de forma a determinar a eficiência e desempenho da conversão de energia (EL-IBIARY, 2003). Em terceiro lugar, a estimativa de torque aplicado é importante para o desenvolvimento de técnicas eficientes de controle do motor de indução (VAS, 1998). Por fim, através desta

estimativa é possível determinar e monitorar defeitos no motor, como rachaduras nas barras do rotor e curto-circuito nas bobinas do estator (HSU, 1995).

Os métodos convencionais para determinação do torque de carga, do transitório ao regime permanente, são baseados em técnicas diretas e indiretas. As técnicas diretas consistem no uso de medidores de torque acoplados entre o motor e a carga.

As técnicas indiretas, por sua vez, são baseadas em modelos matemáticos que representam a dinâmica eletromagnética do motor em relação à carga (CHEN., et al., 2002).

O uso destas técnicas permite a estimativa do torque, através da solução de sistemas de equações diferenciais. A resolução destas equações depende do conhecimento de diversos parâmetros elétricos e mecânicos do motor, tais como a resistência do rotor e estator, as indutâncias de magnetização, entre outros. A fim de simplificar a estimação do conjugado, optou-se pelo estudo de métodos que não envolvam a dependência dos parâmetros do motor, destaca-se então o método do torque no entreferro, detalhado a seguir.

### **4.3 MÉTODO DO TORQUE NO ENTREFERRO**

Entre os métodos propostos, o método do torque no entreferro é considerado como o melhor em termos de precisão e facilidade de implementação (LU, 2006). Ele foi desenvolvido com base nas já conhecidas equações de torque entreferro (HSU, et al., 1995). Este método tem sido verificado por vários experimentos para ser um eficaz método de estimativa da eficiência do motor (HSU, et al., 1998).

A eficiência do motor pode ser definida em termos do torque no eixo da máquina  $T_{eixo}$ , do torque do entreferro  $T_{ag}$ , e da velocidade do rotor  $\omega_r$ . Com  $P_{entrada}$  e  $\omega_r$  medidos ou estimados, a eficiência pode ser facilmente determinado se o torque no eixo for conhecido.

A exigência da velocidade do rotor e as medidas de resistência do estator e do teste a vazio são as principais desvantagens deste método, que o tornam um método relativamente invasivo e impedem prontamente a sua utilização em serviço.

#### 4.3.1 Modelagem das expressões do torque no entreferro

O torque do entreferro representa o efeito combinado de todos os fluxos e correntes do rotor e do estator da máquina. O mesmo difere do torque no eixo da máquina pelas componentes das perdas mecânicas e suplementares do rotor.

A potência de entrada do motor é calculada a partir das tensões de entrada e das correntes de fase, e a potência de saída é calculada a partir da velocidade do rotor e do torque no eixo. O fluxo no entreferro é calculado a partir da integral das correntes e tensões subtraindo-se a queda na resistência do estator,  $R_s$ . O torque no eixo é obtido subtraindo do torque no entreferro as perdas por atrito e ventilação,  $P_{F\&W}$ , associadas às perdas suplementares,  $SLL$ .

A potência instantânea de entrada de um motor de indução trifásico é a soma dos produtos das tensões de fase,  $v_a$ ,  $v_b$ ,  $v_c$ , e correntes de linha  $i_a$ ,  $i_b$  e  $i_c$ .

$$p_{entrada} = v_a \cdot i_a + v_b \cdot i_b + v_c \cdot i_c \quad (58)$$

Relacionando as expressões de fluxo com as quedas de tensão nos enrolamentos, têm-se as seguintes equações de tensão, para as três fases do enrolamento de armadura do motor de indução:

$$\begin{aligned} v_a &= \frac{d\lambda_a}{dt} + R_s \cdot i_a \\ v_b &= \frac{d\lambda_b}{dt} + R_s \cdot i_b \\ v_c &= \frac{d\lambda_c}{dt} + R_s \cdot i_c \end{aligned} \quad (59)$$

Onde

$\lambda_a, \lambda_b$  e  $\lambda_c$  são os fluxos concatenados dos enrolamentos a, b e c, respectivamente.

$R_s$  é a resistência do estator.

Substituindo (59) em (58) tem-se:

$$p_{entrada} = \left[ i_a \left( \frac{d\lambda_a}{dt} + R_s \cdot i_a \right) + i_b \left( \frac{d\lambda_b}{dt} + R_s \cdot i_b \right) + i_c \left( \frac{d\lambda_c}{dt} + R_s \cdot i_c \right) \right] \quad (60)$$

A partir de (59) os fluxos concatenados podem ser expressos por:

$$\begin{aligned} \lambda_a &= \int (v_a - R_s \cdot i_a) dt \\ \lambda_b &= \int (v_b - R_s \cdot i_b) dt \\ \lambda_c &= \int (v_c - R_s \cdot i_c) dt \end{aligned} \quad (61)$$

Finalmente, o torque no entreferro pode ser expresso pela equação (62), onde a mesma é válida para qualquer conexão “Y” ou “ $\Delta$ ” (HSU, et al., 1995).

$$T_{ag} = \frac{p}{2\sqrt{3}} \left\{ \begin{aligned} &(i_a - i_b) \cdot \int [v_{ca} - R_s(i_c - i_a)] dt + \\ &-(i_c - i_a) \cdot \int [v_{ab} - R_s(i_a - i_b)] dt \end{aligned} \right\} \quad (62)$$

Onde

$i_a, i_b$  e  $i_c$  são as correntes de linha.

$v_{ab}$  e  $v_{ca}$  são tensões de linha.

$p$  é o número de pólos.

A partir da definição de  $R_s$ , têm-se as seguintes expressões para conexão “Y” ou “ $\Delta$ ”:

$R_s$  = resistência de fase do estator, para conexão em “Y”.

$R_s$  = resistência de fase do estator dividida por 3, para conexão em “ $\Delta$ ”.

Para muitos motores de indução, o neutro não é acessível a partir dos terminais do motor, assim somente as tensões de linha estão disponíveis. Para motores com conexão em

“Y” e com as três fases equilibradas, as tensões de linha e as correntes podem ser expressas como:

$$v_{ab} + v_{bc} + v_{ca} = 0 \quad (63)$$

$$i_a + i_b + i_c = 0 \quad (64)$$

Onde

$v_{ab}, v_{bc}$  e  $v_{ca}$  são tensões de linha.

$i_a, i_b$  e  $i_c$  são as correntes de linha.

A equação (62) pode ser simplificada a partir da seguinte relação:

$$i_c = -(i_a + i_b) \quad (65)$$

Assim a expressão para o torque no entreferro pode ser reescrita usando apenas duas tensões de linha, duas correntes e com a resistência do estator.

$$T_{ag} = \frac{p \cdot \sqrt{3}}{6} \left\{ \begin{array}{l} (i_a - i_b) \cdot \int [v_{ca} + R_s(2i_a + i_b)] dt \\ +(2i_a + i_b) \cdot \int [v_{ab} - R_s(i_a - i_b)] dt \end{array} \right\} \quad (66)$$

Outra forma de determinar o torque no entreferro é fazendo uso das definições do sistema  $dq0$ , que transformam o modelo trifásico do motor, o qual é um modelo acoplado, em um modelo bifásico e desacoplado em eixos semi-estacionários (vide Capítulo 2 – Modelagem motor de indução trifásico).

Seja  $\theta_{da}(t)$  o ângulo entre o eixo “d” e o eixo “a” do estator no tempo  $t$ , a matriz de transformação “A” é então definida por:

$$A[\theta_{da}(t)] = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{bmatrix} \cos \theta_{da}(t) & \cos \left( \theta_{da}(t) - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left( \theta_{da}(t) - \frac{4\pi}{3} \right) \\ -\sin \theta_{da}(t) & -\sin \left( \theta_{da}(t) - \frac{2\pi}{3} \right) & -\sin \left( \theta_{da}(t) - \frac{4\pi}{3} \right) \end{bmatrix} \quad (67)$$

Assumindo que a componente de seqüência zero é desprezível, os vetores  $v_{dqs}$  e  $i_{dqs}$  respectivamente tensão e corrente “dq” do estator podem ser representados pelas equações (68) e (69), onde o índice t foi omitido a fim de simplificar as expressões.

$$v_{dqs} = \begin{bmatrix} v_{ds} \\ v_{qs} \end{bmatrix} = A(\theta_{da}) \cdot \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix}$$

$$v_{dqs} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{bmatrix} v_a \cdot \cos \theta_{da} + v_b \cdot \cos \left( \theta_{da} - \frac{2\pi}{3} \right) + v_c \cdot \cos \left( \theta_{da} - \frac{4\pi}{3} \right) \\ -v_a \cdot \sin \theta_{da} - v_b \cdot \sin \left( \theta_{da} - \frac{2\pi}{3} \right) - v_c \cdot \sin \left( \theta_{da} - \frac{4\pi}{3} \right) \end{bmatrix} \quad (68)$$

$$i_{dqs} = \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \end{bmatrix} = A(\theta_{da}) \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

$$i_{dqs} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{bmatrix} i_a \cdot \cos \theta_{da} + i_b \cdot \cos \left( \theta_{da} - \frac{2\pi}{3} \right) + i_c \cdot \cos \left( \theta_{da} - \frac{4\pi}{3} \right) \\ -i_a \cdot \sin \theta_{da} - i_b \cdot \sin \left( \theta_{da} - \frac{2\pi}{3} \right) - i_c \cdot \sin \left( \theta_{da} - \frac{4\pi}{3} \right) \end{bmatrix} \quad (69)$$

Considerando novamente as três fases equilibradas, obtêm-se as seguintes relações:

$$v_a \cdot \cos \theta_{da} + v_b \cdot \cos \left( \theta_{da} - \frac{2\pi}{3} \right) + v_c \cdot \cos \left( \theta_{da} - \frac{4\pi}{3} \right) = 0 \quad (70)$$

$$v_a \cdot \sin \theta_{da} + v_b \cdot \sin \left( \theta_{da} - \frac{2\pi}{3} \right) + v_c \cdot \sin \left( \theta_{da} - \frac{4\pi}{3} \right) = 0 \quad (71)$$

A partir de (63) e de (70) e (71), os vetores de tensão e corrente podem ser obtidos usando apenas duas medidas de tensão ( $v_{ab}$  e  $v_{ca}$ ) e duas medidas de corrente ( $i_a$  e  $i_b$ ).

$$v_{dqs} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{bmatrix} v_{ab} \cdot \cos \left( \theta_{da} - \frac{2\pi}{3} \right) - v_{ca} \cdot \cos \left( \theta_{da} - \frac{4\pi}{3} \right) \\ v_{ab} \cdot \sin \left( \theta_{da} - \frac{2\pi}{3} \right) - v_{ca} \cdot \sin \left( \theta_{da} - \frac{4\pi}{3} \right) \end{bmatrix} \quad (72)$$

$$i_{dqs} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{bmatrix} i_a \cdot \cos \theta_{da} + i_b \cdot \cos \left( \theta_{da} - \frac{2\pi}{3} \right) - (i_a + i_b) \cdot \cos \left( \theta_{da} - \frac{4\pi}{3} \right) \\ -i_a \cdot \sin \theta_{da} - i_b \cdot \sin \left( \theta_{da} - \frac{2\pi}{3} \right) + (i_a + i_b) \cdot \sin \left( \theta_{da} - \frac{4\pi}{3} \right) \end{bmatrix} \quad (73)$$

A equação de tensão do estator no sistema “dq” é dada por:

$$v_{dqs} = R_s i_{dqs} + \frac{d\lambda_{dqs}}{dt} + \frac{d\theta_{da}}{dt} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \lambda_{dqs} \quad (74)$$

Onde  $\lambda_{dqs}$  é o vetor de fluxo concatenado do estator.

Definindo o referencial fixado no estator para a transformada “dq”, isto é:

$$\frac{d\theta_{da}}{dt} = 0 \quad (75)$$

Portanto, o fluxo concatenado do estator é dado pela integral da tensão de entrada descontando a queda de tensão na resistência do estator.

$$\lambda_{dqs} = \int (v_{dqs} - R_s i_{dqs}) dt \quad (76)$$

Então, o torque no entreferro é dado pela seguinte expressão:

$$T_{ag} = \frac{p}{2} \cdot |\lambda_{dqs} - i_{dqs}| \quad (77)$$

Após algumas manipulações algébricas da equação (62) obtêm-se a expressão definida pela equação (66), (LU, 2006).

Pode-se ainda mostrar outras expressões alternativas para estimação do torque no entreferro, geradas em função das variáveis elétricas, corrente e fluxo magnético (KRAUSE, et al., 2002). Se as variáveis elétricas e magnéticas estão expressas em função do sistema “dq”, têm-se as seguintes expressões:

a) Torque gerado a partir dos vetores de correntes no estator e no rotor:

$$T_{ag} = \frac{3p}{4} \cdot L_m \cdot [i_{qs} i_{dr} - i_{ds} i_{qr}] \quad (78)$$

b) Torque gerado a partir dos vetores corrente e fluxo do estator:

$$T_{ag} = \frac{3p}{4} \cdot [i_{qs}\lambda_{ds} - i_{ds}\lambda_{qs}] \quad (79)$$

c) Torque gerado a partir dos vetores corrente no estator e fluxo do rotor:

$$T_{ag} = \frac{3p}{4} \cdot \frac{L_m}{L_r} \cdot [i_{qs}\lambda_{dr} - i_{ds}\lambda_{qr}] \quad (80)$$

d) Torque gerado a partir dos vetores fluxo do rotor e estator:

$$T_{ag} = \frac{3p}{4} \cdot \frac{L_m}{\sigma \cdot L_r \cdot L_s} \cdot [\lambda_{qs}\lambda_{dr} - \lambda_{ds}\lambda_{qr}] \quad (81)$$

e) Torque gerado a partir dos vetores corrente do rotor e fluxo do estator:

$$T_{ag} = \frac{3p}{4} \cdot \frac{L_m}{L_s} \cdot [\lambda_{ds}i_{qr} - \lambda_{qs}i_{dr}] \quad (82)$$

f) Torque gerado a partir dos vetores corrente e fluxo do rotor:

$$T_{ag} = \frac{3p}{4} \cdot [i_{dr}\lambda_{qr} - i_{qr}\lambda_{dr}] \quad (83)$$



### 4.3.2 Eficiência a partir do torque no entreferro

A potência de entrada do motor de indução trifásico pode ser calculada a partir das tensões e correntes instantâneas:

$$p_{entrada} = v_a \cdot i_a + v_b \cdot i_b + v_c \cdot i_c = -v_{ca}(i_a + i_b) - v_{ab} \cdot i_b \quad (84)$$

A potência de saída do eixo é o produto da velocidade do rotor,  $\omega_r$ , e do torque no eixo da máquina,  $T_{eixo}$ . O torque do eixo é igual ao torque entreferro,  $T_{ag}$ , subtraindo as perdas associadas às perdas mecânicas e suplementares do rotor.

$$T_{eixo} = T_{ag} - \frac{P_{F\&W}}{\omega_r} - \frac{SLL}{\omega_r} \quad (85)$$

A definição das perdas por atrito e ventilação ( $P_{F\&W}$ ) e das perdas suplementares ( $SLL$ ), foram descritas no item 4.1 – Estimativas das perdas.

Com isso o rendimento é dado por:

$$\eta = \frac{p_{saida}}{p_{entrada}} = \frac{T_{eixo} \cdot \omega_r}{p_{entrada}} = \frac{T_{ag} \cdot \omega_r - P_{F\&W} - SLL}{p_{entrada}} \quad (86)$$

#### 4.4 MÉTODO DO CIRCUITO EQUIVALENTE

Este método parte da representação do motor de indução pelo seu circuito equivalente e com isso calcula o torque de saída da máquina e, conseqüentemente, sua eficiência, a partir da determinação de seus parâmetros. Uma limitação destes métodos é que, como o circuito representa apenas uma fase da máquina, a influência dos desbalanceamentos de tensão não pode ser considerada.

Em resumo, o método consiste em resolver o circuito equivalente, Figura 4, apenas partindo de medições de corrente, tensão, velocidade e resistência do estator. Uma vez solucionado este problema, o cálculo da potência no entreferro,  $P_g$ , e o cálculo da potência de saída,  $P_{saída}$  são obtidos pelas seguintes expressões:

$$P_g = 3|I_r|^2 \frac{R_r}{s} \quad (87)$$

A equação (87) somente é válida para ( $s \neq 0$ ), isto é, somente haverá potência transferida pelo entreferro da máquina quando o escorregamento for diferente de zero.

$$P_{saída} = P_g - P_{F\&W} - SLL \quad (88)$$

$$P_{entrada} = 3V_a |I_a| \cos \varphi \quad (89)$$

Como a potência de entrada do motor é obtida de uma maneira simples e não intrusiva, através da medição da tensão e corrente, com a expressão da potência de saída a eficiência é calculada pela relação dada na equação (54).

Outra expressão importante que pode ser definida a partir da equação (87), é a expressão do torque no entreferro, dado pela relação entre a potência no entreferro,  $P_g$ , e a velocidade angular síncrona,  $\omega_{sinc}$ , descrita pela seguinte equação:

$$T_{ag} = \frac{P_g}{\omega_{sinc}} = \frac{3|I_r|^2 R_r}{s\omega_{sinc}} \quad (90)$$

A equação (90) somente é válida para ( $s \neq 0$ ). O torque da equação (90) é dado em Newton - metros ( $Nm$ ).

A velocidade angular mecânica síncrona, dada em ( $rad/s$ ), é descrita por:

$$\omega_{sinc} = \frac{4\pi f}{p} \quad (91)$$

Onde:

$f$  é a frequência.

$p$  são os pares de pólos da máquina.

Uma vantagem deste método é que, uma vez determinados todos os parâmetros do motor, a eficiência pode ser obtida para qualquer valor de carga.

#### 4.4.1 Método RMEW

Método do circuito equivalente desenvolvido pela *Rockwell Reliance* é usado para estimar a eficiência em seu produto denominado RMEW – *Rockwell Motor Efficiency Wizard* (EL-IBIARY, 2003).

Este método utiliza o circuito equivalente apresentado na Figura 4, entretanto, o modelo adotado considera um ramo em derivação, formado por uma resistência de perdas no núcleo  $R_c$  em paralelo com a indutância de magnetização  $L_m$ .

As perdas suplementares são obtidas a partir de valores estimados (Tabela 1) e as perdas mecânicas são estimadas com base em dados conhecidos de motores e suas características de potência, velocidade e tamanho do ventilador.

Esse método inicia com as medições de corrente, tensão e potência de entrada, além de velocidade e temperatura do estator em dois pontos de operação do motor, com carga normal

e sem carga. Com estes dados, são determinados os parâmetros do circuito equivalente utilizando um método numérico não divulgado, o autor não revela detalhes necessários para resolução das equações que estimam os parâmetros (ANDRADE, 2009), (LU, et al., 2006), por fim calcula a eficiência da máquina.

De acordo com os resultados divulgados, este método possui uma alta precisão (erro  $\pm$  1,0%) (EL-IBIARY, 2003).

#### **4.4.2 Método de Estimativa da Eficiência desenvolvido**

O método RMEW foi estudado por ser simples e preciso. Contudo, outros estudos, (ANDRADE, 2009), (LU, et al., 2006), relataram que o mesmo não divulga a forma de resolução das equações. A partir disso, buscou-se desenvolver um novo método baseado nos dados de entrada do método RMEW, definir uma forma para resolução das equações do circuito equivalente manipulando de forma adequada as equações obtidas e aplicando, quando possível, as simplificações necessárias.

Ainda sobre o método RMEW, é importante salientar que a resistência de perdas no núcleo é incluída no modelo. Muitos modelos não consideram esta resistência pela dificuldade da mesma ser estimada. Contudo, se  $R_c$  for desconsiderado um erro significativo é introduzido na estimação da eficiência do motor (EL-IBIARY, 2003), posteriormente esta informação será confirmada através da comparação entre os modelos de 6 parâmetros, com  $R_c$ , e de 5 parâmetros.

A Figura 8, apresenta o circuito equivalente do motor considerando a resistência de perdas no núcleo.

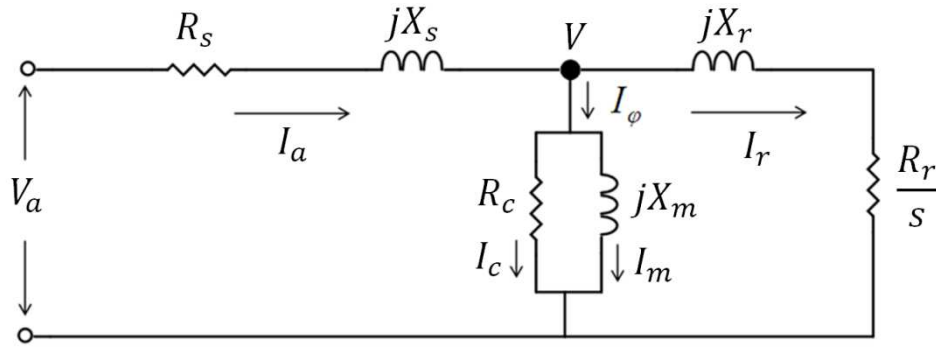


Figura 8 – Circuito equivalente de uma fase do motor com  $R_c$ .

Analisando o modelo, obtêm-se as seguintes equações:

$$I_r = \frac{V}{\frac{R_r}{s} - jX_r} \quad (92)$$

$$I_\varphi = I_c + I_m \quad (93)$$

$$I_r = I_a - I_\varphi = I_a - I_c - I_m \quad (94)$$

As correntes da equação (94) podem ser expressas em função da tensão  $v$ :

$$V = V_a - I_a(R_s + jX_s) \quad (95)$$

$$I_c = \frac{V}{R_c} \quad (96)$$

$$I_m = \frac{V}{jX_m} \quad (97)$$

Substituindo as equações (95) – (97) em (94):

$$I_2 = I_a - \frac{V}{R_c} - \frac{V}{jX_m} \quad (98)$$

A principal dificuldade deste método está em resolver as equações (92) – (98) partindo apenas das medições de tensão, corrente, velocidade e resistência do estator. Claramente têm-se mais parâmetros que equações, além das mesmas não serem lineares.

O primeiro passo no desenvolvimento do método consiste em através da associação de alguns elementos simplificar o circuito equivalente do motor.

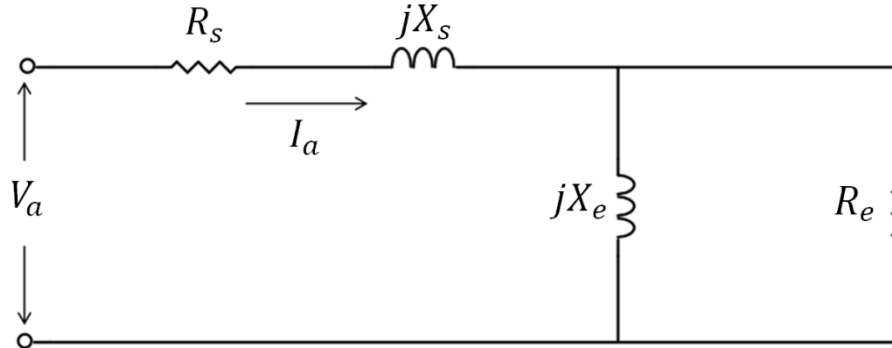


Figura 9 – Circuito equivalente simplificado.

A reatância equivalente  $X_e$  é uma função dos seguintes elementos, reatância de magnetização  $X_m$ , resistência do rotor  $R_r$ , escorregamento  $s$  e reatância de dispersão do rotor  $X_r$ . A resistência equivalente  $R_e$  é uma função da resistência do rotor  $R_r$ , da reatância  $X_r$ , do escorregamento  $s$  e da resistência de perdas no núcleo  $R_c$ .

A seguir é dada a seqüência de cálculo para encontrar tanto a reatância equivalente  $X_e$  quanto à resistência equivalente  $R_e$ .

$$\frac{1}{R_e} + \frac{1}{jX_e} = \frac{1}{R_c} + \frac{1}{jX_m} + \frac{1}{(R + jX_r)} \quad (99)$$

Onde:

$$R = \frac{R_r}{s} \quad (100)$$

Após algumas manipulações algébricas, a desenvolvimento completo encontra-se no Apêndice – B, tem-se a equivalência dos componentes:

$$\frac{1}{R_e} + \frac{1}{jX_e} = \frac{X_r^2 + R^2 + R_c R}{R_c(X_r^2 + R^2)} - j \frac{X_r^2 + R^2 + X_m X_r}{X_m(X_r^2 + R^2)} \quad (101)$$

Assim a reatância equivalente  $X_e$  é dada pela seguinte equação:

$$X_e = \frac{X_m(X_r^2 + R^2)}{X_r^2 + R^2 + X_m X_r} \quad (102)$$

E a resistência equivalente  $R_e$  é dada por:

$$R_e = \frac{R_c(X_r^2 + R^2)}{X_r^2 + R^2 + R_c R} \quad (103)$$

Com as medidas de tensão e corrente é possível obter as potências ativa e reativa, dadas respectivamente pelas seguintes expressões:

$$P = V_a I_a \cos \varphi \quad (104)$$

$$Q = V_a I_a \sin \varphi \quad (105)$$

A partir da análise de potência definem-se as seguintes expressões:

$$K_1 \triangleq \frac{V_a}{I_a} \cos \varphi - R_s \quad (106)$$

$$K_2 \triangleq \frac{V_a}{I_a} \sin \varphi \quad (107)$$

$$K_3 \triangleq V_a I_a \cos \varphi - I_a^2 R_s \quad (108)$$

$$K_4 = Q = V_a I_a \sin \varphi \quad (109)$$

A partir da análise do circuito equivalente da Figura 9 obtêm-se as seguintes equações:

$$R_e X_e^2 = K_1 (X_e^2 + R^2) \quad (110)$$

$$K_2 = \frac{R_e}{X_e} K_1 + X_s \quad (111)$$

$$\frac{K_3}{I_1^2 K_1^2} = \frac{1}{R_e} + \frac{R}{X_e^2} \quad (112)$$

$$\frac{K_4}{I_1^2 K_1^2} = \frac{X_s}{K_1^2} + \frac{R_e^2}{X_e^3} + \frac{1}{X_e} \quad (113)$$

Isolando  $R_e$  na equação (111), tem-se:

$$R_e = \frac{X_e}{K_1}(K_2 - X_s) \quad (114)$$

Isolando  $X_e$  na equação (110), tem-se:

$$X_e^2 = \frac{K_1 R^2}{R - K_1} \quad (115)$$

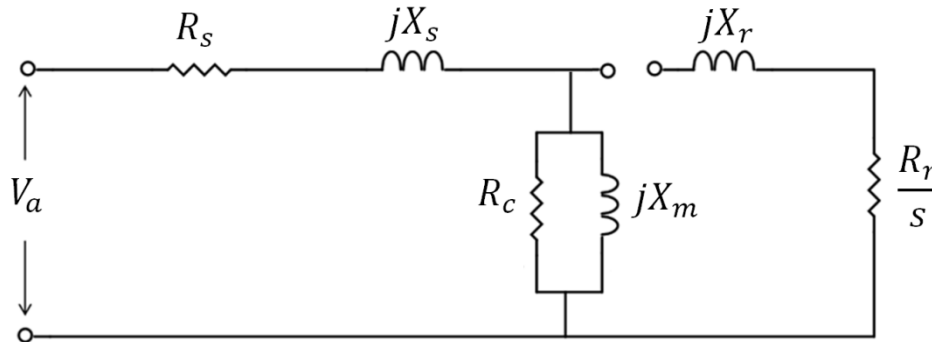


Figura 10 – Desacoplamento do circuito equivalente do rotor.

Considerando a máquina na velocidade síncrona ( $s = 0$ ), tem-se o “desacoplamento” do circuito equivalente do rotor, Figura 10. Desta forma, não há potência transferida pelo entreferro da máquina e assim a potência ativa medida será em relação às perdas do motor.

Em função desta hipótese têm-se as seguintes equivalências:

$$R_e = R_c \quad (116)$$

$$X_e = X_m \quad (117)$$

Com o objetivo de simplificar a resolução do sistema de equações não lineares, introduziram-se algumas relações entre as incógnitas. Uma das relações a ser introduzida é a relação entre  $X_s$  e  $X_m$ , que tem sido experimentalmente demonstrada pela seguinte expressão:

$$X_s = \delta X_m \quad (118)$$

Onde a relação  $\delta$  é uma constante que varia de 0,02 a 0,07 conforme o tipo do motor (LU, 2006), contudo o autor não define o critério a ser adotado na determinação da constante e desta forma optou-se por um valor de 0,05, por tratar-se de um valor intermediário.



Substituindo as expressões (116) e (117) na equação (114):

$$R_c = \frac{X_s}{\delta K_1} (K_2 - X_s) \quad (119)$$

Da mesma forma na equação (115) e isolando em função de  $X_s$ :

$$X_s = \delta R_c \sqrt{\frac{K_1}{R_c - K_1}} \quad (120)$$

Substituindo a equação (120) na equação (119), tem-se a seguinte expressão:

$$R_c = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \quad (121)$$

Onde  $A$ ,  $B$  e  $C$  são dados por:

$$A = K_1(1 + 2\delta + \delta^2) \quad (122)$$

$$B = -(2\delta K_1^2 + 2K_1^2 + K_2^2) \quad (123)$$

$$C = K_1(K_1^2 + K_2^2) \quad (124)$$

Assim a partir das equações (121), (120) e (118) é possível obter  $R_c$ ,  $X_s$  e  $X_m$  respectivamente.

Considerando outro ponto qualquer de operação para o motor, medem-se as grandezas elétricas de entrada a fim de calcular os demais parâmetros do circuito.

Fazendo uso da relação entre as reatâncias de dispersão em motores de indução dada pela norma IEEE 112.

$$\alpha = \frac{X_s}{X_r} \quad (125)$$

Onde  $\alpha$  é dado em função da classe do motor.

Retornando a análise ao circuito da Figura 8, a resistência do rotor  $R_r$  é dada por:

$$R_r = \frac{s[V_a - I_a(R_s + jX_s) - jX_r I_r]}{I_r} \quad (126)$$

Onde, a partir da equação (98),  $I_2$  é dado por:

$$I_r = I_a - \frac{V_a - I_a(R_s + jX_s)}{R_c} - \frac{V_a - I_a(R_s + jX_s)}{jX_m} \quad (127)$$

Com isso é possível obter os parâmetros restantes do circuito,  $X_r$  e  $R_r$  a partir das equações (125) e (126), respectivamente.

Finalmente pode-se calcular a eficiência em função da potência de saída, equação (88), ou ainda em função do torque no entreferro, equação (90).

Desta forma, define-se um procedimento para a aplicação do método e conseqüente estimativa dos parâmetros e rendimento.

#### 4.4.2.1 Procedimento

O método proposto utiliza os dados de dois pontos de operação, curvas características do motor, tal como a apresentada na Figura 6, e ainda necessita das medidas de temperatura e da resistência da bobinas do estator.

- a) Com as curvas características do motor fornecidas pelo fabricante, é possível determinar a corrente de linha, o fator de potência e a tensão nominal no ponto de 0% de carga, necessário para o primeiro ponto de operação. Mede-se também a resistência do estator a temperatura ambiente.
- b) Com o motor em qualquer outro ponto de carga, deve-se aguardar até a temperatura do estator estabilizar. Em seguida, mede-se a tensão de entrada, a corrente de linha, a potência elétrica, a velocidade do motor. Com a temperatura do estator calcula-se a variação da resistência do mesmo, por meio da equação (51).

- c) Utiliza-se a relação dada pela equação (118) com um  $\delta$  de 0,05 (no estudo de caso utilizado nesse trabalho). Define-se a variável  $\alpha$  da equação (125) em função da classe do motor.
- d) Calculam-se os parâmetros  $K_1$  e  $K_2$ , equações (106) e (107) em seguida calculam-se os parâmetros  $A$ ,  $B$  e  $C$  com as equações (122), (123) e (124).
- e) Com as equações (121), (120) e (118) são obtidos os parâmetros  $R_c$ ,  $X_s$  e  $X_m$  do motor. Com isso obtêm-se os valores de  $I_r$  e  $R_r$  com as equações (127) e (126).
- f) Definem-se os valores das perdas por atrito e ventilação,  $P_{F\&W}$ , associadas às perdas suplementares,  $SLL$ .
- g) Em seguida calcula-se a potência de saída, equação (88) e a potência de entrada (89). Por fim calcula-se o valor estimado da eficiência através da equação (54).

Complementando a análise do circuito equivalente, a seguir será apresentado o equacionamento do modelo da máquina desconsiderando o parâmetro  $R_c$  de perdas no núcleo.

Partindo do modelo definido pela Figura 4, que apresenta o circuito equivalente do motor, porém desconsiderando a resistência de perdas no núcleo, obtêm-se as seguintes equações:

$$I_r = I_a - I_\varphi \quad (128)$$

$$I_\varphi = \frac{V}{jX_m} \quad (129)$$

Substituindo a equação (129) em (171):

$$I_r = I_a - \frac{v}{jX_m} \quad (130)$$

Adotando o mesmo princípio de desenvolvimento apresentado anteriormente, que consiste em simplificar o circuito equivalente do motor por meio da associação de alguns

elementos, Figura 9, apresentam-se as seguintes equações para a reatância equivalente  $X_e$  e para a resistência equivalente  $Re$ .

$$\frac{1}{Re} + \frac{1}{jX_e} = \frac{1}{jX_m} + \frac{1}{(R + jX_r)} \quad (131)$$

Da mesma forma, a reatância equivalente  $X_e$  é dada pela equação (102).

Contudo a resistência equivalente  $Re$ , para o circuito de 5 parâmetros, é dada por:

$$Re = \frac{(X_r^2 + R^2)}{R} = \frac{(X_r^2 + R^2)}{\frac{R_r}{s}} \quad (132)$$

Com a análise idêntica ao circuito anterior, considera-se ( $s = 0$ ), para o caso da velocidade síncrona (motor á vazio), e assim:

$$Re = 0 \quad (133)$$

Em função desta hipótese e adotando a relação dada pela expressão (118), apresenta-se a seguinte equação de malha do circuito:

$$V_a = I_a \left[ R_s + j \left( \frac{\delta X_s + X_s}{\delta} \right) \right] \quad (134)$$

Isolando a expressão (134) em termos de  $X_s$ :

$$X_s = \frac{\delta \left( \frac{V_a}{I_a} - R_s \right)}{(\delta + 1)} \quad (135)$$

Fazendo uso da relação entre as reatâncias dada pela expressão (125) e com as equações (178) e (118), obtêm-se os parâmetros  $X_r$ ,  $X_s$  e  $X_m$ , respectivamente.

Para outro ponto qualquer de operação para o motor, medem-se as grandezas elétricas de entrada a fim de calcular a corrente  $I_r$ , dada por:

$$I_r = I_a - \frac{V_a - I_a(R_s + jX_s)}{jX_m} \quad (136)$$

Com isso resistência  $R_r$ , para o circuito de 5 parâmetros, pode ser calculada, de forma idêntica ao circuito de 6 parâmetros, através da equação (126).

Uma vez determinados os parâmetros do modelo do motor, estes podem ser usados para estimar a eficiência da máquina em qualquer ponto de operação. Convém salientar que a análise para o circuito de 5 parâmetros, que despreza a resistência das perdas no núcleo, tem o objetivo de comprovar a importância desta resistência na estimativa da eficiência.

Outra forma de estimar os parâmetros do circuito equivalente do motor de indução é através do método de estimativa por mínimos quadrados, este método será detalhado a seguir.

### 4.4.3 Método de estimativa dos parâmetros por Mínimos Quadrados

Esse método tem por objetivo identificar os parâmetros do circuito equivalente do motor por mínimos quadrados e assim estimar a eficiência do motor. A seguir será feita uma revisão do método de mínimos quadrados, e posteriormente, ele será aplicado ao modelo do circuito equivalente do motor de indução. Salienta-se que o modelo adotado terá 5 parâmetros, onde a resistência  $R_c$  será desconsiderada a fim de simplificar o método.

#### 4.4.3.1 Mínimos Quadrados

Os sistemas lineares podem ser descritos por estruturas de modelos de regressão linear. Para o problema da estimação de parâmetros, a regressão linear pode assumir a seguinte representação, linear em  $\theta$ :

$$y(t|\theta) = \varphi^T(t)\theta + \varepsilon(t) \quad (137)$$

Onde:

$y(t|\theta)$  é a saída no instante  $t$ .

$\theta$  é o vetor de parâmetros.

$\varepsilon$  é o erro de observação (ruído).

$\varphi(t)$  é o vetor de regressores com medições até o instante  $(t - 1)$ , inclusive.

Para uma estrutura ARX – AutoRegressive with eXternal input (LJUNG, 1987), o vetor de regressores é dado por:

$$\varphi(t) = [-y(t-1) \quad \dots \quad -y(t-n_y) \quad u(t) \quad u(t-1) \quad \dots \quad u(t-n_u)]^T \quad (138)$$

Onde  $u(t)$  é a entrada no instante  $t$  e  $n_y$  e  $n_u$  são os máximos atrasos em  $y$  e  $u$ .

Se a equação (137) for utilizada para um conjunto de  $N$  amostras medidas em instantes diferentes, esta equação assume a forma vetorial.

$$y = \psi\theta + \varepsilon \quad (139)$$

Onde:

$$y \in \mathfrak{R}^{N \times 1}$$

$$\psi \in \mathfrak{R}^{N \times n_r}$$

$$\theta \in \mathfrak{R}^{n_r \times 1}$$

$$\varepsilon \in \mathfrak{R}^{N \times 1}$$

$n_r$  é a dimensão do vetor de regressores  $\varphi$ .

Nota-se que os valores de ruído não são conhecidos, mas supondo que tal ruído é branco e de média zero pode-se desprezá-lo. O vetor erro de predição é representado por:

$$\varepsilon(t|\theta) = y(t) - \varphi^T(t)\theta \quad (140)$$

Assim resulta no seguinte critério:

$$J(\theta|Z) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \frac{1}{2} (y(t) - \varphi^T(t)\theta)^2 \quad (141)$$

$J(\theta|Z)$  na equação (141), é o chamada critério dos mínimos quadrados, para uma regressão linear. A estimação de mínimos quadrados é obtida através da seguinte expressão:

$$\hat{\theta} = \arg \min J(\theta|Z) = \left[ \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varphi(t)\varphi^T(t) \right]^{-1} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varphi(t)y(t) \quad (142)$$

Derivando a função custo em relação à  $\hat{\theta}$  e igualando a zero, encontra-se o ponto de máximo ou mínimo da função custo, na forma vetorial tem-se:

$$\frac{\partial J}{\partial \hat{\theta}} = -\psi^T y + \psi^T \psi \hat{\theta} \quad (143)$$

$$\hat{\theta} = (\psi^T \psi)^{-1} \psi^T y \quad (144)$$

Fazendo a derivada segunda da função custo, verifica-se que o vetor dado pela equação (144) minimiza essa função.

O vetor  $\hat{\theta}$  é denominado de valor estimado de  $\theta$  por mínimos quadrados e só é definido se a inversa de  $\psi^T \psi$  existir. Isto pode ser garantido se o sinal de excitação for persistente, isto é, o sinal seja capaz de excitar todas as dinâmicas do sistema e não houver regressores linearmente dependentes (OLIVEIRA, 1998).

Uma das principais características do método dos mínimos quadrados é que o mínimo global é garantidamente atingido, por não existir mínimos locais (AMÉRICO, 1996). A principal dificuldade do método verifica-se quando, em certas estruturas como a ARX, o ruído não for ruído branco. Nestes casos o método dos mínimos quadrados não apresenta a convergência para os verdadeiros valores dos parâmetros.

#### 4.4.3.2 Mínimos quadrados recursivos

O algoritmo dos mínimos quadrados processa todas as observações de  $y$  e  $u$  simultaneamente e produz uma estimativa única do vetor de parâmetros. Este é chamado de algoritmo em batelada e é usado quando as estimativas são necessárias somente uma vez e processadas *off-line*. Por outro lado, os métodos recursivos processam as observações e adaptam os parâmetros estimados a cada intervalo de amostragem (*online*) (OLIVEIRA, 1998).

A idéia básica é derivar de  $\hat{\theta}$  um conjunto de equações equivalentes para estimar novos parâmetros a cada nova observação do sistema (LJUNG, 1987).

Reescrevendo o algoritmo de estimação dos mínimos quadrados, com base no critério quadrático e em uma função de ponderação,  $\beta(t, k)$ , conforme (LJUNG, 1987):



$$\hat{\theta} = \arg \min \frac{1}{N} \sum_{k=1}^t \beta(t, k) (y(k) - \varphi^T(k)\theta)^2 \quad (145)$$

Definindo a matriz  $R(t)$  e o vetor  $f(t)$ , pode-se reescrever a equação (145) da seguinte forma:

$$\hat{\theta} = [R(t)]^{-1} f(t) \quad (146)$$

Onde:

$$R(t) = \sum_{k=1}^t \beta(t, k) \varphi(k) \varphi^T(k) \quad (147)$$

$$f(t) = \sum_{k=1}^t \beta(t, k) \varphi(k) y(k) \quad (148)$$

Definido que a função de ponderação apresenta a seguinte propriedade:

$$\beta(t, k) = \lambda(t) \beta(t-1, k), \quad 1 \leq k \leq t-1 \quad (149)$$

$$\beta(t, t) = 1, \quad k = t \quad (150)$$

Onde  $\lambda(t)$  representa o fator de esquecimento.

Substituindo a equação (149) nas equações (147) e (148) tem-se:

$$R(t) = \lambda(t) R(t-1) + \varphi(t) \varphi^T(t) \quad (151)$$

$$f(t) = \lambda(t) f(t-1) + \varphi(t) y(t) \quad (152)$$

Portanto

$$\begin{aligned} \hat{\theta}(t) &= R^{-1}(t) f(t) = R^{-1}(t) [\lambda(t) f(t-1) + \varphi(t) y(t)] \\ &= R^{-1}(t) [\lambda(t) R(t-1) \hat{\theta}(t-1) + \varphi(t) y(t)] \\ &= R^{-1}(t) \{ [R(t) - \varphi(t) \varphi^T(t)] \hat{\theta}(t-1) + \varphi(t) y(t) \} \\ &= \hat{\theta}(t-1) + R^{-1}(t) \varphi(t) [y(t) - \varphi^T(t) \hat{\theta}(t-1)] \end{aligned} \quad (153)$$

Tem-se a partir das equações (151) e (153) um algoritmo recursivo, de modo que no instante  $(t-1)$ , armazena-se apenas  $\hat{\theta}(t-1)$  e  $R(t-1)$ . A fim de evitar a inversão da matriz  $R(t)$ , em cada iteração, é conveniente adotar:

$$P(t) = R^{-1}(t) \quad (154)$$

Aplicando o lemma da inversão de matrizes (LJUNG, 1987):

$$(A + BCD)^{-1} = A^{-1} - A^{-1}B(DA^{-1} + C^{-1})^{-1}DA^{-1} \quad (155)$$

Com  $A = \lambda(t)R(t-1)$ ,  $B = D^T = \varphi^T(t)$  e  $C = 1$ , tem-se que:

$$P(t) = \frac{1}{\lambda(t)} \left[ P(t-1) - \frac{P(t-1)\varphi(t)\varphi^T(t)P(t-1)}{\lambda(t) + \varphi^T(t)P(t-1)\varphi(t)} \right] \quad (156)$$

Reescrevendo as equações (151) e (153), tem-se o método dos mínimos quadrados recursivo, definido por:

$$\varepsilon(t) = y(t) - \varphi^T(t)\hat{\theta}(t-1) \quad (157)$$

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + P(t)\varphi(t)\varepsilon(t) \quad (158)$$

Definindo:

$$L(t) = R^{-1}(t)\varphi(t) = \frac{P(t-1)\varphi(t)}{\lambda(t) + \varphi^T(t)P(t-1)\varphi(t)} \quad (159)$$

E finalmente o algoritmo de mínimos quadrados recursivo é definido por:

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + L(t)[y(t) - \varphi^T(t)\hat{\theta}(t-1)] \quad (160)$$

$$L(t) = P(t-1)\varphi(t)[\lambda(t) + \varphi^T(t)P(t-1)\varphi(t)]^{-1} \quad (161)$$

$$P(t) = \frac{P(t-1) - L(t)\varphi^T(t)P(t-1)}{\lambda(t)} \quad (162)$$

Onde:

$\hat{\theta}(t)$  é o vetor de parâmetros estimado no instante  $t$ .

$L(t)$  é o vetor de ganho no instante  $t$ .

$P(t)$  é a matriz de covariância proporcional ao erro de estimação.

#### 4.4.3.3 Modelo linear dos parâmetros

Retomando as equações do motor trifásico de indução do capítulo 2, no referencial do estator, obteve-se o modelo do motor sem as grandezas associadas ao rotor. O desenvolvimento completo das equações (163), (164), (165) e (166) é apresentada no Apêndice – B.

$$\frac{di_{ds}}{dt} = -\left(\frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{1}{\sigma \tau_r}\right) i_{ds} - \omega i_{qs} + \frac{1}{\sigma L_s \tau_r} \phi_{ds} + \frac{1}{\sigma L_s} \omega \phi_{qs} + \frac{1}{\sigma L_s} v_{ds} \quad (163)$$

$$\frac{di_{qs}}{dt} = -\left(\frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{1}{\sigma \tau_r}\right) i_{qs} + \omega i_{ds} + \frac{1}{\sigma L_s \tau_r} \phi_{qs} + \frac{1}{\sigma L_s} \omega \phi_{ds} + \frac{1}{\sigma L_s} v_{qs} \quad (164)$$

$$\frac{d\phi_{ds}}{dt} = v_{ds} - R_s i_{ds} \quad (165)$$

$$\frac{d\phi_{qs}}{dt} = v_{qs} - R_s i_{qs} \quad (166)$$

Com o objetivo de eliminar os fluxos  $\phi_{ds}$  e  $\phi_{qs}$ , consideram-se as derivadas das equações (163) e (164):

$$\begin{aligned} \frac{d^2 i_{ds}}{dt^2} = & -\left(\frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{1}{\sigma \tau_r}\right) \frac{di_{ds}}{dt} - \omega \frac{di_{qs}}{dt} - \frac{d\omega}{dt} i_{qs} + \frac{1}{\sigma L_s \tau_r} \frac{d\phi_{ds}}{dt} + \omega \frac{1}{\sigma L_s} \frac{d\phi_{qs}}{dt} \\ & + \frac{1}{\sigma L_s} \frac{d\omega}{dt} \phi_{qs} + \frac{1}{\sigma L_s} v_{ds} \end{aligned} \quad (167)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 i_{qs}}{dt^2} = & -\left(\frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{1}{\sigma \tau_r}\right) \frac{di_{qs}}{dt} + \omega \frac{di_{ds}}{dt} + \frac{d\omega}{dt} i_{ds} + \frac{1}{\sigma L_s \tau_r} \frac{d\phi_{qs}}{dt} - \omega \frac{1}{\sigma L_s} \frac{d\phi_{ds}}{dt} \\ & - \frac{1}{\sigma L_s} \frac{d\omega}{dt} \phi_{ds} + \frac{1}{\sigma L_s} v_{qs} \end{aligned} \quad (168)$$

Substituindo as equações (165) e (166) nas equações (167) e (168) respectivamente, têm-se:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 i_{ds}}{dt^2} + \left( \frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{1}{\sigma \tau_r} \right) \frac{d i_{ds}}{dt} + \frac{R_s}{\sigma L_s \tau_r} i_{ds} + \omega \frac{d i_{qs}}{dt} + \frac{R_s}{\sigma L_s} \omega i_{qs} + \left( i_{qs} - \frac{1}{\sigma L_s} \phi_{qs} \right) \frac{d\omega}{dt} \\ = \frac{1}{\sigma L_s} \frac{d v_{ds}}{dt} + \frac{1}{\sigma L_s \tau_r} v_{ds} + \omega \frac{1}{\sigma L_s} v_{qs} \end{aligned} \quad (169)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 i_{qs}}{dt^2} + \left( \frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{1}{\sigma \tau_r} \right) \frac{d i_{qs}}{dt} + \frac{R_s}{\sigma L_s \tau_r} i_{qs} - \omega \frac{d i_{ds}}{dt} - \frac{R_s}{\sigma L_s} \omega i_{ds} + \left( \frac{1}{\sigma L_s} \phi_{ds} - i_{ds} \right) \frac{d\omega}{dt} \\ = \frac{1}{\sigma L_s} \frac{d v_{qs}}{dt} + \frac{1}{\sigma L_s \tau_r} v_{qs} - \omega \frac{1}{\sigma L_s} v_{ds} \end{aligned} \quad (170)$$

Não foi possível, ainda, eliminar completamente os fluxos nas equações que descrevem o motor e já uma nova dificuldade começa a surgir, relacionada com a necessidade de realizar a derivada da tensão e a segunda derivada da corrente, o que amplifica qualquer ruído no sinal.

A fim de eliminar os fluxos, que aparecem multiplicados pelas derivadas de velocidade, considera-se a hipótese de que a velocidade é medida e constante durante a identificação ou, pelo menos, varia lentamente (AMÉRICO, 1996), isto é:

$$\frac{d\omega}{dt} \approx 0 \quad (171)$$

Naturalmente que o motor de indução trifásico descrito através das equações (169) e (170), é um sistema não-linear, devido ao produto da velocidade de rotação,  $\omega$ , pelos demais sinais de entrada e saída do sistema, ou ainda suas derivadas.

Os métodos de identificação paramétrica baseiam-se em igualdades onde os sinais que são conhecidos dependem linearmente dos parâmetros que se pretende conhecer, porém esse não é o caso do motor de indução trifásico. A forma de contornar essa dificuldade consiste em medir a velocidade e entrar com ela como uma constante nas equações (AMÉRICO, 1996). Contudo, esta solução não resolve totalmente a questão da não linearidade, uma vez que os modelos de identificação dos parâmetros do motor, baseados nestas equações, são não

lineares nos parâmetros  $R_s$ ,  $\tau_r$ ,  $\sigma$  e  $L_s$  que aparecem multiplicados e divididos uns pelos outros.

A fim de transformar a estrutura de modelos, não lineares nos parâmetros, em outra em que os modelos sejam lineares, é necessário transformar o vetor de parâmetros  $[R_s \ \tau_r \ \sigma \ L_s]$  em outro vetor de parâmetros  $[\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3 \ \theta_4 \ \theta_5]^T$ , formando uma nova estrutura de modelos lineares.

Uma possibilidade de realizar essa transformação é a seguinte:

$$\theta_1 = \frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{1}{\sigma \tau_r} \quad (172)$$

$$\theta_2 = \frac{R_s}{\sigma L_s \tau_r} \quad (173)$$

$$\theta_3 = \frac{R_s}{\sigma L_s} \quad (174)$$

$$\theta_4 = \frac{1}{\sigma L_s} \quad (175)$$

$$\theta_5 = \frac{1}{\sigma L_s \tau_r} \quad (176)$$

Assim, o modelo descrito pelas equações (169) e (170), conforme a condição da equação (171), é definido por:

$$\frac{d^2 i_{ds}}{dt^2} + \omega \frac{di_{qs}}{dt} = -\frac{di_{ds}}{dt} \theta_1 - i_{ds} \theta_2 - \omega i_{qs} \theta_3 + \left( \frac{dv_{ds}}{dt} + \omega v_{qs} \right) \theta_4 + v_{ds} \theta_5 \quad (177)$$

$$\frac{d^2 i_{qs}}{dt^2} - \omega \frac{di_{ds}}{dt} = -\frac{di_{qs}}{dt} \theta_1 - i_{qs} \theta_2 + \omega i_{ds} \theta_3 + \left( \frac{dv_{qs}}{dt} - \omega v_{ds} \right) \theta_4 + v_{qs} \theta_5 \quad (178)$$

Ou ainda na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \frac{d^2 i_{ds}}{dt^2} + \omega \frac{di_{qs}}{dt} \\ \frac{d^2 i_{qs}}{dt^2} - \omega \frac{di_{ds}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{di_{ds}}{dt} & -i_{ds} & -\omega i_{qs} & \frac{dv_{ds}}{dt} + \omega v_{qs} & v_{ds} \\ -\frac{di_{qs}}{dt} & -i_{qs} & \omega i_{ds} & \frac{dv_{qs}}{dt} - \omega v_{ds} & v_{qs} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ \theta_5 \end{bmatrix} \quad (179)$$

Como visto as equações (177) e (178), ou ainda (179), são redundantes, pois não acrescentam informações uma em relação à outra, assim pode-se utilizar apenas uma delas.

Definindo o vetor de saídas:

$$y = \begin{bmatrix} \frac{d^2 i_{ds}}{dt^2} + \omega \frac{di_{qs}}{dt} \\ \frac{d^2 i_{qs}}{dt^2} - \omega \frac{di_{ds}}{dt} \end{bmatrix} \quad (180)$$

O vetor de entradas é dado por:

$$\psi = \begin{bmatrix} -\frac{di_{ds}}{dt} & -i_{ds} & -\omega i_{qs} & \frac{dv_{ds}}{dt} + \omega v_{qs} & v_{ds} \\ -\frac{di_{qs}}{dt} & -i_{qs} & \omega i_{ds} & \frac{dv_{qs}}{dt} - \omega v_{ds} & v_{qs} \end{bmatrix} \quad (181)$$

Com isso resulta em um modelo, linear dos parâmetros, de cinco entradas e uma saída, sob a forma de regressão linear:

$$y = \psi \theta \quad (182)$$

Onde esse pode ser aplicado o método dos mínimos quadrados recursivo.

#### 4.4.3.4 Identificação dos parâmetros com $R_s$ conhecida

O conhecimento da resistência do estator permite utilizar qualquer uma das equações, (177) ou (178), e simplificar a identificação, uma vez que o modelo de cinco parâmetros passa para um modelo de apenas três parâmetros.

Se o valor de  $R_s$  é conhecido, a partir das equações (169) e (170), reescreve-se as expressões:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 i_{ds}}{dt^2} + \omega \frac{di_{qs}}{dt} = & -\frac{1}{\sigma\tau_r} \frac{di_{ds}}{dt} + \frac{1}{\sigma L_s} \left( \frac{dv_{ds}}{dt} - R_s \frac{di_{ds}}{dt} + \omega(v_{qs} - R_s i_{qs}) \right) \\ & + \frac{1}{\sigma L_s \tau_r} (v_{ds} - R_s i_{ds}) \end{aligned} \quad (183)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 i_{qs}}{dt^2} + \omega \frac{di_{ds}}{dt} = & -\frac{1}{\sigma\tau_r} \frac{di_{qs}}{dt} + \frac{1}{\sigma L_s} \left( \frac{dv_{qs}}{dt} - R_s \frac{di_{qs}}{dt} - \omega(v_{ds} - R_s i_{ds}) \right) \\ & + \frac{1}{\sigma L_s \tau_r} (v_{qs} - R_s i_{qs}) \end{aligned} \quad (184)$$

Transformando a estrutura de modelos, têm-se as seguintes expressões:

$$\theta_1 = \frac{1}{\sigma\tau_r} \quad (185)$$

$$\theta_2 = \frac{1}{\sigma L_s} \quad (186)$$

$$\theta_3 = \frac{1}{\sigma L_s \tau_r} \quad (187)$$

Substituindo nas equações (183) e (184), obtêm-se um novo modelo:

$$\begin{bmatrix} \frac{d^2 i_{ds}}{dt^2} + \omega \frac{di_{qs}}{dt} \\ \frac{d^2 i_{qs}}{dt^2} - \omega \frac{di_{ds}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{di_{ds}}{dt} & \left( \frac{dv_{ds}}{dt} - R_s \frac{di_{ds}}{dt} + \omega(v_{qs} - R_s i_{qs}) \right) \\ -\frac{di_{qs}}{dt} & \left( \frac{dv_{qs}}{dt} - R_s \frac{di_{qs}}{dt} - \omega(v_{ds} - R_s i_{ds}) \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (v_{qs} - R_s i_{qs}) \\ (v_{qs} - R_s i_{qs}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} \quad (188)$$

A transformação inversa é única, e não existe a dificuldade resultante de uma sobreparametrização, isto é, cinco equações para determinar quatro parâmetros. Então, determinam-se os parâmetros do motor através das seguintes expressões:

$$L_s = \frac{\theta_1}{\theta_3} \quad (189)$$

$$\tau_r = \frac{\theta_2}{\theta_3} \quad (190)$$

$$\sigma = \frac{\theta_3}{\theta_1 \theta_2} \quad (191)$$

#### 4.4.3.5 Recuperação dos Parâmetros

Como pode ser observado pelas expressões de transformação, equações (190) e (191), não é possível determinar diretamente todos os parâmetros a partir dos parâmetros estimados. Pode-se, no entanto, definir máquinas que sejam eletricamente equivalentes, e a partir deste conceito, determinar todos os parâmetros do motor (OLIVEIRA, 1998).

Considerando as seguintes expressões do modelo do motor:

$$v_s = R_s i_s + \frac{d\lambda_s}{dt} \quad (192)$$

$$v_r = R_r i_r + \frac{d\lambda_r}{dt} - j\omega\lambda_r = 0 \quad (193)$$

$$\lambda_s = L_s i_s + L_m i_r \quad (194)$$

$$\lambda_r = L_r i_r + L_m i_s \quad (195)$$

Substituindo as expressões dos fluxos, (194) e (195), nas equações (192) e (193) respectivamente, têm-se:

$$v_s = R_s i_s + L_s \frac{di_s}{dt} + L_m \frac{di_r}{dt} \quad (196)$$

$$v_r = R_r i_r + L_r \left( \frac{di_r}{dt} - j\omega i_r \right) + L_m \left( \frac{di_s}{dt} - j\omega i_s \right) \quad (197)$$

Multiplicando ambos os lados da equação de rotor, equação (197), por um fator  $\mu$  arbitrário, pode-se escrever:

$$\mu v_r = \mu^2 R_r \frac{i_r}{\alpha} + \mu^2 L_r \left( \frac{d \frac{i_r}{\alpha}}{dt} - j\omega \frac{i_r}{\alpha} \right) + \alpha L_m \left( \frac{di_s}{dt} - j\omega i_s \right) \quad (198)$$

Por fim, define-se a corrente de rotor transformada:

$$\tilde{i}_r = \frac{i_r}{\mu} \quad (199)$$



E substitui-se nas equações (196) e (198):

$$v_s = R_s i_s + L_s \frac{di_s}{dt} + L_m \frac{d\tilde{i}_r}{dt} \quad (200)$$

$$\mu v_r = \mu^2 R_r \tilde{i}_r + \mu^2 L_r \left( \frac{d\tilde{i}_r}{dt} - j\omega \tilde{i}_r \right) + \mu L_m \left( \frac{di_s}{dt} - j\omega i_s \right) \quad (201)$$

Observa-se que quando o valor de  $\mu$  é igual à relação entre o número de espiras do rotor e estator, a transformação acima corresponde a referir as grandezas do rotor ao estator. No entanto, as equações (200) e (201) definem uma máquina elétrica semelhante à máquina descrita pelas equações (192) e (193) para qualquer valor de  $\alpha$ . Ou seja, as grandezas de estator, o conjugado eletromagnético e as perdas no rotor são invariantes na transformação das variáveis de rotor (OLIVEIRA, 1998).

A constante  $\mu$  é arbitrária, com  $\mu \neq 0$  e  $\mu \neq \infty$ . A escolha de tal constante corresponde exatamente em arbitrar a relação entre as indutâncias de dispersão de rotor e de estator:

$$\alpha = \frac{L_{ls}}{L_{lr}} \quad (202)$$

O padrão IEEE 112 para motores de indução determina a relação entre as indutâncias de dispersão  $\alpha$ , que é definida de acordo com as diversas classes de motores, a saber:

- $\alpha = 1$  para motores de classes A e D e aqueles de rotor bobinado;
- $\alpha = 0,67$  para motores de classe B;
- $\alpha = 0,43$  para motores de classe C.

Se a constante  $\mu$  for:

$$\mu = \frac{L_s}{L_r} \quad (203)$$

Uma máquina equivalente é obtida com indutâncias próprias do estator e do rotor idênticas, correspondendo a fazer  $\alpha = 1$ .

Considerando  $L_s = L_r$  os demais parâmetros do motor podem ser determinados:

$$\hat{L}_r^1 = \hat{L}_s \quad (204)$$

$$\hat{R}_r^1 = \frac{\hat{L}_r^1}{\hat{t}_r} \quad (205)$$

$$\hat{L}_m^1 = \sqrt{\hat{L}_r^1(\hat{L}_s - \sigma\hat{L}_s)} \quad (206)$$

Onde o sobrescrito indica o valor do parâmetro  $\alpha$ , que para no caso das expressões acima é  $\alpha = 1$ .

As equações (204), (205) e (206) são adequadas para motores classe A e D. Os parâmetros para máquinas classes B e C podem ser encontrados transformando a máquina equivalente com  $\alpha = 1$ , em uma nova máquina equivalente com  $\alpha$  de acordo com a classe do motor.

O valor de  $\alpha$  para esta transformação é dado pela seguinte relação:

$$\mu = \frac{(\alpha - 1)\hat{L}_m^1 + \sqrt{[(\alpha - 1)\hat{L}_m^1]^2 + 4\alpha(\hat{L}_r^1)^2}}{2\alpha\hat{L}_r^1} \quad (207)$$

Desta forma, os parâmetros físicos transformados, para um  $\alpha$  arbitrário, são:

$$\hat{L}_r^\alpha = \mu^2\hat{L}_r^1 \quad (208)$$

$$\hat{R}_r^\alpha = \mu^2\hat{R}_r^1 \quad (209)$$

$$\hat{L}_m^\alpha = \mu\hat{L}_m^1 \quad (210)$$

$$\hat{L}_{lr} = \hat{L}_r^\alpha - \hat{L}_m^\alpha \quad (211)$$

$$\hat{L}_{ls} = \hat{L}_s - \hat{L}_m^\alpha \quad (212)$$

#### 4.4.3.6 Cálculo das derivadas

A estimação dos parâmetros  $\hat{\theta}$ , de acordo com o modelo, requer o cálculo da derivada primeira da tensão e da derivada segunda da corrente. Estas operações de derivação são realizadas recursivamente, considerando a definição da derivada em um determinado ponto, serão tanto mais exatas quanto menor for o tempo de amostragem,  $T$ , de acordo com a expressão (BARROSO, 1992):

$$\frac{dx(k)}{dt} = \frac{x(k+1) - x(k-1)}{2T} \quad (213)$$

Para a derivada segunda faz-se uso da seguinte expressão:

$$\frac{d^2x(k)}{dt^2} = \frac{x(k+2) - 2x(k) + x(k-2)}{4T^2} \quad (214)$$

#### 4.4.3.7 Algoritmo de identificação

Considerando o fator de esquecimento unitário  $\lambda(t) = 1$ , o método dos mínimos quadrados recursivo, pode ser escrito da seguinte forma:

$$\varepsilon(k) = y(k) - \varphi^T(k)\hat{\theta}(k-1) \quad (215)$$

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + P(k)\varphi(k)\varepsilon(k) \quad (216)$$

$$P(k) = P(k-1) - \frac{P(k-1)\varphi(k)\varphi^T(k)P(k-1)}{1 + \varphi^T(k)P(k-1)\varphi(k)} \quad (217)$$

A escolha do fator de esquecimento unitário resulta que, no modelo os parâmetros do motor são constantes. Portanto, uma vez que o modelo não considera parâmetros variantes no tempo, o fator de esquecimento não tem, de fato, qualquer influência (AMÉRICO, 1996).

O algoritmo implementado no *Matlab* segue a seguinte descrição: no instante ( $k$ ), são conhecidos  $\theta(k-1)$  e  $P(k-1)$ , assim, constrói-se o vetor  $m$ , de modo que:

$$m(k-1) = P(k-1)\varphi(k) \quad (218)$$

A matriz de ganhos, então, é dada por:

$$P(k) = P(k-1) - \frac{m(k-1)m^T(k-1)}{1 + \varphi^T(k)m(k-1)} \quad (219)$$

Em seguida, calcula-se o erro, conforme a equação (215) e o vetor  $m$  no instante  $(k)$ :

$$m(k) = P(k)\varphi(k) \quad (220)$$

Assim conforme a equação (216), os parâmetros são atualizados através da seguinte expressão:

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + m(k)\varepsilon(k) \quad (221)$$

Segue parte referente aos mínimos quadrados recursivos do algoritmo implementado:

...

*for k=1:(length(Vd)); % 'Vd' vetor de tensão*

*u\_1=-Iq\_1(k); % 'Iq\_1' derivada primeira de Iq*

*u\_2=(Vq\_1(k)-Rs\*Iq\_1(k)-wr(k)\*pp\*(Vd(k)-Rs\*Id(k))); % 'pp' par de pólos*

*u\_3=Vq(k)-Rs\*Id(k);*

*u = [u1 u2 u3]';*

*y(k) = (Iq\_2(k) - ((wr(k)) \* (Id\_1(k))) \* pp); % 'Iq\_2' derivada segunda de Iq*

*m = p\_0 \* u; % 'p\_0' matriz identidade para inicialização de P*

*p = p\_0 - (1 / (1 + u' \* m)) \* m \* m'; % 'p' matriz de ganhos P(k)*

*erro(k) = y(k) - u' \* theta\_0; % 'theta\_0' estimação de theta anterior*

*m = p \* u;*

*t = theta\_0 + m \* erro(k);*

*theta(:, k) = t;*

*p\_0 = p;*

*theta\_0 = theta(:, k);*

*end*

...

#### 4.5 CONSIDERAÇÕES

Este capítulo apresentou uma nova metodologia para estimativa das perdas do motor de indução, de forma não intrusiva, através de dados da curva do fabricante e da aplicação do equacionamento definido para a estimativa do torque no entreferro. A estimativa apresentada trata de uma importante aproximação das perdas da máquina, uma vez que elimina a necessidade de um ensaio á vazio do motor.

Por fim apresentou duas metodologias a serem desenvolvidas nesse trabalho. Dessas duas metodologias três diferentes técnicas serão desenvolvidas e aplicadas em dados oriundos de simulação computacional e também de dados reais, conforme será apresentado nos próximos capítulos. Salienta-se que a técnica da resolução do circuito equivalente, apesar de ter sido baseado no método RMEW, foi completamente reestruturada (em função dos procedimentos omitidos na patente do produto quanto nos artigos que citam o método), o que caracteriza uma nova metodologia para estimativa da eficiência.

## 5 RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

Neste capítulo, os métodos propostos no capítulo anterior serão utilizados para estimar o torque e por conseqüência a eficiência de um motor de indução. Os resultados serão obtidos a partir de dados simulados, considerando o modelo da máquina proposto, em ambiente *Matlab – Simulink*.

Para a simulação será considerado o motor de indução idêntico ao usado para aquisição dos dados experimentais (capítulo 6), assim a seguir serão apresentados, os modelos de simulação implementados, bem como os sinais típicos usados na estimativa

### 5.1 MODELO DE SIMULAÇÃO

Considerando um motor de indução trifásico com rotor de gaiola, potência nominal de 5 HP, 4 pólos, tensão nominal 220 V, frequência 60 Hz, rotação nominal 1720 RPM, momento de inércia 0,01072 kg.m<sup>2</sup>, corrente a vazio 7,25 A.

Com o objetivo de gerar os sinais que permitissem testar a metodologia proposta, foi desenvolvido um modelo no *Simulink*, a partir das equações do motor com conjugado de carga, reescritas a seguir:

$$\frac{di_{ds}}{dt} = \frac{L_r}{L_s L_r - L_m^2} \left( v_{ds} - R_s i_{ds} - \frac{L_m}{L_r} \frac{d\phi_{dr}}{dt} \right) \quad (222)$$

$$\frac{di_{qs}}{dt} = \frac{L_r}{L_s L_r - L_m^2} \left( v_{qs} - R_s i_{qs} - \frac{L_m}{L_r} \frac{d\phi_{qr}}{dt} \right) \quad (223)$$

$$\frac{d\phi_{dr}}{dt} = \frac{R_r L_m}{L_r} i_{ds} - \frac{R_r}{L_r} \phi_{dr} - \omega \phi_{qr} \quad (224)$$

$$\frac{d\phi_{qr}}{dt} = \frac{R_r L_m}{L_r} i_{qs} - \frac{R_r}{L_r} \phi_{qr} - \omega \phi_{dr} \quad (225)$$

$$T_{em} = \frac{3}{2} p \frac{L_m}{L_r} (\phi_{dr} i_{qs} - \phi_{qr} i_{ds}) \quad (226)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{f}{J}\omega + \frac{p}{J}(T_{em} - T_c) \quad (227)$$

A Figura 11 mostra a representação gráfica destas equações, onde percebe-se o caráter não linear do modelo do motor, provocado pelo sinal de velocidade que interliga as equações dos eixos  $dq$ .

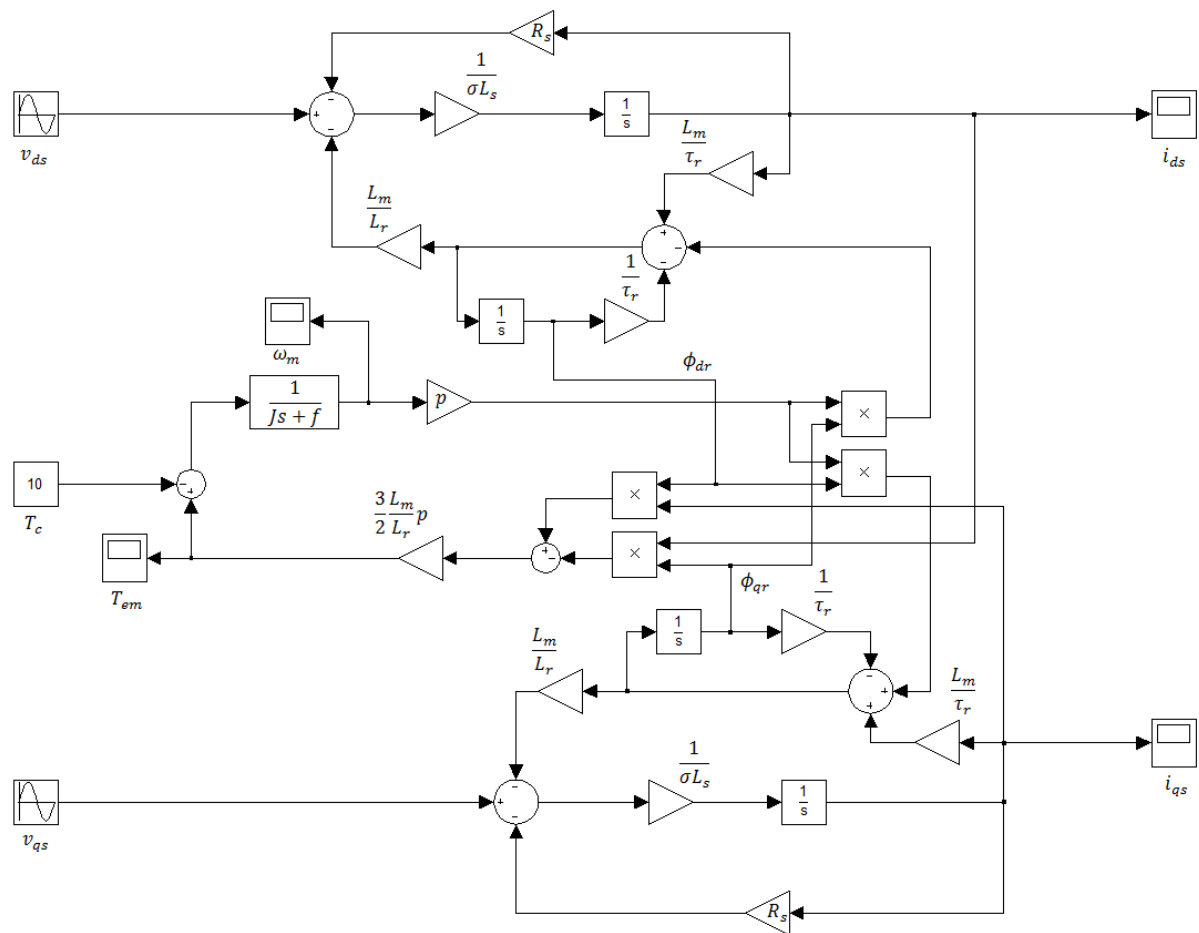


Figura 11 – Representação do modelo do motor no SIMULINK.

O modelo utiliza como sinais de entrada, as tensões  $v_{ds}$  e  $v_{qs}$  no referencial do estator, ambas são duas senóides em quadratura, representando as componentes das tensões de entrada do motor. Este modelo é baseado no circuito equivalente da máquina, Figura 4, e, portanto desconsidera a resistência de perdas no núcleo.

O *Simulink* apresenta em sua biblioteca um bloco que representa o modelo do motor descrito. A partir deste bloco serão simulados os sinais de tensão, corrente e torque, onde este último servirá de referência para os dados estimados.

A Figura 12 mostra o esquema de representação do motor, onde estão presentes uma fonte de alimentação trifásica, medidores de tensão, corrente e torque.

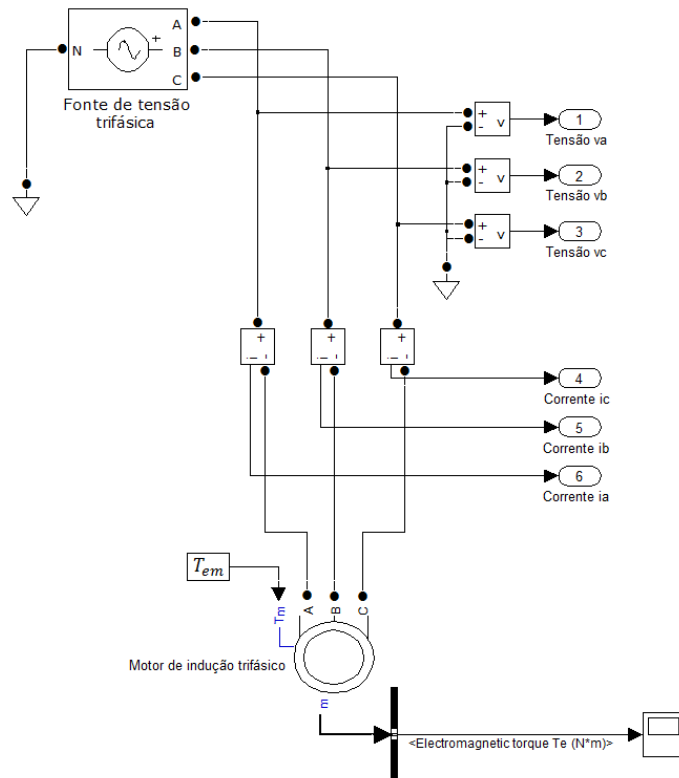


Figura 12 – Representação do motor com fonte de tensão e sensores.

O bloco que representa o modelo do motor necessita das características da máquina, bem como dos parâmetros elétricos do motor. Os parâmetros adotados para a simulação são os seguintes:

$$R_s = 0,505 \Omega$$

$$L_{ls} = 0,0038 H$$

$$R_r = 24,03 \Omega$$

$$L_{lr} = 0,0057 H$$

$$L_m = 0,0764 H$$



Estes parâmetros foram estimados a partir dos dados experimentais, e por se mostrarem satisfatórios serão adotados como referência na simulação.

## 5.2 MÉTODO DO TORQUE NO ENTREFERRO

Os sinais das grandezas elétricas de entrada, gerados na simulação, são aplicados à equação (66) a fim de determinar o torque no entreferro. Este por sua vez, será comparado ao torque de referência, gerado pelo modelo da Figura 12.

Condições de simulação:

- Tensão: 220 V.
- Frequência: 60 Hz.
- Potência nominal: 3730 W.
- Torque eletromagnético: 15 Nm.

As Figura 13, 14 e 15 mostram, respectivamente, os sinais de tensão e corrente, gerados pela simulação.

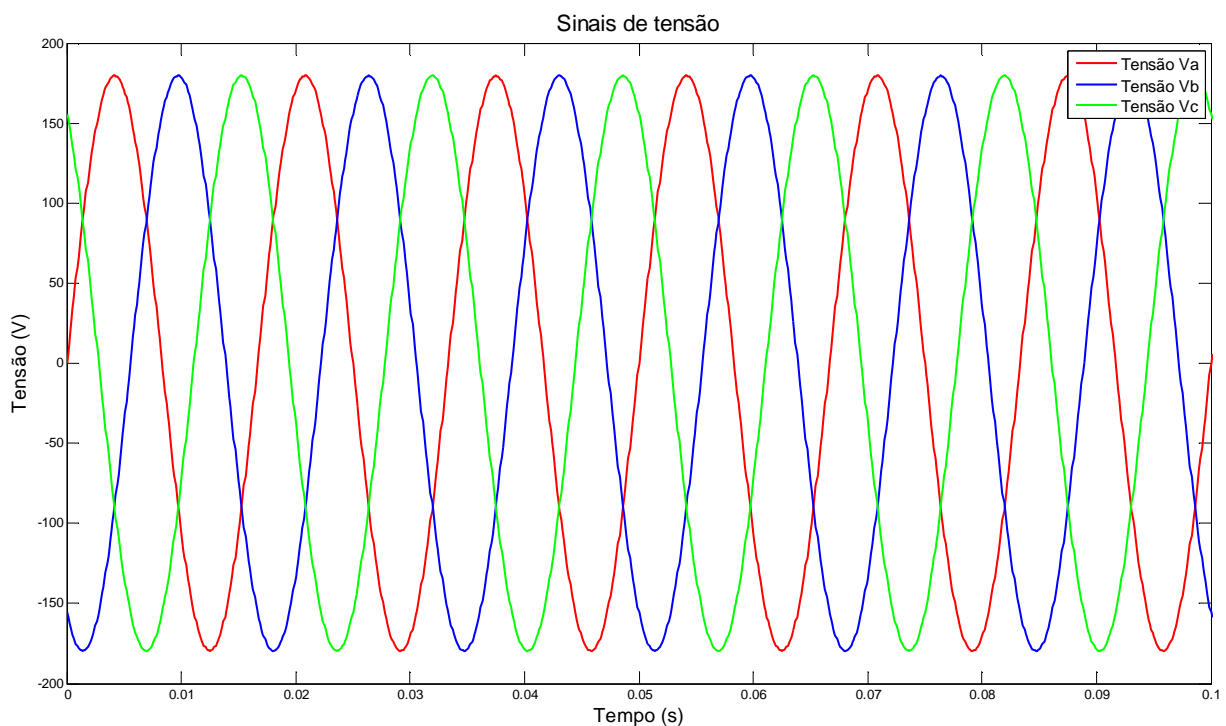


Figura 13 – Tensões  $v_a$ ,  $v_b$  e  $v_c$  simuladas.

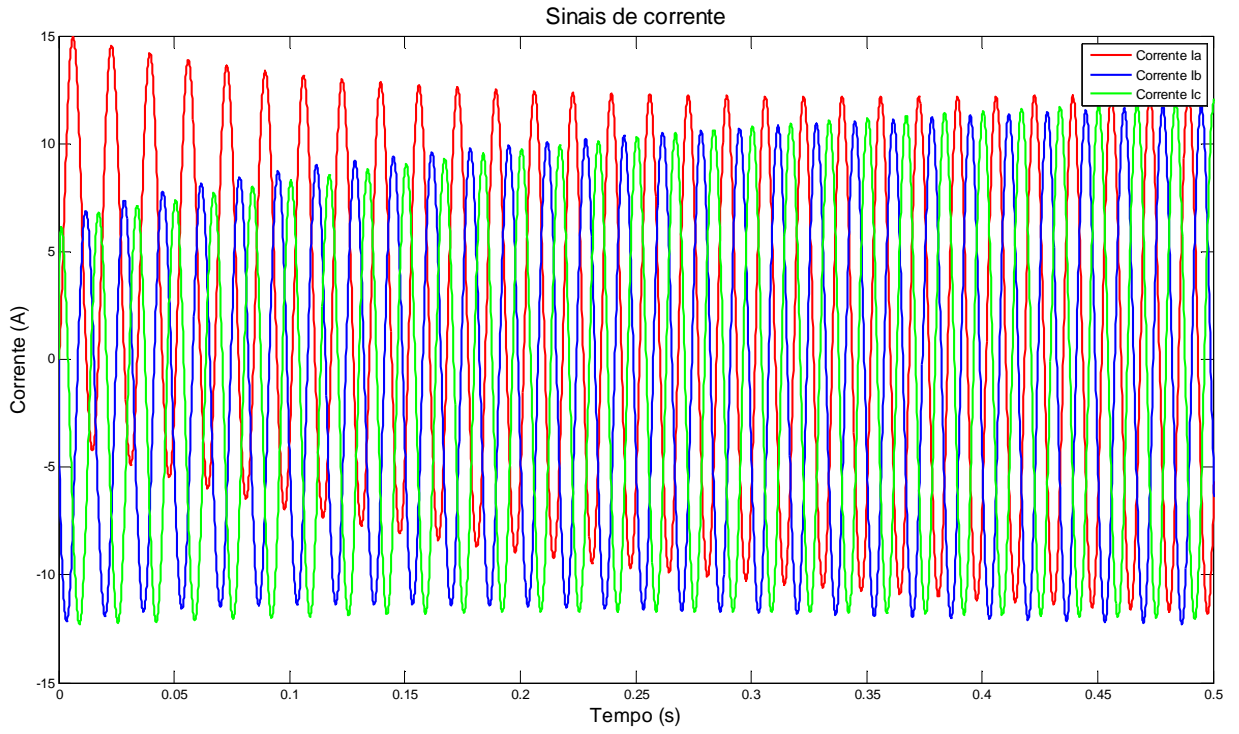


Figura 14 – Correntes  $i_a$ ,  $i_b$  e  $i_c$  simuladas, regime transitório de partida.

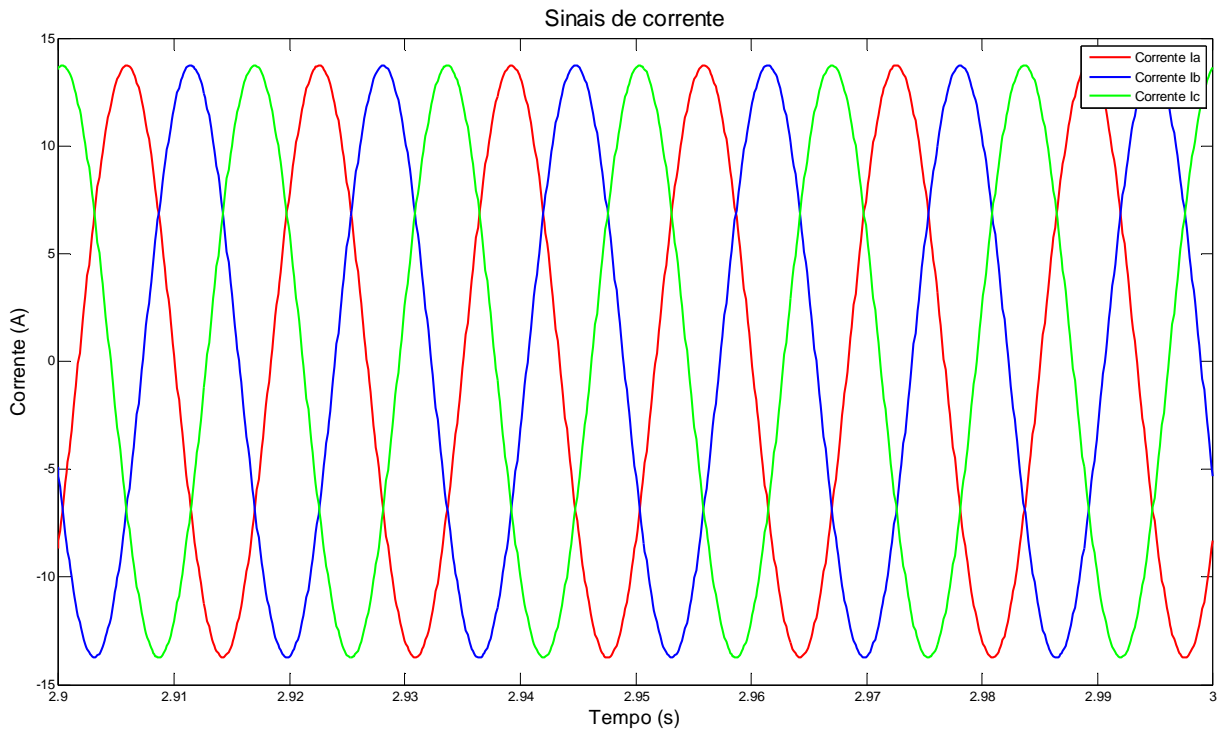


Figura 15 – Correntes  $i_a$ ,  $i_b$  e  $i_c$  simuladas, regime permanente.

A partir dos sinais aplicados ao modelo do motor de indução, a Figura 16 apresenta o torque eletromagnético de referência e o torque estimado a partir do método do torque no entreferro.

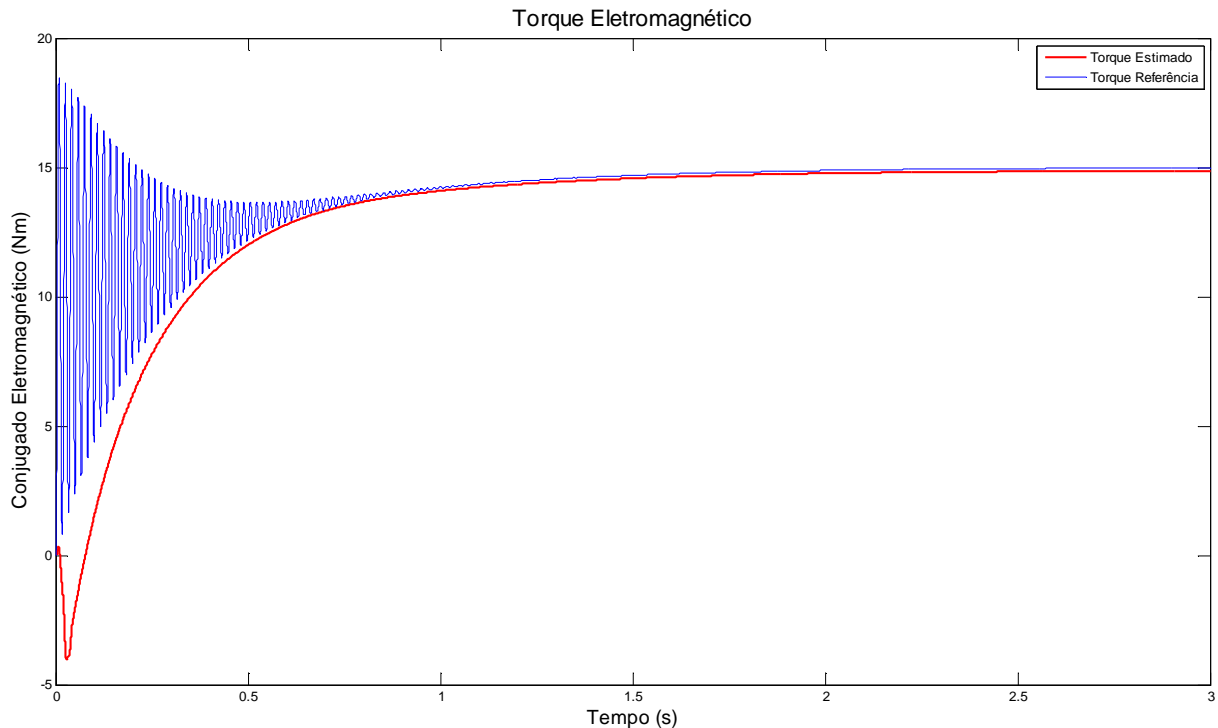


Figura 16 – Torque eletromagnético de referência e torque estimado.

O torque eletromagnético de referência apresenta um transitório nos instantes iniciais, isto é causado pelo transitório presente nos sinais de corrente, como visto na Figura 14, uma vez que a determinação do torque é uma função destas correntes.

Na condição de regime permanente, o torque estimado pelo método do torque no entreferro apresenta um erro médio de 0,7% em relação ao torque de referência.

### 5.3 MÉTODO DO CIRCUITO EQUIVALENTE – 5 PARÂMETROS

Fazendo uso dos valores eficazes dos sinais de entrada simulados, são empregadas as equações (125), (120), (118) e (126), obtendo assim os parâmetros  $X_r$ ,  $X_s$ ,  $X_m$  e  $R_r$ ,

respectivamente. Estes são então, comparados com os parâmetros definidos para o modelo. Por fim é realizada a comparação do torque estimado a partir do circuito equivalente, equação (90), com o torque de referência, gerado pelo modelo da Figura 12.

Condições de simulação:

- Tensão: 220 V.
- Frequência: 60 Hz.
- Potência nominal: 3730 W.
- Torque eletromagnético: 5 Nm.

As Figura 17 e 18 representam os sinais de corrente e torque, respectivamente, gerados pela simulação.

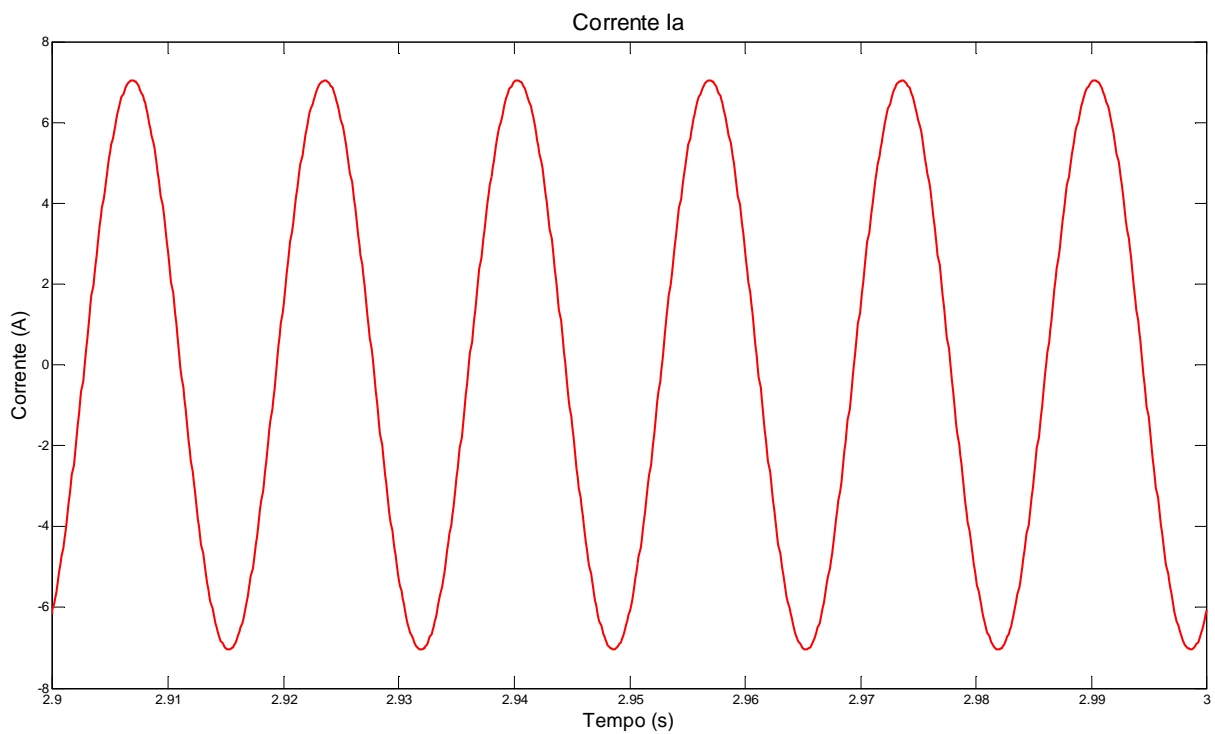


Figura 17 – Corrente  $i_a$  em regime permanente.

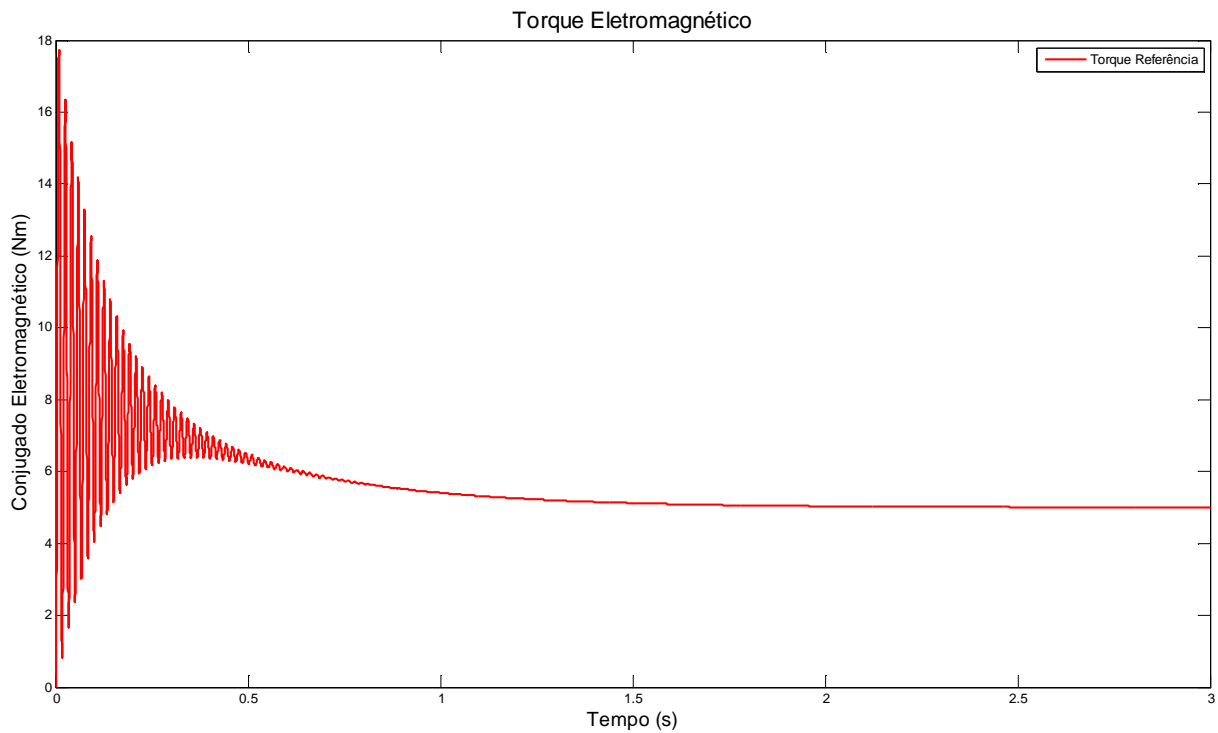


Figura 18 – Torque eletromagnético de referência.

Os valores RMS dos sinais de entrada são:

- Tensão de fase: 220 V.
- Corrente: 4,98 A.
- Fator de potência: 0,5087.

Os resultados da aplicação do método são dados na Tabela 2:

Tabela 2 – Comparativo entre os parâmetros de referência e estimados.

Parâmetros de referência	Parâmetros estimados	Erro (%)
$L_{ls} = 0,0038 \text{ H}$	$L_{ls} = 0,0037 \text{ H}$	2,63
$L_{lr} = 0,0057 \text{ H}$	$L_{lr} = 0,0056 \text{ H}$	1,75
$L_m = 0,0764 \text{ H}$	$L_m = 0,0748 \text{ H}$	2,09
$R_r = 24,03 \Omega$	$R_r = 24,489 \Omega$	-1,91

Tabela 3 – Comparativo entre torque de referência e estimado.

Torque de referência	Torque estimado	Erro (%)
$T_{ref} = 5 Nm$	$T_{est} = 4,93$	1,4

Como pode ser observado na Tabela 2, a estimativa dos parâmetros apresenta um erro de no máximo 2,63%. Já na Tabela 3, a estimativa do torque através do método do circuito equivalente, apresenta um erro de aproximadamente 1,4%.

#### 5.4 MÉTODO DE ESTIMATIVA DOS 3 PARÂMETROS POR MÍNIMOS QUADRADOS

A partir da equação (188), que modela o motor de indução com a resistência do estator conhecida, determinam-se os parâmetros do motor através das equações (189), (190) e (191). Em seguida são aplicadas as equações (204) a (212) a fim de recuperar os demais parâmetros físicos do modelo, considerando para a classe do motor, um motor da classe tipo B.

A simulação segue os procedimentos anteriores, onde são comparados os parâmetros estimados com os parâmetros de referência adotados. E, por fim é comparado o torque resultante, em função dos parâmetros estimados, com o torque de referência.

Condições de simulação:

- Tensão: 220 V.
- Frequência: 60 Hz.
- Potência nominal: 3730 W.
- Torque eletromagnético: 5 Nm.
- Tempo de amostragem: 0,1 ms (10 kHz)

As Figura 19, 20 e 21 mostram os sinais obtidos pela simulação.

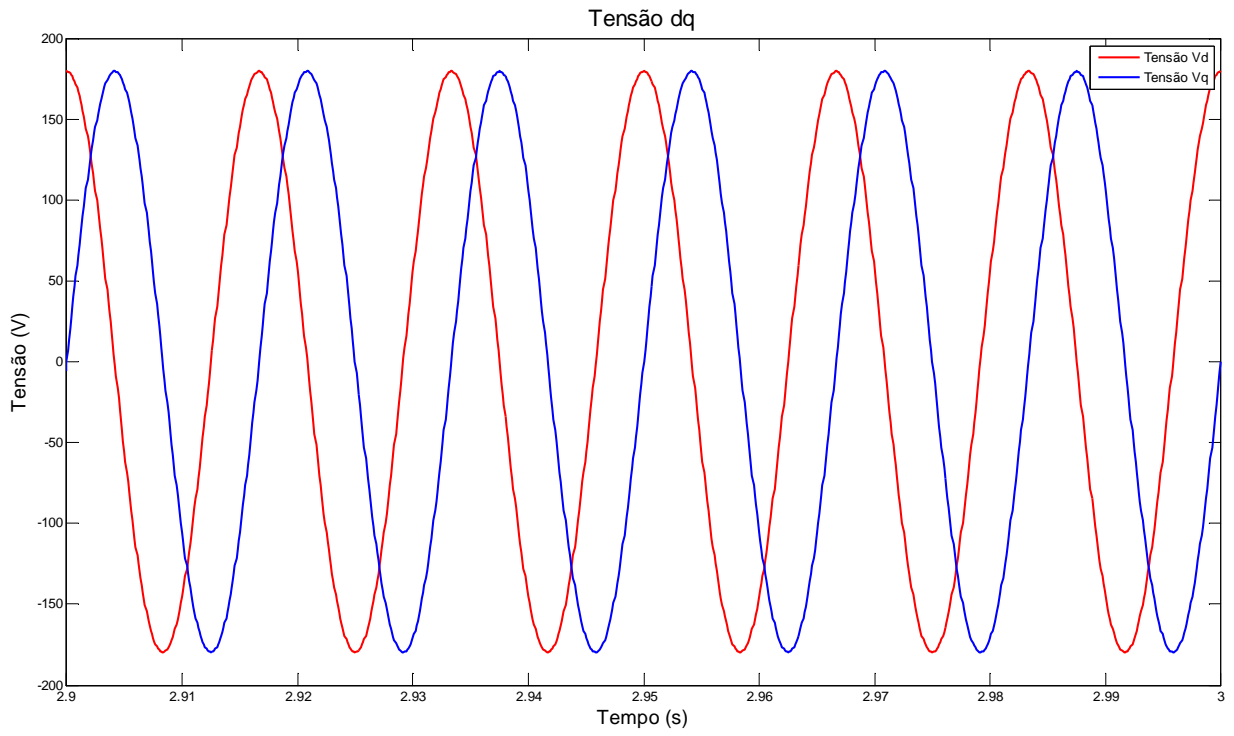


Figura 19 – Tensão *dq* do estator.

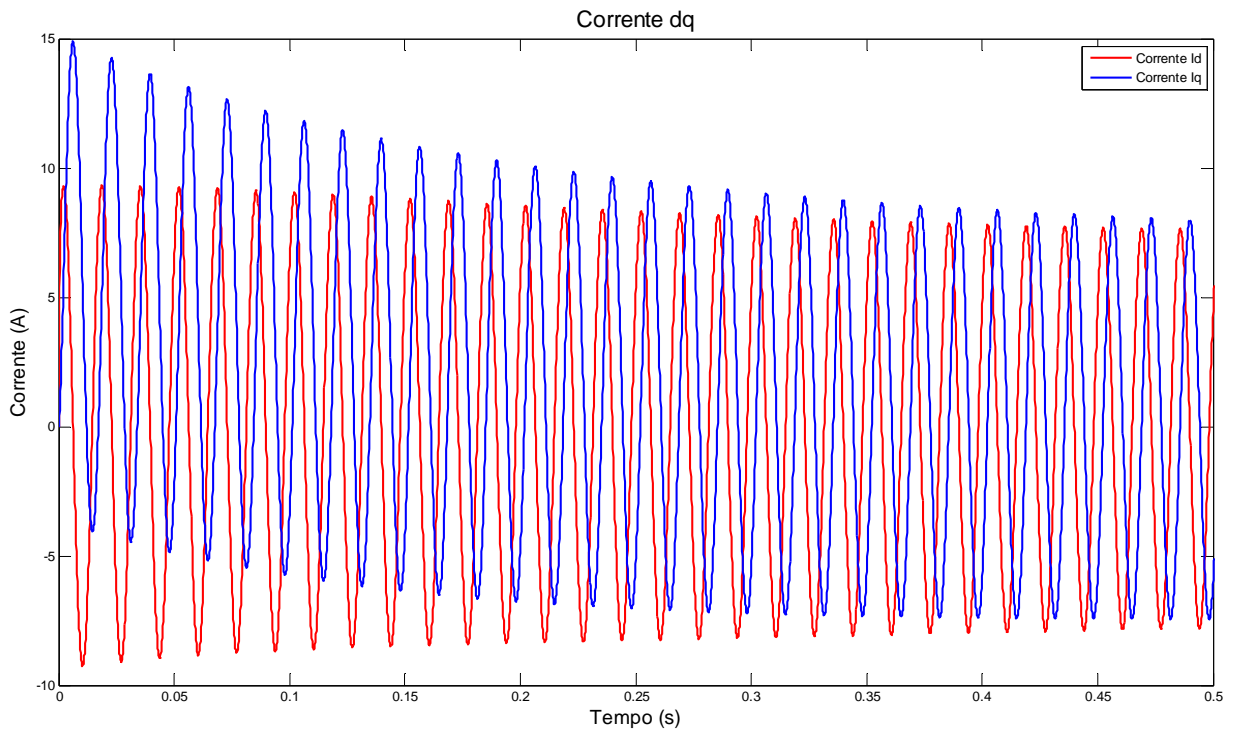


Figura 20 – Corrente *dq* do estator.

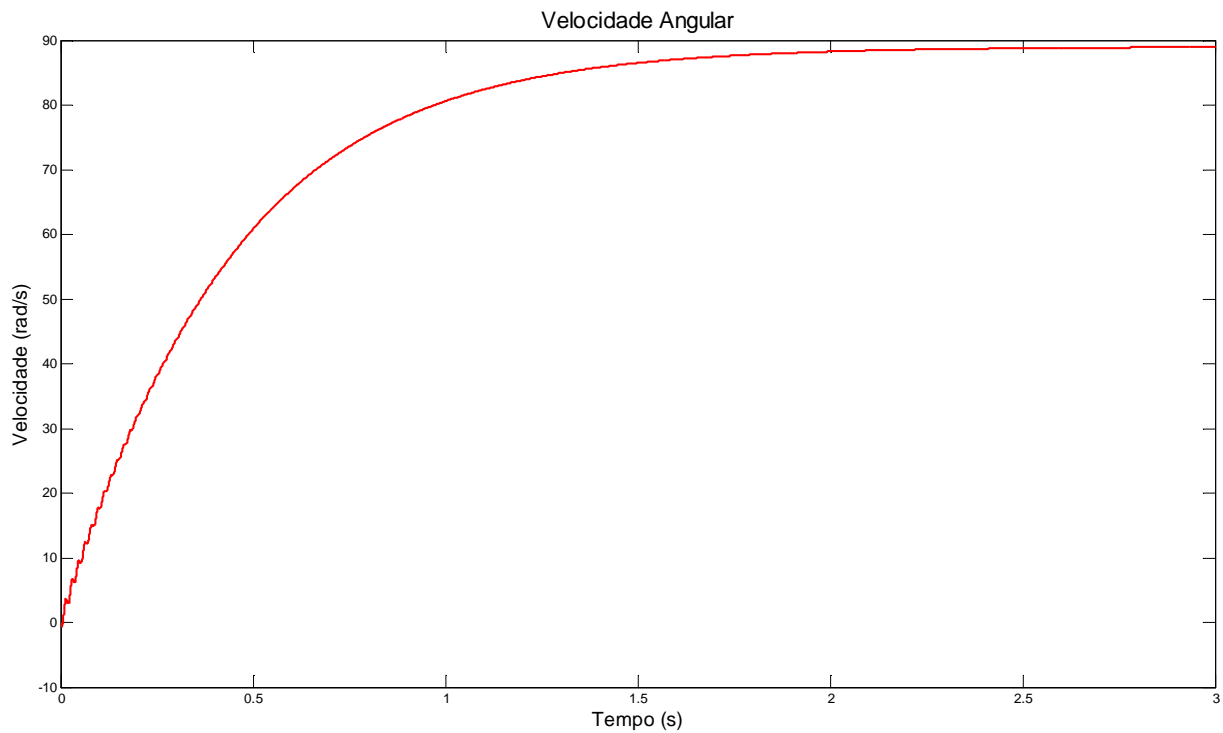


Figura 21 – Velocidade angular do motor.

O torque eletromagnético é representado pela Figura 18.

Os parâmetros foram estimados por meio do algoritmo implementado, considerando os dados de entrada até o instante de 2,5 segundos. Os resultados da aplicação do método são apresentados na Tabela 4:

Tabela 4 – Comparativo entre os parâmetros de referência e estimados.

Parâmetros de referência	Parâmetros estimados	Erro (%)
$L_{ls} = 0,0038 \text{ H}$	$L_{ls} = 0,0037 \text{ H}$	2,63
$L_{lr} = 0,0057 \text{ H}$	$L_{lr} = 0,0055 \text{ H}$	3,51
$L_m = 0,0764 \text{ H}$	$L_m = 0,0748 \text{ H}$	2,09
$R_r = 24,03 \Omega$	$R_r = 24,424 \Omega$	-1,64

Tabela 5 – Comparativo entre torque de referência e estimado.

Torque de referência	Torque estimado	Erro (%)
$T_{ref} = 5 \text{ Nm}$	$T_{est} = 4,71$	5,8



Como pode ser observado na Tabela 4, a estimativa dos parâmetros apresenta um erro de no máximo 3,51%. Já na Tabela 5, a estimativa do torque, dada pelo método de estimativa dos parâmetros por mínimos quadrados, apresenta um erro de 5,8%.

## 5.5 CONSIDERAÇÕES

Este capítulo apresentou a implementação, com dados simulados, dos métodos estudados nesse trabalho. Os sinais foram gerados, no *Simulink*, a partir do modelo do motor, e os sinais de tensão, corrente e velocidade foram aplicados nos algoritmos das respectivas técnicas.

Para o método do circuito equivalente foram usados os valores eficazes dos sinais gerados. Para o método de estimativa dos 3 parâmetros por mínimos quadrados, utilizou-se os dados de regime transitório.

As comparações entre os resultados foram feitas em função do torque eletromagnético, por este ser condição elementar na estimativa da eficiência, ou seja, a potência de saída é diretamente relacionada com o torque. Os resultados apresentados na simulação se mostraram satisfatórios, pois apresentam erros inferiores a 6%, no pior dos casos.

O método do torque no entreferro apresenta os melhores resultados da simulação. O erro de estimativa do torque é inferior a 1%, enquanto o método de estimativa por mínimos quadrados apresenta um erro de aproximadamente 6%. Já o método do circuito equivalente desenvolvido no capítulo 4, apresenta um erro de estimativa do torque de 1,4%.

De forma resumida, as inúmeras simulações realizadas em diversos pontos de carga, omitidas aqui em sua maioria, e os resultados apresentados comprovam a validade das metodologias propostas, restando somente à comprovação a partir dos dados experimentais, tema do capítulo 6.

## 6 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Os métodos estudados foram implementados em uma planta real com a finalidade de validar e avaliar o desempenho das metodologias propostas.

Os resultados foram obtidos por meio de ensaios no Laboratório de Eficiência Energética e Hidráulica em Saneamento – LENHS – UFRGS. O laboratório é composto de um sistema de bombeamento e distribuição de água, no qual têm-se três motores elétricos trifásicos de alto rendimento. Esses por sua vez são controlados por um sistema supervisório que monitora as principais medidas envolvidas nos ensaios, como tensão, corrente, potência, fator de potência, velocidade, torque, potência de saída, rendimento, vazão, entre outros.

Por meio da variação da carga do motor, através da abertura de válvulas proporcionais que controlam a vazão do sistema, mediram-se, em uma série de pontos de carga dos motores em operação, as grandezas necessárias para a implementação dos métodos estudados.

No experimento, a eficiência real é calculada pela relação entre a potência mecânica e a potência elétrica de entrada. A potência de entrada é calculada a partir da tensão e corrente e a potência de saída é calculada diretamente pelo torque no eixo e pela velocidade do rotor. Um *encoder* fornece a medição de velocidade e um transdutor de torque, modelo HBM T5/20 com classe de precisão de 0,1%, integram o sistema de aquisição de dados do sistema supervisório.

### 6.1 DADOS DO MOTOR

- Motor de indução trifásico com rotor de gaiola marca WEG.
- Modelo: W21 – Alto Rendimento Plus.
- Potência nominal: 5 HP / 3730 W.
- Pólos: 4.
- Rotação nominal: 1720 rpm.

- Tensão nominal: 220/380 V.
- Corrente nominal: 13,8/7,9 A.
- Momento de inércia: 0,01072 kg.m<sup>2</sup>.

## 6.2 ESTIMATIVA DAS PERDAS

Conforme o procedimento definido no capítulo 4.1, são definidas as perdas suplementares,  $SLL$ , e as perdas mecânicas, por atrito e ventilação,  $P_{F\&W}$ , usadas na aplicação da metodologia proposta.

Com os dados, das curvas da Figura 6, no ponto de 0% de carga, estima-se a corrente à vazio em 7,25 A, a tensão nominal em 220 V e o fator de potência em 0,12.

Aplicando estes dados no modelo proposto pela Figura 7, e a partir da equação (57), apresenta-se na Figura 22 o torque no entreferro gerado pelos sinais estimados da curva do fabricante no ponto de 0% de carga.

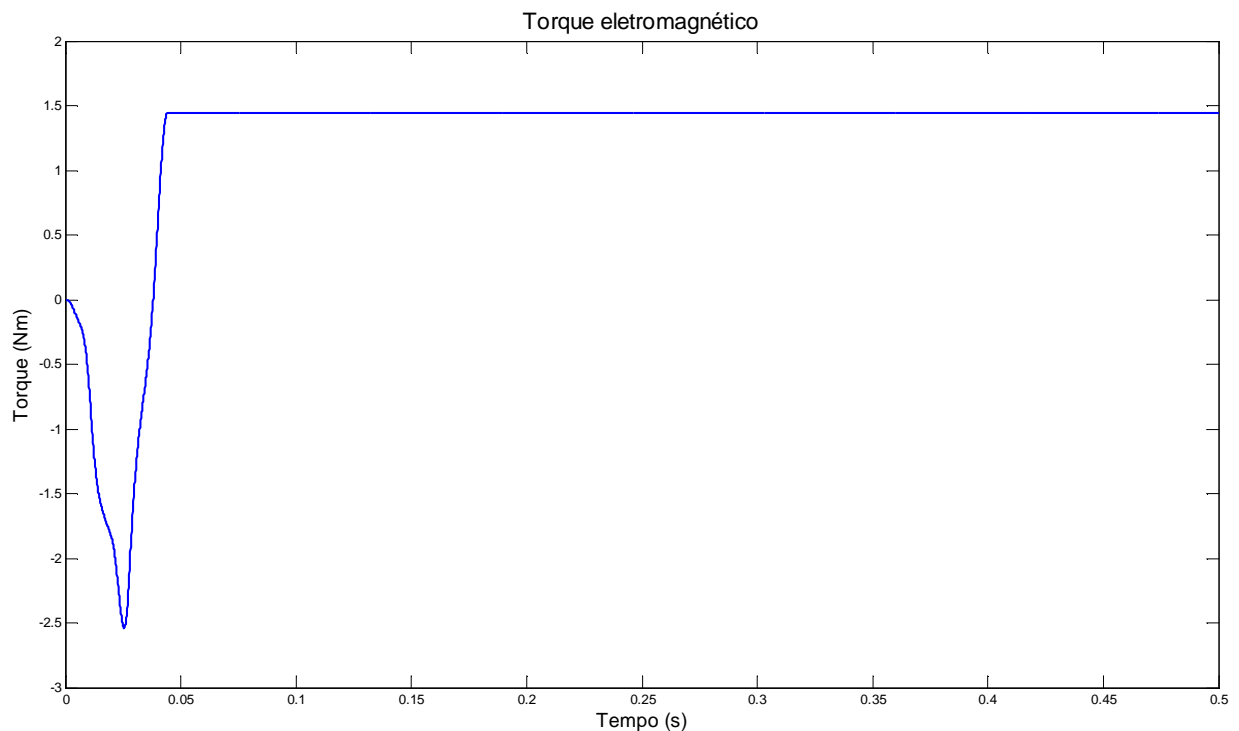


Figura 22 – Torque eletromagnético no ponto 0% de carga.

Aplicando a equação (56), onde o torque eletromagnético é multiplicado pela velocidade angular síncrona, têm-se as perdas calculadas, em regime, na ordem de 273 W.

Por meio da Tabela 1, é possível determinar as perdas suplementares,  $SLL$ , e as perdas mecânicas, por atrito e ventilação,  $P_{F\&W}$ .

$$SLL = \frac{1,8 \cdot P_{nominal}}{100} = \frac{1,8 \cdot 3730}{100} \cong 67 \text{ W} \quad (228)$$

Da equação (56), as perdas mecânicas por atrito e ventilação são dadas por:

$$P_{F\&W} = T_{ag} \cdot \omega_r - SLL = 273 - 67 = 206 \text{ W} \quad (229)$$

As perdas totais da máquina, adotadas neste trabalho, serão então de 273 W, as mesmas serão consideradas na aplicação de todos os métodos aqui estudados, a fim de garantir uma equivalência na análise.

### 6.3 MEDIDA DA RESISTÊNCIA DO ESTATOR $R_s$

A medição da resistência seguiu os procedimentos definidos pelo padrão IEEE 112, ou seja, com o motor desligado e com os enrolamentos em temperatura ambiente, considerando a variação da resistência em função da temperatura do material condutor. Assim, fez-se necessário a correção do valor medido para a temperatura de operação do motor.

A equação (51) estabelece a correção do valor resistivo para a temperatura de operação. Para todos os pontos de carga utilizados foram realizadas medições da temperatura de operação,  $T_o$ , da resistência de referência  $R_{ref}$ , mostrados na Tabela 6. Mediu-se inicialmente a temperatura ambiente, ou também denominada temperatura de referência,  $T_{ref}$  e esta no momento da medição era de 22,3°C. Considerando o enrolamento de cobre, tem-se a constante  $k = 234,5$ .

Tabela 6 – Dados medidos da resistência do estator.

Carga (%)	Temperatura de operação $T_o$	Resistência de referência $R_{ref}$	Resistência corrigida $R_s$
0	49,6	0,45	0,5039
5	48,7	0,45	0,5023
10	47,7	0,45	0,5005
15	47,2	0,45	0,4997
20	47,2	0,45	0,4997
25	47,4	0,45	0,5000
30	47,9	0,45	0,5009
35	48,7	0,45	0,5023
40	49,0	0,45	0,5028
45	49,3	0,45	0,5034
50	50,6	0,45	0,5057
55	51,1	0,45	0,5066
60	51,5	0,45	0,5073
65	52,1	0,45	0,5083
70	52,4	0,45	0,5089
75	52,6	0,45	0,5092
80	52,8	0,45	0,5096
85	53,1	0,45	0,5101
90	53,4	0,45	0,5106
95	53,4	0,45	0,5106
100	53,6	0,45	0,5110

Para a resistência do estator, considerou-se a média das resistências corrigidas mostrada na Tabela 6 e, portanto a resistência do estator adotada é de 0,505  $\Omega$ .

#### 6.4 MÉTODO DO TORQUE NO ENTREFERRO

Assumindo os mesmos critérios adotados na simulação, onde os dados medidos são aplicados na equação (66), determina-se o torque no entreferro.

O ensaio testou o motor em vários níveis de carga, em uma faixa de aproximadamente 0% de carga até 100% de carga, com uma variação de 5%. No ensaio foram coletadas todas as medidas das grandezas elétricas necessárias para a aplicação do método.

Para o método do torque no entreferro, considerou-se o motor sem desequilíbrios de tensão e sem a presença de harmônicas. Foram coletados os valores eficazes dos dados, conforme Tabela 7, a fim de realizar a implementação do método no *Simulink*, uma vez que os sinais serão reconstruídos e aplicados no algoritmo.

Tabela 7 – Dados coletados no ensaio do motor.

Carga (%)	Potência Mecânica	Potência Elétrica	Tensão (V)	Corrente (A)	$\cos \varphi$	Velocidade (RPM)	Torque (Nm)	Rendimento (%)
0	1156,61	1616,56	125,99	8,63	0,50	1781	6,20	71,55
5	1232,17	1695,78	125,78	8,72	0,52	1779	6,61	72,66
10	1503,38	1985,8	125,4	9,14	0,58	1774	8,09	75,71
15	1755,43	2261,38	125,36	9,6	0,63	1769	9,47	77,63
20	2043,16	2569,96	124,96	10,18	0,67	1765	11,05	79,5
25	2244,85	2791,3	125,28	10,66	0,7	1762	12,17	80,42
30	2373,57	2932,53	124,93	10,93	0,72	1760	12,88	80,94
35	2468,03	3048,29	125,51	11,19	0,72	1758	13,4	80,97
40	2547,13	3135,14	125,08	11,36	0,74	1756	13,85	81,24
45	2598,86	3199,17	125,06	11,5	0,74	1756	14,14	81,24
50	2629,62	3237,88	124,86	11,57	0,75	1753	14,32	81,21
55	2661,91	3274,38	124,76	11,65	0,75	1753	14,5	81,3
60	2690,34	3306,27	124,97	11,73	0,75	1753	14,66	81,37
65	2706,24	3332,69	125,48	11,79	0,75	1753	14,75	81,2
70	2722,17	3350,54	125,36	11,82	0,75	1751	14,84	81,25
75	2727,43	3349,18	124,13	11,8	0,76	1751	14,88	81,44
80	2742,87	3381,99	126,48	11,91	0,75	1751	14,95	81,1
85	2756,55	3396,75	126,67	11,94	0,75	1751	15,02	81,15
90	2759,45	3404,95	127,01	11,97	0,75	1753	15,04	81,04
95	2757,12	3400,38	126,08	11,94	0,75	1751	15,03	81,08
100	2758,13	3400,9	126,2	11,94	0,75	1753	15,04	81,1

As Figura 23 e 24 mostram os sinais de tensão e corrente, gerados no SIMULINK a partir das medidas da Tabela 7, no ponto de 100% de carga.

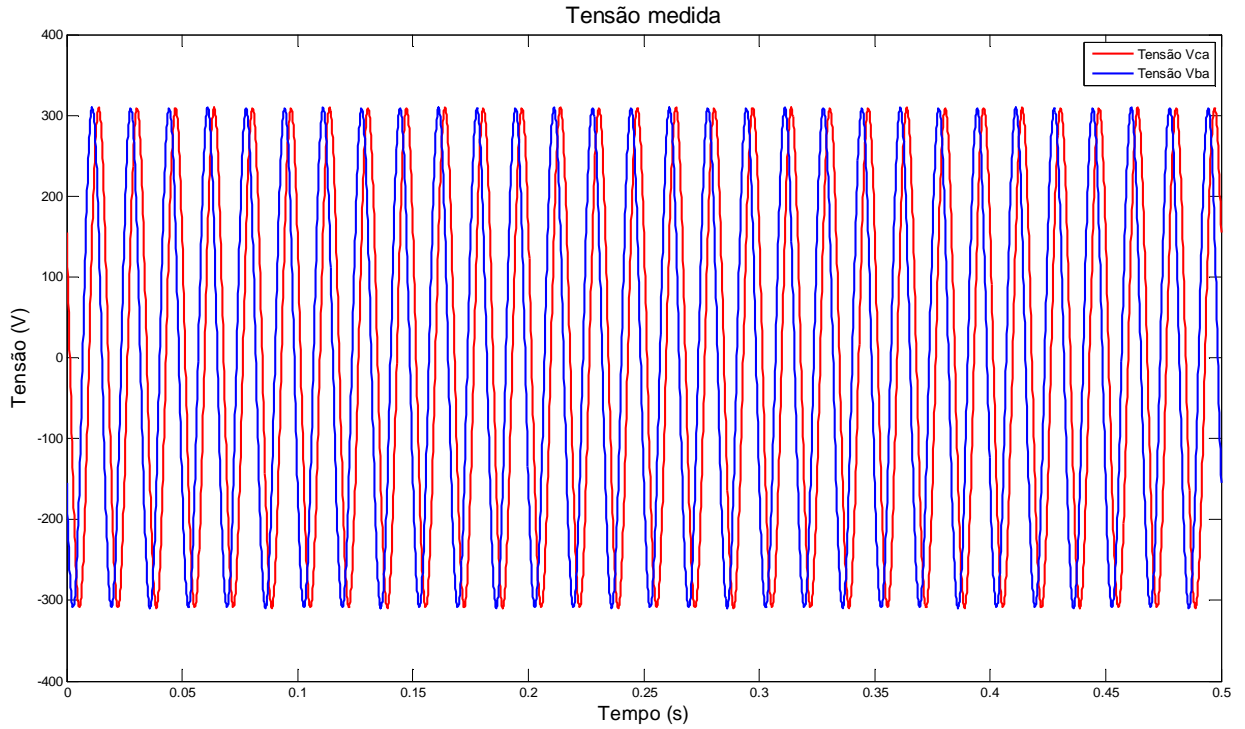


Figura 23 – Sinal de tensão medido.

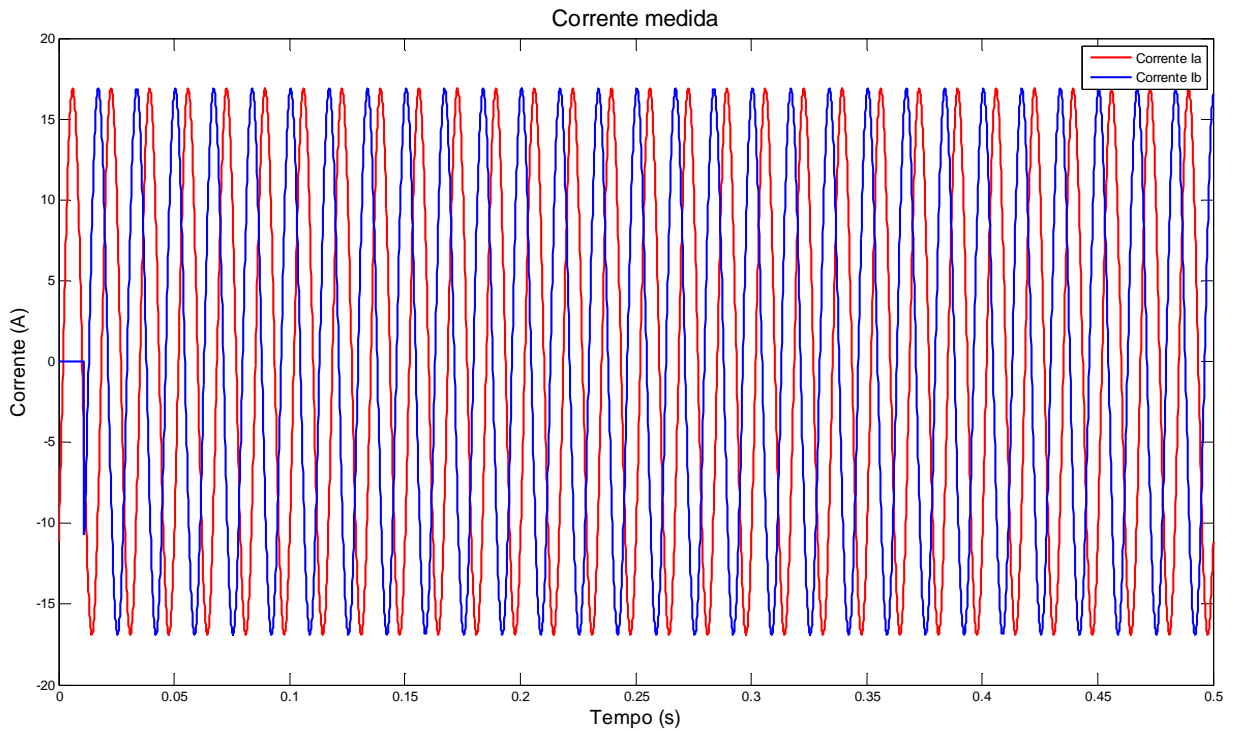


Figura 24 – Sinal de corrente medido.

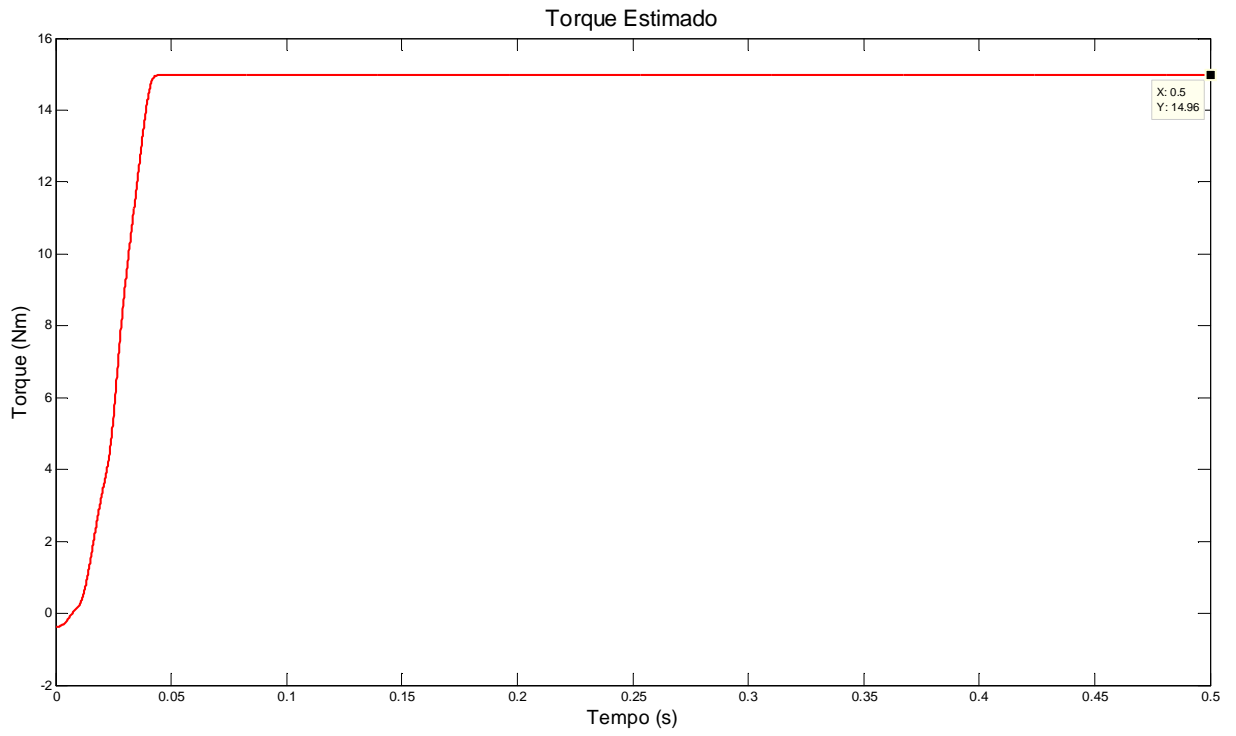


Figura 25 – Torque no eixo estimado.

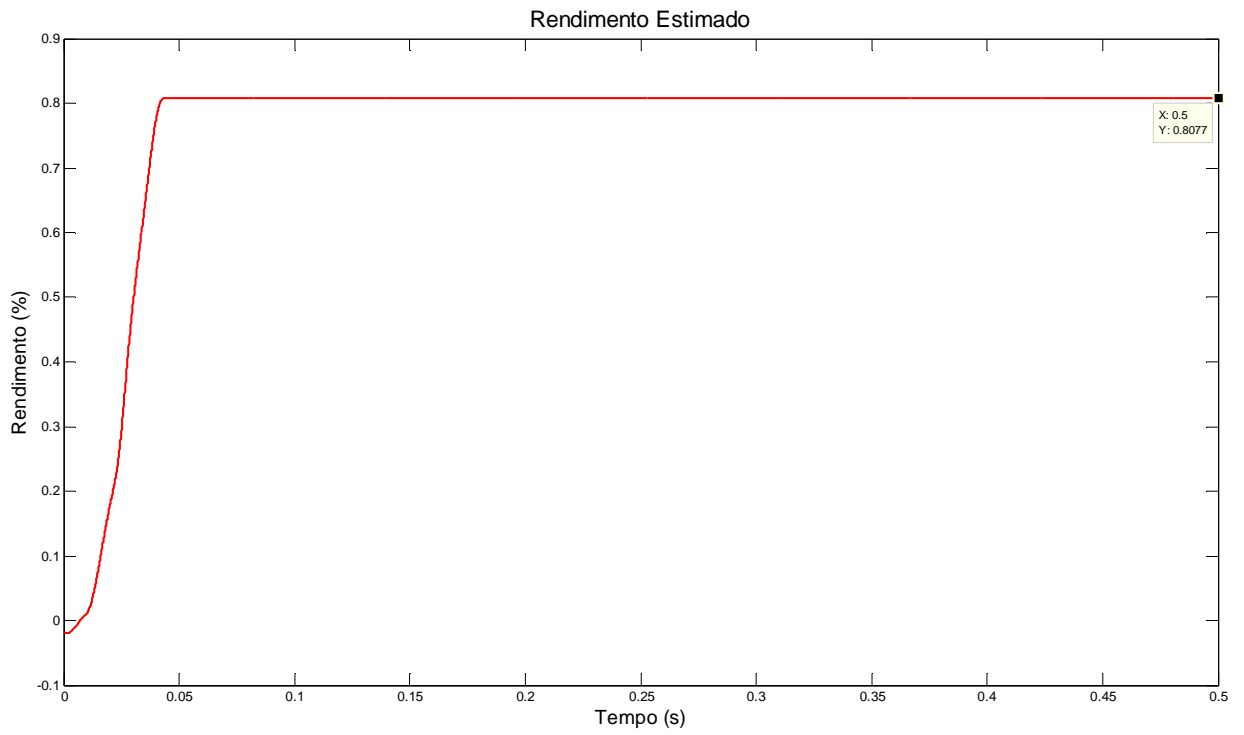


Figura 26 – Rendimento estimado.



As Figura 25 e 26 mostram, respectivamente, os valores do torque e rendimento estimados a partir do método do torque no entreferro. Tais figuras representam apenas o ponto de 100% de carga.

A Tabela 8, apresenta os resultados do método do torque no entreferro e fornece um comparativo entre os valores medidos e estimados.

Tabela 8 – Resultados dos ensaios.

Carga (%)	Valores Medidos		Valores Estimados		Erro Torque (%)	Erro Rendimento (%)
	Torque (Nm)	Rendimento (%)	Torque (Nm)	Rendimento (%)		
0	6,20	71,55	6,23	71,84	-0,48	-0,41
5	6,61	72,66	6,73	73,93	-1,82	-1,75
10	8,09	75,71	8,12	75,97	-0,37	-0,34
15	9,47	77,63	9,48	77,61	-0,11	0,03
20	11,05	79,5	10,82	77,82	2,08	2,11
25	12,17	80,42	12,02	79,44	1,23	1,22
30	12,88	80,94	12,75	80,14	1,01	0,99
35	13,4	80,97	13,15	79,4	1,87	1,94
40	13,85	81,24	13,76	80,69	0,65	0,68
45	14,14	81,24	13,93	80,09	1,49	1,42
50	14,32	81,21	14,29	81,03	0,21	0,22
55	14,5	81,3	14,38	80,63	0,83	0,82
60	14,66	81,37	14,52	80,6	0,95	0,95
65	14,75	81,2	14,67	80,78	0,54	0,52
70	14,84	81,25	14,69	80,37	1,01	1,08
75	14,88	81,44	14,64	80,13	1,61	1,61
80	14,95	81,1	14,96	81,12	-0,07	-0,02
85	15,02	81,15	15,03	81,13	-0,07	0,02
90	15,04	81,04	15,12	81,51	-0,53	-0,58
95	15,03	81,08	14,94	80,59	0,60	0,60
100	15,04	81,10	14,96	80,77	0,53	0,41

Na Figura 27, são apresentados os dados da Tabela 8, referentes ao torque no eixo, graficamente ilustrados.

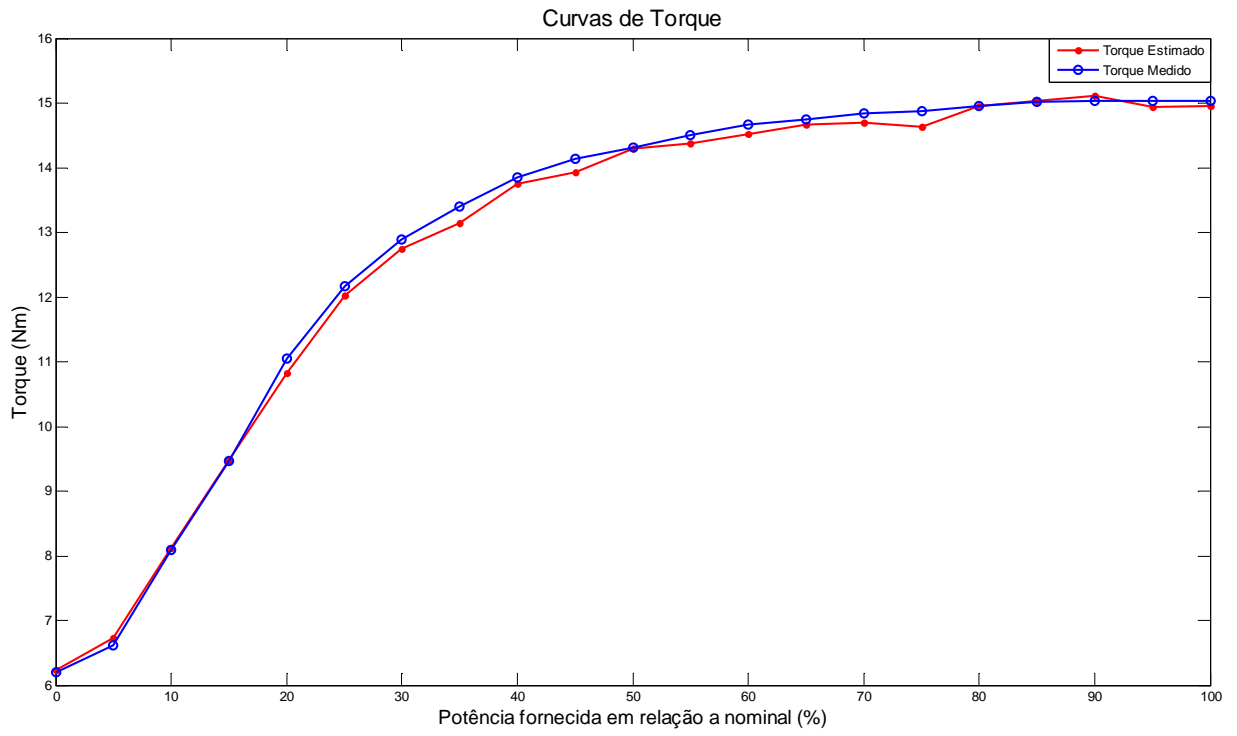


Figura 27 – Curvas de torque estimado e medido.

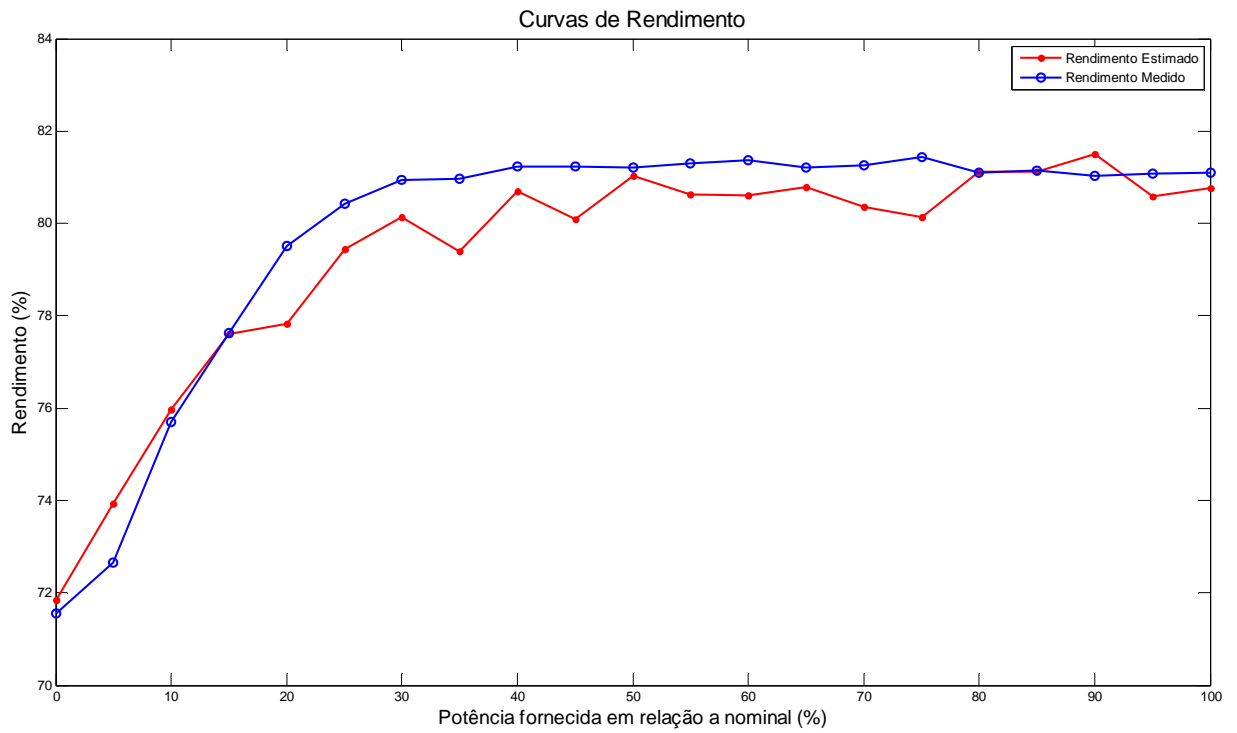


Figura 28 – Curvas de rendimento estimado e medido.

Finalmente, a Figura 28 mostra a curva de rendimento estimado do motor, bem como o rendimento medido para todos os pontos de carga em questão.

Conforme observado na Tabela 8, o método do torque no entreferro confirma as análises de simulação, pois apresenta resultados com erros inferiores a 2% em toda a faixa de carga.

## 6.5 MÉTODO DO CIRCUITO EQUIVALENTE

Objetivando estimar o torque e conseqüentemente a eficiência do motor, aplica-se o conjunto de equações definidas pelo método do circuito equivalente de estimativa dos parâmetros. Aqui serão estimados os parâmetros do motor com a inclusão da resistência do núcleo, circuito com 6 parâmetros, e posteriormente desprezando esta resistência, portanto um circuito com 5 parâmetros.

### 6.5.1 Método do circuito equivalente desenvolvido – 6 parâmetros

Seguindo o procedimento descrito no capítulo 4.6.1, para a estimativa da eficiência, determinam-se a partir da curva do fabricante dada pela Figura 6, os dados no ponto de 0% de carga. Assim estimam-se a corrente  $i_a$  em 7,25 A, a tensão nominal em 220 V e o fator de potência em 0,12. Considerando a resistência do estator, já determinada pela Tabela 6, como 0,505  $\Omega$ .

Utilizando os valores eficazes medidos das grandezas elétricas de entrada, dados pela Tabela 7, adotando um  $\delta$  de 0,05 na equação (118), definindo  $\alpha$  de 0,67 na equação (125), calculam-se os parâmetros  $K_1$  e  $K_2$  com as equações (106) e (107) e em seguida os parâmetros  $A$ ,  $B$  e  $C$  com as equações (122), (123) e (124).

A partir disto são obtidos os parâmetros  $R_c$ ,  $X_s$  e  $X_m$ , conforme as equações (121), (120) e (118) e conseqüentemente determinam-se os valores de  $I_2$  e  $R_r$  com as equações (127)

e (126). A Tabela 9, mostra os valores médios dos parâmetros estimados para cada ponto de carga, seguindo a metodologia proposta.

Tabela 9 – Parâmetros estimados do motor.

Parâmetros do motor	Valor estimado
$R_c$	262,227 $\Omega$
$R_r$	0,6277 $\Omega$
$L_{ls}$	0,0038 H
$L_{lr}$	0,0057 H
$L_m$	0,0764 H

### 6.5.2 Método do circuito equivalente – 5 parâmetros

Da mesma forma como o circuito de 6 parâmetros, segue-se o procedimento de estimativa dos parâmetros. Contudo o equacionamento proposto sofre algumas alterações, logo os parâmetros  $X_r$ ,  $X_s$  e  $X_m$ , são obtidos pela equação (125) e pelas equações (178) e (118).

Considerando a corrente  $I_2$  dada pela equação (136), estima-se a resistência  $R_r$  através da equação (126). Com isso são obtidos os 5 parâmetros do motor, partindo dos valores dados pela Tabela 7 e com a resistência do estator medida.

A Tabela 10, mostra os valores médios dos parâmetros estimados para cada ponto de carga, seguindo a metodologia proposta.

Tabela 10 – Parâmetros estimados do motor.

Parâmetros do motor	Valor estimado
$R_r$	0,5722 $\Omega$
$L_{ls}$	0,0037 H
$L_{lr}$	0,0056 H
$L_m$	0,0748 H

A partir dos parâmetros estimados, a potência de saída é calculada pela equação (88) e a potência de entrada pela equação (89) e, portanto a eficiência é dada pela equação (54). O torque no eixo é dado pela equação (85).

A Tabela 11, apresenta os resultados do torque no eixo, dados pelo método do circuito equivalente, e fornece um comparativo entre os valores medidos e estimados para o circuito com 6 e 5 parâmetros.

Tabela 11 – Resultados dos ensaios para os valores de torque.

Carga (%)	Valores Medidos Torque (Nm)	Valores Estimados Torque (Nm)		Erro Torque (%)	
		6 Parâmetros	5 Parâmetros	6 Parâmetros	5 Parâmetros
0	6,20	6,03	7,50	2,81	-20,96
5	6,61	6,43	7,90	2,76	-19,50
10	8,09	7,91	9,38	2,19	-15,90
15	9,47	9,37	10,84	1,04	-14,43
20	11,05	10,83	12,28	2,01	-11,10
25	12,17	12,09	13,55	0,62	-11,34
30	12,88	12,86	14,31	0,18	-11,07
35	13,4	13,27	14,72	1,00	-9,84
40	13,85	13,91	15,37	-0,45	-10,94
45	14,14	14,09	15,54	0,35	-9,87
50	14,32	14,41	15,86	-0,62	-10,72
55	14,5	14,50	15,94	-0,03	-9,96
60	14,66	14,64	16,08	0,15	-9,69
65	14,75	14,77	16,23	-0,14	-10,00
70	14,84	14,79	16,24	0,32	-9,45
75	14,88	14,88	16,30	0,03	-9,57
80	14,95	15,06	16,53	-0,71	-10,59
85	15,02	15,12	16,60	-0,64	-10,49
90	15,04	15,21	16,70	-1,16	-11,06
95	15,03	15,04	16,51	-0,09	-9,83
100	15,04	15,06	16,53	-0,13	-9,89

Na Figura 29, são apresentados os dados da Tabela 11, referentes ao torque no eixo, graficamente ilustrados.

A Tabela 12, apresenta os resultados do rendimento, dados pelo método do circuito equivalente, e fornece um comparativo entre os valores medidos e estimados para o circuito com 6 e 5 parâmetros.

Tabela 12 – Resultados dos ensaios para os valores de rendimento.

Carga (%)	Valores Medidos Rendimento (%)	Valores Estimados Rendimento (%)		Erro Rendimento (%)	
		6 Parâmetros	5 Parâmetros	6 Parâmetros	5 Parâmetros
0	71,55	69,25	86,19	3,22	-20,46
5	72,66	69,54	85,46	4,29	-17,62
10	75,71	73,47	87,06	2,96	-14,99
15	77,63	76,36	88,29	1,64	-13,73
20	79,5	78,56	89,06	1,18	-12,03
25	80,42	79,97	89,60	0,56	-11,42
30	80,94	80,55	89,63	0,49	-10,74
35	80,97	80,70	89,53	0,34	-10,57
40	81,24	81,26	89,74	-0,02	-10,46
45	81,24	81,30	89,64	-0,07	-10,34
50	81,21	81,18	89,33	0,04	-10,00
55	81,3	81,19	89,25	0,14	-9,78
60	81,37	81,26	89,27	0,14	-9,71
65	81,2	81,27	89,27	-0,09	-9,94
70	81,25	81,18	89,13	0,09	-9,70
75	81,44	81,84	89,69	-0,49	-10,13
80	81,1	81,26	89,23	-0,20	-10,02
85	81,15	81,27	89,23	-0,15	-9,96
90	81,04	81,43	89,39	-0,48	-10,30
95	81,08	81,26	89,17	-0,22	-9,98
100	81,10	81,36	89,29	-0,32	-10,10

Na Figura 30, são apresentados os dados da Tabela 12, referentes ao rendimento, graficamente ilustrados.

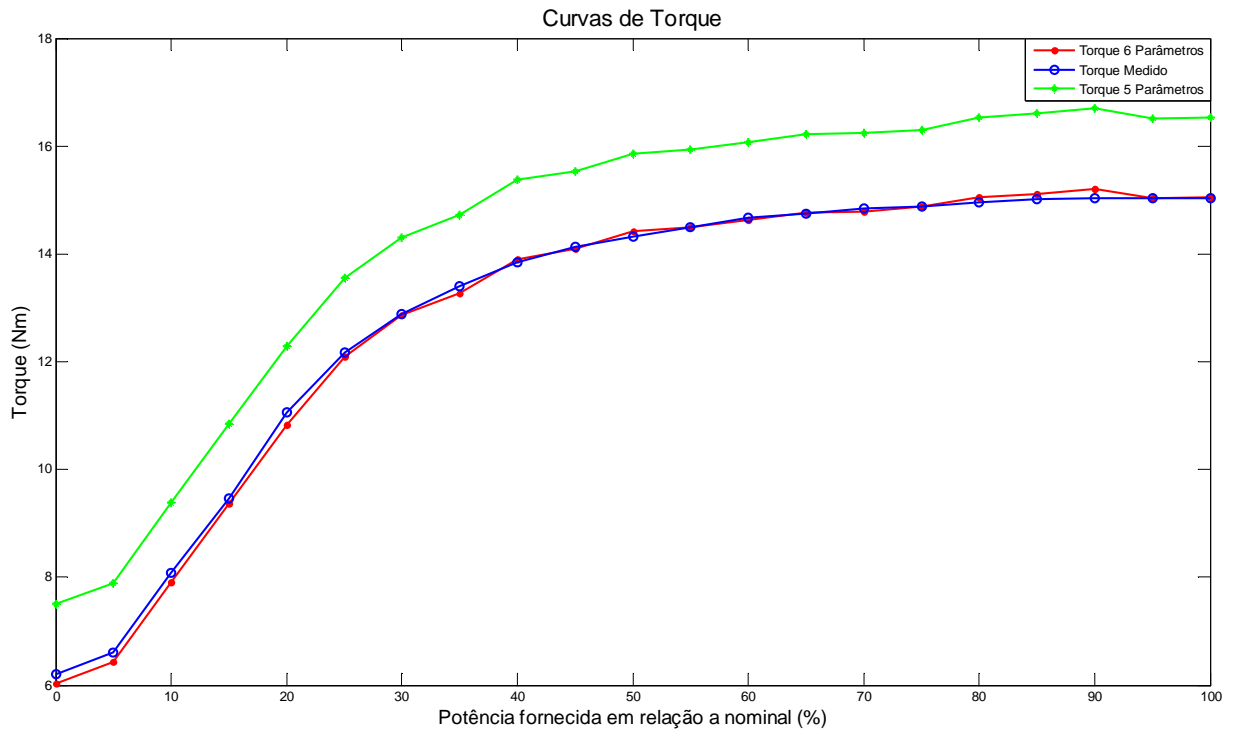


Figura 29 – Curvas de torque estimado, 6 e 5 parâmetros, e medido.

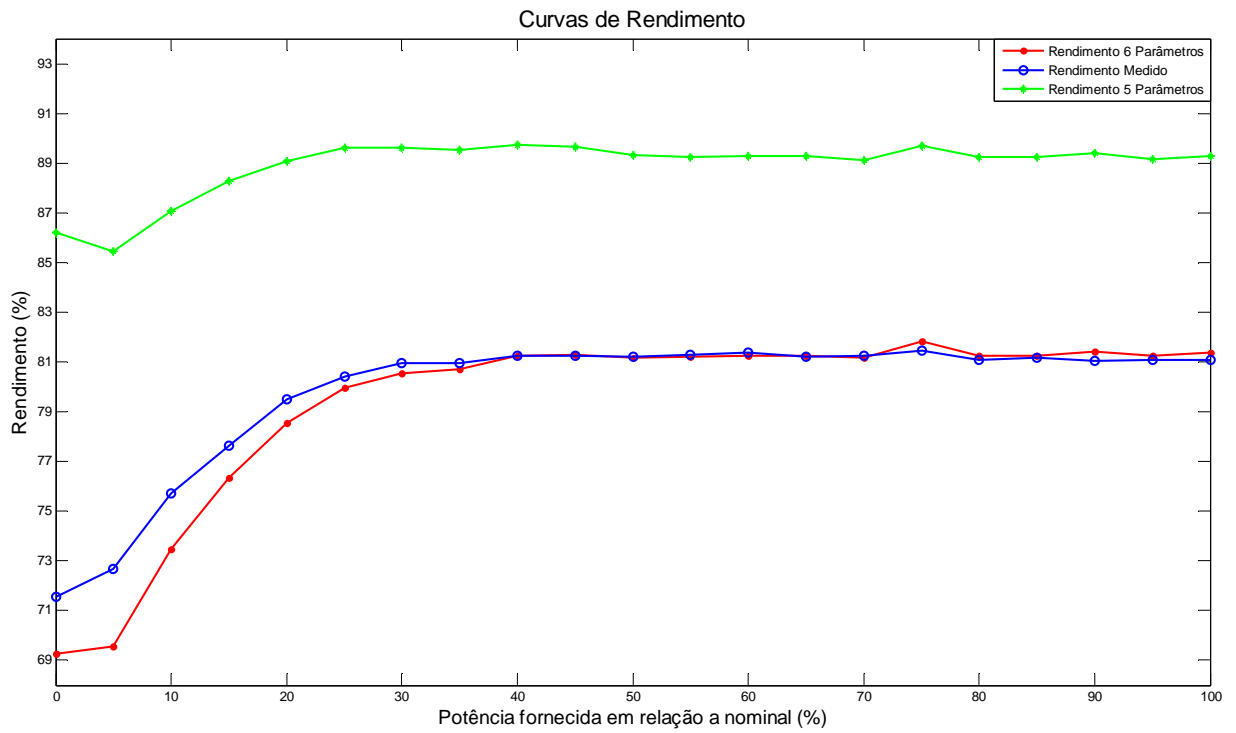


Figura 30 – Curvas de rendimento, estimado, 6 e 5 parâmetros, e medido.

Conforme se observa nas Tabela 12, um erro significativo é introduzido, tanto na estimativa do torque quanto na estimativa da eficiência, ao se desconsiderar a resistência das perdas no núcleo  $R_c$ . Com isso comprova-se a importância desta resistência na estimativa da eficiência.

Considerando o rendimento estimado, para o modelo de 6 parâmetros, observa-se que a metodologia proposta apresenta um erro inferior a 5% em relação aos índices de rendimento medidos para a faixa inferior a 20% de carga do motor, já para a faixa superior aos 20% de carga, o erro obtido é menor que 1%.

### **6.5.3 Método de estimativa dos 3 parâmetros por mínimos quadrados**

Assumindo os mesmos critérios adotados na simulação, onde os dados medidos são aplicados na equação (188), que modela o motor de indução com a resistência do estator conhecida, determinam-se os parâmetros do motor através das equações (189), (190) e (191). Em seguida são usadas as equações (204) a (212) a fim de recuperar os demais parâmetros físicos do modelo, considerando  $\alpha = 0,67$  para um motor da classe tipo B.

Os sinais obtidos, em regime transitório no instante de partida do motor, foram coletados a partir de medidas das grandezas elétricas de entrada do motor, armazenou-se os sinais em um período de 0,5 segundos.

A aquisição se deu através de um osciloscópio de 4 canais, sendo 2 para a medição da tensão  $v_a$  e  $v_b$ , um canal para medição da corrente  $i$  e um para medição da velocidade do rotor  $\omega$ . As demais variáveis foram obtidas considerando o sistema equilibrado.

As Figura 31, 32 e 33 mostram os sinais de tensão, corrente e velocidade medidos em um ponto de 85% de carga.



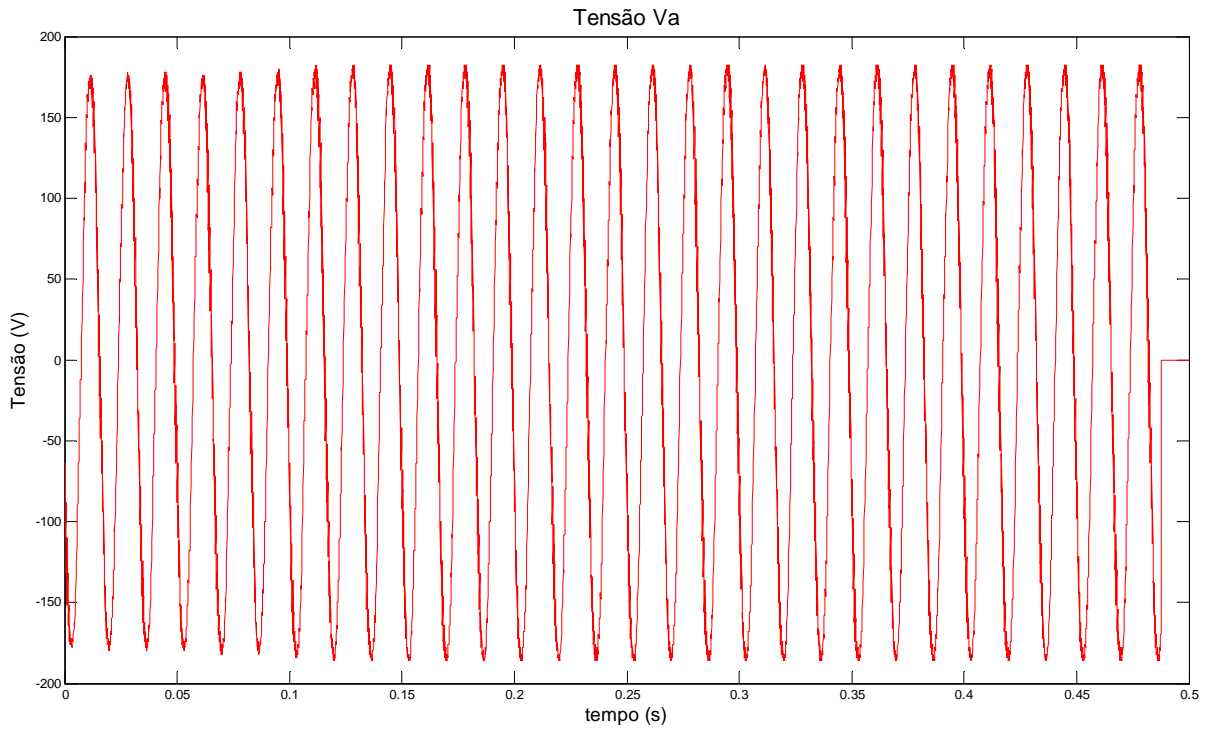


Figura 31 – Sinal de tensão medido com ruído.

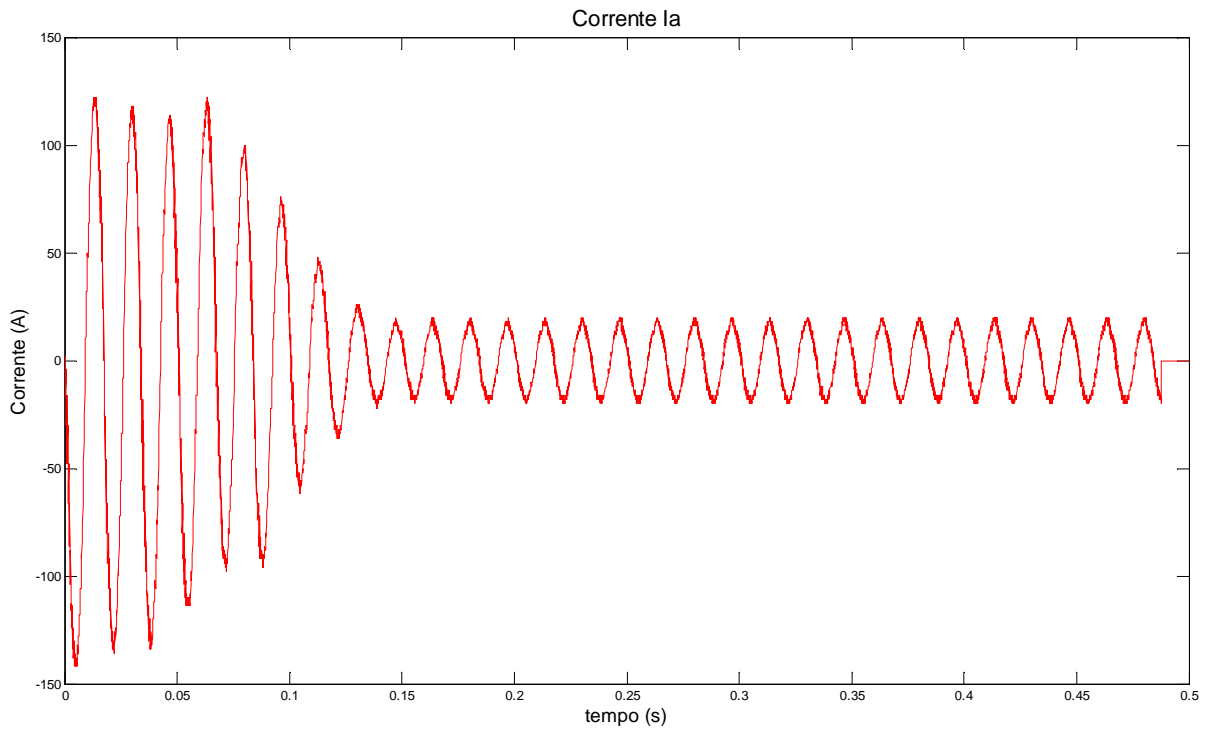


Figura 32 – Sinal de corrente medido com ruído.

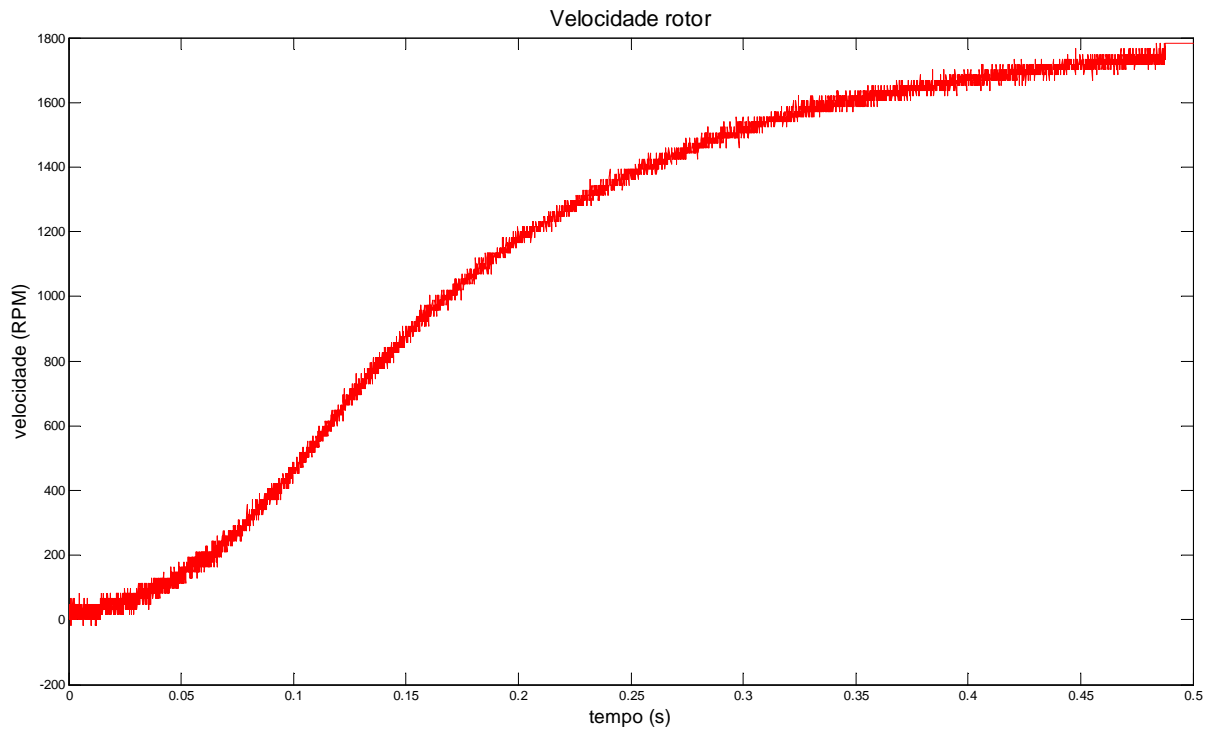


Figura 33 – Sinal de velocidade medido com ruído.

Observa-se, acoplado nos sinais medidos, a presença de ruído. E em função disso é necessário o uso de filtros a fim de eliminar componentes de alta frequência, indesejáveis sob todos os aspectos, notoriamente por serem causadores de erros elevados nos cálculos das derivadas do algoritmo de identificação.

Adotou-se assim o uso de filtros digitais. Optou-se por usar filtros passa baixas de 4º ordem de *Butterworth*, com frequência de corte de 100 Hz, em todos os sinais.

Com isso as Figura 34, 35 e 36 mostram os sinais devidamente filtrados:

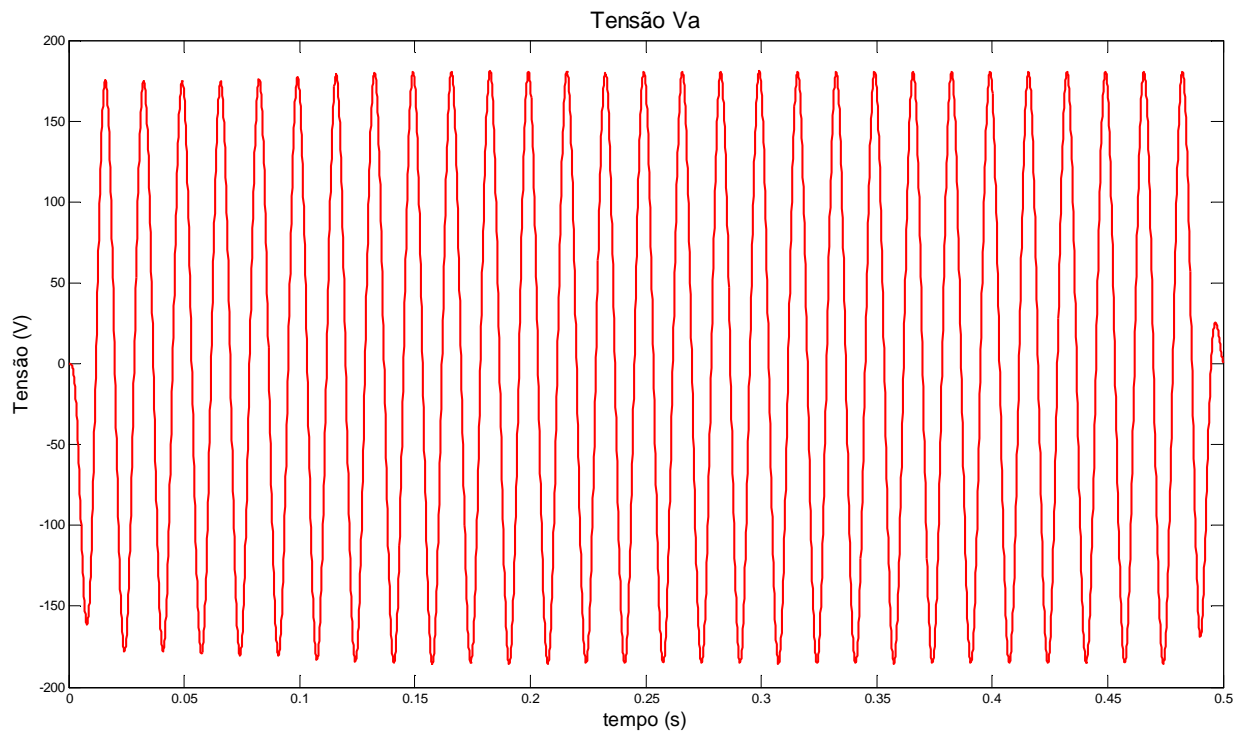


Figura 34 – Sinal de tensão medido filtrado.

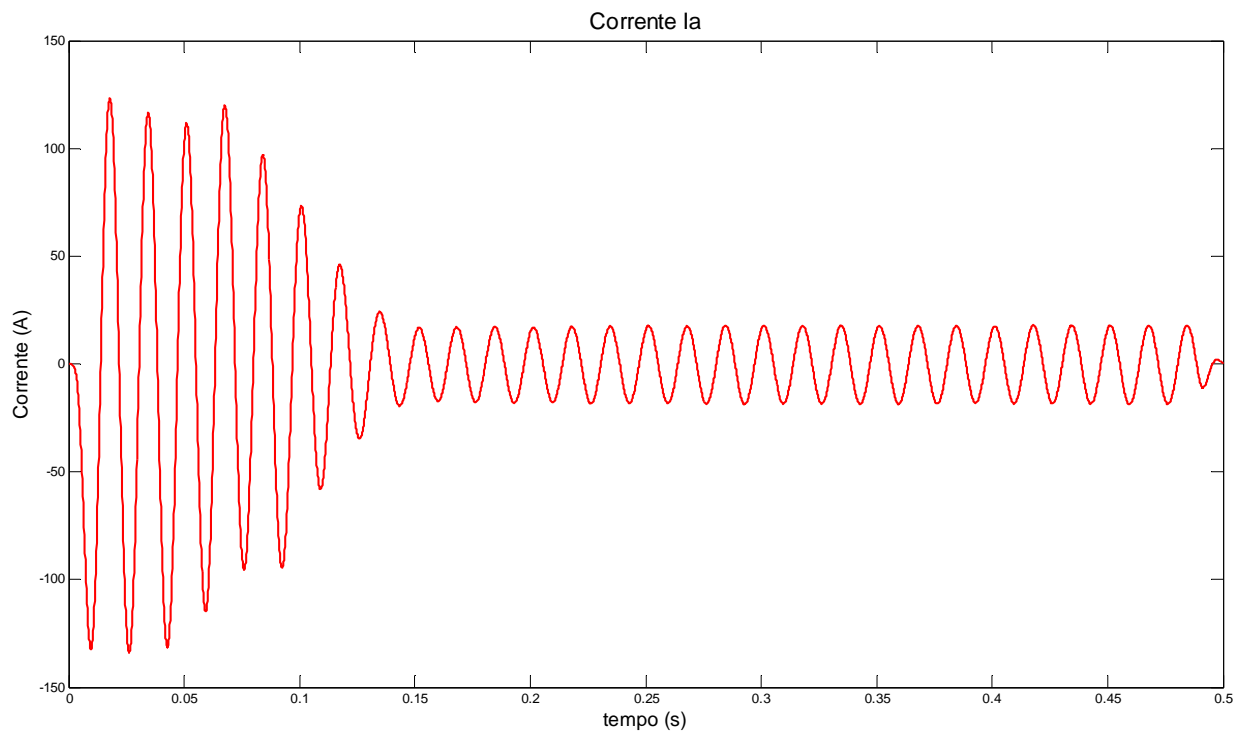


Figura 35 – Sinal de corrente medido filtrado.

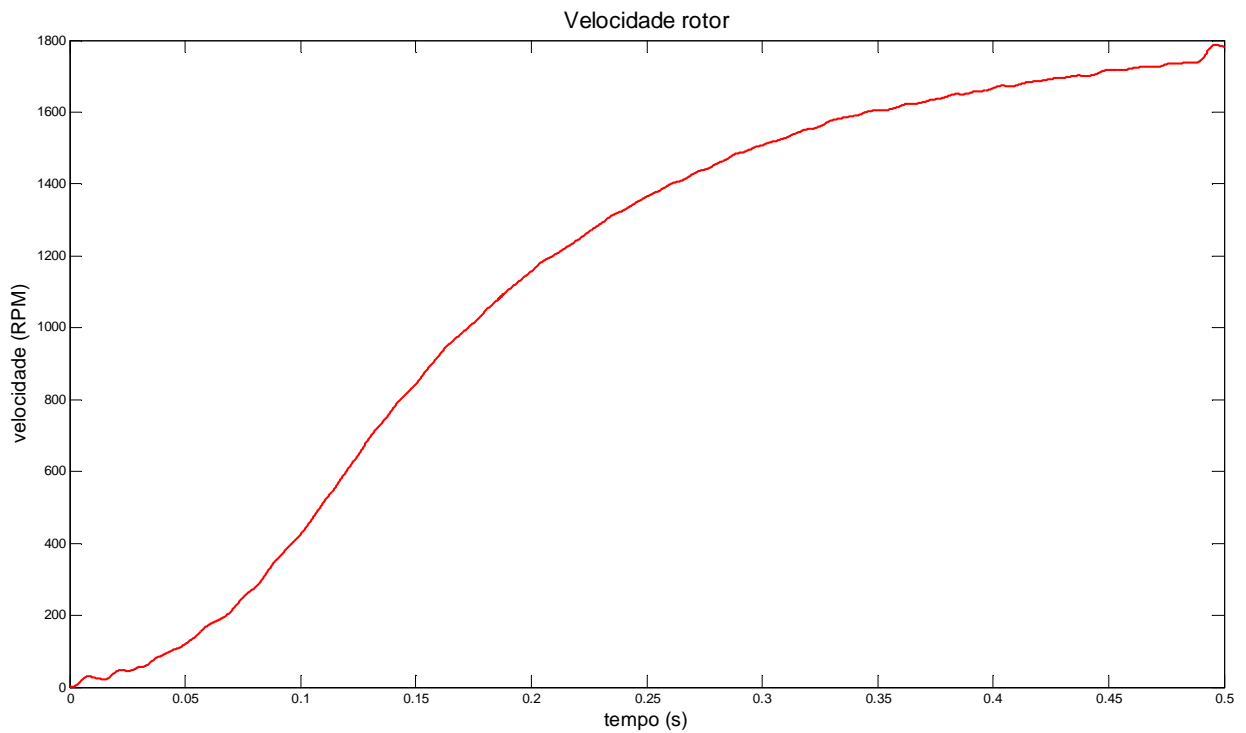


Figura 36 – Sinal de velocidade medido filtrado.

Após a filtragem, os sinais de tensão e corrente são transformados em componentes de tensão, mostrados na Figura 37, e de corrente, mostrados na Figura 38, “ $dq$ ” do estator. E a velocidade do rotor é convertida em velocidade angular, mostrada pela Figura 39.

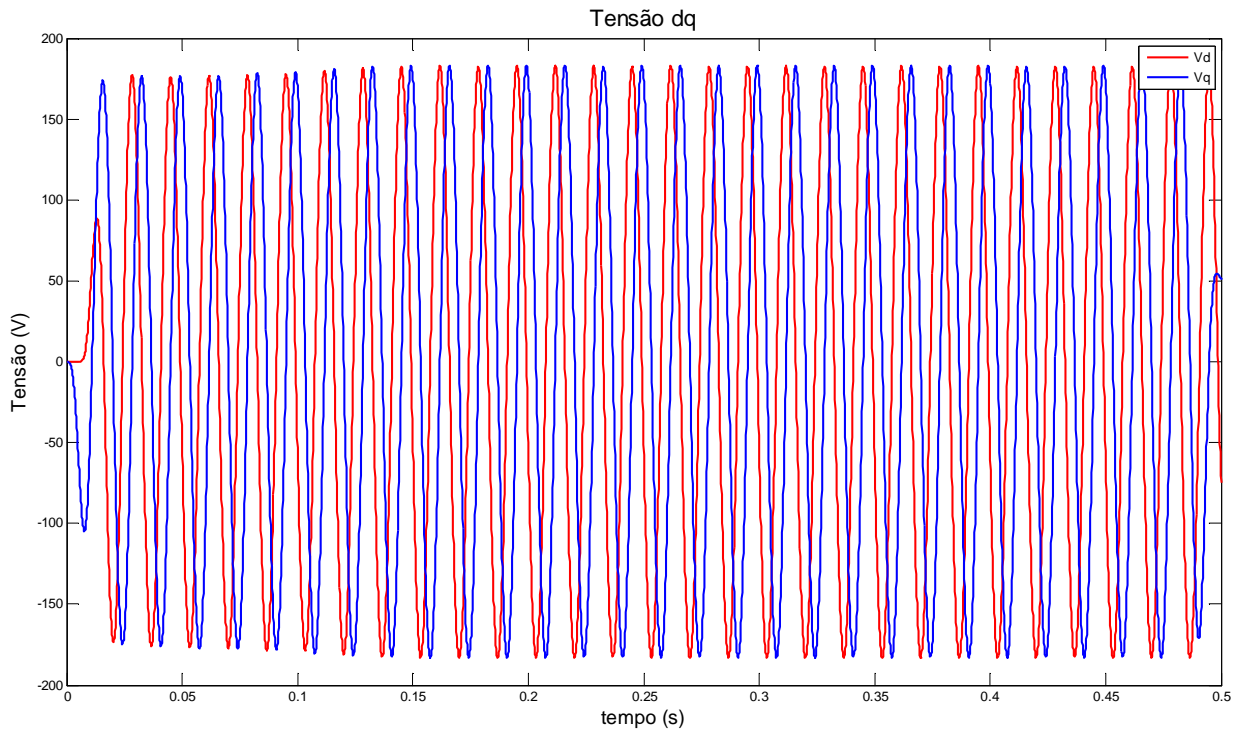


Figura 37 – Tensão  $dq$  do estator.

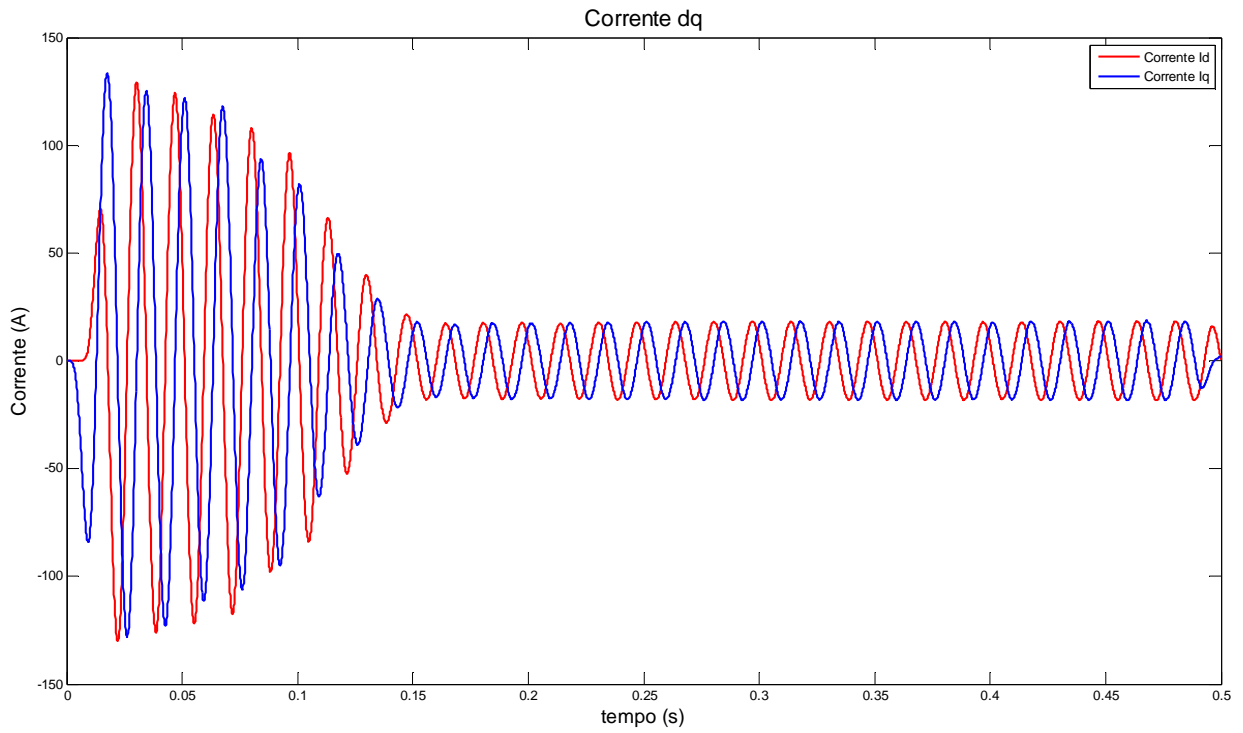


Figura 38 – Corrente  $dq$  do estator.

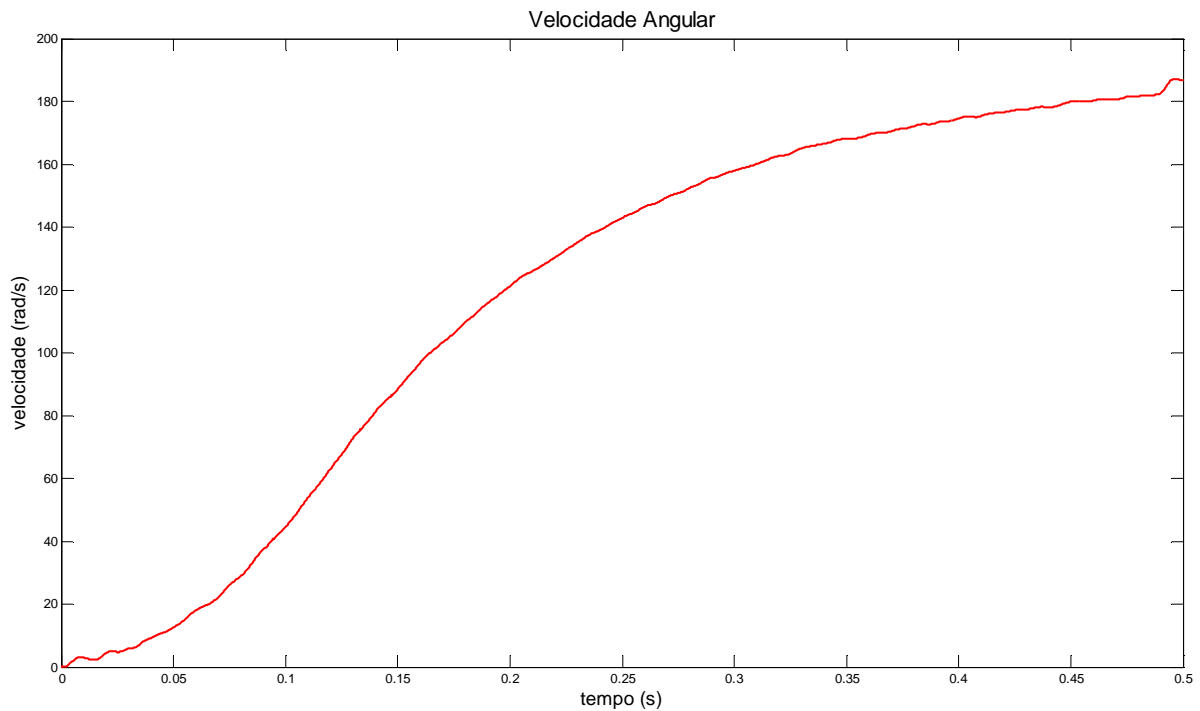


Figura 39 – Velocidade angular do motor.

Aplicando os sinais no algoritmo de identificação, adotando o tempo de amostragem,  $T = 0,0001 \text{ s}$  (taxa utilizada na aquisição dos sinais de 10 kHz) com a resistência do estator conhecida,  $R_s = 0,505 \Omega$ , apresenta-se os seguintes resultados estimados ao fim de 0,5 segundos, para o vetor  $\hat{\theta}$ :

Tabela 13 – Vetor de parâmetros estimados.

Vetor $\hat{\theta}$	Valor estimado
$\hat{\theta}_1$	230,0666
$\hat{\theta}_2$	402,1615
$\hat{\theta}_3$	4466,1

Aplicando as expressões para recuperação dos parâmetros, equações (204) a (212), obtêm-se os seguintes parâmetros do motor, dados pela Tabela 14:

Tabela 14 – Parâmetros estimados do motor.

Parâmetros do motor	Valor estimado
$R_r$	0,5776 $\Omega$
$L_{ls}$	0,0010 H
$L_{lr}$	0,0015 H
$L_m$	0,0505 H

Com os parâmetros do motor devidamente estimados, os mesmos são substituídos no modelo do circuito equivalente de 5 parâmetros, onde são calculados os dados referentes a corrente no rotor  $I_2$  por meio da equação (136).

A partir dos parâmetros estimados, a potência de saída é calculada pela equação (88) e a potência de entrada pela equação (89) e, portanto a eficiência é dada pela equação (54). O torque no eixo é dado pela equação (85).

A Tabela 15, apresenta os resultados do método de estimativa dos 3 parâmetros e fornece um comparativo entre os valores medidos e estimados.

Tabela 15 – Resultados dos ensaios.

Carga (%)	Valores Medidos		Valores Estimados		Erro Torque (%)	Erro Rendimento (%)
	Torque (Nm)	Rendimento (%)	Torque (Nm)	Rendimento (%)		
0	6,20	71,55	8,70	100,08	28,7	28,5
5	6,61	72,66	8,63	93,47	23,4	22,3
10	8,09	75,71	9,62	89,43	15,9	15,3
15	9,47	77,63	10,59	86,38	10,6	10,1
20	11,05	79,5	12,10	87,88	8,7	9,5
25	12,17	80,42	13,43	88,90	9,4	9,5
30	12,88	80,94	14,24	89,34	9,6	9,4
35	13,4	80,97	14,31	87,16	6,4	7,1
40	13,85	81,24	14,84	86,76	6,7	6,4
45	14,14	81,24	15,27	88,21	7,4	7,9
50	14,32	81,21	14,81	83,51	3,3	2,8
55	14,5	81,3	15,06	84,38	3,7	3,7
60	14,66	81,37	15,30	85,01	4,2	4,3
65	14,75	81,2	15,45	85,09	4,5	4,6
70	14,84	81,25	14,87	81,68	0,2	0,5
75	14,88	81,44	15,22	83,81	2,2	2,8
80	14,95	81,1	15,11	81,65	1,1	0,7
85	15,02	81,15	15,19	81,75	1,1	0,7
90	15,04	81,04	15,98	85,63	5,9	5,4
95	15,03	81,08	15,21	82,24	1,2	1,4
100	15,04	81,10	15,89	85,93	5,3	5,6

As Figura 40 e 41 mostram os dados da Tabela 15, referentes ao torque no eixo e ao rendimento, graficamente ilustrados.

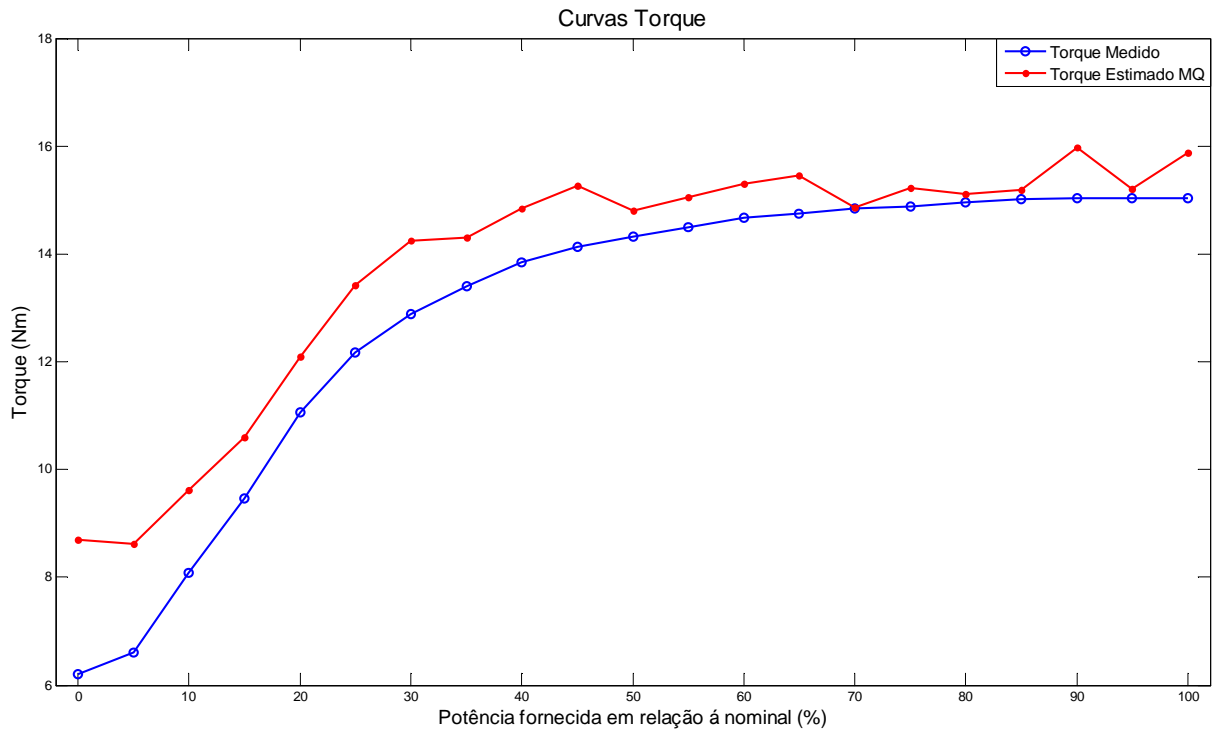


Figura 40 – Curvas de torque medido e estimado.

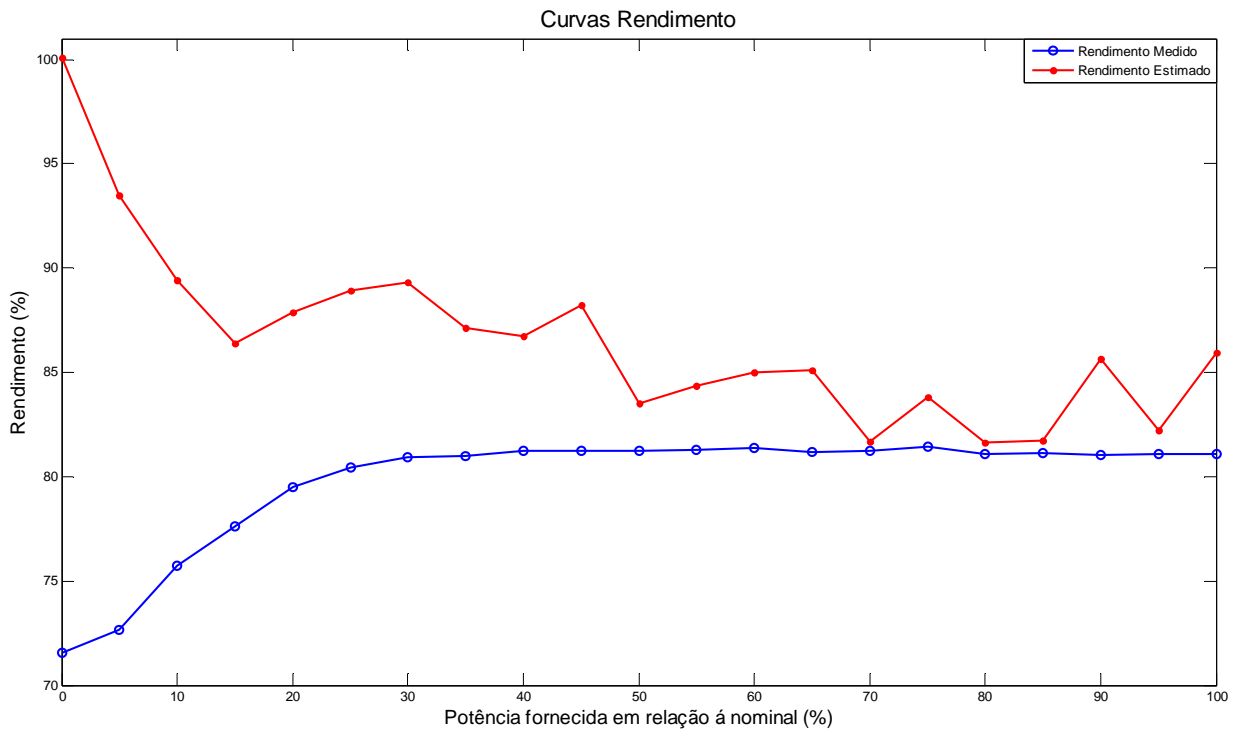


Figura 41 – Curvas de rendimento medido e estimado.



Conforme observado na Tabela 15, o método de estimativa dos 3 parâmetros por mínimos quadrados, na faixa de superior a 50% de carga reflete o erro apontado pela simulação, ou seja, inferior a 6%, contudo, na faixa inferior a 50% de carga, o erro é superior a 25%.

## 6.6 ANÁLISES DOS RESULTADOS

Até o momento foram estimados o torque no eixo e o rendimento do motor, por meio de três técnicas utilizando dois métodos distintos. Nesta seção serão confrontados os resultados obtidos em cada uma dessas técnicas.

Das curvas de torque no eixo, mostradas pela Figura 42, fica evidente que a estimativa de torque pelo método de estimativa dos 3 parâmetros por mínimos quadrados e pelo método do circuito equivalente de 5 parâmetros são as que apresentam os piores resultados em comparação com o torque medido.

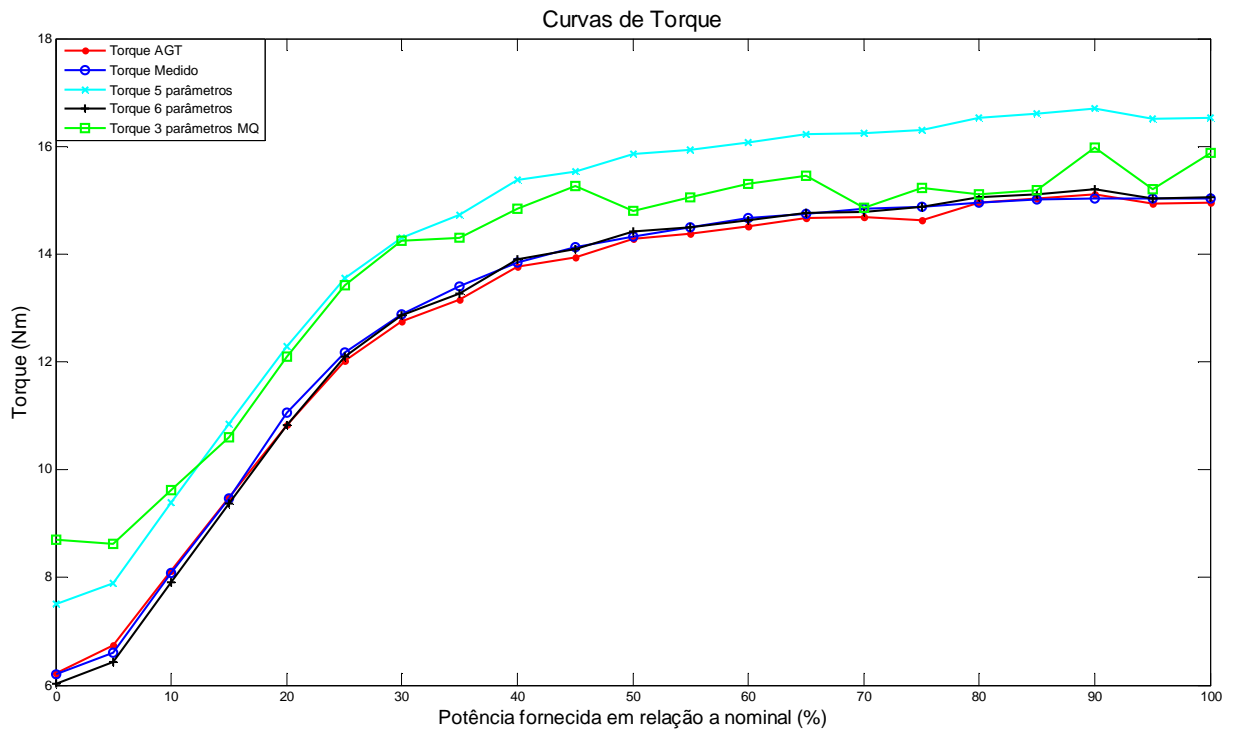


Figura 42 – Curvas de torque no eixo medido e estimado.

O erro significativo de ambas as técnicas, é causado pelo fato da resistência das perdas no núcleo ser desprezada em seus respectivos modelos, entretanto no método dos 3 parâmetros estimados por mínimos quadrados, fica claro a influência do ruído nas medições, uma vez que a curva apresenta grandes variações de um ponto de carga para outro. Essa suscetibilidade ao ruído é inerente ao processo de identificação por mínimos quadrados, uma vez que esse admite somente a presença de ruído branco. Da mesma forma como nas curvas de torque, os piores resultados na estimativa do rendimento são dos métodos que desprezam a resistência das perdas no núcleo. Contudo é possível observar na Tabela 16, que estes resultados são compatíveis com a curva de rendimento fornecida pelo fabricante, pois apresentam um erro menor que 2%, para uma faixa superior a 30% de carga.

Tabela 16 – Resultados dos ensaios.

<b>Carga (%)</b>	<b>Rendimento Fabricante (%)</b>	<b>Rendimento Estimado 5 Parâmetros (%)</b>	<b>Erro Rendimento (%)</b>
0	80,7	86,19	-6,80
5	81,5	85,46	-4,86
10	84	87,06	-3,64
15	85,7	88,29	-3,02
20	86,9	89,06	-2,49
25	87,4	89,60	-2,52
30	87,5	89,63	-2,43
35	88	89,53	-1,74
40	88	89,74	-1,98
45	88	89,64	-1,86
50	88	89,33	-1,51
55	88	89,25	-1,42
60	88	89,27	-1,44
65	88	89,27	-1,44
70	88,1	89,13	-1,17
75	88,1	89,69	-1,80
80	88,1	89,23	-1,28
85	88,3	89,23	-1,05
90	88,3	89,39	-1,23
95	88,3	89,17	-0,99
100	88,3	89,29	-1,12

Entretanto a curva do fabricante apresenta um erro significativo em relação aos valores medidos de rendimento, conforme a Tabela 17, pouco mais de 8% para a faixa acima de 20% de carga.

Tabela 17 – Comparativo entre rendimento medido e dado pelo fabricante.

<b>Carga (%)</b>	<b>Valores Medidos Rendimento (%)</b>	<b>Valores Rendimento (%) Fabricante</b>	<b>Erro Rendimento (%)</b>
0	71,55	80,7	-12,79
5	72,66	81,5	-12,17
10	75,71	84	-10,95
15	77,63	85,7	-10,40
20	79,5	86,9	-9,31
25	80,42	87,4	-8,68
30	80,94	87,5	-8,10
35	80,97	88	-8,68
40	81,24	88	-8,32
45	81,24	88	-8,32
50	81,21	88	-8,36
55	81,3	88	-8,24
60	81,37	88	-8,15
65	81,2	88	-8,37
70	81,25	88,1	-8,43
75	81,44	88,1	-8,18
80	81,1	88,1	-8,63
85	81,15	88,3	-8,81
90	81,04	88,3	-8,96
95	81,08	88,3	-8,90
100	81,10	88,3	-8,88

Na Figura 43, são mostradas as curvas de rendimento, com o acréscimo da curva de rendimento do motor fornecida pelo fabricante.

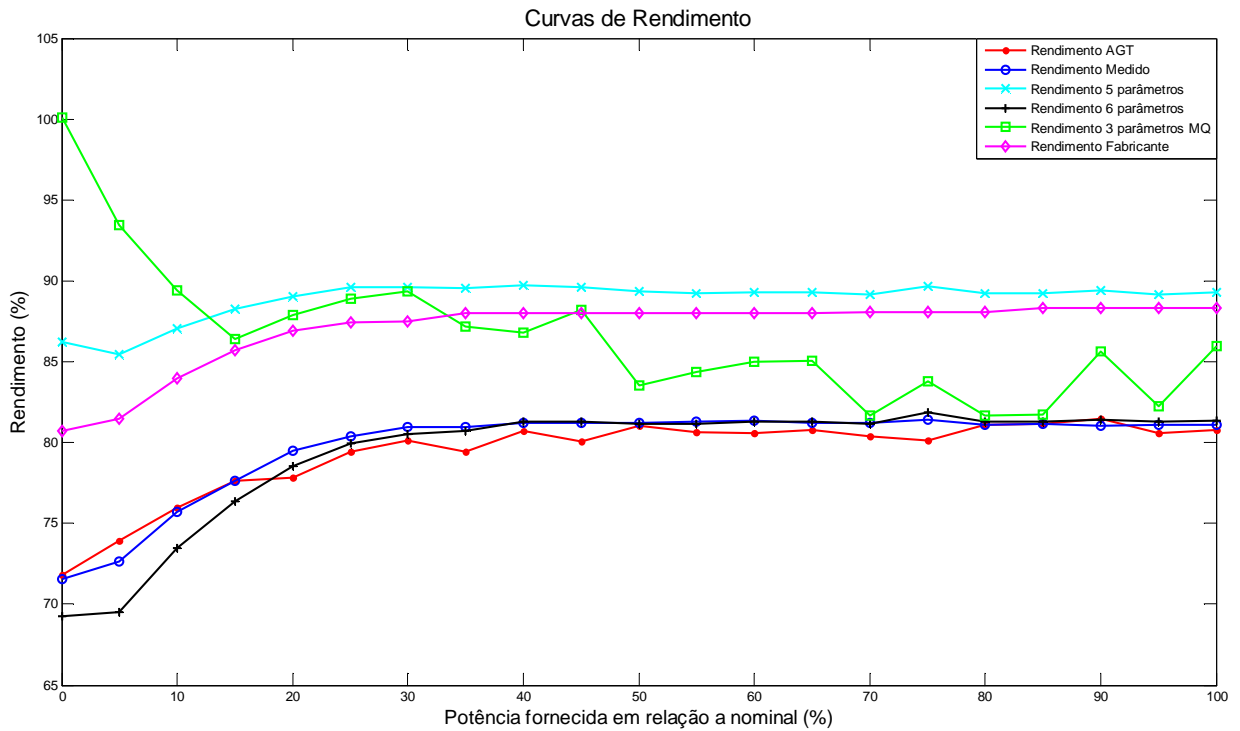


Figura 43 – Curvas de rendimento medido e estimado.

Os resultados que apresentaram maior desempenho sem dúvida, são os referentes ao método do torque no entreferro e ao método do circuito equivalente de 6 parâmetros. Vantagem para o método do torque no entreferro, que apresenta um erro máximo de 2% em toda a faixa da carga analisada, enquanto o método de 6 parâmetros apresenta na faixa inferior a 20% de carga, um erro próximo de 5%. Sem contar que a metodologia do torque no entreferro considera desequilíbrios de tensão e presença de harmônicas, considerações essas limitações do método do circuito equivalente.

## 7 ANÁLISE DE INCERTEZA

Este capítulo trata da avaliação da incerteza na estimativa do rendimento do motor de indução, baseada nos métodos propostos. Inicialmente apresenta-se uma breve revisão sobre a simulação de Monte Carlo e por fim aplica-se esta técnica nos métodos de estimativa em questão a fim de avaliar as incertezas propagadas até os valores de rendimento obtidos.

### 7.1 SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO

A palavra “incerteza”, dentro do contexto metrológico, significa “dúvida”. Assim, de forma ampla “incerteza da medição” significa “dúvida sobre o resultado de uma medição”.

Segundo o Vocabulário Internacional de Metrologia (VIM), incerteza é o parâmetro, associado ao resultado de uma medição, que caracteriza a dispersão de valores que podem ser razoavelmente atribuídos ao mensurando. Em outras palavras, incerteza de medição é o resultado quantitativo que permite avaliar a confiabilidade do resultado de uma medição (VIM, 2009).

A incerteza, portanto, está associada ao resultado da medição. Não corresponde ao erro aleatório do sistema de medição. Ela reflete a falta de conhecimento sobre o valor do mensurando. O resultado de uma medição, após correção dos efeitos sistemáticos reconhecidos, é ainda, tão somente uma estimativa do valor do mensurando por causa da incerteza proveniente dos efeitos aleatórios e da correção imperfeita do resultado para efeitos sistemáticos.

Deve-se ter o cuidado para não confundir a incerteza do resultado de uma medição com o erro, pois não representam o mesmo conceito e possuem princípios diferentes. Erro é o resultado de uma medição menos o valor verdadeiro do mensurando. A Incerteza é indicada quantitativamente em função da dispersão de valores que podem ser razoavelmente atribuídos ao mensurando (KORNBLIT, 1997).

O Guia para a Expressão da Incerteza de Medição (GUM) estabelece regras gerais para avaliar e expressar a incerteza de medição. O método de avaliação de incertezas, proposto por ele, toma por base a propagação de incertezas através do modelo matemático da medição. Apesar de representar um consenso da comunidade internacional na prática da expressão da incerteza de medição, constituindo, assim, a referência para a avaliação de incerteza, o método apresenta algumas dificuldades práticas, como por exemplo:

- Complexidade conceitual.
- Necessidade de um modelo matemático de medição.
- Requer condições de linearidade do modelo, além da distribuição normal da variável aleatória que representa os valores possíveis do mensurando.

Esses empecilhos associados à aplicabilidade e à validade do método tradicional de avaliação da incerteza de medição têm impellido o surgimento de técnicas alternativas, mas consistentes com aquele, para esse propósito (DONATELLI, et al., 2005). Entre elas, está a aplicação da simulação de Monte Carlo (SMC) para avaliar incertezas de medição.

A avaliação da incerteza de medição usando a técnica de SMC é realizada em duas fases. A primeira consiste em estabelecer o modelo de medição, ao passo que a segunda envolve a avaliação do modelo. As diferenças fundamentais entre o método clássico e a SMC estão no tipo de informação descrevendo as grandezas de entrada e na forma em que essa informação é processada para se obter a incerteza de medição. No método clássico, cada variável de entrada deve ser caracterizada pela função densidade de probabilidade (PDF), sua média e desvio padrão e os graus de liberdade. Na SMC, esse último parâmetro não é envolvido nos cálculos, tornando-se desnecessário, porém, não irrelevante na análise dos resultados. Na SMC, o formato da distribuição de saída será obtido a partir da avaliação do modelo matemático por meio da combinação de amostras aleatórias das variáveis de entrada, respeitando as respectivas distribuições. Assim, a SMC produz a propagação das PDFs das

grandezas de entrada através do modelo matemático da medição, fornecendo como resultado uma PDF que descreve os valores do mensurando consistentes com a informação que se possui. Por isso, é conhecido como *método da propagação de distribuições*.

Uma vantagem da SMC é que ela produz uma aproximação da função de distribuição para o mensurando, dessa distribuição, quaisquer parâmetros estatísticos, incluindo o resultado da medição, incerteza de medição padrão associada e a respectiva probabilidade de abrangência, podem ser obtidos. Outra vantagem é que a SMC não depende da natureza do modelo, isto é, pode ser fortemente não linear ou ter um grande número de variáveis (BALBINOT, et al., 2010).

A maior flexibilidade do método de avaliação de incerteza por SMC permite que ele seja usado para estimar a incerteza expandida, em situações nas quais a distribuição que representa os valores possíveis do mensurando não é normal. Nesses casos, a solução de multiplicar o desvio padrão estimado por um certo fator de abrangência deixa de ser válida, pois resulta em incertezas pouco realistas (DONATELLI, et al., 2005).

A SMC também é particularmente útil quando modelos matemáticos complexos estão envolvidos, nos quais é difícil ou inconveniente determinar as derivadas parciais exigidas pelo método clássico (BALBINOT, et al., 2010).

## **7.2 INSTRUMENTOS DE MEDIÇÃO**

A seguir são descritos os instrumentos de medição usados na aquisição dos dados.

### **7.2.1 Multímetro Digital**

Fornece as medidas de resistência e temperatura das bobinas.

- Marca: Fluke.
- Modelo: 179.

- Incerteza da resistência:  $\pm 0,9\%$
- Incerteza da temperatura:  $\pm 0,1\%$

### **7.2.2 Medidor de grandezas elétricas**

Fornece as medidas de tensão, corrente e potência ao sistema supervisorio.

- Marca: Embrasul.
- Modelo: MD 4040.
- Incerteza da tensão: 0,5%
- Incerteza da corrente: 0,5%
- Incerteza da potência: 1%

### **7.2.3 Medidor de velocidade**

Fornece a medida de velocidade, por meio de um contador rápido, ao sistema supervisorio.

- Marca: Altus.
- Modelo: PO 7079.
- Incerteza da contagem: 1 Hz.
- Disco perfurado com 25 furos.
- Incerteza máxima de velocidade:  $\pm 2,4$  RPM.

### **7.2.4 Osciloscópio**

Fornece os sinais transitórios de tensão, corrente e velocidade, usados no método de estimativa dos 3 parâmetros.

- Marca: Tektronix.



- Modelo: TPS 2000.
- Incerteza: 3% na escala de 5V/divisão.

### 7.2.5 Ponteira de tensão

Usado na aquisição dos sinais de tensão pelo osciloscópio.

- Marca: Tektronix.
- Modelo: P2220.
- Incerteza:  $\pm 2\%$  para atenuação 10:1.
- Incerteza associada entre osciloscópio e ponteira:

$$u_v = \sqrt{u_{osc}^2 + u_{pont}^2} = \sqrt{3^2 + 2^2} = 3,606 \quad (230)$$

- Incerteza máxima de tensão: 3,606%

### 7.2.6 Ponteira de corrente

Usado na aquisição dos sinais de corrente pelo osciloscópio.

- Marca: Fluke.
- Modelo: 80i – 110s.
- Incerteza:  $< 3\%$  até 10 A.
- Incerteza associada entre osciloscópio e ponteira:

$$u_i = \sqrt{u_{osc}^2 + u_{pont}^2} = \sqrt{3^2 + 3^2} = 4,243 \quad (231)$$

- Incerteza máxima de corrente: 4,243%

### 7.3 INCERTEZA DOS INSTRUMENTOS

Em função da limitação de informações dos instrumentos, considerou-se que as incertezas dos mesmos são do tipo B. Desta forma, os valores de incertezas utilizados são oriundos das especificações dos fabricantes.

Como apenas os valores limites, superior e inferior, são especificados pelo fabricante, adota-se uma distribuição de densidade de probabilidade constante entre dois limites, ou seja, adota-se uma distribuição de probabilidade retangular.

A distribuição retangular é utilizada quando um certificado ou outra especificação fornece os limites sem especificar os níveis de confiança. Nesse caso é feita uma estimativa sob a forma de uma faixa máxima ( $\pm a$ ) sem ter conhecimento do formato da distribuição (GUM, 2003).

A incerteza então é calculada como:

$$u = \frac{a}{\sqrt{3}} \quad (232)$$

Assim, a incerteza padrão dos instrumentos utilizados nesse trabalho são apresentadas na Tabela 18.

Tabela 18 – Incerteza padrão dos instrumentos.

<b>Instrumento de medição</b>	<b>Grandeza Elétrica</b>	<b>Limites (<math>\pm a</math>)</b>	<b>Incerteza Padrão (<math>u</math>)</b>	<b>Incerteza Padrão (%)</b>
Multímetro	Resistência	$\pm 0,0045 \Omega$	$0,0026 \Omega$	0,52
	Temperatura	$\pm 0,05^\circ\text{C}$	$0,0288^\circ\text{C}$	0,06
Medidor de grandezas	Tensão	$\pm 0,635 \text{ V}$	$0,367 \text{ V}$	0,29
	Corrente	$\pm 0,06 \text{ A}$	$0,0346 \text{ A}$	0,29
	Potência	$\pm 37,3 \text{ W}$	$21,5 \text{ W}$	0,58
Contador	Velocidade	$\pm 2,4 \text{ RPM}$	$1,39 \text{ RPM}$	0,08
Osciloscópio + Ponteiras	Tensão	$\pm 6,49 \text{ V}$	$3,747 \text{ V}$	2,08
	Corrente	$\pm 0,755 \text{ A}$	$0,436 \text{ A}$	2,45
	Velocidade	$\pm 6,5 \text{ RPM}$	$3,752 \text{ RPM}$	0,21

#### 7.4 SMC PARA O MÉTODO DO TORQUE NO ENTREFERRO

Considerando as distribuições retangulares, dadas pela Tabela 18, associadas aos dados de entrada da equação (66) e da equação (86), foram realizadas 10.000 simulações para cada ponto de carga.

O valor de 10.000 simulações foi definido com o objetivo de reduzir o ruído amostral, tendo em vista que, a redução deste valor afeta drasticamente a capacidade de definir com exatidão os valores da variável que correspondem a uma dada probabilidade (BALBINOT, et al., 2010). Com isso objetivam-se estimativas mais confiáveis do valor do mensurando e da incerteza de medição associada.

Dado o elevado tempo despendido pela simulação, optou-se por avaliar apenas os seguintes pontos de carga, 50%, 70%, 85% e 100% de carga.

##### a) Ponto de 50% de carga

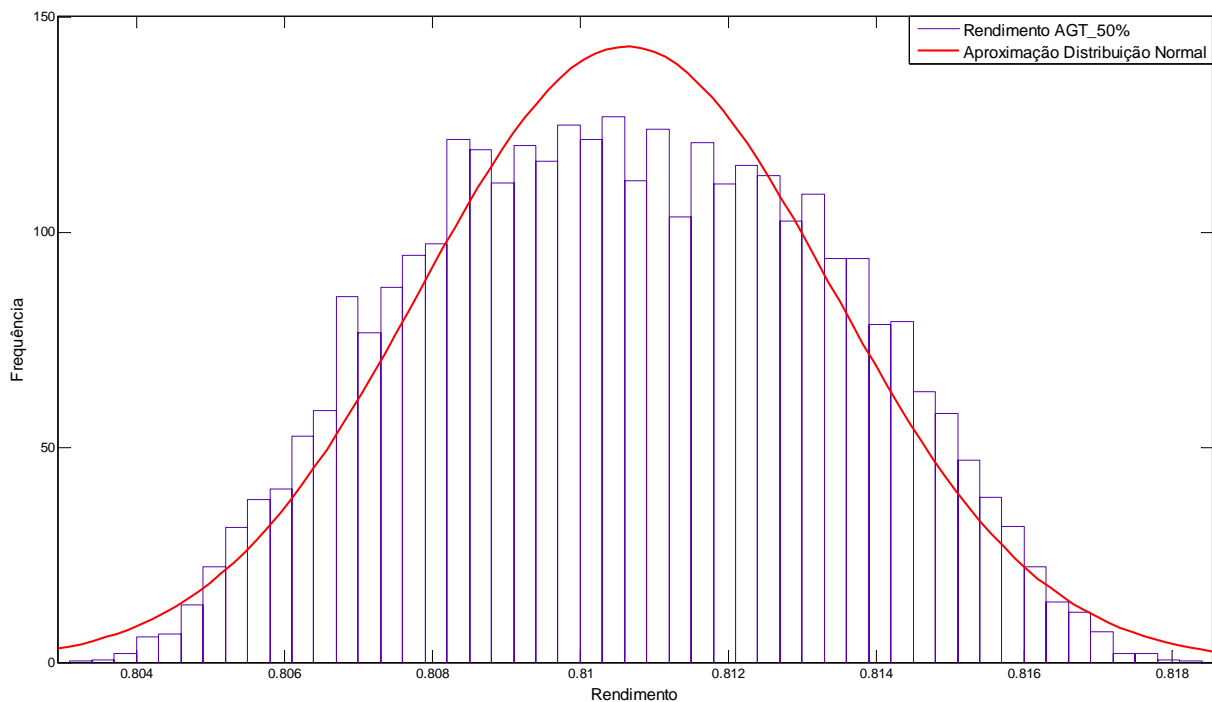


Figura 44 – SMC para o método torque no entreferro no ponto de 50% de carga.

A Figura 44 mostra o resultado da SMC para o rendimento do motor abordado nesse trabalho segundo o método do torque no entreferro. Pode-se verificar que é possível estabelecer uma aproximação da saída do processo por uma distribuição normal e com isso têm-se os resultados da simulação dados pela Tabela 19.

Tabela 19 – Resultados da simulação.

Distribuição	Média	Desvio Padrão ( $\sigma$ )
Normal	0,8106	0,00278345

b) Ponto de 70% de carga

A Figura 45 mostra o resultado da SMC para o rendimento, pode-se verificar que é possível novamente estabelecer uma aproximação por uma distribuição normal e com isso têm-se os resultados da simulação dados pela Tabela 20.

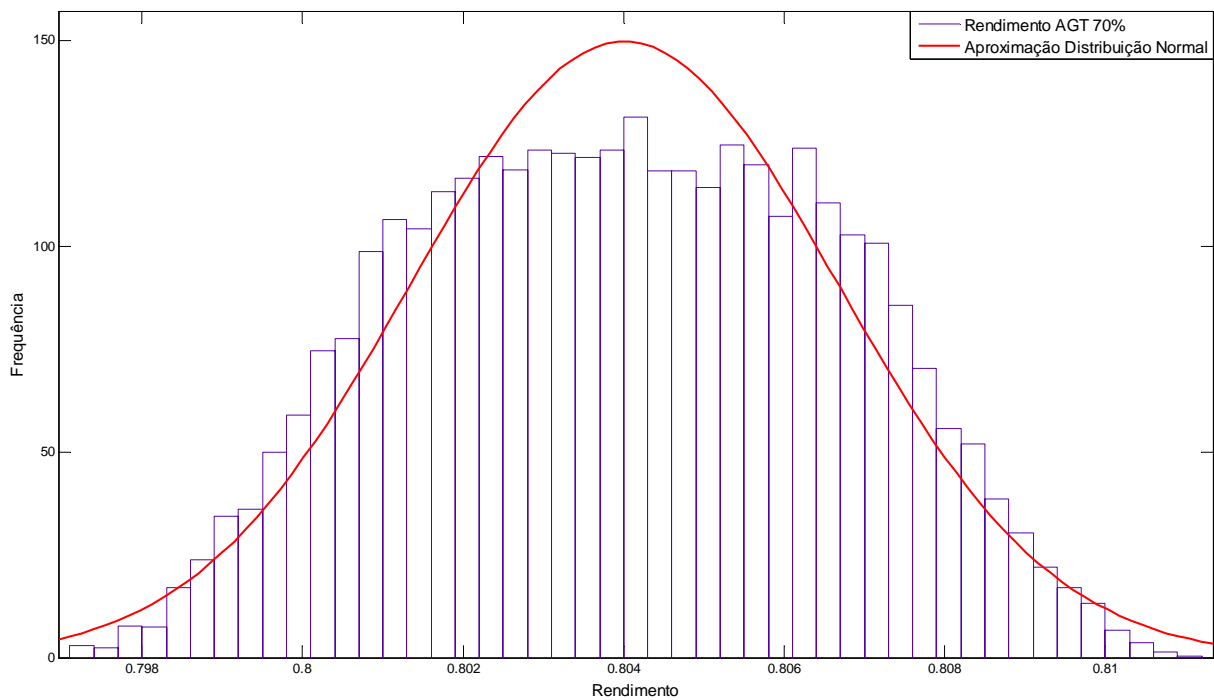


Figura 45 – SMC para o método torque no entreferro no ponto de 70% de carga.

Tabela 20 – Resultados da simulação.

Distribuição	Média	Desvio Padrão ( $\sigma$ )
Normal	0,804	0,00266317

c) Ponto de 85% carga

A Figura 46 mostra o resultado da SMC para o rendimento, pode-se verificar que é possível novamente estabelecer uma aproximação por uma distribuição normal e com isso têm-se os resultados da simulação dados pela Tabela 21.

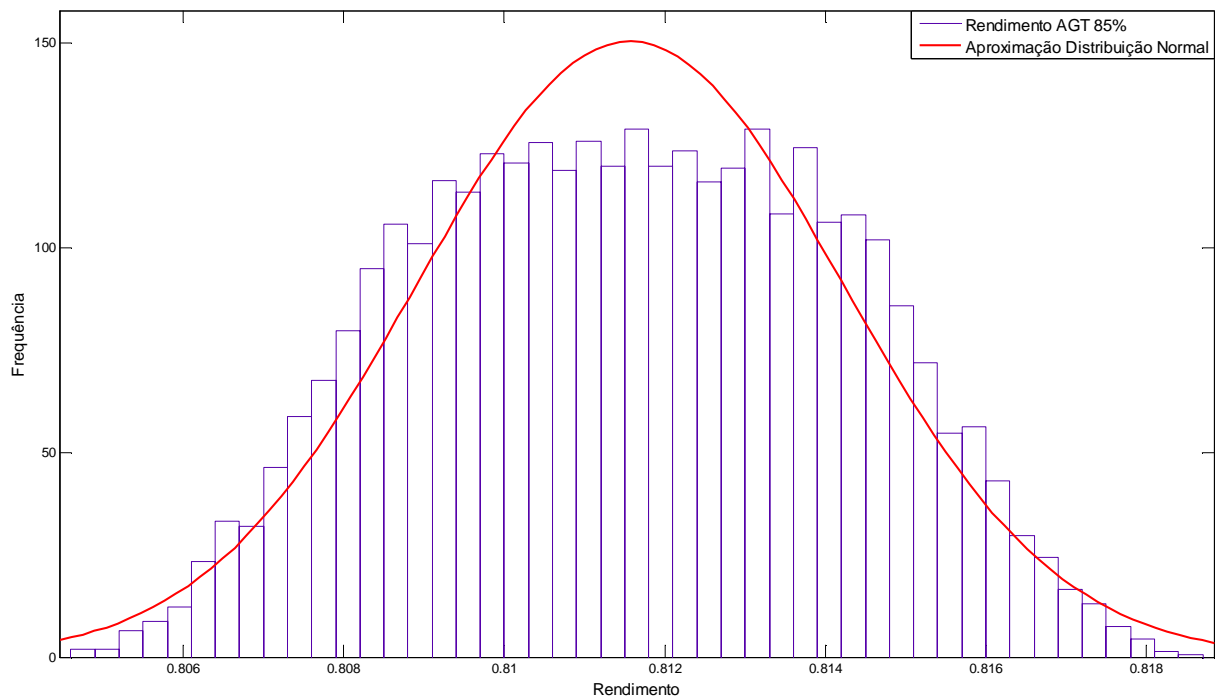


Figura 46 – SMC para o método torque no entreferro no ponto de 85% de carga.

Tabela 21 – Resultados da simulação.

Distribuição	Média	Desvio Padrão ( $\sigma$ )
Normal	0,8116	0,00265255

## d) Ponto de 100% carga

A Figura 47 mostra o resultado da SMC para o rendimento, pode-se verificar que é possível novamente estabelecer uma aproximação por uma distribuição normal e com isso têm-se os resultados da simulação dados pela Tabela 22.

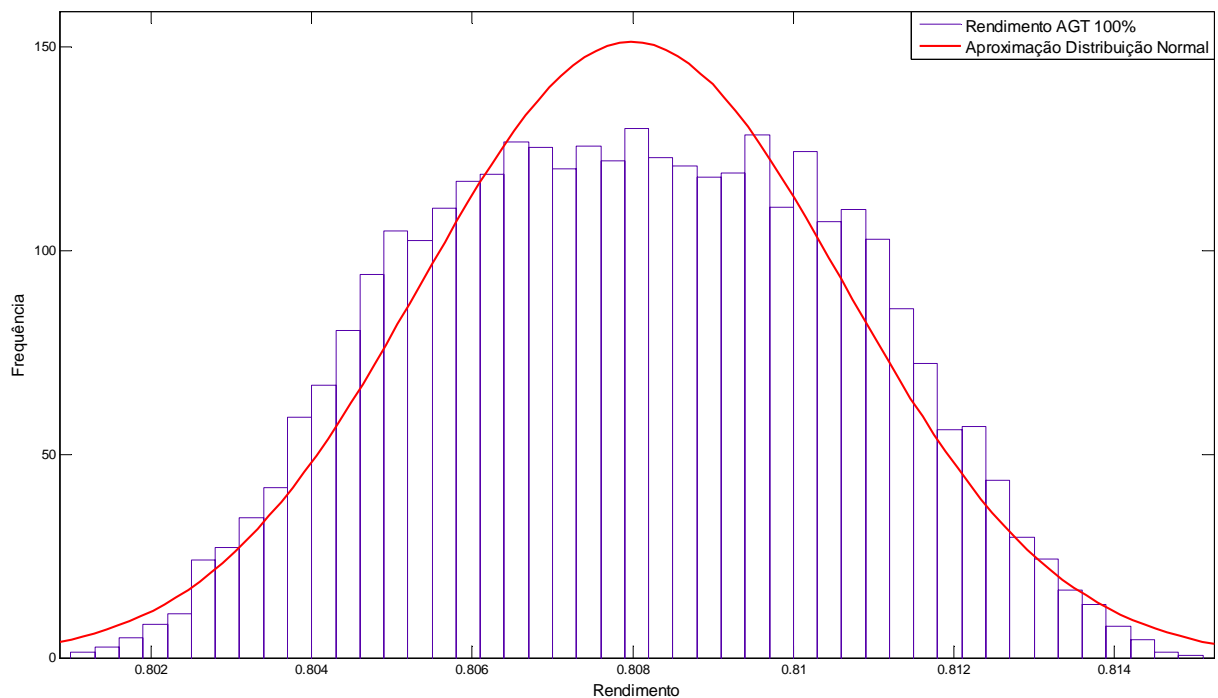


Figura 47 – SMC para o método torque no entreferro no ponto de 100% de carga.

Tabela 22 – Resultados da simulação.

Distribuição	Média	Desvio Padrão ( $\sigma$ )
Normal	0,808	0,00263941

### 7.5 SMC PARA O MÉTODO DO CIRCUITO EQUIVALENTE

Considerando as distribuições retangulares, dadas pela Tabela 18, associadas aos dados de entrada das equações relacionadas ao método de estimativa relativo a resolução do

circuito equivalente de 6 parâmetros e o método de estimativa de 3 parâmetros utilizando o algoritmo dos mínimos quadrados, foram realizadas 10.000 simulações para cada ponto de carga.

Da mesma forma, como no método anterior, foram avaliados apenas os seguintes pontos de carga, 50%, 70%, 85% e 100% de carga.

### 7.5.1 SMC Método circuito equivalente desenvolvido – 6 parâmetros

#### a) Ponto de 50% carga

A Figura 48 mostra o resultado da SMC para o rendimento, pode-se verificar que é possível estabelecer uma aproximação por uma distribuição normal e com isso têm-se os resultados da simulação dados pela Tabela 23.

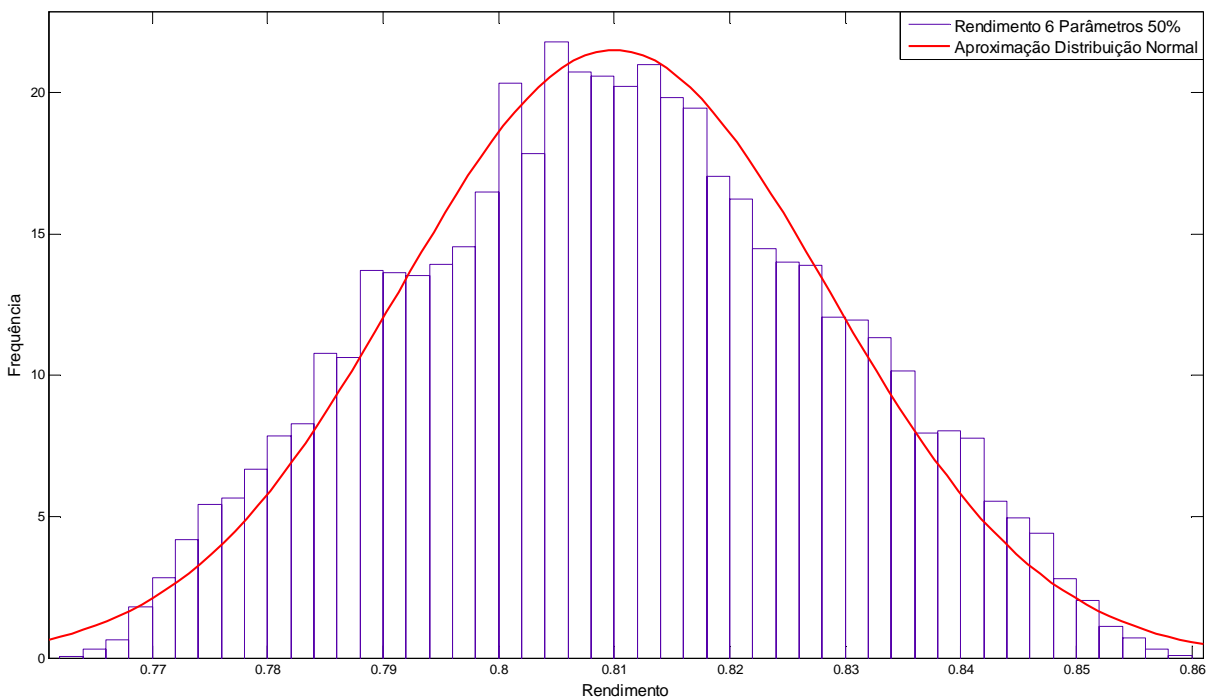


Figura 48 – SMC para o método de estimativa de 6 parâmetros no ponto de 50% de carga.

Tabela 23 – Resultados da simulação.

Distribuição	Média	Desvio Padrão ( $\sigma$ )
Normal	0,8099	0,0185373

## b) Ponto de 70% carga

A Figura 49 mostra o resultado da SMC para o rendimento, pode-se verificar que é possível novamente estabelecer uma aproximação por uma distribuição normal e com isso têm-se os resultados da simulação dados pela Tabela 24.

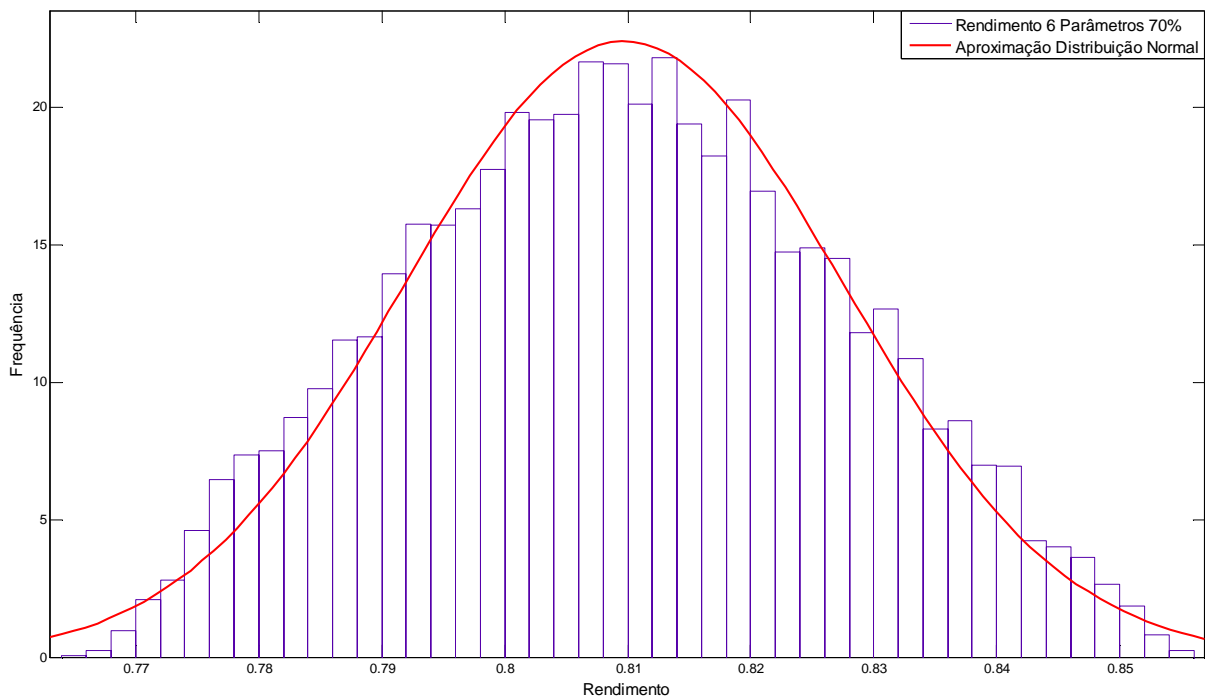


Figura 49 – SMC para o método de estimativa de 6 parâmetros no ponto de 70% de carga.

Tabela 24 – Resultados da simulação.

Distribuição	Média	Desvio Padrão ( $\sigma$ )
Normal	0,8097	0,0178057



## c) Ponto de 85% carga

A Figura 50 mostra o resultado da SMC para o rendimento, pode-se verificar que é possível novamente estabelecer uma aproximação por uma distribuição normal e com isso têm-se os resultados da simulação dados pela Tabela 25.

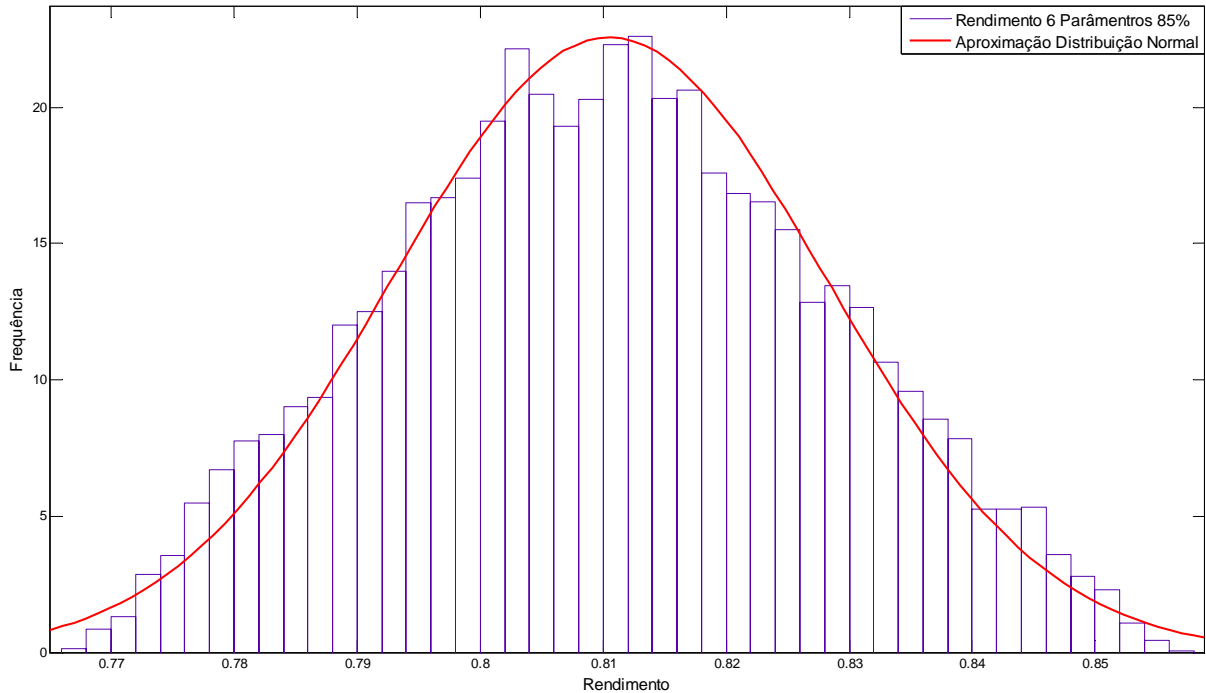


Figura 50 – SMC para o método de estimativa de 6 parâmetros no ponto de 85% de carga.

Tabela 25 – Resultados da simulação.

Distribuição	Média	Desvio Padrão ( $\sigma$ )
Normal	0,8105	0,0176844

## d) Ponto de 100% carga

A Figura 51 mostra o resultado da SMC para o rendimento, pode-se verificar que é possível novamente estabelecer uma aproximação por uma distribuição normal e com isso têm-se os resultados da simulação dados pela Tabela 26.

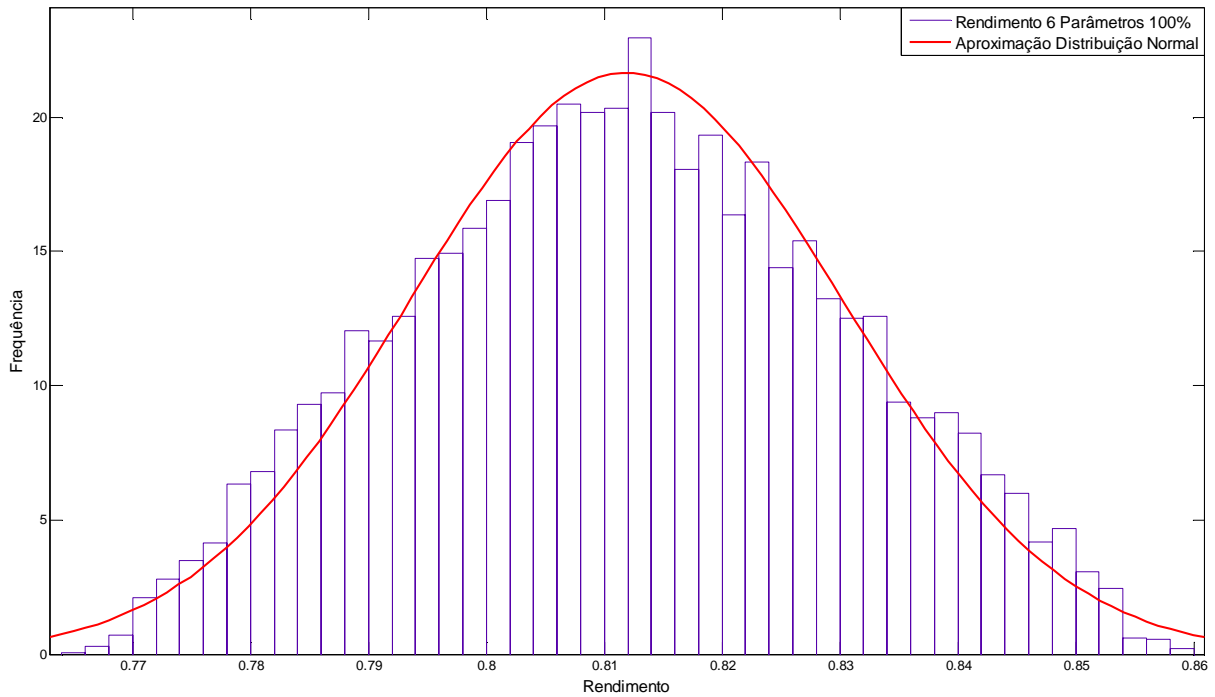


Figura 51 – SMC para método de estimativa de 6 parâmetros no ponto de 100% de carga.

Tabela 26 – Resultados da simulação.

Distribuição	Média	Desvio Padrão ( $\sigma$ )
Normal	0,8119	0,0184082

### 7.5.2 SMC Método de estimativa dos 3 parâmetros por mínimos quadrados

#### a) Ponto de 50% carga

A Figura 52 mostra o resultado da SMC para o rendimento, pode-se verificar que é possível estabelecer uma aproximação por uma distribuição normal e com isso têm-se os resultados da simulação dados pela Tabela 27.

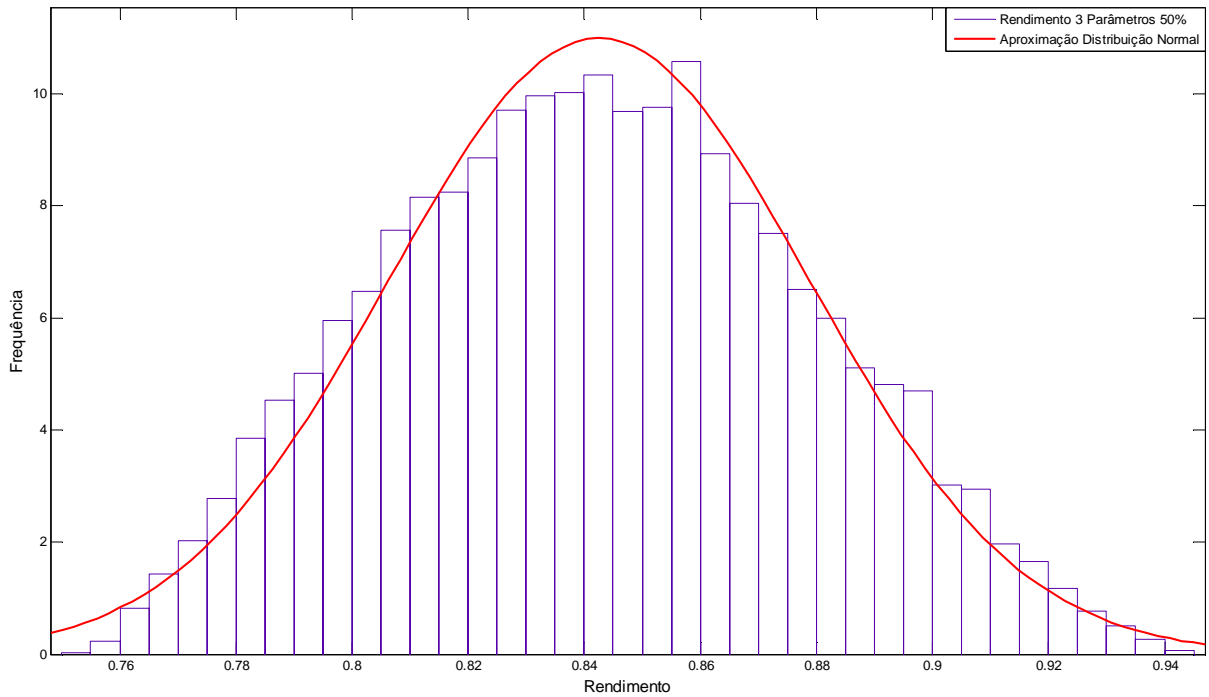


Figura 52 – SMC para método de estimativa dos 3 parâmetros no ponto de 50% de carga.

Tabela 27 – Resultados da simulação.

Distribuição	Média	Desvio Padrão ( $\sigma$ )
Normal	0,8425	0,0362825

b) Ponto de 70% carga

A Figura 53 mostra o resultado da SMC para o rendimento, pode-se verificar que é possível novamente estabelecer uma aproximação por uma distribuição normal e com isso têm-se os resultados da simulação dados pela Tabela 28.

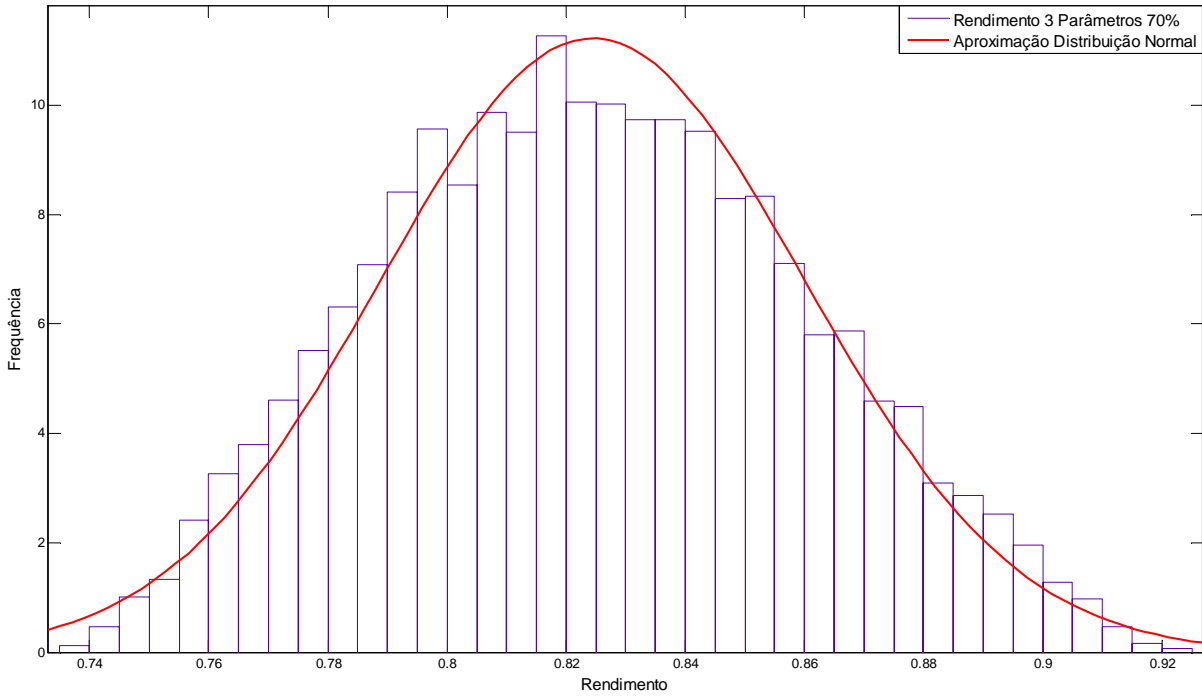


Figura 53 – SMC para método de estimativa dos 3 parâmetros no ponto de 70% de carga.

Tabela 28 – Resultados da simulação.

Distribuição	Média	Desvio Padrão ( $\sigma$ )
Normal	0,8244	0,0355529

c) Ponto de 85% carga

A Figura 54 mostra o resultado da SMC para o rendimento, pode-se verificar que é possível novamente estabelecer uma aproximação por uma distribuição normal e com isso têm-se os resultados da simulação dados pela Tabela 29.

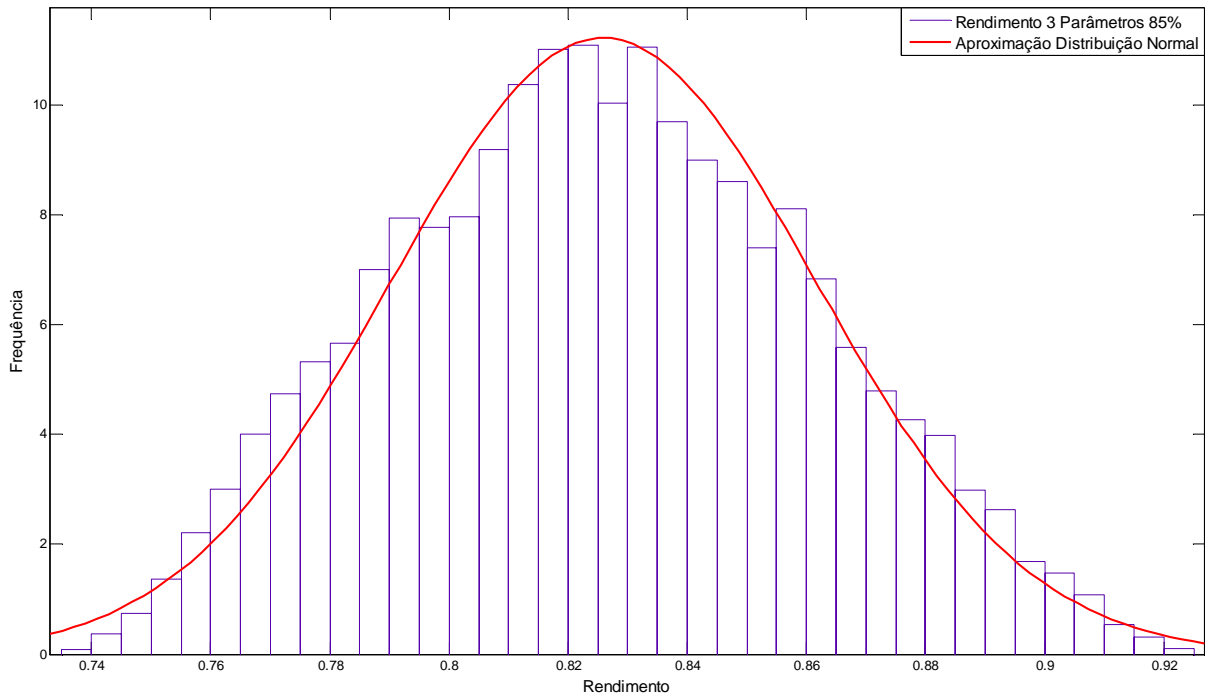


Figura 54 – SMC para método de estimativa dos 3 parâmetros no ponto de 85% de carga.

Tabela 29 – Resultados da simulação.

Distribuição	Média	Desvio Padrão ( $\sigma$ )
Normal	0,8259	0,0355588

d) Ponto de 100% carga

A Figura 55 mostra o resultado da SMC para o rendimento, pode-se verificar que é possível novamente estabelecer uma aproximação por uma distribuição normal e com isso têm-se os resultados da simulação dados pela Tabela 30.

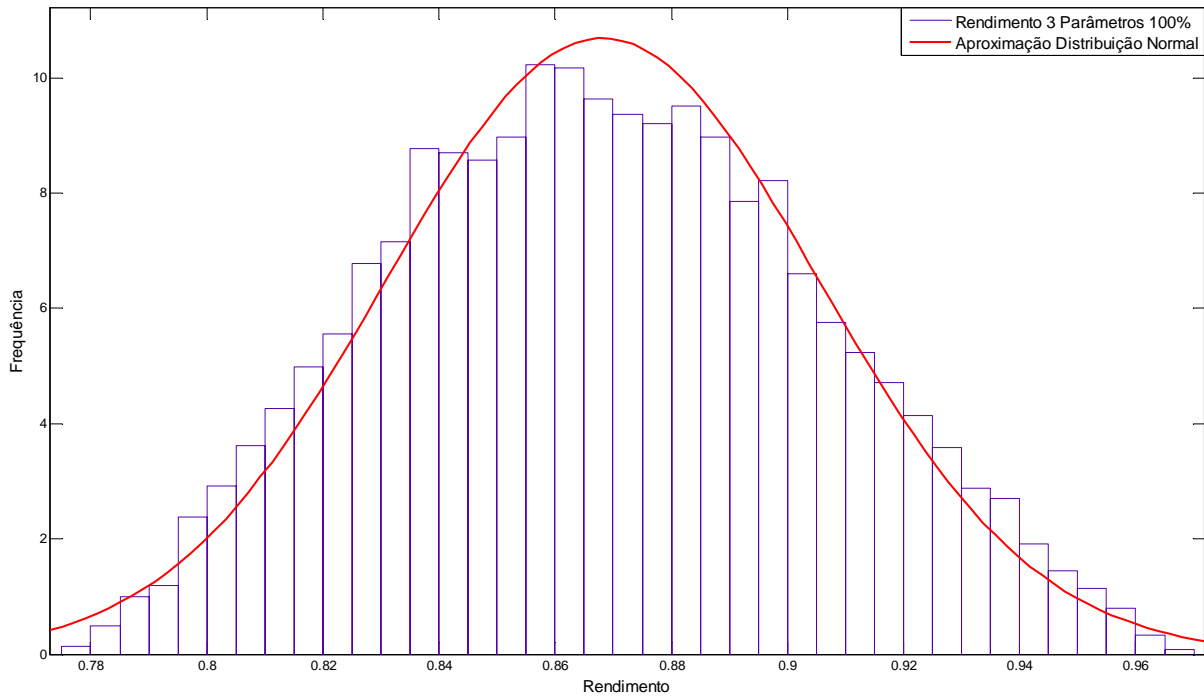


Figura 55 – SMC para método de estimativa dos 3 parâmetros no ponto de 100% de carga.

Tabela 30 – Resultados da simulação.

Distribuição	Média	Desvio Padrão ( $\sigma$ )
Normal	0,8681	0,0373207

## 7.6 ANÁLISE DOS RESULTADOS

A Tabela 31 mostra os resultados da análise de incerteza, realizados a partir da Simulação de Monte Carlo, e proporciona um comparativo entre essas incertezas com um intervalo de confiança de 95%.

Tabela 31 – Resultados da análise de incerteza.

Ponto de Carga	Método do Circuito Equivalente				Método do Torque no entreferro	
	6 Parâmetros		3 Parâmetros Mínimos Quadrados			
	Incerteza $U_{95\%}$	Incerteza (%)	Incerteza $U_{95\%}$	Incerteza (%)	Incerteza $U_{95\%}$	Incerteza (%)
50%	0,03707	± 4,578	0,07257	± 8,613	0,00557	± 0,687
70%	0,03561	± 4,398	0,07111	± 8,625	0,00533	± 0,662
85%	0,03537	± 4,364	0,07112	± 8,611	0,00531	± 0,654
100%	0,03682	± 4,535	0,07464	± 8,598	0,00528	± 0,653

Conforme os resultados mostrados pela Tabela 31, o método do torque no entreferro apresenta os melhores resultados em termos de incerteza, em comparação com as demais técnicas utilizadas nesse trabalho. Enquanto o método do torque no entreferro apresentou uma incerteza de  $\pm 0,7\%$ , o método de estimativa de 3 parâmetros por mínimos quadrados, apresentou uma incerteza superior a dez vezes este índice, ou seja, uma incerteza de  $\pm 8,6\%$ .

O método do circuito equivalente de estimativa de 6 parâmetros apresenta uma incerteza de  $\pm 4,6\%$ , menor que do método de estimativa de 3 parâmetros por mínimos quadrados, mas ainda superior a incerteza do método do torque no entreferro.

Cabe salientar que o método do torque no entreferro faz uso dos mesmos equipamentos de medidas usados no método do circuito equivalente de estimativa de 6 parâmetros, entretanto apresenta um desempenho superior a este, basicamente em função da simplicidade do equacionamento.

A análise da incerteza não levou em consideração a incerteza referente à estimativa das perdas, uma vez que estas são em função dos dados do fabricante, contudo esta incerteza é inerente a todos os métodos em estudo, ou seja, a incerteza das perdas pode ser considerada constante e comum para todos os métodos. Salienta-se que as incertezas dadas pela Tabela 31 somente são válidas para as condições e considerações descritas.

## 8 CONCLUSÃO

Inicialmente neste trabalho, é apresentada uma breve descrição a respeito da política brasileira de eficiência energética e com esta a legislação pertinente a respeito dos índices de eficiência energética para os motores de indução. A importância do tema repercute diretamente na indústria, uma vez que a análise da eficiência energética da máquina está diretamente ligada à economia de energia elétrica e por consequência o custo envolvido.

A determinação da eficiência da máquina é base para uma análise econômica no momento da avaliação do desempenho dos motores, contudo a maior dificuldade na determinação da eficiência é a praticidade e o custo do sistema de instrumentação. A partir disso surgiu a necessidade do estudo de métodos de estimativa, focados na questão da simplicidade de implementação, principal motivador desse trabalho.

Dessa forma, objetivando a determinação do rendimento da máquina de forma pouco intrusiva, apresentou-se uma nova metodologia para estimativa das perdas do motor, por meio das curvas do fabricante e da aplicação do equacionamento do torque no entreferro. Esta estimativa trata de uma importante aproximação das perdas da máquina, uma vez que elimina a necessidade de um ensaio á vazio. A metodologia se mostrou bastante satisfatória, tendo em vista os resultados tanto do torque no eixo quanto do rendimento frente aos valores medidos destas grandezas.

A respeito dos métodos estudados, destaca-se um novo método desenvolvido, variante ao método RMEW, onde se definiu uma forma de resolução para o conjunto de equações não lineares referentes ao circuito equivalente da máquina. Este método também serviu de base para a comprovação da importância da resistência de perdas no núcleo na estimativa do rendimento do motor. Como se observou, a estimativa do rendimento apresenta erros significantes, mais de 10%, se esta resistência não for incluída no modelo do circuito equivalente. Além disso, o método do circuito equivalente desenvolvido, ou ainda, o método



do circuito equivalente de estimativa de 6 parâmetros apresentou resultados experimentais que mostram que este método pode estimar o rendimento com cerca de  $\pm 1\%$  de erro em condições normais de carga, porém com uma incerteza de medição na faixa de  $\pm 4,6\%$  com 95% de confiança.

O método de estimativa de 3 parâmetros através de mínimos quadrados, foi o método que apresentou pior desempenho, tanto do ponto de vista de implementação quanto da questão da incerteza dos resultados. Em condições normais de carga do motor foi estimado o rendimento com um erro de  $\pm 6\%$ , com uma incerteza de  $\pm 8,6\%$ . A maior dificuldade deste método está relacionada à aquisição dos sinais em regime transitório, quando da presença de ruído. Nos ensaios realizados para o método, ficou clara a influência do ruído na identificação dos parâmetros, uma vez que a convergência destes apresentou falhas, isto é, os parâmetros convergiam para valores irrealistas, como por exemplo, resistências e indutâncias negativas. Isso provavelmente ocorre entre outras causas pelo fato do ruído eletromagnético nesses sinais não ser do tipo branco.

Ainda a respeito do método de estimativa de 3 parâmetros através de mínimos quadrados, salienta-se que um desempenho inferior às demais técnicas era esperado, em função da modelagem do circuito equivalente que despreza a resistência das perdas no núcleo. Contudo essa técnica apresenta outras aplicações, como controladores adaptativos, por exemplo.

O método que apresentou os melhores desempenhos sem dúvida foi o método do torque no entreferro. Os resultados simulados e experimentais mostram que este método pode estimar o rendimento do motor com cerca de  $\pm 2\%$  de erro em todas as condições de carga, com uma incerteza de aproximadamente  $\pm 0,7\%$ .

A exigência da medida da resistência do estator e da velocidade do rotor, comuns a todos os métodos estudados, são as principais desvantagens das metodologias estudadas, pois

as tornam, ainda que pouco, invasivas. A respeito da instrumentação necessária, salvo a técnica que utiliza o algoritmo de mínimos quadrados para estimar 3 parâmetros, com os sinais em regime transitório, as demais podem ser implementadas por meio das medidas eficazes das grandezas.

É possível concluir dos métodos estudados e analisados que, o método do torque no entreferro apresenta o melhor desempenho em todos os quesitos analisados. Além disso, com este método é possível determinar e monitorar defeitos no motor.

Podem-se destacar algumas das contribuições apresentadas neste trabalho, como o desenvolvimento de uma nova metodologia para estimativa das perdas, a comprovação da influência da resistência de perdas no núcleo na estimativa do rendimento e o desenvolvimento de um novo método para estimativa do rendimento.

Por fim, podem-se citar algumas sugestões para trabalhos futuros:

- Medição não intrusiva da resistência do estator, através da injeção de um sinal DC.
- Medição não intrusiva da velocidade, através da leitura de componentes harmônicas na corrente.
- Determinação e monitoramento de defeitos no motor, através do método do torque no entreferro.
- Modelagem do motor com 6 parâmetros para aplicação do método de mínimos quadrados.
- Análise de incerteza para a estimativa das perdas.

## REFERÊNCIAS

AMÉRICO, V. T. L. *Aplicação de técnicas de modelização paramétrica e identificação ao motor de indução trifásico*. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto. Porto, 1996.

ANDRADE, C. T. C. *Análise de métodos para determinação da eficiência de motores trifásicos de indução*. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Ceará. Fortaleza, 2009.

BALBINOT, A.; BRUSAMARELLO, V.J. *Instrumentação e fundamentos de medidas*. Rio de Janeiro : LTC, 2010. p. 75-81. ISBN 978-85-216-1754-9.

BARROSO, L. C.; BARROSO, M. M. A.; CAMPOS FILHO, F. F.; CARVALHO, M. L. B.; MAIA, M. L. *Cálculo numérico: com aplicações*. São Paulo : Harbra, 1987. p. 384 ISBN 85-294-0089-5

BRUNNER, C. U.; NIEDERBERGER, A. A.; ALMEIDA, A. T.; , KEULENAER, H. Normas de eficiência energética: construindo uma comunidade internacional. *Revista eletridade moderna*, São Paulo, v. 1, n. 412, p. 280-300, jul.2008.

CHEN, T. C.; SHEU, T. T. Model reference neural network controller for induction motor speed control. *Energy conversion, IEEE transactions*. [S.l.], v. 17, n. 2, p. 157-163, jun. 2002.

DONATELLI, G.D.; KONRATH, A.C. Simulação de monte carlo na avaliação de incertezas de medição. *Revista de ciência e tecnologia*, Piracicaba, v. 13, n. 25/26, p. 5-15, jan./dez. de 2005.

EL-IBIARY, Y. An accurate low-cost method for determining electric motors' efficiency for the purpose of plant energy management. *Industry applications, IEEE transactions*, [S.l.], v. 39, n. 4, p. 1205-1210, July/Aug. 2003.

FITZGERALD, A. E.; KINGSLEY, C.; UMANS, S. D. *Máquinas elétricas: com introdução à eletrônica de potência*. 6. ed. Porto Alegre: Bookman, 2006. p. 648.

GARCIA, A. G. P. *Impacto da lei de eficiência energética para motores no potencial de conservação de energia na indústria*, 127fls. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ. Rio de Janeiro. COPPE, 2003.

GLEW, C. N. Stray load losses in induction motors: a challenge to academia. *Power engineering journal, IEEE.*, [S.l.], v. 12, p. 27-32, 1998.

GUIA PARA EXPRESSÃO DA INCERTEZA DE MEDIÇÃO (GUM). 3. ed. Rio de Janeiro: ABNT, 2003.

HSU, J. S.; SCOGGINS, B. P. Field test of motor efficiency and load changes through air-gap torque. *Energy conversion, IEEE transactions*, [S.l.], v. 10, n. 3, p. 477-483, Sept. 1995.

HSU, J. S. Monitoring of defects in induction motors through air-gap torque observation. *Industry applications, IEEE transactions*, [S.l.], v. 31, n. 5, p. 1016-1021, Sept./Oct. 1995.

HSU, J. S. et al. Comparison of induction motor field efficiency evaluation methods. *Industry applications, IEEE transactions*, [S.l.], v. 34, n. 1, p. 117-125, Jan./Feb. 1998.

KORNBLIT, F. Evaluation of uncertainty in calibration and testing. *Advanced school of metrology: evaluation of uncertainty in measurement*. Angra dos Reis : Programa RH-metrologia, 1997.

KRAUSE, P. C.; WASYNCZUK, O.; SUDHOFF, S. D. *Analysis of electric machinery and drive systems*. 2. ed. New York : Wiley-Interscience, IEEE Press, 2002. p. 613.

KUECK, J. D. et al. *Assessment of methods for estimating motor efficiency and load under field conditions*. Oak Ridge : Oak Ridge National Laboratory, 1996. ORNL/ TM-13165.

LJUNG, L. *System identification: theory for the user*. Englewood Cliffs, NJ : Prentice-Hall, 1987.

LU, B. *Energy usage evaluation and condition monitoring for electric machines using wireless sensor networks*. Dissertation (PhD). Georgia Institute of Technology, 2006.

LU, B.; HABELTLER, T.G.; HARLEY, R.G. A survey of efficiency-estimation methods for in-service induction motors. *IEEE transactions on. Industry application*, [S.l.], v. 42, n. 4, p. 924-933, July/Aug. 2006.

MINISTÉRIO DE MINAS E ENERGIA (MME). *Decreto lei 4.508/2002*. Disponível em: <[http://www.mme.gov.br/mme/galerias/arquivos/legislacao/decreto/2002/Decreto\\_no\\_4.508-2002.pdf](http://www.mme.gov.br/mme/galerias/arquivos/legislacao/decreto/2002/Decreto_no_4.508-2002.pdf). > Acesso em: 11 de janeiro de 2010.

MINISTÉRIO DE MINAS E ENERGIA (MME). *Lei 10.295/2001*. Dispõe sobre a eficiência energética. Disponível em: <[http://www.mme.gov.br/mme/galerias/arquivos/legislacao/Leis/Lei\\_no\\_10295-2001.pdf](http://www.mme.gov.br/mme/galerias/arquivos/legislacao/Leis/Lei_no_10295-2001.pdf).> Acesso em: 11 de janeiro de 2010.

MINISTÉRIO DE MINAS E ENERGIA (MME). *Portaria interministerial 553/2005*. Disponível em: <[http://www.mme.gov.br/mme/galerias/arquivos/legislacao/portaria\\_interministerial/Portaria\\_MME-MCT-MDIC\\_no\\_553-2005.pdf](http://www.mme.gov.br/mme/galerias/arquivos/legislacao/portaria_interministerial/Portaria_MME-MCT-MDIC_no_553-2005.pdf). > Acesso em: 11 de janeiro de 2010.

OLIVEIRA, P. F. R. *Estimação de parâmetros do motor de indução utilizando um modelo contínuo no tempo*. Dissertação de Mestrado. Escola de Engenharia, UFMG. Belo Horizonte, 1998.

PROCEL. *Pesquisa de posse de equipamentos e hábitos de uso - Classe industrial*. Disponível em: <<http://www.eletronbras.gov.br/procel>> Acesso em: 10 de Janeiro de 2010.

SIEMENS. *Economia de energia: motores trifásicos de baixa tensão*. Disponível em: <<http://www.siemens.com.br>> Acesso em: 10 de Janeiro de 2010.

VAS, P. *Sensorless vector and indirect torque control*. Oxford : Oxford University. Oxford University Press, 1998.

VOCABULÁRIO INTERNACIONAL DE METROLOGIA (VIM). *Termos fundamentais e gerais de metrologia*. Rio de Janeiro : INMETRO, 2009.

WEG 2009. *Catálogo de assistência técnica 2009*. Disponível em: <<http://www.weg.net/br>> Acesso em: 04 de Janeiro de 2010.

WEG 2010. *Estudo de caso: eficiência energética em motores elétricos*. Disponível em: <<http://www.weg.net/files/products/WEG-eficiencia-energetica-em-motores-eletricos-wmo029-estudo-de-caso-portugues-br.pdf>> Acesso em: 15 de Dezembro de 2010.

## APÊNDICE – A

Este apêndice apresenta o desenvolvimento da simplificação do circuito equivalente do motor, onde são deduzidas as equações equivalentes da reatância  $X_e$  e da resistência  $R_e$ .

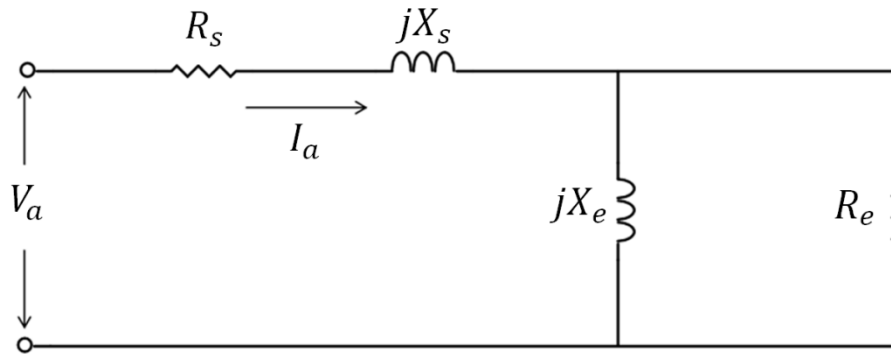


Figura 56 – Circuito equivalente simplificado.

A seguir é dada a seqüência de cálculo para encontrar tanto a reatância equivalente  $X_e$  quanto à resistência equivalente  $R_e$ .

$$\frac{1}{R_e} + \frac{1}{jX_e} = \frac{1}{R_c} + \frac{1}{jX_m} + \frac{1}{(R + jX_r)} \quad (233)$$

Onde:

$$R = \frac{R_r}{s} \quad (234)$$

Manipulando algebricamente a equação (235):

$$\frac{1}{R_e} + \frac{1}{jX_e} = \frac{jX_m(R + jX_r) + R_c(R + jX_r) + jX_mR_c}{jX_mR_c(R + jX_r)} \quad (235)$$

$$\frac{1}{R_e} + \frac{1}{jX_e} = \frac{jX_mR - X_mX_r + R_cR + jX_rR_c + jX_mR_c}{jX_mR_cR - X_mR_cX_r} \quad (236)$$

$$\frac{1}{R_e} + \frac{1}{jX_e} = \frac{(R_cR - X_mX_r) + j(X_mR + X_rR_c + X_mR_c)}{j(X_mR_cR) - X_mR_cX_r} \cdot \frac{j(X_mR_cR) - X_mR_cX_r}{j(X_mR_cR) - X_mR_cX_r} \quad (237)$$

$$\frac{1}{Re} + \frac{1}{jX_e} = \frac{X_m^2 X_r^2 R_c + X_m^2 R_c R^2 + X_m^2 R_c^2 R - j(X_m R_c^2 R + X_m X_r^2 R_c^2 + X_m^2 X_r R_c^2)}{X_m^2 R_c^2 (X_r^2 + R^2)} \quad (238)$$

Separando a parte real e a parte imaginária da equação (238):

$$\frac{1}{Re} = \frac{X_m^2 X_r^2 R_c + X_m^2 R_c R^2 + X_m^2 R_c^2 R}{X_m^2 R_c^2 (X_r^2 + R^2)} = \frac{X_r^2 + R^2 + R_c R}{R_c (X_r^2 + R^2)} \quad (239)$$

$$\frac{1}{jX_e} = \frac{-j(X_m R_c^2 R + X_m X_r^2 R_c^2 + X_m^2 X_r R_c^2)}{X_m^2 R_c^2 (X_r^2 + R^2)} = -j \frac{X_r^2 + R^2 + X_m X_r}{X_m (X_r^2 + R^2)} \quad (240)$$

Assim a reatância equivalente  $X_e$  é dada pela seguinte equação:

$$X_e = \frac{X_m (X_r^2 + R^2)}{X_r^2 + R^2 + X_m X_r} \quad (241)$$

E a resistência equivalente  $Re$  é dada por:

$$Re = \frac{R_c (X_r^2 + R^2)}{X_r^2 + R^2 + R_c R} \quad (242)$$

## APÊNDICE – B

Este apêndice apresenta o desenvolvimento das equações do modelo do motor de indução no referencial do estator.

Retomando as equações fundamentais do motor, no referencial do estator:

$$v_{ds} = R_s i_{ds} + \frac{d\phi_{ds}}{dt} \quad (243)$$

$$v_{qs} = R_s i_{qs} + \frac{d\phi_{qs}}{dt} \quad (244)$$

$$v_{dr} = R_r i_{dr} + \phi_{qr} \omega + \frac{d\phi_{dr}}{dt} = 0 \quad (245)$$

$$v_{qr} = R_r i_{qr} - \phi_{dr} \omega + \frac{d\phi_{qr}}{dt} = 0 \quad (246)$$

Determinando as equações magnéticas do motor:

$$\phi_{dr} = L_m i_{ds} + L_r i_{dr} \quad (247)$$

$$\phi_{qr} = L_m i_{qs} + L_r i_{qr} \quad (248)$$

$$\phi_{ds} = L_s i_{ds} + L_m i_{dr} \quad (249)$$

$$\phi_{qs} = L_s i_{qs} + L_m i_{qr} \quad (250)$$

No motor de indução as grandezas do rotor não estão acessíveis e, portanto, não podem ser medidas diretamente. Sendo as tensões  $v_{dr}$  e  $v_{qr}$  nulas, procura-se eliminar as demais grandezas do rotor, ou seja, as correntes e os fluxos. Assim, a partir da equação (249), tem-se:



$$i_{dr} = \frac{\phi_{ds}}{L_m} - L_s i_{ds} \quad (251)$$

A partir da equação (250), tem-se:

$$i_{qr} = \frac{\phi_{qs}}{L_m} - L_s i_{qs} \quad (252)$$

Substituindo a equação (251) na equação (247):

$$\phi_{dr} = \frac{L_r}{L_m} (\phi_{ds} - \sigma L_s i_{ds}) \quad (253)$$

Onde:

$$\sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r} \quad (254)$$

Derivando a equação (253):

$$\frac{d\phi_{dr}}{dt} = \frac{L_r}{L_m} \left( \frac{d\phi_{ds}}{dt} - \sigma L_s \frac{di_{ds}}{dt} \right) \quad (255)$$

Substituindo a equação (252) na equação (248):

$$\phi_{qr} = \frac{L_r}{L_m} (\phi_{qs} - \sigma L_s i_{qs}) \quad (256)$$

Derivando a equação (256):

$$\frac{d\phi_{qr}}{dt} = \frac{L_r}{L_m} \left( \frac{d\phi_{qs}}{dt} - \sigma L_s \frac{di_{qs}}{dt} \right) \quad (257)$$

Substituindo as equações (251), (255) e (256) na equação (245):

$$0 = \frac{\phi_{ds}}{\tau_r} - \frac{L_s}{\tau_r} i_{ds} + \omega \phi_{qs} - \sigma L_s \omega i_{qs} + \frac{d\phi_{ds}}{dt} - \sigma L_s \frac{di_{ds}}{dt} \quad (258)$$

Onde:

$$\tau_r = \frac{L_r}{R_r} \quad (259)$$

Substituindo a equação (243) na equação (258):

$$\sigma L_s \frac{di_{ds}}{dt} + \left( R_s + \frac{L_s}{\tau_r} \right) i_{ds} + \sigma L_s \omega i_{qs} - \frac{\phi_{ds}}{\tau_r} - \omega \phi_{qs} = v_{ds} \quad (260)$$

Substituindo agora as equações (252), (253) e (257) na equação (246):

$$0 = \frac{\phi_{qs}}{\tau_r} - \frac{L_s}{\tau_r} i_{qs} - \omega \phi_{ds} + \sigma L_s \omega i_{ds} + \frac{d\phi_{qs}}{dt} - \sigma L_s \frac{di_{qs}}{dt} \quad (261)$$

Substituindo a equação (244) na equação (261):

$$\sigma L_s \frac{di_{qs}}{dt} + \left( R_s + \frac{L_s}{\tau_r} \right) i_{qs} - \sigma L_s \omega i_{ds} - \frac{\phi_{qs}}{\tau_r} - \omega \phi_{ds} = v_{qs} \quad (262)$$

Dividindo as equações (260) e (262) por  $\sigma L_s$  e reescrevendo-as juntamente com as equações (243) e (244), obtêm-se o modelo do motor sem as grandezas associadas ao rotor:

$$\frac{di_{ds}}{dt} = - \left( \frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{1}{\sigma \tau_r} \right) i_{ds} - \omega i_{qs} + \frac{1}{\sigma L_s \tau_r} \phi_{ds} + \frac{1}{\sigma L_s} \omega \phi_{qs} + \frac{1}{\sigma L_s} v_{ds} \quad (263)$$

$$\frac{di_{qs}}{dt} = - \left( \frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{1}{\sigma \tau_r} \right) i_{qs} + \omega i_{ds} + \frac{1}{\sigma L_s \tau_r} \phi_{qs} + \frac{1}{\sigma L_s} \omega \phi_{ds} + \frac{1}{\sigma L_s} v_{qs} \quad (264)$$

$$\frac{d\phi_{ds}}{dt} = v_{ds} - R_s i_{ds} \quad (265)$$

$$\frac{d\phi_{qs}}{dt} = v_{qs} - R_s i_{qs} \quad (266)$$