

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

VERIFICAÇÃO DE SEÇÕES DE CONCRETO ARMADO
SOLICITADAS POR FLEXÃO COMPOSTA
À FADIGA

Almir Schäffer

Dissertação apresentada ao corpo docente do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do título de *Mestre em Engenharia*.

Área de concentração: Estruturas

Porto Alegre
2002

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pelo Programa de Pós-Graduação.

Prof. Américo Campos Filho
Orientador

Prof. Francisco de Paula Simões Lopes Gastal
Coordenador do Programa de Pós-Graduação
em Engenharia Civil

BANCA EXAMINADORA

Prof. Américo Campos Filho (Orientador)
Dr. pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

Prof. Francisco de Paula Simões Lopes Gastal
Ph.D. pela North Carolina State University

Prof. Luiz Carlos Pinto da Silva Filho
Ph.D. pela University of Leeds

Prof. Mauro de Vasconcellos Real
Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

AGRADECIMENTOS

À Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul que, no esforço permanente do aperfeiçoamento de seu quadro docente, foi razão de incentivo à realização deste trabalho.

Aos Professores do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da UFRGS, pelos ensinamentos ministrados durante o curso, pela postura profissional, pela atenção e dedicação sempre manifestadas.

Ao Professor Américo Campos Filho pela valiosa orientação prestada na preparação deste trabalho e, sobretudo, pela acolhida ao projeto e pela confiança demonstrada na possibilidade de desenvolvê-lo num tempo que tornava-se bastante exíguo.

Às colegas Professoras Maria Regina Leggerini, Mauren Aurich e Gláucia Souza Figueiró pelo apoio recebido e pela amizade firmada ao longo do curso.

À minha esposa, Neiva, e aos meus filhos, Luis Alberto, Barbara e Ricardo, pelo tempo que cederam para a realização deste trabalho.

SUMÁRIO

LISTA DE SÍMBOLOS	vii
LISTA DE FIGURAS	x
RESUMO	xi
ABSTRACT	xii
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 FADIGA	1
1.2 RESISTÊNCIA DO AÇO À FADIGA	2
1.3 RESISTÊNCIA DO CONCRETO À FADIGA	5
1.4 OBJETIVO DO TRABALHO	7
2 DISPOSIÇÕES DO PROJETO DE REVISÃO DA NBR 6118/2001 (TEXTO CONCLUSIVO) RELATIVAS À FADIGA	9
2.1 GENERALIDADES	9
2.2 MODELO DE CÁLCULO	9
2.3 SEGURANÇA E ESTADOS LIMITES	10
2.4 COEFICIENTES DE PONDERAÇÃO	11
2.5 COMBINAÇÕES DAS AÇÕES	12
2.6 VERIFICAÇÃO DA FADIGA DA ARMADURA	13
2.7 VERIFICAÇÃO DA FADIGA DO CONCRETO	13
3 PREPARAÇÃO DOS DADOS PARA O PROGRAMA	15
3.1 CARACTERÍSTICAS MECÂNICAS DOS MATERIAIS	15
3.2 DEFINIÇÃO DA SEÇÃO	15

3.3	ESFORÇOS SOLICITANTES	16
3.4	ARQUIVO DE DADOS	17
4	PROCEDIMENTOS DE CÁLCULO	18
4.1	SEÇÃO DE AÇO	18
4.2	CENTRO DE GRAVIDADE DA SEÇÃO DE CONCRETO	19
4.3	ESFORÇOS SOLICITANTES DE CÁLCULO	21
4.4	DEFORMAÇÃO ESPECÍFICA E TENSÃO NUM PONTO DA SEÇÃO	22
4.5	ESFORÇOS RESISTENTES DE CÁLCULO	24
4.5.1	Vetores de esforços resistentes	24
4.5.2	Esforços resistentes do aço	25
4.5.3	Esforços resistentes do concreto	28
4.5.4	Esforços resistentes de cálculo	32
4.6	CÁLCULO DO VETOR DE DEFORMAÇÕES ESPECÍFICAS	33
4.6.1	Condições de equilíbrio	33
4.6.2	Processo iterativo	34
4.6.3	Valor inicial do vetor de deformações específicas	35
4.6.4	Critério de convergência	36
4.7	SEPARAÇÃO DA ZONA COMPRIMIDA DA SEÇÃO	39
4.8	MÁXIMA VARIAÇÃO DE TENSÃO NO AÇO	42
4.9	MÁXIMA TENSÃO NO CONCRETO	42
4.9.1	Tensões de compressão máximas no concreto	42
4.9.2	Coeficientes η_c	43
4.9.3	Máxima tensão reduzida $\eta_c \sigma_{c,max}$	44
5	SAÍDA DOS RESULTADOS DO PROGRAMA	45
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	46

7 EXEMPLOS DE APLICAÇÃO DO PROGRAMA	48
7.1 EXEMPLO 1 - SEÇÃO T	48
7.2 EXEMPLO 2 - SEÇÃO RETANGULAR OCA	58
7.3 EXEMPLO 3 - SEÇÃO RETANGULAR	67
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	82
ANEXO A - O ESTÁDIO II (DO CONCRETO ARMADO)	85
ANEXO B - CÁLCULO DE INTEGRAIS COM O TEOREMA DE GREEN	87
ANEXO C - LISTAGEM DO PROGRAMA (EM TRUE BASIC)	92

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras romanas maiúsculas:

Ac	área da seção de concreto
Ar	área relativa total da seção de aço
A_{r_i}	área relativa da seção da barra i
As	área total da seção de aço
A_{s_i}	área da seção da barra i
Azc	área da zona comprimida da seção de concreto
EG	matriz
Ec	módulo de elasticidade do concreto
Es	módulo de elasticidade do aço
Fd	ação de cálculo
Fd,ser	ação de cálculo para combinação de serviço
Fk	ação característica
Gc	matriz das características geométricas da zona comprimida do concreto
Gs	matriz das características geométricas da seção de aço
G00, G01, etc.	funções
Jxc, Jyc, Jxyc	momentos e produto de inércia da zona comprimida do concreto
Jxs, Jys, Jxys	momentos e produto de inércia da seção de aço
Nc, Mxc, Myc	esforços resistentes da zona comprimida do concreto
Nd, Mxd, Myd	esforços solicitantes de cálculo (eixos baricêntricos)
Nd, Mx"d, My"d	esforços solicitantes de cálculo (eixos quaisquer)
Nr, Mxr, Myr	esforços resistentes da seção (aço + concreto)
Ns, Mxs, Mys	esforços resistentes da seção de aço
Rc	vetor de esforços resistentes de cálculo da zona comprimida do concreto
Rd	vetor de esforços resistentes de cálculo da seção (aço + concreto)
Rs	vetor de esforços resistentes de cálculo da seção de aço

S_d	vetor de esforços solicitantes de cálculo
S_{xc}, S_{yc}	momentos estáticos da zona comprimida do concreto
$S_{x'c}, S_{y'c}$	momentos estáticos da seção de concreto
S_{xs}, S_{ys}	momentos estáticos da seção de aço
W_{xc}, W_{yc}	módulos resistentes da seção de concreto

Letras romanas minúsculas:

a	medida fixa de 300 mm
f_c	estimativa da resistência do concreto
f_{cd}	resistência de cálculo do concreto
f_{cd}, f_{fad}	resistência de cálculo do concreto, à fadiga
f_{ck}	resistência característica do concreto
f_{yk}	resistência característica do aço
i_{xc}, i_{yc}	raios de giração da seção de concreto
n	relação entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto
n_b	número de barras de aço da seção de aço
n_v	número de vértices da seção de concreto
x_{b_i}, y_{b_i}	coordenadas das posições das barras (eixos quaisquer)
x_g, y_g	coordenadas do centro de gravidade da seção de concreto
x_{max}, y_{max}	estimativas de distâncias
x_{s_i}, y_{s_i}	coordenadas das posições das barras (eixos baricêntricos)

Letras gregas maiúsculas:

$\Delta f_{sd, fad}$	máxima variação de tensão de cálculo admissível no aço
$\Delta N, \Delta M_x, \Delta M_y$	diferenças entre esforços resistentes e solicitantes
$\Delta N_a, \Delta M_{xa}, \Delta M_{ya}$	diferenças $\Delta N, \Delta M_x$ e ΔM_y máximas aceitáveis
$\Delta \sigma$	variação de tensão, curso de tensões
$\Delta \sigma_s$	variação de tensão no aço

Letras gregas minúsculas:

γ_c	coeficiente de ponderação do concreto
γ_f	coeficiente de ponderação das ações
γ_s	coeficiente de ponderação do aço
ε	deformação específica, vetor de deformações específicas
ε_g	deformação específica no centro de gravidade da seção de concreto
η_c	fator do gradiente de tensões
ρ	taxa geométrica de armadura
σ_c	tensão no concreto
$\sigma_{c,max}$	tensão de compressão máxima no concreto
σ_{max}	tensão máxima num ciclo de tensões
σ_{med}	tensão média num ciclo de tensões
σ_{min}	tensão mínima num ciclo de tensões
σ_s	tensão no aço
ϕ, ϕ_x, ϕ_y	curvaturas
ψ_1	fator de redução para combinações freqüentes
ψ_2	fator de redução para combinações quase permanentes

LISTA DE FIGURAS

1.1	Tensões variáveis	1
1.2	Esforços solicitantes no pilar P1, para as posições 1 e 2 do veículo	7
3.1	Eixos de referência, seção e esforços solicitantes	15
4.1	Centro de gravidade da seção de concreto	19
4.2	Esforços solicitantes de cálculo	21
4.3	Diagramas de deformações	22
4.4	Esforços resistentes do aço e do concreto	25
4.5	Elipsóide de diferenças máximas admissíveis	37
4.6	Diagrama " ϵ_i " para os vértices da seção	39
4.7	Segundo diagrama " ϵ_i "	40
4.8	Diagrama " ϵ_i " para os vértices da zona comprimida	40
4.9	Diagrama " ϵ " para o lado "i, j" da seção	41
4.10	Deformações e tensões no concreto	44
7.1	(a) Vértices da seção - (b) Posições das barras	48
7.2	Telas de saída do exemplo 1	52
7.3	Seção do pilar	58
7.4	Telas de saída do exemplo 2	62
7.5	(a) Armadura real - (b) Armadura agrupada	67
7.6	Ponte sobre o rio Jacuí, durante a construção	68
7.7	Ponte sobre o rio Jacuí, concluída	68
A.1	Diagramas " $\sigma - \epsilon$ " para o aço e para o concreto	85
A.2	Distribuição das deformações e das tensões na seção	86
B.1	Região plana de área A e contorno C	87
B.2	Região com contorno poligonal	88
B.3	Lado genérico "i, j" do contorno	90

RESUMO

Neste trabalho, apresenta-se um programa de computador criado para automatizar os procedimentos para a verificação à fadiga de seções de concreto armado, submetidas a solicitações normais, conforme as recomendações do Projeto de revisão da NBR 6118/2001 (Texto conclusivo).

O programa calcula as tensões e as variações de tensões, necessárias para as verificações, no regime elástico (estádio II), qualquer que seja a solicitação (reta ou desviada) e qualquer que seja a seção transversal da barra (suposta poligonal).

Este programa tem grande utilidade prática na verificação de lajes, vigas e pilares de concreto armado. Devido à sua simplicidade e à quantidade de conhecimentos básicos, de cálculo diferencial e integral, cálculo numérico, geometria das massas, resistência dos materiais e concreto armado, envolvidos no seu desenvolvimento, pode ser usado também para fins didáticos.

ABSTRACT

This paper aims to present a computer program created to automatize procedures for the verification of fatigue of reinforced concrete sections, subjected to bending moment and axial force, according to the recommendations of the NBR6118/2001 Brazilian Code Revision Project (Conclusive text).

The program evaluates stresses and their variations that are necessary for the check of the elastic linear behavior, no matter the bending (uniaxial or biaxial) and no matter the bar's section shape (presumed polygonal).

This program has wide practical use in the verification of reinforced concrete slabs, beams and columns. Due to its simplicity and quantity of basic knowledge of differential and integral calculus, numerical calculus, mass geometry, strength of materials and reinforced concrete involved in the development of this program, it can be used for didactic purposes as well.

1 INTRODUÇÃO

1.1 FADIGA

Estruturas de concreto armado são freqüentemente sujeitas a tensões variáveis e para determinar a capacidade resistente destas estruturas é necessário conhecer a resistência dos materiais para estas tensões variáveis. É fato bem conhecido, desde há muito tempo, que sob carregamentos e descarregamentos repetidos ou tensões variáveis, a ruptura pode produzir-se por tensões menores do que a resistência à ruptura do material, obtida no ensaio estático, e que a grandeza destas tensões, necessárias para produzir a ruptura, decresce quando o número de ciclos de tensões cresce. Este fenômeno de redução da resistência de um material, causado por tensões variáveis, é chamado fadiga.

Um ciclo de tensões fica completamente definido quando forem dados os valores máximo e mínimo, σ_{\max} e σ_{\min} da tensão variável (Fig. 1.1).

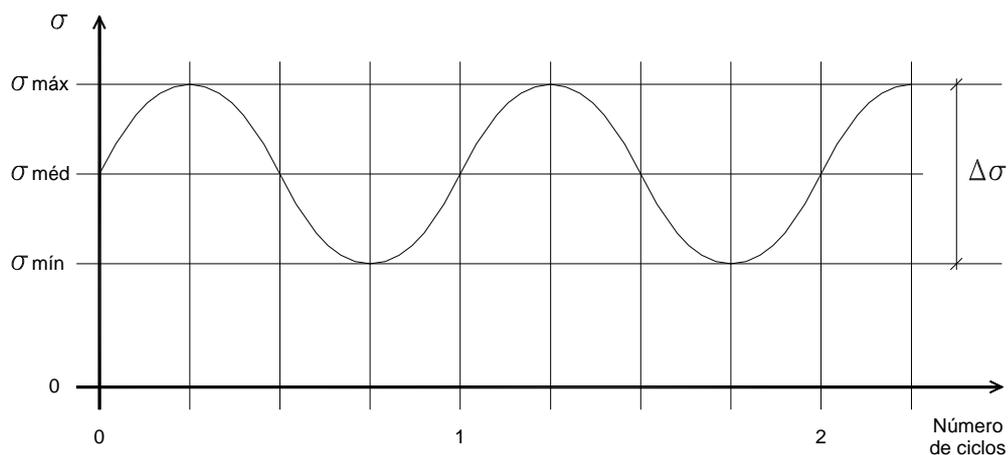


FIGURA 1.1 - Tensões variáveis

Alternativamente, podem ser fornecidos a tensão média, $\sigma_{\text{med}} = (\sigma_{\max} + \sigma_{\min}) / 2$ e a amplitude da variação das tensões (= curso das tensões) $\Delta\sigma = \sigma_{\max} - \sigma_{\min}$, ou, ainda, σ_{\min} e $\Delta\sigma$ ou σ_{\max} e $\Delta\sigma$.

O ensaio realizado para determinar a resistência à fadiga de um material é chamado ensaio de duração. A seguir, serão apresentadas as principais conclusões obtidas de alguns ensaios realizados com o aço para concreto armado e com o concreto.

1.2 RESISTÊNCIA DO AÇO À FADIGA

Os aços especiais (barras de aço nervuradas de alta aderência) começaram a ser usados no Brasil, em pontes de concreto armado, a partir de aproximadamente 1960.

No que segue, apresenta-se uma relação das normas brasileiras, a partir daquela época, que trataram da consideração da fadiga nestes aços. Esta relação é acompanhada de comentários pertinentes, bastante resumidos.

a) NB-2/1950

Nesta norma de pontes só era admitido o uso de barras de aço lisas (sem nervuras), das categorias 37-CA e 50-CA que correspondem às atuais categorias CA-25 e CA-32. Neste aço, com as tensões de serviço usuais, não se manifesta o fenômeno da fadiga. Aços especiais não eram admitidos em pontes.

b) NB-1/1940 (Revisão de 1960)

Nesta norma passou a ser admitido o uso de aços especiais das categorias CA-T40 e CA-T50 (atuais CA-40B e CA-50B) em obras de concreto armado comuns (edifícios). Esta, no entanto, não é uma norma de pontes.

c) NB-2/1950 (Revisão de 1961)

Esta norma passou a admitir o uso de aços especiais das categorias CA-T40 e CA-T50 em pontes. Era omissa em relação à fadiga.

d) EB-3/1965

Esta especificação, no seu Anexo II, modifica dispositivos da NB-1 e da NB-2 e estabelece um limite para a variação da tensão em aços especiais (categorias CA-40, CA-50 e CA-60), de 220 MPa (item 16, letra a), na armadura reta de vigas fletidas. Como na época era usual multiplicar previamente as cargas móveis por 1,2, a variação de tensão realmente admitida pela EB-3/1965 era de $220/1,2 \cong 180$ MPa.

e) EB-3/1967

O Anexo da EB-3/1967 repete o disposto no Anexo II da EB-3/1965, em relação à fadiga da armadura de flexão.

f) NBR 6118/1978 (Antiga NB-1)

Refere-se à fadiga apenas no item 3.1.1.7 onde dispõem: "Havendo possibilidade de fadiga deverá esta ser considerada no cálculo das peças".

g) NBR 7187/1987 (Antiga NB-2)

Na ausência de resultados de ensaios esta norma fixa, no item 8.1.3.1, a resistência característica à fadiga, Δf_{sk} , para barras de alta aderência (aços especiais), em 150 MPa.

O item 10.11.1.2 limita a máxima variação da tensão no aço ao valor de Δf_{sk} dividido por um coeficiente de segurança à fadiga igual à 1,5, isto é, ao valor de $150/1,5 = 100$ MPa (?). Este resultado está muito abaixo dos valores usuais ($\cong 180$ MPa) o que sugere a existência de um engano da norma nesta questão da fadiga.

h) Projeto de revisão da NBR 6118/2001 (Texto conclusivo)

As disposições desta nova norma serão apresentadas no capítulo 2 deste trabalho.

As disposições relativas à fadiga, apresentadas no anexo da EB-3/1967, foram as disposições mais claras e precisas estabelecidas pelas normas brasileiras e foram largamente usadas no projeto de pontes e viadutos de concreto armado. Deverão ser substituídas agora pelas disposições da nova NBR 6118.

As disposições do Anexo da EB-3/1967 estão de acordo com os resultados de ensaios de duração realizados na Alemanha, por volta de 1960, e nos Estados Unidos posteriormente. As principais conclusões obtidas destes ensaios, onde as barras de aço foram ensaiadas dentro do concreto, foram as seguintes (Revista Estrutura nº 59, 1966, p. 23 e 24):

- a) a resistência à fadiga de um aço pode ser caracterizada por um único dado: a amplitude da variação das tensões. A amplitude capaz de provocar a ruptura por fadiga em dois milhões de ciclos é a medida da resistência à fadiga do aço. Esta amplitude não depende da tensão média dos ciclos;
- b) a amplitude que produz a ruptura por fadiga não depende da categoria (resistência) do aço, mas apenas da conformação superficial das barras. Barras lisas têm resistência à fadiga 50% superior à resistência das barras com saliências;
- c) a resistência à fadiga das barras com saliências dentro do concreto é menor que a resistência das barras fora do concreto; e
- d) para barras com saliências, a amplitude, que produz a ruptura por fadiga, é em média de 220 MPa. Considerando a dispersão dos resultados, pode ser usado o valor máximo admissível de 180 MPa (o que equivale a aplicar um coeficiente de segurança 1,2 ao valor médio). Para as barras lisas o valor médio da amplitude é de 320 MPa e para máximo admissível pode ser usado o valor de 270 MPa.

O procedimento do Anexo da EB-3/1967, relativo à fadiga, que consiste em limitar a amplitude máxima da variação das tensões no aço, continua sendo utilizado atualmente, tanto pelo Projeto de revisão da NBR 6118/2001 como por outras normas internacionais. Num levantamento feito pelo CEB (Boletim de Informação nº 188, 1988, item 7.4.3, p. 288), de como a fadiga é tratada por algumas normas recentes usadas na Europa e nos Estados Unidos, foi constatado que todas as normas consultadas aplicam o "conceito $\Delta\sigma$ " para o cálculo do aço à fadiga, isto é, em todas as normas apenas a amplitude da variação das tensões é considerada, independentemente da tensão média no aço.

1.3 RESISTÊNCIA DO CONCRETO À FADIGA

Nenhuma exigência de verificação do concreto à fadiga era feita pelas normas brasileiras anteriores ao Projeto de revisão da NBR 6118/2001. Esta nova norma, no entanto, exige tal verificação.

No que segue, apresenta-se um resumo das principais características do concreto, à fadiga, extraídas do Manual do Concreto da ACI (1991).

a) A resistência à fadiga do concreto é definida como uma fração da resistência estática que pode ser suportada repetitivamente para um dado número de ciclos. A resistência à fadiga é influenciada pela amplitude da variação das tensões e pela excentricidade da carga (gradiente de tensões) entre outras causas (ACI 215R, 1991, item 2.1.1).

b) A resistência à fadiga do concreto diminui com o aumento do número de ciclos. O concreto não apresenta um limite de resistência à fadiga até dez milhões de ciclos. Isto significa que não existe um valor limite da tensão abaixo da qual o concreto suporta um número infinito de ciclos sem se romper. A resistência do concreto à fadiga diminui com o aumento da amplitude da variação das tensões, podendo-se considerar uma relação linear (diagrama de Goodman) (ACI 215R, 1991, item 2.1.2).

c) Gradientes de tensões influenciam a resistência à fadiga do concreto. Para simular a zona comprimida de vigas, corpos de prova foram submetidos a ensaios

de duração com forças de compressão excêntricas. A resistência à fadiga (medida pela tensão máxima na seção) para cargas excêntricas foi de 15 a 18% mais alta que a resistência à fadiga obtida para tensões uniformemente distribuídas (ACI 215R, 1991, item 2.1.6). Quando a resistência do concreto à fadiga é comparada não com a resistência estática à compressão centrada mas sim com a resistência estática à compressão excêntrica, com a mesma excentricidade do ensaio de duração, verifica-se que a resistência à fadiga do concreto praticamente não varia. Portanto, as resistências do concreto - estática e à fadiga - são afetadas pela excentricidade na mesma proporção (Boletim de Informação nº 188, 1988, item 3.14, p. 123).

No levantamento feito pelo CEB (Boletim de Informação nº 188, 1988, item 7.4.4, p. 288) de como a fadiga é tratada por algumas normas recentes importantes, consta que em uma das normas não é exigida a verificação do concreto à fadiga e que todas as demais usam o "conceito σ_{\max} ", isto é, estabelecem um valor máximo que a tensão pode atingir no concreto, quando solicitado por tensões variáveis.

O conceito σ_{\max} também é usado pelo Projeto de revisão da NBR 6118/2001 para verificar o concreto à fadiga.

1.4 OBJETIVO DO TRABALHO

O objetivo deste trabalho é desenvolver um programa de computador para automatizar os procedimentos para a verificação à fadiga de seções quaisquer de concreto armado submetidas a solicitações normais, conforme as recomendações do Projeto de revisão da NBR 6118/2001.

Esta nova norma exige que estruturas de concreto armado, sujeitas a cargas móveis elevadas - que produzem variações de tensões consideráveis tanto no aço como no concreto - como ocorre no caso de pontes e viadutos em geral (Fig. 1.2), sejam verificadas também no estado limite último de fadiga.

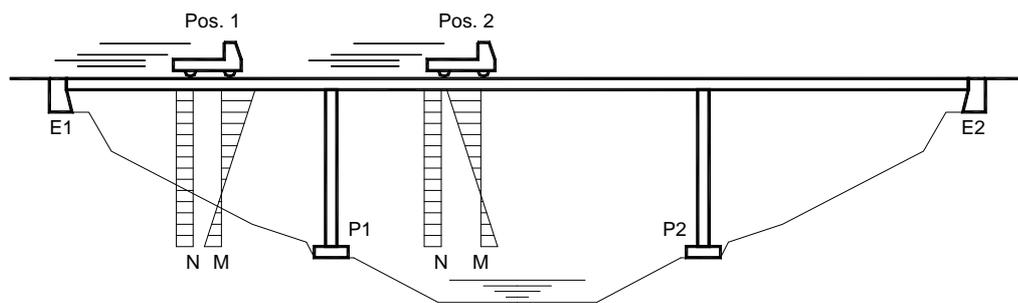


FIGURA 1.2 - Esforços solicitantes no pilar P1, para as posições 1 e 2 do veículo

Nesta norma são fixados limites para a máxima variação de tensão no aço (conceito $\Delta\sigma$) e para a tensão de compressão máxima no concreto (conceito σ_{\max}). Para a verificação destes limites o cálculo das tensões deve ser feito no estágio II.

O cálculo de estruturas de concreto armado no estágio II teve suas bases estabelecidas há várias décadas atrás e soluções para solicitações simples (flexão reta) e seções particulares (seção retangular) foram determinadas e publicadas sob a forma de ábacos e tabelas na bibliografia clássica sobre o assunto (Mörsch (1948), Löser (1957), Pucher (1957), etc.).

Mais recentemente foram criadas soluções computacionais para o cálculo de seções de concreto armado de forma qualquer, solicitadas por flexão composta desviada, na ruptura. Existem excelentes trabalhos onde são apresentados programas de computador que automatizam estes cálculos (Werner (1974), Campos Filho (1996), etc.).

Neste trabalho, pretende-se reunir estes conhecimentos existentes - do comportamento do concreto no regime elástico (estádio II), conhecido desde há muito tempo e de programas computacionais para o cálculo de seções de forma qualquer, solicitadas por flexão composta desviada, na ruptura, mais recentes - para desenvolver o programa proposto.

O programa em questão deverá calcular as tensões e variações de tensões necessárias para a verificação da fadiga em seções de concreto armado, qualquer que seja a forma da seção (suposta poligonal) e qualquer que seja solicitação normal (reta ou desviada).

Como resultados finais, de interesse prático, este programa deverá fornecer a máxima tensão no aço, a máxima variação de tensão no aço e a máxima tensão de compressão no concreto.

Para escrever o programa será usado o True Basic, linguagem de programação criada pelos Profs. John G. Kemeny e Thomas E. Kurtz, que são também os autores da linguagem Basic original.

2 DISPOSIÇÕES DO PROJETO DE REVISÃO DA NBR 6118/2001 (TEXTO CONCLUSIVO) RELATIVAS À FADIGA

2.1 GENERALIDADES

A verificação de estruturas de concreto armado, em relação ao estado limite último de fadiga, deve ser feita de acordo com as disposições do Projeto de revisão da NBR 6118/2001, apresentadas a seguir. Como esta norma, até a presente data, ainda não está aprovada, as disposições da mesma ainda estão sujeitas a alterações e correções.

As disposições do Projeto de revisão da NBR 6118/2001 baseiam-se nas recomendações do Código Modelo CEB-FIP 1990 (1993). A principal diferença entre estas duas normas, no que diz respeito à verificação da fadiga, é que a primeira refere-se ao caso específico de pontes e a segunda exclui, de sua abrangência, o caso específico de pontes. No Projeto de revisão da NBR 6118/2001, no item 23.5.2, onde é definida a combinação de ações que deve ser usada na verificação da fadiga, são fixados os valores do coeficiente ψ_1 necessários para a determinação da combinação apenas para o caso de pontes. Já no Código Modelo, no capítulo da introdução, é esclarecido que o mesmo não considera tipos particulares de obras da engenharia civil tais como pontes, reservatórios e estruturas off-shore. Como consequência desta diferença entre as duas normas, a combinação de ações usada pelo Projeto de revisão da NBR 6118/2001 não tem equivalente no Código Modelo.

2.2 MODELO DE CÁLCULO

O Projeto de revisão da NBR 6118/2001, item 23.5.3, apresenta as seguintes disposições:

- a) para a verificação da fadiga, os esforços solicitantes podem ser calculados no regime elástico;
- b) o cálculo das tensões produzidas por solicitações normais pode ser feito no estágio II; e

- c) para o cálculo das tensões no estágio II, admite-se $n=10$ (relação entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto).

Estas disposições são semelhantes às aquelas relatadas no levantamento feito pelo CEB (Boletim de Informação nº 188, 1988, item 7.6.1, p. 289), de como a fadiga é tratada por algumas normas recentes importantes, onde consta que o cálculo das tensões é baseado sempre no comportamento elástico do aço e do concreto e que em três das normas (de um total de sete) o comportamento linear elástico dos materiais é claramente admitido.

O Projeto de revisão da NBR 6118/2001, no item 8.3.5, admite $E_s=210$ GPa (módulo de elasticidade do aço). No item 8.3.6, permite utilizar um diagrama tensão-deformação simplificado - para qualquer aço (com ou sem patamar de escoamento) e para qualquer estado limite - onde a lei de Hooke é admitida (implicitamente) para tensões no aço inferiores à sua tensão característica, f_{yk} .

2.3 SEGURANÇA E ESTADOS LIMITES

Os critérios de segurança usados pelo Projeto de revisão da NBR 6118/2001 baseiam-se na NBR 8681/1984, de ações e segurança nas estruturas.

Os estados limites que devem ser considerados no cálculo das estruturas, de acordo com esta norma, classificam-se em:

- a) Estados Limites Últimos (ELU); e
- b) Estados Limites de Serviço (ELS).

Os ELU são relacionados ao colapso das estruturas e os ELS à durabilidade das estruturas, aparência, conforto do usuário, etc.

Pode-se citar como exemplos de ELU:

- ELU de perda de equilíbrio;
- ELU de ruptura ou deformação plástica excessiva;
- ELU de fadiga; etc.

Pode-se citar como exemplos de ELS:

- ELS de descompressão;
- ELS de formação de fissuras;
- ELS de abertura de fissuras; etc.

As estruturas devem ser verificadas para todos os estados limites que possam ocorrer nas mesmas.

Para verificar as estruturas nos ELU são usadas combinações de ações chamadas combinações últimas e para verificar as estruturas nos ELS são usadas combinações de ações chamadas combinações de serviço (Projeto de revisão da NBR 6118/2001, item 11.8.1).

Para a verificação da fadiga, no entanto, que é um ELU, a nossa norma usa uma combinação de serviço (Projeto de revisão da NBR 6118/2001, item 23.5.2). Este mesmo procedimento é usado pelas normas da pesquisa recente do CEB (Boletim de Informação nº 188, 1988, item 7.4.1, p. 287), nas quais a fadiga é tratada como um estado limite acrescido ao ELU e ao ELS.

2.4 COEFICIENTES DE PONDERAÇÃO

Para coeficientes de ponderação das resistências dos materiais, para ELS (para os itens 17, 19 e 23 da norma, sendo que o item 23 é o que trata da fadiga), conforme o item 12.4.2 do Projeto de revisão da NBR 6118/2001, devem ser usados os seguintes valores:

$$\gamma_c = 1,0 \text{ para o concreto; e}$$

$$\gamma_s = 1,0 \text{ para o aço.}$$

O coeficiente de ponderação das ações, para os ELS, tem o valor usual:

$$\gamma_f = 1,0 \text{ para as ações.}$$

2.5 COMBINAÇÕES DAS AÇÕES

Para a verificação da fadiga, de acordo com o Projeto de revisão da NBR 6118/2001, item 23.5.2, deve ser usada a combinação freqüente de ações

$$F_{d,ser} = \sum_{i=1}^m F_{gi,k} + \psi_1 F_{q1,k} + \sum_{j=2}^n \psi_1 F_{qj,k} \quad (2.1)$$

onde o coeficiente de redução ψ_1 depende do tipo de obra e do tipo de peça estrutural.

Para pontes rodoviárias:

$$\psi_1 = 0,5 \text{ para a verificação das vigas;}$$

$$\psi_1 = 0,7 \text{ para a verificação das transversinas;}$$

$$\psi_1 = 0,8 \text{ para a verificação das lajes do tabuleiro.}$$

Para pontes ferroviárias:

$$\psi_1 = 1,0$$

Para pontes rolantes:

$$\psi_1 = 1,0 \text{ para a verificação das vigas de rolamento.}$$

2.6 VERIFICAÇÃO DA FADIGA DA ARMADURA

A máxima variação de tensão na armadura, $\Delta\sigma_s$, produzida pela combinação freqüente de ações, deve satisfazer a condição (Projeto de revisão da NBR 6118/2001, item 23.5.5)

$$\gamma_f \Delta\sigma_s \leq \Delta f_{sd,fad} \quad (2.2)$$

onde, para barras de armadura retas, $\Delta f_{sd,fad}$ depende do diâmetro ϕ da armadura:

$$\Delta f_{sd,fad} = 190 \text{ MPa para } \phi \leq 16 \text{ mm};$$

$$\Delta f_{sd,fad} = 185 \text{ MPa para } \phi = 20 \text{ mm};$$

$$\Delta f_{sd,fad} = 180 \text{ MPa para } \phi = 22 \text{ mm}; \text{ e}$$

$$\Delta f_{sd,fad} = 175 \text{ MPa para } \phi = 25 \text{ mm}.$$

2.7 VERIFICAÇÃO DA FADIGA DO CONCRETO

A máxima tensão de compressão no concreto, $\sigma_{c,max}$, produzida pela combinação freqüente de ações, deve satisfazer a condição (Projeto de revisão da NBR 6118/2001, item 23.5.4)

$$\gamma_f \eta_c \sigma_{c,max} \leq f_{cd,fad} \quad (2.3)$$

sendo:

$$f_{cd,fad} = 0,45 f_{cd} \quad (2.4)$$

$$\eta_c = \frac{1}{1,5 - 0,5(|\sigma_{c1}| / |\sigma_{c2}|)} \quad (2.5)$$

onde:

η_c é um fator que considera o gradiente de tensões de compressão no concreto;

$|\sigma_{c1}|$ é o menor valor, em módulo, da tensão de compressão a uma distância não maior que 300 mm da face sob a combinação relevante de cargas;

$|\sigma_{c2}|$ é o maior valor, em módulo, da tensão de compressão a uma distância não maior que 300 mm da face sob a mesma combinação relevante de cargas usada para o cálculo de $|\sigma_{c1}|$.

3 PREPARAÇÃO DOS DADOS PARA O PROGRAMA

3.1 CARACTERÍSTICAS MECÂNICAS DOS MATERIAIS

As características mecânicas dos materiais, que interessam, no caso em questão, são os módulos de elasticidade do aço, E_s , e do concreto, E_c . Como no cálculo no Estádio II é usual fixar o valor da relação entre estes módulos de elasticidade, $n=E_s/E_c$, optou-se por fornecer ao programa os seguintes dados:

- Módulo de elasticidade do aço: E_s
- Relação entre os módulos de elasticidade: $n (=E_s/E_c)$

3.2 DEFINIÇÃO DA SEÇÃO

A seção transversal da barra de concreto armado e o centro de redução, R , das forças externas deverão ser referidos a um sistema de eixos coordenados global $OX'Y'$ (Fig. 3.1).

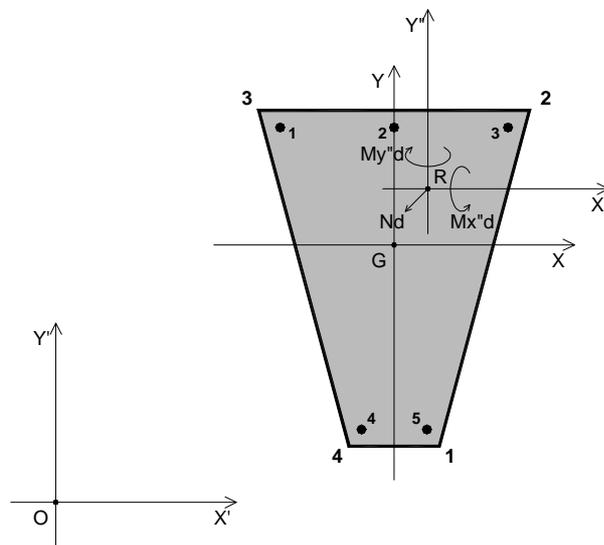


FIGURA 3.1 - Eixos de referência, seção e esforços solicitantes

A seção de concreto será definida pela poligonal do contorno da mesma. Os vértices desta poligonal deverão ser numerados no sentido determinado por um caminhamento à esquerda (área da seção sempre à esquerda de quem percorre o contorno da seção no sentido do caminhamento escolhido). Serão fornecidos ao programa:

- Número total de vértices da seção de concreto: n_v
- Vértices da seção e coordenadas: i, x_{v_i}, y_{v_i} para $i=1\dots n_v$

Para o processo de integração, a poligonal deve ser fechada. Para fechar a poligonal, o programa ligará automaticamente o último vértice ao primeiro.

A seção de aço será definida por pontos, representando as barras de aço, localizados no interior da seção de concreto. A cada ponto será atribuída uma área proporcional à área da barra localizada neste ponto. Esta área será chamada área relativa da barra.

A área real da seção de aço e sua distribuição na seção de concreto serão determinados, posteriormente, em função das áreas relativas e em função da taxa geométrica de armadura.

Serão fornecidos ao programa:

- Número total de barras de aço: n_b
- Barras, coordenadas das barras e áreas relativas: $i, x_{b_i}, y_{b_i}, A_{r_i}$ para $i=1\dots n_b$
- Taxa geométrica de armadura: ρ

3.3 ESFORÇOS SOLICITANTES

Os esforços solicitantes, N_d , M_x^d , e M_y^d , deverão ser determinados no centro de redução escolhido.

A força normal será convencionalizada positiva quando for de tração e os momentos fletores serão convencionalizados positivos quando tracionam o primeiro quadrante do sistema de eixos RX^dY^d (Fig. 3.1).

Quando o centro de gravidade, G , da seção de concreto é conhecido, o centro de redução, R , é tomado neste ponto. Quando, no entanto, o centro de

gravidade não é conhecido previamente, escolhe-se, para centro de redução, qualquer outro ponto, de preferência próximo do centro de gravidade.

As variações de tensões no aço e as tensão de compressão no concreto serão calculadas a partir de dois estados de solicitações extremos, caracterizados pelos vetores de solicitações $\{N_d \quad M_x'' d \quad My'' d\}_1^T$ e $\{N_d \quad M_x'' d \quad My'' d\}_2^T$.

Serão fornecidos ao programa:

- Coordenadas do centro de redução das forças externas: x_r, y_r
- Solicitações e vetores de solicitações: $j, N_{d_j}, M_x'' d_j, My'' d_j$ para $j=1$ e 2

3.4 ARQUIVO DE DADOS

Os dados serão fornecidos ao programa através de um arquivo tipo texto gravado previamente.

Este arquivo de dados pode ser preparado com qualquer editor de textos, como, por exemplo, o WordPad do Microsoft Windows.

Nas linhas (do arquivo) com mais de um dado, estes deverão ser fornecidos com uma tabulação igual a 10.

Para facilitar a preparação de um arquivo de dados, para um problema novo, pode-se partir de um dos arquivos de dados existentes, daqueles que acompanham o programa, alterando os dados para o novo problema.

4 PROCEDIMENTOS DE CÁLCULO

4.1 SEÇÃO DE AÇO

Sendo Ar_i a área relativa da barra i , e nb o número total de barras de aço, a área relativa total será dada por

$$Ar = \sum_{i=1}^{nb} Ar_i \quad (4.1)$$

e, sendo As_i a área real da barra i , a área total da seção de aço será dada por

$$As = \sum_{i=1}^{nb} As_i \quad (4.2)$$

Por outro lado, sendo Ac a área da seção de concreto e ρ a taxa geométrica de armadura, a área total da seção de aço será dada por

$$As = \rho Ac \quad (4.3)$$

Escolhendo as áreas Ar_i proporcionais às áreas As_i e chamando de k a constante de proporcionalidade, pode-se escrever

$$Ar_i = k As_i \quad (4.4)$$

$$\therefore \sum_{i=1}^{nb} Ar_i = k \sum_{i=1}^{nb} As_i$$

$$\therefore Ar = k As \quad (4.5)$$

Dividindo membro a membro as equações (4.4) e (4.5), e isolando As_i , resulta

$$As_i = \left(\frac{As}{Ar} \right) Ar_i \quad (4.6)$$

As equações (4.1), (4.3) e (4.6) permitem calcular Ar , As e As_i ($i=1\dots nb$), respectivamente.

4.2 CENTRO DE GRAVIDADE DA SEÇÃO DE CONCRETO

A área da seção de concreto e os momentos estáticos desta área em relação aos eixos globais, X' e Y' (Fig. 4.1), são dados por

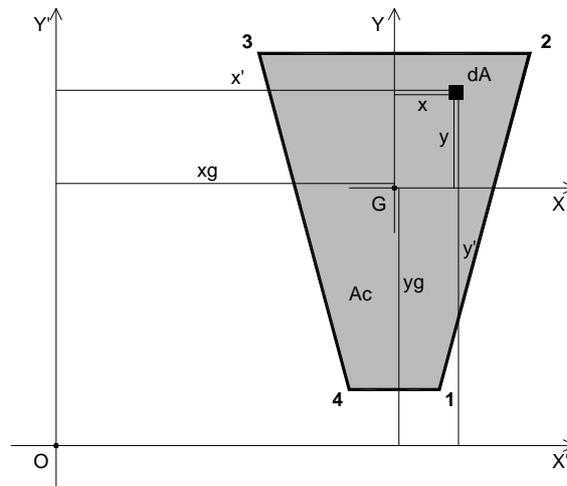


FIGURA 4.1

$$Ac = \iint_{Ac} dA \quad (4.7.1)$$

$$Sx'c = \iint_{Ac} y' dA \quad (4.7.2)$$

$$Sy'c = \iint_{Ac} x' dA \quad (4.7.3)$$

O cálculo das integrais que aparecem nas equações (4.7), estendidas à área da seção de concreto, pode ser substituído pelo cálculo de integrais curvilíneas, ao longo do contorno da seção. Procedendo assim, e usando o processo de integração apresentado no Anexo B, resulta

$$A_c = \sum_{i=1}^{nv} G_{00} \quad (4.8.1)$$

$$S_{x'c} = \sum_{i=1}^{nv} G_{01} \quad (4.8.2)$$

$$S_{y'c} = \sum_{i=1}^{nv} G_{10} \quad (4.8.3)$$

onde nv é o número de vértices da seção.

As coordenadas do centro de gravidade da seção, em relação ao sistema de eixos globais, são dadas por

$$x_g = \frac{S_{y'c}}{A_c} \quad (4.9.1)$$

$$y_g = \frac{S_{x'c}}{A_c} \quad (4.9.2)$$

4.3 ESFORÇOS SOLICITANTES DE CÁLCULO

Os esforços solicitantes fornecidos ao programa, N_d , M_x^d , e M_y^d , são referidos a um sistema de eixos $RX''Y''$ que não precisa coincidir necessariamente com o sistema de eixos baricêntricos GXY da seção de concreto (Fig. 4.2).

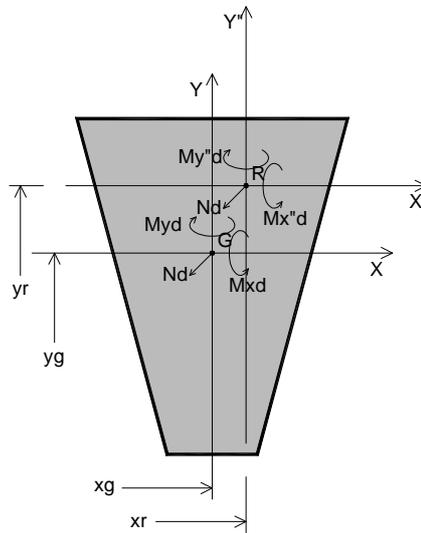


FIGURA 4.2

Os momentos em relação aos eixos baricêntricos X e Y da seção de concreto, são obtidos, a partir dos momentos em relação aos eixos X'' e Y'' , transladando a força N_d do ponto R ao ponto G (Fig. 4.2). Da translação resultam os novos momentos:

$$M_{xd} = M_{x''d} + N_d (y_r - y_g) \quad (4.10.1)$$

$$M_{yd} = M_{y''d} + N_d (x_r - x_g) \quad (4.10.2)$$

Os esforços solicitantes, N_d , M_{xd} e M_{yd} , em relação ao sistema de eixos baricêntricos GXY , são indicados, abreviadamente, pelo seguinte vetor de esforços solicitantes de cálculo:

$$\{S_d\} = \{N_d \quad M_{xd} \quad M_{yd}\}^T \quad (4.11)$$

4.4 DEFORMAÇÃO ESPECÍFICA E TENSÃO NUM PONTO DA SEÇÃO

O estado de deformações (Fig. 4.3) e o estado de tensões na seção transversal de uma barra ficam perfeitamente determinados se for conhecido o vetor de deformações específicas baricêntricas

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_g \quad \phi_x \quad \phi_y\}^T \quad (4.12)$$

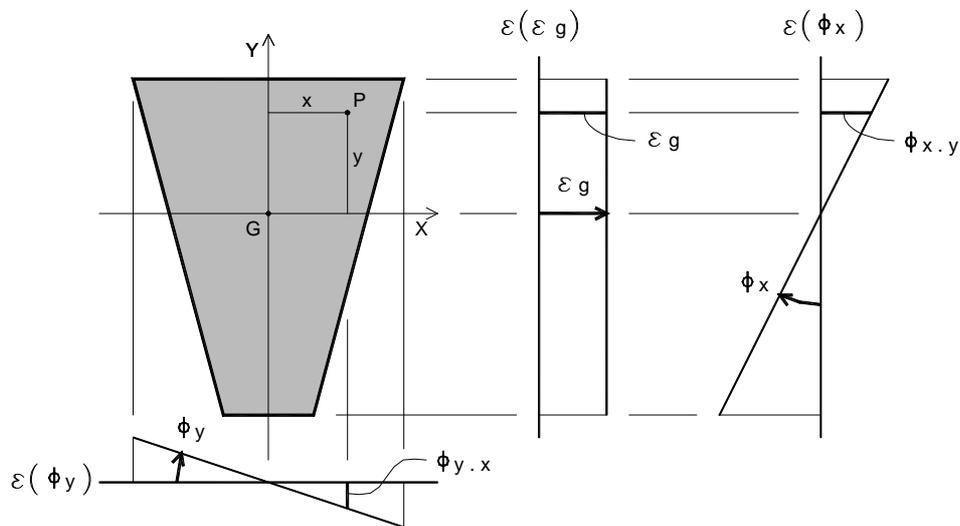


FIGURA 4.3 - Diagramas de deformações

onde:

ε_g é a deformação específica da barra, no centro de gravidade da seção (convencionada positiva se for um alongamento); e

ϕ_x e ϕ_y são as curvaturas da barra, em torno dos eixos baricêntricos X e Y, respectivamente (convencionadas positivas quando produzem alongamentos no primeiro quadrante da seção).

A deformação específica num ponto genérico $P(x,y)$ da seção, em função da deformações específicas baricênticas, é dada por

$$\varepsilon = \varepsilon_g + \phi_x y + \phi_y x \quad (4.13)$$

As tensões normais neste ponto (convencionadas positivas quando forem de tração) são dadas pela lei de Hooke.

Para o aço:

$$\sigma_s = E_s \varepsilon \quad (4.14.1)$$

Para o concreto (comprimido):

$$\sigma_c = E_c \varepsilon \quad (4.14.2)$$

4.5 ESFORÇOS RESISTENTES DE CÁLCULO

4.5.1 Vetores de esforços resistentes

Os esforços resistentes da seção de uma barra de concreto armado, N_r , M_{xr} e M_{yr} , são formados pela soma dos esforços resistentes da seção de aço, N_s , M_{xs} e M_{ys} e da seção de concreto, N_c , M_{xc} e M_{yc} . Logo:

$$N_r = N_s + N_c \quad (4.15.1)$$

$$M_{xr} = M_{xs} + M_{xc} \quad (4.15.2)$$

$$M_{yr} = M_{ys} + M_{yc} \quad (4.15.3)$$

Fazendo

$$\{R_d\} = \{N_r \quad M_{xr} \quad M_{yr}\}^T \quad (4.16.1)$$

$$\{R_s\} = \{N_s \quad M_{xs} \quad M_{ys}\}^T \quad (4.16.2)$$

$$\{R_c\} = \{N_c \quad M_{xc} \quad M_{yc}\}^T \quad (4.16.3)$$

as equações (4.15), em forma matricial, ficam:

$$\{R_d\} = \{R_s\} + \{R_c\} \quad (4.17)$$

4.5.2 Esforços resistentes do aço

Os esforços resistentes da seção de aço (Fig. 4.4,a) são dados por:

$$N_s = \sum_{i=1}^{nb} A_{s_i} \sigma_{s_i} \quad (4.18.1)$$

$$M_{xs} = \sum_{i=1}^{nb} A_{s_i} \sigma_{s_i} y_{s_i} \quad (4.18.2)$$

$$M_{ys} = \sum_{i=1}^{nb} A_{s_i} \sigma_{s_i} x_{s_i} \quad (4.18.3)$$

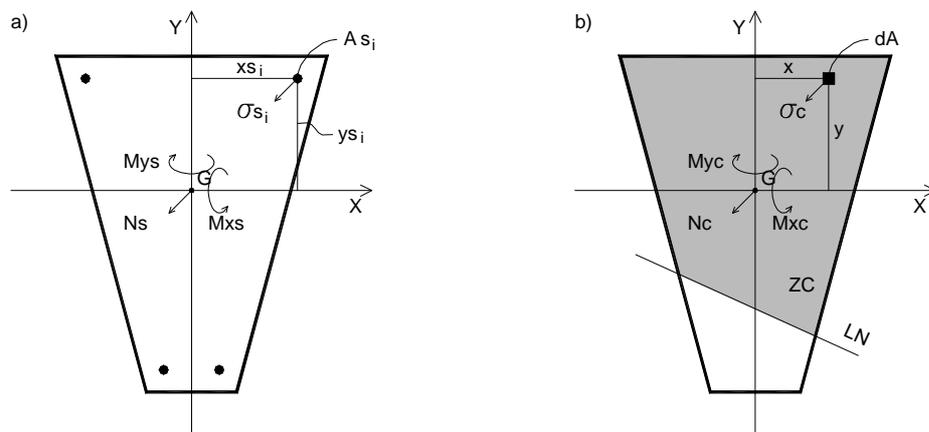


FIGURA 4.4 - Esforços resistentes do aço e do concreto

onde, A_{s_i} é a área da seção da barra de aço genérica i , σ_{s_i} é a tensão na barra, x_{s_i} e y_{s_i} são as coordenadas da posição da barra em relação aos eixos baricêntricos da seção e nb é o número total de barras de aço.

A deformação específica da barra i é dada por

$$\epsilon s_i = \epsilon_g + \phi_x y s_i + \phi_y x s_i \quad (4.19)$$

e a tensão, de acordo com a lei de Hooke, por

$$\sigma s_i = E s \epsilon s_i \quad (4.20)$$

$$\therefore \sigma s_i = E s \left(\epsilon_g + \phi_x y s_i + \phi_y x s_i \right) \quad (4.21)$$

Substituindo σs_i da equação (4.21) nas equações (4.18) resulta:

$$N_s = E s \left(\epsilon_g \sum_{i=1}^{nb} A s_i + \phi_x \sum_{i=1}^{nb} A s_i y s_i + \phi_y \sum_{i=1}^{nb} A s_i x s_i \right) \quad (4.22.1)$$

$$M_{x_s} = E s \left(\epsilon_g \sum_{i=1}^{nb} A s_i y s_i + \phi_x \sum_{i=1}^{nb} A s_i y s_i^2 + \phi_y \sum_{i=1}^{nb} A s_i x s_i y s_i \right) \quad (4.22.2)$$

$$M_{y_s} = E s \left(\epsilon_g \sum_{i=1}^{nb} A s_i x s_i + \phi_x \sum_{i=1}^{nb} A s_i y s_i x s_i + \phi_y \sum_{i=1}^{nb} A s_i x s_i^2 \right) \quad (4.22.3)$$

Nestas equações identificam-se imediatamente as seguintes características geométricas da seção de aço:

- Área da seção de aço:

$$A_s = \sum_{i=1}^{nb} A s_i \quad (4.23.1)$$

- Momentos estáticos em relação aos eixos baricêntricos X e Y:

$$S_{xs} = \sum_{i=1}^{nb} A s_i y s_i \quad (4.23.2)$$

$$S_{ys} = \sum_{i=1}^{nb} A s_i x s_i \quad (4.23.3)$$

- Momentos de inércia em relação aos eixos baricêntricos X e Y:

$$J_{xs} = \sum_{i=1}^{nb} A s_i y s_i^2 \quad (4.23.4)$$

$$J_{ys} = \sum_{i=1}^{nb} A s_i x s_i^2 \quad (4.23.5)$$

- Produto de inércia em relação aos eixos baricêntricos X e Y:

$$J_{xys} = \sum_{i=1}^{nb} A s_i x s_i y s_i \quad (4.23.6)$$

Substituindo as expressões dadas pelas equações (4.23) nas equações (4.22), resulta:

$$N_s = E_s \left(\varepsilon_g A_s + \phi_x S_{xs} + \phi_y S_{ys} \right) \quad (4.24.1)$$

$$M_{xs} = E_s \left(\varepsilon_g S_{xs} + \phi_x J_{xs} + \phi_y J_{xys} \right) \quad (4.24.2)$$

$$M_{ys} = E_s \left(\varepsilon_g S_{ys} + \phi_x J_{xys} + \phi_y J_{ys} \right) \quad (4.24.3)$$

Em forma matricial as equações (4.24) podem ser escritas como segue

$$\{R_s\} = E_s [G_s] \{\varepsilon\} \quad (4.25)$$

onde

$$[G_s] = \begin{bmatrix} A_s & S_{xs} & S_{ys} \\ S_{xs} & J_{xs} & J_{xys} \\ S_{ys} & J_{xys} & J_{ys} \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

é a matriz das características geométricas da seção de aço.

Quando os eixos de referência coincidem com os eixos principais centrais de inércia da seção de aço, $S_{xs} = S_{ys} = J_{xys} = 0$, e a matriz $[G_s]$ se simplifica para

$$[G_s] = \begin{bmatrix} A_s & 0 & 0 \\ 0 & J_{xs} & 0 \\ 0 & 0 & J_{ys} \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

4.5.3 Esforços resistentes do concreto

Os esforços resistentes da seção de concreto (Fig. 4.4,b) são dados por:

$$N_c = \iint_{ZC} \sigma_c \, dA \quad (4.28.1)$$

$$M_{xc} = \iint_{ZC} \sigma_c \, y \, dA \quad (4.28.2)$$

$$M_{yc} = \iint_{ZC} \sigma_c \, x \, dA \quad (4.28.3)$$

onde as integrais devem ser estendidas apenas à área da zona comprimida da seção de concreto.

A deformação específica do concreto, num ponto genérico da seção, é dada por

$$\epsilon_c = \epsilon_g + \phi_x y + \phi_y x \quad (4.29)$$

e a tensão, de acordo com a lei de Hooke, por

$$\sigma_c = E_c \epsilon_c \quad (4.30)$$

$$\therefore \sigma_c = E_c (\epsilon_g + \phi_x y + \phi_y x) \quad (4.31)$$

Substituindo σ_c da equação (4.31) nas equações (4.28) resulta:

$$N_c = E_c \left(\epsilon_g \iint_{ZC} dA + \phi_x \iint_{ZC} y dA + \phi_y \iint_{ZC} x dA \right) \quad (4.32.1)$$

$$M_{xc} = E_c \left(\epsilon_g \iint_{ZC} y dA + \phi_x \iint_{ZC} y^2 dA + \phi_y \iint_{ZC} x y dA \right) \quad (4.32.2)$$

$$M_{yc} = E_c \left(\epsilon_g \iint_{ZC} x dA + \phi_x \iint_{ZC} y x dA + \phi_y \iint_{ZC} x^2 dA \right) \quad (4.32.3)$$

Nestas equações identificam-se imediatamente as seguintes características geométricas da área da zona comprimida da seção de concreto:

- Área da zona comprimida da seção:

$$A_{zc} = \iint_{ZC} dA \quad (4.33.1)$$

- Momentos estáticos em relação aos eixos baricêntricos X e Y:

$$S_{xc} = \iint_{ZC} y \, dA \quad (4.33.2)$$

$$S_{yc} = \iint_{ZC} x \, dA \quad (4.33.3)$$

- Momentos de inércia em relação aos eixos baricêntricos X e Y:

$$J_{xc} = \iint_{ZC} y^2 \, dA \quad (4.33.4)$$

$$J_{yc} = \iint_{ZC} x^2 \, dA \quad (4.33.5)$$

- Produto de inércia em relação aos eixos baricêntricos X e Y:

$$J_{xyc} = \iint_{ZC} x y \, dA \quad (4.33.6)$$

Substituindo as expressões dadas pelas equações (4.33) nas equações (4.32), resulta:

$$N_c = E_c \left(\varepsilon_g A_{zc} + \phi_x S_{xc} + \phi_y S_{yc} \right) \quad (4.34.1)$$

$$M_{xc} = E_c \left(\varepsilon_g S_{xc} + \phi_x J_{xc} + \phi_y J_{xyc} \right) \quad (4.34.2)$$

$$M_{yc} = E_c \left(\varepsilon_g S_{yc} + \phi_x J_{xyc} + \phi_y J_{yc} \right) \quad (4.34.3)$$

Em forma matricial as equações (4.34) podem ser escritas como segue

$$\{R_c\} = E_c [G_c] \{\varepsilon\} \quad (4.35)$$

onde

$$[G_c] = \begin{bmatrix} A_{zc} & S_{xc} & S_{yc} \\ S_{xc} & J_{xc} & J_{xyc} \\ S_{yc} & J_{xyc} & J_{yc} \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

é a matriz das características geométricas da zona comprimida da seção de concreto.

Quando os eixos de referência coincidem com os eixos principais centrais de inércia da zona comprimida da seção de concreto, $S_{xc} = S_{yc} = J_{xyc} = 0$, e a matriz $[G_c]$ se simplifica para

$$[G_c] = \begin{bmatrix} A_{zc} & 0 & 0 \\ 0 & J_{xc} & 0 \\ 0 & 0 & J_{yc} \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

O cálculo das integrais que aparecem nas equações (4.33), estendidas à área da zona comprimida seção de concreto, pode ser substituído pelo cálculo de integrais curvilíneas, ao longo do contorno desta zona. Procedendo assim, e usando o processo de integração apresentado no Anexo B, resulta

$$A_{zc} = \sum_{ZC} G_{00} \quad (4.38.1)$$

$$S_{xc} = \sum_{ZC} G_{01} \quad (4.38.2)$$

$$S_{yc} = \sum_{ZC} G_{10} \quad (4.38.3)$$

$$J_{xc} = \sum_{zc} G_{02} \quad (4.38.4)$$

$$J_{yc} = \sum_{zc} G_{20} \quad (4.38.5)$$

$$J_{xyc} = \sum_{zc} G_{11} \quad (4.38.6)$$

onde os somatórios são estendidos à todos os lados da poligonal do contorno da zona comprimida da seção de concreto.

4.5.4 Esforços resistentes de cálculo

Substituindo, na equação (4.17), os vetores $\{R_s\}$ e $\{R_c\}$ pelas expressões dadas pelas equações (4.25) e (4.35), resulta:

$$\{R_d\} = E_s [G_s] \{\varepsilon\} + E_c [G_c] \{\varepsilon\} \quad (4.39)$$

Fazendo

$$[EG] = E_s [G_s] + E_c [G_c] \quad (4.40)$$

a equação anterior fica:

$$\{R_d\} = [EG] \{\varepsilon\} \quad (4.41)$$

4.6 CÁLCULO DO VETOR DE DEFORMAÇÕES ESPECÍFICAS

4.6.1 Condições de equilíbrio

Para que exista equilíbrio na seção transversal de uma barra, os esforços resistentes devem ser iguais aos esforços solicitantes. Logo, para as tensões normais que atuam na seção de uma barra solicitada por flexão composta, as condições de equilíbrio são:

$$N_r = N_d \quad (4.42.1)$$

$$M_{xr} = M_{xd} \quad (4.42.2)$$

$$M_{yr} = M_{yd} \quad (4.42.3)$$

Em forma matricial, as equações (4.42) podem ser escritas como segue

$$\{R_d\} = \{S_d\} \quad (4.43)$$

onde $\{R_d\}$ e $\{S_d\}$ são os vetores de esforços resistentes (equação (4.16.1)) e de esforços solicitantes de cálculo (equação (4.11)).

Substituindo $\{R_d\}$ dado pela equação (4.41) na equação (4.43), resulta:

$$[EG] \{\varepsilon\} = \{S_d\} \quad (4.44)$$

Esta equação mostra que as três deformações específicas do vetor $\{\varepsilon\}$ - consideradas como variáveis independentes - podem ser escolhidas de tal maneira que sejam satisfeitas as três condições de equilíbrio fornecidas por esta equação.

4.6.2 Processo iterativo

Os estados de deformações e de tensões na seção transversal de uma barra, para uma dada solicitação, ficam perfeitamente determinados se for conhecido o vetor das deformações específicas, $\{\varepsilon\}$, para esta solicitação. O vetor $\{\varepsilon\}$, por sua vez, deve ser determinado a partir das condições de equilíbrio.

A equação matricial (4.44) representa um sistema de equações em geral não-lineares em $\{\varepsilon\}$, pelo fato da matriz $[EG]$ depender de $\{\varepsilon\}$. Mesmo se tratando de um sistema de equações não-lineares, ele pode ser resolvido com relativa facilidade com o seguinte processo iterativo:

- a) arbitrar valores iniciais para as deformações específicas do vetor $\{\varepsilon\}$;
- b) calcular a matriz $[EG]$ com a equação (4.40): $[EG] = E_s [G_s] + E_c [G_c]$. Esta matriz depende de $\{\varepsilon\}$ através de $[G_c]$;
- c) calcular o vetor de esforços resistentes $\{R_d\}$ com a equação (4.41):

$$\{R_d\} = [EG] \{\varepsilon\}$$
;
- d) verificar as condições de equilíbrio com a equação (4.43): $\{R_d\} = \{S_d\}$. Se estas condições de equilíbrio forem satisfeitas com a precisão desejada, seguir para o passo f); senão, seguir para o passo seguinte;
- e) calcular nova aproximação para o vetor $\{\varepsilon\}$, resolvendo a equação (4.44) em relação à $\{\varepsilon\}$, usando a matriz $[EG]$ calculada no passo b): $\{\varepsilon\} = [EG]^{-1} \{S_d\}$. Retornar ao passo b);
- f) o vetor $\{\varepsilon\}$ é conhecido com a precisão desejada. Encerrar o processo iterativo.

4.6.3 Valor inicial do vetor $\{\varepsilon\}$

O processo iterativo apresentado converge rapidamente para a solução $\{\varepsilon\}$ do sistema de equações (4.44). Como valores iniciais para as deformações específicas $\{\varepsilon\}$ pode-se usar, por exemplo,

$$\{\varepsilon\} = \{-1/1000 \quad 0 \quad 0\}^T \quad (4.45)$$

o que significa iniciar o processo iterativo imaginando que toda a seção transversal da barra seja uniformemente comprimida.

Quando os valores iniciais de $\{\varepsilon\}$ são escolhidos de acordo com a equação (4.45) e quando os esforços solicitantes comprimem toda a seção da barra o processo iterativo apresentado converge para a solução na primeira iteração, porque, neste caso, a matriz $[EG]$ não depende de $\{\varepsilon\}$ e o sistema de equações (4.44) se transforma num sistema linear.

Quando os eixos de referência determinados pelo programa, que sempre passam pelo centro de gravidade da seção de concreto, coincidem com os eixos principais centrais de inércia, tanto da seção de aço como da zona comprimida da seção de concreto, as equações do sistema de equações (4.44) desacoplam e cada equação, por si só, determina uma deformação específica do vetor $\{\varepsilon\}$, como aliás ocorre na teoria clássica da Resistência dos Materiais.

4.6.4 Critério de convergência

As três condições de equilíbrio dadas pelas equações (4.42) podem ser consideradas satisfeitas com precisão considerada aceitável (e o processo iterativo encerrado), quando as diferenças

$$\Delta N = N_r - N_d \quad (4.46.1)$$

$$\Delta M_x = M_{xr} - M_{xd} \quad (4.46.2)$$

$$\Delta M_y = M_{yr} - M_{yd} \quad (4.46.3)$$

satisfizerem a condição

$$\left(\frac{\Delta N}{\Delta N_a} \right)^2 + \left(\frac{\Delta M_x}{\Delta M_{x_a}} \right)^2 + \left(\frac{\Delta M_y}{\Delta M_{y_a}} \right)^2 < 1 \quad (4.47)$$

onde:

ΔN_a é o valor máximo admissível escolhido para a diferença ΔN , na hipótese de atuar na seção só a força normal N ;

ΔM_{x_a} é o valor máximo admissível escolhido para a diferença ΔM_x , na hipótese de atuar na seção só o momento M_x ; e

ΔM_{y_a} é o valor máximo admissível escolhido para a diferença ΔM_y , na hipótese de atuar na seção só o momento M_y .

A condição (4.47) tem uma interpretação geométrica bastante simples. A condição é satisfeita quando, num sistema de eixos coordenados ΔN , ΔM_x e ΔM_y , o ponto $P(\Delta N, \Delta M_x, \Delta M_y)$ cai no interior de um elipsóide com centro na origem do sistema de coordenadas e com semi-eixos ΔN_a , ΔM_{x_a} e ΔM_{y_a} (Fig. 4.5).

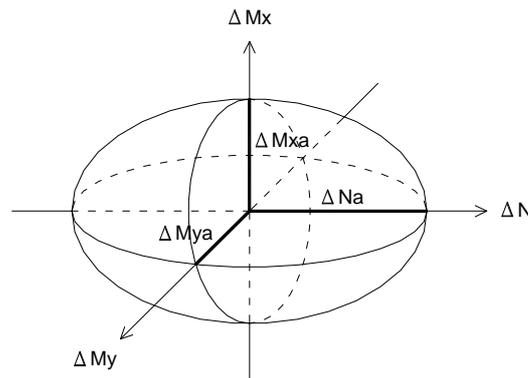


FIGURA 4.5 - Elipsóide de diferenças máximas admissíveis

Quanto menores os valores escolhidos para ΔN_a , ΔM_{xa} e ΔM_{ya} , tanto mais precisa será a solução encontrada com a condição (4.47). Para ΔN_a , ΔM_{xa} e ΔM_{ya} pode-se usar pequenas frações das resistências da seção de concreto (para N , M_x e M_y , respectivamente), como, por exemplo

$$\Delta N_a = \frac{A_c f_c}{1000} \quad (4.48.1)$$

$$\Delta M_{xa} = \frac{W_{xc} f_c}{1000} \quad (4.48.2)$$

$$\Delta M_{ya} = \frac{W_{yc} f_c}{1000} \quad (4.48.3)$$

onde

$$f_c \cong \frac{E_c}{1000} \quad (4.49)$$

é uma estimativa da resistência do concreto, tanto à compressão quanto à tração, só para fins de verificação da condição (4.47).

Os módulos resistentes da seção de concreto

$$W_{xc} = \frac{J_{xc}}{y_{max}} \quad (4.50.1)$$

$$W_{yc} = \frac{J_{yc}}{x_{max}} \quad (4.50.2)$$

podem ser estimados, também só para fins de verificação da condição (4.47), como segue:

$$y_{max} \cong 2 i_{xc} = 2 \sqrt{\frac{J_{xc}}{A_c}} \quad (4.51.1)$$

$$x_{max} \cong 2 i_{yc} = 2 \sqrt{\frac{J_{yc}}{A_c}} \quad (4.51.2)$$

Substituindo os valores das equações (4.51) nas equações (4.50), resulta:

$$W_{xc} \cong \frac{\sqrt{A_c J_{xc}}}{2} \quad (4.52.1)$$

$$W_{yc} \cong \frac{\sqrt{A_c J_{yc}}}{2} \quad (4.52.2)$$

4.7 SEPARAÇÃO DA ZONA COMPRIMIDA DA SEÇÃO

Para montar a matriz $[G_c]$, das características geométricas da zona comprimida da seção de concreto (equação (4.36)), é necessário criar, inicialmente, uma lista de vértices contendo apenas os vértices da zona comprimida da seção de concreto. Para criar esta lista procede-se em três etapas, como segue:

- a) numa primeira etapa organiza-se um diagrama "i - ϵ_i " (vértice - deformação específica) no qual são incluídos todos os vértices da seção de concreto (Fig. 4.6);

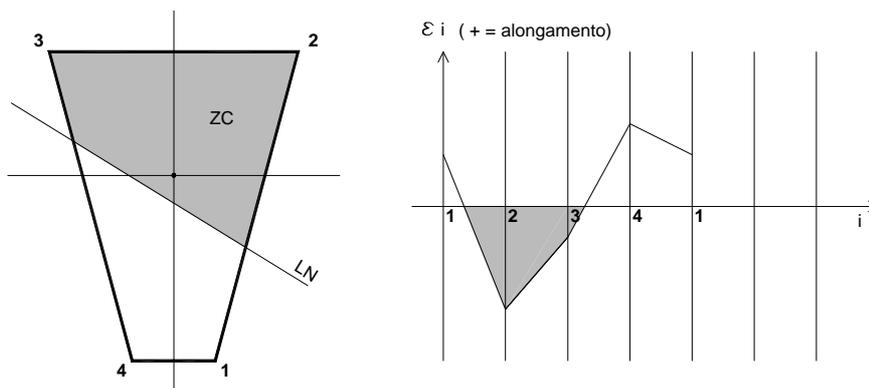


FIGURA 4.6 - Diagrama "i - ϵ_i " para os vértices da seção

- b) numa segunda etapa, a partindo do diagrama anterior, organiza-se um segundo diagrama "i - ϵ_i " no qual são incluídos também, como vértices da seção, os pontos de interseção da linha neutra com a poligonal do contorno da seção, isto é, os pontos da poligonal nos quais $\epsilon = 0$ (Fig. 4.7);

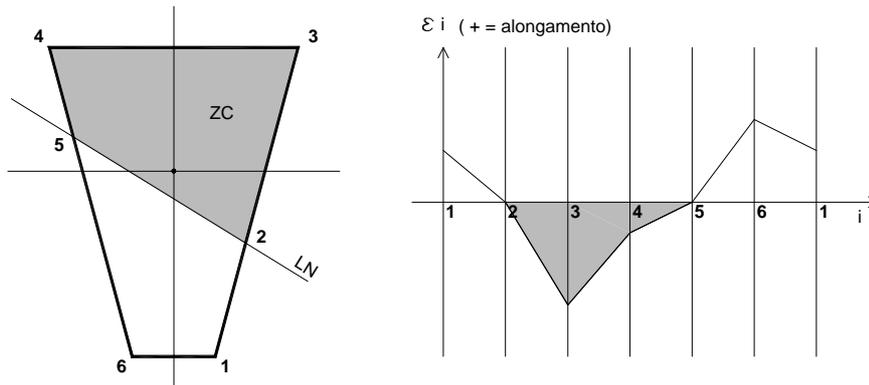


FIGURA 4.7 - Segundo diagrama "i - ϵ_i "

- c) na terceira etapa, separam-se, do diagrama anterior, os vértices da poligonal que encerra a zona comprimida da seção de concreto, isto é, os vértices nos quais $\epsilon \leq 0$ (Fig. 4.8).

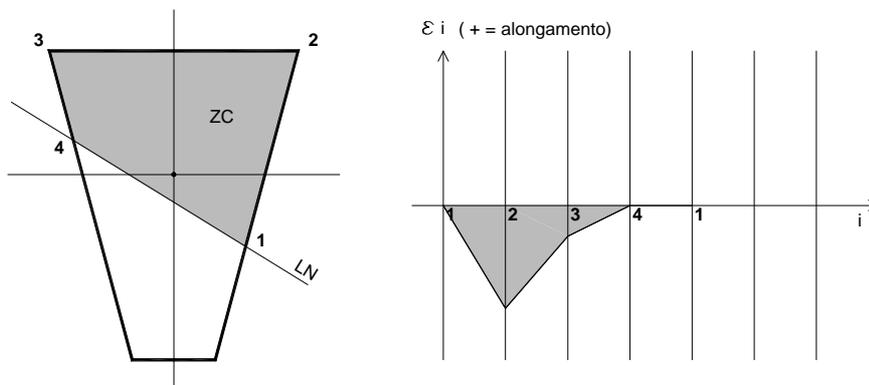


FIGURA 4.8 - Diagrama "i - ϵ_i " para os vértices da zona comprimida

As coordenadas dos pontos de interseção da linha neutra com a poligonal do contorno da seção podem ser determinadas facilmente como segue.

O ponto de interseção de linha neutra com um lado genérico "i, j" da seção é o ponto (do lado) no qual $\varepsilon = 0$ (Fig. 4.9). Partindo das semelhanças dos triângulos da figura, obtém-se, para estas coordenadas:

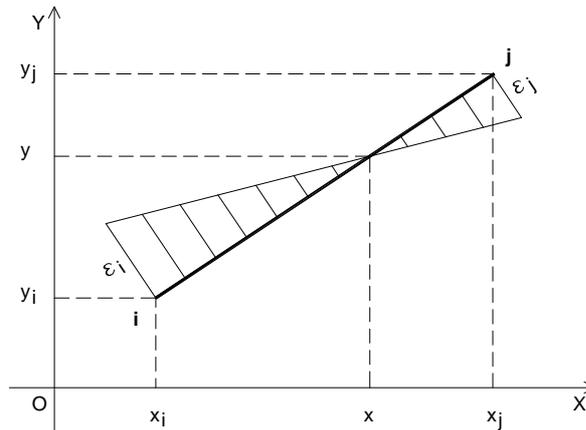


FIGURA 4.9 - Diagrama "ε" sobre o lado "i, j" da seção

$$x = \frac{x_i \varepsilon_j - x_j \varepsilon_i}{\varepsilon_j - \varepsilon_i} \quad (4.53.1)$$

$$y = \frac{y_i \varepsilon_j - y_j \varepsilon_i}{\varepsilon_j - \varepsilon_i} \quad (4.53.2)$$

Uma vez determinada a poligonal que limita a zona comprimida da seção de concreto bem como as coordenadas de todos os seus vértices, as características geométricas desta zona comprimida são calculadas com as equações (4.38).

4.8 MÁXIMA VARIAÇÃO DE TENSÃO NO AÇO

Uma vez determinado o vetor das deformações específicas baricêntricas, $\{\varepsilon\}$, como mostrado no item 4.6, pode-se determinar a deformação específica em qualquer barra de aço da seção com a equação (4.13) e a tensão com a equação (4.14.1).

As deformações específicas e as tensões são calculadas com estas equações, em todas as barras de aço da seção, para os dois vetores de solicitações $\{Nd \ Mx"d \ My"d\}_1^T$ e $\{Nd \ Mx"d \ My"d\}_2^T$.

A máxima tensão no aço (valor absoluto) é determinada escolhendo-se a maior dentre as calculadas (em todas as barras, com os dois vetores de solicitações). Esta máxima tensão no aço, $\sigma_{s,max}$, não deve ultrapassar a tensão característica do aço, f_{yk} , para assegurar o comportamento deste material no regime elástico proporcional (estádio II).

Em seguida são calculadas as variações de tensões (diferenças entre as tensões produzidas pelos vetores de solicitação 1 e 2, em valor absoluto), em todas as barra de aço. A máxima variação de tensão no aço é determinada escolhendo-se a maior dentre as variações calculadas. Esta máxima variação de tensão no aço, $\Delta\sigma_s$, não deve ultrapassar os limites fixados pela norma.

4.9 MÁXIMA TENSÃO NO CONCRETO

4.9.1 Tensões de compressão máximas no concreto

A máxima tensão de compressão no concreto ocorre num dos vértices da poligonal do contorno da seção. As deformações específicas nestes pontos são dadas pela equação (4.13) e as tensões pela equação (4.14.2).

As deformações específicas e as tensões são calculadas com estas equações, em todos os vértices da seção de concreto, para os dois vetores de solicitações, $\{Nd \quad Mx''d \quad My''d\}_1^T$ e $\{Nd \quad Mx''d \quad My''d\}_2^T$.

A tensão de compressão máxima no concreto, $\sigma_{c,max}$, é determinada, separadamente, para cada um dos dois vetores de solicitações, escolhendo-se, para cada vetor, a maior dentre as calculadas.

4.9.2 Coeficientes η_c

O coeficiente η_c é um fator que considera o gradiente das tensões de compressão no concreto.

O fator η_c é dado pela equação (2.5) e pode ser calculado, para cada um dos dois vetores de solicitações, como segue (Fig. 4.10).

A rotação ϕ da seção, em torno da linha neutra, por unidade de comprimento da barra de concreto armado, é dada por:

$$\phi = \sqrt{\phi_x^2 + \phi_y^2} \quad (4.54)$$

A tensão de compressão no concreto, σ_{c1} , a uma distância $a=300$ mm do vértice mais comprimido da seção, é dada, em função da tensão neste vértice, σ_{c2} , por:

$$\sigma_{c1} = \sigma_{c2} + E_c \phi a \quad (4.55)$$

Se σ_{c1} resultar positiva (tração), deve-se usar $\sigma_{c1} = 0$.

Conhecidos σ_{c1} e σ_{c2} , calcula-se η_c com a equação (2.5).

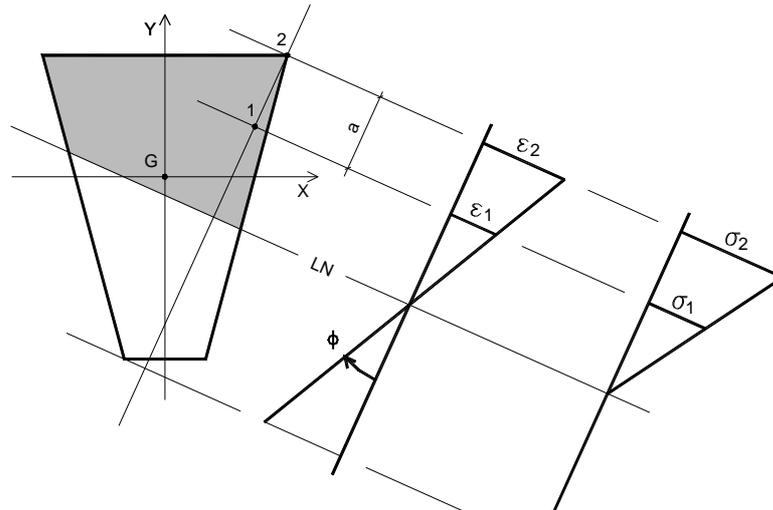


FIGURA 4.10 - Deformações e tensões no concreto

4.9.3 Máxima tensão reduzida $\eta_c \sigma_{c,max}$

Para cada um dos dois vetores de solicitações calcula-se a tensão de compressão reduzida no concreto dada pelo produto $\eta_c \sigma_{c,max}$. A máxima é determinada escolhendo-se a maior dentre as duas calculadas.

A máxima tensão reduzida no concreto não deve ultrapassar o limite fixado pela norma.

5 SAÍDA DOS RESULTADOS DO PROGRAMA

A saída de informações, do programa desenvolvido para o estudo da fadiga, foi organizada em duas partes.

Na primeira parte, informações são apresentadas via monitor, em três telas, a saber:

- a) na primeira tela apresenta-se o desenho da seção da barra de concreto armado, para verificação expedita dos dados da seção;
- b) na segunda tela apresenta-se o desenho da seção, as sucessivas posições ocupadas pela linha neutra (obtidas no processo iterativo) até sua posição final e as zonas comprimida e tracionada da seção para o vetor de solicitação 1; e
- c) na terceira tela são repetidas as informações da tela anterior para a solicitação 2.

Na segunda parte, dados e resultados são gravados num arquivo (tipo texto) que pode ser consultado posteriormente com qualquer editor de textos. A saída de informações via arquivo de dados foi escolhida por facilitar tanto a consulta como a edição e impressão de informações escolhidas para integrar relatórios de cálculo.

Dentre os resultados gravados no arquivo, os de interesse prático imediato para a verificação de uma barra de concreto armado à fadiga são:

- a) a máxima tensão no aço (valor absoluto);
- b) a máxima variação de tensão no aço e a barra onde a mesma ocorre; e
- c) a máxima tensão de compressão reduzida no concreto, $\eta_c \sigma_{c,max}$.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O programa de computador, apresentado neste trabalho, foi desenvolvido de acordo com as equações, algoritmos e procedimentos apresentados nos itens anteriores.

O programa calcula as tensões normais produzidas por solicitações de flexão composta no estádio II. Estas tensões são necessárias na verificação de barras de concreto armado no estado limite último de fadiga.

No projeto inicial de desenvolvimento do programa estava previsto o uso de duas ferramentas matemáticas, adequadas para resolver problemas especiais de cálculo envolvidos no programa: o teorema de Green, para calcular integrais de superfície, e o método de Newton-Raphson, para resolver um sistema de equações não-lineares.

O teorema de Green foi usado, conforme o projeto inicial. Os esforços resistentes da seção de concreto foram calculados com o auxílio deste teorema - que fornece uma solução elegante e precisa para este tipo de problemas - de modo semelhante ao usado por Werner (1974) e Campos Filho (1996).

O método de Newton-Raphson (Demidovich (1976, p. 459)), no entanto, acabou sendo substituído pelo método de iteração (Demidovich (1976, p. 484), Scarborough (1966, p. 208), Whittaker (1949, p. 79)) que, neste caso, revelou-se tão eficiente quanto (mesmo número de iterações para chegar aos resultados finais e mesma precisão) e muito mais simples que o método de Newton-Raphson. No método de Newton-Raphson a aproximação de ordem $(i+1)$ das raízes de um sistema de n equações não-lineares com n incógnitas

$$y_1 = f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (6.1.1)$$

$$y_2 = f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (6.1.2)$$

...

$$y_n = f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (6.1.n)$$

é dada, em função da aproximação de ordem (i), por

$$\{x\}^{(i+1)} = \{x\}^{(i)} - ([f']^{-1})^{(i)} \{f\}^{(i)} \quad (6.2)$$

onde $[f']$ é uma matriz de derivadas e $\{f\}$ é um vetor com os valores das funções. No método de iteração simples, estas raízes de ordem (i+1) puderam ser colocadas na forma

$$\{x\}^{(i+1)} = [G(\{x\}^{(i)})]^{-1} \{c\} \quad (6.3)$$

onde $[G(\{x\})]$ é uma matriz (facilmente calculável) que depende de $\{x\}$, e $\{c\}$ é um vetor de constantes.

A equação (6.3) permitiu calcular as raízes do sistema de equações sem ser necessário calcular as derivadas (mais difíceis de serem determinadas) que aparecem na equação (6.2). Isto determinou a troca do método de Newton-Raphson pelo método de iteração.

O programa foi escrito em True Basic e está disponível de duas formas: uma aberta, chamada fadiga.tru e outra fechada, chamada fadiga.exe. Junto com este programa são encontrados três arquivos (ex1.tru, ex2.tru e ex3.tru) contendo os dados dos exemplos apresentados anteriormente.

O programa foi testado em inúmeros problemas diferentes, alguns extraídos da bibliografia clássica sobre o assunto e outros preparados especialmente para este fim. Em todos os casos os resultados fornecidos pelo programa coincidiram satisfatoriamente com os resultados dos problemas usados para comparação.

7 EXEMPLOS DE APLICAÇÃO DO PROGRAMA

7.1 EXEMPLO 1 - SEÇÃO T

Verificar a seguinte barra de concreto armado (Fig. 7.1), à fadiga.

Dados

Seção transversal (cotas em cm):

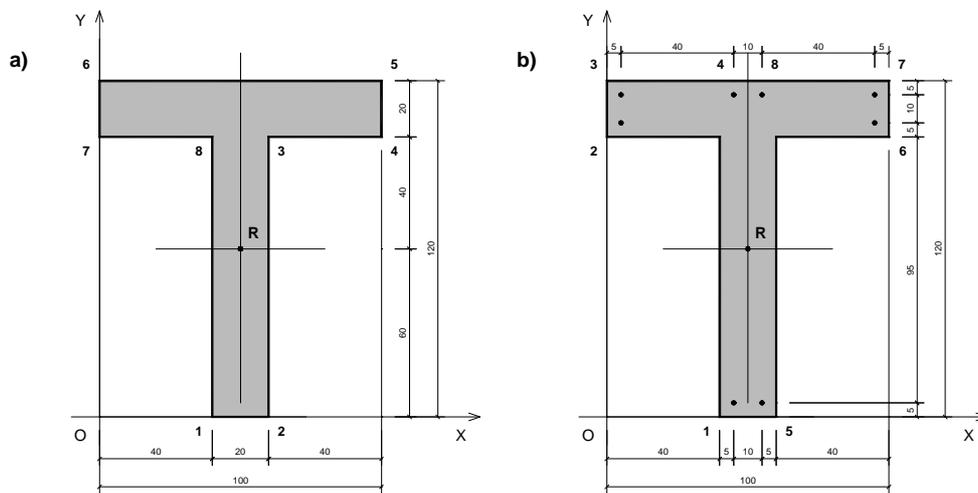


FIGURA 7.1 - (a) Vértices da seção - (b) Posições das barras

Concreto:

$$f_{ck} = 30 \text{ MPa} = 3 \text{ kN/cm}^2$$

Aço:

$$f_{yk} = 500 \text{ MPa} = 50 \text{ kN/cm}^2 \text{ (CA-50)}$$

Áreas relativas das barras de aço:

$$Ar_1 = Ar_5 = 2$$

$$Ar_2 = Ar_3 = Ar_6 = Ar_7 = 0,5$$

$$Ar_4 = Ar_8 = 1$$

Taxa geométrica de armadura:

$$\rho = 0,005$$

Centro de redução das forças externas:

$$x_r = 50 \text{ cm}$$

$$y_r = 60 \text{ cm}$$

Esforços solicitantes de cálculo:

Vetor 1:

$$N_d = -1100 \text{ kN}$$

$$M_x^d = -58330 \text{ kN.cm}$$

$$M_y^d = -16670 \text{ kN.cm}$$

Vetor 2:

$$N_d = -1100 \text{ kN}$$

$$M_x^d = -58330 \text{ kN.cm}$$

$$M_y^d = 16670 \text{ kN.cm}$$

Solução

Os dados anteriores foram editados (conforme o estabelecido no item 3.4) e gravados num arquivo chamado ex1.tru, listado a seguir:

LISTA 1 - Arquivo ex1.tru

Dados para o programa Fadiga

Arquivo: ex1.tru

Unidade de comprimento (mm, cm, dm ou m):

cm

Modulo de elasticidade do aco (Es):

21000

Relacao entre modulos de elasticidade ($n=Es/Ec$):

10

Numero de vertices da secao de concreto (nv):

8

Vertices da secao e coordenadas (i, xv, yv):

1	40	0
2	60	0
3	60	100
4	100	100
5	100	120
6	0	120
7	0	100
8	40	100

Numero de barras de aco (nb):

8

Barras, coordenadas e areas relativas (i, xb, yb, ar):

1	45	5	2
2	5	105	.5
3	5	115	.5
4	45	115	1
5	55	5	2
6	95	105	.5
7	95	115	.5
8	55	115	1

Taxa geometrica de armadura (ro):

.005

Coord. do centro de reducao das forcas externas (xr, yr):

50 60

Solicitacoes e vetores de solicitacoes (j, Nd, Mxd, Myd):

1	-1100	-58330	-16670
2	-1100	-58330	16670

Executando o programa fadiga.exe, com este arquivo de dados, são obtidos as telas apresentadas na figura seguinte (Fig. 7.2) e os dados e resultados gravados no arquivo results.tru, listado a seguir:

LISTA 2 - Arquivo results.tru, para o exemplo 1

<<< ARQUIVO DE DADOS >>>

Nome do arquivo de dados:

ex1

<<< DADOS >>>

Unidade de comprimento (mm, cm, dm ou m):

cm

Modulo de elasticidade do aco (Es):

21000

Relacao entre modulos de elasticidade (n=Es/Ec):

10

Numero de vertices da secao de concreto (nv):

8

Vertices da secao e coordenadas (i, xv, yv):

1	40	0
2	60	0

3

60

100

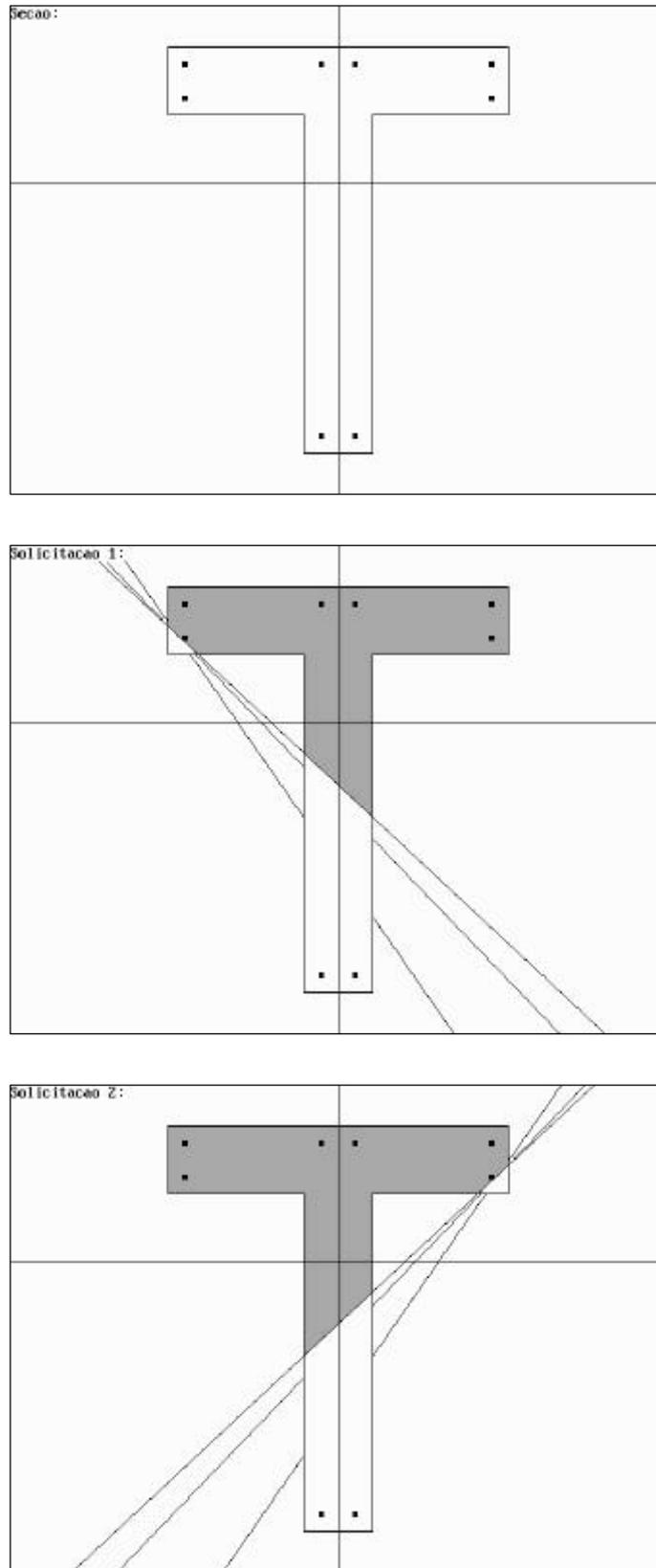


FIGURA 7.2 - Telas de saída do exemplo 1

4	100	100
5	100	120
6	0	120
7	0	100
8	40	100

Numero de barras de aco (nb):

8

Barras, coordenadas e areas relativas (i, xb, yb, ar):

1	45	5	2
2	5	105	.5
3	5	115	.5
4	45	115	1
5	55	5	2
6	95	105	.5
7	95	115	.5
8	55	115	1

Taxa geometrica de armadura (ro):

.005

Coord. do centro de reducao das forcas externas (xr, yr):

50 60

Solicitacoes e vetores de solicitacoes (j, Nd, Mxd, Myd):

1	-1100	-58330	-16670
2	-1100	-58330	16670

<<< RESULTADOS >>>

Area da secao de concreto (Ac):

4000

Coord. do centro de gravidade da secao (xg, yg):

50 80

Barras de aco e areas (i, As):

1	5
2	1.25
3	1.25
4	2.5
5	5
6	1.25
7	1.25
8	2.5

Area da secao de aco (As):

20

Solicitacao 1

Esf. sol. de calculo (Nd, Mxd, Myd):

-1100 -36330 -16670

Esf. res. de calculo (Nr, Mxr, Myr):

-1102.9397 -36261.469 -16673.524

Diferencas ((Nr-Nd), (Mxr-Mxd), (Myr-Myd)):

-2.9396783 68.530532 -3.5235346

Deformacoes especificas (eg, fix, fiy):

-8.6974287e-5 -4.7041307e-6 -4.4316746e-6

Numero de iteracoes realizadas (nit):

3

Solicitacao 2

Esf. sol. de calculo (Nd, Mxd, Myd):

-1100	-36330	16670
-------	--------	-------

Esf. res. de calculo (Nr, Mxr, Myr):

-1102.9397	-36261.469	16673.524
------------	------------	-----------

Diferencas ((Nr-Nd), (Mxr-Mxd), (Myr-Myd)):

-2.9396783	68.530532	3.5235346
------------	-----------	-----------

Deformacoes especificas (eg, fix, fiy):

-8.6974287e-5	-4.7041307e-6	4.4316746e-6
---------------	---------------	--------------

Numero de iteracoes realizadas (nit):

3

Tensoes nas barras de aco:

Barra	Sol. 1	Sol. 2	Variacao
1	6.0478716	5.11722	.93065167
2	-.10819615	-8.4840611	8.375865
3	-1.0960636	-9.4719286	8.375865
4	-4.8186703	-5.7493219	.93065167
5	5.11722	6.0478716	.93065167
6	-8.4840611	-.10819615	8.375865
7	-9.4719286	-1.0960636	8.375865
8	-5.7493219	-4.8186703	.93065167

Tensoes maximas no aco (valor absoluto):

9.4719286	9.4719286
-----------	-----------

Barras correspondentes:

7

3

Maxima tensao no aco:

9.4719286

Maxima variacao de tensao no aco:

8.375865

Barra correspondente:

6

Tensoes nos vertices da secao de concreto:

Vert.	Sol. 1	Sol. 2
1	0	0
2	0	0
3	-.47328466	-.28715433
4	-.84554532	0
5	-1.0431188	-.11246715
6	-.11246715	-1.0431188
7	0	-.84554532
8	-.28715433	-.47328466

Tensoes de compressao maximas no concreto (sc_max):

-1.0431188 -1.0431188

Vertices correspondentes:

5 6

Fatores dos gradientes de tensoes (eta_c):

.83670464 .83670464

Tensoes reduzidas (eta_c * sc_max):

-.87278235 -.87278235

Maximo de (eta_c * sc_max):

- .87278235

Interpretação dos resultados

Máxima tensão no aço (kN/cm²):

$$\sigma_{s,\max} = 9,47 < f_{yk} = 50,0 \quad \text{ok.}$$

Máxima variação de tensão no aço (kN/cm²):

$$\Delta\sigma_s = 8,37 < \Delta f_{s,\text{fad}} = 18,0 \text{ (para } \phi = 22 \text{ mm)} \quad \text{ok.}$$

Máxima tensão reduzida no concreto (kN/cm²):

$$\sigma_{c,\max} = |-0,87| < f_{cd,\text{fad}} = 0,45 f_{cd} = 0,45 \cdot 3,00 = 1,35 \quad \text{ok.}$$

7.2 EXEMPLO 2 - SEÇÃO RETANGULAR OCA

Verificar o seguinte pilar de concreto armado (Fig. 7.3), à fadiga.

Dados

Seção transversal (cotas em cm):

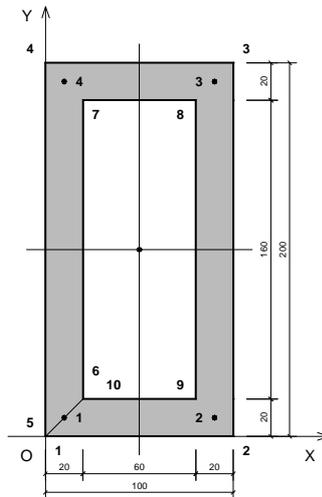


FIGURA 7.3 - Seção do pilar

Concreto:

$$f_{ck} = 30,0 \text{ MPa} = 3,00 \text{ kN/cm}^2$$

Aço:

$$f_{yk} = 500 \text{ MPa} = 50 \text{ kN/cm}^2 \text{ (CA-50)}$$

Áreas relativas das barras de aço:

$$A_{r1}=A_{r2}=A_{r3}=A_{r4}=1$$

Taxa geométrica de armadura:

$$\rho = 0,01$$

Centro de redução das forças externas:

$x_r=50$ cm

$y_r=100$ cm

Esforços solicitantes de cálculo:

Vetor 1:

$N_d = -2600$ kN

$M_x^d = -234000$ kN.cm

$M_y^d = -104000$ kN.cm

Vetor 2:

$N_d = -2600$ kN

$M_x^d = -208000$ kN.cm

$M_y^d = -78000$ kN.cm

Solução

Os dados anteriores foram editados (conforme o estabelecido no item 3.4) e gravados num arquivo chamado ex2.tru, listado a seguir:

LISTA 3 - Arquivo ex2.tru

Dados para o programa Fadiga

Arquivo: ex2.tru

Unidade de comprimento (mm, cm, dm ou m):

cm

Modulo de elasticidade do aco (E_s):

21000

Relacao entre modulos de elasticidade ($n=E_s/E_c$):

10

Numero de vertices da secao de concreto (n_v):

10

Vertices da secao e coordenadas (i, xv, yv):

1	0	0
2	100	0
3	100	200
4	0	200
5	0	0
6	20	20
7	20	180
8	80	180
9	80	20
10	20	20

Numero de barras de aco (nb):

4

Barras, coordenadas e areas relativas (i, xb, yb, ar):

1	10	10	1
2	90	10	1
3	90	190	1
4	10	190	1

Taxa geometrica de armadura (ro):

.01

Coord. do centro de reducao das forcas externas (xr, yr):

50 100

Solicitacoes e vetores de solicitacoes (j, Nd, Mxd, Myd)

1	-2600	-234000	-104000
2	-2600	-208000	-78000

Executando o programa fadiga.exe, com este arquivo de dados, são obtidos as telas apresentadas na figura seguinte (Fig. 7.4) e os dados e resultados gravados no arquivo results.tru, listado a seguir:

LISTA 4 - Arquivo results.tru, para o exemplo 2

<<< ARQUIVO DE DADOS >>>

Nome do arquivo de dados:

ex2

<<< DADOS >>>

Unidade de comprimento (mm, cm, dm ou m):

cm

Modulo de elasticidade do aco (Es):

21000

Relacao entre modulos de elasticidade ($n=Es/Ec$):

10

Numero de vertices da secao de concreto (nv):

10

Vertices da secao e coordenadas (i, xv, yv):

1	0	0
2	100	0
3	100	200
4	0	200
5	0	0
6	20	20

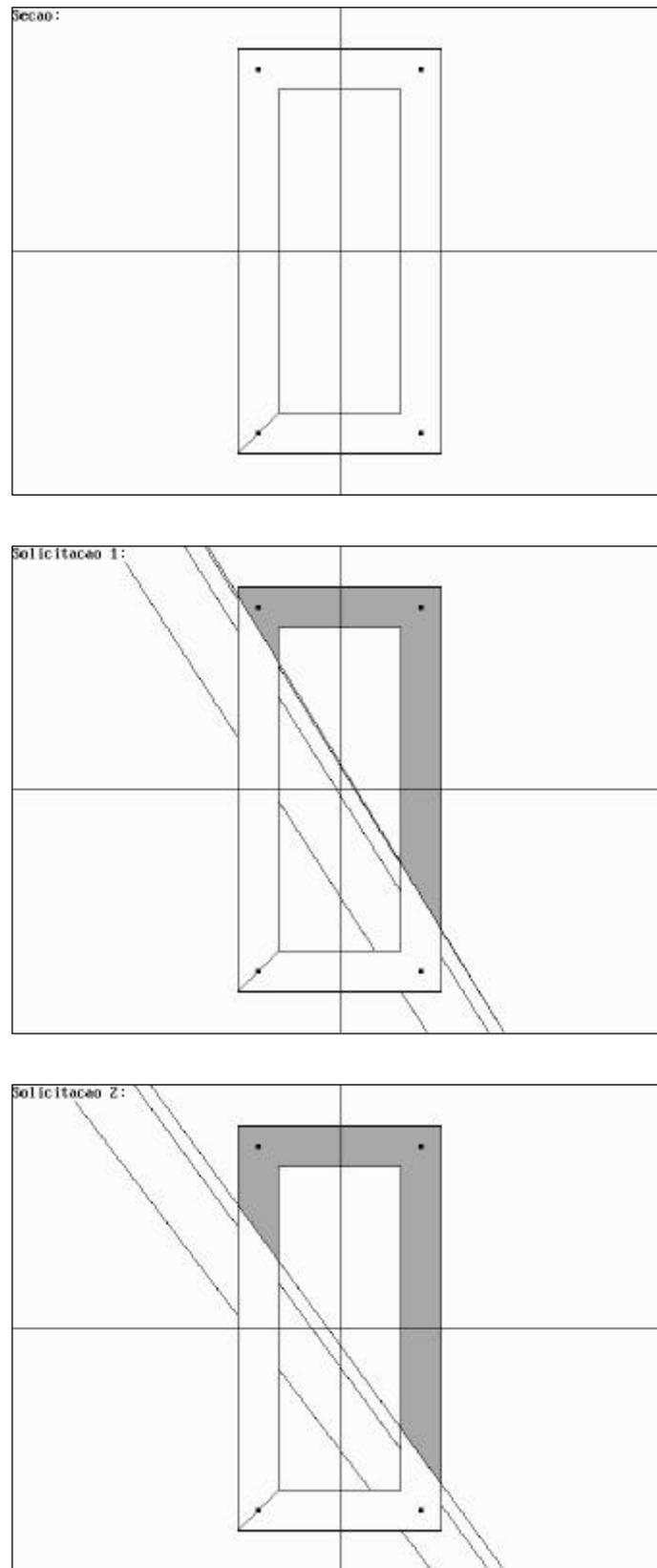


FIGURA 7.4 - Telas de saída do exemplo 2

7	20	180
8	80	180
9	80	20
10	20	20

Numero de barras de aco (nb):

4

Barras, coordenadas e areas relativas (i, xb, yb, ar):

1	10	10	1
2	90	10	1
3	90	190	1
4	10	190	1

Taxa geometrica de armadura (ro):

.01

Coord. do centro de reducao das forcas externas (xr, yr):

50 100

Solicitacoes e vetores de solicitacoes (j, Nd, Mxd, Myd):

1	-2600	-234000	-104000
2	-2600	-208000	-78000

<<< RESULTADOS >>>

Area da secao de concreto (Ac):

10400

Coord. do centro de gravidade da secao (xg, yg):

50. 100.

Barras de aco e areas (i, As):

1 26

2	26
3	26
4	26

Area da secao de aco (As):

104

Solicitacao 1

Esf. sol. de calculo (Nd, Mxd, Myd):

-2600 -234000. -104000.

Esf. res. de calculo (Nr, Mxr, Myr):

-2600.3209 -234015.44 -103993.04

Diferencas ((Nr-Nd), (Mxr-Mxd), (Myr-Myd)):

-.32088805 -15.436101 6.9581669

Deformacoes especificas (eg, fix, fiy):

5.1623894e-5 -3.8918028e-6 -6.4390092e-6

Numero de iteracoes realizadas (nit):

4

Solicitacao 2

Esf. sol. de calculo (Nd, Mxd, Myd):

-2600 -208000. -78000.

Esf. res. de calculo (Nr, Mxr, Myr):

-2614.3006 -207797.05 -77991.773

Diferencas ((Nr-Nd), (Mxr-Mxd), (Myr-Myd)):

-14.300581 202.94789 8.2272558

Deformacoes especificas (eg, fix, fiy):

-2.3189328e-5 -2.9592829e-6 -4.09502e-6

Numero de iteracoes realizadas (nit):

3

Tensoes nas barras de aco:

Barra	Sol. 1	Sol. 2	Variacao
1	13.848377	8.5458855	5.3024913
2	3.0308414	1.666252	1.3645894
3	-11.680173	-9.5198373	2.160336
4	-.86263782	-2.6402038	1.7775659

Tensoes maximas no aco (valor absoluto):

13.848377 9.5198373

Barras correspondentes:

1 3

Maxima tensao no aco:

13.848377

Maxima variacao de tensao no aco:

5.3024913

Barra correspondente:

1

Tensoes nos vertices da secao de concreto:

Vert.	Sol. 1	Sol. 2
1	0	0
2	0	0
3	-1.3849644	-1.1001241

4	-3.2772448e-2	-.2401699
5	0	0
6	0	0
7	-.13975512	-.28787086
8	-.95107027	-.80384337
9	0	0
10	0	0

Tensoes de compressao maximas no concreto (sc_max):

-1.3849644 -1.1001241

Vertices correspondentes:

3 3

Fatores dos gradientes de tensoes (eta_c):

.8538817 .87361769

Tensoes reduzidas (eta_c * sc_max):

-1.1825957 -.96108786

Maximo de (eta_c * sc_max):

-1.1825957

Interpretação dos resultados

Máxima tensão no aço (kN/cm²):

$\sigma_{s,max} = 13,8 < f_{yk} = 50,0$ ok.

Máxima variação de tensão no aço (kN/cm²):

$\Delta\sigma_s = 5,30 < \Delta f_{s,fad} = 19,0$ (para $\phi = 16$ mm) ok.

Máxima tensão reduzida no concreto (kN/cm²):

$\sigma_{c,max} = |-1,18| < f_{cd,fad} = 0,45 f_{cd} = 0,45 \cdot 3,00 = 1,35$ ok.

7.3 EXEMPLO 3 - SEÇÃO RETANGULAR

Verificar a seguinte seção de pilar (Fig. 7.5), à fadiga.

A seção em questão é a seção do topo do pilar P10A, do trecho principal da ponte sobre o rio Jacuí, na RS-401, entre São Jerônimo e General Câmara. O trecho central desta ponte, construído em avanços sucessivos, tem dois vãos de 126,00 m de comprimento cada um, sobre o canal de navegação, e dois contra balanços de 69,00 m (Fig. 7.6 e 7.7).

Dados

Primeiro quadrante da seção transversal (cotas em cm):

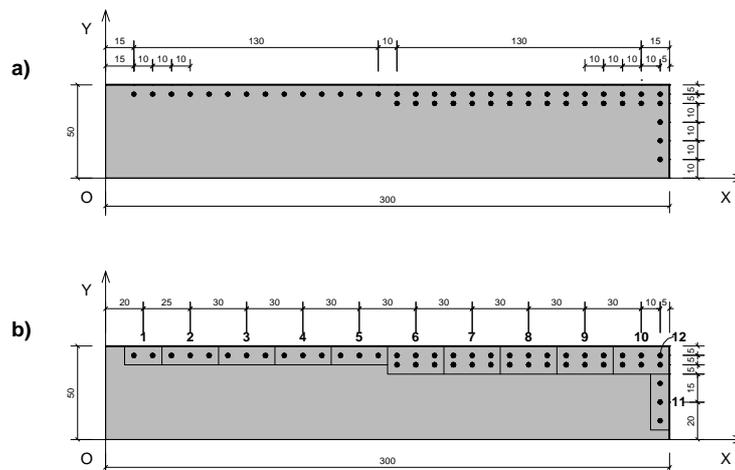


FIGURA 7.5 - (a) Armadura real - (b) Armadura agrupada

Concreto:

$$f_{ck} = 22,5 \text{ MPa} = 2,25 \text{ kN/cm}^2$$

Aço:

$$f_{yk} = 500 \text{ MPa} = 50 \text{ kN/cm}^2 \text{ (CA-50)}$$



FIGURA 7.6 - Ponte sobre o rio Jacuí, durante a construção (OUT/1992)

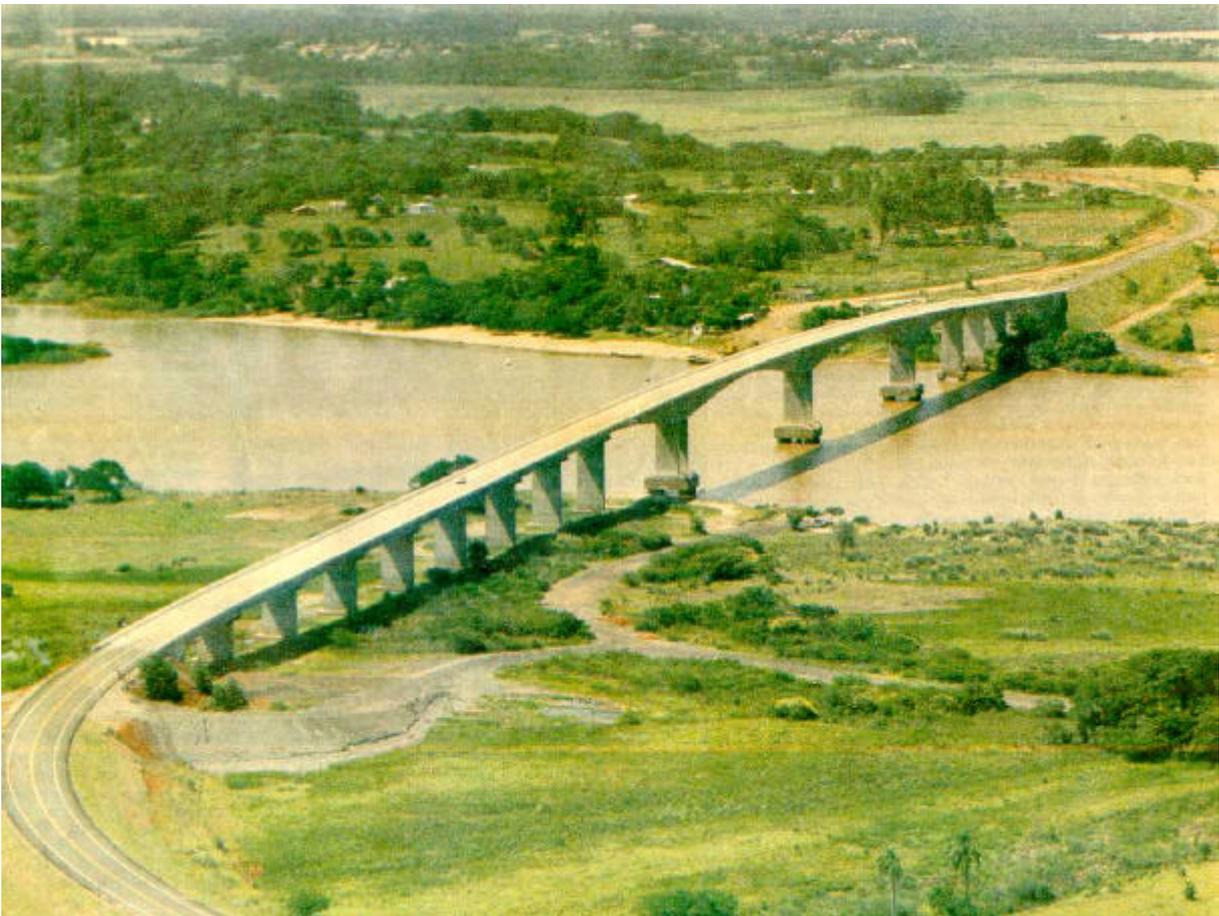


FIGURA 7.7 - Ponte sobre o rio Jacuí, concluída (DEZ/1994)

Seção de concreto:

$$A_c = 600 \cdot 100 = 60000 \text{ cm}^2$$

Seção de aço:

A armadura é constituída de 188 barras de 25 mm de diâmetro.

$$A_s = 188 \cdot 4,90 = 921,20 \text{ cm}^2$$

Áreas relativas das barras de aço:

Para reduzir o trabalho de codificação da armadura, as barras de aço foram agrupadas como se mostra na figura 7.5 (b).

$$A_{r1} = 2$$

$$A_{r2} = A_{r3} = A_{r4} = A_{r5} = A_{r11} = 3$$

$$A_{r6} = A_{r7} = A_{r8} = A_{r9} = A_{r10} = 6$$

$$A_{r12} = 0$$

A barra 12 foi incluída apenas para obter a máxima tensão e a máxima variação de tensão no aço. Isto deve ocorrer nesta barra ou numa simétrica desta.

Taxa geométrica de armadura:

$$\rho = \frac{921,20}{60000} = 0,01535$$

Centro de redução das forças externas:

$$x_r = 0$$

$$y_r = 0$$

Esforços solicitantes:

a) Carga permanente:

$$N = -20600 \text{ kN}$$

$$M_x = 76000 \text{ kN.cm}$$

$$M_y = 0$$

b) Carga móvel:

Solicitação 1:

$$N = -7700 \text{ kN}$$

$$M_x = 110000 \text{ kN.cm}$$

$$M_y = 140000 \text{ kN.cm}$$

Solicitação 2:

$$N = 7310 \text{ kN}$$

$$M_x = -143000 \text{ kN.cm}$$

$$M_y = -140000 \text{ kN.cm}$$

Esforços solicitantes de cálculo:

Devem ser calculados para combinação freqüente de ações (ver item 2.5), com $\psi_1 = 0,5$.

Solicitação 1:

$$N_d = -20600 + 0,5 \cdot (-7700) = -24450 \text{ kN}$$

$$M_x^d = 76000 + 0,5 \cdot 110000 = 131000 \text{ kN.cm}$$

$$M_y^d = 0 + 0,5 \cdot 140000 = 70000 \text{ kN.cm}$$

Solicitação 2:

$$N_d = -20600 + 0,5 \cdot 7310 = -16950 \text{ kN}$$

$$M_x^d = 76000 + 0,5 \cdot (-143000) = 5000 \text{ kN.cm}$$

$$M_y^d = 0 + 0,5 \cdot (-140000) = -70000 \text{ kN.cm}$$

Solução

Os dados anteriores foram editados (conforme o estabelecido no item 3.4) e gravados num arquivo chamado ex3.tru, listado a seguir:

LISTA 5 - Arquivo ex3.tru

Dados para o programa Fadiga

Arquivo: ex3.tru

Unidade de comprimento (mm, cm, dm ou m):

cm

Modulo de elasticidade do aco (E_s):

21000

Relacao entre modulos de elasticidade ($n=E_s/E_c$):

10

Numero de vertices da secao de concreto (n_v):

4

Vertices da secao e coordenadas (i, x_v, y_v):

1	300	50
2	-300	50
3	-300	-50
4	300	-50

Numero de barras de aco (n_b):

48

Barras, coordenadas e areas relativas (i, x_b, y_b, a_r):

1	20	45	2
2	45	45	3
3	75	45	3
4	105	45	3
5	135	45	3
6	165	42.5	6
7	195	42.5	6
8	225	42.5	6
9	255	42.5	6
10	285	42.5	6
12	295	45	0
11	295	20	3
13	-20	45	2
14	-45	45	3

15	-75	45	3
16	-105	45	3
17	-135	45	3
18	-165	42.5	6
19	-195	42.5	6
20	-225	42.5	6
21	-255	42.5	6
22	-285	42.5	6
24	-295	45	0
23	-295	20	3
25	20	-45	2
26	45	-45	3
27	75	-45	3
28	105	-45	3
29	135	-45	3
30	165	-42.5	6
31	195	-42.5	6
32	225	-42.5	6
33	255	-42.5	6
34	285	-42.5	6
36	295	-45	0
35	295	-20	3
37	-20	-45	2
38	-45	-45	3
39	-75	-45	3
40	-105	-45	3
41	-135	-45	3
42	-165	-42.5	6
43	-195	-42.5	6
44	-225	-42.5	6
45	-255	-42.5	6
46	-285	-42.5	6
48	-295	-45	0
47	-295	-20	3

Taxa geometrica de armadura (ro):

.01535

Coord. do centro de reducao das forcas externas (xr, yr):

0 0

Solicitacoes e vetores de solicitacoes (j, Nd, Mxd, Myd):

1	-24450	131000	70000
2	-16950	5000	-70000

Executando o programa fadiga.exe, com este arquivo de dados, são obtidos os resultados procurados. Dados e resultados são gravados pelo programa fadiga.exe no arquivo results.tru, listado a seguir:

LISTA 6 - Arquivo results.tru, para o exemplo 3

<<< ARQUIVO DE DADOS >>>

Nome do arquivo de dados:

ex3

<<< DADOS >>>

Unidade de comprimento (mm, cm, dm ou m):

cm

Modulo de elasticidade do aco (Es):

21000

Relacao entre modulos de elasticidade (n=Es/Ec):

10

Numero de vertices da secao de concreto (nv):

4

Vertices da secao e coordenadas (i, xv, yv):

1	300	50
2	-300	50
3	-300	-50
4	300	-50

Numero de barras de aco (nb):

48

Barras, coordenadas e areas relativas (i, xb, yb, ar):

1	20	45	2
2	45	45	3
3	75	45	3
4	105	45	3
5	135	45	3
6	165	42.5	6
7	195	42.5	6
8	225	42.5	6
9	255	42.5	6
10	285	42.5	6
11	295	20	3
12	295	45	0
13	-20	45	2
14	-45	45	3
15	-75	45	3
16	-105	45	3
17	-135	45	3
18	-165	42.5	6
19	-195	42.5	6
20	-225	42.5	6
21	-255	42.5	6
22	-285	42.5	6

23	-295	20	3
24	-295	45	0
25	20	-45	2
26	45	-45	3
27	75	-45	3
28	105	-45	3
29	135	-45	3
30	165	-42.5	6
31	195	-42.5	6
32	225	-42.5	6
33	255	-42.5	6
34	285	-42.5	6
35	295	-20	3
36	295	-45	0
37	-20	-45	2
38	-45	-45	3
39	-75	-45	3
40	-105	-45	3
41	-135	-45	3
42	-165	-42.5	6
43	-195	-42.5	6
44	-225	-42.5	6
45	-255	-42.5	6
46	-285	-42.5	6
47	-295	-20	3
48	-295	-45	0

Taxa geometrica de armadura (ro):

.01535

Coord. do centro de reducao das forcas externas (xr, yr):

0 0

Solicitacoes e vetores de solicitacoes (j, Nd, Mxd, Myd):

1 -24450 131000 70000

2	-16950	5000	-70000
---	--------	------	--------

<<< RESULTADOS >>>

Area da secao de concreto (Ac):

60000

Coord. do centro de gravidade da secao (xg, yg):

0 0

Barras de aco e areas (i, As):

1	9.7978723
2	14.696809
3	14.696809
4	14.696809
5	14.696809
6	29.393617
7	29.393617
8	29.393617
9	29.393617
10	29.393617
11	14.696809
12	0
13	9.7978723
14	14.696809
15	14.696809
16	14.696809
17	14.696809
18	29.393617
19	29.393617
20	29.393617
21	29.393617
22	29.393617
23	14.696809

24	0
25	9.7978723
26	14.696809
27	14.696809
28	14.696809
29	14.696809
30	29.393617
31	29.393617
32	29.393617
33	29.393617
34	29.393617
35	14.696809
36	0
37	9.7978723
38	14.696809
39	14.696809
40	14.696809
41	14.696809
42	29.393617
43	29.393617
44	29.393617
45	29.393617
46	29.393617
47	14.696809
48	0

Area da secao de aco (As):

921

Solicitacao 1

Esf. sol. de calculo (Nd, Mxd, Myd):

-24450 131000 70000

Esf. res. de calculo (Nr, Mxr, Myr):

-24450 131000 70000

Diferencas ((Nr-Nd), (Mxr-Mxd), (Myr-Myd)):

0 0 0

Deformacoes especificas (eg, fix, fiy):

-1.6822507e-4 9.3934504e-7 1.5282101e-8

Numero de iteracoes realizadas (nit):

1

Solicitacao 2

Esf. sol. de calculo (Nd, Mxd, Myd):

-16950 5000 -70000

Esf. res. de calculo (Nr, Mxr, Myr):

-16950 5000 -70000

Diferencas ((Nr-Nd), (Mxr-Mxd), (Myr-Myd)):

0 0 0

Deformacoes especificas (eg, fix, fiy):

-1.1662229e-4 3.5852864e-8 -1.5282101e-8

Numero de iteracoes realizadas (nit):

1

Tensoes nas barras de aco:

Barra	Sol. 1	Sol. 2	Variacao
1	-2.6386269	-2.4216056	.21702136
2	-2.6306038	-2.4296287	.20097515
3	-2.6209761	-2.4392564	.1817197
4	-2.6113484	-2.4488841	.16246426

5	-2.6017207	-2.4585119	.14320881
6	-2.6414086	-2.4700219	.1713867
7	-2.6317808	-2.4796496	.15213125
8	-2.6221531	-2.4892773	.13287581
9	-2.6125254	-2.498905	.11362036
10	-2.6028977	-2.5085327	.09436491
11	-3.0435289	-2.5286825	.51484648
12	-2.5503728	-2.5098597	4.0513089e-2
13	-2.6514639	-2.4087686	.24269529
14	-2.659487	-2.4007455	.25874149
15	-2.6691147	-2.3911178	.27799694
16	-2.6787425	-2.3814901	.29725239
17	-2.6883702	-2.3718623	.31650784
18	-2.7473135	-2.3641169	.38319662
19	-2.7569412	-2.3544892	.40245207
20	-2.766569	-2.3448614	.42170752
21	-2.7761967	-2.3352337	.44096297
22	-2.7858244	-2.325606	.46021841
23	-3.2328742	-2.3393372	.89353695
24	-2.739718	-2.3205145	.41920356
25	-4.4139891	-2.4893675	1.9246216
26	-4.405966	-2.4973906	1.9085754
27	-4.3963382	-2.5070183	1.8893199
28	-4.3867105	-2.516646	1.8700645
29	-4.3770828	-2.5262738	1.850809
30	-4.3181395	-2.5340192	1.7841202
31	-4.3085117	-2.5436469	1.7648648
32	-4.298884	-2.5532747	1.7456093
33	-4.2892563	-2.5629024	1.7263539
34	-4.2796286	-2.5725301	1.7070984
35	-3.8325788	-2.5587989	1.2737799
36	-4.3257349	-2.5776216	1.7481133
37	-4.426826	-2.4765305	1.9502955
38	-4.4348491	-2.4685074	1.9663417
39	-4.4444769	-2.4588797	1.9855972

40	-4.4541046	-2.449252	2.0048526
41	-4.4637323	-2.4396243	2.0241081
42	-4.4240444	-2.4281143	1.9959302
43	-4.4336721	-2.4184865	2.0151856
44	-4.4432999	-2.4088588	2.0344411
45	-4.4529276	-2.3992311	2.0536965
46	-4.4625553	-2.3896034	2.072952
47	-4.021924	-2.3694536	1.6524704
48	-4.5150802	-2.3882764	2.1268038

Tensoes maximas no aco (valor absoluto):

4.5150802	2.5776216
-----------	-----------

Barras correspondentes:

48	36
----	----

Maxima tensao no aco:

4.5150802

Maxima variacao de tensao no aco:

2.1268038

Barra correspondente:

48

Tensoes nos vertices da secao de concreto:

Vert.	Sol. 1	Sol. 2
1	-.2450137	-.25076998
2	-.26426914	-.23151453
3	-.4615316	-.23904363
4	-.44227615	-.25829908

Tensoes de compressao maximas no concreto (sc_max):

-.4615316	-.25829908
-----------	------------

Vertices correspondentes:

3 4

Fatores dos gradientes de tensoes (eta_c):

.93974387 .99526954

Tensoes reduzidas (eta_c * sc_max):

-.43372149 -.25707721

Maximo de (eta_c * sc_max):

-.43372149

Interpretação dos resultados

Máxima tensão no aço (kN/cm²):

$\sigma_{s,max} = 4,51 < f_{yk} = 50,0$ ok.

Máxima variação de tensão no aço (kN/cm²):

$\Delta\sigma_s = 2,12 < \Delta f_{s,fad} = 17,5$ (para $\phi = 25$ mm) ok.

Máxima tensão reduzida no concreto (kN/cm²):

$\sigma_{c,max} = |-0,43| < f_{cd,fad} = 0,45 f_{cd} = 0,45 \cdot 2,25 = 1,01$ ok.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **Considerations for design of concrete structures subjected do fatigue loading**: ACI 215R-74 (Revised 1986). Detroit: 1991.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Cálculo e execução de obras de concreto armado**: NB-1. Rio de Janeiro, 1960.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Cálculo e execução de pontes de concreto armado**: NB-2. Rio de Janeiro, 1950.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Cálculo e execução de pontes de concreto armado**: NB-2. Rio de Janeiro, 1961.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Condições de emprego das barras de aço destinadas a armadura de peças de concreto armado**; Anexo II da EB-3/65. Rio de Janeiro: 1965.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Condições de emprego das barras de aço destinadas a armadura de peças de concreto armado**; Anexo da EB-3/67. Rio de Janeiro: 1967.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Projeto e execução de obras de concreto armado**: NBR 6118. Rio de Janeiro: 1978.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Projeto e execução de pontes de concreto armado e protendido**: NBR 7187. Rio de Janeiro: 1987.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Projeto de estruturas de concreto**: Projeto de revisão da NBR 6118 (Texto conclusivo). Rio de Janeiro: 2001.

CAMPOS FILHO, Américo. **Dimensionamento e verificação de seções poligonais de concreto armado submetidas à flexão composta oblíqua**. Porto Alegre: CPGEC/UFRGS, 1996. (Caderno de engenharia CE-53/96).

CARNEIRO, Fernando L. L. B. A fadiga na armadura das pontes rodoviárias. **Estrutura - Revista técnica das construções**. Rio de Janeiro, n.59, p.17-32, 1966.

COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON. **CEB-FIP Model Code 1990**. Lausanne, 1993. (Bulletin d'Information, 213/214).

COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON. **Fatigue of concrete structures**. Lausanne, 1988. (Bulletin d'Information, 188).

DEMIDOVICH, B. P.; MARON, I. A. **Computational Mathematics**. Moscow: Mir Publishers, 1976.

LÖSER, Benno. **Concreto Armado**. Rio de Janeiro: Científica, 1957.

MÖRSCH, E. **Teoría y Práctica del Hormigón Armado**. Barcelona: Gustavo Gili, 1948.

PUCHER, Adolf. **Concreto Armado**. Rio de Janeiro: Globo, 1957.

SCARBOROUGH, James B. **Numerical Mathematical Analysis**. 6.ed. Baltimore: Johns Hopkins Press, 1966.

TRUE BASIC. **PC User's Guide**; Version 3.0 for MS-DOS Operating Systems. New York: 1990.

TRUE BASIC. **Reference Manual**; Expanded Guide to Version 3.0. New York: 1990.

WHITTAKER, Sir Edmund; ROBINSON G. **The Calculus of Observations**. 4. ed. London: Blackie & Son, 1949.

WERNER, H. Schiefe Biegung polygonal umrandeter Stahlbeton-Querschnitte. **Beton und Stahlbetonbau**. Berlin, v. 69, n. 4, p. 92-97, 1974.

ANEXO A

O ESTÁDIO II (DO CONCRETO ARMADO)

No estudo das tensões normais produzidas na seção transversal de uma barra de concreto armado, solicitada por flexão composta, no estágio II, são admitidas as três seguintes hipóteses básicas:

- a) as seções transversais permanecem planas após a deformação da barra (hipótese das seções planas ou hipótese de Bernouilli);
- b) a resistência do concreto à tração é nula; e
- c) o aço e o concreto comprimido seguem a lei de Hooke (Fig. A.1).

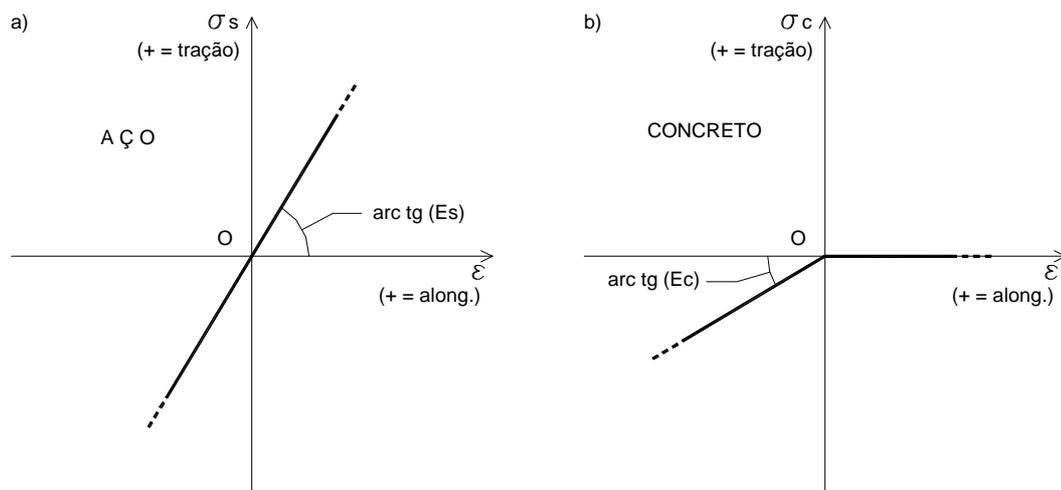


FIGURA A.1 - Diagramas $\sigma - \epsilon$ para o aço e para o concreto

Admitir a hipótese das seções planas para uma barra de concreto armado implica em admitir que a aderência entre o concreto e o aço seja perfeita, de modo a impedir qualquer deslizamento longitudinal das barras de aço em relação ao concreto que as envolve.

Com as hipóteses admitidas, as deformações específicas na direção longitudinal, ε , e as tensões normais, no concreto e no aço, σ_c e σ_s , se distribuem na seção segundo leis lineares (Fig. A.2).

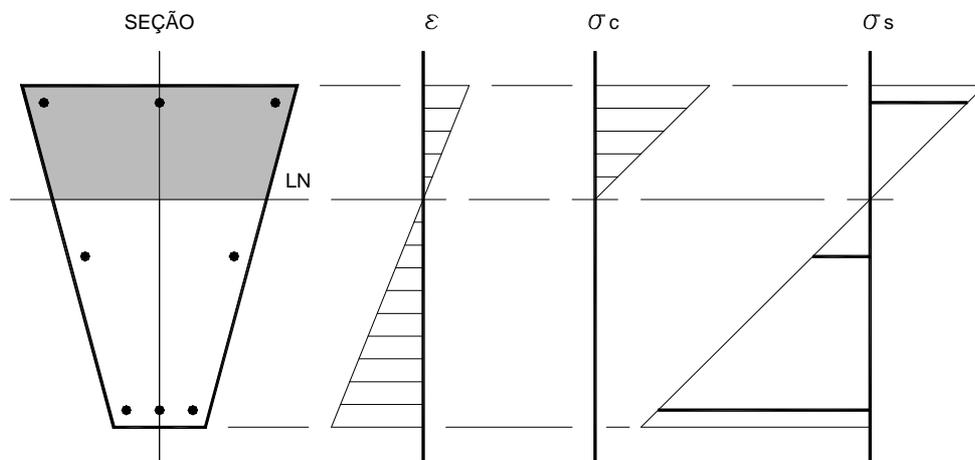


FIGURA A.2 - Distribuição das deformações e das tensões na seção

ANEXO B

CÁLCULO DE INTEGRAIS COM O TEOREMA DE GREEN

A integral de superfície

$$I = \iint_A \frac{\partial M}{\partial x} \cdot dx \cdot dy \quad (\text{B.1})$$

estendida à área A de uma certa região plana R (Fig. B.1), de acordo com o teorema de

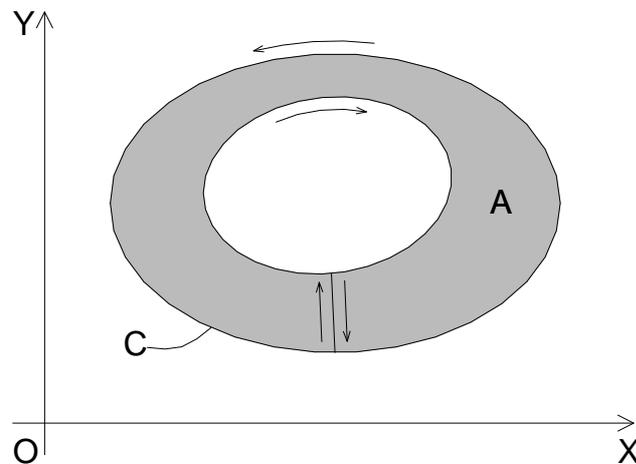


FIGURA B.1 - Região plana de área A e contorno C

Green é igual à integral curvilínea

$$I = \oint_C M \cdot dy \quad (\text{B.2})$$

estendida ao contorno C desta mesma região.

No cálculo desta integral curvilínea deve ser usado o caminhamento à esquerda, isto é, a área da figura deve ficar sempre à esquerda de quem percorre o contorno da figura no sentido da integração.

Neste trabalho interessam as integrais de funções do tipo

$$\frac{\partial M}{\partial x} = x^k \cdot y^m \quad (\text{B.3})$$

$$\therefore M = \frac{x^{k+1} \cdot y^m}{k+1} \quad (\text{B.4})$$

estendidas à regiões com contornos poligonais (Fig. B.2).

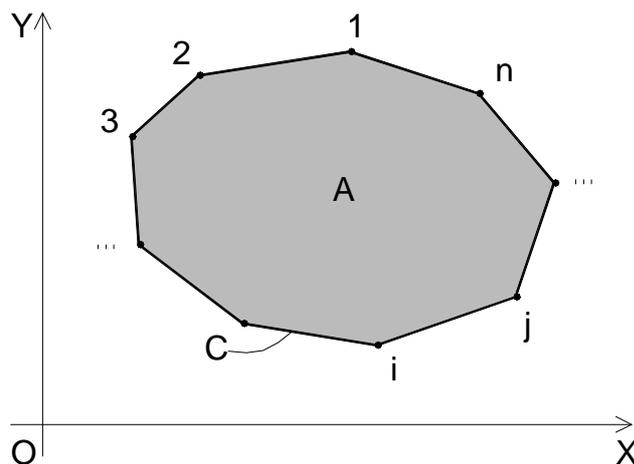


FIGURA B.2 - Região com contorno poligonal

Se o contorno da região for poligonal, então a integral ao longo do contorno pode ser decomposta na soma das integrais ao longo de cada um dos lados do polígono, e a equação (B.2) fica:

$$I = \int_{1,2} M \cdot dy + \int_{2,3} M \cdot dy \dots + \int_{n,1} M \cdot dy \quad (\text{B.5})$$

$$\therefore I = \sum_{i=1}^n \int_{i,j} M \cdot dy \quad (\text{B.6})$$

Fazendo

$$G_{km} = \int_{i,j} M \cdot dy \quad (\text{B.7})$$

a equação (B.6) fica:

$$I = \sum_{i=1}^n G_{km} \quad (\text{B.8})$$

Substituindo M dado pela equação (B.4) na equação (B.7), resulta:

$$G_{km} = \int_{i,j} \frac{x^{k+1} \cdot y^m}{k+1} \cdot dy \quad (\text{B.9})$$

Estas integrais G_{km} podem ser calculadas como segue.

Seja "i, j" um lado genérico da poligonal, orientado do vértice i ao vértice j, no sentido da integração (Fig. B.3). Sendo M o ponto médio deste lado, têm-se:

$$x_m = \frac{x_i + x_j}{2} \quad (\text{B.10.1})$$

$$y_m = \frac{y_i + y_j}{2} \quad (\text{B.10.2})$$

$$\Delta x = \frac{x_j - x_i}{2} \quad (\text{B.10.3})$$

$$\Delta y = \frac{y_j - y_i}{2} \quad (\text{B.10.4})$$

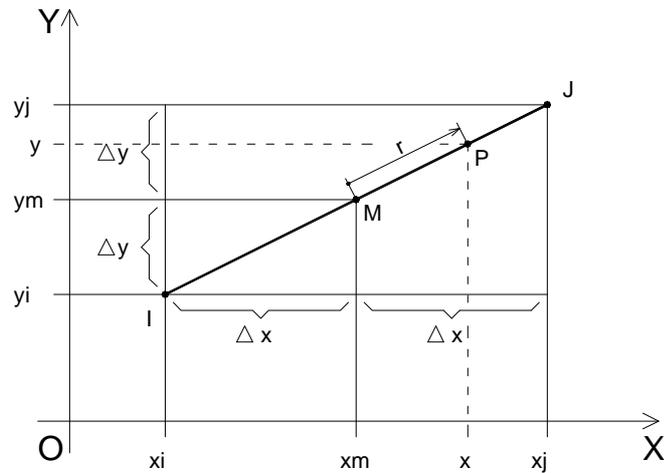


FIGURA B.3 - Lado genérico "i, j" do contorno

Equações paramétricas da reta "i, j":

$$x = x_m + r \cdot \Delta x \quad (\text{B.11.1})$$

$$y = y_m + r \cdot \Delta y \quad (\text{B.11.2})$$

onde r varia de -1 até $+1$.

Diferenciando a equação (B.11.2), resulta:

$$dy = \Delta y \cdot dr \quad (\text{B.12})$$

Substituindo as equações (B.11.1), (B.11.2) e (B.12) na (B.9), resulta:

$$G_{km} = \frac{\Delta y}{k+1} \cdot \int_{-1}^{+1} (x_m + r \cdot \Delta x)^{k+1} \cdot (y_m + r \cdot \Delta y)^m \cdot dr \quad (\text{B.13})$$

Esta equação (B.13) foi usada para determinar as funções G_{km} , para diferentes valores de k e m , relacionadas a seguir.

$$G_{00} = 2 \cdot x_m \cdot \Delta y \quad (\text{B.14.1})$$

$$G_{01} = 2 \left(x_m \cdot y_m + \frac{\Delta x \cdot \Delta y}{3} \right) \cdot \Delta y \quad (\text{B.14.2})$$

$$G_{02} = 2 \left(x_m \cdot y_m^2 + (x_m \cdot \Delta y + 2 \cdot y_m \cdot \Delta x) \cdot \frac{\Delta y}{3} \right) \cdot \Delta y \quad (\text{B.14.3})$$

$$G_{03} = 2 \left(x_m \cdot y_m \left(x_m^2 + y_m^2 \right) + \Delta x \cdot \Delta y \left(y_m^2 + \frac{y_m^2}{3} \right) \right) \cdot \Delta y \quad (\text{B.14.4})$$

$$G_{10} = \left(x_m^2 + \frac{\Delta x^2}{3} \right) \cdot \Delta y \quad (\text{B.14.5})$$

$$G_{11} = \left(x_m^2 \cdot y_m + (y_m \cdot \Delta x + 2 \cdot x_m \cdot \Delta y) \cdot \frac{\Delta x}{3} \right) \cdot \Delta y \quad (\text{B.14.6})$$

$$G_{12} = \left((x_m \cdot y_m)^2 + \frac{(y_m \cdot \Delta x + x_m \cdot \Delta y)^2}{3} + \Delta x \cdot \Delta y \cdot \left(\frac{2 \cdot x_m \cdot y_m}{3} + \frac{\Delta x \cdot \Delta y}{5} \right) \right) \cdot \Delta y \quad (\text{B.14.7})$$

$$G_{20} = 2 \cdot x_m \cdot \left(x_m^2 + \Delta x^2 \right) \cdot \frac{\Delta y}{3} \quad (\text{B.14.8})$$

ANEXO C
LISTAGEM DO PROGRAMA (EM TRUE BASIC)

! Programa: Fadiga

! Software: Almir Schaffer

! Data....: 31/08/2001

! Resumo

! Este programa automatiza os calculos necessarios
! para a verificacao da fadiga, em barras de concreto
! armado, com secao transversal de forma qualquer,
! solicitadas por flexao composta desviada.

! Sera apresentado como dissertacao de mestrado no
! Programa de Pos Graduacao em Engenharia Civil,
! na Area de Estruturas, na UFRGS, sob a orientacao do
! Prof. Americo Campos Filho.

! NOTACOES PRINCIPAIS

! i, j, k = contadores

! s, it = contadores

! nv = numero de vertices da secao de concreto

! nb = numero de barras da secao de aco

! xv(i), yv(i) = coordenadas dos vertices da secao de concreto

! xb(i), yb(i) = coordenadas das posicoes das barras de aco

```
! ar(i) = area relativa de barra de aco
! as(i) = area real de barra de aco

! aac = area da secao de concreto
! aar = area relativa da secao de aco
! aas = area real da secao de aco
! ro  = taxa geometrica de armadura

! xg, yg = coordenadas do centro de gravidade da secao de
concreto
! xr, yr = coordenadas do centro de reducao das forcas
externas

! azc      = area da zona comprimida da secao de concreto
! sxc, syc = momentos estaticos da zona compr. da secao de
concreto
! jxc, jyc = momentos de inercia da zona compr. da secao de
concreto
! kxyc     = produto de inercia da zona compr. da secao de
concreto

! sxs, sys = momentos estaticos da secao de aco
! jxs, jys = momentos de inercia da secao de aco
! kxys     = produto de inercia da secao de aco

! es = modulo de elasticidade do aco
! ec = modulo de elasticidade do concreto
! n  = relacao es/ec

! gkm   = funcoes (sub gkm)
! dx, dy = diferenca de coordenadas (sub gkm)
! xm, ym = coordenadas medias (sub gkm)

! xmin, xmax = coordenadas x extremas (desenho da secao)
```

```

! ymin, ymax = coordenadas y extremas (desenho da secao)
! xmed, ymed = coordenadas medias (desenho da secao)
! dxm, dym   = diferencas de coordenadas extremas (desenho da
secao)
! px, py     = pixels nas direcoes x e y (desenho da secao)
! rp         = relacao de pixels (desenho da secao)

! fc         = resistencia do concreto (estimativa)
! wxc, wyc  = modulos resistentes da secao de concreto
(estimativas)
! teta      = controle da convergencia

! sd(3)     = esforcos solicitantes de calculo (Nd, Mxd, Myd)
! rd(3)     = esforcos resistentes de calculo (Nr, Mxr, Myr)
! f(3)      = diferencas entre esforcos resistentes e
solicitantes
! fa(3)     = diferencas f maximas admissiveis
! eps(3)    = deformacoes especificas (epsg, fix, fiy)
! gs(3,3)   = caract. geometricas da secao de aco
! gc(3,3)   = caract. geometricas da zona compr. da secao de
concreto
! egs(3,3)  = es*gs
! egc(3,3)  = ec*gc
! eg(3,3)   = egs+egc

! PROGRAMA

! Matrices

dim xv(1), yv(1), xvg(1), yvg(1), xva(1), yva(1), xvc(1),
yv(1)
dim xb(1), yb(1), xbg(1), ybg(1), as(1), ar(1)
dim sd(3), rd(3), f(3), fa(3), eps(3)

```

```
dim gs(3,3), gc(3,3), egs(3,3), egc(3,3), eg(3,3)
```

```
dim sda(3,2), sdb(3,2), rda(3,2), epsa(3,2)
```

```
dim evg(1), eva(1)
```

```
dim sv(1,2), sb(1,2)
```

```
dim nit(2)
```

```
dim zc(1,2), zt(1,2)
```

```
! Sub-rotinas internas
```

```
sub gkm
```

```
! Esta sub-rotina calcula os valores da funcoes gkm,  
! para o lado "i,j" da secão de concreto.
```

```
if i<nvc then let j=i+1 else let j=1
```

```
let dx=(xvc(j)-xvc(i))/2
```

```
let dy=(yvc(j)-yvc(i))/2
```

```
let xm=(xvc(i)+xvc(j))/2
```

```
let ym=(yvc(i)+yvc(j))/2
```

```
let g00=2*xm*dy
```

```
let g01=2*(xm*ym+dx*dy/3)*dy
```

```
let g10=(xm^2+dx^2/3)*dy
```

```
let g11=(xm^2*ym+(ym*dx+2*xm*dy)*dx/3)*dy
```

```
let g02=2*(xm*ym^2+(xm*dy+2*ym*dx)*dy/3)*dy
```

```
let g20=2*xm*(xm^2+dx^2)*dy/3
```

```
end sub
```

```
! Apresentacao do programa
```

```
clear
```

```
print
print
print, , "Programa Fadiga"

! Leitura do nome do arquivo de dados

print
print
input prompt "Nome do arquivo de dados : ": nomearq$

open #1: name nomearq$, org text

! Leitura dos dados

! Unidade de comprimento

line input #1: coment$, coment$
line input #1: coment$, coment$
line input #1: lin$
let uc$=lin$[01:10]
select case uc$
case "mm"
    let a=300
case "cm"
    let a=30
case "dm"
    let a=3
case "m"
    let a=.3
case else
    clear
    print "... "
    print
    print "Unidade de comprimento nao prevista."
    print
```

```

        stop
    end select

    ! Modulo de elasticidade do aco

    line input #1: coment$, coment$
    line input #1: lin$
    let es=val(lin$)

    ! Relacao entre modulos de elasticidade do aco e concreto

    line input #1: coment$, coment$
    line input #1: lin$
    let n=val(lin$)

    ! Numero de vertices da secao de concreto

    line input #1: coment$, coment$
    line input #1: lin$
    let nv=val(lin$)

    ! Redim

    mat redim xv(nv), yv(nv)
    mat redim sv(nv,2)

    ! Vertices da secao de concreto e coordenadas

    line input #1: coment$, coment$
    for i=1 to nv
        line input #1: lin$
        let k=val(lin$[01:10])
        let xv(k)=val(lin$[11:20])
        let yv(k)=val(lin$[21:30])
    next i

```

```
! Numero de barras de aco
```

```
line input #1: coment$, coment$
```

```
line input #1: lin$
```

```
let nb=val(lin$)
```

```
! Redim
```

```
mat redim xb(nb), yb(nb), as(nb), ar(nb)
```

```
mat redim sb(nb,2)
```

```
! Barras de aco, coordenadas e areas relativas
```

```
line input #1: coment$, coment$
```

```
for i=1 to nb
```

```
    line input #1: lin$
```

```
    let k=val(lin$[01:10])
```

```
    let xb(k)=val(lin$[11:20])
```

```
    let yb(k)=val(lin$[21:30])
```

```
    let ar(k)=val(lin$[31:40])
```

```
next i
```

```
! Taxa geometrica de armadura
```

```
line input #1: coment$, coment$
```

```
line input #1: lin$
```

```
let ro=val(lin$)
```

```
! Coordenadas do centro de reducao as forcas externas
```

```
line input #1: coment$, coment$
```

```
line input #1: lin$
```

```
let xr=val(lin$[01:10])
```

```
let yr=val(lin$[11:20])
```

```
! Vetores de solicitacoes
```

```
line input #1: coment$, coment$
```

```
line input #1: lin$
```

```
let j=val(lin$[01:10])           ! Num. da solicitacao
```

```
let sda(1,j)=val(lin$[11:20])   ! Nd
```

```
let sda(2,j)=val(lin$[21:30])   ! Mxd
```

```
let sda(3,j)=val(lin$[31:40])   ! Myd
```

```
line input #1: lin$
```

```
let j=val(lin$[01:10])           ! Num. da solicitacao
```

```
let sda(1,j)=val(lin$[11:20])   ! Nd
```

```
let sda(2,j)=val(lin$[21:30])   ! Mxd
```

```
let sda(3,j)=val(lin$[31:40])   ! Myd
```

```
close #1
```

```
! Posicao do c. de g. da secao de concreto e
```

```
! coordenadas em relacao aos eixos baricentricos
```

```
! Zona comprimida da secao de concreto
```

```
! (assumida igual a secao total de concreto)
```

```
let nvc=nv
```

```
mat xvc=xv
```

```
mat yvc=yv
```

```
! Area e momentos estaticos da secao de concreto (eixos globais)
```

```
for i=1 to nvc
```

```
    call gkm
```

```
    let aac=aac+g00
```

```
    let sxc=sxc+g01
    let syc=syc+g10
next i

! Coordenadas do c. de g. da secao de concreto

let xg=syc/aac
let yg=sxc/aac

! Coordenadas das posicoes das barras de aco,
! em relacao aos eixos baricentricos

mat xbg=xb
mat ybg=yb
for i=1 to nb
    let xbg(i)=xbg(i)-xg
    let ybg(i)=ybg(i)-yg
next i

! Coordenadas dos vertices da secao de concreto,
! em relacao aos eixos baricentricos

mat xvg=xv
mat yvg=yv

for i=1 to nv
    let xvg(i)=xvg(i)-xg
    let yvg(i)=yvg(i)-yg
next i

! Janela de desenho

let xmin,xmax=xvg(1)
let ymin,ymax=yvg(1)
```

```

for i=2 to nv
  if xvg(i)<xmin then let xmin=xvg(i)
  if xvg(i)>xmax then let xmax=xvg(i)
  if yvg(i)<ymin then let ymin=yvg(i)
  if yvg(i)>ymax then let ymax=yvg(i)
next i

let xmed=(xmax+xmin)/2
let ymed=(ymax+ymin)/2

let dxm=xmax-xmin
let dym=ymax-ymin

ask pixels px, py          ! Pixels nas direcoes x e y
let rp=py/px

if dym<=rp*dxm then
  let dxa=dxm
  let dya=rp*dxm
else
  let dxa=dym/rp
  let dya=dym
end if

let dxa=.6*dxa
let dya=.6*dya

set window xmed-dxa, xmed+dxa, ymed-dya, ymed+dya

! Raios das barras (2 pixels)

let rx=(2*dxa/px)*2
let ry=(2*dya/py)*2

call secas

```

```

set cursor 1,1
print "Secao:"

set cursor 30,1
get key key

! Modulo de elasticidade do concreto

let ec=es/n

! Areas reais das barras de aco

for i=1 to nb
    let aar=aar+ar(i)           ! Area relativa total
next i

let aas=ro*aac                 ! Area real total

if aar<>0 then
    mat as=(aas/aar)*ar        ! Areas reais das barras
end if

! Caracteristicas geometricas da secao de aco

for i=1 to nb
    let sxs=sxs+as(i)*ybg(i)
    let sys=sys+as(i)*xbg(i)
    let jxs=jxs+as(i)*ybg(i)^2
    let jys=jys+as(i)*xbg(i)^2
    let kxys=kxys+as(i)*xbg(i)*ybg(i)
next i

let gs(1,1)=aas                ! Matriz gs
let gs(1,2),gs(2,1)=sxs

```

```

let gs(1,3),gs(3,1)=sys
let gs(2,2)=jxs
let gs(2,3),gs(3,2)=kxys
let gs(3,3)=jys

mat egs=es*gs

! Momentos de inercia da secao de concreto

mat xvc=xvg
mat yvc=yvg

for i=1 to nvc
  call gkm
  let jxc=jxc+g02
  let jyc=jyc+g20
next i

! Diferencas maximas admissiveis

let fc=ec/1000                                ! Resist. do concreto
(estimativa)
let wxc=sqr(aac*jxc)/2                         ! Modulo resistente
(estimativa)
let wyc=sqr(aac*jyc)/2                         ! Modulo resistente
(estimativa)

let fa(1)=aac*fc/1000
let fa(2)=wxc*fc/1000
let fa(3)=wyc*fc/1000

! Redim

let nva=2*nv                                  ! Limite superior de nva
mat redim xva(nva), yva(nva), xvc(nva), yvc(nva)

```

```

mat redim evg(nva), eva(nva)

for s=1 to 2                                ! Todas as solicitacoes

clear

! Valores iniciais de eps
let eps(1)=-1/1000
let eps(2),eps(3)=0

! Esforços solicitantes de cálculo
let sd(1)=sda(1,s)
let sd(2)=sda(2,s)+sd(1)*(yr-yg)
let sd(3)=sda(3,s)+sd(1)*(xr-xg)

! Início do processo iterativo

for it=0 to 16                               ! Máximo de 16 iterações

! Def. específicas nos vértices da seção de concreto
for i=1 to nv
    let evg(i)=eps(1)+eps(2)*yvg(i)+eps(3)*xvg(i)
next i

! Inclusão dos pontos de def. nula na
! lista de vértices da seção
let k=0
for i=1 to nv
    let k=k+1
    let xva(k)=xvg(i)
    let yva(k)=yvg(i)
    let eva(k)=evg(i)
    if i<nv then let j=i+1 else let j=1
    if evg(i)*evg(j)<0 then
        let k=k+1

```

```

        let                                     xva(k)=(xvg(i)*evg(j)-
xvg(j)*evg(i))/(evg(j)-evg(i))
        let                                     yva(k)=(yvg(i)*evg(j)-
yvg(j)*evg(i))/(evg(j)-evg(i))
        let eva(k)=0
    end if
next i
let nva=k

! Separacao dos vertices comprimidos da secao
let k=0
for i=1 to nva
    if eva(i)<=0 then
        let k=k+1
        let xvc(k)=xva(i)
        let yvc(k)=yva(i)
    end if
next i
let nvc=k

! Caract. geometricas da zona comprimida
! da secao de concreto

let azc,sxc,syc,jxc,jyc,kxyc=0
for i=1 to nvc
    call gkm
    let azc=azc+g00
    let sxc=sxc+g01
    let syc=syc+g10
    let jxc=jxc+g02
    let jyc=jyc+g20
    let kxyc=kxyc+g11
next i

let gc(1,1)=azc                                     ! Matriz gc

```

```

let gc(1,2),gc(2,1)=sxc
let gc(1,3),gc(3,1)=syc
let gc(2,2)=jxc
let gc(2,3),gc(3,2)=kxyc
let gc(3,3)=jyc

mat egc=ec*gc

! Calculo do vetor f

mat eg=egs+egc
mat rd=eg*eps
mat f=rd-sd

call linha

! Verificacao da convergencia

let teta=0
for i=1 to 3
  let teta=teta+(f(i)/fa(i))^2
next i
if teta<1 then          ! Convergencia alcancada.

  ! Tensoes nas barras de aco
  for i=1 to nb
    let
sb(i,s)=es*(eps(1)+eps(2)*ybg(i)+eps(3)*xbg(i))
  next i

  ! Tensoes nos vertices da secao de concreto
  for i=1 to nv
    let sv(i,s)=ec*evg(i)
    if sv(i,s)>0 then let sv(i,s)=0
  next i

```

```

    for i=1 to 3
        let sdb(i,s)=sd(i)          ! Esf. sol. de calculo
        let rda(i,s)=rd(i)          ! Esf. res. de calculo
        let epsa(i,s)=eps(i)       ! Def. especificas
    next i

    let nit(s)=it                  ! Numero de iteracoes
    exit for

end if

! Melhoramento das raizes

mat eg=inv(eg)
mat eps=eg*sd

next it

if it>16 then
    clear
    print "... "
    print
    print "Nao convergiu em 16 iteracoes."
    print
    stop
end if

call zt
call zc
call secao
call linha

set cursor 1,1
print "Solicitacao " & str$(s) & ":"

```

```
set cursor 30,1
get key key

! Fim do processo iterativo

next s

set mode "text"

! Saida dos dados e resultados

open #2: name "results", create newold, org text
erase #2

print #2
print #2
print #2: , "<<< ARQUIVO DE DADOS >>>"

print #2
print #2: , "Nome do arquivo de dados:"
print #2: , nomearq$

print #2
print #2
print #2: , "<<< DADOS >>>"

print #2
print #2: , "Unidade de comprimento (mm, cm, dm ou m):"
print #2: , " "; uc$

print #2
print #2: , "Modulo de elasticidade do aco (Es):"
print #2: , es
```

```
print #2
print #2: , "Relacao entre modulos de elasticidade (n=Es/Ec):"
print #2: , n

print #2
print #2: , "Numero de vertices da secao de concreto (nv):"
print #2: , nv

print #2
print #2: , "Vertices da secao e coordenadas (i, xv, yv):"
for i=1 to nv
    print #2: , i, xv(i), yv(i)
next i

print #2
print #2: , "Numero de barras de aco (nb):"
print #2: , nb

print #2
print #2: , "Barras, coordenadas e areas relativas (i, xb, yb,
ar):"
for i=1 to nb
    print #2: , i, xb(i), yb(i), ar(i)
next i

print #2
print #2: , "Taxa geometrica de armadura (ro):"
print #2: , ro

print #2
print #2: , "Coord. do centro de reducao das forcas externas
(xr, yr):"
print #2: , xr, yr

print #2
```

```
print #2: , "Solicitacoes e vetores de solicitacoes (j, Nd,
Mxd, Myd):"
for j=1 to 2
    print #2: , j, sda(1,j), sda(2,j), sda(3,j)
next j

print #2
print #2
print #2: , "<<< RESULTADOS >>>"

print #2
print #2: , "Area da secao de concreto (Ac):"
print #2: , aac

print #2
print #2: , "Coord. do centro de gravidade da secao (xg, yg):"
print #2: , xg, yg

print #2
print #2: , "Barras de aco e areas (i, As):"
for i=1 to nb
    print #2: , i, as(i)
next i

print #2
print #2: , "Area da secao de aco (As):"
print #2: , aas

for s=1 to 2

    print #2
    print #2: , "Solicitacao"; s

    print #2
    print #2: , , "Esf. sol. de calculo (Nd, Mxd, Myd):"
```

```

print #2: ,, sdb(1,s), sdb(2,s), sdb(3,s)

print #2
print #2: ,, "Esf. res. de calculo (Nr, Mxr, Myr):"
print #2: ,, rda(1,s), rda(2,s), rda(3,s)

print #2
print #2: ,, "Diferencas ((Nr-Nd), (Mxr-Mxd), (Myr-Myd)):"
print #2: ,, rda(1,s)-sdb(1,s), rda(2,s)-sdb(2,s),
rda(3,s)-sdb(3,s)

print #2
print #2: ,, "Deformacoes especificas (eg, fix, fiy):"
print #2: ,, epsa(1,s), epsa(2,s), epsa(3,s)

print #2
print #2: ,, "Numero de iteracoes realizadas (nit):"
print #2: ,, nit(s)

next s

print #2
print #2: , "Tensoes nas barras de aco:"

print #2
print #2: , "Barra", "Sol. 1", "Sol. 2", "Variacao"
let sm1,sm2=0 ! Tensoes maximas no aco
let dsm=0 ! Maxima variacao de tensao
no aco
for i=1 to nb
  if abs(sb(i,1))>sm1 then
    let sm1=abs(sb(i,1))
    let im1=i
  end if
  if abs(sb(i,2))>sm2 then

```

```

        let sm2=abs(sb(i,2))
        let im2=i
    end if
    let ds=abs(sb(i,1)-sb(i,2))    ! Variacao de tensao no aco
    if ds>dsm then
        let dsm=ds
        let im=i
    end if
    print #2: , i, sb(i,1), sb(i,2), ds
next i

print #2
print #2: , "Tensoes maximas no aco (valor absoluto):"
print #2: ,, sm1, sm2

print #2
print #2: , "Barras correspondentes:"
print #2: ,, im1, im2

print #2
print #2: , "Maxima tensao no aco:"
print #2: , max(sm1,sm2)

print #2
print #2: , "Maxima variacao de tensao no aco:"
print #2: , dsm

print #2
print #2: , "Barra correspondente:"
print #2: , im

print #2
print #2: , "Tensoes nos vertices da secao de concreto:"

print #2

```

```

print #2: , "Vert.", "Sol. 1", "Sol. 2"
let sc21, sc22=0 ! Tensoes de compr. maximas
no concreto
for i=1 to nv
  if sv(i,1)<sc21 then
    let sc21=sv(i,1)
    let i21=i
  end if
  if sv(i,2)<sc22 then
    let sc22=sv(i,2)
    let i22=i
  end if
  print #2: , i, sv(i,1), sv(i,2)
next i

print #2
print #2: , "Tensoes de compressao maximas no concreto
(sc_max):"
print #2: ,, sc21, sc22

print #2
print #2: , "Vertices correspondentes:"
print #2: ,, i21, i22

print #2
print #2: , "Fatores dos gradientes de tensoes (eta_c):"

if sc21=0 then
  let etacl=1
else
  let fil=sqr(epsa(2,1)^2+epsa(3,1)^2) ! Curvatura
  let sc11=sc21+ec*fil*a
  if sc11>0 then let sc11=0
  let etacl=1/(1.5-.5*abs(sc11/sc21))
end if

```

```

if sc22=0 then
    let etac2=1
else
    let fi2=sqr(epsa(2,2)^2+epsa(3,2)^2)    ! Curvatura
    let sc12=sc22+ec*fi2*a
    if sc12>0 then let sc12=0
    let etac2=1/(1.5-.5*abs(sc12/sc22))
end if

print #2: ,, etac1, etac2

print #2
print #2: , "Tensoes reduzidas (eta_c * sc_max):"
print #2: ,, etac1*sc21, etac2*sc22

print #2
print #2: , "Maximo de (eta_c * sc_max):"
print #2: , min(etac1*sc21, etac2*sc22)

print #2
print #2
print #2

clear
print
print "...OK."
print
print "Dados e resultados gravados no arquivo: RESULTS.TRU."
print

```

```
! Outras sub-rotinas internas
```

```
sub secao ! Desenho da secao
```

```
set color 15 ! Branco forte
```

```
plot xmed-dxa,0;xmed+dxa,0 ! Eixos
baricentricos
```

```
plot 0,ymed-dya;0,ymed+dya
```

```
for i= 1 to nv ! Secao de concreto
```

```
if i<nv then let j=i+1 else let j=1
```

```
plot xvg(i),yvg(i);xvg(j),yvg(j)
```

```
next i
```

```
for i=1 to nb ! Barras de aco
```

```
box area xbg(i)-rx, xbg(i)+rx, ybg(i)-ry, ybg(i)+ry
```

```
next i
```

```
end sub
```

```
sub linha ! Desenho da linha neutra
```

```
if not (eps(2)=0 and eps(3)=0) then
```

```
if abs(eps(2))>abs(eps(3)) then
```

```
let x1=xmed-dxa
```

```
let y1=- (eps(1)+eps(3)*x1)/eps(2)
```

```
let x2=xmed+dxa
```

```
let y2=- (eps(1)+eps(3)*x2)/eps(2)
```

```
else
```

```
let y1=ymed-dya
```

```

        let x1=- (eps(1)+eps(2)*y1)/eps(3)
        let y2=ymed+dya
        let x2=- (eps(1)+eps(2)*y2)/eps(3)
    end if
        set color 15    ! Branco forte
        plot x1,y1;x2,y2
    end if

end sub

```

```

sub zt    ! Desenho da zona tracionada

```

```

    mat redim zt(nv,2)
    for i=1 to nv
        let zt(i,1)=xvg(i)
        let zt(i,2)=yvg(i)
    next i

    set color "red"
    mat plot area: zt

end sub

```

```

sub zc    ! Desenho da zona comprimida

```

```

    if nvc<3 then exit sub

    mat redim zc(nvc,2)
    for i=1 to nvc
        let zc(i,1)=xvc(i)
        let zc(i,2)=yvc(i)
    next i

```

```
next i
```

```
set color 9
```

```
mat plot area: zc
```

```
end sub
```

```
end
```