

**ESTUDO DE PARÂMETROS CONSTITUTIVOS EXTRAÍDOS
DE DADOS EXPERIMENTAIS NO COMPORTAMENTO DE
MISTURAS ASFÁLTICAS**

Klaus Machado Theisen

Porto Alegre
Fevereiro de 2011

KLAUS MACHADO THEISEN

**ESTUDO DE PARÂMETROS CONSTITUTIVOS EXTRAÍDOS
DE DADOS EXPERIMENTAIS NO COMPORTAMENTO DE
MISTURAS ASFÁLTICAS**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia

Porto Alegre
Fevereiro de 2011

CIP - Catalogação na Publicação

Theisen, Klaus Machado

Estudo de parâmetros constitutivos extraídos de dados experimentais no comportamento de misturas asfálticas / Klaus Machado Theisen. -- 2011.
312 f.

Orientador: Jorge Augusto Pereira Ceratti.

Tese (Doutorado) -- Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Escola de Engenharia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Porto Alegre, BR-RS, 2011.

1. Misturas asfálticas. 2. Fadiga. 3. Viscoelasticidade. 4. Coeficiente de Poisson. 5. Fluência não-linear. I. Ceratti, Jorge Augusto Pereira, orient. II. Título.

KLAUS MACHADO THEISEN

**ESTUDO DE PARÂMETROS CONSTITUTIVOS EXTRAÍDOS
DE DADOS EXPERIMENTAIS NO COMPORTAMENTO DE
MISTURAS ASFÁLTICAS**

Esta tese de doutorado foi julgada adequada para a obtenção do título de DOUTOR EM ENGENHARIA e aprovada em sua forma final pelo professor orientador e pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, 1 de Fevereiro de 2011

Prof. Jorge Augusto Pereira Ceratti
Doutor (D.Sc.) pela COPPE/UFRJ
Orientador

Prof. Luiz Carlos Pinto da Silva Filho
Coordenador do PPGEC/UFRGS

BANCA EXAMINADORA

Prof. Jorge Barbosa Soares (UFC)
Doutor (Ph.D.) pela Texas A&M University

**Prof. José Leomar Fernandes Júnior
(EESC-USP)**
Doutor (D.Sc.) pela EESC-USP

Prof. Washington Peres Núñez (UFRGS)
Doutor (D.Sc.) pela UFRGS

Dedico esta minha tese aos amigos que sempre por mim torceram, aos amantes da ciência da Pavimentação e à família, em especial ao “véio” Vô Zoca (*in memoriam*)

AGRADECIMENTOS

O período no qual me dediquei a esta tese de doutorado será um período inesquecível da minha vida. Foi um período no qual aprendi muito, fiz muitos e maravilhosos amigos, vivi novas experiências e amadureci como pessoa e pesquisador, sendo este último ratificado por renomados professores da área. Jamais conseguiria tais feitos sozinho, portanto aqui estou para agradecer aos que contribuíram para os citados feitos.

Agradeço ao CNPq e à CAPES, pelas bolsas de estudos de Doutorado e Sanduíche respectivamente, que possibilitaram o suporte financeiro para a total dedicação aos meus estudos para alcançar os objetivos desta tese, pelo sustento durante os oito meses no qual estudei na *University of Illinois at Urbana-Champaign*. Enfim, CAPES e CNPq permitiram eu ter uma vida onde pude viver sem dificuldades durante o período de vigência das bolsas, pela música que escutei, pelas festas que fiz, pelos “casinhos” que vivi, pelas viagens que fiz, pelo material que estudei, enfim, pela possibilidade de experimentar todas as coisas boas da vida de um jovem estudante tem a proporcionar.

Agradeço ao Professor Jorge Augusto Pereira Ceratti, orientador desta tese, por toda a orientação, paciência, dedicação e ajudas imprescindíveis para o sucesso da tese. Durante os períodos mais difíceis da tese ou quando eu precisava de alguma coisa, o Professor Ceratti sempre estava disposto a ajudar e resolveu os problemas que apareciam, sempre da maneira mais correta e serena, por isso merece meu grande e efusivo agradecimento.

Agradeço aos Professores Washington Peres Núñez, Jorge Barbosa Soares e José Leomar Fernandes Júnior, membros da banca examinadora, por se disporem a estar na banca em um período onde todos gostariam de estar curtindo uma praia e pelas contribuições que deram para o aprimoramento da tese. Em especial, agradeço ao Professor Washington, pela amizade, pelos conselhos, pelas lições e por também sempre estar disposto a me ajudar durante a tese.

Agradeço aos Professores da *University of Illinois at Urbana-Champaign* Imad Al-Qadi e Harry Hilton, pela orientação no período que estive nos Estados Unidos e todo conhecimento e dicas compartilhados, sempre tentando arranjar um tempo em suas lotadas agendas para me ajudar. Também agradeço aos amigos que fiz durante o trabalho na Universidade: Hassan, Hao, Zheng, Song Su, Qazi, Baek, Ibrahim e Silvia, também por estarem sempre dispostos a me ajudar, pelos conhecimentos compartilhados e pelos momentos de amizade.

Agradeço a toda a minha família querida, sempre compreensiva com meus muitos momentos de ausência durante o período da tese, sempre dando o seu grande carinho condicional e compreendendo a importância do trabalho. Meus irmãos Schana e Pedro, minhas vós Maria e Ita, meu grande vô Zoca (*in memorian*), Seu Ferreira e Seu Armando. Em especial, agradeço ao *old father* Ivan, pelos conselhos dados, pelas ajudas nos momentos mais difíceis e por todo o carinho de Pai. Também o agradecimento a minha Mãe Clay-Jean, pelo seu enorme carinho, pela compreensão nos meus momentos de ausência e pelas ajudas imensuráveis que sempre me deu. Família querida: amos todos vocês!

Agradeço também ao amigo e colega de trabalho Lélío Brito, pelo interesse no trabalho, pela ajuda nos momentos mais difíceis e pela incontestável amizade, que mesmo o seu trabalho lhe ocupando a maior parte do dia (praticamente todo o dia), nunca deixou de fazer as coisas que citei. Também o agradeço por ter me introduzido ao mundo das divinas cervejas trapistas.

Agradeço, é claro, aos muitos amigos que conheci e as amizades que cultivei durante o período de doutorado. Teria que haver um capítulo específico nesta tese somente para agradecimentos para amigos, mas infelizmente o espaço é pequeno para isso. Eis os agradecidos (peço desculpas se esqueci alguém): Alexandre e Lidiane Knop, Alexandre Miani, Ariela Torres, as irmãs Dalla Rosa (Sandra, Salete e Amanda), em especial a Amanda, Daiane Brisotto, Daniel Hastempflug, Diego Treichel, Estefani de Deus, Fernando e Tatiana Albuquerque, Francisco Dalla Rosa, Francisco Evangelista Júnior, Gabriela Ferri, Galera da Academia do Centro (em especial a Leila, Andressa, Evandro, Cibele e Helenise), Herisângela e Rodrigo Espinha, João Rodrigo Mattos, Kakau, Karin Malcum, Lucas Festugato, Michéle Casagrade, Priscila Buttenbender, Rafael Zancan, Rochele Santana, Rodrigo Caberlon, Rodrigo Silveira, Sabrina Machado e Vandinha Dantas. Todos têm um motivo para agradecimento, desde a parceria para uma cerveja no bar pra desopilar até aos conselhos e as manifestações de carinho e saudade enquanto estive nos Estados Unidos. Tenha certeza que cada um dos citados receberá ou recebeu pessoalmente o meu efusivo abraço e agradecimento pela contribuição durante a minha maravilhosa vida durante o período de doutorado.

E aqui encerro os agradecimentos. Se pudesse, o escreveria varias e varias vezes, pois nesse momento passa um filme na sua cabeça, relembrando todos o momentos da jornada do doutorado, muitas alegrias e emoções...uma experiência inesquecível!

“A arte de ser louco é jamais cometer a loucura de ser um
sujeito normal”
Raul Seixas

RESUMO

THEISEN, K.M. **Estudo de parâmetros constitutivos extraídos de dados experimentais no comportamento de misturas asfálticas**. 2011. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

É apresentado um estudo sobre a influência da escolha dos parâmetros constitutivos no comportamento de misturas asfálticas, estudando o comportamento do material tanto no regime linear como o regime não-linear de deformações. Foram utilizados os dados experimentais da dissertação de Brito (2006), no qual realizou ensaios de compressão diametral medindo simultaneamente deslocamentos horizontais e verticais, além de que seus ensaios contemplavam corpos-de-prova variando o índice de vazios, crucial para as análises da presente tese. Comparou-se o comportamento das misturas de Brito extraído-se delas as compliâncias de cisalhamento $J(t)$, de compressibilidade $B(t)$ e a curva de fluência $D(t)$ com coeficiente de Poisson assumido como constante. Os resultados das análises no regime linear mostraram que a consideração do coeficiente de Poisson implica alteração do comportamento do material em função do índice de vazios, resultando curvas de fluência diferentes na horizontal e vertical, não condizendo com a lógica de aumento da rigidez com a queda do índice de vazios. Provou-se também que o coeficiente de Poisson é totalmente incorreto para materiais viscoelásticos e assumi-lo como constante negligencia grau de viscoelasticidade do mesmo. Na análise não-linear, as principais conclusões foram que o uso do coeficiente de Poisson pode superestimar a rigidez do material quando este está em fluência não-linear, além de que independentemente do coeficiente de Poisson, o uso da Teoria de Potencial de Trabalho de Schapery não deve ser aplicada se considerada a fase de condicionamento nos dados do ensaio de fadiga, onde foi proposto um modelo para tal consideração que apresentou resultados de previsão satisfatórios frente aos resultados experimentais. Por fim, concluiu-se que o uso do coeficiente de Poisson em misturas asfálticas deve ser abandonado, recomendando-se o uso das compliâncias $J(t)$ e $B(t)$, pois são parâmetros constitutivos fundamentais e sem as limitações impostas pelo coeficiente de Poisson. Além disto, recomenda-se cuidado no uso da Teoria do Potencial de Trabalho, não adaptada para a fase de condicionamento do material, recomendando-se uso de modelo auxiliar para, sugerindo-se assim o modelo deduzido nesta tese para uso conjunto com a Teoria do Potencial de Trabalho.

Palavras-chave: misturas asfálticas, fadiga, viscoelasticidade, coeficiente de Poisson, fluência não-linear.

ABSTRACT

THEISEN, K.M. **Estudo de parâmetros constitutivos extraídos de dados experimentais no comportamento de misturas asfálticas**. 2011. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

A study on the influence of the choice of constitutive parameters on the behavior of asphalt mixtures, studying the behavior of the material both in the linear and non-linear level of strains. The experimental data from the dissertation of Brito (2006) has been used, which performed indirect tensile tests measuring both horizontal and vertical displacements. The material tested by Brito has taken into account a reasonable range of air voids, which was crucial for the analysis of this thesis. The behavior of the mixes has been compared extracting from them the shear compliances $J(t)$, compressibility $B(t)$ and creep compliance $D(t)$ with Poisson's ratio assumed as constant. The analysis results in the linear level of strains has shown that the consideration of Poisson's ratio implies change in material behavior in function of the air voids, resulting different creep compliances in the horizontal and vertical, not matching the logic increasing of stiffness with the decreasing of the air voids. It was also proved that the Poisson ratio is totally incorrect for viscoelastic materials and assume it as constant neglect of degree of viscoelasticity. In nonlinear analysis, the main conclusions were that the use of Poisson's ratio may overestimate the stiffness of the material when it is in nonlinear creep, despite the use of Poisson's ratio, the Schapery's Work Potential Theory should not be applied if considered in the conditioning phase of the fatigue test data, where a model was proposed for such consideration and the results were satisfactory prediction compared to experimental results. Finally, it was concluded that the use of Poisson's ratio in asphalt mixtures must be abandoned, recommending the use of compliances $J(t)$ and $B(t)$, which are fundamental constitutive parameters without the constraints imposed by the Poisson's ratio. Moreover, caution is advised in the use of the Schapery's Work Potential Theory, not adapted to the conditioning phase of the material, recommending the use of auxiliary model, thus suggesting the model deduced in this thesis for use in conjunction with the Schapery's Work Potential Theory.

Key-words: asphalt mixes, fatigue, viscoelasticity, Poisson's ratio, nonlinear creep

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	iv
LISTA DE TABELAS	viii
LISTA DE SIGLAS.....	x
LISTA DE SÍMBOLOS.....	xi
1 INTRODUÇÃO.....	1
1.1 O PROBLEMA E A JUSTIFICATIVA DA TESE.....	2
1.2 OS OBJETIVOS DA TESE.....	4
1.3 A ORGANIZAÇÃO DA TESE.....	5
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	7
2.1 EQUAÇÕES CONSTITUTIVAS E PARÂMETROS CONSTITUTIVOS.....	7
2.1.1 Módulos de compressibilidade e de cisalhamento.....	9
2.1.2 O módulo de Young e o coeficiente de Poisson.....	10
2.1.3 Outras constantes elásticas derivadas.....	14
2.2 A TEORIA DA VISCOELASTICIDADE.....	16
2.2.1 Comportamento Viscoelástico linear.....	18
2.2.2 O Princípio da correspondência elasto-viscoelástica.....	24
2.2.3 Comportamento viscoelástico linear dependente da temperatura.....	31
2.2.4 Comportamento viscoelástico não linear.....	36
2.2.4.1 Modelos para fluência não-linear.....	37
2.2.4.2 Modelos para fadiga.....	47
2.3 MODELAGEM DE DEFORMAÇÕES PERMANENTES.....	57
2.4 COMENTÁRIOS FINAIS.....	60
3 PARÂMETROS CONSTITUTIVOS DE MISTURAS ASFÁLTICAS.....	61
3.1 ABORDAGEM LINEAR-ELÁSTICA.....	61
3.1.1 O módulo de resiliência.....	62
3.1.2 O coeficiente de Poisson.....	69
3.2 ABORDAGEM VISCOELÁSTICA LINEAR.....	76
3.2.1 Parâmetros constitutivos no domínio frequência.....	77
3.2.1.1 Módulo dinâmico e ângulo de fase.....	77
3.2.1.2 Coeficiente de Poisson complexo.....	84
3.2.1.3 Outros parâmetros constitutivos no domínio frequência.....	89
3.2.2 Parâmetros constitutivos no domínio tempo.....	90
3.2.2.1 Curva de fluência e curva de relaxação.....	91
3.2.2.2 Módulos/compliances de cisalhamento e Bulk viscoelásticos.....	97
3.2.2.3 O coeficiente de Poisson viscoelástico.....	101
3.3 DEPENDÊNCIA DA TEMPERATURA.....	104
3.3.1 A temperatura na abordagem linear-elástica.....	104
3.3.2 A temperatura na abordagem viscoelástica linear.....	106
3.4 ABORDAGEM PARA GRANDES DEFORMAÇÕES E FADIGA.....	108
3.4.1 Parâmetros para fluência não-linear.....	108
3.4.2 Parâmetros para fadiga.....	116

3.4.2.1	Parâmetros da curva de Wohler.....	117
3.4.2.2	Parâmetros da Teoria do Potencial de Trabalho de Schapery.....	120
3.4.3	Parâmetros para comportamento viscoplástico.....	124
4	ANÁLISE NO REGIME LINEAR.....	126
4.1	MATERIAIS E DADOS EXPERIMENTAIS UTILIZADOS NA TESE.....	126
4.2	DETERMINAÇÃO DE PARÂMETROS CONSTITUTIVOS NO REGIME VISCOELÁSTICO LINEAR.....	129
4.2.1	Compliâncias $J(t)$ e $B(t)$.....	129
4.2.1.1	Hipóteses simplificadoras e metodologia de obtenção.....	130
4.2.1.2	Resultados obtidos.....	137
4.2.1.3	Modelagem da influência do índice de vazios.....	141
4.2.2	Curva de fluência $D(t)$.....	143
4.2.2.1	Hipóteses adotadas e metodologia de obtenção.....	144
4.2.2.2	Resultados obtidos.....	147
4.2.2.3	Obtenção de $D(t)$ em função de $J(t)$ e B_0	150
4.2.2.4	Análise da influência do índice de vazios.....	152
4.2.3	Compliâncias $C_{11}(t)$ e $C_{12}(t)$.....	153
4.2.4	Os módulos $G(t)$, K_0 e $E(t)$.....	156
4.2.4.1	Hipóteses de cálculo e metodologia de obtenção.....	157
4.2.4.2	Resultados obtidos.....	160
4.2.4.3	Análise da influência do índice de vazios.....	165
4.3	DETERMINAÇÃO DE PARÂMETROS CONSTITUTIVOS NO REGIME LINEAR-ELÁSTICO.....	168
4.3.1	Metodologia de obtenção.....	168
4.3.2	Apresentação e análise dos resultados obtidos.....	170
4.4	O COEFICIENTE DE POISSON COMO PARÂMETRO CONSTITUTIVO....	175
4.4.1	A questão do coeficiente de Poisson constante.....	176
4.4.2	A inaplicabilidade do Princípio da Correspondência Elasto-viscoelástica considerando o coeficiente de Poisson.....	178
4.4.3	Soluções simplificadas e para casos restritos de coeficiente de Poisson viscoelástico.....	182
4.4.3.1	Soluções baseadas no Princípio da Correspondência Elasto-viscoelástica.....	182
4.4.3.2	Soluções baseadas no conceito original de Poisson.....	184
4.4.3.3	Solução para carregamento uniaxial.....	186
4.4.3.4	Solução para um estado em confinamento sob tensões constantes.....	191
4.4.3.5	Solução para o ensaio de compressão diametral.....	194
4.4.4	O efeito da consideração de um coeficiente de Poisson constante.....	197
4.4.4.1	Efeito nos resultados do ensaio de módulo dinâmico.....	197
4.4.4.2	Efeito do tempo do pulso de carga nos resultados do ensaio de módulo de resiliência.....	200
4.4.4.3	Efeito da temperatura nos resultados do ensaio de módulo de resiliência.....	205
4.5	RESUMO DO CAPÍTULO E COMENTÁRIOS FINAIS.....	207
5	ANÁLISE NO REGIME NÃO-LINEAR.....	210
5.1	DETERMINAÇÃO DE PARÂMETROS CONSTITUTIVOS DE CRESCIMENTO DE DANO.....	210

5.1.1 Dados experimentais utilizados na modelagem.....	211
5.1.2 Metodologia de obtenção dos parâmetros constitutivos.....	213
5.1.3 Resultados obtidos.....	216
5.1.3.1 Parâmetro de dano $S(t)$	217
5.1.3.2 Rigidez $K(S)$	218
5.1.3.3 Parâmetro α_S	220
5.1.3.4 Separação de deslocamentos lineares e não-lineares.....	223
5.2 DETERMINAÇÃO DE PARÂMETROS CONSTITUTIVOS PARA FADIGA.....	225
5.2.1 Ensaio utilizado para a modelagem.....	225
5.2.2 Análise das compliâncias em função do número de ciclos de carga.....	226
5.2.2.1 Hipóteses assumidas e metodologia de obtenção das compliâncias.....	227
5.2.2.2 Função $C(t,N)$ obtida.....	230
5.2.2.3 Relação do número de ciclos com o índice de vazios.....	233
5.2.2.4 Obtenção das funções $J(t,N)$, $D(t,N)$ e das constantes $B_0(N)$ e $v(N)$	234
5.2.2.5 Fatores de translação para fadiga.....	237
5.2.3 Análise dos parâmetros da Teoria do Potencial de Trabalho de Schapery.....	240
5.2.3.1 Parâmetro de dano.....	240
5.2.3.2 Obtenção da função $K(S)$ em função das propriedades $J(t)$ e B_0 ..	243
5.2.3.3 Obtenção da função $K(S)$ em função das propriedades $D(t)$ e coeficiente de Poisson.....	245
5.2.3.4 Obtenção dos parâmetros A_S e α_S	247
5.2.3.5 Uma função alternativa para a taxa de evolução de dano.....	255
5.2.3.6 Validação da lei de dano da Teoria do Potencial de Trabalho e do modelo proposto.....	258
5.3 RESUMO DO CAPÍTULO E COMENTÁRIOS FINAIS.....	267
6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS.....	270
6.1 AS CONCLUSÕES DA TESE.....	270
6.2 SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS.....	274
REFERÊNCIAS.....	276

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: Efeito Poisson em um sólido.....	11
Figura 2.2: Diagrama de limites de comportamento das misturas asfálticas (adaptado de Di Benedetto <i>et al.</i> , 2001).....	19
Figura 2.3: Comportamento de fluência típico de materiais viscoelásticos.....	19
Figura 2.4: Comportamento de relaxação típico de materiais viscoelásticos.....	20
Figura 2.5: Comportamento sob carga harmônica típico de materiais viscoelásticos.....	20
Figura 2.6: Representação do módulo complexo no plano cartesiano.....	24
Figura 2.7: Translado de curvas de relaxação para obtenção de curva mestra (Souza, 2005).....	34
Figura 2.8: Curvas de relaxação a varias temperaturas de material termorreologicamente simples.....	35
Figura 2.9: Fluência linear, fluência não-linear e efeito Rusch em materiais viscoelásticos.....	37
Figura 2.10: Elemento Kelvin considerando dano na parcela elástica.....	38
Figura 2.11: Ensaio de carregamento repetido em mistura asfáltica em função de (a) deformações físicas e (b) pseudo-deformações (adaptado de Daniel, 2001)	50
Figura 2.12: Curva de fluência traçada em escala logarítmica.....	50
Figura 2.13: Queda de rigidez em ensaio de fadiga sob (a) deformação controlada e (b) tensão controlada.....	52
Figura 2.14: Simulação em modelo micromecânico de ensaio de compressão diametral	55
Figura 3.1: Exemplo ilustrativo de defasagem entre força e deslocamento em misturas asfálticas.....	63
Figura 3.2: Obtenção do deslocamento resiliente segundo a ASTM D4123.....	65
Figura 3.3: Obtenção do deslocamento resiliente segundo o NCHRP 1-28.....	65
Figura 3.4: Forma dos pulsos de carga usados nos ensaios com carga de 0,2 s (Brito, 2006).....	65
Figura 3.5: Pulso de carga e tempo de elevação de carga preconizado pela EN 12697-26:2004.....	66
Figura 3.6: Variação do módulo de rigidez em função do tempo de elevação de carga (adaptado de Widyatmoko, 2002).....	67
Figura 3.7: MR em função do número de ciclos extraídos dos trabalhos de (a) Adedimila e Kennedy (1975) e (b) Brito (2006).....	68
Figura 3.8: Comparação dos MR, MI e MT dos ensaios com asfalto borracha de Brito (2006).....	68
Figura 3.9: PR em função da direção das tensões e da frequência de carregamento (adaptado de Kim, 2009).....	72
Figura 3.10: Coeficiente de Poisson para as misturas ensaiadas por Kim <i>et al.</i> (2004) para as temperaturas de (a) -10°C, (b) 10°C e (c) 35°C.....	73
Figura 3.11: Coeficientes de Poisson extraídos segundo o LTPP-FWHA P07 com correção do efeito de abaulamento (Brito, 2006).....	73
Figura 3.12: Segmentos para medida de desloc. em corpo-de-prova (Theisen, 2006).....	75
Figura 3.13: Aplicação da equação 3.3 (extraído de Theisen, 2006) para os dados do corpo-de-prova 3K de Brito (2006).....	75
Figura 3.14: Corpo-de-prova (a) cilíndrico e (b) trapezoidal para ensaio de módulo dinâmico.....	78
Figura 3.15: Curva mestra em ensaio de módulo dinâmico (Clyne <i>et al.</i> , 2003).....	80
Figura 3.16: Ângulos de fase obtidos por Clyne <i>et al.</i> (2003).....	83

Figura 3.17: Coeficiente de Poisson em função do módulo dinâmico para as misturas (a) PG 64-22 e (b) PG 76-22 de Maher e Bennert (2008).....	87
Figura 3.18: Modelo $y = a \cdot \ln(x) + b$ para as misturas ensaiadas por Maher e Bennert (2008).....	88
Figura 3.19: Coeficientes de Poisson dinâmico $ v^* $ obtidos por Clec'h <i>et al.</i> (2009) para as misturas (a) G5E1 e (b) G4E1.....	88
Figura 3.20: Ajuste da constante $\alpha_{ v^* }$ em função da deformação axial inicial (Clec'h <i>et al.</i> , 2009).....	89
Figura 3.21: Obtenção dos ρ_j através do método de Park e Schapery (1999).....	96
Figura 3.22: Funções $J(t)$ e $B(t)$ para mistura asfáltica densa ensaiada no ATREL-UIUC.....	99
Figura 3.23: Comportamento do coeficiente de Poisson viscoelástico para B variável no tempo (adaptado de Hilton e Yi, 1998).....	102
Figura 3.24: (a) Coeficiente de Poisson dependente do tempo obtido por Lee e Kim (2009) e curvas de fluência para coeficiente de Poisson igual a (b) 0,25; (c) 0,35 e (d) 0,45.....	103
Figura 3.25: Tendências de variação do módulo de resiliência das misturas (a) AB 14, (b) AB 41 e (c) AB 68 de Specht (2004).....	106
Figura 3.26: Tendências para $\log(a_T)$ para as misturas ensaiadas por (a) Clyne <i>et al.</i> (2003), (b) Gibson <i>et al.</i> (2003), (c) Souza (2005) e (d) Loulizi <i>et al.</i> (2006).....	107
Figura 3.27: Função $C(S)$ obtida por Gibson <i>et al.</i> (2003).....	110
Figura 3.28: Medidas e previsão de deformações totais (adaptado Gibson <i>et al.</i> , 2003)..	110
Figura 3.29: (a) função $C(S^*)$ e (b) relação S e S^* obtida por Park <i>et al.</i> (1996).....	111
Figura 3.30: Fatores de translação horizontal para mistura densa de Long (2001).....	112
Figura 3.31: Fatores de translação vertical para mistura densa de Long (2001).....	112
Figura 3.32: Modelo de Ye <i>et al.</i> (2009) e dados experimentais para ensaios variando (a) tensão uniaxial e (b) temperatura.....	114
Figura 3.33: Simulações de comportamento de ligante asfáltico (a) não envelhecido e (b) envelhecido feitas por Masad <i>et al.</i> (2008).....	116
Figura 3.34: Vidas de fadiga (N_f) medidas e previstas (adaptado de Lee <i>et al.</i> , 2003)....	120
Figura 3.35: Tendências para o parâmetro de dano em função da deformação (Mello, 2008).....	121
Figura 3.36: Tendências de S para (a) módulos de Brito (2006) e (b) Theisen <i>et al.</i> (2009).....	122
Figura 3.37: Funções $C(S)$ obtidas por (a) Wen e Bahia (2009) para ligantes, (b) Mello (2008) para a mistura da Figura 3.35 e (c) Theisen <i>et al.</i> (2009) em ensaios acelerados.....	123
Figura 3.38: Deformações viscoplásticas medidas e previstas (Schwartz <i>et al.</i> , 2002).....	125
Figura 4.1: Curva granulométrica da mistura asfáltica utilizadas na tese (Brito, 2006)...	127
Figura 4.2: Módulos de compressibilidade e de Cisalhamento normalizados para materiais viscoelásticos (adaptado de Hilton, 2001).....	131
Figura 4.3: funções $J(t)$ obtidas em função do índice de vazios.....	138
Figura 4.4: Compliâncias (a) B_0 e J_0 , (b) J_1 e J_2 e (c) J_3 e J_4 em função do índice de vazios.....	139
Figura 4.5: Tempos de retardação de $J(t)$ em função do índice de vazios.....	140
Figura 4.6: Ajuste da curva do fator de translação vertical para $J(t)$	142
Figura 4.7: Curvas de fluência obtidas através do ajuste dos deslocamentos horizontais	148
Figura 4.8: Curvas de fluência obtidas através do ajuste dos deslocamentos verticais....	148

Figura 4.9: Tempos de retardação obtidos via (a) deslocamentos horizontais e (b) deslocamentos verticais para as curvas de fluência.....	149
Figura 4.10: Razão de compliâncias $D(t)/D[t, J(t), B_0]$, considerando $D(t)$ obtido via (a) deslocamentos horizontais e (b) deslocamentos verticais.....	151
Figura 4.11: Fatores de translação vertical para as funções $D(t)$ analisadas.....	153
Figura 4.12: Curvas $C_{12}(t)$ para índice de vazios igual a (a) 3,33 %, (b) 3,45 %, (c) 3,88 %, (d) 4,09 %, (e) 4,50 % e (f) 4,75 %.....	155
Figura 4.13: Módulos (a) $G(t)$ e (b) $E(t)$ calculado em função de $J(t)$ e B_0	163
Figura 4.14: Módulos (a) $E(t)$ de $D(t)$ dos deslocamentos horizontais e (b) $E(t)$ de $D(t)$ dos deslocamentos verticais.....	164
Figura 4.15: Módulos iniciais em função dos fatores de translação vertical em escala log-log.....	167
Figura 4.16: Módulos iniciais em função do índice de vazios.....	168
Figura 4.17: Razão entre deslocamentos resilientes vertical e horizontal para as normas ASTM D4123 e NCHRP 1-28A.....	173
Figura 4.18: Coeficientes de Poisson viscoelásticos uniaxiais da classe I e de Christensen.....	188
Figura 4.19: Coeficiente de Poisson viscoelásticos uniaxiais da classe III.....	189
Figura 4.20: Comparação entre os PR da classe I com carregamento senoidal e <i>haversine</i> e o PR de Christensen para frequência de 1 Hz.....	190
Figura 4.21: Coeficientes de Poisson uniaxial em função da frequência para (a) carregamento senoidal e (b) carregamento <i>haversine</i>	190
Figura 4.22: Corpo-de-prova cilíndrico sob compressão diametral.....	194
Figura 4.23: Razões de tensão no ensaio de compressão diametral para (a) eixo x e (b) eixo y.....	196
Figura 4.24: Ângulos de fase transversal na simulação de ensaio de módulo dinâmico..	199
Figura 4.25: Comparação de deformações transversais máximas para $\tau=100$	200
Figura 4.26: Deslocamento máximo normalizado em função do tempo de pulso de carga no ensaio de módulo de resiliência.....	202
Figura 4.27: Diferença de picos percentual em função de t_p no ensaio de módulo de resiliência.....	203
Figura 4.28: Deslocamento residual normalizado em função do tempo de pulso de carga no ensaio de módulo de resiliência.....	204
Figura 5.1: Tensões no eixo vertical em ensaio de compressão diametral.....	211
Figura 5.2: Forças no ensaio de resistência a tração em função do índice de vazios.....	212
Figura 5.3: Deslocamentos no ensaio de resistência a tração em função do índice de vazios.....	212
Figura 5.4: (a) Deslocamentos x força e (b) tempo x W para os dados experimentais.....	213
Figura 5.5: Funções $S(t)$ obtidas dos ensaios de resistência a tração.....	217
Figura 5.6: Funções $S(t)$ normalizadas obtidas dos ensaios de resistência a tração.....	218
Figura 5.7: Funções $K(S)$ para (a) $J(t)$ e B_0 , $V_a=3,33$ %; (b) $D(t)$ e PR, $V_a=3,33$ %; (c) $J(t)$ e B_0 , $V_a=4,05$ %; (d) $D(t)$ e PR, $V_a=4,05$ %; (e) $J(t)$ e B_0 , $V_a=4,75$ % e (f) $D(t)$ e PR, $V_a=4,75$ %.....	219
Figura 5.8: Variação de tendência para funções $K(S)$: exemplo $J(t)$ e B_0 , $V_a=3,30$ %.....	219
Figura 5.9: Parâmetro α_S em função do índice de vazios.....	220
Figura 5.10: Erros percentuais de funções $K(S)$ para índices de vazios de (a) 3,30 %; (b) 4,05 % e (c) 4,75 %.....	222
Figura 5.11: Deslocamentos não-lineares calculados utilizando (a) $J(t)$ e B_0 (b) $D(t)$ e v	224
Figura 5.12: Forma típica do pulso de carga no ensaio de fadiga.....	225
Figura 5.13: Seqüências deslocamento x carga do ensaio de fadiga de Brito (2006).....	226

Figura 5.14: Parâmetros da curva $C(t,N)$: (a) $C(N)_0$, (b) $C(N)_1$, (c) $C(N)_2$, (d) $C(N)_3$, (e) $C(N)_4$ e (f) tempo de retardação $\tau(N)$	231
Figura 5.15: Funções $C(t,N)$ do ensaio de fadiga.....	232
Figura 5.16: Função ajustada $e=f(N)$ comparada aos dados experimentais.....	234
Figura 5.17: Tendências de J_0 , B_0 e D_0 em função de N	235
Figura 5.18: Coeficiente de Poisson em função de (a) N e (b) B_0	236
Figura 5.19: Fator de translação horizontal em função de N considerando apenas translação horizontal para $C(t,N)$	238
Figura 5.20: Curva mestra para $C(t,N)$ considerando fatores de translação horizontal apenas.....	239
Figura 5.21: Curvas mestras de $C(t,N)$ para o ensaio de fadiga.....	240
Figura 5.22: Tendências de parâmetros de dano para as normas empregadas em função de N	242
Figura 5.23: Função $K_G(S)$ em função dos parâmetros de dano calculados de diferentes normas.....	245
Figura 5.24: Energias W_R no diagrama pseudo-carga x deslocamento.....	249
Figura 5.25: Funções W_R para (norma) igual a (a) ASTM, (b) 1-28AI e (c) 1-28AT.....	251
Figura 5.26: Cálculo de A_S e α_S , em função de $J(t)$ e B_0 , usando W_R em função de P_{Rmax} para (norma) = (a) ASTM, (c) 1-28AI e (e) 1-28AT; e usando W_R em função do histórico de pseudo-carga para (norma) = (b) ASTM, (d) 1-28AI e (f) 1-28AT.....	252
Figura 5.27: Cálculo de A_S e α_S , em função de $D(t)$ e coeficiente de Poisson=0,3; usando W_R em função de P_{Rmax} para (norma) = (a) ASTM, (c) 1-28AI e (e) 1-28AT; e usando W_R em função do histórico de pseudo-carga para (norma) = (b) ASTM, (d) 1-28AI e (f) 1-28AT.....	253
Figura 5.28: Ajuste da equação 5.36 em função de $J(t)$ e B_0 , usando W_R em função de P_{Rmax} para (norma) = (a) ASTM, (c) 1-28AI e (e) 1-28AT; e usando W_R em função do histórico de pseudo-carga para (norma) = (b) ASTM, (d) 1-28AI e (f) 1-28AT.....	256
Figura 5.29: Ajuste da equação 5.36 em função de $D(t)$ e coeficiente de Poisson=0,3; usando W_R em função de P_{Rmax} para (norma) = (a) ASTM, (c) 1-28AI e (e) 1-28AT; e usando W_R em função do histórico de pseudo-carga para (norma) = (b) ASTM, (d) 1-28AI e (f) 1-28AT.....	257
Figura 5.30: Diferença de áreas na integração da variação de W_R com S	266

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1: Parâmetros constitutivos viscoelásticos no domínio frequência.....	26
Tabela 3.1: Valores de PR assumidos pela ASTM D4123 em função da temperatura.....	70
Tabela 3.2: Resumo dos PRs total e instantâneo para o ensaio a 1 Hz e pulso de carga 0,1 s segundo o NHRCP 1-28A (Brito, 2006).....	74
Tabela 3.3: Fatores Π_1 , Π_2 e Π_3 obtidos por Loulizi <i>et al.</i> (2006).....	82
Tabela 3.4: Constantes do modelo NCHRP 1-37A para as misturas de Maher e Bennert (2008).....	87
Tabela 3.5: Exemplos de constantes de ajuste de séries de Prony em ensaios de fluência..	92
Tabela 3.6: Exemplos de constantes de séries de Prony em curvas de relaxação.....	96
Tabela 3.7: Parâmetros θ_T e ψ_T para algumas misturas asfálticas encontradas na literatura.....	105
Tabela 3.8: Constantes C_{Hi} e C_{Vi} encontradas para as misturas asfálticas de Long (2001).....	113
Tabela 3.9: Fatores de translação obtidos para o ligante ensaiado por Masad <i>et al.</i> (2008).....	116
Tabela 3.10: Constantes da curva de Wohler de misturas ensaiadas no LAPAV-UFRGS	118
Tabela 3.11: Exemplos de constantes A_V , m_V e n_V do modelo da equação 2.125.....	124
Tabela 4.1: Propriedades do Ecoflex B (adaptado de Brito, 2006).....	127
Tabela 4.2: Valores médios das análises granulométricas (adaptado de Brito, 2006).....	128
Tabela 4.3: Propriedades dos CP's ensaiados (adaptado de Brito, 2006).....	128
Tabela 4.4: Constantes obtidas para $J(t)$ e B_0 em função do índice de vazios.....	137
Tabela 4.5: Valores de a_H e a_V (logaritmos) em função do índice de vazios para $J(t)$	141
Tabela 4.6: Fatores f_{Hor} e f_{Vert} para determinação da função $D(t)$	146
Tabela 4.7: Constantes D_i e τ_i obtidas para $D(t)$ considerando desloc. horizontais.....	147
Tabela 4.8: Constantes D_i e τ_i obtidas para $D(t)$ considerando deslocamentos verticais...	147
Tabela 4.9: Valores de q_T nos ajustes das compliâncias $J(t)$ e $D(t)$	150
Tabela 4.10: Constantes D_i e τ_i obtidas para $D(t)$ considerando $J(t)$ e B_0	151
Tabela 4.11: Valores de $\log(a_H)$ e $\log(a_V)$ para as curvas $D(t)$ obtidas.....	153
Tabela 4.12: Valores obtidos para K_0 em função do índice de vazios.....	160
Tabela 4.13: Constantes G_i e ρ_i obtidas para o módulo $G(t)$	161
Tabela 4.14: Constantes E_i e ρ_i obtidas para $E(t)$ com $D(t)$ em função dos deslocamentos horizontais.....	161
Tabela 4.15: Constantes E_i e ρ_i obtidas para $E(t)$ com $D(t)$ em função dos deslocamentos verticais.....	162
Tabela 4.16: Constantes E_i e ρ_i obtidas para $E(t)$ com $D(t)$ em função das compliâncias $J(t)$ e B_0	162
Tabela 4.17: Fatores de translação horizontal e vertical para os módulos obtidos.....	166
Tabela 4.18: Constantes a_{aV} e b_{aV} do ajuste módulo inicial x fator de translação vertical.....	167
Tabela 4.19: Valores e tendências para as propriedades lineares-elásticas obtidas.....	171
Tabela 4.20: Erros nos módulos de resiliência medidos com relação ao módulo real.....	174
Tabela 4.21: Coeficientes de Poisson viscoelásticos baseados na definição original de Poisson.....	184
Tabela 4.22: Coeficientes de Poisson classe I (Cl.I) e Christensen (Chist.) função de α_V .	192
Tabela 4.23: Parâmetros C_{11i} , C_{12i} e τ_i das compliâncias mestras $C_{11}(t)$ e $C_{12}(t)$ de mistura asfáltica densa ensaiada no ATREL-UIUC.....	205

Tabela 4.24: Deslocamentos normalizados de pico em função da temperatura e tempo de carga.....	206
Tabela 5.1: Parâmetros \bar{K} e P_R em função dos parâmetros constitutivos viscoelásticos adotados.....	215
Tabela 5.2: Instantes de tempo para pico de $K(S)$	220
Tabela 5.3: Cargas de não-linearidade nos ensaios de resistência à tração.....	223
Tabela 5.4: Valores de w_k em função de N	229
Tabela 5.5: Parâmetros da função $C(N,t)$ para N de 0 a 60000 ciclos.....	230
Tabela 5.6: Parâmetros da função $C(N,t)$ para N de 70000 a 130000 ciclos.....	230
Tabela 5.7: Pares ordenados $i v_j$ e N_j obtidos.....	233
Tabela 5.8: Constantes J_i ($i \neq 0$) calculadas, em função de N	234
Tabela 5.9: Constantes D_i ($i \neq 0$) calculadas, em função de N	235
Tabela 5.10: Fatores de translação para a função $C(t,N)$	237
Tabela 5.11: Deslocamentos resilientes e parâmetros de dano para as normas empregadas.....	242
Tabela 5.12: Constantes p_i para os polinômios de carga do ensaio de fadiga.....	244
Tabela 5.13: Valores de $K_G(S)$ em função de N	244
Tabela 5.14: Constantes de ajuste de $K_G(S)$ segundo a equação 2.111.....	245
Tabela 5.15: Valores de $K(S)$ em função do coeficiente de Poisson adotado.....	246
Tabela 5.16: Constantes de ajuste de $K(S)$, obtido de $D(t)$ e v ; segundo a equação 2.111.....	247
Tabela 5.17: Constantes da função de densidade de energia considerando histórico de pseudo-carga.....	250
Tabela 5.18: Constantes obtidas do ajuste da lei de dano da TPT de Schapery.....	254
Tabela 5.19: Constantes z_i obtidas do ajuste proposto pela equação 5.36.....	255
Tabela 5.20: Categoria dos modelos para validação.....	258
Tabela 5.21: Resultados obtidos para o parâmetro de dano segundo a categoria 1.....	263
Tabela 5.22: Resultados obtidos para o parâmetro de dano segundo a categoria 2.....	264
Tabela 5.23: Resultados obtidos para o parâmetro de dano segundo a categoria 3.....	264
Tabela 5.24: Resultados obtidos para o parâmetro de dano segundo a categoria 4.....	265
Tabela 5.25: Classificação geral dos parâmetros de dano calculados.....	267

LISTA DE SIGLAS

AASHTO: <i>American Association of State Highway and Transportation Officials</i>	MR: Módulo de resiliência
AF: Ângulo de fase	MT: Módulo Total
ASTM: <i>American Society of Testing and Materials</i>	NCHRP: <i>National Corporate Highway Research Program</i>
ATREL: <i>Advanced Transportation Research and Engineering Laboratory</i>	PCEV: Princípio da Correspondência Elasto-viscoelástica
CP: Corpo-de-prova	PCEVE: Princípio da Correspondência Elasto-viscoelástica Estendido
CPR: Coeficiente de Poisson complexo	PG: <i>Performance Grade</i>
DAER/RS: Departamento Autônomo de Estradas de Rodagem/Rio Grande do Sul	PR: Coeficiente de Poisson
DNIT: Departamento Nacional de Infraestrutura de Transportes	PSFT: Princípio da superposição frequência-temperatura
DP%: Diferença percentual de picos	PSTT: Princípio da superposição tempo-temperatura
DPR: Coeficiente de Poisson dinâmico	PSTTT: Princípio da Superposição Tempo-Temperatura-Tensão
EPAM: Erro Percentual Absoluto Médio	RT: Resistência à tração
EVR: Elemento de Volume representativo	SUPERPAVE: <i>Superior Performing Asphalt Pavements</i>
FHWA: <i>Federal Highway Administration</i>	TMNA: Tamanho máximo nominal do agregado
ITT: <i>Indirect Tensile Test</i>	TPT: Teoria do Potencial de Trabalho
LAPAV-UFRGS: Laboratório de Pavimentação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul	UFRGS: Universidade Federal do Rio Grande do Sul
LCPC: <i>Laboratoire Central des Ponts et Chaussées</i>	UIUC: <i>University of Illinois at Urbana-Champaign</i>
LVDT: <i>Linear Variable Displacement Transducer</i>	
MD: Módulo dinâmico	
MFP: Método das Frações Parciais	
MI: Módulo instantâneo	

LISTA DE SÍMBOLOS

1. Coeficientes de Poisson.....xi

2. Constantes e funções diversas.....xi

3. Constantes e funções diversas (letras gregas).....xiii

4. Deformações (ϵ).....xiii

5. Deslocamentos.....xiii

6. Propriedades constitutivas elásticas e genéricas.....xiv

7. Propriedades constitutivas viscoelásticas.....xiv

8. Tensões (σ).....xv

9. Vetores, matrizes e tensores.....xv

1. Coeficientes de Poisson

$|\bar{\nu}_{ij}|, |\nu^*|$: coeficiente de Poisson dinâmico anisotrópico, isotrópico

$\bar{\nu}_{ij}$: coeficiente de Poisson complexo da direção longitudinal i e transversal j

$\bar{\nu}_{ij}^A$: coeficiente de Poisson anisotrópico viscoelástico classe III

$\bar{\nu}_{ij}^V$: coeficiente de Poisson anisotrópico viscoelástico classe V

$\nu_{(norma)}^e$: coeficiente de Poisson elástico extraído segundo procedimento da (norma)

ν_0 : coeficiente de Poisson da parcela elástica pura no ensaio de fadiga

ν_{ij} : coeficiente de Poisson anisotrópico genérico ou coeficiente de Poisson anisotrópico viscoelástico classe I

ν'_{ij} : componente real do coeficiente de Poisson anisotrópico complexo

ν''_{ij} : componente imaginária do coeficiente de Poisson complexo

ν_{ij}^* : coeficiente de Poisson anisotrópico viscoelástico de Christensen

ν_{ij}^C : coeficiente de Poisson anisotrópico viscoelástico classe II

ν_{ij}^H : coeficiente de Poisson anisotrópico viscoelástico classe IV

ν_{ij}^e : coeficiente de Poisson anisotrópico elástico

ν : coeficiente de Poisson genérico ou coeficiente de Poisson isotrópico classe I

2. Constantes e funções diversas

$\bar{S}_{(norma)}$: parâmetro de dano calculados pelas categorias 1 a 4

$h_>, h_<$: altura máxima e mínima de viga trapezoidal, respectivamente, no ensaio de módulo dinâmico

h_{LVDT} : distancia entre os extremos do LVDT

h_v : espessura de viga trapezoidal no ensaio de módulo dinâmico

A_1, A_2, p, q : constantes do modelo de deformações uniaxiais viscoplásticas de Schapery (1990)

A_K, B_K, C_K, n_K : parâmetros da curva de fluência $D_n(t)$ do modelo modificado de Kuhn

A_S, α_S : parâmetros da lei de evolução de dano da Teoria do Potencial de Trabalho de Schapery (1990)

A_V, m_V, n_V : constantes do modelo de fluência plástica unidimensional com endurecimento

A_{WR}, B_{WR}, n_{WR} : constante da função W_R calculada em função do histórico de $P_R(t)$

A_{nl}, B_{nl}, C_{nl} e η_0 : parâmetros do modelo visco plástico de Ye *et al.* (2009)

A_η, B_η : constantes do modelo de viscosidade de Doolittle

C_1, C_2, C_3 : constantes da função $\alpha_{T\sigma}$ (Jazouli *et al.*, 2005)

$C_{H1}, C_{H2}, C_{H3}, C_{H4}$: constantes multiplicadoras na função a_H de Long (2001)

C_{V1}, C_{V2}, C_{V3} : constantes multiplicadoras na função a_V de Long (2001)

C_f : parâmetro em funcao de V_{beff} e V_a nos modelos de fadiga da AASHTO e *Asphalt Institute*

D_N : parâmetro de dano

I_1, I_2, I_3, I_4 : constantes do modelo de Hondros (1959) considerando E e ν como parâmetros constitutivos

\bar{K} : constante no cálculo dos deslocamentos em função dos parâmetros constitutivos escolhidos (Tabela 5.1)

K_1, K_2, K_3, K_4 : constantes do modelo de Hondros (1959) considerando G e K como parâmetros constitutivos

$K_G(S)$: rigidez da parcela desviadora em funcao de S

N_f : número de aplicação de ciclos de carga para ruptura

P_0 : amplitude ou carga máxima em ensaio de módulo dinâmico

P_{200} = percentual em peso passante na peneira 200;

$P_{3/4}$ = percentual acumulado retido em peso na 3/4;

$P_{3/8}$ = percentual acumulado retido em peso na 3/8;

P_4 = percentual acumulado retido em peso na número 4;

$P_R(t)$: pseudo-carga

P_{Rmax} : pseudo-carga máxima

P_{max} : carga máxima

P_{max}^R : pseudo-carga máxima (Theisen *et al.*, 2009)

R_G : constante universal dos gases

S^* : Variavel interna de estado ou parametro de dano usado por Park *et al.* (1996)

S_f : valor de certa variável interna de estado na ruptura

S_{ij} : termo da linha i e da coluna j do tensor de tensões desviadoras

T_R : temperatura de referência

V_a = percentual em volume de vazios da mistura;

V_{beff} = teor efetivo em volume de ligante;

- W_R : densidade de energia de pseudo-deformações
- $X_1(\alpha_v), X_2(\alpha_v)$: funções de α_v , em $v_{ij}^*(\alpha_v)$
- a_{α_v} : coeficiente angular do ajuste $\log(a_v)=f(H_0)$
- a_1, a_2 : constantes do modelo de previsão do coeficiente de Poisson em função do módulo de resiliência
- a_H : fator de translação horizontal
- a_T : fator de mudança de temperatura ou função de translação horizontal
- $a_{T\sigma}$: fator de transição de temperatura e tensão
- a_v : fator de translação vertical
- a_{cat1}, b_{cat1} : constantes da integração do parâmetro de dano, categoria 1
- $a_{cat3}, b_{cat3}, c_{cat3}$: constantes da integração do parâmetro de dano, categoria 3
- $a_{cat4}, b_{cat4}, c_{cat4}$: constantes da integração do parâmetro de dano, categoria 4
- a_g : fator de translação em função do envelhecimento
- b_{a_v} : coeficiente linear do ajuste $\log(a_v)=f(H_0)$
- c_1, c_2 : coeficientes na função α_T do fator de mudança de temperatura de Williams *et al.* (1955)
- $d_1, d_2, d_3, d_4, d_5, d_6$: constantes do modelo de fadiga de Wohler
- e_1 : espessura do revestimento asfáltico
- f_1, f_2, f_3, f_4 : funções de x ou y, do Raio de da largura do friso na solução de Hondros (1959)
- f_{Hor} : fator multiplicativo de deslocamentos horizontais
- f_v : fração de volume livre
- f_{v0} : fração de volume livre para o estado de referência
- f_{vert} : fator multiplicativo de deslocamentos verticais
- $f_i(v_i)$: função i do produto que forma $f(v_1, v_2, \dots, v_n)$, em função da variável v_i
- g_0, g_1, g_2 : parâmetros não-lineares no modelo de fluência não-linear de Schapery (1969)
- g_σ : função de escala dos tempos de integração t e t'
- i_{min} : linha da matriz ARB que localiza o mínimo erro quadrático
- j_{min} : coluna da matriz ARB que localiza o mínimo erro quadrático
- $k'_1, k'_2, C_{N1}, C_{N2}, C_{N3}$: constantes no modelo de previsão de S de Theisen *et al.* (2009)
- k_1, k_2, k_3, k_4 : constantes em função da largura da carga diametral e da parcela do diâmetro onde são medidos os deslocamentos no coeficiente de Poisson elástico
- k_f : parâmetro em função de e_1 no modelo de fadiga da AASHTO
- m_1 : razão distância entre os pontos de medição do deslocamento horizontal/diâmetro do cilindro no modelo de Hondros (1959)
- n_1 : razão distância entre os pontos de medição do deslocamento vertical/diâmetro do cilindro no modelo de Hondros (1959)
- n_{el} : número de instantes onde são observados deslocamentos elásticos
- p_i : constante do polinômio de carga P(t)
- q_τ : constante multiplicativa dos tempos de retardação na curva de fluência
- $q_{\tau max}$: constante multiplicativa máxima dos tempos de retardação
- $q_{\tau min}$: constante multiplicativa mínima dos tempos de retardação
- r_i : raiz i obtida na aplicação da primeira equação base do MFP
- t'_0 : instante inicial de aplicação de tensões e/ou deformações
- t_N : tempo necessário para atingir certo parâmetro de dano
- t_k : tempos de amostragem do método de Park e Schapery (1999)
- t_p : tempo de pulso de carga
- t_ε : tempo de pico de deformação
- t_σ : tempo de pico de tensão
- $u_0(\omega)$: amplitude ou deslocamento máximo em ensaio de módulo dinâmico
- w_i : fração da parcela viscoelástica i (i=0 a 5) no deslocamento de pico em ensaio de fadiga
- x_j : componente j do vetor de coordenadas espaciais
- z_i : constante multiplicativa da parcela i de modelo de evolução de dano proposto na tese
- h : espessura do corpo-de-prova no ensaio de compressão diametral
- $C(S)$: função de perda de rigidez uniaxial
- $F(S)$: flexibilidade em função do dano S
- $K'(S)$: rigidez a uma deflexão unitária no pavimento em função de S (Theisen *et al.*, 2009)
- L : comprimento de viga trapezoidal no ensaio de módulo dinâmico
- $MR(T)$: módulo de resiliência para uma temperatura T
- N : número de aplicação de ciclos de carga
- N : número de ciclos de carga
- $P(t)$: carga no ensaio de compressão diametral
- S : variável interna de estado
- T : temperatura
- V : velocidade
- W : densidade de energia de deformação ou energia de deformação
- e : índice de vazios
- $f(v_1, v_2, \dots, v_n)$: função separável qualquer em função de n variáveis
- $f(t)$: função genérica dependente do tempo
- f_r : frequência
- i : unidade imaginária pura
- m : número de elementos Maxwell em um dado módulo viscoelástico
- n : número de elementos Kelvin em uma dada compliância viscoelástica
- r : número que tende a 1^+ no modelo de fluência não-linear de Kuhn
- t : instante de tempo considerado
- t' : tempo de aplicação de um incremento de tensão ou deformação

t'' : variável de integração para os tempos reduzidos

x : posição ou representação de dependência espacial

3. Constantes e funções diversas (letras gregas)

Π_1, Π_2, Π_3 : constantes da equação de previsão de módulo dinâmico de Witczak

$\Phi_i(t)$: função integral em termos de τ_i e $P(t)$

$\Omega_j(t)$: função para obtenção dos termos de $H(t)$ em função dos termos de $C(t)$

$\alpha_{|v^*|}, \beta_{|v^*|}$: constantes do modelo de coeficiente de Poisson complexo de Clec'h *et al.* (2009)

α_T : coeficiente de expansão termal do volume livre na função f_V de Jazouli *et al.* (2005)

α_v : razão de tensões $\sigma_{22}/\sigma_{11} = \sigma_{33}/\sigma_{11}$ na situação de confinamento sob tensão constante

α_{vx} : razão de tensões no eixo x na compressão diametral

α_{vy} : razão de tensões no eixo y na compressão diametral

α_σ : coeficiente de expansão do volume livre induzido pelo aumento das tensões na função f_V de Jazouli *et al.* (2005)

$\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2$: parâmetros de ajuste da função de rigidez $C(S)$

κ_i : constantes na função $C(S)$ de Gibson *et al.* (2003) ($i = 1$ a 6)

τ_{1max} : tempo de retardação da primeira parcela viscoelástica máximo

τ_{1min} : tempo de retardação da primeira parcela viscoelástica mínimo

v_1 : fator no modelo de deformação permanente da AASHTO em função de e_1

ψ_T, θ_T : constantes do modelo exponencial do módulo de resiliência normalizado em função de T

$\vartheta_G(t)$: parcela temporal do módulo de cisalhamento separável

$\vartheta_K(t)$: parcela temporal do módulo de compressibilidade separável

ΔN : número de ciclos a partir do trincamento superficial do pavimento (Theisen *et al.*, 2009)

ΔF : energia de ativação constante

ΔT : variação de temperatura com relação à temperatura de referência

Θ : função de E, β, σ_0 e ε_{int} na solução da equação de um elemento Kelvin considerando dano

$\Lambda(x, t)$: variável interna de estado provocadora de dano (Teixeira *et al.*, 2007)

Ψ : função potencial de uma relação constitutiva linear-elástica hiper-elástica

β : coeficiente experimental em modelo de dano uniaxial

δW_R : incremento de WR na solução da TPT em Gibsom *et al.* (2003)

δS : incremento arbitrário de S na solução da TPT em Gibson *et al.* (2003)

ζ : tempo interno

ζ' : tempo interno de integração

η : viscosidade

μ : fator de massa no ensaio de módulo dinâmico

ξ : tempo reduzido

ξ' : tempo reduzido de aplicação de incremento de tensão e /ou deformação

$\chi(t)$: máxima norma da matriz de deformações desviadoras no modelo de fluência não-linear de Long (2001)

ω : frequência angular

$\vartheta(t)$: função temporal nos módulos de cisalhamento e Bulk para coeficiente de Poisson independente do tempo

ϱ : constante arbitraria em S^*

ϖ : fator de forma no ensaio de módulo dinâmico

4. Deformações (ε)

ε_{vp} : taxa de deformação viscoplástica uniaxial

ε_0 : amplitude do pulso de deformação uniaxial no ensaio de módulo dinâmico

ε_R : pseudo-deformação uniaxial

ε^e : deformação uniaxial elástica

ε_{int} : solução interna para deformação uniaxial considerando dano (equação de Ricatti)

ε_{long} : deformação longitudinal de uma sollicitação uniaxial

ε_p : deformação permanente (modelo da AASHTO)

ε_r : deformação resiliente (modelo da AASHTO)

ε_t : deformação uniaxial de extensão

ε_{trans} : deformação transversal de uma sollicitação uniaxial

ε_{vp} : deformação viscoplástica uniaxial

5. Deslocamentos

$\Delta U_{2m_1R}^e$: deslocamento elástico horizontal

$\Delta V_{2n_1R}^e$: deslocamento elástico vertical

ΔU_{exp} : deslocamento experimental horizontal

ΔV_{exp} : deslocamento experimental vertical

Δ_H, Δ_V : deslocamentos resilientes horizontal e vertical, respectivamente

ΔU_{2m_1R} : deslocamento horizontal em um corpo-de-prova cilíndrico segundo a solução de Hondros (1959)

$u_{AB}(t)$: deslocamento horizontal entre os pontos A e B (Figura 3.11) no ensaio de compressão diametral

$u_{CD}(t)$: deslocamento vertical entre os pontos C e D (Figura 3.11) no ensaio de compressão diametral

u_i : componente i do vetor de deslocamentos

$\Delta_{H(norma)}$: deslocamento resiliente horizontal extraído segundo procedimento da (norma)

ΔU_{nlin} : deslocamento horizontal não-linear

$\Delta_{V(norma)}$: deslocamento resiliente vertical extraído segundo procedimento da (norma)

ΔV_{2n_1R} : deslocamento vertical em um corpo-de-prova cilíndrico

segundo a solução de Hondros (1959)

ΔV_{nlin} : deslocamento vertical não-linear

ΔU^* : deslocamento referente às tensões desviadoras

6. Propriedades constitutivas elásticas e genéricas

$B_{(norma)}^e$: compliância de compressibilidade elástica extraída segundo procedimento da (norma)

E^e : módulo de Young

$G_{(norma)}^e$: módulo de cisalhamento elástico extraído segundo procedimento da (norma)

$G^*(x)$: parcela espacial do módulo de cisalhamento separável

G_R : módulo de cisalhamento constante arbitrário

H_{ijkl} : componente da posição ijkl de um tensor constitutivo elástico de quarta ordem

$J_{(norma)}^e$: compliância de cisalhamento elástica extraída segundo procedimento da (norma)

$K_{(norma)}^e$: módulo de compressibilidade elástico extraído segundo procedimento da (norma)

$K^*(x)$: parcela espacial do módulo de compressibilidade separável

$MR_{(norma)}$: módulo de resiliência extraído segundo procedimento da (norma)

C_{11} : compliância longitudinal para materiais lineares-elásticos, homogêneos e isotrópicos

C_{12} : compliância radial para materiais lineares-elásticos, homogêneos e isotrópicos

C_{ijkl} : termo ijkl do tensor de compliâncias linear-elástico que relaciona $\underline{\underline{\sigma}}$ e $\underline{\underline{\varepsilon}}$

$D_{(norma)}^e$: compliância longitudinal elástica extraída segundo procedimento da (norma)

D_{Rijkl} : termo ijkl do tensor de pseudo-compliâncias arbitrárias

\hat{E} : módulo de Young considerando dano

E_{Rijkl} : termo ijkl do tensor de pseudo-rigidezes arbitrárias

\hat{X} : rigidez qualquer considerando dano

B : compliância de compressibilidade

D : compliância uniaxial

E : módulo de Young

H : módulo de tração biaxial

K : módulo de compressibilidade

J : compliância de cisalhamento

M : módulo de compressibilidade longitudinal

X : rigidez elástica qualquer

$D_{(norma)}^{e(0,3)}$: compliância longitudinal elástica extraída segundo procedimento da (norma) considerando coeficiente de Poisson igual a 0,3

$MR_{(norma)}^{(0,3)}$: módulo de resiliência extraído segundo procedimento da (norma) considerando coeficiente de Poisson igual a 0,3

7. Propriedades constitutivas viscoelásticas

$|E^*|$: módulo dinâmico de Young

$|G^*|, |K^*|$: módulo de cisalhamento dinâmico e modulo de compressibilidade dinâmico, respectivamente

B_0 : compliância de compressibilidade inicial

$C(N)_0$: compliância inicial do ciclo N

$C(N)_i$: compliância da parcela viscoelástica i do ciclo N

C_∞ : valor de C(t) a longo prazo

C_i : compliância correspondente a parcela viscoelástica i de C(t)

C_i : compliância correspondente a parcela viscoelástica i de C(t)

D_i : compliância do elemento Kelvin número i do modelo generalizado de Kelvin

D_{ijkl} : termo ijkl do tensor de compliâncias viscoelásticas

$D_n(t)$: curva de fluência do modelo modificado de Kuhn

$D_{nl}(t)$: curva de fluência não-linear da teoria endocrônica

E' : módulo complexo de armazenamento

E'' : módulo complexo de perda

E^* : módulo complexo de Young

E_0 : módulo de relaxação inicial

E_∞ : módulo de relaxação a longo tempo

$E_{ijkl}(t)$: termo ijkl do tensor de módulos de relaxação viscoelásticos

E_j : módulo do elemento Maxwell numero j do modelo generalizado de Maxwell

G_0 : módulo de cisalhamento inicial

G_∞ : módulo de cisalhamento a longo tempo

G_j : módulo de cisalhamento do elemento Maxwell numero j do modelo generalizado de Maxwell

H_0 : módulo genérico viscoelástico inicial

H_∞ : valor de H(t) a longo prazo

H_i : módulo correspondente a parcela viscoelástica i de H(t)

J_0 : compliância de cisalhamento inicial

J_i : compliância de cisalhamento correspondente ao i-ésimo termo viscoelástico

K_0 : módulo de compressibilidade inicial

ρ_j : tempo de relaxação do elemento Maxwell número j do modelo generalizado de Maxwell

$\tau(N)_i$: tempo de retardação da parcela viscoelástica i do ciclo N

τ_i : tempo de retardação do elemento Kelvin número i do modelo generalizado de Kelvin

ϕ_{ij} : ângulo de fase do coeficiente de Poisson dinâmico

ΔD : curva de fluência transiente

$B(t)$: compliância de compressibilidade viscoelástica

$B(t)$: compliância de compressibilidade viscoelástica

$C(t, N)$: compliância em funcao de N no ensaio de fadiga

$C(t)$: compliância genérica viscoelástica

$D(t)$: curva de fluência ou compliância uniaxial para materiais viscoelásticos

$E(t)$: curva ou módulo de relaxação

$G(t)$: módulo de cisalhamento viscoelástico

$H(t)$: módulo genérico viscoelástico

$J(t)$: compliância de cisalhamento viscoelástica

φ : ângulo de fase do ensaio de módulo dinâmico

8. Tensões (σ)

σ_0 : amplitude do pulso de tensão uniaxial

σ_R : tensão de referência

σ^e : tensão uniaxial elástica

σ_{ij} : componente da linha i e da coluna j do tensor de tensões

σ_{nl} : tensão uniaxial no qual se observam não linearidades no modelo de fluência não-linear de Kuhn

σ_t : tensão uniaxial de tração

$\Delta\sigma$: diferença de tensões

σ : tensão uniaxial

9. Vetores, matrizes e tensores

$\underline{\Omega}$: matriz para obtenção de H_∞ e H_i em função dos termos de $C(t)$

$\underline{M}_{p=0}$: matriz para obtenção de constantes da série de Prony referente ao trecho descarregado

\underline{M}_Φ : matriz para obtenção de constantes da série de Prony referente ao trecho em carga

\underline{e}_R : tensor de deformações desviadoras de referência

$\underline{\dot{\epsilon}}_{el}$ = vetor taxa de deformação elástica

$\underline{\dot{\epsilon}}_{th}$ = vetor taxa de deformação termal

$\underline{\dot{\epsilon}}_{tr}$ = vetor taxa de deformação terciária, devido a efeitos de dano e healing

$\underline{\dot{\epsilon}}_{ve}$ = vetor taxa de deformação viscoelástica

$\underline{\dot{\epsilon}}_{vp}$: vetor taxa de deformação viscoplástica

$\underline{\Omega}_t$: vetor de termos independentes para obtenção de H_∞ e H_i em função dos termos de $C(t)$

$\underline{A}(D_i, \tau_i, \rho_j)$: matriz em função de D_i, τ_i, ρ_j do método de Park e Schapery (1999)

$\underline{N}_{p=0}$: vetor de termos independentes para obtenção de constantes da série de Prony referente ao trecho descarregado

\underline{N}_Φ : vetor de termos independentes para obtenção de constantes da série de Prony referente ao trecho em carga

\underline{s} : tensor de deformações desviadoras

$\underline{\dot{\epsilon}}$ = vetor taxa de deformação total

$\underline{\epsilon}$: tensor de deformações totais

$\underline{\sigma}$: tensor de tensões

$\underline{\underline{\epsilon}}$: tensor de deformações volumétricas

ARB_{ij} : termo da linha i e da coluna j da matriz de tempos de retardação arbitrados

$\underline{B}(D_i, \tau_i)$: vetor em função de D_i, τ_i do método de Park e Schapery (1999)

$\underline{E}(E_j)$: vetor com os E_j do método de Park e Schapery (1999)

α_{ij} : termo da linha i e da coluna j do tensor anisotrópico de coeficientes de dilatação térmica

δ_{ij} : termo da linha i e da coluna j do delta de Kronecker

ϵ_{Rij} : termo da linha i e da coluna j do tensor de pseudo-deformações

ϵ_{ij} : componente da linha i e da coluna j do tensor de deformações totais

1 INTRODUÇÃO

O Brasil atualmente vive um momento de crescimento. As obras de modernização da infraestrutura para a Copa do Mundo e Olimpíadas de 2014 e 2016, a ampliação do Porto de Rio Grande – RS, o Plano de Aceleração do Crescimento (PAC), a interiorização de grandes indústrias e universidades são exemplos deste crescimento atual. Como um elemento interligador de todos os referidos elementos do crescimento, os pavimentos asfálticos são parte desse recente progresso.

O crescimento econômico referido anteriormente contempla os pavimentos asfálticos porque este é um agente importante para a logística de recursos humanos e materiais. Pavimentos, de qualquer natureza, se em condições satisfatórias, facilitam, tornam mais econômicas e reduzem o tempo das atividades do transporte de pessoas e produtos. Tal fato ressalta a necessidade de bons projetos, execuções e gerência de pavimentos.

Focando-se no projeto e gerência, um grande fator para o sucesso dessas duas áreas é o conhecimento das variáveis envolvidas no processo, conhecendo-se e, se possível, controlando o tráfego da via; conhecendo a ação dos fatores climáticos na estrutura e, principalmente, conhecendo o comportamento da estrutura e dos materiais componentes da mesma à ação do clima e o tráfego. Isto permite que as previsões de comportamento sejam mais realistas, de forma a dar aos projetistas uma boa estimativa do comportamento da estrutura para se determinar o melhor momento para manutenção da rodovia. O conhecimento do comportamento dos materiais é ainda mais enfatizado para as misturas asfálticas. Estas são as que recebem todo o tráfego e que mais sofrem com agentes climáticos, principalmente a temperatura.

E este é o ponto de início da presente tese: o comportamento de misturas asfálticas. Um material complexo deve ser devidamente estudado e caracterizado para que se possa pensar em fazer um bom projeto de um pavimento, de forma a gerar previsões realistas para a gerência de pavimentos, que assim age na hora certa para manutenção, mantendo os pavimentos em condições satisfatórias para facilitar a interligação de todos os elementos do progresso citados no primeiro parágrafo.

1.1 O PROBLEMA E A JUSTIFICATIVA DA TESE

No início do capítulo, justificou-se a tese na área do comportamento de misturas asfálticas dentro do contexto econômico geral. Neste item, a justificativa tem como base a pesquisa e a prática atual na área do comportamento da misturas asfálticas, o que justificará o campo específico de estudo desta tese no campo geral: comportamento de misturas asfálticas.

Inicialmente, planejou-se uma tese sobre simulação numérica de ensaios acelerados em pavimentos. Tal tese teria como parte integrante o uso de modelos constitutivos adequados para os materiais integrantes da estrutura, principalmente para misturas asfálticas. Sendo assim, procurou-se buscar quais seriam estes modelos e que parâmetros constitutivos estariam considerados nestes modelos.

Entretanto, a literatura mostra que uma série de parâmetros constitutivos para misturas asfálticas é obtida, da mesma maneira que programas de análise estrutural também consideram diversos parâmetros constitutivos em si. Assim entra-se na questão do que será adotado para representar o comportamento do material mais importante da estrutura do pavimento.

Pode-se, a princípio, considerar que o resultado é o mesmo, independentemente da escolha dos parâmetros constitutivos. Na realidade, determinar parâmetros constitutivos não é apenas estabelecer a proporção entre tensões e deformações, mas sim determinar como estas se propagam no meio, definir algoritmos numéricos para solução do problema e também definir o que deve ser medido experimentalmente para o fim de obter tais parâmetros constitutivos. Cada parâmetro constitutivo tem um conceito físico característico, como será visto em 2.1, e nem sempre um parâmetro constitutivo que se julgue fácil de obter e bastante difundido é o ideal se transferido para uma situação diferente da qual tal parâmetro foi obtido.

Este fato foi crucial para repensar a tese sobre simulação numérica de ensaios acelerados, pois uma simulação bem feita nasce de uma escolha bem feita dos parâmetros constitutivos.

Sendo assim, tanto a literatura quanto os programas de análise mecânica oferecem muitas opções para parâmetros constitutivos, com algumas listadas a seguir:

- Módulo de resiliência;
- Coeficiente de Poisson;

Capítulo 1 – Introdução

- Curva de fluência;
- Curva de relaxação;
- Compliância de cisalhamento;
- Compressibilidade.

Como geralmente os programas de análise mecânica são limitados a materiais isotrópicos, devem ser escolhidos dois dos parâmetros acima e assumi-los para todas as análises. Executar tal procedimento não é tão simples se as seguintes questões forem colocadas:

- Será que tais parâmetros constitutivos expressam um comportamento realista do material?
- Será que é obtido o mesmo comportamento do material se forem extraídos, dos mesmos dados experimentais, diferentes parâmetros constitutivos?
- Será que os resultados obtidos em função dos parâmetros constitutivos escolhidos podem ser estendidos para uma situação geral de tensões e/ou deformações?

Nenhuma simulação numérica pode ser executada com sucesso se as perguntas acima não forem devidamente e claramente respondidas. Sendo assim, exalta-se a necessidade do claro entendimento do que está sendo considerado em uma análise mecânica e as conseqüências que este processo pode refletir nos resultados. Caso contrário, estar-se-á percorrendo um caminho para o insucesso e pesquisa de pouco embasamento e utilidade.

Além de toda a questão recém discutida, há controvérsias com relação aos próprios parâmetros empregados na busca das respostas às perguntas feitas. Essa controvérsia reside principalmente na consideração do módulo de resiliência e do coeficiente de Poisson.

Quanto ao módulo de resiliência, a maior controvérsia está na simplificação de se assumir um material viscoelástico como um material linear-elástico, o que faz do módulo de resiliência uma propriedade do ensaio, não do material.

Quanto ao coeficiente de Poisson, não existe um tratamento rigoroso matemático sobre tal parâmetro constitutivo. Esse fato é evidenciado por pesquisadores como Lakes (Lakes e Wineman, 2006; Lakes, 1992). Em seus trabalhos, Lakes apresenta formulações do que seria o coeficiente de Poisson para materiais viscoelásticos, porém tais formulações são de aplicação restrita e não podem ser utilizadas em uma análise estrutural em três dimensões. Uma discussão minuciosa sobre o coeficiente de Poisson para materiais viscoelásticos é feita no item 4.4, cujo conteúdo pode ser a base para explicação do comportamento do coeficiente de Poisson em misturas asfálticas visto em 3.1.2.

Capítulo 1 – Introdução

Assim, todas as questões levantadas neste item devem ser esclarecidas antes de se pensar em executar qualquer simulação numérica. Esforços no sentido do entendimento de cada tipo de parâmetro constitutivo e das conseqüências trazidas em função de sua escolha são contribuições indispensáveis para que se possa, um dia, desenvolver um grande método racional para previsão do comportamento dos pavimentos asfálticos, cuja importância já foi mencionada.

1.2 OS OBJETIVOS DA TESE

Posta toda a problemática discutida no item anterior, o objetivo da presente tese é o seguinte:

“Avaliar a escolha dos parâmetros constitutivos extraídos de resultados experimentais no comportamento de uma mistura asfáltica”

Brito (2006), com a sua dissertação de mestrado “Avaliação e análise paramétrica do ensaio de compressão diametral sob cargas repetidas em misturas asfálticas” foi o trabalho base para a presente tese, por levantar evidências da confiabilidade do módulo de resiliência e coeficiente de Poisson como parâmetros constitutivos de misturas asfálticas e ter cedido os dados experimentais da dissertação para o desenvolvimento do trabalho aqui posto. Além disto, um fato de grande valia para esta tese esteve presente nos dados de Brito: ensaios no qual foi incluída a variabilidade no índice de vazios do material.

Sendo assim, os objetivos específicos da presente tese são os seguintes:

- Avaliar o comportamento de diferentes parâmetros constitutivos no regime viscoelástico linear extraídos dos dados experimentais, considerando, em especial, seu comportamento em função do índice de vazios;
- Executar a mesma avaliação anteriormente descrita com relação a parâmetros constitutivos no regime linear-elástico;
- Executar um minucioso estudo sobre o comportamento e a influência do coeficiente de Poisson em materiais viscoelásticos, em especial misturas asfálticas;
- Avaliar a influência da escolha de diferentes parâmetros constitutivos e do índice de vazios no regime viscoelástico linear nos parâmetros constitutivos que modelam o crescimento de dano por fluência não-linear em misturas asfálticas;
- Executar a mesma avaliação anterior para o comportamento a fadiga de misturas asfálticas, de duas maneiras: analisando o comportamento viscoelástico durante o processo de fadiga e avaliando a influência da escolha de parâmetros na lei de dano de Schapery (1990).

Capítulo 1 – Introdução

A metodologia empregada para o cumprimento dos objetivos específicos acima é descrita nos capítulos 4 e 5. Ressalta-se aqui que a presente tese não apenas se limitou a mostrar resultados, mas quando possível sugeriu novos modelos para suprir a deficiência das metodologias empregadas na extração dos resultados apresentados.

1.3 A ORGANIZAÇÃO DA TESE

A presente tese procurou, além da exposição e discussão dos resultados obtidos, fornecer base teórica para o entendimento do assunto tratado e como tal base têm sido aplicada no estudo do comportamento de misturas asfálticas em pesquisas recentes.

Assim, além do corrente capítulo 1, de INTRODUÇÃO, que relata o problema e a justificativa da tese, bem como seus objetivos, a tese está dividida nos capítulos que seguem:

O capítulo 2, de REVISÃO BIBLIOGRÁFICA: capítulo no qual são mostrados os fundamentos teóricos sobre modelos constitutivos e parâmetros constitutivos. Conceitos físicos são apresentados, dedução de formulações, referências consagradas nos assuntos em questão e todas as informações necessárias para o entendimento dos capítulos seguintes.

O capítulo 3, de PARÂMETROS CONSTITUTIVOS DE MISTURAS ASFÁLTICAS: capítulo no qual quantifica todas as constantes apresentadas no capítulo anterior. Mostra-se o seu método experimental de obtenção, influência de outras variáveis nos mesmos, métodos específicos de obtenção entre parâmetros constitutivos e todas as informações necessárias para fornecer ao leitor a ordem de grandeza dos parâmetros constitutivos de misturas asfálticas.

O capítulo 4, de ANÁLISE NO REGIME LINEAR: capítulo que examina a influência da escolha dos parâmetros constitutivos no regime linear. O material utilizado é apresentado, examina-se a influência do índice de vazios nos resultados para os regimes viscoelástico linear e linear-elástico, além de uma discussão matemática rigorosa do coeficiente de Poisson viscoelástico e da sua influência no ensaio de compressão diametral sob cargas cíclicas. Portanto, todas as análises de fenômenos lineares em misturas asfálticas se concentram neste capítulo.

Capítulo 1 – Introdução

O capítulo 5, de ANÁLISE NO REGIME NÃO-LINEAR: capítulo que examina a influência da escolha dos parâmetros constitutivos no regime não-linear, estudando os fenômenos de ruptura por fluência não-linear e fadiga. Os parâmetros constitutivos das leis não-lineares que regem os fenômenos mencionados são estudados em função do índice de vazios e da escolha dos parâmetros constitutivos, onde alguns modelos são sugeridos para modelar alguns comportamentos observados. Portanto, as análises de fenômenos não-lineares em misturas asfálticas se concentram neste capítulo.

Por fim, o capítulo 6, de CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS: capítulo onde se faz um apanhado das descobertas da tese, apontando-se as conclusões principais e secundárias, comparando os resultados obtidos com os objetivos lançados e discutindo pesquisas futuras em função dos resultados da tese.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O capítulo de revisão bibliográfica tem o objetivo de apresentar os fundamentos necessários para a evolução e o entendimento da tese em questão. Para cada tópico relevante à tese, são exaltados os fundamentos conceituais e matemáticos mais importantes.

Os principais temas tratados nesta revisão são os seguintes:

- Parâmetros Constitutivos: Conceito, significado físico e tipos de parâmetros constitutivos mais empregados em modelos constitutivos para misturas asfálticas;
- Teoria da Viscoelasticidade Linear: Fundamentos da teoria da viscoelasticidade aplicada ao regime de pequenas deformações: principais equações constitutivas, Princípio da correspondência elasto-viscoelástica e o princípio da superposição tempo-temperatura para materiais termorreologicamente simples;
- Teoria da Viscoelasticidade não-linear: Fundamentos da teoria da viscoelasticidade aplicada para grandes deformações: fluência não-linear, princípio da superposição tempo-temperatura-tensão e modelos de evolução de dano baseados na mecânica do contínuo;
- Uma breve explanação sobre viscoplasticidade, mostrando-se modelos mais simples e fazendo referência a modelos mais sofisticados.

2.1 EQUAÇÕES CONSTITUTIVAS E PARÂMETROS CONSTITUTIVOS

Na Mecânica dos Sólidos, dado um sólido submetido a tensões e/ou deformações de origem externa e/ou interna, como resposta surgem deformações e/ou tensões ao longo do sólido. A relação entre tais tensões e deformações pode ser descrita através das leis constitutivas, modeladas por meio de equações constitutivas. Segundo Truesdell e Noll (2004), algumas equações constitutivas são fenomenológicas, isto é, derivadas de experimentos, outras são derivadas dos primeiros princípios. Uma equação aproximada comum constitutiva é freqüentemente expressa como uma proporcionalidade simples, usando um parâmetro considerado como uma propriedade do material. No entanto, equações constitutivas mais elaboradas são muitas vezes necessárias para dar conta de propriedades tensoriais, a taxa de resposta de materiais e seus comportamentos não lineares.

Há equações constitutivas distintas para grandes deformações e pequenas deformações. As mais conhecidas e empregadas são as equações da Teoria da Elasticidade, expressa pela Lei

Capítulo 2 – Revisão Bibliográfica

de Hooke. Em misturas asfálticas, tais equações são empregadas em maioria, modelando-se os pavimentos em função do módulo de resiliência ou em função de seu comportamento viscoelástico, através do uso do Princípio da Correspondência Elasto-viscoelastica. Para grandes deformações, adaptações dos modelos à Teoria da Elasticidade costumam ser feitas.

Na Teoria da Elasticidade, há duas formas de relacionar tensões e deformações em um material:

- Relação hipo-elástica: pode ser expressa genericamente segundo a equação 2.1:

$$\sigma_{ij} = H_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (2.1)$$

onde H_{ijkl} é um tensor constitutivo de quarta ordem, que transforma deformações em tensões. Dentro de H_{ijkl} , existem constantes (caso linear-elástico) inerentes ao comportamento mecânico do material, denominadas de parâmetros constitutivos;

- Relação hiper-elástica: tal relação liga tensões e deformações através de uma função potencial Ψ , conforme a equação 2.2:

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon_{ij}} \quad (2.2)$$

Nesta revisão bibliográfica, serão apenas discutidas as relações hipo-elásticas, devido a ser esta a relação mais aplicada ao comportamento de misturas asfálticas e análises de pavimentos.

A equação 2.1 representa o caso genérico de comportamento de materiais elásticos da modelagem hipo-elástica: o caso anisotrópico. Neste caso, cada parâmetro H_{ijkl} não necessariamente tem uma relação entre si, representando comportamentos diferentes do material em diferentes direções do espaço. Entretanto, obedecendo-se a certos critérios de medições experimentais e constituição dos materiais, tal modelo pode ser reduzido à situação onde o comportamento do material é igual em qualquer direção do espaço: o caso isotrópico. Neste caso, bastam apenas duas constantes para definir a relação constitutiva do material e

prever seu comportamento tensão-deformação. No caso genérico anisotrópico, são 81 constantes.

A Teoria da Elasticidade oferece uma série de pares de constantes que modelam os materiais lineares-elásticos isotrópicos. Cada par possui conceito físico distinto e são mais bem empregados em situações distintas. Em Tschoegl *et al.* (2002) existe uma revisão sobre tais parâmetros, sendo alguns trechos do trabalho citado reproduzidos a seguir.

2.1.1 Módulos de compressibilidade e de cisalhamento

Segundo Tschoegl *et al.* (2002), nas deformações infinitesimais de um material linear-elástico isotrópico, mudanças no volume e na forma do material podem ser separadas. A resposta de tal material a mudanças de volume é expressa pelo módulo de compressibilidade K , enquanto que a mudança de forma de tal material é representada pelo módulo de cisalhamento G . Os recíprocos destes módulos são a compliância de compressibilidade $B = 1/K$ e a compliância de cisalhamento $J = 1/G$. Estes dois módulos e compliâncias são reconhecidos como as constantes elásticas fundamentais de um material linear-elástico isotrópico no campo das pequenas deformações. A relação tensão-deformação hipo-elástica em função destes parâmetros constitutivos é expressa pela equação 2.3:

$$\sigma_{ij} = K \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2G \left(\varepsilon_{ij} - \frac{\varepsilon_{kk} \delta_{ij}}{3} \right) \quad (2.3)$$

onde δ_{ij} é o termo do delta de Kronecker na posição ij da matriz identidade por ele representado. Na equação 2.3 as tensões são divididas em duas parcelas. A primeira, em função do módulo de compressibilidade K , se refere às tensões provocadas pela mudança de volume no ponto em questão. A segunda, em função do módulo de cisalhamento G , se refere às tensões provocadas pela mudança de forma do ponto em questão. As deformações multiplicadas os módulos K e $2G$ nas parcelas referidas são denominadas de deformações volumétricas e deformações desviadoras, respectivamente. Desta maneira, a equação 2.3 pode ser reescrita conforme a equação 2.4:

$$\underline{\underline{\sigma}} = 3K\underline{\underline{\epsilon}} + 2G\underline{\underline{s}} \quad (2.4)$$

onde $\underline{\underline{\epsilon}}$ é o tensor de deformações volumétricas e $\underline{\underline{s}}$ é o tensor de deformações desviadoras, de forma que sua soma resulta no tensor de deformações, conforme a equação 2.5:

$$\underline{\underline{\epsilon}} = \underline{\underline{\epsilon}} + \underline{\underline{s}} \quad (2.5)$$

em que:

$$\underline{\underline{\epsilon}} = \frac{\epsilon_{11} + \epsilon_{22} + \epsilon_{33}}{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

$$\underline{\underline{s}} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2\epsilon_{11} - \epsilon_{22} - \epsilon_{33} & 3\epsilon_{12} & 3\epsilon_{13} \\ 3\epsilon_{12} & -\epsilon_{11} + 2\epsilon_{22} - \epsilon_{33} & 3\epsilon_{23} \\ 3\epsilon_{13} & 3\epsilon_{23} & -\epsilon_{11} - \epsilon_{22} + 2\epsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Embora K e G sejam parâmetros constitutivos fundamentais de um material, sua aquisição experimental não é fácil, necessitando medidas de mudança de forma e de volume no sólido. Sendo assim, existem alguns parâmetros constitutivos derivados, no qual pressupõem situações específicas fáceis de serem simuladas em laboratório e, portanto, mais fáceis de serem obtidos.

2.1.2 O módulo de Young e o coeficiente de Poisson

O módulo de Young, mais conhecido na teoria da Elasticidade como módulo de elasticidade, é definido de acordo com a equação 2.8 para materiais isotrópicos:

$$E = \frac{\sigma_{\underline{ii}}}{\varepsilon_{\underline{ii}}} \left(\sigma_{kk} = \sigma_{\underline{ii}} \text{ e } \sigma_{ij} = 0, \text{ sendo } i \neq j \right) \quad (2.8)$$

onde E é o módulo de Young e o sub-índice sublinhado representa a não aplicação do somatório da notação sub-índice de Einstein. Pelo conceito do módulo de Young, conclui-se que o mesmo pode ser obtido através de um ensaio de tração e/ou compressão uniaxial sem confinamento, facilmente executável em laboratório. Entretanto, o módulo de Young não fornece informação para que sejam calculadas tensões, deformações e deslocamentos em um meio tridimensional, pois tal módulo é uma propriedade unidimensional apenas, não fornecendo informações da propagação de tensões e/ou deformações nas outras direções. Assim, é necessário o coeficiente de Poisson (PR) juntamente com o módulo de Young para modelagem em três dimensões.

O PR é a quantificação do efeito Poisson nos materiais. Quando um cubo de um material é tracionado ou comprimido em uma direção, este tende a contrair ou expandir (ocasionalmente expandir ou contrair) nas outras duas direções perpendiculares a direção da tração ou compressão aplicada. Este é o chamado efeito Poisson, ilustrado pela Figura 2.1:

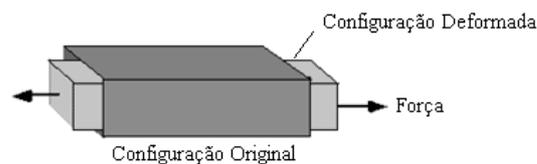


Figura 2.1: Efeito Poisson em um sólido

O PR (ν), concebido por Poisson (Poisson, 1829), é a razão, quando uma amostra é tracionada ou comprimida, da contração ou da deformação transversal (perpendicular a sollicitação) e da extensão ou deformação axial (na direção da sollicitação), vista na equação 2.9:

$$\nu = -\frac{\varepsilon_{trans}}{\varepsilon_{long}} \quad (2.9)$$

Capítulo 2 – Revisão Bibliográfica

onde $\varepsilon_{\text{trans}}$ é a deformação perpendicular a sollicitação e $\varepsilon_{\text{long}}$ é a deformação na direção da sollicitação. Como se pode observar na Figura 2.1, geralmente a deformação transversal tem sentido diferente da deformação longitudinal, ou seja, têm sinais diferentes. Por este motivo o sinal negativo está presente na equação 2.9, para tornar o PR positivo. Tal fato acontece com a maioria dos materiais, porém existem exceções, citando-se os materiais conhecidos como *auxetics*, que apresentam PR negativo, reportados pela primeira vez por Lakes (1987).

O módulo de Young e o PR podem ser expressos em função das constantes elásticas K e G. Tomando-se apenas tensões normais, é possível formular a equação constitutiva de um material linear-elástico isotrópico em função do módulo de Young e do PR, como visto na equação 2.10:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \end{bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu \\ -\nu & 1 & -\nu \\ -\nu & -\nu & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Em função da equação 2.10, pode ser estabelecida uma relação entre G e os parâmetros constitutivos mostrados na equação 2.10. Supõe-se aplicação de uma tensão de cisalhamento σ_{12} em um dado ponto do material, onde se calcula a distorção específica ε_{12} resultante [$\varepsilon_{12} = \sigma_{12}/(2G)$]. Em seguida, com os tensores de tensões e deformações resultantes, calculam-se os tensores de tensões e deformações principais, que resultam em tensões e deformações normais em um sistema de eixos inclinado a 45 graus do sistema de eixos anterior. Como o material é isotrópico, substituem-se as tensões e as deformações resultantes na equação 2.10, onde se tira a relação desejada, expressa pela equação 2.11:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (2.11)$$

Com as equações 2.10 e 2.11, é formada a equação constitutiva para materiais lineares-elásticos isotrópicos em função do módulo de Young e do PR, conforme a equação 2.12:

$$\underline{\underline{\sigma}} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \underline{\underline{\varepsilon}} \quad (2.12)$$

Igualando-se as equações 2.3 e 2.12 e isolando-se K, chega-se ao expresso na equação 2.13:

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad (2.13)$$

Com as equações 2.11 e 2.13, conclui-se que o PR em materiais elásticos assume valores de -1 a 0,5. Quando o PR é -1, a equação 2.11 resulta em módulo de cisalhamento infinito, correspondendo à situação que material somente sofre variação de volume. Quando o PR assume o valor de 0,5, a equação 2.13 resulta em módulo de compressibilidade infinito, correspondendo a situação que material somente sofre variação de forma (material incompressível). Valores de PR fora dos limites mencionados representam propriedades constitutivas fisicamente incoerentes. Das equações 2.11 e 2.13, são obtidos E e PR em função de K e G, conforme as equações 2.14 e 2.15:

$$E = \frac{9GK}{3K + G} \quad (2.14)$$

$$\nu = \frac{3K - 2G}{6K + 2G} \quad (2.15)$$

Capítulo 2 – Revisão Bibliográfica

Da mesma maneira como K e G, o módulo de Young E possui o seu equivalente inverso, chamado de compliância unidimensional D, cuja relação com E é $D = 1/E$. Tal compliância é relacionada com as compliâncias de cisalhamento e de compressibilidade conforme a equação 2.16:

$$D = \frac{J}{3} + \frac{B}{9} \quad (2.16)$$

2.1.3 Outras constantes elásticas derivadas

Há constantes para materiais lineares-elásticos isotrópicos úteis em situações específicas conforme a necessidade e conveniência. Tschoegl *et al.* (2002) descrevem algumas constantes:

- O módulo de compressibilidade longitudinal (M): refere-se à variação de volume em uma direção apenas, segundo a equação 2.17. Aplicável às situações de propagação de ondas e/ou se o material é comprimido de forma a impedir qualquer deformação lateral. Pode ser expresso em função de K, G, E e ν como mostrado nas equações 2.18 e 2.19;

$$M = \frac{\sigma_{ii}}{\varepsilon_{ii}} (\varepsilon_{kk} = \varepsilon_{ii} \text{ e } \sigma_{ij} = 0, \text{ sendo } i \neq j) \quad (2.17)$$

$$M = K + \frac{4G}{3} \quad (2.18)$$

$$M = E \left[\frac{1 - \nu}{(1 - 2\nu)(1 + \nu)} \right] \quad (2.19)$$

Capítulo 2 – Revisão Bibliográfica

- O módulo de tração biaxial (H): refere-se a variação de volume do material na situação de estado plano de tensões. Módulo aplicável para materiais incompressíveis ($K \gg G$), onde uma extensão biaxial é equivalente a uma compressão uniaxial. O conceito de H é visto na equação 2.20 e sua relação com K, G, E e ν é vista nas equações 2.21 e 2.22;

$$H = \frac{\sigma_{11}}{\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22}} \quad (\sigma_{11} = \sigma_{22}, \sigma_{33} = 0 \text{ e } \sigma_{ij} = 0, \text{ sendo } i \neq j) \quad (2.20)$$

$$H = \frac{18GK}{3K + 4G} \quad (2.21)$$

$$H = \frac{E}{1 - \nu} \quad (2.22)$$

- As compliâncias C_{ijkl} : Usadas para representar a proporcionalidade direta entre deformações e tensões. No caso isotrópico, duas compliâncias são utilizadas para caracterizar um material, denotadas por C_{11} e C_{12} . A relação constitutiva em função de C_{11} e C_{12} é vista na equação 2.23. A compliância de cisalhamento J, presente na equação 2.23 é expressa em função de C_{11} e C_{12} , como visto na equação 2.24:

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J \end{bmatrix} \underline{\underline{\sigma}} \quad (2.23)$$

$$J = 2(C_{11} - C_{12}) \quad (2.24)$$

A relação das compliâncias C_{11} e C_{12} com K, G, E e ν é expressa pelas equações 2.25 e 2.26:

$$C_{11} = D = \frac{J}{3} + \frac{B}{9} = \frac{1}{E} = \frac{1}{3G} + \frac{1}{9K} \quad (2.25)$$

$$C_{12} = \frac{B}{9} - \frac{J}{6} = -\frac{\nu}{E} = \frac{1}{9K} - \frac{1}{3G} \quad (2.26)$$

2.2 A TEORIA DA VISCOELASTICIDADE

No item anterior foram vistos os principais parâmetros constitutivos e equações constitutivas empregadas para a modelagem de materiais lineares-elásticos, homogêneos e isotrópicos. Entretanto, as misturas asfálticas estão longe deste tipo de comportamento. Observa-se nas misturas asfálticas uma relação tensão-deformação dependente do tempo: a viscoelasticidade.

Segundo Vinson e Hilton (2006), um material viscoelástico é definido como um material que não armazena totalmente a energia externa fornecida em forma de energia potencial interna (caso dos materiais elásticos), nem dissipa toda a energia fornecida (caso dos fluídos viscosos). Um material viscoelástico é um patamar intermediário entre um sólido elástico e um fluído viscoso, armazenando parcialmente a energia externa fornecida ou dissipando parcialmente a mesma, fazendo tais materiais terem um comportamento intermediário entre um sólido e um fluído.

Misturas asfálticas apresentam inegavelmente comportamento viscoelástico linear quando submetidas a cargas suficientemente pequenas e a um número pequeno de repetições de carga. Esse comportamento, em trabalhos nacionais, é evidenciado nas publicações de Falcão e Soares (2002), Soares e Souza (2003), Momm (2001), Theisen (2006) além de vários artigos internacionais., podendo ser citados pesquisadores como Kim, Massad, Al-Qadi e Buttlar.

Para um grande número de aplicações de carga, o fenômeno da fadiga ganha importância. Os parâmetros constitutivos para modelos de fadiga em misturas asfálticas considerando a teoria do dano em meios contínuos, citando-se o modelo de Schapery (1990), têm forte correlação

Capítulo 2 – Revisão Bibliográfica

com características viscoelásticas do material no regime de pequenas deformações (Lee *et al.*, 2003). A temperatura é uma variável também bastante influente em materiais viscoelásticos, afetando sensivelmente a magnitude dos parâmetros constitutivos e influenciando fortemente no comportamento das estruturas dos pavimentos, o que é constatado em Zhong e Geng (2009).

Em um caso geral de avaliação do comportamento tensão-deformação de misturas asfálticas, além das parcelas viscoelásticas, muitas são as parcelas de deformação a considerar em uma modelagem realística. Segundo Oeser e Möller (2004), um modelo genérico do comportamento tensão-deformação de asfaltos englobaria as parcelas de deformação mostradas na equação 2.27:

$$\underline{\dot{\epsilon}}(t, \underline{\sigma}, T) = \underline{\dot{\epsilon}}_{el}(t, \underline{\sigma}, T) + \underline{\dot{\epsilon}}_{ve}(t, \underline{\sigma}, T) + \underline{\dot{\epsilon}}_{vp}(t, \underline{\sigma}, T) + \underline{\dot{\epsilon}}_{th}(t, T) + \underline{\dot{\epsilon}}_{tr}(t, \underline{\sigma}, T) \quad (2.27)$$

onde, além do instante de tempo considerado t:

$\underline{\underline{\sigma}}$ = tensor de tensões, representando o estado de tensões do ponto considerado;

T = temperatura;

$\underline{\dot{\epsilon}}(t, \underline{\underline{\sigma}}, T)$ = taxa de deformação total;

$\underline{\dot{\epsilon}}_{el}(t, \underline{\underline{\sigma}}, T)$ = taxa de deformação elástica;

$\underline{\dot{\epsilon}}_{ve}(t, \underline{\underline{\sigma}}, T)$ = taxa de deformação viscoelástica;

$\underline{\dot{\epsilon}}_{vp}(t, \underline{\underline{\sigma}}, T)$ = taxa de deformação viscoplástica;

$\underline{\dot{\epsilon}}_{th}(t, T)$ = taxa de deformação térmica;

$\underline{\dot{\epsilon}}_{tr}(t, \underline{\underline{\sigma}}, T)$ = taxa de deformação terciária, devido a efeitos de dano e *healing*.

A modelagem da parcela elástica é feita com bases na Teoria da Elasticidade. Há vasta literatura sobre o assunto, portanto serão descritas as formas mais conhecidas de modelagem das outras parcelas de deformação da equação 2.27, nos regimes de pequenas e grandes deformações.

2.2.1 Comportamento Viscoelástico linear

Talvez o primeiro pesquisador que observou o comportamento viscoelástico linear em misturas asfálticas foi Papazian (1962), realizando ensaios aplicando tensões senoidais a corpos-de-prova, medindo as deformações resultantes, concluindo que os conceitos de viscoelasticidade linear poderiam ser aplicados no desenvolvimento e no estudo dos pavimentos asfálticos. O ensaio de Papazian é hoje conhecido como ensaio de Módulo Dinâmico, de onde se extraem propriedades viscoelásticas das misturas asfálticas, como o Módulo Dinâmico $|E^*|$ e o Ângulo de Fase φ .

Segundo Di Benedetto *et al.* (2001), há níveis de deformações e de número de ciclos limites para que se garanta às misturas asfálticas um comportamento viscoelástico linear. Os autores mostram estes limites em um diagrama, que é visto na Figura 2.2, notando-se que o comportamento viscoelástico linear é garantido se o número de aplicações de carga for menor que 1000 aplicações e as deformações não ultrapassarem a ordem de 10^{-4} unidades de deformação.

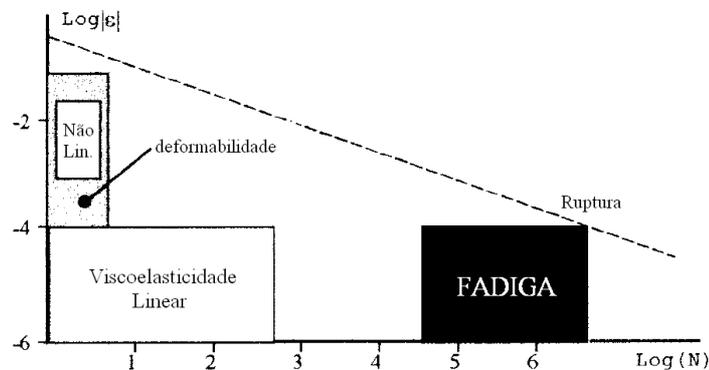


Figura 2.2: Diagrama de limites de comportamento das misturas asfálticas (adaptado de Di Benedetto *et al.*, 2001)

Garantida a viscoelasticidade linear, as misturas asfálticas apresentarão três comportamentos típicos que provam seu comportamento viscoelástico:

- Fluência (ou *creep*): Deformação lenta e progressiva do material quando submetido a uma tensão constante (Lakes, 1998). Resultados típicos de ensaios de fluência são deformações crescentes ao longo do tempo com declividade decrescente. Uma assíntota pode ou não ser notada quando a tensão é aplicada por longo tempo, dependendo se o material tende a se comportar como um sólido ou um fluido (Christensen, 1971). A forma típica do fenômeno de fluência é vista na Figura 2.3:

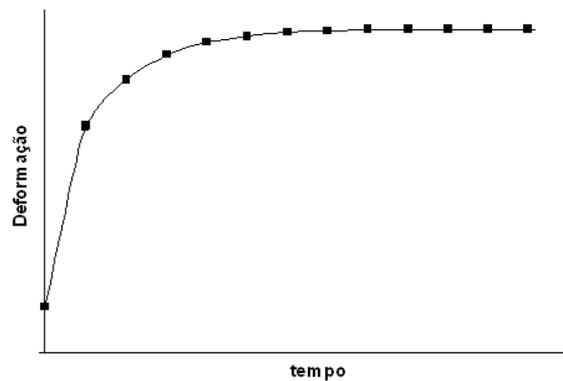


Figura 2.3: Comportamento de fluência típico de materiais viscoelásticos

- b) Relaxação: Decréscimo gradual da tensão quando o material é mantido sob deformação constante (Lakes, 1998). A forma típica da curva de relaxação está na Figura 2.4:

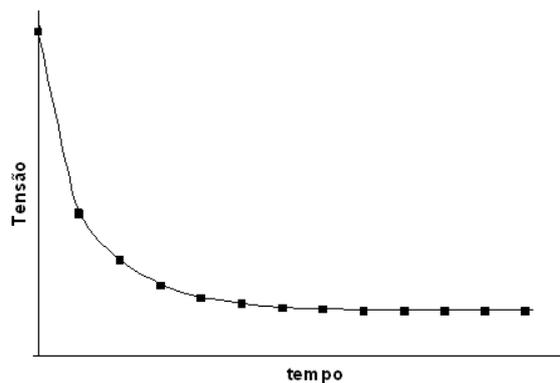


Figura 2.4: Comportamento de relaxação típico de materiais viscoelásticos

- c) Defasagem de pico devido a cargas harmônicas: Quando um material viscoelástico linear é submetido a uma carga harmônica (senoidal), a resposta do material também será senoidal, porém com pico de deformação defasado com relação ao pico de tensão de um certo tempo Δt , que dividido pelo período T da carga harmônica e multiplicado por 360° resulta no Ângulo de Fase δ . O Ângulo de Fase reflete o grau de viscoelasticidade do material: este é nulo para materiais puramente elásticos; e igual a 90° para materiais puramente viscosos. A Figura 2.5 mostra um resultado típico de aplicação de carga harmônica em misturas asfálticas:

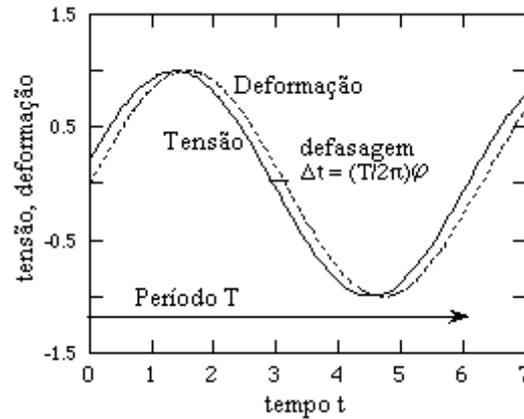


Figura 2.5: Comportamento típico de materiais viscoelásticos sob carga harmônica

Com a hipótese da validade do princípio da sobreposição dos efeitos para materiais no regime linear (Boltzmann, 1876), as equações constitutivas unidimensionais para materiais viscoelásticos lineares são deduzidas, resultando nas integrais vistas nas equações 2.28 e 2.29:

$$\varepsilon(t) = \int_{t'_0}^t D(t, t') \frac{\partial \sigma(t')}{\partial t'} dt' \quad (2.28)$$

$$\sigma(t) = \int_{t'_0}^t E(t, t') \frac{\partial \varepsilon(t')}{\partial t'} dt' \quad (2.29)$$

onde:

$\varepsilon(t)$ = deformação em função do tempo;

$\sigma(t)$ = tensão em função do tempo;

t'_0 = instante inicial de aplicação de carga;

t' = variável de integração, representa o instante de início de aplicação de carga;

$D(t, t')$ = curva de fluência ou *creep compliance*. Se esta não depende de t' , pode ser modelada como uma função $D(t-t')$;

$E(t, t')$: curva de relaxação ou *relaxation modulus*. Se esta não depende de t' , pode ser modelada como uma função $E(t-t')$.

Para um caso genérico tridimensional anisotrópico, são válidas as equações 2.30 e 2.31:

$$\varepsilon_{ij}(x, t) = \int_{t'_0}^t D_{ijkl}(x, t, t') \frac{\partial \sigma_{kl}(x, t')}{\partial t'} dt' \quad (2.30)$$

$$\sigma_{ij}(x, t) = \int_{t'_0}^t E_{ijkl}(x, t, t') \frac{\partial \varepsilon_{kl}(x, t')}{\partial t'} dt' \quad (2.31)$$

Para propriedades independentes de t' (desprezando-se efeitos de envelhecimento e da temperatura), o tipo de ajuste mais empregado é o ajuste em séries de Prony, que são somatórios de séries exponenciais derivadas dos modelos mecânicos generalizados de Kelvin (Voigt) e/ou Maxwell considerando-se sollicitação unitária. Estas séries são vistas nas equações 2.32 e 2.33:

$$D(t - t') = D_0 + \sum_{i=1}^n D_i \left(1 - e^{-\frac{t-t'}{\tau_i}}\right) \quad (2.32)$$

$$E(t - t') = E_\infty + \sum_{j=1}^m E_j e^{-\frac{t-t'}{\rho_j}} \quad (2.33)$$

onde:

E_∞ = módulo de relaxação para $t=\infty$;

E_i = rigidez elástica de cada parcela viscoelástica do módulo de relaxação;

ρ_i = tempo de relaxação de cada parcela do módulo de relaxação;

D_0 = compliância inicial ou vítrea;

D_i = compliância de cada parcela viscoelástica da curva de fluência;

τ_i = tempo de retardação de cada parcela da curva de fluência;

n = número de parcelas viscoelásticas consideradas na curva de fluência;

m = número de parcelas viscoelásticas consideradas no módulo de relaxação;

As constantes vistas nas equações 2.32 e 2.33 são determinadas por métodos numéricos como o Método da Colocação e o Método dos Resíduos Sucessivos (citados por Huang, 1993), cujo método da colocação foi implementado por De Sousa *et al.* (2008) no programa ViscoTool®.

Alternativamente, é possível determinar parâmetros constitutivos viscoelásticos lineares baseando-se na propriedade dos materiais viscoelásticos quando submetidos a cargas senoidais, que são o módulo dinâmico e o ângulo de fase, como mencionado na referência ao trabalho de Papazian (1962). O módulo dinâmico é oriundo do chamado módulo complexo, brevemente definido como um número complexo, representando o módulo de Young de um material viscoelástico no domínio frequência ω . A equação 2.34 expressa o módulo complexo em função da frequência:

$$E^*(\omega) = E'(\omega) + iE''(\omega) \quad (2.34)$$

onde E^* é o Módulo Complexo do material e i a unidade imaginária pura. Os módulos E' e E'' são denominados de Módulo de Armazenamento (*Storage Modulus*) e Módulo de Perda (*Loss Modulus*), respectivamente. O módulo E' se refere à parte elástica, onde a energia dissipada não é perdida devido à definição de comportamento elástico (resiliência igual a 100%: toda energia entregue é armazenada e devolvida em forma de deformação). Ao contrário, o módulo E'' , que se refere ao comportamento viscoso, no qual toda a energia fornecida é perdida ou dissipada, devido às deformações serem 100% permanentes (resiliência nula). Todavia, as parcelas E' e E'' não podem ser medidas diretamente em um experimento. O que é medido diretamente é o módulo dinâmico do material $|E^*|$, calculado conforme mostrado na equação 2.35:

$$|E^*(\omega)| = \frac{\sigma_0(\omega)}{\varepsilon_0(\omega)} \quad (2.35)$$

Capítulo 2 – Revisão Bibliográfica

onde σ_0 representa a amplitude do pulso de tensão senoidal aplicado e ε_0 representa a amplitude do pulso de deformação medido. Também é medido experimentalmente o ângulo de fase φ em função da diferença de tempos de pico dos pulsos de tensão e deformação. Este parâmetro é uma medida do grau de viscoelasticidade do material, ou em outras palavras, $\tan(\varphi)$ pode ser definida como uma relação de atrito interno ou amortecimento mecânico (Lakes, 1998). Se o material é puramente elástico ($\varphi=0^\circ$), não há dissipação de energia; se o material é puramente viscoso ($\varphi=90^\circ$), não existe armazenagem de energia. Com base nestes conceitos, as parcelas E' e E'' são calculadas conforme mostram as equações 2.36 e 2.37, respectivamente:

$$E'(\omega) = |E^*(\omega)| \cos[\varphi(\omega)] \quad (2.36)$$

$$E''(\omega) = |E^*(\omega)| \sen[\varphi(\omega)] \quad (2.37)$$

Nas equações 2.36 e 2.37, o conceito de módulo dinâmico é visto: trata-se do valor absoluto do módulo complexo, representado no plano cartesiano como mostrado na Figura 2.6. Qualquer módulo visto em 2.1 pode ser expresso da mesma forma que o módulo complexo é mostrado. Em resumo, todos os parâmetros constitutivos e equações constitutivas mostradas para os materiais viscoelásticos no regime linear são dependentes do tempo ou da frequência, modelando os fenômenos de fluência, relaxação e de comportamento sob cargas senoidais.

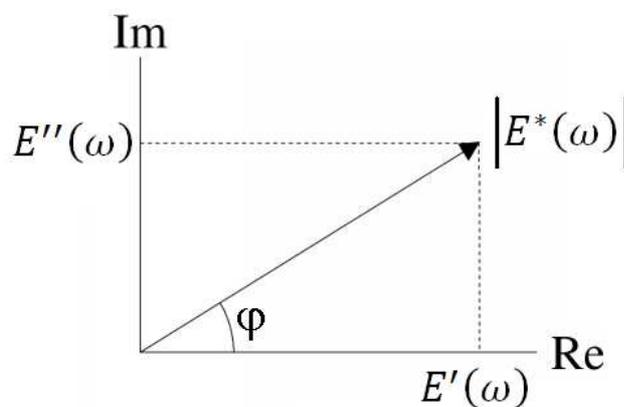


Figura 2.6: Representação do módulo complexo no plano cartesiano

2.2.2 O Princípio da correspondência elasto-viscoelástica

As relações constitutivas básicas dos materiais viscoelásticos lineares estão expressas nas equações 2.28 e 2.29, que notavelmente diferem da relação constitutiva básica dos materiais lineares-elásticos. Entretanto, as equações de equilíbrio e as equações de compatibilidade entre deformações e deslocamentos não se alteram na solução de um problema de contorno cujo material é viscoelástico. Sendo assim, a solução de um problema de contorno cujo material é viscoelástico linear pode ser obtida a partir da solução do mesmo problema para materiais lineares-elásticos, através do uso do Princípio da Correspondência Elasto-viscoelástica (PCEV). De acordo com o PCEV, se a solução elástica de uma análise é conhecida, é possível obter a solução viscoelástica em função da solução elástica através da simples substituição, no domínio complexo, dos parâmetros constitutivos elásticos pelos parâmetros viscoelásticos na solução, isto porque tanto a relação elástica quanto viscoelástica no domínio complexo são lineares. Após isto, volta-se ao domínio tempo para obtenção da solução viscoelástica do problema.

A transformação da solução elástica do problema para o domínio complexo implica uso de transformadas integrais. As mais conhecidas são a transformada de Laplace e a transformada de Fourier. O presente texto dará ênfase à transformada de Fourier. A equação 2.38 expressa uma transformada de Fourier em uma função genérica $f(t)$:

$$\bar{f}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t} f(t) dt \quad (2.38)$$

onde $\bar{f}(\omega)$ é a função $f(t)$ no domínio frequência. Geralmente as funções dependentes do tempo contidas na solução elástica dos problemas possuem domínio $t > 0$, assim fazendo a transformada de Fourier fornecer o mesmo resultado da transformada de Laplace. Para exemplificar, aplica-se a transformada de Fourier na relação tensão–deformação básica elástica linear considerando-se deformações dependentes do tempo, como mostrado na equação 2.39:

$$\sigma^e(x, t) = E^e(x)\varepsilon^e(x, t) \quad (2.39)$$

onde x representa a dependência com o espaço e o super índice “e” denota solução no regime linear-elástico. Aplicando-se a transformada de Fourier na equação 2.39, obtêm-se a equação 2.40:

$$\bar{\sigma}^e(x, \omega) = E^e(x)\bar{\varepsilon}^e(x, \omega) \quad (2.40)$$

A equação 2.40 representa a relação tensão-deformação linear-elástica básica no domínio freqüência. O próximo passo é substituir o módulo $E^e(x)$ pelo equivalente viscoelástico no domínio freqüência. Para tal, segue-se o procedimento mostrado na Tabela 2.1:

Tabela 2.1: Parâmetros constitutivos viscoelásticos no domínio freqüência

Propriedade constitutiva	Valor no domínio freqüência
Módulo de compressibilidade	$i\omega\bar{\bar{K}}(x, \omega)$
Módulo de cisalhamento	$i\omega\bar{\bar{G}}(x, \omega)$
Módulo de Young	$i\omega\bar{\bar{E}}(x, \omega)$
Curva de fluência	$i\omega\bar{\bar{D}}(x, \omega)$
Compliância de cisalhamento	$i\omega\bar{\bar{J}}(x, \omega)$
Compliância de compressibilidade	$i\omega\bar{\bar{B}}(x, \omega)$

Substituindo-se o módulo de Young da Tabela 2.1 na equação 2.40, obtêm-se a equação 2.41:

$$\bar{\sigma}(x, \omega) = i\omega\bar{\bar{E}}(x, \omega)\bar{\varepsilon}(x, \omega) \quad (2.41)$$

A equação 2.41 representa a relação constitutiva tensão-deformação básica viscoelástica linear no domínio freqüência. Para obter tal relação no domínio tempo, deve-se aplicar a transformada inversa de Fourier à equação 2.41, obtendo-se a equação 2.42, idêntica à equação 2.29, obtida através do princípio da sobreposição de Boltzmann:

$$\sigma(x, t) = \int_{-\infty}^t E(x, t - t') \frac{\partial \varepsilon(x, t')}{\partial t'} dt' \quad (2.42)$$

Exemplificando-se uma aplicação do PCEV, mostra-se a dedução feita por Zhang *et al.* (1997). Os autores, para obter a solução viscoelástica linear de deslocamentos em amostras cilíndricas sob compressão diametral, aplicaram o PCEV nas soluções de Hondros (1959), cujas soluções para deslocamentos horizontais e verticais são vistas nas equações 2.43 e 2.44, respectivamente:

$$\Delta U_{2m_1R}(t) = \frac{P(t)}{Eh} (I_1 - \nu I_2) \quad (2.43)$$

$$\Delta V_{2n_1R}(t) = \frac{P(t)}{Eh} (I_4 - \nu I_3) \quad (2.44)$$

onde:

$m_1; n_1$ = razão distância entre os pontos de medição do deslocamento horizontal;vertical/ diâmetro do cilindro;

$\Delta U_{2m_1R}; \Delta V_{2n_1R}$ = deslocamento horizontal-vertical entre pontos distantes $2m_1R; 2n_1R$ no diâmetro horizontal;vertical do cilindro;

$P(t)$ = carga aplicada diametralmente em função do tempo;

h = espessura do cilindro;

$E; \nu$ = módulo de Elasticidade; coeficiente de Poisson do material em questão;

I_1, I_2, I_3, I_4 = constantes dependentes de m_1, n_1 e da razão largura do friso/diâmetro.

A aplicação da transformada de Fourier (os autores utilizaram transformada de Laplace, mas o resultado neste caso é o mesmo) às equações 2.43 e 2.44 resulta nas equações 2.45 e 2.46:

$$\Delta \bar{U}_{2m_1R}(\omega) = \frac{\bar{P}(\omega)}{Eh} (I_1 - \nu I_2) \quad (2.45)$$

$$\Delta \bar{V}_{2n_1R}(\omega) = \frac{\bar{P}(\omega)}{Eh} (I_4 - \nu I_3) \quad (2.46)$$

Zhang *et al.* (1997) utilizaram como propriedades constitutivas as compliâncias J e B (J_D e J_V para os autores, respectivamente). Assim, também foi aplicado o PCEV nas equações que relacionam E e ν com J e B, vistas nas equações 2.47 e 2.48:

$$E = 9/(3J + B) \quad (2.47)$$

$$\nu = (3J - 2B)/(6J + 2B) \quad (2.48)$$

Aplicando-se a transformada de Fourier nas equações 2.47 e 2.48, substituindo-se já os parâmetros elásticos pelos viscoelásticos, são obtidas as equações 2.49 e 2.50. Cabe notar que a substituição é feita em ambos os lados da equação, inclusive para o PR:

$$\bar{E}(\omega) = \frac{9}{(i\omega)^2 [3\bar{J}(\omega) + \bar{B}(\omega)]} \quad (2.49)$$

$$\bar{\nu}(\omega) = \frac{3\bar{J}(\omega) - 2\bar{B}(\omega)}{i\omega [6\bar{J}(\omega) + 2\bar{B}(\omega)]} \quad (2.50)$$

Capítulo 2 – Revisão Bibliográfica

A substituição das equações 2.49 e 2.50 nas equações 2.45 e 2.46 gera as equações 2.51 e 2.52:

$$\Delta \bar{U}_{2m_1R}(\omega) = \frac{K_1}{h} i\omega \bar{J}(\omega) \bar{P}(\omega) + \frac{K_2}{h} i\omega \bar{B}(\omega) \bar{P}(\omega) \quad (2.51)$$

$$\Delta \bar{V}_{2n_1R}(\omega) = \frac{K_3}{h} i\omega \bar{J}(\omega) \bar{P}(\omega) + \frac{K_4}{h} i\omega \bar{B}(\omega) \bar{P}(\omega) \quad (2.52)$$

onde K_1 , K_2 , K_3 e K_4 são constantes em função de I_1 , I_2 , I_3 e I_4 resultantes de manipulação algébrica da substituição anterior. Aplicando-se a transformada inversa de Fourier nas equações 2.51 e 2.52, obtêm-se as soluções desejadas expressas pelas equações 2.53 e 2.54:

$$\Delta U_{2m_1R}(t) = \frac{K_1}{h} \int_0^t J(t-t') \frac{\partial P(t')}{\partial t'} dt' + \frac{K_2}{h} \int_0^t B(t-t') \frac{\partial P(t')}{\partial t'} dt' \quad (2.53)$$

$$\Delta V_{2n_1R}(t) = \frac{K_3}{h} \int_0^t J(t-t') \frac{\partial P(t')}{\partial t'} dt' + \frac{K_4}{h} \int_0^t B(t-t') \frac{\partial P(t')}{\partial t'} dt' \quad (2.54)$$

Outra aplicação do PCEV é a dedução de relações entre propriedades constitutivas viscoelásticas. Para um material homogêneo, isotrópico e não dependente de t' , é possível relacionar $E(t-t')$ e $D(t-t')$ utilizando-se das relações tensão-deformação básicas da elasticidade. Aplicando-se a transformada de Fourier nestas relações, são obtidas as equações 2.55 e 2.56:

$$\bar{\bar{\epsilon}}^e(\omega) = D \bar{\bar{\sigma}}^e(\omega) \quad (2.55)$$

$$\bar{\sigma}^e(\omega) = E \bar{\varepsilon}^e(\omega) \quad (2.56)$$

Efetuada a substituição dos parâmetros constitutivos, são obtidas as equações 2.57 e 2.58:

$$\bar{\varepsilon}(\omega) = i\omega \bar{D}(\omega) \bar{\sigma}(\omega) \quad (2.57)$$

$$\bar{\sigma}(\omega) = i\omega \bar{E}(\omega) \bar{\varepsilon}(\omega) \quad (2.58)$$

Substituindo-se a equação 2.58 na equação 2.57, é obtida a equação 2.59:

$$\bar{\varepsilon}(\omega) = i\omega \bar{D}(\omega) [i\omega \bar{E}(\omega) \bar{\varepsilon}(\omega)] \therefore \bar{D}(\omega) \bar{E}(\omega) = 1/(i\omega)^2 \quad (2.59)$$

Aplicando-se transformada inversa de Fourier na equação 2.59, é obtida a relação entre as propriedades constitutivas em questão, como mostra a equação 2.60:

$$\int_0^t D(t-t') E(t') dt' = t \quad (2.60)$$

Embora o PCEV seja prático na solução de problemas de viscoelasticidade linear, o seu uso tem limitações. Ao observar as soluções obtidas neste sub-item do PCEV, é notado que todas as soluções são em função de integrais como a representada pela equação 2.61:

$$\int_0^t F_1(x, t - t')F_2(x, t') dt' \quad (2.61)$$

onde F_1 e F_2 representam funções dependentes do tempo como módulos, compliâncias, tensões e/ou deformações. Na equação 2.61 a primeira função do integrando é dependente de $t-t'$, enquanto que a segunda é dependente somente de t' . Isso caracteriza uma integral de convolução ou hereditária. Este tipo de integral, quando nela aplicam-se transformadas integrais, resulta o produto das funções F_1 e F_2 no domínio da transformada aplicada, tal como são as relações constitutivas linear-elástica e viscoelástica no domínio transformado.

Fisicamente, o fato de uma solução viscoelástica ser uma integral hereditária representa assumir que os parâmetros constitutivos não variam ao longo de t' . Tal fato não acontece quando efeitos de temperatura e de envelhecimento são considerados. No caso da temperatura, Vinson e Hilton (2006) afirmam que para temperatura transiente, a relação constitutiva viscoelástica não possui mais integrais hereditárias, impossibilitando a aplicação do PCEV. A aplicação de transformadas integrais nas soluções com temperatura dependente do tempo não teria como resultado uma função semelhante à solução elástica, descaracterizando assim a correspondência e a substituição dos parâmetros constitutivos. Para superar tal dificuldade, foram desenvolvidos modelos dependentes da temperatura cuja aplicabilidade do PCEV é possível, como será visto na seqüência.

2.2.3 Comportamento viscoelástico linear dependente da temperatura

Grande parte dos materiais viscoelásticos pode ser considerada como termo-suscetível, ou seja, suas propriedades constitutivas são dependentes da temperatura. Existem dois tipos de efeitos causados pela temperatura em materiais viscoelásticos: os reversíveis e os irreversíveis (Souza, 2005). No caso dos efeitos reversíveis, os materiais viscoelásticos podem ser classificados em duas categorias: termorreologicamente simples e termorreologicamente complexos. A diferença entre as categorias citadas é que no caso do material termorreologicamente simples a resposta do mesmo pode ser prevista a partir das respostas

em condições isotérmicas medidas a várias temperaturas. Neste sub-item, o foco será dado aos materiais termorreologicamente simples.

Quanto à implicação da temperatura no modelo constitutivo viscoelástico, é possível imaginar duas situações: solitação para uma temperatura não dependente do tempo e solitação para uma temperatura transiente. Na primeira situação, não existe significativa mudança no modelo constitutivo. Existem apenas tensões e/ou deformações adicionais no modelo constitutivo viscoelástico linear devido à mudança de temperatura, conforme mostrado por Vinson e Hilton (2006) pelas equações 2.62 e 2.63:

$$\varepsilon_{ij}(x, t, T) = \int_{t'_0}^t D_{ijkl}[x, t - t', \Delta T(x)] \frac{\partial \sigma_{kl}(x, t')}{\partial t'} dt' + \alpha_{ij}(x) \Delta T(x) \quad (2.62)$$

$$\sigma_{ij}(x, t, T) = \int_{t'_0}^t E_{ijkl}[x, t - t', \Delta T(x)] \frac{\partial \varepsilon_{kl}(x, t')}{\partial t'} dt' - E_{ijkl}[x, t, \Delta T(x)] \alpha_{kl}(x) \Delta T(x) \quad (2.63)$$

onde T é a temperatura, ΔT é a variação de temperatura com relação a uma temperatura de referência e α é o tensor de dilatação térmica do material, considerando um caso anisotrópico genérico. Pelas equações 2.62 e 2.63, Vinson e Hilton (2006) lembram que materiais viscoelásticos podem sofrer efeitos de fluência e/ou relaxação somente por deformações térmicas. Também nota-se que são mantidas as integrais hereditárias, possibilitando a aplicação do PCEV. Para temperatura transiente, a relação constitutiva é vista nas equações 2.64 e 2.65:

$$\varepsilon_{ij}(x, t, T) = \int_{t'_0}^t D_{ijkl}[x, t, t', \Delta T(x, t')] \frac{\partial \sigma_{kl}(x, t')}{\partial t'} dt' + \alpha_{ij}(x) \Delta T(x, t) \quad (2.64)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}(x, t, T) = & \int_{t'_0}^t E_{ijkl}[x, t, t', \Delta T(x, t')] \frac{\partial \varepsilon_{kl}(x, t')}{\partial t'} dt' \\ & - \int_{t'_0}^t E_{ijkl}[x, t, t', \Delta T(x, t')] \alpha_{kl}(x) \frac{\partial \Delta T(x, t')}{\partial t'} dt' \end{aligned} \quad (2.65)$$

Nas equações 2.64 e 2.65 nota-se que a relação de integral hereditária some devido ao fato da propriedade constitutiva variar com t' . Assim, dentro do domínio do tempo real t , somente é possível resolver um problema de viscoelasticidade com temperatura transiente numericamente.

Williams *et al.* (1955) desenvolveram um modelo de comportamento termorreologicamente simples que resolve o problema recém descrito. Embora possua base fundamentalmente fenomenológica (fundamentada em observações de experimentos), o modelo tem se ajustado razoavelmente bem ao comportamento de materiais viscoelásticos estudados na atualidade. O modelo substitui as variáveis t e t' pelas variáveis tempo reduzido, denotadas por ξ e ξ' , de modo a estabelecer uma nova relação constitutiva em função de ξ e ξ' , porém semelhante a relação constitutiva não dependente da temperatura, isto é, possuindo integrais de convolução. Assim, supondo comportamento termorreológico simples para o material, as equações constitutivas em função de ξ e ξ' para uma temperatura transiente são as equações 2.66 e 2.67:

$$\varepsilon_{ij}(x, t, T) = \int_{\xi'_0}^{\xi} D_{ijkl}(x, \xi - \xi') \frac{\partial \sigma(x, \xi')}{\partial \xi'} d\xi' + \alpha_{ij}(x) \Delta T(x, t) \quad (2.66)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}(x, t, T) = & \int_{\xi'_0}^{\xi} E_{ijkl}(x, \xi - \xi') \frac{\partial \varepsilon_{kl}(x, \xi')}{\partial \xi'} d\xi' \\ & - \int_{\xi'_0}^{\xi} E_{ijkl}(x, \xi - \xi') \alpha_{kl}(x) \frac{\partial \Delta T(x, \xi')}{\partial \xi'} d\xi' \end{aligned} \quad (2.67)$$

A influência da temperatura está nos tempos reduzidos, como mostram as equações 2.68 e 2.69, onde t'' é a variável de integração que representa o instante de aplicação de T no tempo:

$$\xi(x, t) = \int_{t'_0}^t \frac{dt''}{a_T[T(x, t'')]} \quad (2.68)$$

$$\xi'(x, t') = \int_{t'_0}^{t'} \frac{dt''}{a_T[T(x, t'')]} \quad (2.69)$$

onde a função a_T é a função de translação horizontal ou fator de mudança de temperatura. Existem várias representações matemáticas para a função a_T . As mais utilizadas são duas: a equação de Arrhenius, para temperaturas menores que a temperatura de transição vítrea T_g (temperatura no qual um sólido torna-se frágil quando submetido ao esfriamento); e a equação de Williams-Landel-Ferry, ou equação WLF (Williams *et al.*, 1955), para temperaturas maiores que T_g . As equações de Arrhenius e WLF são expressas pelas equações 2.70 e 2.71 respectivamente:

$$\log(a_T) = \frac{\Delta F}{2,303R_G} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_R} \right) \quad (2.70)$$

$$\log(a_T) = \frac{c_1(T - T_R)}{c_2 + T - T_R} \quad (2.71)$$

onde:

ΔF = energia de ativação constante (por mol);

R_G = constante universal dos gases [1,987 cal/(mol.K)];

T = temperatura (na equação 2.70 deve ser em K);

T_R = temperatura de referência, no qual $a_T = 1$ (na equação 2.70 deve ser em K);

c_1, c_2 = constantes determinadas por regressão.

A determinação experimental de a_T para várias temperaturas é feita através do uso do Princípio da Superposição Tempo-Temperatura (PSTT). O PSTT prega que curvas de fluência e de relaxação obtidas em condições isotérmicas a uma temperatura qualquer são transladadas horizontalmente no plano $\log(t) \times \log[D(t)]$ ou $\log(t) \times \log[E(t)]$, de forma que estas se unam e formem uma única curva, a curva mestra, para uma temperatura de referência T_R . A distância transladada no eixo $\log(t)$ é computada como $\log(a_T)$, como visto na Figura 2.7:

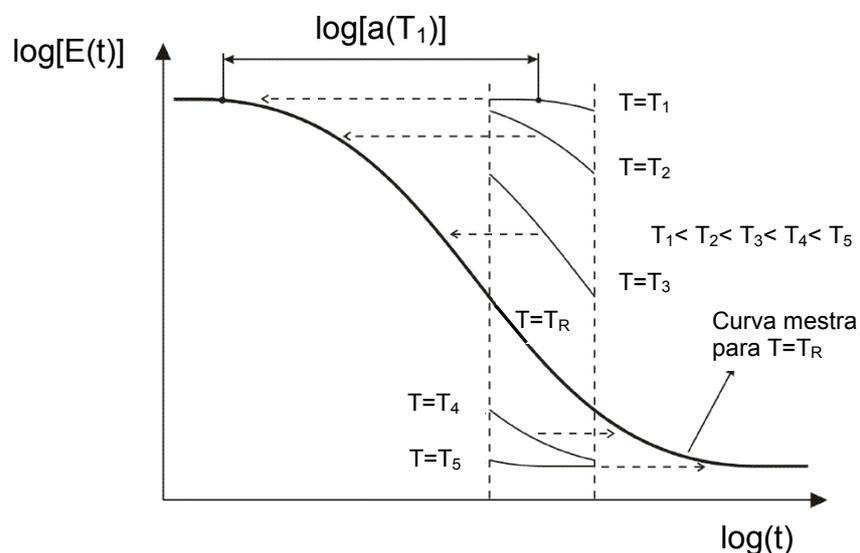


Figura 2.7: Translado de curvas de relaxação para obtenção de curva mestra (Souza, 2005)

O procedimento mostrado na Figura 2.7 faz transparecer duas características assumidas no comportamento de materiais termorreologicamente simples:

Capítulo 2 – Revisão Bibliográfica

- O parâmetro constitutivo medido possui a mesma forma no plano log-log para qualquer temperatura, resultando em curvas paralelas no plano log-log;
- O valor do parâmetro constitutivo para tempo igual a 0 e tempo igual a infinito é o mesmo para qualquer temperatura. O que mudará para as diferentes temperaturas é o tempo necessário para sair do módulo inicial e para chegar ao módulo final.

Com as hipóteses acima descritas, o comportamento de, por exemplo, uma curva de relaxação de um material termorreologicamente simples para diferentes temperaturas é visto na Figura 2.8:

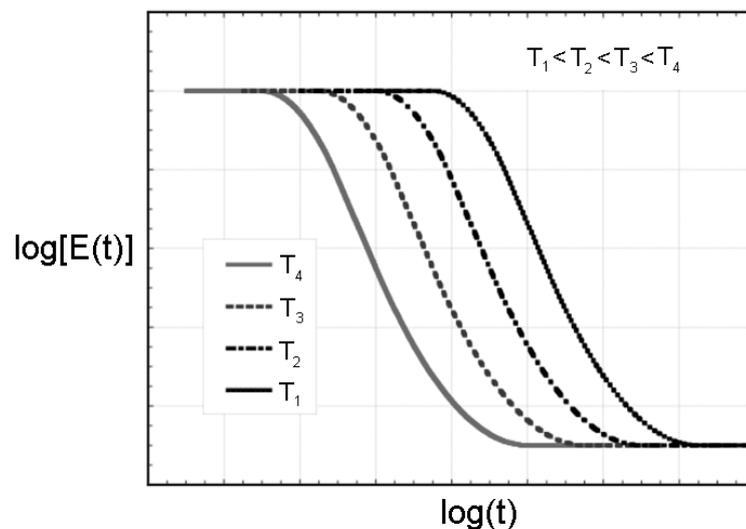


Figura 2.8: Curvas de relaxação a várias temperaturas de material termorreologicamente simples

Na Figura 2.8 nota-se que para maiores temperaturas (T_4), o valor da curva de relação rapidamente cai em função do tempo, enquanto que para temperaturas menores (T_1), é necessário um tempo maior para o fenômeno de relaxação ser observado, portanto sendo somente visto comportamento elástico até este tempo. Assim é explicado o comportamento elástico de materiais viscoelásticos a baixas temperaturas para cargas de curta duração: o tempo de carga é menor do que o tempo necessário para observar alguma relaxação no material.

Por outro lado, o modelo de Williams *et al.* (1955) traz desvantagens na solução do problema do valor de contorno. Segundo Vinson e Hilton (2006), existe uma alteração nas equações de equilíbrio: os coeficientes do sistema de equações diferenciais parciais, que em função de t

eram constantes, em função de ξ passam a ser variáveis, como mostram as equações 2.72 e 2.73 para os casos em função de t e ξ , respectivamente:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}(x, t)}{\partial x_j} = \rho(x) \frac{\partial^2 u_i(x, t)}{\partial t^2} \quad (2.72)$$

$$\frac{\partial \xi(x, t)}{\partial x_j} \left[\frac{\partial \sigma_{ij}(x, \xi)}{\partial \xi} \right] = \rho(x) \frac{\partial^2 u_i(x, t)}{\partial t^2} \quad (2.73)$$

A alteração na equação 2.72 que resulta na equação 2.73 se faz necessária devido ao fato de que sendo as tensões função de ξ , deve-se aplicar a regra da cadeia no sistema de equações diferenciais parciais devido ao fato de ξ ser função do espaço, como mostrado na equação 2.68. Sendo assim, é possível aplicar o PCEV quando ξ é considerado, mas paga-se com maior tempo computacional para resolução do problema do valor de contorno, exigindo métodos de solução mais sofisticados do que os tradicionalmente empregados na viscoelasticidade isotérmica.

2.2.4 Comportamento viscoelástico não linear

Quando são extrapolados limites relativos à pequena magnitude de tensões e/ou deformações e número de aplicações de ciclos de carga, os modelos vistos até então perdem validade. Tais modelos não consideram fenômenos que ocorrem em grandes deformações ou grande número de aplicações de carga. Alguns destes fenômenos são citados abaixo:

- Fluência não-linear (*nonlinear creep*) ou *creep* secundário: deformação lenta do material quando submetido a carga constante de nível intermediário de tensões. Inicialmente, o comportamento é semelhante a fluência linear, mas não é observada uma estabilização da deformação ao longo do tempo, crescendo em taxas baixas, mas infinitamente;
- Ruptura por fluência ou *creep* terciário: deformação por fluência que provoca ruptura do material mesmo a tensões inferiores, mas próximas, as tensões limites do material. Observa-se comportamento de fluência inicialmente, mas logo as deformações instabilizam, em altas taxas, provocando a ruptura do material (efeito Rusch);

- Fadiga: processo de degradação do material quando este é submetido a sucessivos carregamentos, mesmo estes estando longe das tensões limites do material. Existe a perda de rigidez do material em função de imperfeições pré-existentes, como trincas e fissuras em escala microscópica, que vai crescendo ao longo dos ciclos de carga.

Os fenômenos de fluência descritos acima são vistos na Figura 2.9. Na seqüência, serão mostrados alguns modelos de comportamento não-linear para materiais viscoelásticos.

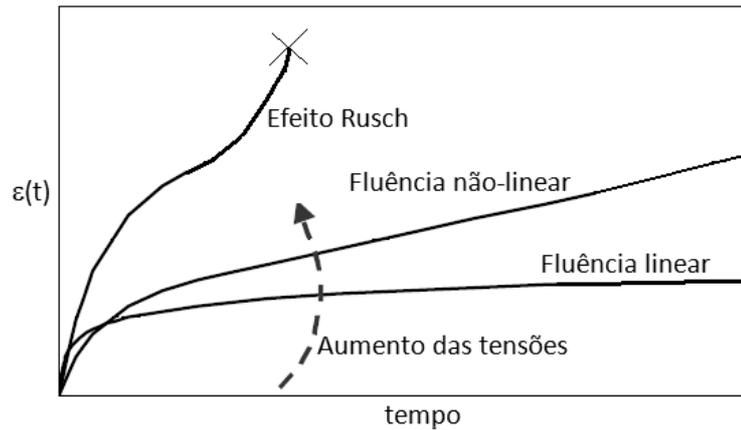


Figura 2.9: Fluência linear, fluência não-linear e efeito Rusch em materiais viscoelásticos

2.2.4.1 Modelos para fluência não-linear

Há modelos de fluência não-linear que dependem do nível relativo de tensões (comparando-se à tensão última), do nível de deformações ou de ambos. Para materiais lineares-elásticos, modela-se a perda de rigidez através de uma função como mostrada pela equação 2.74:

$$\hat{X}(\underline{\varepsilon}, \underline{\sigma}, x) = X(x) \left[1 - D_N(\underline{\varepsilon}, \underline{\sigma}, x) \right] \quad (2.74)$$

onde X é um módulo qualquer do material, D_N é um parâmetro de dano dependente das tensões e das deformações e \hat{X} é o módulo em função do dano no material. Os modelos mais simples têm como base o nível de deformações do material. Um exemplo clássico é a representação do dano que ocorre em um ensaio uniaxial, cujo módulo de Young, propriedade constitutiva importante neste ensaio, pode ser modelado conforme mostrado na equação 2.75:

$$\hat{E}(\varepsilon) = E[1 - \beta\varepsilon] \quad (2.75)$$

onde β é um parâmetro do material. Da equação 2.75 pode ser deduzida uma curva de fluência que considera o comportamento não-linear de dano. Tomando-se um elemento Kelvin, supõe-se que o dano aconteça no elemento elástico, como mostrado na Figura 2.10:

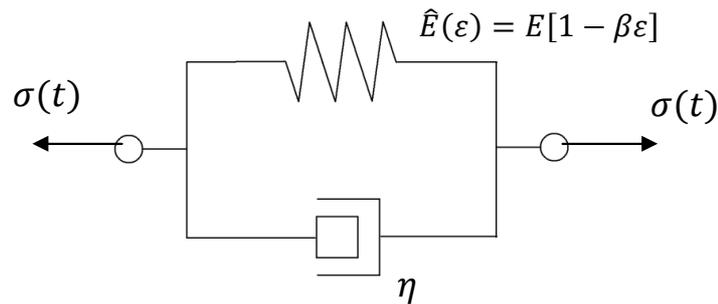


Figura 2.10: Elemento Kelvin considerando dano na parcela elástica

A equação que rege o elemento Kelvin mostrado na Figura 2.10 é vista na equação 2.76:

$$\sigma(t) = E\varepsilon(t) - E\beta[\varepsilon(t)]^2 + \eta \frac{d\varepsilon(t)}{dt} \quad (2.76)$$

Observando-se a equação 2.76, é notado que a parte relativa ao dano em função do parâmetro β é proporcional ao quadrado da deformação. Em pequenas deformações, tal parcela é insignificante frente às outras parcelas da equação, podendo ser desprezada, mostrando que o dano torna-se significativo quando as deformações atingem um patamar razoável. A equação 2.76 é uma equação diferencial de primeira ordem denominada de equação de Ricatti pelo seu formato. Existe solução analítica para este tipo de equação diferencial. Assim, resolvendo-se a equação diferencial em 2.76, supondo a aplicação de uma tensão constante σ_0 , é obtida a solução mostrada pela equações 2.77 a 2.79:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_{int}(E, \beta, \sigma_0) + \left\{ \Theta(E, \beta, \sigma_0) e^{\frac{E[1-2\varepsilon_{int}(E, \beta, \sigma_0)\beta]t}{\eta}} + \frac{\beta}{1 - 2\varepsilon_{int}(E, \beta, \sigma_0)\beta} \right\}^{-1} \quad (2.77)$$

$$\varepsilon_{int}(E, \beta, \sigma_0) = \frac{E - \sqrt{E^2 - 4\beta E \sigma_0}}{2E\beta} \quad (2.78)$$

$$\Theta(E, \beta, \sigma_0) = -1/\varepsilon_{int}(E, \beta, \sigma_0) - \beta/[1 - 2\varepsilon_{int}(E, \beta, \sigma_0)\beta] \quad (2.79)$$

Fazendo-se o somatório de n elementos Kelvin como o considerado na equação 2.77 considerando-se uma parcela elástica pra ($n=0$), com cada parcela i possuindo os parâmetros E_i , β_i e η_i , é obtida a curva de fluência não-linear generalizada como mostrado na equação 2.80:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_{int_0} + \sum_{i=1}^n \varepsilon_{int_i} + \left\{ \Theta_i e^{\frac{E_i[1-2\varepsilon_{int_i}\beta_i]t}{\eta_i}} + \frac{\beta_i}{1 - 2\varepsilon_{int_i}\beta_i} \right\}^{-1} \quad (2.80)$$

Fazendo-se os β_i tenderem a 0, σ_0 tender a 1 e fazendo $1/E_i = D_i$ na equação 2.77, retorna-se a equação 2.32, o modelo para fluência linear. Para o elemento Kelvin mostrado na figura 2.10 é possível deduzir a equação diferencial para uma função qualquer $\sigma(t)$ e uma função de dano qualquer $D[\sigma(t), \varepsilon(t)]$. O resultado é expresso na equação diferencial expressa pela equação 2.81:

$$\frac{d\varepsilon(t)}{dt} = \frac{E}{\eta} \{D[\varepsilon(t), \sigma(t)] - 1\} \varepsilon(t) + \frac{\sigma(t)}{\eta} \quad (2.81)$$

Capítulo 2 – Revisão Bibliográfica

Determinada a função $D[\sigma(t), \varepsilon(t)]$ por algum modelo pré-existente ou via experimentos, a equação 2.81 pode ser resolvida com qualquer método numérico de solução de equações diferenciais ordinárias, citando-se o método de Runge-Kutta de quarta ordem.

As curvas de fluência das equações 2.77 e 2.80 refletem uma propriedade constitutiva que varia durante t' em função do nível de tensões, impedindo a aplicação do PCEV. O problema ocorre mesmo em condições isotérmicas. O princípio da superposição tempo-temperatura-tensão (PSTTT) é uma ferramenta que elimina o problema das integrais de convolução, tanto para mudanças na propriedade constitutiva devido à temperatura e nível de tensões. Jazouli *et al.* (2005) aplicaram o PSTTT baseado na teoria do volume livre. Segundo eles, volume livre é o espaço vazio disponível para movimentos segmentais em polímeros (objeto de estudo de Jazouli *et al.*). Uma mudança no volume livre influencia a mobilidade do material, tendo impacto direto nas propriedades mecânicas transientes. De acordo com a teoria, a viscosidade do material (ou a parcela viscosa) pode ser relacionada com a fração de volume livre segundo a equação 2.82:

$$\eta = A_{\eta} e^{B_{\eta} \left(\frac{1}{f_V} - 1 \right)} \quad (2.82)$$

onde A_{η} e B_{η} são constantes, η é a viscosidade e f_V é a fração de volume livre. Suposta uma relação linear entre f_V e a temperatura e nível de tensões (assumido em Jazouli *et al.*, 2005), como visto na equação 2.83, além da hipótese de que a viscosidade pode ser modelada segundo a equação 2.84, é obtido um fator de transição temperatura-tensão como visto na equação 2.85:

$$f_V = f_{V0} + \alpha_T (T - T_R) + \alpha_{\sigma} (\sigma - \sigma_R) \quad (2.83)$$

$$\eta(T, \sigma) = \eta(T_R, \sigma_R) a_{T\sigma} \quad (2.84)$$

$$\log(a_{T\sigma}) = -C_1 \left[\frac{C_3(T - T_R) + C_2(\sigma - \sigma_R)}{C_2C_3 + C_3(T - T_R) + C_2(\sigma - \sigma_R)} \right] \quad (2.85)$$

onde f_{V0} é o volume livre no estado de referência, α_T é o coeficiente de expansão termal do volume livre, α_σ é o coeficiente de expansão do volume livre pelo aumento das tensões, C_1 , C_2 e C_3 são constantes, T_R é a temperatura de referência e σ_R é a tensão de referência. A temperatura T_R e a tensão σ_R definem o estado de referência. Se a tensão σ se igualar a tensão de referência σ_R , a equação 2.85 se reduz a equação 2.71, o fator de transição de temperatura WLF. Como no PSTT, os tempos de retardação e de relaxação tornam-se função do tempo reduzido ξ , expresso na equação 2.86:

$$\xi(x, t) = \int_{t'_0}^t \frac{dt''}{a_{T\sigma}[T(x, t''), \sigma(x, t'')] } \quad (2.86)$$

O uso do PSTTT torna-se prático por permitir o emprego do PCEV e por ser de aplicação semelhante ao modelo explicado em 2.2.3, largamente empregado. Entretanto, da maneira que Jazouli *et al.* (2005) aplicaram o PSTTT, como apenas é suposto que a parcela viscosa sofre alteração, não se modelou razoavelmente a perda de rigidez do material em tensões altas, mas somente a alteração dos tempos de retardação no material, que embora mudem a forma da curva de fluência para modelar os fenômenos mostrados na Figura 2.10, não mudam a rigidez final e a rigidez inicial do material, restringindo seu uso para uma pequena gama de tensões. Segundo Long (2001), resultados experimentais indicam que a translação vertical das curvas é apropriada para incorporar a dependência das tensões nas curvas de fluência do concreto asfáltico. Tal translação é possível mudando-se os valores dos módulos E_i (ou D_i) da curva de fluência.

No trabalho de Long (2001), citado no parágrafo anterior, foram obtidos modelos para os fatores de transição vertical e horizontal de curva no estado de referência como função da variação da temperatura no estado de referência e do nível de deformações desviadoras, supondo-se um material isotrópico. No trabalho, foi obtido o módulos de cisalhamento não linear do material através dos modelos. O módulo de compressibilidade, dentro do intervalo

Capítulo 2 – Revisão Bibliográfica

de deformações aplicado, pode ser razoavelmente modelado segundo a teoria da viscoelasticidade linear. Assim, a tensão desvio foi modelada conforme mostrado pelas equações 2.87 a 2.91:

$$S_{ij}(t) = \int_{t'_0}^t \left\{ 2G_\infty + \sum_{i=1}^n 2G_i \exp \left[\frac{\xi(t, a_H) - \xi'(t', a_H)}{\rho_i} \right] \right\} \frac{\partial}{\partial t'} \left[\frac{e_{ij}(t')}{a_V} \right] dt' \quad (2.87)$$

$$\xi(t, a_H) = \int_{t'_0}^t \frac{dt''}{a_H[\chi(t''), T(t'')]} \therefore \xi'(t', a_H) = \int_{t'_0}^{t'} \frac{dt''}{a_H[\chi(t''), T(t'')]} \quad (2.88)$$

$$\begin{aligned} \log(a_H) = & C_{H1} + C_{H2}(T - T_R) + C_{H3} \log \left[\frac{10^{-6} + \chi(t)}{10^{-6} + \|\underline{e}_R\|} \right] \\ & + C_{H4}(T - T_R) \log \left[\frac{10^{-6} + \chi(t)}{10^{-6} + \|\underline{e}_R\|} \right] \end{aligned} \quad (2.89)$$

$$\log(a_V) = C_{V1} + C_{V2} \log \left[\frac{10^{-6} + \chi(t)}{10^{-6} + \|\underline{e}_R\|} \right] + C_{V3}(T - T_R) \log \left[\frac{10^{-6} + \chi(t)}{10^{-6} + \|\underline{e}_R\|} \right] \quad (2.90)$$

$$\chi(t) = \max_{t'_0, t} \left[\|\underline{e}(t)\| \right] \quad (2.91)$$

Nas equações 2.87 a 2.91:

Capítulo 2 – Revisão Bibliográfica

$S_{ij}(t)$ = componente da linha i e da coluna j da matriz de tensões desviadoras;

G_i ($i = \infty, 1, 2, \dots, n$) = módulos de cisalhamento de cada unidade viscoelástica do modelo;

ρ_i ($i = 1, 2, \dots, n$) = tempos de relaxação de cada unidade viscoelástica do modelo;

ξ e ξ' = tempo reduzido e tempo reduzido de integração, respectivamente;

a_H e a_V = fatores de translação horizontal e vertical do módulo de cisalhamento;

$e_{ij}(t)$ = componente da linha i e da coluna j da matriz de deformações desviadoras;

T e T_R = temperatura e temperatura no estado de referência, respectivamente;

$\| \underline{e}_R \|$ = norma da matriz de deformações desviadoras no estado de referência;

$\chi(t)$ = máxima norma da matriz de deformações desviadoras calculada entre t'_0 e t ;

C_{Hi} e C_{Vj} ($i = 1, 2, 3, 4$ e $j = 1, 2, 3$) = constantes intrínsecas do material.

Ao usar o modelo, Long (2001) afirma que incluir o fator de translação vertical faz com que o módulo de cisalhamento seja dependente do nível de deformações. Quando o material é danificado devido ao carregamento, as propriedades do material não retornam ao estado original devido ao pico de deformações ocorrido no material determinar suas propriedades. Ainda segundo Long, tal fato é razoável devido a um pavimento que sofreu carregamento pesado não deformar da mesma maneira como novo, não carregado ou carregado com pequenas cargas.

Além dos modelos já discutidos, a literatura apresenta uma série de modelos de natureza fenomenológica. São modelos adaptados para uma série de materiais viscoelásticos, onde os mais freqüentes são polímeros e concreto. Outros modelos possuem um fundamento teórico e matemático mais aprofundado. Dois destes modelos são brevemente discutidos. No primeiro modelo, de Panneerselvam e Panoskaltsis (2002), os autores propuseram o que eles denominaram de uma extensão do “modelo modificado de Kuhn de viscoelasticidade linear”. Neste trabalho, uma função de fluência não-linear é introduzida e equivalentemente uma

Capítulo 2 – Revisão Bibliográfica

evolução não-linear para suas variáveis internas. A função de fluência foi assim apropriadamente modificada para obtenção da curva de ruptura do concreto.

O modelo primordialmente proposto descreve a curva de fluência $D(t)$ segundo a equação 2.92:

$$D(t) = A_K + B_K \int_{\frac{1}{C_K}}^{\infty} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \frac{d\tau}{\tau} \quad (2.92)$$

onde A_K , B_K e C_K são constantes e τ é o tempo de relaxação. A representação reológica do modelo (modelo discreto modificado de Kuhn) tem a função de fluência $[D_n(t)]$ vista na equação 2.93:

$$D_n(t) = A_K + B_K \ln(r) \sum_{i=0}^n 1 - e^{-\frac{C_K t}{r_i}} \quad (2.93)$$

onde r é um número que tende a 1^+ e r_i/C_K são os tempos de relaxação de cada n unidades Kelvin do modelo. Quando n tende a infinito, $D_n(t)$ (equação 2.93) tende a $D(t)$ (equação 2.92).

As equações 2.89 e 2.90 modelam o comportamento viscoelástico linear do material. Para a construção do modelo não-linear, foi introduzido um fator de razão de tensões σ/σ_{nl} , onde σ_{nl} é a tensão uniaxial no qual se observam não linearidades, considerando concretos de mesma idade. Os fatores A_K e B_K são modificados no modelo visto na equação 2.93, além do surgimento de um novo parâmetro “ n_K ” para o modelo. Com as modificações, o modelo proposto por Panneerselvam e Panoskaltzis (2002) é finalmente mostrado, expresso pela equação 2.94:

$$D_n(t) = A_K \left[1 + \sinh \left(\frac{\sigma}{\sigma_{nl}} \right) \right] + B_K \left(\frac{\sigma}{\sigma_{nl}} \right)^{n_K} \ln(r) \sum_{i=0}^n 1 - e^{-\frac{C_K t}{r_i}} \quad (2.94)$$

As deformações correspondentes para um histórico de tensões $\sigma(t)$ qualquer, considerando a curva de fluência mostrada pela equação 2.94, é expressa pela equação 2.95:

$$\begin{aligned} \varepsilon(t) = & A_K \left\{ 1 + \sinh \left[\frac{\sigma(t)}{\sigma_{nl}} \right] \right\} \sigma(t) \\ & + B_K \ln(r) \sum_{i=0}^n \int_{-\infty}^t \left[\frac{\sigma(t')}{\sigma_{nl}} \right]^{n_K} \left[1 - e^{-\frac{C_K(t-t')}{r_i}} \right] \frac{\partial \sigma(t')}{\partial t'} dt' \end{aligned} \quad (2.95)$$

No segundo modelo, de Fedorovsky (2009), é feita uma atualização da teoria não-linear de Rabotnov com a ajuda do *endochronic concept*. A teoria não-linear de Rabotnov separa a curva de fluência total em duas parcelas: uma fluência linear, que fica abaixo de uma tensão limite σ_l e uma não linear, acima da tensão limite, como mostrado nas equações 2.96 e 2.97:

$$\begin{aligned} \varepsilon(t) = & \int_{t'_0}^t D(t-t') \frac{\partial}{\partial t'} [\sigma(t') - \langle \sigma(t') - \sigma_l \rangle] dt' \\ & + \int_{t'_0}^t D_{nl}(t-t') \frac{\partial}{\partial t'} [\langle \sigma(t') - \sigma_l \rangle] dt' \end{aligned} \quad (2.96)$$

$$\langle \sigma(t') - \sigma_l \rangle = \begin{cases} 0 & \text{se } \sigma(t') - \sigma_l \leq 0 \\ \sigma(t') - \sigma_l & \text{se } \sigma(t') - \sigma_l > 0 \end{cases} \quad (2.97)$$

Capítulo 2 – Revisão Bibliográfica

onde D é a curva de fluência no regime linear, D_{nl} é a curva de fluência no regime não-linear. A parte da *endochronic theory* é aplicada a parcela não-linear da fluência. Nesta teoria, a curva de fluência é modelada segundo as equações 2.98 e 2.99:

$$D_{nl}(t - t') = D_{nl}(\zeta - \zeta') = D \left\{ \int_{t'_i}^{t'} G_\sigma[t - \rho, \sigma(\rho)] d\rho \right\} \quad (2.98)$$

$$G_\sigma[t - \rho, \sigma(\rho)] = g_\sigma[t - \rho, \sigma(\rho)] - \frac{\partial g_\sigma[t - \rho, \sigma(\rho)]}{\partial \rho} \quad (2.99)$$

Nas equações 2.98 e 2.99, ζ e ζ' são os tempos internos de integração, no qual as funções G_σ e g_σ representam funções de escala com relação aos tempos de integração t e t' . O tempo t'_i representa o tempo no qual $\sigma(t) = \sigma_i$. Na publicação, o autor também menciona uma potencialidade da teoria endocrônica: é possível considerar a influência da aceleração e da desaceleração do carregamento nas deformações não-lineares, através de um funcional multiplicador \bar{g} da escala dos tempos internos, conforme mostrado nas equações 2.100 e 2.101,

$$G_\sigma \left[t - \rho, \sigma(\rho), \frac{\partial \sigma(\rho)}{\partial \rho} \right] = \bar{g} \left[\frac{\partial \sigma(\rho)}{\partial \rho} \right] G_\sigma[t - \rho, \sigma(\rho)] \quad (2.100)$$

$$\bar{g} \left[\frac{\partial \sigma(\rho)}{\partial \rho} \right] = 1 + \int_0^\rho q_\sigma(\lambda) \frac{\partial \sigma(\lambda)}{\partial \lambda} d\lambda \quad (2.101)$$

onde q_σ é uma função dependente do sinal da variação da tensão ao longo do tempo.

2.2.4.2 Modelos para fadiga

A fadiga é um fenômeno de degradação dos materiais devido à aplicação de cargas repetidas, mesmo estas estando longe das cargas limites e de não-linearidade dos materiais. Uma das formas mais utilizadas para descrever a perda de rigidez das misturas asfálticas devido à fadiga são os modelos de dano contínuo. Segundo Teixeira *et al.* (2007), os modelos de dano contínuo representam mudanças na microescala dos materiais de uma maneira homogeneizada sem requerer uma análise de microescala. Essas mudanças (pequenas trincas, mudanças químicas, entre outros) são representadas por variáveis internas de estado, cuja evolução é determinada experimentalmente. Ainda segundo Teixeira *et al.*, os modelos de dano contínuo definem a lei de evolução das variáveis internas de estado com base na função de energia de deformação.

Uma das teorias mais aplicadas para descrever o comportamento a fadiga de misturas asfálticas é a Teoria do Potencial de Trabalho (TPT) de Schapery (1990). Schapery aplicou o método da termodinâmica dos processos irreversíveis para desenvolver uma teoria aplicável a descrever o comportamento mecânico de um meio elástico com dano crescente e outras mudanças estruturais. Assim, Schapery desenvolveu a TPT, teoria capaz de representar em função das variáveis internas de estado uma variedade de mecanismos que ocorrem durante o processo de fadiga dos materiais, incluindo o crescimento de micro e macro trincas em materiais compósitos.

A TPT aplicada a meios viscoelásticos é composta de três equações fundamentais:

- Função de densidade de energia de pseudo-deformações, expressa pela equação 2.102:

$$W_R = f(\varepsilon_{Rij}, S) \quad (2.102)$$

- Relação constitutiva, expressa pela equação 2.103:

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial W_R}{\partial \varepsilon_{Rij}} \quad (2.103)$$

➤ Lei de evolução de dano, expressa pela equação 2.104:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = -A_S \left(\frac{\partial W_R}{\partial S} \right)^{\alpha_S} \quad (2.104)$$

onde:

W_R = densidade de energia de pseudo-deformações;

ε_{Rij} = pseudo-deformação;

S = variáveis internas de estado que consideram os efeitos do dano;

A_S, α_S = constantes positivas.

As equações 2.102 a 2.104 têm como função única a modelagem da parcela de dano em um material viscoelástico. Nota-se nas equações que não existe dependência do tempo na modelagem do dano. Tal dependência é extraída do comportamento viscoelástico considerando fadiga através da pseudo-variáveis, denotadas pelo sub-índice R nas equações em questão. Esta extração é possível graças ao princípio da correspondência elasto-viscoelástica entendido (PCEVE), de autoria de Schapery (1984). O PCEVE pode ser aplicado para materiais viscoelásticos lineares e que estejam sofrendo fenômenos não-lineares. No trabalho, Schapery sugere que as equações constitutivas para um certo meio viscoelástico são idênticas às do caso elástico linear, mas tensões e deformações não são necessariamente quantidades físicas no corpo viscoelástico mais sim pseudo-variáveis (Lee e Kim, 1998).

As relações constitutivas viscoelásticas em função das pseudo-variáveis são definidas pelas equações 2.105 e 2.106:

$$\varepsilon_{Rij}(x, t) = D_{Rijkl}(x) \int_{t'_0}^t E_{ijkl}(x, t - t') \frac{\partial \varepsilon_{kl}(x, t')}{\partial t'} dt' \quad (2.105)$$

$$\sigma_{Rij}(x, t) = E_{Rijkl}(x) \int_{t'_0}^t D_{ijkl}(x, t - t') \frac{\partial \sigma_{kl}(x, t')}{\partial t'} dt' \quad (2.106)$$

onde E_R e D_R são, respectivamente, um módulo constante arbitrário de referência e uma compliância da mesma natureza. Com o emprego das equações 2.105 e 2.106, a relação constitutiva em função das pseudo-variáveis é escrita conforme as equações 2.107 e 2.108:

$$\varepsilon_{ij}(x, t) = D_{Rijkl}(x) \sigma_{Rkl}(x, t) \quad (2.107)$$

$$\sigma_{ij}(x, t) = E_{Rijkl}(x) \varepsilon_{Rkl}(x, t) \quad (2.108)$$

As equações 2.107 e 2.108 são idênticas ao do caso linear-elástico, porém não em função de tensões e deformações físicas, mas de pseudo-variáveis. Segundo Gibson *et al.* (2003), este método é vantajoso com relação a métodos que utilizem transformadas de Fourier ou Laplace, no qual podem ser difíceis de se obter uma solução analítica. Entretanto, a grande vantagem desta metodologia é que os efeitos viscoelásticos devido à dependência com tempo do comportamento do material “somem”, de forma que as curvas tensão x pseudo-deformação no regime viscoelástico linear são idênticas ao caso elástico linear. A Figura 2.11 mostra um ensaio realizado por Daniel (2001), onde o mesmo mostra um resultado de ensaio com uma dada mistura asfáltica graficado em função de deformações física e pseudo-deformações, evidenciando bem a diferença das duas abordagens.

Algumas discussões têm sido desenvolvidas de forma a avaliar o princípio da correspondência estendido de Schapery. Uma destas discussões é vista na publicação de Rajagopal e Srinivasa (2005), onde estes autores afirmam o seguinte que as equações de Schapery: (i) elas não satisfazem o balanço de *angular momentum* para grandes deformações; (ii) são válidas para gradientes de deslocamento suficientemente pequenos, não recomendando o uso das equações para os casos de grandes deformações em cisalhamento, flexão, torção; e (iii) que estudos baseados nas equações de Schapery precisam ser reexaminados à luz de sua publicação.

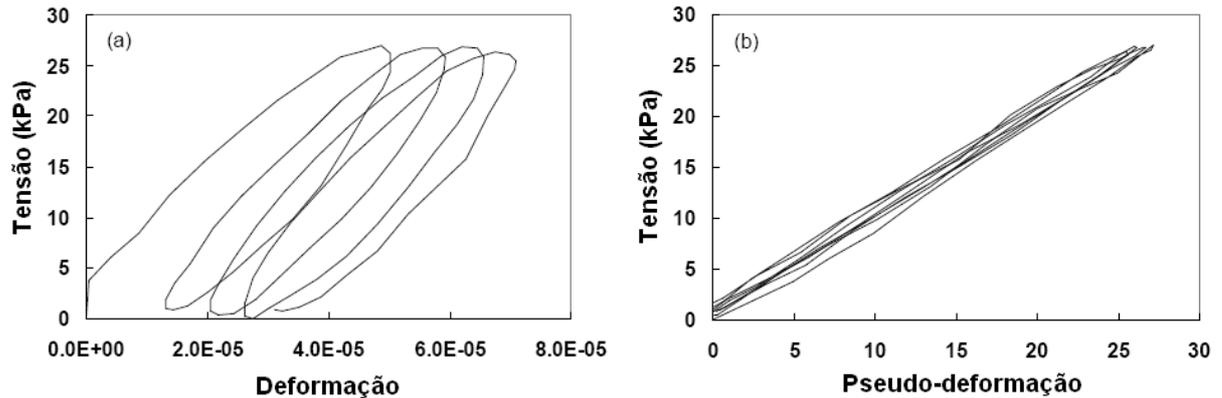


Figura 2.11: Ensaio de carregamento repetido em mistura asfáltica em função de (a) deformações físicas e (b) pseudo-deformações (adaptado de Daniel, 2001)

De volta a discussão da TPT, Schapery (1990) relata que a forma funcional de A é dependente da definição de S ou da significância física de S . Se S representa um comprimento de trinca, A é uma constante para um sistema isotérmico que não sofra processo de envelhecimento. Nestes casos, é comum adotar o valor de A como unitário. Quanto ao parâmetro α , resultados experimentais mostram que este pode ser relacionado com a inclinação m (vide Figura 2.12) da reta obtida ao se traçar a curva de fluência do material em escala logarítmica.

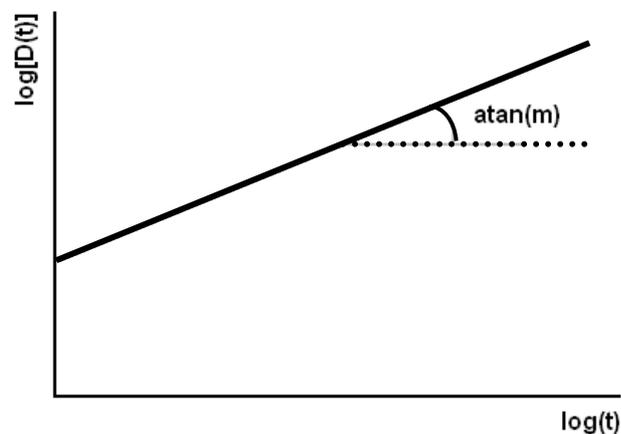


Figura 2.12: Curva de fluência traçada em escala logarítmica

Geralmente a função de densidade de energia de pseudo-deformações é expressa em função de $C(S)$, uma função que modela a perda de rigidez do material ao longo dos ciclos de carga. Nos ensaios uniaxiais, a função densidade de energia é expressa como a equação 2.109:

$$W_R = \frac{1}{2} C(S) \varepsilon_R^2 \quad (2.109)$$

Substituindo-se a equação 2.109 na equação 2.103, é obtida a relação constitutiva uniaxial para materiais viscoelásticos submetidos ao dano, expressa pela equação 2.110:

$$\sigma = C(S) \varepsilon_R \quad (2.110)$$

Resultados experimentais de diversos autores mostraram que $C(S)$ se comporta segundo a equação 2.111, evidenciando a perda de rigidez com o crescimento das variáveis internas de estado:

$$C(S) = \gamma_0 - \gamma_1 S^{\gamma_2} \quad (2.111)$$

No diagrama tensão x pseudo-deformação, a queda de rigidez de uma mistura asfáltica é vista em função da redução de S_m^R , definida como a rigidez da mistura considerando-se os picos de tensão e pseudo-deformação de um ciclo m qualquer. Esta queda de rigidez é ilustrada na Figura 2.13(a), para o caso do ensaio sob deformação controlada. No ensaio sob tensão controlada, a queda de rigidez acontece, porém no cálculo descontam-se as pseudo-deformações permanentes acumuladas ε_{pR} por ciclo, como mostra a Figura 2.13(b).

Também existem modelos de fadiga adaptados para materiais asfálticos que são baseados na lei de Paris. Entre estes modelos, cita-se como exemplo o modelo de Eltahan e Lytton (2000), que apresentaram em sua publicação uma abordagem mecanística baseada na mecânica da fratura e distribuição estatística de Gumbel para previsão de áreas trincadas em pavimentos recapeados.

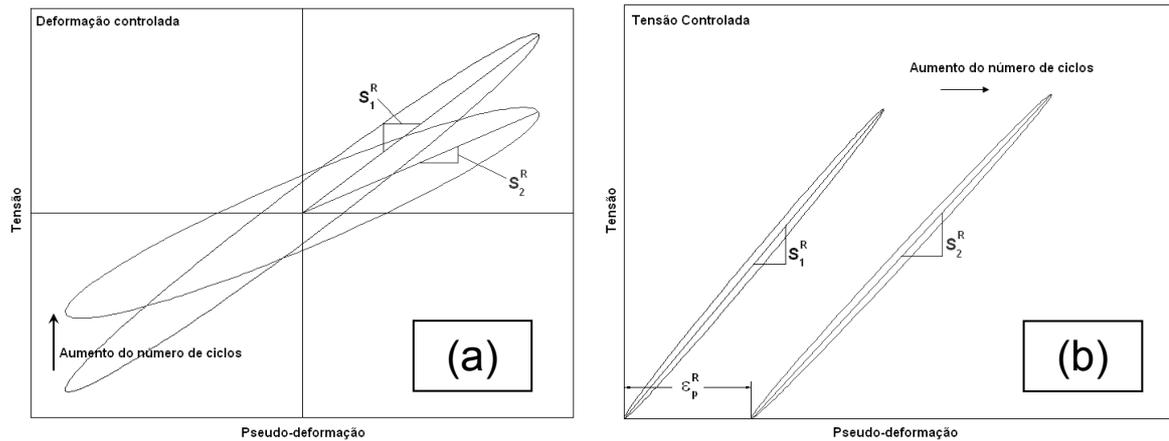


Figura 2.13: Queda de rigidez em ensaio de fadiga sob (a) deformação controlada e (b) tensão controlada

Outra variação de modelo de dano contínuo é empregada por Teixeira *et al.* (2007), incluindo um termo na relação constitutiva viscoelástica linear que representa as variáveis internas de estado que provocam dano no material. Este modelo é expresso pela equação 2.112:

$$\sigma_{ij}(x, t) = [1 - \Lambda(x, t)] \int_{t'_0}^t E_{ijkl}(x, t, t') \frac{\partial \varepsilon_{kl}(x, t')}{\partial t'} dt' \quad (2.112)$$

A função $\Lambda(t)$ é a variável interna de estado provocadora do dano. No trabalho de Teixeira *et al.* foi utilizada a função $\Lambda(t)$ proposta por Allen e Searcy (2001), vista na equação 2.113:

$$\frac{\partial \Lambda(x, t)}{\partial t} = \begin{cases} A_\Lambda [\lambda(x, t)]^{m_\Lambda} \text{ se } \frac{\partial \Lambda(x, t)}{\partial t} > 0 \text{ e } \Lambda(x, t) < 1 \\ 0 \text{ se } \frac{\partial \Lambda(x, t)}{\partial t} \leq 0 \text{ ou } \Lambda(x, t) = 1 \end{cases} \quad (2.113)$$

onde A_Λ e m_Λ são constantes inerentes ao material e $\lambda(x, t)$ é definido conforme a equação 2.114:

$$\lambda(x, t) = \sqrt{\varepsilon_{ij}(x, t)\varepsilon_{ij}(x, t)} \quad (2.114)$$

Os modelos descritos acima assumem uma condição isotérmica para o material. Entretanto, em Schapery (1978), estudos experimentais de crescimento de macrotrincas em propelentes sólidos (combustível de foguete) à várias temperaturas mostraram que o fator de transição de temperatura para o crescimento de trincas estudado é idêntico ao fator de transição de temperatura do caso viscoelástico linear sem dano. Com esta motivação, Chehab (2002) demonstrou com sucesso que o PSTT pode ser estendido ao comportamento de misturas asfálticas com micro dano e grandes deformações viscoplásticas.

Um dos procedimentos necessários para a calibração dos modelos de dano é a quantificação das variáveis internas de estado. Para tal, a literatura mostra vários parâmetros medidos experimentalmente para quantificar tal variável. Mello (2008) mostra uma evolução histórica da avaliação e do desenvolvimento deste parâmetro, no qual são vistas referências sobre o assunto.

Uma maneira prática de se obter um parâmetro de dano para o material é usar suas propriedades constitutivas ao longo dos ciclos de carregamento. Para o caso de solitação uniaxial, o parâmetro de dano pode ser adotado como mostrado pela equação 2.115:

$$D_N = 1 - E(N)/E(0) \quad (2.115)$$

onde D_N é o parâmetro de dano para um número de ciclos N , $E(N)$ é o módulo de Young medido no ciclo N e $E(0)$ o módulo de Young inicial. Quando $E(N) = E(0)$, D_N é 0, representando material intacto. Quando $E(N) = 0$, o D_N é 1, representando material totalmente degradado.

Sendo o parâmetro de dano uma função do número de ciclos de carga aplicado, é possível reescrever a TPT em função de N , como mostrado pela equação 2.116:

$$\frac{\partial D_N(N)}{\partial N} \left(\frac{\partial N}{\partial t} \right) = \frac{\partial D_N(N)}{\partial N} fr = -A_S \left[\frac{\partial W_R}{\partial D_N}(N) \right]^{\alpha_S} \quad (2.116)$$

Como visto, ambos os lados da equação 2.116 serão função de N , uma vez que W_R é determinado em função de D_N , executa-se a diferenciação e posteriormente substitui-se D_N pela função $D_N(N)$. A frequência fr resultante da aplicação da regra da cadeia é geralmente constante em experimentos, e é empregada após a solução da equação diferencial para transformar o número de ciclos em tempo de carregamento para atingir um determinado D_N (equação 2.118, onde t_N é o tempo necessário para obter certo D_N). Assim, pode-se obter a função D_N , através da equação 2.116, como mostrado pela equação 2.117:

$$D_N(N) = \int_0^N -A_S \left[\frac{\partial W_R}{\partial D_N}(N) \right]^{\alpha_S} dN \quad (2.117)$$

$$t_N(D_N) = \frac{N(D_N)}{fr} \quad (2.118)$$

A TPT de Schapery é o modelo mais empregado atualmente na descrição do comportamento a fadiga de misturas asfálticas considerando-se a mecânica do contínuo. Entretanto, trabalhos mais recentes vêm empregando a micromecânica e/ou teorias de homogeneização para a descrição da propagação de trincas em misturas asfálticas. A mecânica do contínuo assume como hipótese de cálculo a homogeneidade do material, quantas forem as fases existentes no mesmo. No caso dos modelos micromecânicos esta hipótese não é considerada. Segundo Teixeira *et al.* (2007), os modelos micromecânicos são aqueles que podem considerar a heterogeneidade dos materiais assim como a formação e propagação de trincas discretas. O crescimento e a propagação de trincas discretas podem ser modelados de acordo com a mecânica da fratura, aplicando-se leis como a lei de propagação de trincas de Paris e da Zona coesiva de Dugdale. Uma das principais vantagens dos modelos micromecânicos é que estes permitem a realização de análises para diferentes geometrias da microescala, com diferentes

Capítulo 2 – Revisão Bibliográfica

frações volumétricas, sem requerer a realização de ensaios para determinação das propriedades constitutivas globais do material.

As misturas asfálticas são modeladas constituídas de duas fases: a fase pétreia, representada pelos agregados graúdos da mistura e a fase mástique, constituída pela mistura do ligante asfáltico com a parte fina dos agregados. A Figura 2.14 mostra um exemplo de simulação de ensaio de compressão diametral considerando a separação das fases pétreia e mástique.

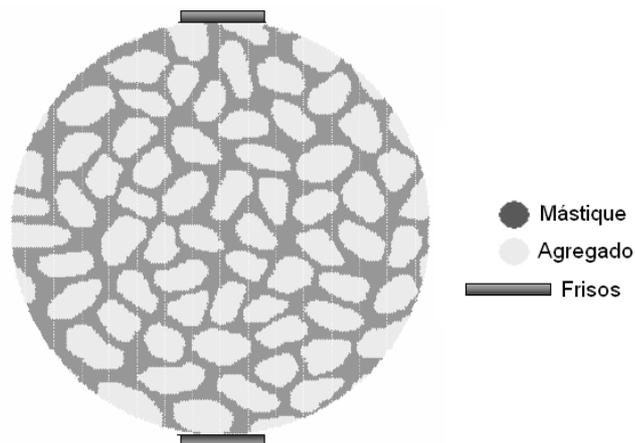


Figura 2.14: Simulação em modelo micromecânico de ensaio de compressão diametral

Entretanto, a aplicação dos modelos micromecânicos está restrita apenas à comparação de resultados previstos pelos modelos com experimentos realizados em corpos-de-prova com geometria uni ou bidimensional. Há poucos trabalhos que utilizam os resultados de laboratório para uma extensão tridimensional dos resultados. Para modelos micromecânicos, isto é realmente difícil, pois estes são computacionalmente pesados. Para se ter uma idéia, Abbas (2004), simulando por modelos micromecânicos um ensaio de Resistência à Tração por compressão diametral, que geralmente leva alguns segundos para executar em laboratório, levou 8 horas em sua simulação.

Outros modelos, geralmente os mais empregados para previsão do comportamento a fadiga de misturas asfálticas, são mais simples e tem natureza puramente fenomenológica. Um exemplo é a lei de Wohler e suas variantes, como visto nas equações 2.119 a 2.120:

$$N_f = d_1(\sigma_t)^{d_2} \quad (2.119)$$

$$N_f = d_3(\varepsilon_t)^{d_4} \quad (2.120)$$

$$N_f = d_5(\Delta\sigma)^{d_6} \quad (2.121)$$

onde N_f é o número de ciclos de carga até a ruptura por fadiga segundo um dado critério, σ_t é a tensão de tração máxima, ε_t é a deformação de extensão máxima, $\Delta\sigma$ é a diferença de tensões (maior tensão de tração subtraída da menor tensão de compressão) e d_i ($i = 1$ a 6) são constantes.

A aplicação das equações 2.119 a 2.121 é muito restrita. Além de todas as questões referentes à transição laboratório-campo, as constantes obtidas nos ensaios são válidas apenas para um tipo de material, um tipo de carregamento, para uma temperatura, para um limitado domínio de tensões e/ou deformações e para um determinado critério de ruptura a fadiga. Lee *et al.* (2003), através do uso da TPT, mostraram que as constantes d_i são dependentes de outras propriedades do material, inclusive propriedades viscoelásticas. Para a equação 2.115, os autores acharam a curva de Wohler expressa pela equação 2.122:

$$N_f = 4 \left\{ \frac{S_f^{1+\alpha_S(1-\gamma_2)}}{[1 + \alpha_S(1 - \gamma_2)] \left(\frac{\gamma_1\gamma_2}{2}\right)^{\alpha_S}} \right\} \sqrt{\frac{\alpha_S}{\pi}} fr |E^*|^{-2\alpha_S} (\varepsilon_t)^{-2\alpha_S} \quad (2.122)$$

onde S_f é a variável interna de estado medida na ruptura a fadiga, α_S é depende do parâmetro “m” da curva de fluência do material (ver figura 2.12), γ_1 e γ_2 são constantes que modelam a pseudo-rigidez do material segundo a equação $C(S) = 1 - \gamma_1(S)^{\gamma_2}$, fr é a frequência de aplicação de um carregamento tipo semi-senóide e $|E^*|$ é o módulo dinâmico. Comparando-se

as equações 2.120 e 2.122, é visto que c_3 e c_4 são expressos segundo as equações 2.123 e 2.124, respectivamente:

$$d_3 = 4 \left\{ \frac{S_f^{1+\alpha_S(1-\gamma_2)}}{[1 + \alpha_S(1 - \gamma_2)] \left(\frac{\gamma_1\gamma_2}{2}\right)^{\alpha_S}} \right\} \sqrt{\frac{\alpha_S}{\pi}} f r |E^*|^{-2\alpha_S} \quad (2.123)$$

$$d_4 = -2\alpha_S \quad (2.124)$$

2.3 MODELAGEM DE DEFORMAÇÕES PERMANENTES

Além do fenômeno de fadiga, outro fenômeno não-linear ao qual estão suscetíveis as misturas asfálticas é a deformação permanente. Com o aumento do número de repetições de carga, as misturas asfálticas assumem uma parcela de deformação que não é recuperável com o tempo, assemelhando-se a deformações plásticas. Sendo assim, pesquisadores que desenvolveram modelos para previsão de deformações permanentes em misturas asfálticas buscaram bases na teoria da plasticidade e viscoplasticidade para equacionar o problema.

O primeiro trabalho que aplicou os conceitos da teoria da plasticidade no estudo de deformações permanentes em asfaltos foi Lytton *et al.* (1993). Foi desenvolvido um modelo de deformações permanentes utilizando a teoria da plasticidade associada de Vermeer (1984). Sousa *et al.* (1993) desenvolveram um modelo viscoelástico não-linear com um parâmetro de dano para prever deformações permanentes focado na captura da dilatância devido ao cisalhamento, aumento de G efetivo em função do aumento das tensões hidrostáticas, efeito da temperatura, taxa de carregamento e acúmulo de deformações permanentes residuais no carregamento repetido.

Segundo Bahuguna *et al.* (2006), o acúmulo de deformações permanentes sob cargas repetidas em misturas asfálticas é semelhante ao acúmulo de deformações permanentes em materiais granulares, pois é observado também que as misturas asfálticas dilatam quando

submetidas a esforços de cisalhamento. Desta maneira, nos modelos plásticos e viscoplásticos de deformações permanentes em misturas asfálticas, as tensões desvio têm importância.

A maioria dos modelos para deformações permanentes é adaptada ou para carregamento monotônicos ou para carregamentos cíclicos onde se ultrapassem o limite de comportamento linear das misturas, delimitado por uma superfície de escoamento no espaço das tensões principais. Porém, estes modelos têm sido empregados com razoável sucesso na previsão de afundamentos de trilhas de rodas. Entre estes modelos, dois modelos se destacam:

- O modelo de fluência plástica com endurecimento, aplicado na literatura para previsão de deformações permanentes em simulações numéricas de estruturas de pavimentos (Fang *et al.*, 2004; Hua e White, 2002; Hua, 2000; Huang e White, 1998);
- O modelo de Schapery (1999) que considera endurecimento plástico em função do crescimento das deformações viscoplásticas;

O modelo de fluência plástica unidimensional com endurecimento (*time-hardening creep model*) para uma tensão constante é expresso pela equação 2.125:

$$\dot{\epsilon}_{vp}(t, \sigma) = A_V \sigma^{m_V} t^{n_V} \quad (2.125)$$

onde $\dot{\epsilon}_{vp}$ é a taxa de deformação viscoplástica, σ é a tensão desvio equivalente unidimensional, t é o tempo e A_V, m_V, n_V são parâmetros do material. Fang *et al.* (2004) relatam os estudos já feitos baseados em ensaios de laboratório onde os parâmetros A_V, m_V e n_V foram obtidos. Entretanto, embora os autores não questionem a validade de tais estudos, questiona-se a aplicabilidade dos resultados dos mesmos devido a estes não representarem as condições de solicitação que ocorrem *in situ*. Os autores citam o estudo de Hua (2000) e Huang e White (1998), que usaram o modelo para estudo de deformações permanentes em ensaios acelerados em pavimentos, encontrando valores de A_V, m_V e n_V para esta situação e provando que o modelo e os parâmetros encontrados podem ser utilizados em situações complexas de carregamento.

O modelo de Schapery (1999) assume que a rigidez de deformação viscoplástica é uma função crescente da deformação viscoplástica, simulando desta um endurecimento viscoplástico. Para um carregamento uniaxial constante, a equação 2.126 apresenta a forma do modelo de Schapery:

$$\dot{\varepsilon}_{vp}(t, \sigma) = \frac{g[\sigma(t)]}{A_1[\varepsilon_{vp}(t, \sigma)]^p} \quad (2.126)$$

onde $\dot{\varepsilon}_{vp}(t, \sigma)$ é a taxa da deformação viscoplástica $\varepsilon_{vp}(t, \sigma)$, $g[\sigma(t)]$ é uma função de carregamento uniaxial em função da tensão aplicada e A_1, p são constantes do material. Pode-se determinar o valor das deformações viscoplásticas fornecidas pelo modelo resolvendo-se a equação diferencial 2.126, resultando na equação 2.127:

$$\varepsilon_{vp}(t, \sigma) = \left(\frac{p+1}{A_1}\right)^{\frac{1}{p+1}} \left[\int_0^t g[\sigma(t)] dt \right]^{\frac{1}{p+1}} \quad (2.127)$$

Para o caso de carregamento uniaxial sob tensão constante, Schapery assume que a função de carregamento uniaxial assume a forma expresse pela equação 2.128, onde A_2 e q são constantes. A substituição da equação 2.128 na equação 2.127 gera a equação 2.129. No caso da tensão σ ser variável no tempo, o modelo é expresse pela equação 2.130:

$$g[\sigma(t)] = A_2 \sigma^q \quad (2.128)$$

$$\varepsilon_{vp}(t, \sigma) = \left[\frac{(p+1)A_2}{A_1} \right]^{\frac{1}{p+1}} \left(\sigma^{\frac{q}{p+1}} \right) t^{\frac{1}{p+1}} \quad (2.129)$$

$$\varepsilon_{vp}(t, \sigma) = \left[\frac{(p+1)A_2}{A_1} \right]^{\frac{1}{p+1}} \left\{ \int_0^t [\sigma(t)]^q dt \right\} \quad (2.130)$$

Capítulo 2 – Revisão Bibliográfica

Modelos como o de Schapery são práticos de serem aplicados, pois a determinação dos parâmetros é simples. Gibson *et al.* (2003) usaram ensaios de fluência e recuperação cíclicos, nas modalidades de tempo e tensão fixas. Adicionalmente, pode-se considerar a atuação das deformações viscoplásticas separadamente das viscoelásticas no regime de altas deformações, fazendo-se a deformação total a soma das duas parcelas. Entretanto, tal modelagem assume que não haja interação entre deformações viscoelásticas e viscoplásticas. Outros modelos baseados na teoria da plasticidade consideram o comportamento global do material quando este ultrapassa as tensões limites, delimitada por uma superfície de escoamento. Tais modelos são mais sofisticados e exigem um esforço computacional maior para serem resolvidos. Entretanto, podem considerar fatores que nos modelos de deformação permanente anteriormente citados não eram considerados, como a anisotropia devido a orientação dos agregados dentro da mistura, possibilitando a consideração apenas da soma da parcela elástica pura com a deformação viscoplástica, chamada também neste tipo de trabalho como deformações não-lineares ou inelásticas. Referências como Masad *et al.* (2005), Panoskaltis e Panneerselvam (2005) e Tashman *et al.* (2005) são exemplos de aplicação deste tipo de modelagem.

2.4 COMENTÁRIOS FINAIS

Ao longo deste capítulo, foram mostrados conceitos fundamentais matemáticos para que o leitor tenha uma base para o entendimento dos próximos capítulos. No capítulo seguinte, onde serão mostradas algumas aplicações do que foi visto nesse capítulo para misturas asfálticas, vão ser notadas algumas discrepâncias na obtenção dos parâmetros constitutivos para tal material. Muito desses erros tem como origem o emprego de um modelo de comportamento não realista ou o uso errôneo dos modelos ditos realistas, devido à consideração de hipóteses não realistas dentro desses modelos. Neste capítulo também está a base para os modelos que serão empregados mais a seguir com vistas a sugerir o melhores parâmetros constitutivos para as misturas asfálticas, no qual comparações serão feitas baseadas na teoria da viscoelasticidade linear e da viscoelasticidade não-linear. Portanto, exalta-se a necessidade da exposição dos conceitos básicos e do entendimento dos mesmos, bastante empregados na sequência.

3 PARÂMETROS CONSTITUTIVOS DE MISTURAS ASFÁLTICAS

No capítulo anterior, foram vistos todos os conceitos que fundamentam este capítulo. No decorrer deste terceiro capítulo, serão mostrados alguns trabalhos relevantes que expõem quais são os parâmetros constitutivos atualmente mais utilizados para a modelagem do comportamento das misturas asfálticas, tendo-se, além da idéia de como se modela o comportamento tensão-deformação de misturas asfálticas, também da ordem de grandeza de valores de tais parâmetros.

Os tópicos abordados neste capítulo estão listados a seguir:

- Abordagem linear-elástica: a mais empregada atualmente. Serão discutidos parâmetros como o módulo de resiliência, o coeficiente de Poisson e qualquer outra constante no regime linear-elástico que porventura tenha sido determinada para misturas asfálticas;
- Abordagem viscoelástica linear: discutem-se os parâmetros constitutivos determinados no regime viscoelástico linear, tanto no domínio tempo quanto no domínio frequência;
- Abordagem não-linear: discutem-se os parâmetros constitutivos determinados no regime de grandes deformações, para o comportamento a fadiga e deformações viscoplásticas.

3.1 ABORDAGEM LINEAR-ELÁSTICA

Não obstante as evidências do comportamento viscoelástico das misturas asfálticas, a abordagem linear-elástica é empregada até hoje na modelagem de misturas asfálticas. Não se levando em consideração a discussão do uso desta abordagem e os parâmetros dela extraídos que se discorre no capítulo 4, esta abordagem possui vantagens com relação à abordagem viscoelástica:

- O fato da Teoria da Elasticidade ser muito mais conhecida do que a Teoria da Viscoelasticidade, principalmente no meio técnico-profissional;
- Os parâmetros constitutivos são constantes, não uma função, portanto mais fáceis de serem comparados e entendidos;
- Simulações numéricas empregando a Teoria da Elasticidade demandam tempo computacional muito menor, pois possibilitam o uso do princípio da sobreposição de efeitos e a não necessidade do uso de cargas móveis (dinâmicas);
- Os ensaios de laboratório para determinação de parâmetros constitutivos lineares-elásticos são mais conhecidos, mais rápidos e mais baratos do que os ensaios para determinação de propriedades viscoelásticas.

Capítulo 3 – Parâmetros Constitutivos de Misturas Asfálticas

Nesta abordagem, geralmente considera-se a mistura asfáltica um material linear-elástico, homogêneo e isotrópico, pois qualquer consideração além desta dificultaria os experimentos (para cada parâmetro constitutivo buscado necessita-se uma medida independente no corpo-de-prova). Assim, duas medidas de deslocamentos obtidas em direções ortogonais numa amostra são suficientes em materiais isotrópicos.

A abordagem linear-elástica em misturas asfálticas tem vasta literatura relativa à determinação de dois parâmetros: além do coeficiente de Poisson e o módulo de resiliência, discutido em 3.1.1.

3.1.1 O módulo de resiliência

O termo “resiliência” em materiais de pavimentação foi utilizado primeiramente por Hveem (1955), que adotou este termo ao argumentar que as deformações nos pavimentos são muito maiores que as dos sólidos elásticos com que geralmente lida o engenheiro. Na verdade, resiliência significa energia armazenada num corpo deformado elasticamente, devolvida quando cessam as tensões causadoras das deformações; corresponde a energia potencial de deformação (Motta e Medina, 2005). Em resumo, o módulo de resiliência (MR) é um módulo de elasticidade obtido em condições de carregamento cíclico, ao qual são submetidos os materiais de pavimentação em campo. A teoria clássica de elasticidade é empregada para a obtenção do MR a partir dos dados experimentais ou de bacias deflectométricas levantadas em campo.

Em ensaios de laboratório, valores de pico de tensão e deformação recuperável (resiliente) são usados para calcular as constantes elásticas, ainda que o pico de tensão e de deformação (força e deslocamento) não ocorram ao mesmo tempo em um ensaio dinâmico (Barksdale *et al.*, 1997). Um exemplo ilustrativo dessa defasagem de picos é vista na Figura 3.1, comparando força aplicada e deslocamento resultante em um ensaio de compressão diametral cíclico.

A determinação do MR de misturas asfálticas pode ser feita a partir de uma série de ensaios de cargas repetidas. Segundo Brito (2006), os mais empregados são os listados abaixo:

- Ensaio de tração uniaxial;
- Ensaio de compressão uniaxial;

Capítulo 3 – Parâmetros Constitutivos de Misturas Asfálticas

- Ensaio de viga a flexão;
- Ensaio de tração por compressão diametral (tração indireta);
- Ensaio de compressão triaxial.

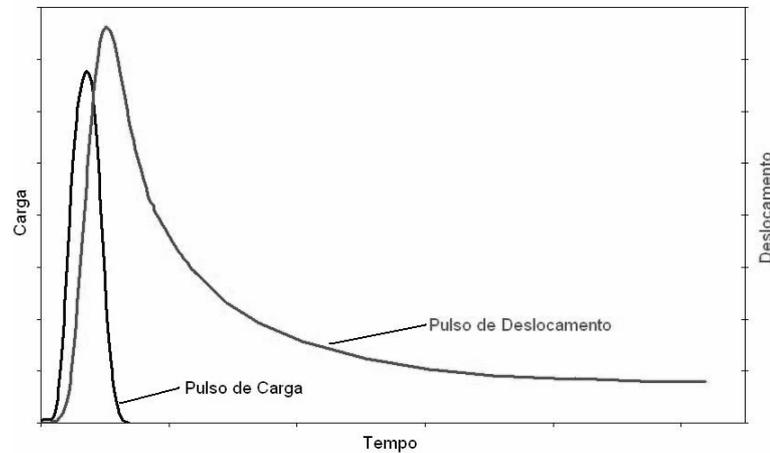


Figura 3.1: Exemplo ilustrativo de defasagem entre força e deslocamento em misturas asfálticas

Ni Brasil, a quarta alternativa de ensaio é a empregada na determinação do MR de misturas asfálticas. Brito (2006) cita vários autores que enumeram as vantagens do uso do ensaio de compressão diametral para determinação do MR. Entre estas vantagens, está a relativa facilidade de execução e a simulação do comportamento da zona de tração na base do revestimento asfáltico com o uso de uma carga de compressão. Entretanto, Kim e Wen (2002) alertam para as desvantagens deste tipo de ensaio, entre elas a limitação para a condição de tensão controlada apenas e a distribuição não-linear de tensões e deformações no corpo-de-prova.

A obtenção em laboratório consiste na moldagem de corpos-de-prova cilíndricos (4 ou 6 polegadas de diâmetro), comprimindo-os diametralmente com uma carga repetida de frequência 1 Hz, onde em cada ciclo carrega-se o corpo-de-prova durante 0,1 s e os 0,9 s restantes são descarregados, medindo-se deslocamentos com transdutores posicionados nas faces do cilindro, de modo a se obter um volume representativo adequado e ao mesmo tempo escapar de efeitos como o efeito de abaulamento e de deformações plásticas próximas a superfície de carregamento do corpo-de-prova. Detalhes precisos do ensaio podem ser obtidos em Brito (2006).

Capítulo 3 – Parâmetros Constitutivos de Misturas Asfálticas

Obtidos os dados do ensaio, o MR é obtido em função de soluções lineares-elásticas deduzidas para o caso de compressão diametral, como a de Hondros (1959), relacionando o deslocamento resiliente Δ com o MR. Tais modelos assumem hipóteses simplificadoras na sua concepção, que devem ser entendidas antes de sua aplicação. Theisen (2006) discute a implicação dos procedimentos do ensaio de compressão diametral nas considerações do modelo adotado. Ensaio e modelo devem representar, na medida do possível, a mesma situação, para que haja minimização de erros e distorções nos resultados obtidos.

O deslocamento Δ é obtido do pulso de deslocamentos, onde há procedimentos de norma existentes que descrevem como extraí-lo (vistos em Brito, 2006). Dois são aqui descritos:

- O método da ASTM D4123 (1995), que obtém Δ pela diferença de ordenadas entre o pico do pulso de deslocamento e o ponto da intersecção de duas retas ajustadas a partir do pulso (Figura 3.2). A reta 1 é traçada ligando-se os pontos do pulso de deslocamento de abscissas t_a e t_b . A reta 2 é obtida pelo ajuste de pontos entre t_c e t_d ;
- O método da NCHRP 1-28A (2004). São obtidos dois módulos: o módulo instantâneo (MI), relativo à parte elástica; e o módulo total (MT), que agrega a parcela de deslocamento recuperável ao longo do tempo. O MI é obtido a partir de uma parcela de deslocamento denominada de δ , cujo procedimento de obtenção se baseia em ajuste de hipérboles em determinadas porções do pulso de deslocamentos e intersecções de retas a partir destes ajustes (Figura 3.3). O MT é obtido pela diferença do deslocamento de pico do pulso e a média dos deslocamentos entre 85 e 95% do período de descanso.

Existe vasta literatura sobre obtenção do MR para os mais variados tipos de misturas asfálticas. Em geral, o valor do MR depende do teor de ligante, natureza do ligante, do volume de vazios na mistura, da granulometria de projeto da mistura, da natureza do material pétreo empregado, da temperatura de ensaio, energia de compactação da mistura, entre outros fatores. Entretanto, o MR depende, além dos fatores citados anteriormente, relativos à natureza dos materiais componentes e fatores ambientais, dos seguintes fatores:

- Forma do pulso de carga;
- Duração e frequência do pulso de carga e período de descanso;
- Número de ciclos de aplicação de carga;
- Metodologia para obtenção do deslocamento resiliente;

Brito (2006) estudou a influência da forma do pulso de carga no valor do MR de misturas asfálticas convencionais e de asfalto borracha. Foram estudadas duas formas de pulso, ambas com tempo de carga de 0,2 s: uma denominada pelo autor de “quadrada” (Forma 2) e outra do tipo semi-seno-verso (*haversine*, Forma 1), como visto na Figura 3.4.

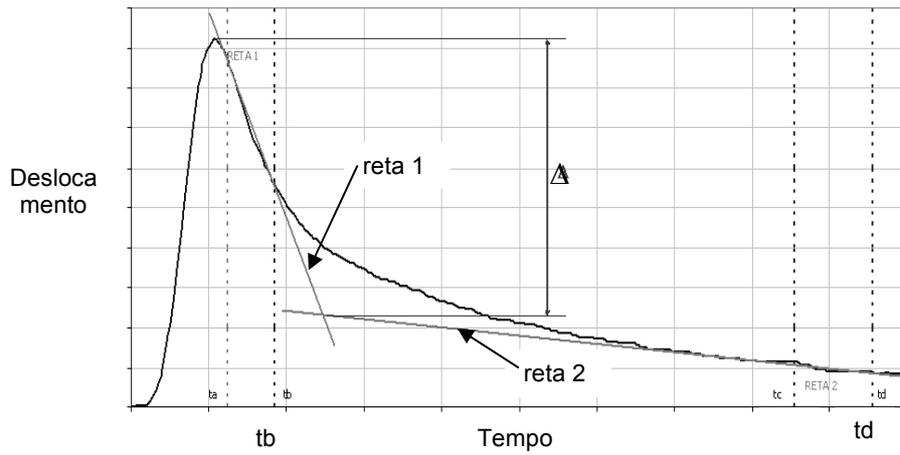


Figura 3.2: Obtenção do deslocamento resiliente segundo ASTM D4123 (1995)

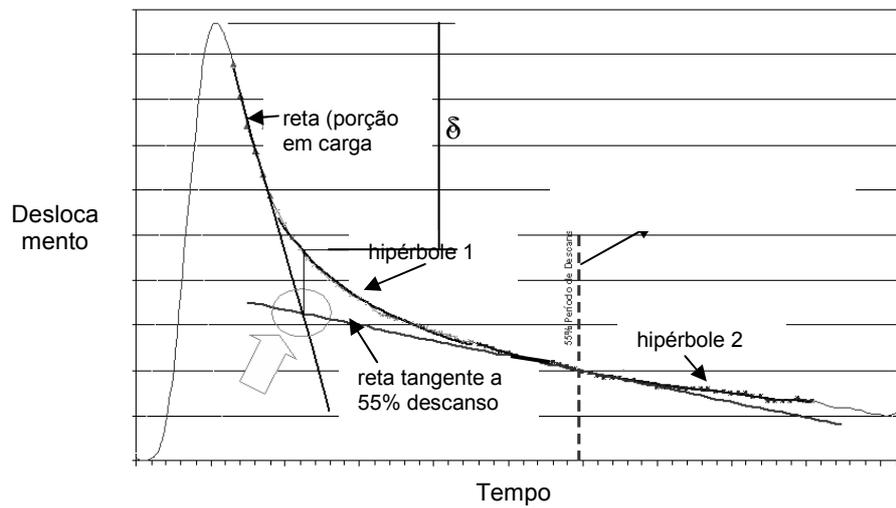


Figura 3.3: Obtenção do deslocamento resiliente segundo NCHRP 1-28A (2004)

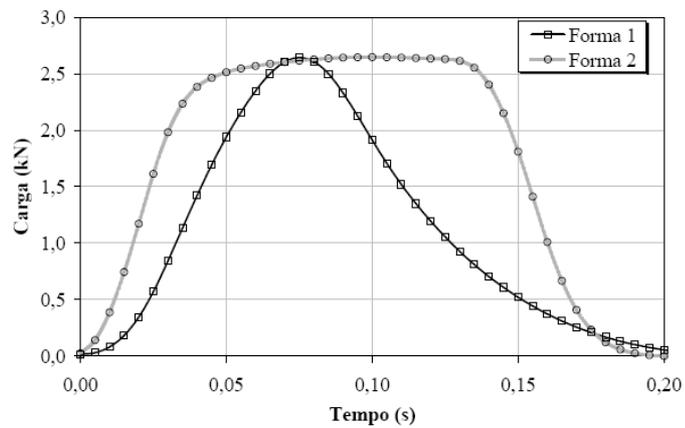


Figura 3.4: Forma dos pulsos de carga usados nos ensaios com carga de 0,2 s (Brito, 2006)

Capítulo 3 – Parâmetros Constitutivos de Misturas Asfálticas

Segundo o autor, o MR parece ser sensível as formas de pulsos impostas nas análises executadas. Os MR obtidos segundo a NHRCP 1-28A, isto é, tanto o MI como o MT, apresentaram valores mais baixos para o pulso de carga da Forma 2 indicada na Figura 3.4, para as duas misturas ensaiadas. Quanto à sensibilidade à duração da carga e período de descanso, o autor estudou o pulso do tipo semi-seno-verso com três tempos de duração: 0,1; 0,15 e 0,2 s. Foi concluído que tanto nas análises considerando-se deslocamentos horizontais quanto na análise que considerou deslocamentos verticais na determinação do MR, para a mistura de asfalto borracha, o MR em função de um pulso de 0,2 s apresentou valores em média 25% maiores. Os MR determinados com aplicação de pulsos de 0,1 e 0,15 s apresentaram comportamento semelhante. Também foi concluído que as variações dos MR com o tempo de pulso de carga são mais evidentes nas baixas temperaturas, que correspondem aos valores mais altos de MR. A variação da frequência de carregamento, onde se estudou as frequências de 1, 3 e 5 Hz não foi relevante.

Outro estudo que mostra a variação do tempo de carregamento na rigidez das misturas asfálticas foi realizado por Widyatmoko (2002). Na realidade, o que foi estudado foi o chamado tempo de elevação da carga no pulso, variável empregada na norma EN 12697-26:2004. Esta norma preconiza outra forma de pulso, onde se pode determinar o tempo de elevação da carga, como visto na Figura 3.5. Os resultados da variação do tempo de elevação da carga no módulo de rigidez, para três misturas asfálticas diferentes, são vistos na Figura 3.6:

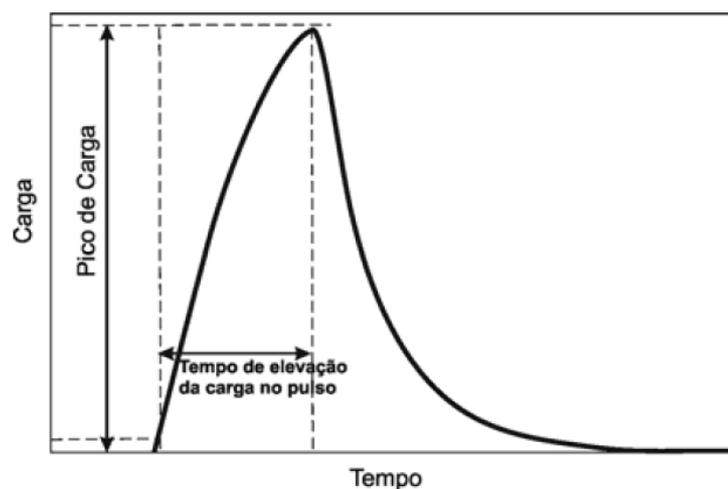


Figura 3.5: Pulso de carga e tempo de elevação de carga preconizado pela EN 12697-26:2004

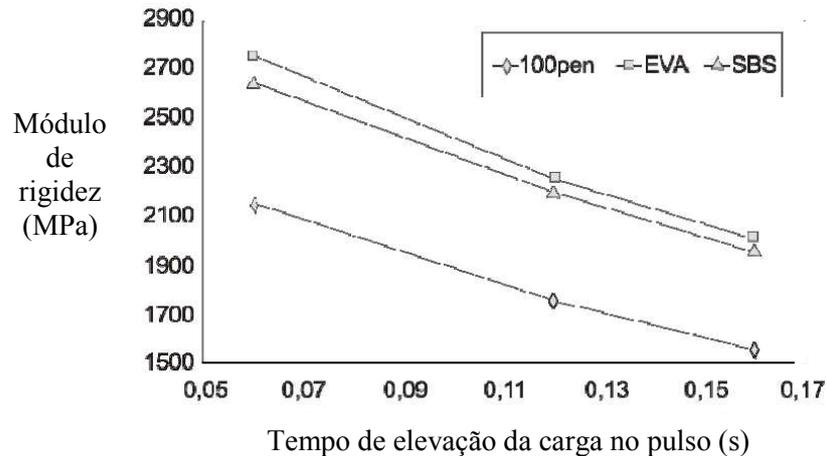


Figura 3.6: Módulo de rigidez em função do tempo de elevação de carga (adaptado de Widyatmoko, 2002)

Quanto ao número de aplicações de ciclos de carga, também é documentado que existe variação do MR em função deste. Adedimila e Kennedy (1975) publicaram um estudo-referência sobre o comportamento de misturas asfálticas em função do crescimento do número de ciclos de carga. Os autores concluíram que podem ser definidas três zonas de comportamento para o material:

- Zona de condicionamento: porção inicial das curvas, até 10% da vida de fadiga (N_f);
- Zona de estabilidade: a porção das curvas entre 10% e aproximadamente 80% da vida de fadiga. Porção aproximadamente linear, com declividade negativa;
- Zona de falha: os últimos 20% da vida de fadiga, onde há queda acentuada do MR.

A Figura 3.7(a), extraída do trabalho de Adedimila e Kennedy (1975), mostra um exemplo do comportamento do MR em função do número de ciclos de carga, onde as três zonas descritas acima são visualizadas. A Figura 3.7(b) mostra o mesmo, porém para a mistura de asfalto borracha ensaiada por Brito (2006), confirmando o estudo de Adedimila e Kennedy. A literatura também permite constatar a variação do MR em função do procedimento de norma empregado para a obtenção dos deslocamentos resilientes. As duas normas mencionadas neste sub-item já representam procedimentos notavelmente diferentes de obtenção do MR, como se pode notar ao observar as Figuras 3.2 e 3.3. Um exemplo desta variação pode ser vista através da análise dos dados de Brito (2006), para o asfalto borracha. Calcularam-se, para todas as situações consideradas pelo autor em sua dissertação, os módulos considerados pela ASTM D4123 (denominado aqui de MR) e pela NHRCP 1-28A, isto é, o MI e MT discutidos anteriormente. A comparação entre estes módulos é vista na Figura 3.8.

Capítulo 3 – Parâmetros Constitutivos de Misturas Asfálticas

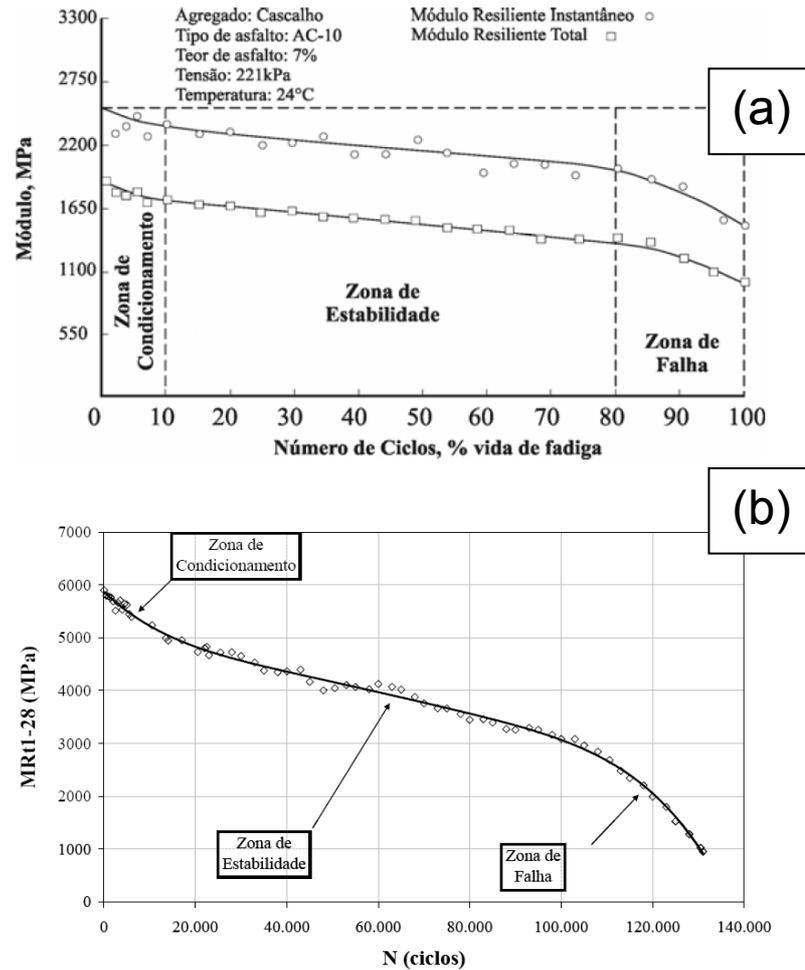


Figura 3.7: MR em função do número de ciclos extraídos dos trabalhos de (a) Adedimila e Kennedy (1975) e (b) Brito (2006)

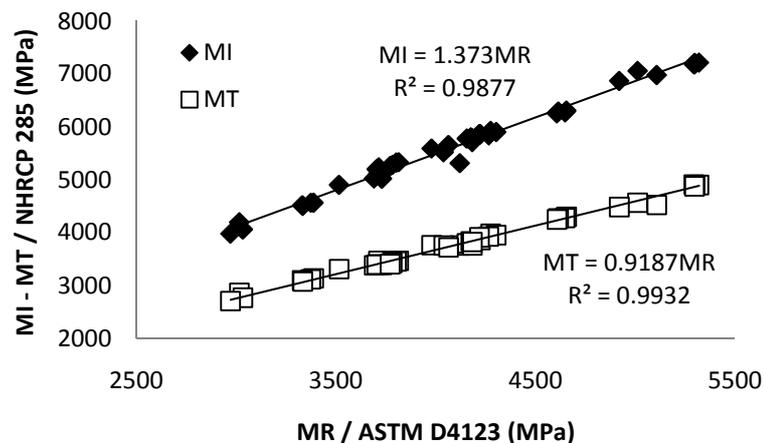


Figura 3.8: Comparação dos MR, MI e MT dos ensaios com asfalto borracha de Brito (2006)

Capítulo 3 – Parâmetros Constitutivos de Misturas Asfálticas

A Figura 3.8 mostra que existe diferença entre os módulos fornecidos pelas duas normas. O módulo MI foi aproximadamente 37% maior que o módulo MR, enquanto que o MT foi aproximadamente 92% de MR. Relação semelhante foi feita por Theisen *et al.* (2007), onde simulou-se um ensaio de compressão diametral utilizando dados de Gibson *et al.* (2003), onde encontraram uma razão MI/MR de aproximadamente 1.1.

Tomando-se em consideração normas diferentes das mencionadas até aqui, Brito (2006) comparou resultados de MR obtidos segundo as normas AASHTO TP31-96 e LTPP-FWHA P07, onde foi constatado, a partir de um pulso de deslocamento real, que somente o procedimento de norma empregado gerou uma variação de 30% no valor do MR.

3.1.2 O coeficiente de Poisson

Juntamente com o MR, o parâmetro mais usado na abordagem linear-elástica é o PR. descrito no sub-item 2.1.2. O PR, na abordagem linear-elástica e com base nos resultados de ensaios de compressão diametral (mais empregado no Brasil), é calculado conforme a equação 3.1:

$$\nu = \frac{k_1 \Delta_H + k_2 \Delta_V}{k_3 \Delta_V + k_4 \Delta_H} \quad (3.1)$$

onde ν é o PR, Δ_H e Δ_V são deslocamentos resilientes medidos na horizontal e na vertical de um corpo-de-prova cilíndrico, respectivamente; e k_1 , k_2 , k_3 e k_4 são constantes que dependem da largura da carga diametral e da parcela do diâmetro onde são medidos os deslocamentos.

A equação 3.1 pressupõe a medida de dois deslocamentos simultâneos e independentes, além da hipótese do comportamento homogêneo e isotrópico para o PR. Entretanto, não é prática freqüente a medição do PR em misturas asfálticas. Segundo Brito (2006), o valor do PR é geralmente adotado com o fim do cálculo do MR, devido à dificuldade de medição de deslocamentos verticais em corpos-de-prova cilíndricos. Zhang *et al.* (1997) discutem a questão, afirmando que nas proximidades da superfície carregada do corpo-de-prova existem desvios da Teoria da Elasticidade devido ao aparecimento de deformações plásticas naquela região, além de que a alta rigidez dos frisos de carga frente a mistura asfálticas provocaria

carregamento não uniforme na superfície de carga, não considerado nas teorias aplicadas no cálculo do MR e PR.

Desta maneira, a norma ASTM D4123 assume e sugere valores de PR em função da temperatura de ensaio. Os valores sugeridos são mostrados na Tabela 3.1:

Tabela 3.1: Valores de PR assumidos pela ASTM D4123 em função da temperatura

Temperatura (°C)	Coefficiente de Poisson
5	0,30
25	0,35
40	0,40

A partir dos PR da ASTM D4123 e de deslocamentos resilientes obtidos dos ensaios de compressão diametral com cargas repetidas, o MR é calculado utilizando-se soluções lineares-elásticas como a obtida por Hondros (1959). Tal hipótese é mais um fator de variabilidade para o MR. Segundo Brito, uma variação entre 0,3 e 0,4 do PR gera uma variação de 9% no valor do MR.

Entretanto, existem estudos que mediram o PR em misturas asfálticas através de deslocamentos resilientes verticais e horizontais objetivando obter valores mais precisos de MR e/ou obter diretamente o PR. Valores diferentes dos dados pela norma ASTM D4123 tem sido obtidos, até mesmo valores excedendo o limite linear-elástico de 0,5. Por exemplo, pesquisas têm encontrado valores de PR cuja variação com a temperatura é mais evidente do que a vista pela norma ASTM D4123. Barksdale *et al.* (1997) sugerem valores de PRs de acordo com os seguintes limites:

- Para 5°C, valores entre 0,1 a 0,3;
- Para 25°C, valores entre 0,25 a 0,45;
- Para 40°C, valores entre 0,4 a 0,5.

Palit *et al.* (2004) encontraram valores de PR para misturas asfálticas modificadas com borracha moída cuja variação obedece os seguintes limites:

- Para 21°C, uma variação entre 0,2 a 0,25;
- Para 40°C, uma variação entre 0,4 a 0,45.

Observando-se os valores encontrados pelos dois trabalhos anteriormente referenciados, é notável que a variação do PR encontrada por eles é mais dependente da temperatura do que a vista na norma ASTM D4123. O tipo de mistura asfáltica é importante neste caso, devido ao

Capítulo 3 – Parâmetros Constitutivos de Misturas Asfálticas

fato da norma não fazer menção ao tipo de mistura asfáltica que os valores da Tabela 3.1 podem ser empregados, acreditando-se que tais valores são empregáveis a qualquer tipo de mistura.

Baumgartner (2005), através de *Rapid Triaxial Tests*, obteve o PR de misturas asfálticas para diferentes temperaturas, freqüências de carregamento cíclico e teores de ligante. Para 25°C, foi notado crescimento no PR quando o teor de asfalto é aumentado. Obteve-se um valor de 0,22 para um teor de ligante de 4% e de 0,32 para um teor de ligante de 6,5%. Para 60°C, tais valores variaram entre 0,45 e 0,57. O autor também estudou a influência da tensão desviadora e da freqüência de carregamento no PR. Para 25°C, foi notado aumento do PR com a tensão desviadora, o que ocorreu de maneira não tão evidente para a temperatura de 60°C. Um pequeno crescimento do PR com a freqüência foi observado para as temperaturas em questão.

Shao *et al.* (2006) mediram o PR considerando a variação em função da temperatura em °C. Tais resultados foram ajustados numericamente por Zhong e Geng (2009) como visto na equação 3.2:

$$\nu(T) = 0,07 + 1,96 \frac{10^{0,05T}}{117,49 + 10^{0,05T}} \quad (3.2)$$

Os resultados obtidos por Shao *et al.* (2006) mostram que se a temperatura exceder 30°C, o PR é maior que 0,5, excedendo o limite linear-elástico. Os autores afirmam que neste caso a Teoria da Elasticidade é inadequada ao cálculo de tensões devido à ação térmica em pavimentos asfálticos.

De acordo com Kim (2009), medidas de PR que apresentam valores maiores que 0,5 são observações comuns em materiais que tem comportamento dependente de tensões, como concretos asfálticos e materiais de bases granulares. Também é observada variação do valor em função da freqüência de carregamento e direção da carga, ou seja, se a mesma é de tração ou compressão. O autor mostrou em sua publicação um padrão típico de dependência do PR em função da freqüência e das tensões, como visto na Figura 3.9.

Capítulo 3 – Parâmetros Constitutivos de Misturas Asfálticas

Kim *et al.* (2004) executaram ensaios de módulo dinâmico por compressão diametral e também mediram o PR de misturas asfálticas. Foram encontrados os seguintes valores médios para o PR:

- Aproximadamente 0,18 para -10°C ;
- Aproximadamente 0,25 para 10°C ;
- Aproximadamente 0,45 para 35°C .

Os valores acima novamente não combinam com os fornecidos pela ASTM D4123. Também foi notado que quanto maior a temperatura, maior a dispersão de resultados na obtenção do PR, como visto na Figura 3.10. Observando-se a Figura, os autores encontraram valores de PR para baixas frequências e temperatura de 35°C que excederam o limite linear-elástico de 0,5, indicando, segundo os autores, que os corpos-de-prova sofreram dano durante o ensaio.

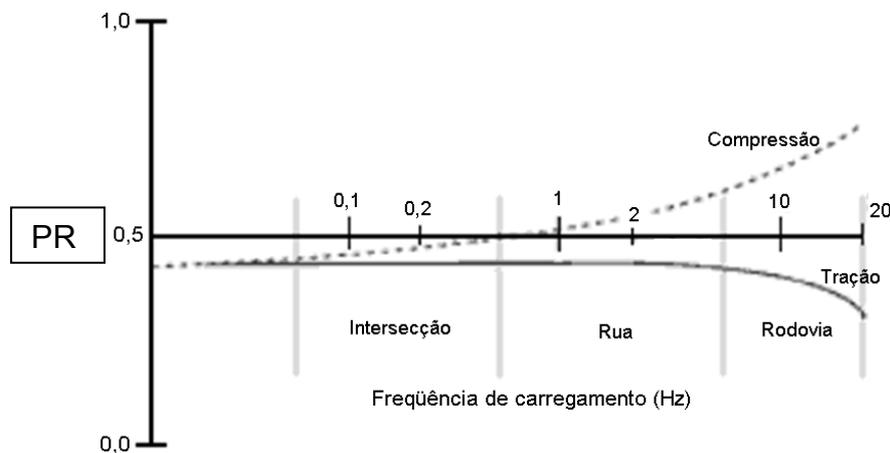


Figura 3.9: PR em função da direção das tensões e da frequência de carga (Kim, 2009)

Brito (2006) obteve o PR de misturas asfálticas convencionais e com ligante modificado com borracha através do ensaio de compressão diametral, medindo deslocamentos verticais e horizontais. Considerou-se na análise temperatura, frequência de carregamento, tempo de carregamento e magnitude relativa de carregamento (razão do carregamento atual com o carregamento necessário para alcançar a resistência à tração do material). Uma alta dispersão de valores de PR foi encontrada pelo autor, com valores frequentemente ultrapassando o limite linear-elástico de 0,5, principalmente para a temperatura de 35°C . Tal dispersão pode ser vista na Figura 3.11, onde são mostrados os resultados obtidos por Brito (2006) dos PR calculados segundo os deslocamentos resilientes extraídos conforme a metodologia LTPP-FWHA P07 corrigindo-se o efeito de abaulamento. Na figura, a seqüência CA-AB representa

Capítulo 3 – Parâmetros Constitutivos de Misturas Asfálticas

os resultados para a mistura de asfalto borracha e a seqüência CA-C os resultados para mistura convencional.

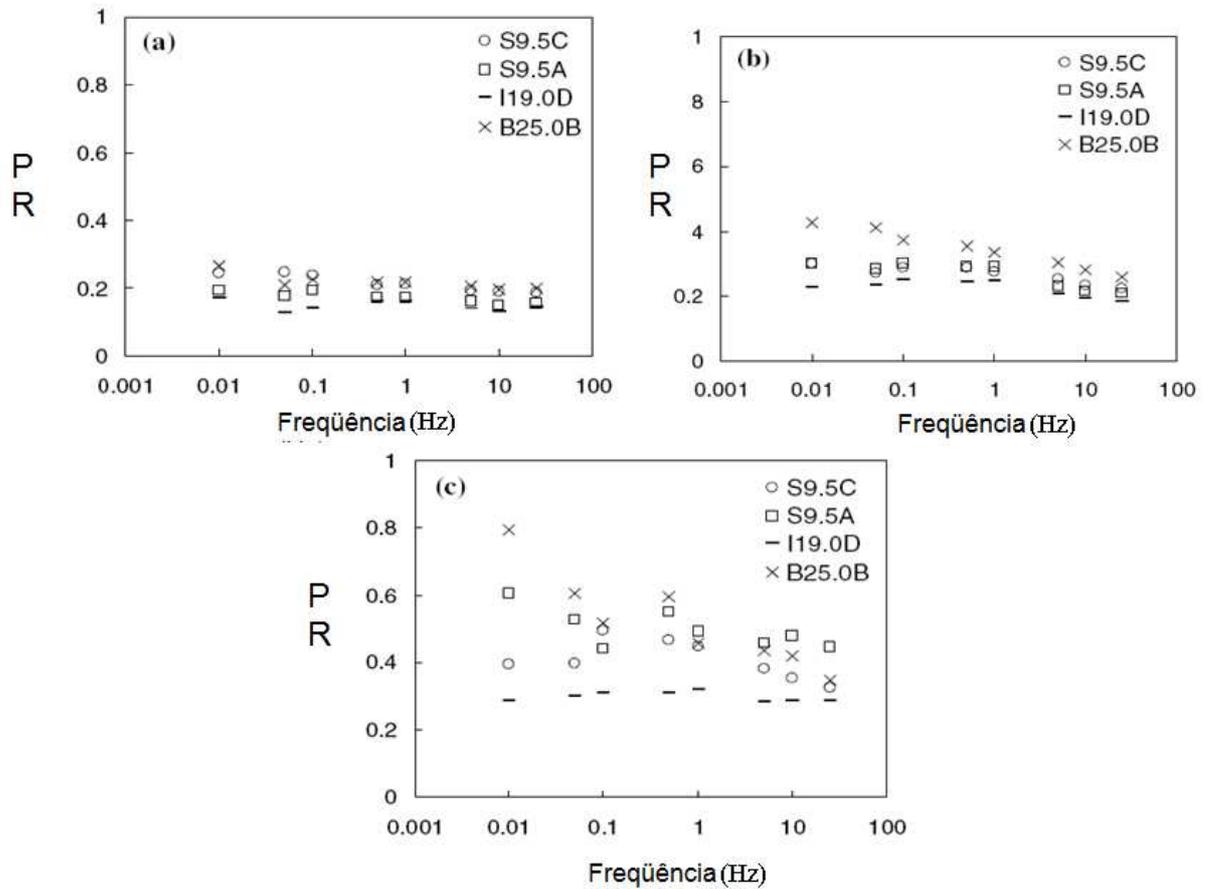


Figura 3.10: Coeficiente de Poisson para as misturas ensaiadas por Kim *et al.* (2004) para as temperaturas de (a) -10°C , (b) 10°C e (c) 35°C

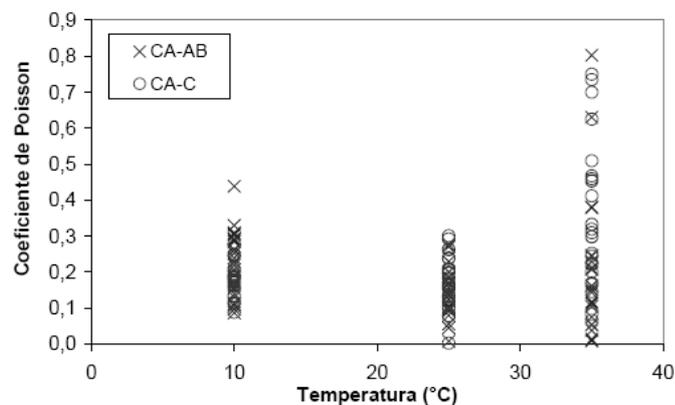


Figura 3.11: Coeficientes de Poisson extraídos segundo o LTPP-FWHA P07 com correção do efeito de abaulamento (Brito, 2006)

Capítulo 3 – Parâmetros Constitutivos de Misturas Asfálticas

Brito (2006), quando considerou no cálculo dos deslocamentos resilientes o protocolo NHRCP 1-28A, encontrou valores negativos de PR quando houve correção do efeito de abaulamento nos deslocamentos. A Tabela 3.2 mostra o resumo dos resultados obtidos por Brito (2006) do cálculo do PR segundo o NHRCP 1-28A, considerando deslocamentos instantâneos e totais:

Tabela 3.2: Resumo dos PRs total e instantâneo para o ensaio a 1 Hz e pulso de carga 0,1 s segundo o NHRCP 1-28 (Brito, 2006)

		CA-AB		CA-C		CA-AB		CA-C	
		v instantâneo		v instantâneo		v total		v total	
T(°C) \ %RT		15	40	15	40	15	40	15	40
35		-0,04	0,16	-0,09	0,04	0,03	0,22	-0,01	0,11
35		-0,16	0,03	0,01	0,20	-0,10	0,09	0,08	0,24
35		-0,19	0,30	-0,12	0,09	-0,11	0,35	-0,06	0,14
	Media	-0,13	0,16	-0,07	0,11	-0,06	0,22	0,00	0,16
	Desv. Pad	0,08	0,13	0,07	0,08	0,08	0,13	0,07	0,07

T(°C) \ %RT		15	40	15	40	15	40	15	40
25		-0,03	0,18	-0,08	0,09	0,02	0,16	-0,03	0,13
25		0,00	0,25	-0,13	0,06	0,04	0,15	-0,08	0,07
25		-0,09	0,09	-0,07	0,10	-0,07	0,05	-0,03	0,10
	Media	-0,04	0,17	-0,09	0,08	0,00	0,12	-0,05	0,10
	Desv. Pad	0,04	0,08	0,03	0,02	0,06	0,06	0,03	0,03

T(°C) \ %RT		15	20	15	20	15	20	15	20
10		0,15	0,17	0,08	0,10	0,10	0,10	0,03	0,05
10		0,12	0,12	0,07	0,12	0,08	0,06	0,03	0,06
10		0,17	0,11	0,13	0,08	0,12	0,06	0,07	0,05
	Media	0,15	0,13	0,09	0,10	0,10	0,07	0,04	0,05
	Desv. Pad	0,02	0,03	0,03	0,02	0,02	0,03	0,02	0,01

A partir dos mesmos resultados experimentais de Brito (2006), Theisen (2006) calculou o PR resultante quando em função do tempo, considerando todos os pontos ao longo do tempo durante a aplicação das cargas repetidas, onde o PR foi calculado conforme a equação 3.3 (extraída e deduzida de Theisen, 2006):

$$v(t) = \frac{1,0694[u_{AB}(t)/u_{CD}(t)] - 0,2339}{0,7801 - 0,3074[u_{AB}(t)/u_{CD}(t)]} \quad (3.3)$$

onde $u_{AB}(t)$ e $u_{CD}(t)$ são os deslocamentos experimentais horizontais e verticais, respectivamente, medidos entre os segmentos AB e CD do corpo-de-prova, tal como mostrado na Figura 3.12. O resultado da aplicação da equação 3.3 é mostrado na Figura 3.13:

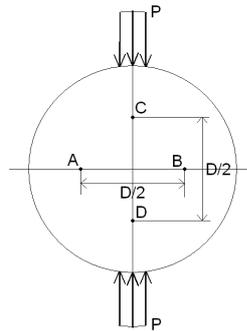


Figura 3.12: Segmentos para medida de deslocamentos em corpo-de-prova (Theisen, 2006)

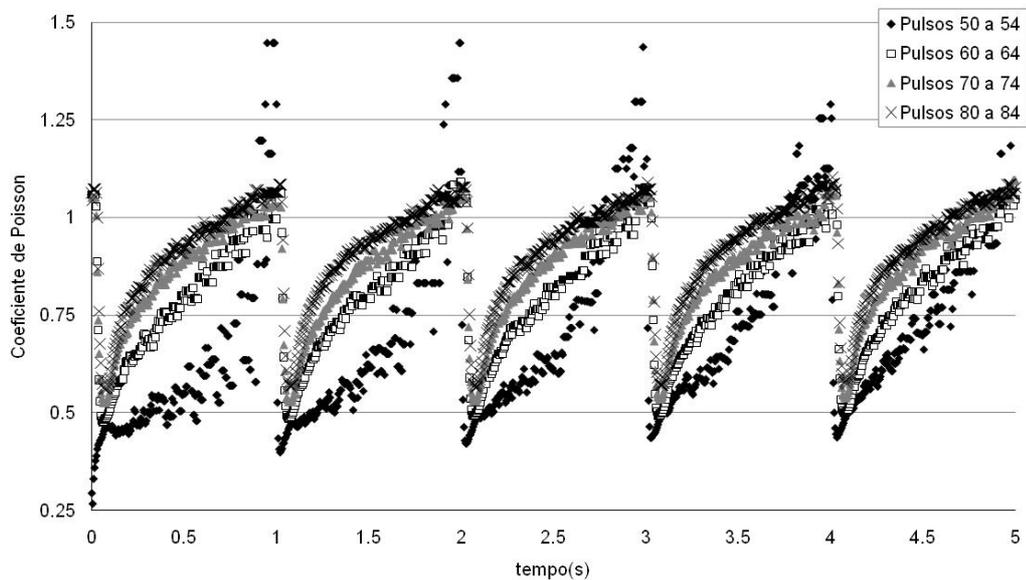


Figura 3.13: Aplicação da equação 3.3 (extraído de Theisen, 2006) para os dados do corpo-de-prova 3K de Brito (2006)

Como visto nos trabalhos referenciados, a variação do PR é bastante considerável, fato não contemplado pela ASTM D4123. Muitos autores tentam explicar o motivo de dispersão dos

valores do PR que a teoria linear-elástica pode não estar considerando. Barksdale *et al.* (1997) fazem referência a outros autores que, adotando PR igual a 0,35; encontraram MRs de 1,5 a 2 vezes maior que os calculados medindo-se deslocamentos verticais e horizontais. Os autores referenciados afirmam que tal diferença pode ter sido causada pelo efeito de cisalhamento próximo aos frisos de carga no ensaio. Tal efeito não é considerado nas soluções lineares-elásticas empregadas no cálculo do MR, como as de Hondros (1959). McGee (1999) também concluiu o mesmo, afirmando que um PR calculado considerando deslocamentos verticais e horizontais é a maneira mais adequada de determinação do PR. Entretanto, a principal conclusão de McGee (1999) é o fato que o PR cresce quando o nível de tensões cresce. Moura e Bernucci (2004) também chegaram a mesma conclusão de McGee (1999) com relação à dependência do nível de tensões. Segundo Moura e Bernucci (2004), através de experimentos, afirma-se que o PR provavelmente apresenta variações em função da carga utilizada no ensaio de compressão diametral com cargas repetidas.

3.2 ABORDAGEM VISCOELÁSTICA LINEAR

A abordagem viscoelástica linear para modelar o comportamento tensão-deformação de misturas asfálticas dentro do regime de pequenas deformações é mais realista que a abordagem linear-elástica. Além de todas as evidências do comportamento viscoelástico das misturas asfálticas vistas em muitos trabalhos nacionais e internacionais, toda a influência de forma e tempo de pulso de carga, frequência da carga e até magnitude da carga vistas nos parâmetros da abordagem linear-elástica se explicam na abordagem viscoelástica linear em misturas asfálticas.

Embora os ensaios necessários para determinação de propriedades constitutivas viscoelásticas não sejam tão simples quanto os de determinação de propriedades elásticas, os parâmetros obtidos têm aplicação mais ampla. É possível prever o comportamento sob a ação de qualquer carga dependente do tempo, respeitado o limite de linearidade.

Os parâmetros viscoelásticos são determinados em sua grande maioria tendo em consideração a hipótese de material homogêneo e isotrópico. Entretanto, a variedade de parâmetros determinados na presente abordagem é maior. A determinação das funções que descrevem os parâmetros constitutivos viscoelásticos pode ser feita em dois domínios:

- Domínio frequência, cuja revisão é vista no sub-item 3.2.1;
- Domínio tempo, cuja revisão é vista no sub-item 3.2.2.

3.2.1 Parâmetros constitutivos no domínio frequência

Os parâmetros constitutivos no domínio frequência são funções que descrevem o comportamento de certo material viscoelástico em função da aplicação de uma dada frequência de carregamento harmônico. Esta carga harmônica representa a aplicação da variável frequência no material no qual se mede a resposta em termo de tensões, deformações e/ou deslocamentos. Geralmente são empregados dois tipos de carregamento harmônico: o senoidal, visto na equação 3.3; e o semi-seno-verso, conhecido internacionalmente como *haversine*, visto na equação 3.4:

$$P(t, \omega) = P_0 \text{sen}(\omega t) \quad (3.3)$$

$$P(t, \omega) = \frac{P_0}{2} [1 - \cos(\omega t)] \quad (3.4)$$

onde $P(t, \omega)$ é uma sollicitação qualquer (tensão, deformação, carga ou deslocamento), P_0 é a amplitude da sollicitação e ω é a frequência angular. Pela maior facilidade de aplicação da sollicitação descrita pela equação 3.4, que representa uma função sem troca de sinal, esta é a mais aplicada em ensaios para determinação de propriedades no domínio frequência. Na prática, em um ensaio uniaxial, a aplicação da sollicitação da equação 3.4 é apenas um carregamento harmônico de compressão, enquanto que o carregamento da equação 3.3 necessita aparato para que se alterne tração e compressão (alongamento e encurtamento) ao longo do tempo.

Existem vários parâmetros no domínio frequência, como será discutido na sequência.

3.2.1.1 Módulo dinâmico e ângulo de fase

Papazian (1962) realizou ensaios aplicando tensões senoidais a corpos-de-prova, medindo as deformações resultantes, concluindo que os conceitos de viscoelasticidade poderiam ser aplicados no estudo dos pavimentos asfálticos. O ensaio realizado por Papazian é atualmente conhecido como ensaio de Módulo Dinâmico (MD), de onde se extraem propriedades viscoelásticas como o módulo dinâmico $|E^*|$ e o Ângulo de Fase (AF) ϕ . Atualmente, existe uma série de ensaios para obtenção do MD em misturas asfálticas. Segundo Brito (2006), o ensaio pode ser realizado com vários tipos de corpo-de-prova. Dois exemplos são citados a seguir:

- Cilindros de razão altura/diâmetro 2:1, com diâmetro mínimo de 100 mm, proposto por pesquisadores dos Estados Unidos, tal como mostrado pela Figura 3.14(a);
- Vigas trapezoidais a flexão em dois pontos, proposto por pesquisadores do *Laboratoire Central des Ponts et Chaussées* (LCPC), tal como mostrado pela Figura 3.14(b).

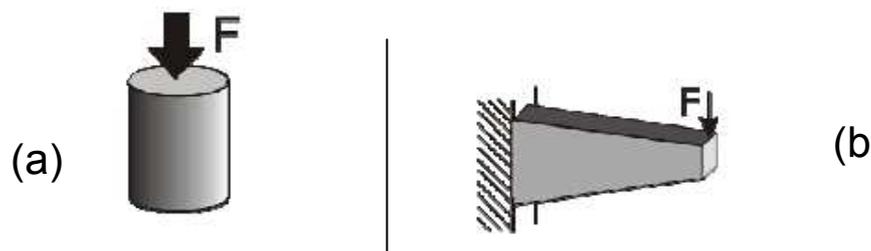


Figura 3.14: Corpo-de-prova (a) cilíndrico e (b) trapezoidal para ensaio de módulo dinâmico

O uso de corpos-de-prova cilíndricos permite medidas diretas de tensões e deformações, caracterizando um ensaio homogêneo (Di Benedetto *et al.*, 2001). No caso da viga trapezoidal, como tensões e deformações não são diretamente calculadas, assume-se previamente um modelo constitutivo e calcula-se a solução analítica para a estrutura em questão, assim extraíndo-se parâmetros constitutivos. Isto caracteriza ensaios não-homogêneos (Di Benedetto *et al.*, 2001).

A saída típica de resultados de ensaios de MD é vista na Figura 2.5. Nota-se que para um pulso de tensão (força) harmônico também se tem uma resposta harmônica em termos de deformação (deslocamento), na mesma frequência, porém com o pico defasado de um intervalo de tempo Δt com relação ao pico da solicitação, utilizado para o cálculo do AF ϕ em função da frequência f_r conforme a equação 3.5:

$$\varphi = 2\pi\Delta tfr \quad (3.5)$$

Com os dados de deslocamentos e forças (medidas por LVDTs e células de carga) e do ângulo de fase do ensaio, o MD é calculado conforme a equação 3.6 (Di Benedetto *et al.*, 2001):

$$|E^*(\omega)| = \varpi \sqrt{\left\{ \frac{P_0(\omega)}{u_0(\omega)} \cos[\varphi(\omega)] + \mu\omega^2 \right\}^2 + \left\{ \frac{P_0(\omega)}{u_0(\omega)} \text{sen}[\varphi(\omega)] \right\}^2} \quad (3.6)$$

onde $|E^*(\omega)|$ é o MD, ω é a frequência angular em função da frequência fr de ensaio ($\omega = 2\pi fr$), ϖ é o fator de forma, $P_0(\omega)$ é o valor de pico da força aplicada, $u_0(\omega)$ é o valor do deslocamento de pico medido, $\varphi(\omega)$ é o AF em função da defasagem de picos entre $u_0(\omega)$ e $P_0(\omega)$, e μ é o fator de massa que considera a inércia do corpo-de-prova e dos equipamentos acoplados a ele no ensaio. Segundo Di Benedetto *et al.* (2001), para fr menor que 30 Hz, o fator de massa pode ser desprezado. Sem o fator de massa, a equação 3.6 se reduz a equação 3.7:

$$|E^*(\omega)| = \varpi \frac{P_0(\omega)}{u_0(\omega)} \quad (3.7)$$

Sendo h a altura de um corpo-de-prova cilíndrico, R o seu raio, $l_>$ a maior largura de uma viga trapezoidal, $l_<$ a menor largura, h_v a sua espessura e L seu comprimento, os ϖ para um corpo-de-prova cilíndrico e uma viga trapezoidal são dados, respectivamente, pelas equações 3.8 e 3.9:

$$\varpi = \frac{h}{4\pi R^2} \quad (3.8)$$

$$\varpi = \frac{12L^3}{h_v(h_{>} - h_{<})^3} \left[\left(2 - \frac{h_{<}}{2h_{>}} \right) \frac{h_{<}}{h_{>}} - \frac{3}{2} - \ln \left(\frac{h_{<}}{h_{>}} \right) \right] \quad (3.9)$$

A execução do ensaio de MD a varias frequências resulta não somente num parâmetro, mas sim numa curva como resultado do ensaio. Se esta curva é feita para diferentes temperaturas, a união destas curvas através do Princípio da Superposição Frequência-Temperatura (PSFT) resulta na curva mestra do material em função de uma variável denominada frequência reduzida. Um formato típico desta curva é mostrado na Figura 3.15, extraída do trabalho de Clyne *et al.* (2003).

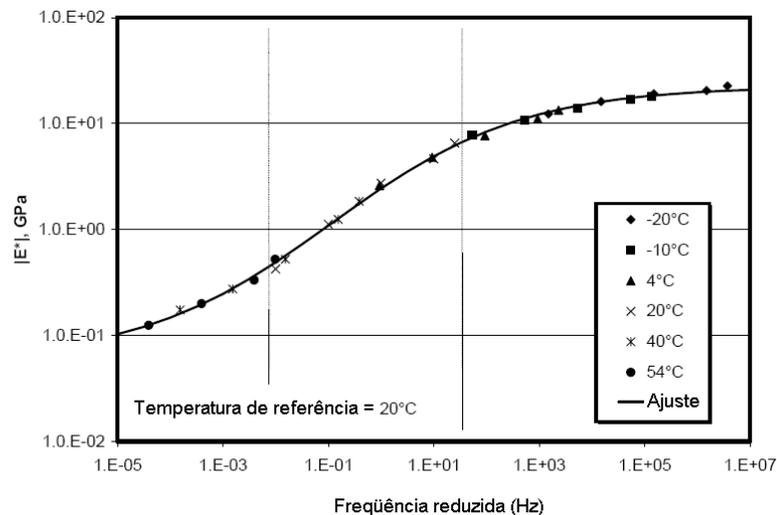


Figura 3.15: Curva mestra em ensaio de módulo dinâmico (adaptado de Clyne *et al.*, 2003)

Como visto na Figura 3.15, o MD cresce em função da frequência, o que é visto na vasta literatura existente sobre obtenção do MD de misturas asfálticas. Tal crescimento deve-se ao fato de que quando a frequência é aumentada existe um tempo menor em carga, não havendo tempo para manifestação de deformações viscoelásticas. Quando a frequência é muito alta o MD atinge o seu maior valor, pois só existem praticamente deformações elásticas no material. Quando a frequência é baixa, o tempo de carregamento é longo e as deformações viscoelásticas podem se manifestar em sua totalidade, provocando assim MD baixo. Para frequências muito baixas, o MD atinge seu menor valor. Assim é explicado o formato sigmoidal da curva mestra para MD.

Capítulo 3 – Parâmetros Constitutivos de Misturas Asfálticas

Witczak e Fonseca (1996) propuseram um modelo empírico para previsão do MD para misturas asfálticas, baseado em grande quantidade de dados de curvas mestras (1429 pontos de medição para 149 misturas asfálticas). Melhorias foram feitas no modelo, adicionando efeitos de endurecimento e envelhecimento a longo e curto prazo e condições de extrema temperatura. O modelo foi sendo corrigido à medida que dados experimentais foram surgindo, até se tornar hoje modelo preditivo de Witczak. Baseado na granulometria dos agregados na mistura e das propriedades do ligante asfáltico, o modelo de Witczak é dado pelas equações 3.10 a 3.13:

$$\log(|E^*|) = \Pi_1 + \frac{\Pi_2}{1 + e^{\Pi_3}} \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} \Pi_1 = & -1,249937 + 0,02932P_{200} - 0,001767(P_{200})^2 + 0,002841P_4 - 0,058097V_a \\ & - 0,802208 \frac{V_{beff}}{V_{beff} + V_a} \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$\Pi_2 = 3,871977 - 0,0021P_4 + 0,003958P_{3/8} - 0,000017(P_{3/8})^2 + 0,0547P_{3/4} \quad (3.12)$$

$$\Pi_3 = -0,603313 - 0,313351 \log(fr) - 0,393532 \log(\eta) \quad (3.13)$$

Nas equações 3.10 a 3.13, as variáveis envolvidas são listadas abaixo:

$|E^*|$ = módulo dinâmico (em 10^5 psi);

$P_{200}, P_4, P_{3/4}, P_{3/8}$ = percentual em peso passante nas peneiras número 200, 4, $3/4$ e $3/8$;

V_a = percentual em volume de vazios da mistura;

Capítulo 3 – Parâmetros Constitutivos de Misturas Asfálticas

V_{beff} = teor efetivo em volume de ligante;

fr = frequência de carregamento (em Hz);

η = viscosidade do ligante (em 10^6 poise).

O modelo preditivo de Witczak mostra as variáveis em que o MD é dependente. como teor de ligante, natureza do ligante, do volume de vazios na mistura, da granulometria de projeto da mistura, da natureza do material pétreo empregado, ou seja, de variáveis das equações 3.11 a 3.13. Entretanto, a forma da curva mestra para qualquer mistura é a mesma, somente mudando os valores dos MDs para altas e baixas frequências e o intervalo de frequência que os separa.

Na Tabela 3.3 são vistos os parâmetros obtidos por Loulizi *et al.* (2006) do modelo de Witczak para dois tipos de misturas asfálticas (detalhes são vistos na publicação dos autores):

Tabela 3.3: Fatores Π_1 , Π_2 e Π_3 obtidos por Loulizi *et al.* (2006)

Mistura	Π_1	Π_2	Π_3
SM-9.5A	1,87615	2,41534	-1,28301-0,59499*log(fr)
BM-25.0	2,13580	2,26117	-1,11630-0,62973*log(fr)

Tal como o MD, o ângulo de fase (AF) é obtido em função da frequência da solicitação harmônica, resultando uma curva para descrever o material. Em teoria, quanto maior o grau de viscosidade do material, mais próximo o AF estará dos 90 graus; quanto maior o grau de elasticidade do material, mais próximo o AF estará de zero. Assim, na prática se espera que:

- Para baixas temperaturas ou altas frequências de carregamento, onde pouco existe ou pouco se manifesta comportamento viscoso no material, espera-se um baixo AF;
- Para altas temperaturas ou baixas frequências de carregamento, onde existe considerável influência da viscosidade no comportamento do material, espera-se um alto AF.

Entretanto, em muitos trabalhos o que se observa é um comportamento complexo e até queda no AF das misturas principalmente com o aumento da temperatura. Em Clyne *et al.* (2003) foram ensaiadas cinco diferentes misturas asfálticas onde o comportamento do AF pode ser muito bem observado. Existe um crescimento do AF com a temperatura, notado até 20°C. Para uma mesma temperatura (até 20°C), existe queda do AF com a frequência, o que até então concorda com o que teoricamente poderia ser intuído. Entretanto, para 40°C e 54°C, as

Capítulo 3 – Parâmetros Constitutivos de Misturas Asfálticas

tendências de AF assumem formas diversas, mas tendo em comum o fato da queda do AF de 20°C para 40°C. A Figura 3.16 mostra as tendências de AF de duas misturas ensaiadas por Clyne *et al.* (2003):

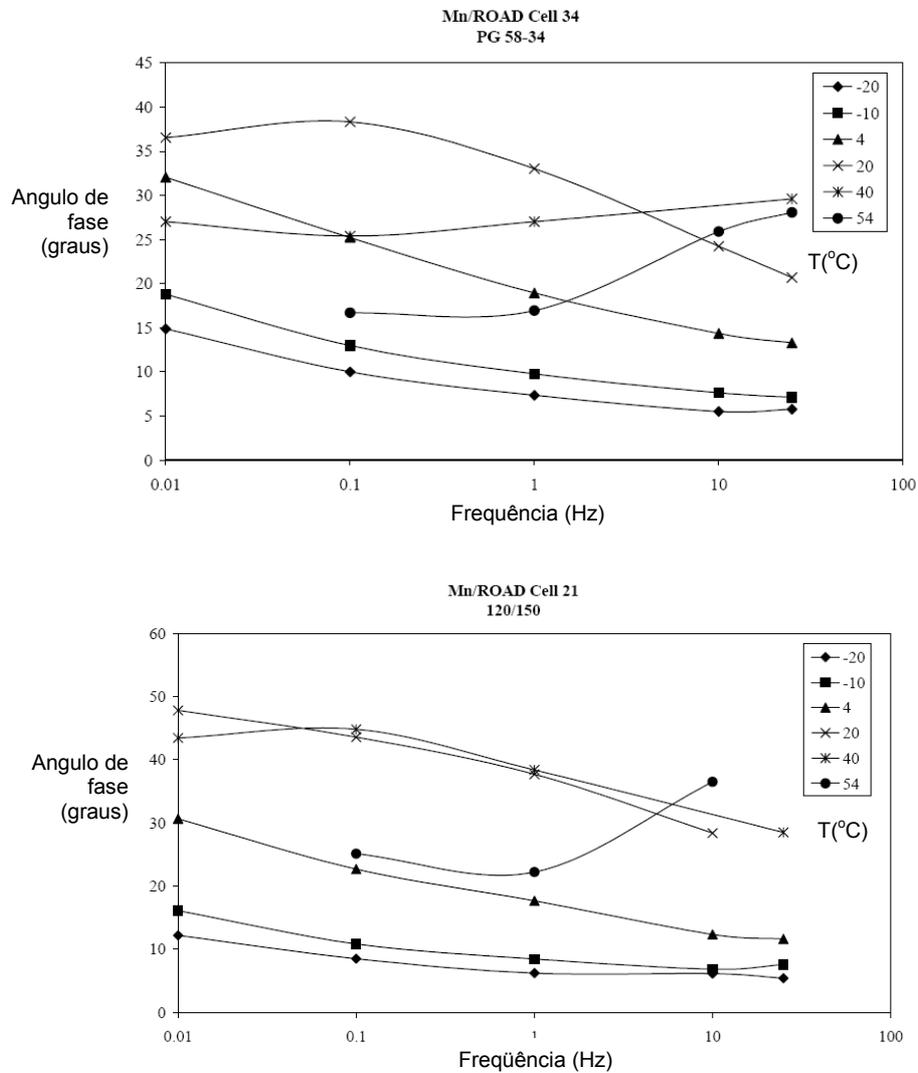


Figura 3.16: Ângulos de fase obtidos por Clyne *et al.* (2003)

Em Loulizi *et al.* (2006) o mesmo comportamento do AF foi detectado. Nos ensaios a 30°C e 40°C notou-se um pico e uma queda do AF com a temperatura, além das tendências terem sido notavelmente diferentes das tendências observadas em temperaturas inferiores a 20°C. Tal comportamento do AF dificulta a concepção de um modelo como o de Witczak. Uma tentativa de modelagem foi feita por Theisen *et al.* (2007) com parâmetros de curva de fluência da série de Prony. Um comportamento oscilatório com leve queda com o aumento da

frequência foi encontrado, não concordando com tendências de AF encontradas nas misturas asfálticas.

3.2.1.2 Coeficiente de Poisson complexo

Objetivando considerar o comportamento viscoelástico do PR, os mesmos conceitos empregados para o MD e módulo complexo são empregados para o PR, transformando-o em uma variável complexa. A transformação do PR em uma variável complexa em função da frequência gera a variável chamada coeficiente de Poisson complexo (CPR), cujo conceito é visto na equação 3.14 (esta é a classe III de coeficiente de Poisson vista em Hilton, 2001):

$$\bar{\nu}_{ij}(x, \omega) = -\frac{\bar{\epsilon}_{jj}(x, \omega)}{\bar{\epsilon}_{ii}(x, \omega)} = -\frac{\bar{\epsilon}'_{jj}(x, \omega) + i\bar{\epsilon}''_{jj}(x, \omega)}{\bar{\epsilon}'_{ii}(x, \omega) + i\bar{\epsilon}''_{ii}(x, \omega)} \quad (3.14)$$

onde:

$\bar{\nu}_{ij}(x, \omega)$ = coeficiente de Poisson complexo da direção longitudinal i e transversal j;

$\bar{\epsilon}_{jj}(x, \omega)$ = deformação transversal no sentido j;

$\bar{\epsilon}_{ii}(x, \omega)$ = deformação longitudinal no sentido i.

O CPR também pode ser definido como mostrado pela equação 3.15:

$$\nu_{ij}(x, \omega) = \nu'_{ij}(x, \omega) + i\nu''_{ij}(x, \omega) \quad (3.15)$$

onde $\nu'_{ij}(x, \omega)$ e $\nu''_{ij}(x, \omega)$ são as componentes real e imaginária do CPR, respectivamente

O coeficiente de Poisson dinâmico (DPR) pode ser definido como visto na equação 3.16:

$$\bar{v}_{ij}(x, \omega) = |\bar{v}_{ij}(x, \omega)| \{ \cos[\phi_{ij}(x, \omega)] + i \operatorname{sen}[\phi_{ij}(x, \omega)] \} \quad (3.16)$$

onde $|\bar{v}_{ij}(x, \omega)|$ é o coeficiente de Poisson dinâmico e $\phi_{ij}(x, \omega)$ o seu ângulo de fase.

Em experimentos são medidos os AF das deformações através, por exemplo, de LVDTs que medem deformações axiais e radiais em um corpo-de-prova cilíndrico (Clec'h *et al.*, 2009). Assim, a medida do AF do DPR pode ser escrita em função dos ângulos de fase das deformações longitudinais e transversais do sentido que se deseja obter o DPR, conforme a equação 3.17:

$$\bar{v}_{ij}(x, \omega) = - \frac{|\bar{\varepsilon}_{jj}(x, \omega)| \{ \cos[\varphi_{jj}(x, \omega)] - i \sin[\varphi_{jj}(x, \omega)] \}}{|\bar{\varepsilon}_{ii}(x, \omega)| \{ \cos[\varphi_{ii}(x, \omega)] - i \sin[\varphi_{ii}(x, \omega)] \}} \quad (3.17)$$

onde $|\bar{\varepsilon}_{jj}(x, \omega)|$ e $|\bar{\varepsilon}_{ii}(x, \omega)|$ são as deformações dinâmicas complexas transversal e longitudinal, respectivamente; $\varphi_{jj}(x, \omega)$ e $\varphi_{ii}(x, \omega)$ são os AF de $|\bar{\varepsilon}_{jj}(x, \omega)|$ e $|\bar{\varepsilon}_{ii}(x, \omega)|$, respectivamente. Igualando-se as equações 3.17 e 3.16, geram-se as equações 3.18 a 3.20:

$$|\bar{v}_{ij}(x, \omega)| = - \frac{|\bar{\varepsilon}_{jj}(x, \omega)|}{|\bar{\varepsilon}_{ii}(x, \omega)|} \quad (3.18)$$

$$\cos[\phi_{ij}(x, \omega)] = \cos[\varphi_{jj}(x, \omega)] \cos[\varphi_{ii}(x, \omega)] + \operatorname{sen}[\varphi_{jj}(x, \omega)] \operatorname{sen}[\varphi_{ii}(x, \omega)] \quad (3.19)$$

$$\sin[\phi_{ij}(x, \omega)] = \cos[\phi_{jj}(x, \omega)] \sin[\phi_{ii}(x, \omega)] - \sin[\phi_{jj}(x, \omega)] \cos[\phi_{ii}(x, \omega)] \quad (3.20)$$

Existem muitos trabalhos sobre obtenção do MD para misturas asfálticas. Entretanto, a abordagem do DPR é relativamente rara na literatura, sendo um conceito bastante recente para misturas asfálticas. A maioria dos estudos menos recentes sobre determinação do DPR tem seus campos de aplicação voltados para materiais poliméricos e acústica. Para estas aplicações, as frequências dos ensaios são maiores que as frequências dos ensaios de MD (entre 10^2 a 10^4 Hz). Nos ensaios de MD as frequências não passam de 10^2 Hz.

Uma modelagem do PR em função da frequência (não sendo o DPR) foi feita por Kim *et al.* (2004) via ensaios de compressão diametral, referindo-se aos resultados da Figura 3.10. No trabalho, os autores consideraram o PR como constante para da frequência de ensaio fr , chegando à equação 3.21:

$$v(fr) = \frac{k_1 \Delta_{H0}(fr) + k_2 \Delta_{V0}(fr)}{k_3 \Delta_{V0}(fr) + k_4 \Delta_{H0}(fr)} \quad (3.21)$$

onde $\Delta_{H0}(fr)$ e $\Delta_{V0}(fr)$ são as amplitudes dos pulsos de deslocamento horizontal e vertical, respectivamente e k_1 , k_2 , k_3 e k_4 são constantes dependentes das condicionantes de carga e medida de deslocamentos. A Figura 3.10 mostra os resultados da aplicação da equação 3.21.

Outra maneira de modelagem do PR em função da frequência são correlações entre a rigidez da mistura asfáltica e o PR. No relatório NCHRP 1-37A (NCHRP, 1999) foi estabelecida uma correlação empírica entre o PR e o MR, cujo resultado é vista na equação 3.22:

$$v(MR) = 0,15 + \frac{0,35}{1 + e^{(a_1 + a_2 MR)}} \quad (3.22)$$

onde a_1 e a_2 valem $-1,63$ e $3,84 \cdot 10^{-6}$, respectivamente. Maher e Bennert (2008) obtiveram uma relação entre MD e DPR empregando a equação 3.22. Foram ensaiadas misturas feitas

Capítulo 3 – Parâmetros Constitutivos de Misturas Asfálticas

em laboratório e extraídas de campo. Para as misturas feitas em laboratório, o modelo da equação 3.22 teve suas constantes determinadas para misturas com ligantes cujos índices de desempenho SUPERPAVE (PG) foram PG 64-22 e PG 76-22. O modelo resultante para as duas misturas foi comparado com o modelo proposto pelo relatório NCHRP 1-37A (NCHRP, 1999), substituindo-se o MR pelo MD obtido para as referidas misturas. As constantes encontradas por Maher e Bennert (2008) são vistas na Tabela 3.4 e a comparação dos modelos é vista na Figura 3.17:

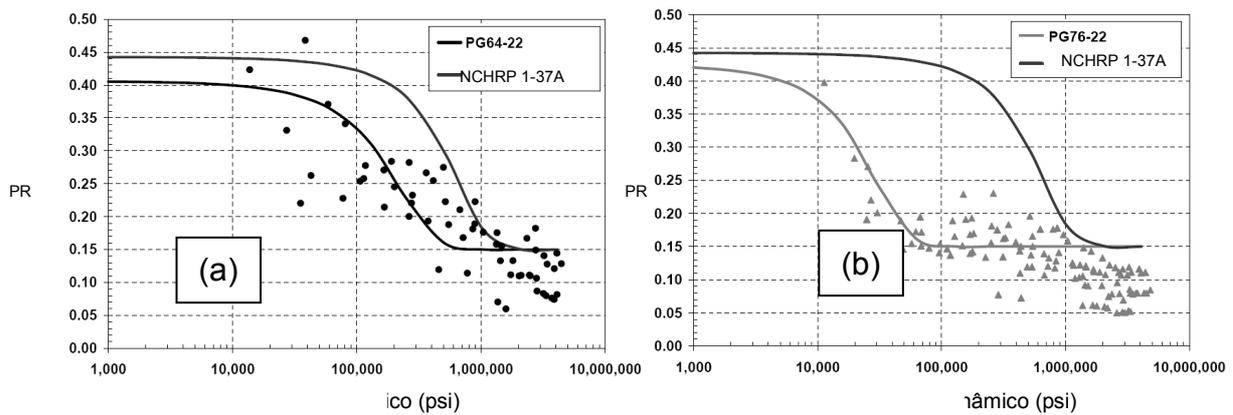


Figura 3.17: Coeficiente de Poisson em função do módulo dinâmico para as misturas (a) PG 64-22 e (b) PG 76-22 de Maher e Bennert (2008)

Como visto na Figura 3.17, o modelo do NCHRP 1-37A (NCHRP, 1999) não está próximo dos resultados obtidos para as duas misturas, além do modelo não resultar em bom ajuste para os dados experimentais. Obteve-se melhor ajuste para as misturas com um modelo do tipo $y = a \cdot \ln(x) + b$, como visto na Figura 3.18, onde há uma terceira mistura que foi ensaiada, com PG 82-22:

Tabela 3.4: Constantes do modelo NCHRP 1-37A das misturas de Maher e Bennert (2008)

Mistura	a_1	a_2
NCHRP 1-37A (NCHRP, 1999)	-1,63	$3,84 \cdot 10^{-6}$
PG 64-22	-1,00	$9,00 \cdot 10^{-6}$
PG 76-22	-1,30	$7,50 \cdot 10^{-5}$

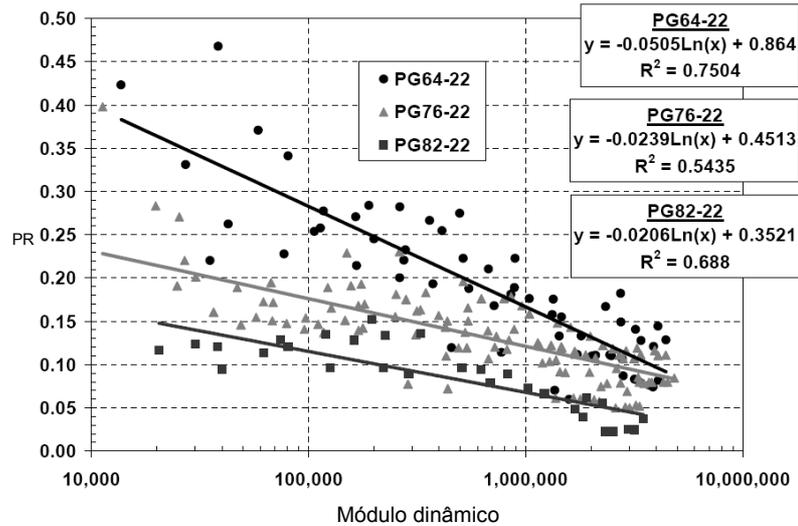


Figura 3.18: Modelo $y = a \cdot \ln(x) + b$ para as misturas ensaiadas por Maher e Bennert (2008)

Um estudo recente que considerou realmente o comportamento em função da frequência do PR tal como mostrado pela equação 3.14 é o estudo de Clec'h *et al.* (2009). O DPR foi obtido através de medidas de deslocamentos axiais e radiais durante o ensaio de MD a uma temperatura de 20°C. Foram ensaiadas duas misturas, denominadas pelos autores de G5E1 e G4E1. Os resultados são vistos na Figura 3.19. Os autores notaram queda do DPR com o aumento da frequência. Também foi notado que se uma deformação inicial é aplicada antes do ensaio, o DPR cresce e a dependência com a frequência é maior. Para altos valores de deformação inicial (>0,39%), o DPR excedeu o limite de 0,5. Os ensaios incluíram frequências entre 0,03 a 10 Hz.

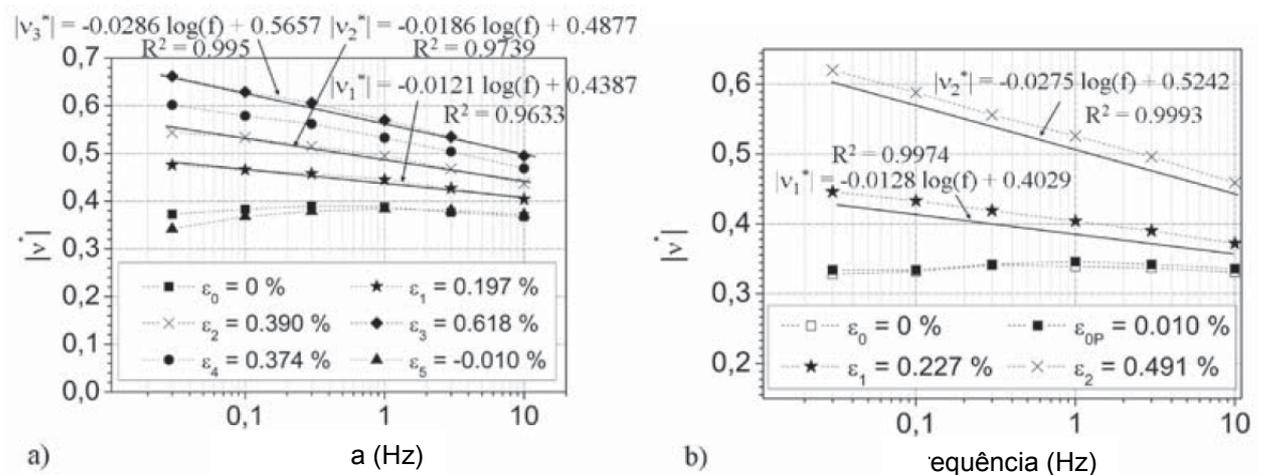


Figura 3.19: Coeficientes de Poisson dinâmico $|v^*|$ obtidos por Clec'h *et al.* (2009) para as misturas (a) G5E1 e (b) G4E1

Como visto na Figura 3.19, o DPR pode ser ajustado conforme a equação 3.22:

$$|v^*| = \alpha_{|v^*|} \log(fr) + \beta_{|v^*|} \quad (3.22)$$

onde $\alpha_{|v^*|}$ e $\beta_{|v^*|}$ são constantes. A constante $\alpha_{|v^*|}$ foi ajustada em função da deformação axial inicial ϵ_z , como é visto na Figura 3.20:

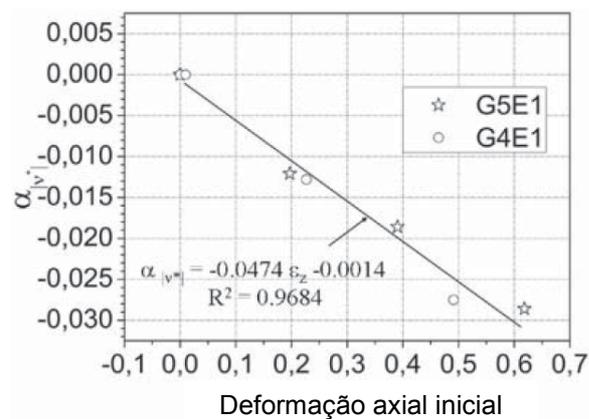


Figura 3.20: Ajuste da constante $\alpha_{|v^*|}$ em função da deformação axial inicial (Clec'h *et al.*, 2009)

3.2.1.3 Outros parâmetros constitutivos no domínio frequência

Devido à praticidade e facilidade de obtenção do MD e da existência de equações preditivas para o PR no domínio frequência ou até mesmo em função do MR, MD e PR são os parâmetros quase que exclusivamente determinados para misturas asfálticas no domínio frequência. Entretanto, MD e PR determinados no domínio frequência são empregados na determinação de outros parâmetros constitutivos, como os módulos de cisalhamento e compressibilidade dinâmicos, denotados ($|G^*|$ e $|K^*|$, respectivamente). Barksdale *et al.* (1997) citam que G e K são algumas vezes usados em análises de pavimentos e que tais parâmetros são mais fundamentais que o módulo de Young e o PR, uma vez que se relacionam a mudança de forma e volume, respectivamente. Os autores ainda afirmam que tais parâmetros devem ser utilizados no futuro em análises e projetos.

Capítulo 3 – Parâmetros Constitutivos de Misturas Asfálticas

Empregando-se o PCEV, os módulos de cisalhamento e compressibilidade no domínio frequência são obtidos conforme as equações 3.23 e 3.24, respectivamente. Quando é assumido um valor constante de PR, as equações 3.23 e 3.24 se reduzem as equações 3.25 e 3.26, respectivamente:

$$|G^*(\omega)| = \frac{|E^*(\omega)|}{2[1 + |\nu^*(\omega)|]} \quad (3.23)$$

$$|K^*(\omega)| = \frac{|E^*(\omega)|}{3[1 - 2|\nu^*(\omega)|]} \quad (3.24)$$

$$|G^*(\omega)| = \frac{|E^*(\omega)|}{2(1 + \nu)} \quad (3.25)$$

$$|K^*(\omega)| = \frac{|E^*(\omega)|}{3(1 - 2\nu)} \quad (3.26)$$

Embora as equações 3.23 a 3.26 sejam práticas de serem aplicadas, existem muitas simplificações e incoerências físicas e matemáticas escondidas por trás de tais equações, no qual seu uso é fortemente não recomendado. Uma discussão aprofundada destas incoerências e simplificações é feita no capítulo 4. Experimentalmente, costuma-se medir $|G^*|$ para ligantes asfálticos, como um dos critérios de classificação SUPERPAVE dos mesmos.

3.2.2 Parâmetros constitutivos no domínio tempo

Parâmetros constitutivos no domínio tempo são aqueles onde as propriedades constitutivas viscoelásticas são modeladas e medidas diretamente em função do tempo, sem necessidade de

aplicação de um carregamento específico. A abordagem no domínio tempo possui algumas vantagens com relação a abordagem do domínio frequência, sendo algumas listadas a seguir:

- Podem ser determinadas sem a necessidade de aplicação de carregamentos cíclicos. Uma carga estática constante já é suficiente para tal;
- Sua aplicação é muito mais ampla do que as propriedades no domínio frequência, pois podem ser aplicadas para qualquer tipo de carregamento dependente do tempo, não somente carregamentos harmônicos;
- Conversões do domínio tempo para o domínio frequência são mais fáceis que o inverso;
- O ajuste das funções resultantes é mais fácil, pois praticamente todos os materiais viscoelásticos se ajustam às séries de Prony, que já tem métodos numéricos consagrados para determinação de suas constantes e de interconversão de propriedades constitutivas.

Entretanto, existe uma desvantagem nesta abordagem: o tempo de ensaio para obtenção do parâmetro constitutivo no domínio tempo é maior que no domínio frequência, exemplificando-se o ensaio de *creep* estático, necessitando pelo menos 1 hora em carga, além de um tempo maior em descanso para uma correta determinação das propriedades viscoelásticas. A seguir, são descritas algumas destas propriedades obtidas para misturas asfálticas.

3.2.2.1 Curva de fluência e curva de relaxação

Curva de fluência e de relaxação são as propriedades constitutivas que representam características fundamentais de materiais viscoelásticos lineares: fluência e relaxação, como visto no sub-item 2.2.1. A curva de fluência é a propriedade viscoelástica mais facilmente obtida para misturas asfálticas, pois está pode ser obtida em condições uniaxiais sob carga constante. A curva de relaxação não é obtida experimentalmente, devido à necessidade da imposição de uma deformação pequena, no qual se deve medir a tensão atuante no corpo-de-prova ao longo do tempo.

O princípio da determinação experimental da curva de fluência é bastante simples: em um corpo-de-prova cilíndrico (geralmente de 100 mm de diâmetro e 200 mm de altura), aplica-se uma carga constante P_0 , no qual é medido o deslocamento $u(t)$ medidos por LVDTs posicionados geralmente no terço médio do corpo-de-prova. Após um ciclo de condicionamento da amostra, aplica-se novamente a carga P_0 e os deslocamentos são

medidos. A curva de fluência $D(t)$ é obtida em função das variáveis envolvidas no ensaio conforme visto na equação 3.27:

$$D(t) = \frac{u(t) \pi R^2}{h_{LVDT} P_0} \quad (3.27)$$

onde R é o raio do corpo-de-prova e h_{LVDT} é a distância na altura do corpo-de-prova coberta pelos LVDTs. A forma típica de uma curva de fluência é vista na Figura 2.3, porém costuma-se traçar esta curva em escala log-log, no qual $D(t)$ adquire uma forma semelhante à curva do MD.

Com os dados experimentais ajusta-se a curva $D(t)$ em função do tempo conforme a função matemática mais adequada. O ajuste mais empregado para misturas asfálticas e ligantes asfálticos é com base nas séries de Prony, mostrado pela equação 2.32. Existe uma série de métodos para execução do ajuste, citando-se o Método da Colocação e o Método dos resíduos Sucessivos (citados por Huang, 1993), cujo método da colocação foi implementado por De Sousa *et al.* (2008) no programa ViscoTool®. Geralmente as séries de Prony resultantes dos ajustes têm de 8 a 12 termos. O número de termos depende geralmente do tempo de carregamento de ensaio e da precisão desejada para o ajuste. A Tabela 3.5 mostra dois exemplos de constantes obtidas no ajuste dos resultados de dados experimentais:

Tabela 3.5: Exemplos de constantes de ajuste de séries de Prony em ensaios de fluência

Termo da série	Mistura asfáltica (Gibson <i>et al.</i> , 2003)		Mástique (Souza, 2005)	
	D_i (MPa ⁻¹)	τ_i (s)	D_i (MPa ⁻¹)	τ_i (s)
0	$3,459 \cdot 10^{-5}$	-	$1,014 \cdot 10^{-4}$	-
1	$9,042 \cdot 10^{-5}$	$1,125 \cdot 10^7$	$3,487 \cdot 10^{-5}$	$1,2 \cdot 10^{-3}$
2	$1,885 \cdot 10^{-4}$	$6,004 \cdot 10^5$	$5,978 \cdot 10^{-5}$	$8,3 \cdot 10^{-3}$
3	$3,525 \cdot 10^{-4}$	$3,204 \cdot 10^4$	$2,509 \cdot 10^{-4}$	$1,7 \cdot 10^{-1}$
4	$5,769 \cdot 10^{-4}$	$1,710 \cdot 10^3$	$8,123 \cdot 10^{-4}$	1,3
5	$5,955 \cdot 10^{-4}$	$9,125 \cdot 10^1$	$2,178 \cdot 10^{-3}$	$3,4 \cdot 10^1$
6	$3,396 \cdot 10^{-4}$	4,870	$1,699 \cdot 10^{-2}$	$1,4 \cdot 10^2$
7	$1,405 \cdot 10^{-4}$	$2,599 \cdot 10^{-1}$	$7,829 \cdot 10^{-2}$	$1,2 \cdot 10^3$
8	$5,670 \cdot 10^{-5}$	$1,387 \cdot 10^{-2}$	$5,392 \cdot 10^{-1}$	$7,9 \cdot 10^3$
9	$2,367 \cdot 10^{-5}$	$7,402 \cdot 10^{-4}$	1,813	$7,1 \cdot 10^4$
10	$1,172 \cdot 10^{-5}$	$3,950 \cdot 10^{-5}$	-	-
11	$4,222 \cdot 10^{-6}$	$2,108 \cdot 10^{-6}$	-	-
12	$-6,095 \cdot 10^{-8}$	$1,125 \cdot 10^{-7}$	-	-

Como é visto na tabela, os tempos de retardação τ_i possuem diversas ordens de grandeza representando diferentes parcelas viscoelásticas se manifestando em diferentes tempos. Quanto menor τ_i , mais rápido a parcela se manifesta e atinge sua deformação final. Este é o motivo da necessidade de mais termos para longos tempos de carga, pois as parcelas de alto τ_i têm magnitude significativa.

Os métodos para obtenção dos D_i e τ_i geralmente consistem no arbítrio dos τ_i e obtenção dos D_i para os τ_i arbitrados. O processo ocorre iterativamente até se obter os D_i e τ_i que se ajustem aos dados experimentais com uma precisão adequada. Assim, para cada iteração, seriam necessários n arbítrios de tempos de retardação para obtenção dos D_i correspondentes. Na prática, geralmente os τ_i possuem uma relação entre si como, por exemplo, a vista na equação 3.28 (deduzida e empregada na presente tese):

$$\tau_i = \tau_1 (q_\tau)^{i-1} \quad (3.28)$$

onde q_τ é uma constante, representando a razão entre dois tempos de retardação sucessivos na série de Prony. Desta maneira, são arbitrados apenas dois parâmetros (τ_1 e q_τ) por interação, tornando o processo mais prático e computacionalmente mais rápido. Nos tempos de retardação da mistura de Gibson *et al.* (2003) da Tabela 3.5, τ_1 vale $1,125 \cdot 10^7$ s e q_τ vale 0,0534.

Outro tipo de ajuste de curva de fluência bastante encontrado na literatura é o ajuste potencial, que ajusta a curva de fluência com a função mostrada pela equação 3.29:

$$D(t) = D_0 + D_1 t^m \quad (3.29)$$

onde m é uma constante, a mesma vista na Figura 2.12, que varia entre 0 e 1. Se $m = 0$, representa um material puramente elástico; se $m = 1$, representa um material puramente viscoso. Assim, este ajuste é bastante prático para quantificação do grau de viscoelasticidade do material. Entretanto, adotar a curva de fluência da equação 3.29 exige ter em mente que,

Capítulo 3 – Parâmetros Constitutivos de Misturas Asfálticas

para D_0 nulo, quanto maior o tempo de carga, maior será m . Esta diferença é vista em alguns trabalhos: Theisen *et al.* (2009) obtiveram um valor de m de 0,3638 considerando ensaios de módulo de resiliência com tempo de carga de 0,2 s. Lee *et al.* (2003) encontraram valores variando entre 0,39 a 0,67 para ensaios de fluência (longo tempo de carga). Theisen e Ceratti (2009), com dados de Brito (2006), cujo tempo de carregamento é 0,1 s, encontraram um m médio de 0,2378. Todos os referidos ensaios foram feitos a 25°C. Recomenda-se a adoção da curva de fluência da equação 3.29 a situações cujo tempo de carga seja semelhante ao de origem da curva. Além disto, equação 3.29 resulta em um pior ajuste de $D(t)$ comparada às séries de Prony, pelo fato que na escala log-log a equação 3.29 é uma reta de coeficiente angular m , diferente do formato sigmoidal de uma curva de fluência na mesma escala. Assim, a equação 3.29 modela apenas o trecho intermediário da curva de fluência, onde a viscoelasticidade é mais evidente. Entretanto, o ajuste pela equação 3.29 é útil para obtenção de parâmetros de modelos de dano por fadiga na mistura asfáltica. Em Lee *et al.* (2003), mostra-se que a constante α_S da TPT pode ser obtida em função de m , apresentando uma boa correlação com α_S no trabalho dos autores.

Quanto à curva de relaxação, esta pode ser obtida através de métodos de interconversão como o método das frações parciais ou o método proposto por Park e Schapery (1999), baseados na equação 2.60. O procedimento de Park e Schapery (1999) relaciona as constantes D_i e τ_i com as constantes E_j na curva de relaxação através de uma equação matricial, vista na equação 3.30:

$$\underline{\underline{A}}(D_i, \tau_i, \rho_j) \underline{E}(E_j) = \underline{B}(D_i, \tau_i) \quad (3.30)$$

onde o vetor $\underline{E}(E_j)$ contem os termos E_j desejados. Os termos da matriz $\underline{\underline{A}}(D_i, \tau_i, \rho_j)$ e do vetor $\underline{B}(D_i, \tau_i)$ são expressos nas equações 3.31 e 3.32, respectivamente:

$$A_{kj} = \begin{cases} \left(D_0 + \sum_{i=1}^n D_i \right) e^{-\frac{t_k}{\rho_j}} - \sum_{i=1}^n D_i e^{-\frac{t_k}{\tau_i}} + \sum_{i=1}^n \frac{D_i \tau_i}{\rho_j - \tau_i} \left(e^{-\frac{t_k}{\rho_j}} - e^{-\frac{t_k}{\tau_i}} \right) & \text{se } \rho_j \neq \tau_i \\ D_0 e^{-\frac{t_k}{\rho_j}} + \sum_{i=1}^n \frac{t_k D_i}{\rho_j} e^{-\frac{t_k}{\tau_i}} & \text{se } \rho_j = \tau_i \end{cases} \quad (3.31)$$

$$B_k = 1 - \left[\frac{D_0 + \sum_{i=1}^n D_i \left(1 - e^{-\frac{t_k}{\tau_i}} \right)}{D_0 + \sum_{i=1}^n D_i} \right] \quad (3.32)$$

onde:

t_k = tempos de amostragem escolhidos para o cálculo;

j = apontador de coluna na matriz $\underline{\underline{A}}(D_i, \tau_i, \rho_j)$, geralmente igual a número de termos na série de Prony da curva de fluência;

k = apontador de linha na matriz $\underline{\underline{A}}(D_i, \tau_i, \rho_j)$ e no vetor $\underline{B}(D_i, \tau_i)$;

ρ_j = tempo de relaxação associado ao elemento E_j .

O termo E_∞ mostrado na equação 2.33 é calculado conforme mostrado na equação 3.33:

$$E_\infty = \frac{1}{D_0 + \sum_{i=1}^n D_i} \quad (3.33)$$

A equação 3.30 pode ser resolvida tanto pelo método da colocação como pelo método dos mínimos quadráticos. Segundo Souza (2005), resolvendo-se o sistema pelo método da colocação, tem-se que o número de termos na série de Prony para a curva de relaxação é igual ao número de tempos t_k adotados para solução; resolvendo-se o sistema pelo método dos mínimos quadráticos, tem-se que o número de termos t_k é maior que o número de termos na série de Prony.

Um dos problemas da solução do sistema visto na equação 3.30 é o arbítrio dos tempos de relaxação ρ_j . É possível adotá-los como iguais aos tempos de retardação ou determiná-los a partir do mesmo procedimento de Park e Schapery (1999), como explicado a seguir:

- Com a função $D(t)$, aplica-se a transformada de Fourier sobre a mesma para obter $\left| \overline{\overline{D}}(i\omega) \right|$;
- Para $i\omega < 0$, faz-se um gráfico de $\left| \overline{\overline{D}}(i\omega) \right|$ (eixo das ordenadas) contra a variável $-1/i\omega$ (eixo das abscissas);

Capítulo 3 – Parâmetros Constitutivos de Misturas Asfálticas

- As abscissas correspondentes aos máximos da função $|\overline{D}(i\omega)|$ se aproximarão dos valores de τ_i conhecidos;
- As abscissas correspondentes aos mínimos da função $|\overline{D}(i\omega)|$ se aproximarão dos valores de ρ_j desejados para obter os E_j , como visto na Figura 3.21 (Souza, 2005):

Na Figura 3.21, os ρ_j tem magnitude menor que os τ_i . Entretanto, a adoção dos ρ_j com os mesmos valores τ_i , segundo Park e Schapery (1999), provoca um erro de aproximadamente 2% com relação à curva de relaxação onde os ρ_j são independentemente obtidos, pois as constantes E_j são alteradas de forma a amenizar a diferença existente entre os ρ_j e os τ_i . Na Tabela 3.6 são vistos os parâmetros da curva de relaxação das misturas da Tabela 3.5.

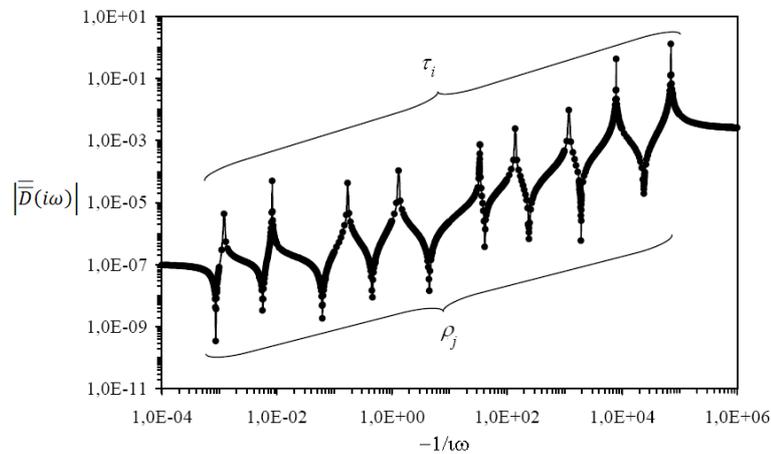


Figura 3.21: Obtenção dos ρ_j através do método de Park e Schapery (1999)

Tabela 3.6: Exemplos de constantes de séries de Prony em curvas de relaxação

Termo da série	Mistura asfáltica (Gibson <i>et al.</i> , 2003)		Mástique (Souza, 2005)	
	E_j (MPa)	ρ_j (s)	E_j (MPa)	ρ_j (s)
∞	412,8	-	$4,079 \cdot 10^{-1}$	-
1	$1,430 \cdot 10^1$	$1,500 \cdot 10^7$	$2,179 \cdot 10^3$	$8,7 \cdot 10^{-4}$
2	$3,210 \cdot 10^1$	$8,005 \cdot 10^5$	$2,675 \cdot 10^3$	$5,7 \cdot 10^{-3}$
3	$7,420 \cdot 10^1$	$4,272 \cdot 10^4$	$3,125 \cdot 10^3$	$6,2 \cdot 10^{-2}$
4	$1,796 \cdot 10^2$	$2,280 \cdot 10^3$	$9,929 \cdot 10^2$	$4,6 \cdot 10^{-1}$
5	$4,588 \cdot 10^2$	$1,217 \cdot 10^2$	$4,477 \cdot 10^2$	4,5
6	$1,232 \cdot 10^3$	6,493	$1,520 \cdot 10^1$	$4,1 \cdot 10^1$
7	$2,956 \cdot 10^3$	$3,465 \cdot 10^{-1}$	9,284	$2,4 \cdot 10^2$
8	$5,286 \cdot 10^3$	$1,849 \cdot 10^{-2}$	1,748	$1,9 \cdot 10^3$
9	$6,531 \cdot 10^3$	$9,869 \cdot 10^{-4}$	$5,535 \cdot 10^{-1}$	$2,4 \cdot 10^4$
10	$5,727 \cdot 10^3$	$5,267 \cdot 10^{-5}$	-	-
11	$3,848 \cdot 10^3$	$2,811 \cdot 10^{-6}$	-	-
12	$2,160 \cdot 10^3$	$1,500 \cdot 10^{-7}$	-	-

Capítulo 3 – Parâmetros Constitutivos de Misturas Asfálticas

Observando-se os tempos de relaxação de Gibson *et al.* (2003), é notado que a razão constante entre os tempos obtidos não é constante tal como a curva de fluência. Tal fato acontece devido aos tempos de relaxação dependerem dos tempos de retardação e das constantes D_i , o que estabelece uma relação não linear entre cada tempo de relaxação da série de Prony.

Uma curva de relaxação correspondente ao modelo da equação 3.29 não é empregada em misturas asfálticas, devido a não existir solução analítica da aplicação da equação 2.60 em função da equação 3.29. Existe uma solução analítica para $D_0 = 0$, porém isto leva a uma curva de relaxação com módulo de relaxação instantâneo infinito e nulo a longo prazo.

3.2.2.2 Módulos/compliances de cisalhamento e Bulk viscoelásticos

Depois da curva de relaxação e de fluência, os módulos/compliances de cisalhamento e de compressibilidade no domínio tempo são as propriedades constitutivas para misturas asfálticas mais obtidas. Tais propriedades são experimentalmente mais complexas de serem obtidas, porém são propriedades constitutivas fundamentais de materiais viscoelásticos e dados de entrada para softwares que empregam o Método dos Elementos Finitos, como ABAQUS® e ANSYS®.

Tal como no domínio frequência, uma maneira de obter os módulos de cisalhamento e de compressibilidade em função do módulo de Young e do PR é expresso pelas equações 3.34 e 3.35, respectivamente:

$$G(x, t) = \frac{E(x, t)}{2[1 + \nu(x)]} \quad (3.34)$$

$$K(x, t) = \frac{E(x, t)}{3[1 - 2\nu(x)]} \quad (3.35)$$

As equações 3.34 e 3.35 expressam uma maneira de obtenção de propriedades fundamentais em função de uma propriedade unidimensional, considerando-se o PR como constante. Como

Capítulo 3 – Parâmetros Constitutivos de Misturas Asfálticas

será visto no capítulo 4, tal maneira não reflete o comportamento de materiais viscoelásticos, pois assume mesmos tempos de relaxação para os módulos de cisalhamento e de compressibilidade, sendo que os tempos de relaxação do módulo de compressibilidade são notavelmente maiores.

A forma correta de obtenção dos módulos/compliances de cisalhamento e Bulk pode ser feito de duas maneiras: através do ensaio de compressão diametral sob carga constante, chamado de *ITT creep test*, e o ensaio de compressão uniaxial onde são medidas deformações radiais e através do protocolo proposto por Shtark *et al.* (2007) são calculados os módulos desejados.

Zhang *et al.* (1997) através do ensaio de compressão diametral obtiveram as compliances de cisalhamento e de compressibilidade (também chamadas de desviadora e volumétrica) para misturas asfálticas compactadas cujos detalhes estão na publicação referenciada. Medindo deslocamentos horizontais e verticais, cujos m_1 e n_1 (ver descrição das variáveis das equações 2.43 e 2.44) são 1 e 0,25 e aplicando uma carga constante P_0 , os autores obtiveram as equações para obter a compliância de cisalhamento $J(t)$ [os autores denotam por $J_D(t)$] e a compliância de compressibilidade $B(t)$ [denotada por $J_V(t)$], vistas nas equações 3.36 e 3.37:

$$J(t) = \frac{h}{P_0} [0,745\Delta U_{2R}(t) - 1,635\Delta V_{0,5R}(t)] \quad (3.36)$$

$$B(t) = -\frac{h}{P_0} [2,537\Delta U_{2R}(t) + 3,448\Delta V_{0,5R}(t)] \quad (3.37)$$

onde $\Delta U_{2R}(t)$ e $\Delta V_{0,5R}(t)$ são, respectivamente, deslocamentos horizontais e verticais medidos para m_1 e n_1 de 1 e 0,25, respectivamente; h é a espessura do corpo-de-prova e P_0 a carga. As funções $J(t)$ e $B(t)$ obtidas são vistas nas equações 3.38 e 3.39, respectivamente:

$$J(t) = 0,00114t^{0,43} + 0,0000975 \quad (3.38)$$

$$B(t) = 0,000157 \quad (3.39)$$

onde t é o tempo em segundos e ambas as compliâncias são em MPa^{-1} . Observando-se as equações 3.38 e 3.39, nota-se que ambas as compliâncias têm comportamento diferente ao longo do tempo. Dentro do curto intervalo de tempo que Zhang *et al.* (1997) mediram os deslocamentos (600 segundos em carga com mais 600 segundos de descanso) não foi notado um comportamento de fluência significativo para $B(t)$, podendo-se assumir este como constante.

Quando o tempo de carregamento é longo, pode-se notar o maior tempo necessário para a fluência/relaxação da/do compliância/módulo de compressibilidade. Dados experimentais obtidos de uma mistura asfáltica densa foram gentilmente cedidos pelo *Advanced Transportation Research and Engineering Laboratory* da *University of Illinois at Urbana-Champaign* (ATREL-UIUC), referentes a um ensaio de compressão diametral com carga constante. Os dados mostram que o comportamento da referida mistura, para uma temperatura de referência de 5°C , condizem com os resultados de Zhang *et al.* (1997). As funções $J(t)$ e $B(t)$ da mistura densa referida são vistas na Figura 3.22:

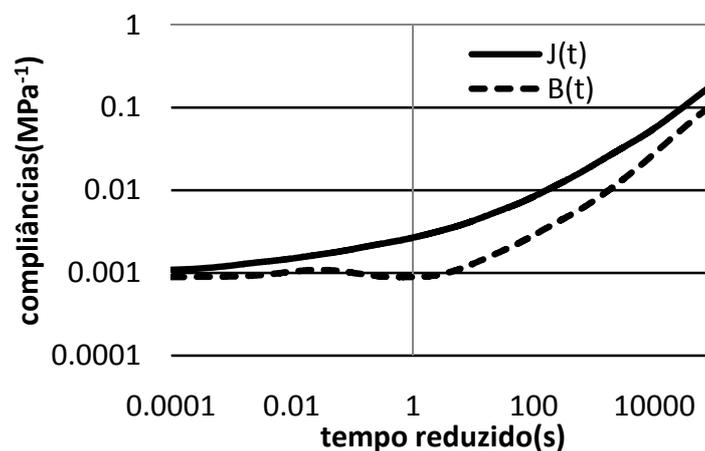


Figura 3.22: Funções $J(t)$ e $B(t)$ para mistura asfáltica densa ensaiada no ATREL-UIUC

Como visto na Figura 3.22, a função $B(t)$ permanece aproximadamente constante até aproximadamente 10 s, enquanto que a função $J(t)$ já apresenta notável fluência desde o início. A partir dos 10 segundos é notada a fluência de $B(t)$, seguindo aproximadamente a

Capítulo 3 – Parâmetros Constitutivos de Misturas Asfálticas

mesma tendência de $J(t)$ ao longo do tempo, mostrando a manifestação tardia de comportamento viscoelástico das misturas asfálticas com relação a variação de volume. Segundo Hilton (2001), tal comportamento é notado em praticamente todos os materiais de comportamento viscoelástico.

Há trabalhos recentes que empregam o ensaio de compressão diametral medindo deslocamentos verticais e horizontais, como Lee e Kim (2009) e Huurman e Poot (2007), porém estes não focam em obter de $G(t)$ e $K(t)$. Entretanto, é importante mencionar que discussões sobre experimentos para determinação de K e G (ou B e J) em misturas asfálticas têm questionado o ensaio de compressão diametral. Tayebali *et al.* (1997) afirmam que o uso do ensaio de compressão diametral para temperaturas maiores do que 20°C para determinação de qualquer tipo de rigidez não é recomendado, devido as deformações excessivas que podem ocorrer próximas aos frisos de carga, bem como o uso incorreto das teorias lineares na posição da carga diametral. Zhang *et al.* (1997) afirmam que confiar na mudança de comprimento do diâmetro vertical total do corpo-de-prova é controverso e pode conduzir a erros na avaliação dos parâmetros constitutivos. Os autores também afirmam que nos pontos da vizinhança dos frisos de carga, desvios da teoria linear-elástica podem ocorrer, invalidando a solução linear-elástica dada por Hondros (1959).

Outro problema relativo aos ensaios de compressão diametral é seu pequeno elemento de volume representativo (EVR). O EVR pode ser definido como a razão entre o comprimento do transdutor de deslocamento e o tamanho máximo nominal do agregado (TMNA). Quanto maior é o EVR, mais homogêneo o material pode ser considerado nas medidas experimentais. De acordo com Kim *et al.* (2004), tipicamente um EVR de 3 é recomendado. Atender a este quesito no ensaio de compressão uniaxial não é problema, entretanto, nos ensaios de compressão diametral cujas distâncias cobertas pelos dispositivos são 50,8 mm e 37,5 mm, este quesito é satisfeito para as misturas de TMNA 9,5 e 12,5 mm, mas não para as misturas de TMNA 19 e 25 mm. Isto pode causar dispersão nos resultados experimentais devido a heterogeneidade do material. Kim *et al.* (2004) executaram ensaios de compressão diametral com LVDTs de 50,8 mm e observaram que existe maior diferença de resultados nas misturas de TMNA 19 e 25 mm. Outra observação feita foi que, em algumas amostras das misturas de TMNA 25 mm, uma significativa diferença foi encontrada entre os deslocamentos entre as faces de medida de deslocamentos do corpo-de-prova cilíndrico.

Capítulo 3 – Parâmetros Constitutivos de Misturas Asfálticas

Portanto, executar ensaios de compressão diametral pode causar problemas se a distância de medida de deslocamentos/deformações crescer ou diminuir. Se tal distância é aumentada, o EVR cresce, mas ao medir deslocamentos verticais os extremos dos dispositivos medidores se aproximam dos frisos de carga, onde há deslocamentos e deformações plásticas. Se a distância dos extremos dos medidores é diminuída, as medidas ficam longe da “zona plástica”, mas o EVR pode ser menor que 3, causando heterogeneidade e dispersão de resultados. Para evitar tais problemas, a norma AASHTO TP62, relativa ao ensaio de MD de misturas asfálticas a quente (AASHTO, 2007), é recomendada para a medida de parâmetros constitutivos para uma grande gama de temperaturas e frequências de carga. A norma prega ensaios uniaxiais, mas, deslocamentos radiais também podem ser medidos durante os ensaios, possibilitando o uso do protocolo proposto por Shtark *et al.* (2007). Tal protocolo, além de estar baseado num tipo de ensaio homogêneo, ou seja, onde se medem tensões e deformações diretamente, descreve um procedimento conceitualmente mais correto para obtenção de $G(t)$ e $K(t)$ em materiais viscoelásticos, como será visto no capítulo 4. Tal protocolo não tem uma ampla aplicação para misturas asfálticas até o momento, mas parece ser uma tendência futura para o material.

3.2.2.3 O coeficiente de Poisson viscoelástico

O uso do PR no domínio tempo é algo recente aplicado às misturas asfálticas. Nos trabalhos anteriores, vista a variação do PR com a frequência angular e o MD, pesquisas foram desenvolvidas para determinação do PR viscoelástico no domínio tempo. Um dos primeiros trabalhos que deduziu o comportamento do PR no tempo em materiais viscoelásticos foi Lakes (1992). Através do PCEV aplicado a equação que descreve o PR em função do módulo de Young E e da compliância de compressibilidade B , Lakes (1992) chegou ao comportamento para o PR dependente do tempo visto na equação 3.40. Para B constante no tempo, a equação 3.40 se reduz a equação 3.41:

$$v(x, t) = \frac{1}{2} - \frac{1}{6} \int_{t_0}^t E(x, t - t') \frac{\partial B(x, t')}{\partial t'} dt' \quad (3.40)$$

$$v(x, t) = \frac{1}{2} - \frac{E(x, t)B(x)}{6} \quad (3.41)$$

Segundo Lakes (1992), uma vez que a função $E(x, t)$ é uma função monotonicamente decrescente, a função $v(x, t)$ é uma função crescente no tempo para materiais que possuem B como constante. Para B como uma função dependente do tempo, Hilton e Yi (1998) descrevem o comportamento do PR viscoelástico como visto na Figura 3.23:

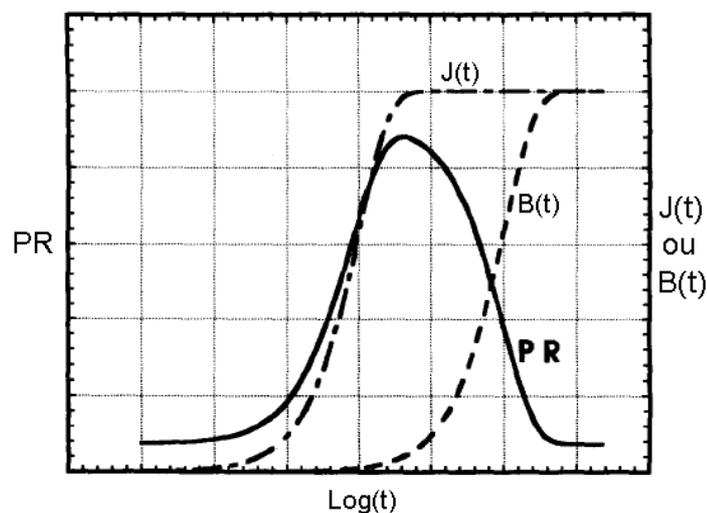


Figura 3.23: Comportamento do coeficiente de Poisson viscoelástico para B variável no tempo (adaptado de Hilton e Yi, 1998)

Como visto na Figura 3.23, enquanto a fluência de $J(t)$ acontece e não é notada fluência em $B(t)$, o PR se comporta como descrito por Lakes (1992). No momento que $B(t)$ começa a esboçar fluência, a declividade do PR em função do tempo decresce até o seu ponto crítico, onde $J(t)$ não apresenta mais fluência. A partir daí, na estabilização de $J(t)$ e na fluência de $B(t)$, o PR decresce até um valor constante, quando ambas as funções $B(t)$ e $J(t)$ atingem seus valores finais.

Muitos trabalhos têm sido desenvolvidos para determinação do PR em função do tempo, porém nenhum focado em misturas asfálticas. Tais trabalhos têm encontrado o comportamento do PR descrito por Lakes (1992), cuja forma da curva se assemelha a uma curva de fluência comum, porém aplicados a materiais poliméricos.

Capítulo 3 – Parâmetros Constitutivos de Misturas Asfálticas

Lee e Kim (2009) obtiveram o PR no domínio tempo para misturas asfálticas. Através do ensaio de compressão diametral sob carga constante, os autores obtiveram a função que descreve o PR no tempo, comparando resultados obtidos com o ensaio de fluência com o ensaio de MD, bem como a comparação entre a curva de fluência considerando o PR como dependente do tempo e como um valor constante. A Figura 3.24 mostra os resultados obtidos pelos autores:

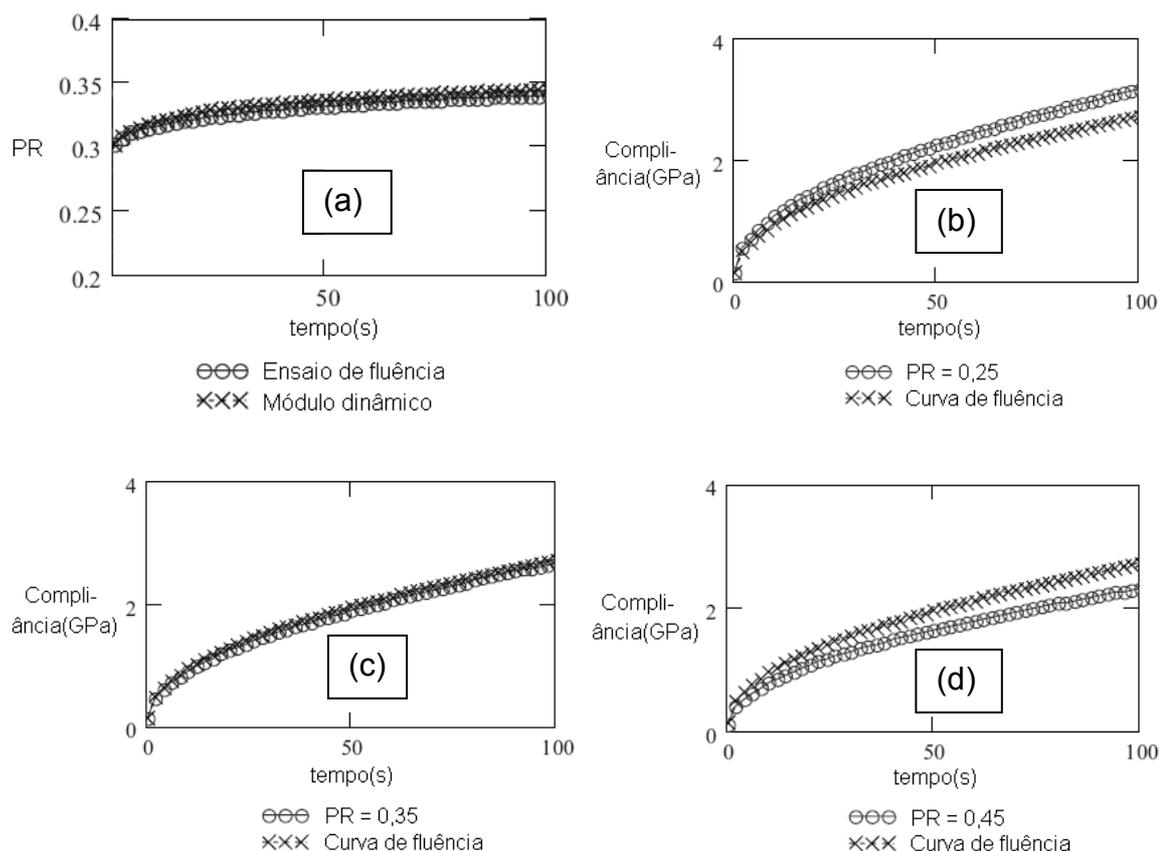


Figura 3.24: (a) Coeficiente de Poisson dependente do tempo obtido por Lee e Kim (2009) e curvas de fluência para coeficiente de Poisson igual a (b) 0,25; (c) 0,35 e (d) 0,45

Na Figura 3.24, nota-se que o formato obtido para o PR pelos autores está de acordo com o formato que Lakes (1992) descreve a função do PR dependente do tempo (devido ao curto tempo de carga, acredita-se que neste caso possa-se considerar $B(t)$ como constante). Também é visto que em função da escolha do valor do PR para a mistura asfáltica, existe mudança na curva de fluência do material em questão, o que pode ser importante na obtenção de tensões, deformações e deslocamentos em estruturas. Na mesma publicação, Lee e Kim (2009)

estabelecem uma relação entre o PR obtido do ensaio de compressão diametral com carga constante com o obtido no ensaio de MD, denotado por $v^*(x, \omega)$, vista na equação 3.42:

$$v^*(x, \omega) = i\omega \int_0^{\infty} v(x, t) e^{-i\omega t} dt \quad (3.42)$$

3.3 DEPENDÊNCIA DA TEMPERATURA

O efeito da temperatura nas misturas asfálticas deve ser considerado, pois é um fator que fortemente influi em seu comportamento. Segundo Widyatmoko (2002), para uma variação de 1°C da temperatura, a rigidez pode variar em até 10%. Há casos que a temperatura pode ser alta o suficiente para invalidar modelos constitutivos utilizados para processamento dos dados experimentais, devido ao desenvolvimento de altas deformações viscoelásticas e plásticas no material. Assim, as pesquisas que buscam entender o comportamento das misturas asfálticas têm em seu programa experimental ensaios nas mais variadas temperaturas. Dependendo do parâmetro constitutivo buscado, a temperatura é considerada de maneira diferente, como descrito a seguir.

3.3.1 A temperatura na abordagem linear-elástica

Como visto no sub-item 3.1.2, a influência da temperatura no PR é notavelmente presente. Neste sub-item é discutida a influência da temperatura no MR. Geralmente, a literatura mostra resultados de ensaios de MR para as temperaturas de 5°C a 45°C. Para temperaturas menores, segundo Brito (2006), as cargas necessárias para determinação dos parâmetros constitutivos são muito elevadas. Tal fato demanda aparato laboratorial suficientemente estruturado para alcançar cargas de tamanha magnitude. Para temperaturas maiores, como mencionado anteriormente, existe a questão da validade dos modelos, o que demanda cargas muito baixas a ponto de manter a linearidade no comportamento do material em um regime de pequenas deformações. Isso requer precisão do aparato laboratorial.

Capítulo 3 – Parâmetros Constitutivos de Misturas Asfálticas

As misturas asfálticas apresentam queda do MR com a temperatura. Para o intervalo de temperatura mencionado anteriormente (5°C a 45°C), nota-se um maior gradiente de queda para menores temperaturas, próximo a uma variação potencial ou exponencial. Entretanto, não existe um modelo preditivo geral proposto que considere esta variação no MR. Em geral, é notado um comportamento de queda exponencial do MR com a temperatura, como visto na equação 3.43 (deduziu-se tal equação com base nos resultados encontrados na literatura):

$$\frac{MR(T)}{MR(25^{\circ}C)} = \psi_T e^{-\theta_T \left(\frac{T}{25^{\circ}C}\right)} \quad (3.43)$$

onde θ_T e ψ_T são parâmetros de sensibilidade térmica. Tal modelo equaciona o MR normalizado para a temperatura de 25°C em função da temperatura normalizada com relação a temperatura de referência de 25°C. A Tabela 3.7 mostra os parâmetros θ_T e ψ_T para algumas misturas asfálticas vistas na literatura. Os parâmetros θ_T e ψ_T podem ser interpretados da seguinte maneira:

- Quanto maior for ψ_T , maior é a perda de módulo da mistura com a temperatura;
- Quanto maior for θ_T , mais brusca é a variação do MR com a variação de temperatura.

Tabela 3.7: Parâmetros θ_T e ψ_T para algumas misturas asfálticas encontradas na literatura

Referência	Tipo de mistura	Nome	ψ_T	θ_T	R ²
Rohde (2007)	Misturas de módulo elevado	RASF	2,6293	0,999	0,9951
		PPA 30/45	4,1865	1,434	1,0000
	CBUQ convencional	CAP 50/70	9,8766	2,103	0,9643
Brito (2006)	CBUQ convencional	CA-C 0,2 s Q	6,4009	1,805	0,9975
		CA-C 0,2 s SSV	5,8037	1,929	0,9771
	Asfalto Borracha	CA-AB 0,1 s	5,3296	1,667	1,0000
		CA-AB 0,2 s Q	5,3861	1,726	0,9982
		CA-AB 0,2 s SSV	5,9824	1,872	0,9940
Hamzah e Yi (2008)	Agregado 100% de escória de aço	SSDA 5% lig.	4,6770	1,801	0,9589
		SSDA 6% lig.	5,0229	1,849	0,9675
		SSDA 7% lig.	5,3863	1,892	0,9754
	Agregado 50% escória de aço e 50% granítico	SSGDA 5% lig.	4,9739	1,852	0,9641
		SSGDA 6% lig.	4,9055	1,803	0,9719
		SSGDA 7% lig.	4,8063	1,803	0,9662

Capítulo 3 – Parâmetros Constitutivos de Misturas Asfálticas

Na Tabela 3.7 todas as misturas se ajustam razoavelmente ao modelo da equação 3.43, tendo qualquer ajuste, no mínimo, um coeficiente de determinação (R^2) de 0,9589. Entretanto, algumas misturas não se ajustam melhor a modelos potenciais. Tal fato acontece porque a variação do MR destas misturas é maior para temperaturas menores que a de referência e menor para temperaturas maiores que a temperatura de referência, comportamento melhor modelado com uma função potencial. Outras misturas não se adaptam a qualquer um dos modelos mencionados, notando-se variação maior do MR para temperaturas maiores que a temperatura de referência. Um caso onde o ajuste potencial foi mais adequado para as misturas de asfalto borracha de Specht (2004). As tendências dos dois ajustes para as misturas de Specht estão na Figura 3.25:

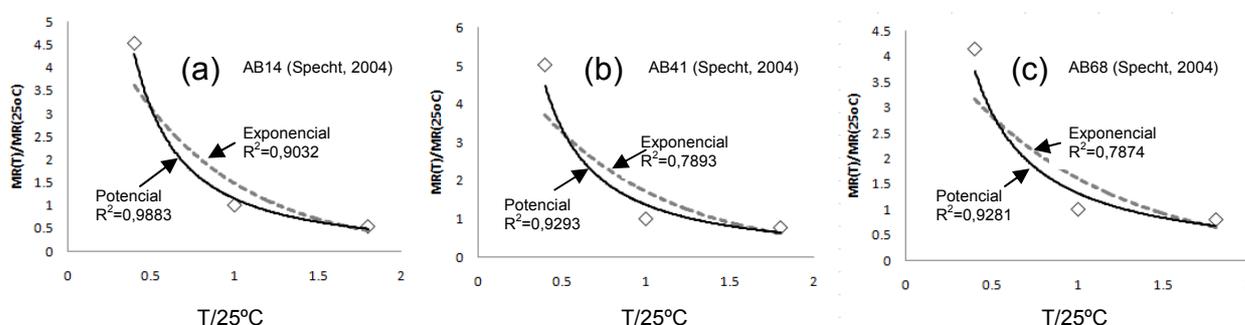


Figura 3.25: Tendências de variação do módulo de resiliência das misturas (a) AB 14, (b) AB 41 e (c) AB 68 de Specht (2004)

3.3.2 A temperatura na abordagem viscoelástica linear

Na abordagem viscoelástica linear, costuma-se modelar a influência da temperatura através do PSTT, descrito no sub-item 2.2.3. O material é assumido como termorreologicamente simples e os fatores de translação horizontal para cada uma das temperaturas é obtido, tanto no domínio tempo quanto no domínio frequência. A gama de temperaturas de ensaio é maior que a do ensaio de MR, principalmente se o ensaio para obtenção das propriedades for algumas das modalidades do ensaio de fluência. Como a carga é geralmente menor nestes ensaios pelo motivo de não desenvolver grandes deformações em longos períodos, as limitações de equipamento não tem tanta influência. Assim, costuma-se utilizar como temperatura mínima de ensaio temperaturas na ordem dos -10 a -15°C . Quanto maior a gama de temperaturas, mais acurada é a curva mestra.

Capítulo 3 – Parâmetros Constitutivos de Misturas Asfálticas

Na Figura 3.26, são mostradas algumas tendências de $\log(a_T)$ obtidas para diversas misturas asfálticas, cuja descrição é encontrada nas referências indicadas. Nota-se, observando-se a figura, que é vista uma tendência muito próxima a linear nas funções $\log(a_T)$ obtidas pelos autores, ratificando o que foi comentado no parágrafo anterior.

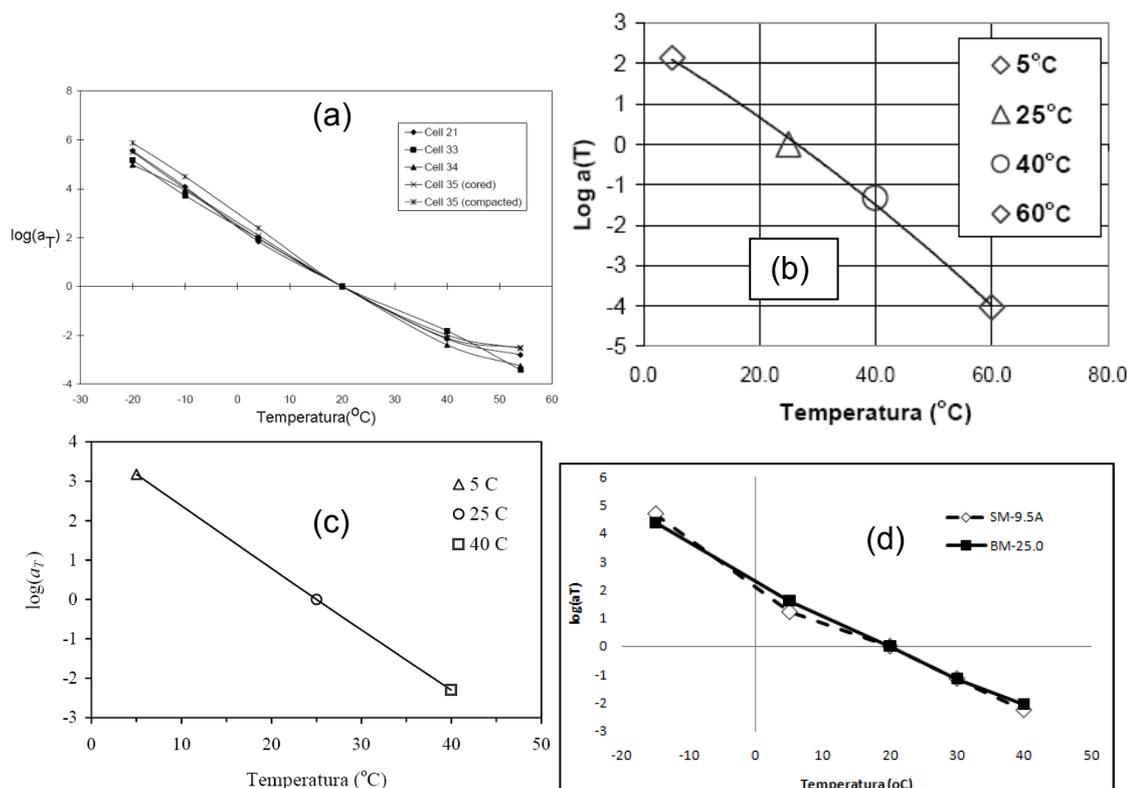


Figura 3.26: Tendências para $\log(a_T)$ para as misturas ensaiadas por (a) Clyne *et al.* (2003), (b) Gibson *et al.* (2003), (c) Souza (2005) e (d) Loulizi *et al.* (2006)

As tendências na Figura 3.26 são observadas nos ensaios de fluência e MD. Tal tendência é observada não somente para as propriedades ensaiadas pelos autores referidos na Figura 3.26, mas para propriedades fundamentais como $J(t)$ e $B(t)$, inclusive. Para a mistura asfáltica vista na Figura 3.22, executou-se o ajuste da curva mestra para ambas as funções independentemente, obtendo-se o mesma função $\log(a_T)$ para ambas, expressa pela equação 3.44, onde a temperatura de referência foi 5°C. Como se observa na equação 3.44, a função encontrada é uma reta de inclinação negativa que cruza o eixo das abscissas para $T = 5^\circ\text{C}$.

$$\log[a_T(T)] = -0,15(T - 5^\circ\text{C}) \quad (3.44)$$

3.4 ABORDAGEM PARA GRANDES DEFORMAÇÕES E FADIGA

Nos itens 3.1, 3.2 e 3.3 mostrou-se as pesquisas que buscam modelar o comportamento tensão-deformação de misturas asfálticas no regime de pequenas deformações. Entretanto, tais abordagens não bastam, em virtude das solicitações que as misturas asfálticas sofrem em campo, produzindo níveis de deformações maiores que as infinitesimais e, por conseguinte, sua degradação. Para consideração de tais fenômenos, tem-se buscado parâmetros constitutivos que modelem o comportamento das misturas asfálticas em situações mais extremas, feito juntamente da modelagem para pequenas deformações, modelando-se os fenômenos de fluência não-linear, fadiga e viscoplasticidade, cujos parâmetros são descritos na sequência.

3.4.1 Parâmetros para fluência não-linear

Como foi visto no sub-item 2.2.4, quando um material viscoelástico é submetido a um nível de tensões e/ou deformações acima do limite linear, o comportamento típico de fluência não é mais observado. Segundo Motta e Medina (2005), uma modelagem linear é admissível a níveis baixos de tensão de tração (40% ou menos) em relação a ruptura [normalmente a resistência ao tração por compressão diametral (RT), cujos procedimentos de obtenção estão na DNIT-ME 138/94 (DNIT, 1994)] e a temperatura inferiores a 40°C. Outros autores sugerem valores de percentual e temperatura diferentes. Segundo Roque e Buttlar (1992), tais valores são difíceis de determinar.

Existe um considerável número de pesquisas que modela o comportamento a fluência não-linear das misturas asfálticas utilizando o PCEVE de Schapery (1984) e a TPT também de Schapery (1990). Geralmente é aplicada uma taxa de deformação constante uniaxialmente em corpos-de-prova cilíndricos, levando-o a ruptura e algumas vezes a níveis de deformações além da ruptura.

Gibson *et al.* (2003) usaram o PCEVE e a TPT de Schapery para obtenção do comportamento a fluência não-linear de misturas asfálticas, com a relação constitutiva vista na equação 3.45:

$$\varepsilon(t) = E_R \int_0^t D(\xi - \xi') \frac{\partial}{\partial \xi'} \left[\frac{\sigma}{C(S)} \right] d\xi' \quad (3.45)$$

onde as variáveis vistas na equação 3.45 foram definidas no capítulo 2. A equação 3.45 refere-se somente a parcela viscoelástica de deformação do material. A função C(S), a perda de rigidez ao longo do carregamento, foi calculada conforme a equação 3.46:

$$C[S(t)] = \frac{\sigma(t)}{\varepsilon_R(t)} \quad (3.46)$$

A equação 3.46 foi empregada para o cálculo da função C(S) em função do tempo t. Para a determinação da função S(t), foi empregada a TPT de Schapery de forma iterativa, onde S foi calculado em função de incrementos de tempo ΔT , conforme as equações 3.47 e 3.48:

$$S(t + \Delta t) - S(t) = \left\{ -\frac{\delta W_R}{\delta S} \right\}^{\alpha_S} \Delta t \quad (3.47)$$

$$\delta W_R = \frac{1}{2} C[S(t) + \delta S] \left[\frac{\varepsilon_R(t + \Delta t) + \varepsilon_R(t)}{2} \right]^2 - \frac{1}{2} C[S(t)] \left[\frac{\varepsilon_R(t + \Delta t) + \varepsilon_R(t)}{2} \right]^2 \quad (3.48)$$

Para obtenção de S das equações 3.47 e 3.48, foi preciso determinar uma função C(S). Os autores escolheram a função vista na equação 3.49, sendo os κ_i constantes:

$$C(S) = \sum_{i=1}^6 \frac{1}{i+3} e^{-\kappa_i S} \quad (3.49)$$

Capítulo 3 – Parâmetros Constitutivos de Misturas Asfálticas

Com arbítrios de pequenos valores de δS em cada interação, os autores obtiveram o melhor ajuste para α_s igual a 1,75 e a curva $C(S)$ mostrada pela Figura 3.27. As constantes ($i = 1$ a 6) valem $1,649 \cdot 10^{-3}$; $4,610 \cdot 10^{-6}$; $1,853 \cdot 10^{-5}$; $1,766 \cdot 10^{-5}$; $1,243 \cdot 10^{-4}$ e $2,489 \cdot 10^{-5}$; respectivamente. Os autores compararam resultados previstos e experimentais, o que é visto na Figura 3.28:

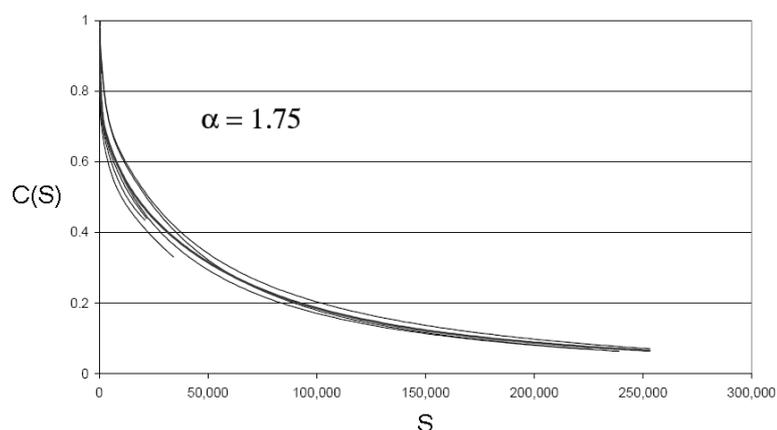


Figura 3.27: Função $C(S)$ obtida por Gibson *et al.* (2003)

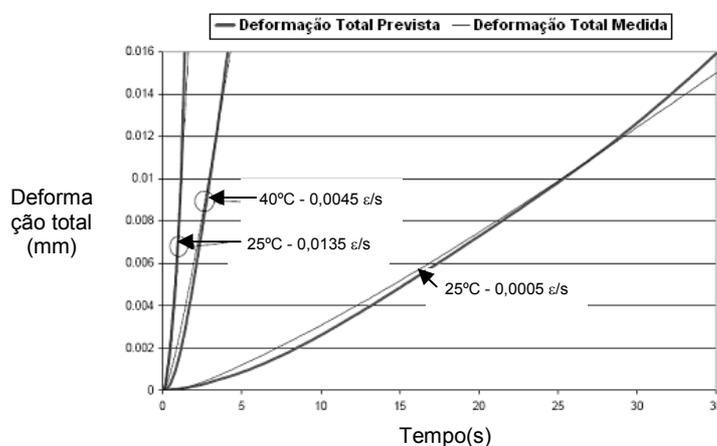


Figura 3.28: Medidas e previsão de deformações totais (adaptado Gibson *et al.*, 2003)

O mesmo modelo foi empregado por Park *et al.* (1996), porém o parâmetro S calculado pelos autores foi expresso em função das pseudo-deformações, como mostra a equação 3.50:

$$S^* = \varrho \left[\int_0^t |\varepsilon_r(t)|^{2\alpha_S} dt \right]^{\frac{1}{2\alpha_S}} \quad (\text{equação 3.50})$$

onde S^* é um novo parâmetro de dano chamado de norma de Lebesgue e ϱ é uma constante arbitrária escolhida pelos autores de forma a que, no valor máximo, $S = S^*$. Com tal parâmetro, foi obtida também uma curva decrescente de $C(S^*)$, como visto na Figura 3.29(a). O parâmetro α_S encontrado foi 2,5. O que difere as concavidades das curvas mostradas pelas figuras 3.27 e 3.29(a) é o diferente parâmetro de dano empregado, cuja relação encontrada é vista na Figura 3.29(b). A diferença entre o valor de $C(S)$ entre os trabalhos de Gibson *et al.* (2003) e Park *et al.* (1996) se dá no arbítrio da constante E_R , que em alguns trabalhos esta é utilizada como a unidade.

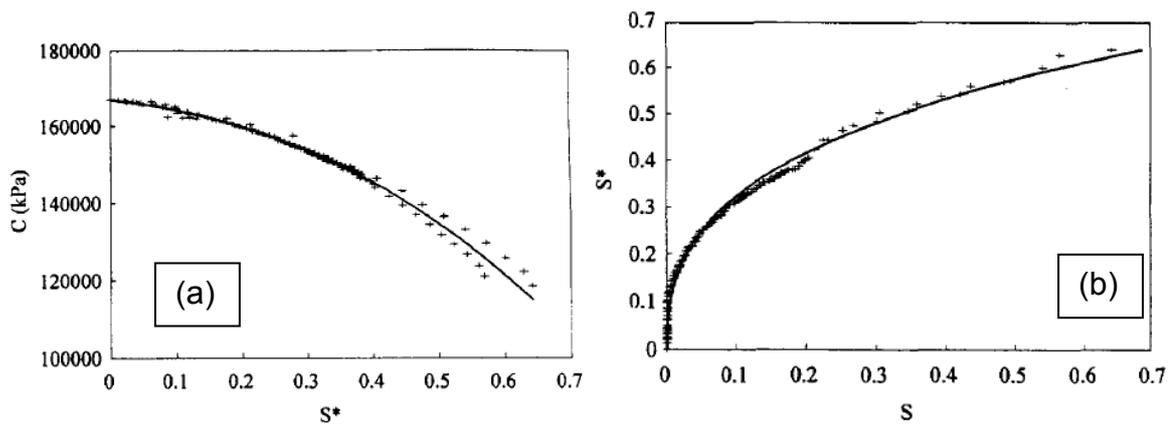


Figura 3.29: (a) função $C(S^*)$ e (b) relação S e S^* obtida por Park *et al.* (1996)

No trabalho de Long (2001) foi empregado o PSTTT para modelagem das tensões e deformações desviadoras no regime não-linear. Foram medidos experimentalmente, em misturas asfálticas densas, os módulos de cisalhamento de armazenagem e de perda (*storage e loss*), onde se variou a temperatura e o nível de deformações impostas para medida dos fatores de translação vertical e horizontal. Quanto ao fator de translação horizontal, observou-se que quanto menor a temperatura, maior é o seu valor e menos dependente do nível de deformação ele se apresenta, como mostra a Figura 3.30. Quanto ao fator de translação vertical, observou-se maior sensibilidade em função da deformação em maiores temperaturas, porém os valores

Capítulo 3 – Parâmetros Constitutivos de Misturas Asfálticas

encontrados são mais próximos e de menor magnitude se comparados aos fatores horizontais, como visto na Figura 3.31:

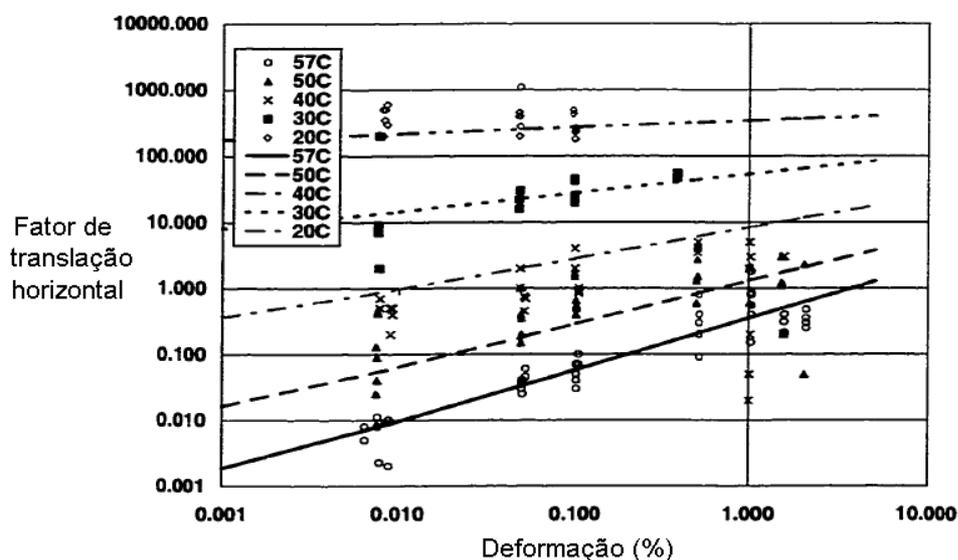


Figura 3.30: Fatores de translação horizontal para mistura densa de Long (2001)

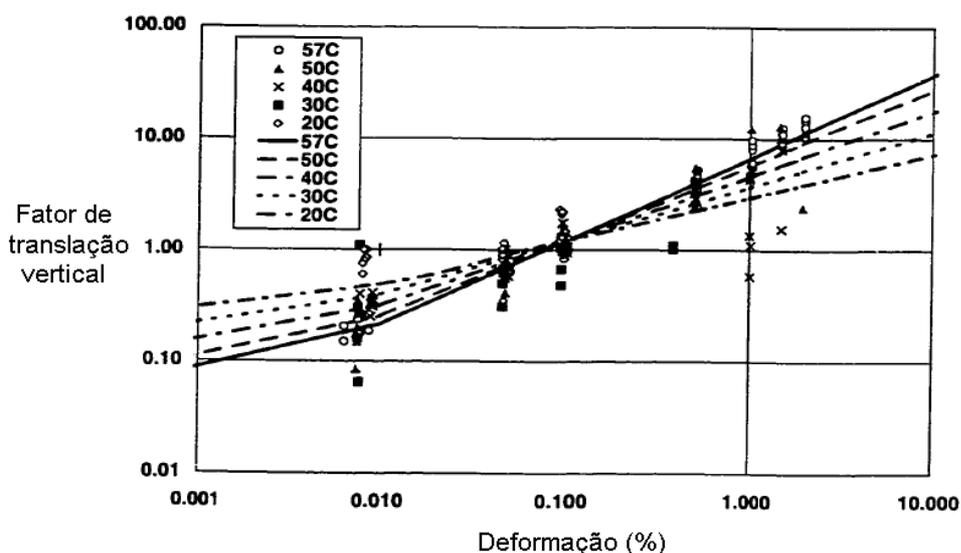


Figura 3.31: Fatores de translação vertical para mistura densa de Long (2001)

As análises das Figuras 3.30 e 3.31 mostram que o comportamento não-linear da mistura asfáltica em questão é mais evidente para altas temperaturas, pois o nível de deformação afeta mais consideravelmente o comportamento da curva mestra da mistura. Também é notado que quanto maior o nível de deformação, a tendência é a queda da translação horizontal e o

aumento da translação vertical, principalmente para níveis de deformações altos. O mesmo comportamento foi encontrado para misturas de asfalto borracha ensaiadas pela autora.

Os fatores de translação horizontal e vertical de Long (2001) foram modelados conforme as equações 2.89 e 2.90, respectivamente. As constantes C_{Hi} e C_{Vi} que constam nas mencionadas equações, para as duas misturas ensaiadas pela autora são vistas na Tabela 3.8:

Tabela 3.8: Constantes C_{Hi} e C_{Vi} encontradas para as misturas asfálticas de Long (2001)

i	Mistura densa		Asfalto borracha	
	C_{Hi}	C_{Vi}	C_{Hi}	C_{Vi}
1	0,460195	0,085866	0,324886	0,049158
2	-0,098896	0,584795	-0,099539	0,530642
3	0,473146	0,009665	0,329099	0,008332
4	0,018665	-	0,014692	-

A translação das curvas de fluência de qualquer compliância acontece devido à alteração da propriedade constitutiva que vêm da alteração das constantes da sua curva de fluência. O trabalho de Long (2001) não faz esta consideração, apenas determinando fatores que transladam curvas mestras determinadas para um determinado nível de tensão/deformação e temperatura. Um trabalho que mostra diretamente a influência das tensões e temperatura nas constantes da série de Prony de materiais asfálticos é o trabalho de Ye *et al.* (2009). No trabalho, os autores determinaram as constantes do modelo de Burger (uma mola elástica, um amortecedor viscoso e um elemento Kelvin, todos dispostos em série) com a adição de um elemento viscoplástico adicional em série para modelagem dos fenômenos de fluência secundária e terciária em mastiques. A curva de fluência encontrada por Ye *et al.* (2009) é expressa pela equação 3.51:

$$\varepsilon(t) = \sigma_0 \left[D_0 + D_1 \left(1 - e^{-\frac{t}{\eta_1 D_1}} \right) + \frac{t}{\eta_2} \right] + \frac{(\sigma_{nl} - \sigma_0)}{\eta_0} \left(\frac{t^3}{3} - \frac{B_{nl} t^2}{2A_{nl}} + \frac{C_{nl} t}{A_{nl}} \right) \quad (3.51)$$

onde A_{nl} , B_{nl} , C_{nl} e η_0 são parâmetros do modelo viscoplástico de deformações e σ_{nl} a tensão uniaxial de mudança de comportamento de fluência primário para o secundário. Foram realizados ensaios a várias temperaturas e níveis de tensão σ_0 , onde o modelo se ajustou razoavelmente aos dados experimentais, como visto nas Figuras 3.32(a) e 3.32(b),

respectivamente. Um modelo potencial (semelhante ao visto na equação 3.29) de curva de fluência também foi experimentado para ajuste dos dados, sem bom resultado.

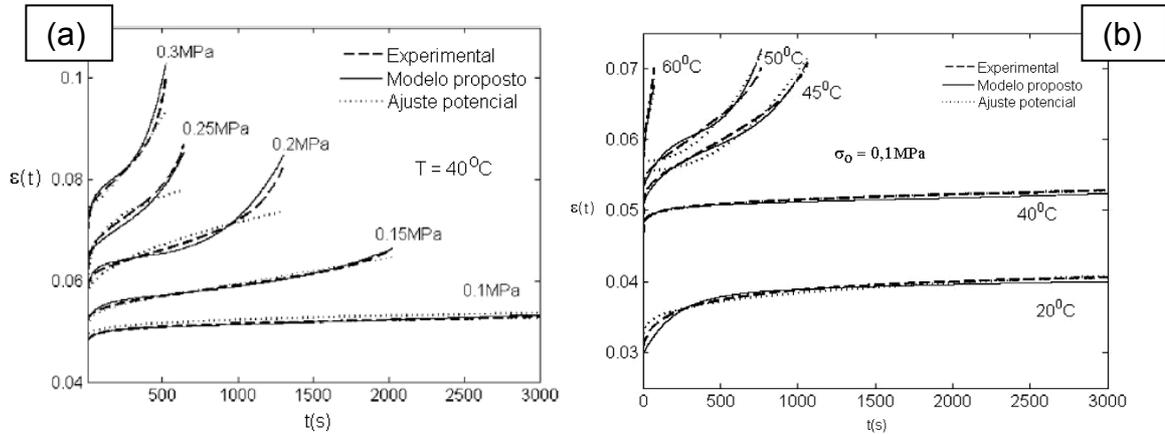


Figura 3.32: Modelo de Ye *et al.* (2009) e dados experimentais para ensaios variando (a) tensão uniaxial e (b) temperatura

As constantes da equação 3.51 foram modeladas em função de T e σ_0 , conforme as equações 3.52 a 3.57, onde T é em graus Celsius, σ_0 em MPa, compliâncias D_i em MPa^{-1} , η_2 e η_1 em $\text{MPa}\cdot\text{s}$, η_0 em $\text{MPa}\cdot\text{s}^3$ e A_{nl} em s^{-2} . As constantes B_{nl} e C_{nl} , permaneceram aproximadamente constantes segundo os autores (B_{nl} e C_{nl} foram $0,011\text{s}^{-1}$ e $0,863$; respectivamente).

$$D_0(T, \sigma_0) = \frac{2,092}{(0,0011T^2 - 0,127T + 5,48)[-25,94(\sigma_0)^2 + 22,38\sigma_0 + 0,09]} \quad (3.52)$$

$$D_1(T, \sigma_0) = \frac{47,619}{(0,2873T^2 - 15,53T + 209,14)[61,57(\sigma_0)^2 - 35,16\sigma_0 + 52,79]} \quad (3.53)$$

$$\eta_2(T, \sigma_0) = (0,0027T^2 - 2,75T + 148,32)[52,728(\sigma_0)^2 - 20,89\sigma_0 + 4,268] \quad (3.54)$$

$$\eta_1(T, \sigma_0) = \frac{(-1,445T^2 + 860T + 7232)[50,89(\sigma_0)^2 - 37,92\sigma_0 + 7,18]}{36363} \quad (3.55)$$

$$\eta_0(T, \sigma_0) = 5(0,68T^2 - 76,24T + 2102)[8,18(\sigma_0)^2 - 4,29\sigma_0 + 0,55] \quad (3.56)$$

$$A_{nl}(T, \sigma_0) = \frac{(5,42T^2 + 26T - 1847)[3,343(\sigma_0)^2 - 13,124\sigma_0 + 1,094]}{2970} \quad (3.57)$$

Masad *et al.* (2008) estudaram ligantes asfálticos considerando o efeito da temperatura, nível de tensões e envelhecimento. Os autores utilizaram o modelo de fluência não-linear de Schapery (1969), visto na equação 3.58, onde ΔD é a parcela transiente da curva de fluência; g_0 , g_1 e g_2 são parâmetros não lineares relativos a compliância elástica, compliância transiente e as tensões aplicadas, respectivamente. O tempo reduzido ξ é calculado conforme a equação 3.59:

$$\varepsilon(t) = g_0 D_0 \sigma(t) + \int_0^t g_1 \Delta D(\xi - \xi') \frac{\partial [g_2 \sigma(t')]}{\partial t'} dt' \quad (3.58)$$

$$\xi = \int_0^t \{a_T[T(t'), \sigma(t')] a_\sigma[T(t'), \sigma(t')] a_g[T(t'), \sigma(t')]\}^{-1} dt' \quad (3.59)$$

Na equação 3.59, foi incluído um terceiro fator de translação, referente ao envelhecimento dos ligantes, denotado por a_g . Masad *et al.* (2008) executaram ensaios nos ligantes em questão empregando o reômetro de cisalhamento dinâmico (*dynamic shear rheometer*) a diferentes níveis de tensões normalizadas (tensão dividida pela tensão última de cada temperatura) e temperaturas para medir a compliância de cisalhamento dos ligantes. O mesmo foi feito para

Capítulo 3 – Parâmetros Constitutivos de Misturas Asfálticas

os mesmos ligantes envelhecidos no *rolling thin film oven* (RTFO) seguindo as recomendações da ASTM D2872. Os fatores de transição encontrados pelos autores são vistos na Tabela 3.9:

Tabela 3.9: Fatores de transição obtidos para o ligante ensaiado por Masad *et al.* (2008)

T (°C)	a_T	Tensão normalizada	g_1, g_2	a_σ	a_g				
					Tensão normalizada				
					T (°C)	0,01	0,60	0,80	1,00
10	225,0	0,01	1,00	1,00	20	1,30	1,15	1,05	1,05
20	26,5	0,60	1,08	0,96	30	2,90	2,60	2,50	2,40
30	1,0	0,80	1,13	0,93	40	2,70	2,70	2,65	2,60
40	0,1	1,00	1,21	0,84					

Com os fatores de transição da Tabela 3.9, os autores realizaram simulações pelo Método dos Elementos Finitos (FEM), simulando vários níveis de tensão normalizada a 20°C. A Figura 3.33 mostra os resultados experimentais e simulados para as situações de ligante envelhecido e não envelhecido, notando-se uma boa concordância entre dados experimentais e simulados.

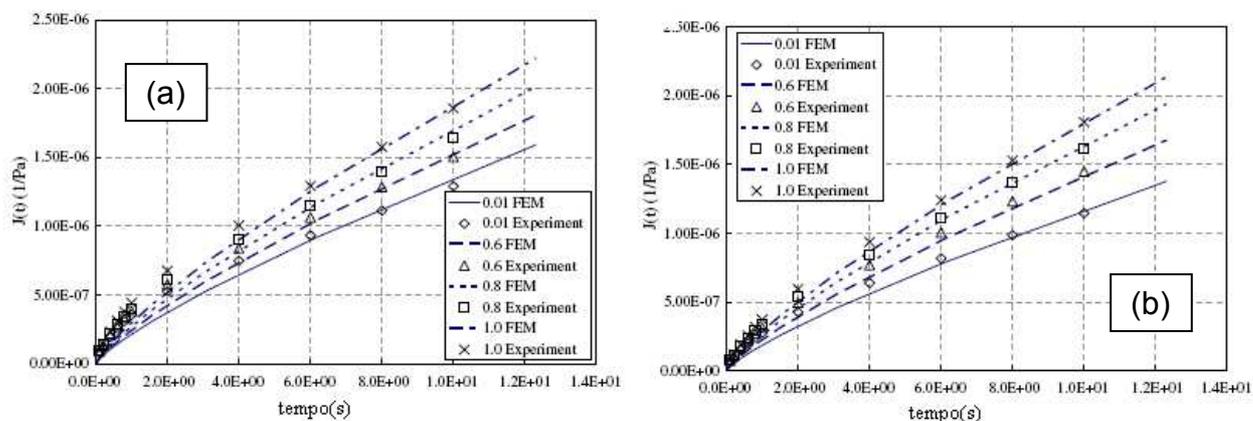


Figura 3.33: Simulações de comportamento de ligante asfáltico (a) não envelhecido e (b) envelhecido feitas por Masad *et al.* (2008)

3.4.2 Parâmetros para fadiga

A obtenção de parâmetros de fadiga para misturas asfálticas é a mais encontrada na literatura entre as abordagens de fenômenos não-lineares. Existe vasta literatura que busca parâmetros constitutivos que possam prever o comportamento a fadiga de misturas asfálticas. Segundo

Capítulo 3 – Parâmetros Constitutivos de Misturas Asfálticas

Mello (2008), para pesquisas em misturas asfálticas existem alguns tipos de ensaios para o estudo do fenômeno da fadiga. Dentre eles, destacam-se os ensaios a flexão em vigotas, os ensaios uniaxiais a tração em corpos-de-prova cilíndricos e os ensaios de fadiga de compressão diametral em corpos-de-prova cilíndricos. Tayebali *et al.* (1994) discutem as vantagens e as desvantagens de cada um deles, fazendo ressalvas ao ensaio de compressão diametral. Quanto ao processamento dos dados do ensaio de fadiga, estes podem ser divididos em dois tipos:

- Processamento para obter o número de aplicações de carga para atingir certo critério de ruptura, geralmente 50% da rigidez inicial. Exemplo típico: curvas de Wohler;
- Processamento de forma a obter parâmetros de modelos de dano contínuo. O modelo de dano contínuo mais empregado e a TPT de Schapery (1990).

3.4.2.1 Parâmetros da curva de Wohler

A curva de fadiga de Wohler é expressa pelas equações 2.121 a 2.123, onde os parâmetros a determinar são d_1 a d_6 , dependendo da variável independente tomada para ajuste do modelo. Dada a simplicidade do modelo, seus resultados têm aplicação restrita. No caso de misturas asfálticas, tais resultados são aplicáveis apenas para a mistura asfáltica ensaiada, para o nível de carga ou deformação imposto no ensaio, para a forma de carga ou função de deformação imposta, para o tempo de carga ou deformação imposto e para o critério de ruptura adotado no cálculo de N_f . Mesmo com tais restrições, existe um considerável número de trabalhos que determinam a curva de Wohler para misturas asfálticas. Algumas das misturas ensaiadas no Laboratório de Pavimentação - LAPAV-UFRGS e seus valores de d_1 a d_6 são vistas na Tabela 3.10: Na Tabela, tensões e diferenças de tensões são em MPa, Os ensaios foram conduzidos a 25°C. A Tabela 3.10 mostra que N_f é inversamente proporcional às tensões e deformações (expoentes negativos), apresentando forte dependência destes parâmetros (valores absolutos altos dos expoentes). As misturas de Specht (2004) são as menos sensíveis as tensões e deformações. Mello (2008) realizou ensaios de fadiga em várias misturas asfálticas a várias temperaturas, determinando os parâmetros da curva de Wohler em função da deformação de tração do ensaio. O autor concluiu que d_4 pode ser obtido em função de d_3 , conforme visto na equação 3.60. Também foi obtida uma relação de d_4 com a temperatura, como visto na equação 3.61.

Tabela 3.10: Constantes da curva de Wohler de misturas ensaiadas no LAPAV-UFRGS

Autor	Tipo	Nome	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6
Specht (2004)	Asfalto Borracha	AB 14	52,9	-3,04	$4,15 \cdot 10^{-5}$	-1,82	3565	-3,04
		AB 41	87,8	-2,82	$7,32 \cdot 10^{-6}$	-2,00	4378	-2,82
		AB 68	94,0	-2,81	$2,79 \cdot 10^{-6}$	-2,10	4610	-2,81
Wesseling (2005)	CBUQ convencional	Referência	44,1	-4,16	$2,56 \cdot 10^{-6}$	-2,20	14027	-4,16
	Mistura com resíduos industriais	70/0/30	108,9	-3,93	$9,10 \cdot 10^{-5}$	-2,04	25293	-3,93
		5/25/1970	406,0	-4,14	$2,02 \cdot 10^{-8}$	-5,18	12573	-4,14
		85/15/0	10,0	-3,76	$9,52 \cdot 10^{-5}$	-2,47	1840	-3,76
Rohde (2007)	Mistura de alto módulo	AMP EVA	63,4	-5,02	-	-	67	-5,02
		RASF	3,5	-4,03	-	-	926131	-4,03
		PPA 30/45	139,3	-5,11	-	-	16586	-5,11

$$d_4 = -0,252 \log(d_3) + 1,75 \quad (3.60)$$

$$d_4(T) = d_4(70^\circ\text{F})[1 - 0,0001(T - 70^\circ\text{F})] \quad (3.61)$$

Modelos de fadiga mais genéricos foram sendo obtidos ao longo das pesquisas. Tais modelos consideram, características do material, podendo ser aplicados para outras misturas asfálticas. São citados dois modelos, atualmente empregados em métodos de projeto de pavimentos flexíveis:

- O modelo do *Asphalt Institute* MS-1: leva em conta a quantidade de vazios e de ligante. A vida de fadiga, definida como o número de aplicações para que 20% da área do pavimento esteja trincada ou o equivalente a 37% da área de trilha de roda, em pavimentos com no mínimo 10 cm de espessura é definida pelas equações 3.62 e 3.63. V_{beff} e V_a são os mesmos empregados no modelo de Witczak e $|E^*|$ é em psi:

$$N_f = 0,00432(\varepsilon_0)^{-3,291}(|E^*|)^{-0,854}10^{C_f} \quad (3.62)$$

$$C_f = 4,84 \left(\frac{V_{beff}}{V_{beff} + V_a} - 0,69 \right) \quad (3.63)$$

- O modelo da AASHTO: combinação das condições de tensão e deformação controlada, contemplando trincas iniciadas na base do revestimento ou do topo do mesmo. O modelo é expresso pelas equações 3.64 e 3.65, onde e_1 é a espessura do revestimento em polegadas e as variáveis restantes as mesmas do modelo do *Asphalt Institute* MS-1:

$$N_f = 0,00432(\varepsilon_0)^{-3,291}(|E^*|)^{-1,281} 10^{C_f} k_f^{-1} \quad (3.64)$$

$$k_f = \begin{cases} 0,000398 + \frac{0,003602}{1 + e^{11,02-3,49e_1}} \Rightarrow \text{trincas vindas da base do rev.} \\ 0,01 + \frac{12}{1 + e^{15,68-2,82e_1}} \Rightarrow \text{trincas iniciando no topo do rev.} \end{cases} \quad (3.65)$$

Lee *et al.* (2003) obtiveram um modelo de previsão de vida de fadiga em função das propriedades viscoelásticas do material e dos parâmetros da TPT de Schapery (1990). Tal modelo é visto na equação 2.124, mas os parâmetros de dano nesta equação foram modelados em função de propriedades viscoelásticas do material, onde foi encontrada uma forte correlação com tais propriedades. Os autores chegaram ao modelo expresso pela equação 3.66:

$$N_f = 4fr[2,4905(\varepsilon_0)^{-0,1687}] \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{m} \right)^{0,5+21,301(\varepsilon_0)^{-0,0064}} \left[\sqrt{\pi}(\varepsilon_0|E^*|)^{1+\frac{2}{m}} \right]^{-1} \quad (3.66)$$

onde m é o mesmo parâmetro visto na Figura 2.12. Comparando resultados previstos com experimentais para dois grupos de misturas asfálticas, chegou-se a uma percentagem média de erro de 26,8%, obtendo um R^2 de 0,96. A comparação escrita é vista na Figura 3.34:

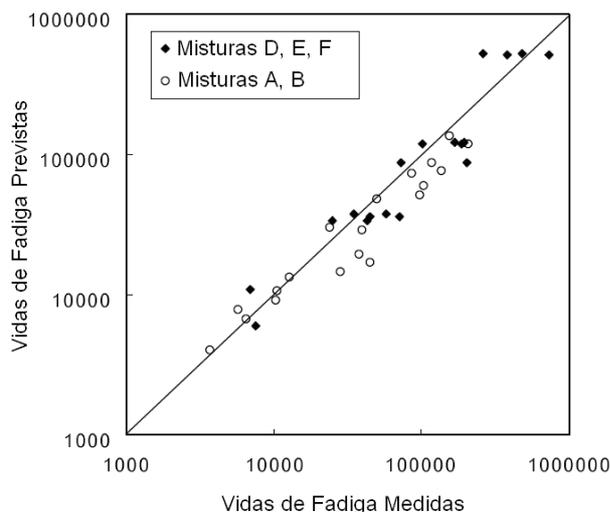


Figura 3.34: Vidas de fadiga (N_f) medidas e previstas (adaptado de Lee *et al.*, 2003)

3.4.2.2 Parâmetros da Teoria do Potencial de Trabalho de Schapery

A TPT de Schapery (1990) é talvez a formulação mais empregada para a modelagem do fenômeno da fadiga em misturas asfálticas, devido a não necessidade da obtenção experimental de propriedades físicas de cada uma das fases da misturas asfálticas. Os parâmetros a encontrar são as constantes α_S , A_S , a curva $C(S)$ e o parâmetro de dano S , tanto em função do número de ciclos N quanto do tempo. Em Lee *et al.* (2003), é explicado que α_S depende das características da zona de ruptura na ponta da trinca e pode ser expresso em função de m . Por exemplo, se a energia de fratura do material (Γ) e a tensão de ruptura através da zona do processo de fratura são constantes, então $\alpha_S = 1 + 1/m$, onde m é o parâmetro visto na Figura 2.12. Se o tamanho da zona do processo de fratura e Γ são constantes, $\alpha_S = 1/m$. Os autores relatam que em seus trabalhos anteriores esta relação foi verificada para misturas asfálticas. No trabalho referido, onde m e a vida de fadiga foram medidas para uma série de misturas asfálticas, os autores concluíram que α_S seguia a relação $\alpha_S = 1/2 + 1/m$, ou seja, o valor médio das duas situações descritas anteriormente. Quanto ao coeficiente A_S , segundo Lee *et al.* (2003), tal coeficiente é dependente da definição de S e/ou de seu significado físico. Por exemplo, se S é um comprimento de trinca, então A_S é constante para sistemas isotérmicos sem ação de envelhecimento (Schapery, 1990). Como a maioria dos trabalhos aplica a teoria nas condições citadas, é usual assumir $A_S = 1$.

Capítulo 3 – Parâmetros Constitutivos de Misturas Asfálticas

Os parâmetros que são determinados experimentalmente são a variável interna de estado S e a rigidez em função das pseudo-deformações $C(S)$. No caso de ensaios de fadiga, costuma-se modelar S em função do número de ciclos N . Com bases na TPT, para ensaios de deformação controlada uniaxiais, Daniel (2001) empregou a equação 3.67 no cálculo de S :

$$S = \sum_{i=1}^N \left[\frac{1}{2} (\varepsilon_R)^2 (C_{i-1} - C_i) \right]^{\alpha_S / (\alpha_S + 1)} (t_i - t_{i-1})^{1 / (\alpha_S + 1)} \quad (3.67)$$

As pseudo-rigidezes C_i são obtidas por ciclo de sollicitação, $t_i - t_{i-1}$ é o tempo de sollicitação em cada ciclo. Daniel (2001) usou a equação 3.67 para obter S , porém avaliando que nos ensaios uniaxiais cíclicos à tração apenas parte do carregamento causa dano no material. Assim, optou-se pela adoção de um fator 0,25 em $t_i - t_{i-1}$ (primeiro quarto de deformação de tração crescente em sollicitação senoidal). Em ensaios de fadiga em vigotas, Mello (2008) utilizou este fator como $\frac{1}{2}$, encontrando as tendências vistas na Figura 3.35 (frequência 10 Hz, a 21°C, mistura KR7):

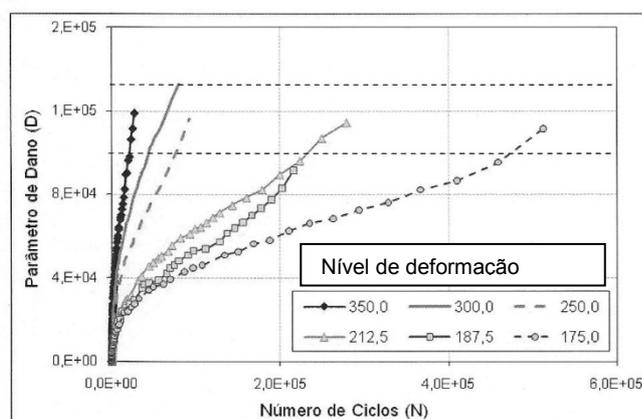


Figura 3.35: Tendências para o parâmetro de dano em função da deformação (Mello, 2008)

As pesquisas que vêm empregando a equação 3.67 têm achado uma curva única por material, independente de nível de sollicitação, frequência de sollicitação e temperatura. Entretanto, os autores usaram um processo de correção de α_S inicialmente calculado em função de m para obter tal independência, o que mostra uma não definição teórica do cálculo de α_S (Mello, 2008).

Capítulo 3 – Parâmetros Constitutivos de Misturas Asfálticas

Tendências semelhantes às vistas na Figura 3.35 são observadas em outros trabalhos. Se a equação 2.117 é aplicada aos MRs calculados nos ensaio de fadiga por Brito (2006), vistos na Figura 3.7, a tendência resultante é a Figura 3.36(a). Se a extensão da área trincada na superfície do pavimento em ensaios acelerados é medida, Theisen *et al.* (2009) encontraram a tendência mostrada na Figura 3.36(b), onde ΔN é o número de ciclos de carga após o início do trincamento superficial do pavimento. Nota-se pela Figura 3.36 que a literatura apresenta maneiras diversas de representar o dano em função de N , com aproximadamente o mesmo comportamento.

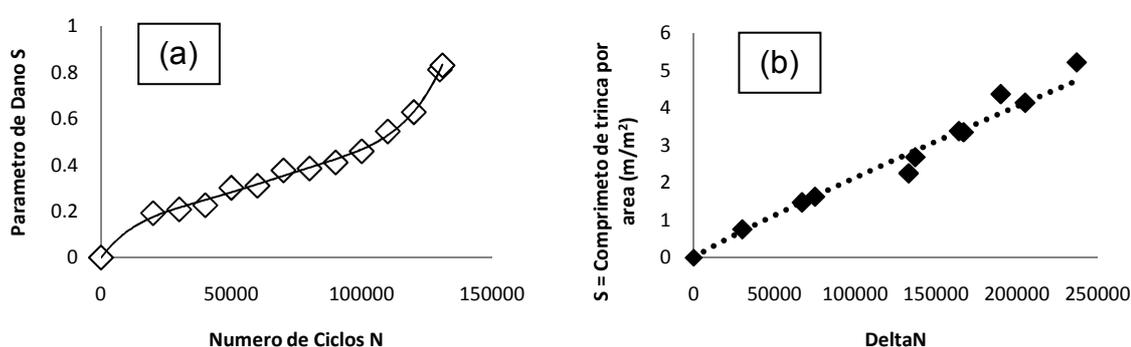


Figura 3.36: Tendências de S para (a) módulos de Brito (2006) e (b) Theisen *et al.* (2009)

Quanto à função $C(S)$, ou qualquer rigidez/módulo em função de S , as tendências obtidas em trabalhos são as mesmas mostradas nas Figuras 3.27 e 3.29(a), dependendo de como S é obtido. Tal fato acontece tanto para misturas asfálticas quanto para ligantes asfálticos, como visto na Figura 3.37, sendo $K'(S)$ a rigidez a uma deflexão unitária causada pelo carregamento de eixo padrão. Como observado, a rigidez do modelo de Schapery (1990) resulta em uma função decrescente com S . Se a relação $C(S) = f(S)$ é conhecida e ambas são função de N , a equação 2.119 pode ser aplicada ($D_N = S$). Exemplos são vistos nas equações 3.68 e 3.69, cujas referências são Lee *et al.* (2003) e Theisen *et al.* (2009), respectivamente, onde k'_1 , k'_2 , C_{N1} , C_{N2} , C_{N3} são constantes, V é a velocidade em km/h e P_{\max}^R é o pico de pseudo-carga, vinda da aplicação do PCEVE de Schapery à relação carga-deslocamento de ensaios acelerados.

$$S^{\alpha_S(1-\gamma_2)} dS = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha_S} \frac{(|E^*|)^{2\alpha_S} (\epsilon_0)^{2\alpha_S}}{4fr}} \left(\frac{\gamma_1 \gamma_2}{2}\right)^{\alpha_S} dN ; C(S) = 1 - \gamma_1 S^{\gamma_2} \quad (3.68)$$

$$\begin{aligned} \{[k'_1 + k'_2 \ln(S)]S\}^{\alpha_S} dS &= A_S \left[\frac{8(C_{N1} e^{C_{N2} \alpha_S} + C_{N3})}{V} \right] \left[\frac{-k'_2 (P_{max}^R)^2}{2} \right]^{\alpha_S} d\Delta N ; K'(S) \\ &= k'_2 \ln(S) + k'_1 \end{aligned} \quad (3.69)$$

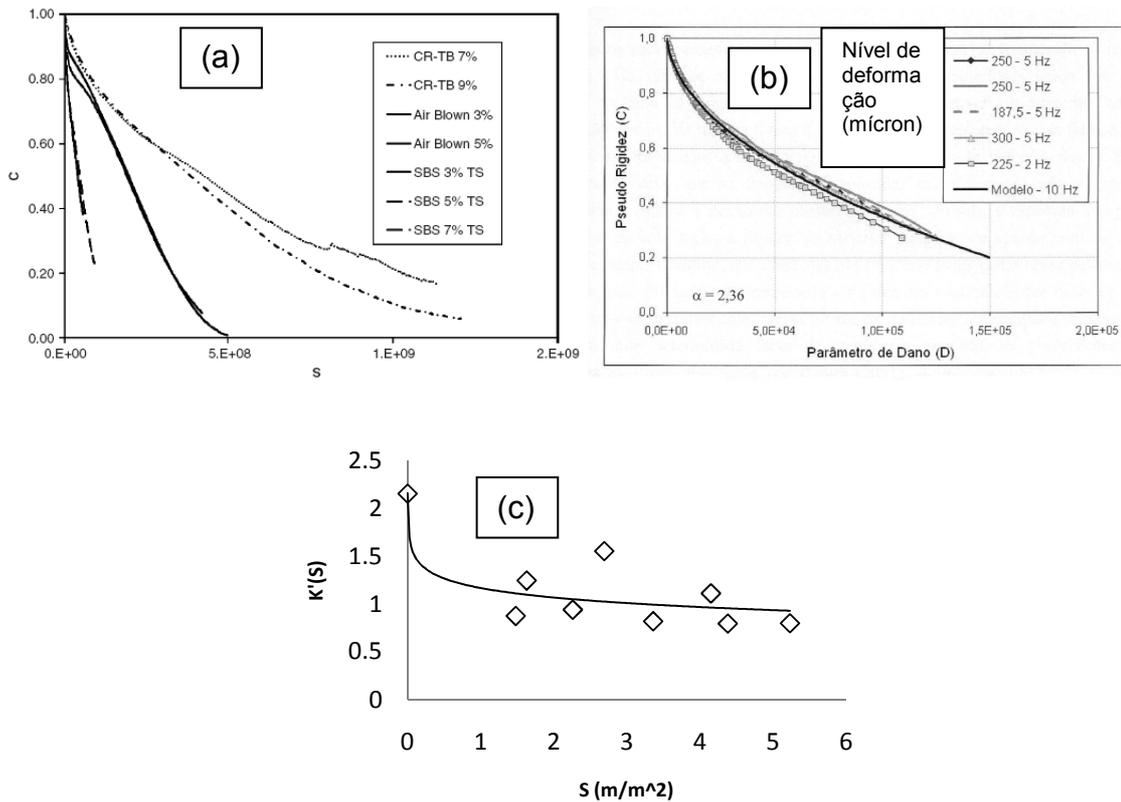


Figura 3.37: Funções $C(S)$ obtidas por (a) Wen e Bahia (2009) para ligantes, (b) Mello (2008) para a mistura da Figura 3.35 e (c) Theisen *et al.* (2009) em ensaios acelerados

3.4.3 Parâmetros para comportamento viscoplástico

Além das deformações elásticas e viscoelásticas, as deformações viscoplásticas, relacionadas às deformações permanentes, é preocupação das pesquisas sobre comportamento de materiais asfálticos. Sua influência é tão maior quanto maior for a temperatura de trabalho da mistura. Existem basicamente três tipos de modelos de deformação viscoplásticas. O primeiro, denominado de modelo de fluência plástica unidimensional com endurecimento (equação 2.127) tem como parâmetros A_V , m_V e n_V . A Tabela 3.11 mostra algumas referências que empregaram o referido modelo e os valores das constantes em questão que foram encontrados:

Tabela 3.11: Exemplos de constantes A_V , m_V e n_V do modelo da equação 2.127

Referência	Método de obtenção	A_V (kPa ^{-m_V} s ^{-n_V})	m_V	n_V
Perl <i>et al.</i> (1983)	Ensaio de fluência com tensão entre 100 e 800 kPa	$4,71 \cdot 10^{-6}$	0,8159	-0,78
Lai e Anderson (1973)*	Ensaio de fluência com tensão entre 69 e 345 kPa	$1,03 \cdot 10^{-5}$	0,8477	-0,75
Hua (2000) e Huang e White (1998)*	Ensaio acelerados em pavimentos	$8,40 \cdot 10^{-6}$	0,8000	-0,50

* O ajuste feito foi um produto de uma equação quadrática em função da tensão uniaxial. Fang et al. (2004) fizeram a adaptação para a equação 2.127.

O modelo de Schapery (1999) também é empregado na modelagem de misturas asfálticas. Trabalhos dos pesquisadores Gibson e Schwartz, (*University of Maryland*), são exemplos da aplicação do modelo. A obtenção das deformações plásticas se dá por ensaios de fluência cíclica e recuperação nas modalidades listadas abaixo, base do ajuste do modelo via equação 3.70.

- Tensão fixa: com um dado nível de tensão uniaxial, varia-se o tempo de carga. Após a carga, há um período de descanso de 10 vezes o tempo de carga;
- Tempo fixo: com um dado tempo de carga, varia-se a tensão, dando-se um período de descanso 20 vezes o tempo de carga para recuperação das deformações viscoelásticas após a carga.

$$\log(\varepsilon_{vp}) = \frac{1}{p+1} \log\left(\frac{p+1}{A_1/A_2}\right) + \frac{q}{p+1} \log(\sigma) + \frac{1}{p+1} \log(t) \quad (3.70)$$

Capítulo 3 – Parâmetros Constitutivos de Misturas Asfálticas

Gibson e Schwartz têm obtido valores que variam de 1,0 a 1,8 para p; 2,0 a 2,4 para q; e $9,0 \cdot 10^{10}$ a $4,4 \cdot 10^{12}$ para A_1/A_2 . Em Schwartz *et al.* (2002), foram encontrados os valores de $p = 1,82$; $q = 2,34$ e $A_1/A_2 = 9,2 \cdot 10^{10}$. Os autores compararam resultados experimentais com previstos pelo modelo para duas misturas (S4 e S5), obtendo boa correlação, como visto na Figura 3.38:

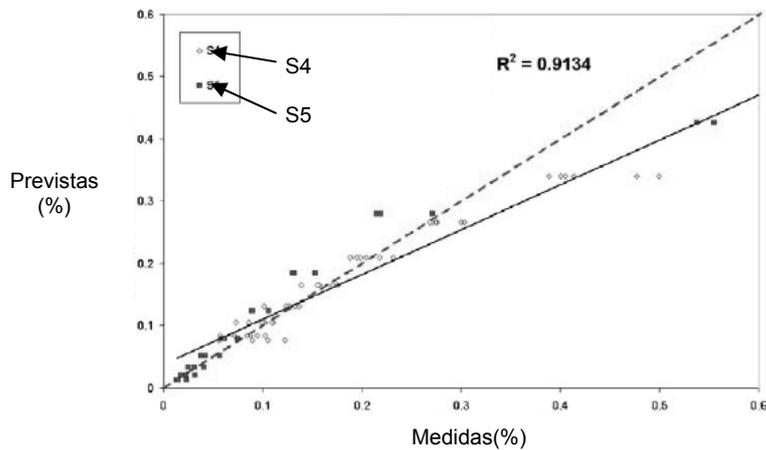


Figura 3.38: Deformações viscoplásticas medidas e previstas (Schwartz *et al.*, 2002)

Há modelos baseados em experimentos que fazem relação direta entre N e deformações viscoplásticas (permanentes). Um destes modelos é o modelo do guia da AASHTO (2002), que é uma relação constitutiva baseada em dados triaxiais de carga repetida calibrados com dados de observações de campo através de análises estatísticas. Este modelo é visto na equação 3.71:

$$\frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_r} = \frac{\{0,328196^z [v_1 + z(0,0172e_1^2 - 1,7331e_1 + 27,428)]\} T^{1,5606} N^{0,4792}}{10^{3,5111}} \quad (3.71)$$

onde ε_p é a deformação permanente, ε_r a deformação resiliente, T a temperatura ($^{\circ}\text{F}$) e z a profundidade do ponto de interesse (polegadas). O fator v_1 , função da espessura do revestimento (e_1), em polegadas, segundo a equação 3.72:

$$v_1 = -0,1039(e_1)^2 + 2,4868e_1 - 17,342 \quad (3.72)$$

4 ANÁLISE NO REGIME LINEAR

No capítulo anterior, foram abordados os diversos parâmetros constitutivos de misturas asfálticas obtidos em pesquisas recentes, considerando-se vários comportamentos tensão-deformação para o material, desde o regime linear-elástico até os fenômenos de fadiga e fluência não-linear.

Entretanto, como visto no capítulo de Revisão Bibliográfica, cada parâmetro constitutivo possui uma definição diferente, mesmo tratando-se do mesmo regime de nível de deformações (linear ou não-linear). Isto implica, ao escolher um conjunto de parâmetros constitutivos para projeto e/ou simulações numéricas, em diferentes influências das variáveis cruciais no comportamento tensão-deformação das misturas asfálticas, bem como assumir hipóteses da propagação de tensões e deformações no domínio do material. Sendo assim, este capítulo tem o objetivo de estudar a influência do conjunto de parâmetros constitutivos adotados no comportamento tensão-deformação das misturas asfálticas, conforme listado a seguir:

- Parâmetros viscoelásticos lineares: como a extração de diferentes parâmetros viscoelásticos lineares dos mesmos dados experimentais influi no comportamento do material;
- Parâmetros lineares-elásticos: como a extração de diferentes parâmetros lineares-elásticos dos mesmos dados experimentais influi no comportamento do material;
- Uma discussão sobre a adoção do coeficiente de Poisson (PR) como parâmetro constitutivo de misturas asfálticas.

4.1 MATERIAIS E DADOS EXPERIMENTAIS UTILIZADOS NA TESE

Nesta tese, tomaram-se resultados de ensaios realizados por Brito (2006), também utilizados por Theisen (2006), em corpos-de-prova de concreto asfáltico modificado com borracha (via úmida). Dados referentes aos materiais que compõem este material são brevemente descritos a seguir, podendo-se obter maiores detalhes na dissertação de Brito.

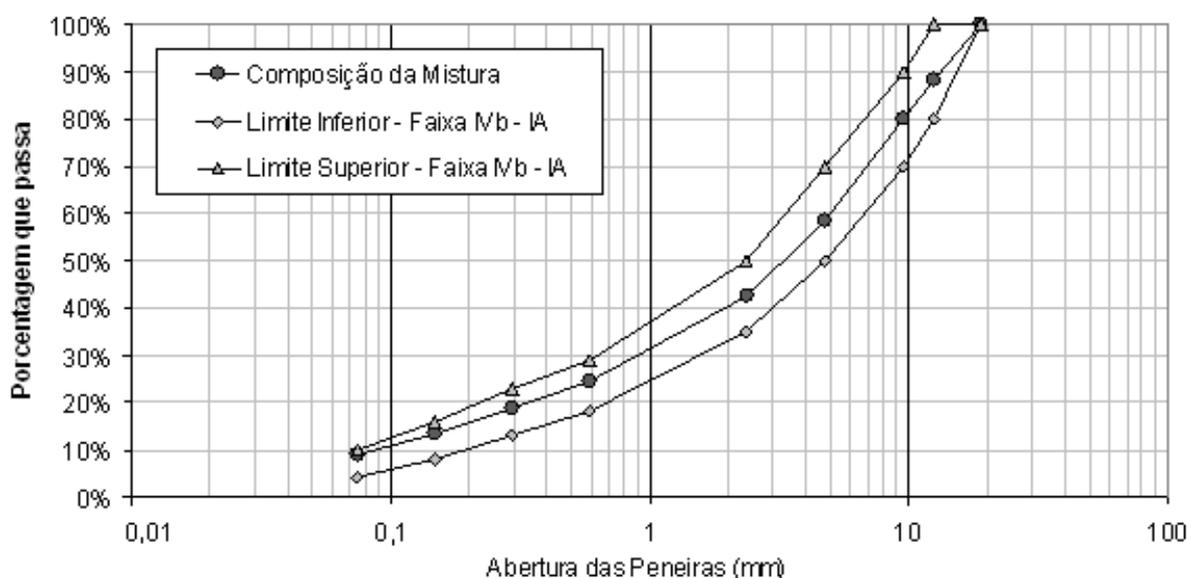
O ligante asfáltico utilizado na mistura foi o Ecoflex B, comercializado pela Greca Asfaltos S.A. Algumas propriedades deste ligante são mostradas na Tabela 4.1:

Tabela 4.1: Propriedades do Ecoflex B (adaptado de Brito, 2006)

Ensaio	Especificação	EcoflexB* (22/03/2005)
Ponto de Amolecimento	NBR 6560 (>55°C)	59°C
Penetração a 25°C, 100g, 5 s	NBR 6576 (25 dmm -75 dmm)	48 dmm
Viscosidade Aparente a 175°C	ASTM D2196/98 (800 cP - 2500 cP) spindle3 20RPM	1520 cP
Ponto de Fulgor	NBR 11341 (>235°C)	280°C
Massa Específica a 25°C	NBR 6296	1,022 g/cm ³
Recuperação Elástica a 25°C	NLT 329/91 (>50%)	70%

* Dados fornecidos pelo laboratório da Greca Asfaltos S.A.

O teor de ligante utilizado na mistura foi de 5,6%. Os agregados minerais utilizados, de natureza granítica, provindos da pedreira Sargon (Santa Isabel – SP), têm sua distribuição granulométrica vista na Figura 4.1:

**Figura 4.1:** Curva granulométrica da mistura asfáltica utilizadas na tese (Brito, 2006)

Nota-se que a curva granulométrica do material se enquadra na faixa IVb do Instituto do Asfalto norte-americano, similar à faixa B especificada pelo DAER/RS. A curva granulométrica da Figura 4.1 é uma composição de quatro tamanhos diferentes de agregados, cujas curvas granulométricas de cada tamanho de agregado são mostradas na Tabela 4.2. Com os materiais citados acima, foram confeccionados corpos-de-prova (CP's) cilíndricos de 10,16 cm de diâmetro. A Tabela 4.3 lista a relação dos CP's que foram ensaiados, com suas respectivas alturas e índices de vazios. Os CP's foram ensaiados às temperaturas de 10, 25 e

Capítulo 4 – Análise no Regime Linear

35°C por Brito (2006), sendo aqui utilizados os dados referentes aos ensaios a 25°C. Informações complementares sobre a mistura, como vazios de agregado mineral, relação betume-vazios e densidade máxima teórica são obtidas no trabalho de Brito (2006).

Tabela 4.2: Valores médios das análises granulométricas (adaptado de Brito, 2006)

Peneira		Porcentagem passante em massa (%)			
n°	mm	Brita 0	Pedrisco	Pó de pedra	Fíler (CAL)
3/4"	19,1	100,0	100,0	100,0	100,0
1/2"	12,7	48,3	100,0	100,0	100,0
3/8"	9,5	13,8	99,0	100,0	100,0
n 4	4,76	0,6	30,1	98,9	100,0
n 8	2,38	0,4	10,8	77,2	100,0
n 30	0,59	0,3	6,4	43,1	100,0
n 50	0,297	0,3	5,5	32,4	100,0
n 100	0,149	0,2	4,4	22,4	99,8
n 200	0,074	0,2	3,1	14,2	95,9

Tabela 4.3: Propriedades dos CP's ensaiados (adaptado de Brito, 2006)

CP	h(cm)	Índice de vazios (%)	Carga máxima (kN)	Ensaio realizado
3K	6,31	3,33	2,65 (15% da RT)	Compressão diametral com carga cíclica (módulo de resiliência)
6E	6,38	3,88		
5I	6,46	4,75		
4L	6,37	3,45	5,30 (30% da RT)	Resistência à tração sob compressão diametral (RT)
5Q	6,40	4,09		
3Q	6,43	4,50		
2J	6,37	3,30	16,7 a 18,8	
5B	6,40	4,05		
1Q	6,43	4,75		

Além dos ensaios vistos na Tabela 4.3, também foram realizados ensaios de Fadiga sob compressão diametral, modo tensão controlada, carga máxima de 3,5 kN, pulso de carga de 0,135 s e tempo de descanso em cada ciclo de 0,865 s, caracterizando um tempo de ciclo carga-descarga de 1 segundo e portanto uma frequência de 1 Hz para o ensaio. Nos ensaios de módulo de resiliência, foram medidos simultaneamente deslocamentos horizontais e verticais, abrangendo os segmentos AB na horizontal e CD na vertical vistos na Figura 3.12. No caso dos ensaios de RT e Fadiga, mediu-se apenas deslocamentos horizontais na porção AB.

Capítulo 4 – Análise no Regime Linear

Ao observar os dados da Tabela 4.3, nota-se que existe uma considerável variabilidade do índice de vazios nos corpos-de-prova. Tal fato serviu de motivação a esta tese para estudar a influência desta variável nas propriedades constitutivas determinadas ao longo do presente capítulo e do seguinte. A literatura é vasta e bastante clara sobre a notável influência do índice de vazios nas propriedades lineares-elásticas das misturas asfálticas, porém não se verificou na literatura a influência desta variável nas propriedades viscoelásticas e não-lineares das misturas asfálticas. Sendo assim, os dados de Brito (2006) tornam-se interessantes para o desenvolvimento do presente estudo.

4.2 DETERMINAÇÃO DE PARÂMETROS CONSTITUTIVOS NO REGIME VISCOELÁSTICO LINEAR

Com base nos ensaios de módulo de resiliência, serão determinados os parâmetros constitutivos no regime viscoelástico linear para a mistura asfáltica em questão nesta tese. Abaixo, são listados os parâmetros constitutivos a serem determinados e discutidos:

- Compliâncias de cisalhamento $J(t)$ e de compressibilidade $B(t)$;
- Curva de fluência $D(t)$;
- Compliâncias $C_{11}(t)$ e $C_{12}(t)$;
- Módulos de cisalhamento e compressibilidade [$G(t)$ e $K(t)$] e curvas de relaxação $E(t)$.

As propriedades constitutivas acima listadas supõem um material viscoelástico linear, homogêneo e isotrópico. Também se assume que as compliâncias e módulos citados são válidos para tempos curtos de carga, no máximo de 3 s, referentes aos 3 ciclos de carga analisados em cada procedimento de obtenção de parâmetros constitutivos. Deformações plásticas também não serão consideradas, devido ao baixo número de ciclos imposto as amostras no ensaio (máximo de 32 ciclos de carga-descanso após a fase de condicionamento).

4.2.1 Compliâncias $J(t)$ e $B(t)$

As compliâncias $J(t)$ e $B(t)$ representam, respectivamente, a suscetibilidade do material a variação de forma e volume quando este é submetido a um dado estado de tensões. Quanto maior o valor dessas compliâncias, maior é a suscetibilidade à variação de forma e volume.

Capítulo 4 – Análise no Regime Linear

Os deslocamentos horizontal e vertical sob compressão diametral em função das compliâncias $J(t)$ e $B(t)$ são dados pelas equações 2.53 e 2.54, respectivamente. Nestas equações existem parâmetros K_i (i variando de 1 a 4) em função da largura do friso de carga e do diâmetro do CP. No caso de diâmetro de 10,16 cm, largura de friso de 1,27 cm e medidas feitas entre os segmentos AB e CD (Figura 3.12), as equações 2.53 e 2.54 tornam-se as equações 4.1 e 4.2:

$$\Delta U_{5,08 \text{ cm}}(t) = \frac{0,415976}{h} \int_0^t J(t-t') \frac{\partial P(t')}{\partial t'} dt' - \frac{0,182040}{h} \int_0^t B(t-t') \frac{\partial P(t')}{\partial t'} dt' \quad (4.1)$$

$$\Delta V_{5,08 \text{ cm}}(t) = -\frac{0,815457}{h} \int_0^t J(t-t') \frac{\partial P(t')}{\partial t'} dt' - \frac{0,254006}{h} \int_0^t B(t-t') \frac{\partial P(t')}{\partial t'} dt' \quad (4.2)$$

onde h é a espessura do CP cilíndrico e $P(t)$ é a carga em função do tempo.

As equações 4.1 e 4.2 são a base para a determinação das propriedades constitutivas $J(t)$ e $B(t)$ contidas nas mesmas equações. A metodologia de obtenção dessas propriedades, bem como hipóteses simplificadoras possíveis a estas propriedades são descritas na sequência.

4.2.1.1 Hipóteses simplificadoras e metodologia de obtenção

Hilton (2001) mostra um comportamento genérico observado em materiais viscoelásticos quanto à relaxação/fluência de propriedades constitutivas relacionadas à variação de forma e volume. Na Figura 4.2, o autor mostra a diferença de tempo necessária para se notar relaxação nos módulos de cisalhamento e compressibilidade normalizados pelo valor obtido em $t=0$. Observando-se a figura, nota-se que o módulo de compressibilidade consome um tempo maior para que se note relaxação em seu comportamento, permanecendo, com o seu valor inicial por um maior período de tempo se comparado ao módulo de cisalhamento. Se séries de Prony forem utilizadas para ajustar as curvas vistas na Figura 4.2, diferenças entre os tempos de relaxação dos módulos de compressibilidade e cisalhamento serão encontradas, que, segundo Hilton (2001), são de no mínimo 100 vezes maior no módulo de compressibilidade.

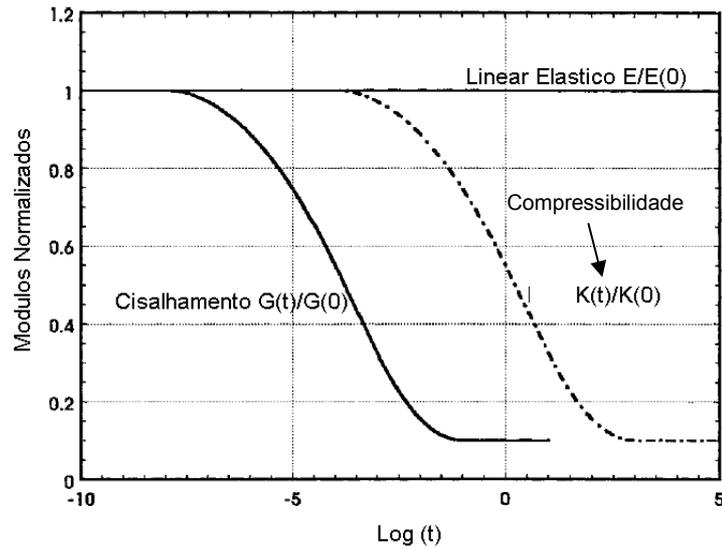


Figura 4.2: Módulos de compressibilidade e de cisalhamento normalizados para materiais viscoelásticos (adaptado de Hilton, 2001)

O mesmo comportamento ocorre nas compliâncias de cisalhamento e compressibilidade. Assim, notar-se-ia um tempo maior para que a compliância de compressibilidade apresentasse notável comportamento de fluência. Tal fato é discutido no capítulo 3, onde foi observado um maior tempo para fluência da compliância de compressibilidade em misturas asfálticas densas (Figura 3.22) e um valor constante de $B(t)$ para carregamentos de curta duração, o que é mostrado pela equação 3.39 extraída do trabalho de Zhang *et al.* (1997). Assim, dado o curto período considerado no ensaio de módulo de resiliência (0,1 de carga e 3 s de dados analisados), assume-se a função $B(t)$ como um parâmetro constante B_0 , fazendo as equações 4.1 e 4.2 serem reescritas conforme as equações 4.3 e 4.4, respectivamente:

$$\Delta U_{5,08\text{ cm}}(t) = \frac{0,415976}{h} \int_0^t J(t-t') \frac{\partial P(t')}{\partial t'} dt' - \frac{0,182040}{h} B_0 P(t) \quad (4.3)$$

$$\Delta V_{5,08\text{ cm}}(t) = -\frac{0,815457}{h} \int_0^t J(t-t') \frac{\partial P(t')}{\partial t'} dt' - \frac{0,254006}{h} B_0 P(t) \quad (4.4)$$

Capítulo 4 – Análise no Regime Linear

Outra simplificação pode ser feita com relação ao número de termos da série de Prony utilizada para modelar a função $J(t)$. Theisen (2006) mostra que uma série de Prony com 3 termos viscoelásticos é suficiente para obtenção de bons ajustes do comportamento das curvas carga-deslocamento nos ensaios de módulo de resiliência, tanto para deslocamentos horizontais e verticais. Porém, a magnitude das compliâncias D_i das curvas de fluência obtidas pelo autor não mostravam se parcelas com maior tempo de retardação com relação aos encontrados na ocasião teriam significância no deslocamento total medido.

Com vistas a responder a questão acima, foi tentando o ajuste das curvas experimentais de forma a obter o número mínimo de termos da serie de Prony onde se atingisse constantes J_i (equação 4.5) que demonstrasse a pouca significância da referida parcela viscoelástica do deslocamento total. Assim, chegou-se a conclusão que 5 parcelas viscoelásticas fariam da constante J_5 (referente a quinta parcela viscoelástica) no mínimo 2 ordens de grandeza menor que as outras, de modo que 5, 6 ou mais parcelas viscoelásticas não contribuíssem significativamente ao ajuste dos dados experimentais. Desta maneira, a função $J(t)$ foi modelada conforme a equação 4.5:

$$J(t - t') = J_0 + \sum_{i=1}^5 J_i \left(1 - e^{-\frac{t-t'}{\tau_i}}\right) \quad (4.5)$$

Para os ensaios de módulo de resiliência, a função $P(t)$ que representa a carga ao longo do tempo pode ser ajustada como um polinômio de quarta ordem, como visto na equação 4.6:

$$P(t) = \sum_{i=1}^4 p_i t^i \quad (4.6)$$

onde p_i são constantes de ajuste, vistas em Theisen (2006). Substituindo-se as equações 4.5 e 4.6 nas equações 4.3 e 4.4. São obtidas as equações 4.7 e 4.8, referentes aos deslocamentos horizontal e vertical, respectivamente:

$$\Delta U_{5,08\text{ cm}}(t) = \frac{0,415976}{h} \left[J_0 P(t) + \sum_{i=1}^5 J_i \Phi_i(t) \right] - \frac{0,182040}{h} B_0 P(t) \quad (4.7)$$

$$\Delta V_{5,08\text{ cm}}(t) = -\frac{0,815457}{h} \left[J_0 P(t) + \sum_{i=1}^5 J_i \Phi_i(t) \right] - \frac{0,254006}{h} B_0 P(t) \quad (4.8)$$

$$\Phi_i(t) = \sum_{j=1}^4 j p_j \int_0^t \left(1 - e^{-\frac{t-t'}{\tau_i}} \right) (t')^{j-1} dt' \quad (4.9)$$

As equações 4.7 a 4.9 são válidas para o trecho em carga do ensaio. Para o trecho descarregado, são válidas as equações 4.10 e 4.11 para o deslocamento horizontal e vertical, respectivamente:

$$\Delta U_{5,08\text{ cm}}(t) = \sum_{i=1}^5 \Delta U_{5,08\text{ cm}_i}(0,1\text{ s}) e^{-\frac{0,1\text{ s}-t}{\tau_i}} \quad (4.10)$$

$$\Delta V_{5,08\text{ cm}}(t) = \sum_{i=1}^5 \Delta V_{5,08\text{ cm}_i}(0,1\text{ s}) e^{-\frac{0,1\text{ s}-t}{\tau_i}} \quad (4.11)$$

onde $\Delta U_{5,08\text{ cm}_i}(0,1\text{ s})$ e $\Delta V_{5,08\text{ cm}_i}(0,1\text{ s})$ são os deslocamentos horizontal e vertical, respectivamente, obtido a 0,1 s (final da carga), considerando-se apenas a parcela viscoelástica i da série de Prony.

Capítulo 4 – Análise no Regime Linear

Para obtenção das constantes B_0 e J_i (i variando de 0 a 5) vistas nas equações 4.7 e 4.8 utilizou-se o método dos mínimos quadráticos. Fazendo ΔU_{exp} e ΔV_{exp} , de maneira respectiva, os deslocamentos horizontal e vertical medidos experimentalmente, as constantes B_0 e J_i foram determinadas com o uso do sistema de equações expresso pela equação 4.12:

$$\frac{1}{h} \left[\underline{\underline{M_{\Phi}}} + \underline{\underline{M_{P=0}}} \right] \begin{bmatrix} -0,399481J_0 - 0,436046B_0 \\ -0,399481J_1 \\ -0,399481J_2 \\ -0,399481J_3 \\ -0,399481J_4 \\ -0,399481J_5 \end{bmatrix} = \left[\underline{N_{\Phi}} + \underline{N_{P=0}} \right] \quad (4.12)$$

onde $\underline{\underline{M_{\Phi}}}$ e $\underline{\underline{M_{P=0}}}$ são matrizes em função de $P(t)$ e das funções $\Phi_i(t)$. $\underline{N_{\Phi}}$ + $\underline{N_{P=0}}$ são vetores em função de $P(t)$, das funções $\Phi_i(t)$ e dos deslocamentos experimentais ΔU_{exp} e ΔV_{exp} . O sub-índice Φ nas matrizes e vetores descritos faz referência ao trecho sob carga, enquanto que o sub-índice $P=0$ se refere ao trecho descarregado. Fazendo $P(t) = \Phi_0(t)$, os termos ij das matrizes e vetores vistos na equação 4.12 são obtidos conforme as equações 4.13 a 4.16:

$$M_{\Phi_{ij}} = \sum \Phi_{i-1}(t) \Phi_{j-1}(t) \quad (4.13)$$

$$M_{P=0_{ij}} = \sum \Phi_{i-1}(0,1 s) e^{-\frac{0,1 s-t}{\tau_i}} \Phi_{j-1}(0,1 s) e^{-\frac{0,1 s-t}{\tau_j}} \quad (4.14)$$

$$N_{\Phi_i} = \sum \Phi_{i-1}(t) (\Delta U_{exp} + \Delta V_{exp}) \quad (4.15)$$

$$N_{P=0_i} = \sum \Phi_{i-1}(0,1 s) e^{\frac{0,1 s-t}{\tau_i}} (\Delta U_{exp} + \Delta V_{exp}) \quad (4.16)$$

Os dados de entrada experimentais devem seguir a convenção da Teoria da Elasticidade para uso das equações 4.12 a 4.16. O deslocamento horizontal é positivo e o deslocamento vertical é negativo, resultando em uma soma de deslocamentos negativa. Como as funções $P(t)$ e $\Phi_i(t)$ são positivas, os termos do vetor das variáveis procuradas tem valores negativos, de forma a resultar em constantes positivas. Os somatórios vistos nas equações 4.13 a 4.16 se referem ao cálculo das funções em cada um dos instantes de tempo e após a soma dos valores resultantes.

Para a obtenção do vetor com as constantes B_0 e J_i foi deduzido um processo iterativo, onde são arbitrados os tempos de retardação τ_i de forma a obter o menor erro quadrático da curva ajustada com relação aos dados experimentais. A relação entre os tempos de retardação é dada por uma constante q_τ , como mostrado na equação 3.28. Assim, o processo iterativo se reduz ao arbítrio de duas constantes apenas (τ_1 e q_τ), não havendo necessidade do arbítrio de 5 tempos de retardação independentes. Em etapas, o processo iterativo consiste no seguinte:

- Arbítrio de um intervalo de constantes τ_1 e q_τ , cujo intervalo para τ_1 é definido por dois valores limites denominados de τ_{1min} e τ_{1max} . O mesmo é feito para a constante q_τ , onde são definidos $q_{\tau min}$ e $q_{\tau max}$;
- Definição de uma matriz de valores de τ_1 e q_τ , denominada ARB, de ordem $n \times n$, onde são armazenados os valores de τ_1 e q_τ a serem arbitrados, conforme a equação 4.17:

$$ARB_{ij} = \left[\tau_{1min} + \frac{(\tau_{1max} - \tau_{1min})}{n-1} (i-1), q_{\tau min} + \frac{(q_{\tau max} - q_{\tau min})}{n-1} (j-1) \right] \quad (4.17)$$

- Obtenção da matriz de valores de erro quadrático, com a mesma dimensão da matriz ARB;
- Localização do termo ij da matriz de erros quadráticos cujo valor é mínimo, determinado assim i_{min} e j_{min} ;
- Determinação de novo intervalo de constantes τ_1 e q_τ em função de i_{min} e j_{min} , conforme as equações 4.18 e 4.19:

$$\tau_{1min} + \frac{(\tau_{1max} - \tau_{1min})}{n - 1} (i_{min} - 2) \leq \tau_1 \leq \tau_{1min} + \frac{(\tau_{1max} - \tau_{1min})}{n - 1} i_{min} \quad (4.18)$$

$$q_{\tau min} + \frac{(q_{\tau max} - q_{\tau min})}{n - 1} (j_{min} - 2) \leq q_{\tau} \leq q_{\tau min} + \frac{(q_{\tau max} - q_{\tau min})}{n - 1} j_{min} \quad (4.19)$$

O processo iterativo descrito acima é repetido até a convergência segundo um determinado critério adotado. No caso, adotou-se como critério a igualdade de valores de $q_{\tau min}$ e $q_{\tau max}$ considerando a sexta casa decimal. Observou-se que também pode se adotar como critério de convergência a permanência do valor do erro quadrático mínimo no termo central da matriz de mínimo quadrático ao longo das interações, pelo fato do intervalo de valores ir gradativamente “cercando” os valores de τ_1 e q_{τ} que retornam o mínimo erro quadrático.

Obtido o vetor com as constantes B_0 e J_i , as constantes J_i (exceto J_0) são obtidas multiplicando o correspondente termo no vetor por $-h/0,399481$. Por outro lado, as constantes B_0 e J_0 não podem ser calculadas diretamente pela solução do sistema da equação 4.12, demandando que deslocamentos elásticos horizontais e verticais sejam isolados e tratados separadamente. Assim, como primeiro passo, isola-se os deslocamentos elásticos verticais e horizontais, denotados respectivamente por $\Delta U_{5,08\text{ cm}}^e$ e $\Delta V_{5,08\text{ cm}}^e$, conforme as equações 4.20 e 4.21:

$$\Delta U_{5,08\text{ cm}}^e(t) = \Delta U_{exp}(t) - \frac{0,415976}{h} \sum_{i=1}^5 J_i \Phi_i(t) \quad (4.20)$$

$$\Delta V_{5,08\text{ cm}}^e(t) = \Delta V_{exp}(t) + \frac{0,815457}{h} \sum_{i=1}^5 J_i \Phi_i(t) \quad (4.21)$$

Capítulo 4 – Análise no Regime Linear

Isolados os deslocamentos elásticos, as constantes B_0 e J_0 são obtidas através da solução do sistema de equações expresso na equação 4.22:

$$\begin{bmatrix} 0,415976 & -0,182040 \\ -0,815457 & -0,254006 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_0 \\ B_0 \end{bmatrix} = \frac{h}{n_{el}} \begin{bmatrix} \sum \frac{\Delta U^e_{5,08 \text{ cm}}(t)}{P(t)} \\ \sum \frac{\Delta V^e_{5,08 \text{ cm}}(t)}{P(t)} \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

onde n_{el} é o número de pontos (instantes de tempo) onde são observados deslocamentos elásticos puros.

4.2.1.2 Resultados obtidos

A aplicação do procedimento descrito em 4.2.1.1 em função dos dados experimentais disponíveis resultou nas funções $J(t)$ e constantes B_0 vistas na Tabela 4.4:

Tabela 4.4: Constantes obtidas para $J(t)$ e B_0 em função do índice de vazios

CP	3K	4L	6E	5Q	3Q	5I
Índice de vazios(%)	3,33	3,45	3,88	4,09	4,50	4,75
$B_0(\text{MPa}^{-1})$	$1,078 \cdot 10^{-6}$	$1,529 \cdot 10^{-6}$	$9,726 \cdot 10^{-7}$	$5,492 \cdot 10^{-6}$	$4,430 \cdot 10^{-6}$	$3,374 \cdot 10^{-5}$
$J_0(\text{MPa}^{-1})$	$5,427 \cdot 10^{-9}$	$1,428 \cdot 10^{-6}$	$1,021 \cdot 10^{-6}$	$5,938 \cdot 10^{-6}$	$4,454 \cdot 10^{-6}$	$3,184 \cdot 10^{-5}$
$J_1(\text{MPa}^{-1})$	$2,410 \cdot 10^{-4}$	$2,387 \cdot 10^{-4}$	$2,501 \cdot 10^{-4}$	$1,117 \cdot 10^{-4}$	$3,373 \cdot 10^{-4}$	$3,428 \cdot 10^{-4}$
$J_2(\text{MPa}^{-1})$	$4,689 \cdot 10^{-4}$	$4,178 \cdot 10^{-4}$	$5,709 \cdot 10^{-4}$	$2,478 \cdot 10^{-4}$	$9,170 \cdot 10^{-4}$	$9,082 \cdot 10^{-4}$
$J_3(\text{MPa}^{-1})$	$6,589 \cdot 10^{-5}$	$4,177 \cdot 10^{-4}$	$1,530 \cdot 10^{-4}$	$7,407 \cdot 10^{-4}$	$2,803 \cdot 10^{-4}$	$1,076 \cdot 10^{-3}$
$J_4(\text{MPa}^{-1})$	$2,624 \cdot 10^{-5}$	$1,044 \cdot 10^{-4}$	$2,206 \cdot 10^{-5}$	$1,292 \cdot 10^{-4}$	$1,714 \cdot 10^{-4}$	$3,549 \cdot 10^{-4}$
$J_5(\text{MPa}^{-1})$	$2,545 \cdot 10^{-11}$	$1,177 \cdot 10^{-10}$	$4,936 \cdot 10^{-11}$	$2,849 \cdot 10^{-3}$	$4,596 \cdot 10^{-10}$	$2,734 \cdot 10^{-10}$
$\tau_1(\text{s})$	$7,609 \cdot 10^{-3}$	$6,994 \cdot 10^{-3}$	$8,293 \cdot 10^{-3}$	$8,961 \cdot 10^{-4}$	$9,174 \cdot 10^{-3}$	$9,434 \cdot 10^{-3}$
$\tau_2(\text{s})$	$2,039 \cdot 10^{-1}$	$1,729 \cdot 10^{-1}$	$2,274 \cdot 10^{-1}$	$1,397 \cdot 10^{-2}$	$2,200 \cdot 10^{-1}$	$2,149 \cdot 10^{-1}$
$\tau_3(\text{s})$	5,462	4,276	6,237	$2,178 \cdot 10^{-1}$	5,277	4,896
$\tau_4(\text{s})$	$1,463 \cdot 10^2$	$1,057 \cdot 10^2$	$1,711 \cdot 10^2$	3,394	$1,266 \cdot 10^2$	$1,115 \cdot 10^2$
$\tau_5(\text{s})$	$3,921 \cdot 10^3$	$2,615 \cdot 10^3$	$4,691 \cdot 10^3$	$5,291 \cdot 10^1$	$3,036 \cdot 10^3$	$2,541 \cdot 10^3$
R^2	0,9979	0,9978	0,9979	0,9981	0,9978	0,9981

Como observado na Tabela 4.4, o modelo empregado para ajuste dos dados experimentais resultou em ajustes satisfatórios, comprovados pelos coeficientes de determinação (R^2)

Capítulo 4 – Análise no Regime Linear

próximos de 1 para todos os índices de vazios considerados. Também nota-se que as constantes J_5 possuem valores insignificantes frente às outras constantes J_i obtidas para as curvas $J(t)$, demonstrando que 4 parcelas viscoelásticas são suficientes para o ajuste dos dados experimentais. A exceção foi a curva referente ao índice de vazios de 4,09 %, cujos todos os valores de J_i possuem magnitude significativa. Nesta mesma curva são notados os menores valores de tempos de retardação entre todos os índices de vazios. Para os outros índices de vazios, os tempos de retardação resultaram aproximadamente semelhantes, possuindo a mesma ordem de grandeza para um dado τ_i .

A Figura 4.3 mostra as funções $J(t)$ cujas constantes foram mostradas na Tabela 4.4:

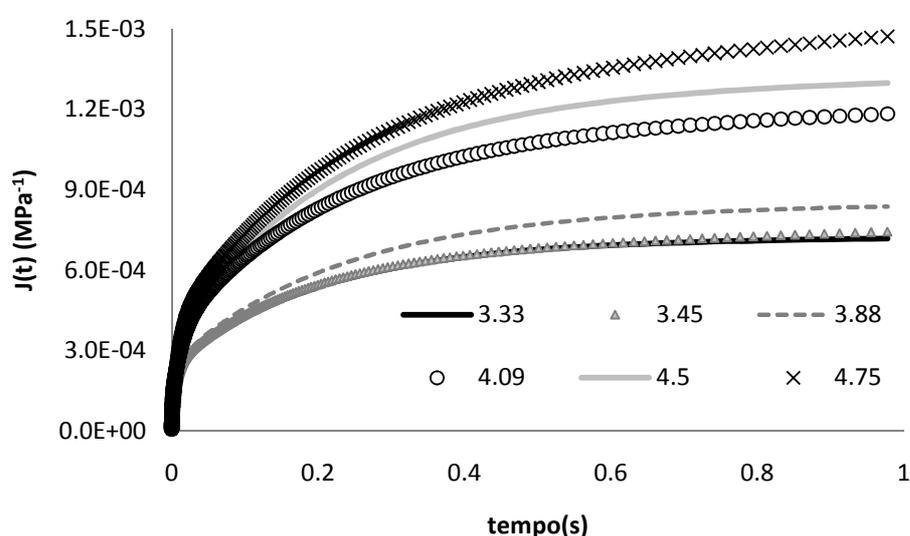


Figura 4.3: Funções $J(t)$ obtidas em função do índice de vazios

Observando-se a Figura 4.3, nota-se um claro crescimento da compliância $J(t)$ em função do índice de vazios, sendo este crescimento mais evidente quando o índice de vazios é maior que 4 %. Uma variação brusca de magnitude das curvas $J(t)$ é notada quando o índice de vazios vai de 3,88 % para 4,09 %.

A visualização da influência do índice de vazios nas constantes B_0 e J_i vistas na Tabela 4.4 está na Figura 4.4. A Figura 4.4(a) mostra a variação de J_0 e B_0 em função do índice de vazios; a Figura 4.4(b) mostra a variação de J_1 e J_2 em função da mesma variável, o mesmo acontecendo para J_3 e J_4 na Figura 4.4(c):

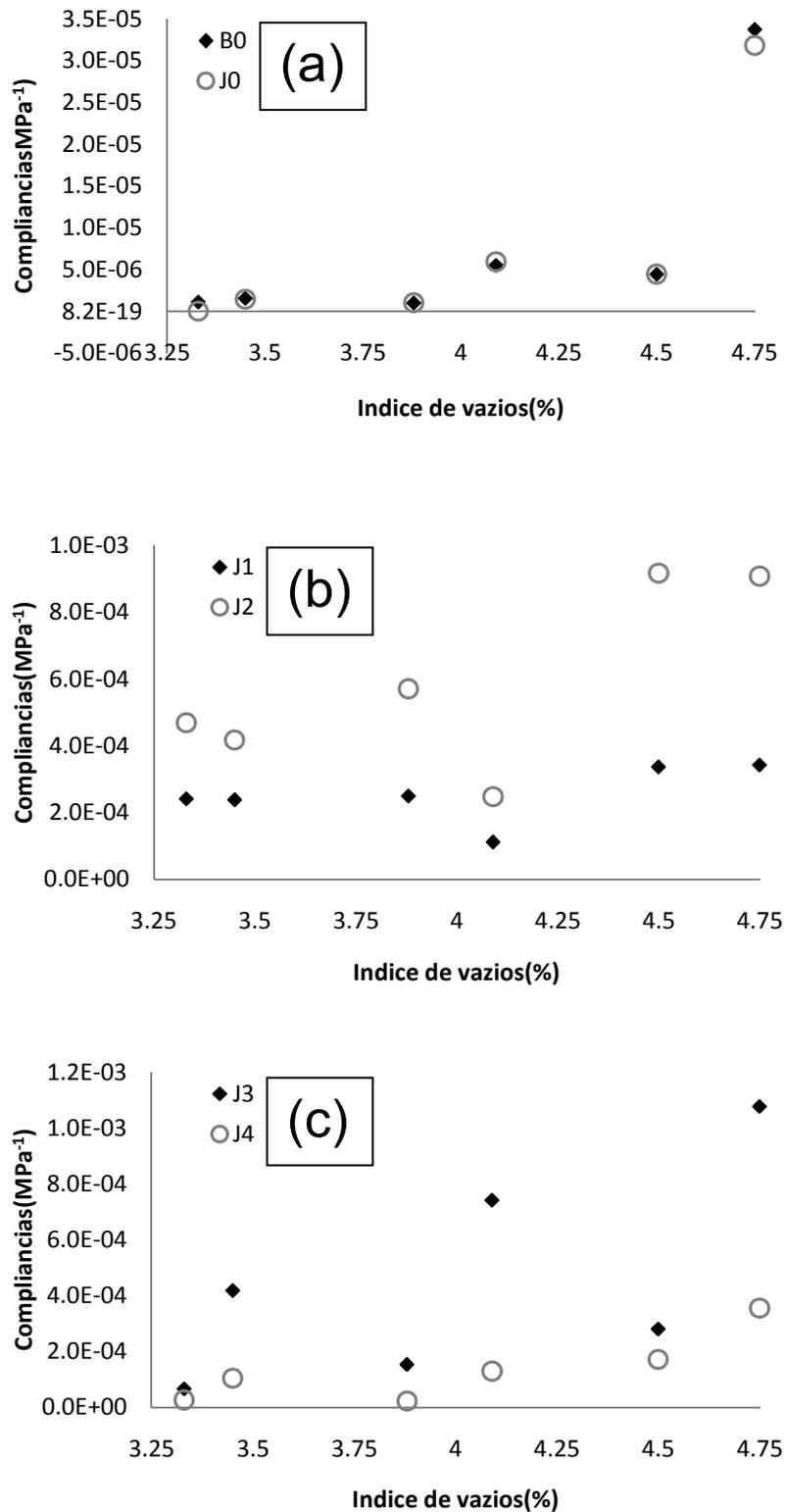


Figura 4.4: Compliâncias (a) B₀ e J₀, (b) J₁ e J₂ e (c) J₃ e J₄ em função do índice de vazios

Na Figura 4.4(a) observa-se que J₀ e B₀ têm tendências praticamente iguais, onde se nota um crescimento leve destes parâmetros para índice de vazios menor que 4 %, após crescimento

Capítulo 4 – Análise no Regime Linear

bastante significativo. Na Figura 4.4(b), onde estão os valores de J_1 e J_2 , desconsiderando-se o ponto para índice de vazios 4,09 % [onde os valores dos tempos de retardação não seguiram a tendência das demais funções $J(t)$], observa-se um leve crescimento de J_1 em função do índice de vazios, o que poderia ser ajustado como uma função linear. Para J_2 , o crescimento segue aproximadamente a mesma tendência, porém com uma taxa de variação maior. Na Figura 4.4(c), observa-se que J_3 possui dados muito dispersos, não caracterizando assim uma tendência de variação definida. O oposto acontece com J_4 , onde se nota uma taxa crescente em função do índice de vazios, porém com taxas pequenas.

Quanto aos tempos de retardação, a Figura 4.5 mostra que existe uma tendência praticamente constante para cada um deles em função do índice de vazios. A Figura mostra os valores de τ_i em escala semi logarítmica (ordenadas), onde foram desconsiderados os valores obtidos para o índice de vazios de 4,09 %:

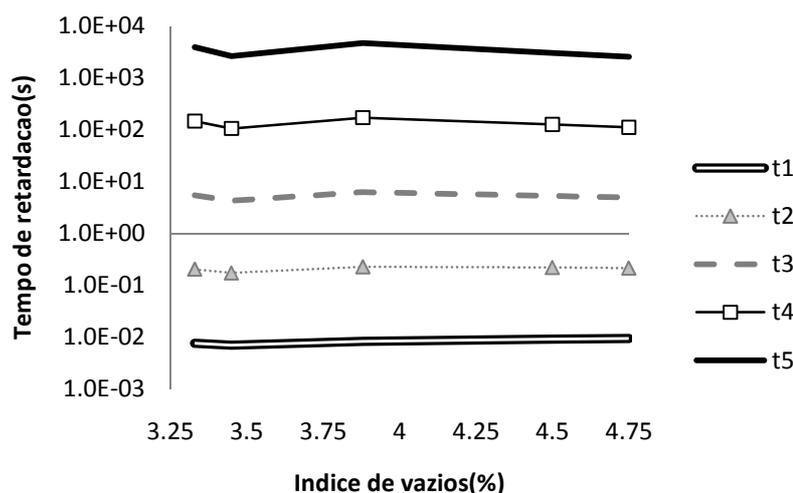


Figura 4.5: Tempos de retardação de $J(t)$ em função do índice de vazios

A tendência praticamente constante dos tempos de retardação na Figura 4.5, aliado com a forma das curvas $J(t)$ vistas na Figura 4.3 são indícios de que a influência do índice de vazios nas propriedades constitutivas pode ser modelada com fatores de translação verticais, onde apenas seriam alteradas as compliâncias J_i nas curvas $J(t)$. Assim, buscou-se estabelecer tal fator de transição para quantificar a influência do índice de vazios nos parâmetros constitutivos em questão, como discutido a seguir.

4.2.1.3 Modelagem da influência do índice de vazios

Com vistas a modelar a forma que o índice de vazios atua na curvas $J(t)$ obtidas, os resultados vistos em 4.2.1.2 levam a crer que a influência pode ser modelada em função de fatores de translação, mais especificamente fatores de translação vertical. Entretanto, com o objetivo de verificar se existe melhora significativa nos resultados, além de um fator de translação vertical das curvas, tentou-se modelar a influência do índice de vazios através de fatores de translação vertical e horizontal, isto é, a consideração na alteração dos J_i e dos τ_i , respectivamente.

Assim, a função $J(t)$ para um dado índice de vazios é modelada conforme a equação 4.23:

$$J(t, e) = \frac{1}{a_V(V_a)} \left\{ J_0 + \sum_{i=1}^5 J_i \left[1 - e^{-\frac{a_H(V_a)t}{\tau_i}} \right] \right\} \quad (4.23)$$

onde V_a é o índice de vazios (em %), a_V é o fator de translação vertical e a_H é o fator de translação horizontal. Para ambos os fatores de translação deve ser adotado um índice de vazios de referência, igualmente como feito no PSTT, onde se adota uma temperatura de referência. No caso, adotou-se como índice de vazios de referência 4,09 %, por ser o mais próximo do valor buscado em projetos volumétricos de misturas asfálticas.

Com o processo iterativo descrito em 4.2.1.1, onde são arbitrados intervalos de a_H e a_V ao invés de intervalos de τ_1 e q_{τ} , foram encontrados os valores de a_H e a_V vistos na Tabela 4.5:

Tabela 4.5: Valores de a_H e a_V (logaritmos) em função do índice de vazios para $J(t)$

$V_a(\%)$	Considerando a_H e a_V			Somente considerando a_V		
	$\log(a_H)$	$\log(a_V)$	R^2	$\log(a_H)$	$\log(a_V)$	R^2
3,33	-2,29	0,17	0,2612	0,00	0,23	0,7196
3,45	-1,51	0,03	0,9440	0,00	0,19	0,9984
3,88	-2,29	0,08	0,4622	0,00	0,16	0,9809
4,09	0,00	0,00	-	0,00	0,00	-
4,50	0,04	-0,03	0,9916	0,00	-0,03	0,9903
4,75	0,26	-0,06	0,9831	0,00	-0,11	0,9932

Capítulo 4 – Análise no Regime Linear

Analisando-se os valores da Tabela 4.5, nota-se que a consideração de apenas o fator de translação vertical para as diferentes curvas de $J(t)$ é o modelo mais adequado para quantificar a influência do índice de vazios no material. Tal fato deve-se aos maiores coeficientes de determinação (R^2) obtidos somente com os fatores de translação vertical. Embora o modelo considerando ambos os fatores tenha resultado em menores erros quadráticos, os maiores coeficientes de determinação mostram que o fator de translação vertical apenas mantém o comportamento do material, isto é, a tendência das curvas $J(t)$ considerando apenas translação vertical não sofre alteração tão drástica quanto à aplicação dos dois fatores de translação. Observando-se a Figura 4.3 isto é comprovado, pois as funções $J(t)$ para os índices de vazios considerados possuem tendências bastante semelhantes, o que não justifica o uso de fatores de translação que as altere de forma significativa.

Observados dois comportamentos distintos para as curvas $J(t)$, o ajuste da função do fator de translação vertical em função do índice de vazios foi dividido em dois segmentos: um para índice de vazios $\leq 4,09\%$ e outro para índice de vazios $\geq 4,09\%$, conforme a equação 4.24:

$$\log[a_v(V_a)] = \begin{cases} 0,230591(4,09\% - V_a)^{0,232523} & \text{se } V_a \leq 4,09\% \\ -0,322369(V_a - 4,09\%)^{2,657009} & \text{se } V_a \geq 4,09\% \end{cases} \quad (4.24)$$

A Figura 4.6 apresenta a tendência descrita na equação 4.24 para o fator de translação vertical em $J(t)$, juntamente com os dados vistos na Tabela 4.5:

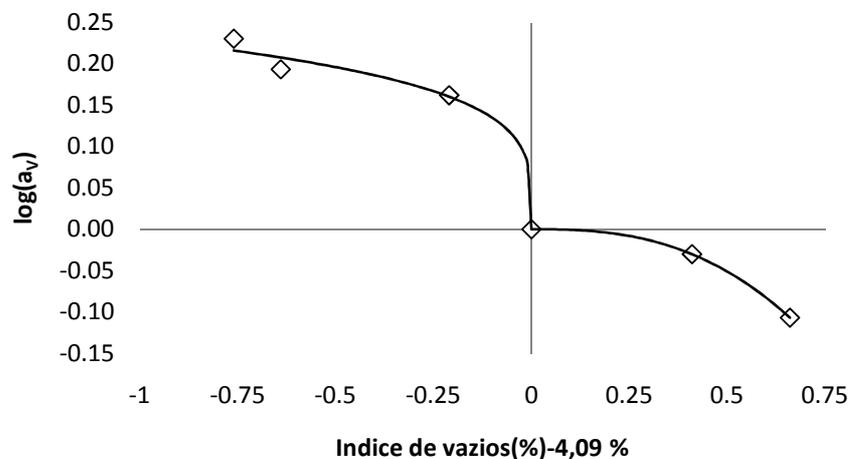


Figura 4.6: Ajuste da curva do fator de translação vertical para $J(t)$

Quanto à compliância B_0 , esta foi ajustada conforme a tendência apresentada na Figura 4.4(a). O ponto referente ao índice de vazios de 4,5 % foi excluído do ajuste devido ao fato de não ser fisicamente coerente (existe redução da compressibilidade com o aumento de 4,09 % para 4,5 % do índice de vazios) e, se considerado, o ajuste resulta em valores de B_0 muito elevados. Assim, B_0 foi ajustado em função do índice de vazios conforme a equação 4.25:

$$B_0(V_a) = 8,207723 \cdot 10^{-6} V_a^3 - 7,244561 \cdot 10^{-5} V_a^2 + 2,020444 \cdot 10^{-4} V_a - 1,7102 \cdot 10^{-4} + 7,41 \cdot 10^{-7} \text{sen}(-0,9361 V_a + 3,628607) \quad (4.25)$$

onde V_a é em % e B_0 em MPa^{-1} . O R^2 do ajuste visto na equação 4.25 foi de 0,9981. A função polinomial de terceiro grau representou coerentemente o comportamento esperado para B_0 , no qual é bastante sensível ao índice de vazios, já que este parâmetro representa a compressibilidade do material, portanto diminuindo a resistência à variação de volume quanto maior o índice de vazios. A função seno na equação 4.25 elimina os resíduos do ajuste polinomial para $e < 4,09$ %, onde B_0 assume valores pequenos.

4.2.2 Curva de fluência $D(t)$

A curva de fluência $D(t)$ é o parâmetro constitutivo viscoelástico mais extraído de misturas asfálticas juntamente com o módulo dinâmico. Seu uso se deve, entre outras causas, à facilidade de obtenção em experimentos, podendo ser obtida em ensaio de compressão simples, medindo-se deslocamentos axiais no tempo em um corpo-de-prova cilíndrico.

Os deslocamentos horizontal e vertical, em um CP em compressão diametral cilíndrico em função da compliância $D(t)$, são dados pelas equações 4.26 e 4.27, respectivamente:

$$\Delta U_{2m_1R}(t) = \frac{(I_1 - \nu I_2)}{h} \int_0^t D(t - t') \frac{\partial P(t')}{\partial t'} dt' \quad (4.26)$$

$$\Delta V_{2n_1 R}(t) = \frac{(I_4 - \nu I_3)}{h} \int_0^t D(t - t') \frac{\partial P(t')}{\partial t'} dt' \quad (4.27)$$

onde as constantes I_1 , I_2 , I_3 e I_4 vistas nas equações 4.26 e 4.27 são as mesmas definidas nas equações 2.43 e 2.44. Para o caso específico dos ensaios desta tese, as equações 4.26 e 4.27 são reescritas conforme as equações 4.28 e 4.29:

$$\Delta U_{5,08 cm}(t) = \frac{(0,233936 + 0,780056\nu)}{h} \int_0^t D(t - t') \frac{\partial P(t')}{\partial t'} dt' \quad (4.28)$$

$$\Delta V_{5,08 cm}(t) = \frac{(-1,069463 - 0,307445\nu)}{h} \int_0^t D(t - t') \frac{\partial P(t')}{\partial t'} dt' \quad (4.29)$$

As equações 4.28 e 4.29 são a base para o desenvolvimento do procedimento da metodologia de obtenção de $D(t)$, explicada na sequência juntamente com a metodologia.

4.2.2.1 Hipóteses adotadas e metodologia de obtenção

Pelo mesmo motivo explicado em 4.2.1.1, foi adotada uma curva de fluência com 5 termos viscoelásticos. A função $P(t)$ também é a mesma adotada em 4.2.1.1, de modo que as equações 4.28 e 4.29 são reescritas conforme as equações 4.30 e 4.31:

$$\Delta U_{5,08 cm}(t) = \frac{(0,233936 + 0,780056\nu)}{h} \left[D_0 P(t) + \sum_{i=1}^5 D_i \Phi_i(t) \right] \quad (4.30)$$

$$\Delta V_{5,08\text{ cm}}(t) = \frac{(-1,069463 - 0,307445\nu)}{h} \left[D_0 P(t) + \sum_{i=1}^5 D_i \Phi_i(t) \right] \quad (4.31)$$

onde a função $\Phi_i(t)$ é a mesma definida na equação 4.9. A hipótese simplificadora neste caso está localizada na adoção do coeficiente de Poisson. Neste caso, adotou-se o coeficiente de Poisson como constante ao longo da extensão onde foram medidos deslocamentos. O valor adotado é o fornecido pela ASTM D4123, que é de 0,30 para a temperatura de 25°C. Porém, como será discutido no item 4.4.1, a adoção do coeficiente de Poisson como constante em materiais viscoelásticos é razoável em casos altamente restritos. Entretanto, como é de prática adotar o coeficiente de Poisson como constante em ensaios de módulo de resiliência, a determinação de $D(t)$ será feita sem considerar a discussão feita em 4.4.1. Assim, as equações 4.30 e 4.31 tornam-se as equações 4.32 e 4.33:

$$\Delta U_{5,08\text{ cm}}(t) = \frac{0,467953}{h} \left[D_0 P(t) + \sum_{i=1}^5 D_i \Phi_i(t) \right] \quad (4.32)$$

$$\Delta V_{5,08\text{ cm}}(t) = \frac{-1,161697}{h} \left[D_0 P(t) + \sum_{i=1}^5 D_i \Phi_i(t) \right] \quad (4.33)$$

As equações 4.32 e 4.33 possuem apenas um parâmetro a ser determinado: a curva de fluência $D(t)$. Assim, é preciso apenas a medida de deslocamentos em uma direção para determinar a curva de fluência ao assumir um valor de coeficiente de Poisson. Ao dividir a equação 4.33 pela equação 4.32, a suposição de um coeficiente de Poisson constante conduz a outra hipótese: a razão deslocamento vertical/deslocamento horizontal é constante ao longo do tempo e vale -2,482508, o que não acontece na realidade, conforme discutido em 4.3.2.

O sistema de equações que representa a determinação das constantes D_i e τ_i pelo método dos mínimos quadráticos é expresso pela equação 4.34:

$$\frac{0,467953f_{Hor} - 1,161697f_{Vert}}{h} \left[\underline{M_{\Phi}} + \underline{M_{P=0}} \right] \begin{bmatrix} D_0 \\ D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \\ D_5 \end{bmatrix} = \left[\underline{N_{\Phi}} + \underline{N_{P=0}} \right] \quad (4.34)$$

onde $\underline{M_{\Phi}}$ e $\underline{M_{P=0}}$ são as mesmas matrizes expressas nas equações 4.12, 4.13 e 4.14. Os vetores $\underline{N_{\Phi}} + \underline{N_{P=0}}$ são expressos conforme as equações 4.35 e 4.36, respectivamente:

$$N_{\Phi_i} = \sum \Phi_{i-1}(t) (f_{Hor}\Delta U_{exp} + f_{Vert}\Delta V_{exp}) \quad (4.35)$$

$$N_{P=0_i} = \sum \Phi_{i-1}(0,1 s) e^{\frac{0,1 s-t}{\tau_i}} (f_{Hor}\Delta U_{exp} + f_{Vert}\Delta V_{exp}) \quad (4.36)$$

As equações 4.34 a 4.36 possuem fatores f_{Hor} e f_{Vert} , que levam em conta qual a natureza dos deslocamentos experimentais tomados para a solução do problema. A Tabela 4.6 apresenta os valores dos referidos parâmetros conforme os deslocamentos tomados para o cálculo:

Tabela 4.6: Fatores f_{Hor} e f_{Vert} para determinação da função $D(t)$

Fator	Consideração de ΔU_{exp} no cálculo	Consideração de ΔV_{exp} no cálculo	Consideração de ΔU_{exp} e ΔV_{exp} no cálculo
f_{Hor}	1	0	1
f_{Vert}	0	1	1

O método iterativo empregado para solução do sistema de equações expresso pela equação 4.34 é o mesmo apresentado em 4.2.1.1. Não há a necessidade, neste caso, da etapa complementar apresentada posteriormente na metodologia, onde são calculados J_0 e B_0 , podendo-se calcular diretamente da solução da equação 4.34 a constante D_0 .

4.2.2.2 Resultados obtidos

A aplicação do procedimento descrito em 4.2.2.1 considerando os deslocamentos horizontais no cálculo resultou nas funções $D(t)$ vistas na Tabela 4.7. Na consideração de deslocamentos verticais, os resultados obtidos são vistos na Tabela 4.8.

Tabela 4.7: Constantes D_i e τ_i obtidas para $D(t)$ considerando deslocamentos horizontais

CP	3K	4L	6E	5Q	3Q	5I
Índice de vazios(%)	3,33	3,45	3,88	4,09	4,50	4,75
$D_0(\text{MPa}^{-1})$	$2,901 \cdot 10^{-6}$	$1,763 \cdot 10^{-6}$	$3,336 \cdot 10^{-6}$	$1,624 \cdot 10^{-7}$	$2,102 \cdot 10^{-6}$	$4,990 \cdot 10^{-6}$
$D_1(\text{MPa}^{-1})$	$1,685 \cdot 10^{-5}$	$1,775 \cdot 10^{-5}$	$1,888 \cdot 10^{-5}$	$2,100 \cdot 10^{-5}$	$2,415 \cdot 10^{-5}$	$1,718 \cdot 10^{-5}$
$D_2(\text{MPa}^{-1})$	$3,568 \cdot 10^{-5}$	$3,332 \cdot 10^{-5}$	$4,766 \cdot 10^{-5}$	$4,049 \cdot 10^{-5}$	$4,192 \cdot 10^{-5}$	$3,665 \cdot 10^{-5}$
$D_3(\text{MPa}^{-1})$	$3,828 \cdot 10^{-5}$	$2,395 \cdot 10^{-7}$	$6,118 \cdot 10^{-6}$	$2,563 \cdot 10^{-6}$	$5,087 \cdot 10^{-5}$	$1,645 \cdot 10^{-5}$
$D_4(\text{MPa}^{-1})$	$6,810 \cdot 10^{-5}$	$3,970 \cdot 10^{-5}$	$8,513 \cdot 10^{-7}$	$2,624 \cdot 10^{-5}$	$7,649 \cdot 10^{-6}$	$4,522 \cdot 10^{-5}$
$D_5(\text{MPa}^{-1})$	$3,250 \cdot 10^{-10}$	$9,833 \cdot 10^{-11}$	$2,234 \cdot 10^{-10}$	$1,289 \cdot 10^{-10}$	$2,811 \cdot 10^{-9}$	$5,468 \cdot 10^{-10}$
$\tau_1(\text{s})$	$1,196 \cdot 10^{-2}$	$1,189 \cdot 10^{-2}$	$1,313 \cdot 10^{-2}$	$1,272 \cdot 10^{-2}$	$1,239 \cdot 10^{-2}$	$1,196 \cdot 10^{-2}$
$\tau_2(\text{s})$	$2,177 \cdot 10^{-1}$	$2,232 \cdot 10^{-1}$	$2,800 \cdot 10^{-1}$	$2,453 \cdot 10^{-1}$	$2,052 \cdot 10^{-1}$	$2,166 \cdot 10^{-1}$
$\tau_3(\text{s})$	3,960	4,189	5,972	4,729	3,399	3,922
$\tau_4(\text{s})$	$7,205 \cdot 10^1$	$7,862 \cdot 10^1$	$1,274 \cdot 10^2$	$9,116 \cdot 10^1$	$5,631 \cdot 10^1$	$7,101 \cdot 10^1$
$\tau_5(\text{s})$	$1,311 \cdot 10^3$	$1,476 \cdot 10^3$	$2,717 \cdot 10^3$	$1,757 \cdot 10^3$	$9,326 \cdot 10^2$	$1,286 \cdot 10^3$
R^2	0,9984	0,9983	0,9983	0,9982	0,9981	0,9984

Tabela 4.8: Constantes D_i e τ_i obtidas para $D(t)$ considerando deslocamentos verticais

CP	3K	4L	6E	5Q	3Q	5I
Índice de vazios(%)	3,33	3,45	3,88	4,09	4,50	4,75
$D_0(\text{MPa}^{-1})$	$1,845 \cdot 10^{-6}$	$2,915 \cdot 10^{-6}$	$1,693 \cdot 10^{-6}$	$2,544 \cdot 10^{-6}$	$3,307 \cdot 10^{-6}$	$6,347 \cdot 10^{-6}$
$D_1(\text{MPa}^{-1})$	$1,451 \cdot 10^{-5}$	$1,403 \cdot 10^{-5}$	$1,584 \cdot 10^{-5}$	$1,866 \cdot 10^{-5}$	$1,890 \cdot 10^{-5}$	$1,722 \cdot 10^{-5}$
$D_2(\text{MPa}^{-1})$	$3,127 \cdot 10^{-5}$	$2,829 \cdot 10^{-5}$	$3,784 \cdot 10^{-5}$	$4,180 \cdot 10^{-5}$	$4,678 \cdot 10^{-5}$	$4,589 \cdot 10^{-5}$
$D_3(\text{MPa}^{-1})$	$1,063 \cdot 10^{-5}$	$4,365 \cdot 10^{-7}$	$1,206 \cdot 10^{-5}$	$3,448 \cdot 10^{-6}$	$5,774 \cdot 10^{-5}$	$1,707 \cdot 10^{-5}$
$D_4(\text{MPa}^{-1})$	$3,355 \cdot 10^{-7}$	$9,245 \cdot 10^{-5}$	$3,435 \cdot 10^{-6}$	$1,285 \cdot 10^{-4}$	$3,733 \cdot 10^{-6}$	$4,080 \cdot 10^{-5}$
$D_5(\text{MPa}^{-1})$	$7,589 \cdot 10^{-11}$	$6,849 \cdot 10^{-10}$	$2,106 \cdot 10^{-11}$	$6,200 \cdot 10^{-10}$	$2,672 \cdot 10^{-9}$	$5,877 \cdot 10^{-10}$
$\tau_1(\text{s})$	$1,035 \cdot 10^{-2}$	$1,158 \cdot 10^{-2}$	$1,060 \cdot 10^{-2}$	$1,267 \cdot 10^{-2}$	$1,232 \cdot 10^{-2}$	$1,196 \cdot 10^{-2}$
$\tau_2(\text{s})$	$2,216 \cdot 10^{-1}$	$2,080 \cdot 10^{-1}$	$2,422 \cdot 10^{-1}$	$2,215 \cdot 10^{-1}$	$2,108 \cdot 10^{-1}$	$2,166 \cdot 10^{-1}$
$\tau_3(\text{s})$	4,743	3,738	5,534	3,872	3,607	3,922
$\tau_4(\text{s})$	$1,015 \cdot 10^2$	$6,717 \cdot 10^1$	$1,265 \cdot 10^2$	$6,768 \cdot 10^1$	$6,171 \cdot 10^1$	$7,101 \cdot 10^1$
$\tau_5(\text{s})$	$2,174 \cdot 10^3$	$1,207 \cdot 10^3$	$2,890 \cdot 10^3$	$1,183 \cdot 10^3$	$1,056 \cdot 10^3$	$1,286 \cdot 10^3$
R^2	0,9982	0,9983	0,9982	0,9982	0,9981	0,9984

Capítulo 4 – Análise no Regime Linear

De uma primeira comparação dos valores das Tabelas 4.7 e 4.8 com os valores vistos na Tabela 4.4 é possível observar que:

- As tendências fornecidas pelos ajustes utilizando $D(t)$ e o coeficiente de Poisson como parâmetros constitutivos se enquadram levemente mais na tendência dos resultados experimentais, devido ao maior R^2 obtido nos ajustes;
- Os tempos de retardação obtidos com o ajuste empregando $D(t)$ são notavelmente menores que os obtidos no ajuste com $J(t)$ e B_0 , com os tempos de retardação dos deslocamentos verticais ligeiramente maiores que os dos deslocamentos horizontais.

A Figura 4.7 mostra as curvas de fluência obtidas em função dos deslocamentos horizontais, enquanto que a Figura 4.8 mostra as curvas obtidas em função dos deslocamentos verticais:

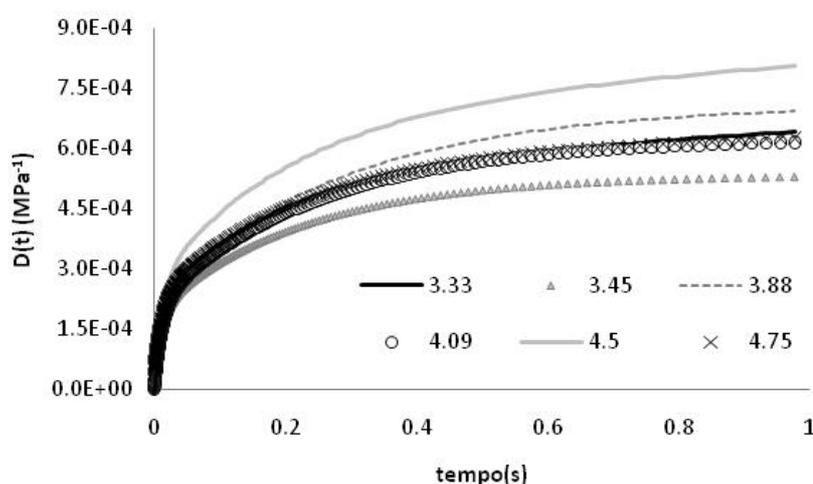


Figura 4.7: Curvas de fluência obtidas através do ajuste dos deslocamentos horizontais

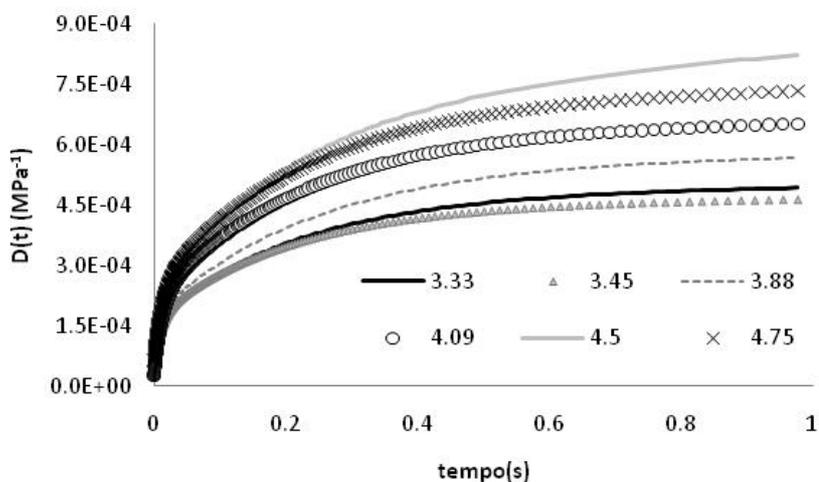


Figura 4.8: Curvas de fluência obtidas através do ajuste dos deslocamentos verticais

Capítulo 4 – Análise no Regime Linear

Observando-se a Figura 4.7, nota-se que as curvas não seguem a sequência lógica mostrada na Figura 4.3, onde os valores da compliâncias no aumentavam em função do índice de vazios. Para as curvas considerando deslocamentos verticais, a ordem parece ser um pouco mais lógica, onde se observa que as curvas com os dois menores índices de vazios possuem os menores valores de compliância, as curvas com os dois maiores índices de vazios as maiores compliâncias, e os valores intermediários de índice de vazios com valores intermediários de compliâncias. Em nenhum dos conjuntos de curvas foi notada a grande variação da curva de 3,88 a 4,09 % de índices de vazios.

A variação das curvas de fluência como visto nas Figuras 4.7 e 4.8 pode estar ligada à variação do coeficiente de Poisson, mantido constante nas análises. Tal parâmetro pode ser dependente do índice de vazios, de forma que o ajuste teve que compensar a desconsideração da variabilidade do coeficiente de Poisson de modo a causar o resultado fora da lógica esperada. No caso da consideração de deslocamentos verticais, a compensação não foi tão drástica, de modo a resultar um conjunto de curvas mais próximo da lógica, levando a crer que, além do índice de vazios, o coeficiente de Poisson seja variável com a posição.

Quanto aos tempos de retardação, vistos na Figura 4.9, as tendências observadas em função do índice de vazios resultaram algo aproximadamente semelhante. Foi observada uma pequena oscilação nos maiores tempos de retardação obtidos com os deslocamentos verticais, mas no geral as tendências se apresentaram aproximadamente constantes.

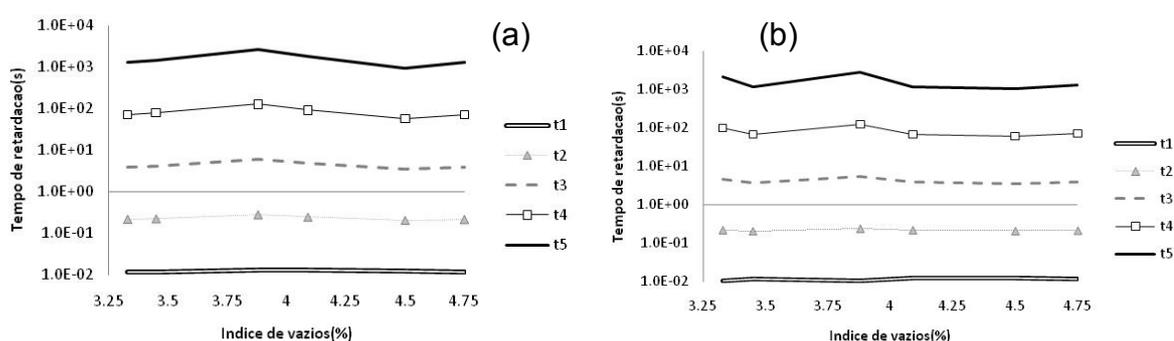


Figura 4.9: Tempos de retardação obtidos via (a) deslocamentos horizontais e (b) deslocamentos verticais para as curvas de fluência

A tendência constante vista na Figura 4.9, semelhantemente ao caso de $J(t)$, também leva a crer que a influência do índice de vazios se dá na rigidez do material, não em seu grau de

viscoelasticidade. É importante observar que os tempos de retardação resultaram menores ao considerar $D(t)$ como parâmetros constitutivos. Isto é demonstrado pelo valor de q_τ obtido para cada caso, visto na Tabela 4.9:

Tabela 4.9: Valores de q_τ nos ajustes das compliâncias $J(t)$ e $D(t)$

Índice de vazios (%)	q_τ para $J(t)$	q_τ para $D(t)$ com desloc. horizontais	q_τ para $D(t)$ com desloc. verticais
3,33	26,79	18,19	21,41
3,45	24,73	18,77	17,97
3,88	27,42	21,33	22,85
4,09	15,59	19,28	17,48
4,50	23,98	16,56	17,11
4,75	22,78	18,11	18,11

Ao observar a Tabela 4.9, fica claro que pelos maiores valores de q_τ obtidos nas funções $J(t)$ existe uma queda de viscoelasticidade do material ao considerar um coeficiente de Poisson constante. Maiores valores de q_τ representam maiores tempos de retardação, portanto um material com maior grau de viscoelasticidade. Isto leva a crer que, além da variação do coeficiente de Poisson com o índice de vazios e com a posição, este também varie no tempo e contribua para o comportamento viscoelástico do material.

4.2.2.3 Obtenção de $D(t)$ em função de $J(t)$ e B_0

Com vistas a buscar um resultado mais acurado e realista para $D(t)$, optou-se por utilizar as funções $J(t)$ e B_0 ao invés de fazer uma nova análise considerando $f_{\text{Hor}} = f_{\text{Vert}} = 1$ na equação 4.34. Se tal análise fosse feita, estariam sendo mantidas as mesmas hipóteses simplificadoras trazidas pelo coeficiente de Poisson constante discutidas em 4.2.2.1 e constatadas em 4.2.2.2, o que não contribuiria para um melhor resultado. Assim, a obtenção de $D(t)$ em função de $J(t)$ e B_0 é feita pela simples aplicação do PCEV na equação 2.16, resultando a equação 4.37:

$$D(t) = \frac{J(t)}{3} + \frac{B_0}{9} \quad (4.37)$$

Capítulo 4 – Análise no Regime Linear

A aplicação da equação 4.37 considera em $D(t)$ tudo o que foi considerado em $J(t)$, sem a preocupação da escolha do coeficiente de Poisson. Assim, são obtidas as constantes D_i e τ_i da curva de fluência vistas na Tabela 4.10:

Tabela 4.10: Constantes D_i e τ_i obtidas para $D(t)$ considerando $J(t)$ e B_0

CP	3K	4L	6E	5Q	3Q	5I
Índice de vazios(%)	3,33	3,45	3,88	4,09	4,50	4,75
$D_0(\text{MPa}^{-1})$	$1,216 \cdot 10^{-7}$	$6,459 \cdot 10^{-7}$	$4,485 \cdot 10^{-7}$	$2,590 \cdot 10^{-6}$	$1,977 \cdot 10^{-6}$	$1,436 \cdot 10^{-5}$
$D_1(\text{MPa}^{-1})$	$8,034 \cdot 10^{-5}$	$7,956 \cdot 10^{-5}$	$8,335 \cdot 10^{-5}$	$3,723 \cdot 10^{-5}$	$1,124 \cdot 10^{-4}$	$1,143 \cdot 10^{-4}$
$D_2(\text{MPa}^{-1})$	$1,563 \cdot 10^{-4}$	$1,393 \cdot 10^{-4}$	$1,903 \cdot 10^{-4}$	$8,260 \cdot 10^{-5}$	$3,057 \cdot 10^{-4}$	$3,027 \cdot 10^{-4}$
$D_3(\text{MPa}^{-1})$	$2,196 \cdot 10^{-5}$	$1,392 \cdot 10^{-4}$	$5,100 \cdot 10^{-5}$	$2,469 \cdot 10^{-4}$	$9,345 \cdot 10^{-5}$	$3,587 \cdot 10^{-4}$
$D_4(\text{MPa}^{-1})$	$8,746 \cdot 10^{-6}$	$3,480 \cdot 10^{-5}$	$7,353 \cdot 10^{-6}$	$4,306 \cdot 10^{-5}$	$5,713 \cdot 10^{-5}$	$1,183 \cdot 10^{-4}$
$D_5(\text{MPa}^{-1})$	$8,484 \cdot 10^{-12}$	$3,924 \cdot 10^{-11}$	$1,645 \cdot 10^{-11}$	$9,496 \cdot 10^{-4}$	$1,532 \cdot 10^{-10}$	$9,113 \cdot 10^{-11}$
$\tau_1(\text{s})$	$7,609 \cdot 10^{-3}$	$6,994 \cdot 10^{-3}$	$8,293 \cdot 10^{-3}$	$8,961 \cdot 10^{-4}$	$9,174 \cdot 10^{-3}$	$9,434 \cdot 10^{-3}$
$\tau_2(\text{s})$	$2,039 \cdot 10^{-1}$	$1,729 \cdot 10^{-1}$	$2,274 \cdot 10^{-1}$	$1,397 \cdot 10^{-2}$	$2,200 \cdot 10^{-1}$	$2,149 \cdot 10^{-1}$
$\tau_3(\text{s})$	5,462	4,276	6,237	$2,178 \cdot 10^{-1}$	5,277	4,896
$\tau_4(\text{s})$	$1,463 \cdot 10^2$	$1,057 \cdot 10^2$	$1,711 \cdot 10^2$	3,394	$1,266 \cdot 10^2$	$1,115 \cdot 10^2$
$\tau_5(\text{s})$	$3,921 \cdot 10^3$	$2,615 \cdot 10^3$	$4,691 \cdot 10^3$	$5,291 \cdot 10^1$	$3,036 \cdot 10^3$	$2,541 \cdot 10^3$
R^2	0,9979	0,9978	0,9979	0,9981	0,9978	0,9981

Logicamente, as tendências de $D(t)$ são iguais às vistas na Figura 4.3. Entretanto, os valores obtidos para $D(t)$ considerando $J(t)$ e B_0 são notavelmente menores que os obtidos considerando deslocamentos horizontais e verticais apenas. A Figura 4.10 mostra a razão de compliâncias com coeficiente de Poisson constante e considerando $J(t)$ e B_0 :

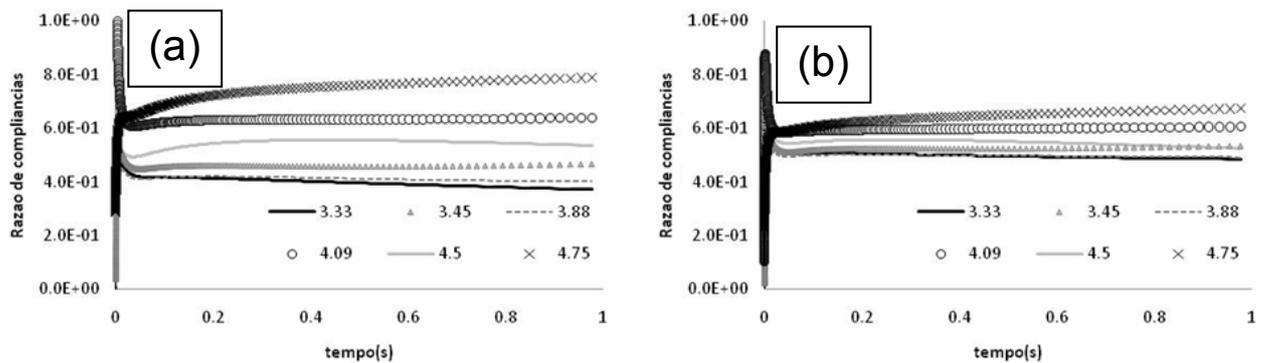


Figura 4.10: Razão de compliâncias $D(t)/D[t,J(t),B_0]$, considerando $D(t)$ obtido via (a) deslocamentos horizontais e (b) deslocamentos verticais

Capítulo 4 – Análise no Regime Linear

A Figura 4.10 mostra que existe uma razão aproximadamente constante entre $D(t)$ considerando apenas um deslocamento e $D(t)$ em função de $J(t)$ e B_0 . Esta razão cresce com índice de vazios. Nota-se na Figura 4.10(a) que a variabilidade desta razão é maior, com valores entre 0,4 a 0,8, enquanto que para os deslocamentos verticais [Figura 4.10(b)], a mesma razão está entre 0,5 a 0,65. Isto leva a crer que o coeficiente de Poisson adotado de 0,3, no material estudado, não é o valor adequado para índices de vazios mais baixos e parece ser um valor adequado para índices de vazios maiores. A questão dos maiores valores para as compliâncias ao não considerar $J(t)$ e B_0 pode estar ligada à consideração de apenas tomar $D(t)$ como viscoelástico, “jogando-se” toda a manifestação de deformações viscoelásticas para $D(t)$, tendo este que assumir maiores valores para compensar tal fato.

4.2.2.4 Análise da influência do índice de vazios

Para $D(t)$ em função de $J(t)$, as tendências de cada uma das constantes D_i e τ_i são as mesmas apresentadas para $J(t)$. O mesmo é válido para os fatores de translação horizontal e vertical. Neste caso, é interessante avaliar como os fatores de translação são alterados com a consideração de um coeficiente de Poisson constante e em função da direção dos deslocamentos medidos. Para tal, uma comparação dos valores dos fatores de translação é vista na Tabela 4.11. A formulação de $D(t)$ em função dos fatores de translação é igual à feita para $J(t)$, conforme a equação 4.38:

$$D(t, \mathbf{e}) = \frac{1}{a_v(\mathbf{e})} \left\{ D_0 + \sum_{i=1}^5 D_i \left[1 - e^{-\frac{a_H(\mathbf{e})t}{\tau_i}} \right] \right\} \quad (4.38)$$

Pelos valores da Tabela 4.11 nota-se que para as funções $D(t)$ é mais adequado o fator de translação vertical apenas, pelos maiores valores de R^2 . Pelos fatores de translação vertical é visto também o que foi constatado nas Figuras 4.7 e 4.8: o valor das curvas de fluência não cresce com o índice de vazios. Tal fato é melhor observado ao traçar as curvas de a_v em função do índice de vazios, como feito na Figura 4.11. Na Figura, observa-se que $D(t)$ obtido com deslocamentos horizontais resulta em fatores de translação negativos para índice de vazios menores que 4,09 %, representando curvas de fluência com valores mais altos se o

Capítulo 4 – Análise no Regime Linear

índice de vazios cai. Quanto aos deslocamentos verticais, nota-se que existe uma tendência praticamente linear entre 3,45 % e 4,5 % de índice de vazios, porém os valores extremos não seguem a lógica, reduzindo e aumentando a_v quando deveriam aumentar e reduzir tal fator.

Tabela 4.11: Valores de $\log(a_H)$ e $\log(a_v)$ para as curvas $D(t)$ obtidas

Índice de vazios(%)	$D(t) - f[J(t), B_0]$			$D(t) - \text{desloc. horizontais}$			$D(t) - \text{desloc. verticais}$		
	$\log(a_H)$	$\log(a_v)$	R^2	$\log(a_H)$	$\log(a_v)$	R^2	$\log(a_H)$	$\log(a_v)$	R^2
3,33	-2,29	0,17	0,2612	-0,83	-0,20	0,9152	-1,04	0,05	0,9059
3,45	-1,51	0,03	0,9440	-0,98	0,00	0,8343	0,09	0,16	0,9979
3,88	-2,29	0,08	0,4622	0,10	-0,04	0,9968	-0,42	0,03	0,9738
4,09	0,00	0,00	-	0,00	0,00	-	0,00	0,00	-
4,50	0,04	-0,03	0,9916	-0,05	-0,16	0,9520	-0,20	-0,17	0,9655
4,75	0,26	-0,06	0,9831	0,07	-0,01	0,9830	0,10	-0,04	0,9960
3,33	0,00	0,23	0,7196	0,00	-0,05	0,9464	0,00	0,12	0,9999
3,45	0,00	0,19	0,9984	0,00	0,07	0,9987	0,00	0,15	0,9977
3,88	0,00	0,16	0,9809	0,00	-0,05	0,9996	0,00	0,06	0,9998
4,09	0,00	0,00	-	0,00	0,00	-	0,00	0,00	-
4,50	0,00	-0,03	0,9903	0,00	-0,15	0,9522	0,00	-0,13	0,9752
4,75	0,00	-0,11	0,9932	0,00	-0,02	0,9832	0,00	-0,05	0,9989

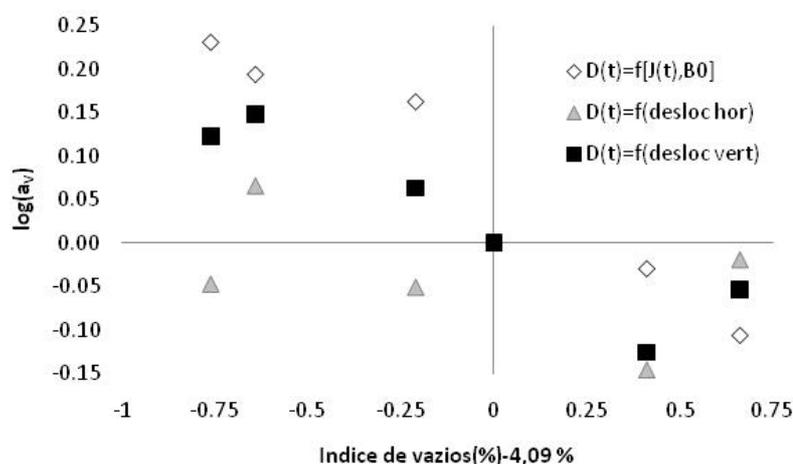


Figura 4.11: Fatores de translação vertical para as funções $D(t)$ analisadas

4.2.3 Compliâncias $C_{11}(t)$ e $C_{12}(t)$

As compliâncias $C_{11}(t)$ e $C_{12}(t)$ em materiais isotrópicos são parâmetros que representam, respectivamente, as deformações axiais e laterais quando o material é submetido a uma tensão

Capítulo 4 – Análise no Regime Linear

axial unitária. Sua relação com tensões e deformações para materiais lineares-elásticos é descrita em 2.1.3. Os deslocamentos sob compressão diametral considerando um material viscoelástico linear, em função de $C_{11}(t)$ e $C_{12}(t)$, são dados pelas equações 4.39 e 4.40:

$$\Delta U_{2m_1R}(t) = \frac{I_1}{h} \int_0^t C_{11}(t-t') \frac{\partial P(t')}{\partial t'} dt' - \frac{I_2}{h} \int_0^t C_{12}(t-t') \frac{\partial P(t')}{\partial t'} dt' \quad (4.39)$$

$$\Delta V_{2n_1R}(t) = \frac{I_4}{h} \int_0^t C_{11}(t-t') \frac{\partial P(t')}{\partial t'} dt' - \frac{I_3}{h} \int_0^t C_{12}(t-t') \frac{\partial P(t')}{\partial t'} dt' \quad (4.40)$$

onde as variáveis presentes nas equações 4.39 e 4.40 são as mesmas descritas nas equações 4.26 e 4.27. Diferentemente dos deslocamentos em função de $J(t)$ e $B(t)$, neste caso a hipótese simplificadora que transforma $B(t)$ em B_0 não se aplica a este caso, pois $C_{11}(t)$ e $C_{12}(t)$ possuem comportamentos de fluência semelhantes, portanto tempos de retardação na mesma ordem de grandeza.

Mesmo em materiais isotrópicos, onde os tempos de retardação de $C_{11}(t)$ e $C_{12}(t)$ são iguais, o processo de obtenção dos parâmetros das curvas não é simples. De cada parcela de deslocamento deve ser separada a parcela correspondente ao deslocamento horizontal e ao deslocamento vertical, além de ter que se isolar dos deslocamentos experimentais a parcela de deslocamento referente à parcela viscoelástica onde são procurados os parâmetros das curvas $C_{11}(t)$ e $C_{12}(t)$. Desta maneira, torna-se mais fácil obter $C_{11}(t)$ e $C_{12}(t)$ em função de $J(t)$ e $B(t)$ ou $D(t)$ e o coeficiente de Poisson. Aplicando-se o PCEV nas equações 2.25 e 2.26, são obtidas as relações desejadas expressas pelas equações 4.41 e 4.42, já considerada a simplificação $B(t) = B_0$:

$$C_{11}(t) = D(t) = \frac{J(t)}{3} + \frac{B_0}{9} \quad (4.41)$$

$$C_{12}(t) = \frac{B_0}{9} - \frac{J(t)}{6} = -\nu D(t) \quad (4.42)$$

Como pode se concluir das equações 4.41 e 4.42, o mesmo comportamento observado para as variáveis estudadas nas curvas $J(t)$ e $D(t)$ serão observados nas funções $C_{11}(t)$ e $C_{12}(t)$ em função da dupla de parâmetros constitutivos adotados para calculá-los. Entretanto, é interessante comparar as funções $C_{12}(t)$ obtidas em casa caso, o que é feito na Figura 4.12:

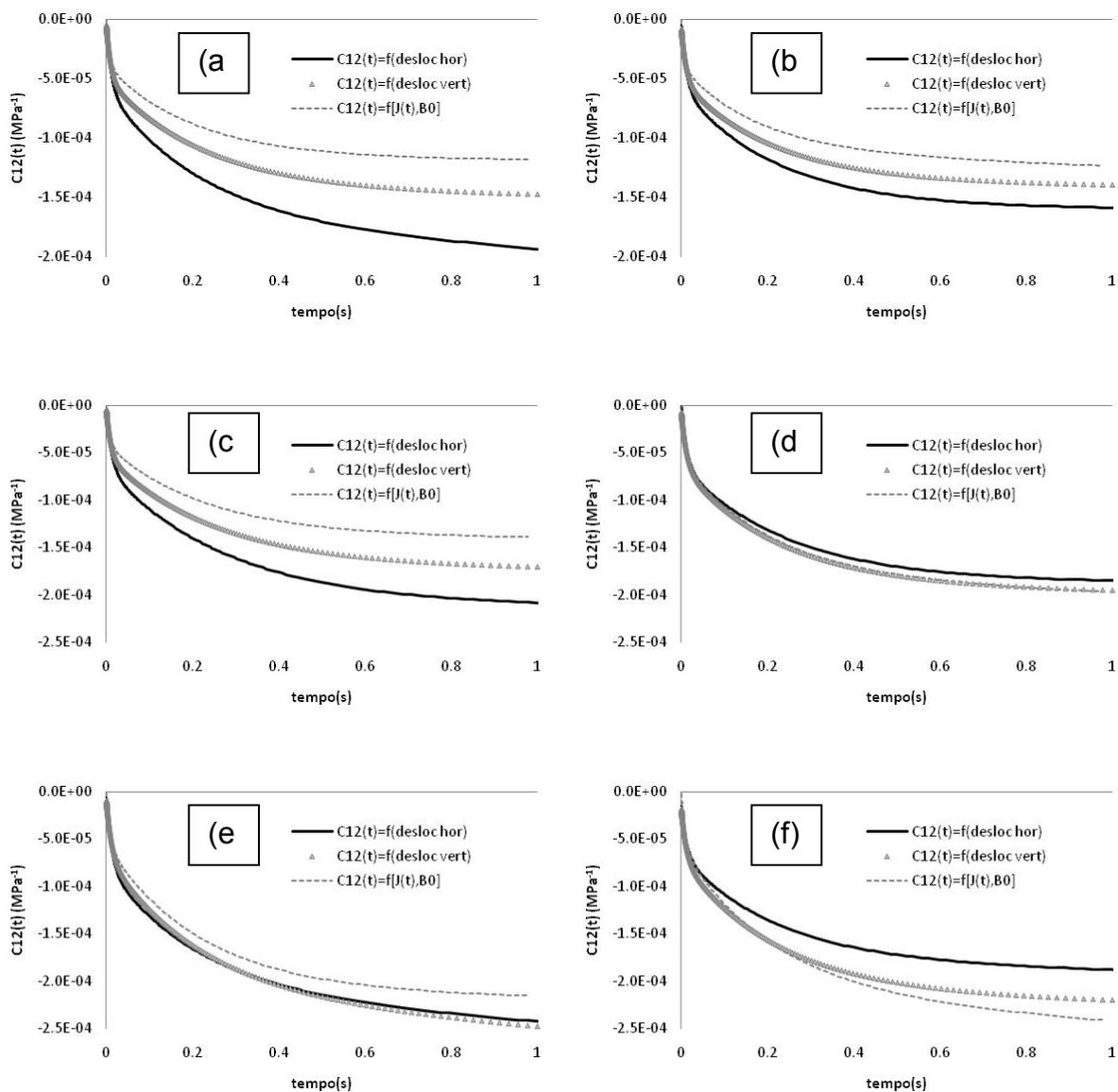


Figura 4.12: Curvas $C_{12}(t)$ para índice de vazios igual a (a) 3,33 %, (b) 3,45 %, (c) 3,88 %, (d) 4,09 %, (e) 4,50 % e (f) 4,75 %

Capítulo 4 – Análise no Regime Linear

A Figura 4.12 mostra a evolução no tempo das funções $C_{12}(t)$ obtidas para os diferentes índices de vazios ensaiados, considerando a obtenção das curvas em função das diferentes curvas de fluência $D(t)$. Observando-se a Figura 4.12, nota-se que $C_{12}(t)$ calculado em função de $J(t)$ e B_0 inicialmente possui valores menores que os outros casos, mas com o crescimento do índice de vazios, esta vai superando os valores obtidos nos outros casos, sendo, para 4,75 %, o caso que apresenta os maiores valores. Na Figura 4.12(d) é observada a maior proximidade entre curvas, levando a crer que o coeficiente de Poisson adotado por ser razoável apenas para o caso do índice de vazios de 4,09 %, justificando desta maneira a variação do coeficiente de Poisson com o índice de vazios.

4.2.4 Os módulos $G(t)$, K_0 e $E(t)$

Obtidas as compliâncias discutidas em 4.2.1 e 4.2.2, é possível obter as respectivas propriedades constitutivas inversas, que são, para $J(t)$, B_0 e $D(t)$, os módulos $G(t)$, K_0 e $E(t)$. Enquanto que as compliâncias mencionadas representam a suscetibilidade do material a deformações desviadoras, volumétricas e axiais, os módulos em questão representam a resistência do material às deformações mencionadas. Além disto, os módulos em questão são dados de entrada em programas comerciais que empregam o Método dos Elementos Finitos para solução de problemas de contorno, citando como exemplos ABAQUS® e ANSYS®.

Com o PCEV aplicado as relações $J=1/G$, $B=1/K$ e $D=1/E$, são estabelecidas as relações das compliâncias em questão com os módulos desejados, expressas nas equações 4.43 a 4.45:

$$\int_0^t J(t-t')G(t') dt' = t \quad (4.43)$$

$$\int_0^t B(t-t')K(t') dt' = t \quad (4.44)$$

$$\int_0^t D(t-t')E(t') dt' = t \quad (4.45)$$

Descritas as compliâncias em função do tempo, as equações 4.43 e 4.45 podem ser aplicadas de modo a encontrar os módulos desejados. Entretanto, existem métodos desenvolvidos com base nas equações 4.43 a 4.45 específicos para modelagem das compliâncias segundo uma série de Prony, que foram empregados na presente tese para determinação dos módulos em questão. Estes métodos são discutidos a seguir.

4.2.4.1 Hipóteses de cálculo e metodologia de obtenção

A obtenção dos módulos $G(t)$, K_0 e $E(t)$ pode ser feita considerando o cálculo em dois domínios: o domínio tempo e o domínio frequência. No domínio tempo, o método mais conhecido é o procedimento de Park e Schapery (1999), expresso nas equações 3.30 a 3.33. No domínio frequência, o método mais conhecido é o Método das Frações Parciais (MFP), no qual se aplicam transformadas integrais nas equações 4.43 a 4.45 e se obtém os módulos no domínio complexo, aplicando-se transformadas integrais inversas posteriormente.

Para descrição do MFP, considera-se $C(t)$ uma compliância qualquer e $H(t)$ o módulo correspondente à compliância $C(t)$. Supõe-se que $C(t)$ seja uma serie de Prony com n termos expressa pelas equações 4.46 e 4.47:

$$C(t) = C_\infty - \sum_{i=1}^n C_i e^{-\frac{t}{\tau_i}} \quad (4.46)$$

$$C_\infty = \sum_{i=0}^n C_i \quad (4.47)$$

O MFP fornece como resultado uma função $H(t)$ da forma vista na equação 4.48:

$$H(t) = H_{\infty} + \sum_{j=1}^n H_j e^{-\frac{t}{\rho_j}} \quad (4.48)$$

Para solução do problema, o MFP possui duas equações base, listadas a seguir:

- Equação de obtenção dos tempos de relaxação: são calculados os tempos de relaxação obtendo-se as raízes r_i do polinômio visto na equação 4.49, onde $r_i = -1/\rho_i$, sendo ρ_i o tempo de relaxação correspondente à parcela viscoelástica i , $j = \infty, 1, 2, \dots, n$ e $\tau_{\infty} = \infty$:

$$i\omega \left[C_{\infty} \left(\prod_{i=1}^n i\omega + \frac{1}{\tau_i} \right) - \sum_{i=1}^n C_i \frac{\prod_{j=\infty}^n i\omega + \frac{1}{\tau_j}}{i\omega + \frac{1}{\tau_i}} \right] = 0 \quad (4.49)$$

- Equação de determinação das constantes H_i : determinados os tempos de relaxação através das raízes r_i do polinômio expresso pela equação 4.49, o sistema de equações expresso pela equação 4.50 é utilizado para o cálculo das constantes H_i , onde $r_{\infty} = 0$:

$$H_{\infty} \left(\prod_{i=1}^n i\omega - r_i \right) + \sum_{k=1}^n H_k \frac{\prod_{j=\infty}^n i\omega - r_j}{i\omega - r_k} = \frac{1}{C_0} \prod_{i=1}^n i\omega + \frac{1}{\tau_i} \quad (4.50)$$

O sistema de equações expresso pela equação 4.50 é formado igualando os polinômios formados em ambos os lados da equação, de modo que a linha i do sistema representa a igualdade das constantes multiplicativas do termo $(i\omega)^{n+1-i}$ de ambos os lados da equação. O sistema formado possui $n+1$ equações, no qual pode-se encontrar diretamente o valor de H_{∞} conforme a equação 4.51, assim sendo possível reduzir o sistema para n equações:

$$H_{\infty} = \frac{\prod_{i=1}^n \frac{1}{\tau_i}}{C_0(\prod_{j=1}^n |r_j|)} \quad (4.51)$$

O MFP possui a vantagem de todos os parâmetros serem calculados diretamente, sem arbítrio de constantes e métodos iterativos, fornecendo a solução exata do problema. Entretanto possui desvantagens como ser somente aplicável a funções $C(t)$ modeladas conforme a equação 4.46, sua exatidão depender do algoritmo de solução do polinômio expresso pela equação 4.49 e a principal, que impediu sua aplicação nesta tese, só ser aplicável para funções $C(t)$ ajustadas para tempo longo de carregamento. Desta maneira, optou-se por aplicar o procedimento de Park e Schapery (1999) para obtenção dos módulos $G(t)$, K_0 e $E(t)$, adaptado ao problema específico desta tese, conforme expresso pela equação 4.52:

$$\underline{\underline{\Omega_{\Omega}}}[H_{\infty} \ H_1 \ H_2 \ H_3 \ H_4 \ H_5]^T = \underline{\underline{\Omega_t}} \quad (4.52)$$

$$\underline{\underline{\Omega_{\Omega}}}_{ij} = \sum \Omega_{i-1}(t)\Omega_{j-1}(t) \quad (4.53)$$

$$\underline{\underline{\Omega_t}}_i = \sum t\Omega_{i-1}(t) \quad (4.54)$$

$$\Omega_0(t) = C_{\infty}t - \sum_{i=1}^5 C_i e^{-\frac{t}{\tau_i}} \tau_i \left(e^{\frac{t}{\tau_i}} - 1 \right) \quad (4.55)$$

$$\Omega_j(t) = C_{\infty}\rho_j \left(1 - e^{-\frac{t}{\rho_j}}\right) - \sum_{i=1}^5 \tau_i \rho_j \frac{C_i e^{-\frac{t}{\tau_i}}}{\rho_j - \tau_i} \left[e^{\left(\frac{\rho_j - \tau_i}{\tau_i \rho_j}\right)t} - 1 \right] \quad (4.56)$$

A matriz na equação 4.52 é resolvida com o método apresentado em 4.2.1.1, onde são arbitrados parâmetros ρ_0 e q_p no caso. Para determinação de K_0 , aplica-se a relação $K_0=1/B_0$.

4.2.4.2 Resultados obtidos

As Tabelas 4.13 a 4.16 mostram as constantes obtidas pela aplicação do método descrito em 4.2.4.1 para obtenção de $G(t)$ e $E(t)$ em função das três maneiras que $D(t)$ foi obtido. $G(t)$ e $E(t)$ são modelados conforme as equações 4.57 e 4.58, respectivamente:

$$G(t) = G_{\infty} + \sum_{j=1}^5 G_j e^{-\frac{t}{\rho_j}} \quad (4.57)$$

$$E(t) = E_{\infty} + \sum_{j=1}^5 E_j e^{-\frac{t}{\rho_j}} \quad (4.58)$$

A Tabela 4.12 mostra os resultados obtidos para K_0 em função do índice de vazios:

Tabela 4.12: Valores obtidos para K_0 em função do índice de vazios

CP	3K	4L	6E	5Q	3Q	5I
e (%)	3,33	3,45	3,88	4,09	4,50	4,75
K_0 (MPa)	$9,279 \cdot 10^5$	$6,538 \cdot 10^5$	$1,028 \cdot 10^6$	$1,821 \cdot 10^5$	$2,257 \cdot 10^5$	$2,963 \cdot 10^4$

Quanto a K_0 , a tendência inversa observada para B_0 aparece. Os valores de K_0 diminuem com o crescimento do índice de vazios, representando a queda da resistência à variação de volume com o crescimento do índice de vazios, o que é um resultado esperado.

As Tabelas 4.13 a 4.16 anteriormente referidas são mostradas a seguir:

Tabela 4.13: Constantes G_i e ρ_i obtidas para o módulo $G(t)$

CP	3K	4L	6E	5Q	3Q	5I
Índice de vazios(%)	3,33	3,45	3,88	4,09	4,50	4,75
G_∞ (MPa)	$1,158 \cdot 10^3$	$6,205 \cdot 10^2$	$9,381 \cdot 10^2$	$3,241 \cdot 10^2$	$4,970 \cdot 10^2$	$1,790 \cdot 10^2$
G_1 (MPa)	$7,778 \cdot 10^4$	$4,080 \cdot 10^4$	$5,078 \cdot 10^4$	$2,045 \cdot 10^4$	$7,065 \cdot 10^4$	$3,766 \cdot 10^4$
G_2 (MPa)	$6,229 \cdot 10^{-3}$	$5,056 \cdot 10^{-3}$	$3,106 \cdot 10^{-3}$	$1,930 \cdot 10^3$	$1,961 \cdot 10^{-2}$	$1,729 \cdot 10^{-3}$
G_3 (MPa)	$2,186 \cdot 10^3$	$2,137 \cdot 10^3$	$2,162 \cdot 10^3$	$1,394 \cdot 10^3$	$1,581 \cdot 10^3$	$1,485 \cdot 10^3$
G_4 (MPa)	8,810	$9,916 \cdot 10^1$	6,979	$1,831 \cdot 10^1$	$1,407 \cdot 10^1$	$6,536 \cdot 10^1$
G_5 (MPa)	$2,355 \cdot 10^2$	$7,731 \cdot 10^2$	$2,604 \cdot 10^2$	$5,421 \cdot 10^2$	$2,740 \cdot 10^2$	$5,080 \cdot 10^2$
ρ_1 (s)	$3,888 \cdot 10^{-4}$	$6,843 \cdot 10^{-4}$	$6,219 \cdot 10^{-4}$	$6,175 \cdot 10^{-4}$	$3,436 \cdot 10^{-4}$	$5,491 \cdot 10^{-4}$
ρ_2 (s)	$5,385 \cdot 10^{-3}$	$6,650 \cdot 10^{-3}$	$6,858 \cdot 10^{-3}$	$6,913 \cdot 10^{-3}$	$4,762 \cdot 10^{-3}$	$5,956 \cdot 10^{-3}$
ρ_3 (s)	$7,458 \cdot 10^{-2}$	$6,462 \cdot 10^{-2}$	$7,563 \cdot 10^{-2}$	$7,740 \cdot 10^{-2}$	$6,598 \cdot 10^{-2}$	$6,461 \cdot 10^{-2}$
ρ_4 (s)	1,033	$6,280 \cdot 10^{-1}$	$8,341 \cdot 10^{-1}$	$8,666 \cdot 10^{-1}$	$9,143 \cdot 10^{-1}$	$7,008 \cdot 10^{-1}$
ρ_5 (s)	$1,431 \cdot 10^1$	6,102	9,198	9,703	$1,267 \cdot 10^1$	7,601
R^2	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

Tabela 4.14: Constantes E_i e ρ_i obtidas para $E(t)$ com $D(t)$ em função dos deslocamentos horizontais

CP	3K	4L	6E	5Q	3Q	5I
Índice de vazios(%)	3,33	3,45	3,88	4,09	4,50	4,75
E_∞ (MPa)	$2,066 \cdot 10^2$	$6,731 \cdot 10^2$	$1,236 \cdot 10^3$	$1,390 \cdot 10^3$	$5,909 \cdot 10^1$	$8,084 \cdot 10^2$
E_1 (MPa)	$7,227 \cdot 10^4$	$3,194 \cdot 10^5$	$5,223 \cdot 10^4$	$7,593 \cdot 10^4$	$1,479 \cdot 10^5$	$4,371 \cdot 10^4$
E_2 (MPa)	$4,022 \cdot 10^2$	$4,420 \cdot 10^3$	$9,251 \cdot 10^2$	$3,589 \cdot 10^{-1}$	$1,016 \cdot 10^3$	$1,390 \cdot 10^3$
E_3 (MPa)	$2,627 \cdot 10^3$	$2,487 \cdot 10^3$	$2,383 \cdot 10^3$	$2,266 \cdot 10^3$	$1,819 \cdot 10^3$	$2,266 \cdot 10^3$
E_4 (MPa)	$2,254 \cdot 10^2$	5,108	7,572	1,089	$4,011 \cdot 10^2$	$7,755 \cdot 10^1$
E_5 (MPa)	$1,304 \cdot 10^3$	$1,209 \cdot 10^3$	$1,805 \cdot 10^2$	$2,241 \cdot 10^2$	$9,308 \cdot 10^2$	$7,858 \cdot 10^2$
ρ_1 (s)	$5,992 \cdot 10^{-4}$	$1,178 \cdot 10^{-4}$	$7,638 \cdot 10^{-4}$	$7,419 \cdot 10^{-4}$	$2,370 \cdot 10^{-4}$	$6,715 \cdot 10^{-4}$
ρ_2 (s)	$6,844 \cdot 10^{-3}$	$3,243 \cdot 10^{-3}$	$8,591 \cdot 10^{-3}$	$8,346 \cdot 10^{-3}$	$4,424 \cdot 10^{-3}$	$7,565 \cdot 10^{-3}$
ρ_3 (s)	$7,816 \cdot 10^{-2}$	$8,926 \cdot 10^{-2}$	$9,663 \cdot 10^{-2}$	$9,390 \cdot 10^{-2}$	$8,257 \cdot 10^{-2}$	$8,523 \cdot 10^{-2}$
ρ_4 (s)	$8,926 \cdot 10^{-1}$	2,457	1,087	1,056	1,541	$9,601 \cdot 10^{-1}$
ρ_5 (s)	$1,019 \cdot 10^1$	$6,762 \cdot 10^1$	$1,223 \cdot 10^1$	$1,188 \cdot 10^1$	$2,877 \cdot 10^1$	$1,082 \cdot 10^1$
R^2	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

Tabela 4.15: Constantes E_i e ρ_i obtidas para $E(t)$ com $D(t)$ em função dos deslocamentos verticais

CP	3K	4L	6E	5Q	3Q	5I
Índice de vazios(%)	3,33	3,45	3,88	4,09	4,50	4,75
$E_\infty(\text{MPa})$	$1,456.10^3$	$1,360.10^3$	$1,262.10^3$	$9,077.10^2$	$1,102.10^2$	$7,732.10^2$
$E_1(\text{MPa})$	$7,371.10^4$	$8,277.10^4$	$7,560.10^4$	$6,575.10^4$	$1,079.10^5$	$3,800.10^4$
$E_2(\text{MPa})$	$2,049.10^2$	$7,701.10^1$	$1,749.10^2$	$9,154.10^2$	$8,124.10^2$	$2,189.10^3$
$E_3(\text{MPa})$	$3,193.10^3$	$3,003.10^3$	$3,067.10^3$	$2,321.10^3$	$2,398.10^3$	$2,224.10^3$
$E_4(\text{MPa})$	$4,423.10^1$	$4,318.10^{-4}$	$2,792.10^1$	4,070	$2,623.10^2$	$5,314.10^1$
$E_5(\text{MPa})$	$5,776.10^2$	$8,341.10^2$	$4,963.10^2$	$6,546.10^2$	$1,117.10^3$	$5,913.10^2$
$\rho_1(\text{s})$	$6,852.10^{-4}$	$5,952.10^{-4}$	$6,515.10^{-4}$	$6,470.10^{-4}$	$3,387.10^{-4}$	$5,592.10^{-4}$
$\rho_2(\text{s})$	$7,440.10^{-3}$	$6,962.10^{-3}$	$7,320.10^{-3}$	$7,273.10^{-3}$	$4,812.10^{-3}$	$6,587.10^{-3}$
$\rho_3(\text{s})$	$8,077.10^{-2}$	$8,143.10^{-2}$	$8,225.10^{-2}$	$8,176.10^{-2}$	$6,838.10^{-2}$	$7,759.10^{-2}$
$\rho_4(\text{s})$	$8,770.10^{-1}$	$9,524.10^{-1}$	$9,241.10^{-1}$	$9,192.10^{-1}$	$9,717.10^{-1}$	$9,139.10^{-1}$
$\rho_5(\text{s})$	9,522	$1,114.10^1$	$1,038.10^1$	$1,033.10^1$	$1,381.10^1$	$1,076.10^1$
R^2	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

Tabela 4.16: Constantes E_i e ρ_i obtidas para $E(t)$ com $D(t)$ em função das compliâncias $J(t)$ e B_0

CP	3K	4L	6E	5Q	3Q	5I
Índice de vazios(%)	3,33	3,45	3,88	4,09	4,50	4,75
$E_\infty(\text{MPa})$	$3,661.10^3$	$6,084.10^2$	$2,813.10^3$	$9,201.10^2$	$1,475.10^3$	$4,963.10^2$
$E_1(\text{MPa})$	$1,546.10^5$	$2,354.10^5$	$1,519.10^5$	$6,121.10^4$	$2,147.10^5$	$1,082.10^5$
$E_2(\text{MPa})$	$1,785.10^{-1}$	$3,011.10^{-3}$	$1,441.10^{-1}$	$6,012.10^3$	$6,293.10^{-1}$	$8,529.10^{-1}$
$E_3(\text{MPa})$	$6,515.10^3$	$6,458.10^3$	$6,479.10^3$	$4,165.10^3$	$4,736.10^3$	$4,375.10^3$
$E_4(\text{MPa})$	$1,420.10^1$	$4,406.10^2$	$2,107.10^1$	$5,833.10^1$	$4,328.10^1$	$2,001.10^2$
$E_5(\text{MPa})$	$5,286.10^2$	$3,410.10^3$	$7,809.10^2$	$1,671.10^3$	$8,345.10^2$	$1,543.10^3$
$\rho_1(\text{s})$	$5,920.10^{-4}$	$3,475.10^{-4}$	$6,219.10^{-4}$	$5,936.10^{-4}$	$3,358.10^{-4}$	$5,355.10^{-4}$
$\rho_2(\text{s})$	$6,660.10^{-3}$	$4,742.10^{-3}$	$6,860.10^{-3}$	$6,785.10^{-3}$	$4,710.10^{-3}$	$5,916.10^{-3}$
$\rho_3(\text{s})$	$7,492.10^{-2}$	$6,471.10^{-2}$	$7,567.10^{-2}$	$7,756.10^{-2}$	$6,606.10^{-2}$	$6,537.10^{-2}$
$\rho_4(\text{s})$	$8,428.10^{-1}$	$8,832.10^{-1}$	$8,347.10^{-1}$	$8,866.10^{-1}$	$9,267.10^{-1}$	$7,222.10^{-1}$
$\rho_5(\text{s})$	9,481	$1,205.10^1$	9,207	$1,013.10^1$	$1,300.10^1$	7,979
R^2	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

Nas Tabelas 4.13 a 4.16, nota-se que os ajustes resultaram todos em $R^2=1$. Tal fato deve-se que as funções escolhidas para o ajuste eram lineares (ou pelo menos tinham uma tendência muito próxima a linear), no qual sempre era obtido $R^2=1$ para quaisquer ρ_0 e q_0 arbitrados.

Capítulo 4 – Análise no Regime Linear

Nas mesmas tabelas também se nota que os valores dos tempos de relaxação caem bastante com relação aos tempos de retardação. Tal fato é esperado, como se pode esperar ao observar o padrão típico de comportamento de uma compliância traçada conforme visto na Figura 3.21. Entretanto, observa-se uma queda de pelo menos duas ordens de grandeza dos tempos de relaxação para os tempos de relaxação, provocando nas misturas asfálticas estudadas um rápido comportamento de relaxação. Não é fácil apontar uma causa para isto, já que os tempos de relaxação resultam de uma combinação complexa em função dos tempos de retardação e as constantes C_i da compliância invertida, o que depende do modelo adotado para tal tarefa.

O comportamento dos módulos obtidos é visto nas Figuras 4.13 e 4.14:

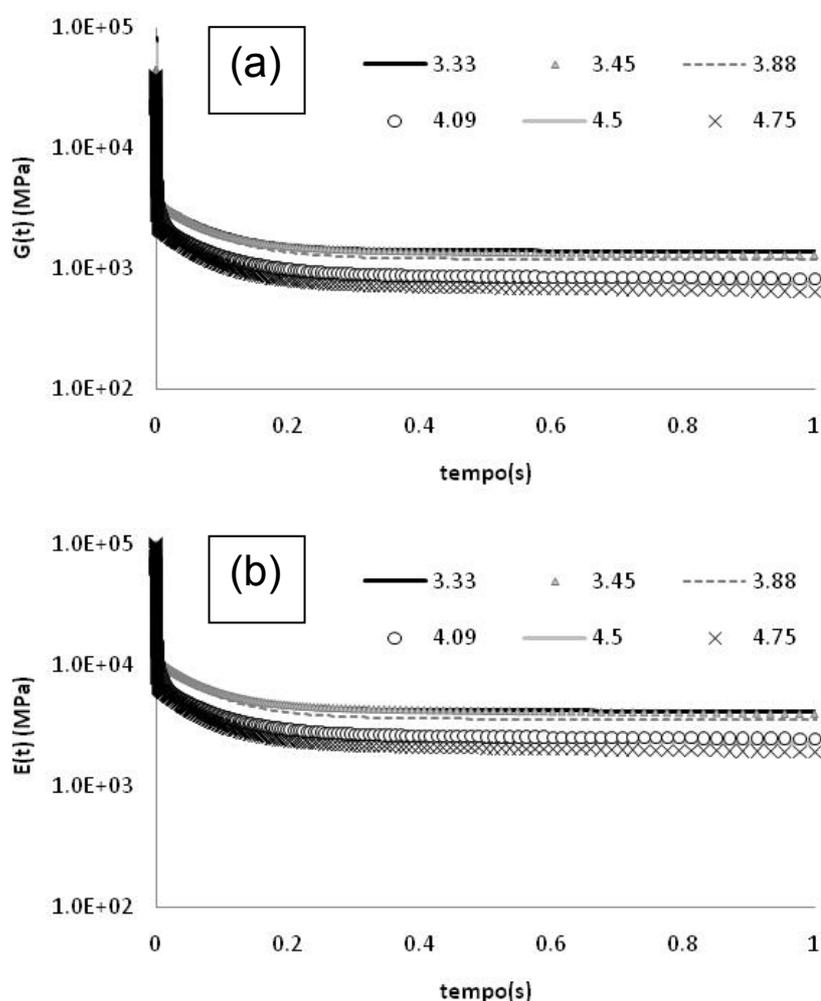


Figura 4.13: Módulos (a) $G(t)$ e (b) $E(t)$ calculado em função de $J(t)$ e B_0

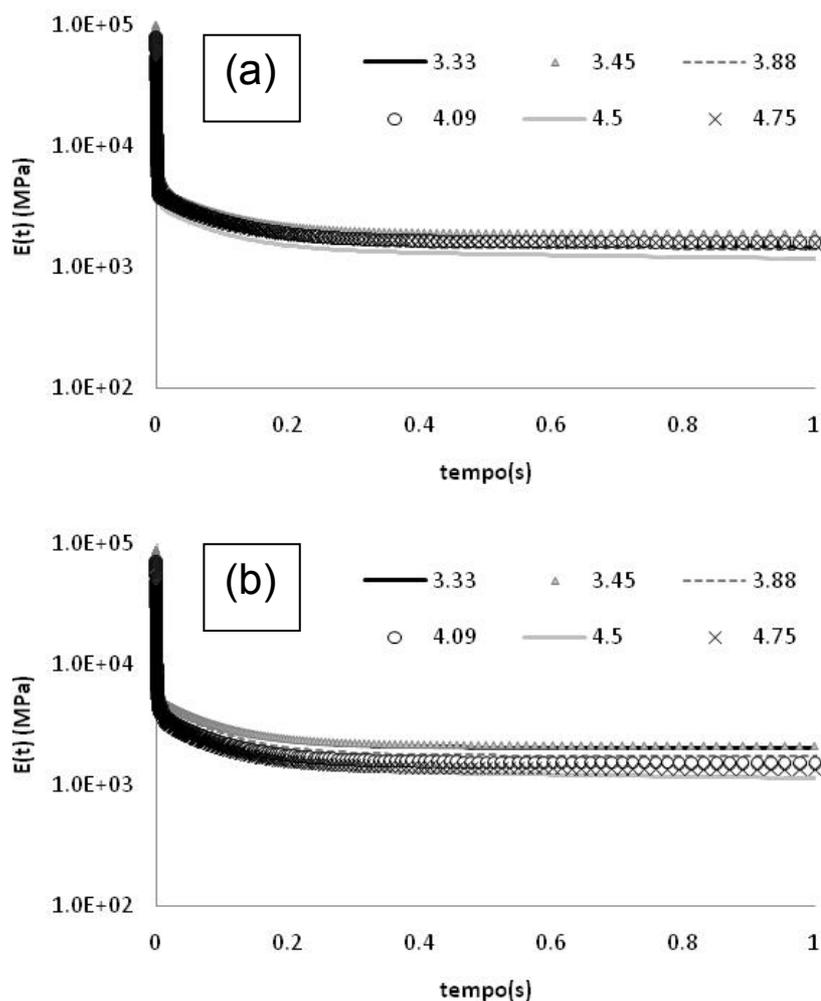


Figura 4.14: Módulos (a) $E(t)$ de $D(t)$ dos deslocamentos horizontais e (b) $E(t)$ de $D(t)$ dos deslocamentos verticais

Nas Figuras 4.13 e 4.14 nota-se que o comportamento observado para as compliâncias respectivas dos módulos calculados é mantido, obviamente, na lógica inversa: queda do módulo com o aumento do índice de vazios. Por exemplo, na Figura 4.13(a), nota-se o mesmo “salto” da propriedade constitutiva do índice de vazios 3,88 % para 4,09% observado nos resultados de $J(t)$, levando a crer que o modelo adotado consegue refletir o que acontece com as compliâncias também nos módulos, sem o mesmo (modelo) ser dependente do índice de vazios do material. Assim, toda a discussão da influência da adoção do coeficiente de Poisson como constante é refletida no cálculo dos módulos vistos nas Figuras 4.13 e 4.14. Neste caso, a função $E(t)$ obtida em função de $J(t)$ e B_0 possui valores maiores que as funções $E(t)$ obtidas em função dos deslocamentos vertical e horizontal, o que na prática pode representar, por exemplo, um aumento das tensões na base de um revestimento e conseqüente aceleração de

Capítulo 4 – Análise no Regime Linear

um processo de fadiga. Assim, assumir um coeficiente de Poisson constante pode subestimar estas tensões, podendo dar resultados contra a segurança.

Quanto à velocidade de relaxação observada nos dados, como já foi anteriormente mencionado, existe uma sensível queda dos tempos de relaxação nos módulos calculados, de forma a provocar um comportamento de relaxação notavelmente rápido. Em ambas as Figuras 4.13 e 4.14, é visto que os módulos atingem um valor aproximadamente constante em um tempo de aproximadamente 0,2 s, enquanto que nas compliâncias é observado fluência durante todo o segundo de análise. Acredita-se que isto pode estar ligado ao fato de que o comportamento de relaxação é bem mais evidente quando o material está sobre carga, período incluído dentro dos 0,2 s onde é notada significativa relaxação. Entretanto é difícil apontar se esta é mesmo a causa desta rápida relaxação no material, pois como dito anteriormente, os tempos de relaxação são produto de uma complexa combinação dos tempos de retardação e dos termos da série de Prony que compõem a compliância fonte do módulo calculado.

4.2.4.3 Análise da influência do índice de vazios

Novamente a análise da influência do índice de vazios é feita através do cálculo dos fatores de translação vertical e horizontal, de forma a incluir a influência do índice de vazios nos módulos calculados segundo a equação 4.59:

$$H(t, V_a) = \frac{H_\infty}{a_v(V_a)} + \sum_{j=1}^n \frac{H_j}{a_v(V_a)} e^{-\frac{a_H(V_a)t}{\rho_j}} \quad (4.59)$$

Tomando-se o mesmo índice de vazios de 4,09 % como referência, a Tabela 4.17 mostra os fatores de translação calculados considerando as duas situações até então vistas: ajuste com dois fatores de translação e ajuste com fator de translação vertical apenas. Como observado na Tabela 4.17, novamente a consideração de um fator de translação vertical apenas modela mais adequadamente o comportamento do material quanto ao índice de vazios, devido aos maiores valores de R^2 . Porém, ao observar os valores dos fatores de translação vertical, nota-se que a grande maioria possui valores negativos, com algumas sequências apresentando todos os

valores negativos, mesmo quando as curvas vistas nas Figuras 4.13 e 4.14 representam a lógica vista nas compliâncias respectivas de cada módulo.

Tabela 4.17: Fatores de translação horizontal e vertical para os módulos obtidos

V_a (%)	G(t)			E(t)=f[J(t),B ₀]			E(t)=f(desloc hor)			E(t)=f(desloc vert)		
	log a _H	log a _V	R ²	log a _H	log a _V	R ²	log a _H	log a _V	R ²	log a _H	log a _V	R ²
3,33	7,92	-1,97	0,18	12,9 2	-1,80	0,17	0,10	0,02	0,99	-1,04	-0,04	0,99
3,45	0,32	-0,25	0,99	7,92	-1,98	0,17	-2,27	12,9	0,99	-0,42	-0,10	0,99
3,88	0,51	-0,30	0,99	0,51	-0,30	0,99	-0,68	0,13	0,99	-0,26	-0,05	1,00
4,09	0,00	0,00	-	0,00	0,00	-	0,00	0,00	-	0,00	0,00	-
4,50	6,67	-1,92	0,18	6,67	-1,93	0,17	0,91	-0,26	0,89	0,73	-0,18	0,96
4,75	0,65	-0,16	0,99	0,65	-0,15	0,99	-0,83	0,19	0,99	-0,83	0,20	0,99
3,33	0,00	-0,45	0,99	0,00	-0,31	0,99	0,00	0,02	1,00	0,00	-0,07	1,00
3,45	0,00	-0,23	1,00	0,00	-0,46	0,99	0,00	-0,59	1,00	0,00	-0,11	1,00
3,88	0,00	-0,29	0,99	0,00	-0,29	0,99	0,00	0,12	1,00	0,00	-0,06	1,00
4,09	0,00	0,00	-	0,00	0,00	-	0,00	0,00	-	0,00	0,00	-
4,50	0,00	-0,41	0,99	0,00	-0,41	0,99	0,00	-0,25	1,00	0,00	-0,17	1,00
4,75	0,00	-0,14	0,99	0,00	-0,13	0,99	0,00	0,14	1,00	0,00	0,15	1,00

Todavia, ao examinar mais cuidadosamente as Figuras 4.13 e 4.14, nota-se que a lógica observada nas Figuras 4.13 e 4.14 é notável depois da relaxação do material, ou seja, para tempos maiores que 0,2 s. Para tempos menores que 0,2 s, as curvas se sobrepõem ou se cruzam, de forma a não mais estabelecer a lógica antes comentada. Além disto, é para tempos menores que 0,2 s que se observam os maiores valores de módulo e são estes valores que realmente influem no cálculo do erro quadrático neste caso. As parcelas que mais contribuem para o erro quadrático geral, por experiência, são as que têm maior valor absoluto.

Posto isto, decidiu-se basear as análises de influência de índices de vazios com base no valor inicial de cada um dos módulos estudados. Para tal, comparou-se o logaritmo do fator de translação vertical com o logaritmo do valor inicial dos módulos, obtendo-se as tendências mostradas na Figura 4.15. Observando-se a figura, fica claro que o fator de translação vertical para os módulos estudados é regido pelo valor do módulo inicial. São notadas claras tendências lineares decrescentes distintas para G(t) e E(t), praticamente paralelas, sugerindo um modelo linear de fator de translação vertical em função do módulo inicial. Assim, com vistas a construir o modelo descrito, executou-se o ajuste linear das sequências da Figura 4.15 segundo a equação 4.60.

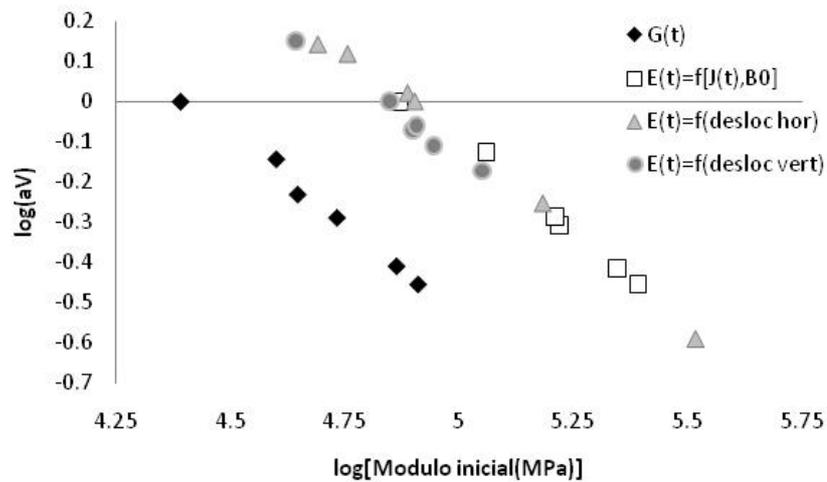


Figura 4.15: Módulos iniciais em função dos fatores de translação vertical em escala log-log

$$\log(a_v) = a_{av} \log(H_0) + b_{av} \quad (4.60)$$

onde H_0 é o módulo inicial, ou seja, $H_0=H(0)$. A Tabela 4.18 mostra os valores de a_{av} e b_{av} obtidos nos ajustes utilizando a equação 4.60:

Tabela 4.18: Constantes a_{av} e b_{av} do ajuste módulo inicial x fator de translação vertical

Módulo	a_{av}	b_{av}	R^2
G(t)	-0,8869	3,9071	0,9904
E(t)=f[J(t),B ₀]	-0,8974	4,3857	0,9914
E(t)=f(desloc hor)	-0,9056	4,4243	0,9935
E(t)=f(desloc vert)	-0,8129	3,9249	0,9866
E(t)*	-0,8550	4,1559	0,9838

*Sequência que une os dados de E(t)=f[J(t),B₀], E(t)=f(desloc hor) e E(t)=f(desloc vert)

O segundo passo para o modelo de obtenção do fator de translação vertical é ajustar o módulo inicial em função do índice de vazios, porém isto não foi feito, pois segundo a Figura 4.16 não foram notadas tendências regulares de curvas índice de vazios em função do módulo inicial.

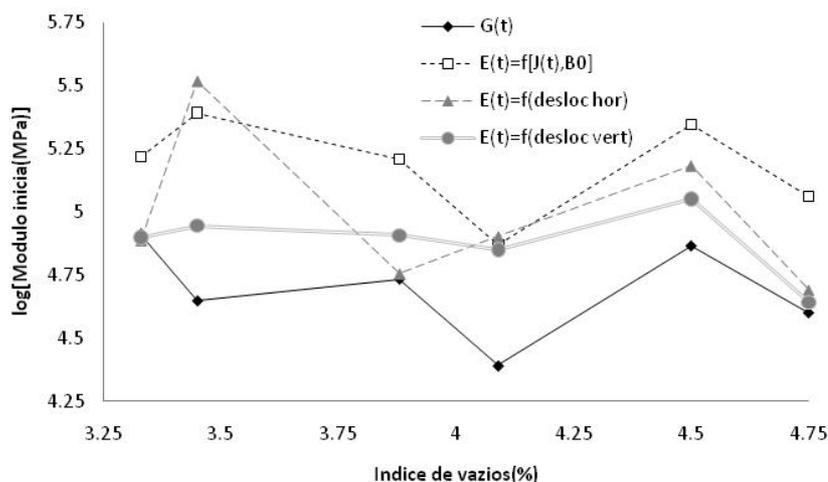


Figura 4.16: Módulos iniciais em função do índice de vazios

4.3 DETERMINAÇÃO DE PARÂMETROS CONSTITUTIVOS NO REGIME LINEAR-ELÁSTICO

Novamente com base nos ensaios de módulo de resiliência, serão determinados os parâmetros constitutivos no regime linear-elástico para a mistura asfáltica em questão. Serão determinadas as compliâncias de cisalhamento, de compressibilidade e longitudinal, denotadas no regime linear-elástico como J^e , B^e e D^e , respectivamente; e os módulos de cisalhamento, de compressibilidade e resiliente, denotados respectivamente G^e , K^e , MR , além do coeficiente de Poisson ν^e . O procedimento de obtenção dos parâmetros mencionados é descrito na sequência.

4.3.1 Metodologia de obtenção

O procedimento para obtenção das constantes anteriormente mencionadas é simples: consiste na aplicação das soluções elásticas para os deslocamentos vertical e horizontal, no qual será adotada a solução de Hondros (1959). Também serão adotadas as relações entre parâmetros constitutivos descritas no item 2.1 desta tese.

Entretanto, os dados experimentais disponíveis dão curvas carga e deslocamento em função do tempo, no qual destas devem ser extraídos a parcela de deslocamento referente ao

Capítulo 4 – Análise no Regime Linear

comportamento resiliente do material para cálculo dos parâmetros constitutivos. Para isto, foram empregados dois procedimentos de norma: o método da ASTM D4123 (1995) e o método do NCHRP 1-28A (2004), onde desta última foram extraídos os deslocamentos chamados de instantâneo e total. Os dois procedimentos estão brevemente descritos em 3.1.1 e são visualizados nas Figuras 3.2 e 3.3, respectivamente. Desta maneira, o procedimento para extração dos parâmetros constitutivos lineares-elásticos consiste nos seguintes passos:

- Extração da parcela resiliente de deslocamentos horizontais e verticais dos dados experimentais. O deslocamento resiliente horizontal é denotado por $\Delta H_{(norma)}$ e o deslocamento resiliente vertical por $\Delta V_{(norma)}$, onde norma refere o procedimento de extração dos deslocamentos. Se norma=ASTM, o procedimento é o da norma ASTM D4123; se norma=1-28AI, o procedimento é o deslocamento instantâneo da NCHRP 1-28A; se norma=1-28AT, o procedimento é o deslocamento total da NCHRP 1-28A;
- Cálculo de $v_{(norma)}^e$ em função de $\Delta H_{(norma)}$ e $\Delta V_{(norma)}$ pela equação 4.61:

$$v_{(norma)}^e = \frac{I_4 - I_1(\Delta V_{(norma)}/\Delta H_{(norma)})}{I_3 - I_2(\Delta V_{(norma)}/\Delta H_{(norma)})} \quad (4.61)$$

- Cálculo do módulo de resiliência e da compliância longitudinal em função de $\Delta H_{(norma)}$ e $\Delta V_{(norma)}$, conforme a equação 4.62:

$$\begin{aligned} MR_{(norma)} &= \frac{P_{max}}{h\Delta H_{(norma)}} (I_1 - v_{(norma)}^e I_2) = \frac{P_{max}}{h\Delta V_{(norma)}} (I_4 - v_{(norma)}^e I_3) \\ &= [D_{(norma)}^e]^{-1} \end{aligned} \quad (4.62)$$

- Cálculo da compliância e do módulo de cisalhamento em função de $MR_{(norma)}$ e $v_{(norma)}^e$ pela equação 4.63:

$$J_{(norma)}^e = \frac{2(1 + v_{(norma)}^e)}{MR_{(norma)}} = [G_{(norma)}^e]^{-1} \quad (4.63)$$

Capítulo 4 – Análise no Regime Linear

- Cálculo da compliância e do módulo de compressibilidade em função de $MR_{(norma)}$ e $\nu_{(norma)}^e$ pela equação 4.64:

$$B_{(norma)}^e = \frac{3(1 - 2\nu_{(norma)}^e)}{MR_{(norma)}} = [K_{(norma)}^e]^{-1} \quad (4.64)$$

- Cálculo de $MR_{(norma)}$ e de $D_{(norma)}^e$ considerando o coeficiente de Poisson igual a 0,3 segundo a equação 4.65:

$$MR_{(norma)}^{(0,3)} = \frac{P_{max}}{h\Delta_H(norma)} (I_1 - 0,3I_2) \text{ ou } \frac{P_{max}}{h\Delta_V(norma)} (I_4 - 0,3I_3) = [D_{(norma)}^{e(0,3)}]^{-1} \quad (4.65)$$

Os valores de I_1 a I_4 mostrados nas equações 4.62 e 4.65 são os mesmos empregados nas equações 4.28 e 4.29. Com o conjunto de equações acima, calculou-se as variáveis em questão para cada ciclo de carga e descanso, onde os valores médios em função do índice de vazios são mostrados nos resultados expostos a seguir.

4.3.2 Apresentação e análise dos resultados obtidos

Os valores e as tendências em função do índice de vazios para as variáveis mencionadas em 4.3.1 são vistas na Tabela 4.19. Os deslocamentos calculados são normalizados para carga de 1 kN e espessura de corpo-de-prova de 1 cm. Observando-se a Tabela 4.19, é notado que:

- Os parâmetros obtido das normas ASTM D4123 e NCHRP 1-28A (deslocamento total) possuem tendências semelhantes em forma e valores quase sempre próximos;
- O coeficiente de Poisson varia em função do índice de vazios, assumindo valores de aproximadamente 0,45 para índice de vazios 3,33 % a aproximadamente 0,24 para índice de vazios de 4,75 %. Somente para 4,09 % o coeficiente de Poisson assume um valor próximo de 0,3. Os três procedimentos de norma utilizados forneceram tendências semelhantes de coeficiente de Poisson em função do índice de vazios;
- Nas sequências de $MR_{(norma)}$ e de $D_{(norma)}^e$ onde adotou-se o coeficiente de Poisson calculado notou-se o mesmo “salto” que as propriedades constitutivas viscoelásticas $J(t)$ e $G(t)$ apresentaram quando o índice de vazios variou de 3,88 para 4,09 %;
- As propriedades constitutivas calculadas empregando deslocamentos verticais apresentaram valores e tendências mais próximos às tendências e valores cujo coeficiente de Poisson foi calculado.

Tabela 4.19: Valores e tendências para as propriedades lineares-elásticas obtidas (1/3)

Desloc. horizontal normalizado (cm)	V _a (%)	ASTM	1-28AI	1-28AT	
	3,33	1,088.10 ⁻³	7,734.10 ⁻⁴	1,162.10 ⁻³	
	3,45	1,033.10 ⁻³	7,456.10 ⁻⁴	1,104.10 ⁻³	
	3,88	1,181.10 ⁻³	8,264.10 ⁻⁴	1,267.10 ⁻³	
	4,09	1,114.10 ⁻³	1,136.10 ⁻³	1,197.10 ⁻³	
	4,50	1,430.10 ⁻³	1,041.10 ⁻³	1,530.10 ⁻³	
	4,75	1,190.10 ⁻³	8,619.10 ⁻⁴	1,271.10 ⁻³	
Desloc. vertical normalizado (cm)*	V _a (%)	ASTM	1-28AI	1-28AT	
	3,33	2,276.10 ⁻³	1,591.10 ⁻³	2,423.10 ⁻³	
	3,45	2,244.10 ⁻³	1,615.10 ⁻³	2,395.10 ⁻³	
	3,88	2,442.10 ⁻³	1,670.10 ⁻³	2,618.10 ⁻³	
	4,09	2,820.10 ⁻³	2,001.10 ⁻³	3,045.10 ⁻³	
	4,50	3,160.10 ⁻³	2,211.10 ⁻³	3,431.10 ⁻³	
	4,75	3,240.10 ⁻³	2,269.10 ⁻³	3,486.10 ⁻³	
* valores absolutos					
Coeficiente de Poisson v ^c (norma)	V _a (%)	ASTM	1-28AI	1-28AT	
	3,33	0,44	0,45	0,44	
	3,45	0,40	0,41	0,41	
	3,88	0,45	0,47	0,45	
	4,09	0,29	**	0,28	
	4,50	0,39	0,42	0,38	
	4,75	0,24	0,26	0,23	
** dado espúrio (>0,5)					
Módulo de resiliência (MPa) – MR (norma)	V _a (%)	ASTM	1-28AI	1-28AT	
	3,33	5290	7598	4973	
	3,45	5319	7397	4987	
	3,88	4946	7270	4613	
	4,09	4104	6289	3798	
	4,50	3764	5427	3456	
	4,75	3526	5065	3273	
Complância long. (MPa ⁻¹) – D ^c (norma)	V _a (%)	ASTM	1-28AI	1-28AT	
	3,33	1,890.10 ⁻⁴	1,316.10 ⁻⁴	2,011.10 ⁻⁴	
	3,45	1,880.10 ⁻⁴	1,352.10 ⁻⁴	2,005.10 ⁻⁴	
	3,88	2,022.10 ⁻⁴	1,375.10 ⁻⁴	2,168.10 ⁻⁴	
	4,09	2,436.10 ⁻⁴	1,590.10 ⁻⁴	2,633.10 ⁻⁴	
	4,50	2,657.10 ⁻⁴	1,843.10 ⁻⁴	2,893.10 ⁻⁴	
	4,75	2,836.10 ⁻⁴	1,974.10 ⁻⁴	3,055.10 ⁻⁴	

Tabela 4.19: Valores e tendências para as propriedades lineares-elásticas obtidas (2/3)

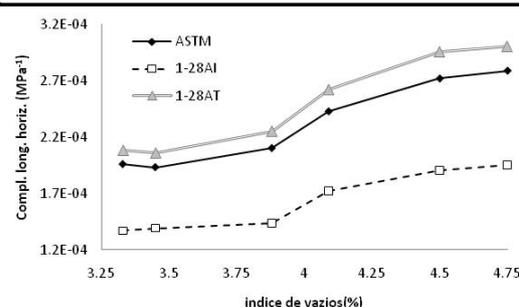
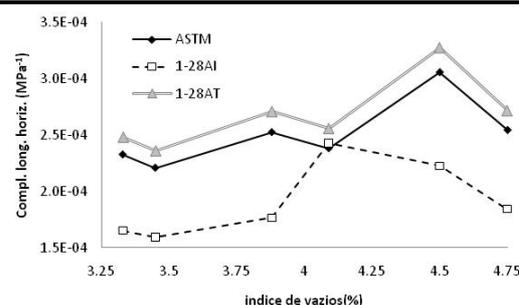
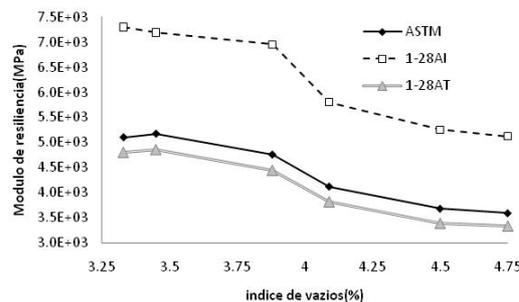
Compl. de cisalham. (MPa ⁻¹) – J ^e _(normal)	V _a (%)	ASTM	1-28AI	1-28AT	
	3,33	5,437.10 ⁻⁴	3,826.10 ⁻⁴	5,794.10 ⁻⁴	
	3,45	5,282.10 ⁻⁴	3,804.10 ⁻⁴	5,640.10 ⁻⁴	
	3,88	5,859.10 ⁻⁴	4,045.10 ⁻⁴	6,283.10 ⁻⁴	
	4,09	6,269.10 ⁻⁴	5,138.10 ⁻⁴	6,755.10 ⁻⁴	
	4,50	7,387.10 ⁻⁴	5,249.10 ⁻⁴	7,975.10 ⁻⁴	
	4,75	7,022.10 ⁻⁴	4,974.10 ⁻⁴	7,536.10 ⁻⁴	
	Módulo de cisalham. (MPa) – G ^e _(normal)	V _a (%)	ASTM	1-28AI	
3,33		1839	2614	1726	
3,45		1893	2629	1773	
3,88		1707	2472	1592	
4,09		1595	1946	1480	
4,50		1354	1905	1254	
4,75		1424	2010	1327	
Compl. de compress. (MPa ⁻¹) – B ^e _(normal)		V _a (%)	ASTM	1-28AI	1-28AT
	3,33	7,005.10 ⁻⁵	3,682.10 ⁻⁵	7,173.10 ⁻⁵	
	3,45	1,074.10 ⁻⁴	7,533.10 ⁻⁵	1,129.10 ⁻⁴	
	3,88	6,192.10 ⁻⁵	2,451.10 ⁻⁵	6,600.10 ⁻⁵	
	4,09	3,121.10 ⁻⁴	*	3,430.10 ⁻⁴	
	4,50	1,749.10 ⁻⁴	8,371.10 ⁻⁵	2,114.10 ⁻⁴	
	4,75	4,457.10 ⁻⁴	2,846.10 ⁻⁴	4,888.10 ⁻⁴	
	*valor espúrio (negativo)				
Módulo de compress. (MPa) – K ^e _(normal)	V _a (%)	ASTM	1-28AI	1-28AT	
	3,33	14275	27156	13941	
	3,45	9307	13275	8858	
	3,88	16150	40799	15151	
	4,09	3204	*	2915	
	4,50	5716	11946	4730	
	4,75	2244	3514	2046	
	*valor espúrio (negativo)				
MR horiz. (MPa) – MR ^(0,3) _(normal)	V _a (%)	ASTM	1-28AI	1-28AT	
	3,33	4300	6051	4029	
	3,45	4529	6277	4237	
	3,88	3962	5663	3694	
	4,09	4199	4120	3910	
	4,50	3272	4495	3058	
	4,75	3932	5429	3683	

Tabela 4.19: Valores e tendências para as propriedades lineares-elásticas obtidas (3/3)

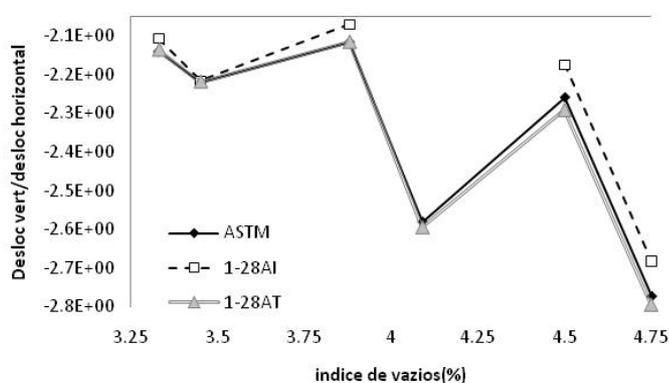
MR vertical (MPa) – $MR^{(0,3)}$ (norma)	V_a (%)	ASTM	1-28AI	1-28AT
	3,33	5104	7301	4794
3,45	5176	7193	4850	
3,88	4758	6957	4438	
4,09	4119	5804	3815	
4,50	3676	5254	3386	
4,75	3585	5119	3332	

Compl. long. Hor. (MPa^{-1}) – $D^{e(0,3)}$ (norma)	V_a (%)	ASTM	1-28AI	1-28AT
	3,33	$2,326 \cdot 10^{-4}$	$1,653 \cdot 10^{-4}$	$2,482 \cdot 10^{-4}$
3,45	$2,208 \cdot 10^{-4}$	$1,593 \cdot 10^{-4}$	$2,360 \cdot 10^{-4}$	
3,88	$2,524 \cdot 10^{-4}$	$1,766 \cdot 10^{-4}$	$2,707 \cdot 10^{-4}$	
4,09	$2,382 \cdot 10^{-4}$	$2,427 \cdot 10^{-4}$	$2,558 \cdot 10^{-4}$	
4,50	$3,056 \cdot 10^{-4}$	$2,224 \cdot 10^{-4}$	$3,270 \cdot 10^{-4}$	
4,75	$2,543 \cdot 10^{-4}$	$1,842 \cdot 10^{-4}$	$2,715 \cdot 10^{-4}$	

Compl. long. vert. (MPa^{-1}) – $D^{e(0,3)}$ (norma)	V_a (%)	ASTM	1-28AI	1-28AT
	3,33	$1,959 \cdot 10^{-4}$	$1,370 \cdot 10^{-4}$	$2,086 \cdot 10^{-4}$
3,45	$1,932 \cdot 10^{-4}$	$1,390 \cdot 10^{-4}$	$2,062 \cdot 10^{-4}$	
3,88	$2,102 \cdot 10^{-4}$	$1,437 \cdot 10^{-4}$	$2,253 \cdot 10^{-4}$	
4,09	$2,428 \cdot 10^{-4}$	$1,723 \cdot 10^{-4}$	$2,621 \cdot 10^{-4}$	
4,50	$2,720 \cdot 10^{-4}$	$1,903 \cdot 10^{-4}$	$2,953 \cdot 10^{-4}$	
4,75	$2,789 \cdot 10^{-4}$	$1,953 \cdot 10^{-4}$	$3,001 \cdot 10^{-4}$	



A influência do índice de vazios é notada nos deslocamentos resilientes, onde a razão entre deslocamento vertical e horizontal não é constante, como visto na Figura 4.17:

**Figura 4.17:** Razão entre deslocamentos resilientes vertical e horizontal para as normas ASTM D4123 e NCHRP 1-28A

Capítulo 4 – Análise no Regime Linear

Como foi visto em 4.2.2.1, para que o coeficiente de Poisson possa ser considerado constante a razão entre deslocamento vertical e horizontal deve ser constante, -2,482508 no caso do coeficiente de Poisson igual a 0,3. Observando a Figura 4.17, é possível ver que este valor é adequado para um índice de vazios próximo dos 4 % apenas. Tal fato causa erros na estimativa do módulo de resiliência utilizando apenas um dos deslocamentos se o índice de vazios não é próximo de 4 %, como pode ser visto na Tabela 4.20:

Tabela 4.20: Erros nos módulos de resiliência medidos com relação ao módulo real

Índice de vazios(%)	Erro do módulo horizontal (%)			Erro do módulo vertical (%)		
	ASTM	1-28AI	1-28AT	ASTM	1-28AI	1-28AT
3,33	-18,7	-20,4	-19,0	-3,5	-3,9	-3,6
3,45	-14,9	-15,2	-15,0	-2,7	-2,8	-2,7
3,88	-19,9	-22,1	-19,9	-3,8	-4,3	-3,8
4,09	2,3	-34,5	2,9	0,4	-7,7	0,5
4,5	-13,1	-17,2	-11,5	-2,3	-3,2	-2,0
4,75	11,5	7,2	12,5	1,7	1,1	1,8

Ao observar a Tabela 4.20, nota-se que o erro é considerável quando o índice de vazios é menor que 4 %, havendo uma clara subestimativa do valor do módulo de resiliência medido com deslocamentos horizontais, que pode chegar aos 20 %. Para os módulos de resiliência medidos com deslocamentos verticais, o erro não passa de 4 %. Isto acontece devido ao fato dos deslocamentos na direção vertical (paralelo à direção da carga) serem menos dependentes do efeito Poisson existente na estrutura, assim tendo os mesmos uma menor sensibilidade ao coeficiente de Poisson adotado e conseqüentemente ao índice de vazios.

As outras propriedades constitutivas calculadas e mostradas na Tabela 4.19 são função do módulo de resiliência. Os erros na Tabela 4.20 são transferidos a estas propriedades. Sendo assim, fica claro que o gerador de todo o erro alastrado é o modelo adotado para o coeficiente de Poisson. Os coeficientes dados pela ASTM D4123, geralmente adotados em trabalhos onde se calcula o módulo de resiliência com base no ensaio de compressão diametral onde se mede um deslocamento apenas, é aplicável para condições restritas. Além de toda a discussão vista em 3.1.2 com relação à dependência do coeficiente de Poisson com a temperatura, mostrou-se aqui que ainda existe a clara influência do índice de vazios no módulo de resiliência.

Desta maneira, suspeita-se que o coeficiente de Poisson, onde se acredita ser o culpado pelos resultados fora da lógica e que causam dependência dos parâmetros constitutivos com o índice

de vazios, possa não ser um parâmetro adequado para misturas asfálticas. Para constatar isso, a seguir é feita uma investigação profunda do coeficiente de Poisson como parâmetro constitutivo de misturas asfálticas, de forma a esclarecer questões levantadas até então.

4.4 O COEFICIENTE DE POISSON COMO PARÂMETRO CONSTITUTIVO

O coeficiente de Poisson (PR) é geralmente assumido como constante ao descrever o comportamento tensão-deformação de misturas asfálticas. Segundo Hilton e Yi (1998), enquanto muitas publicações têm estabelecido o comportamento de fluência e relaxação de materiais viscoelásticos com funções de fluência e relaxação, uma definição rigorosa do PR viscoelástico tem recebido pouca atenção.

De acordo com Ameri e Khavandi (2009), pelo motivo do PR ter um efeito relativamente pequeno nas respostas das estruturas de pavimento, é usual assumir um valor para uso em projeto ao invés de determinar o PR via experimentos. Ainda segundo os autores, o PR tem sido algo difícil de ser medido, de forma a serem usados valores representativos, dado o fato que a maioria dos modelos mecânicos é relativamente não sensível ao PR quando seu efeito é comparado com o efeito combinado das outras variáveis de projeto.

Além disto, a medida de deformações em materiais viscoelásticos é dificultosa. Segundo Hilton (2001), para materiais elásticos ou viscoelásticos poliméricos ou similares, o uso de *strain gauges* torna-se altamente problemático devido ao seu módulo excessivamente alto comparado ao material ensaiado. *Strain gauges* reforçam significativamente o corpo-de-prova, de modo a criar a necessidade de correção dos dados experimentais obtidos para eliminação dos efeitos de reforço (O'Brien *et al.*, 2007). Desta maneira, é preferível medir simultaneamente duas compliâncias ou dois módulos para materiais viscoelásticos.

Com o objetivo de resolver as questões mencionadas acima, fortes simplificações no comportamento do material são assumidas, estando entre elas assumir um PR constante para materiais viscoelásticos. Entretanto, esta simplificação é altamente restritiva e impõe ao comportamento do material condições que estão longe das observadas em publicações sobre materiais viscoelásticos, como é discutido na sequência.

4.4.1 A questão do coeficiente de Poisson constante

Um PR constante é razoável para materiais lineares-elásticos, mas não conceitualmente correto para materiais viscoelásticos. Se um PR é assumido, este está associado a um módulo de elasticidade constante (módulo de resiliência no caso de misturas asfálticas). De acordo com Zhang *et al.* (1997), o uso do módulo de resiliência e um PR constante é conceitualmente incorreto. Pode ser provado que para um material viscoelástico é praticamente impossível obter um PR constante a não ser que condições muito restritas existam.

As condições para obter um PR não dependente do tempo são vistas na publicação de Hilton (2001). De acordo com o autor, em um meio viscoelástico linear isotrópico ou anisotrópico, um PR independente do tempo pode existir se sete condições são plenamente satisfeitas. Uma destas condições envolve as funções que descrevem os módulos de compressibilidade e de cisalhamento do material. As funções que descrevem estes módulos devem ser um produto de funções no qual cada uma é função de apenas uma variável. Hilton denomina estas funções de funções separáveis. Um exemplo genérico de função separável é mostrado na equação 4.66:

$$f(v_1, v_2, \dots, v_n) = \prod_{i=1}^n f_i(v_i) \quad (4.66)$$

onde $f(v_1, v_2, \dots, v_n)$ é uma função separável qualquer com n variáveis, v_i ($i=1, n$) é uma variável independente de f e f_i é uma função dependente de v_i na função separável f . No caso dos módulos de compressibilidade e cisalhamento, estas propriedades constitutivas devem ser relacionadas de acordo com as equações 4.67 e 4.68:

$$G(t, x) = e(t)G^*(x) \quad (4.67)$$

$$K(t, x) = e(t)K^*(x) \quad (4.68)$$

Capítulo 4 – Análise no Regime Linear

onde $G^*(x)$ e $K^*(x)$ são as parcelas dependentes do espaço dos módulos de cisalhamento e Bulk, respectivamente, e $e(t)$ é uma função dependente do tempo. Em outras palavras, os módulos de compressibilidade e cisalhamento devem ter a mesma variação no tempo, ou seja, tendências iguais, para que seja cumprida umas das condições para obter um PR constante.

Entretanto, existem evidências experimentais de que os $K(t,x)$ e $G(t,x)$ não são relacionados conforme as equações 4.67 e 4.68. Conforme apresentado na Figura 4.2, tais funções não possuem as mesmas tendências para materiais viscoelásticos reais. Hilton (2001) afirma que materiais reais têm módulo de compressibilidade no qual relaxa a tempos muitas ordens de grandeza depois do módulo de cisalhamento. Em outras palavras, se as funções $K(t,x)$ e $G(t,x)$ foram ajustadas como séries de Prony, os tempos de relaxação para $K(x,t)$ serão maiores do que os para $G(x,t)$, fazendo da parcela temporal nestas funções diferentes. Como foi visto em 3.2.2.2, os exemplos de funções $J(t)$ e $B(t)$ para misturas asfálticas completamente distintas uma da outra, o que reflete em $G(t)$ e $K(t)$ igualmente diferentes, são exemplos de que misturas asfálticas não se enquadram no comportamento descrito pelas equações 4.67 e 4.68.

Como demonstração do que foi discutido, aplica-se o PCEV na equação 2.15, simulando-se dois casos: a) $G(x,t)$ e $K(t,x)$ sejam modelados conforme as equações 4.67 e 4.68; b) $G(x,t)$ e $K(x,t)$ são modelados conforme as equações 4.69 e 4.70, respectivamente:

$$G(t, x) = e_G(t)G^*(x) \quad (4.69)$$

$$K(t, x) = e_K(t)K^*(x) \quad (4.70)$$

Aplicando-se a transformada de Fourier nas equações 4.67 a 4.70 e substituindo-se o resultado na equação 2.15 para ambos os casos considerados, são obtidas as equações 4.71 e 4.72:

$$\bar{v}(\omega) = \frac{3\bar{e}(\omega)K^*(x) - 2\bar{e}(\omega)G^*(x)}{i\omega[6\bar{e}(\omega)K^*(x) + 2\bar{e}(\omega)G^*(x)]} = \frac{3K^*(x) - 2G^*(x)}{i\omega[6K^*(x) + 2G^*(x)]} \quad (4.71)$$

$$\bar{v}(\omega) = \frac{3\bar{e}_K(\omega)K^*(x) - 2\bar{e}_G(\omega)G^*(x)}{i\omega[6\bar{e}_K(\omega)K^*(x) + 2\bar{e}_G(\omega)G^*(x)]} \quad (4.72)$$

Ao aplicar transformada inversa de Fourier nas equações 4.71 e 4.72, percebe-se que a equação 4.71 retorna um valor dependente somente de x , enquanto que o caso apresentado na equação 4.72, o que é realmente observado (ou modelado de maneira mais próxima) em materiais viscoelásticos retorna um PR dependente do tempo. Desta maneira, não é possível obter um PR independente do tempo em misturas asfálticas, o que o faz, segundo o que já foi visto até então, dependente da temperatura, do índice de vazios e agora do tempo.

4.4.2 A inaplicabilidade do Princípio da Correspondência Elasto-viscoelástica considerando o coeficiente de Poisson

Se o PR é um parâmetro dependente do tempo em materiais viscoelásticos, este poderia ser tratado de maneira igual a uma curva de fluência, ou qualquer outro módulo ou compliância viscoelástica na solução de problemas de contorno, substituindo a função no domínio complexo que representa o PR na solução linear-elástica também no domínio complexo.

Entretanto, de acordo com Hilton (2001), enquanto materiais lineares-elásticos têm sido caracterizados com sucesso em termos do módulo de elasticidade e do PR por quase dois séculos, a transição do PR para materiais viscoelásticos é muito menos simples do que transição dos módulos e compliâncias viscoelásticos. Existem dois tópicos a serem entendidos e superados na hora da transição de um PR elástico para um PR viscoelástico:

- A dependência do PR viscoelástico com o tempo e com as tensões;
- A inaplicabilidade do PCEV em soluções em função do PR.

As questões listadas acima aparecem devido à natureza do PR. O PR não é uma propriedade constitutiva “pura” do material frente a propriedades constitutivas como módulos de relaxação e compliâncias viscoelásticas, mas sim é uma razão de deformações perpendiculares dependentes do nível de tensões aplicado ao material, fazendo o PR uma propriedade constitutiva não universal, específica para um determinado tipo de carregamento, uma história de deformações e um histórico de temperaturas para cada material viscoelástico.

Capítulo 4 – Análise no Regime Linear

A dependência do PR com o tempo e com o nível de tensões e/ou deformações aplicados é o principal problema para a inaplicabilidade do PCEV quando o PR é considerado. O PR, como uma propriedade não “pura” derivada de outras propriedades constitutivas, tem valores dependentes do tempo e do nível de tensões e/ou deformações mesmo no caso linear-elástico, fato crucial para inutilizar o PCEV no caso. Uma vez que tensões e/ou deformações genéricas dependentes do tempo são aplicadas, o PR é obrigatoriamente dependente do tempo tal como mostrado pela equação 4.73:

$$\nu_{ij}^e(x, t) = -\frac{\varepsilon_{jj}^e(x, t)}{\varepsilon_{ii}^e(x, t)} = -\frac{C_{jjkl}^e(x)\sigma_{kl}^e(x, t)}{C_{iimn}^e(x)\sigma_{mn}^e(x, t)} \quad (4.73)$$

onde o superíndice “e” representa as versões lineares-elásticas das variáveis.

Sendo o PR uma função dependente do tempo, todos os módulos e compliâncias elásticos lineares se tornam funções dependentes do tempo e do nível de tensões e/ou deformações. Entre estas variáveis, estão os módulos de compressibilidade e de cisalhamento, calculados considerando o PR da equação 4.73 de acordo com as equações 4.74 e 4.75, respectivamente:

$$K^e(x, t) = \frac{E^e(x)}{3[1 - 2\nu^e(x, t)]} \quad (4.74)$$

$$G^e(x, t) = \frac{E^e(x)}{2[1 + \nu^e(x, t)]} \quad (4.75)$$

Observando-se as equações 4.74 e 4.75, nota-se que o PR dependente do tempo torna o que seria, a princípio, propriedades constitutivas “puras” em propriedades constitutivas dependentes do tempo no regime linear-elástico. Tal fato cria uma inconsistência dentro do regime linear-elástico, não fazendo tensões e deformações volumétricas e desviadoras obedecerem ao princípio da proporcionalidade linear.

Capítulo 4 – Análise no Regime Linear

Assim, excluída a possibilidade de obtenção de outras propriedades constitutivas via PR, ainda poderia ser possível aplicar o PCEV em soluções de problemas de contorno em estruturas compostas de materiais lineares-elásticos descritos segundo o PR. Para tal, deve-se aplicar algum tipo de transformada integral (Fourier, Laplace) na equação 4.73 de modo a se obter um PR no regime viscoelástico, já que o mesmo é função de parâmetros constitutivos lineares-elásticos. Na tentativa de aplicação da transformada integral, é observado um produto de duas funções dependentes do tempo a serem transformadas. A aplicação de transformada integral na equação 4.73 (transformada de Fourier neste caso) é mostrada na equação 4.76:

$$\bar{v}_{ij}^e(x, \omega) = -\overline{\underline{\varepsilon}_{jj}^e[\underline{\varepsilon}_{ii}^e]^{-1}}(x, \omega) \neq -\bar{\varepsilon}_{jj}^e(x, \omega) \left[\bar{\varepsilon}_{ii}^e(x, \omega) \right]^{-1} \quad (4.76)$$

Alternativamente, pode-se isolar $\underline{\varepsilon}_{jj}^e(x, t)$ na equação 4.73 e executar a transformada, resultando a equação 4.77:

$$\bar{\varepsilon}_{jj}^e(x, \omega) = -\overline{\underline{v}_{ij}^e \underline{\varepsilon}_{ii}^e}(x, \omega) \neq -\bar{v}_{ij}^e(x, \omega) \bar{\varepsilon}_{ii}^e(x, \omega) \quad (4.77)$$

Observando-se as equações 4.76 e 4.77, é notado que a transformada resultante faz com que qualquer produto de funções dependentes do tempo seja uma única função no domínio complexo, ou seja, no caso a transformada do produto não é o produto das transformadas. Tal fato tem a seguinte consequência: as funções individuais (deformações e PR) ficam presas dentro da função transformada, impedindo-as de serem manipuladas algebricamente como uma solução linear-elástica. Adicionalmente, não é possível substituir uma solução linear-elástica no domínio frequência pela função viscoelástica correspondente no domínio frequência quando tal função está dentro do produto transformado. Desta maneira:

- Não existe correspondência entre a solução elástica no domínio tempo e a solução elástica no domínio complexo, devido ao produto das funções dependentes do tempo resultar em uma única função no domínio complexo;
- Não existe correspondência entre a solução elástica no domínio complexo e a solução viscoelástica no domínio complexo, devido a impossibilidade de substituição dos parâmetros constitutivos e/ou tensões/deformações viscoelásticas na solução.

Em outras palavras, o explicado acima acontece devido ao PR não ser uma função separável, no qual apenas uma das deformações poderia ser função do tempo para a aplicabilidade do PCEV. Assim, elimina-se completamente a hipótese de aplicação do PCEV em função do PR.

A restrição de não uso do PCEV se aplica a qualquer solução linear-elástica, no qual, a título de exemplo, demonstra-se tal fato com a solução de Hondros (1959) para o ensaio de compressão diametral. A deformação no eixo perpendicular ou paralelo (passando pelo centro do cilindro) à direção da carga $P(t)$ pode ser genericamente expressa pela equação 4.78:

$$\varepsilon(x, t) = \frac{D(x)P(t)}{h} [f_1(x) - \nu(x, t)f_2(x)] \quad (4.78)$$

Aplicando-se a transformada de Fourier na equação 4.78, é obtida a equação 4.79:

$$\bar{\varepsilon}(x, \omega) = \frac{D(x)}{h} [\bar{P}(\omega)f_1(x) - \bar{\nu}(x, \omega)f_2(x)] \quad (4.79)$$

Na equação 4.79 é observada novamente a influência do PR dependente no tempo na aplicação do PCEV. A função $\bar{\nu}(x, \omega)$ não permite a aplicação do PCEV, devido a não permitir a substituição direta do PR em função da frequência na solução. Além disto, as soluções para deslocamentos dadas por Hondros, originadas da integração das deformações, não são válidas no caso do PR dependente do tempo. As tensões no corpo-de-prova dependem de x , fazendo o PR também função de x . Na integração das deformações, a dependência de x do PR deve ser considerada, o que não acontece nas soluções de deslocamentos de Hondros.

Desta forma, a presente tese concluiu e/ou mostrou até então que o PR, para materiais viscoelásticos, é dependente do índice de vazios, da temperatura, do tempo, do histórico de tensões e/ou deformações e impossível de ser aplicado no PCEV, com estes três últimos trazendo extremas dificuldades para aplicação em análise de estruturas. Mesmo assim, com o objetivo de superar as dificuldades matemáticas da aplicação do PR viscoelástico, soluções simplificadas para o mesmo ou para casos restritos têm sido desenvolvidas, como será visto na sequência.

4.4.3 Soluções simplificadas e para casos restritos de coeficiente de Poisson viscoelástico

Muitos estudos foram desenvolvidos de forma a obter formulações simplificadas para o PR viscoelástico. A maioria destas formulações descreve o comportamento de materiais poliméricos, compósitos, estruturas sanduíche e outros materiais similares. Apenas recentemente, como mostrado em 3.2.1 e 3.2.2, foram desenvolvidos estudos sobre o comportamento viscoelástico do PR diretamente para misturas asfálticas. Entretanto, os estudos em materiais diferentes de misturas asfálticas têm um tratamento matemático mais rigoroso comparado aos recentes estudos sobre misturas asfálticas, o que é de interesse para esta tese. Em tais estudos, geralmente os materiais são considerados como isotrópicos, lineares e viscoelásticos, foco de interesse do presente capítulo.

As soluções que serão tratadas na sequência estão listadas a seguir:

- Soluções baseadas no Princípio da Correspondência Elasto-viscoelástica;
- Soluções baseadas no conceito original de Poisson;
- Solução para carregamento uniaxial;
- Solução para um estado em confinamento sob tensões constantes;
- Solução para o ensaio de compressão diametral.

4.4.3.1 Soluções baseadas no Princípio da Correspondência Elasto-viscoelástica

A aplicação do PCEV só é possível quando a função em que tal operação for aplicada for uma função separável do tempo e do espaço. Isto só é possível se na equação 4.73 ou o PR ou uma das deformações for considerada independente do tempo. Assim, cria-se a base para a solução do PR viscoelástico baseado no PCEV. Adota-se a simplificação de que a razão entre as deformações envolvidas no cálculo do PR, independentemente do histórico de tensões e/ou deformações aplicado, resulta em uma função não dependente do tempo, no caso o PR. Assim, a equação 4.73 pode ser escrita conforme a equação 4.80:

$$v_{ij}^e(x) = -\frac{\varepsilon_{jj}^e(x, t)}{\varepsilon_{ii}^e(x, t)} \quad (4.80)$$

Para obter uma função separável, a equação 4.80 é reescrita conforme a equação 4.81:

$$\underline{\varepsilon}_{jj}^e(x, t) = -v_{ij}^e(x) \underline{\varepsilon}_{ii}^e(x, t) \quad (4.81)$$

Aplicando-se o PCEV na equação 4.81, é obtida a solução viscoelástica da mesma equação, onde todos os parâmetros envolvidos se referem ao regime viscoelástico (sem o super-índice “e”). A referida solução é expressa pela equação 4.82:

$$\underline{\varepsilon}_{jj}(x, t) = - \int_{-\infty}^t v_{ij}^*(x, t - t') \frac{\partial \underline{\varepsilon}_{ii}(x, t')}{\partial t'} dt' \quad (4.82)$$

onde $v_{ij}^*(x, t - t')$ é o PR viscoelástico. A solução vista na equação 4.82 é de autoria de Christensen (1982). Além de estabelecer uma relação direta do PR com as deformações perpendiculares viscoelásticas, a simplificação de Christensen permite que se aplique o PCEV a qualquer solução elástica em função do PR. Mesmo assim, ainda é criada uma dificuldade matemática para sua aplicação: a transformada integral inversa de um produto triplo de funções no domínio complexo. Um exemplo disto é visto ao adotar o PR de Christensen na solução viscoelástica da equação 4.79, onde é necessário executar uma transformada inversa de um triplo produto, como visto na equação 4.83:

$$\bar{\varepsilon}(x, \omega) = \frac{i\omega}{h} [\bar{D}(x, \omega) \bar{P}(\omega) f_1(x) - \bar{v}^*(x, \omega) \bar{D}(x, \omega) \bar{P}(\omega) f_2(x)] \quad (4.83)$$

Assim, aplica-se o PR de Christensen no PCEV apenas para determinar o PR em função de outros parâmetros constitutivos. Exemplos disto são as equações mostradas em 3.2.2.3, dos trabalhos de Lakes (1992) e Lee e Kim (2009), cujos resultados são restritos as condições experimentais onde seus PR foram obtidos, não empregáveis em análises mais genéricas.

4.4.3.2 Soluções baseadas no conceito original de Poisson

Embora a solução para PR mostrada em 4.4.3.1 seja de fácil aplicação, esta não considera a dependência do nível de tensões e/ou deformações aplicadas no material. Assim, muitos autores calcularam o PR viscoelástico considerando diretamente as deformações viscoelásticas, sem a aplicação do PCEV. Em Hilton (2001) é vista uma lista de referências, onde há publicações de pesquisadores que calcularam o PR de materiais viscoelásticos de várias maneiras. Tomando em consideração esta revisão feita por Hilton, genericamente cinco classes de PR viscoelástico podem ser destacadas, como visto na Tabela 4.21:

Tabela 4.21: Coeficientes de Poisson viscoelásticos baseados na definição original de Poisson

Classe	Formulação	Nome da classe e observações	Equação
I	$v_{ij}(x, t) = \frac{-\varepsilon_{jj}(x, t)}{\varepsilon_{ii}(x, t)}$	Conceito original de Poisson	(4.84)
II	$v_{ij}^c(x, t) = \frac{-\varepsilon_{jj}(x, t)}{\varepsilon_{ii}^0(x)}$	$\varepsilon_{ii}^0(x)$ não depende do tempo	(4.85)
III	$\bar{v}_{ij}^A(x, \omega) = \frac{-\bar{\varepsilon}_{jj}(x, \omega)}{\bar{\varepsilon}_{ii}(x, \omega)}$	Razão das transformadas de Fourier	(4.86)
IV	$v_{ij}^H(x, t) = \frac{\ln[1 + \varepsilon_{jj}(x, t)]}{\ln[1 + \varepsilon_{ii}(x, t)]}$	Definição de Hencky	(4.87)
V	$\dot{v}_{ij}^V(x, t) = \frac{-\dot{\varepsilon}_{jj}(x, t)}{\dot{\varepsilon}_{ii}(x, t)}$	Coefficiente de Poisson viscoso	(4.88)

Segundo Hilton (2001), nenhuma das classes de PR mostradas na Tabela 4.21 são equivalentes. O autor prova tal afirmação aplicando transformada de Fourier (exceto para classe III) para todas as classes de PR, posteriormente comparando os resultados.

Para qualquer classe vista na Tabela 4.21, uma vez que tensões/deformações são dependentes de deformações/tensões, é tomada em consideração a dependência das tensões/deformações mencionada em 4.4.2. Em outras palavras, o PR viscoelástico baseado no conceito original de Poisson pode ser entendido como um caso mais geral de cálculo do PR, enquanto que o PR discutido em 4.4.3.1 um caso mais restrito do PR correntemente em questão.

Capítulo 4 – Análise no Regime Linear

Uma atenção maior aos PR viscoelásticos das classes I e III será dada na presente tese, pois estes são os modelos mais empregados para cálculo do PR em materiais viscoelásticos. A classe I assume que a definição original de Poisson é também válida para o caso viscoelástico, mesmo que Poisson (1829) tenha publicado sua pesquisa algumas décadas antes dos primeiros estudos em viscoelasticidade (por volta dos anos 1870). Portanto, o coeficiente de Poisson viscoelástico segundo a classe I pode ser expresso conforme a equação 4.89 (adaptado de Hilton, 2001):

$$v_{ij}(x, t) = - \frac{\int_{-\infty}^t \underline{C}_{jjkl}(x, t - t') \frac{\partial \sigma_{kl}(x, t')}{\partial t'} dt'}{\int_{-\infty}^t \underline{C}_{iimn}(x, t - t') \frac{\partial \sigma_{mn}(x, t')}{\partial t'} dt'} \quad (4.89)$$

Observando-se a equação 4.89, é possível ver imediatamente que mesmo na viscoelasticidade linear o PR segundo a classe I é:

- Uma função não-linear das tensões e das suas trajetórias no tempo, portanto uma propriedade constitutiva não universal como módulos e compliâncias;
- Um parâmetro derivado, diferentemente de parâmetros fundamentais como compliâncias e módulos de cisalhamento e Bulk;
- Um parâmetro que não permite que propriedades dos materiais determinadas em ensaios uniaxiais possam ser exportadas para outros tipos de campos de tensões.

A classe I é a classe mais genérica de PR viscoelástico baseada no conceito original de Poisson. Esta considera a influência dos históricos de tensões e das propriedades fundamentais dos materiais, notadas em resultados experimentais como visto em 3.1.2. Portanto, possivelmente esta classe seja a mais próxima do real PR viscoelástico. Quanto a classe III, esta representa uma razão de deformações no domínio frequência a possibilidade de aplicação de transformadas integrais é a hipótese assumida para esta classe. Em função de tensões e compliâncias, o PR da classe III pode ser expresso de acordo com a equação 4.90:

$$\bar{v}_{ij}^A(x, \omega) = - \frac{\bar{\underline{C}}_{jjkl}(x, \omega) \bar{\sigma}_{kl}(x, \omega)}{\bar{\underline{C}}_{iimn}(x, \omega) \bar{\sigma}_{mn}(x, \omega)} \quad (4.90)$$

Capítulo 4 – Análise no Regime Linear

Observando-se a equação 4.90, as mesmas dependências com relação a tensões, deformações e aplicabilidade da formulação vistas para o PR viscoelástico da classe I são vistas neste caso. Entretanto, nota-se que a relação não é mais integral com as tensões, mas algébrica. Tal fato torna o PR da classe III mais vantajoso com relação ao da classe I devido à possibilidade de isolar compliâncias ou tensões da equação 4.90, “presas” nas integrais na definição da classe I. Tal fato possui vantagens para aplicação experimental, exemplificando-se a determinação do PR no domínio complexo (coeficiente de Poisson complexo) onde há uma significativa redução da formulação quando se considera tensões aplicadas uniaxialmente apenas.

Entretanto, a formulação no domínio complexo assume que transformadas integrais foram aplicadas a uma solução linear-elástica de PR, da mesma forma feita no PR baseado no PCEV, Assim, o PR na classe III, por sua concepção, uma variação do PR baseado no PCEV, de forma a ser facilmente relacionado ao PR de Christensen, como visto na equação 4.91:

$$\frac{\partial v_{ij}^*(x, t)}{\partial t} = \mathcal{F}^{-1}[\bar{v}_{ij}^A(x, \omega)] \quad (4.91)$$

onde \mathcal{F}^{-1} denota transformada inversa de Fourier.

4.4.3.3 Solução para carregamento uniaxial

As soluções anteriormente discutidas eram dependentes do nível de tensões e de seu histórico, assim podendo-se obter várias funções de PR para o mesmo material. Na condição unidimensional, a dependência com o estado de tensões não mais aparece ou pelo menos independe de sua magnitude. Assim, viabiliza-se a obtenção do PR viscoelástico através de ensaios de módulo dinâmico e fluência. Para um material isotrópico, as equações 4.92 e 4.93 mostram os PR calculados segundo Christensen e a classe I, respectivamente:

$$v^*(x, t) = -\mathcal{F}^{-1} \left[\frac{\bar{C}_{12}(x, \omega)}{i\omega \bar{C}_{11}(x, \omega)} \right] \quad (4.92)$$

$$v(x, t) = - \frac{\int_{-\infty}^t C_{12}(x, t - t') \frac{\partial \sigma(x, t')}{\partial t'} dt'}{\int_{-\infty}^t C_{11}(x, t - t') \frac{\partial \sigma(x, t')}{\partial t'} dt'} \quad (4.93)$$

Observando-se as equações 4.92 e 4.93, nota-se que a equação 4.92 resulta um PR que não depende da tensão uniaxial aplicada, mas somente das propriedades do material, enquanto que a equação 4.93 depende ainda da tensão uniaxial aplicada. Esta dependência é excluída quando se considera um estado de tensões uniaxiais constante $\sigma(x,t) = \sigma_0(x)$, que se substituído na equação 4,93, resulta a equação 4.94:

$$v(x, t) = - \frac{C_{12}(x, t)}{C_{11}(x, t)} \quad (4.94)$$

A equação 4.94 é obtida também pela razão das deformações axial e radial, medidas no ensaio de fluência, que é erroneamente empregada como o PR genérico por alguns autores. Esta razão nada mais é que o PR viscoelástico segundo a classe I de Hilton para um estado de tensões uniaxial constante, portanto somente válido para esta situação.

Com a equação 4.92 é possível provar que os PR encontrados por Lakes (1992) são somente válidos para a condição uniaxial. Utilizadas as relações entre C_{11} e C_{12} com J e B e o PCEV, são obtidas as relações vistas nas equações 4.95 e 4.96:

$$\bar{\bar{C}}_{11}(x, \omega) = \frac{1}{(i\omega)^2 \bar{\bar{E}}(x, \omega)} \quad (4.95)$$

$$\bar{\bar{C}}_{12}(x, \omega) = \frac{\bar{\bar{B}}(x, \omega)}{6} - \frac{1}{2(i\omega)^2 \bar{\bar{E}}(x, \omega)} \quad (4.96)$$

Capítulo 4 – Análise no Regime Linear

Substituindo-se as equações 4.95 e 4.96 na equação 4.92, é obtida a equação 3.40, de autoria da Lakes (1992). Da mesma maneira, é obtida a equação 3.41 quando se considera $B(t)=B_0$. Isto prova que as equações baseadas no PCEV devem ser utilizadas com cuidado, não as generalizando para um estado de tensões qualquer.

Outra evidência de que PR ditos viscoelásticos encontrados na literatura são aplicáveis somente a situação uniaxial é que as tendências em função do tempo vistas nas equações para PR uniaxial aqui mostradas coincidem com o que é encontrado na literatura. Para isto, um exemplo de aplicação das equações 4.92 e 4.93 é mostrado, onde se considera as compliâncias $C_{11}(t)$ e $C_{12}(t)$ vistas nas equações 4.97 e 4.98, respectivamente:

$$C_{11}(t) = a - be^{-\frac{t}{\tau}} \quad (4.97)$$

$$C_{12}(t) = -c + de^{-\frac{t}{\tau}} \quad (4.98)$$

onde os valores adotados para a, b, c e d são 1; 0,9; 0,45 e 0,44, respectivamente. O valor de τ foi variado, onde se observou o translado das curvas na horizontal com sua variação, fazendo que com isto as equações sejam válidas para aplicação de fatores de translação horizontal, como por exemplo, o PSTT. Assim, substituindo-se as equações 4.97 e 4.98 nas equações 4.92 e 4.93, foram obtidos os comportamentos para o PR mostrados na Figura 4.18:

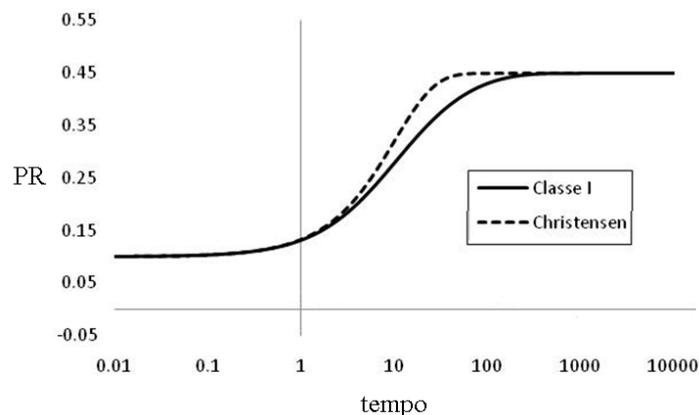


Figura 4.18: Coeficientes de Poisson viscoelásticos uniaxiais da classe I e de Christensen

Capítulo 4 – Análise no Regime Linear

Da Figura 4.18, é observado que ambos os PR da classe I (equação 4.93) e de Christensen (equação 4.92) têm os mesmos valores inicial e final, 0,1 e 0,45 (respectivamente) no caso estudado. A diferença está no tempo para cada um alcançar o valor final, ou seja, no comportamento viscoelástico de cada classe estudada. Tal comportamento representa exatamente um comportamento de fluência, no qual Lakes (1992) afirmou que o PR deduzido por ele em sua publicação apresentaria e que foi obtido experimentalmente em trabalhos recentes como Lee e Kim (2009), O'Brien *et al.* (2007) e Lakes e Wineman (2006).

No domínio frequência, o PR viscoelástico da classe III apresenta comportamento semelhante de fluência, como observado para curvas de fluência no mesmo domínio. Isto é constatado ao substituir as equações 4.97 e 4.98 na equação 4.90 específica para material isotrópico e carga uniaxial, obtendo-se o comportamento visto na Figura 4.19:

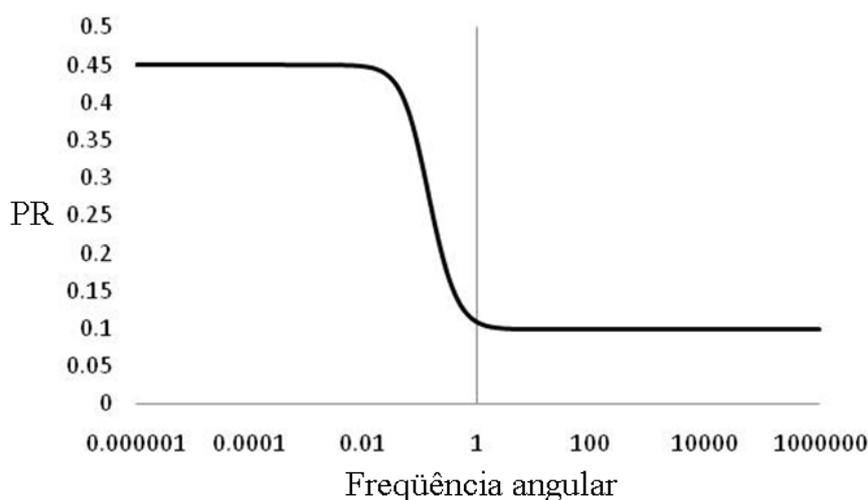


Figura 4.19: Coeficiente de Poisson viscoelásticos uniaxiais da classe III

O comportamento visto nas Figuras 4.18 e 4.19, tomado como o coeficiente de Poisson viscoelástico real na literatura, é notado somente para o mais simples estado de tensões uniaxiais. Quando o mesmo estado de tensões uniaxiais é dependente do tempo, o comportamento entre classes tem diferença significativa. Para a classe III e o PR de Christensen, o comportamento visto nas Figuras 4.18 e 4.19 vale para qualquer estado de tensões uniaxial, o que não acontece para a classe I. Como demonstração, são comparados os PR obtidos para a classe I e de Christensen cujas tensões uniaxiais simulam duas situações de ensaio de módulo dinâmico, expressas nas equações 3.3 e 3.4 (substituindo-se P_0 por σ_0). Como mencionado em 3.2.1, o carregamento é substituído de um seno para uma *haversine*

Capítulo 4 – Análise no Regime Linear

devido ao fato de que em um ensaio uniaxial, a aplicação da solicitação da equação 3.4 ser apenas um carregamento harmônico de compressão, enquanto que o carregamento da equação 3.3 necessitar aparato para que se alterne tração e compressão (alongamento e encurtamento) ao longo do tempo. Entretanto, isto gera para cada situação de PR estudada comportamentos notavelmente diferentes. Isto é observado nas Figuras 4.20 e 4.21. A Figura 4.20 mostra a comparação dos PR para frequência de 1 Hz e $\sigma_0=1$ da classe I com carregamento senoidal, *haversine* e o PR de Christensen. A Figura 4.21 compara os PR da classe I em função de algumas frequências para as duas funções de carga uniaxial em questão:

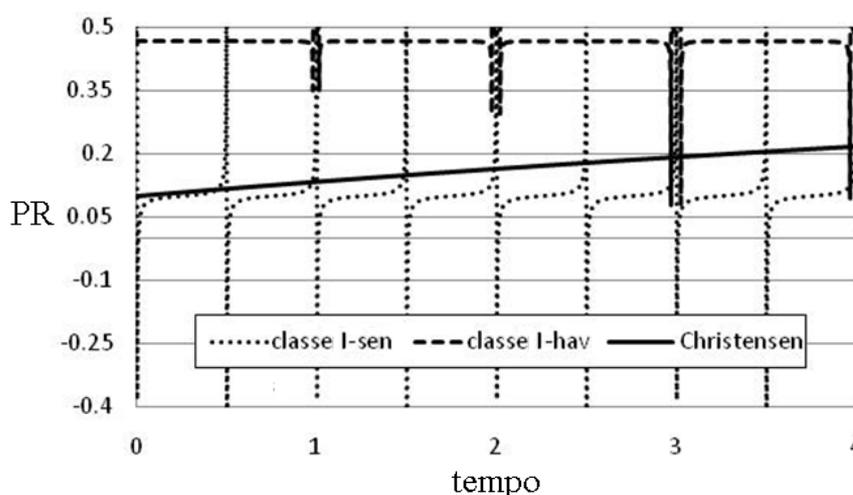


Figura 4.20: Comparação entre os PR da classe I com carregamento senoidal e *haversine* e o PR de Christensen para frequência de 1 Hz

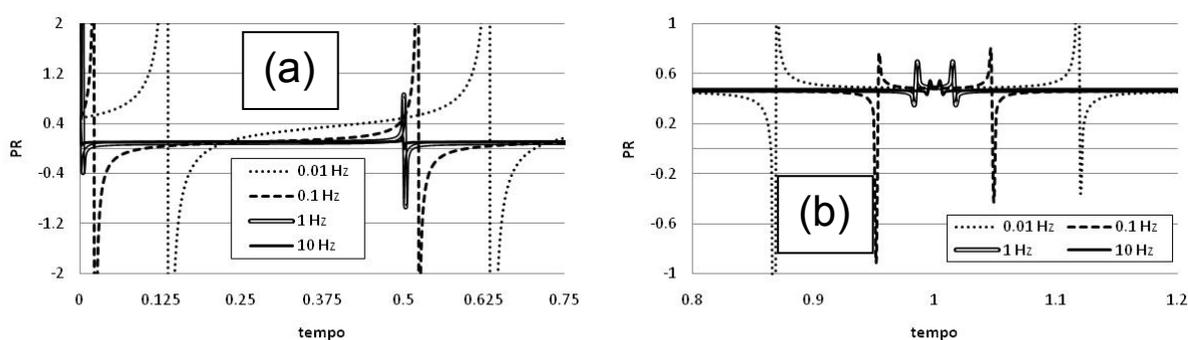


Figura 4.21: Coeficientes de Poisson uniaxial em função da frequência para (a) carregamento senoidal e (b) carregamento *haversine*

Observando-se a Figura 4.20, o PR da classe I para a carga *haversine* parece ser uma função constante cujo valor médio é 0,47, mas periódico, onde a frequência é a metade da frequência

Capítulo 4 – Análise no Regime Linear

observada no carregamento senoidal. Em carga senoidal, o valor absoluto do PR tende a infinito em tensões nulas. Ambas as classes são notavelmente diferentes do PR da Christensen, que não considera a influência do histórico de tensões. A Figura 4.21 mostra o comportamento do PR em função da frequência. A Figura 4.21(a) mostra o comportamento para carga senoidal, onde é notado que com a queda da frequência, a diferença de tempo dos “saltos” cresce e sua variação no tempo é maior. Na Figura 4.21(b), onde é visto o comportamento para carga *haversine*, é notado o mesmo valor constante para toda frequência, mas com a queda desta, a variação temporal em torno do ponto onde o tempo é um valor inteiro é mais alargada, tomando uma maior percentagem do período considerado.

Assim, mostrou-se a grande variabilidade que o PR apresenta em materiais viscoelásticos mesmo para simples estados de tensões. O quadro fica mais complexo quando estados bi ou tridimensionais de tensões são considerados, como visto na sequência.

4.4.3.4 Solução para um estado em confinamento sob tensões constantes

Em uma segunda simulação, um estado de tensões constante é assumido, onde $\sigma_{11}(t)=1$ e $\sigma_{22}(t)=\sigma_{33}(t)=\alpha_v$, onde α_v é a razão $\sigma_{22}/\sigma_{11}=\sigma_{33}/\sigma_{11}$. O estado de tensões mencionado simula um ensaio triaxial com pressão confinante, por exemplo. Os PR da classe I e de Christensen são os calculados nesta simulação. As compliâncias $C_{11}(t)$ e $C_{12}(t)$ são as mesmas mostradas nas equações 4.97 e 4.98. Desta maneira, as funções para os PR da classe I e de Christensen para o estado de tensões mencionado são expressas pelas equações 4.99 e 4.100, respectivamente:

$$v(t) = -\frac{\left(-c + de^{-\frac{t}{\tau}}\right)(1 + \alpha_v) + \left(a - be^{-\frac{t}{\tau}}\right)\alpha_v}{\left(a - be^{-\frac{t}{\tau}}\right) + 2\alpha_v\left(-c + de^{-\frac{t}{\tau}}\right)} \quad (4.99)$$

$$v^*(t) = \frac{c(1 + \alpha_v) - \alpha_v a}{a - 2\alpha_v c} + X_1(\alpha_v)e^{X_2(\alpha_v)t} \quad (4.100)$$

$$X_1(\alpha_v) = \frac{\alpha_v a - c(1 + \alpha_v)}{a - 2\alpha_v c} + \frac{(1 + \alpha_v)(c - d) + \alpha_v(b - a)}{(a - b) + 2\alpha_v(d - c)} \quad (4.101)$$

$$X_2(\alpha_v) = \frac{a - 2\alpha_v c}{[(a - b) + 2\alpha_v(d - c)]\tau} \quad (4.102)$$

Os valores de a, b, c e d adotados são os mesmos adotados para a simulação uniaxial. Aplicando-se as equações 4.99 a 4.102, a variação de α_v mostra notável dependência do PR com a tensão confinante, como observado na Tabela 4.22, que mostra os resultados obtidos:

Tabela 4.22: Coeficientes de Poisson classe I (Cl.I) e Christensen (Chris.) em função de α_v

	$\alpha_v = -2,5$		$\alpha_v = -2$		$\alpha_v = -1,5$		$\alpha_v = -1$		$\alpha_v = -0,5$		$\alpha_v = 0$	
log(t)	Cl. I	Chris.	Cl. I	Chris.	Cl. I	Chris.	Cl. I	Chris.	Cl. I	Chris.	Cl. I	Chris.
-1,5	1,56	1,56	1,35	1,35	1,11	1,11	0,83	0,83	0,5	0,5	0,10	0,10
-1	1,55	1,55	1,34	1,34	1,11	1,11	0,83	0,83	0,5	0,5	0,10	0,10
-0,5	1,50	1,50	1,31	1,31	1,08	1,08	0,82	0,82	0,5	0,5	0,11	0,11
0	1,39	1,37	1,22	1,21	1,03	1,02	0,79	0,79	0,5	0,5	0,13	0,13
0,5	1,15	1,07	1,04	0,98	0,90	0,87	0,73	0,71	0,5	0,5	0,19	0,19
1	0,87	0,68	0,81	0,66	0,74	0,64	0,64	0,59	0,5	0,5	0,28	0,32
1,5	0,67	0,56	0,65	0,56	0,62	0,54	0,57	0,53	0,5	0,5	0,38	0,44
2	0,59	0,56	0,58	0,55	0,56	0,54	0,54	0,53	0,5	0,5	0,43	0,45
2,5	0,56	0,56	0,56	0,55	0,54	0,54	0,53	0,53	0,5	0,5	0,45	0,45
3	0,56	0,56	0,55	0,55	0,54	0,54	0,53	0,53	0,5	0,5	0,45	0,45
	$\alpha_v = 0$		$\alpha_v = 0,5$		$\alpha_v = 1$		$\alpha_v = 1,5$		$\alpha_v = 2$		$\alpha_v = 2,5$	
log(t)	Cl. I	Chris.	Cl. I	Chris.	Cl. I	Chris.	Cl. I	Chris.	Cl. I	Chris.	Cl. I	Chris.
-1,5	0,10	0,10	-0,39	-0,39	-1,0	-1,0	-1,79	-1,79	-2,85	-2,85	-4,34	-4,34
-1	0,10	0,10	-0,38	-0,38	-1,0	-1,0	-1,80	-1,80	-2,88	-2,88	-4,43	-4,43
-0,5	0,11	0,11	-0,38	-0,38	-1,0	-1,0	-1,83	-1,83	-2,99	-2,99	-4,73	-4,71
0	0,13	0,13	-0,35	-0,35	-1,0	-1,0	-1,94	-1,93	-3,40	-3,35	-5,99	-5,73
0,5	0,19	0,19	-0,27	-0,26	-1,0	-1,0	-2,33	-2,28	-5,57	-4,75	-24,9	-10,4
1	0,28	0,32	-0,11	-0,07	-1,0	-1,0	-4,95	-3,64	9,88	-13,0	3,83	-60,7
1,5	0,38	0,44	0,10	0,22	-1,0	-1,0	4,39	-12,8	1,73	-246	1,35	-1.10 ⁴
2	0,43	0,45	0,26	0,32	-1,0	-1,0	1,45	-423	0,98	-2.10 ⁶	0,86	-4.10 ¹¹
2,5	0,45	0,45	0,31	0,32	-1,0	-1,0	1,10	-2.10 ⁷	0,82	-7.10 ¹⁸	0,75	-1.10 ³⁵
3	0,45	0,45	0,32	0,32	-1,0	-1,0	1,07	-1.10 ²²	0,81	-3.10 ⁵⁸	0,74	-∞

Observando-se a Tabela 4.22, são constatados os seguintes comportamentos para o PR:

- Para $-0,5 < \alpha_v < 1$, o PR inicial é menor que o PR final. Os PR inicial e final diminuem quando α_v cresce. Os valores de PR estão dentro dos limites elásticos de -1 e 0,5. Ambos os PR estudados tem os mesmos valores de início e fim. A diferença está que na classe I atinge o valor final em um maior período de tempo. Em outras palavras, para o dado intervalo de tensões confinantes o comportamento de fluência é mantido, como uma situação uniaxial;
- Para $\alpha_v = -0,5$ e $\alpha_v = -1$, o PR atinge os limites lineares-elásticos de 0,5 e -1, respectivamente, com ambos os PR não dependentes do tempo;
- Para $\alpha_v < -0,5$, o PR inicial é maior que o PR final, com ambos os valores crescendo a medida que α_v decresce, mas o crescimento do PR inicial é muito mais notável do que o PR final. Os valores do PR são sempre maiores que 0,5, excedendo o limite superior da Teoria da Elasticidade. Nota-se também que da mesma maneira que $-0,5 < \alpha_v < 1$, o PR de Christensen atinge o valor final mais rapidamente que o da classe I, porém este caso se difere pela forma da curva, semelhantes a curvas de relaxação;
- Para $\alpha_v > 1$, os PR estudados comportam-se de maneira diferente. O PR de Christensen mantém o valor inicial maior que o valor final, com ambos os valores decrescendo a medida que α_v cresce, mas o crescimento do PR final é extremamente maior do que o PR inicial. O PR final pode atingir valores que tendem ao infinito mesmo para α_v próximo de 1, como visto na Tabela 4.22. Os valores do PR sempre se apresentam menores que -1, excedendo o limite inferior da Teoria da Elasticidade;
- Para $\alpha_v > 1$, o PR da classe I também muda completamente seu comportamento. O valor inicial de Christensen é o mesmo neste caso, mas o decréscimo do PR da classe I é maior que o de Christensen até um certo instante de tempo, quando uma mudança no sinal da variação parece surgir. Durante um período de tempo o PR cresce, atingindo valores positivos, até que nova mudança no sinal da variação aparece. Após isto, o PR converge para um valor final que decresce a medida que α_v cresce. Tal valor é maior que o limite superior da Teoria da Elasticidade.

Como visto, o PR é altamente dependente da razão de tensões α_v , mesmo quando as tensões não são dependentes do tempo. A situação recém simulada representa, por exemplo, a atuação de um carregamento originário da queda da placa carregada de um FWD, já que neste caso está sendo simulada uma condição axissimétrica, o que em laboratório é representada por um ensaio triaxial com uma dada tensão confinante. Em outras palavras, o comportamento recém visto para o PR pode não estar muito longe do que acontece em campo, no qual em simulações empregando *softwares* de análises baseadas nos princípios da Mecânica e Teoria da Elasticidade, onde existe um estado tridimensional de tensões e o PR é assumido entre os limites da Teoria da Elasticidade, pode estar sendo completamente mal simulado.

A razão de tensões recém estudada também pode ter atuação em um dos objetos de estudo da presente tese: o ensaio de compressão diametral. Dado o estado de tensões diferente do

Capítulo 4 – Análise no Regime Linear

uniaxial presente neste ensaio, acredita-se que o PR possa ter um comportamento semelhante sob compressão diametral. Assim, na sequência, discutir-se-á este tema.

4.4.3.5 Solução para o ensaio de compressão diametral

As análises realizadas em 4.4.3.4 tornam-se relevantes quando se toma em consideração a magnitude das tensões nos ensaios de laboratório como o ensaio de compressão diametral. Nos eixos paralelo e perpendicular à direção da carga, existem sempre razões de tensão menores que -1. Isto pode ser facilmente verificado utilizando a solução de Hondros (1959) para um corpo-de-prova cilíndrico sob compressão diametral. Hondros obteve as tensões normais nos eixos x e y de um corpo-de-prova conforme mostrado pela Figura 4.22:

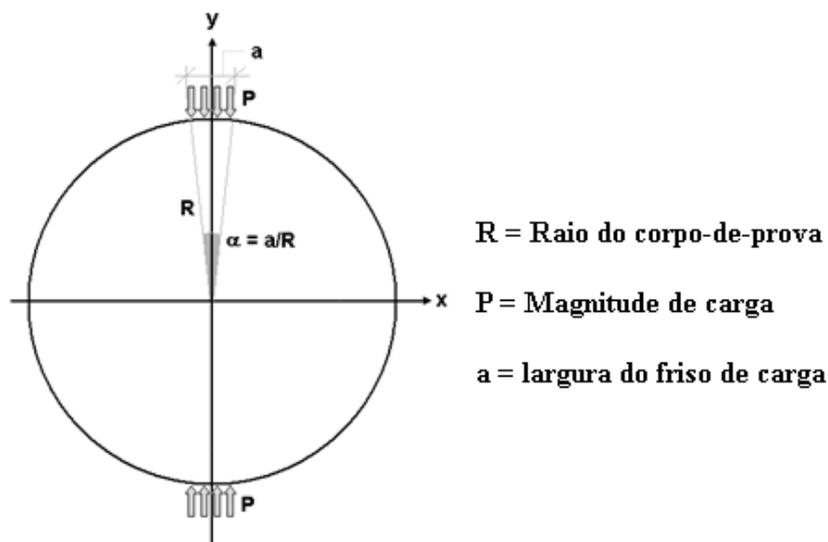


Figura 4.22: Corpo-de-prova cilíndrico sob compressão diametral

A tensão horizontal σ_{11} e a tensão vertical σ_{22} nos eixos x e y são dadas pelas equações 4.103 e 4.106, representando a solução de Hondros (1959):

$$\sigma_{11}(0, y) = \frac{2P}{ah} \left\{ \frac{\left(1 - \frac{y^2}{R^2}\right) \sin(2\alpha)}{1 - \frac{2y^2}{R^2} \cos(2\alpha) + \frac{y^4}{R^4}} - \operatorname{atan} \left(\frac{1 + \frac{y^2}{R^2}}{1 - \frac{y^2}{R^2}} \tan(\alpha) \right) \right\} = \frac{2P}{ah} f_1(y, R, \alpha) \quad (4.103)$$

$$\sigma_{22}(0, y) = \frac{-2P}{ah} \left\{ \frac{\left(1 - \frac{y^2}{R^2}\right) \sin(2\alpha)}{1 - \frac{2y^2}{R^2} \cos(2\alpha) + \frac{y^4}{R^4}} + \operatorname{atan} \left(\frac{1 + \frac{y^2}{R^2}}{1 - \frac{y^2}{R^2}} \right) \tan(\alpha) \right\} = \frac{-2P}{ah} f_2(y, R, \alpha) \quad (4.104)$$

$$\sigma_{22}(x, 0) = \frac{-2P}{ah} \left\{ \frac{\left(1 - \frac{x^2}{R^2}\right) \sin(2\alpha)}{1 + \frac{2x^2}{R^2} \cos(2\alpha) + \frac{x^4}{R^4}} + \operatorname{atan} \left(\frac{1 - \frac{x^2}{R^2}}{1 + \frac{x^2}{R^2}} \right) \tan(\alpha) \right\} = \frac{-2P}{ah} f_3(x, R, \alpha) \quad (4.105)$$

$$\sigma_{11}(x, 0) = \frac{2P}{ah} \left\{ \frac{\left(1 - \frac{x^2}{R^2}\right) \sin(2\alpha)}{1 + \frac{2x^2}{R^2} \cos(2\alpha) + \frac{x^4}{R^4}} - \operatorname{atan} \left(\frac{1 - \frac{x^2}{R^2}}{1 + \frac{x^2}{R^2}} \right) \tan(\alpha) \right\} = \frac{2P}{ah} f_4(x, R, \alpha) \quad (4.106)$$

Definindo-se a razão de tensões para os eixos x e y da Figura 4.22 como α_{vx} e α_{vy} , respectivamente, estas são calculadas conforme as equações 4.107 e 4.108, respectivamente:

$$\alpha_{vx} = \frac{\sigma_{22}(x, 0)}{\sigma_{11}(x, 0)} = -\frac{f_3(x, R, \alpha)}{f_4(x, R, \alpha)} \quad (4.107)$$

$$\alpha_{vy} = \frac{\sigma_{22}(0, y)}{\sigma_{11}(0, y)} = -\frac{f_2(x, R, \alpha)}{f_1(x, R, \alpha)} \quad (4.108)$$

Como visto nas equações 4.107 e 4.108, α_{vx} e α_{vy} não são funções dependentes do tempo, pois a dependência do tempo nas tensões é somente devido à dependência do tempo da carga P, no qual é anulada quando se calcula a razão das tensões. Assim, as razões de tensão são apenas função das coordenadas espaciais x e y, representadas pelas funções f_1 , f_2 , f_3 e f_4 vistas nas

Capítulo 4 – Análise no Regime Linear

equações 4.103 a 4.106. A Figura 4.23 mostra a variação da razão de tensões nos eixos x e y da Figura 4.22:

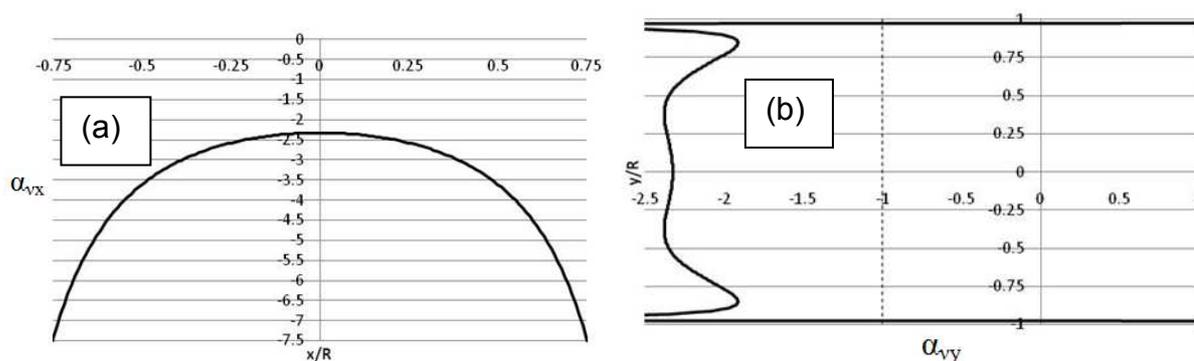


Figura 4.23: Razões de tensão no ensaio de compressão diametral para (a) eixo x e (b) eixo y

Como pode ser observado na Figura 4.23, para qualquer ponto nos eixos x e y a razão de tensões é menor do que -1, o que significa que o PR terá um comportamento diferente ao comportamento de fluência comumente encontrado pela literatura, e provavelmente fora dos limites lineares-elásticos como se constatou em 4.4.3.4. Por exemplo, no ponto central do corpo-de-prova, onde a razão de tensões é igual a -2,33, retornaria um PR inicial de 1,9 e um PR final de 1,35 se consideradas as mesmas propriedades constitutivas empregada nas análises anteriores. Estes valores são pelo menos 4,5 vezes maiores do que os valores comuns adotados para PR no ensaio de módulo de resiliência para temperaturas de 20 a 25°C. Em outras palavras, tomar um PR entre os limites da Teoria da Elasticidade uma vez que os valores reais estão longe dos arbitrados pode ser um indício de que o modelo considerando o PR não é realista e que o mesmo não é um parâmetro constitutivo adequado ao material.

Na Figura 4.23 também se observa que dentro do volume representativo onde os deslocamentos para esta tese foram obtidos, o eixo y apresenta um valor mais constante que o eixo x, o que representaria uma variação menor do PR dentro deste domínio, o que talvez possa ser uma explicação para os resultados apresentados no item 4.3, onde os deslocamentos verticais e todos os parâmetros constitutivos com eles calculados apresentaram resultados mais coerentes do que os obtidos com deslocamentos horizontais. Devido à menor variação do PR dentro do eixo, o comportamento nele observado se aproxima mais da Teoria da Elasticidade, por isso os melhores resultados.

4.4.4 O efeito da consideração de um coeficiente de Poisson constante

Ao longo das discussões desenvolvidas até então no presente capítulo, foram mostrados indícios e/ou provas de que o PR depende do índice de vazios, do tempo, da posição, do nível de tensões, do histórico de tensões e que pode atingir valores muito diferentes aos limites estabelecidos pela Teoria da Elasticidade. Entretanto, nada foi referido ao efeito que todas estas constatações apresentam no comportamento dos materiais.

Sendo assim, com o objetivo de apontar diferenças no comportamento do material quando se assume um PR constante, algumas simulações de ensaios de laboratórios típicos para misturas asfálticas foram feitas. Os resultados obtidos são comparados com resultados do mesmo material que considera os parâmetros constitutivos $C_{11}(t)$ e $C_{12}(t)$, que não adotariam as simplificações impostas de um PR constante. Os ensaios simulados estão listados abaixo:

- Ensaio de módulo dinâmico;
- Ensaio de módulo de resiliência (efeitos do tempo de carga e temperatura).

4.4.4.1 Efeito nos resultados do ensaio de módulo dinâmico

Supõe-se que um material com compliâncias $C_{11}(t)$ e $C_{12}(t)$ seja submetido a um ensaio de módulo dinâmico, representadas respectivamente pelas equações 4.109 e 4.110:

$$C_{11}(t) = \frac{31}{90} + \frac{3}{10} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \quad (4.109)$$

$$C_{12}(t) = -\frac{7}{45} - \frac{3}{20\tau} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \quad (4.110)$$

Uma tensão senoidal $\sigma_{11}(t)$ de amplitude unitária e frequência f_r é aplicada, onde as deformações em função do tempo $\varepsilon_{11}(t)$ e $\varepsilon_{22}(t)$ são dadas pelas equações 4.111 e 4.112, respectivamente:

$$\varepsilon_{11}(t) = \int_0^t C_{11}(t-t') \frac{\partial[\text{sen}(\omega t')]}{\partial t'} dt' \quad (4.111)$$

$$\varepsilon_{22}(t) = \int_0^t C_{12}(t-t') \frac{\partial[\text{sen}(\omega t')]}{\partial t'} dt' \quad (4.112)$$

Para um PR constante, a equação 4.112 é reescrita conforme a equação 4.113:

$$\varepsilon_{22}(t) = -\nu \int_0^t C_{11}(t-t') \frac{\partial[\text{sin}(\omega t')]}{\partial t'} dt' = -\nu \varepsilon_{11}(t) \quad (4.113)$$

O tempo de retardação τ vistos nas compliâncias $C_{11}(t)$ e $C_{12}(t)$ é assumido como 10, 100, 1000 e 10000 nas análises, simulando a influência de quatro diferentes temperaturas T_1 , T_2 , T_3 e T_4 , respectivamente, onde $T_1 > T_2 > T_3 > T_4$. O material é assumido como termorreologicamente simples. Assim, aplicando-se as equações 4.111 a 4.113, é possível obter os ângulos de fase longitudinal e transversal do material conforme a equação 4.114:

$$\varphi = 4fr * 90^\circ (t_\varepsilon - t_\sigma) \quad (4.114)$$

onde t_ε é o tempo de máxima deformação transversal e t_σ o tempo para máxima tensão. Os tempos t_ε e t_σ são função da frequência de ensaio e t_ε deve ser obtido quando as deformações transversais forem um sinal puramente senoidal (depois de pelo menos 15 períodos de carregamento). Geralmente o intervalo de frequências empregado no ensaio de módulo dinâmico está entre 0,01 e 25 Hz. Ensaio com frequência menor que 0,01 Hz geralmente não são realizados devido ao longo tempo requerido para alcançar o estado permanente de deformações (senoidal puro). Na presente análise, frequências inferiores a 0,01 Hz podem ser

Capítulo 4 – Análise no Regime Linear

simuladas de forma a ter melhores conclusões sobre o comportamento do material. Frequências entre 0,001 e 25 Hz foram simuladas na presente análise.

A Figura 4.24 mostra o ângulo de fase transversal [em função de $\varepsilon_{22}(t)$] para os casos onde foi considerado um PR constante (denotados por TX-PR) e as funções $C_{11}(t)$ e $C_{12}(t)$ como parâmetros constitutivos (denotados por TX-C12), onde X, que varia de 1 a 4, representa as diferentes temperaturas simuladas, como mencionado anteriormente:

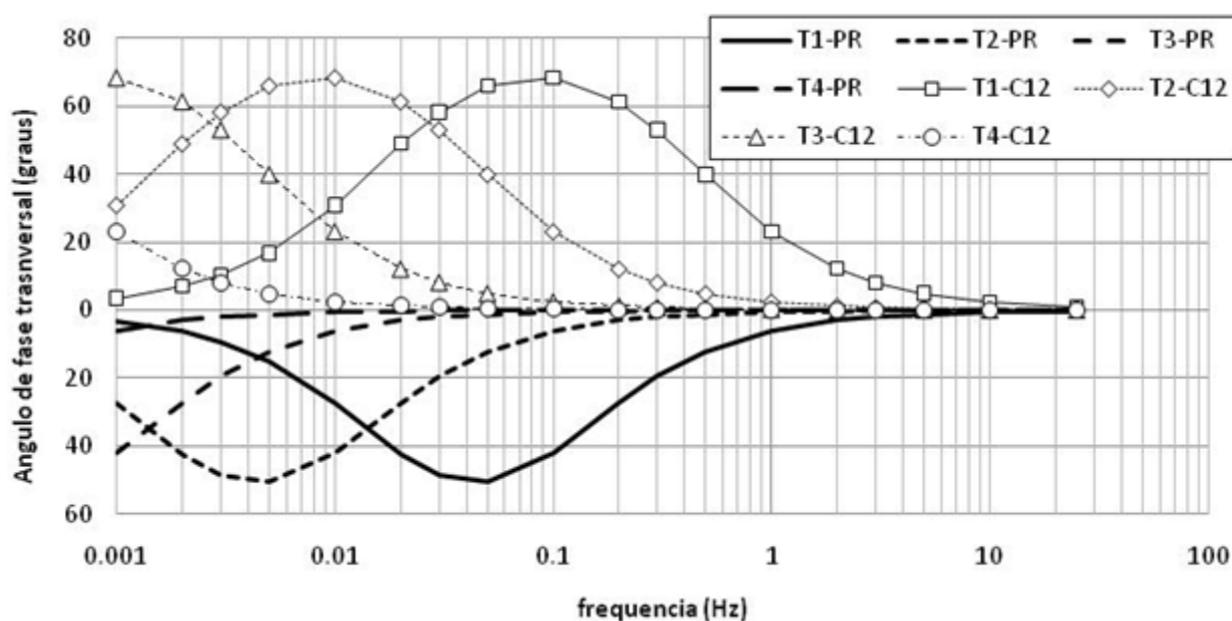


Figura 4.24: Ângulos de fase transversal na simulação de ensaio de módulo dinâmico

Os dados da Figura 4.24 permitem fazer as seguintes observações:

- Nota-se que os ângulos de fase transversal das sequências C12 são maiores do que as sequências PR, para todas as temperaturas. A maior diferença é notada entre ângulos de fase calculados para uma mesma temperatura é de 34,2 graus. Em outras palavras, a Figura 4.24 mostra que dependendo da temperatura e frequência, a influência do PR constante é claramente notada, diminuindo a defasagem entre os picos de tensões e deformações e conseqüentemente diminuindo o grau de viscoelasticidade do material, como foi uma vez sugerido nesta tese, uma vez que aparentemente $C_{11}(t)$ e $C_{12}(t)$ compartilham o grau de viscoelasticidade do material, porém distribuindo-o em direções perpendiculares;
- O pico do ângulo de fase transversal para cada temperatura é alcançado para uma frequência menor no caso onde PR é constante. A diferença entre picos das sequências PR e C12, para todas as temperaturas, é 0,05 Hz na escala logarítmica. Outro importante fato é que o ângulo de fase transversal não depende do valor do PR quando este é tomado como constante.

O PR constante também possui influência nas deformações transversais. A Figura 4.25 mostra a amplitude das deformações transversais em função da frequência para $\tau=100$:

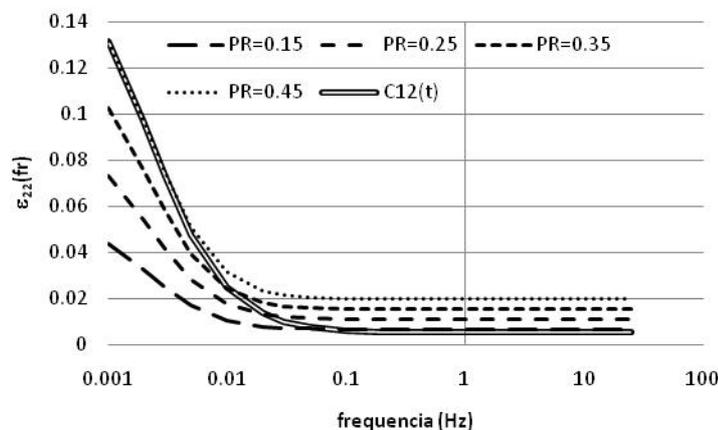


Figura 4.25: Comparação de deformações transversais máximas para $\tau=100$

A Figura 4.25 mostra que para frequências maiores que um certo valor (0,1 Hz neste caso) não há influência da frequência nas deformações transversais máximas. Quanto maior a temperatura, menor é o intervalo de frequências onde este comportamento é notado. Entretanto, para frequências menores que um certo valor, a variação das deformações transversais máximas na sequência C12(t) é notavelmente maior do que as sequências de PR constante. Para a frequência de 0,001 Hz, a deformação transversal máxima é maior que a deformação observada para PR=0,45. Tal acréscimo nas deformações é importante, uma vez que $C_{12}(t)$ é responsável pela propagação de deformações e tensões numa estrutura multidimensional. Uma subestimativa de tal valor poderia ter uma significativa influência no cálculo das tensões e/ou deformações utilizadas no projeto de estruturas de pavimentos, resultando em estimativas erradas de parâmetros chave de projeto. Na Figura 4.25 também é notado o acréscimo de viscoelasticidade proporcionado ao se considerar $C_{11}(t)$ e $C_{12}(t)$, onde é vista maior dependência do comportamento do material com a frequência, conseqüentemente com o tempo, confirmando o que foi constatado na observação dos dados da Figura 4.24.

4.4.4.2 Efeito do tempo do pulso de carga nos resultados do ensaio de módulo de resiliência

Supõe-se um corpo-de-prova cilíndrico submetido ao ensaio de compressão diametral de cargas cíclicas, onde se deseja prever os deslocamentos perpendiculares à carga para calcular

Capítulo 4 – Análise no Regime Linear

o módulo de resiliência do material. O deslocamento horizontal é calculado conforme a equação 4.39, se considerados $C_{11}(t)$ e $C_{12}(t)$ como parâmetros constitutivos. Para um corpo-de-prova de 150 mm de diâmetro, razão largura do friso/diâmetro de 0,125, 37,5 mm de extensão de medida de deslocamentos ($m_1=0,25$) e espessura de corpo-de-prova de 50 mm, o deslocamento horizontal considerando-se $C_{11}(t)$ e $C_{12}(t)$ como parâmetros constitutivos e PR constante e dado pelas equações 4.115 e 4.116, respectivamente (deslocamentos em cm):

$$\Delta U_{3,75 \text{ cm}}(t) = 0,028872 \int_0^t C_{11}(t-t') \frac{\partial P(t')}{\partial t'} dt' - 0,090160 \int_0^t C_{12}(t-t') \frac{\partial P(t')}{\partial t'} dt' \quad (4.115)$$

$$\Delta U_{3,75 \text{ cm}}(t) = (0,028872 + 0,090160\nu) \int_0^t C_{11}(t-t') \frac{\partial P(t')}{\partial t'} dt' \quad (4.116)$$

Como é visto na equação 4.115, o deslocamento é separado em duas partes, distintas pelos seus multiplicadores 0,028872 e 0,090160. A influência de usar ou não um PR dependente do tempo está localizada na segunda parte, onde o multiplicador é maior, representando a atuação das tensões verticais de compressão que provocam deformações na horizontal devido ao efeito Poisson, destacando a importância do coeficiente de Poisson nas deformações e deslocamentos horizontais no caso estudado.

Quanto à carga $P(t)$, está é simulada como um ciclo de carga-descanso, onde o período em carga é simulado com uma função do tipo *haversine*, de acordo com a equação 4.117:

$$P(t) = \frac{P_{\max}}{2} \left[1 - \cos \left(\frac{2\pi t}{t_p} \right) \right] \quad (4.117)$$

onde P_{\max} é a amplitude de carga (1 kN no caso) e t_p é o tempo de pulso de carga. Para as simulações do ensaio de compressão diametral, as propriedades constitutivas de Zhang *et al.* (1997), vistas nas equações 3.38 e 3.39, foram utilizadas. Em função destas, são calculadas as propriedades $C_{11}(t)$ e $C_{12}(t)$ desejadas, conforme as equações 4.118 e 4.119, respectivamente:

$$C_{11}(t) = \frac{3J(t) + B(t)}{9} = 3,8 \cdot 10^{-4} t^{0,43} + 4,99444 \cdot 10^{-5} \quad (4.118)$$

$$C_{12}(t) = \frac{2B(t) - 3J(t)}{18} = -1,9 \cdot 10^{-4} t^{0,43} + 1,19444 \cdot 10^{-6} \quad (4.119)$$

onde t é em segundos e as compliâncias em MPa^{-1} . A Figura 4.26 mostra o deslocamento máximo normalizado, definido como a razão entre o deslocamento de pico para um t_p qualquer e o deslocamento de pico para $t_p=0,1$ s, para as situações simuladas:

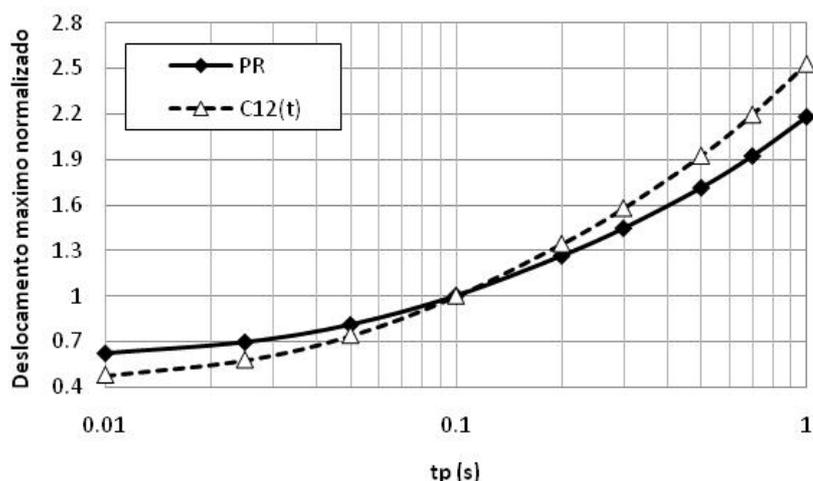


Figura 4.26: Deslocamento máximo normalizado em função do tempo de pulso de carga no ensaio de módulo de resiliência

Na Figura 4.26, é notado que o deslocamento normalizado para a sequência C12(t) é mais sensível a variação do tempo do pulso de carga do que a sequência que considera o PR como constante (sequência PR). Devido ao maior grau de viscoelasticidade na sequência C12(t), há uma menor manifestação de deslocamentos viscoelásticos para pulsos curtos, onde deslocamentos puramente elásticos são maiores, resultando em um deslocamento total menor. Por outro lado, para pulsos longos, os deslocamentos viscoelásticos manifestam-se em um alto grau, resultando em deslocamentos totais maiores. Em outras palavras, devido ao acréscimo do grau de viscoelasticidade no material, existe mais sensibilidade do histórico de

Capítulo 4 – Análise no Regime Linear

carga no comportamento do material. O comportamento típico de materiais viscoelásticos é mais evidente na sequência C12(t). Os resultados não dependem do valor constante do PR.

Quando se assume um PR constante nas propriedades constitutivas de um dado material, isto significa a negligência do grau adicional de viscoelasticidade no comportamento deste material. Em uma análise tridimensional, um PR constante pode resultar em superestimativa de deformações e deflexões para altas velocidades e subestimativa dos mesmos parâmetros para baixas velocidades. Tais estimativas errôneas podem gerar erros, por exemplo, na previsão da vida de fadiga de uma mistura asfáltica, na qual a proporcionalidade com a tensão de extensão na base do revestimento é uma lei potencial de grau aproximadamente igual a 3. Portanto, se um erro de 20 % existe na previsão de deformações, um erro de 72,8 % existirá na vida de fadiga que obedece à lei potencial recém mencionada.

Se o grau de viscoelasticidade do material cresce quando nas sequências C12, certamente a diferença entre os picos de carga e deslocamento crescerá. Tal fato é mostrado na Figura 4.27, onde são vistas as diferenças de picos percentual (DP%), definida conforme a equação 4.120:

$$DP\% = 100 \left(\frac{\text{tempo de pico de deslocamento} - \text{tempo de pico de carga}}{\text{tempo de pico de carga}} \right) \quad (4.120)$$

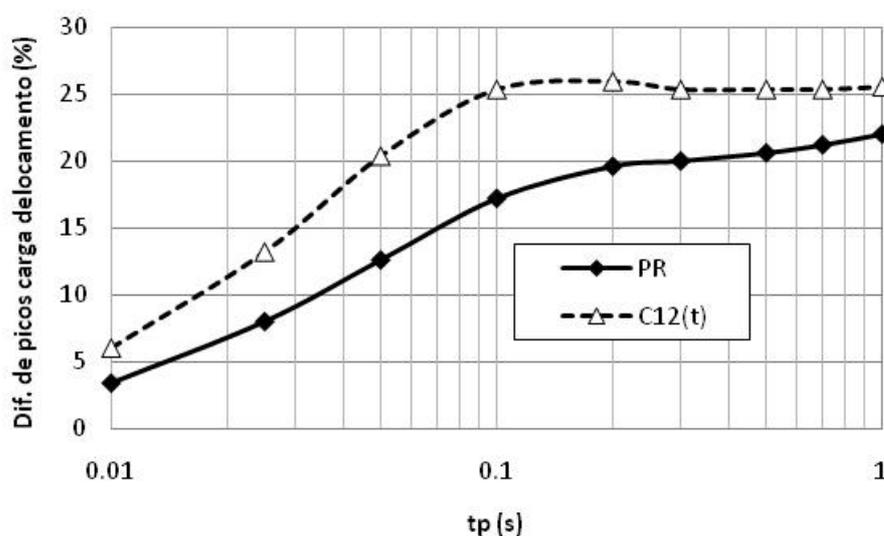


Figura 4.27: Diferença de picos percentual em função de t_p no ensaio de módulo de resiliência

Capítulo 4 – Análise no Regime Linear

A Figura 4.27 mostra claramente que a diferença de picos cresce quando não se considera um PR constante. Novamente é visto a manifestação do maior grau de viscoelasticidade no material. Também é notado que para pequenos e grandes tempos de pulso de carga as curvas tendem a se aproximar. Este fato acontece pelo fato de que a curto e longo prazo o material se comporta próximo a elasticidade, notada pelo valor constante das compliâncias $C_{11}(t)$ e $C_{12}(t)$ a curto e longo prazo. Portanto, se o material se comporta próximo a elasticidade, o maior grau de viscoelasticidade não é tão notado. Para tempos intermediários, quando a variação de $C_{11}(t)$ e $C_{12}(t)$ é mais evidente, o comportamento viscoelástico é mais notável.

O atraso do pico de deslocamento se reflete no deslocamento residual no fim do trecho em carga, ou seja, para $t=t_p$. A Figura 4.28 mostra este fato, onde o deslocamento residual normalizado no fim do trecho em carga, definido como a razão $\Delta U(t_p)/\Delta U_{\max}(t_p)$, é visualizado em função do tempo de pulso de carga. Na Figura, é notado claramente que os deslocamentos residuais são maiores quando não se considera o PR constante. Enquanto que no caso do PR constante o deslocamento residual normalizado tende a ser 0,5 para $t_p > 1$ s, este valor já é notado para o caso com $C_{11}(t)$ e $C_{12}(t)$ para $t_p = 0,04$ s. Além disto, se as Figuras 4.27 e 4.28 são comparadas, nota-se que elas têm formas similares, evidenciando o fato da proporcionalidade entre defasagem do pico do pulso de deslocamento e deslocamento residual no fim do trecho em carga.

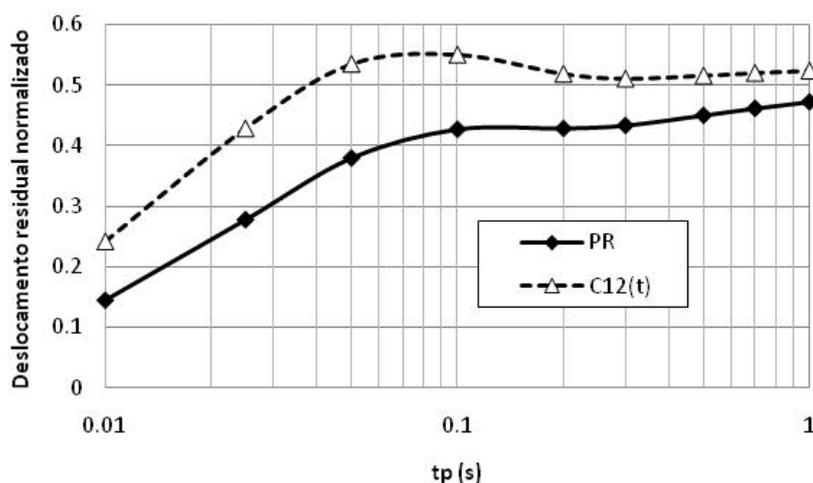


Figura 4.28: Deslocamento residual normalizado em função do tempo de pulso de carga no ensaio de módulo de resiliência

Capítulo 4 – Análise no Regime Linear

As informações mostradas nas Figuras 4.27 e 4.28 podem representar, na prática, uma acumulação maior de deslocamentos e deformações durante os ciclos de carga. Se um ciclo de carga-descanso de 1 s é considerado, os deslocamentos residuais são maiores para altos tempos de pulso de carga, devido ao menor tempo de descanso por ciclo. Os deslocamentos durante o tempo de descanso quando se usa $C_{11}(t)$ e $C_{12}(t)$ como parâmetros constitutivos serão sempre maiores que o caso onde se considera um PR constante.

4.4.4.3 Efeito da temperatura nos resultados do ensaio de módulo de resiliência

O efeito combinado da temperatura e do tempo de pulso de carga é estudado desta vez. Para estudar o efeito mencionado, resultados ensaios de fluência sob compressão diametral foram gentilmente cedidos para esta tese pelo *Advanced Transportation Research and Engineering Laboratory* da *University of Illinois at Urbana-Champaign* (ATREL-UIUC). Os resultados se referem a uma mistura asfáltica de granulometria densa ensaiada nas temperaturas de -15, -5, 5, 15 e 25°C. Para estes ensaios, foram obtidas as compliâncias mestras $C_{11}(t)$ e $C_{12}(t)$, ajustadas como uma série de Prony com 9 termos conforme a equação 4.121. As constantes mostradas nesta equação são vistas na Tabela 4.23.

$$C_{11 \text{ or } 12}(\xi) = C_{11\infty \text{ ou } 12\infty} + \sum_{i=1}^9 C_{11i \text{ ou } 12i} \exp\left(-\frac{\xi}{\tau_i}\right) \quad (4.121)$$

Tabela 4.23: Parâmetros C_{11i} , C_{12i} e τ_i das compliâncias mestras $C_{11}(t)$ e $C_{12}(t)$ de mistura asfáltica densa ensaiada no ATREL-UIUC

i	$C_{11i}(\text{MPa}^{-1})$	$C_{12i}(\text{MPa}^{-1})$	$\tau_i(\text{s})$
∞	0,130723021	-0,032886436	-
1	-6,63927E-05	$3,69383 \cdot 10^{-5}$	0,000981
2	-0,000120136	$9,57697 \cdot 10^{-6}$	0,01018278
3	-0,000143589	0,000116408	0,105697256
4	-0,000210427	0,000128285	1,097137521
5	-0,000656286	0,000235438	11,38828747
6	-0,001555881	0,000485857	118,210424
7	-0,005000673	0,001943039	1227,024201
8	-0,009697107	0,002167942	12736,5112
9	-0,112818061	0,027684141	132204,9863

Tomou-se como temperatura de referência 5°C, na qual foi encontrado a função para o fator de translação horizontal vista na equação 4.122:

$$\log[a_T(T)] = -0,15(T - 5^\circ C) \quad (4.122)$$

O carregamento é o mesmo utilizado em 4.4.4.2. A Tabela 4.24 mostra os resultados obtidos para o deslocamento de pico normalizado em função do tempo de carga e da temperatura.

Tabela 4.24: Deslocamentos normalizados de pico em função da temperatura e tempo de carga

$\Delta U_{\max}(t_p)/\Delta U_{\max}(0,1s)$ – Coeficiente de Poisson constante					
$t_p(s)$	-15 °C	-5 °C	5 °C	15 °C	25 °C
0,01	0,996	0,920	0,819	0,771	0,556
0,025	0,997	0,937	0,881	0,848	0,681
0,05	0,998	0,962	0,939	0,914	0,820
0,1	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,2	1,004	1,049	1,062	1,117	1,239
0,3	1,008	1,081	1,104	1,202	1,426
0,5	1,017	1,124	1,162	1,334	1,724
0,7	1,024	1,156	1,204	1,442	1,959
1	1,035	1,193	1,251	1,579	2,247
$\Delta U_{\max}(t_p)/\Delta U_{\max}(0,1s)$ – Usando funções $C_{11}(t)$ e $C_{12}(t)$					
$t_p(s)$	-15 °C	-5 °C	5 °C	15 °C	25 °C
0,01	0,994	0,878	0,793	0,684	0,564
0,025	0,995	0,905	0,858	0,800	0,690
0,05	0,996	0,943	0,921	0,892	0,827
0,1	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,2	1,007	1,069	1,104	1,138	1,228
0,3	1,014	1,109	1,180	1,232	1,407
0,5	1,027	1,158	1,290	1,370	1,692
0,7	1,040	1,192	1,366	1,479	1,918
1	1,058	1,232	1,447	1,616	2,196

Na Tabela 4.24, se observa que existe um aumento da variação do deslocamento de pico normalizado com o crescimento da temperatura, fato esperado devido ao crescimento do grau de viscoelasticidade do material com a temperatura. Ao se comparar as duas situações

Capítulo 4 – Análise no Regime Linear

simuladas, para temperaturas entre -15 e 15°C , o deslocamento normalizado de pico é mais sensível ao tempo de pulso na situação onde são considerados $C_{11}(t)$ e $C_{12}(t)$, devido a maior variação deste parâmetro para uma mesma temperatura. Tal fato também era esperado, devido ao acréscimo do grau de viscoelasticidade já destacada nas simulações anteriores de módulo dinâmico e da influência do tempo de pulso de carga.

Entretanto, é observado que para 25°C a situação com PR constante apresenta maior sensibilidade ao tempo de pulso de carga do que a que usa as funções $C_{11}(t)$ e $C_{12}(t)$, levando a crer que existe um intervalo de temperatura no qual a viscoelasticidade mais destacada na situação com as funções $C_{11}(t)$ e $C_{12}(t)$ é válida. Se a Figura 4.24 for observada, esta pode explicar o comportamento visto na Tabela 4.24. Quando as funções $C_{11}(t)$ e $C_{12}(t)$ são tomadas como parâmetros constitutivos, o pico do ângulo de fase é alcançado com frequências maiores do que no caso com PR constante. Entretanto, na frequência onde é observado o pico do ângulo de fase para a situação com PR constante, nota-se que a situação com as funções $C_{11}(t)$ e $C_{12}(t)$ possui um ângulo de fase menor, o que significa um material menos viscoelástico nesta situação. Quando a temperatura cresce, ambos as curvas de ângulos de fase transladam para a direita. Tomando em consideração o mesmo tempo de carga, isto é, a mesma frequência, para uma dada temperatura, o caso onde são usadas as funções $C_{11}(t)$ e $C_{12}(t)$ tem um maior ângulo de fase, de forma a evidenciar mais o comportamento viscoelástico. Quando as curvas transladam para a direita, o caso que considera o PR constante terá um maior ângulo de fase, de forma a neste caso o comportamento viscoelástico ser mais evidente, como acontece na Tabela 4.24 para a temperatura de 25°C .

4.5 RESUMO DO CAPÍTULO E COMENTÁRIOS FINAIS

No presente capítulo executou-se uma análise dos parâmetros constitutivos mais comuns empregados em misturas asfálticas no regime de pequenas deformações. Foram utilizados para tal os dados obtidos por Brito (2006) para uma mistura asfáltica com ligante modificado com borracha (via úmida). A variabilidade do índice de vazios nestas misturas proporcionou o estudo da influência do índice de vazios nas propriedades constitutivas estudadas.

Foi estudada a extração de propriedades viscoelásticas do material, onde se constatou que:

Capítulo 4 – Análise no Regime Linear

- As compliâncias de cisalhamento $J(t)$ e de compressibilidade $B(t)$, considerada constante devido ao curto tempo de carga do ensaio, obedecem ao comportamento esperado, aumentando o seu valor em função do aumento do índice de vazios. Um “salto” foi observado em $J(t)$ quando o índice de vazios vai de 3,88 a 4,09 % e o crescimento significativo de B_0 quando o índice de vazios ultrapassa os 4 %;
- Como não se observou tendências claras para as constantes J_i em função do índice de vazios para a função $J(t)$, utilizou-se fatores de translação horizontal e vertical, no qual se constatou que o uso de fatores de translação vertical apenas modela razoavelmente a variação de $J(t)$ com o índice de vazios. Funções potenciais foram funções que melhores se ajustaram para o fator de translação vertical;
- Quando se considerou $D(t)$ e o coeficiente de Poisson como parâmetros constitutivos, a mesma coerência obtida nas funções $J(t)$ não apareceu. Se $D(t)$ é calculado em função dos deslocamentos horizontais, as funções resultantes apresentam valores incoerentes como valores maiores para índices de vazios menores. O mesmo acontece, entretanto em grau bem menor para as funções $D(t)$ calculadas em função dos deslocamentos verticais, notando-se pequena incoerência somente para valores extremos de índice de vazios;
- Os tempos de retardação obtidos para as funções $D(t)$ foram notavelmente menores que os obtidos para $J(t)$, principalmente quando se considerou deslocamentos horizontais em $D(t)$. Daí levantou-se a primeira suspeita de que a consideração de um coeficiente de Poisson constante suprimia comportamento viscoelástico do material, pois $D(t)$ calculado com $J(t)$ e B_0 mantém os mesmos tempos de retardação de $J(t)$.

Quanto à inversão de propriedades viscoelásticas, constatou-se que:

- Que o mesmo comportamento das compliâncias de origem é observado nas funções invertidas (módulos). Porém, existe uma significativa queda dos tempos de retardação para os tempos de relaxação, no qual nota-se relaxação quase total do material para tempo igual a 0,2 s, ou em outras palavras, a relaxação só ocorreria em carga;
- Como nas compliâncias, notou-se que fatores de translação verticais somente modelariam de forma razoável a influência do índice de vazios nos módulos. Porém, mesmo as curvas $G(t)$ e $E(t)$ apresentando o mesmo comportamento das compliâncias respectivas, os fatores de translação não seguiram as tendências das compliâncias. Notou-se que o método dos mínimos quadráticos é bastante influenciado pelos valores iniciais dos módulos, que não seguem a mesma tendência que as compliâncias;
- Observou-se uma forte correlação linear (no espaço log-log) entre o valor inicial do módulo em questão e do respectivo valor do fator de translação vertical. Notou-se claramente que cada propriedade constitutiva, isto é, G_0 e E_0 , possui uma tendência linear bem definida, sendo estas duas retas praticamente paralelas. Entretanto não foi identificada uma tendência clara nos valores de G_0 e E_0 em função do índice de vazios.

Quanto à extração de propriedades constitutivas lineares-elásticas, constatou-se que:

- O coeficiente de Poisson varia com o índice de vazios, apresentando decréscimo do seu valor com o acréscimo do índice de vazios. Para índices de vazios menores que 4%, o coeficiente de Poisson é notavelmente maior que 0,3; valor recomendado pela ASTM D4123 (1995) para 25°C, alcançando 0,45 para 3,33 % de índice de vazios;
- As propriedades constitutivas calculadas com deslocamentos verticais possuíam tendências mais próximas das tendências no qual foram calculadas propriedades

Capítulo 4 – Análise no Regime Linear

constitutivas com ambos os deslocamentos. A prova maior disto é que o módulo de resiliência obtido na direção horizontal possui erros notavelmente maiores do que o calculado na direção vertical. Isto levantou a suspeita de que a hipótese de um coeficiente de Poisson constante afetava mais a obtenção de propriedades constitutivas na direção horizontal do que na vertical, assim o indício que o coeficiente de Poisson depende da posição no ensaio de compressão diametral.

Sabendo-se de que o problema poderia estar no modelo adotado para o coeficiente de Poisson, fez-se um estudo sobre este parâmetro, no qual se constatou que:

- Para misturas asfálticas, é impossível obter um coeficiente de Poisson constante no tempo, pois as funções $G(t)$ e $K(t)$ [ou $J(t)$ e $B(t)$] não obedecem aos requisitos para que exista um coeficiente de Poisson constante;
- Mesmo modelando-se um coeficiente de Poisson dependente do tempo, este não poderia ser empregado no Princípio da Correspondência Elasto-viscoelástica, pois para um estado de tensões genérico, este já é dependente do tempo mesmo no regime linear-elástico, ou geraria um produto triplo de funções no domínio complexo na hora da obtenção da solução viscoelástica de um problema de contorno;
- Que o comportamento apresentado na literatura para o coeficiente de Poisson viscoelástico era válido apenas para uma situação de carregamento uniaxial constante. Para carregamentos variáveis no tempo, o coeficiente de Poisson pode assumir formas diversas. Quando se considera uma tensão de confinamento constante, o coeficiente de Poisson pode mudar completamente de comportamento no tempo, assumindo valores muito diferentes distantes dos limites da Teoria da Elasticidade;
- A razão de tensões não é constante nos eixos x e y de um corpo-de-prova sob compressão diametral, o que é forte evidência da variação do coeficiente de Poisson com a posição neste ensaio. Além disto, a razão de tensões possui valores mais constantes no eixo y , o que explicaria a menor sensibilidade dos parâmetros constitutivos obtidos com deslocamentos verticais em função da adoção de um coeficiente de Poisson fixo;
- A adoção de um coeficiente de Poisson constante diminui o grau de viscoelasticidade do material, onde se nota queda de ângulo de fase transversal, menor sensibilidade ao tempo de pulso de carga no ensaio de compressão diametral e menores deslocamentos residuais por ciclo. Tais fenômenos podem influir na propagação de deformações em estruturas onde esta hipótese é assumida. Entretanto, este comportamento é válido para um dado intervalo de temperaturas, pois para maiores temperaturas, devido à diferença de picos do ângulo de fase existentes quando se considera ou não um coeficiente de Poisson constante, a viscoelasticidade é mais pronunciada.

Por fim, constatou-se que a escolha da dupla de parâmetros constitutivos para modelagem do comportamento tensão-deformação de uma mistura asfáltica pode estar trazendo muitas hipóteses simplificadoras que podem gerar resultados muito longe do comportamento real do material. O principal responsável por isto pareceu ser o coeficiente de Poisson, que no caso estudado mostrou importante influência no comportamento do material, que dependendo do intervalo de temperaturas, nível de tensões e histórico de cargas que se enfrentará, pode ser uma má escolha como parâmetro constitutivo de misturas asfálticas.

5 ANÁLISE NO REGIME NÃO-LINEAR

No capítulo anterior, foi mostrado o quanto os parâmetros constitutivos escolhidos para a modelagem do comportamento das misturas asfálticas podem representar comportamentos diferentes do material, que podem estar bem longe do comportamento real do mesmo, assim exaltando a importância da escolha dos parâmetros constitutivos adotados e dos dados experimentais a obter para conseguir os parâmetros constitutivos desejados.

As análises do capítulo 4 foram feitas no regime linear, isto é, pequenas deformações e material com dano desprezível. Neste capítulo, o regime estudado é o não-linear, considerando-se deformações finitas e presença de dano. Entretanto, os parâmetros constitutivos obtidos para representar tais fenômenos não lineares são função dos parâmetros lineares adotados, assim podendo-se refletir o erro de escolha de parâmetros lineares nos não-lineares e mais uma vez representar um comportamento irreal do material em questão.

Obtidos os parâmetros lineares no capítulo 4, os mesmos serão empregados para obtenção dos parâmetros que representem os fenômenos não-lineares em misturas asfálticas. O material que será tratado neste capítulo é o mesmo descrito em 4.1, referente às misturas asfálticas de Brito (2006), porém os ensaios estudados serão os seguintes:

- Ensaio de Resistência à Tração sob compressão diametral, para determinação de parâmetros constitutivos com crescimento de dano;
- Ensaio de Fadiga sob compressão diametral, para determinação de parâmetros constitutivos para fadiga;

5.1 DETERMINAÇÃO DE PARÂMETROS CONSTITUTIVOS DE CRESCIMENTO DE DANO

Existem duas situações onde o material, quando carregado, perde sua rigidez: fadiga e o caso estudado neste item, quando o material é submetido a grandes tensões e/ou deformações em um carregamento monotônico. No caso das misturas asfálticas, tal carregamento causa o fenômeno da fluência não-linear, no qual os parâmetros constitutivos das curvas de fluência $D(t)$ e de qualquer compliância $J(t)$, $C_{11}(t)$ e todas outras que existem são incapazes de

modelar, precisando mais parâmetros constitutivos que se encarreguem de modelar a variação da rigidez das curvas de fluência e compliâncias mencionadas.

O método mais comum de determinação da RT em misturas asfálticas é através do ensaio de compressão diametral. Mesmo não se aplicando cargas de tração, as tensões desenvolvidas no eixo de aplicação da carga no corpo-de-prova cilíndrico, no sentido horizontal, são de tração e com valor que pode ser considerado constante para uma carga concentrada, como mostrado na Figura 5.1:

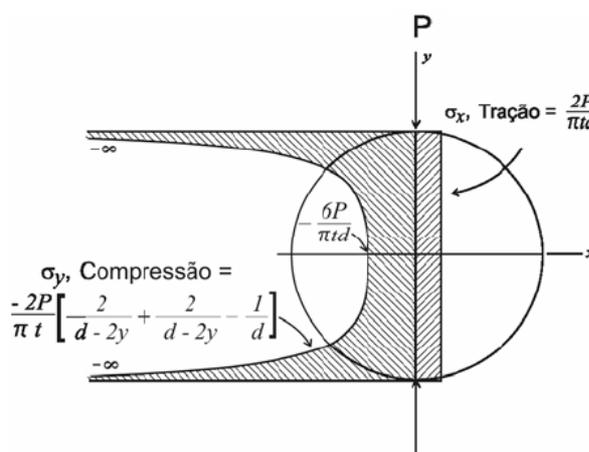


Figura 5.1: Tensões no eixo vertical em ensaio de compressão diametral

O princípio do ensaio é simples. Uma carga diametral P , distribuída em um friso de largura 12,5% do diâmetro do corpo-de-prova, resultante da imposição de uma taxa de deslocamento constante de 0,8 mm/s, é aplicada diametralmente até que se observe a ruptura do material, atingida quando a força de reação medida atinge o seu valor máximo, medida com uma célula de carga ou anel dinamométrico. Entretanto, Brito (2006) mediu além da forma aplicada deslocamentos no sentido transversal à carga, como visto na sequência.

5.1.1 Dados experimentais utilizados na modelagem

Brito (2006) executou ensaios de Resistência à Tração sob compressão em misturas asfálticas com três diferentes índices de vazios, onde foram medidas as forças de reação do pórtico de ensaio e o deslocamento horizontal no setor central do diâmetro perpendicular ao de aplicação da carga, o mesmo considerado no capítulo anterior. As Figuras 5.2 e 5.3 mostram as curvas de força e deslocamento medidas em função do índice de vazios ensaiados, respectivamente:

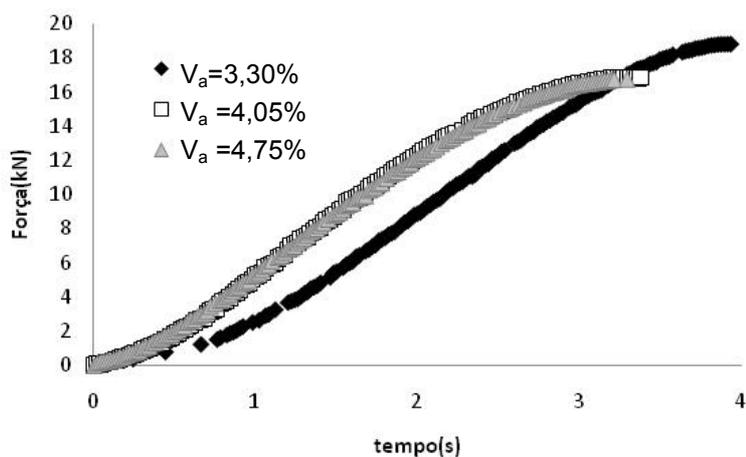


Figura 5.2: Forças no ensaio de resistência a tração em função do índice de vazios

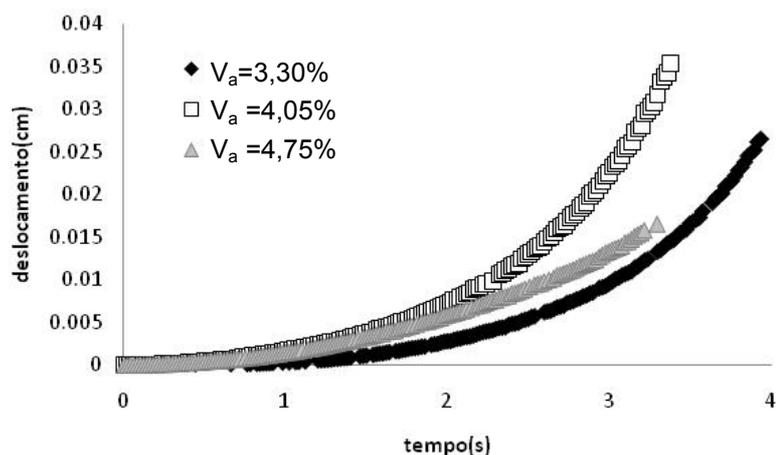


Figura 5.3: Deslocamentos no ensaio de resistência a tração em função do índice de vazios

As Figuras 5.2 e 5.3 mostram os dados obtidos até a ruptura do corpo-de-prova. Nas figuras, é visto claramente o comportamento não-linear do material. Na Figura 5.2, nota-se que próximo da ruptura o acréscimo de força com o tempo é muito pequeno, representando a queda de rigidez do material neste estágio. Na Figura 5.3, nota-se a instabilidade, ou seja, o crescimento com taxa crescente do deslocamento em função do tempo, o que representa uma ruptura.

Os dados vistos nas Figuras 5.2 e 5.3 são referentes aos ensaios a temperatura de 25°C, cujos corpos-de-prova para os índices de vazios de 3,30; 4,05 e 4,75 % são identificados como 2J, 5B e 1Q no trabalho de Brito (2006), onde maiores detalhes da produção destas corpos-de-prova, do procedimento e do equipamento empregado para obtenção dos dados experimentais são vistos.

5.1.2 Metodologia de obtenção dos parâmetros constitutivos

Os parâmetros constitutivos calculados para o caso em estudo são os da Teoria do Potencial de Trabalho de Schapery (1990), expressa pela equação 2.104, onde se determina A_s , α_s e a função $S(t)$. Segundo Lee *et al.* (2003), para uma condição isotérmica, A_s pode ser considerado como constante. Assim, adota-se o valor unitário, seguindo o procedimento dos autores referidos. Quanto à função W_R , esta será adotada como a função de densidade de energia de deformações W , por representar de maneira real, ou seja, em função dos dados experimentais, o valor da energia. Assim, a equação 2.104 é reescrita como a equação 5.1:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \left(\frac{\partial W}{\partial S} \right)^{\alpha_s} \quad (5.1)$$

A função W é calculada através do gráfico deslocamento x força, combinando-se os dados das Figuras 5.2 e 5.3, obtendo-se as sequências da Figura 5.4(a). Com estas, calcula-se a energia W através da integração da força em função do deslocamento, obtendo-se W em função do tempo, como visto na Figura 5.4(b). As funções $W(t)$ permitem que se calcule a função $S(t)$ através do uso da equação 5.1. As derivadas vistas na referida equação são transformadas em diferenças finitas, assim sendo possível reescrever a equação 5.1 como a equação 5.2:

$$\frac{\Delta S}{\Delta t} = \left(\frac{\Delta W}{\Delta S} \right)^{\alpha_s} \quad (5.2)$$

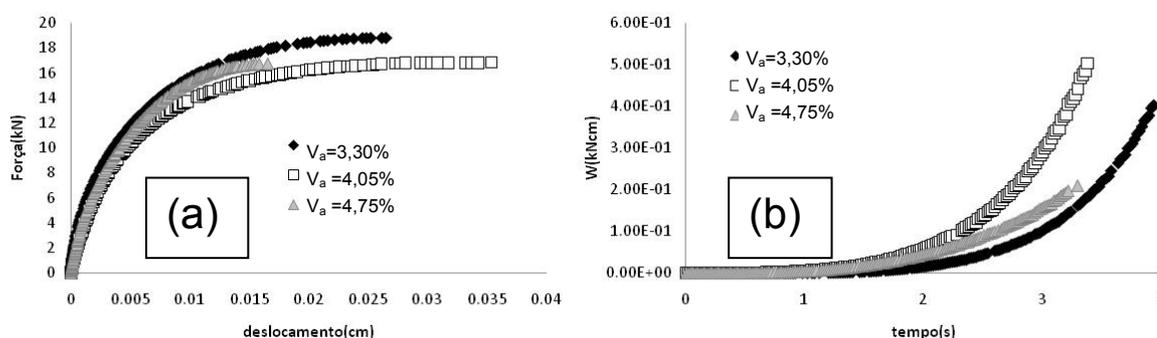


Figura 5.4: (a) Deslocamentos e força e (b) tempo e W para os dados experimentais

Explicitando-se as diferenças vistas na equação 5.2, esta é reescrita conforme a equação 5.3:

$$\frac{S(t_i) - S(t_{i-1})}{t_i - t_{i-1}} = \left[\frac{W(t_i) - W(t_{i-1})}{S(t_i) - S(t_{i-1})} \right]^{\alpha_s} \quad (5.3)$$

Isolando-se $S(t_i)$ na equação 5.3, é obtida a formulação para o cálculo do parâmetro de dano desejado, conforme a equação 5.4:

$$S(t_i) = [W(t_i) - W(t_{i-1})]^{\frac{\alpha_s}{1+\alpha_s}} (t_i - t_{i-1})^{\frac{1}{1+\alpha_s}} + S(t_{i-1}) \quad (5.4)$$

onde t_i é o tempo corrente de cálculo e t_{i-1} é o tempo da etapa anterior de cálculo. Para obtenção de $S(t)$ via equação 5.4, é necessário arbitrar um valor de α_s de forma que se obtenha o melhor ajuste possível da função $K(S)$, definida a seguir. Para o cálculo de $S(t_1)$, fixa-se $t_0=0$ e $S(t_0)=0$, pois no instante inicial não existe dano no material.

Obtidos os valores de S em função do tempo, o próximo passo para cálculo é a aplicação do Princípio da Correspondência Elasto-viscoelástica Estendido (PCEVE) de Schapery para o cálculo do deslocamento horizontal em função do dano. Assim, aplicando-se o PCEVE na solução de Hondros (1959) para compressão diametral, onde $m_1=0,5$, diâmetro de 10,16 cm e razão largura do friso de carga/diâmetro de 0,125; é obtida como resposta a equação 5.5:

$$\Delta U_{5,08 \text{ cm}}(t, S) = F(S) \frac{\overline{IK}}{h} P_R(t) \quad (5.5)$$

onde $F(S)$ é a flexibilidade do material no plano $P_R-\Delta U_{5,08 \text{ cm}}(t, S)$, P_R é a pseudo-carga e \overline{IK} é uma constante. Os valores de \overline{IK} e P_R dependem dos parâmetros constitutivos viscoelásticos empregados na modelagem. Sendo assim, são comparados os resultados de dois pares de parâmetros viscoelásticos: as compliâncias $J(t)$ e B_0 e a dupla $D(t)$ -coeficiente de Poisson. A Tabela 5.1 lista, em função da dupla de parâmetros constitutivos, os valores de \overline{IK} e P_R :

Tabela 5.1: Parâmetros \bar{IK} e P_R em função dos parâmetros constitutivos viscoelásticos adotados

Parâmetros constitutivos viscoelásticos	$P_R(t)$	\bar{IK}
J(t) e B_0	$G_R \int_0^t J(t-t') \frac{\partial P(t')}{\partial t'} dt'$	$0,415976 - 0,182040 \frac{P(t)}{P_R(t)} B_0$
D(t) e coeficiente de Poisson	$2(1+\nu)G_R \int_0^t D(t-t') \frac{\partial P(t')}{\partial t'} dt'$	$0,233936 + 0,780056\nu$

Na Tabela 5.1, G_R é um módulo de cisalhamento constante arbitrário, onde foi adotado $G_R=1$. A carga $P(t)$ é a mesma vista na Figura 5.1, modelada conforme a equação 4.117, onde t_p é o dobro do tempo de ruptura observado e P_{max} é a carga de ruptura.

A adoção de $P(t)$ como sollicitação ocorre pelo fato de se evitar o uso de deslocamentos verticais no cálculo. O ensaio em questão impõe deslocamento medido do diâmetro vertical inteiro. Em 3.2.2.2, são citados os trabalhos de Tayebali *et al.* (1997) e Zhang *et al.* (1997) que alertam sobre o desenvolvimento de deformações plásticas e da validade das soluções elásticas ao longo do diâmetro vertical num ensaio de compressão diametral. Quanto maior o setor do diâmetro onde se medem deslocamentos, maior a influência das deformações plásticas. Como não foram realizados experimentos para obtenção de deformações plásticas, optou-se por não considerar os deslocamentos verticais, pois teria que ser considerada neles, além das deformações viscoelásticas com dano, a atuação das deformações plásticas na força medida. Assim, a hipótese aqui assumida é que a força medida gere nos deslocamentos horizontais medidos deformações plásticas desprezáveis, de forma a que o modelo aqui mostrado considere apenas deformações viscoelásticas com dano.

O próximo passo é escrever a energia W em função da pseudo-carga P_R . Esta relação é expressa pela equação 5.6:

$$W(P_R) = \frac{1}{2} P_R(t) \Delta U_{5,08 \text{ cm}}(t, S) = F(S) \frac{\bar{IK}}{2h} [P_R(t)]^2 \quad (5.6)$$

Substituindo-se a equação 5.6 na equação 5.3, é obtida a equação de onde é extraída a função $F(S)$, expressa pela equação 5.7:

$$\frac{S(t_i) - S(t_{i-1})}{t_i - t_{i-1}} = \left\{ \frac{F[S(t_i)]\overline{IK}(t_i)[P_R(t_i)]^2 - F[S(t_{i-1})]\overline{IK}(t_{i-1})[P_R(t_{i-1})]^2}{2h[S(t_i) - S(t_{i-1})]} \right\}^{\alpha_S} \quad (5.7)$$

Isolando-se $F[S(t_i)]$ da equação 5.7, este pode ser calculado da mesma maneira que S é calculado na equação 5.4, como visto na equação 5.8:

$$F[S(t_i)] = \frac{\frac{2h[S(t_i) - S(t_{i-1})]^{\frac{1+\alpha_S}{\alpha_S}}}{(t_i - t_{i-1})^{\frac{1}{\alpha_S}}} + F[S(t_{i-1})]\overline{IK}(t_{i-1})[P_R(t_{i-1})]^2}{\overline{IK}(t_i)[P_R(t_i)]^2} \quad (5.8)$$

Calculados os valores de $F[S(t_i)]$, são calculados os valores de $K[S(t_i)]$, onde $K[S(t_i)]$ é a rigidez do material no plano $P_R - \Delta U_{5,08 \text{ cm}}(t, S)$, sendo esta calculada como $K[S(t_i)] = 1/F[S(t_i)]$. Para $t=0$, considerou-se $F(0)=1$. Obtida a função $K(S)$, esta é traçada em função dos valores de S obtidos. Assim, o processo consiste na aplicação do formulário apresentado, no qual se varia α_S até que se obtenha o melhor ajuste da função $K(S)=f(S)$.

Gibson *et al.* (2003) apresentam um método de obtenção de $K(S)$ [$C(S)$ na publicação dos autores referidos] semelhante ao apresentado nesta tese, porém não é assumido que $W_R=W$. Neste caso, deve-se assumir uma forma para $C(S)$, no qual se arbitra α_S até que se obtenha o ajuste que se julge razoável para a função.

5.1.3 Resultados obtidos

O formulário apresentado em 5.1.2 permitiu obter os parâmetros constitutivos da Teoria do Potencial de Trabalho de Schapery em função do índice de vazios e da dupla de parâmetros constitutivos adotada. Para o corpo-de-prova 2J (índice de vazios de 3,30 %), foram utilizadas as propriedades viscoelásticas do corpo-de-prova 3K (índice de vazios de 3,33 %); para o

Capítulo 5 – Análise no Regime Não-linear

corpo-de-prova 5B (índice de vazios de 4,05 %), as propriedades do corpo-de-prova 5Q (índice de vazios de 4,09 %); e para o corpo-de-prova 1Q (índice de vazios de 4,75 %), os dados do corpo-de-prova 5I, que possui o mesmo índice de vazios. As funções $D(t)$ utilizadas foram as extraídas dos deslocamentos horizontais com coeficiente de Poisson igual a 0,3. Após, foram obtida as funções $S(t)$, as funções $F(S)$ e $K(S)$, o parâmetro α_S e a separação de deformações lineares e não-lineares proporcionada pelo modelo apresentado.

5.1.3.1 Parâmetro de dano $S(t)$

A Figura 5.5 mostra as funções $S(t)$ obtidas para os três índices de vazios dos corpos-de-prova e dos dois pares de parâmetros constitutivos tomados, totalizando seis sequências. Na Figura, pode-se ver que cada índice de vazios possui uma ordem de grandeza peculiar de valores de S , o que não viabiliza a comparação direta entre as tendências.

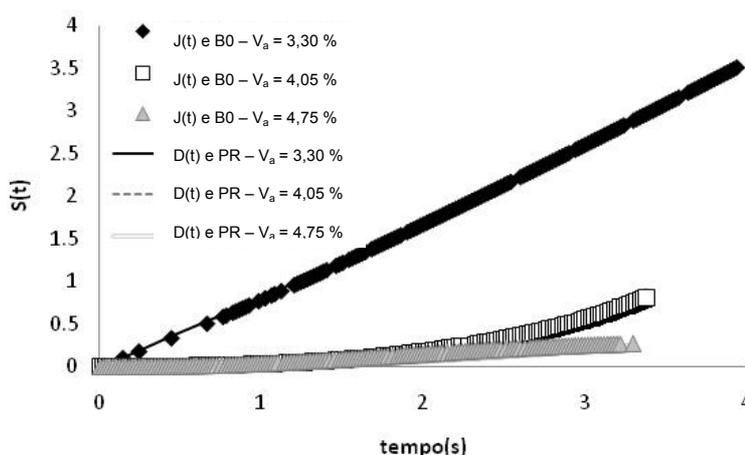


Figura 5.5: Funções $S(t)$ obtidas dos ensaios de resistência a tração

Observando-se as tendências da Figura 5.5, estas não dependem dos parâmetros constitutivos adotados, porém do índice de vazios. Uma melhor observação é feita se as sequências da Figura 5.5 forem traçadas com variáveis normalizadas t_{norm} e S_{norm} , onde $t_{norm} = t/t_{rup}$ e $S_{norm} = S/S_{rup}$, onde t_{rup} e S_{rup} são os valores de t e S na ruptura. O resultado é visto na Figura 5.6. Da Figura, observa-se que a dependência de $S(t)$ está ligada fortemente ao índice de vazios. Para índice de vazios de 3,30%, o crescimento do dano é bem mais uniforme do que para os outros índices de vazios, onde a taxa de crescimento de dano é maior próximo ao momento da ruptura. Acredita-se que isto esteja relacionado à maior rigidez do material para

Capítulo 5 – Análise no Regime Não-linear

um índice de vazios menor, o que para uma mesma taxa de deslocamento aplicada, desenvolve maiores tensões no material e iniciando antecipadamente a propagação de dano.

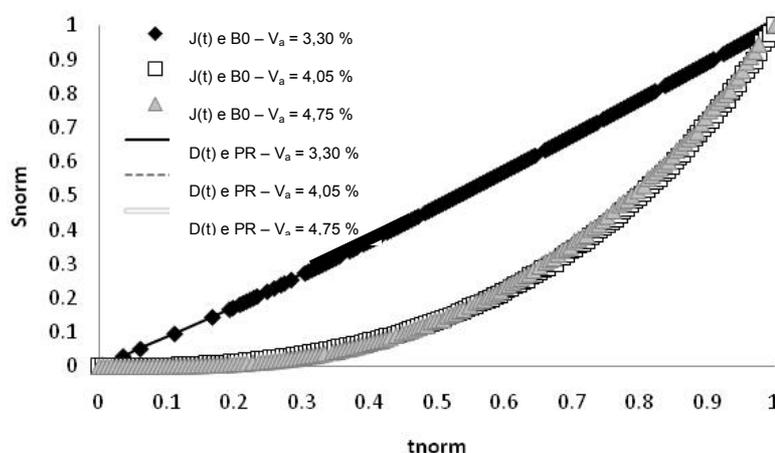


Figura 5.6: Funções $S(t)$ normalizadas obtidas dos ensaios de resistência a tração

5.1.3.2 Rigidez $K(S)$

A Figura 5.7 mostra as funções $K(S)$ obtidas para as situações de índice de vazios e parâmetros constitutivos simuladas. Observando-se a Figura, é possível notar que:

- Em função do índice de vazios do material, existem diferentes variações de $K(S)$ em função de S . Para índices de vazios menores, nota-se uma maior queda de rigidez inicialmente, taxa que vai diminuindo com o crescimento do índice de vazios. Isto comprova os resultados mostrados em 5.1.3.1, no qual mostravam maiores valores de S no início da sollicitação, indicando que dano significativo já acontece desde o início do carregamento, ocorrendo assim uma queda de rigidez precoce, como é visto nas Figuras 5.7(a) e 5.7(b);
- Todas as funções $K(S)$ se ajustaram satisfatoriamente a uma função exponencial do tipo $y=ae^{bx}$, com R^2 sempre maior que 0,99. O parâmetro “b” que representa a taxa de decaimento da rigidez resultou semelhante para os dois grupos de propriedades constitutivas testados, sendo para $J(t)$ e B_0 “b” levemente superior. Quanto ao parâmetro “a”, este resultou diferente para cada situação. O parâmetro α_S (denotado por “alfa” na Figura 5.7) também resultou diferente para as situações estudadas, mas este será discutido em 5.1.3.3;
- Na Figura 5.7, nota-se também que o ajuste das curvas $K(S)$ não foi feita para valores de S a partir de $S=0$. Tal fato se deve a mudança de tendência observada para as sequências, onde se nota um valor de $K(S)$ máximo, no qual representou o início do domínio do ajuste. Um exemplo desta mudança de tendência é mostrado na Figura 5.8.

Capítulo 5 – Análise no Regime Não-linear

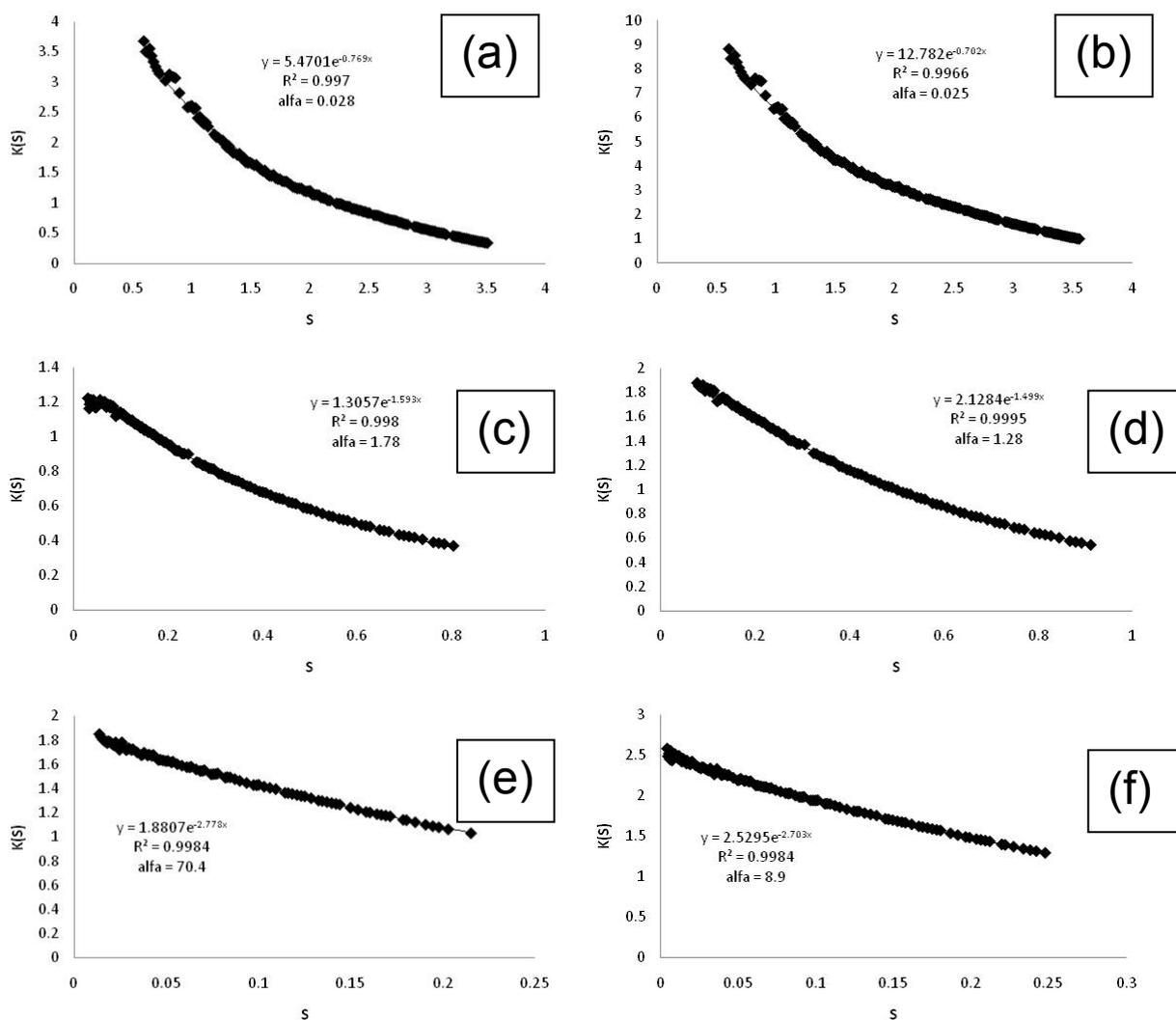


Figura 5.7: Funções $K(S)$ para (a) $J(t)$ e B_0 , $V_a=3,33\%$; (b) $D(t)$ e PR , $V_a=3,33\%$; (c) $J(t)$ e B_0 , $V_a=4,05\%$; (d) $D(t)$ e PR , $V_a=4,05\%$; (e) $J(t)$ e B_0 , $V_a=4,75\%$ e (f) $D(t)$ e PR , $V_a=4,75\%$

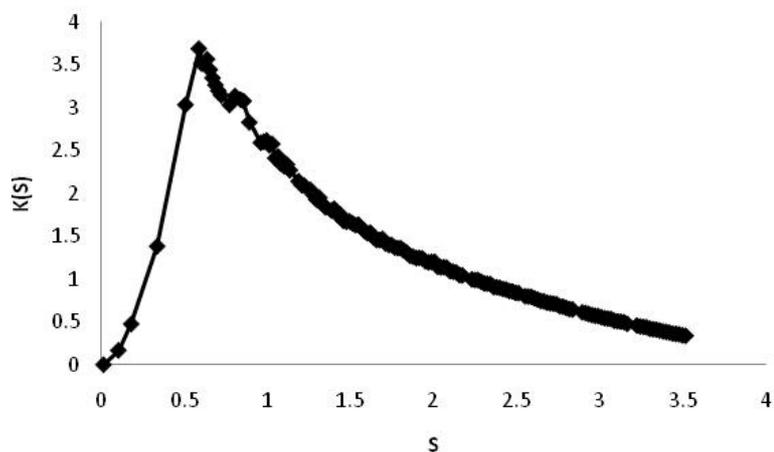


Figura 5.8: Variação de tendência para funções $K(S)$: exemplo $J(t)$ e B_0 , $V_a=3,30\%$

Capítulo 5 – Análise no Regime Não-linear

Constatou-se também que o tempo necessário para atingir o pico de $K(S)$ variou em função do índice de vazios. A Tabela 5.2 mostra os instantes de tempo onde observou-se pico de $K(S)$ em função do índice de vazios e das propriedades constitutivas viscoelásticas adotadas. Não se detectou variação em função das propriedades constitutivas, como visto na Tabela:

Tabela 5.2: Instantes de tempo para pico de $K(S)$

Parâmetros constitutivos viscoelásticos	$e=3,30\%$	$e=4,05\%$	$e=4,75\%$
$J(t)$ e B_0	0,76 s	1,04 s	0,96 s
$D(t)$ e coeficiente de Poisson	0,76 s	1,04 s	0,90 s

Tal fato leva em conta o condicionamento do corpo-de-prova durante o ensaio, que não é feito previamente, como no ensaio de módulo de resiliência. Se a Figura 5.2 é observada, nota-se que a força em função do tempo tem uma forma sigmoideal, com baixa derivada no instante inicial, representado a baixa rigidez do material não condicionado. Teoricamente, os valores da Tabela 5.2 teriam que aumentar com o índice de vazios, mas acredita-se que o fato de isto não ser visto se deve a estrutura interna do material, que pode ter influência se algum agregado estiver colocado nas proximidades do friso de carga, por exemplo.

5.1.3.3 Parâmetro α_S

O parâmetro α_S já foi mostrado na Figura 5.7, quando foram mostradas as funções $K(S)$. Aqui, estuda-se sua relação com o índice de vazios. Para isto, é apresentada a Figura 5.9, que mostra os valores e tendências obtidas do parâmetro α_S em função do índice de vazios:

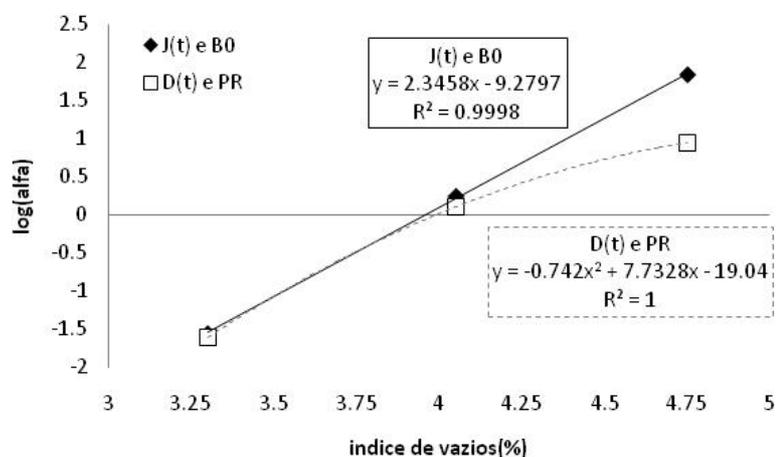


Figura 5.9: Parâmetro α_S em função do índice de vazios

Como visto na Figura 5.9, a relação do parâmetro α_S é expressa pela equação 5.9:

$$\alpha_S = \begin{cases} 10^{2,3458V_a-9,2797} & \text{para } J(t) \text{ e } B_0 \\ 10^{-0,7420V_a^2+7,7328V_a-19,040} & \text{para } D(t) \text{ e } \nu \end{cases} \quad (5.9)$$

onde o índice de vazios V_a é em %. Pela equação 5.9, nota-se uma grande dependência de α_S com o índice de vazios, além de que quanto maior o índice de vazios, maior a dependência de α_S em função dos parâmetros constitutivos viscoelásticos adotados. Da equação 5.9 também nota-se que o valor de α_S obtido para o índice de vazios 4,09% e utilizando J(t) e B_0 é semelhante ao encontrado na literatura (variação em torno de 1,75 a 2,35) para misturas asfálticas, cujo índice de vazios de projeto é 4 %, intervalo que não é cumprido ao utilizar D(t) e o coeficiente de Poisson. Quando o índice de vazios cresce para 4,75 %, os valores de α_S para J(t)- B_0 e D(t)-PR são 70,4 e 8,9; respectivamente.

Em outras palavras, considerando-se os parâmetros constitutivos J(t) e B_0 mais realistas quanto ao comportamento tensão-deformação das misturas asfálticas, a adoção dos parâmetros D(t) e coeficiente de Poisson pode fornecer previsões de crescimento de dano irrealistas para misturas asfálticas, dada a dependência de K(S) com relação a α_S . Para comprovar tal fato, foi feito o cálculo da diferença percentual da função K(S) obtida para o par J(t) e B_0 e para a mesma função obtida pelos mesmos parâmetros viscoelásticos, porém utilizando os α_S determinados com D(t) e o coeficiente de Poisson. Os resultados são vistos na Figura 5.10, que podem ser assim descritos:

- Para o índice de vazios de 3,30 %, o erro é baixo, Há um crescimento do erro em função de S, porém este não ultrapassa a uma superestimativa de 4 % do valor da rigidez K(S);
- Para índice de vazios 4,05 %, existe notável superestimativa de rigidez, no qual começa com algo próximo dos 5 % de superestimativa, atingindo algo próximo dos 25 % de superestimativa na ruptura. Em outras palavras, usar os parâmetros D(t) e coeficiente de Poisson para estimar o crescimento do dano em misturas asfálticas, exceto na situação unidimensional [no qual D(t) é o parâmetro ideal], pode ser altamente contra a segurança uma vez que a rigidez é superestimada, ainda mais pelo fato de que 4 % é o índice de vazios de projeto nas metodologias de projeto volumétrico mais usadas no meio da pavimentação;
- Para índice de vazios de 4,75 %, inicialmente existe uma subestimativa da rigidez, o que estaria a favor da segurança. Porém, com o crescimento de S, superestima-se o erro novamente, chegando-se a um erro próximo de 15 % na ruptura;

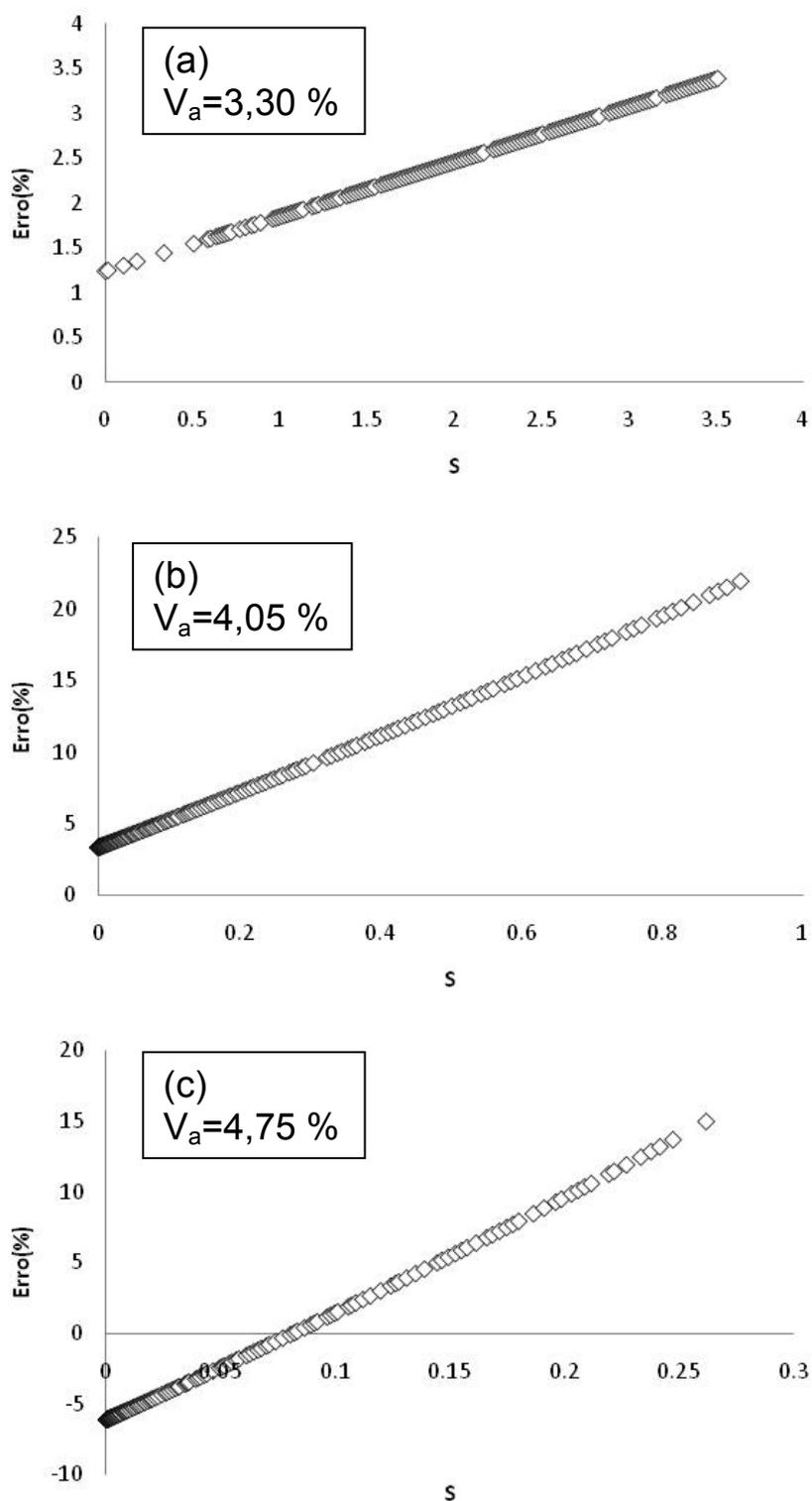


Figura 5.10: Erros percentuais de funções $K(S)$ para índices de vazios de (a) 3,30 %; (b) 4,05% e (c) 4,75 %

5.1.3.4 Separação de deslocamentos lineares e não-lineares

Alguns modelos para fluência não-linear, como os mostrados por Fedorovsky (2009) e Schapery (1969), distinguem as deformações em deformações lineares e não-lineares para obtenção dos seus parâmetros constitutivos. Com esta separação, também é possível obter uma tensão a partir da qual é notado o comportamento não-linear no material. No caso estudado, é preciso obter os deslocamentos não-lineares em função dos deslocamentos lineares, através do uso das equações 5.10 e 5.11, referentes ao uso dos parâmetros constitutivos nelas vistos:

$$\Delta U_{nlin\ 5,08\ cm} = \Delta U_{5,08\ cm} - \left[\frac{0,415976}{h} \int_0^t J(t-t') \frac{\partial P(t')}{\partial t'} dt' - \frac{0,182040}{h} B_0 P(t) \right] \quad (5.10)$$

$$\Delta U_{nlin\ 5,08\ cm} = \Delta U_{5,08\ cm} - \left[\frac{(0,233936 + 0,780056\nu)}{h} \int_0^t D(t-t') \frac{\partial P(t')}{\partial t'} dt' \right] \quad (5.11)$$

onde $\Delta U_{nlin\ 5,08\ cm}$ é a parcela de deslocamento não-linear procurada. Em função dos resultados obtidos, algumas sequências mostraram claramente dois trechos de deformações não-lineares: o primeiro que acontece no condicionamento, logo no início do carregamento; e um segundo, quando o dano atinge altos valores até a ruptura. Entre estes intervalos, a diferença entre as deformações resultou valores negativos de pequena ordem, o que foi considerado como o não desenvolvimento de deformações não-lineares. A Tabela 5.3 mostra os valores de carga a partir do qual se detectou deslocamentos não-lineares. A Figura 5.11 mostra a magnitude de deslocamentos não-lineares medidos em função do tempo para as situações simuladas. A fração da carga de ruptura esta representada entre parênteses.

Tabela 5.3: Cargas de não-linearidade nos ensaios de resistência à tração

Parâmetros constitutivos viscoelásticos	$V_a=3,30\ \%$	$V_a=4,05\ \%$	$V_a=4,75\ \%$
J(t) e B_0	12,99 kN (0,69)	12,51 kN (0,74)	*
D(t) e coeficiente de Poisson	13,34 kN (0,71)	**	**

* Valor não estabelecido: $\Delta U_{nlin\ 5,08\ cm}$ sempre < 0 | ** Valor não estabelecido: $\Delta U_{nlin\ 5,08\ cm}$ sempre > 0

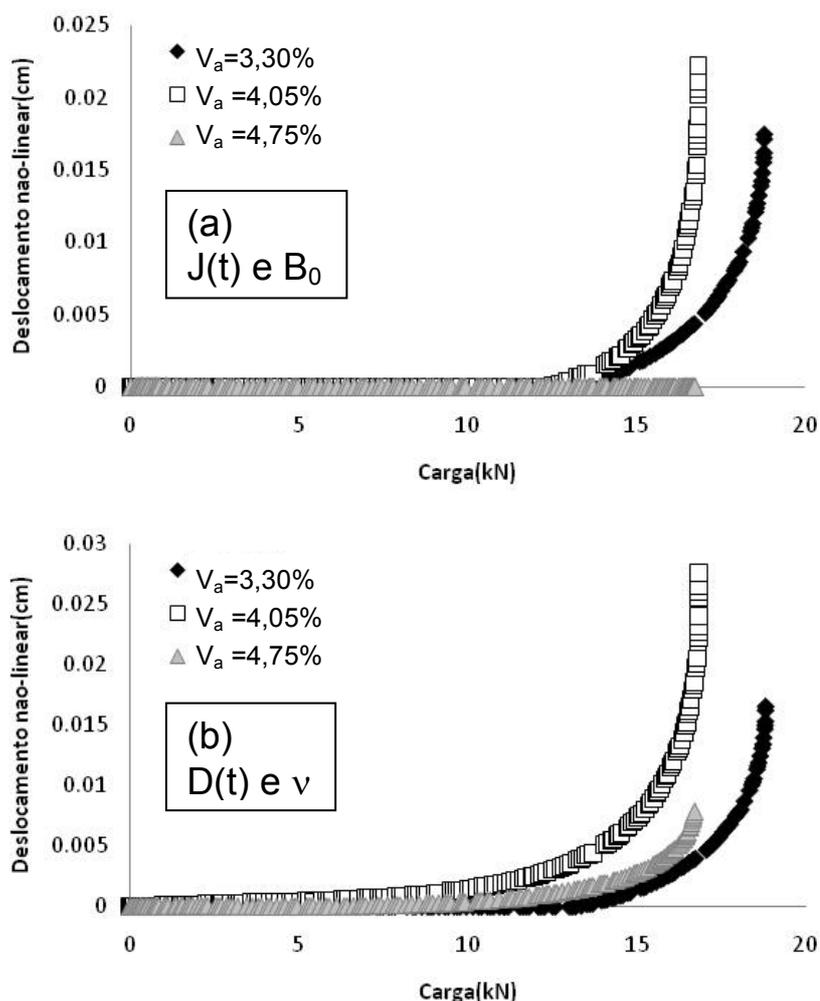


Figura 5.11: Deslocamentos não-lineares calculados utilizando (a) $J(t)$ e B_0 e (b) $D(t)$ e v

O índice de vazios de 3,30 % foi o único no qual foi possível estimar a carga de não-linearidade para os materiais em ambos os casos. Acredita-se que as propriedades constitutivas viscoelásticas empregadas para este índice de vazios sejam as mais próximas das propriedades reais, que deveriam ser previamente obtidas em ensaio no mesmo corpo-de-prova. Quanto aos outros índices de vazios, as informações não são conclusivas devido ao desconhecimento das propriedades constitutivas viscoelásticas dos materiais para os índices de vazios de 4,05 % e 4,75 %. No caso da Figura 5.11(a), não se notou deslocamentos não-lineares talvez pelo fato da diferença de propriedades viscoelásticas com relação às estimadas, no qual se acredita representar um material mais rígido do que as propriedades adotadas, pois a resistência à tração para 4,75 % resultou muito semelhante à resistência a tração para 4,05%.

5.2 DETERMINAÇÃO DE PARÂMETROS CONSTITUTIVOS PARA FADIGA

O fenômeno estudado neste item será o fenômeno da fadiga, que representa a perda de rigidez ao material em função da repetição de aplicações de carga, mesmo estas sendo menores que as cargas que causam os fenômenos não-lineares discutidos em 5.1.

Neste item serão estudadas duas modalidades de parâmetros constitutivos, listadas a seguir:

- Estudo das compliâncias do material em função do número de ciclos de carga N e da evolução do índice de vazios no material em função deste;
- Estudo dos parâmetros constitutivos obtidos da aplicação da Teoria do Potencial de Trabalho de Schapery (1990).

5.2.1 Ensaio utilizado para a modelagem

Os dados experimentais aqui empregados são também originários da dissertação de mestrado de Brito (2006). Brito realizou ensaios de fadiga sob compressão diametral com tensão controlada, cujo pulso de carga do ciclo carga-descanso foi de 0,135 s e pico de carga de 3,5 kN. A Figura 5.12 mostra um pulso de carga típico registrado no ensaio:

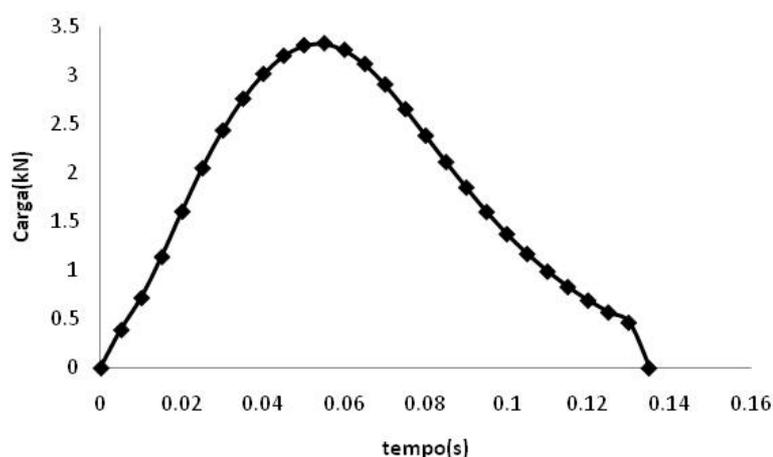


Figura 5.12: Forma típica do pulso de carga no ensaio de fadiga

Além da carga em função do tempo, Brito também mediu o deslocamento horizontal no setor central do diâmetro perpendicular ao de aplicação de carga no corpo-de-prova, isto é, foram medidos deslocamentos para $m_1=0,5$. Foram obtidos dados de 131000 ciclos de carga, sendo

Capítulo 5 – Análise no Regime Não-linear

utilizados dados de 130000 ciclos nesta tese. A Figura 5.13 mostra os resultados obtidos no plano deslocamento x força, traçados de 10000 em 10000 ciclos:

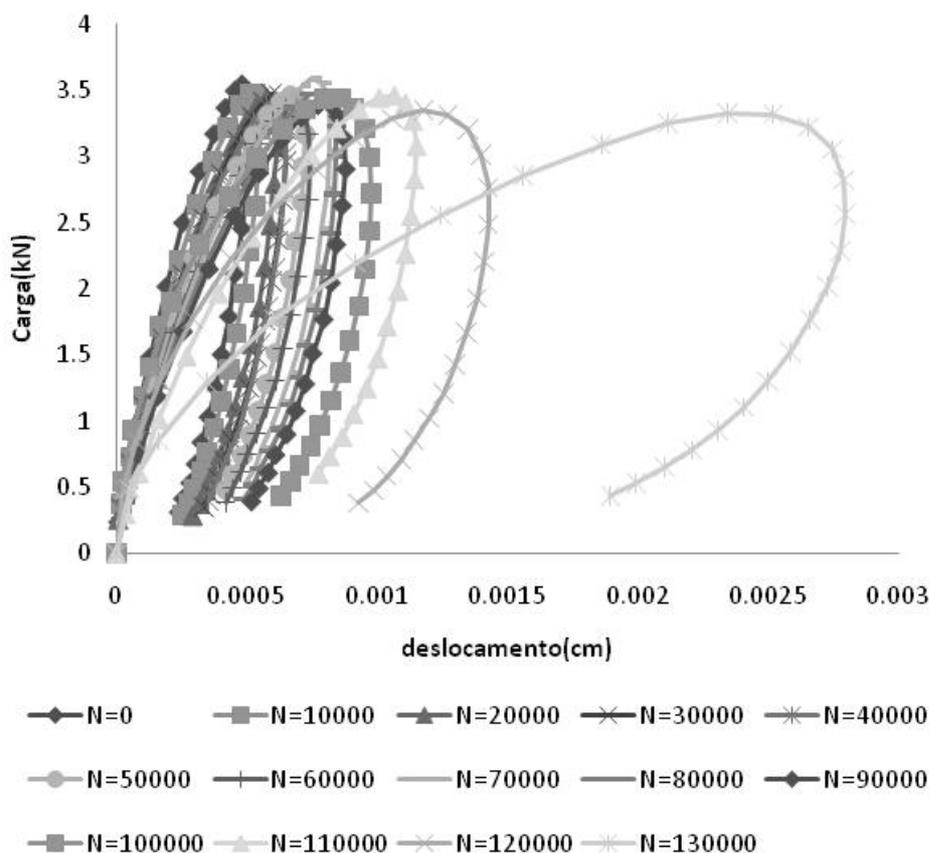


Figura 5.13: Sequências deslocamento x carga do ensaio de fadiga de Brito (2006)

Na Figura 5.13 é vista claramente a queda de rigidez do material, em função da queda da inclinação média das curvas deslocamento x carga. Também é visto o aumento da energia dissipada a cada ciclo, pelo aumento da área do ciclo de histerese. Nota-se que o ciclo 130000 está próximo da ruptura por sua grande energia dissipada frente aos outros ciclos. Isto se constata experimentalmente, a ruptura ocorreu para um ciclo próximo do ciclo 131000.

5.2.2 Análise das compliâncias em função do número de ciclos de carga

Além do modelo da Teoria do Potencial de Trabalho de Schapery (1990), a presente tese analisou o que aconteceria com a rigidez do material no âmbito viscoelástico, analisando suas propriedades constitutivas viscoelásticas diretamente em função de N . Na Teoria do Potencial de Trabalho, trabalha-se com o PCEVE de Schapery (1984), onde as variáveis envolvidas são

Capítulo 5 – Análise no Regime Não-linear

pseudo-variáveis que seguem uma relação constitutiva linear-elástica, onde se elimina o efeito do tempo e se obtém o desenvolvimento do dano em função dos ciclos, mas a mesma teoria não fornece subsídios para o cálculo das propriedades constitutivas do material diretamente.

5.2.2.1 Hipóteses assumidas e metodologia de obtenção das compliâncias

Para o cálculo das compliâncias viscoelásticas, assume-se que os deslocamentos em função do número de ciclos N possam ser escritos conforme a equação 5.12:

$$\Delta U_{5,08\text{ cm}}(t, N) = \frac{1}{h} \int_0^t C(t - t', N) \frac{\partial P(t')}{\partial t'} dt' \quad (5.12)$$

onde $C(t, N)$ é uma compliância em função de N que relaciona a carga $P(t)$ com os deslocamentos. A equação 5.12 carrega em si a consideração das hipóteses listadas a seguir:

- Gradientes de deslocamentos de segunda ordem desprezíveis;
- Propriedades constitutivas constantes ao longo do corpo-de-prova, para qualquer N ;
- Propriedades constitutivas constantes ao longo do ciclo de carga. Tal fato permite a aplicação PCEV, ferramenta do qual se gerou a equação 5.12. Assim, N é uma variável discreta e não varia ao longo do tempo;

Além das hipóteses acima, este é um método somente válido para as condições de magnitude de carga e tempo de pulso em questão. Na prática, seria necessária uma gama de ensaios de fadiga variando magnitude de carga e tempo de pulso para uma generalização do modelo. Entretanto, como se tem a intenção de justamente mostrar o comportamento das curvas de fluência com N respeitando as hipóteses estabelecidas, prossegue-se com a modelagem.

A compliância $C(t, N)$ é modelada conforme a equação 5.13:

$$C(t, N) = C(N)_0 + \sum_{i=1}^5 C(N)_i \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau(N)_i}} \right) \quad (5.13)$$

Capítulo 5 – Análise no Regime Não-linear

Na equação 5.13, nota-se que toda a dependência da compliância em função de N é transferida para os parâmetros a determinar da função. Em função dos resultados obtidos, será possível saber se o processo de fadiga afeta somente a rigidez do material [$C(N)_i$ varia somente] ou se também afeta o comportamento viscoelástico, com a variação dos $\tau(N)_i$.

Quanto à carga $P(t)$, esta é modelada como um polinômio de quinta ordem, igualmente feito na equação 4.6, apenas adicionando-se um termo de quinta ordem ($n=5$). Em função dos deslocamentos em cada ciclo de carga, as constantes na equação 5.13 são determinadas substituindo-se a equação 5.13 e $P(t)$ na equação 5.12 e aplicando-se o método descrito em 4.2.1.1, no qual o vetor incógnita resulta diretamente nas constantes de ajuste $C(N)_i$.

Para o cálculo dos parâmetros constitutivos $J(t)$, B_0 , $D(t)$ e coeficiente de Poisson em função de N , é necessário encontrar uma relação entre o volume de vazios e N , de forma a encontrar B_0 como uma função de N e assim ser possível calcular todos os outros parâmetros constitutivos. O procedimento consiste em determinar os parâmetros da equação 5.13 como uma função do índice de vazios, feito utilizando a função $J(t)$ de forma a determinar os pares ordenados V_{a_j} e N_j que satisfaçam a equação 5.14:

$$0,415976J_i(V_{a_j}) - 0.182040B_i(V_{a_j}) = C(N_j)_i \quad (5.14)$$

onde i varia de 0 a 5 e $B_i=0$ para i diferente de 0. Após encontrar os pares ordenados de N e V_a para i variando de 0 a 5, o que retorna em 6 índices de vazios diferentes, o índice de vazios V_{a_j} considerado para N_j é calculado em função da fração de contribuição da compliância $C(N)_i$ no pico de deslocamento observado para o ciclo N , conforme a equação 5.15:

$$V_{a_j} = \sum_{k=0}^5 \frac{w_k V_{a_j}(i)}{100} \quad (5.15)$$

onde w_k é a fração de contribuição da compliância $C(N)_k$ no deslocamento de pico para o ciclo N . Os valores de w_k são vistos na Tabela 5.4:

Tabela 5.4: Valores de w_k em função de N

N*	w_0	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	N*	w_0	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5
0	34,02	39,07	23,28	3,63	0,01	0,00	70000	14,61	49,06	34,91	1,42	0,00	0,00
10000	23,25	47,64	27,63	1,47	0,00	0,00	80000	12,49	49,93	35,81	1,77	0,00	0,00
30000	23,77	44,73	30,40	1,11	0,00	0,00	90000	16,25	48,10	35,62	0,03	0,00	0,00
40000	23,31	45,84	29,28	0,61	0,00	0,95	110000	2,55	52,63	44,68	0,14	0,00	0,00
50000	19,74	45,89	33,49	0,88	0,00	0,00	120000	3,14	59,40	36,99	0,47	0,00	0,00
60000	23,51	44,75	31,31	0,43	0,00	0,00	130000	0,15	56,34	43,40	0,11	0,00	0,00

*Para N=20000 e 100000, os valores resultaram fora da tendência geral dos resultados, considerados espúrios

Obtida a relação de N com o índice de vazios, B_0 é calculado através da equação 4.25, permitindo a determinação das constantes das funções J(t) e D(t) através das equações 5.16 e 5.17, respectivamente. O coeficiente de Poisson em função de N é obtido com a equação 5.18:

$$J_i(N) = 2,403985C(N)_i + 0,437621B_i(N) \quad (5.16)$$

$$D_i(N) = \frac{J_i(N)}{3} + \frac{B_i(N)}{9} \quad (5.17)$$

$$\nu_0(N) = 1,281959 C(N)_0/D_0(N) - 0,3 \quad (5.18)$$

onde ν_0 é o coeficiente de Poisson referente a parcela elástica do deslocamento. A variação das propriedades constitutivas viscoelásticas em função de N foi estudada também em função de fatores de translação, de forma a modelar a curva C(t,N) conforme a equação 5.19:

$$C(t, N) = \frac{C(0)_0}{a_V(N)} + \sum_{i=1}^5 \frac{C(0)_i}{a_V(N)} \left(1 - e^{-\frac{a_H(N)t}{\tau(0)_i}} \right) \quad (5.19)$$

Capítulo 5 – Análise no Regime Não-linear

onde o ciclo N=0 foi adotado como referência, ou seja, o material intacto. Os fatores de translação foram determinados pela mesma metodologia descrita em 4.2.1.1.

5.2.2.2 Função C(t,N) obtida

As Tabelas 5.5 e 5.6 mostram os valores das constantes C(N)_i e τ(N)_i obtidas:

Tabela 5.5: Parâmetros da função C(N,t) para N de 0 a 60000 ciclos

Compl. (MPa ⁻¹)	N(ciclos)						
	0	10000	20000	30000	40000	50000	60000
C(N) ₀	3,444.10 ⁻⁵	2,820.10 ⁻⁵	1,010.10 ⁻⁵	3,219.10 ⁻⁵	3,147.10 ⁻⁵	2,925.10 ⁻⁵	3,837.10 ⁻⁵
C(N) ₁	3,951.10 ⁻⁵	5,324.10 ⁻⁵	7,934.10 ⁻⁵	5,768.10 ⁻⁵	6,039.10 ⁻⁵	6,486.10 ⁻⁵	6,941.10 ⁻⁵
C(N) ₂	9,738.10 ⁻⁵	1,286.10 ⁻⁴	1,665.10 ⁻⁴	1,631.10 ⁻⁴	1,758.10 ⁻⁴	1,914.10 ⁻⁴	2,252.10 ⁻⁴
C(N) ₃	1,632.10 ⁻⁴	9,852.10 ⁻⁵	1,139.10 ⁻⁴	8,192.10 ⁻⁵	5,291.10 ⁻⁵	7,724.10 ⁻⁵	4,292.10 ⁻⁵
C(N) ₄	5,591.10 ⁻⁶	6,915.10 ⁻⁸	2,203.10 ⁻⁷	8,202.10 ⁻⁷	2,563.10 ⁻⁷	4,234.10 ⁻⁷	3,633.10 ⁻⁷
C(N) ₅	2,989.10 ⁻¹²	3,017.10 ⁻¹³	2,328.10 ⁻¹⁴	3,480.10 ⁻¹³	2,260.10 ⁻¹³	5,106.10 ⁻¹⁴	1,856.10 ⁻¹³
τ(N) ₁ (s)	1,394.10 ⁻²	1,172.10 ⁻²	1,327.10 ⁻²	1,207.10 ⁻²	1,169.10 ⁻²	1,028.10 ⁻²	1,401.10 ⁻²
τ(N) ₂ (s)	1,696.10 ⁻¹	1,909.10 ⁻¹	2,175.10 ⁻¹	1,891.10 ⁻¹	1,899.10 ⁻¹	1,799.10 ⁻¹	2,167.10 ⁻¹
τ(N) ₃ (s)	2,064	3,109	3,565	2,963	3,086	3,149	3,352
τ(N) ₄ (s)	2,512.10 ¹	5,062.10 ¹	5,843.10 ¹	4,641.10 ¹	5,015.10 ¹	5,510.10 ¹	5,185.10 ¹
τ(N) ₅ (s)	3,056.10 ²	8,243.10 ²	9,578.10 ²	7,269.10 ²	8,150.10 ²	9,643.10 ²	8,020.10 ²
R ²	0,9986	0,9986	0,9986	0,9982	0,9984	0,9979	0,9983

Tabela 5.6: Parâmetros da função C(N,t) para N de 70000 a 130000 ciclos

Compl. (MPa ⁻¹)	N(ciclos)*					
	70000	80000	90000	110000	120000	130000
C(N) ₀	2,370.10 ⁻⁵	2,343.10 ⁻⁵	3,155.10 ⁻⁵	7,515.10 ⁻⁶	1,004.10 ⁻⁵	1,144.10 ⁻⁶
C(N) ₁	7,548.10 ⁻⁵	8,578.10 ⁻⁵	8,701.10 ⁻⁵	1,314.10 ⁻⁴	1,795.10 ⁻⁴	3,607.10 ⁻⁴
C(N) ₂	2,230.10 ⁻⁴	2,485.10 ⁻⁴	2,712.10 ⁻⁴	3,728.10 ⁻⁴	5,168.10 ⁻⁴	9,879.10 ⁻⁴
C(N) ₃	1,713.10 ⁻⁴	1,753.10 ⁻⁴	3,021.10 ⁻⁶	1,576.10 ⁻⁵	9,016.10 ⁻⁵	3,001.10 ⁻⁵
C(N) ₄	2,089.10 ⁻⁸	3,869.10 ⁻⁷	3,361.10 ⁻⁷	7,725.10 ⁻⁷	9,703.10 ⁻⁷	6,937.10 ⁻⁶
C(N) ₅	4,013.10 ⁻¹⁵	6,100.10 ⁻¹³	4,191.10 ⁻¹³	2,837.10 ⁻¹³	5,308.10 ⁻¹³	1,829.10 ⁻¹²
τ(N) ₁ (s)	8,471.10 ⁻³	1,172.10 ⁻²	1,162.10 ⁻²	1,274.10 ⁻²	1,401.10 ⁻²	1,424.10 ⁻²
τ(N) ₂ (s)	1,833.10 ⁻¹	1,902.10 ⁻¹	1,924.10 ⁻¹	2,021.10 ⁻¹	2,167.10 ⁻¹	2,002.10 ⁻¹
τ(N) ₃ (s)	3,967	3,087.	3,187	3,205	3,351	2,815
τ(N) ₄ (s)	8,585.10 ¹	5,010.10 ¹	5,278.10 ¹	5,083.10 ¹	5,183.10 ¹	3,959.10 ¹
τ(N) ₅ (s)	1,858.10 ³	8,132.10 ²	8,742.10 ²	8,061.10 ²	8,017.10 ²	5,567.10 ²
R ²	0,9978	0,9983	0,9980	0,9979	0,9983	0,9979

* Os dados para 100000 ciclos se apresentaram fora da tendência geral e foram considerados espúrios

Capítulo 5 – Análise no Regime Não-linear

A Figura 5.14 mostra as tendências de $C(N)_i$ e $\tau(N)_i$ em função do número de ciclos. A tendência de $C(N)_5$ não é vista na Figura 5.14 devido ao seu insignificante valor frente as outras, como observado nas Tabelas 5.5 e 5.6.

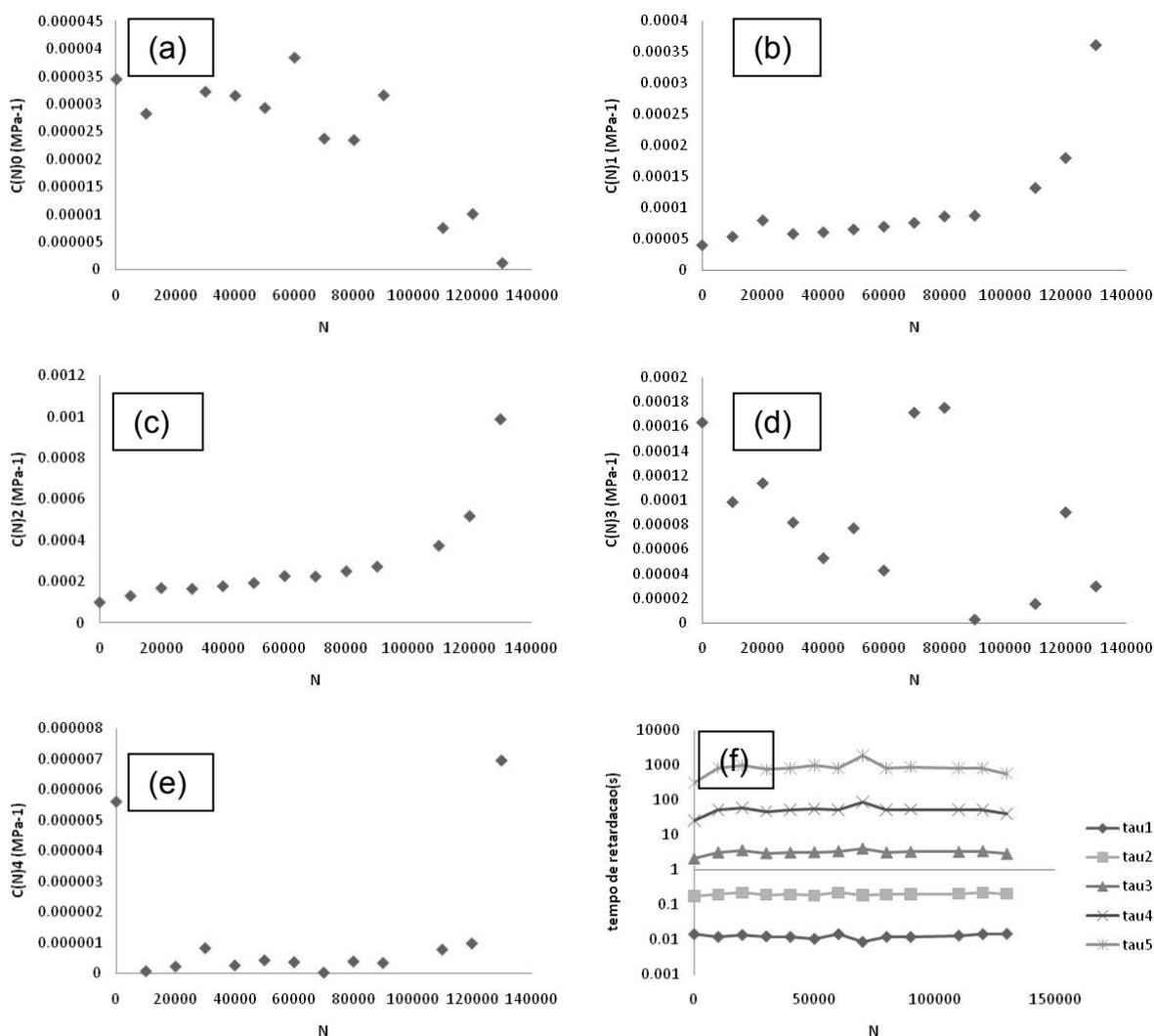


Figura 5.14: Parâmetros da curva $C(t,N)$: (a) $C(N)_0$, (b) $C(N)_1$, (c) $C(N)_2$, (d) $C(N)_3$, (e) $C(N)_4$ e (f) tempo de retardação $\tau(N)$

Na Figura 5.14, nota-se que as tendências $C(N)_1$ e $C(N)_2$ são bastante semelhantes e possuem uma tendência mais clara, sem muita dispersão de valores. Observa-se que seus valores no final do ensaio (N próximo dos 130000 ciclos) possuem uma grande taxa de crescimento frente aos demais ciclos. Quanto a sequência $C(N)_0$, nota-se que esta decai em função do número de ciclos, talvez pelo maior crescimento de B_0 , no qual $C(N)_0$ é função, acreditando-se que pelo considerável crescimento do índice de vazios na amostra durante o ensaio. O

Capítulo 5 – Análise no Regime Não-linear

parâmetro $C(N)_3$ apresentou uma tendência dispersa de valores, porém sendo possível notar uma queda para um número de ciclos iniciais, com estabilização de valores no final. A tendência de $C(N)_4$ apresentou valores iniciais e finais superiores, com valores estáveis para número de ciclos intermediários. Os tempos de retardação apresentaram leve variação para os ciclos iniciais, observando-se uma tendência estável para os mesmos logo após.

Observando-se as Figuras 5.14(b) e 5.14(c) e combinado com as informações da Tabela 5.4, nota-se que as parcelas 1 e 2 de deslocamento viscoelástico é que regem o comportamento do material próximo a ruptura. A parcela elástica pura perde em significância ao longo dos ciclos, até ter importância quase nula na proximidade da ruptura. Tal queda, como mencionado anteriormente, pode estar relacionada ao significativo crescimento da compressibilidade B_0 do material, conseqüentemente do seu índice de vazios, como investigado a seguir. A Figura 5.15 mostra as curvas $C(t,N)$ traçadas em função do tempo:

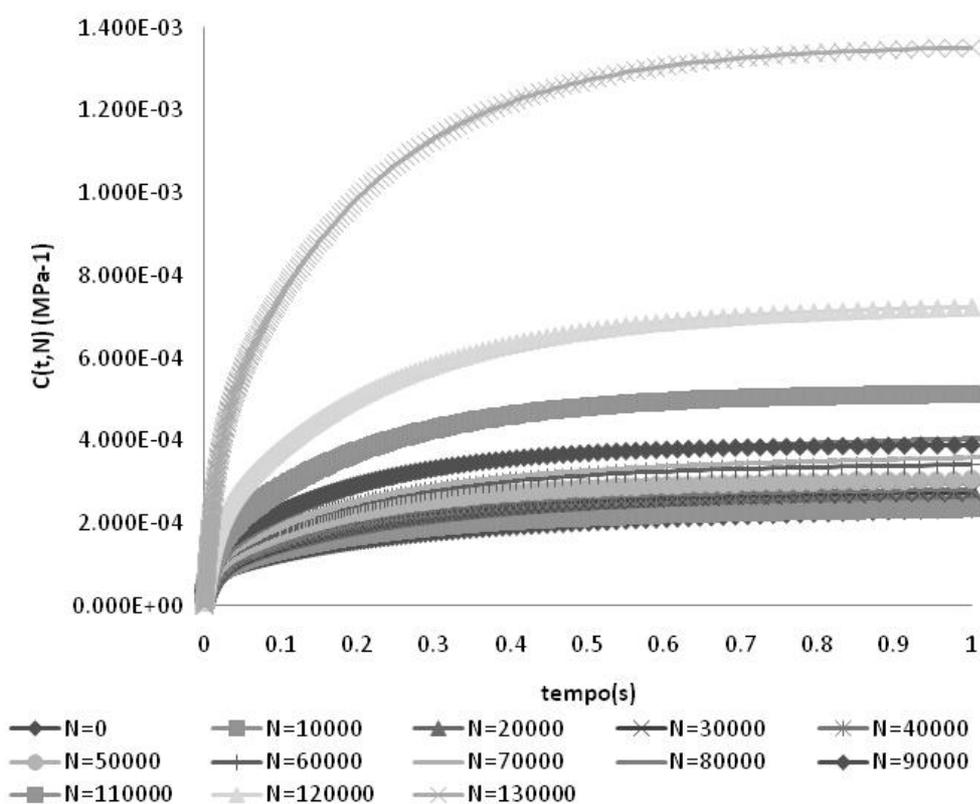


Figura 5.15: Funções $C(t,N)$ do ensaio de fadiga

5.2.2.3 Relação do número de ciclos com o índice de vazios

A aplicação da equação 5.14 resultou nos pares ordenados e_j e N_j mostrados na Tabela 5.7. Foram utilizados somente os dados para i igual a 0, 1 e 2, pela importância que estes tem na deformação total e pela tendência mais clara destes em função de N . Desta maneira, a equação 5.15 é reformulada de forma a considerar a nova situação, conforme a equação 5.20:

$$V_{a_j} = \sum_{k=0}^2 \frac{w_k V_{a_j}(i)}{w_0 + w_1 + w_2} \quad (5.20)$$

Tabela 5.7: Pares ordenados e_j e N_j obtidos

V_{a_j} (%)	N_j		
	$i=1$	$i=2$	$i=0$
3,33	9905,99	5346,84	**
3,45	9800,67	3101,48	**
3,88	10230,85	7253,37	**
4,09	*	*	**
4,50	11408,83	11233,20	12863,55
4,75	11448,50	11204,16	12137,55

*valores espúrios | **valores fora do domínio $0 \leq N \leq 130000$

Como visto na Tabela 5.7, alguns dados não puderam ser adotados ou calculados, devido aos motivos explicados na própria tabela. Assim, optou-se por utilizar os dados experimentais mostrados na Tabela 5.7 diretamente no equacionamento da relação índice de vazios e N , sem utilizar a equação 5.20, procurando manter fidelidade aos dados experimentais, embora isso representasse um menor R^2 no ajuste. Assim, os dados da Tabela 5.7 se ajustavam em uma função potencial cujo R^2 foi 0,6474. O resultado do ajuste é visto na equação 5.21. A comparação dos dados experimentais e da função ajustada é vista na Figura 5.16:

$$V_a(N) = 3,3631 + 0,000107 \left(\frac{N}{10000} \right)^{3,7539} \quad (5.21)$$

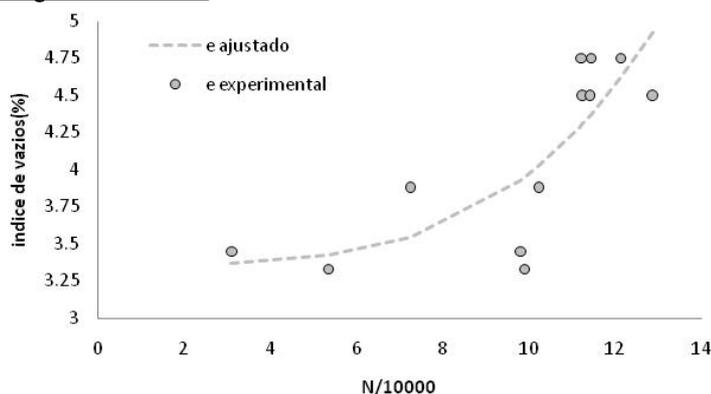


Figura 5.16: Função ajustada $e=f(N)$ comparada aos dados experimentais

Pela equação 5.21 e pela Figura 5.16, constata-se que existe uma taxa crescente do índice de vazios em função do número de ciclos, o que aumentaria consideravelmente a compressibilidade do material nos ciclos finais como foi sugerido anteriormente. Também nota-se que o material possuía um índice de vazios inicial de 3,36 % segundo o modelo empregado, dentro do intervalo de trabalho de índices de vazios desta tese: 3,30 a 4,75 %.

5.2.2.4 Obtenção das funções $J(t,N)$, $D(t,N)$ e das constantes $B_0(N)$ e $v(N)$

A aplicação das equações 5.16 e 5.17 resulta nos dados das Tabelas 5.8 e 5.9 para as constantes $J_i(N)$ e $D_i(N)$, respectivamente, para $i \neq 0$.

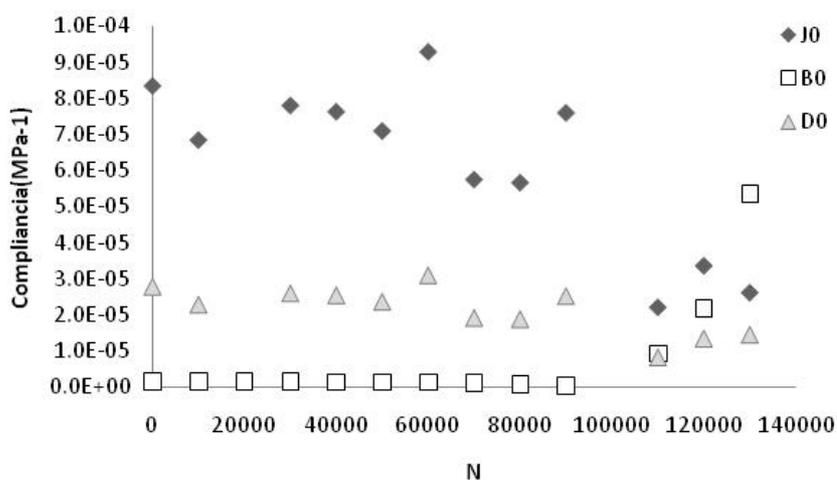
Tabela 5.8: Constantes J_i ($i \neq 0$) calculadas, em função de N

N	Compliances (MPa ⁻¹)				
	J_1	J_2	J_3	J_4	J_5
0	$9,499 \cdot 10^{-5}$	$2,341 \cdot 10^{-4}$	$3,924 \cdot 10^{-4}$	$1,344 \cdot 10^{-5}$	$7,185 \cdot 10^{-12}$
10000	$1,280 \cdot 10^{-4}$	$3,092 \cdot 10^{-4}$	$2,368 \cdot 10^{-4}$	$1,662 \cdot 10^{-7}$	$7,252 \cdot 10^{-13}$
20000	$1,907 \cdot 10^{-4}$	$4,003 \cdot 10^{-4}$	$2,738 \cdot 10^{-4}$	$5,297 \cdot 10^{-7}$	$5,596 \cdot 10^{-14}$
30000	$1,387 \cdot 10^{-4}$	$3,920 \cdot 10^{-4}$	$1,969 \cdot 10^{-4}$	$1,972 \cdot 10^{-6}$	$8,367 \cdot 10^{-13}$
40000	$1,452 \cdot 10^{-4}$	$4,227 \cdot 10^{-4}$	$1,272 \cdot 10^{-4}$	$6,162 \cdot 10^{-7}$	$5,433 \cdot 10^{-13}$
50000	$1,559 \cdot 10^{-4}$	$4,601 \cdot 10^{-4}$	$1,857 \cdot 10^{-4}$	$1,018 \cdot 10^{-6}$	$1,227 \cdot 10^{-13}$
60000	$1,669 \cdot 10^{-4}$	$5,414 \cdot 10^{-4}$	$1,032 \cdot 10^{-4}$	$8,734 \cdot 10^{-7}$	$4,463 \cdot 10^{-13}$
70000	$1,815 \cdot 10^{-4}$	$5,360 \cdot 10^{-4}$	$4,117 \cdot 10^{-4}$	$5,022 \cdot 10^{-8}$	$9,647 \cdot 10^{-15}$
80000	$2,062 \cdot 10^{-4}$	$5,973 \cdot 10^{-4}$	$4,214 \cdot 10^{-4}$	$9,301 \cdot 10^{-7}$	$1,466 \cdot 10^{-12}$
90000	$2,092 \cdot 10^{-4}$	$6,520 \cdot 10^{-4}$	$7,263 \cdot 10^{-6}$	$8,079 \cdot 10^{-7}$	$1,008 \cdot 10^{-12}$
110000	$3,160 \cdot 10^{-4}$	$8,961 \cdot 10^{-4}$	$3,789 \cdot 10^{-5}$	$1,857 \cdot 10^{-6}$	$6,821 \cdot 10^{-13}$
120000	$4,314 \cdot 10^{-4}$	$1,242 \cdot 10^{-3}$	$2,167 \cdot 10^{-4}$	$2,333 \cdot 10^{-6}$	$1,276 \cdot 10^{-12}$
130000	$8,670 \cdot 10^{-4}$	$2,375 \cdot 10^{-3}$	$7,214 \cdot 10^{-5}$	$1,668 \cdot 10^{-5}$	$4,398 \cdot 10^{-12}$

Tabela 5.9: Constantes D_i ($i \neq 0$) calculadas, em função de N

N	Compliances(MPa ⁻¹)				
	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	D ₅
0	$3,166.10^{-5}$	$7,803.10^{-5}$	$1,308.10^{-4}$	$4,480.10^{-6}$	$2,395.10^{-12}$
10000	$4,266.10^{-5}$	$1,031.10^{-4}$	$7,895.10^{-5}$	$5,541.10^{-8}$	$2,417.10^{-13}$
20000	$6,358.10^{-5}$	$1,334.10^{-4}$	$9,128.10^{-5}$	$1,766.10^{-7}$	$1,865.10^{-14}$
30000	$4,622.10^{-5}$	$1,307.10^{-4}$	$6,564.10^{-5}$	$6,573.10^{-7}$	$2,789.10^{-13}$
40000	$4,839.10^{-5}$	$1,409.10^{-4}$	$4,240.10^{-5}$	$2,054.10^{-7}$	$1,811.10^{-13}$
50000	$5,198.10^{-5}$	$1,534.10^{-4}$	$6,189.10^{-5}$	$3,393.10^{-7}$	$4,091.10^{-14}$
60000	$5,562.10^{-5}$	$1,805.10^{-4}$	$3,439.10^{-5}$	$2,911.10^{-7}$	$1,488.10^{-13}$
70000	$6,049.10^{-5}$	$1,787.10^{-4}$	$1,372.10^{-4}$	$1,674.10^{-8}$	$3,216.10^{-15}$
80000	$6,874.10^{-5}$	$1,991.10^{-4}$	$1,405.10^{-4}$	$3,100.10^{-7}$	$4,888.10^{-13}$
90000	$6,972.10^{-5}$	$2,173.10^{-4}$	$2,421.10^{-6}$	$2,693.10^{-7}$	$3,359.10^{-13}$
110000	$1,053.10^{-4}$	$2,987.10^{-4}$	$1,263.10^{-5}$	$6,190.10^{-7}$	$2,274.10^{-13}$
120000	$1,438.10^{-4}$	$4,141.10^{-4}$	$7,225.10^{-5}$	$7,775.10^{-7}$	$4,253.10^{-13}$
130000	$2,890.10^{-4}$	$7,916.10^{-4}$	$2,405.10^{-5}$	$5,559.10^{-6}$	$1,466.10^{-12}$

Como visto nas Tabelas 5.8 e 5.9, as constantes nelas expostas seguem as mesmas tendências que as constantes $C(N)_i$ para $i \neq 0$. A discussão é dirigida aos parâmetros elásticos puros e que representam a compressibilidade, que tem grande influência do índice de vazios observado no material. Como existe uma mudança considerável do índice de vazios ao longo da aplicação dos ciclos de carga. A Figura 5.17 mostra a evolução dos parâmetros J_0 , B_0 e D_0 em função de N, onde é vista uma pequena mudança de tendência de comportamento para D_0 e J_0 :

**Figura 5.17:** Tendências de J_0 , B_0 e D_0 em função de N

Capítulo 5 – Análise no Regime Não-linear

Observando-se a Figura 5.17, é possível notar como a variação de volume nos ciclos finais é mais presente do que as variações de forma e unidimensional, representadas pelas constantes J_0 e D_0 , para a parte elástica pura. No início do ensaio, a variação de forma predominava as deformações do material, devido ao maior valor de J_0 . Entretanto, a partir dos 100000 ciclos, com o crescimento do índice de vazios, B_0 começa a ganhar valores significativos, de forma a ultrapassar J_0 a partir de 120000 ciclos. Nota-se que também, por isto, J_0 e D_0 não seguem a mesma tendência de $C(N)_0$ se as Figuras 5.17 e 5.14(a) forem comparadas, onde é observada uma variação menor nos ciclos finais para J_0 e ainda menor para D_0 .

As afirmativas feitas anteriormente podem ser comprovadas pelo coeficiente de Poisson, calculado via equação 5.18. Quanto mais negativo resulta o coeficiente de Poisson, maior é a influência da variação de volume nas deformações totais do material. A Figura 5.18 mostra o valor do coeficiente de Poisson em função de N , bem como sua relação direta com B_0 :

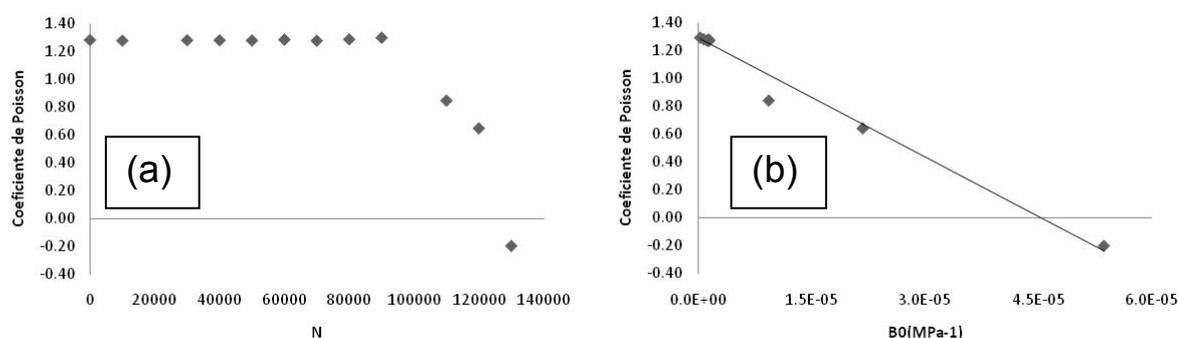


Figura 5.18: Coeficiente de Poisson em função de (a) N e (b) B_0

Como visto na Figura 5.18(a), o coeficiente de Poisson se mantém constante e com valor positivo nos ciclos onde B_0 não tem valores significativos. Quando o índice de vazios começa a crescer significativamente, existe uma notável queda do coeficiente de Poisson até um valor negativo, o que representa o crescimento da suscetibilidade do material a variação de volume, criada pelo surgimento de vazios na estrutura interna do material. Na Figura 5.18(b) é visível a forte correlação entre B_0 e o coeficiente de Poisson, demonstrando que quanto maior a compressibilidade menor será o coeficiente de Poisson.

A Figura 5.18 revela dois fatos: que existe variação do coeficiente de Poisson com o número de aplicações de carga N ; e que em materiais viscoelásticos o coeficiente de Poisson pode ultrapassar facilmente os valores limites da Teoria da Elasticidade. Esta pode ser mais uma

Capítulo 5 – Análise no Regime Não-linear

prova do erro imposto ao modelo quando se assume um coeficiente de Poisson constante, principalmente para um grande número de aplicações de carga, pois este pode gerar previsões errôneas em análises mecânicas que simulem a situação de fadiga em uma estrutura de pavimentos flexíveis. Outro fato relevante sobre os resultados recém discutidos tem relação ao modelo para a função $B(t)$ adotado. Para um carregamento dentro dos limites da linearidade, é razoável que $B(t)$ seja adotado como constante, como visto em 4.2.1.1, Entretanto, isto pode não ser verdadeiro a partir de um certo índice de vazios. Os tempos de retardação de $B(t)$ podem ser afetados, o que aliado à alta magnitude de $B(t)$ para altos índices de vazios, pode fazer não o material não se comportar elasticamente tal como suposto.

5.2.2.5 Fatores de translação para fadiga

Os fatores de translação à fadiga foram calculados com base na equação 5.19, onde se tomou a função $C(t,0)$ como a curva de referência, ou seja, o material intacto. Como as constantes $J_i(N)$ e $D_i(N)$ seguem a mesma tendência das constantes $C(N)_i$ ($i \neq 0$), além das diferenças de tendências de J_0 , D_0 e C_0 pouco influem nos fatores de translação, como foi o caso do cálculo dos fatores de $J(t)$ e $D(t)$ em função de $J(t)$ em 4.2.2.4, o cálculo aqui feito é válido para todas as compliâncias em questão. Postas as premissas, a Tabela 5.10 mostra os fatores de translação obtidos considerando três situações: fatores de translação horizontal e vertical, fator de translação horizontal apenas e fator de translação vertical apenas:

Tabela 5.10: Fatores de translação para a função $C(t,N)$

N	$\log(a_H)$	$\log(a_V)$	R^2	$\log(a_H)$	$\log(a_V)$	R^2	$\log(a_H)$	$\log(a_V)$	R^2
0	0,00	0,00	1,0000	0,00	0,00	1,0000	0,00	0,00	1,0000
10000	0,21	0,04	0,9865	-0,07	0,00	0,9829	0,00	0,01	0,9839
20000	0,38	0,00	0,9879	0,39	0,00	0,9886	0,00	-0,06	0,9748
30000	1,82	0,41	0,9776	0,40	0,00	0,9890	0,00	-0,05	0,9626
40000	0,52	0,01	0,9900	0,48	0,00	0,9870	0,00	-0,05	0,9310
50000	0,52	-0,02	0,9915	0,64	0,00	0,9951	0,00	-0,09	0,9480
60000	2,53	0,60	0,9332	0,81	0,00	0,9954	0,00	-0,13	0,9024
70000	3,06	0,83	0,9208	0,86	0,00	0,9918	0,00	-0,17	0,9834
80000	3,00	0,83	0,9267	0,99	0,00	0,9902	0,00	-0,22	0,9721
90000	0,89	-0,06	0,9940	1,05	0,00	0,9917	0,00	-0,18	0,8477
110000	0,73	-0,21	0,9959	1,31	0,00	0,9931	0,00	-0,30	0,8606
120000	3,68	1,22	0,9159	1,61	0,00	0,9837	0,00	-0,46	0,8958
130000	0,57	-0,66	0,9936	2,16	0,00	0,9545	0,00	-0,72	0,8739

Capítulo 5 – Análise no Regime Não-linear

Observando-se os dados da Tabela 5.10, nota-se que fatores de translação horizontal melhor modelam as curvas $C(t,N)$. O coeficiente de determinação é maior que 0,98 para a maioria dos ciclos, além de que os fatores de translação horizontal obtidos seguem uma tendência clara em função de N (eliminado-se o valor espúrio de $N=10000$). Como visto na Figura 5.19:

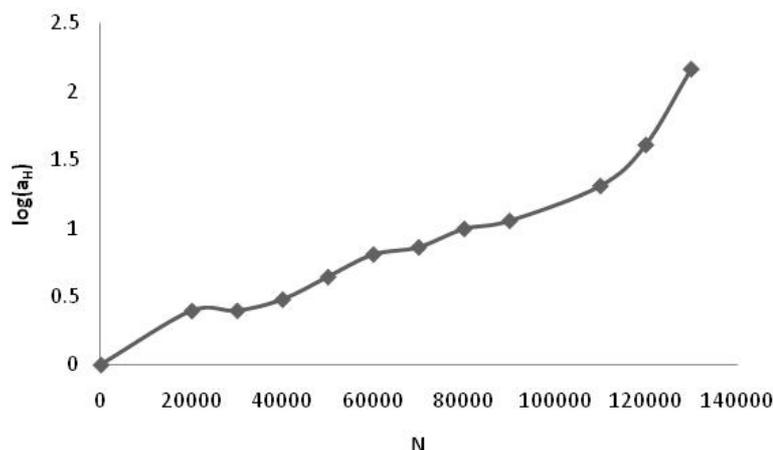


Figura 5.19: Fator de translação horizontal em função de N considerando apenas translação horizontal para $C(t,N)$

Na Figura 5.19, o fator de translação horizontal pode ser considerado praticamente linear até aproximadamente $N=110000$, tendo um acréscimo de taxa de variação quando se aproxima da ruptura por fadiga. Com a modelagem via fatores de translação horizontal, supõe-se variação nos tempos de retardação da curva $C(t,N)$, diminuindo-os a medida que N aumenta. Isto faz com que deformações de maior magnitude se desenvolvam em menor tempo, simulando desta maneira a perda de rigidez do material.

Se os fatores de translação horizontal forem aplicados a cada uma das funções $C(t,N)$ obtidas no espaço semi logarítmico, é possível construir a curva mestra do ensaio de fadiga em questão. A curva mestra apresentaria no eixo das ordenadas o valor de um tempo reduzido em função do número de ciclos, tal como feito no PSTT, onde o tempo reduzido é função da temperatura. A Figura 5.20 mostra a curva mestra obtida para o ensaio de fadiga em questão e a posição dos dados referentes a cada ciclo de carga na curva mestra. Observando-se a Figura, nota-se que a curva mestra resultante apresentou o mesmo formato típico de curvas mestras que consideram a variação de temperatura, o formato típico sigmoidal. Com esta curva, é possível prever as deformações e deslocamentos no material para qualquer número de ciclos, com a vantagem de aplicação do PCEV de acordo com as hipóteses assumidas em 5.2.2.1.

Capítulo 5 – Análise no Regime Não-linear

Este formato de curva também permite o ajuste da mesma a partir de série de Prony, devido ao seu formato que apresenta um valor fixo de compliância para o instante inicial e tende a um valor fixo de compliância para longos tempos de carga.

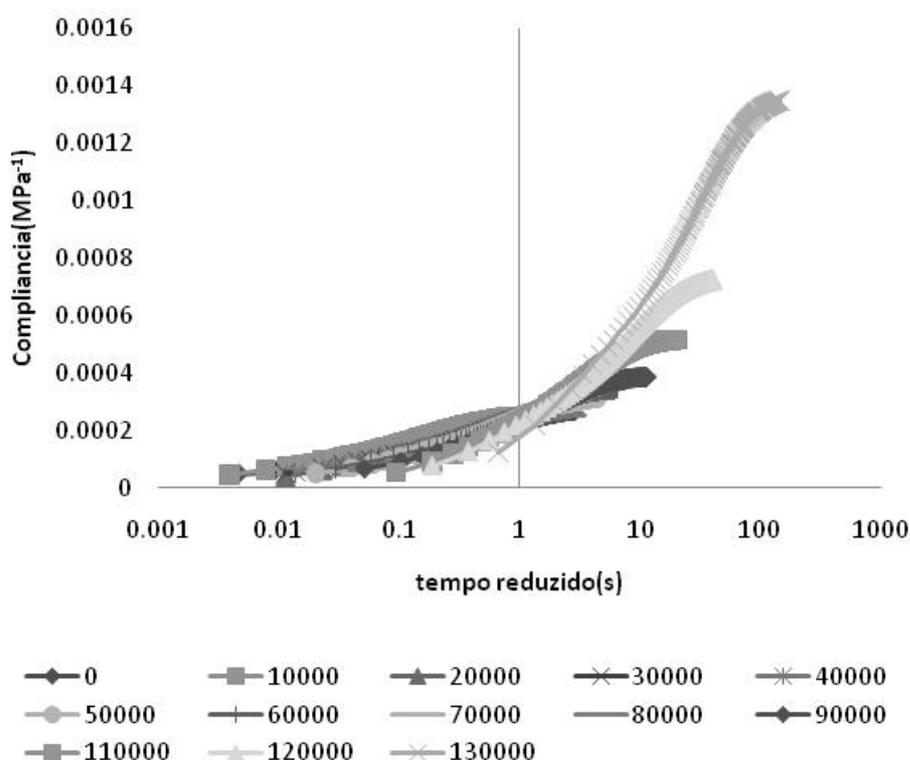


Figura 5.20: Curva mestra para $C(t,N)$ considerando fatores de translação horizontal apenas

A curva que melhor se ajustou as funções $C(t,N)$ pelo critério dos mínimos quadráticos foi a que considerou ambos os fatores de translação. Entretanto, ao se unir as curvas de cada N para traçar a curva mestra, esta gerou dados que resultou em uma tendência de superestimativa de dados. A Figura 5.21 faz uma comparação dos dados das curvas mestras somente considerando o fator de translação horizontal e a que considera ambos os fatores, cujas compliâncias foram traçadas em valor negativo para melhor visualização. Comparando-se as sequências, nota-se que para tempos reduzidos pequenos, as curvas representam aproximadamente o mesmo comportamento. Quando o tempo reduzido cresce, a curva com dois fatores de translação assume valores da ordem de sete vezes maior que a curva com fator horizontal, o que num ajuste numérico das curvas pode gerar um material notavelmente mais flexível que o real. Dado a fidelidade que o fator de translação horizontal mantém nos valores de compliância, apenas transladando seus valores no eixo das abscissas, além dos maiores valores de R^2 vistos na Tabela 5.10, recomenda-se o uso de fatores de translação horizontal

Capítulo 5 – Análise no Regime Não-linear

apenas, pela fidelidade dos valores de compliâncias e do comportamento das curvas quando aplicados os fatores de translação horizontal.

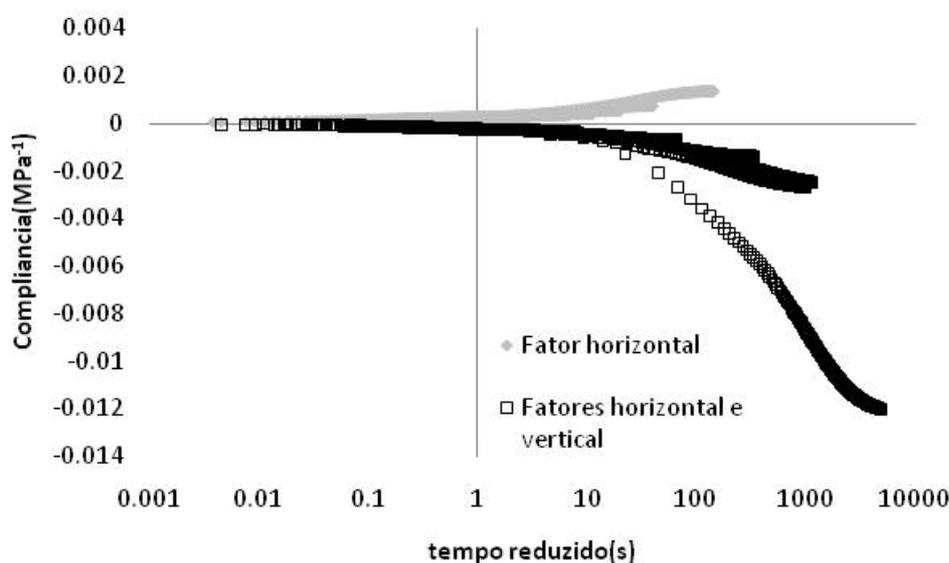


Figura 5.21: Curvas mestras de $C(t,N)$ para o ensaio de fadiga

5.2.3 Análise dos parâmetros da Teoria do Potencial de Trabalho de Schapery

Neste sub-item, o foco será dado aos parâmetros da Teoria do Potencial de Trabalho (TPT) de Schapery (1990). Os parâmetros constitutivos aqui descritos se referem unicamente ao comportamento de evolução de dano no material, uma vez que a influência do tempo no comportamento do mesmo material será extraída através da aplicação do Princípio da Correspondência Elasto-viscoelástica Estendido de Schapery (1984). Em especial, o foco será dado à obtenção da pseudo-rigidez $K(S)$ e das considerações para obtenção de $S=f(N)$ segundo a TPT, onde discussões são feitas sobre o modelo.

5.2.3.1 Parâmetro de dano

O parâmetro de dano empregado é o visto na equação 2.115, em função dos módulos de resiliência obtidos em função de N . A função parâmetro de dano em termos de N é utilizada após como dado de entrada no primeiro termo da TPT, para obtenção das constantes A_S e α_S .

Capítulo 5 – Análise no Regime Não-linear

Para o cálculo do parâmetro de dano em função dos módulos de resiliência, é preciso adotar procedimentos de extração do deslocamento resiliente do pulso de deslocamento resultante.

Sendo assim, foram obtidos três parâmetros de dano, abaixo descritos:

- S_{ASTM} : Parâmetro de dano calculado em função do procedimento de extração do deslocamento resiliente via ASTM D4123 (1995);
- S_{1-28AI} : Parâmetro de dano calculado em função do procedimento de extração do deslocamento resiliente instantâneo via NCHRP 1-28A (2004);
- S_{1-28AT} : Parâmetro de dano calculado em função do procedimento de extração do deslocamento resiliente total via NCHRP 1-28A (2004).

Em função dos deslocamentos citados acima, já é possível obter o parâmetro de dano sem que haja necessidade de cálculo do módulo de resiliência, como mostra a equação 5.22:

$$S_{(norma)} = 1 - \frac{E_{(norma)}(N)}{E_{(norma)}(0)} = 1 - \frac{\frac{P_{max}}{h\Delta U_{(norma)}^e(N)}(I_1 - \nu I_2)}{\frac{P_{max}}{h\Delta U_{(norma)}^e(0)}(I_1 - \nu I_2)} = 1 - \frac{\Delta U_{(norma)}^e(0)}{\Delta U_{(norma)}^e(N)} \quad (5.22)$$

onde o superíndice “e” denota deslocamento resiliente e “(norma)” o procedimento para extração do deslocamento resiliente. A Tabela 5.11 apresenta os deslocamentos obtidos e os parâmetros de dano para cada uma das normas relacionadas, Os parâmetros de dano assim puderam ser ajustados em função de N como um polinômio de quinta ordem, conforme as equações 5.23 a 5.25, representando os ajustes onde “(norma)” é ASTM, 1-28AI e 1-28AT e que têm coeficiente de determinação de 0,9944; 0,9914 e 0,9964, respectivamente:

$$S_{ASTM} = 2,436 \left(\frac{N}{10^4}\right)^5 - 7,549 \left(\frac{N}{10^4}\right)^4 + 8,784 \left(\frac{N}{10^4}\right)^3 - 4,620 \left(\frac{N}{10^4}\right)^2 + 1,408 \left(\frac{N}{10^4}\right) \quad (5.23)$$

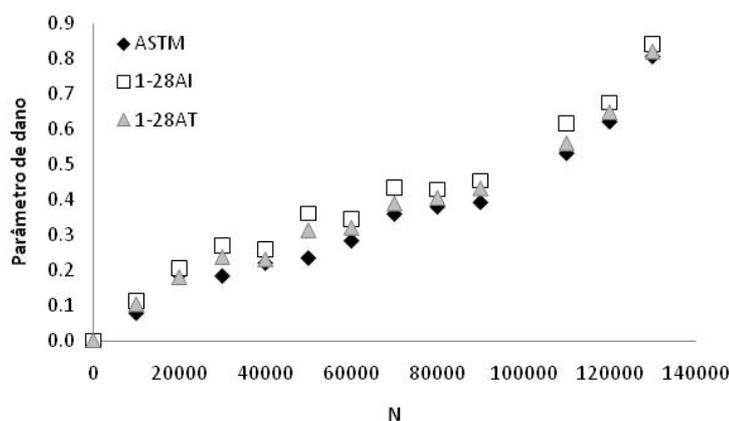
$$S_{1-28AI} = 0,99 \left(\frac{N}{10^4}\right)^5 - 3,083 \left(\frac{N}{10^4}\right)^4 + 4,156 \left(\frac{N}{10^4}\right)^3 - 2,98 \left(\frac{N}{10^4}\right)^2 + 1,442 \left(\frac{N}{10^4}\right) \quad (5.24)$$

$$S_{1-28AT} = 1,731 \left(\frac{N}{10^4}\right)^5 - 5,263 \left(\frac{N}{10^4}\right)^4 + 6,253 \left(\frac{N}{10^4}\right)^3 - 3,621 \left(\frac{N}{10^4}\right)^2 + 1,388 \left(\frac{N}{10^4}\right) \quad (5.25)$$

Tabela 5.11: Deslocamentos resilientes e parâmetros de dano para as normas empregadas

N	$\Delta U_{ASTM}^e(\text{cm})$	S_{ASTM}	$\Delta U_{1-28AI}^e(\text{cm})$	S_{1-28AI}	$\Delta U_{1-28AT}^e(\text{cm})$	S_{1-28AT}
0	$4,815 \cdot 10^{-4}$	0,000	$3,529 \cdot 10^{-4}$	0,000	$5,005 \cdot 10^{-4}$	0,000
10000	$5,219 \cdot 10^{-4}$	0,077	$3,972 \cdot 10^{-4}$	0,111	$5,575 \cdot 10^{-4}$	0,102
20000	$5,916 \cdot 10^{-4}$	0,186	$4,439 \cdot 10^{-4}$	0,205	$6,098 \cdot 10^{-4}$	0,179
30000	$5,891 \cdot 10^{-4}$	0,183	$4,837 \cdot 10^{-4}$	0,270	$6,553 \cdot 10^{-4}$	0,236
40000	$6,167 \cdot 10^{-4}$	0,219	$4,763 \cdot 10^{-4}$	0,259	$6,495 \cdot 10^{-4}$	0,229
50000	$6,285 \cdot 10^{-4}$	0,234	$5,517 \cdot 10^{-4}$	0,360	$7,275 \cdot 10^{-4}$	0,312
60000	$6,712 \cdot 10^{-4}$	0,283	$5,386 \cdot 10^{-4}$	0,345	$7,355 \cdot 10^{-4}$	0,320
70000	$7,509 \cdot 10^{-4}$	0,359	$6,237 \cdot 10^{-4}$	0,434	$8,172 \cdot 10^{-4}$	0,388
80000	$7,756 \cdot 10^{-4}$	0,379	$6,181 \cdot 10^{-4}$	0,429	$8,400 \cdot 10^{-4}$	0,404
90000	$7,919 \cdot 10^{-4}$	0,392	$6,452 \cdot 10^{-4}$	0,453	$8,793 \cdot 10^{-4}$	0,431
110000	$1,028 \cdot 10^{-3}$	0,531	$9,165 \cdot 10^{-4}$	0,615	$1,134 \cdot 10^{-3}$	0,559
120000	$1,270 \cdot 10^{-3}$	0,621	$1,084 \cdot 10^{-3}$	0,674	$1,418 \cdot 10^{-3}$	0,647
130000	$2,487 \cdot 10^{-3}$	0,806	$2,211 \cdot 10^{-3}$	0,840	$2,762 \cdot 10^{-3}$	0,819

Se a Tabela 5.11 é observada, nota-se que o parâmetro de dano calculado pela norma NCHRP 1-28A onde são considerados deslocamentos instantâneos é o que possui maiores valores, representando no último ciclo um material que perdeu 84 % de sua rigidez inicial. Entretanto, tais valores não são tão distantes dos valores de parâmetro de dano dados pela norma ASTM D4123 com menores valores para o parâmetro de dano. Além disto, as três sequências de parâmetro de dano da Tabela 5.11 apresentam a mesma tendência, como visto na Figura 5.22:

**Figura 5.22:** Tendências de parâmetros de dano para as normas empregadas em função de N

Capítulo 5 – Análise no Regime Não-linear

Observando-se a Figura 5.22, nota-se que os três parâmetros de dano representam o mesmo comportamento. Para os ciclos iniciais, a zona de condicionamento, a zona de estabilidade para os ciclos intermediários e a zona de falha, próximo a ruptura, como mostrado na Figura 3.7. Sendo assim, a tendência é que a escolha do parâmetro de dano para as etapas seguintes não apresentem influência significativa nos parâmetros a serem calculados.

5.2.3.2 Obtenção da função $K(S)$ em função das propriedades $J(t)$ e B_0

A função $K(S)$ é obtida conforme a equação 5.26:

$$K_G[S(N)] = \frac{0,415976}{h} \frac{P_R(t)}{\Delta U_{5,08\text{ cm}}^*(t, N)} \quad (5.26)$$

onde $P_R(t)$ é a pseudo-carga definida na Tabela 5.1 e $\Delta U_{5,08\text{ cm}}^*(t)$ é a parcela de deslocamento referente aos tensões desviadoras, descontada a parcela volumétrica conforme a equação 5.27:

$$\Delta U_{5,08\text{ cm}}^*(t, N) = \Delta U_{5,08\text{ cm}}(t, N) + \frac{0,182040}{h} B_0(N)P(t) \quad (5.27)$$

A função $K(S)$ é denotada por $K_G(S)$ pelo fato de estar apenas considerando a ação das tensões desviadoras, cuja propriedade constitutiva é viscoelástica, portanto está-se quantificando o crescimento do dano na parcela viscoelástica com a função $K_G(S)$. As tensões volumétricas têm seu dano quantificado em função do crescimento do índice de vazios no material, no qual B_0 é modelado em função de N utilizando-se as equações 5.21 e 4.25. A equação 5.21 mostra que o índice de vazios inicial da amostra é 3,36 %, portanto sendo utilizada aqui a função $J(t)$ referente a 3,33 % de índice de vazios. A espessura h do corpo-de-prova é 6,35 cm. A carga $P(t)$ é modelada pelo polinômio de quinta ordem mostrado na equação 4.6, adicionando-se o termo p_5t^5 . As constantes p_i dos polinômios de carga empregados nos ensaios de fadiga desta tese são mostradas na Tabela 5.12:

Tabela 5.12: Constantes p_i para os polinômios de carga do ensaio de fadiga

N	p_1 (kN/s)	p_2 (kN/s ²)	p_3 (kN/s ³)	p_4 (kN/s ⁴)	p_5 (kN/s ⁵)
0	27,607	4832,356	-122329,685	993639,030	-2694617,570
10000	39,042	4187,802	-110740,102	908666,386	-2473375,934
20000	35,832	4152,911	-107962,597	877631,767	-2370348,879
30000	59,148	2835,407	-80890,952	656481,893	-1752559,913
40000	51,493	3405,084	-95977,597	800441,820	-2200618,975
50000	60,138	2651,243	-76076,187	616398,844	-1647557,662
60000	42,610	3670,005	-98086,607	803267,740	-2186495,241
70000	53,523	3197,911	-87355,798	706855,963	-1900936,931
80000	62,435	3107,255	-94053,049	805155,299	-2253131,029
90000	43,481	3723,037	-100638,656	832306,073	-2285845,037
100000	52,780	3176,899	-88782,213	731402,203	-1994265,408
110000	47,403	3159,692	-83673,116	669290,413	-1790491,747
120000	41,309	3685,380	-98642,072	810529,896	-2210279,449
130000	40,679	3627,212	-96839,209	798239,197	-2194131,277

A função $K_G(S)$ é obtida pela inclinação da curva resultante em função de N no plano $\Delta U_{5,08}^*$ $cm(t) \times P_R(t)$. Para cada N, ajustou-se uma reta passando pela origem em função dos dados de pseudo-carga e deslocamentos, sendo obtidos os dados mostrados na Tabela 5.13:

Tabela 5.13: Valores de $K_G(S)$ em função de N

N	$K_G[S(N)]$	N	$K_G[S(N)]$
0	0,960	70000	0,572
10000	0,910	80000	0,568
20000	0,804	90000	0,543
30000	0,734	110000	0,401
40000	0,752	120000	0,326
50000	0,649	130000	0,163
60000	0,644		

O próximo passo é determinar o melhor modelo para ajuste dos dados da tabela e qual parâmetro de dano melhor descreve o comportamento dos dados a serem ajustados. No caso estudado, o modelo visto na equação 2.111 resultou ajustes satisfatórios, cujas constantes resultantes e coeficientes de determinação estão na Tabela 5.14. Pelos dados da Tabela, nota-se que as curvas $K_G(S)$ representam diretamente a influência do parâmetro de dano no qual foram originadas. Por exemplo, para a norma NCHRP 1-28A com deslocamentos instantâneos, os maiores parâmetros de dano resultaram em uma queda de rigidez mais acentuada, devido ao maior valor de $|\gamma_1\gamma_2|$ (equação 2.111). Sendo assim, a utilização dos

Capítulo 5 – Análise no Regime Não-linear

deslocamentos instantâneos da referida norma estaria a favor da segurança para a modelagem da queda de rigidez. Porém, se examinadas as sequências $K_G(S)$ em função dos parâmetros de dano em questão, a diferença entre elas não é significativa, como visto na Figura 5.23.

Tabela 5.14: Constantes de ajuste de $K_G(S)$ segundo a equação 2.111

(norma)	γ_0	γ_1	γ_2	R^2
ASTM	0,97753	-0,99932	0,89641	0,985314
1-28AI	0,975923	-0,98697	1,07475	0,997022
1-28AT	0,979462	-1,00851	0,989023	0,995984

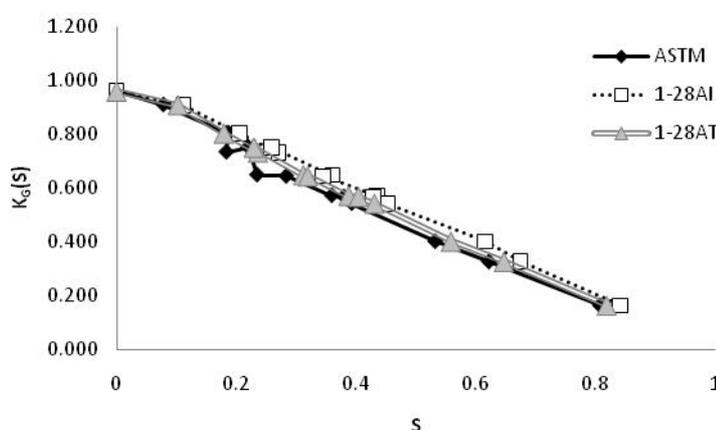


Figura 5.23: Função $K_G(S)$ em função dos parâmetros de dano calculados de diferentes normas

Em resumo, parece que a escolha do parâmetro de dano em função do módulo de resiliência não afeta significativamente a perda de rigidez do material em função de S , se $J(t)$ e B_0 forem os parâmetros constitutivos, devido às tendências semelhantes vistas na Figura 5.23.

5.2.3.3 Obtenção da função $K(S)$ em função das propriedades $D(t)$ e coeficiente de Poisson

Neste caso, a função $K(S)$, é obtida conforme a equação 5.28:

$$K[S(N)] = \frac{(0,233936 + 0,780056\nu)}{h} \frac{P_R(t)}{\Delta U_{5,08 \text{ cm}}(t, N)} \quad (5.28)$$

Capítulo 5 – Análise no Regime Não-linear

onde $P_R(t)$ é o mesmo da Tabela 5.1 e o coeficiente de Poisson ν é o parâmetro arbitrado, pois não há meios de calculá-lo devido a obtenção experimental de deslocamentos horizontais apenas. Assim, o resultado fornecido pela equação 5.28 dependerá do coeficiente de Poisson.

Utilizando-se dos dados de $D(t)$ para índice de vazios de 3,33 % e dos dados dos polinômios de carga cujas constantes estão na Tabela 5.12, a Tabela 5.15 mostra os resultados obtidos:

Tabela 5.15: Valores de $K(S)$ em função do coeficiente de Poisson adotado

N	K(S, ν)					N	K(S, ν)				
	$\nu=0,1$	$\nu=0,2$	$\nu=0,3$	$\nu=0,4$	$\nu=0,5$		$\nu=0,1$	$\nu=0,2$	$\nu=0,3$	$\nu=0,4$	$\nu=0,5$
0	0,529	0,721	0,937	1,178	1,442	70000	0,315	0,429	0,558	0,702	0,859
10000	0,501	0,684	0,889	1,116	1,367	80000	0,312	0,426	0,554	0,696	0,852
20000	0,443	0,604	0,786	0,987	1,209	90000	0,299	0,407	0,529	0,665	0,814
30000	0,404	0,551	0,716	0,900	1,102	110000	0,222	0,303	0,394	0,495	0,606
40000	0,414	0,565	0,734	0,923	1,130	120000	0,181	0,247	0,321	0,403	0,494
50000	0,357	0,487	0,633	0,796	0,975	130000	0,091	0,124	0,161	0,203	0,248
60000	0,355	0,484	0,629	0,790	0,968						

Observando-se a Tabela 5.15, é claro que o coeficiente de Poisson possui influência significativa nos valores de $K(S)$ obtidos. Tal fato é bastante importante dada a variabilidade considerável do coeficiente de Poisson discutida no capítulo 4 e em função de N discutida em 5.2.2, o que pode gerar um comportamento das curvas $K(S)$ distintos ao longo da evolução de N . Assim, deve-se ter um conhecimento bastante aprofundado do comportamento do coeficiente de Poisson ao longo dos ciclos de carga para que sejam evitados erros grosseiros na estimativa de $K(S)$ segundo os parâmetros constitutivos $D(t)$ e coeficiente de Poisson, sendo assim altamente recomendado o desuso deste par de propriedades constitutivas e a medida de dois deslocamentos simultâneos na medida de propriedades constitutivas viscoelásticas, no qual se sugerem $J(t)$ e $B(t)$ ou $C_{11}(t)$ e $C_{12}(t)$.

Se as análises seguintes fossem feitas em função dos coeficientes de Poisson vistos na Tabela 5.15, certamente estas difeririam notavelmente em seus resultados, dada a forte influência do coeficiente de Poisson ν , $K(S)$, base para o cálculo da densidade de energia de pseudo-deformações e na obtenção dos parâmetros da TPT. Sendo assim, em função da temperatura do ensaio (25°C), no qual a ASTM D4123 (1995) sugere um coeficiente de Poisson de 0,3 para tal temperatura, e pela proximidade do resultado de $K(S)$ com $K_G(S)$ para o mesmo valor do coeficiente de Poisson, as análises seguintes seguem com o coeficiente de Poisson de 0,3.

Da mesma maneira que 5.2.3.2, a função que melhor se ajustou para $K(S)$ foi o modelo da equação 2.111. A Tabela 5.16 mostra os valores dos parâmetros de ajuste do modelo:

Tabela 5.16: Constantes de ajuste de $K(S)$, obtido de $D(t)$ e v ; segundo a equação 2.111

(norma)	Constante	$K(S,v)$				
		$v=0,1$	$v=0,2$	$v=0,3$	$v=0,4$	$v=0,5$
ASTM	γ_0	0,538721	0,734657	0,955087	1,200011	1,469428
	γ_1	-0,5487	-0,74826	-0,97278	-1,22224	-1,49664
	γ_2	0,892574	0,892574	0,892574	0,892574	0,892574
	R^2	0,985195	0,985195	0,985195	0,985195	0,985195
1-28AI	γ_0	0,537852	0,733473	0,953547	1,198076	1,467059
	γ_1	-0,54189	-0,73898	-0,96071	-1,20708	-1,47808
	γ_2	1,069913	1,069913	1,069913	1,069913	1,069913
	R^2	0,996862	0,996862	0,996862	0,996862	0,996862
1-28AT	γ_0	0,539783	0,736106	0,956971	1,202378	1,472326
	γ_1	-0,55374	-0,75514	-0,98171	-1,23346	-1,51039
	γ_2	0,98481	0,98481	0,98481	0,98481	0,98481
	R^2	0,995904	0,995904	0,995904	0,995904	0,995904

Observando-se os valores da Tabela 5.16, as mesmas considerações feitas para os dados da Tabela 5.14 são feitas aos dados desta tabela quanto aos diferentes parâmetros de dano utilizados. O que cabe destacar é o efeito do coeficiente de Poisson em cada uma delas. Existe apenas um translado vertical das curvas $K(S)$ a medida que o coeficiente de Poisson varia, pois a constantes γ_2 e a razão γ_1/γ_0 não dependem do coeficiente de Poisson para as três normas examinadas. Ou seja, a influência do coeficiente de Poisson está somente na magnitude dos valores de $K(S)$, mas o comportamento é mantido independentemente do par de propriedades constitutivas adotado.

5.2.3.4 Obtenção dos parâmetros A_S e α_S

Obtidas as funções que descrevem os parâmetros de dano e as funções $K(S)$, é finalmente possível a aplicação do TPT para obtenção das constantes A_S e α_S , onde se verificara a influência da dupla de parâmetros constitutivos e do procedimento de norma para obtenção do parâmetro de dano nas referidas constantes. Assim, a TPT reescrita em função de N é aplicada na determinação de A_S e α_S , como mostra a equação 5.29:

$$\frac{\partial S_{(norma)}}{\partial N} = A_S \left[\frac{\partial W_R}{\partial S_{(norma)}} \right]^{\alpha_S} \quad (5.29)$$

A função W_R é calculada conforme a equação 5.30 no caso dos parâmetros constitutivos $J(t)$ e B_0 , e pela equação 5.31 no caso dos parâmetros constitutivos $D(t)$ e coeficiente de Poisson:

$$W_R(t, S_{(norma)}) = \frac{1}{2} P_R(t) \Delta U_{5,08 cm}^*(t, S_{(norma)}) = \frac{0,415976 [P_R(t)]^2}{2hK_G(S_{(norma)})} \quad (5.30)$$

$$W_R(t, S_{(norma)}) = \frac{1}{2} P_R(t) \Delta U_{5,08 cm}(t, S_{(norma)}) = \frac{(0,233936 + 0,780056\nu)[P_R(t)]^2}{2hK(S_{(norma)})} \quad (5.31)$$

Se $K(S)$ é modelado segundo a equação 2.111, substituindo-se esta equação nas equações 5.30 e 5.31 é obtido W_R em função das constantes γ_0 , γ_1 e γ_2 . Substituindo-se W_R em função de γ_0 , γ_1 e γ_2 na equação 5.29, é obtida a relação para obtenção das constantes A_S e α_S , representadas pela equação 5.32 para $J(t)$ e B_0 e pela equação 5.33 para $D(t)$ e coeficiente de Poisson:

$$\frac{\partial S_{(norma)}}{\partial N} = A_S \left[\frac{0,415976 (\gamma_1 \gamma_2 S_{(norma)}^{\gamma_2-1}) (P_{Rmax})^2}{2h (\gamma_0 - \gamma_1 S_{(norma)}^{\gamma_2})^2} \right]^{\alpha_S} \quad (5.32)$$

$$\frac{\partial S_{(norma)}}{\partial N} = A_S \left[\frac{(0,233936 + 0,780056\nu) (\gamma_1 \gamma_2 S_{(norma)}^{\gamma_2-1}) (P_{Rmax})^2}{2h (\gamma_0 - \gamma_1 S_{(norma)}^{\gamma_2})^2} \right]^{\alpha_S} \quad (5.33)$$

Capítulo 5 – Análise no Regime Não-linear

onde P_{Rmax} é o valor máximo de pseudo-carga $P_R(t)$ durante o ciclo de carga-descanso. Sendo S função de N , ambos os termos das equações 5.32 e 5.33 são calculados em função de N . Com isso, são obtidos pares ordenados, no qual se traça uma curva em que a equação dentro dos colchetes é a abscissa e a derivada de S com relação a N é a ordenada, assim executando-se um ajuste potencial destas variáveis, encontrando-se as constantes A_S e α_S .

As equações 5.32 e 5.33 consideram apenas o valor da pseudo-carga máxima quando calculam a densidade de energia W_R , o que despreza alguma fração de energia desenvolvida durante o ciclo de carga na amostra, como visto na Figura 5.24:

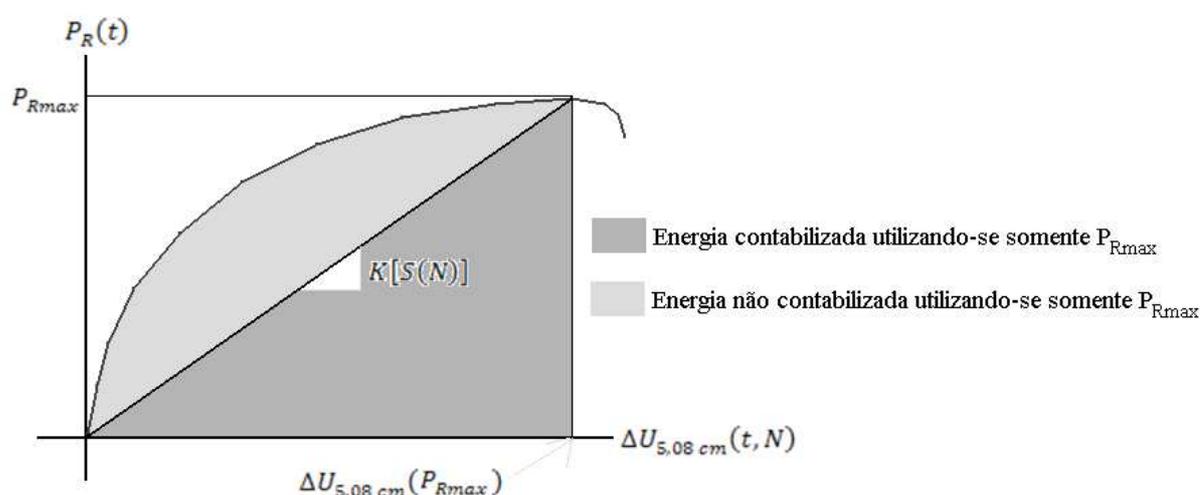


Figura 5.24: Energias W_R no diagrama pseudo-carga x deslocamento

Com vistas a considerar a energia não contabilizada observada na Figura 5.24, executou-se o cálculo da área sobre a curva de pseudo-carga verdadeira vista na Figura 5.24 em função de S , no qual esta foi satisfatoriamente ajustada conforme a equação 5.34:

$$W_R(S_{(norma)}) = A_{WR} + B_{WR} e^{n_{WR} S_{(norma)}} \quad (5.34)$$

onde A_{WR} , B_{WR} e n_{WR} são constantes que variam segundo o procedimento de norma no qual se extraiu o parâmetro de dano, conforme visto na Tabela 5.17:

Tabela 5.17: Constantes da função de densidade de energia considerando histórico de pseudo-carga

Parâmetros constitutivos	(norma)	A_{WR} (kNcm)	B_{WR} (kNcm)	n_{WR}	R^2
J(t) e B_0	ASTM	$3,335 \cdot 10^{-6}$	$1,636 \cdot 10^{-7}$	5,277	0,9903
	1-28AI	$3,501 \cdot 10^{-6}$	$6,017 \cdot 10^{-8}$	6,236	0,9869
	1-28AT	$3,380 \cdot 10^{-6}$	$1,127 \cdot 10^{-7}$	5,646	0,9906
D(t) e $\nu=0,3$	ASTM	$2,250 \cdot 10^{-6}$	$2,182 \cdot 10^{-7}$	4,893	0,9972
	1-28AI	$2,373 \cdot 10^{-6}$	$1,068 \cdot 10^{-7}$	5,496	0,9966
	1-28AT	$2,330 \cdot 10^{-6}$	$1,445 \cdot 10^{-7}$	5,328	0,9969

Substituindo-se a equação 5.34 na equação 5.29, é obtida a equação 5.35, a relação para o cálculo das constantes da TPT em função de W_R considerando o histórico de pseudo-carga:

$$\frac{\partial S_{(norma)}}{\partial N} = A_S \left[B_{WR} n_{WR} e^{n_{WR} S_{(norma)}} \right]^{\alpha_S} \quad (5.35)$$

Quanto à escolha do coeficiente de Poisson para o uso da TPT, se verifica que este tem também influência significativa no cálculo das energias W_R conforme o método usado para obtenção da equação 5.34, além da já demonstrada influência na função $K(S)$, como visto em 5.2.3.3. A Figura 5.25 mostra os valores obtidos de energia em função da pseudo-carga considerando o histórico de pseudo-cargas para as três normas consideradas na presente tese e em função do coeficiente de Poisson adotado para o cálculo de P_R .

Observando-se a Figura 5.25, nota-se que o coeficiente de Poisson influi consideravelmente nos valores de W_R e em sua variação em função de S , o que é computado na TPT, ratificando o que foi discutido em 5.2.3.3 sobre o uso do coeficiente de Poisson constante.

Voltando-se ao cálculo das constantes A_S e α_S , as Figuras 5.26 e 5.27 apresentam as tendências gráficas para o ajuste da equação 5.29, bem como a tendência potencial obtida.

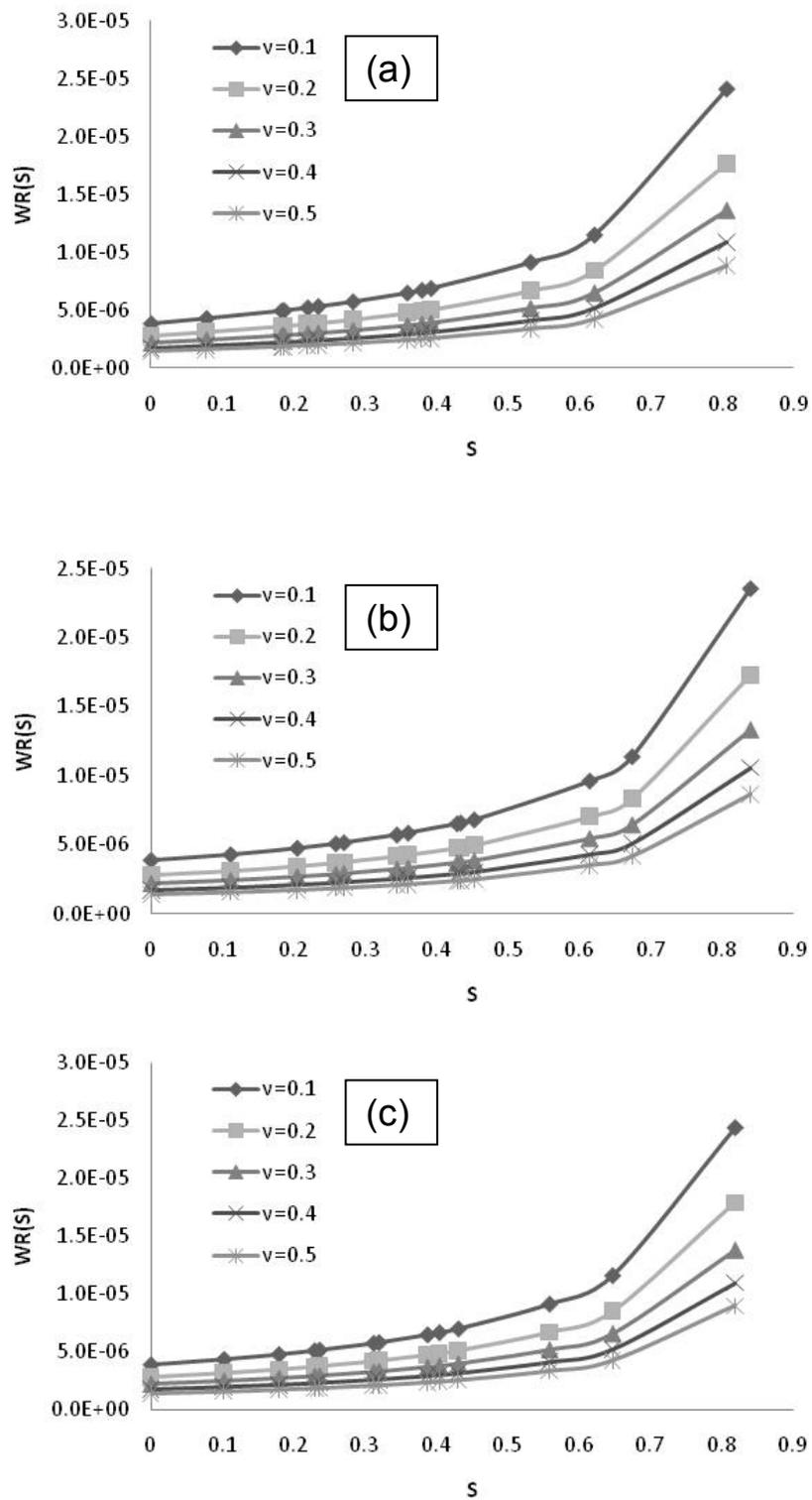


Figura 5.25: Funções W_R para (norma) igual a (a) ASTM, (b) 1-28AI e (c) 1-28AT

Capítulo 5 – Análise no Regime Não-linear

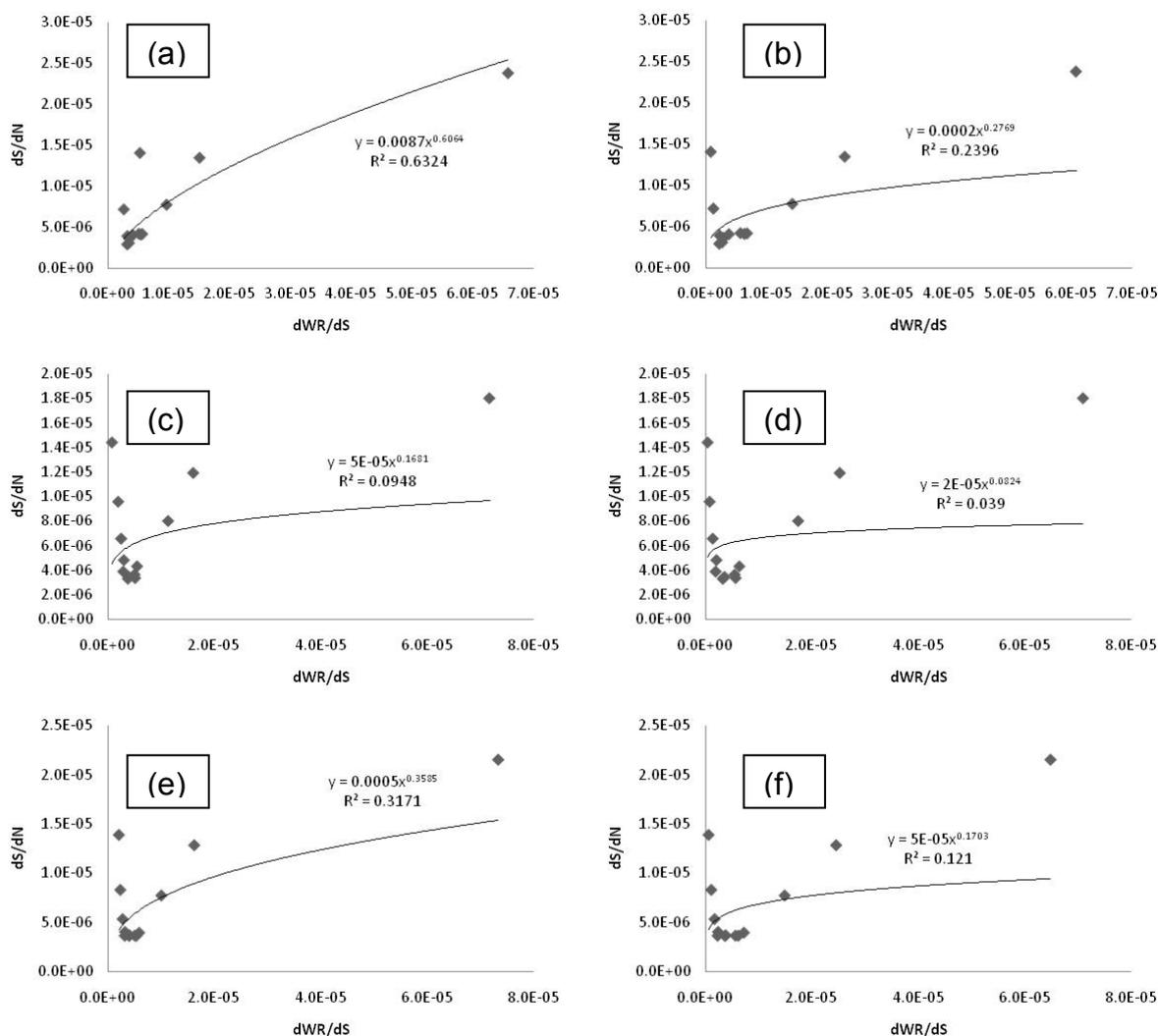


Figura 5.26: Cálculo de A_S e α_S , em função de $J(t)$ e B_0 , usando W_R em função de P_{Rmax} para (norma) = (a) ASTM, (c) 1-28AI e (e) 1-28AT; e usando W_R em função do histórico de pseudo-carga para (norma) = (b) ASTM, (d) 1-28AI e (f) 1-28AT

As Figuras 5.26 e 5.27 mostram que o ajuste das variáveis nas abscissas e ordenadas das sequências em questão não é satisfatório para nenhuma das 12 sequências das duas figuras, conseguindo-se um coeficiente de determinação máximo de 0,64, provando que a lei de dano do TPT de Schapery não demonstrou ser um bom modelo no caso estudado. A Tabela 5.18 apresenta os valores das constantes A_S e α_S nos ajustes das Figuras 5.26 e 5.27, bem como o R^2 conseguido.

Capítulo 5 – Análise no Regime Não-linear

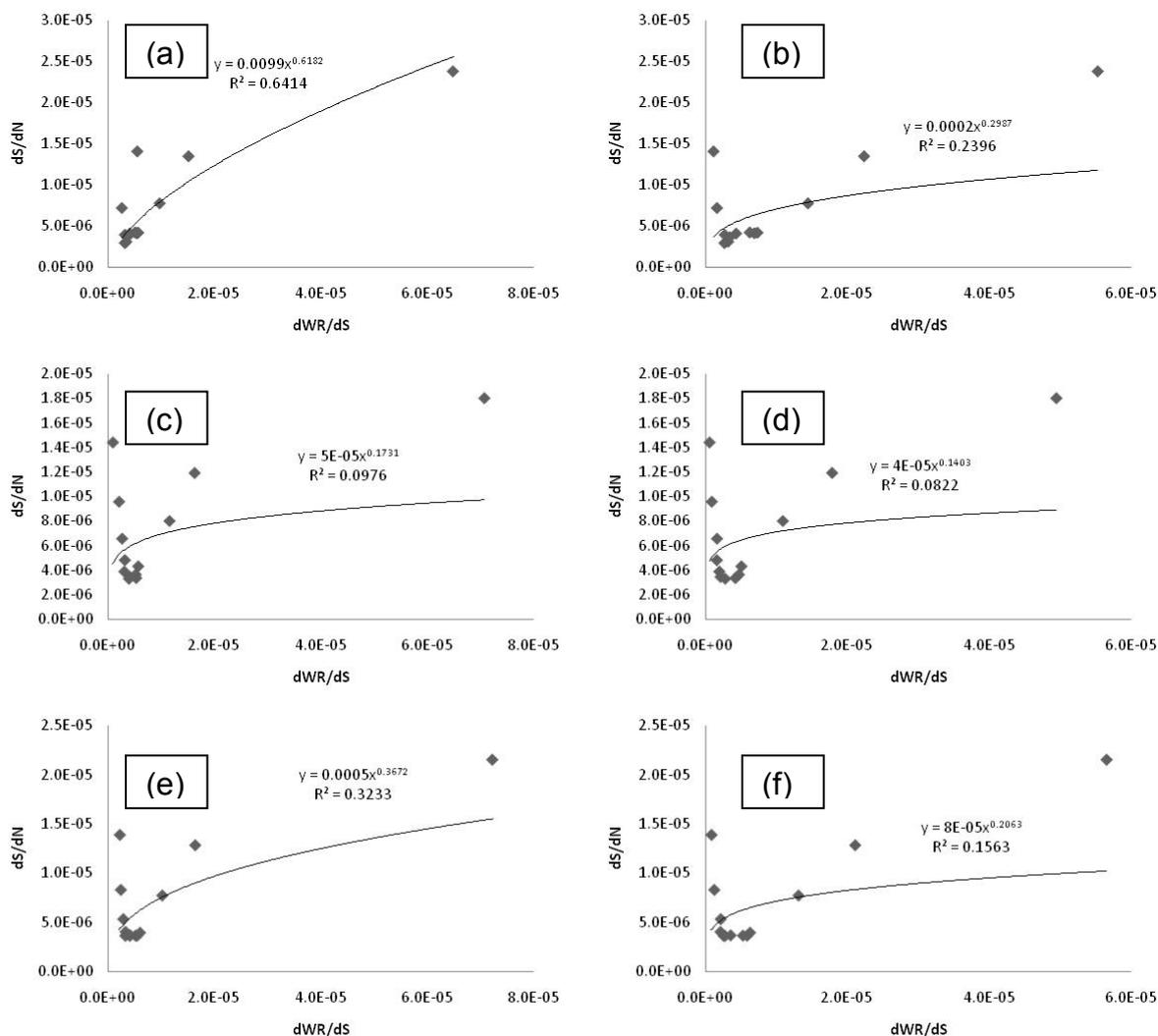


Figura 5.27: Cálculo de A_S e α_S , em função de $D(t)$ e coeficiente de Poisson=0,3; usando W_R em função de P_{Rmax} para (norma) = (a) ASTM, (c) 1-28AI e (e) 1-28AT; e usando W_R em função do histórico de pseudo-carga para (norma) = (b) ASTM, (d) 1-28AI e (f) 1-28AT

Pelos dados da Tabela 5.18, nota-se que o uso de $D(t)$ e o coeficiente de Poisson pouco melhora a qualidade do ajuste da lei de dano. Além disto, o uso do histórico de $P_R(t)$ no cálculo parece não melhorar o ajuste. Quanto ao uso das normas para obtenção do parâmetro de dano, a que apresentou melhores resultados foi a ASTM D4123, destacando-se as sequências em que W_R foi calculado em função de P_{Rmax} . Entretanto, todas estas questões são irrelevantes frente ao fato de que a lei de dano da TPT resultar em baixos coeficientes de determinação para os dados dos ensaios em questão, o que já foi notado na observação das Figuras 5.26 e 5.27.

Tabela 5.18: Constantes obtidas do ajuste da lei de dano da TPT de Schapery

Parâmetros constitutivos	Cálculo de W_R	(norma)	Ajuste lei de dano da TPT		
			A_s	α_s	R^2
J(t) e B_0	Em função de P_{Rmax}	ASTM	$7,700.10^{-3}$	0,606	0,6323
		1-28AI	$5,000.10^{-5}$	0,168	0,0948
		1-28AT	$4,000.10^{-4}$	0,359	0,3170
	Em função do histórico de $P_R(t)$	ASTM	$2,000.10^{-4}$	0,277	0,2396
		1-28AI	$1,708.10^{-5}$	0,082	0,0390
		1-28AT	$4,867.10^{-5}$	0,170	0,1209
D(t) e $\nu=0,3$	Em função de P_{Rmax}	ASTM	$1,046.10^{-2}$	0,618	0,6414
		1-28AI	$5,159.10^{-5}$	0,173	0,0976
		1-28AT	$5,303.10^{-4}$	0,367	0,3233
	Em função do histórico de $P_R(t)$	ASTM	$2,198.10^{-4}$	0,299	0,2396
		1-28AI	$3,576.10^{-5}$	0,140	0,0822
		1-28AT	$7,672.10^{-5}$	0,206	0,1563

O resultado visto nos ajustes se deve a lei de dano da TPT não considerar a fase de condicionamento do material durante o processo de fadiga. Esta fase é vista nas Figuras 5.26 e 5.27 nos maiores valores da ordenada. Tais valores se referem à maior taxa de crescimento do dano no material nos ciclos iniciais. Após, no início da zona de estabilização, esta taxa atinge seu valor mínimo, permanecendo aproximadamente constante até a zona de falha, onde cresce até a ruptura. Assim, é a passagem da zona de condicionamento para a zona de estabilização que resulta no mínimo das curvas das Figuras 5.26 e 5.27 (c), (d), (e) e (f). Por este comportamento estar bem definido nas figuras mencionadas, a lei de dano da TPT não resultou em bons ajustes pelo fato de não considerar este comportamento. A lei de dano da TPT é eficiente para modelagem de fadiga para a fase de estabilidade, fato já consagrado na literatura, mas pode não ser o modelo adequado para as fases de condicionamento e de falha. Alguns critérios limites de misturas asfálticas sob fadiga consideram o fim da vida útil de uma mistura quando esta atinge 50% de sua rigidez inicial, o que não é observado na zona de falha, portanto não há necessidade dos modelos descreverem o comportamento na zona de falha. Porém, como a zona de condicionamento obrigatoriamente aparece no comportamento das misturas asfálticas, esta deve ser modelada de forma que o modelo forneça uma previsão razoável do comportamento do material em questão. Assim, foram buscados modelos que contemplassem o comportamento integral das seqüências das Figuras 5.26 e 5.27.

5.2.3.5 Uma função alternativa para a taxa de evolução de dano

Após tentativas de ajustes dos dados das Figuras 5.26 e 5.27, chegou-se a conclusão que a função que melhor se ajustou aos dados é o polinômio expresso pela equação 5.36:

$$\log \left[\frac{\partial S_{(norma)}}{\partial N} \right] = \sum_{i=0}^3 z_i \log \left[\frac{\partial W_R}{\partial S_{(norma)}} \right]^i \quad (5.36)$$

onde z_i são constantes. O ajuste com polinômios possibilita obter um ponto de mínimo mesmo quando a função ajustada é uma parábola do segundo grau. A medida que o grau do polinômio aumenta, é possível capturar mais pontos críticos na sequência ajustada, de forma a ser possível modelar vários estágios do comportamento de uma função. A desvantagem deste tipo de ajuste é o fato da necessidade de valores próximos de abscissas, pois valores distantes um dos outros podem causar comportamentos completamente espúrios para a função entre duas abscissas distantes, principalmente para polinômios de alto grau. As Figuras 5.28 e 5.29 mostram os mesmos dados das Figuras 5.26 e 5.27, agora ajustados conforme o modelo proposto na equação 5.36. A linha de tendência mostrada nas Figuras é o polinômio de terceiro grau proposto pelo modelo, cujas constantes z_i estão na Tabela 5.19:

Tabela 5.19: Constantes z_i obtidas do ajuste proposto pela equação 5.36

Parâmetros constitutivos	Cálculo de W_R	(norma)	Ajuste equação 5.36				R^2
			z_3	z_2	z_1	z_0	
J(t) e B_0	Em função de P_{Rmax}	ASTM	-1,332	-19,303	-92,06	-149,41	0,6799
		1-28AI	-0,537	-7,544	-34,62	-56,83	0,7827
		1-28AT	-2,340	-33,493	-158,22	-251,51	0,9782
	Em função do histórico de $P_R(t)$	ASTM	-0,707	-10,186	-47,98	-78,82	0,9742
		1-28AI	-0,132	-1,583	-5,45	-9,49	0,9016
		1-28AT	-0,331	-4,499	-19,54	-31,87	0,9589
D(t) e $\nu=0,3$	Em função de P_{Rmax}	ASTM	-1,407	-20,910	-102,39	-170,08	0,6908
		1-28AI	-0,586	-8,463	-40,00	-66,84	0,7902
		1-28AT	-2,484	-36,455	-176,70	-287,71	0,9700
	Em função do histórico de $P_R(t)$	ASTM	-0,887	-12,780	-60,36	-98,39	0,9742
		1-28AI	-0,494	-7,144	-33,68	-56,72	0,9166
		1-28AT	-0,541	-7,687	-35,55	-58,40	0,9668

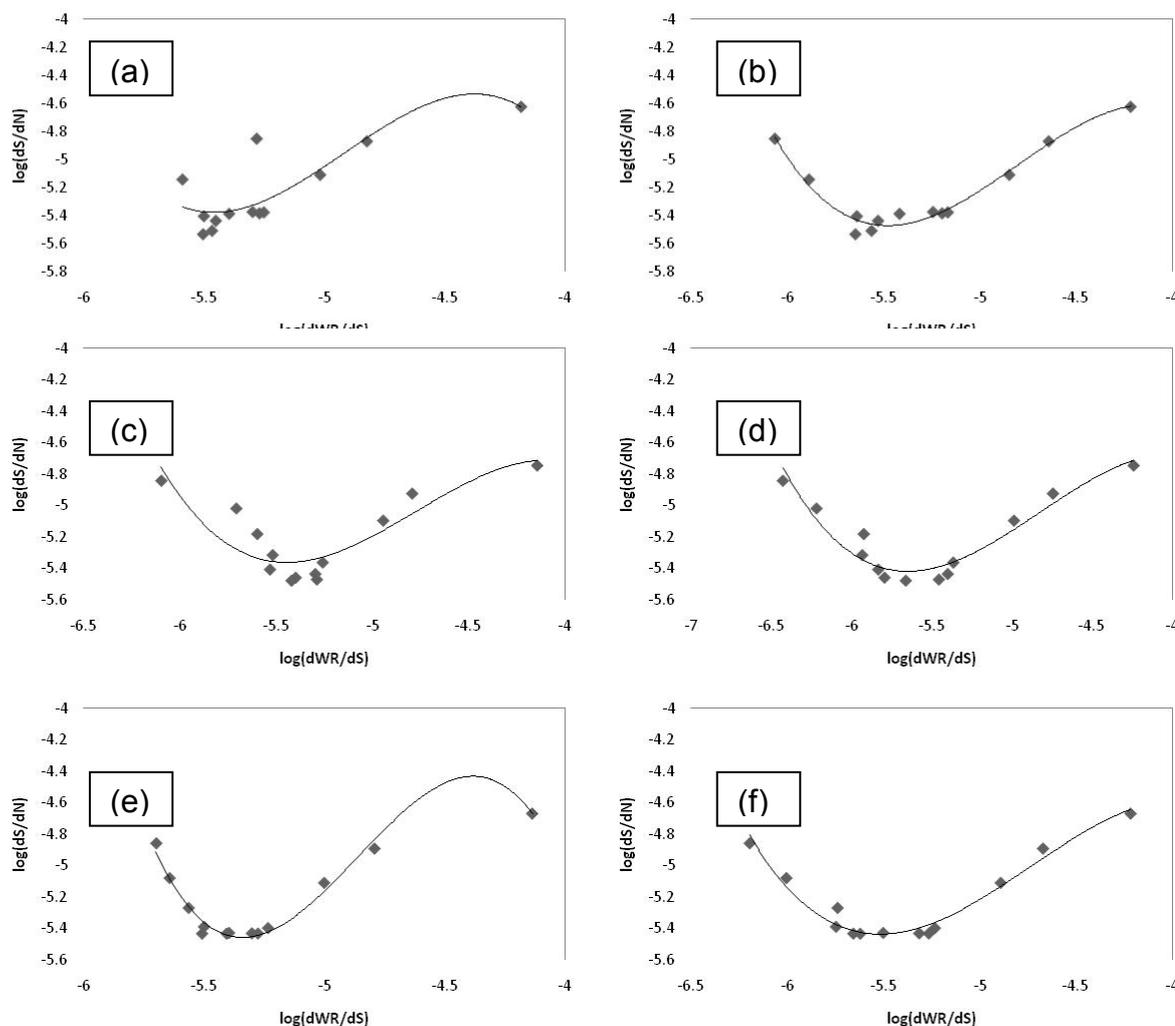


Figura 5.28: Ajuste da equação 5.36 em função de $J(t)$ e B_0 , usando W_R em função de P_{Rmax} para (norma) = (a) ASTM, (c) 1-28AI e (e) 1-28AT; e usando W_R em função do histórico de pseudo-carga para (norma) = (b) ASTM, (d) 1-28AI e (f) 1-28AT

Observando-se os dados da Tabela 5.19 e comparando-os com os da Tabela 5.18, constata-se:

- Uma notável melhora nos ajustes das seqüências estudadas, quantitativamente constatado pelos maiores valores de R^2 ;
- Uma inversão na ordem das seqüências com melhores R^2 . As seqüências que na Tabela 5.18 apresentavam os melhores ajustes, na Tabela 5.19 representam os piores ajustes (mesmo assim apresentam R^2 mais alto na Tabela 5.19);
- O fato das seqüências cujo W_R é obtido em função do histórico de $P_R(t)$ desta vez apresentar os melhores ajustes. Na Tabela 5.18, as seqüências em função de P_{Rmax} apresentaram os melhores ajustes;

Capítulo 5 – Análise no Regime Não-linear

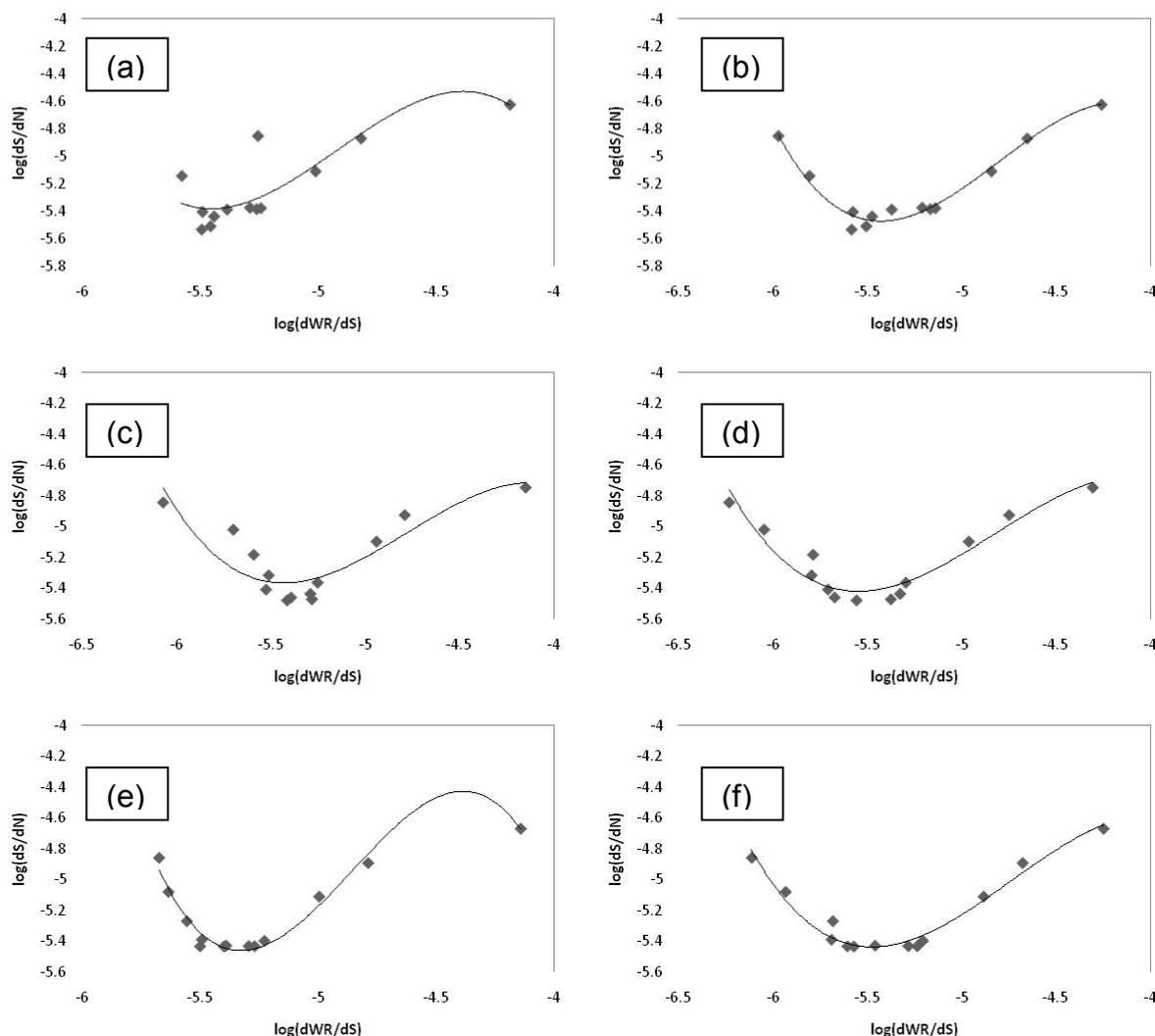


Figura 5.29: Ajuste da equação 5.36 em função de $D(t)$ e coeficiente de Poisson=0,3; usando W_R em função de P_{Rmax} para (norma) = (a) ASTM, (c) 1-28AI e (e) 1-28AT; e usando W_R em função do histórico de pseudo-carga para (norma) = (b) ASTM, (d) 1-28AI e (f) 1-28AT

Como pode ser visto nas Figuras 5.28 e 5.29, houve uma sensível melhora nos ajustes dos dados experimentais com a função proposta, visto pela proximidade dos pontos experimentais com relação a linha de tendência das figuras. Uma análise mais profunda da eficiência do modelo pode ser feita analisando-se os dados da Tabela 5.19, que apresenta os valores das constantes z_i de ajuste bem como os coeficientes de determinação obtidos no ajuste de cada uma das sequências apresentadas nas Figuras 5.28 e 5.29. Em outras palavras, o modelo proposto simulou a fase de condicionamento presente em todos os dados experimentais com satisfatória precisão na maioria dos casos, graças à capacidade do modelo representar uma função com um ponto de mínimo, o que caracteriza o fim da fase de condicionamento nas

Capítulo 5 – Análise no Regime Não-linear

sequências. As sequências das Figuras 5.28(e) e 5.29(e) apresentaram um segundo ponto crítico, desta vez de máximo, observado para altos valores da taxa de variação da energia em função de S . Tal fato acontece entre os ciclos 120000 e 130000, onde o material perdeu em torno de 80 % de sua rigidez inicial. Sendo muitas vezes o critério de falha de materiais asfálticos a perda de 50 % de sua rigidez inicial, o trecho das sequências onde é visto o ponto de máximo não seria de grande preocupação, já que a parcela de interesse, entre 0 e 50 % de perda de rigidez, é satisfatoriamente captada pelo modelo.

5.2.3.6 Validação da lei de dano da Teoria do Potencial de Trabalho e do modelo proposto

Com vistas em testar a qualidade dos modelos baseados na TPT trabalhados na presente tese, executa-se uma validação dos mesmos. Trata-se de um processo no qual dados calculados devem coincidir com dados experimentais, de forma que o modelo resulte em boas previsões da variável que se propõe calcular.

Como os únicos dados puramente experimentais disponíveis são os parâmetros de dano calculados pelas normas ASTM D4123 (1995) e NCHRP 1-28A (2004), estes serão buscados pelos modelos. Assim, os modelos investigados nesta tese serão divididos em quatro categorias, conforme mostra a Tabela 5.20:

Tabela 5.20: Categoria dos modelos para validação

Categoria	Cálculo de W_R	Relação $S - W_R$
1	Em função de P_{Rmax}	Lei de dano da TPT
2	Em função do histórico de $P_R(t)$	Lei de dano da TPT
3	Em função de P_{Rmax}	Modelo proposto da equação 5.36
4	Em função do histórico de $P_R(t)$	Modelo proposto da equação 5.36

De cada uma das categorias vistas na Tabela 5.20, é necessário isolar S da respectiva relação $S - W_R$, considerando-se as mesmas cargas dos ensaios de fadiga vistas na Tabela 5.12 e os dados de propriedades constitutivas referentes ao índice de vazios de 3,33 %, mais próximo do índice de vazios inicial previsto de 3,36 %. O procedimento é repetido em função do par de propriedades constitutivas adotadas [$J(t)$ e B_0 ou $D(t)$ e v] e em função do procedimento de norma para extração do parâmetro de dano, referido por (norma), que varia entre ASTM, 1-28AI e 1-28AT. No total, com quatro categorias, dois pares de parâmetros constitutivos e três

Capítulo 5 – Análise no Regime Não-linear

procedimentos de norma, foram 24 simulações feitas (4 x 2 x 3). Cada categoria tem um formulário para obtenção de S, cujas constantes presentes na formulação dependem dos parâmetros constitutivos e da norma utilizada para obtenção de S. Na sequência, são mostrados os procedimentos de obtenção dos formulários de cada categoria.

Categoria 1:

O procedimento aqui mostrado se refere ao uso das propriedades constitutivas J(t) e B₀, mas serão mostradas as formulas finais para ambos os pares de parâmetros constitutivos.

O formulário da categoria 1 vem da manipulação algébrica da equação 5.32. Devem ser alocadas todas as funções de S para o primeiro termo da equação, conforme a equação 5.37:

$$\left[\frac{(\gamma_0 - \gamma_1 S_{(norma)}^{\gamma_2})^2}{\gamma_1 \gamma_2 S_{(norma)}^{\gamma_2 - 1}} \right]^{\alpha_S} \partial S_{(norma)} = A_S \left[\frac{0,415976 (P_{Rmax})^2}{2h} \right]^{\alpha_S} \partial N \quad (5.37)$$

Integrando-se ambos os termos da equação 5.37, é obtida a equação 5.38:

$$\int_0^{S_{(norma)}} \left[\frac{(\gamma_0 - \gamma_1 S_{(norma)}^{\gamma_2})^2}{\gamma_1 \gamma_2 S_{(norma)}^{\gamma_2 - 1}} \right]^{\alpha_S} \partial S_{(norma)} = A_S \left[\frac{0,415976 (P_{Rmax})^2}{2h} \right]^{\alpha_S} N \quad (5.38)$$

Integrando-se numericamente o primeiro termo da equação 5.38, observou-se que os resultados se ajustavam a uma parábola do segundo grau, conforme a equação 5.39:

$$a_{cat1} S_{(norma)}^2 + b_{cat1} S_{(norma)} = A_S [0,415976 (P_{Rmax})^2 / (2h)]^{\alpha_S} N \quad (5.39)$$

Capítulo 5 – Análise no Regime Não-linear

onde a_{cat1} e b_{cat1} são constantes de ajuste. Pela equação de Bhaskara, encontra-se a relação desejada, expressa pela equação 5.40:

$$S_{(norma)} = \frac{\sqrt{(b_{cat1})^2 + 4a_{cat1}A_S \left[\frac{0,415976(P_{Rmax})^2}{2h} \right]^{\alpha_S} N - b_{cat1}}}{2a_{cat1}} \quad (5.40)$$

Para propriedades constitutivas $D(t)$ e coeficiente de Poisson, a fórmula final, resultante da manipulação da equação 5.33, é expressa pela equação 5.41:

$$S_{(norma)} = \frac{\sqrt{(b_{cat1})^2 + 4a_{cat1}A_S \left[\frac{(0,233936 + 0,780056\nu)(P_{Rmax})^2}{2h} \right]^{\alpha_S} N - b_{cat1}}}{2a_{cat1}} \quad (5.41)$$

Categoria 2:

O formulário da categoria 2 vem da manipulação algébrica da equação 5.35. Devem ser alocadas todas as funções de S para o primeiro termo da equação, conforme a equação 5.42:

$$e^{-\alpha_S n_{WR} S_{(norma)}} \partial S_{(norma)} = A_S [B_{WR} n_{WR}]^{\alpha_S} \partial N \quad (5.42)$$

Integrando-se ambos os termos da equação 5.42, encontra-se a solução analítica, expressa pela equação 5.43:

$$1 - e^{-\alpha_S n_{WR} S_{(norma)}} = A_S n_{WR} [B_{WR} n_{WR}]^{\alpha_S} N \quad (5.43)$$

Isolando-se $S_{(norma)}$ da equação 5.43, a solução desejada é expressa pela equação 5.44:

$$S_{(norma)} = \frac{1}{\alpha_S n_{WR}} \ln \left[\frac{1}{1 - A_S n_{WR} (B_{WR} n_{WR})^{\alpha_S N}} \right] \quad (5.44)$$

Categoria 3:

Da mesma maneira que a categoria 1, o formulário é desenvolvido para os parâmetros constitutivos $J(t)$ e B_0 , posteriormente sendo a fórmula final de ambos fornecida.

Substituindo-se a equação 5.30 na equação 5.36, é obtida a equação 5.45:

$$\log \left[\frac{\partial S_{(norma)}}{\partial N} \right] = \sum_{i=0}^3 z_i \log \left[\frac{0,415976 (\gamma_1 \gamma_2 S_{(norma)}^{\gamma_2 - 1}) (P_{Rmax})^2}{2h (\gamma_0 - \gamma_1 S_{(norma)}^{\gamma_2})^2} \right]^i \quad (5.45)$$

A relação diferencial para integração da equação 5.45 é expressa pela equação 5.46:

$$\left\{ 10^{\sum_{i=0}^3 z_i \log \left[\frac{0,415976 (\gamma_1 \gamma_2 S_{(norma)}^{\gamma_2 - 1}) (P_{Rmax})^2}{2h (\gamma_0 - \gamma_1 S_{(norma)}^{\gamma_2})^2} \right]^i} \right\}^{-1} \partial S_{(norma)} = \partial N \quad (5.46)$$

Integrando-se ambos os termos da equação 5.46 com relação às respectivas variáveis, observou-se que os resultados da integração numérica do primeiro termo se ajustavam a um polinômio do terceiro grau. Assim, a equação 5.46 pode ser reescrita como a equação 5.47:

$$a_{cat3}S_{(norma)}^3 + b_{cat3}S_{(norma)}^2 + c_{cat3}S_{(norma)} = N \quad (5.47)$$

onde a_{cat3} , b_{cat3} e c_{cat3} são constantes de ajuste. Os valores de $S_{(norma)}$ da equação 5.47 são obtidos por algoritmos de obtenção de raízes de polinômios de terceiro grau. No caso, foi empregado o método de Tartaglia (uma descrição detalhada do método é vista em <http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/medio/medio.htm>).

No caso de uso das propriedades constitutivas $D(t)$ e coeficiente de Poisson, a equação final é a mesma equação 5.47, porém suas constantes são oriundas da integração da equação 5.48:

$$\left\{ 10 \sum_{i=0}^3 z_i \log \left[\frac{(0,233936+0,780056\nu)(\gamma_1\gamma_2 S_{(norma)}^{\gamma_2-1})(P_{Rmax})^2}{2h(\gamma_0-\gamma_1 S_{(norma)}^{\gamma_2})^2} \right]^i \right\}^{-1} \partial S_{(norma)} = \partial N \quad (5.48)$$

Pela equação 5.47, nota-se que o método possui uma desvantagem: deve-se determinar as constantes a_{cat3} , b_{cat3} e c_{cat3} para cada carregamento $P(t)$, pois a influência da pseudo-carga na formulação é absorvida na integração e sua influência fica implícita nas referidas constantes.

Categoria 4:

A equação base para obtenção do parâmetro de dano segundo a categoria 4 é obtida substituindo-se a equação 5.34 na equação 5.36, obtendo-se desta maneira a equação 5.49:

$$\log \left[\frac{\partial S_{(norma)}}{\partial N} \right] = \sum_{i=0}^3 z_i \log \left[n_{WR} B_{WR} e^{n_{WRS}(norma)} \right]^i \quad (5.49)$$

Para integração dos termos, a equação 5.49 é reescrita conforme a equação 5.50:

$$\left\{ 10^{\sum_{i=0}^3 z_i \log \left[n_{WR} B_{WR} e^{n_{WR} S_{(norma)}} \right]^i} \right\}^{-1} \partial S_{(norma)} = \partial N \quad (5.50)$$

Da mesma maneira que a categoria 3, a integração do primeiro termo resulta em um polinômio do terceiro grau, assim reescrevendo-se a equação 5.50 conforme a equação 5.51:

$$a_{cat4} S_{(norma)}^3 + b_{cat4} S_{(norma)}^2 + c_{cat4} S_{(norma)} = N \quad (5.51)$$

onde a_{cat4} , b_{cat4} e c_{cat4} são constantes de ajuste. A mesma metodologia empregada na categoria 3 foi utilizada para obtenção do parâmetro de dano nesta categoria.

Os resultados obtidos são mostrados nas Tabelas 5.21, 5.22, 5.23 e 5.24, que se referem respectivamente aos resultados das categorias 1, 2, 3 e 4:

Tabela 5.21: Resultados obtidos para o parâmetro de dano segundo a categoria 1

(norma)	ASTM	1-28AI	1-28AT	ASTM	1-28AI	1-28AT
Parâmetros constitutivos	J(t) e B ₀	J(t) e B ₀	J(t) e B ₀	D(t) e v=0,3	D(t) e v=0,3	D(t) e v=0,3
N=0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
N=10000	0,032	0,053	0,037	0,032	0,049	0,040
N=20000	0,065	0,109	0,076	0,065	0,100	0,082
N=30000	0,100	0,165	0,116	0,100	0,152	0,125
N=40000	0,136	0,224	0,158	0,137	0,206	0,170
N=50000	0,174	0,285	0,201	0,175	0,262	0,217
N=60000	0,215	0,348	0,247	0,215	0,320	0,266
N=70000	0,258	0,414	0,295	0,258	0,380	0,319
N=80000	0,304	0,483	0,345	0,305	0,442	0,375
N=90000	0,353	0,556	0,399	0,355	0,507	0,435
N=110000	0,471	0,714	0,520	0,474	0,649	0,573
N=120000	0,544	0,801	0,590	0,548	0,726	0,656
N=130000	0,637	0,896	0,669	0,645	0,809	0,755

Tabela 5.22: Resultados obtidos para o parâmetro de dano segundo a categoria 2

(norma)	ASTM	1-28AI	1-28AT	ASTM	1-28AI	1-28AT
Parâmetros constitutivos	J(t) e B ₀	J(t) e B ₀	J(t) e B ₀	D(t) e v=0,3	D(t) e v=0,3	D(t) e v=0,3
N=0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
N=10000	0,043	0,051	0,044	0,037	0,049	0,043
N=20000	0,089	0,104	0,089	0,076	0,099	0,088
N=30000	0,139	0,158	0,137	0,118	0,152	0,136
N=40000	0,192	0,213	0,187	0,163	0,207	0,186
N=50000	0,250	0,270	0,240	0,210	0,264	0,239
N=60000	0,313	0,329	0,295	0,261	0,324	0,295
N=70000	0,383	0,390	0,354	0,316	0,387	0,356
N=80000	0,460	0,453	0,416	0,376	0,453	0,420
N=90000	0,548	0,517	0,482	0,442	0,522	0,489
N=110000	0,765	0,654	0,628	0,596	0,674	0,646
N=120000	0,907	0,726	0,710	0,688	0,757	0,736
N=130000	1,086	0,801	0,798	0,795	0,845	0,835

Tabela 5.23: Resultados obtidos para o parâmetro de dano segundo a categoria 3

(norma)	ASTM	1-28AI	1-28AT	ASTM	1-28AI	1-28AT
Parâmetros constitutivos	J(t) e B ₀	J(t) e B ₀	J(t) e B ₀	D(t) e v=0,3	D(t) e v=0,3	D(t) e v=0,3
N=0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
N=10000	0,036	0,064	0,109	0,030	0,037	0,038
N=20000	0,074	0,118	0,168	0,061	0,073	0,075
N=30000	0,113	0,168	0,217	0,091	0,109	0,112
N=40000	0,155	0,216	0,260	0,122	0,145	0,150
N=50000	0,199	0,261	0,302	0,154	0,182	0,187
N=60000	0,245	0,306	0,341	0,186	0,218	0,225
N=70000	0,295	0,350	0,381	0,218	0,256	0,264
N=80000	0,349	0,395	0,421	0,252	0,294	0,304
N=90000	0,409	0,441	0,462	0,286	0,334	0,345
N=110000	0,556	0,540	0,556	0,360	0,419	0,434
N=120000	0,656	0,597	0,616	0,400	0,465	0,485
N=130000	0,827	0,665	0,745	0,443	0,516	0,541

Tabela 5.24: Resultados obtidos para o parâmetro de dano segundo a categoria 4

(norma)	ASTM	1-28AI	1-28AT	ASTM	1-28AI	1-28AT
Parâmetros constitutivos	J(t) e B ₀	J(t) e B ₀	J(t) e B ₀	D(t) e v=0,3	D(t) e v=0,3	D(t) e v=0,3
N=0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
N=10000	0,061	0,103	0,083	0,057	0,074	0,074
N=20000	0,113	0,166	0,142	0,105	0,130	0,132
N=30000	0,160	0,218	0,192	0,149	0,180	0,182
N=40000	0,204	0,265	0,238	0,191	0,226	0,229
N=50000	0,246	0,310	0,282	0,231	0,269	0,274
N=60000	0,288	0,352	0,324	0,270	0,311	0,317
N=70000	0,330	0,395	0,366	0,309	0,353	0,361
N=80000	0,372	0,437	0,408	0,348	0,396	0,406
N=90000	0,416	0,481	0,452	0,388	0,439	0,452
N=110000	0,515	0,577	0,549	0,475	0,535	0,559
N=120000	0,576	0,634	0,610	0,525	0,592	0,632
N=130000	0,669	0,713	0,700	0,585	0,666	0,763

Para determinar a eficiência dos modelos cujos resultados estão nas Tabelas 5.21 a 5.24, foi executado o seguinte procedimento:

- Cálculo do coeficiente de determinação R^2 com relação aos dados experimentais da respectiva norma, verificando-se a capacidade do modelo de representar a mesma tendência dos dados experimentais;
- Cálculo do erro percentual absoluto médio (EPAM) com relação aos dados experimentais da respectiva norma, verificando-se a proximidade dos dados calculados e experimentais, através da equação 5.52, onde $\bar{S}_{(norma)}(N)$ é o parâmetro de dano calculado;

$$EPAM(\%) = \frac{100}{13} \sum_{\frac{N}{10^4}=0}^{13} \frac{|\bar{S}_{(norma)}(N) - S_{(norma)}(N)|}{S_{(norma)}(N)} \quad (5.52)$$

- Classificação das sequências das Tabelas 5.21 a 5.24 segundo o coeficiente de determinação, do maior para o menor;
- Classificação das sequências das Tabelas 5.21 a 5.24 segundo o EPAM, do menor para o maior;
- Critério de classificação geral (CCG), com peso 2 para a classificação segundo o EPAM e um segundo o coeficiente de determinação;
- Classificação das sequências segundo o CCG, do menor para o maior.

Capítulo 5 – Análise no Regime Não-linear

A Tabela 5.25 mostra os resultados para a classificação das sequências das Tabelas 5.21 a 5.24. Observando-se as tabela, nota-se que as sete melhores previsões estão nas categorias 3 e 4, especialmente na categoria 4, que considera o modelo proposto pela equação 5.36 na relação $S-W_R$. Nota-se também que a norma 1-28AT foi a que retornou os três melhores resultados de previsão de parâmetro de dano, além do uso de $J(t)$ e B_0 retornar as duas melhores previsões. Das sete melhores previsões, cinco usam como parâmetros constitutivos $J(t)$ e B_0 . Entre os piores classificados, os quatro últimos usam como parâmetros constitutivos $D(t)$ e coeficiente de Poisson, mas o contraponto aparece pelo motivo de os três últimos classificados serem da categoria 3. Já que o melhor classificado da categoria 3 (o melhor classificado geral) usa $J(t)$ e B_0 como parâmetros constitutivos, o resultado do uso do modelo proposto na equação 5.36 pode estar fortemente ligado aos parâmetros constitutivos escolhidos. O fato da não consideração do histórico de pseudo-cargas, mesmo com o modelo proposto ter obtido a melhor previsão pode estar ligado a compensação da variação de W_R em função de S . Como a variação de W_R em função de S é integrada nas formulações apresentadas de lei de dano, a soma da diferença das variações não considerando o histórico de P_R e considerando podem ter se compensado de forma a minimizar o somatório de áreas positivas e negativas, fazendo com que o resultado final se aproxime dos dados considerados mais realistas, que tomam em consideração o histórico de P_R . A Figura 5.30 mostra esta diferença de áreas, comparando as duas melhores sequências da Tabela 5.25:

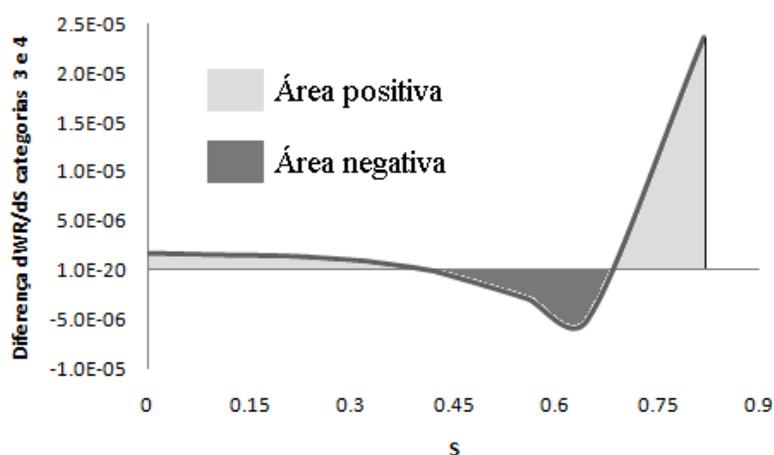


Figura 5.30: Diferença de áreas na integração da variação de W_R com S

Tabela 5.25: Classificação geral dos parâmetros de dano calculados

Categoria	(norma)	Prop const	R²	EPAM(%)	Class R²	Class EPAM	Geral
3	1-28AT	J(t) e B ₀	0,9937	5,6	2	1	1
4	1-28AT	J(t) e B ₀	0,9893	8,2	4	2	2
4	1-28AT	D(t) e v=0,3	0,9939	8,6	1	4	3
4	1-28AI	J(t) e B ₀	0,9874	8,4	5	3	4
4	ASTM	J(t) e B ₀	0,9852	10,0	10	5	5
4	1-28AI	D(t) e v=0,3	0,9867	17,4	8	7	6
3	ASTM	J(t) e B ₀	0,9901	19,4	3	12	7
2	ASTM	D(t) e v=0,3	0,9849	18,4	12	8	8
4	ASTM	D(t) e v=0,3	0,9780	14,2	24	6	9
2	1-28AT	J(t) e B ₀	0,9828	18,9	17	10	10
3	1-28AI	J(t) e B ₀	0,9844	19,5	13	13	11
2	1-28AI	J(t) e B ₀	0,9786	18,5	22	9	12
1	1-28AI	D(t) e v=0,3	0,9794	19,2	20	11	13
1	1-28AT	D(t) e v=0,3	0,9851	21,0	11	17	14
1	ASTM	D(t) e v=0,3	0,9872	27,3	6	20	15
2	1-28AT	D(t) e v=0,3	0,9832	19,9	16	15	16
2	ASTM	J(t) e B ₀	0,9862	26,4	9	19	17
1	1-28AI	J(t) e B ₀	0,9796	19,6	19	14	18
1	ASTM	J(t) e B ₀	0,9869	27,6	7	21	19
1	1-28AT	J(t) e B ₀	0,9841	26,2	14	18	20
2	1-28AI	D(t) e v=0,3	0,9788	19,9	21	16	21
3	1-28AT	D(t) e v=0,3	0,9837	33,5	15	22	22
3	1-28AI	D(t) e v=0,3	0,9808	40,1	18	24	23
3	ASTM	D(t) e v=0,3	0,9781	38,7	23	23	24

5.3 RESUMO DO CAPÍTULO E COMENTÁRIOS FINAIS

Neste capítulo, verificou-se a influência do índice de vazios e do par de parâmetros constitutivos adotados para descrição do comportamento tensão-deformação das misturas asfálticas em parâmetros constitutivos que modelam fenômenos não-lineares em misturas asfálticas. Os dados da dissertação de mestrado de Brito (2006) foram utilizados.

Analisou-se a evolução do dano até a ruptura através dos dados do ensaio de resistência à tração por compressão diametral. Os índices de vazios analisados foram 3,30; 4,05 e 4,75 %.

Dos resultados, se constatou que:

- Independentemente dos parâmetros constitutivos adotados, o índice de vazios de 3,33 % resulta em um crescimento mais uniforme do dano no material, tendo uma taxa

Capítulo 5 – Análise no Regime Não-linear

aproximadamente constante no tempo. Para índices de vazios maiores, a taxa é inicialmente menor, mas cresce notavelmente próximo a ruptura;

- Para quaisquer parâmetros constitutivos viscoelásticos, devido ao maior desenvolvimento de dano para índice de vazios de 3,30 %, há perda mais rápida da sua rigidez inicialmente, caracterizada pela variação mais negativa de $K(S)$ em função de S na Figura 5.7. As outras amostras apresentam taxas de perda de rigidez mais brandas, notando-se que quanto maior o índice de vazios, mais branda é tal taxa;
- Também em ambas as escolhas de pares de parâmetros constitutivos, notou-se nos dados de $K(S)$ não utilizados para o ajuste uma fase de condicionamento do corpo-de-prova, com rigidez baixa. Notou-se também um tempo necessário para atingir o pico de rigidez, que dependeu do índice de vazios da amostra. Menores tempos de condicionamento foram observados para índice de vazios de 3,30 %;
- A diferença na escolha dos pares de parâmetros constitutivos apareceu no cálculo do parâmetro α_S . A diferença entre os α_S cresce em função do índice de vazios, obtendo-se valores bem maiores para $J(t)$ e B_0 com relação a $D(t)$ e coeficiente de Poisson. Isto implica diferenças consideráveis na previsão da rigidez $K(S)$, que se valores obtidos com $D(t)$ e coeficiente de Poisson forem utilizados, pode-se estar causando uma superestimativa de até 25 % na rigidez do material, o que é contra a segurança;
- Não foi possível obter uma separação clara de deformações lineares e não-lineares no modelo empregado. Este fato talvez esteja ligado às propriedades constitutivas empregadas, que foram extraídas de outros ensaios e não diretamente dos materiais utilizados nas análises de crescimento de dano.

Também se analisou as compliâncias em função do índice de vazios e dos parâmetros constitutivos do comportamento a fadiga. O ensaio consistiu em aplicação de cargas cíclicas com 0,135 s de tempo de pulso e pico de carga de 3,5 kN. Da análise, constatou-se que:

- As funções $C(t,N)$ obtidas representam a perda de rigidez do material ao longo dos ciclos, com valores de compliâncias crescendo em função de N . No ajuste da série de Prony, notou-se que $C(N)_0$ decresce em função de N , e $C(N)_1$ e $C(N)_2$ crescem sem alta taxa até próximo da ruptura, até que nos ciclos finais o crescimento de ambas é brusco. Para as outras compliâncias da série, notou-se comportamento disperso. Os tempos de retardação $\tau(N)_i$ pareceram constantes ao longo dos ciclos de carga;
- Uma relação potencial entre o número de ciclos e o índice de vazios existe, onde a taxa de aumento do índice de vazios cresce com N . Notou-se um índice de vazios inicial de 3,36 % para a amostra;
- As constantes das compliâncias $J(t)$ e $D(t)$ seguem as mesmas tendências das constantes de $C(t,N)$, exceto para os valores iniciais, onde também constatou-se queda com N , mas em taxas bem menores do que $C(N)_0$. Para os ciclos finais, a compressibilidade B_0 possui maior valor que as compliâncias J_0 e D_0 , alterando significativamente o coeficiente de Poisson da parcela elástica pura do deslocamento e mostrando o crescimento da suscetibilidade do material à variação de volume, que talvez possa ser mais bem modelado com uma função $B(t)$;
- Notou-se que fatores de translação horizontal se ajustam melhor para a modelagem da variação de $C(t,N)$ durante o ensaio de fadiga, observando-se uma tendência linear ao longo dos ciclos e com taxa crescente significativa próximo a ruptura para o fator de translação horizontal. A curva mestra resultante dos fatores de translação horizontal tem o formato típico sigmoidal observado na aplicação do PSTT. Na comparação com

Capítulo 5 – Análise no Regime Não-linear

o uso simultâneo de fatores de translação horizontal e vertical, notou-se que ambas as curvas fornecem valores semelhantes inicialmente, mas a curva em função dos dois fatores de translação resulta em compliâncias até 7 vezes maiores no final do domínio de tempo analisado, caracterizando uma notável superestimativa.

Quanto a avaliação da TPT de Schapery e seus parâmetros constitutivos, constatou-se que:

- Os parâmetros de dano obtidos em função dos módulos de resiliência extraídos segundo os procedimentos das normas ASTM D4123 e NCHRP 1-28A possuem tendências semelhantes, representando os comportamentos das zonas de condicionamento, estabilidade e falha do ensaio de fadiga. O parâmetro de dano extraído segundo a NCHRP 1-28A considerando deslocamentos instantâneos foi o que apresentou maiores valores;
- Quanto à obtenção de $K(S)$ utilizando os parâmetros constitutivos $J(t)$ e B_0 , notou-se que os três procedimentos de norma resultaram funções semelhantes, representando um decaimento de rigidez praticamente linear para $K(S)$. A influência maior apareceu no uso de $D(t)$ e coeficiente de Poisson, onde se observou uma forte dependência de $K(S)$ com o coeficiente de Poisson, mas em sua magnitude apenas. O coeficiente de Poisson não afeta a tendência das curvas $K(S)$;
- Quanto ao cálculo dos parâmetros da lei de evolução de dano da TPT de Schapery, o que foi observado é que tal lei não considera a fase de condicionamento da amostra durante o ensaio, onde existe maior variação do parâmetro de dano e onde o início da fase de estabilidade é caracterizado pelo ponto de mínimo no diagrama variação de W_R com $S \times$ variação de S com N . Assim, considerando-se a fase de condicionamento, as tendências ajustadas pela lei de dano do TPT não representaram adequadamente o comportamento do material ao longo dos ciclos de carga;
- Foi proposto o modelo visto na equação 5.36, onde as variáveis são modeladas em função de polinômios, que tem obrigatoriamente um ponto de mínimo, assim possibilitando a consideração da fase de condicionamento do material. Os ajustes utilizando o modelo foram mais satisfatórios do que os empregando o modelo de Schapery, fazendo a “lógica” prevalecer através de maiores coeficientes de determinação para as sequências que consideraram o histórico de $P_R(t)$ no cálculo;
- A validação dos modelos, prevendo-se os dados experimentais representados pelos parâmetros de dano calculados pelas normas empregadas na tese, comprovou a eficiência do modelo proposto. As sete melhores previsões dentre as 24 executadas utilizaram o modelo proposto, e a maioria destas sete utilizaram como parâmetros constitutivos $J(t)$ e B_0 , provando que o modelo e o par de parâmetros constitutivos referidos apresentam resultados mais realistas se considerada a fase de condicionamento nos dados ajustados. Os 4 piores ajustes utilizaram o coeficiente de Poisson como parâmetro constitutivo.

Enfim, os resultados do capítulo 5 mostraram claramente que a escolha dos parâmetros constitutivos afeta sim o comportamento das misturas asfálticas, a se obter parâmetros que se transferidos para uma situação diferente, podem gerar erros significativos nas previsões de comportamento de misturas asfálticas. Talvez a mais grave das escolhas esteja ligada a escolha do coeficiente de Poisson como parâmetro constitutivo, que é sempre ligado a um módulo de resiliência no campo linear-elástico.

6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS

A presente tese apresentou uma análise da influência da escolha dos parâmetros constitutivos no comportamento de misturas asfálticas. A Revisão Bibliográfica forneceu os principais fundamentos e conceitos para o entendimento dos capítulos seguintes. Também foi mostrada uma coletânea dos principais parâmetros constitutivos extraídos de misturas asfálticas, apresentado uma noção da ordem de grandeza e do comportamento dos mesmos.

Na tese propriamente dita, analisou-se qual a resposta dos parâmetros constitutivos extraídos em função do índice de vazios, tanto no regime viscoelástico linear quanto no regime linear-elástico. Como foi detectada a influência do coeficiente de Poisson nos resultados, foi executado assim um minucioso estudo sobre o comportamento viscoelástico do coeficiente de Poisson, além de uma pesquisa sobre a sua influência no comportamento de misturas asfálticas, em especial no ensaio de compressão diametral sob cargas cíclicas. Na pesquisa sobre o comportamento no regime de deformações não-lineares, foi examinada a influência da escolha dos parâmetros constitutivos nos parâmetros da lei de dano da Teoria do Potencial de Trabalho de Schapery (1990), bem como a quantificação dos deslocamentos não-lineares. No estudo do comportamento à fadiga, foram obtidas as curvas de fluência em função de N e analisou-se a influência dos parâmetros constitutivos escolhidos na lei de dano de Schapery, onde novos modelos foram sugeridos e verificados.

Assim, após este breve resumo da tese, o presente capítulo expõe as conclusões da tese, uma relação entre os objetivos e as constatações do estudo e as sugestões para futuras pesquisas.

6.1 AS CONCLUSÕES DA TESE

Concluiu-se que, em geral, existe considerável influência da escolha dos parâmetros constitutivos extraídos de dados experimentais no comportamento de misturas asfálticas.

A considerável influência é vista tanto no regime linear quanto no regime não-linear, como indica a série de evidências mostradas ao longo da tese. Entretanto, algumas evidências se

destacam sobre outras, originando as conclusões principais da tese, listadas a seguir, onde se julga estar as maiores contribuições da presente tese:

- **Utilizar o coeficiente de Poisson como parâmetro constitutivo de misturas asfálticas é conceitualmente incorreto. Seu uso gera toda a dispersão, discrepância e dependências em função de tensões e carga encontradas por vários autores e evidenciadas nesta tese. Portanto, o coeficiente de Poisson como parâmetro constitutivo de misturas asfálticas deve ser abandonado. Recomenda-se a migração para os parâmetros constitutivos $J(t)$ e $B(t)$ por não apresentar as deficiências evidenciadas nas modelagens apresentadas com o coeficiente de Poisson;**
- **Embora consagrada na literatura, a TPT de Schapery (1990) não deve ser empregada para a modelagem das fases de condicionamento e falha do ensaio de fadiga. Devem ser usados modelos que caracterizem o ponto de mínimo observado nos dados experimentais para modelagem da fase de condicionamento, como o modelo proposto nesta tese, sugerindo-se que estes modelos sejam empregados em conjunto com a TPT de Schapery.**

As evidências que levaram as conclusões acima estão listadas a seguir.

No regime linear:

- As compliâncias $J(t)$ obtidas são função do índice de vazios da mistura. Quanto maior é o índice de vazios, maiores são os valores de compliância em função do tempo. O destaque vai para o “salto” entre curvas do índice de vazios 3,88 % para 4,09 %, ultrapassando a barreira dos 4 % geralmente buscados em projetos volumétricos de misturas asfálticas. O “salto” também é visto e quantificado pelo fator de translação vertical das curvas em função do índice de vazios, onde foram necessárias duas funções para o ajuste do fator de translação vertical das curvas $J(t)$;
- Os tempos de retardação τ_i das curvas $J(t)$ apresentaram uma tendência praticamente constante, provando a necessidade de um fator de translação vertical somente para modelagem do comportamento da mistura asfáltica em função do índice de vazios. Quanto ao parâmetro B_0 , este apresentou uma sensível influência do índice de vazios quando este ultrapassou 4,09 %. Para índices de vazios menores que 4,09 %, B_0 assume valores baixos e apresenta uma tendência praticamente constante;
- Se os parâmetros constitutivos $D(t)$ e coeficiente de Poisson são escolhidos, assumindo-se este último como 0,3, a ordem em função do índice de vazios vista nas curvas $J(t)$ é totalmente quebrada para $D(t)$ calculado em função dos deslocamentos horizontais. A ordem das curvas é mais semelhante às curvas $J(t)$ se deslocamentos verticais foram considerados, onde nota-se que os índices de vazios intermediários seguem a ordem de $J(t)$, exceto os índices de vazios extremos;
- Os tempos de retardação das funções $D(t)$ extraídas em função de deslocamentos horizontais e deslocamentos verticais apresentam uma tendência praticamente constante. Entretanto, nota-se uma sensível queda dos valores do tempo de retardação para as funções $D(t)$, especialmente em $D(t)$ em função de deslocamentos horizontais.
- A razão entre $D(t)$ em função de um dos deslocamentos e $D(t)$ em função de $J(t)$ e B_0 depende menos do índice de vazios para os deslocamentos verticais do que para os

Capítulo 6 – Conclusões e Sugestões para Pesquisas Futuras

deslocamentos horizontais, apresentando um indicio de que o coeficiente de Poisson também é dependente do índice de vazios da mistura;

- O comportamento das curvas $J(t)$ e $D(t)$ foi refletido nas curvas $G(t)$ e $E(t)$, onde para a curva $G(t)$ observou-se queda do módulo em função do crescimento do índice de vazios, inclusive podendo ser observado o “salto” entre os índices de vazios 3,88 % para 4,09 %. Para as funções $E(t)$, destaque para $E(t)$ calculada em função de $D(t)$ dos deslocamentos horizontais apresentou a mesma quebra na ordem em função do índice de vazios;
- Quanto aos tempos de relaxação obtidos, nota-se que há uma sensível queda com relação aos tempos de retardação. Isto provoca uma rápida relaxação das curvas, onde a tendência das mesmas torna-se praticamente constante em 0,2 s; o que não ocorre nas curvas de fluência;
- Quanto aos fatores de translação, novamente foi obtido um melhor ajuste em função do fator de translação vertical. Entretanto, este não segue a mesma tendência vista nas curvas de fluência, pois o fator de translação vertical nos módulos é fortemente dependente do valor inicial dos mesmos, onde são vistas claras tendências lineares decrescentes da dependência dos valores iniciais com os fatores de translação. Como não houve uma correlação clara entre índice de vazios e valor inicial dos módulos, não foi possível construir um modelo;
- Quanto aos parâmetros constitutivos calculados pelo modelo linear-elástico, notou-se que as tendências apresentadas por parâmetros calculados em função dos deslocamentos verticais foram mais próximas aos calculados em função de ambos os deslocamentos, ratificando a influência do coeficiente de Poisson nas análises. Notou-se também que realmente o coeficiente de Poisson varia com o índice de vazios, mostrando queda em função deste, apresentando um valor médio de 0,45 para índice de vazios 3,33 % e 0,25 pra índice de vazios de 4,75 %.

As conclusões descritas anteriormente levam a crer que a diferença entre os resultados tem como causa o coeficiente de Poisson. Assim, executando-se o estudo sobre o coeficiente de Poisson na versão viscoelástica, concluiu-se que:

- Para misturas asfálticas, não é possível um coeficiente de Poisson que independe do tempo, pois as compliâncias de cisalhamento e de compressibilidade vistas em misturas asfálticas não obedecem a uma das sete condições listadas por Hilton (2001) para obtenção de um coeficiente de Poisson não dependente do tempo em materiais viscoelásticos, no qual tanto $J(t)$ e $B(t)$ devem ser funções separáveis no tempo e espaço cuja componente tempo deve ser igual para ambas as compliâncias;
- Soluções quaisquer da Teoria da Elasticidade com base no coeficiente de Poisson que sejam aplicadas para misturas asfálticas são impossíveis de ser contempladas pelo PCEV, pois o coeficiente de Poisson é dependente do tempo mesmo no regime linear-elástico para um estado de tensões genérico e, mesmo desconsiderando tal fato, a aplicação de transformadas integrais inversas para obtenção da solução viscoelástica no domínio tempo é baseada num produto triplo de funções no domínio frequência;
- O coeficiente de Poisson dito viscoelástico apresentado por muitos autores é válido apenas para uma situação uniaxial. Mesmo assim, este é dependente do histórico de tensões uniaxiais para a classe I. Quando um estado multiaxial de tensões é considerado, o comportamento é totalmente diferente. Não é mais obedecido o limite da Teoria da Elasticidade, existe forte dependência da razão de tensões verticais e

Capítulo 6 – Conclusões e Sugestões para Pesquisas Futuras

horizontais, no qual a partir de certos valores, o comportamento de fluência visto na literatura não é mais observado, mas sim de relaxação, cuja evolução no tempo depende da classe de coeficiente de Poisson assumida. Este comportamento pode estar presente no ensaio de compressão diametral, pois nos eixos x e y a razão de tensões apresenta valores no qual o coeficiente de Poisson tem comportamento diferente do constatado pela literatura;

- Verificando-se a influência de assumir um coeficiente de Poisson nas análises, notou-se que este realmente suprime certo grau de viscoelasticidade do material, diminuindo o ângulo de fase transversal do mesmo, além de diminuir a sensibilidade do mesmo com relação ao tempo de pulso de carga no ensaio de compressão diametral sob cargas repetidas e tal fato ter influência no tempo de pico de deslocamentos e no deslocamento residual observado no fim do tempo de carga. Mostrou-se também que o comportamento recém descrito depende da temperatura, em função da translação das curvas de ângulo de fase no domínio frequência, assim caracterizando um intervalo de temperatura onde o comportamento observado é notado e outro no qual assumir um coeficiente de Poisson constante implica maior grau de viscoelasticidade no material.

Quanto às análises no regime não-linear, as conclusões são as seguintes:

- Para o parâmetro de dano S , notou-se que para o índice de vazios 3,30 % existe um crescimento do dano mais uniforme ao longo do tempo. Para os demais índices de vazios, a taxa de dano é menor inicialmente, mas cresce fortemente perto da ruptura;
- Quanto à rigidez $K(S)$ na fluência não-linear, notou-se que esta tem maior taxa de queda para menores índices de vazios, comprovando o comportamento observado para S . A rigidez $K(S)$ também decai precocemente. A taxa de queda de $K(S)$ é decrescente em função do crescimento do índice de vazios e não dependente dos parâmetros constitutivos escolhidos, embora estes tenham influência na magnitude de $K(S)$. Também foi observado um pico de rigidez nas curvas $K(S)$, referente ao condicionamento da amostra durante o ensaio. O tempo de condicionamento, ou seja, para o pico de $K(S)$ tem influência do índice de vazios;
- A influência dos parâmetros constitutivos escolhidos está na constante α_S calculada para a fluência não-linear. A diferença entre tal constante em função dos parâmetros constitutivos cresce em função do índice de vazios, o que causa erros consideráveis de previsão de rigidez se α_S calculado em função de $D(t)$ e coeficiente de Poisson for utilizado quando os parâmetros constitutivos são $J(t)$ e B_0 . O erro pode atingir até 25 % de superestimativa no caso de índice de vazios de 4,05 %. Quanto a separação de deslocamentos lineares e não-lineares, o modelo não forneceu tendências que pudessem ser utilizadas em modelos que contemplam esta separação;
- Quanto ao ensaio de fadiga, análise das compliâncias $C(t,N)$ mostrou o resultado esperado: os valores de $C(t,N)$ crescem em função de N . No ajuste de $C(t,N)$ utilizando séries de Prony, notou-se que $C(N)_5$ possui valores insignificantes para o total, que $C(N)_0$ decresce em função de N e que $C(N)_1$ e $C(N)_2$ crescem levemente durante o ensaio, mas próximo a ruptura crescem bruscamente. Os tempos de retardação não tiveram variação significativa ao longo de N , exceto para os ciclos iniciais;
- Quanto a obtenção de $J(t)$ e $D(t)$ em função de $C(t,N)$, verificou-se que as parcelas viscoelásticas de ambas as curvas seguem as mesmas tendências que $C(t,N)$, ou seja, para $i \neq 0$. Na parcela elástica pura, nota-se que D_0 e J_0 apresentam tendências diferentes que $C(N)_0$. Tal fato está ligado ao crescimento de B_0 com os ciclos, o que

Capítulo 6 – Conclusões e Sugestões para Pesquisas Futuras

umenta a compressibilidade do material, diminui o coeficiente de Poisson com os ciclos, como, que novamente tem valores além dos limites da Teoria da Elasticidade para os ciclos iniciais. Esta variação deve-se ao crescimento notável do índice de vazios durante o ensaio, que segue uma lei potencial;

- Quanto aos fatores de translação da curva $C(t,N)$, notou-se que fatores de translação horizontais melhor se adequavam ao comportamento das curvas em função de N . A tendência do logaritmo do fator de translação é linear e aumenta sua taxa perto da ruptura. A aplicação dos fatores de translação horizontais resulta em uma curva mestra de formato sigmoidal típica do PSTT. Se esta curva é comparada com a curva mestra que considera fatores de translação vertical e horizontal, nota-se que a que considera os dois fatores superestima em até sete vezes o valor das compliâncias, mesmo esta representando o melhor ajuste segundo o método dos mínimos quadráticos;
- Quanto à modelagem do comportamento a fadiga pela TPT de Schapery, os parâmetros de dano obtidos segundo os procedimentos de obtenção dos deslocamentos resilientes das normas ASTM D4123 (1995) e NCHRP 1-28A (2004) apresentaram tendências semelhantes, com o parâmetro de dano calculado segundo a NCHRP 1-28A apresentando maiores valores, porém os três calculados representando satisfatoriamente as fases de condicionamento, estabilidade e falha do ensaio de fadiga;
- As rigidezes $K_G(S)$ calculadas se ajustam perfeitamente ao comportamento expresso pela equação 2.111, no qual não foi notada significativa influência do parâmetro de dano calculado pelas diferentes normas. No entanto, se $D(t)$ e coeficiente de Poisson forem considerados os parâmetros constitutivos, nota-se forte influência do coeficiente de Poisson na magnitude das curvas. O coeficiente de Poisson que mais se aproximou da curva $K_G(S)$ foi de 0,3;
- Na obtenção dos parâmetros da lei de dano da TPT, notou-se que o modelo de Schapery não se adequou ao comportamento do material, onde a tendência do modelo não representa os dados experimentais para ambas as escolhas de parâmetros constitutivos, pelo fato do modelo de Schapery não considerar a fase de condicionamento durante a fadiga;
- Para consideração da fase de condicionamento, foi proposto o modelo da equação 5.36, que se ajustou mais adequadamente as tendências experimentais;
- Na verificação dos modelos, considerando as categorias 1 e 2 com a lei de Dano de Schapery e as categorias 3 e 4 com o modelo proposto, dentre as 24 verificações feitas, as sete com melhores resultados caíram nas categorias 3 e 4, no qual a maioria destas considerou como parâmetros constitutivos $J(t)$ e B_0 .

6.2 SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS

Visando complementar a contribuição dada pelo conteúdo da presente tese, a seguir são listadas algumas sugestões para a continuidade da pesquisa:

- Executar as mesmas análises desta pesquisa considerando a variação de temperatura;
- Executar as mesmas análises desta pesquisa considerando a variação do tempo de pulso de carga;

Capítulo 6 – Conclusões e Sugestões para Pesquisas Futuras

- Verificar se a extração dos parâmetros constitutivos segue a mesma tendência se forem considerados diferentes ensaios, como ensaios uniaxiais, vigotas etc;
- Verificar se o comportamento aqui constatado se repete em outros tipos de misturas asfálticas;
- Verificar se existe manifestação de comportamento viscoelástico da função $B(t)$ nas compliâncias obtidas para um alto número de ciclos no ensaio de fadiga;
- Comparar as respostas dadas pelos parâmetros constitutivos encontrados em simulações numéricas de estruturas de pavimento considerando revestimentos esbeltos e espessos, diferentes rigidezes da base e velocidades diferentes de tráfego;
- Verificar a influência dos parâmetros constitutivos extraídos na previsão do módulo dinâmico da mistura asfáltica, comparando com modelos de previsão tipo de Witczak e Fonseca (1996);
- Executar as mesmas análises considerando a mistura asfáltica como um material anisotrópico.

REFERÊNCIAS

- ABBAS, A.R. Simulation of the Micromechanical Behavior of Asphalt Mixtures using the Discrete Element Method. PhD Thesis, Washington State University, 2004.
- ADEDIMILA, A.S. e KENNEDY, T.W. Fatigue and resilient characteristics of asphalt mixtures by repeat-load indirect tensile test. Research report 183-5, Center for Highway Research, University of Texas at Austin, 1975.
- ALLEN, D. H.; SEARCY, C. R. A micromechanical model for a viscoelastic cohesive zone. International journal of fracture, vol. 107, no2, pp. 159-176 (35 ref.), 2001.
- AMERI, M., KHAVANDI, A. Development of Mechanistic-Empirical Flexible Pavement Design in Iran. Journal of Applied Sciences, v.9, 354-359, 2009.
- AMERICAN ASSOCIATION OF STATE HIGHWAY AND TRANSPORTATION OFFICIALS. Guide for Design of Pavement Structures, Washington, DC, 426p., 2002.
- AMERICAN ASSOCIATION OF STATE HIGHWAYS AND TRANSPORTATION OFFICIALS, AASHTO TP 62: 2007. Standard Method of Test for Determining Dynamic Modulus of Hot-Mix Asphalt (HMA), 2007.
- AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. ASTM D4123:1995. Standard Test method for indirect tension test for resilient modulus of bituminous mixtures, 1995.
- BAHUGUNA, S. ; PANOSKALTSIS, V. P. ; PAPOULIA; K. D. Identification and Modeling of Permanent Deformations of Asphalt Concrete. Eng. Mech., v.132(3), p.231-239, 2006.
- BARKSDALE, R.D., ALBA, J., KHOSLA, N.P., KIM, R. e RAHMAN, M.S. Laboratory determination of resilient modulus for flexible pavement design. Project 1-28. Final Report, Georgia Tech Project E20-634, USA, 1997.
- BAUMGARTNER, E. D. Triaxial frequency sweep characterization for dense graded hot mix asphalt concrete mix design. Dissertation (M.Sc). University of Saskatchewan, 2005.
- BOLTZMANN, L. Zur Theorie der Elastischen Nachwirkung. Pogg. Ann. Physic, v.7, p.624, 1876.
- BRITO, L.A.T. Avaliação e Análise Paramétrica do Ensaio de Compressão Diametral sob Cargas repetidas em Misturas Asfálticas. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre – RS, 144p., 2006.

Referências

- CARNEIRO, F. L. Um Novo Método para Determinação da Resistência à Tração dos Concretos. Comunicação, 5. Reunião Associação Brasileira de Normas Técnicas, Publ. Inst. Nac. Tecnol., Rio De Janeiro, 1943.
- CHEHAB, G. R. Characterization of Asphalt Concrete in Tension Using a ViscoElastoPlastic Model. PhD Dissertation, North Carolina State University, Raleigh, NC, 2002.
- CHRISTENSEN, R.M. Theory of Viscoelasticity: an Introduction. New York: Academic Press, 245p., 1971.
- CLEC'H, P., SAUZEAT, C. e DI BENEDETTO, H. Multidirectional behavior of bituminous mixtures. Proceedings of 8th Conference on Bearing Capacity of Roads, 6/29/2009-7/2/2009, Champaign-USA. Champaign: CRC Press, 377-386, 2009.
- CLYNE, T.R.; LI, X.; MARASTEANU, M.O.; SKOK, E.L. Dynamic and Resilient Modulus of MN/DOT Asphalt Mixtures. Department of Civil Eng.-University of Minnesota, 2003.
- DANIEL, J.S. Development of a Simplified Fatigue Test and Analysis Procedure Using a Viscoelastic, Continuum Damage Model and its Implementation to WesTrack Mixtures, Ph.D. Dissertation, North Carolina State University, Raleigh, NC, 2001.
- DE SOUSA, P. C.; SILVA, H. N.; SOARES, J. B. Prony Series Study for Viscoelastic Characterization of Asphalt Mixtures. Anais do 19º Encontro do Asfalto, p.119-128, Rio de Janeiro, 2008.
- DEPARTAMENTO NACIONAL DE INFRAESTRUTURA DE TRANSPORTES (DNIT). DNIT-ME 138/94 - Misturas Betuminosas – Determinação da Resistência a Tração por Compressão Diametral. Rio de Janeiro, 1994.
- DI BENEDETTO, H.; PARTL, M.N.; FRANCKEN L.; DE LA ROCHE, C. Stiffnes testing for bituminous mixtures. Materials and Structures/Matériaux et Constructions, v.34, p.66-70, 2001.
- ELTAHAN, A.A.; LYTTON, R.L. Mechanistic-empirical approach for modeling reflection cracking. Annual Meeting of the Transportation Research Board No79, Washington, DC , ETATS-UNIS (01/2000), no 1730 (190 p.) (6 ref.), pp. 132-138, 2000.
- FALCÃO, M.F.B. e SOARES, J.B. Considerações Sobre o Ensaio de Compressão Diametral no Estudo de Materiais de Pavimentação. Associação Nacional de Ensino e Pesquisa em Transportes (ANPET) – anais, v.1, 2002.

Referências

- FANG, H.; HADDOCK, J. E.; WHITE, T. D.; HAND, A. J. On the characterization of flexible pavement rutting using creep model-based finite element analysis. *Finite element analysis and design*, n. 41, p 49-73, 2004.
- FEDOROVKI, G.D. Endochronic representation of the theory of nonlinear creep of Rabotnov. *Reviews on Advanced Material Science*, V.20, p.148-151, 2009.
- GIBSON, N.H.; SCHWARTZ, C.W., SCHAPERLY, R.A., WITCZAK, M.W. Viscoelastic, Viscoplastic, and Damage Modeling of Asphalt Concrete in Unconfined Compression. Transportation Research Board (TRB) Annual Meeting CD-ROM, 2003.
- HAMZAH, M.O. e YI, T.C. Effects of Temperature on Resilient Modulus of Dense Asphalt Mixtures Incorporating Steel Slag Subjected to Short Term Oven Ageing. *World Academy Science, Engineering and Technology*, n.46, 2008.
- HILTON, H. H. Implications and Constrains of Time-Independent Poisson Ratios in Linear Isotropic and Anisotropic Viscoelasticity. *Journal of Elasticity*, n.63, 221-251, 2001.
- HILTON, H.H.; YI, S. The significance of (an)isotropic viscoelastic Poisson ratio stress and time dependencies. *International Journal of Solids and Structures*, no 23, pp. 3081-3095, 1998.
- HONDROS, G. The Evaluation of Poisson's Ratio and the Modulus of Materials of a Low Tensile Resistance by the Brazilian (indirect tensile) Test with Particular Reference to Concrete. *Australian Journal of Applied Science*. V.10(3) p.243-268, 1959.
- HUA, J. Finite element modeling and analysis of accelerated pavement testing devices and phenomenon, Ph.D. Dissertation, Purdue University, 2000.
- HUANG, H.; WHITE, T. D. Modeling and analysis of accelerated pavement tests, Transportation Research Record, Transportation Research Board, National Research Council, Washington, DC, 1998.
- HUANG, Y.H. Pavement Analysis and Design. Prentice-Hall, New Jersey, 805p.,1993.
- HUURMAN, M. e POOT, M. Determination of the Burgers' parameters by application of the dynamic ITT. *Advanced characterisation of pavement and soil engineering materials* (pp. 111-121). Leiden, The Netherlands: Taylor & Francis/Balkema. (TUD), 2007.
- HVEEM, F.N. Pavement Deflections and Fatigue Failures. *Bulletin n.114, HRB(TRB)*, Washington – DC, p.43-87, 1955.

Referências

- JAZOULI, S., LUO, W., BREMAND, F. e VU-KHANH, T. Application of time–stress equivalence to nonlinear creep of polycarbonate. *Polymer Testing*, v.24, p.463–467, 2005.
- KIM, Y. R. *Modeling of Asphalt concrete*. 1st edition. McGraw-Hill Professional, 2009.
- KIM, Y. R.; WEN, H. Fracture energy from indirect tension testing. *Proceedings of the Association of Asphalt Paving Technologists*, 18p., 2002.
- KIM, Y.R.; SEO, Y.; KING, M.; MOMEM, M. Dynamic Modulus Testing of Asphalt Concrete in Indirect Tension Mode. *Transpostation Research Board (TRB) Annual Meeting CD-ROM*, 2004.
- LAI, J.S. E ANDERSON, D. Irrecoverable and recoverable nonlinear visco-elastic properties of asphalt concrete, *Transportation Research Record 468*, Transportation Research Board—National Research Council, Washington, DC,1973.
- LAKES, R., WINEMAN, A. On Poisson’s Ratio in Linearly Viscoelastic Solids. *Journal of Elasticity*, v.85, 45–63, 2006.
- LAKES, R.. Foam structures with a negative Poisson's ratio. *Science*, v.235, 1038-1040, 1987.
- LAKES, R.S. The time-dependent Poisson's ratio of viscoelastic materials can increase or decrease. *Cellular Polymers*, no 11, pp. 466-469, 1992.
- LAKES, R.S. *Viscoelastic Solids*. Mechanical Engineering Series, CRC Press, Boca Raton-FL, 448p., 1998.
- LEE, H. J.; KIM, Y. R. Viscoelastic Constitutive Model for Asphalt Concrete Under Cyclic Load. *Jr. of Engineering Mechanics, ASCE*, Vol. 124, No. 1, pp. 32-40, 1998.
- LEE, H.J.; KIM, Y.R.; LEE, S.W. Fatigue Life Prediction of Asphalt Mixes Using Viscoelastic Material Properties. *Transpostation Research Board (TRB) Annual Meeting CD-ROM*, 2003.
- LEE, H.S. e KIM, J. Determination of Viscoelastic Poisson’s Ratio and Creep Compliance from the Indirect Tension Test. *Journal of Materials in Civil Engineering*, v.21(8), 416-425, 2009.
- LONG, F.M. Permanent deformation of asphalt concrete pavements: a nonlinear viscoelastic approach to mix analyses and design. PhD Thesis, University of California – Berkley, 300p., 2001.

Referências

- LOULIZI, A.; FLINTSCH, G.W.; AL-QADI, I.L.; MOKAREM, D. Comparing Resilient Modulus and Dynamic Modulus of Hot-Mix Asphalt as Material Properties for Flexible Pavement Design. Transportation Research Record, n.1970, Washington, DC, pp. 161-170, 2006.
- LYTTON, R.; UZAN, J.; FERNANDO, E.G.; ROQUE, R.; HILTUNEN, D.; STOFFELS, S. Development and Validation of Performance Prediction Models and Specifications for Asphalt Binders and Paving Mixes. The Strategic Highway Research Program Report No. SHRP-A-357, National Research Council, Washington, DC, 1993.
- MAHER, A. e BENNERT, T. Evaluation of Poisson's Ratio for Use in the Mechanistic Empirical Pavement Design Guide (MEPDG). FHWA-NJ-2008-004 (Final Report), 2008.
- MASAD, E.; HUANG, C.W.; AIREY, G. e MULIANA, A. Nonlinear viscoelastic analysis of unaged and aged asphalt binders. Construction and Building Materials, n.22, p.2170–2179, 2009.
- MASAD, E.; TASHMAN, L.; LITTLE, D.; ZBIB, H. Viscoplastic modeling of asphalt mixes with the effects of anisotropy, damage and aggregate characteristics. Mechanics of Materials, n. 37 p.1242–1256, 2005.
- MCGEE, N. Laboratory MR investigation of 2331 mix. Proceedings of the Workshop on Resilient Modulus Testing. Oregon State University, Corvallis – Oregon, 1999.
- MEDINA, J., MOTTA, L.M.G., Mecânica dos Pavimentos, 2ª Edição, 2005.
- MELLO, L. G. R. O Estudo do Dano em Meio Contínuo no Estudo da Fadiga em Misturas Asfálticas. Tese de Doutorado, Universidade de Brasília, 263 p., 2008.
- MOMM, L. Comportamento Viscoelástico do Concreto Asfáltico. Anais da 33ª Reunião Anual de Pavimentação, Florianópolis – SC, 2001.
- MOURA, E. e BERNUCCI, L. L. B. Estudo dos deslocamentos verticais e horizontais em corpos-de-prova Marshall em ensaios de modulo de resiliência e de resistência a tração. Anais do XVIII congresso de ensino e pesquisa em transportes, Nov/2004, Florianópolis, Brazil. ANPET: V.1, P.150-161, 2004.
- NATIONAL COOPERATIVE HIGHWAY RESEARCH PROGRAM. NCHRP 1-37A - Development of the 2002 Guide for the Design of New and Rehabilitated Pavement Structures: Phase II , 1999.

Referências

- NATIONAL COOPERATIVE HIGHWAY RESEARCH PROGRAM. NCHRP 285 (Project 1-28 A) - Harmonized Test Methods for Laboratory Determination of Resilient Modulus for Flexible Pavement Design, 2004.
- O'BRIEN, D.J., SOTTOS, N.R., WHITE, S.R. Cure-dependent Viscoelastic Poisson's Ratio of Epoxy. *Experimental Mechanics*, v.47, 237-249, 2007.
- OESER, M.; MÖLLER, B. 3D Constitutive Model for Asphalt Pavements. *The International Journal of Pavement Engineering*, v.5, p.153-161, 2004.
- PALIT, S. K., SUDHAKAR, R. K. e PANDEY, B. B. Laboratory Evaluation of Crumb Rubber Modified Asphalt Mixes. *Journal of Materials in Civil. Engineering*, v.16(1), 45-53, 2004.
- PANNEERSELVAM, D e PANOSKALTSIS, V.P. A nonlinear viscoelastic model for concrete;s creep and creep failure. 15th ASCE Engineering Mechanics Conference, June 2-5, Columbia University, New York – NY, 2002.
- PANOSKALTSIS, V. P.; PANNEERSELVAM, D. An anisotropic hyperelastic-viscoplastic damage model for asphalt concrete materials and its numerical implementation. 5th GRACM International Congress on Computational Mechanics Limassol, 29 June – 1 July, 2005.
- PAPAZIAN, H. S. The Response of Linear Viscoelastic Materials in the Frequency Domain with Emphasis on Asphaltic Concrete, (1st) International Conference on the Structural Design of Asphalt Pavements, pp. 454-463, 1962.
- PARK, S. e SCHAPERLY, R. A. Methods of interconversion between linear viscoelastic material functions. Part I – an numerical method based on Prony Series” *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 36, p 1653-1975, 1999.
- PARK, S.W., KIM, Y.R. e SCHAPERLY, R.A. A viscoelastic continuum damage model and its application to uniaxial behaviour of asphalt concrete. *Mechanics of Materials*, v.24, p.241-255, 1996.
- PERL, M.; UZAN, J. E SIDES, A. Visco-elasto-plastic constitutive law for a bituminous mixture under repeated loading, *Transportation Research Record 911*, Transportation Research Board—National Research Council, Washington, DC, 1983.
- POISSON, S. D. Mémoire sur l'équilibre et le mouvement des corps élastiques. *Mémoires de l'Académie Royal des Sciences de l'Institut de France*, v.8, 357–570, 1829.

Referências

- RAJAGOPAL, K. R.; SRINIVASA, A. R. A note on a correspondence principle in nonlinear viscoelastic materials. *International journal of fracture* ISSN 0376-9429 CODEN IJFRAP, vol. 131, no4, pp. L47-L52 (4 ref.), 2005.
- ROHDE, L. Estudo de Misturas Asfálticas de Módulo Elevado para Camadas Estruturais de Pavimentos. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2007.
- ROQUE, R.; BUTTLAR, W. G. The development of a measurement and analysis system to accurately determine asphalt concrete properties using the indirect tensile mode. *Proceedings of the Association of Asphalt Paving Technologists*, v. 61, p. 304-332, 1992.
- SCHAPERLY, R. A. A Theory of Mechanical Behavior of Elastic Media with Growing Damage and Other Changes in Structure. *Jr. Mech. Phys. Solids*, 38, pp. 215-253, 1990.
- SCHAPERLY, R.A. A method of viscoelastic stress analysis using elastic solution. *J.Franklin Istitute*, v. 279, 1978.
- SCHAPERLY, R.A. Correspondence Principles and a Generalized J-Integral for Large Deformations and Fracture Analysis in Viscoelastic Media. *International Journal of Fracture*, v.25(1), p.95-223, 1984.
- SCHAPERLY, R.A. Nonlinear Viscoelastic and Viscoplastic Constitutive Equations with Growing Damage, *International Journal of Fracture*, Vol. 97, No. 3, pp. 33-66, 1999.
- SCHAPERLY, R.A. On the characterization of nonlinear viscoelastic materials. *Polymers Engineering Science*, n.9, p.295–310, 1969.
- SCHWARTZ, C.W., GIBSON, N.H., SCHAPERLY, R.A., e WITCZAK, M.W. Time-Temperature Superposition for Asphalt Concrete at Large Compressive Strains. *Transportation Research Record No. 1789, Bituminous Paving Mixtures*, 2002.
- SHAO, X.Z., SHAO, M.H., BI, Y.F. e SUN, L.J. Testing method of asphalt mixture Poisson ratio. *Journal of Tongji University*, v.34(11), 1470–1474, 2006.
- SHTARK, A., GROSBEIN, H. e SAMEACH, G. An alternate protocol for determining viscoelastic material properties based on tensile tests without the use of Poisson's ratio. 11/11/2007-11/15/2007, Seattle, Washington, USA. Seattle: ASME, 437-454, 2007.
- SOUSA, J.B.; WEISSMAN, S.; SACKMAN, J.; MONISMITH, C.L. A nonlinear elastic viscous with damage model to predict permanent deformation of asphalt concrete

Referências

- mixtures. Transportation Research Record 1385. Transportation Research Board, National Research Council, Washington, DC, pp. 80–93, 1993.
- SOUZA, F.V. Modelo Multi-Escala para Análise Estrutural de Compósitos Viscoelásticos Sucetíveis a Dano. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Ceará, 189p., 2005.
- SPECHT, L.P. Avaliação de misturas asfálticas com incorporação de borracha reciclada de pneus. Tese (Doutorado em Engenharia) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul – Porto Alegre, 2004.
- TASHMAN, L.; MASAD, E.; ZBIB, H.; LITTLE, D.; KALOUSH, K. Microstructural viscoplastic continuum model for Permanent deformation in asphalt pavements. Journal of engineering mechanics, vol. 131, no1, pp. 48-57, 2005.
- TAYEBALI, A., DEACON, J. E MONISMITH, C. Comparison of Axial and Diametral Resilient Modulus Stiffness of Asphalt-Aggregate Mixes. Transportation Research Record, v.1492, 135-143, 1997.
- TAYEBALI, A.A.; DEACON, J.A.; COPLANTZ, J.S.; HARVEY, J.T. e MONISMITH, C.L. Fatigue response of Asphalt-Aggregate Mixes. Part I – Test Method Selection. Strategic Highway Research Program – SHRP-A-04, National Research Council, 1994.
- TEIXEIRA, V. F. ; SOUZA, F. V. ; SOARES, J. B. . Modelagem da Vida de Fadiga e do Acúmulo de Deformações Permanentes em Pavimentos Asfálticos por Meio de um Modelo de Dano Contínuo. Transportes (Rio de Janeiro), v. 15, p. 17-25, 2007.
- THEISEN, K.M. Aplicação do Princípio da Correspondência Elasto-viscoelástica para Previsão de Deformabilidade de Misturas Asfálticas. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre – RS, 150p, 2006.
- THEISEN, K.M. e CERATTI, J.A.P. Uso da teoria da viscoelasticidade e regressão estatística para previsão do módulo dinâmico de misturas asfálticas em função do módulo de resiliência. Publicado nos anais do XXIII ANPET– Vitoria - ES, 2009.
- THEISEN, K.M.; NÚÑEZ, W.P.; BITTENCOURT, E. Modelagem do ensaio de módulo dinâmico e de compressão diametral de cargas cíclicas através de curva de fluência e do princípio da correspondência elasto-viscoelástica. Publicado nos anais do XXI ANPET– Rio de Janeiro, 2007.
- THEISEN, K.M.; VICTORINO, D.R.; NÚÑEZ, W.P.; CERATTI, J.A.P. Using the Viscoelasticity and Continuum Damage Theories to Quantify the Effects of Loading

Referências

- Speed in Accelerated Pavement Testing Results. 8th Conference on Bearing Capacity of Roads, Railways and Airfields, University of Illinois at Urbana-Champaign, USA, pp.1393-1404, 2009.
- TRUESDALL, C. e NOLL, W. The Non-linear Field Theories of Mechanics. Springer, 2004.
- TSCHOEL, N. W., KNAUSS, W. G. e EMRI, I. Poisson's Ratio Linear Viscoelasticity – A Critical Review. *Mechanics of Time-dependent Materials*, v.6, 3-51, 2002.
- VERMEER, P.A. A five constant constitutive model unifying well-established concepts. In: Gudehus, G., Darve, F., Vardoulakis, I. (Eds.), *Constitutive Relations for Soils*. Balkema, Rotterdam, pp. 175–197, 1984.
- VINSON, J.R. e HILTON, H.H. Composite Material Structures and Viscoelasticity: Theory & Applications. AIAA Short Course for SDM, April 29 - 30, 2006.
- WEN, H e BAHIA, H. Characterizing Fatigue of Asphalt Binders with Viscoelastic Continuum Damage Mechanics. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, No. 2126, Transportation Research Board of the National Academies, Washington, D.C. pp. 55–62, 2009.
- WESSELING, D.H. Estudo do comportamento mecânico de misturas em concreto asfáltico com incorporação de resíduos industriais. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre – RS, 143p., 2005.
- WIDYATMOKO, I. Some practical aspects of performance related testing of bituminous materials. *Proceedings of the European Symposium on performance of bituminous and hydraulic materials in pavement – Nottingham*, p.99-104, 2002.
- WILLIAMS, M. L., R. F. LANDEL, AND FERRY, J. D. “Temperature dependence of relaxation mechanisms in amorphous and other glass forming liquids,” *J. Am. Chem. Soc.* 77, 3701–3706, 1955.
- WITCZAK, M.W. e FONSECA, O.A. A prediction methodology for the dynamic modulus of in-place aged asphalt mixes. *Proceedings of the Association of Asphalt Paving Technologists*, v.61, p.532-559, 1996.
- YE, Y., YANG, X. E CHEN, C. Experimental researches on visco-elastoplastic constitutive model of asphalt mastic. *Construction and Building Materials*, n.23, p.3161–3165, 2009.

Referências

- ZHANG, W.; DRESCHER, A.; NEWCOMB, D.E. Viscoelastic Analysis of Diametral Compression of Asphalt Concrete. *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, v.123, n.6, p. 596-603, 1997.
- ZHONG, Y., GENG, L. Thermal stresses of asphalt pavement under dependence of material characteristics on reference temperature. *Mechanics of Time-dependent Materials*, v.13, 81-91, 2009.