

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

INSTITUTO DE MATEMÁTICA

**TRABALHO DE CONCLUSÃO DO CURSO DE
LICENCIATURA MATEMÁTICA**

Katilene Grilo Conte

**UM OLHAR SOBRE O ENSINO E APRENDIZAGEM DA
GEOMETRIA**

PORTO ALEGRE

2011/2

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
TRABALHO DE CONCLUSÃO DO CURSO DE
LICENCIATURA MATEMÁTICA

Katilene Grilo Conte

UM OLHAR SOBRE O ENSINO E APRENDIZAGEM
DA GEOMETRIA

Trabalho de Conclusão de Curso

ORIENTADORA: PROF^a DR^a MARIA ALICE GRAVINA

PORTO ALEGRE

2011/2

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

UM OLHAR SOBRE O ENSINO E APRENDIZAGEM
DA GEOMETRIA

COMISSÃO EXAMINADORA:

Prof. Vera Clotilde Vanzetto Garcia
Instituto de Matemática - UFRGS

Prof. Leandra Anversa Fioreze
Instituto de Matemática - UFRGS

PORTO ALEGRE, 06 DE DEZEMBRO DE 2011.

AGRADECIMENTOS

Especialmente ao meu esposo Teófilo, por toda compreensão, apoio, carinho, dedicação, ajuda e principalmente paciência, durante estes anos de estudo.

Aos meus filhos, Júlia e Lucas, minhas maiores riquezas.

A minha orientadora, Prof^a Dr^a Maria Alice Gravina, pelo apoio e dedicação na realização deste trabalho.

Aos meus familiares e amigos que contribuíram neste percurso.

Aos meus colegas de curso pela especial atenção que tiveram comigo durante estes anos, em especial a minha querida colega Lizeane Fortes.

“Educação é aquilo que fica depois que você
esquece o que a escola ensinou.”

Albert Einstein

RESUMO

Este trabalho lança um olhar sobre a situação do ensino da geometria no final do Ensino Fundamental. Para isto foi aplicado um questionário a uma turma de 9º ano e identificamos que os alunos se encontram nos níveis da visualização e análise do modelo de desenvolvimento de pensamento geométrico proposto por Van Hiele. Também foi feita uma análise dos conteúdos de geometria de uma coleção de livros de Matemática para o ensino fundamental (6º ao 9º ano) e procuramos identificar situações em que a abordagem didática pode favorecer a construção do pensamento geométrico.

Palavras-chaves – Ensino – Aprendizagem – Geometria – Livros didáticos

ABSTRACT

This work aims to take a look at the situation of the teaching of geometry in the secondary school. Using a questionnaire, it was analyzed the students comprehension of geometry taking the Van Hiele model of geometric reasoning as a theoretical framework. It was also carried out an analysis of the geometry subject in a collection of books of mathematics for secondary education (6 to 9 year) with the purpose of find out didactical situations that favor the construction of geometric thinking.

Keywords – Teaching – Learning – Geometry – textbooks

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Tarefa exploratório-investigativa – Fractal “triângulo de Sierpinski”.	15
Figura 2: Blocos de modelos.	17
Figura 3: Blocos de modelos classificáveis A.	18
Figura 4: Blocos de modelos classificáveis B.	18
Figura 5: Desenho para dobradura.	19
Figura 6: Retângulo.	21
Figura 7: Resposta à questão 3.	28
Figura 8: Resposta à questão 3.	28
Figura 9: Resposta à questão 3.	29
Figura 10: Resposta à questão 3.	29
Figura 11: Resposta à questão 3.	29
Figura 12: Resposta à questão 3.	29
Figura 13: Resposta à questão 3.	29
Figura 14: Quadrados.	31
Figura 15: Resposta à questão número 4.	32
Figura 16: Resposta à questão número 4.	32
Figura 17: Resposta à questão número 4.	32
Figura 18: Resposta à questão número 4.	33
Figura 19: Resposta à questão número 4.	33
Figura 20: Resposta à questão número 4.	33
Figura 21: Resposta à questão 4.	33
Figura 22: Triângulos.	34
Figura 23: Gráfico respostas questão 8.	34
Figura 24: Quadrados.	35
Figura 25: Gráfico respostas questão 9.	35

Figura 26: Paralelogramos.....	35
Figura 27: Respostas questão 10	36
Figura 28: Triângulos isósceles	37
Figura 29: Imagem retirada do volume do 6º ano.....	42
Figura 30: Representação de ângulo.....	42
Figura 31: Ângulos.....	43
Figura 32: Imagem retirada do volume do 7º ano.....	43
Figura 33: Ângulos opostos pelo vértice.....	44
Figura 34: Imagem retirado do volume do 8ºano.....	44
Figura 35: Atividade Bissetriz	45
Figura 36: Ângulo	45
Figura 37: Transferidor	46
Figura 38: Definição polígonos	46
Figura 39: Elementos dos polígonos	46
Figura 40: Polígonos regulares.....	47
Figura 41: Mosaicos	47
Figura 42: Demonstração diagonais dos polígonos.....	48
Figura 43: Demonstração da soma das medidas dos ângulos internos dos polígonos.....	49
Figura 44: Soma dos ângulos externos de um polígono.....	50
Figura 45: Elementos dos polígonos	50
Figura 46: Quadrilátero	51
Figura 47: Definição de triângulo	51
Figura 48: Classificação dos triângulos	52
Figura 49: Triângulo retângulo.....	52
Figura 50: Imagem retirada do volume do 6º ano.....	53

Figura 51: Definição e elementos do triângulo.....	54
Figura 52: Classificação dos triângulos	54
Figura 53: Soma dos ângulos externos de um triângulo.....	55
Figura 54: Congruência de triângulos.....	55
Figura 55: Mediatrizes	56
Figura 56: Elementos triângulo retângulo	56
Figura 57: Imagem retirado do volume do 9] ano	57
Figura 58: Teorema de Pitagóras	57
Figura 59: Relações trigonométricas	58
Figura 60: Definição quadriláteros	58
Figura 61: Classificação quadriláteros.....	59
Figura 62: Definição e elementos quadriláteros.....	59
Figura 63: Teorema de Tales.....	60
Figura 64: teorema de Tales nos triângulos.....	61
Figura 65: Imagem retirado do volume do 6º ano	62
Figura 66: Imagem retirada do volume do 7ºano.....	63
Figura 67: Imagem retirada do volume do 7ºano.....	63

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1: Conteúdos selecionados da coleção Projeto Radix.	40
---	----

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
2	SOBRE A APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA	14
	2.1 O modelo de Van Hiele	16
	2.2 Os Parâmetros Curriculares	23
3	A GEOMETRIA NA ESCOLA: O CASO DE UMA TURMA DE 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL.....	27
	3.1 As impressões dos alunos.....	27
	3.2 A visualização e a análise	31
	3.3 A dedução informal.....	36
4	A GEOMETRIA NO LIVRO DIDÁTICO: ANÁLISE DE UMA COLEÇÃO DO ENSINO FUNDAMENTAL.....	39
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	64
6	BIBLIOGRAFIA	66
7	ANEXOS	68

1 INTRODUÇÃO

Muito se tem discutido e pesquisado sobre o ensino e aprendizagem de geometria na educação básica. Conforme NACARATO et al. 2008 pode-se dizer que esse ensino, até a década de 1960, esteve pautado por um excesso de formalismo, com a prevalência das demonstrações geométricas euclidianas. O caráter estritamente formal e axiomático da matemática produzida pelos matemáticos estabelecia os critérios de verdade dessa área do conhecimento. Não se questionavam esses critérios quanto à matemática escolar. Assim, outros processos de argumentação em geometria não encontravam espaços na escola.

Durante o Movimento da Matemática Moderna (1960-1970), acentuou-se o formalismo da matemática na escola e o estudo de geometria ficou relegado a um segundo plano nos currículos e livros didáticos brasileiros. Isso acabou por gerar o seu abandono pela escola básica, como evidenciamos em inúmeras pesquisas na área de Educação Matemática. [Pavanello (1993), Lorenzato (1995), Passos (2000)].

Segundo Pavanello (1993), “uma das possíveis causas do abandono do ensino da geometria ocorreu com a promulgação da Lei 5692/71, que dava às escolas liberdade na escolha dos programas, possibilitando aos professores de matemática o abandono do ensino de geometria ou deixando-o para o final do ano letivo”. Porém, tal situação é preocupante ao identificar que a geometria, durante a evolução das ciências, sempre foi considerada como essencial à formação intelectual do indivíduo e de sua capacidade de raciocínio.

Além da causa apontada por Pavanello, existem outras duas causas desta omissão, que atuam diretamente em sala de aula. A primeira, é que muitos professores não possuem os conhecimentos de geometria necessária para a realização de suas práticas pedagógicas e a segunda é a influência que o livro didático desempenha entre alguns professores, pois segundo Lajolo (apud FRIOLANI 2007 p 47) acredita-se que, no Brasil, pela sua precária situação educacional, o livro didático acaba determinando conteúdos e condicionando estratégias de ensino, marcando, pois de forma decisiva o que se ensina e como se ensina. Segundo Lorenzato (1995) nos livros didáticos a geometria é apresentada apenas como um conjunto de definições, propriedades, nomes e fórmulas, desligada

de quaisquer aplicações ou explicações de natureza histórica ou lógica. Em outros a geometria é reduzida a meia dúzia de formas banais do mundo físico.

Ciente da percepção destes diferentes autores partiu-se para a investigação a respeito da aprendizagem dos alunos sobre geometria, buscando verificar se o livro didático usado por estes alunos está ajudando no processo de aprendizagem.

Composto de cinco capítulos, o presente trabalho apresenta uma sequência que procura antes contextualizar a aprendizagem da geometria (Capítulo 2), passando pela obtenção de dados primários, junto a uma escola de ensino fundamental, que possam proporcionar uma visão do nível de apreensão do aluno sobre o conteúdo transmitido (Capítulo 3). Posteriormente, no capítulo 4, é realizada uma análise de como a geometria está apresentada no livro didático e se esta forma está contribuindo com a aprendizagem e, finalmente, no capítulo 5 estão apresentadas as considerações finais.

2 SOBRE A APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA

Diferentes autores salientam a importância do ensino da Geometria. Para Duval (1995), a aprendizagem de Geometria favorece três diferentes formas do processo cognitivo – a visualização, a construção e o raciocínio – que se inter-relacionam para habilitar o aluno com a proficiência necessária em Geometria.

Segundo Fainguelernt (1995), “A Geometria desempenha um papel fundamental na educação porque ativa as estruturas mentais na passagem de dados concretos e experimentais para os processos de abstração e generalização”.

Lorenzatto justifica a importância do ensino da geometria (1995, p.5):

A necessidade do ensino de geometria pelo fato de que, um indivíduo sem este conteúdo, nunca poderia desenvolver o pensar geométrico, ou ainda, o raciocínio visual, além de não conseguir resolver situações da vida que forem geometrizadas. Não poderá, ainda, utilizar-se da geometria como facilitadora para compreensão e resolução de questões de outras áreas do conhecimento humano.”

A pesquisa realizada por Andrade (2004) revela que houve uma mudança de tendência didático-pedagógica na década de 1990. Por tendência didático-pedagógica entendemos como "o modo de produzir conhecimentos geométricos na sala de aula e para a sala de aula" (Andrade & Nacarato, 2004, p. 61). As tarefas exploratórias-investigativas podem ser incluídas dentro dessas novas tendências.

Conforme Nacarato (et al. 2008), as pesquisas e produções brasileiras apontam que o ensino da geometria vem sendo pautado em uma perspectiva de tarefas exploratório-investigativas, sendo estas favoráveis para minimizar as “lacunas” existentes em decorrência do pouco ensino de conteúdos geométricos. Para a realização das tarefas o conhecimento geométrico exigido, inicialmente, é restrito ao conteúdo de que trata a tarefa. Se o aluno tiver um domínio restrito dos conteúdos geométricos, provavelmente a tarefa venha a ficar no nível da exploração, mas, caso, seja um aluno que apresente um domínio maior dos conteúdos

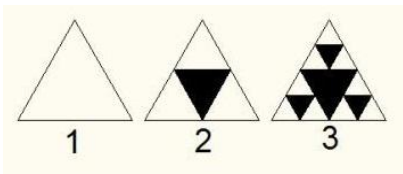
geométricos e mesmo algébricos, existe grande possibilidade de que a tarefa se torne, para ele, investigativa. Nestas tarefas o aluno passa a identificar qual é o problema a resolver e como resolvê-lo. São problemas do tipo aberto que possibilitam diferentes perguntas, estratégias de resolução e processos de validação.

Abrantes (1999, p. 155) aponta essa particularidade em relação as tarefas exploratório-investigativa:

“Fazendo apelo à intuição e à visualização e recorrendo, com naturalidade, à manipulação de materiais, a geometria torna-se, talvez mais do que qualquer outro domínio da Matemática, especialmente propícia a um ensino fortemente baseado na realização de descobertas e na resolução de problemas, desde os níveis escolares mais elementares. Na geometria, há um imenso campo para a escolha de tarefas de natureza exploratória e investigativa, que podem ser desenvolvidas na sala de aula, sem necessidade de um grande número de pré-requisitos e evitando, sem grande dificuldade, uma visão da Matemática centrada na execução de algoritmos e em "receitas" para resolver problemas-tipo.”

Apresentamos um exemplo de tarefa exploratório-investigativa que foi elaborada por Fernandes (2006, p.211), a qual faz uso do fractal “triângulo do Sierpinski”. A tarefa proposta está transcrita na Figura 1.

Observe o triângulo de Sierpinski e suas transformações em três etapas:



- 1) Faça o próximo triângulo da sequência;
- 2) Escreva o roteiro que transforma o primeiro triângulo (posição 1) na figura da posição (2) e faça o mesmo da segunda para a terceira posição, explicando o que acontece com a figura. Fique atento ao tamanho dos triângulos.
- 3) Procure e registre, se encontrar, relações existentes entre os triângulos e as posições na sequência. Por exemplo: relacionar a posição ocupada com o número de triângulos existentes ou faltantes, ou ainda com a área e/ou perímetro etc.
- 4) Escreva, com suas palavras, o padrão que descreve a sequência.

Figura 1: Tarefa exploratório-investigativa – Fractal “triângulo de Sierpinski”.

O autor coloca como objetivos da tarefa:

- investigar padrões geométricos, levando o aluno a fazer explorações, descobertas, a levantar e formular conjecturas e argumentar e comunicar-se matematicamente .
- desenvolver o espírito crítico
- propiciar o trabalho em equipes
- utilizar a escrita na elaboração de relatórios, dando significado ao que estão descobrindo nas investigações.

Quanto a organização do trabalho, o autor propõe que sejam constituídos grupos de quatro pessoas, de tal forma que cada participante do grupo tenha uma tarefa. Sendo estas distribuídas em: um coordenador, responsável pela organização do trabalho e pela resolução de possíveis conflitos, um redator responsável pela redação final e dois relatores responsáveis pela apresentação dos resultados encontrados pelo grupo.

2.1 O MODELO DE VAN HIELE

Conforme apresentado acima, entende-se que uma boa atividade de exploração e investigação deve estar na essência do desenvolvimento do ensino de geometria. Mas o desenvolvimento do ensino também depende de entendimento do processo de aprendizagem da geometria e neste sentido temos uma interessante contribuição de Van Hiele no trabalho produzido no ano de 1957. Incentivados pela observação das dificuldades apresentadas por seus alunos do curso secundário, os Van Hiele, perceberam uma grande falta de harmonia entre o ensino e o aprendizado em Matemática, pois as tarefas e problemas apresentados para os alunos necessitavam de vocabulários, conceitos e conhecimentos de propriedades bem além dos seus níveis de pensamento. Assim em seus trabalhos de doutoramento, na Universidade de Utrecht (Holanda), Dina van Hiele e Pierre van Hiele construíram um modelo de desenvolvimento do pensamento que serve como guia para o ensino e avaliação das habilidades desenvolvidas pelos alunos no processo de aprendizagem da geometria. Dina faleceu pouco depois de terminar sua tese, sendo assim, foi Pierre quem esclareceu, aperfeiçoou e promoveu o modelo.

Mas a divulgação do modelo aconteceu através de Hans Freudenthal em seu livro *Mathematics as an Educational Task* (1973).

O modelo pode ser usado para orientar a formação e a avaliação das habilidades do aluno, tendo em vista que ele propõe uma escala hierárquica de cinco níveis de compreensão que está diretamente relacionada às dificuldades que se apresentam na formação do pensamento geométrico. Os cinco níveis são:

NÍVEL 0 – Visualização

Neste estágio os alunos percebem o espaço apenas como algo que existe em torno deles. Os conceitos de geometria são vistos como entidades totais e não como entidades que têm componentes ou atributos. As figuras geométricas são reconhecidas por sua forma como um todo, isto é, por sua aparência física, não por suas propriedades. Neste nível o aluno consegue aprender um vocabulário geométrico, identificar formas específicas e, dada uma figura, consegue reproduzi-la.

Exemplo de atividade para este nível:

Proporcionar aos alunos oportunidades para:

1. Manipular, colorir, dobrar e construir figuras geométricas (Figura 2).

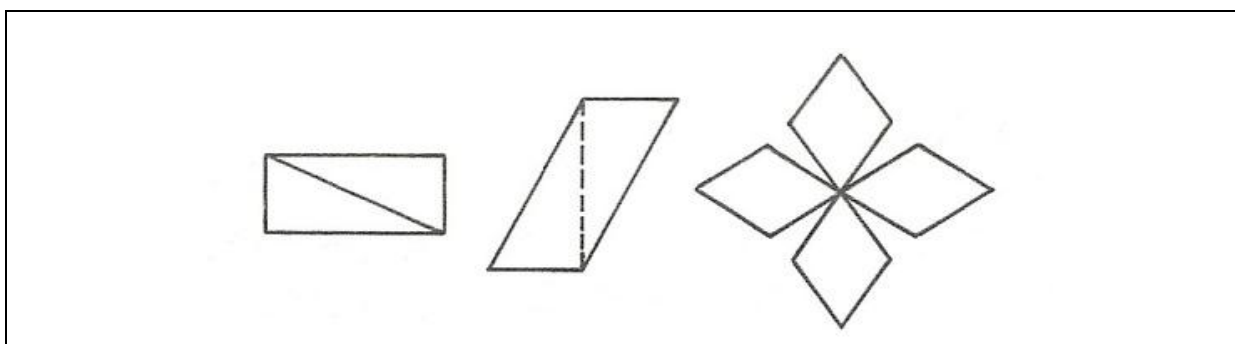


Figura 2: Blocos de modelos.

2. Identificar uma figura ou uma relação geométrica:
 - Num desenho simples;
 - Num conjunto de recortes, blocos de modelos ou outros objetos manipuláveis, ou seja, classificáveis (Figura 3 e Figura 4).

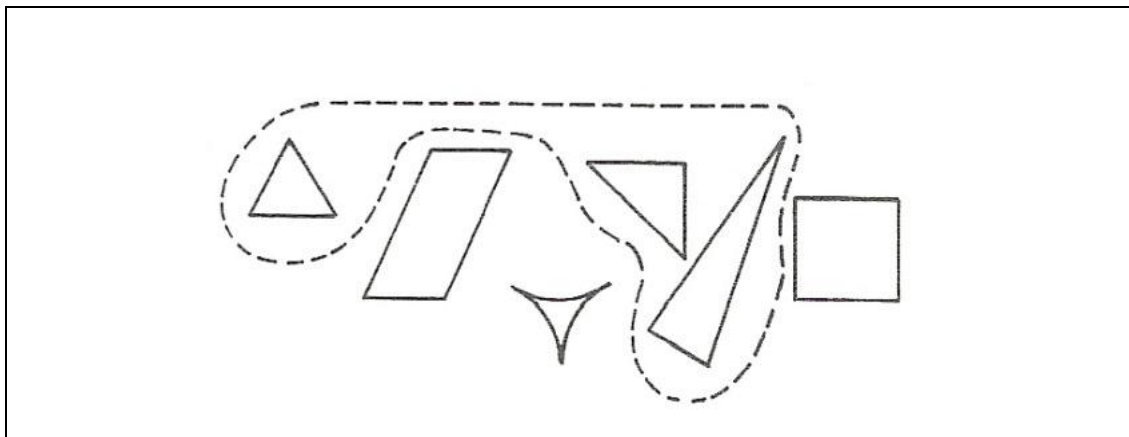


Figura 3: Blocos de modelos classificáveis A.

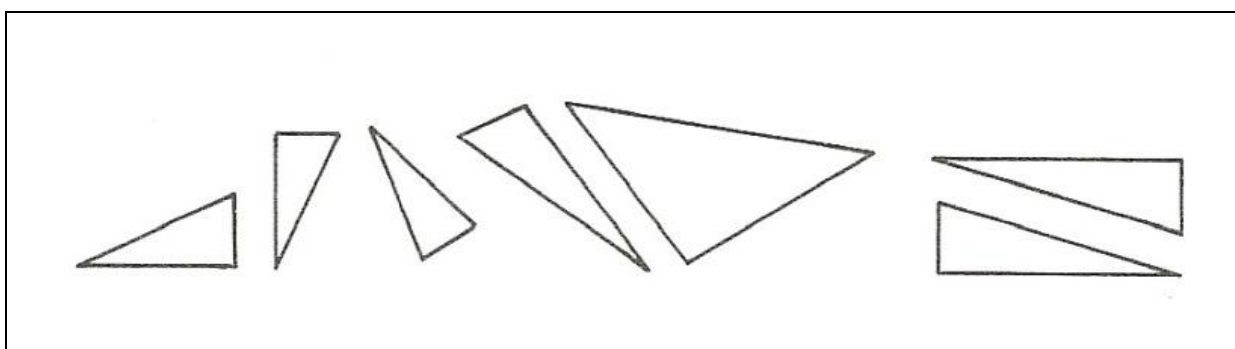


Figura 4: Blocos de modelos classificáveis B.

NÍVEL 1 - Análise

Neste nível através da observação e experimentação, começam a discernir as características das figuras, mas ainda não são capazes de explicar relações entre propriedades, não veem inter-relações entre figuras e não entendem definições. Por exemplo, os alunos descrevem todas propriedades dos quadrados, dos retângulos, dos paralelogramos, dos losangos, isoladamente, sem estabelecer relações entre essas figuras, não percebendo que todo quadrado é um retângulo, é um losango, e também é um paralelogramo (WALLE, 2009)

Exemplo de atividade adequada para este nível:

Proporcionar aos alunos oportunidades para:

1. Medir, colorir, dobrar, modelar e ladrilhar a fim de identificar propriedades de figuras e outras relações geométricas.
 - Dobrar uma pipa ao longo da diagonal e examinar o “ajustamento” (Figura 5).

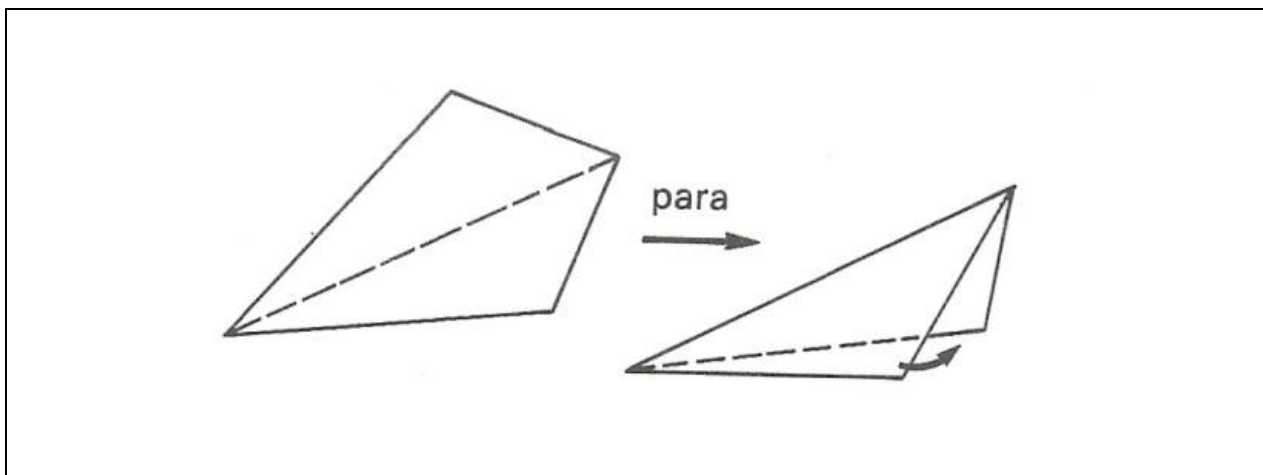


Figura 5: Desenho para dobradura.

2. Descrever uma classe de figuras por suas propriedades (compõem-se verbalmente, “fichas de propriedades”).
 - Sem usar nenhum desenho, como você descreveria uma figura a alguém que nunca a viu?

NÍVEL 2 – Dedução informal

Neste nível os alunos conseguem estabelecer inter-relações de propriedades tanto dentro de figuras quanto entre figuras. São capazes de deduzir propriedades de uma figura e reconhecer classes de figuras. As definições tem significado. Os alunos acompanham e formulam argumentos informais. Por exemplo, estabelecem relações do tipo “se todos os quatro ângulos são retos, a forma deve ser um retângulo (...) se isso é um quadrado ele tem que ser um retângulo (WALLE, 2009 p 442)

Exemplo de atividade adequada para este nível:

Proporcionar aos alunos oportunidades para:

1. Estudar as relações desenvolvidas no nível1, buscando inclusões e implicações.
 - Usar fichas de propriedades:
 - Trabalhando com o geoplano, transforme um quadrilátero num trapézio, o trapézio em paralelogramo, o paralelogramo em retângulo... O que foi preciso fazer em cada transformação?

NÍVEL 3 – Dedução formal

Neste nível os alunos percebem a inter-relação e o papel de termos não definidos, axiomas, postulados, definições, teorema e demonstrações. São capazes de construir demonstrações e não apenas memoriza-las, enxerga a possibilidade de desenvolver uma demonstração de mais de uma maneira, é capaz de fazer distinções entre uma afirmação e sua recíproca.

Exemplo de atividade adequada para este nível:

Proporcionar aos alunos oportunidades para:

1. Identificar aquilo que é dado e o que deve ser provado num problema
 - Identificar, no seguinte problema, o que é conhecido e o que deve ser provado ou mostrado. Não complete a demonstração. “a mediatriz da base de um triângulo isósceles passa pelo vértice do triângulo.”
- 2 – Identificar informações implícitas numa figura ou numa dada informação
 - A figura ABCD é um paralelogramo. Discutir o que se sabe sobre essa figura. Escrever um problema da forma “Se..., então...”, baseado nessa figura.

NÍVEL 4 - Rigor

O aluno é capaz de trabalhar em vários sistemas axiomáticos, isto é, consegue estudar geometrias não euclidianas e comparar sistemas diferentes. A geometria é vista no plano abstrato.

Os professores além de aplicar as atividades adequadas a cada nível devem aprender a identificar os níveis de pensamento geométrico dos alunos. Sendo assim, abaixo trazemos um exemplo (Aprendendo e ensinado geometria – Mary M. Lindquist) sobre uma indagação feita pelo professor e as respostas dos alunos relacionando-as a cada nível.

“- Que tipo de figura é esta?” (Figura 6)

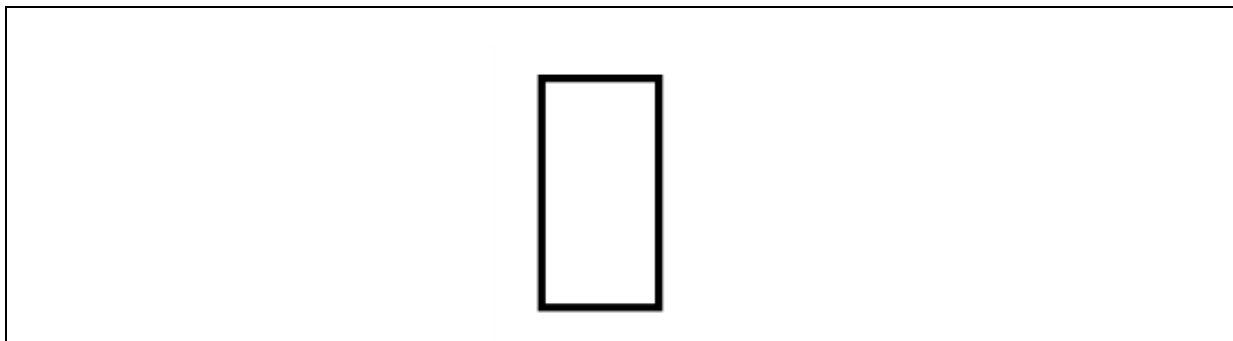


Figura 6: Retângulo.

Os alunos de todos os níveis são capazes de responder “retângulo”. Se um aluno não sabe o nome da figura, não se encontra no nível 0 para retângulos.

“- Como você sabe?”

Abaixo estão apresentados exemplos de respostas a esta pergunta específica, indicando o provável nível. Entre parênteses está a justificativa do enquadramento ao nível que lhe é atribuído.

Nível 0 – “Parece um retângulo!” ou “Porque parece uma porta”. (A resposta baseia-se no modelo visual).

Nível 1 – “Quatro lados, fechado, dois lados compridos, dois lados curtos, lados opostos paralelos, quatro ângulos retos...” (Relacionam-se propriedades; não se observam redundâncias).

Nível 2 – “É um paralelogramo com quatro ângulos retos”. (O aluno procura dar um número mínimo de propriedades. Se indagado, indicaria que sabe que é redundante, neste exemplo, dizer que os lados opostos são congruentes).

Nível 3 – “Isso pode ser provado se eu sei que a figura é um paralelogramo e que um dos ângulos internos é reto”. (O aluno procura demonstrar o fato dedutivamente).

Os Van Hiele enfatizaram algumas propriedades do modelo que podem orientar o trabalho do professor, na construção do seu plano de ensino de geometria.

A primeira propriedade, denominada “Sequencial”, estabelece que o aluno deva necessariamente passar por todos os níveis sucessivamente. Em relação à segunda, “Avanço”, o progresso do aluno depende mais do conteúdo e dos métodos

de instrução do que da idade. Na terceira, “intrínseco e extrínseco”, os objetos inerentes a um nível tornam-se os objetos de ensino do nível seguinte. Na quarta, “Linguística”, há uma simbologia e linguagem própria para cada nível. Segundo a última propriedade, denominada “Combinação inadequada”, aluno e curso devem estar num mesmo nível, pois caso contrário a aprendizagem não acontecerá.

É interessante observar que para os Van Hiele a aprendizagem do aluno depende mais da instrução recebida do que da idade ou maturidade. Sendo assim, propuseram cinco fases sequenciais de aprendizado. A instrução desenvolvida de acordo com esta sequência contribui para o avanço de nível. As fases são:

Fase 1 – Interrogação/Informação - Professor e aluno dialogam sobre o material de estudo, o professor deve perceber quais os conhecimentos anteriores do aluno sobre o assunto a ser estudado.

Fase 2 – Orientação dirigida - Os alunos exploram o assunto de estudo através do material selecionado pelo professor, as atividades deverão proporcionar respostas específicas e objetivas.

Fase 3 – Explicação - Os alunos baseados em experiências anteriores expressam e trocam suas visões sobre o que observaram, sendo que o papel do professor é orientar os alunos no uso de uma linguagem precisa e adequada.

Fase 4 – Orientação livre - Tarefas constituídas de várias etapas possibilitando diversas respostas afim de que o aluno ganhe experiências e autonomia.

Fase 5 – Integração - O professor auxilia no processo de síntese fornecendo experiências e observações globais, sem apresentar novas e discordantes ideias.

Como demonstrado neste capítulo, a geometria é de fundamental importância para ajudar o aluno no desenvolvimento do seu raciocínio. As tarefas exploratórias-investigativas ajudam neste processo, assim como o modelo de Van Hiele, que facilita ao professor elaborar uma metodologia para desenvolver este pensamento.

2.2 OS PARÂMETROS CURRICULARES

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) foram elaborados procurando, de um lado, respeitar diversidades regionais, culturais e políticas existentes no país e, de outro, considerar a necessidade de construir referências nacionais comuns ao processo educativo em todas as regiões brasileiras. Com isso, pretende criar condições, nas escolas, que permitam aos nossos jovens acesso ao conjunto de conhecimentos socialmente elaborados e reconhecidos como necessários ao exercício da cidadania.

Os parâmetros são organizados em blocos de conteúdos denominados: Números e operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da informação. Neste trabalho enfocaremos o bloco de conteúdos Espaço e Forma no 4º ciclo (7ª e 8ª série ou 8º e 9º ano). Os conceitos geométricos constituem parte importante no currículo de matemática no ensino fundamental, pois é por meio deles que o aluno desenvolve um tipo de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive (PCN,1998,p.51)

Segundo o PCN (1998), é de fundamental importância que os estudos de espaço e forma sejam explorados a partir de objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanatos, de modo que permita ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas de conhecimento.

Conforme os PCN os objetivos propostos para o desenvolvimento do pensamento geométrico, no 4º ciclo, utilizando-se situações de aprendizagem, devem estimular o aluno a:

- Interpretar e representar a localização e o deslocamento de uma figura no plano cartesiano;
- Produzir e analisar transformações e ampliações/reduções de figuras geométricas planas, identificando seus elementos variantes e invariantes, desenvolvendo o conceito de congruência e semelhança;

- Ampliar e aprofundar noções geométricas como incidência, paralelismo, perpendicularismo e ângulo para estabelecer relações, inclusive as métricas, em figuras bidimensionais e tridimensionais.
- Obter e utilizar fórmulas para cálculo da área de superfícies planas e para cálculo de volumes de sólidos geométricos (prismas retos e composições desses prismas).

De acordo com o PCN o estudo dos conteúdos do bloco Espaço e Forma tem como ponto de partida a análise das figuras pelas observações, manuseios e construções que permitam fazer conjecturas e identificar propriedades. É importante também na exploração desse bloco desenvolver atividades que permitam ao aluno perceber que pela composição de movimentos é possível transformar uma figura em outra. Construindo figuras a partir da reflexão, por translação, por rotação de outra figura, os alunos vão percebendo que as medidas dos lados e dos ângulos da figura dada e da figura transformada são as mesmas. As atividades de transformação são fundamentais para que o aluno desenvolva habilidades de percepção espacial e podem favorecer a construção da noção de congruência de figuras planas (isometrias). De forma análoga, o trabalho de ampliação e redução de figuras permite a construção da noção de semelhança de figuras planas (homotetias). Também neste quarto ciclo, os problemas de Geometria vão fazer com que o aluno tenha seus primeiros contatos com a necessidade e as exigências estabelecidas por um raciocínio dedutivo.

Embora no quarto ciclo se inicie um trabalho com algumas demonstrações, com o objetivo de mostrar sua força e significado, é desejável que não se abandonem as verificações empíricas, pois estas permitem produzir conjecturas e ampliar o grau de compreensão dos conceitos envolvidos.

Os conceitos e procedimentos estabelecidos no PCN para o quarto ciclo no bloco de Espaço e Forma são:

- Representação e interpretação do deslocamento de um ponto num plano cartesiano por um segmento de reta orientado;
- Secções de figuras tridimensionais por um plano e análise das figuras obtidas;

- Análise em poliedros da posição relativa de duas arestas (paralelas, perpendiculares, reversas) e de duas faces (paralelas, perpendiculares);
- Representação de diferentes vistas (lateral, frontal e superior) de figuras tridimensionais e reconhecimento da figura representada por diferentes vistas;
- Divisão de segmentos em partes proporcionais e construção de retas paralelas e retas perpendiculares com régua e compasso;
- Identificação de ângulos congruentes, complementares e suplementares em feixes de retas paralelas cortadas por retas transversais;
- Estabelecimento da razão aproximada entre a medida do comprimento de uma circunferência e seu diâmetro;
- Determinação da soma dos ângulos internos de um polígono convexo qualquer;
- Verificação da validade da soma dos ângulos internos de um polígono convexo para os polígonos não convexos;
- Resolução de situações-problema que envolva a obtenção da mediatriz de um segmento, da bissetriz de um ângulo, de retas paralelas e perpendiculares e de alguns ângulos notáveis, fazendo uso de instrumentos como régua, compasso, esquadro e transferidor;
- Desenvolvimento do conceito de congruência de figuras planas a partir de transformações (reflexões em retas, translações, rotações e composições destas), identificando as medidas invariantes (dos lados, dos ângulos, da superfície);
- Verificar propriedades de triângulos e quadriláteros pelo reconhecimento dos casos de congruência de triângulos.
- Identificação e construção das alturas, bissetrizes, medianas e mediatrizes de um triângulo utilizando régua e compasso.
- Desenvolvimento da noção de semelhança de figuras planas a partir de ampliações ou reduções, identificando as medidas que não se alteram (ângulos) e as que se modificam (dos lados, da superfície e perímetro);
- Verificações experimentais e aplicações do teorema de Tales;

- Verificações experimentais, aplicações e demonstração do teorema de Pitágoras.

Desta forma, o PCN indica um caminho a ser seguido pelas escolas, visando ajudar os alunos no desenvolvimento de sua aprendizagem, pois apresentam objetivos e procedimentos que auxiliam neste processo. Utilizando os questionários, descritos no próximo capítulo, é realizada uma comparação da verdade observada nos questionários, procurando averiguar se esta “verdade” pode ser transformada pelo PCN.

3 A GEOMETRIA NA ESCOLA: O CASO DE UMA TURMA DE 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Para buscar subsídios ao entendimento de como está o nível de aprendizagem dos alunos em relação aos conteúdos de geometria, ao final do Ensino Fundamental, elaboramos um questionário com 13 questões que foi aplicado em uma turma de 9º ano em uma escola Municipal de Viamão. A análise das respostas foi feita utilizando-se do modelo de Van Hiele, e nos concentramos em avaliar o desenvolvimento dos alunos até o nível 3, aquele que trata da dedução informal.

O questionário foi estruturado da seguinte forma: as duas primeiras questões referem-se à identificação do aluno, enquanto que as outras estão especificamente ligadas aos objetivos da investigação. Nas questões 3, 5, 6 e 7 tratamos de observar as impressões dos alunos sobre o “conteúdo geometria” e sobre as “aulas de geometria”. Nas questões de número 4, 8, 9, 10, 11, 12 e 13 procuramos identificar os níveis de desenvolvimento dos alunos.

No que segue, a análise das respostas dos alunos às questões se organiza em três seções: a primeira seção trata das questões que dizem respeito às impressões dos alunos ; a segunda seção agrupa as questões que refletem os níveis de visualização e análise; a terceira seção trata das questões que dizem respeito ao nível da dedução informal. O questionário foi respondido por 30 alunos.

3.1 AS IMPRESSÕES DOS ALUNOS

Questão 3 – Quando falamos Geometria, o que vem a sua “mente”, em palavras e desenhos?

Esta questão refere-se as impressões que os alunos possuem de geometria e analisando suas respostas podemos perceber que eles possuem uma ideia restrita,

pois a relacionam apenas com as figuras geométricas planas mais conhecidas. Somente dois alunos se referiram ao teorema de Tales e Pitágoras. Dos 30 questionários realizados, 13 alunos responderam usando somente palavras:

“Formas geométricas e medidas”.

“No meu ver geometria, nada mais é a medida de várias coisas e de algumas formas geométricas”.

“Gráficos e cálculos”.

“Palavras estranhas e desenhos difíceis”.

“Desenhos complicados e palavras diferentes”.

“São fáceis os cálculos, bem legal de fazer”.

“Cálculos mais difíceis mas muito bom de fazer. E em desenhos várias formas geométricas”.

“Desenhos, retas”.

“Medidas e figuras geométricas”.

“Em palavras vem : medidas, metros. E desenho vem: quadrado triângulo”.

“Vem cálculos e desenhos e figuras com números”.

“Algo feito com medidas, retas, feitas de várias formas”

Um aluno respondeu somente com um desenho (Figura 7), 16 alunos responderam em desenhos e em palavras, sendo que alguns exemplos estão apresentados nas Figura 8 à Figura 13.



Figura 7: Resposta à questão 3.

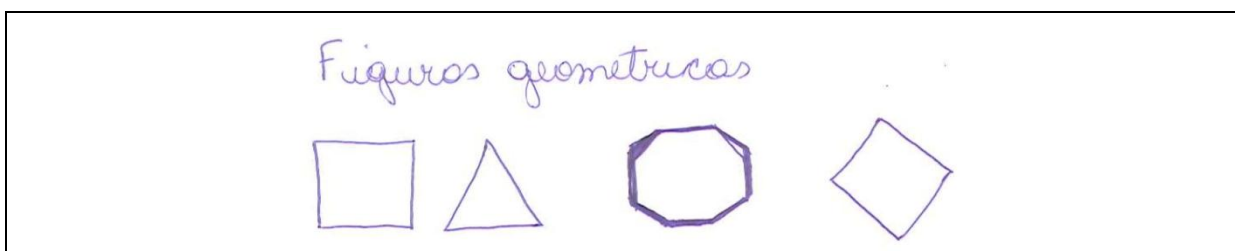


Figura 8: Resposta à questão 3.

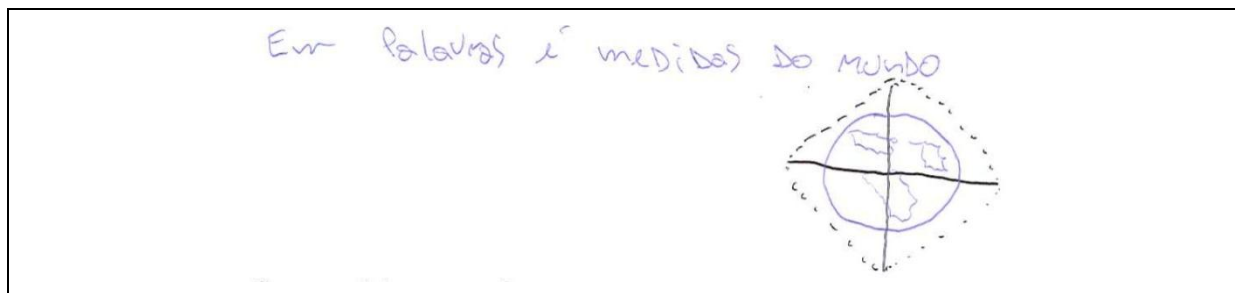


Figura 9: Resposta à questão 3.

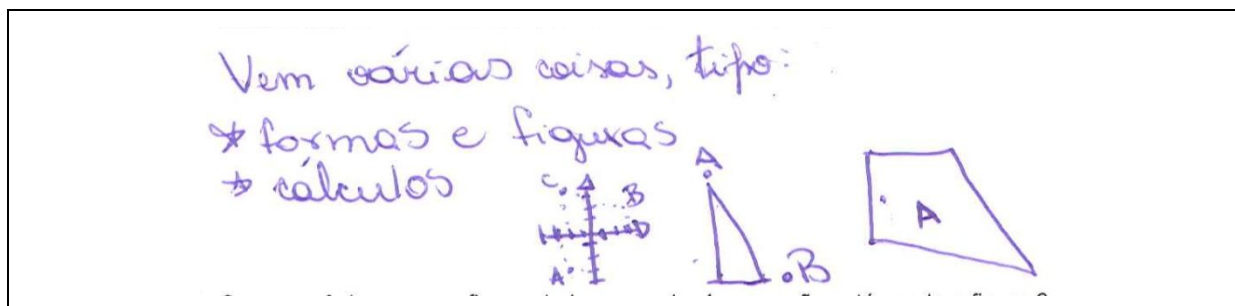


Figura 10: Resposta à questão 3

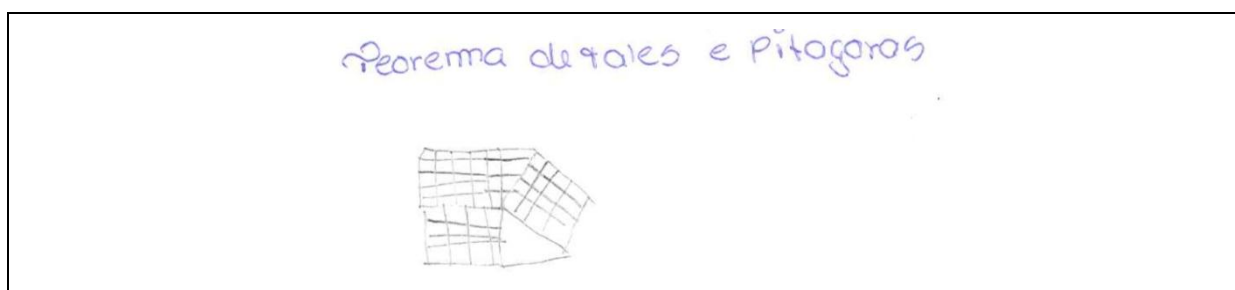


Figura 11: Resposta à questão 3.

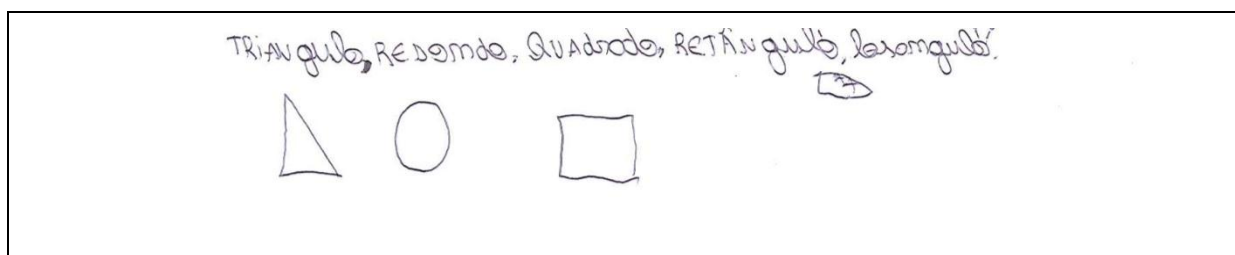


Figura 12: Resposta à questão 3.

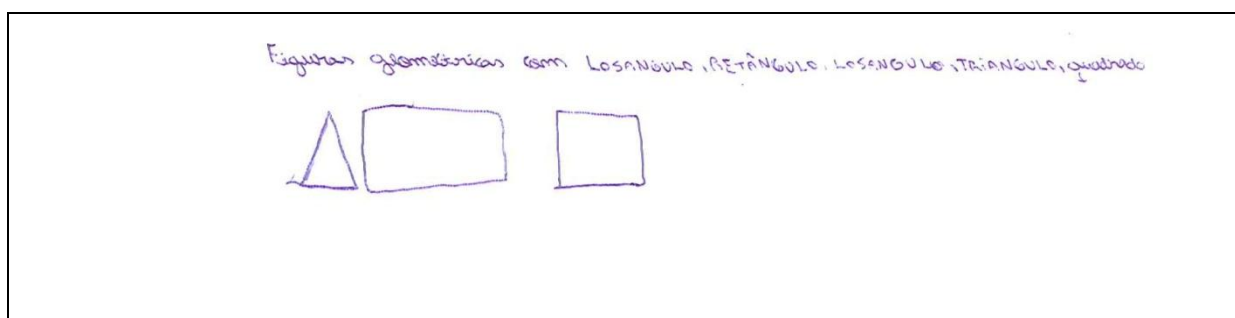


Figura 13: Resposta à questão 3

Questão 5 - Quais os conteúdos de geometria que você lembra ter estudado no 9º ano do Ensino Fundamental?

Pelas respostas apresentadas, percebe-se que os alunos manifestam uma desconexão em relação à questão número três, pois a maioria dos alunos havia relacionado geometria com figuras geométricas, mas nenhum destes fez referência as figuras.

Dos 30 questionários, 2 alunos deixaram em branco e 14 alunos citaram o Teorema de Tales e Pitágoras, enquanto que 13 alunos referiram-se a conteúdos não específicos de geometria como transcrevemos abaixo:

“Diagrama de flechas”

“Produto cartesiano”

“Função, domínio, contradomínio e conjunto imagem de uma função”

E um aluno fez um comentário mais geral:

“Estudei formas geométricas e aprendemos a medir muitas coisas através da geometria”

Questão 6 - Descreva um dia de aula do seu professor, falando do conteúdo e do método de ensino que ele utilizou.

Nesta questão, treze alunos deixaram de responder. Transcrevem-se abaixo algumas respostas dos alunos, deixando transparecer que eles não tiveram aulas que despertassem interesse pela geometria.

“Trabalhos e atividades”.

“Trabalhos em dupla para pesquisar e desenhar”.

“Trabalhos sobre produto cartesiano”.

“Muito bom, ela sabe explicar direito e de um jeito que eu entendo”.

“A professora explica muito bem a matéria, por isso é fácil de aprender”.

“É bom minha professora explica bem, passa as matérias, dá os exercícios e depois da carimbo pelos exercícios”.

Questão 7 - Ao estudar geometria, quais são as suas dificuldades?

Nesta questão, pode-se perceber a similaridade entre algumas respostas que os alunos apresentam. Exemplo disto é a demonstração da dificuldade quanto à

execução do desenho em geometria, presentes em 14 respostas Abaixo estão apresentadas as respostas oferecidas pelos alunos. Os valores entre parênteses indicam a quantidade de repetição da mesma resposta. Quatro alunos não responderam a questão.

“Todas”. (3)

“Fazer as linhas dos gráficos bem retos”. (4).

“Gravar na mente o nome de todas as figuras geométricas”.

“Desenhar”. (6)

“Definir alguns padrões de desenhos”.

“Fazer as formas corretamente”.

“Fazer desenhos retos com as mesmas medidas”.

“Em medir”. (02).

“Desenhar, usar régua”.

“Lembrar e aprender a matéria”.

“Gravar o nome das figuras”. (02).

“Todas, não entendo nada”.

“Plano cartesiano” (2)

3.2 A VISUALIZAÇÃO E A ANÁLISE

Questão 4 - Como você descreve a figura abaixo para alguém que não está vendo a figura? (Figura 14: Quadrados)

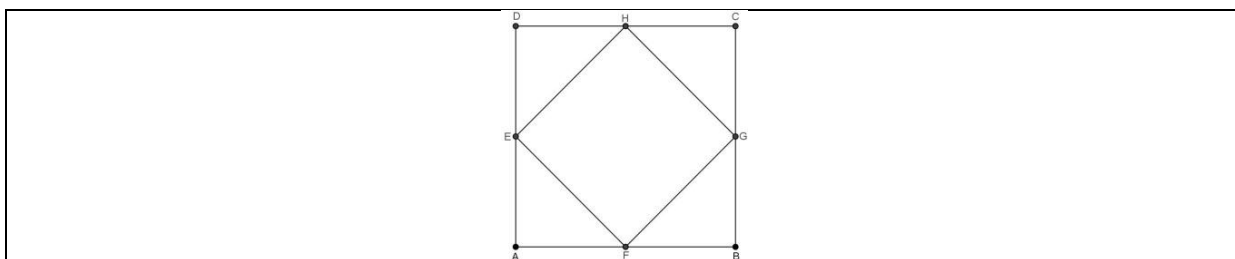


Figura 14: Quadrados

Esta questão exige que o aluno associe o nome correto à figura e que ao descrever a figura, salientar que os vértices do quadrado no interior estão no ponto médio dos lados do quadrado de fora.

Nesta questão 14 alunos deixaram em branco, sugerindo que não se encontram nem no nível 0 – Visualização para quadrados. Dois alunos encontram-se no nível 0 – Visualização, pois a resposta baseia-se no modelo visual (Figura 15 e Figura 16).

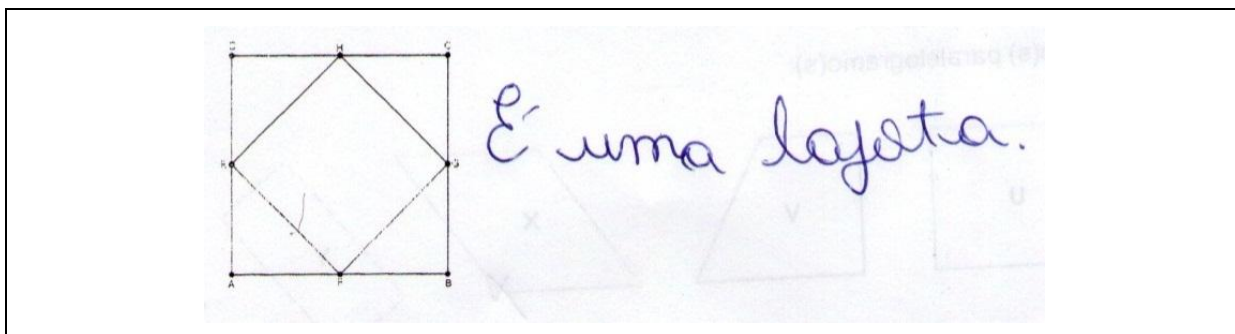


Figura 15: Resposta à questão número 4.

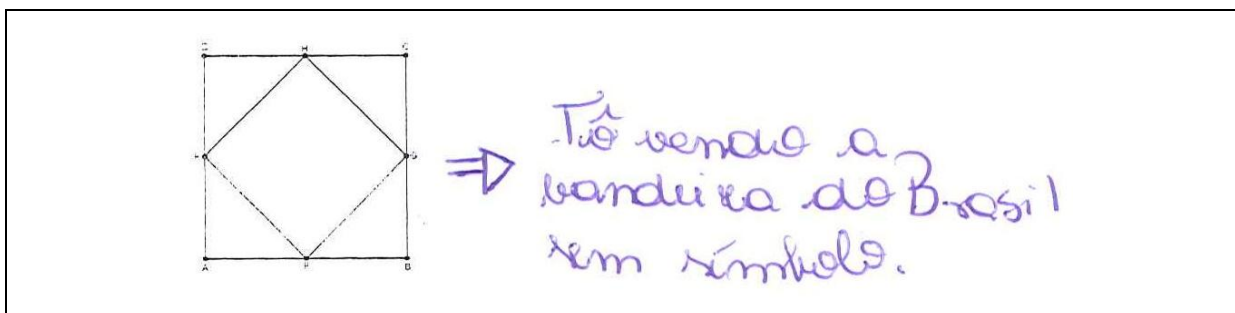


Figura 16: Resposta à questão número 4

Nove alunos responderam esta questão demonstrando que se encontram entre o nível 0 – Visualização e o nível 1 – Análise, pois reconheceram as figuras pelas suas aparências físicas e não por suas propriedades. Eles sabem o nome da figura que está por fora (quadrado), e pela posição aparente do quadrado interior, afirmam que a figura é um losango. No entanto, não é provável que os alunos tenham ciência do fato de que o quadrado é um caso especial de losango. As Figura 17 e Figura 18 apresentam duas das respostas apresentadas por eles.

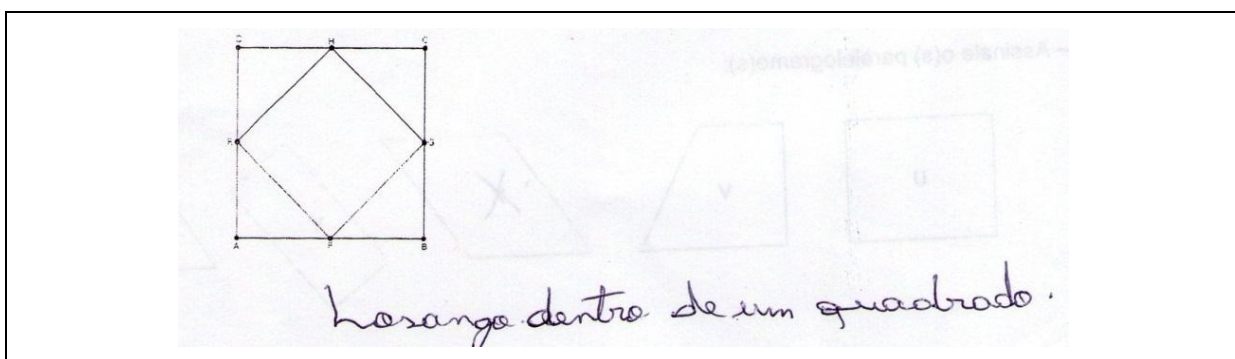


Figura 17: Resposta à questão número 4.

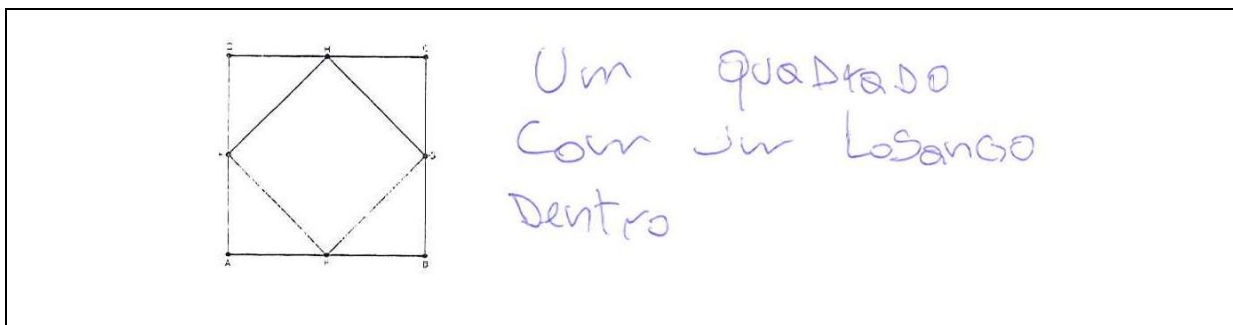


Figura 18: Resposta à questão número 4

Quatro alunos reconheceram as duas figuras como quadrados, salientando que estão apenas em posição invertida. Encontram-se no nível 1, pois conseguem distinguir as características do quadrado (Figura 19 e Figura 20).

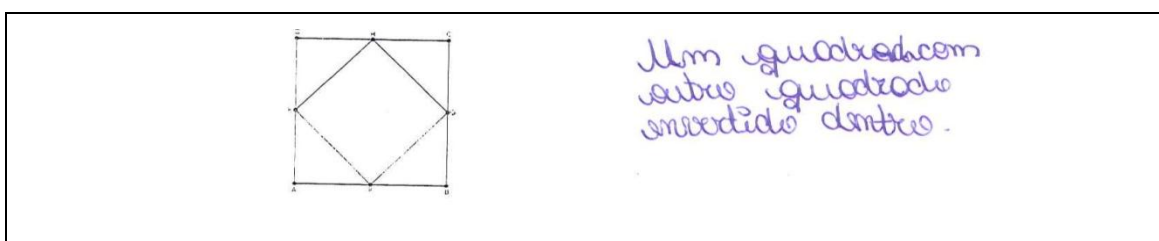


Figura 19: Resposta à questão número 4

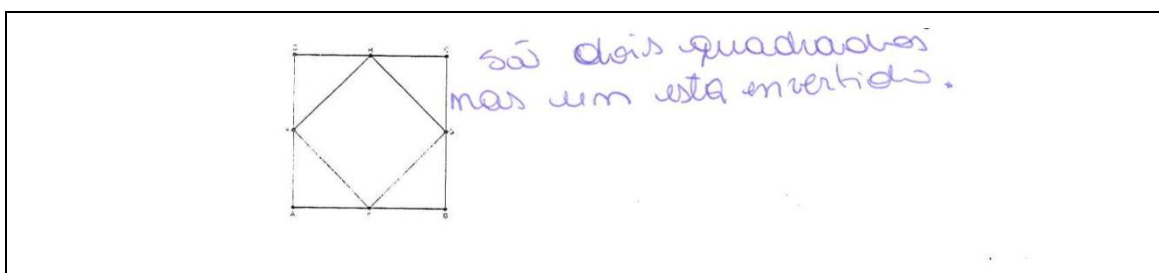


Figura 20: Resposta à questão número 4

A Figura 21 apresenta uma resposta que não foi possível determinar com exatidão o nível do aluno. Aparentemente este aluno encontra-se no nível 1.

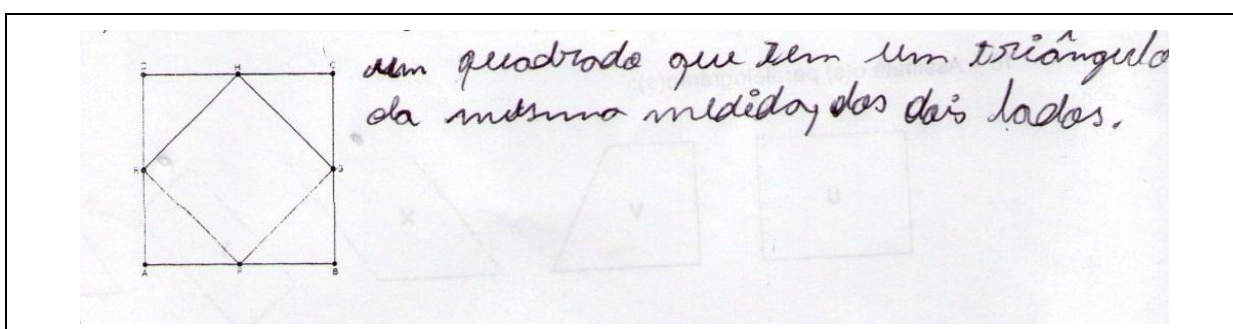


Figura 21: Resposta à questão 4

Questão 8 – Assinale o(s) triângulo(s): (Figura 22: Triângulos)

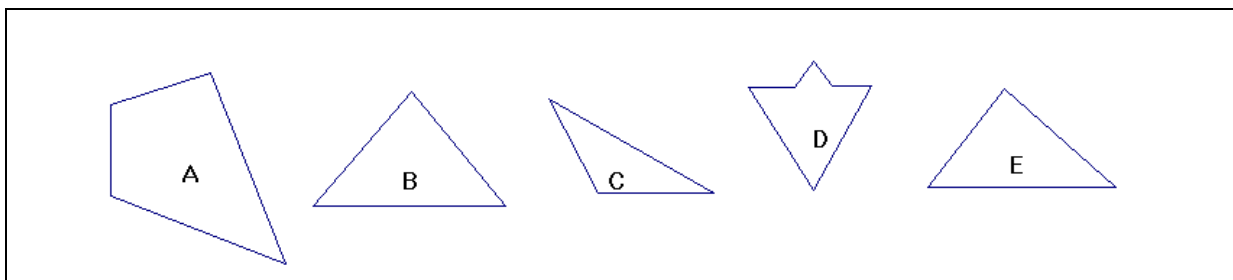


Figura 22: Triângulos

Verifica-se que a maioria dos alunos não reconhece o triângulo C, provavelmente por estar em posição não usual. Pode-se ainda mensurar que a resposta se baseia no visual, assinalando somente os triângulos que aparecem na posição que na maioria das vezes aparece nos livros didáticos ou mostrados em sala de aula, não compreendendo a conservação da forma de uma figura quando ela se apresenta em várias posições. No gráfico apresentado na Figura 23 (A barra em destaque é referente a resposta correta), observa-se que apenas 11 alunos responderam corretamente esta questão, se encontrando portanto no nível 1 – Análise. O restante encontram-se no nível 0 –visualização.

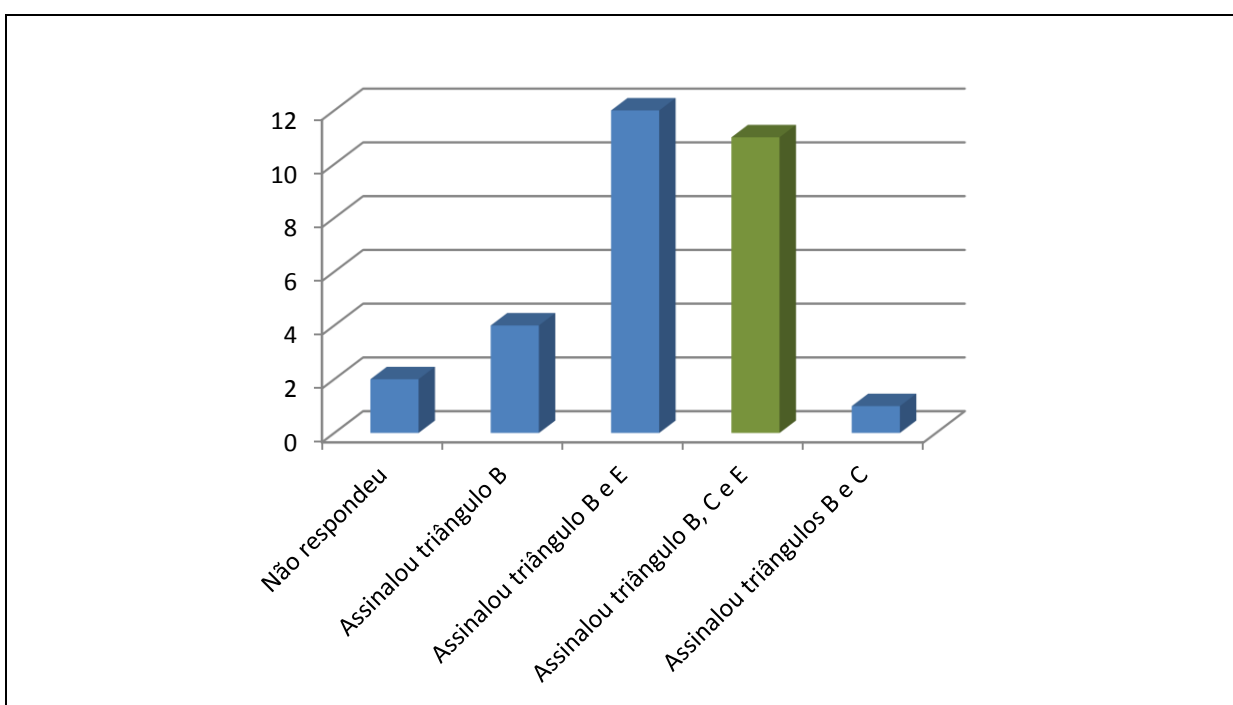


Figura 23: Gráfico respostas questão 8

Questão 9 – Assinale o(s) quadrado(s): (Figura 24: Quadrados)

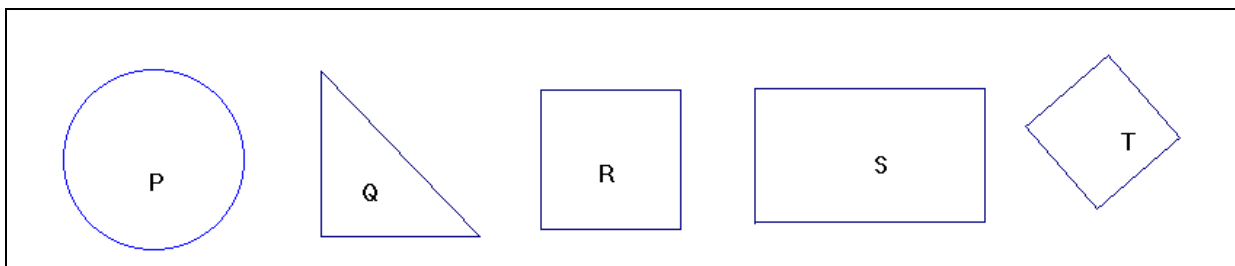


Figura 24: Quadrados

Conforme o gráfico apresentado na Figura 25 a maioria dos alunos reconhecem os dois quadrados, mesmo que o quadrado T esteja em outra posição, mostrando que eles estão no nível 1 para quadrados. A barra em destaque é referente a resposta correta.

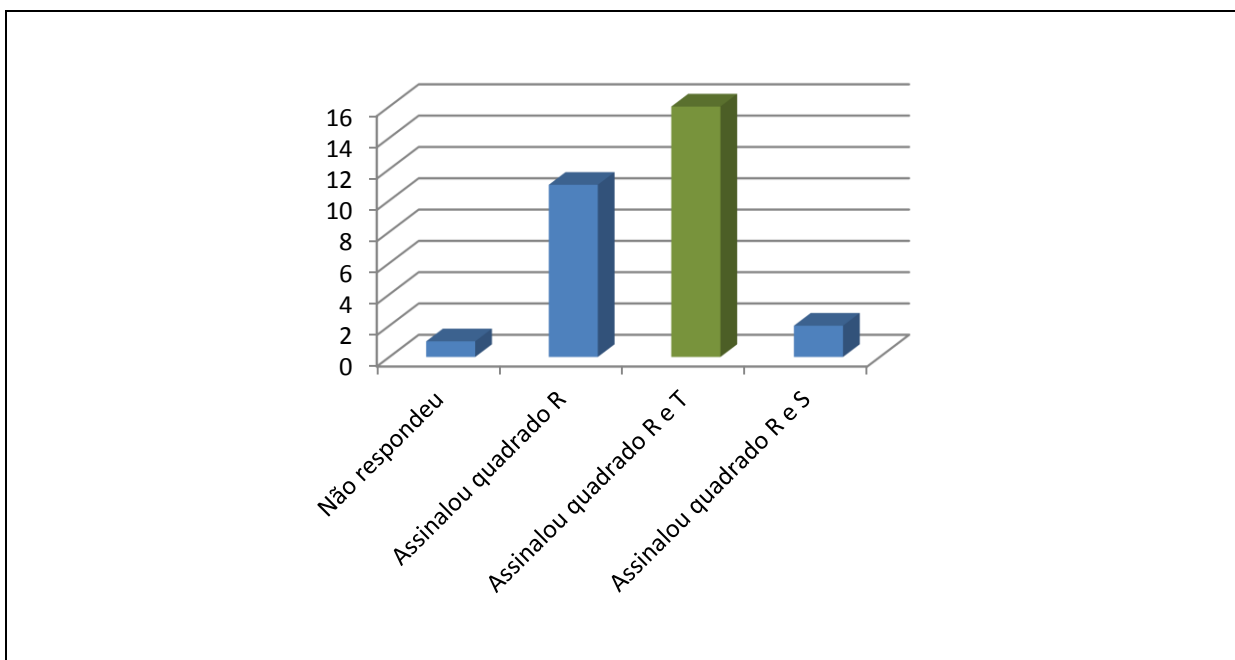


Figura 25: Gráfico respostas questão 9

Questão 10 - Assinale o(s) paralelogramo(s):(Figura 26: Paralelogramos)

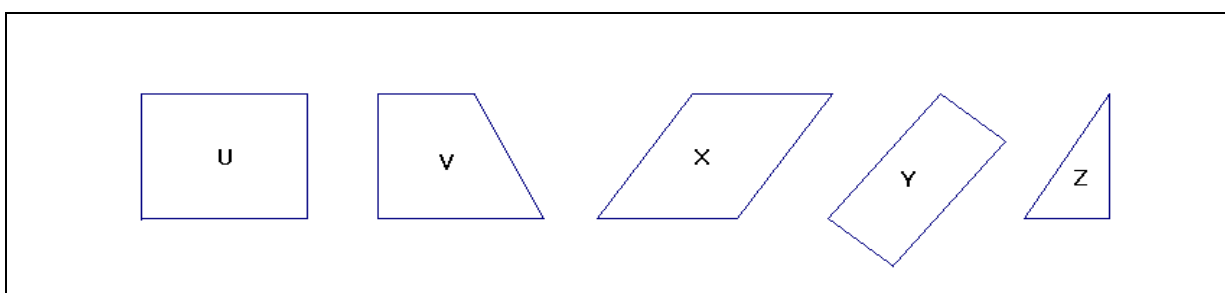


Figura 26: Paralelogramos

Nesta questão os alunos também ficam comprometidos com o visual, pois nos livros didáticos, os paralelogramos aparecem mais nesta posição. Não conseguem estabelecer relações entre as propriedades das figuras. Aparentemente fizeram as escolhas através do processo de eliminação. Um exemplo possível é o caso do não reconhecimento do quadrado U como um paralelogramo, evidenciando uma confusão do aluno com a nomenclatura das figuras, imaginando provavelmente que o paralelogramo seja uma figura específica (como um triângulo, quadrado, retângulo...). Assim, falando hipoteticamente, “um quadrado não pode ser um paralelogramo porque ele é um quadrado”. Desta forma, como se pode observar no gráfico apresentado na Figura 27, onde nenhum aluno acertou a questão, conclui-se que todos estão no nível 0 – visualização para paralelogramos.

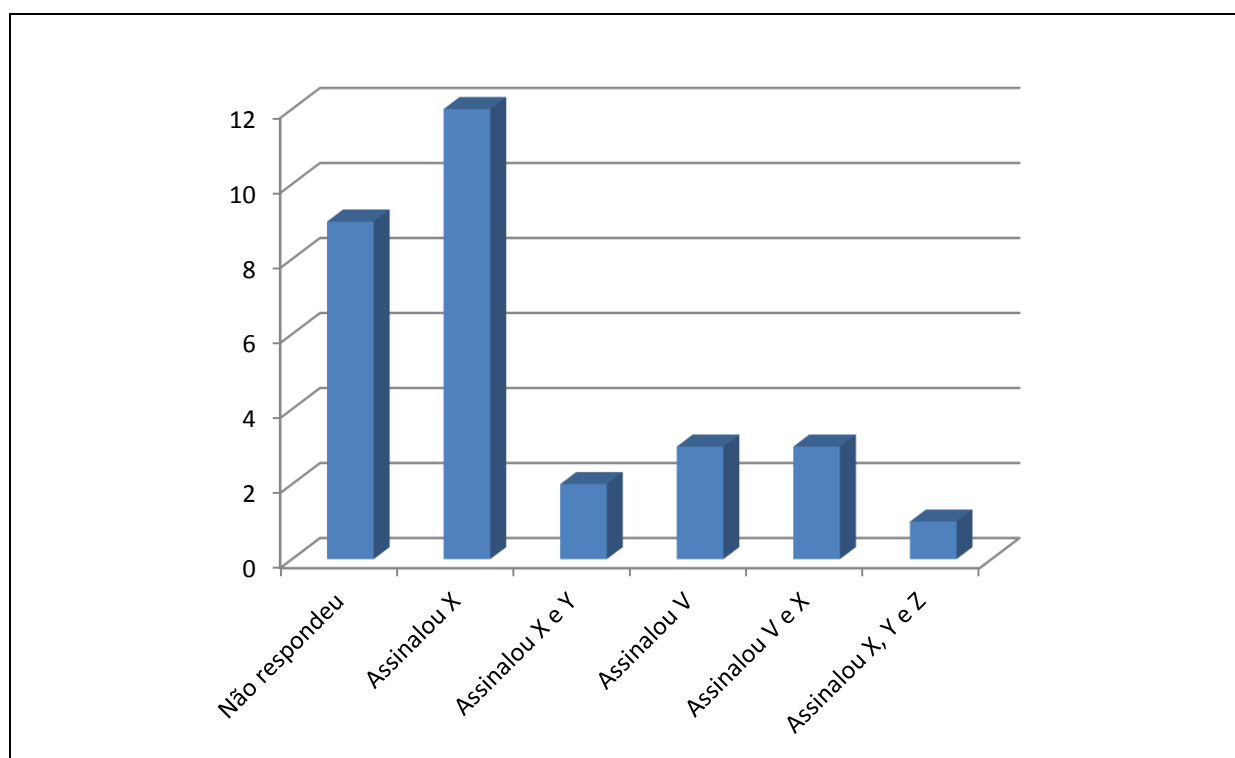


Figura 27: Respostas questão 10

3.3 A DEDUÇÃO INFORMAL

No que se refere às três últimas questões, pretendeu-se verificar se os alunos encontravam-se no nível 2 - dedução informal.

Questão 11 – Todo triângulo isósceles têm dois lados iguais. Abaixo temos uma coleção de triângulos isósceles.(Figura 28: Triângulos isósceles)

Assinale a afirmativa verdadeira sobre os ângulos do triângulo isósceles:

- (a) Pelo menos um dos ângulos mede 60° .
- (b) Um dos ângulos mede 90° .
- (c) Dois ângulos têm a mesma medida.
- (d) Todos os três ângulos têm a mesma medida.
- (e) Nenhuma das afirmativas é verdadeira.

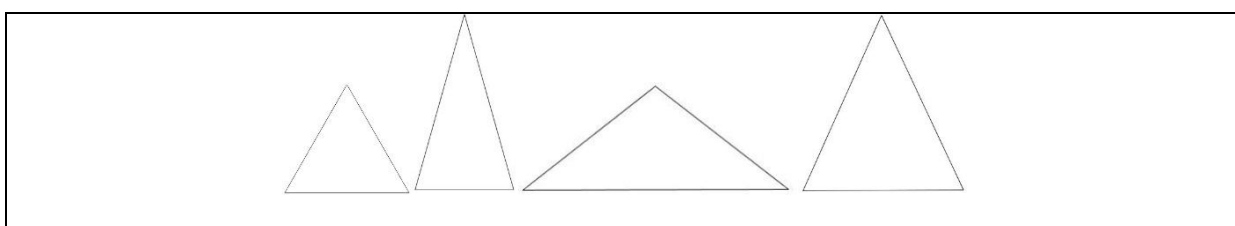


Figura 28: Triângulos isósceles

Nesta questão, dos 30 questionários realizados, onze alunos assinalaram a resposta correta (c), encontrando-se, portanto no nível 2 – dedução informal, pois conseguiram estabelecer relação entre duas propriedades dos triângulos isósceles. Apenas um aluno não respondeu a questão. Doze alunos escolheram a resposta (e), dois escolheram a resposta (d) e quatro escolheram a opção (b).

Questão 12 - a) Desenhe um quadrilátero cujas diagonais não têm o mesmo comprimento. b) Você consegue desenhar outros quadriláteros com esta mesma propriedade?

Nesta questão, em um primeiro momento imaginou-se que eles poderiam desenhar somente o trapézio, mas quando se solicitou que se desenhasse outro quadrilátero, se deduziu que primeiro desenhariam as diagonais com comprimentos diferentes e depois fechassem o quadrilátero, fato que não ocorreu.

Dos 30 alunos que responderam ao questionário, 20 deixaram esta questão em branco, enquanto que quatro desenharam um trapézio e seis desenharam retângulos.

Questão 13 – Os quatro ângulos A, B, C e D de um quadrilátero ABCD são todos iguais. Que tipo de quadrilátero é ABCD? Explique por que.

Dos 30 alunos, 18 não responderam a questão. Abaixo estão apresentadas as respostas oferecidas pelos alunos. Os valores entre parênteses indicam a quantidade de repetição da mesma resposta

“Um quadrado, pois tem todos lados iguais”(2)

“Um quadrado, por que tem a mesma medida os quatro lados”(5)

“É um quadrado porque todos os ângulos são iguais”(2)

“Não, porque cada lado tem centímetros diferentes” (3)

Após análise das respostas, conclui-se que os alunos encontram-se no nível 0 da visualização e nível 1 da análise. Destaca-se que o questionário aplicado aos alunos apresenta três questões referentes ao nível 2 da dedução informal, sendo que apenas uma apresentou retorno por parte da turma (11 alunos – correspondente a 37% do total) e as outras duas foram deixadas em branco ou com no máximo uma tentativa de resposta, sem no entanto obter sucesso. Assim, fica descartada a possibilidade destes alunos estarem no nível 2 – dedução informal.

4 A GEOMETRIA NO LIVRO DIDÁTICO: ANÁLISE DE UMA COLEÇÃO DO ENSINO FUNDAMENTAL

O livro didático que é visto muitas vezes como instrumento de trabalho para o professor ou como material de estudo para os alunos, tem muito mais a nos mostrar historicamente, pois ele esteve presente em vários momentos importantes para o ensino, com todas as mudanças e adaptações, sejam essas mudanças pelo interesse de grupos, seja por modismos ou fatores políticos. Sendo fundamental no processo de ensino-aprendizagem de matemática, o livro didático pode se constituir na mais forte referência para a prática docente, como ressaltado por Mansutti (1993).

Segundo Ruggiero (2000, p. 37), baseado em Saviani (1987), o livro didático estaria desenvolvendo algo que ele define como transmissão indireta, ou seja, que não tenha sido passada pelo professor, considerando o livro didático como um instrumento de apoio ao educando.

O livro didático sozinho não tem condições de possibilitar uma aprendizagem adequada, sendo essencial à participação de um professor bem preparado e determinado a realizar um bom trabalho. Como descreve Lopes (2000, p. 39): “Um bom livro, nas mãos de um professor despreparado, pode ser um desastre, assim como um livro de baixa qualidade, nas mãos de um professor competente, pode resultar numa ótima aprendizagem”. E ainda, reafirmado por Machado (1997, p. 112, citado por LOPES, 2000, p.39): “utilizado de modo adequado, o livro mais precário é melhor do que nenhum livro, enquanto os mais sofisticados dos livros podem tornar-se pernicioso, se utilizado de modo catequético”.

Desde 1929, existe, só que com outras denominações o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) voltado à distribuição de obras didáticas aos estudantes da rede pública (federal, estadual e municipal).

O objetivo deste programa é de subsidiar o trabalho pedagógico dos professores por meio da distribuição de coleções de livros didáticos aos alunos da educação básica.

O programa é executado em ciclos trienais alternados. Assim, a cada ano o MEC adquire e distribui livros para todos os alunos de um segmento, que pode ser: anos iniciais do ensino fundamental, anos finais do ensino fundamental ou ensino médio. À exceção dos livros consumíveis, os livros distribuídos deverão ser conservados e devolvidos para utilização por outros alunos nos anos subsequentes.

Todas as editoras podem participar inscrevendo suas obras, que precisam atender a uma série de exigências do Edital. É feita uma primeira triagem para analisar aspectos técnicos e físicos dos livros. Após a avaliação das obras, por especialistas, o Ministério da Educação (MEC) publica o Guia de Livros Didáticos, com resenhas das coleções consideradas aprovadas, no site do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE). O guia também é encaminhado às escolas, onde os diretores e professores têm total liberdade para analisar e escolher quais livros desejam adotar. Aqueles que melhor atendem ao seu projeto político pedagógico são solicitados por meio de um pedido ao FNDE, utilizando-se para isso a internet ou formulário impresso.

O FNDE negocia diretamente com as editoras e faz a aquisição das obras, informando a quantidade e as localidades para a entrega dos materiais. As editoras, então, iniciam o processo de produção dos livros sob a supervisão do FNDE.

A coleção de livros que vamos analisar se intitula “Projeto Radix: raiz do conhecimento” e foi distribuída este ano, 2011, na escola onde foi aplicado o questionário. Percorrendo, inicialmente o sumário dos quatro volumes (6º, 7º, 8º e 9º anos), tabulamos os conteúdos de geometria plana. Em todos os livros, os capítulos são divididos em três seções: “Para começar” – onde cada conteúdo é apresentado com suas respectivas atividades, “Complementando...” – que são atividades sobre todos os conteúdos do capítulo, “Algo a mais” – que trás alguma curiosidade ou aplicação de matemática.

Na tabela abaixo organizamos os conteúdos e o correspondente ano em que são trabalhados.

Tabela 1: Conteúdos selecionados da coleção Projeto Radix.

Conteúdos	6º ano	7º ano	8º ano	9º ano
Ângulos	X	X	X	

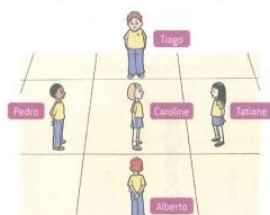
Conteúdos	6º ano	7º ano	8º ano	9º ano
Polígonos	X	X	X	
Triângulos	X		X	X
Quadriláteros	X		X	
Circunferência			X	X
Transformação de figuras	X	X	X	

No que segue analisamos a forma como os conteúdos são apresentados no livro, nos detendo naqueles que apresentam alguma relação direta ou indireta com as questões envolvidas no questionário feito aos alunos. Procuramos ver como estes conteúdos estão sendo apresentados na Coleção e o quanto ajudam para o desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos.

Sobre o conteúdo “ângulo”


No volume do 6º ano, o conceito de ângulo é associado a giros, através de uma brincadeira. (Figura 29:).

O professor de Caroline posicionou cinco alunos no pátio da escola para realizar uma atividade.




Note que Caroline está posicionada de frente para Tatiane.

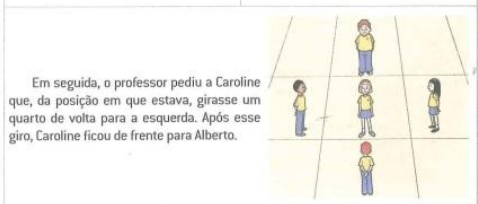
Para iniciar a atividade, o professor pediu a Caroline que girasse uma volta completa para a esquerda. Após o giro, Caroline ficou novamente de frente para Tatiane.



Depois, o professor pediu a Caroline que girasse meia-volta para a esquerda. Após o giro, Caroline ficou de frente para Pedro.





Em seguida, o professor pediu a Caroline que, da posição em que estava, girasse um quarto de volta para a esquerda. Após esse giro, Caroline ficou de frente para Alberto.




Por último, o professor perguntou aos outros alunos da sala quanto Caroline deveria girar para ficar de frente para Tatiane.

Veja ao lado o que dois alunos responderam.

Note que as duas respostas estão corretas, pois, para ficar de frente para Tatiane, Caroline pode girar um quarto de volta para a esquerda ou três quartos de volta para a direita.


um quarto de volta para a esquerda



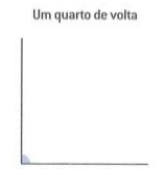
três quartos de volta para a direita

Podemos representar cada um dos giros realizados por Caroline da seguinte forma:


Uma volta completa



Um quarto de volta



Meia-volta



Três quartos de volta


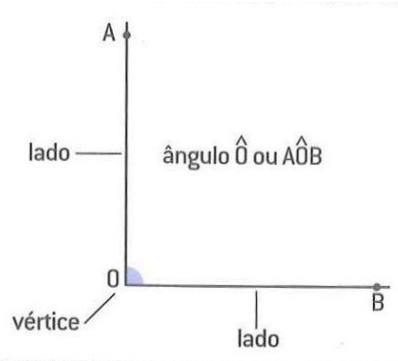


Figura 29: Imagem retirada do volume do 6º ano.

E o conceito de ângulo é introduzido através desta brincadeira. (Figura 30)

Cada um dos giros representados anteriormente determinam um **ângulo**. Observe a representação de um ângulo de um quarto de volta. Nele, podemos identificar seus **lados** e seu **vértice**.

Esse ângulo pode ser identificado como \hat{O} ou $\hat{A\hat{O}B}$.



lado

ângulo \hat{O} ou $\hat{A\hat{O}B}$

vértice

lado

Figura 30: Representação de ângulo.

Este volume apresenta a classificação dos ângulos em reto, raso, obtuso e agudo usando figuras com marcações de abertura, sem muitas explicações. (Figura 31).

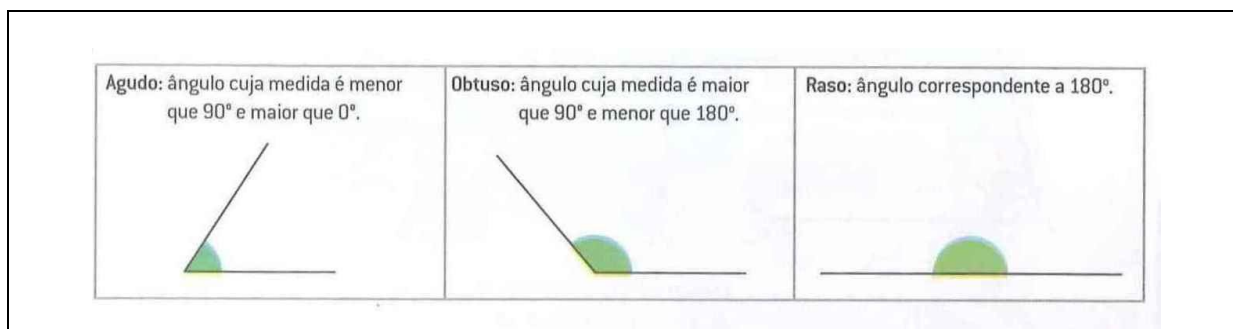


Figura 31: Ângulos.

São propostas atividades que envolvem somente medir ângulos, utilizando bastante o transferidor.

No volume do 7º ano o estudo sobre ângulos inicia com uma atividade prática, relacionando ângulo a movimento (Figura 32), fazendo a representação de um ângulo específico (Figura 32).

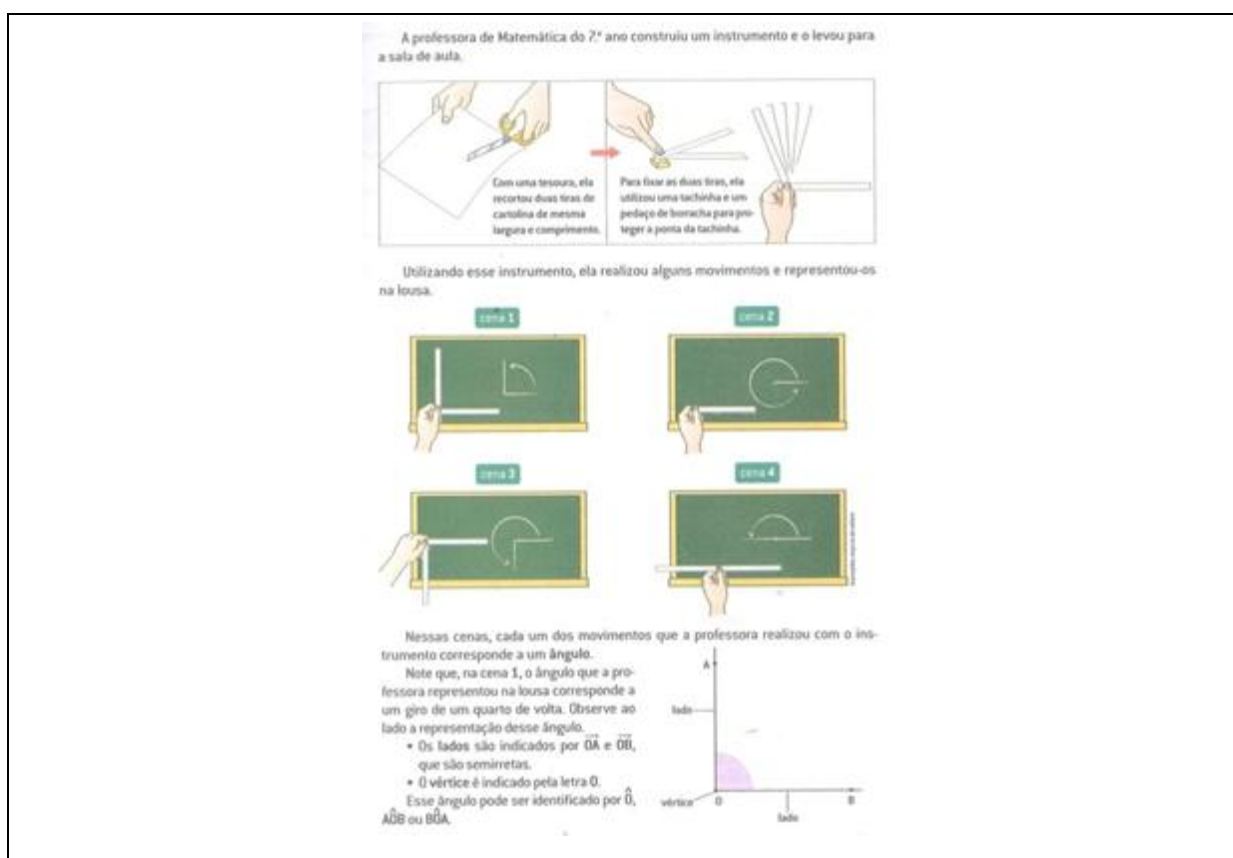


Figura 32: Imagem retirada do volume do 7º ano.

Continua o capítulo exaustivamente medindo e operando com ângulos. A representação de ângulo não é satisfatória, e o autor só se refere as semi-retas que formam o ângulo em uma situação particular de ângulo reto. Na seção “Algo a mais” apresenta o relógio de sol, mas não traz uma explicação de como utilizá-lo, o que seria mais interessante.

No volume do 8º ano apresenta definição de ângulos complementares e suplementares. Pela primeira vez é apresentada uma demonstração - ângulos opostos pelo vértice são congruentes, usando um caso particular. (Figura 33)

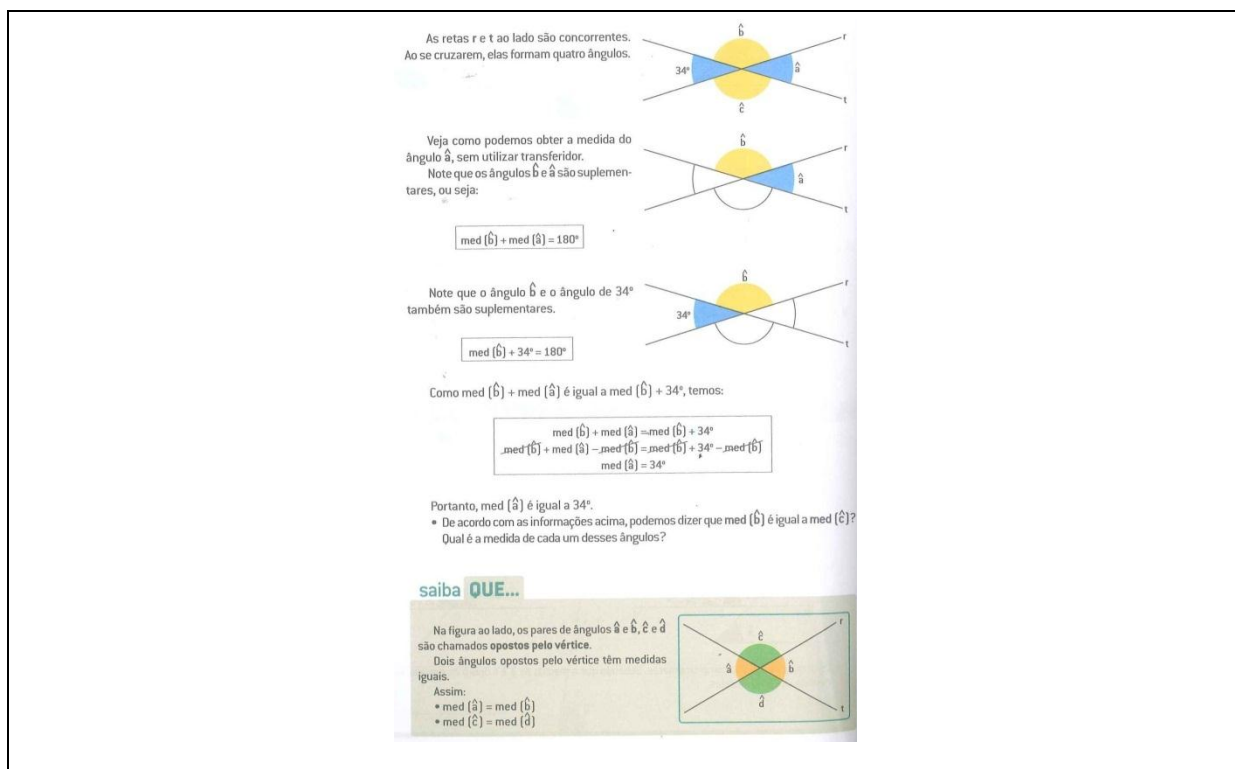


Figura 33: Ângulos opostos pelo vértice.

Através de figuras é indicado que ângulos formados por retas paralelas e uma transversal são congruentes. (Figura 34)

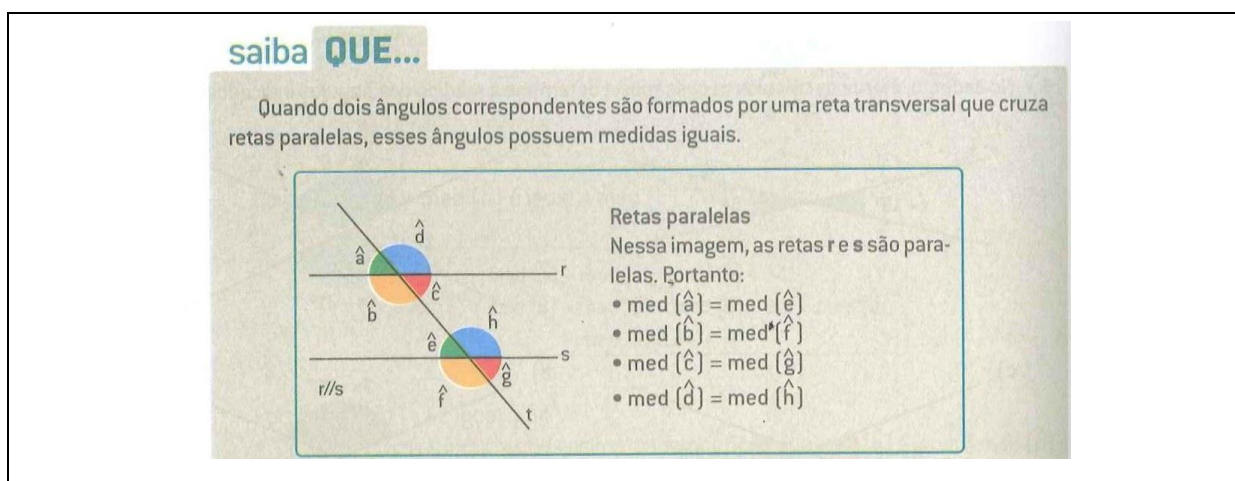


Figura 34: Imagem retirado do volume do 8ºano.

O conceito de bissetriz de um ângulo é introduzido neste volume através de recorte. Esta atividade não ajuda o aluno a compreender o que seja ângulo e bissetriz (Figura 35)

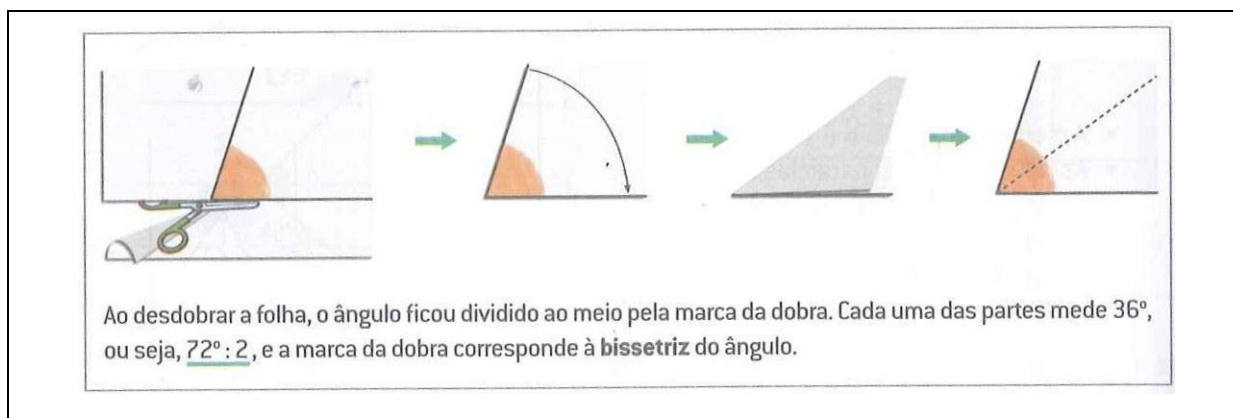


Figura 35: Atividade Bissetriz

Nos diferentes volumes da coleção observa-se, que mesmo nomeando as semi-retas, a definição de ângulo dada pelo autor ainda não é clara – ela refere a giro, refere a abertura, refere a medida, refere a região do plano. Esta falta de clareza leva a confusão entre o conceito de ângulo e a medida do ângulo.

Uma definição que poderia ser trabalhada na escola é a seguinte: ângulo é a união do conjunto dos pontos contidos em duas semi-retas com mesma origem. Os elementos do ângulo são: vértice, o ponto comum das duas semi-retas; os lados, que são as semi-retas. (Figura 36: Ângulo)

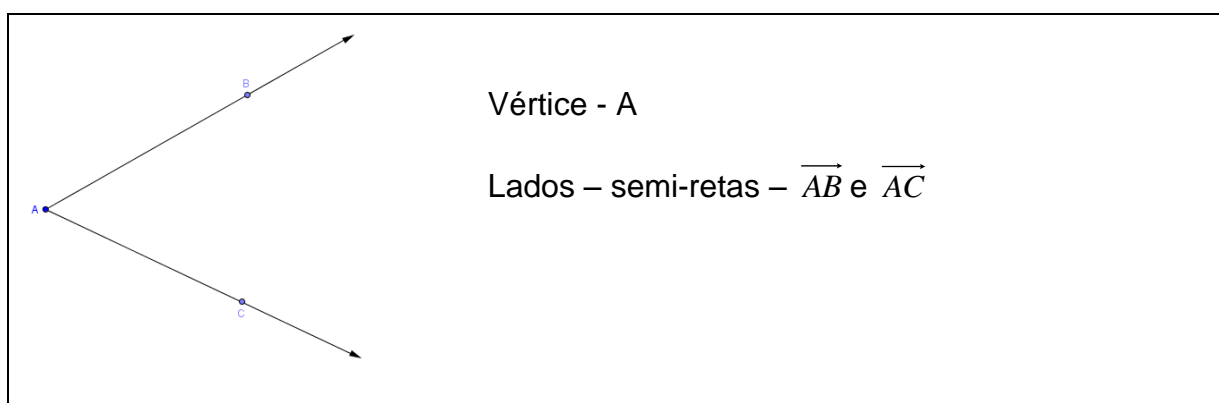


Figura 36: Ângulo

Como ângulo é um conceito que serve para indicar a abertura, giro e posição relativas de retas, o seu uso de forma prática é feito através da “medida de abertura”. Para determinar esta medida tem-se o instrumento “transferidor”, que atribui para medida do ângulo um número entre 0 e 180. Vale observar que a coleção que está sendo analisada faz muitas atividades que envolvem cálculos de medidas de ângulos com transferidor. (Figura 37)

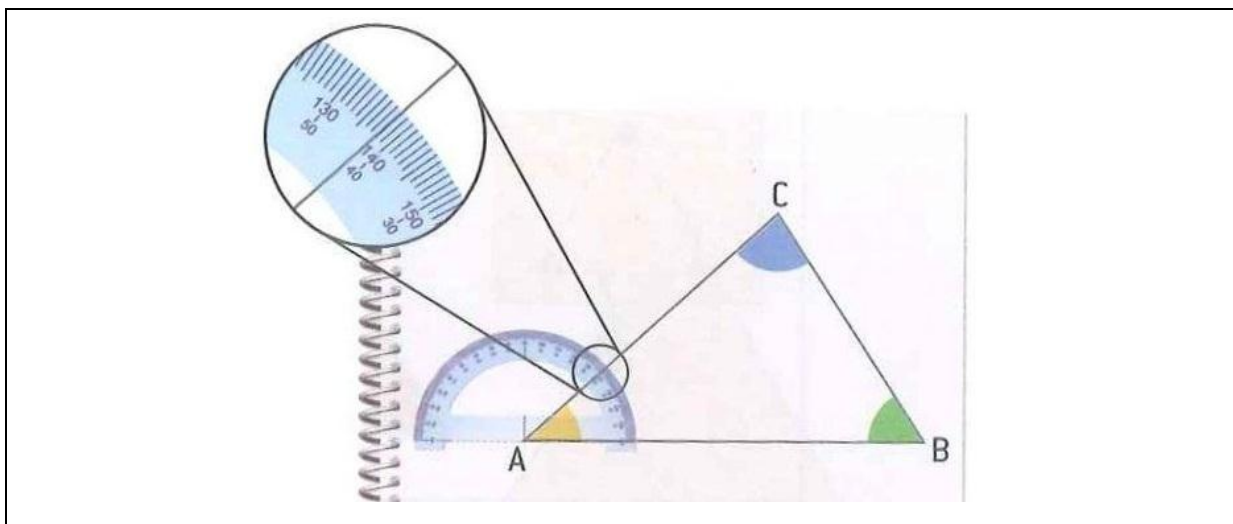


Figura 37: Transferidor

Sobre o conteúdo “polígonos”

No volume do 6º ano a definição de polígonos é apresentada de forma correta. (Figura 38)

Polígonos são formas geométricas planas cujo contorno é fechado e formado por segmentos de reta que não se cruzam. Cada segmento de reta do contorno representa um **lado** do polígono.

Figura 38: Definição polígonos

Mas o destaque dado aos elementos do polígono fica confuso, pois o texto não faz referência aos pontos que são os vértices ou aos segmentos que são os lados ou as semi-retas que correspondem aos ângulos.. (Figura 39)

No polígono ao lado foram destacados alguns dos seus elementos.

Note que esse polígono tem:

- **três** vértices
- **três** lados
- **três** ângulos internos

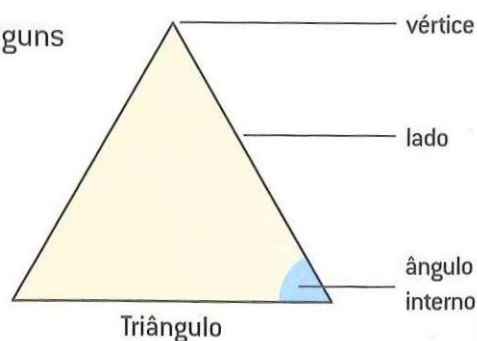
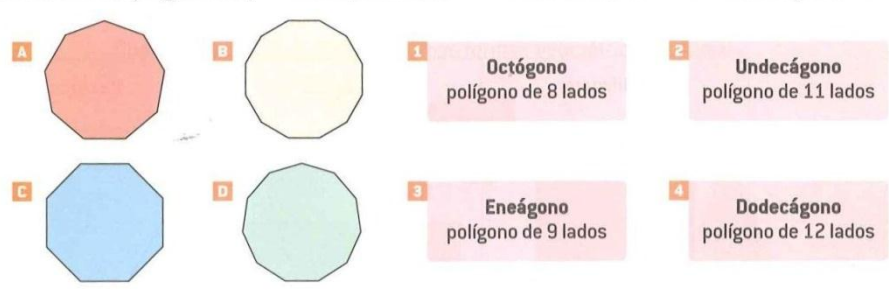


Figura 39: Elementos dos polígonos

Os polígonos são classificados quanto ao número de lados, ângulos internos e vértices, em quadro onde as figuras são de polígonos regulares. No entanto é mais adiante que o livro traz a definição de polígono regular. (Figura 40)

3 • Associe cada polígono à etiqueta correta, escrevendo em seu caderno a letra e o número correspondentes.



1 Octógono
polígono de 8 lados

2 Undecágono
polígono de 11 lados

3 Eneágono
polígono de 9 lados

4 Dodecágono
polígono de 12 lados

saiba QUE...

Os polígonos acima são regulares.
Polígono regular é aquele que possui todos os lados e todos os ângulos internos com medidas iguais.

Figura 40: Polígonos regulares

Em nenhum momento o livro explicou o que é ângulo interno do polígono. As atividades propostas são desinteressantes, exigindo apenas cálculos e observação.

No volume do 7º ano é dada a definição de polígono e seus elementos, da mesma forma como é feito no volume do 6º ano. Classifica os polígonos somente conforme a quantidade de lados. As atividades são do mesmo estilo do volume do 6º ano Na seção “Algo a mais”, apresenta os mosaicos, e este material poderia ter sido melhor explorado.(Figura 41)

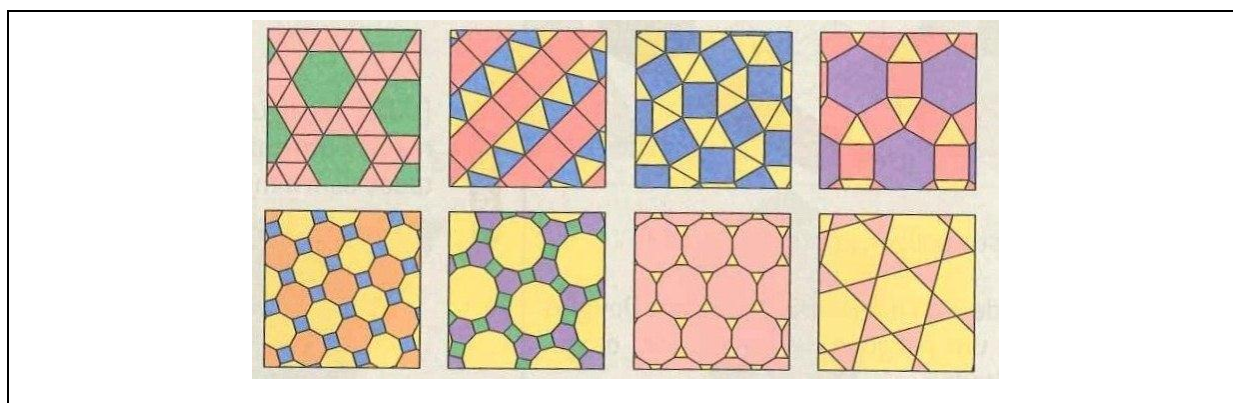


Figura 41: Mosaicos

No volume do 8º ano o capítulo sobre polígonos inicia trabalhando com as diagonais de um polígono e faz uma demonstração do tipo indutiva, a partir de casos

particulares, chegando a uma generalização, ajudando o aluno a entender o espírito da dedução informal. (Figura 42) Mesmo iniciando o capítulo com uma demonstração, as atividades continuaram com exercícios de cálculos de medidas de ângulos.

Observe alguns polígonos nos quais foram traçadas todas as diagonais possíveis partindo de um único vértice.

heptágono octógono eneágono

Note que no heptágono não há diagonais ligando o vértice A a ele mesmo, nem A ao B, nem A ao G. Dessa forma, podemos obter a quantidade de diagonais que partem de um único vértice por meio do seguinte cálculo:

quantidade de vértices ou lados do heptágono	quantidade de vértices não ligados a A por diagonais
7	3
$7 - 3 = 4$	
quantidade de diagonais que partem de um único vértice do heptágono	

O heptágono possui 4 diagonais que partem de um mesmo vértice.

Do mesmo modo, podemos calcular a quantidade de diagonais que partem de um único vértice no octógono e no eneágono.

octógono $\rightarrow 8 - 3 = 5 \rightarrow 5$ diagonais que partem de um único vértice
eneágono $\rightarrow 9 - 3 = 6 \rightarrow 6$ diagonais que partem de um único vértice

saiba QUE...

Em um polígono de n lados ou vértices, a quantidade de diagonais d que partem de um único vértice é calculada por:

$d = n - 3$

Agora, observe os polígonos da página anterior com todas as suas diagonais traçadas.

Podemos obter a quantidade total de diagonais do heptágono da seguinte forma:

- Multiplicamos a quantidade de diagonais que partem de um único vértice pela quantidade de vértices ou lados desse polígono.

quantidade de diagonais que partem de um único vértice quantidade de lados ou vértices do heptágono

$(7 - 3) \cdot 7 = 28$

- Os segmentos AC e CA representam uma mesma diagonal, e isso acontece com todos os segmentos que ligam vértices não consecutivos do heptágono. Para que cada diagonal não seja contada duas vezes, devemos dividir o resultado anterior por 2.

$28 : 2 = 14$

Assim, o heptágono possui um total de 14 diagonais.
Veja o mesmo cálculo para o octógono e o eneágono.

octógono $\rightarrow \frac{(8-3) \cdot 8}{2} = 20 \rightarrow 20$ diagonais
eneágono $\rightarrow \frac{(9-3) \cdot 9}{2} = 27 \rightarrow 27$ diagonais

saiba QUE...

Em um polígono de n lados ou vértices, a quantidade de diagonais D é calculada por:

$D = \frac{(n-3) \cdot n}{2}$

Figura 42: Demonstração diagonais dos polígonos

Também é apresentada uma demonstração do tipo indutiva sobre a soma das medidas dos ângulos internos de um polígono. (Figura 43)

Como a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180° , basta multiplicar 180° pela quantidade de triângulos obtida em cada polígono para obter a soma dos ângulos internos de cada um deles.

quadrilátero $\rightarrow 2 \cdot 180^\circ = 360^\circ \rightarrow$ A soma das medidas dos ângulos internos de um quadrilátero é 360° .

pentágono $\rightarrow 3 \cdot 180^\circ = 540^\circ \rightarrow$ A soma das medidas dos ângulos internos de um pentágono é 540° .

hexágono $\rightarrow 4 \cdot 180^\circ = 720^\circ \rightarrow$ A soma das medidas dos ângulos internos de um hexágono é 720° .

Observe a quantidade de lados e de triângulos obtidos em cada polígono.

Polígono	Quantidade de lados	Quantidade de triângulos obtidos	Soma das medidas dos ângulos internos
quadrilátero	4	2	$2 \cdot 180^\circ = 360^\circ$
pentágono	5	3	$3 \cdot 180^\circ = 540^\circ$
hexágono	6	4	$4 \cdot 180^\circ = 720^\circ$

Note que a quantidade de triângulos obtidos em cada polígono é igual à quantidade de lados menos 2, ou seja, em um polígono de n lados são obtidos $n - 2$ triângulos, traçando todas as diagonais a partir de um único vértice. Dessa forma, a soma das medidas dos ângulos internos S de um polígono de n lados é calculada por:

$$S = (n - 2) \cdot 180^\circ$$

Figura 43: Demonstração da soma das medidas dos ângulos internos dos polígonos

Referente a soma dos ângulos externos de um polígono realiza uma atividade de recorte.(Figura 44)

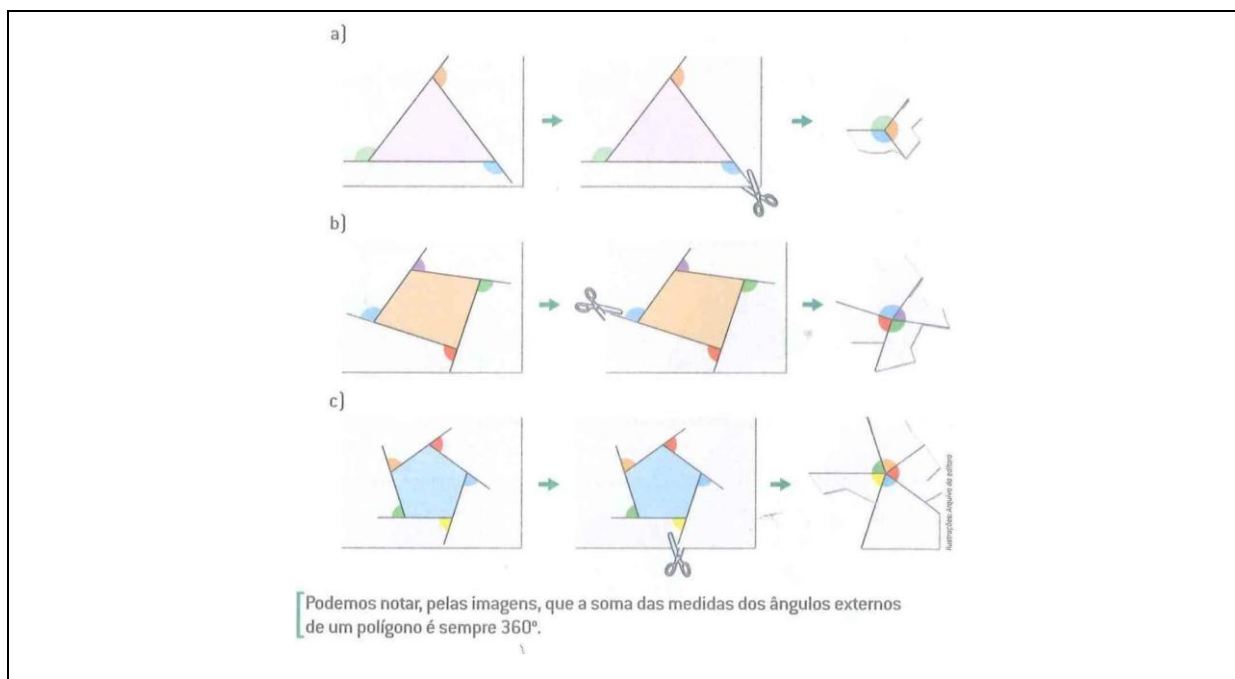


Figura 44: Soma dos ângulos externos de um polígono

Na seção “Algo a mais” – é apresentada uma atividade sobre fractais de forma superficial, esta atividade deveria estar presente nas atividades realizadas em sala de aula, pois ajudam no desenvolvimento do pensamento geométrico.

A definição de polígono apresentada na coleção é satisfatória: “Polígonos são formas geométricas planas cujo contorno é fechado e formado apenas por segmentos de reta que não se cruzam”.

A caracterização dos seus elementos – vértices, lados e ângulos – fica a desejar, pois faz uso de uma figura, sem maiores esclarecimentos. Em particular o elemento “ângulo” permanece confuso. (Figura 45)

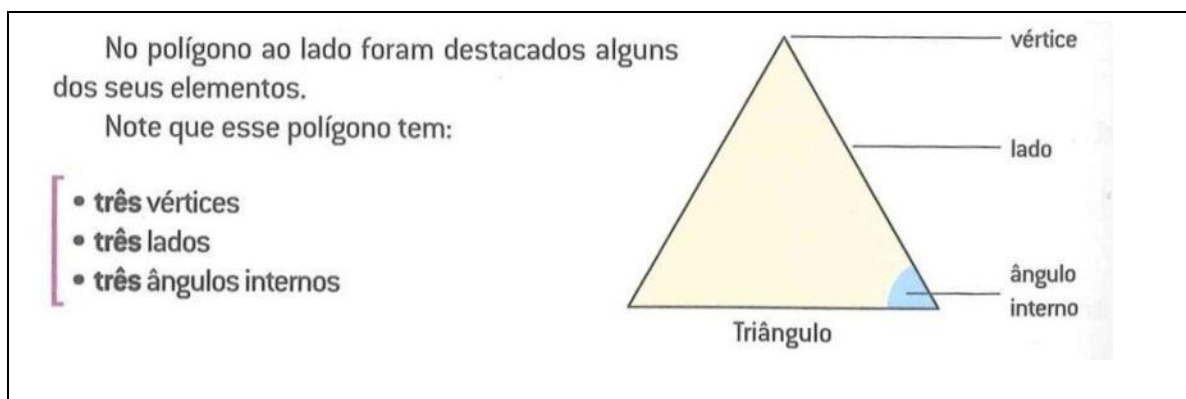


Figura 45: Elementos dos polígonos

Para apresentar o ângulo do polígono seria interessante destacar as semi-retas que determinam o ângulo.

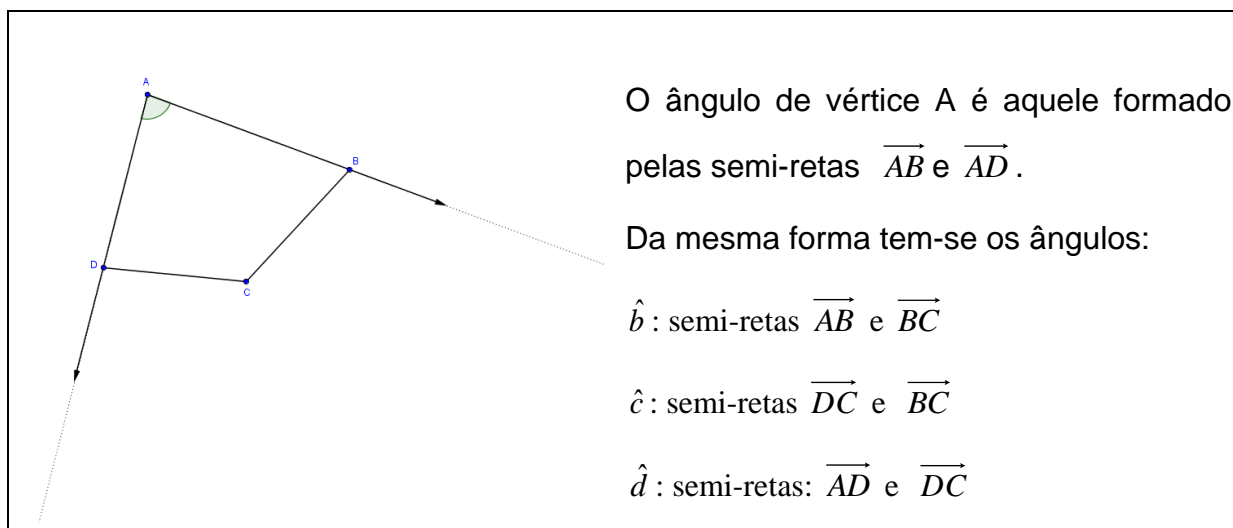


Figura 46: Quadrilátero

Sobre o conteúdo “triângulos”

No volume do 6º ano é apresentada a definição de triângulo e informa sobre seus elementos, sendo que a notação usada referente aos ângulos internos ainda não é satisfatória. (Figura 47)

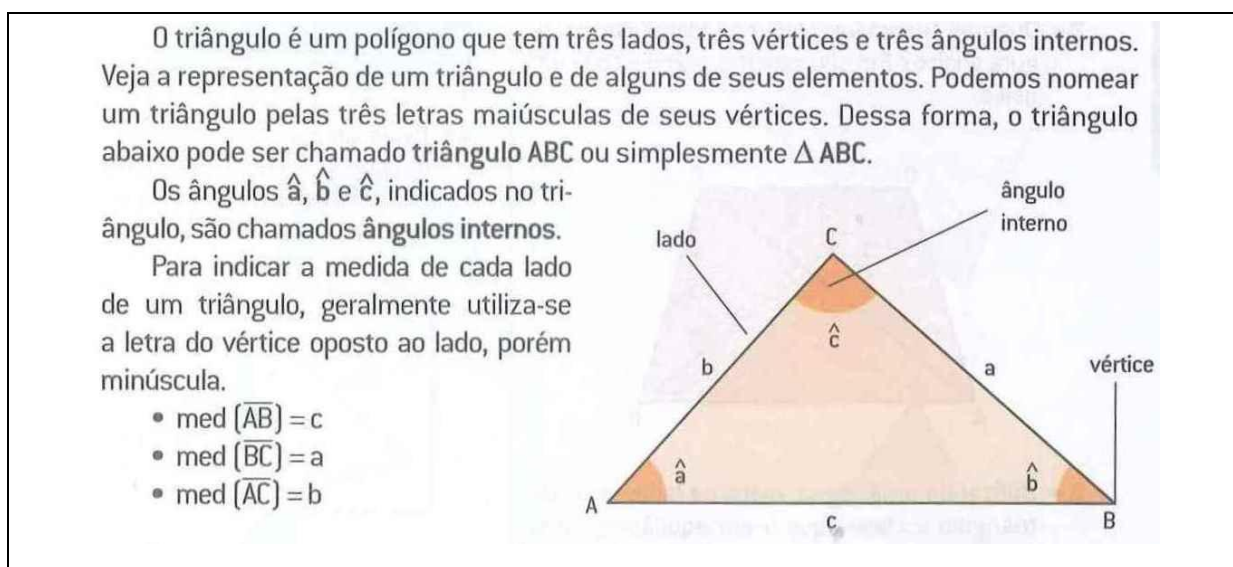


Figura 47: Definição de triângulo

Classifica os triângulos conforme a medida de seus lados, não mencionando como seriam os seus ângulos internos. Utiliza triângulos na mesma posição. (Figura 48)

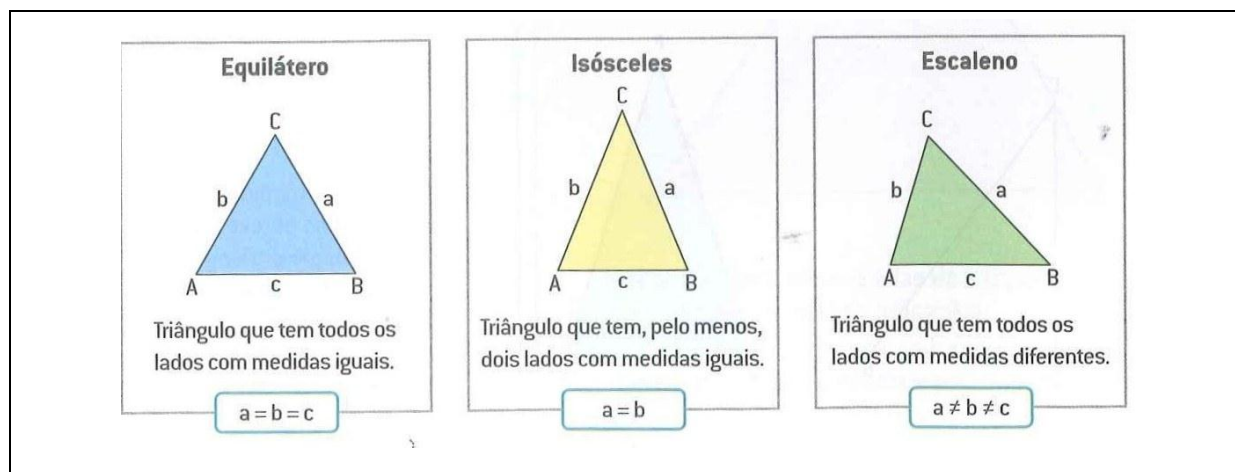


Figura 48: Classificação dos triângulos

Na seção “Atividades” através de um exercício é definido o triângulo retângulo. Não é feita mais nenhuma referência quanto à classificação dos triângulos conforme os seus ângulos. (Figura 49)

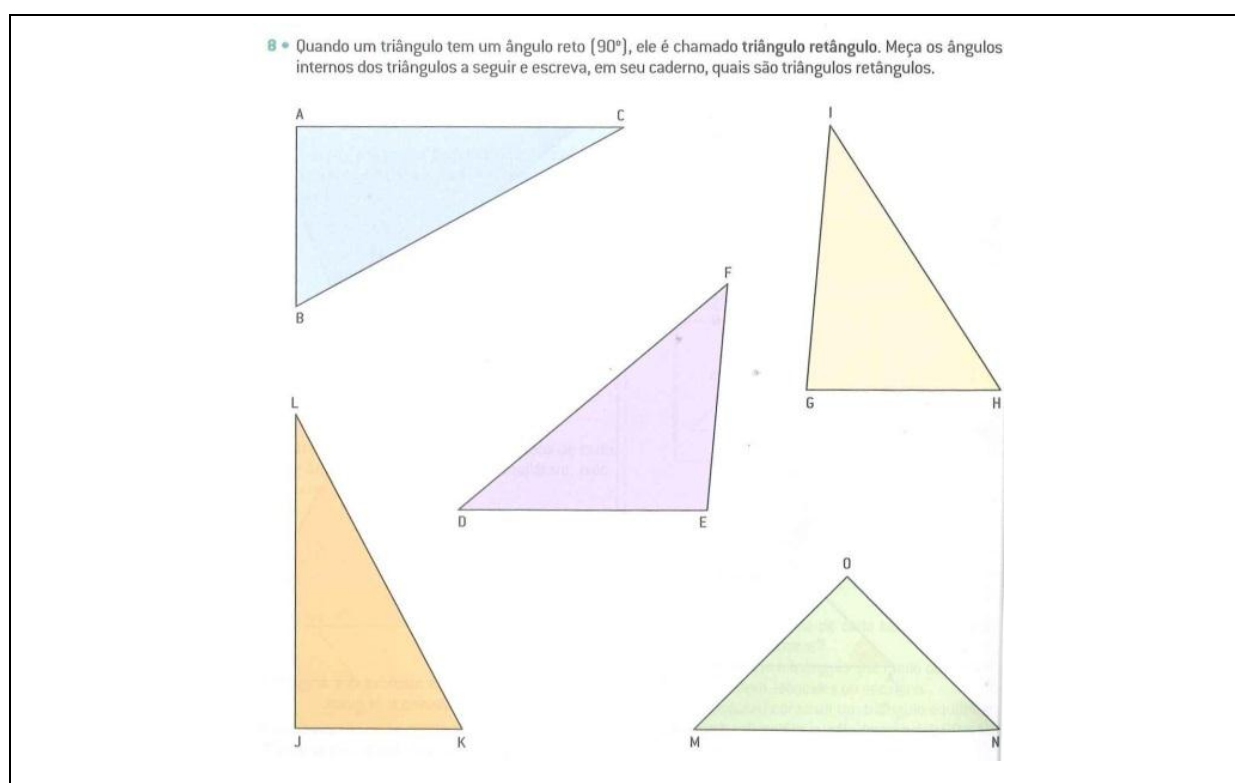
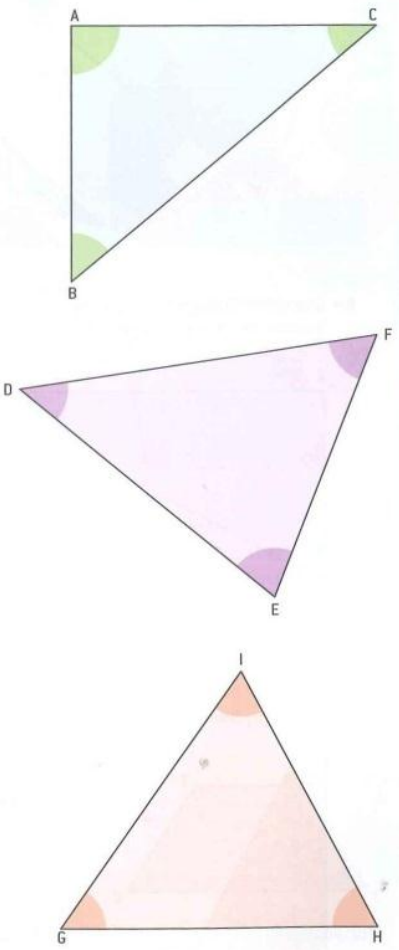


Figura 49: Triângulo retângulo

O volume do 6º ano apresenta, em uma atividade, de maneira indireta, o Teorema que trata da soma dos ângulos internos de um triângulo, usando medidas. (Figura 50)

6 • Utilizando um transferidor, obtenha a medida de cada ângulo interno dos triângulos a seguir e escreva-a em seu caderno.



Calcule a soma das medidas dos ângulos internos de cada um desses triângulos.
O que você pode observar ao comparar os resultados obtidos nessa atividade e na anterior?

Figura 50: Imagem retirada do volume do 6º ano

No volume do 8º ano o capítulo sobre triângulos inicia retomando a definição de triângulo e seus elementos (Figura 51).

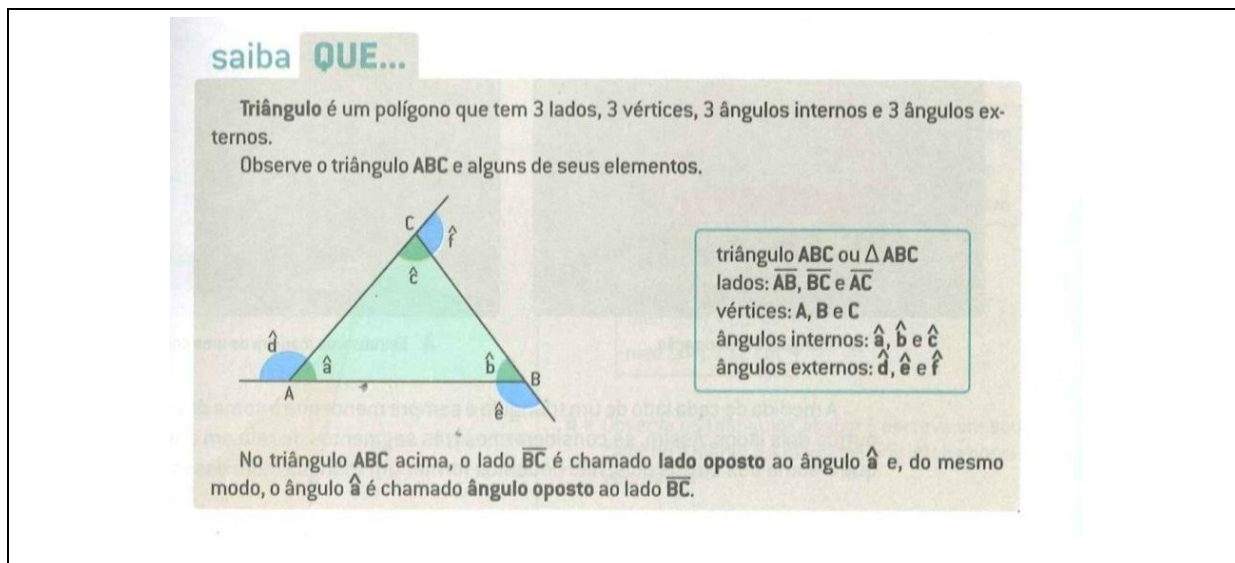


Figura 51: Definição e elementos do triângulo

Classifica os triângulos conforme o número de lados e medidas dos ângulos. (Figura 52)

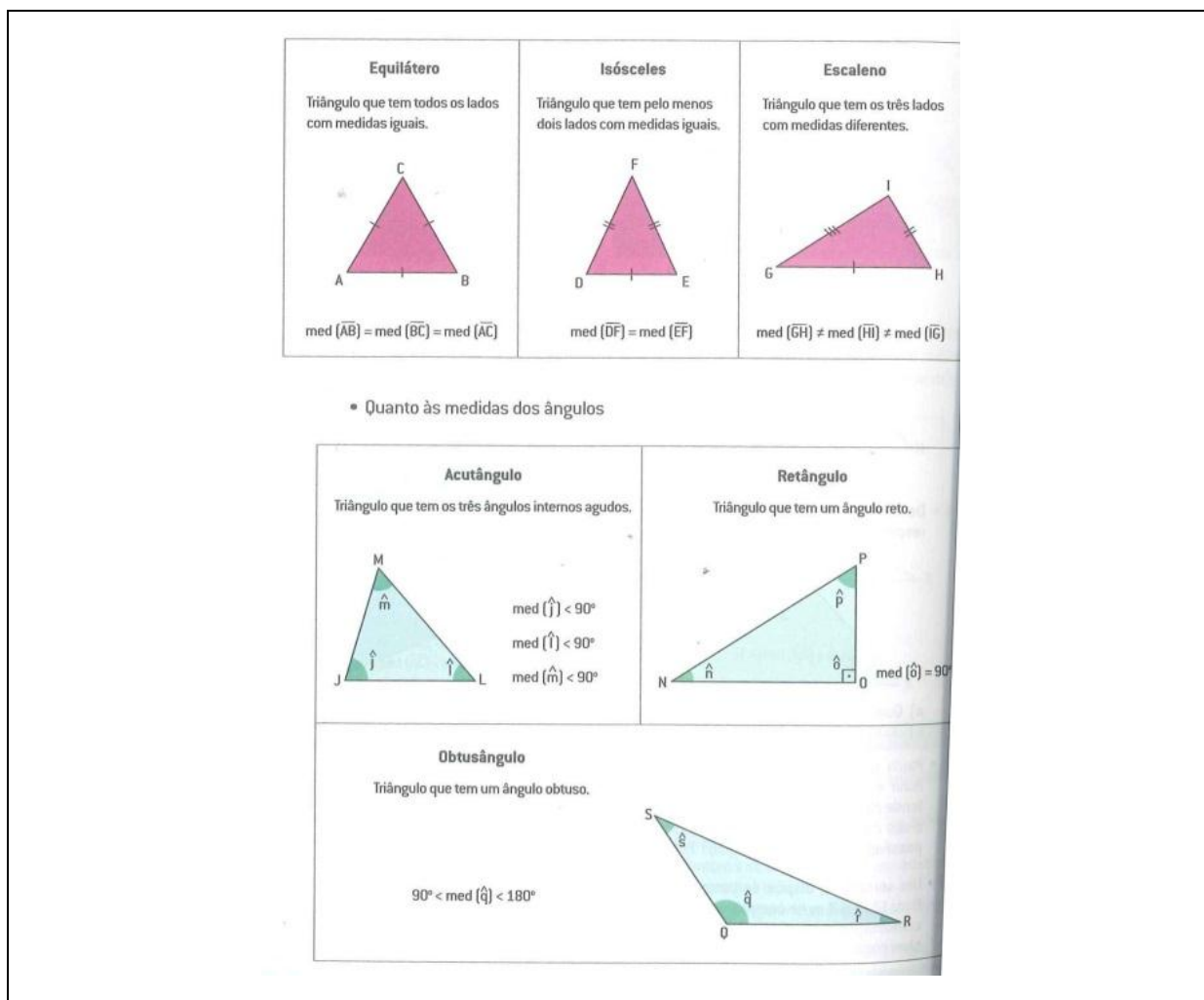


Figura 52: Classificação dos triângulos

Neste volume o autor não faz referência a soma dos ângulos internos de um triângulo, mas refere-se com uma atividade de recorte, sobre a soma dos ângulos externos. (Figura 53)

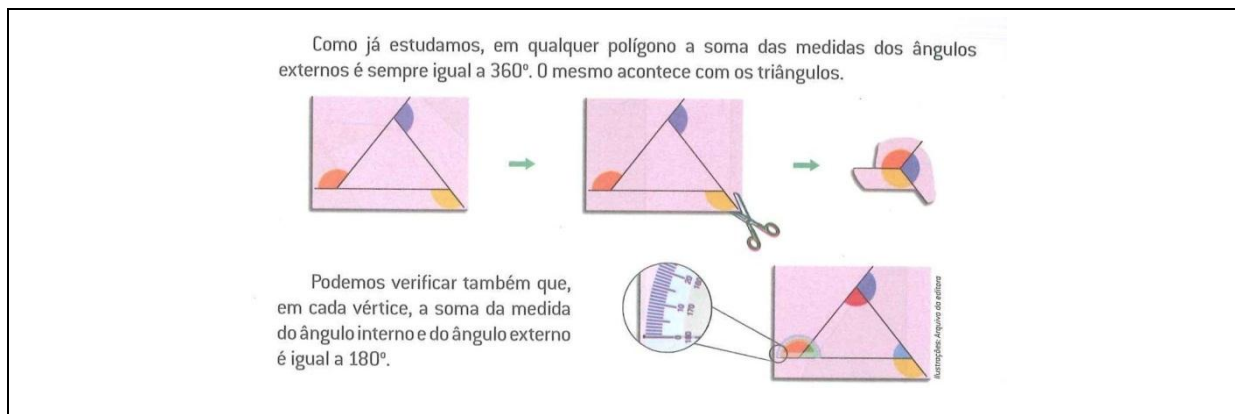


Figura 53: Soma dos ângulos externos de um triângulo

É apresentada congruência de triângulos, sem muitas explicações. (Figura 54).

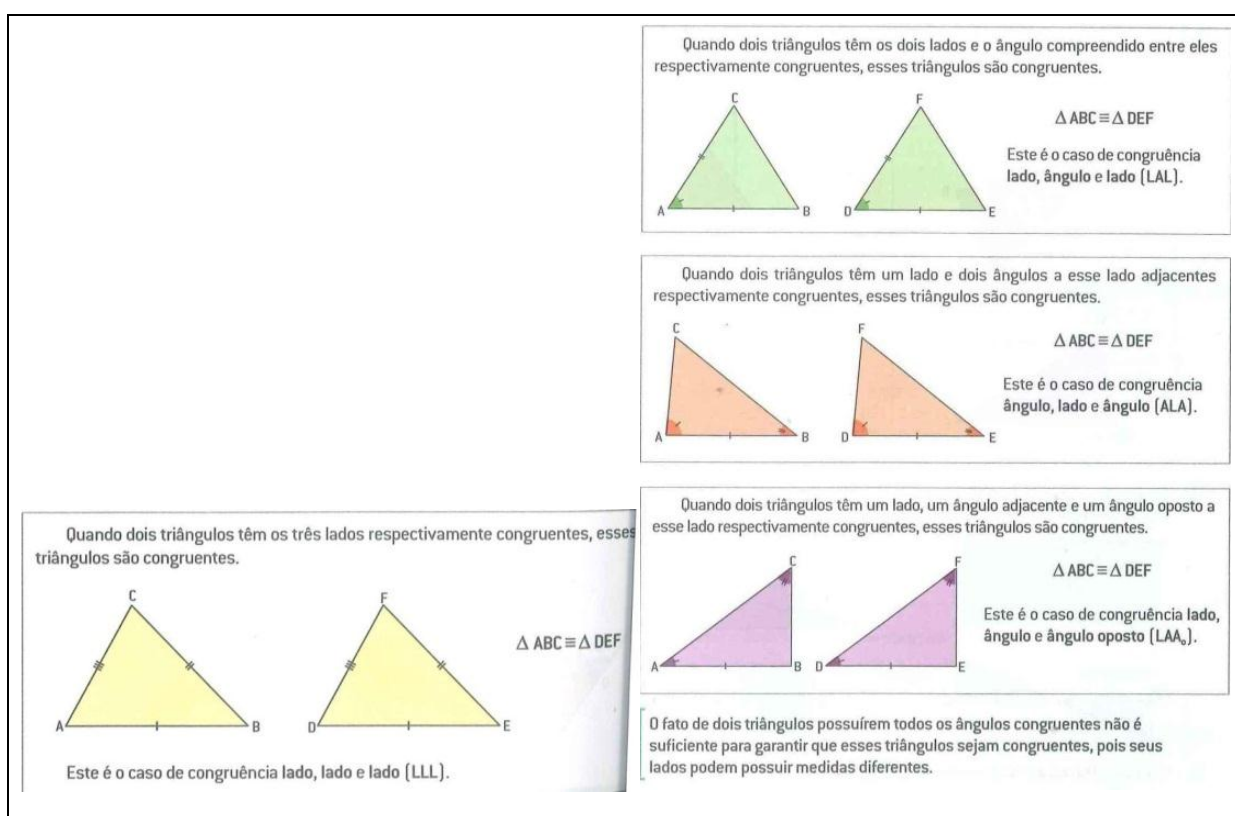


Figura 54: Congruência de triângulos

Apresenta também os pontos notáveis de um triângulo usando, respectivamente, medianas, bissetrizes e mediatrizes (Figura 55).

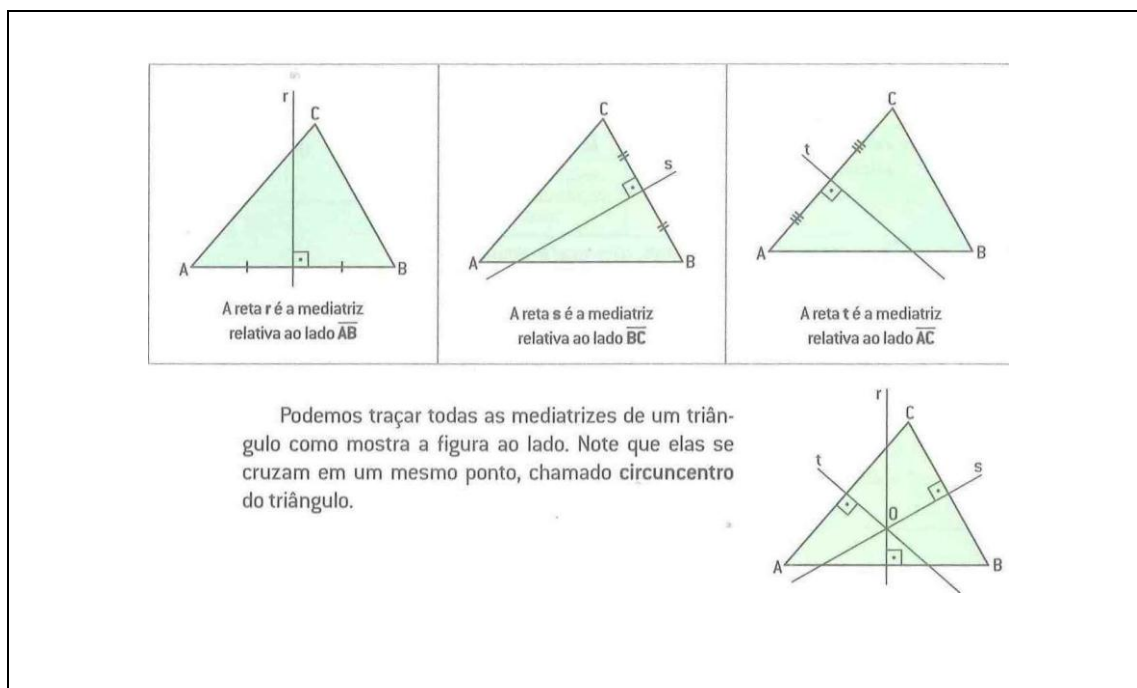


Figura 55: Mediatrizes

No que se refere aos pontos notáveis o autor, poderia ter explicado, usando as propriedades das medianas, bissetrizes e mediatrizes de uma forma que levasse o aluno a, dedutivamente, descobrir o que aconteceria. Por exemplo: na propriedade do baricentro basta traçar duas medianas para determinar o ponto “baricentro” e a terceira mediana obrigatoriamente vai passar por este ponto. Esta mesma abordagem ocorre na determinação do incentro e o circuncentro do triângulo. As atividades propostas são apenas de medidas e conceituais.

No volume do 9º ano são definidos os elementos do triângulo retângulo. (Figura 56) Utiliza a seguinte propriedade: “Em todo triângulo retângulo, a altura relativa à hipotenusa divide-o em dois outros triângulos retângulos, semelhantes ao maior e consequentemente semelhantes entre si.”, e através de semelhança de triângulos chega a algumas relações métricas.(Figura 57). Neste momento poderia ter introduzido o Teorema de Pitágoras, mas não o fez, deixando ele em separado.

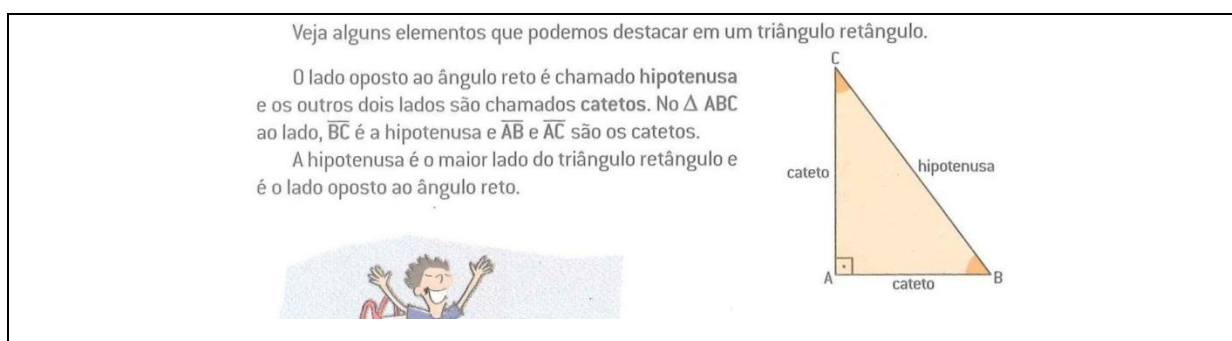


Figura 56: Elementos triângulo retângulo

Assim, de acordo com as proporções, obtemos as seguintes relações métricas no triângulo retângulo.

$$a = m + n \quad c^2 = a \cdot n \quad a \cdot h = b \cdot c$$

$$c \cdot h = b \cdot n \quad b^2 = a \cdot m$$

$$c \cdot m = b \cdot h \quad h^2 = m \cdot n$$

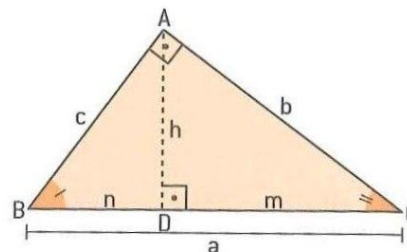


Figura 57: Imagem retirado do volume do 9º ano

O autor começa a explicação do Teorema de Pitágoras, salientando que além das relações vistas anteriormente, existe outra relação envolvendo as medidas dos lados do triângulo retângulo – “Teorema de Pitágoras: Em todo triângulo retângulo, a soma dos quadrados das medidas dos catetos é igual ao quadrado da medida da hipotenusa”. E verifica esta relação através de cálculos. (Figura 58)

De acordo com esse teorema, podemos escrever essa relação da seguinte maneira:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

* Veja como podemos verificar essa relação. Sobre cada lado de um triângulo retângulo, desenhamos um quadrado.

Note que a soma das áreas dos dois quadrados menores é igual à área do quadrado maior.

$$25 = 16 + 9$$

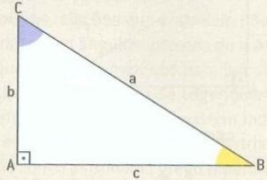
Figura 58: Teorema de Pitágoras

As atividades propostas solicitam apenas ao aluno aplicar o teorema de Pitágoras. As relações trigonométricas no triângulo retângulo são mal introduzidas. (Figura 59)

saiba QUE...

Em um triângulo retângulo, podemos determinar três razões envolvendo as medidas dos catetos e da hipotenusa. Essas razões são chamadas **razões trigonométricas** e recebem o nome de **seno**, **cosseno** e **tangente**.

Tomando como referência o ângulo \hat{B} no triângulo abaixo, temos:



$$\text{sen } \hat{B} = \frac{\text{med (cat. op. a } \hat{B})}{\text{med (hip.)}} = \frac{b}{a}$$

$$\text{cos } \hat{B} = \frac{\text{med (cat. adj. a } \hat{B})}{\text{med (hip.)}} = \frac{c}{a}$$

$$\text{tg } \hat{B} = \frac{\text{med (cat. op. a } \hat{B})}{\text{med (cat. adj. a } \hat{B})} = \frac{b}{c}$$

De maneira semelhante, e tomando como referência o ângulo \hat{C} , temos:

$$\text{sen } \hat{C} = \frac{\text{med (cat. op. a } \hat{C})}{\text{med (hip.)}} = \frac{c}{a}$$

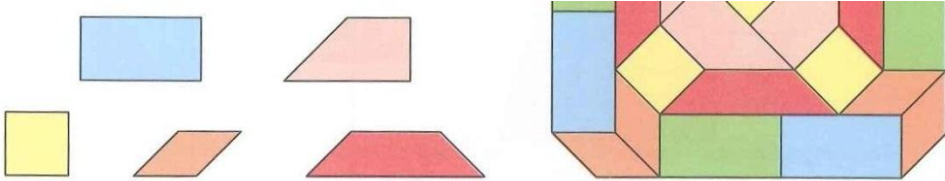
$$\text{cos } \hat{C} = \frac{\text{med (cat. adj. a } \hat{C})}{\text{med (hip.)}} = \frac{b}{a}$$

$$\text{tg } \hat{C} = \frac{\text{med (cat. op. a } \hat{C})}{\text{med (cat. adj. a } \hat{C})} = \frac{c}{b}$$

Figura 59: Relações trigonométricas

Sobre o conteúdo “quadriláteros”

No volume do 6º ano a definição de quadrilátero é baseada apenas na observação, trazendo uma imagem de quadrilátero sem ser um quadrado, sendo que na seção de polígonos ele usou uma imagem de quadrado para definir quadrilátero. (Figura 60)



Essas figuras são chamadas **quadriláteros**.
 Quadriláteros são polígonos que possuem quatro lados, quatro vértices e quatro ângulos internos. Veja ao lado a representação de um quadrilátero e de alguns de seus elementos.

Um quadrilátero pode ser nomeado pelas quatro letras de seus vértices. Dessa forma, o quadrilátero ao lado pode ser chamado **quadrilátero ABCD**.

Os ângulos \hat{a} , \hat{b} , \hat{c} e \hat{d} são **ângulos internos** desse quadrilátero.

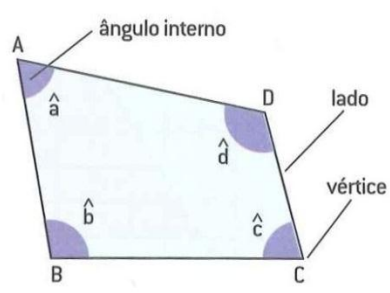
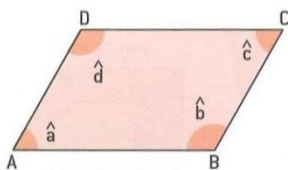


Figura 60: Definição quadriláteros

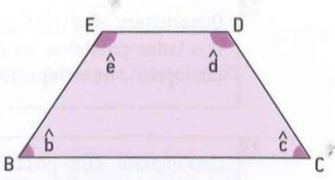
Apresenta os quadriláteros que possuem características especiais, o paralelogramo e o trapézio (Figura 61), deixando um vazio na explicação, que nome receberia os outros quadriláteros que não tem essas características? Seriam somente quadriláteros ou possuem outro nome?

De acordo com suas características, há quadriláteros que recebem nomes especiais. Os quadriláteros que possuem dois pares de lados paralelos são chamados **paralelogramos**. Veja um exemplo.



Nesse paralelogramo:
 $\text{med } (\hat{a}) = \text{med } (\hat{c})$ e
 $\text{med } (\hat{b}) = \text{med } (\hat{d})$.

Os quadriláteros que possuem apenas um par de lados paralelos são chamados **trapézios**. Veja o exemplo ao lado.



Contudo, existem quadriláteros que não são nem paralelogramos nem trapézios.

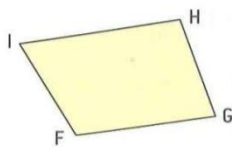
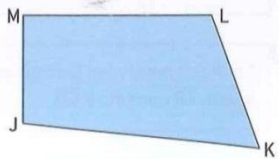



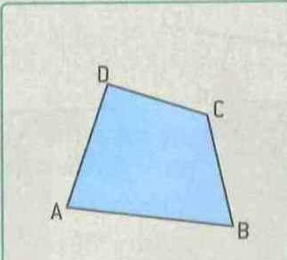
Figura 61: Classificação quadriláteros

No volume do 8º ano o quadrilátero e seus elementos são apresentados de maneira satisfatória. (Figura 62)

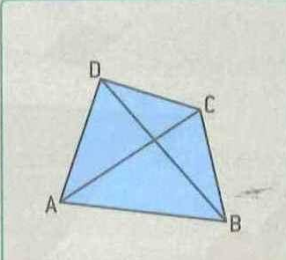
saiba QUE...

Quadrilátero é um polígono que tem 4 lados, 4 vértices, 4 ângulos internos e 4 ângulos externos.

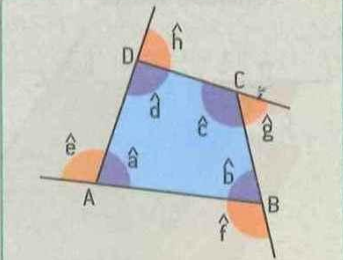
Os elementos de um quadrilátero são:



lados: \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CD} e \overline{AD}
 vértices: A, B, C e D



diagonais: \overline{AC} e \overline{BD}



ângulos internos: \hat{a} , \hat{b} , \hat{c} e \hat{d}
 ângulos externos: \hat{e} , \hat{f} , \hat{g} e \hat{h}

Figura 62: Definição e elementos quadriláteros

Utilizando recortes, novamente, relembra que a soma dos ângulos internos e externos de um quadrilátero é 360° . Realiza a classificação dos quadriláteros em paralelogramos subdividindo em retângulos, losangos e quadrados, conforme características específicas e Trapézios subdividindo-os em trapézio isósceles e escaleno, conforme suas características. Nenhuma das atividades propostas leva o aluno a alguma tipo de análise ou dedução.

Na análise da coleção identificamos alguns teoremas em que o autor apresenta explicações na direção de raciocínio dedutivo, são eles:

- Ângulos opostos pelo vértice - 8º ano – faz uma demonstração, usando um caso em particular.
- Teorema das diagonais de um polígono - 8º ano - Faz uma demonstração usando a dedução informal, pois parte de casos particulares, generalizando para todos os casos.
- Soma dos ângulos internos de um polígono – 8º ano – Faz uma demonstração usando a dedução informal, partindo de casos particulares, generalizando para todos os casos.
- Teorema de Pitágoras – 9º ano - O autor não precisaria utilizar a demonstração em áreas para confirmar o teorema, quando ele fez as relações métricas, já poderia ter chegado a conclusão do teorema.
- Teorema de Tales – 9º ano – (Figura 63 - Figura 64)

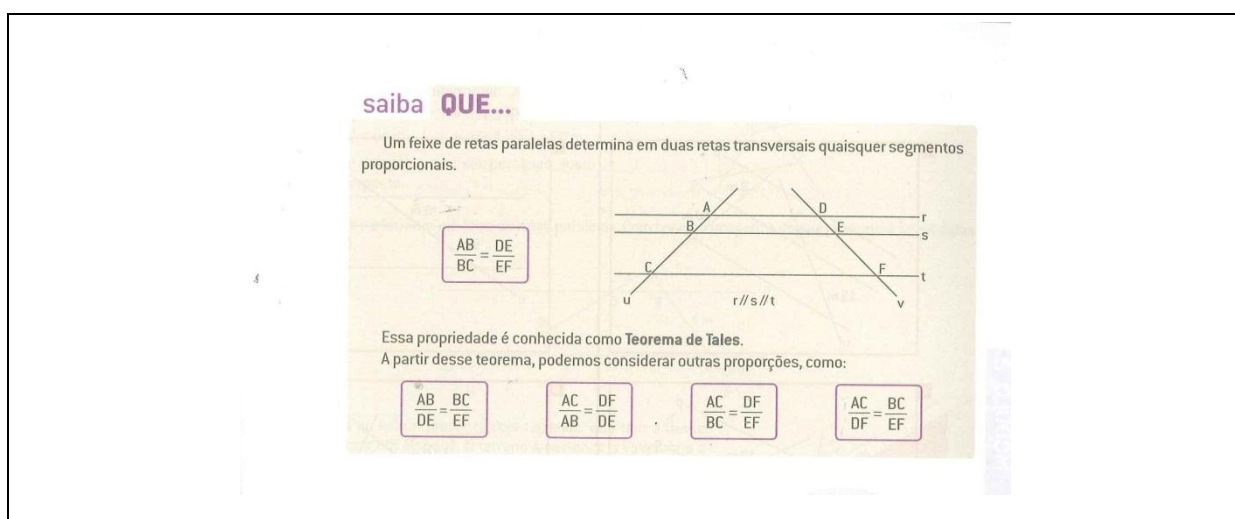
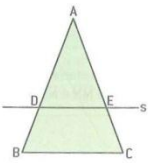


Figura 63: Teorema de Tales

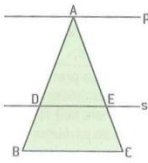
Teorema de Tales nos triângulos

Considere o triângulo ABC.
Traçando uma reta s paralela ao lado \overline{BC} que cruza os lados \overline{AB} e \overline{AC} determinamos os pontos D e E.



Traçando uma reta p paralela a s passando pelo vértice A, temos um feixe de retas paralelas, que corta duas transversais.
Pelo Teorema de Tales:

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$



saiba QUE...

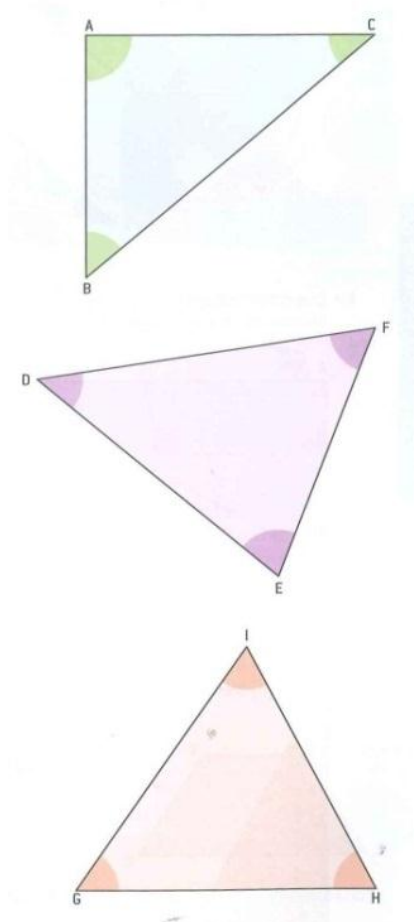
Toda reta paralela a um dos lados de um triângulo e que cruza os outros dois lados, divide esses dois lados em segmentos de reta proporcionais.

Figura 64: teorema de Tales nos triângulos

Já no teorema – A soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° , o autor utilizou medidas e recortes, este tipo de atividade não leva o aluno a um raciocínio dedutivo. O teorema aparece nos volumes do 6º e 7º ano:

No volume do 6º ano, como mencionado anteriormente, através de atividades e de forma indireta, o texto leva o aluno a chegar a conclusão de que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° . Mas não é mencionado que se trata de uma propriedade importante – um teorema. (Figura 65)

6 • Utilizando um transferidor, obtenha a medida de cada ângulo interno dos triângulos a seguir e escreva-a em seu caderno.



Calcule a soma das medidas dos ângulos internos de cada um desses triângulos.
O que você pode observar ao comparar os resultados obtidos nessa atividade e na anterior?

Figura 65: Imagem retirado do volume do 6º ano

No volume do 7º ano o teorema da soma dos ângulos é mencionado novamente, agora com verificação através de soma das medidas dos ângulos em diferentes situações. O autor chega a conclusão do teorema sem demonstração. Também é realizada uma atividade de recorte para confirmar este teorema. (Figura 66 - Figura 67)

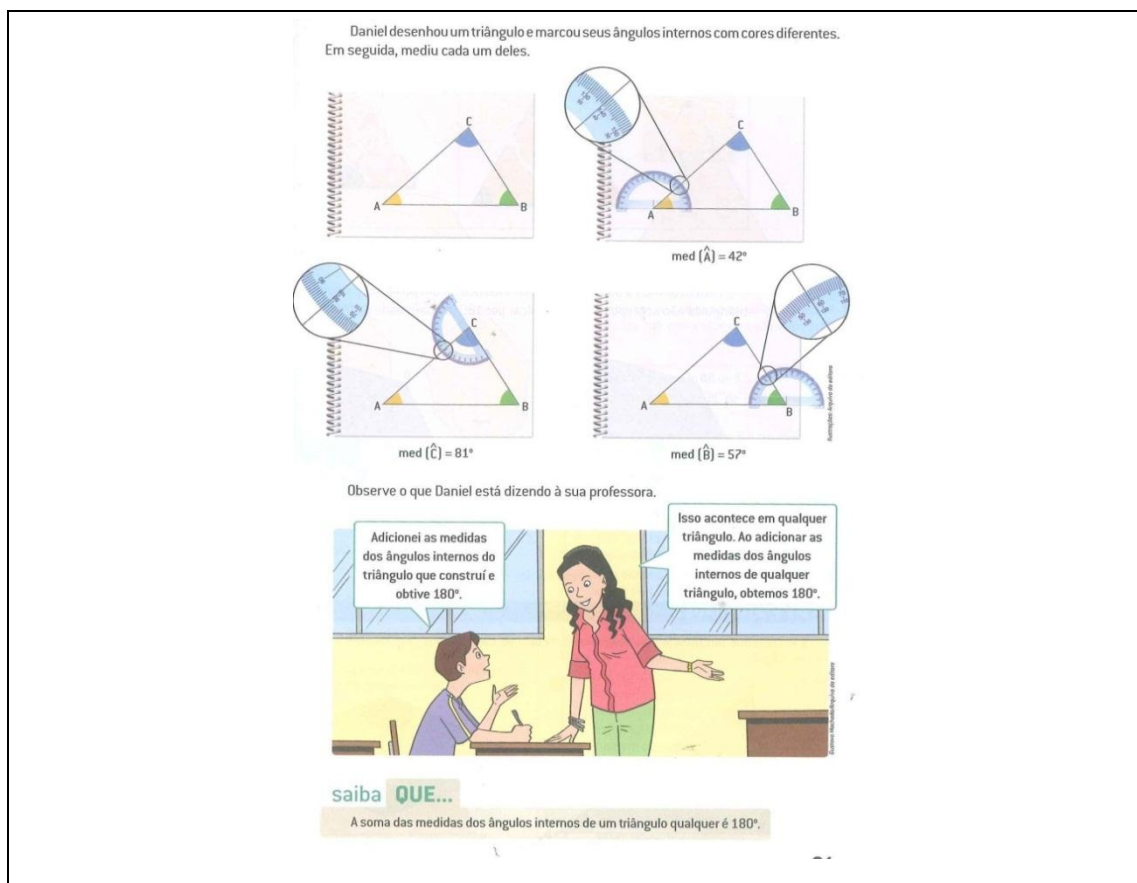


Figura 66: Imagem retirada do volume do 7ºano

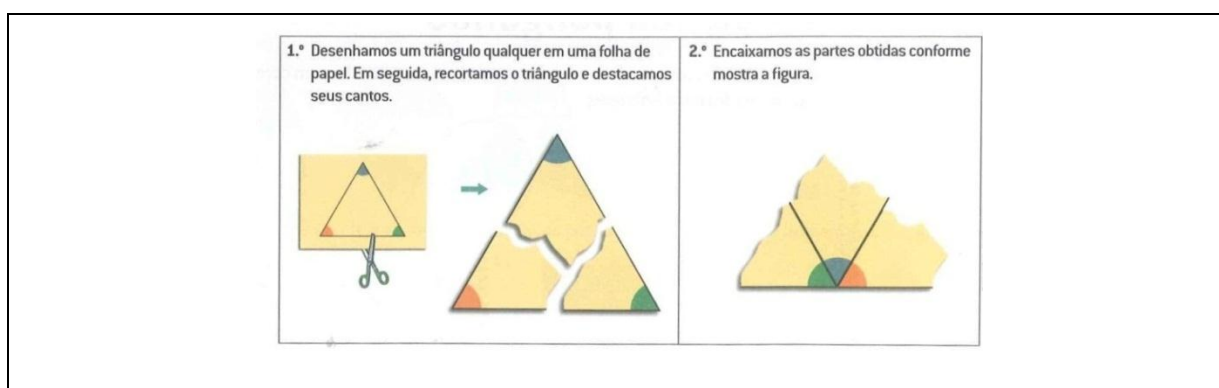


Figura 67: Imagem retirada do volume do 7ºano

Nos capítulos que tratam sobre geometria, foram poucas as oportunidades em que o autor do livro apresentou alguma demonstração que pudessem levar os alunos a uma dedução informal. As atividades propostas pelo autor da coleção, não trazem uma contribuição significativa para o desenvolvimento do pensamento geométrico, pois em sua maioria propõe apenas realizar cálculos e medidas. Em alguns capítulos, na seção “algo a mais”, o autor tenta conciliar o conteúdo com alguma aplicação ou explicação de natureza histórica ou lógica, mas deixa a desejar, pois apresenta a ideia, mas não chega a desenvolvê-la, não oferecendo uma contribuição para a melhoria da aprendizagem do aluno.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Conforme apresentado nos objetivos e na metodologia deste trabalho, a identificação do nível de pensamento geométrico dos alunos, usando-se o modelo de Van Hiele (avaliados neste caso até o nível 3 – dedução informal), foi obtida por meio do questionário aplicado em turma do 9º ano do ensino fundamental. Analisando os dados obtidos pode-se constatar que os alunos desta turma encontram-se entre os níveis 0 da visualização e nível 1 da análise. Não identificamos alunos no nível 2 da dedução informal.

Também observamos que a coleção de livros que foi analisada, no que diz respeito aos conteúdos de geometria, pouco ajuda no desenvolvimento do pensamento dedutivo. A coleção apresenta algumas demonstrações, mas não em quantidade suficiente para provocar o desenvolvimento dos alunos de forma a atingirem o nível da dedução informal. A coleção analisada foi aprovada pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), no entanto não chega a atender as recomendações dos Parâmetros Curriculares Nacionais. A coleção apresenta a maioria dos conteúdos de geometria indicados nos Parâmetros, mas eles não são desenvolvidos seguindo as orientações deste documento, pois muitas são as definições e propriedades que se apresentam como “fatos dados”; os Parâmetros indicam que os alunos do quarto ciclo - 8º e 9º ano - deveriam ter contato com o raciocínio dedutivo.

Nosso olhar se deteve no desempenho de um grupo de alunos e na apresentação dos conteúdos de geometria em uma coleção de livros. Mas este olhar já nos trouxe informação suficiente para dizer que muito ainda precisa ser feito quanto ao ensino da geometria na escola. É preciso uma reorganização nas escolas para criação de procedimentos gerenciais, de forma a permitir que os PCN tenham um acompanhamento da instituição de ensino, evitando interpretações equivocadas. Além da orientação aos professores, para utilização de métodos tais como aqueles que fazem uso das tarefas exploratório-investigativas e de ferramentas tais como os

programas de geometria dinâmica¹, também devem ser criados procedimentos que visem acompanhar, por meio de indicadores bem definidos, a observância dos Parâmetros desejados para o ensino. Isto não só na Geometria, mas no ensino em geral.

¹ Programas desenvolvidos na área de informática que favorecem as construções geométricas com régua e compasso, agindo de forma interativa e divertida colocando os alunos em situação de trabalho, aproximando os alunos dos parâmetros nacionais.

6 BIBLIOGRAFIA

ABRANTES, P. **Investigações em geometria na sala de aula.** *in*: VELOSO, E; FONSECA,H; PONTE, J.P; ABRANTES, P (ORG) Ensino da geometria no virar do milênio. Lisboa. Departamento de Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, 1999, p. 51-62

ALVES, G.S; SAMPAIO, F.F – **O modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele e possíveis contribuições da geometria dinâmica** – Revista de Sistemas de Informação da FSMA. Nº 5 (2010) pp. 69-76

BRASIL, **Secretária de Educação Fundamental. PCN** (3º e 4º ciclo): matemática: Brasília: MEC/SEF, 1998

CASTELNUOVO, Emma. **Geometria intuitiva.** 2ed.. Barcelona : Labor, 1966

DUVAL, Raymond. **Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática** (1995) *in*: MACHADO. D.A. Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2003 p.11-33.

FAINGUELERNT, E.K. **O ensino de Geometria no 1º e 2º graus:** *in* Educação Matemática em Revista – SBEM, 1995 p.45-52.

FERNANDES, F.L.P – **Fractais e “Porcariazinhas”: Professor;acaba ou não acaba?** *In*: FIORENTINI, D; CRISTOVÃO, E.M, (org). Historias e Investigações de/em aulas de matemática. Campinas Editora Alínea, 2006 p. 207-226

FNDE – **Fundo Nacional de desenvolvimento da educação.** Ministério da Educação. Disponível em <<http://www.fnde.gov.br/index.php> acesso em 06/11/2011

GRANDO, R.C;NACARATO, A.M;GONÇALVES, L.M.G – **Compartilhando saberes em geometria: investigando e aprendendo com nossos alunos.** Caderno CEDES, Campinas, 2008.

HERSHKOWITZ, Rina – **Aspectos psicológicos da aprendizagem da geometria** – Boletim GEPEM – nº 32

LINDQUIST, Mary Montgomery. **Aprendendo e ensinando geometria** – São Paulo: Atual, 1994.

LORENZATO, S. **Por que não ensinar geometria?** *in*: Educação Matemática em Revista – SBEM 4, 1995 p.3-13.

PASSOS, C.L. **Representações, Interpretações e Prática Pedagógica: a Geometria na sala de aula.**(Doutorado) Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação. Campinas, 2000.

PAVANELLO, Regina Maria. **O abandono da geometria no Brasil: causas e consequências.** Zetetiké, Campinas, v.1, nº1, p. 7-17, mar. 1993

RIBEIRO, Jackson da Silva. **Projeto Radix: raiz do conhecimento, 6º ano** – São Paulo : Scipione, 2009.

RIBEIRO, Jackson da Silva. **Projeto Radix: raiz do conhecimento, 7º ano** – São Paulo : Scipione, 2009.

RIBEIRO, Jackson da Silva. **Projeto Radix: raiz do conhecimento, 8º ano** – São Paulo : Scipione, 2009.

RIBEIRO, Jackson da Silva. **Projeto Radix: raiz do conhecimento, 9º ano** – São Paulo : Scipione, 2009.

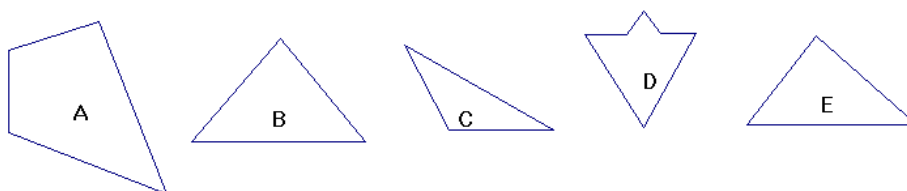
RITTER, A.M – **A visualização no ensino de geometria espacial : possibilidades com o software Calques 3D**, 2011. 143p. Dissertação (Mestrado) Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

7 ANEXOS

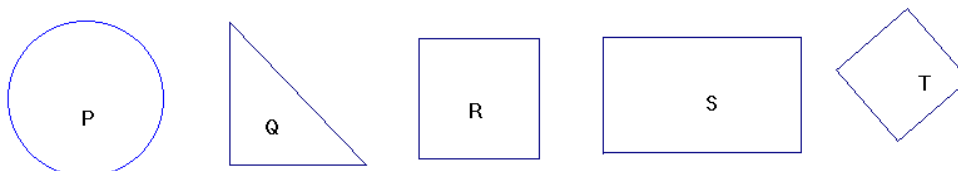
Questionário

- 1) Nome:
- 2) Turma:
- 3) Quando falamos Geometria, o que vem a sua “mente”, em palavras e desenhos?
- 4) Como você descreve a figura abaixo para alguém que não está vendo a figura ?
- 5) Quais os conteúdos de geometria que você lembra ter estudado no 9º ano do Ensino Fundamental?
- 6) Descreva um dia de aula do seu professor, falando do conteúdo e do método de ensino que ele utilizou.
- 7) Ao estudar geometria, quais são as suas dificuldades?

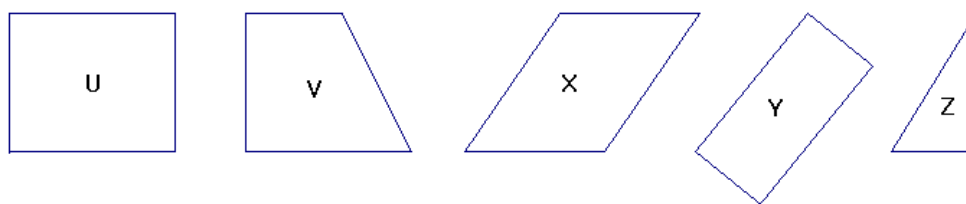
8 – Assinale o(s) triângulo(s):



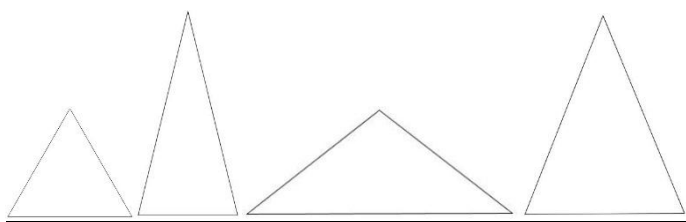
9 – Assinale o(s) quadrado(s):



10 – Assinale o(s) paralelogramo(s):



11 – Todo triângulo isósceles têm dois lados iguais. Abaixo temos uma coleção de triângulos isósceles.



Assinale a afirmativa verdadeira sobre os ângulos do triângulo isósceles:

- (a) Pelo menos um dos ângulos mede 60° .
- (b) Um dos ângulos mede 90°
- (c) Dois ângulos têm a mesma medida.
- (d) Todos os três ângulos têm a mesma medida.
- (e) Nenhuma das afirmativas é verdadeira.

12- a) Desenhe um quadrilátero cujas diagonais não têm o mesmo comprimento.

12 -b) Você consegue desenhar outros quadriláteros com esta mesma propriedade?

13 – Os quatro ângulos A, B, C e D de um quadrilátero ABCD são todos iguais. Que tipo de quadrilátero é ABCD? Explique por que.