UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA

Andréia Maria Bibiana Ramão Klunck

INTERPRETAÇÃO DE PROBLEMAS:
a importância da alfabetização matemática

Porto Alegre

2011

Andréia Maria Bibiana Ramão Klunck

INTERPRETAÇÃO DE PROBLEMAS:
a importância da alfabetização matemática

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Orientadora: Profª. Drª. Lucia Helena Marques Carrasco

Porto Alegre

2011

Andréia Maria Bibiana Ramão Klunck

INTERPRETAÇÃO DE PROBLEMAS:

a importância da alfabetização matemática

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Orientadora: Profª. Drª. Lucia Helena Marques Carrasco

Comissão examinadora

Profª. Drª. Lucia Helena Marques Carrasco – UFRGS
Orientadora

Profª. Drª. Elisabete Zardo Búrigo – UFRGS

Profª. Drª. Marilaine de Fraga Sant'Ana – UFRGS

AGRADECIMENTOS

Ao concluir este trabalho, quero agradecer aos meus pais pela educação, recursos, auxílio, amor incondicional, cuidados, preocupações e torcida por mim.

Agradeço à minha irmã e à minha avó pelo apoio, palavras de incentivo e crença em meu sucesso.

Agradeço à minha orientadora pela paciência e dedicação ao meu auxílio.

Agradeço a Deus por nada me faltar.

Dedico este trabalho a todos os amigos, colegas e familiares que, de uma forma ou de outra, fizeram parte desta caminhada, deram-me forças e incentivos ao longo destes anos de dedicação, pois, certamente, construí este trabalho e esta graduação com um pedacinho de cada um.

“*Quando fizeres algo nobre e belo e ninguém notar não fique triste, pois o sol toda a manhã faz um lindo espetáculo e, no entanto, a maioria da sua platéia ainda dorme*.” (John Lennon)

RESUMO

Este trabalho apresenta o resultado de um projeto de investigação das habilidades necessárias para a resolução de problemas matemáticos e das vantagens advindas do conhecimento da linguagem matemática, tendo em vista a capacitação do aluno para a interpretação e entendimento de enunciados e textos matemáticos. São abordadas algumas formas dos professores estimularem o tratamento das informações e auxiliarem nas dificuldades de interpretação. Para a escolha do tema, pressupõe-se que os alunos, em geral, não conseguem solucionar problemas considerados simples. A identificação das "ferramentas matemáticas", utilizadas na resolução de problemas, sendo esses entendidos como questões desafiadoras, esbarra nas dificuldades de entendimento da própria linguagem matemática existente nos enunciados, principalmente nas que se referem à compreensão do que é solicitado, à verificação do conteúdo abordado, à simbologia utilizada e à identificação dos dados informados. Assim, neste trabalho apresentam-se os resultados de um projeto desenvolvido para amenizar essas dificuldades e definir elementos básicos no processo de interpretação de um problema matemático. Destes resultados destaca-se a avaliação dos erros cometidos pelos alunos durante as resoluções de problemas, a partir do pressuposto de que esses erros funcionam como meio de constatação do que ainda não tinha sido compreendido de maneira significativa. Os processos de ensino e de aprendizagem da matemática podem ser facilitados com o uso de exercícios, leituras e problemas em sala de aula, mas é fundamental que o ensino da matemática tenha eficácia quanto aos seus objetivos, ao entendimento das linguagens que utiliza e ao entendimento dos seus conteúdos com significado.

Palavras-chave: 1. Problemas. 2. Linguagem. 3. Habilidades. 4. Simbologia. 5. Tratamento da Informação.

ABSTRACT

This paper presents the results of a research project of which are the skills needed to solve mathematical problems and which are the advantages stemming from the knowledge of mathematical language in order to train the student for interpretation and understanding of mathematical statements and texts. It covers some of the ways teachers stimulate the information's processing and assist in the interpretation's difficulties . For the choice of this topic, it is assumed that students in general can’t solve simple problems considered. The identification of "mathematical tools", used in solving problems, and these are seen as challenging issues, faces the difficulties in understanding of it's own mathematical language existing in the statements, mainly in relation to the understanding of what is requested, verification of the contents approached, the symbols used and the identification of data reported. Thus, this paper presents the results of a project designed in order to alleviate these difficulties and to define the basic elements in the process of mathematical problems' interpretation. From these results highlight the assessment of the mistakes made by students during the problem solving the assumption that these mistakes work as a means of ascertaining what had not been understood significantly. The mathematical teaching and learning process can be facilitated with the use of exercises, readings and problems in the classroom, but it is essential that the teaching and learning of mathematics be effective as its objective proposal, the understanding of the languages that use and understanding their content with meaning.

Keywords: 1. Problems. 2. Language. 3. Skills. 4. Simbology. 5. Information processing.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

> De modo geral, existe um consentimento disseminado quanto ao tratamento da Matemática como um assunto cujo significado não é facilmente apreensível para a maioria das pessoas, o que abre caminho para que se estabeleça, sempre que possível, certo distanciamento voluntário ou então uma resignação à condição de usuário. Muitas das dificuldades com o ensino dessa disciplina parecem decorrer de tal resignação. (MACHADO, 1995, p.115)

Quando converso com pessoas de meu convívio, em particular com alunos das escolas em que trabalho, acerca de quais são as dificuldades existentes durante a resolução de algum problema matemático, percebo uma diversidade de respostas. De modo geral, entendo que os sujeitos que apresentam maior facilidade no entendimento da linguagem matemática normalmente não encontram obstáculos ao resolver problemas. Suponho, por exemplo, que reconhecem informações do tipo: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ e, ainda, que estas informações fazem sentido para eles. Por outro lado, muitas pessoas se deparam com diversos empecilhos. Esse segundo grupo é a maioria.

Estes empecilhos são, em boa parte, a falta de "vocabulário matemático" para a compreensão de enunciados. Quem possui essa dificuldade frequentemente desiste de entender o que se pede e encontra-se tomado pelo sentimento "não sei fazer". A falta de habilidades em escolher quais recursos utilizar para prover uma solução é outra barreira, que impede o indivíduo de sair da inércia, embora ele possa ter compreendido o que se pede, não tem discernimento para escolher qual deverá utilizar, dentre as ferramentas que possui em sua bagagem.

A matemática, tanto quanto as demais ciências ministradas na escola básica, visa motivar o raciocínio, mas, ela, além disso, estimula a criação de hipóteses e estratégias, forma um aluno capaz de fazer o uso de suas ferramentas com prioridade, etc. Segundo Machado (1995) "[...] o aprendizado de qualquer conteúdo apresenta situações que favorecem o pensamento lógico, da Física à Lingüística, da Biologia à História, da Economia à Literatura." (p.76). No entanto para o autor, a matemática, em especial, não costuma ser trabalhada em sala de aula com este fim, sendo tratada de maneira mecanizada, com utilização de fórmulas mágicas e pouca ou nenhuma construção de conhecimento.

A matemática não precisa estar baseada em memorização, mas sim em entendimento e significação. Não há modelos ou métodos, algoritmos ou fórmulas que, mesmo sendo reconhecidos a partir de trabalhos dos famosos matemáticos ao longo dos anos, possam contribuir para uma aprendizagem da matemática condizente com os seus objetivos, se memorizados e não compreendidos. É necessário dar sentido ao conteúdo.

Nas passagens que tive por escolas de Porto Alegre trabalhei com diversos grupos de alunos (da EJA[1], do Ensino Público, do Ensino Privado, com aulas particulares, etc), de diversos níveis de escolarização e em diferentes ambientes. Observei durante estas experiências que muitos destes estudantes não gostavam da matemática, tinham "medo" dos professores da disciplina, considerando-os rigorosos demais, e não tinham interesse nos conteúdos, por achá-los difíceis. Pude constatar a dificuldade que existia na resolução de problemas quando trabalhados em aula. Por exemplo, embora os alunos saibam calcular $2x + (3x)/4 = 10$, no caso dessa expressão ser tratada num enunciado do tipo "o dobro de um número somado com três quartos deste número equivale a 10", o índice de soluções exatas decai exageradamente. Além disso, conforme Lopes[2], os alunos criam dependência nas orientações dos professores:

> A experiência no magistério [...] tem revelado que a maioria dos alunos se considera incapaz de resolver problemas de matemática. Em geral a principal dificuldade desses alunos encontra-se na leitura e interpretação da situação-problema, e nesse caso recusam-se a pensar sobre a questão e insistem para que o professor indique os procedimentos necessários para chegar à resposta desejada.

Como verificar se o conteúdo foi assimilado se o aluno sequer compreende o que foi questionado? Como realizar esta verificação se os professores indicarem todos (ou parte) os passos para atingir a resposta? Feio (2005) afirma que se o professor indica os passos da resolução de um problema ou tarefa escolar, ele "[...] induz os alunos a memorizarem regras e utilizarem algoritmos que não fazem nenhum sentido para eles." (p.6).

Segundo Polya (1995) pode-se concluir que a interpretação do enunciado, a coleta dos dados do problema e o uso da lógica e das estratégias de resolução são necessários para que se tenha como resultado alunos capazes de ler, entender, pensar, planear estratégias, registrar pensamentos, resgatar conteúdos e prover soluções.

Com o intuito de que o aluno demonstre interesse e se sinta motivado para estudar, compreender e resolver problemas, sem pedir auxílio, ele (o aluno) precisa ser desafiado. E, para que provocações sejam aceitas, muitas vezes o professor precisa ultrapassar os limites de sua criatividade.

---

[1] Educação de Jovens e Adultos
[2] Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2212-8.pdf

Aulas dinâmicas, com conteúdos tratados de maneira inovadora, estimulam o estudante e têm apresentado bons retornos. Todavia, o real cenário nas escolas brasileiras tem sido composto com falta de recursos básicos, falta de estrutura, falta de incentivo aos docentes, demasiados alunos desinteressados, etc. Portanto, é inevitável termos de considerar este cenário como um afronto à possibilidade da aplicação de projetos que visem auxiliar o ensino-aprendizagem das disciplinas do currículo escolar. Conforme os PCNs[3] "A implantação de propostas inovadoras, por sua vez, esbarra na falta de uma formação profissional qualificada, na existência de concepções pedagógicas inadequadas e, ainda, nas restrições ligadas às condições de trabalho." (BRASIL, 1997, p. 22).

Considero papel da escola formar alunos capazes de criticar, opinar e ter o mínimo de conhecimento necessário para vivência na sociedade em que estão inseridos, com aptidões básicas, como: calcular o valor que devem receber de troco ao comprar alguma mercadoria, ler sinais de trânsito, comunicar-se, resolver problemas de otimização de tempo e espaço, calcular suas finanças pessoais, etc. Por que a realidade é outra? O que a escola deve racionalmente almejar? Talvez a resposta possa ser dada a partir da afirmação que segue:

> Uma verdadeira autonomia intelectual, a que toda a educação deve visar, somente se viabiliza na medida em que os indivíduos em geral sentem-se capazes de lidar com a Língua Materna e com a Matemática de modo construtivo e não apenas na condição de meros usuários. (MACHADO, 1995, p.115).

Há uma grandiosa diferença entre conhecer e utilizar, o objetivo seria a criação desta "autonomia intelectual", definindo que os sujeitos não poderiam apenas ser usuários do português e da matemática, mas sim que eles possam também entendê-los a ponto de estarem capacitados para seu uso com significado.

Em contrapartida a esta responsabilidade assumida pelo corpo docente (de capacitar indivíduos para o uso da matemática e do português, de maneira regular) temos um grande percentual de alunos formados no Ensino Médio, que sequer compreendem enunciados ou sinalizações, textos ou livros. As práticas escolares, por vezes, convergem para formar alunos capazes de prover soluções únicas para exercícios mecanizados, de alcançar aprovação em vestibulares e de se apropriar de um conhecimento mínimo e até mesmo superficial em Português e Matemática. Por que isso ocorre? Como poderia ser criada tal capacidade de interpretação e compreensão para que os conteúdos tenham significado e ocorra um aprendizado eficaz?

[3] Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática

Ao tratarmos (nós professores) das disciplinas ministradas na escola básica é interessante discutirmos com os alunos acerca dos conteúdos abordados, não apenas para explicá-los, mas também para avaliar o entendimento alcançado e os tipos de raciocínios por eles empregados, isso propicia uma troca enriquecedora, tanto no que se refere à fala professor-aluno, quanto na fala aluno-aluno. Com isto, tem-se ainda a noção de como está o andamento do aprendizado. Partilho da ideia colocada por Malta (2003) de que:

> Em matemática, a capacidade de expressar-se com clareza o raciocínio é equivalente a capacidade de entender os resultados matemáticos. Em particular, o desenvolvimento da capacidade de expressão do próprio raciocínio promove o desenvolvimento da capacidade de compreensão em matemática. (p.216).

Em outras palavras, quando compreendemos um conteúdo, podemos explicá-lo a nós mesmos ou a outrem, podemos redigir uma explanação sobre o assunto, podemos ensinar e conversar a respeito disso, isto é, uma vez que temos conhecimento é possível interpretar textos e dissertar sobre a informação adquirida.

Neste caso específico do tratamento das dificuldades relativas à compreensão de enunciados matemáticos, o uso de textos matemáticos e métodos de auxílio na interpretação são inquestionáveis como formas de prover melhorias. De que maneira podemos tratar tais deficiências, sem questionar o porquê de sua ocorrência, seus requisitos no que diz respeito ao conhecimento das linguagens utilizadas, qual grau de ciência do vocabulário matemático, entendimento de conteúdos prévios da Matemática, etc?

> A aquisição do conhecimento não se dá de forma compartimentalizada, mas sim de forma interdisciplinar, [...]. Acredita-se que as deficiências na compreensão de conceitos abstratos da matemática estão inter-relacionados aos déficits em língua materna, assim como a não construção da capacidade de resolver problemas está relacionada com a dificuldade de interpretação de textos. O uso de textos matemáticos em sala de aula tem por finalidade contribuir para o desenvolvimento da habilidade de "ler", de compreender as informações nos textos e adquirir conhecimentos a partir desta leitura, especificamente, construir a capacidade de leitura e compreensão em matemática, de expressar de forma organizada o raciocínio e traçar estratégias de solução de problemas. (VIANA; GOMES; SANTOS)[4].

Com o intuito de desmitificar toda essa questão sobre o uso de problemas e textos matemáticos em sala de aula, juntamente com a necessidade de verificar formas de trabalho que viabilizam o aumento da capacidade de interpretação e, principalmente, o aumento da capacidade de entendimento e significação de situações-problema, desenvolvi um projeto no

[4] Disponível em http://alb.com.br/arquivo-morto/edicoes_anteriores/anais16/sem15dpf/sm15ss05_05.pdf

Instituto Estadual Rio Branco, localizado em Porto Alegre, Rio Grande do Sul, que tratava de problemas relacionados com o conteúdo que estava sendo trabalhado. Para análise dos resultados obtidos nessa pesquisa, fundamentei-me nas obras de Polya (1995) para resolução de problemas, de Machado (1995) sobre a matemática vista como linguagem e de Danyluk (2002) sobre a alfabetização matemática.

1.1 Objetivo

Quais são os métodos para resolução de problemas? Quais instrumentos são requisitos para o conhecimento da linguagem matemática, simbologia e dados utilizados em enunciados? Como é a sistemática do tratamento da informação?

Considerando essas perguntas e as demais questões colocadas anteriormente, realizei este estudo, tendo por objetivo desvendar as dificuldades dos estudantes, em particular os da turma de primeiro ano do Ensino Médio noturno que participaram do projeto, no que se refere ao entendimento das linguagens utilizadas pela matemática e à interpretação de textos matemáticos contidos em enunciados de problemas apresentados em aula, encontrando maneiras de contorná-las.

A intenção é fugir da prática curricular convencional existente, criando um ambiente de aprendizagem propício à problematização, no qual todos são questionadores e construtores. Também pretendo, inspirada em Roy (2002), propor alternativas ao método de ensino baseado em recognição (pensar o já pensado), em repetição, em representação[5] e escassez de produção. O idealizado espaço Deleuziano[6], conforme abordado por Roy, é uma proposta para que a Matemática seja tratada de forma distinta da forma como é abordada hoje, já que:

> Deleuze desenvolve formas de livrar o terreno de nossas operações cognitivas das muletas do idealismo platônico, da identidade cartesiana e da dialética hegeliana, elementos que marcam de antemão as trajetórias ao longo das quais o pensamento pode operar, obstruindo, assim, novas possibilidades de devir. (ROY, 2002, p.96).

A criação de um espaço convidativo ao aprendizado é baseada no *feeling*, ou seja, o professor, neste processo, detém um papel de grande importância, pois ele terá o poder de decisão a partir da visão e do sentimento de que a turma, o ambiente e o conteúdo poderão gerar construções produtivas. Assim, ele poderá agir

[5] "O autor joga [...] com os três 'erres' da crítica deleuziana da representação: *representação, recognição, recuperação*." (ROY, 2002, p.108, notas do tradutor), fazendo uma analogia aos três erres (ou do inglês *three R's)* do currículo, que são: ***R**eading, w**R**iting and a**R**ithmetics*", isto é: ler, escrever e contar. Roy (2002).

[6] ROY (2002) trata deste espaço como um ambiente propício ao desenvolvimento do processo investigativo por parte do aluno como forma dele conseguir fugir destes três erres.

> [...] tirando proveito tanto dos aspectos motivacionais, da sensação de engajamento que a continuidade propicia, quanto das possibilidades de prospecção, da ousadia, do risco calculado que uma ruptura necessária enseja, é a componente básica da tarefa pedagógica. Faz parte, então, das atribuições do professor saber lidar com estes dois momentos da produção do conhecimento, explorando a continuidade como a deflagradora natural do processo de ensino, onde a ruptura surge como uma possibilidade também natural, em decorrência da formação de uma consciência crítica. (MACHADO, 1995, p.73-74).

Machado (1995) apresenta outra questão relativa ao tratamento da Matemática, para que todo estudante tenha acesso a estes saberes e possa produzir um conhecimento com significado. Nesse sentido, ele se reporta à subestimação do papel dos algoritmos, constatando a conformidade dos educadores com relação à realização de exercícios mecanizados como meio de aprendizagem. Havendo, assim, uma necessidade de escolha entre significado ou técnica. Contudo, a conclusão é que ambos são necessários, de modo que,

> [...] reconhecendo a necessidade das duas componentes, não são poucos os [professores] que apregoam a necessidade, na aprendizagem, de um período inicial em que a preponderância é da técnica, para apenas posteriormente atingir-se uma compreensão mais profunda do significado do que já se realizara muitas vezes mecanicamente. (*Ibid*, p.110).

O autor aponta que, na questão do aprender uma linguagem, far-se-á necessário inicialmente a abordagem do conhecimento técnico, para obter-se, posteriormente, a significação.

> [...] tal prioridade é [...] compreensível na aprendizagem de um código, assim como na de uma linguagem formal ou de um jogo. Nesses casos, as regras precisam ser bem conhecidas antes de se poder pensar em agir ou jogar. (*Ibid*, p.115).

Conforme Silva (2003), tal significação precede do conjunto composto por dados e criações. Na resolução de problemas, têm-se informações já inclusas no enunciado, a partir das quais o solucionador passará a desvendar através de descobertas, os seus significados.

Finalizando os objetivos pretendidos, cabe a reflexão da passagem de Polya (1995), ela refere-se ao que resume o papel do professor quando se trata da proposta de resolução de problemas em sala de aula, ou seja, mesmo sendo importantes o espaço, o *feeling*, nesta proposta, é preciso que o professor deixe o estudante livre para falar, ler, pensar, escrever, etc.

> O estudante deve adquirir tanta experiência pelo trabalho independente quanto lhe for possível. Mas se ele for deixado sozinho, sem ajuda ou com auxilio insuficiente, é possível que não experimente qualquer progresso. Se o professor ajudar demais, nada restará para o aluno fazer. O professor deve auxiliar, nem demais nem de menos, mas de tal modo que ao estudante caiba uma parcela razoável do trabalho. (p. 1).

2 PROBLEMAS

2.1 Definição

Segundo Roque (2008), existe uma grande diferença entre pergunta e problema. A saber, a pergunta é formulada a partir de uma verdade pré-existente, quem a faz ou deseja testar o conhecimento de alguém, tendo ciência de sua resposta, ou não sabe a resposta e deseja sabê-la.

Gallo (2008), por sua vez, afirma que o problema é criador e construtor de conhecimento, ele só será verdadeiro quando não surgir de uma imposição de outrem, mas sim de algum acontecimento para com o sujeito que o experimenta. Destaco, ainda, desse autor:

> Ou o problema é objetivo, isto é, fruto de experiência, ou não é problema. [...] o enfrentamento do problema não pode ser conduzido, a experiência do problema não pode ser conduzida, ou deixa de ser experimentação, perde sua "objetividade", sua "genitalidade" em nome de uma construção artificial da ordem de recognição. (*Ibid*, p. 120-121).

O problema, conforme explicitado acima, refere-se a algo que parte da observação, ou melhor, da vivência de algum acontecimento (experiência), a tal ponto que desencadeia no sujeito da experiência a necessidade ou vontade de criar algo ainda não conhecido. Contudo, as definições de problema provenientes da matemática parecem convergir para um senso comum, que as reduzem a aplicações de fórmulas ou de algoritmos. Em busca de uma superação desse senso comum, entendo que as definições segundo Polya e Lester; Kehle, apresentadas por Chamberlin[7], são esclarecedoras.

> Polya (1945 & 1962) descreveu resolução de problemas matemáticos como encontrar uma maneira de contornar uma dificuldade, em torno de um obstáculo, encontrando a solução de algo desconhecido. [...] Como um contra-exemplo a novidade, uma série de problemas em uma planilha exigindo ao aluno a implementação de um mesmo processo várias vezes não seria considerada resolução de problemas matemáticos. Em vez disso ele pode ser considerado um exercício mecanizado devido à sua natureza de rotina. (Lester & Kehle, 2003) sugerem que o raciocínio deve ocorrer durante a resolução de problemas matemáticos. A existência de raciocínio matemático sugere que a automaticidade [...] está ausente. Assim, um

---

[7] Disponível em http://www.google.com.br/url?sa=t&rct=j&q=scott%20a%20chamberlin&source=web&cd=3&sqi=2&ved=0CC4QFjAC&url=http%3A%2F%2Fpeople.exeter.ac.uk%2FPErnest%2Fpome23%2FChamberlin%2520What%2520is%2520Math%2520Prob%2520Solving.doc&ei=3KPGTvb1EMafgwerraA8&usg=AFQjCNH_5ukiv5FNJav4kNEJNnheFP09Og

> algoritmo pré-aprendido não pode ser simplesmente implementado para solução de sucesso. É importante notar que um algoritmo pode ser usado para resolver alguma parte de uma tarefa de resolução de problemas matemáticos. No entanto, se o algoritmo é o único processo matemático executado, então a resolução de problemas matemáticos autêntica acredita-se estar ausente. (p.4)

Neste trabalho tratarei a definição de problema de acordo com estas definições destacadas acima. Os problemas acontecerão a partir de situações propostas em aula, convidativas e desafiadoras, que provoquem os alunos a pensarem por si próprios ao resgatarem conteúdos prévios descubram novos conhecimentos.

Para ilustrar esta concepção citarei exemplos, adaptados de livros didáticos, do que seria um tipo de exercício e problema para os alunos com os quais trabalhei.

1) Exercício:

Seja um círculo de diâmetro igual a 3cm, calcule a área do mesmo.

Solução: $d = 2r$

$A = \pi r^2$

$3 = 2r$

$r = 3/2$

$A = \pi(3/2)^2$

$A = 9\pi/4$ cm² = 7,06858347 cm² aproximadamente.

2) Problema:

Seja um círculo de diâmetro igual a 3cm, e, seja um triângulo equilátero inscrito neste círculo. Os vértices do triângulo devem tocar a circunferência. Calcule a área da figura que contém como bordas 1/3 da circunferência e um lado do triângulo.

Solução:

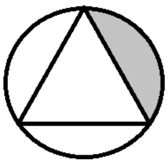


Figura1
Representação do triângulo equilátero inscrito no círculo

$2r = 3 \Rightarrow r = 3/2$ cm

$l = r\sqrt{3} = (3\sqrt{3})/2$ cm

$A_T = l^2\sqrt{3}/4 = [(3\sqrt{3})/2]^2.\sqrt{3}/4 = 27\sqrt{3}/16$ cm²

$A_C = \pi r^2 = 9\pi/4$ cm²

Sendo assim a área da parte hachurada será igual a $(A_C - A_T)/3$

Área pedida = $(9\pi/4 - 27\sqrt{3}/16)/3 = (36\pi/16 - 27\sqrt{3}/16)/3 = (12\pi/16 - 9\sqrt{3}/16) =$

= 1,38191591 cm² aproximadamente.

No exercício basta utilizar a aplicação de fórmulas para obter a resposta. Neste caso, o aluno pode ter apenas decorado $d = 2r$ e $A = \pi r^2$ e resolvido, talvez, sem haver significado nesta aplicação. Já no problema sugerido, há também aplicação de fórmulas, contudo, o aluno, mais do que aplicar fórmulas, pode pensar no que está sendo solicitado para conseguir compreender a qual área o problema se refere, quais dados ele precisa possuir para calculá-la, isto é, essa proposta o torna diferente dos demais exercícios por estas exigências. É possível prever que o aluno provavelmente precisará de um desenho para auxílio na interpretação e, neste caso, ele deverá recorrer a recursos préviamente estudados, como a área de triângulos.

2.2 Processos de resolução segundo Polya

Para Polya (1995), há quatro passos fundamentais nos quais os alunos devem se basear para a resolução de um problema:

> Primeiro, temos de compreender o problema, temos de perceber claramente o que é necessário. Segundo, temos de ver como os diversos itens estão inter-relacionados, como a incógnita está ligada aos dados, para termos a idéia da resolução, para estabelecermos um plano. Terceiro, executamos o nosso plano. Quarto, fazemos um retrospecto da resolução completa, revendo-a e discutindo-a. (*Ibid*, p.3-4).

Polya (1995) afirma que é preciso compreender o problema. A leitura deve ser realizada com bastante atenção. Caso o problema não seja compreendido numa primeira leitura, esta deverá ser efetuada novamente e quantas vezes for preciso. Explicando o que é proposto a nós mesmos ou a um colega o enunciado terá significado. Nesta etapa, pensá-lo de uma maneira mais concreta ou mais familiar é de extrema utilidade. Após a leitura recomenda-se a anotação dos dados do problema, dos valores que são disponibilizados. A compreensão do que o exercício pede é fundamental para que haja a ciência de quais valores dispomos para alcançar o objetivo. Se necessário, podem-se confeccionar tabelas, gráficos e desenhos para visualização das informações numéricas e para melhor organização do processo de resolução.

É preciso planejar uma estratégia para resolver o problema. Depois da interpretação do enunciado e separação das informações, se for pensado em algum problema semelhante já resolvido anteriormente ter-se-á acesso aos instrumentos utilizados para sua resolução e, provavelmente, será mais fácil resolver este novo exercício baseando-se no anterior. Em caso de ser proposta uma situação completamente nova, ter-se-á então que partir para a identificação de quais ferramentas existem e ter-se conhecimento prévio para solucioná-lo e de que maneira utilizá-las. Em caso de não conseguir resolver o problema, precisa-se partir para a solução de alguma proposta semelhante, ou mais genérica, ou mais específica. E, em caso, de persistir a dificuldade, pergunte-se: “É possível resolver parte do problema?”. “Os dados extraídos do problema geram algum novo valor de utilidade?”, etc. (*Ibid*).

Executando a estratégia planeada e, após, revendo tudo desde o início, se confirmada sua lógica e veracidade é durante a execução desta estratégia e após sua execução que verificamos se há erros, contradições ou falta de informações, nesse caso devemos repensar o procedimento adotado, pois esse pode estar equivocado. (*Ibid*).

Verificando e interpretando os resultados a que chegamos – passo denominado por retrospectiva – será realizada a verificação e lógica dos planos e execuções. Ao encontrar o resultado final é preciso checar a sua validade, confirmar se o trabalho está correto. Não basta apenas resolver o problema, é importante que as indagações existam:

- Há maneira mais simples de chegar a este resultado?
- Existe outra forma de resolvê-lo?
- A resolução escolhida é passível de uso em outras circunstâncias? (*Ibid*).

Após a quebra da barreira da interpretação, identificação dos demais passos para a resolução de problemas e trabalho periódico em cima destes, certamente o aluno ficará mais seguro, confiante e perceberá o quão prazeroso é alcançar os resultados desejados por méritos próprios, sem necessidade de solicitar auxílio no entendimento do enunciado, ou ainda para a descoberta de que tipo de cálculos realizar com intuito de concluir a execução do exercício.

Polya (1995) também comenta as análises que necessitam ser realizadas a partir dos resultados, com intuito de que a tarefa conceda um significado ao conteúdo que está sendo abordado. De seu trabalho ainda destaco: “Criatividade, espírito de organização, capacidade de trabalho, autoconfiança, paciência, persistência” (POLYA[8]), características precisas a fim de que o estudante possa vir a ser um solucionador de problemas, não apenas no âmbito matemático, mas também em qualquer aspecto de aprendizagem, seja em sala de aula, nas demais disciplinas ou no seu cotidiano, em sua vida pessoal, profissional, etc.

O trabalho com problemas matemáticos não é simples para muitos estudantes, o entendimento da matemática e suas linguagens é uma qualidade que pode ser trabalhada e aprimorada diariamente. Ser um solucionador de problemas gera um aumento significativo no

[8] Disponível em http://cmup.fc.up.pt/cmup/polya/polya_resolver.html

poder de resiliência[9], auxiliando na formação de cidadãos críticos, pensantes e preparados para lidar com adversidades. Quanto maior o nível do problema proposto, ou seja, quando o que está sendo enunciado e exigido no problema requer do aluno uma análise, resgate de conhecimentos prévios, criação de hipóteses, ou qualquer outro mecanismo de resolução que o torne capaz de manipular os dados conquistando novos saberes, possivelmente maior será o aprendizado conquistado, portanto, maior será o conhecimento adquirido e maior será o crescimento como pessoa, após a vivência de experiências que exijam esforços diferenciados do habitual, criatividade, etc. E tudo isto é válido já que

> [...] uma boa capacidade para resolver problemas é um dos talentos mais procurados e mais bem remunerados no mercado de trabalho. A Matemática desenvolve, como nenhuma outra ciência, esta capacidade! (POLYA[10]).

2.3 O Tratamento da Informação

A matemática atualmente tem se enquadrado no uso de atividades voltadas para modalidades como: modelagem matemática, etnomatemática, história da matemática, etc. Abordando tais modalidades, o professor pode tornar o espaço de aprendizagem mais dinâmico, fugindo do modelo tradicional, sendo este um espaço motivador, propiciando um processo de experimentação e construção de conhecimento. O aluno, por sua vez, encontra-se com a disciplina mais amigavelmente.

Pode-se destacar uma das funções da Matemática como a de capacitar o aluno à interpretação de dados. E, atualmente, até mesmo notamos que as provas de vestibulares trazem dados retirados de tabelas, gráficos, etc., contidos nos periódicos, sites, etc.

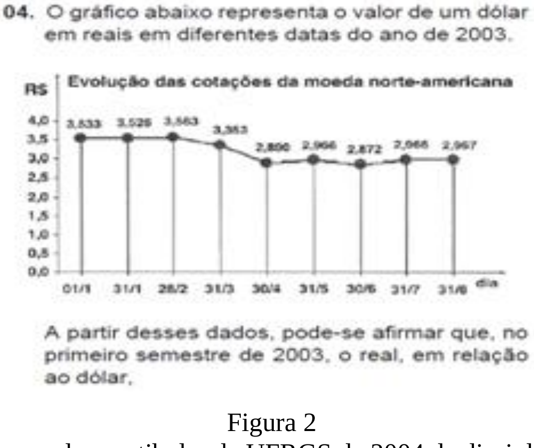


Figura 2
Questões nº 4 da prova dos vestibular da UFRGS de 2004 da disciplina de Matemática.

---

9 2. [...] Capacidade de superar, [...] disponível em http://www.priberam.pt/dlpo/default.aspx?pal=resiliência
10 Disponível em http://cmup.fc.up.pt/cmup/polya/polya_resolver.html

A proposta de trabalho com problemas em sala de aula deve contemplar parcela significante dos assuntos integrantes do currículo da série em questão, contudo, quaisquer atividades que visem ampliar conhecimento são bem vindas, ainda mais no que se refere à formação básica, a fim de que o sujeito possa interpretar informações de jornais, por exemplo. Segundo Wodewotzki; Jacobini (2005) um

> [...] olhar mais atento para a nossa sociedade mostra a necessidade de acrescentar a esses conteúdos aqueles que permitem ao cidadão "tratar" as informações que recebe cotidianamente, aprendendo a lidar com dados estatísticos, tabelas e gráficos [...] (2005, p. 236).

Partindo para a função deste tratamento da informação como um processo para a interpretação de dados contidos em gráficos e tabelas, por exemplo, cito o trabalho de Rech (2009) no qual é afirmado que:

> Tratamento da Informação implica em ir além de buscar dados para Estatística Descritiva, os princípios multiplicativos ou estudo de possibilidades, significando, pois, ouvir as falas e as contradições e efetuar o uso de estratégias investigativas valorando a diversidade. (p. 25).

Além desta funcionalidade, o tratamento da informação, quando utilizado como proposta nas aulas, cria capacidades nos alunos que não se verificam no caso de aulas baseadas em explanação e exercícios. Dentre algumas destas competências, criadas pelo tratamento da informação, podemos citar:

> - Fazer uso das linguagens matemática e científica.
> - Construir e aplicar conceitos das várias áreas do conhecimento para a compreensão de fenômenos naturais, de processos histórico-geográficos, da produção tecnológica e das manifestações artísticas.
> - Selecionar, organizar, relacionar, interpretar dados e informações representadas de diferentes formas, para tomar decisões e enfrentar situações-problema.
> - Relacionar informações, representadas de diversas formas, e conhecimentos disponíveis em situações concretas, para construir argumentação consistente.
> - Identificar e organizar informação relevante para cada situação-problema.
> - Selecionar a forma mais adequada de organizar os dados em cada situação específica.
> - Construir tabelas.
> - Construir e interpretar gráficos de vários tipos.
> - Informar usando a expressão oral e escrita.
> - Ler e interpretar criticamente dados do cotidiano apresentados sob diferentes formas. (Revista do professor atualidades)[11]

[11] Disponível em http://www.rededosaber.sp.gov.br/portais/Portals/33/arquivos/Matematica%20Parte%201.pdf

Estas capacidades e habilidades contribuem para a resolução de problemas, conforme descrito anteriormente no item 2.2, com o estabelecimento de conexões entre dados fornecidos pelos enunciados, além de auxiliar muito o que denominaremos posteriormente “alfabetização matemática”. No que se refere à leitura e compreensão das linguagens gráficas,

> [...] a leitura em Matemática também requer a leitura de outros textos com grande quantidade de informações numéricas e gráficas. Eles podem ser encontrados em uma notícia ou anúncio publicados em jornais e revistas. Nesses casos, a leitura pode ser enfatizada quando propomos vários questionamentos que requerem várias idas até o texto para a seleção das informações que respondem as perguntas feitas. Esse tipo de atividade pode abranger o desenvolvimento de noções, conceitos e habilidades de matemática e do tratamento de informações. (SMOLE e DINIZ, 2001, p.82).

3 DESMITIFICANDO A LINGUAGEM MATEMÁTICA

> A Matemática e a Língua Materna, diferentemente dos variados ramos do conhecimento que as utilizam, constituem condição da possibilidade do conhecimento em qualquer ramo, sendo responsáveis inclusive pela produção dos próprios instrumentos que irão utilizar; nesta condição é que deveriam ser ensinadas. (MACHADO, 1995, p. 127)

Na busca pela desmitificação da linguagem, da simbologia e dos signos, objetivando um aprendizado eficaz com o uso de problemas matemáticos em sala de aula, entendo ser necessário estabelecer uma condição para tal. Esta condição se baseia na exploração da alfabetização matemática como ferramenta essencial para uso correto da linguagem matemática e, portanto, aprimoramento da capacidade interpretativa.

Já que, conforme citado acima, a matemática é produtora dos próprios instrumentos que utiliza, a meu ver, reforçando a ideia de Machado (1995) apresentada na seção 1.1, isto implica que o estudante teria de absorver a matemática a partir de sua linguagem com intuito de, posteriormente, já alfabetizado, poder fazer seu uso com significação.

Por definição, podemos entender como alfabetizado o sujeito que sabe ler e escrever, e não só ler e escrever, mas também sabe interpretar e se expressar de maneira coerente (DANYLUK, 2002). Em matemática, esta mesma definição se aplica, sendo, então, um indivíduo alfabetizado matematicamente aquele que compreende enunciados, textos matemáticos, signos específicos de seu sistema de representações, que sabe interpretá-los, utilizá-los, transpô-los e, ainda, sabe explicitar seus raciocínios.

> O termo alfabetização matemática se refere aos atos de aprender a ler e a escrever a linguagem matemática usada nas primeiras séries da escolarização. Ser alfabetizado em matemática é entender o que se lê e escrever o que se entende a respeito das primeiras noções de aritmética, de geometria e de lógica. (*Ibid*, p.14).

Trazendo a relevância deste processo de aprendizado a partir de uma alfabetização Oliveira (2007, p.130) cita os PCN: “Segundo os PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais (1997), no ensino da Matemática, a comunicação tem grande importância e deve ser estimulada, levando o aluno a ‘falar’ e a ‘escrever’ sobre Matemática.”.

Só lê quem entende o que está escrito. Só fala quem tem capacidade para raciocínio e expressão de seu pensamento. O aluno de Matemática precisa ter tais capacidades. Caso contrário, ele será um analfabeto funcional, matematicamente falando.

> A dificuldade de ler e escrever em linguagem matemática, onde aparece uma abundância de símbolos, impede muitas pessoas de compreenderem o conteúdo do

> que está escrito, de dizerem o que sabem de matemática e, pior ainda, de fazerem matemática. (CARRASCO, 2004, p. 194).

O aluno deve ir adquirindo estes saberes na fala e escrita matemática desde pequeno, se preciso, conforme vai manipulando, testando, experimentando, etc. (KLÜSENER, 2004). Os processos de associações acabam constituindo a elaboração das definições. A partir daí, o processo da fala para expressão e comunicação auxiliam na organização mental dos pensamentos e na aquisição de vocabulário. E, enfim, quando se chega ao processo de escrita, partimos para o "mundo dos símbolos".

Haja vista que um sujeito nascido na Inglaterra, com poucos anos de idade, já fala o inglês razoavelmente bem, igualmente acontece tal fato nas demais localidades do planeta, no âmbito de qualquer língua falada sem restrições. Qual seria o motivo pelo qual a matemática, que por muitos autores é inclusive denominada como uma espécie de linguagem universal, não apresenta esta mesma suposta facilidade de desenvolvimento/entendimento? E, no caso da possível criação de um ambiente propício ao seu estudo (realizando a metáfora como se este fosse considerado um país ou um povoado que "fala" matemática), qual seria sua diferenciação em relação ao aprendizado das línguas?

A respeito da capacidade do desenvolvimento da fala, Machado (1995) trata do aprendizado da linguagem como uma característica comum a todos. Seria o aprendizado da linguagem matemática também comum a todos? Para Klüsener (2004, p.182) "[...] a linguagem matemática não se adquire de maneira natural [...]".

Machado (1995) traz respostas a tais questionamentos, afirma que inversamente ao que acontece com a Matemática, a língua sofre uma divisão em língua falada e língua escrita, tendo esta última uma aparição posterior com caráter de representar da melhor forma o que se fala, isto é, a língua escrita age como uma forma de codificação, partindo do sistema preexistente que é a língua falada. Na Matemática isto inexiste, devido à ausência da oralidade própria.

Quando é preciso oralidade, a Matemática toma esta emprestada do Português. No entanto, tal empréstimo pode, por vezes, se fazer complexo demais, afastando o estudante de algum entendimento (*Ibid*).

> O espaço informal oferecido pela cadeia falada tal como é percebida não se presta bem à recepção e transmissão de mensagens que devem veicular essencialmente combinações de informações referentes à sua própria estrutura. As línguas naturais faladas podem quando muito descrever objetos e propriedades de objetos estruturais. Dir-se-á: 'A soma dos quadrados dos lados de um triângulo retângulo é igual...' para descrever o que a estrutura figurada do simbolismo mostra diretamente: $a^2 = b^2 + c^2$. Mas, desde que as propriedades estruturais ultrapassem um certo grau de

> complexidade, sua descrição torna-se tão difícil de ser compreendida que toda a manipulação, toda análise, toda demonstração, acham-se paralisadas. [...] A bem da verdade, não é que a Matemática não possa ser totalmente transcrita numa linguagem linear como o é a cadeia falada. [...] Mas uma Matemática assim transcrita ‘em fitas’ torna-se, sem dúvida alguma, inexplorável para um ser humano. (GRANGER, 1974, p.33).

Para Machado (1995), esta falta de oralidade na Matemática possui duas alternativas: ou se abdica da expressão oral, ou a toma emprestada da Língua Materna, impregnando-se dela de uma forma essencial. Não se poderia equipará-la a uma língua.

Todavia, existem objetos matemáticos, os números, símbolos, etc. E, neste caso, eles provêm somente de estudo e trabalho de matemáticos, não havendo correlação alguma com a Língua Materna. Eles surgiram unicamente da “realidade que se pretendia mapear” (Machado, 1995).

> Apesar de ser tecnicamente possível a aprendizagem da escrita como a de um código, restrito apenas a seus aspectos sintáticos, com total ignorância do significado dos signos envolvidos, não é assim que ela ocorre em qualquer lugar do mundo. (*Ibid*, p. 103).

A escrita provém da fala. Pergunto-me sobre a questão do porquê o ensino da Matemática admitir um pseudo entendimento dos signos, pouca ou nenhuma significação e usos de repetição como método de ensino, já que vimos anteriormente, que, mesmo sendo possível aprender a escrita de uma língua como código sem conhecimento do significado, isto não acontece. Assim, como pode acontecer, frequentemente, no aprender a “escrita matemática”?

Irei primeiramente abordar os diversos tipos de linguagens existentes na matemática, a questão sobre o porquê das dificuldades de boa parte dos alunos no entendimento da linguagem matemática, qual sua relação com o entendimento de enunciados, uma vez que se fez percebido que a incapacidade de interpretar corretamente problemas matemáticos não se trata de uma dificuldade em língua portuguesa, para posteriormente trazer a maneira de como se dará a alfabetização matemática.

3.1 Tipos de Linguagem Matemática

A matemática, vista como uma linguagem, um sistema de representações (Machado, 1995), fica simples a constatação, considerando que ela é baseada em símbolos, gráficos, expressões, etc. E ainda, que ela possui certos termos com significados distintos dos que possuem na língua materna. Tais fatores são determinantes da dificuldade de interpretação de problemas. Feio (2005) argumenta que:

> Nesse contexto a linguagem matemática se apresenta em sala de aula, e espera-se que os alunos sejam capazes de ler, escrever e interpretar essa linguagem na qual eles nunca foram alfabetizados. Talvez, para muitos de nós, professores de Matemática, não seja fácil perceber tais obstáculos que se revelam por meio do fracasso de nosso alunos (p. 7).

Para Klüsener (2004) a linguagem matemática pode ser subdivida em seis linguagens específicas. São elas: Linguagem Geométrica, Linguagem Aritmética, Linguagem Algébrica, Linguagem Gráfica, Linguagem Computacional e Linguagem Lógica.

A Linguagem Aritmética trata dos símbolos aritméticos, tais como: $+$, $-$, $<$, $=$, $\pm$, $\neq$, etc. Tal linguagem requer um amplo grau de entendimento sobre a significação de cada um dos símbolos; caso eles não sejam dominados eficientemente haverá dificuldades em seu uso (*Ibid*).

A Linguagem Algébrica faz com que as letras passem a substituir os números, se o entendimento dos símbolos aritméticos é reconhecido como um desafio ao aprendiz iniciante da matemática, a linguagem algébrica é caracterizada como uma linguagem bastante complexa, de modo que, muitas vezes, é utilizado o artifício de passagem desta linguagem para língua materna, com o objetivo de facilitar a compreensão do assunto (*Ibid*).

> Os elementos básicos, a matéria prima da matemática deixam de ser objetos, coisas, números... concretos, e as letras passam a ocupar o seu lugar, sejam como incógnitas, números genéricos, parâmetros ou variáveis. (*Ibid*, p. 185).

É nesta linguagem que podemos ver a função das letras diferentemente do que acontece no português, sem ser para compor palavras, mas sim assumindo uma funcionalidade matemática.

A Linguagem Geométrica trata de todo objeto, plano ou espacial situado a nossa volta. Ela é a linguagem da “percepção espacial”. É a partir desta visualização e experimentação dos objetos geométricos que fazemos relações, reconhecemos formas, fazemos transformações, etc. (*Ibid*).

A Linguagem gráfica é utilizada por meio de dados inseridos em gráficos, tabelas, diagramas, etc.

> Com esta linguagem é possível traduzir situações nas mais diferentes áreas do conhecimento, possibilitando a interpretação e a análise crítica de dados, entre outros. Desta forma, a matemática passa a ser mais uma forma de comunicação com características especiais – poderoso, conciso, sem ambigüidades, e, como tal, tem-se

> evidenciado como um processo muito mais vivo, através dos diferentes meios de comunicação, do que o utilizado no sistema educativo. (*Ibid*, p. 184)

3.2 Leitura e Escrita: desafio de todas as áreas

Nesta etapa, algo que já se fez bastante claro é o fato da leitura e da escrita serem atividades essenciais na formação, e esta leitura e escrita, conforme diversos autores relatam, não é tarefa apenas do professor de português, e sim desafio dos professores de todas as áreas. Cabe ainda destacar que

> [...] é comum ouvir de professores depoimentos afirmando que os alunos não sabem interpretar o que o problema pede. Mas será que os alunos foram estimulados a ler e interpretar textos em linguagem matemática? Assim como nas línguas naturais a leitura é fundamental para estimular e aperfeiçoar tanto a escrita quando a interpretação de textos, na matemática essa atividade também se revela primordial. (FEIO, 2005, p. 7)

Cury (2004) afirma ser evidente nos dias de hoje um dos motivos pelos quais nós professores, das mais diversas áreas, nos deparamos com alunos com grandes dificuldades de leitura e compreensão, talvez isto seja explicado pelo pouco ou nenhum uso de textos e exercícios de escrita em disciplinas diferentes do português.

> Os alunos de hoje, pela falta do exercício da leitura, ainda não perceberam que entender não é apenas identificar o que está sendo lido como algo já conhecido anteriormente; não descobriram que o entendimento de um texto não trivial é o resultado de um processo de construção, processo no qual construímos objetos mentais que vão dar significados aos novos conceitos (novas situações) que estão sendo apresentados. (*Ibid*, p.53)

3.2.1 Dificuldades de leitura

Dentre as principais dificuldades de leitura podemos citar as abstrações e a simbologia como as mais relevantes. Reside nestas dificuldades, sem dúvidas, o fato de que o aluno pouco tem experimentado aulas de matemática com o uso de textos para auxílio na formação deste vocabulário específico e para, sobretudo, a melhora de sua capacidade de interpretação.

> A leitura da palavra, do símbolo, ou a leitura do mundo, realiza-se plenamente quando o significado das coisas que estão representadas emerge pelo ato da interpretação. (CARRASCO, 2004, p. 194).

Nesse sentido,

> [...] é necessário conhecer as diferentes formas em que o conteúdo do texto pode ser escrito, estas diferentes formas também constituem especificidades dos gêneros

> textuais próprios da matemática, cujo reconhecimento é fundamental para a atividade de leitura. (FONSECA e CARDOSO, 2005, p. 65).

Um dos agravantes do entendimento de enunciados são as abstrações. Machado (1995) explicita que as abstrações não existem somente no aprendizado da matemática, mesmo que seja mais fácil fazer esta conexão com os objetos do estudo da matemática. A saber, que é comum ouvirmos falar na matemática e suas abstrações e isto, por vezes, pode ser dado como um dos motivos pelos quais ela se torna uma ciência com um maior nível de exigências ao aluno, com relação ao seu entendimento. Todavia, por não haver tal fala nas demais disciplinas, esquecemos de refletir sobre os demais tipos de abstrações existentes.

> Para evidenciar tal fato, bastaria lembrar o papel das abstrações no âmbito da constituição da linguagem ou, mais precisamente, no aprendizado da Língua Materna. Todos os sistemas lingüísticos, dos ideográficos dos alfabéticos, baseiam-se necessariamente em abstrações, ainda da natureza diversa, em cada caso. (MACHADO, 1995, p. 54).

Além de notificar tal existência, é interessante frisar a sua importância. Toda a alfabetização é feita a partir da significação de signos, este é o caso, por exemplo, da Língua Materna no âmbito da fonética. Não cabe agora discutir os demais aparecimentos de abstrações nas demais áreas.

As abstrações, matematicamente falando, seriam um estudo não do que é concreto e do que existe, de fato, mas, sim, de modelos, que seriam tais abstrações do que é real, ou seja,

> [...] a 'abstração' é um conceito no qual não se leva em conta um valor específico determinado e sim qualquer entre todos os valores possíveis daquilo com que estamos lidando ou ao que estamos nos referindo. Por exemplo, em álgebra, quando dizemos que x é uma variável, desconsideramos o seu valor atual, mas consideramos todos os possíveis valores de x como sendo números, os quais não são objetos físicos e sim objetos linguísticos, formados pela abstração durante o ato de contar. [12]

A simbologia, caso não seja enunciada e codificada com significação de maneira objetiva e simples ocasiona problemas.

> O excesso de simbologia gera, muitas vezes, dificuldades desnecessárias para o aluno, chegando inclusive a impedir que ele compreenda a idéia representada pelo símbolo. Esta dificuldade, gerada, freqüentemente, por uma apresentação inadequada de linguagem matemática, é bastante lamentável, pois esta foi desenvolvida justamente com a intenção oposta. A linguagem matemática desenvolveu-se para facilitar a comunicação do conhecimento matemático entre as pessoas. Entretanto, quando abusamos do uso de símbolos e não nos preocupamos em trabalhar a compreensão dos mesmos, clareando o seu significado, conseguimos

[12] Disponível em: http://www.cerebromente.org.br/n12/opiniao/pensamento.html

> o efeito contrário: dificultamos o processo de aprendizagem da matemática. (ZUCHI, 2004, p.51).

Oliveira (2007) sintetiza, que não há dificuldades somente nos enunciados de problemas, mas em qualquer tipo de texto com rigor matemático. E tais dificuldades são: “[...] vocabulário exótico, ambigüidade de significados, desconhecimento funcional do conteúdo matemático.” (*Ibid*, p.131).

3.2.2 Dificuldades de escrita

Conforme já fora afirmado, a escrita provém da fala, e não só da fala, mas também da leitura. A maior parte das dificuldades na escrita se relaciona com a falta de habilidade constatada na leitura, a não interpretação adequada de símbolos e o não entendimento destes. Sendo assim,

> [...] até que o aluno se torne capaz de utilizar esta linguagem formalizada, ele precisa compreender o significado (a essência) do conceito ou da teoria que está sendo estudada e que se mostra, geralmente, na própria linguagem matemática. E precisa saber falar e escrever sobre este conceito, na sua linguagem usual, para só depois fazê-lo na linguagem simbólica. (CARRASCO, 2004, p. 202).

As barreiras constatadas como agravantes da capacidade interpretativa, tais como: simbologia, abstrações, vocabulário específico e, até mesmo, desconhecimento dos conteúdos tratados, constituem também empecilhos para o raciocínio e, posteriormente, para a escrita, pois

> [...] sem o desenvolvimento do domínio da linguagem necessária à apreensão de conceitos abstratos (e, portanto extremamente dependentes da linguagem que os constrói) nos seus diversos níveis, não pode haver o desenvolvimento do pensamento matemático (também em seus diversos níveis). (CURY, 2004, p.44).

Para Cury (2004) o uso extremo de algoritmos não auxilia o raciocínio. Isto já fora frisado anteriormente e relatado por demais autores. Como resultado disso temos: alunos que utilizam exercícios mecanizados para encontro de soluções únicas, isto, por sua vez, gera incapacidade de raciocínio para solução de problemas, logo gera também incapacidade para interpretar e incapacidade para se expressar adequadamente na linguagem matemática. De modo geral,

> [...] a utilização mecânica de algoritmos impede o aluno de perceber o raciocínio feito na resolução de um dado problema. [...] promover o desenvolvimento das capacidades de leitura e expressão conduz ao desenvolvimento da capacidade de compreensão de conteúdos matemáticos. (*Ibid*, p.50-51).

4 ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA: o domínio das linguagens

A Matemática faz parte da vida desde os primeiros anos de idade. Assim que é constatada a necessidade de comunicação com as demais pessoas a nossa volta, por vias de linguagem, aprendemos a falar, a expressar nossas idéias. Dentre essas falas e expressões se aprende a contar, a visualizar e distinguir formas, tamanhos, quantidades e a manipular objetos.

As representações exigidas pela linguagem matemática já se apresentam também nessa fase. As crianças aprendem a relação entre os números e suas possíveis representações. Como, por exemplo, cinco, pode ser, laranjas, casas ou pessoas. Destaca-se, também, uma das primeiras representações feitas pela criança no momento em que respondem ao questionamento de qual idade tem, ela, por vezes, nem fala o número, mas responde mostrando com seus dedos o número correspondente a sua idade.

Vamos ver abaixo uma foto retirada de um site que trata dessas atividades e percepções que as crianças desenvolvem conforme sua idade e maturidade.

Figura 3[13]
Menino de quatro anos de idade, mostrando quantos anos tem.

Apesar de constatada essa fase de desenvolvimento das crianças, elas não têm sido alfabetizadas matematicamente desde cedo. E, muitas vezes, sequer recebem alguma alfabetização deste tipo. Tanto quanto o ensino da língua portuguesa na escola, a matemática deveria se ater a tais questões como básicas. Uma vez que não basta tentar utilizar um ensino da disciplina com significação se o aluno jamais teve propostas do tipo.

No caso do aluno ter abrangido em sua formação somente uso de exercícios mecanizados ao longo de todos seus anos escolares, é possível que ele não saiba explicitar os raciocínios utilizados ou sequer entende o que está fazendo.

[13] Disponível em http://pequenada.com/artigos/desenvolvimento-tipico-crianca-com-4-anos

Segundo Danyluk (2002), num primeiro momento, o aluno depara-se com o sistema de numeração e a partir dele consegue abstrair a idéia de ordenação. Os algarismos são considerados parte do “alfabeto” da matemática, tendo estes a aparição antes de qualquer outra simbologia. E isso diz respeito à linguagem aritmética.

Se dominada, essa linguagem facilitará posteriormente a compreensão das demais linguagens que irão surgir ao longo dos anos de escolarização. Neste primeiro momento, de interiorização dos conceitos aritméticos e trabalho com as operações e seus significados evidenciados na fala e a escrita, são bastante simples, contudo já se fazem necessários como método de avaliação do entendimento.

A linguagem algébrica e gráfica (no que se refere primeiramente ao uso de diagramas, tabelas, mas não gráficos propriamente ditos) surgem no ensino da matemática, na escola básica, a partir da 5ª série do ensino fundamental, sendo que as crianças provêm de um ensino primário, em geral ministrado por pedagogos, no qual fazem o reconhecimento da linguagem aritmética e seus algoritmos.

Segundo Klüsener (2004), nota-se que muitas crianças ainda têm hábito de fazer adições ou subtrações com os dedos, o “ponto crítico” para os alunos é comprovado com o início do estudo da álgebra, no qual as abstrações se fazem mais presentes. A autora adverte que:

> [...] regras algébricas [...] em parte derivam e em parte diferem notadamente das regras e métodos aritméticos aprendidos e utilizados pelos alunos até este momento. [...] Por um lado a álgebra se apresenta como um simplificador e facilitador das tarefas matemáticas [...]. Mas por outro, o simbolismo algébrico é difícil de ser compreendido, assimilado e de ser corretamente utilizado. (*Ibid*, p. 185).

O processo de alfabetização matemática não termina por aqui, há ainda demais linguagens que estão por vir, entretanto neste trabalho o que interessa são de fato apenas estas primeiras fases já descritas.

4.1 Aprendizado

Deixando de lado generalizações e uniformidades, Machado (1995) parte para um estudo voltado às diferenças de um indivíduo a outro e, a fim de que possa ponderar sobre as capacidades para o aprendizado da matemática, enfatiza os termos: inato versus construído. Isto é:

> A grande simpatia pelo adquirido tende a estigmatizar em termos epistemológicos, as características inatas, como se elas consubstanciassem o resultado de uma ação divina sobre a qual não se pode interferir, limitando as possibilidades de uma ação pedagógica que visasse a todos os indivíduos, sem distinções. Com o esclarecimento das conotações associadas a tal contraposição, parece razoável a expectativa de diminuição das opções resultantes apenas do referido fascínio. (*Ibid*, p. 61).

Ao relatar partes de um debate ocorrido na década de 70 com participações como a de Piaget e Chomsky, Machado salienta que houve discussões árduas sobre inatismo e construtivismo, contudo não há conclusões globais, mas sim diversas teorias a seu respeito. A meu ver, acredito que todo ser tem capacidades para entender quaisquer conteúdos, mas, obviamente, por sermos distintos, haverá diferenciações no aprendizado, uns mais rápidos, outros mais demorados, uns mais visuais, outros mais utilizados de memorização, etc. No entanto, nada pode ser imposto, o indivíduo que deseja aprender deve ter vontade própria para isto, esforço próprio e, somente assim, o entendimento e significado serão próprios para ele também.

Então, em vista disto, todos podem aprender a Linguagem Matemática, tanto como todos podem aprender a Língua Materna, doravante também será classificada como o Português. De fato, existem indivíduos com maior predisposição ao entendimento de signos, ou seja, maior facilidade para este aprendizado. Contudo, este fato não justifica nem discrimina o aprender matemática. Obviamente, uma conclusão possível, no que se refere à aprendizagem, é que uns aprendem mais rapidamente que outros, no entanto, isto não quer dizer que os detentores de maiores dificuldades não possam aprender igualmente. Machado (1995) salienta que:

> O que está em jogo, no entanto, não é a possibilidade de transformação de todos em matemáticos profissionais, mas sim a capacidade universal de utilização consciente de um instrumento básico para a representação da realidade, como é a Matemática. Analogamente, se por um lado seria ingênua pretender uma vocação universal para Lingüística, por outro lado seria inaceitável a suposição de que nem todos têm capacidade para uma utilização satisfatória de sua Língua Materna. (p. 58)

4.2 Raciocínio

Diz-se da Matemática, que esta é a ciência do raciocínio e, comumente, o termo raciocínio vem sucedido do termo lógico. Machado (1995) crê não só nesta capacidade de aprendizagem da Matemática, mas também na capacidade de aprendizagem da Física, da Biologia, etc. E afirma que, embora denominemos a Matemática como a ciência do raciocínio lógico, ela não costuma ser trabalhada em sala de aula com este fim, sendo tratada de maneira mecanizada.

> Na verdade o ar que respiramos ou os alimentos que nos mantêm vivos também contribuem para isso. O que se questiona é o superdimensionamento do papel da Matemática, ou mesmo uma suposta exclusividade às vezes insinuada na associação entre este assunto e o desenvolvimento do raciocínio. [...] Dependendo da forma da abordagem, um curso de História, por exemplo, pode-se mostrar especialmente propício para o exercício do raciocínio, enquanto, por outro lado, um curso de Matemática em que o conhecimento é revelado de modo mágico, sem qualquer vestígio de uma construção, oferece poucas contribuições neste sentido. Na verdade, o exercício do raciocínio favorece a organização do pensamento, e para isto qualquer tema pode ser utilizado como veículo. (*Ibid*, p. 76-77).

É inevitável constatarmos, como Machado, que a primeira ferramenta que aparece em nossas vidas com função de estímulo do raciocínio é a Língua Materna, a Matemática, logo, teria um papel secundário, por vir a se apresentar posteriormente.

4.3 Função

A Matemática, tanto como o Português, é tratada como um sistema de representações da realidade, no entanto eles não são unificados, mas sim um complementa o outro. Sendo assim, haveria uma dependência mútua entre ambos para que haja um total entendimento da cada um.

Machado (1995) busca na história os primórdios da origem da linguagem e das línguas existentes, há mais de 3000 línguas atualmente, já a Matemática seria um sistema simbólico universal. Desta forma, a Matemática é vista como uma forma de comunicação.

Partindo para as finalidades exercidas pela Matemática e pelo Português, esse teria desempenho principal no que se refere à expressão e à comunicação, enquanto a Matemática, como ciência estimuladora do pensamento, teria como funções prover a capacidade interpretativa, de análise, de criação de hipóteses, de criação de conjecturas, de síntese, de reflexão sobre aplicações, de explicação, de significação, etc. Entretanto, conforme citado anteriormente, apesar de ser detentora de tais finalidades, estas tem sido pouco exercidas no que se refere ao ensino da Matemática em sala de aula.

5 APLICAÇÃO DO PROJETO

Durante o período de 03/10/2011 a 18/11/2011 desenvolvi, com treze alunos do primeiro ano do Ensino Médio, um trabalho com ênfase em problemas que envolviam progressões aritméticas e noções de progressão geométrica. Os problemas foram selecionados de provas de vestibulares e do livro didático, conforme a bibliografia adotada pela instituição.

Meu objetivo era a elaboração de uma proposta que promovesse a facilitação da leitura, através da utilização de enunciados simples, com um número mediano de termos específicos, a fim de auxiliar a interpretação. Posteriormente ao uso destes problemas simples, inclui, gradativamente, vocábulos específicos, para que não ocorresse a perda do rigor matemático e, também, a fim de que o aluno pudesse, com a habituação a estas leituras, resolver qualquer tipo de problema, de qualquer grau de dificuldade.

O trabalho teve como principal objetivo o desenvolvimento do poder interpretativo, na resolução de diversos tipos de problemas na busca de razões para o “fracasso” ou sucesso dos métodos adotados. A avaliação ocorreu a partir da análise dos desenvolvimentos, dos equívocos mais frequentemente encontrados, e da verificação do entendimento do conteúdo existente no problema em questão, creditando como corretos os resultados coerentes e os que expressavam um pensamento lógico-matemático adequado.

A partir dos resultados obtidos, houve a apreciação dos mesmos e a sugestão de auto-análises dos alunos. Verifiquei os principais aspectos de melhoria no trabalho, quais os principais agravantes e se a maneira de amenizar estas problemáticas surtiu efeito.

Em decorrência de todas estas propostas, a intenção primordial é averiguar o quão importante é a necessidade de o aluno possuir um conhecimento satisfatório dos conteúdos da matemática, dos vocábulos específicos e das simbologias utilizadas em enunciados, para que esteja apto à resolução de problemas. Assim, questionei e verifiquei se a abordagem do assunto, da forma como foi proposta, possibilitou este entendimento facilitado dos enunciados, se esta maneira de trabalhar surtiu efeito e se as propostas tornaram o conteúdo compreendido.

5.1 Metodologia

A partir da coleta do material produzido pelos alunos: resoluções de provas, de exercícios, do trabalho proposto, manifestações em aula, e entrevista[14] realizada individualmente, analisei o conteúdo no que concerne ao uso da linguagem matemática. Abaixo justifico o porquê da escolha de realização das entrevistas com os alunos:

> As fontes orais nos proporcionam materiais que não podemos obter com fontes escritas, abrem a possibilidade para se chegar a uma informação sobre uma determinada temática que enriquece o volume de conhecimentos. [...] A indicação sobre o uso da fonte oral é de que a mesma seja utilizada numa relação dialética com a fonte escrita que as duas possam dialogar e se enriquecer mutuamente. [Uma vez que] a percepção de uma mesma realidade pode ser diferente [para cada expectador]. (PARANÁ, 2009, p.64).

Durante a análise, a atenção foi dada aos "tipos", "qualidades" e "distinções" de respostas dos alunos, de acordo com a análise de conteúdo[15] dos textos.

Cogitei a aplicação de um questionário direcionado aos alunos, na expectativa de que em suas respostas eles escolhessem, entre alguns motivos já selecionados para suas dificuldades, sendo esta ideia apenas para enquadrá-los em categorias quantitativas. Contudo, com o uso de uma entrevista eles não seriam conduzidos a respostas previamente escritas, de modo que poderíamos obter em sua fala estas mesmas categorias e até outras ainda não pensadas, tornando o estudo qualitativo, segundo a análise de conteúdo, conforme Bardin (1997):

> A análise de conteúdo (seria melhor falar de análises de conteúdo) é um método muito empírico, dependente do tipo de 'fala' a que se dedica e do tipo de interpretação que se pretende como objetivo. Não existe o pronto-a-vestir em análise de conteúdo, mas somente algumas regras de base, por vezes, dificilmente transponíveis. A técnica de análise de conteúdo adequada ao domínio e ao objetivo pretendidos, tem que ser reinventada a cada momento, exceto para usos simples e generalizados, como é o caso do escrutínio próximo da decodificação e de respostas a perguntas abertas de questionários cujo conteúdo é avaliado rapidamente por temas. (p.30)

Foi avaliado o nível de entendimento dos enunciados, a maneira como os dados dos problemas foram utilizados, se houve possíveis cópias, se o aluno teve um grau satisfatório de

[14] Esta entrevista tem como roteiro as seguintes questões:
1 - Que dificuldades encontras quando te deparas com algum problema matemático?
2 - Comente mais sobre esta dificuldade (cite exemplos).
3 - O que fazes para ultrapassar esta dificuldade?

[15] "Um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter, por procedimentos, sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens." (Bardin, 1977, p.42)

capacidade interpretativa (entende o que o problema pede), se ele fez uso, com sentido, da língua portuguesa para explicar seu raciocínio matemático, se ele fez uso correto da linguagem matemática exigida, etc.

Conforme descrito ao longo do trabalho, algumas linguagens matemáticas são difíceis de serem compreendidas e utilizadas, até mesmo pelos próprios matemáticos e estudantes de graduação. Quando evidenciei as dificuldades dos alunos no uso da linguagem algébrica e gráfica percebi que este é um exemplo de momento em que o professor pode intervir de forma positiva para auxílio no entendimento com o uso de problemas em aula.

Conforme Klüsener (2004), com a entrada da linguagem algébrica, os graus de abstração e simbologia são aumentados. E não é simples a compreensão deste aumento por parte do estudante.

No que se refere ao trabalho com progressões aritméticas, durante as aulas utilizamos como termos e razão números, letras, somas e, para resolução, foi realizada a recriação da fórmula $a_n = a_1 + (n - 1).r$ a partir de um exemplo numérico. De modo geral, o assunto abordado foi considerado com nível mediano de dificuldade, pelos alunos. Normalmente eles realizaram os cálculos com muita facilidade no caso de ser proposto um exercício, no entanto, se os mesmos dados forem apresentados na forma de um problema, por vezes eles apresentam dificuldades para indicar esses dados.

Já que o trabalho proposto exigiu uma boa capacidade interpretativa dos alunos, uma vez que possui questões que não requerem somente fórmulas para resolução, algumas necessitam de conhecimentos prévios referentes a outros conteúdos para que seja possível resolvê-las, e precisam que o aluno saiba identificar elementos gráficos e algébricos e saiba utilizá-los adequadamente. Portanto, foi avaliada a sua compreensão, através das respostas dadas ao trabalho. Os problemas propostos foram identificados como sendo, de fato, problemas para estes alunos.

O trabalho, em seu enunciado, solicita do aluno que este leia os problemas atentamente, transcreva suas dificuldades/dúvidas, destaque os dados que o problema oferece, descreva passo a passo seu procedimento de resolução e verifique se o resultado tem lógica. Esta proposta foi solicitada desta forma com intuito de que o aluno não apenas faça contas ou copie resolução dos colegas, mas sim exponha suas dificuldades, seus porquês, descreva o que pensou, ou o porquê não conseguiu solucionar o que fora pedido, etc. Logo, para a análise destas linguagens ressalto a fala de Vigotski (2000):

> Para compreender a fala de outrem não basta entender as suas palavras – temos que compreender o seu pensamento. Mas nem mesmo isso é suficiente – também é preciso que conheçamos a sua motivação. Nenhuma análise psicológica de um enunciado estará completa antes de se ter atingido esse plano. (p. 64)

Os alunos foram organizados em categorias, de acordo com as dificuldades expressas nos registros escritos. Previamente, já havia pensado em algumas categorias, seriam estas: dúvidas em interpretação; dúvidas em termos específicos da matemática; enunciado confuso, ambíguo ou mal formulado; conhecimento matemático insuficiente para entendimento; falta de/pouca habilidade para uso das ferramentas matemáticas necessárias para resolução; outras.

Eles também foram categorizados pela forma como lidaram com as adversidades, houve previamente algumas categorias já estipuladas, como: tentam novamente; pesquisam em livros/internet/etc; perguntam para um colega; perguntam para um familiar/amigo; perguntam para o professor; não recorrem a ninguém, deixando de resolver; outros.

Após isto, os alunos já categorizados, conforme a análise dos dados, foram também avaliados. E, na sequência, tratei de auxiliá-los nas dificuldades/dúvidas encontradas.

5.2 Como aconteceu na prática

5.2.1 Durante as aulas – Relatos

Durante o estágio ministrado para a turma 110, primeiro ano do Ensino Médio do Instituto Estadual Rio Branco, localizado no bairro Rio Branco da cidade de Porto Alegre, Rio Grande do Sul, foram notáveis as dificuldades dos alunos no que se refere ao uso da linguagem algébrica. Os alunos, entre 15 e 21 anos de idade, estudam no turno da noite.

Citarei dois exemplos das dificuldades percebidas, um deles ocorrido durante a resolução de um exercício no quadro-negro e outro em que um aluno questionou, durante a realização de uma prova, sobre exponenciais.

Referente à resolução do problema, as alunas B e C estavam olhando para o quadro-negro, enquanto a aluna A resolvia o exercício com a ajuda das demais. As alunas se depararam com a seguinte situação problema: Seja uma PA (3a + b, 3b,...). Qual é a razão?

Tive que interferir, auxiliando as alunas a refletirem sobre como encontraríamos a razão, realizando dois questionamentos. Um deles foi: "Temos os dois primeiros termos dessa progressão, sabemos pela definição de PA que a partir do segundo termo, um termo qualquer será igual ao termo anterior acrescido de uma razão, então, como fazemos para saber qual é a razão neste caso?" As meninas continuaram em silêncio sem responder.

Fiz então, ao lado, um exemplo numérico com a PA = (5,10,...). (Quanto utilizados exemplos de progressões com números, a resposta sobre qual é a razão é unânime, em voz alta e imediata, quando tratamos de letras, muitos já desistem de resolver, por vezes sem nem tentar). Ao questionar qual seria a razão neste caso, elas responderam 5 e, então, questionei: "Por que 5?". Obtive de retorno que 5 + 5 era 10. Então informei às meninas que, como lidamos com números desde pequenas e sabemos realizar estes cálculos de soma, subtração com bastante prioridade, sua resposta estava correta, mas poderíamos fazer outro raciocínio para descobri-la, sendo este: 10-5=5, pois a diferença do segundo termo para o primeiro resultaria exatamente no que fora acrescido ao primeiro para chegar ao segundo, ou seja, a razão. E seria este mesmo raciocínio que deveríamos usar para resolver o problema com letras.

Deveríamos realizar o mesmo procedimento, tomarmos o segundo termo e subtrairmos dele o valor do primeiro termo na PA composta por 3a + b, 3b,... Elas entenderam. Ao realizar o cálculo 3b – (3a+b) = 3b – 3a – b, até então o cálculo foi simples, mas, para meu espanto, houve dificuldades para realizar 3b – b, ao escrever isto no quadro a aluna A não soube resolver, as demais olhavam e responderam 2. Eu questionei: "Dois o quê?", recebendo de retorno: "Como assim, dois o quê? Não é dois?" Então pude constatar que algo estava errado.

Então escrevi na lousa 3x – x e perguntei qual era o resultado, e obtendo o retorno: "é 2x!". Escrevi abaixo 3b – b e perguntei quanto era. As meninas entenderam, responderam 2b. Comentei que sempre que queremos realizar algum cálculo com números que acompanham letras, realizamos o cálculo com os números, como se eles não acompanhassem letras, e depois ao resultado acrescentamos a letra utilizada. Brinquei com elas dizendo que não poderiam saber fazer algum problema com maçãs e não saber realizar o mesmo problema com laranjas. Elas riram, brincaram também, entenderam todas as colocações e encontraram o resultado objetivado.

Na segunda ocasião, foi um aluno H que resolvia a seguinte equação exponencial: $2^{x^2+3} - 2^{2+x} = 0$, ao chegar em: $8y^2 - 4y = 0$ ele me afirmou que não tinha mais o que fazer, perguntei a ele se estava familiarizado com equações de segundo grau e se já tinha utilizado a fórmula de Báskara, ou se já havia estudado como colocar uma variável em evidência. Ele respondeu que sim, então escrevi ao lado: "Como se resolve: $8x^2 - 4x = 0$?" Ele fez sinal de afirmativo com a cabeça e conseguiu terminar a questão da prova tranquilamente.

Algo que me impressionou foi o fato de que o x, talvez por ser mais conhecido, por ser a primeira letra com a qual eles se deparam ao iniciar o trabalho com a linguagem algébrica, é utilizado normalmente. Agora y, b, a etc. são letras que atrapalham o raciocínio dos estudantes, não sendo vistas da com o mesmo sentido que o x.

Para que o sentido algébrico seja atribuído corretamente às letras em geral o aluno deve ter se apropriado desta linguagem, caso contrário a álgebra que tem o intuito de simplificar pode não ter sua finalidade conquistada, mas sim, pelo contrário, pode vir a dificultar o seu entendimento e o seu uso pelo aluno.

Houve também um caso em que a aluna conseguiu resolver um problema demonstrando entendimento do conteúdo sem a necessidade do uso da fórmula. A questão proposta era a seguinte: Numa PA de razão 8, o primeiro termo é 2, o número 66 também faz parte desta mesma progressão. Quantos termos existem entre 2 e 66?

Esta aluna simplesmente disse: “e se eu fizer 66 menos 2, dividido pela razão, menos 1?” Este raciocínio está correto, e foi efetuado com muita rapidez pela aluna. Tive que parar e pensar um pouco para me certificar que era válido. O número de termos entre a_1 e a_n é n-2. Manipulei a fórmula $a_n = a_1 + (n - 1)\,r$ e cheguei em $[(a_n - a_1)/r] - 1= (n - 1) - 1$, ou seja, o raciocínio da aluna estava correto.

O trabalho com progressões aritméticas exige do aluno certa maturidade, mesmo que os professores de matemática o considerem um conteúdo simples, para que o aluno compreenda realmente o significado do que é uma progressão, o porquê da sua peculiaridade, distinguido-as de meras sequências numéricas.

5.2.2 Durante as aulas – Exercícios

Foi entregue aos alunos uma folha contendo 10 exercícios, logo após terminarmos as aulas sobre Progressão Aritmética. Os exercícios eram os seguintes:

1. Encontra o termo geral da P.A (7/3, 11/4, ...).
2. Qual é o centésimo número natural par?
3. Acha o sexagésimo número natural ímpar.
4. Calcula o número de termos da P.A (5, 10, ..., 785).
5. Encontre o termo geral da P.A. (2, 7, ...).
6. Qual é o décimo quinto termo da P.A. (4, 10, ...).
7. Ache o 5^o termo da P.A. (a+b ; 3a-2b ; ...).
8. Numa P.A. de razão 5, o primeiro termo é 4. Qual é a posição do termo igual a 44?

9. Ache a_1 numa P.A., sabendo que r=1/4 e a_{17}=21.

10. Quantos termos tem uma P.A. finita, de razão 3, sabendo-se que o primeiro termo é -5 e o último é 16?

Destes exercícios, os de número: 1, 2, 3, 4, 6, 7 e 10 foram resolvidos em aula. Para os demais, foi pedido que fossem resolvidos e entregues.

No que se refere às respostas da questão 5, os alunos D, E e F, cometeram o seguinte equívoco: ao registrarem a cópia da PA dada, multiplicaram-na pela razão, ainda que esse equívoco não tenha prejudicado a resolução do exercício. Outra informação interessante obtida desta resolução é que partindo de $a_n = 2 + (n - 1).5$ na linha seguinte ocorre uma inversão (que irá facilitar as operações) na ordem dos termos da expressão, o imaginado seria que o 2 viria novamente primeiro seguido de + 5n e posteriormente – 5. O que não aconteceu.

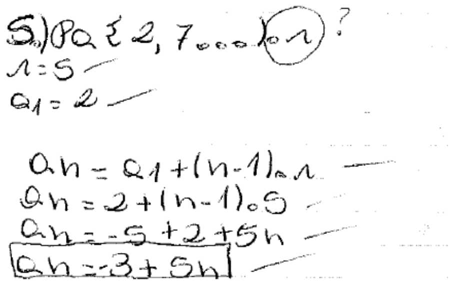


Figura 4
Resolução da questão cinco pela aluna D

Também destaco a questão oito, que fora inclusive copiada na folha de respostas pelo aluno F, conforme ilustração a seguir:

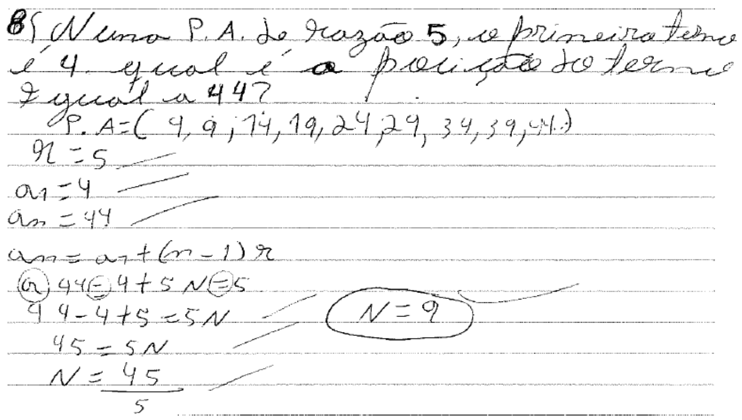


Figura 5
Resolução da questão 8 pelo aluno F

Ele escreveu a PA até o 44, mas não se deu conta de que não precisaria sequer utilizar a fórmula $a_n = a_1 + (n - 1).r$ para resolução. Poderia simplesmente constatar, contando até 9, a posição do termo 44. Algo interessante foi que ele afirmou que $a_{44} = 44$, isto aponta a sua dificuldade por vezes em diferenciar n de a_n. E, acredito que ele tenha se equivocado ao utilizar o sinal de igual ao invés do sinal de subtração quando escreveu $a_n = 4 + 5n = 5$, provavelmente apenas por falta de atenção.

Com referência à questão 9:

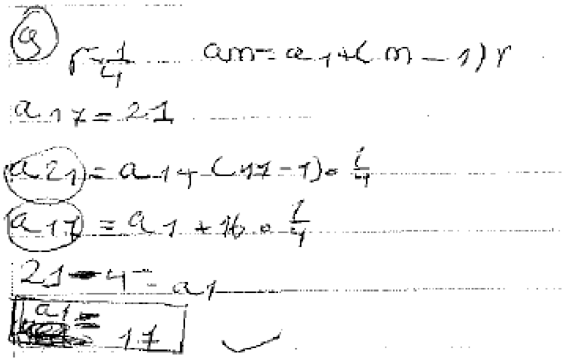


Figura 6
Resolução da questão 9 pela aluna E

Este caso representa evidentemente a confusão ao registrar o décimo sétimo termo, que é 21, chamando-o de a_{21}. Os demais trabalhos não tiveram informações relevantes.

Já com referência à prova sobre exponenciais, aplicada em 17/10, o aluno H teve a seguinte resolução:

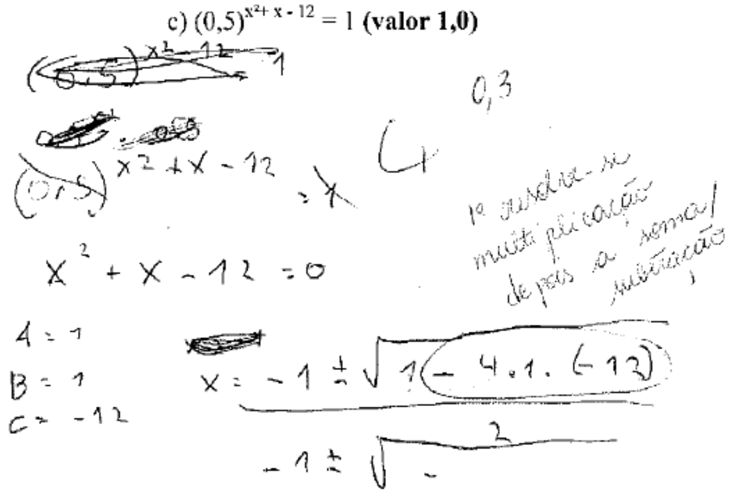


Figura 7
Resolução da prova sobre exponenciais pelo aluno H

Ele não conseguiu prosseguir com o seu raciocínio após encontrar a seguinte informação dentro da raiz: 1 - 4.1.(-12). Como na linha de baixo ele colocou um sinal negativo e deixou o espaço dentro da raiz em branco, acredito que ele teve dificuldade em constatar que em 1 - 4.1.(-12) ele deve primeiramente resolver a multiplicação e após a adição. Cabe também ressaltar a omissão ao passo de igualar duas potências de mesma base, que teria como conseqüência a igualdade $x^2 + x - 12 = 0$.

O aluno N teve dificuldades na resolução de um trabalho que propunha as seguintes questões: 19) $1/3 = 9^{2x + 1}$ e 22) $5^{2x} - 30.5^x + 125 = 0$

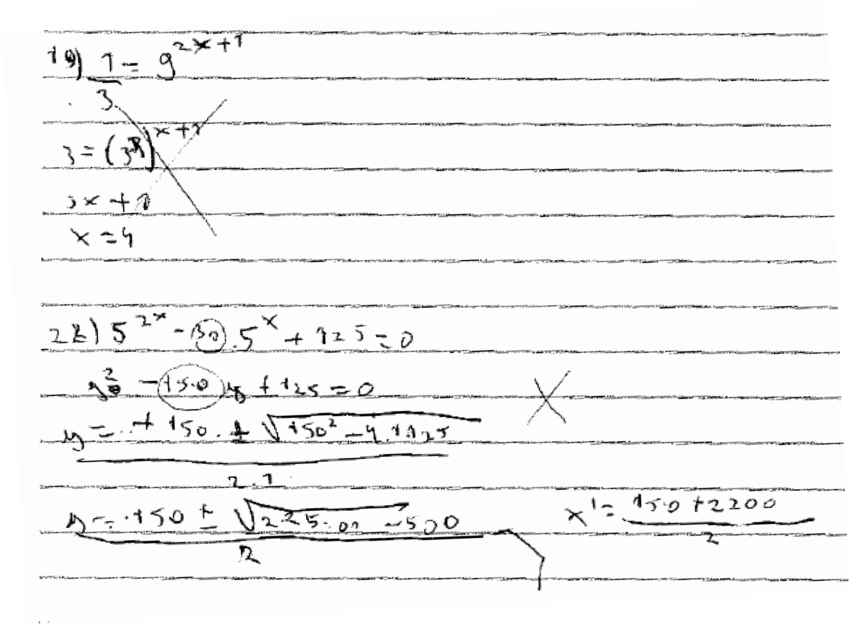


Figura 8
Resolução de um trabalho pelo aluno N

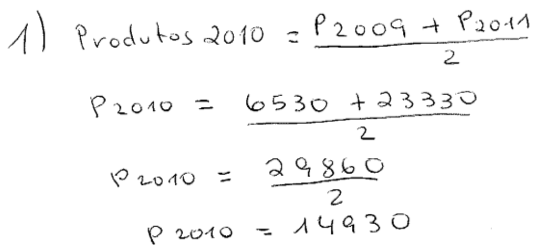
Na questão 19 o aluno igualou erroneamente 1/3 como 3¹ e igualou 9 com 3² corretamente, mas ao continuar o desenvolvimento na segunda linha copiou o expoente de 9 incorretamente, ou por falta de atenção ou porque acreditou que 9^{2x+1} era de fato equivalente a $(3^2)^{x+1}$. O que acredito ser o mais estranho aconteceu na terceira linha, quando o aluno escreve 3x + 1 e posteriormente escreve x = 4. Ele possui uma dificuldade na resolução de equações de 1º grau e não compreende o que está por trás dos métodos de resolução, que o x que se quer encontrar deve ter um sentido e uma lógica.

Já na questão 22 o aluno cometeu um equívoco cometido por demais colegas, mesmo realizando a equivalência de 5^x com y ele resolve algumas operações com o 5, como no exemplo de 30. 5^x o aluno ao invés de realizar a troca para 30y, ele afirma que 30. 5^x equivale a 150y.

5.2.3 Trabalho proposto com Problemas sobre PA

O trabalho consiste em seis questões sobre PA. No enunciado é pedido ao aluno que transcreva suas respostas comentando o porquê de cada cálculo, expressando suas dúvidas, etc.

Na primeira questão, pergunta “a”, o problema afirma a quantidade de produtos produzidos por uma fábrica nos anos de 2009 e 2011, e pede qual foi a fabricação em 2010.


1) $\text{Produtos } 2010 = \frac{P2009 + P2011}{2}$

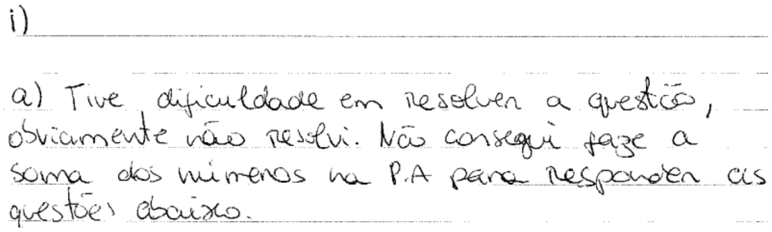
$P2010 = \frac{6530 + 23330}{2}$

$P2010 = \frac{29860}{2}$

$P2010 = 14930$

Figura 9
Resolução da questão 1a do trabalho pelo aluno F

Este aluno realizou a média dos anos de 2009 e 2011, a resolução está correta. Esta foi a mesma resolução apresentada pelas alunas D e E. Já o aluno M afirma não ter conseguido resolver a questão 1 item a, e informa o porquê em sua resolução.


i)

a) Tive dificuldade em resolver a questão, obviamente não resolvi. Não consegui faze a soma dos números na P.A para responder as questões abaixo.

Figura 10
Resolução da questão 1 do trabalho pelo aluno M

O aluno L teve um raciocínio diferente:


1-a) $\frac{23330}{6530} = 16800$ no ano de 2010

Figura 11
Resolução da questão 1 pelo aluno L

Ele fez o que fora produzido em 2011 menos o que foi produzido em 2009 e sinalizou a conta de subtração como 23330:6530 = 16800. Fui questioná-lo do porquê do cálculo e ele falou do exemplo: PA = (5, 10, 15) e $a_3 - a_1 = a_2$, após fazer alguns cálculos verifiquei que isto é válido para um tipo específico de progressões, nas quais $a_1 = r$, logo $a_3 = a_1 + 2r = 3r$, e $a_2 = 2r = a_1 + r$, somente assim e $a_3 - a_1 = a_2$, $3r - 2r = r$. Isto retrata um caso típico em que o aluno acredita que um caso específico pode ser generalizado não considerando sua possível diferença com os demais casos.

A primeira questão, pergunta “b”, solicita a quantidade produzida em 2006, no entanto, ela é impossível de ser resolvida, já que haveria como resposta um número negativo de produtos produzidos.

Alguns alunos encontraram o número negativo e o utilizaram como resposta. Apenas um escreveu que era impossível.

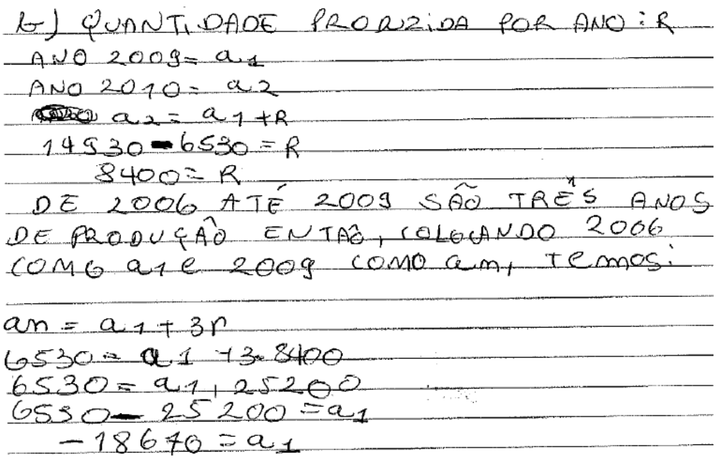

b) QUANTIDADE PRODUZIDA POR ANO: R
ANO 2009 = a_1
ANO 2010 = a_2
$a_2 = a_1 + R$
14530 - 6530 = R
8400 = R
DE 2006 ATÉ 2009 SÃO TRÊS ANOS DE PRODUÇÃO ENTÃO, COLOCANDO 2006 COMO a_1 E 2009 COMO a_n, TEMOS:
$a_n = a_1 + 3r$
$6530 = a_1 + 3.8400$
$6530 = a_1 + 25200$
$6530 - 25200 = a_1$
$-18670 = a_1$

Figura 12
Resolução da questão 1b pela aluna E

O raciocínio está correto, a fórmula foi aplicada corretamente, contudo a aluna não soube identificar na aplicação que o número negativo não podia ser uma resposta válida.

No item c da questão 1 é pedido, no caso hipotético de uma empresa dobrar a sua produção de ano em ano, para que seja identificada uma maneira de encontrarmos a produção em um ano qualquer, os alunos ainda não tiveram aulas sobre PG. Somente um aluno tentou resolver a questão.

Ele utilizou, para organizar o seu raciocínio, a idéia de que no primeiro ano de produção a quantidade produzida seria igual a 10. Acredito que tenha sido o número 10 a sua escolha para facilitar as contas.

Segue a ilustração do seu desenvolvimento:

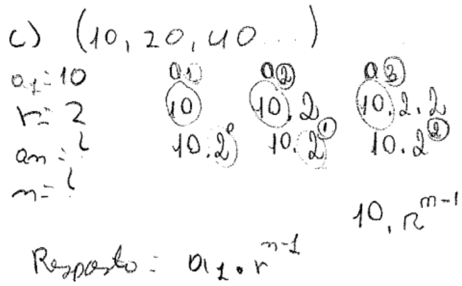
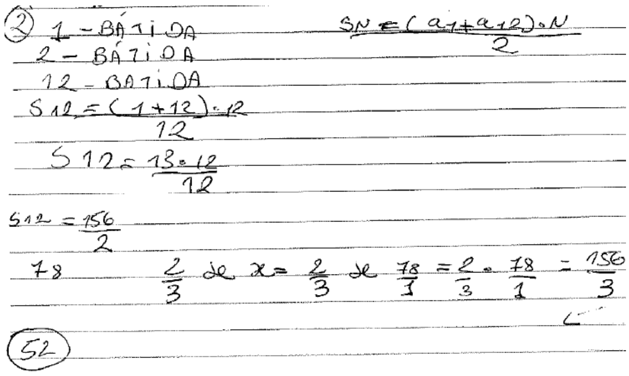


Figura 13
Resolução da questão 1c pelo aluno L

Na questão 2, o aluno deveria proceder com a soma dos termos de uma PA de razão 1, 12 termos, e deveria calcular o dobro da terça parte do valor correspondente à soma.



② 1 - BATIDA

2 - BATIDA

12 - BATIDA

$S_n = \frac{(a_1+a_{12}).N}{2}$

$S_{12} = \frac{(1+12).12}{12}$

$S_{12} = \frac{13.12}{12}$

$S_{12} = \frac{156}{2}$

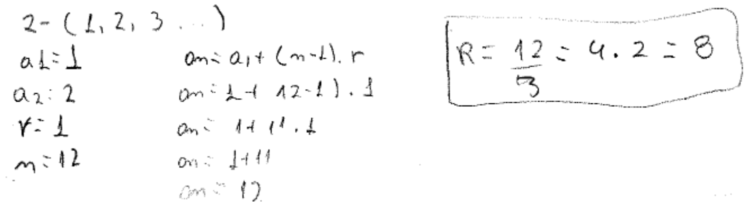
78

$\frac{2}{3}$ de $x = \frac{2}{3}$ de $\frac{78}{1} = \frac{2}{3} . \frac{78}{1} = \frac{156}{3}$

52

Figura 14
Resolução da questão 2 pela aluna E

A maior parte dos alunos que respondeu a questão realizou o raciocínio corretamente. Apenas dois alunos especificamente tiveram equívocos.



2- (1, 2, 3 ...)

$a_1 = 1$

$a_2 = 2$

$r = 1$

$n = 12$

$a_n = a_1 + (n-1).r$

$a_n = 1 + (12-1).1$

$a_n = 1+11.1$

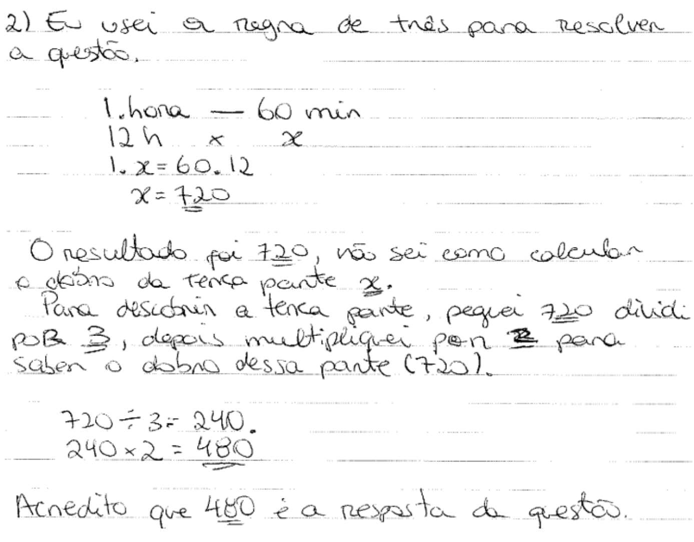
$a_n = 1+11$

$a_n = 12$

$\boxed{R = \frac{12}{3} = 4.2 = 8}$

Figura 15
Resolução da questão 2 pelo aluno L

Este aluno pode ter se equivocado ao realizar a resolução do problema, ao invés de utilizar a soma dos termos da progressão e deste número obter o dobro da terça parte, ele utilizou a fórmula do termo geral, nota-se que ele sabe o que é dobro da terça parte.



2) Eu usei a regra de três para resolver a questão.

1.hora — 60 min
12 h × x
1. x = 60.12
x = 720

O resultado foi 720, não sei como calcular o dobro da terça parte x.
Para descobrir a terça parte, peguei 720 dividi por 3, depois multipliquei por 2 para saber o dobro dessa parte (720).

720 ÷ 3 = 240.
240 × 2 = 480

Acredito que 480 é a resposta da questão.

Figura 16
Resolução da questão 2 pelo aluno M

Na resolução do aluno M, que também soube calcular o dobro da terça parte do valor que achou como resposta, mas ele calculou qual é a quantidade de minutos que existem em 12 horas, ou seja, ele não compreendeu o que o enunciado solicitava.

Na questão 3 são informados três valores, é afirmado que tais valores estão dispostos em progressão aritmética e que eles correspondem aos lados de um triângulo. É pedido o valor do perímetro deste triângulo. O aluno M afirma que não conseguiu entender o que a questão solicitava, no entanto soube montar a progressão.

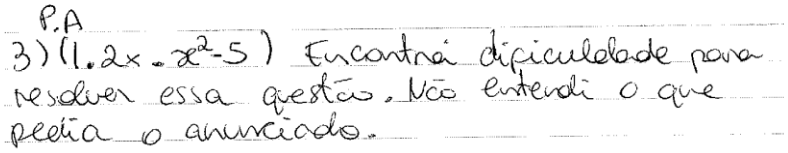


Figura 17
Resolução da questão 3 pelo aluno M

Outros alunos conseguiram calcular o valor de x utilizando a informação de que o primeiro mais o terceiro termo divididos por dois é igual ao segundo termo e resolveram aplicando a fórmula de Báskara. Terminaram a questão ao encontrar o x. Isto demonstra uma solução incompleta, provavelmente por falta de atenção ao que fora solicitado no enunciado, ao encontrar o valor de x acreditavam que o problema estava solucionado e esqueceram que o pedido era o perímetro do triângulo.

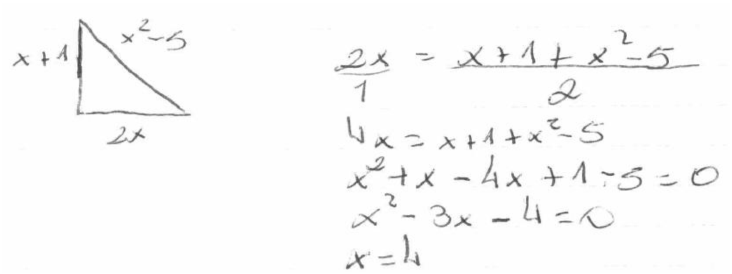


Figura 18
Resolução da questão 3 pela aluna D

Houve ainda um aluno que resolveu o problema somando os valores dos lados que eram x + 1, 2x e x² - 5. Obtendo x² + 3x – 4, o que não está incorreto, contudo o problema ainda não está acabado.

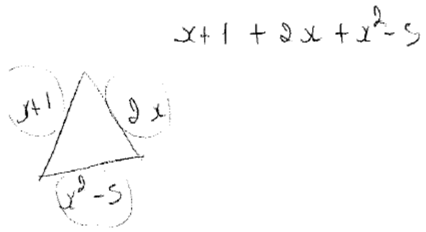


Figura 19
Resolução da questão 3 pelo aluno L

Na questão 4 era pedido, conforme a lógica, a reprodução via desenho de três figuras seguintes de uma sequência que já informava suas três primeiras figuras. O aluno L desenhou-as corretamente:

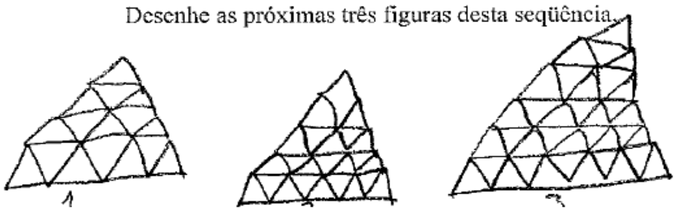


Figura 20
Resolução do aluno L

Outros alunos escreveram a quantidade de traços que cada uma das figuras seguintes teria, mas não as desenharam. Os números expressos estão corretos, porém o pedido era os desenhos, o que não fora atendido.

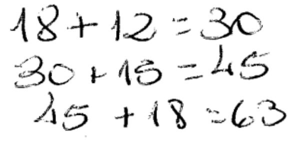


Figura 21
Resolução da aluna D

Outro aluno pensou em outra lógica para resolução, porém equivocada. Ele utilizou um raciocínio conforme registrado em sua resolução, que gera uma sequência numérica válida, mas que não era o tipo de sequência esperada como resposta, sendo considerada incorreta.

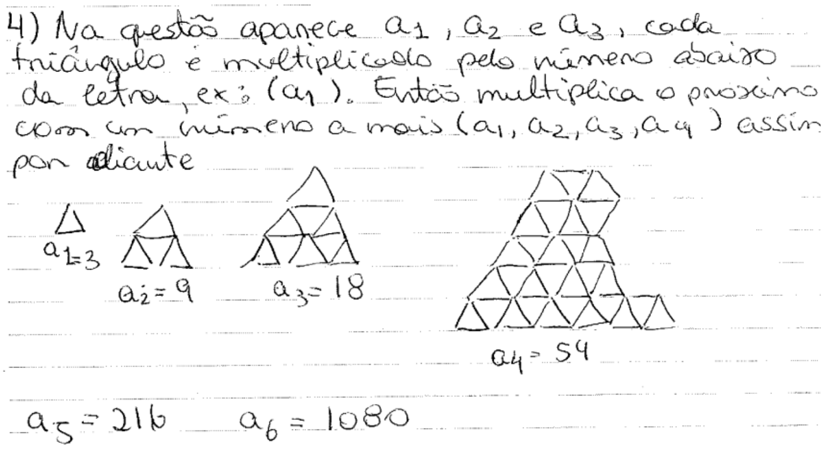


Figura 22
Resolução do aluno M

Na questão 5 há uma tabela com idades e alturas de alunos fictícios, é informado que tais idades e alturas formam PA’s. É pedido as razões e quais são os terceiros termos.

O aluno M soube montar corretamente ambas progressões, contudo informou que não soube como encontrar os terceiros termos.

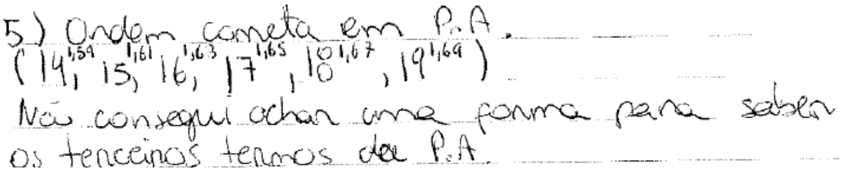

5) Ordem correta em P.A.
(14 1,59, 15 1,61, 16 1,63, 17 1,65, 18 1,67, 19 1,69)
Não consegui achar uma forma para saber os terceiros termos da P.A.

Figura 23
Resolução da questão 5 pelo aluno M

Os alunos F, E, D, A e B não montaram as progressões, mas afirmaram corretamente as razões e terceiros termos.

Na questão 6 há um gráfico de dinheiro versus tempo, que demonstra a quantidade que um trabalhador guardou de seu salário ao longo dos anos. É questionado quanto ele guardou após três anos, se os valores guardados após 1, 2 e 3 anos têm alguma relação e qual seria a quantidade guardada após 1 ano e 3 meses, no caso de que fosse guardado uma mesma quantidade por mês após o primeiro ano.

A maioria soube responder corretamente o que ele guardou em 3 anos, um aluno, portanto, teve a ideia de somar o que fora guardado em um ano com o que fora guardado em dois e em três.

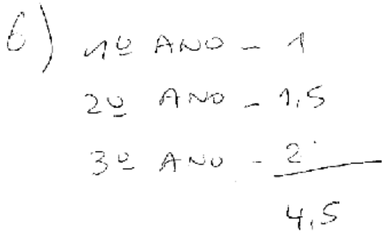

6) 1º ANO – 1
2º ANO – 1,5
3º ANO – 2
4,5

Figura 24
Resolução da questão 6 pelo aluno F

Este mesmo aluno, contudo, foi o único que afirmou que os valores formavam uma PA de razão 0,5. No item c, a maior parte dos alunos não resolveu, deixando-a em branco, somente dois fizeram, e estes dois acertaram, um deles somente errou o valor final por erro de arredondamento.

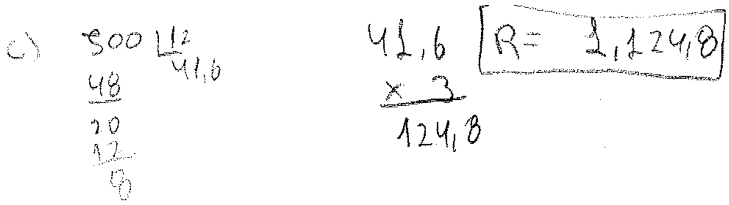


Figura 25
Resolução da questão 6 pelo aluno L

6 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Esta análise apresenta a avaliação das entrevistas efetuadas com os alunos e a categorização das produções escritas desses alunos, quanto aos tipos de raciocínios utilizados para prover as soluções do trabalho proposto, os métodos empregados, as dúvidas indicadas, etc.

Conforme as respostas obtidas nas entrevistas, montei um gráfico que representa as respostas dos alunos de acordo com suas dificuldades para resolver problemas e de acordo com a forma como eles fazem para ultrapassar estas dificuldades.

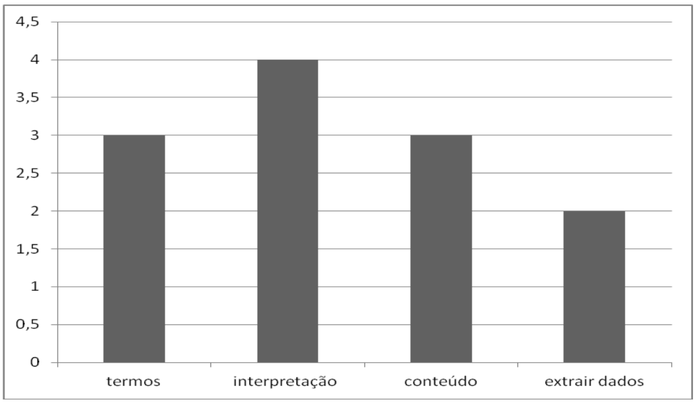


Figura 26

Gráfico que expressa à quantidade de alunos que afirmaram ter tal dificuldade (por vezes um mesmo aluno apresentou mais de uma dificuldade das listadas).

As dificuldades apontadas foram: não entendimento de termos específicos da matemática, interpretação do enunciado, conteúdo difícil ou não compreendido totalmente, coletar os dados informados pelo problema e de que forma utilizá-los. Já as formas de ultrapassar as dificuldades apontadas foram: ajuda de um colega, ajuda do professor, contratação de professor particular.

Pede ajuda para o professor	Pede ajuda para um colega	Pais contratam professor particular
5	5	2

Figura 27

Tabela que expressa à quantidade de apontamentos para cada uma das possibilidades de aprender e resolver os problemas com sucesso.

O mais interessante é que eles sempre procuram auxílio em caso de possuírem alguma dificuldade, seja com a ajuda dos colegas, seja com a ajuda do professor, apenas em casos específicos e isolados o aluno teve de recorrer a um professor particular.

Estes apontamentos traduzem o que de fato fora evidenciado na análise dos trabalhos, e para esta análise utilizarei questões semelhantes às apontadas no trabalho de Silva (2005), que são: Que estratégias os alunos escolheram para resolver o problema? Que conhecimentos matemáticos utilizam? Quais os erros que cometem? Como utilizam as informações contidas no enunciado da questão?

6.1 Da estratégia de resolução e conhecimentos matemáticos utilizados

Na primeira questão do trabalho proposto, item a, os alunos tiveram várias maneiras de resolução, uns montaram uma tabela com os anos e produtos, denominado o primeiro termo como a quantidade produzida em 2009 e terceiro termo a quantidade produzida em 2011, outros utilizaram a definição de que um termo qualquer de uma progressão é igual à média aritmética dos termos anterior e posterior, outros recorreram à fórmula do termo geral para obtenção do resultado.

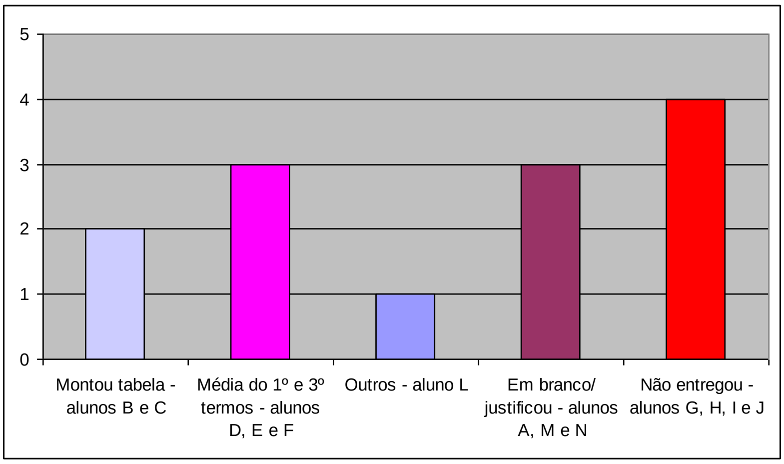


Figura 28
Gráfico sobre as maneiras de como a questão 1, item a, foi resolvida

No item b não há solução e, mesmo alguns alunos tendo aplicado corretamente as fórmulas, eles não se deram conta de que um número negativo não pode corresponder a uma quantidade de produtos, apenas um aluno respondeu que não havia solução.

No item c era necessário que o aluno tivesse um poder maior de raciocínio lógico e abstração para conquista da solução. Apenas um aluno alcançou o resultado esperado, partindo de um modelo criado por ele. A maior parte dos alunos deixou a questão em branco. Nesse problema os alunos demonstraram compreensão do significado de progressão aritmética e souberam utilizar as operações básicas, como: adição, subtração, multiplicação e divisão.

Na segunda questão o esperado seria o uso da fórmula de soma de progressão aritmética e o reconhecimento do que seria o dobro da terça parte de um número. Os alunos sabem o que significa o dobro da terça parte, contudo apenas três alunos obtiveram a resposta correta. Nesse problema o aluno precisaria identificar que fora solicitado a soma das batidas do relógio de hora em hora e, deste resultado, ele deveria obter o dobro da terça parte.

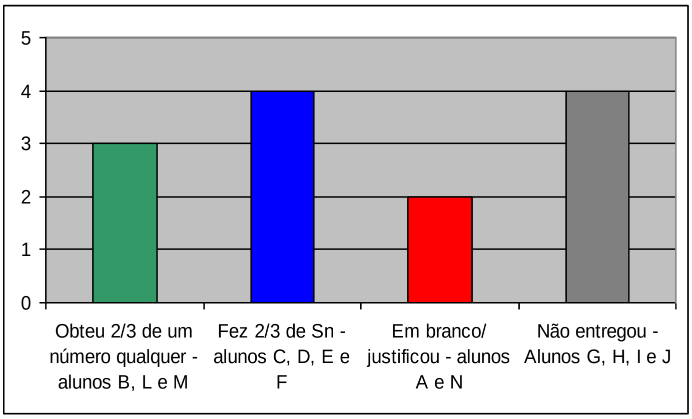


Figura 29
Gráfico sobre as maneiras de como a questão 2 foi resolvida

Na terceira questão os alunos tiveram diversas maneiras de resolução, no entanto todos acreditaram que o problema estava completo sem tê-lo de fato acabado, alguns, utilizando a mesma idéia da questão 1, item a, obtiveram o valor de x e terminaram a questão neste ponto, outros somaram os termos e deixaram o perímetro em função de x, sem utilizar parte das informações do enunciado. Houve um caso em que o aluno calculou o dobro da terça parte do resultado confundindo o que havia sido solicitado na questão anterior com o que fora pedido nesta. Nesse problema alguns alunos demonstraram compreender que os lados estavam em progressão para a obtenção do valor de x e outros compreenderam que a soma dos lados é o perímetro.

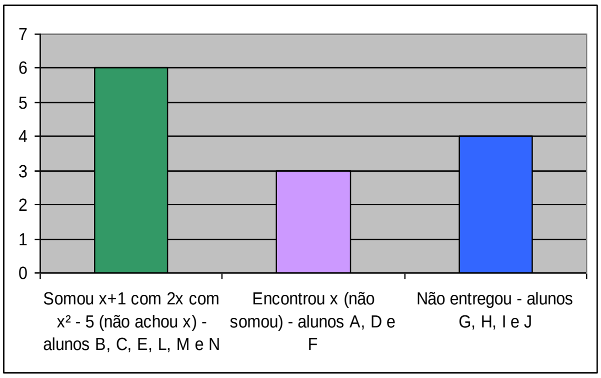


Figura 30
Gráfico sobre as maneiras de como a questão 3 foi resolvida

Nesta questão o aluno L calculou 2/3 da soma.

Na quarta questão o problema requeria o uso da linguagem lógica e a resposta foi solicitada via desenho. Apenas um aluno desenhou corretamente as figuras, outros alunos apontaram corretamente a quantidade de traços que cada uma das demais figuras da sequência apresentaria, mas sem indicar o porquê de seus raciocínios, outro aluno utilizou um raciocínio de que se o $a_2 = 9$ e $a_3 = 18$, como $a_3 = 2x9$, o a_4 seria 3x18, o $a_5 = 5x54$ e assim por diante, criando também uma sequência numérica válida, mas não a esperada. Nesse problema o aluno precisava verificar alguma lógica para como seriam as demais figuras. A maioria demonstrou que identificou tal lógica.

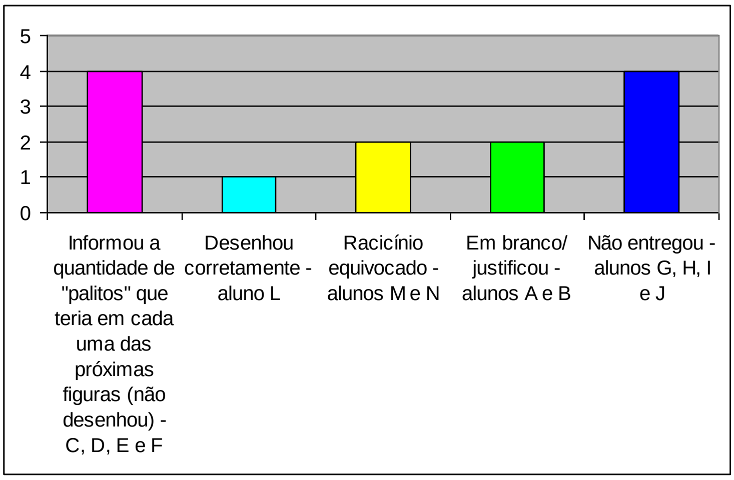


Figura 31
Gráfico sobre as maneiras de como a questão 4 foi resolvida

Na quinta questão foi solicitado que o aluno desembaralhasse informações numéricas a fim de que encontrasse PA's. Nessa questão bastava o entendimento do conteúdo e captação correta dos dados informados no enunciado para solução.

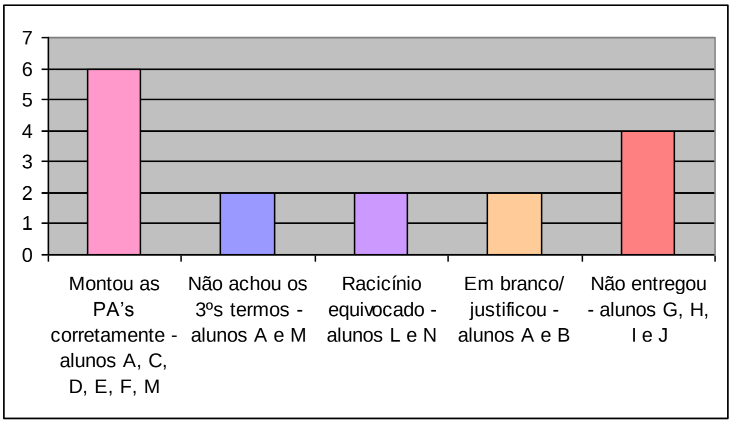


Figura 32
Gráfico sobre as maneiras de como a questão 5 foi resolvida

Na sexta e última questão havia um gráfico de dinheiro versus tempo, era necessário que o aluno efetuasse a leitura do gráfico corretamente e tivesse conhecimento de funções de primeiro grau. No item a, como era uma situação visual, a maior parte dos alunos obteve o resultado esperado, exceto um que somou as quantidades de referência aos anos 1, 2 e 3. No item b, somente um aluno identificou que os valores estavam em PA, o mesmo que se equivocou no item anterior. E, no último item, a maior parte dos alunos deixou a questão em branco, outra parcela resolveu corretamente a questão, realizando 500/12*3 para saber o que seria guardado em 3 meses e somou com o que fora guardado em um ano. Outro aluno dividiu 500 por 12 e multiplicou o resultado por 15 (um ano e três meses).

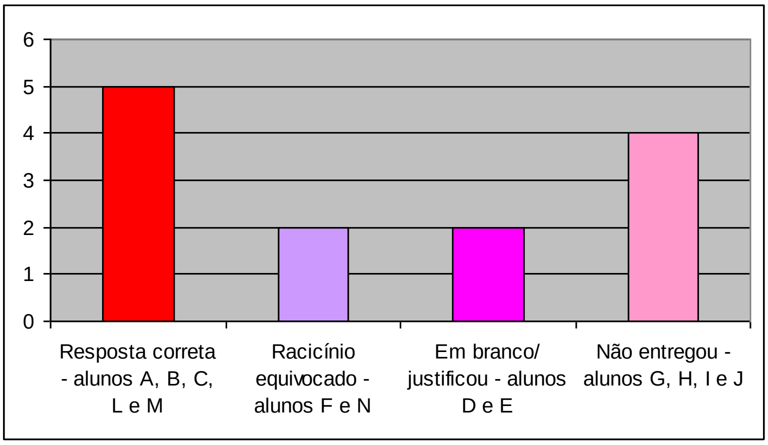


Figura 33
Gráfico sobre as maneiras de como a questão 6, item a, foi resolvida

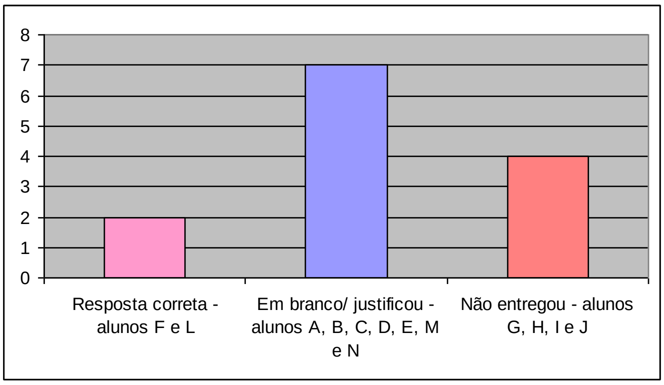


Figura 34
Gráfico sobre as maneiras de como a questão 6, item c, foi resolvida

6.2 Dados do problema

A compreensão do problema e a coleta dos dados nele disponíveis são de extrema importância, parte da resolução do problema está completa após esta etapa. Embora esta etapa seja importante, de pouco adianta saber o que o problema pede, ter os valores e não saber utilizá-los de maneira correta. Essa etapa final, da elaboração da estratégia de solução é que define o entendimento do conteúdo e exprime os raciocínios utilizados. Polya (1995) resume duas ocasiões em que a coleta dos dados deve passar por questionamentos:

> Em situações típicas, julgamos já ter coletado o material necessário e procuramos dar melhor organização ao material mobilizado: Eis um problema correlato que já foi antes resolvido. É possível utilizar o seu método? Deve-se introduzir algum elemento auxiliar para possibilitar a sua utilização? Em outras situações, também típicas, julgamos que não temos ainda coletado o material suficiente. Pensamos no que poderá faltar: Utilizou todos os dados? Utilizou toda a condicionante? Levou em conta todas as noções essenciais, de interesse para o problema? (*Ibid*, p.131).

Quanto à coleta de dados nos problemas do trabalho, exceto nos casos em que a questão fora deixada em branco, não resolvida, ou em que ela foi resolvida de maneira incompleta, os alunos conseguiram extrair os valores dos enunciados corretamente.

6.3 Dos erros cometidos

Partindo para a análise dos equívocos, têm-se primeiramente as questões deixadas em branco sem justificativa para tal, acredito que seja pelo não entendimento do que fora solicitado. Há também as questões que não foram resolvidas e justificadas pelo não entendimento do enunciado. Nestes casos os alunos informam que o entendimento do que o problema solicita é fundamental para prover a solução, uma vez entendido o problema, o pensamento e o planejamento de/sobre métodos para prover soluções é facilitado. Daniluk (2002) reforça a necessidade do entendimento de textos matemáticos e enunciados, no que denomina parte da alfabetização matemática.

Em segundo lugar, houve casos em que os alunos resolveram a questão sem terminá-la, tendo uma resolução incompleta, porque acreditavam que o valor atingido era o pedido pelo problema ou por falta de atenção, e, assim, partiram para o próximo problema sem dar-se conta de que ela estava inacabada. Acredito que nestas ocasiões, mais do que uma possível falta de atenção, houve falha interpretativa no que diz respeito ao entendimento do que o problema solicita.

A matemática, conforme abordada por Machado (1995), ao tomar emprestado o português, por vezes, para compor os enunciados dos seus problemas, exige uma tradução para retorno à linguagem matemática, a fim de obter as respostas da questão. Esta tradução será expressa de acordo com o raciocínio do sujeito solucionador e pode ser transcrita em tabelas, gráficos, cálculos, etc. É a partir dela que o professor tem que realizar uma segunda tradução. Esta segunda tradução seria a análise dos desenvolvimentos, métodos, processos e pensamentos utilizados pelos alunos, através da leitura dos seus gráficos, cálculos, tabelas, etc.

A tradução (feita pelo aluno, do que está no enunciado matemático), portanto, não é simples, nem se dá de maneira natural para ele, isto se revela nas situações em que não é entendido o que foi pedido ou, até mesmo, quando surge um processo de resolução incompleto.

Em terceiro lugar, há os alunos que retiraram corretamente os dados do problema e utilizaram raciocínios incorretos para resolução, alcançando respostas distintas do esperado, pelo entendimento parcial do conteúdo, falha em operações ou não entendimento do que foi pedido. Novamente temos o possível não entendimento do solicitado, que sempre será uma das principais barreiras para o alcance do pensamento correto para solução. Se o aluno lê, não entende, e não solicita apoio, ele pode ser considerado igual ao aluno que jamais teve o problema proposto. Em nada este problema irá ajudá-lo.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Partindo do pressuposto de que a matemática é uma área de conhecimento que propicia o desenvolvimento do pensamento lógico e estratégico, ouso dizer, após estas experiências em sala de aula, que a apresentação de conteúdos, com exemplos, seguida por exercícios similares, apenas com valores distintos, não favoreceria o alcance dos seus objetivos. A simples robotização incentiva a repetição e memorização instantânea de processos e não queremos formar "alunos papagaios", mas sim alunos críticos e capazes de criar e não repetir. Reprodução:

> Essa é a prática que rejeitamos: as atividades de leitura e escrita nas diversas modalidades, transformadas em ritual burocrático, no qual o aluno lê sem poder discutir, responde questionários mecanicamente e escreve textos buscando concordar com o professor. O que desejamos é um aluno - e também um professor - leitor e produtor de textos. (NEVES, 2004, p.13).

Desta forma a readequação do método de ensino, por meio de uma proposta baseada na utilização de problemas que permitam ao aluno expressar suas ideias com criatividade ou, até mesmo, descrever suas dúvidas com riqueza de detalhes, com o uso prévio de exercícios em sala de aula, não seria um processo simples nem curto. Os professores, ao selecionarem os problemas a serem aplicados, precisariam realizar uma série de questionamentos: qual a finalidade desses problemas para o aprendizado do conteúdo abordado? Os textos estão redigidos corretamente, sem ambiguidades? Há a necessidade de alguma modificação nos enunciados ou dados contidos neles? Entre outras. Tudo isto a fim de que o aprendizado da matemática não seja apenas via memorização e aplicação direta de fórmulas/algoritmos.

Nesta proposta, os equívocos dos alunos devem ser utilizados como meios de construção do conhecimento e não apenas como algo a exigir um "X" na correção ou um zero na nota. O professor é fundamental para a transformação de erros não em acertos somente, mas em aprendizados significativos conforme a teoria de David Ausubel[16].

A almejada criação de um espaço propício para a construção de conhecimento, criação de processos e raciocínios matemáticos (espaço deleuziano) é conquistada com a utilização de problemas em aula. A alfabetização matemática, descrita por Daniluk (2002) é abordada no capítulo 4 deste trabalho, que compreende o domínio das linguagens, deve passar por este

[16] A aprendizagem significativa é um processo por meio do qual uma nova informação relaciona-se, de maneira substantiva (não-literal) e não-arbitrária, a um aspecto relevante da estrutura de conhecimento do indivíduo. [...] os novos conhecimentos que se adquirem relacionam-se com o conhecimento prévio que o aluno possui. Disponível em http://pt.wikipedia.org/wiki/Aprendizagem_significativa

processo de erro/acerto, até mesmo porque para aprendermos qualquer linguagem, ouso dizer qualquer conteúdo em geral, temos que passar por raciocínios equivocados, quando não há um entendimento imediato, em busca de encontrar o meio coerente de pensamento.

Uma vez que os alunos são ensinados (pode-se dizer, treinados) a seguir os passos de resolução, conforme Polya (1995) descreve, abordado no capítulo 2 deste trabalho, ou seja, ler, compreender, criar estratégias de resolução e verificar o resultado, eles geram informações em seus desenvolvimentos de grande valia no que se refere à verificação do entendimento do conteúdo e à avaliação de suas criações para solução.

Estes desenvolvimentos mostram os raciocínios utilizados, a forma como foram empregados os dados do problema, isto é, a forma como o aluno pensou e agiu. Muitas vezes no meio deste percurso o aluno realiza algum cálculo incorreto ou copia um valor equivocadamente do problema, contudo, se ele utilizar um procedimento lógico e adequado para a resolução é isto o que importa.

A falta de atenção não deve ser punida exageradamente, apenas frisada a fim de evitar sua reincidência, já que afirmo para todos os meus amigos, colegas e alunos que o matemático e o aprendiz da disciplina não precisam fazer cálculos com números grandes, ou “quebrados”, com rapidez, também não precisam decorar todas as fórmulas, o que eles deve saber e almejar é o alcance do pensamento e dos raciocínios para a resolução dos problemas.

Mesmo que o aluno demonstre dificuldades, as questões em branco (sem desenvolvimento) não ajudam a identificá-las. Estas questões, a meu ver, apontam dúvidas de entendimento do próprio enunciado. Por outro lado, questões feitas, mas de maneira incorreta, apontam as falhas no processo de resolução e estratégia e é nesse ponto que o professor deve se focar. Conversando com o aluno sobre o porquê deste mecanismo de resolução escolhido, do entendimento do que fora pensado e, a partir disto, proporcionando a busca pelo raciocínio correto.

A respeito da interpretação e da criação de enunciados de problemas matemáticos evidencia-se uma peculiaridade, nesta leitura, não só constatada na matemática, mas também em artigos e livros das demais áreas de conhecimento. Os textos exigem do leitor um conhecimento de termos específicos para se possa compreendê-los. Para o aluno, devido a existência de termos pouco empregados na fala, tais como: efetue, decomponha, racionalize, distribua, etc., a interpretação pode acontecer de maneira mais trabalhosa, principalmente no caso de haver pouco conhecimento destes vocabulários específicos. Conforme Feio (2005), a linguagem matemática

> [...] é codificada por meio de símbolos, gráficos, expressões algébricas, palavras herméticas que, quando utilizadas na Matemática, têm um significado e fora dela têm outro, tal é o caso de volume, área, diferença, produto, etc. O conjunto dessas características pode criar obstáculos para que os alunos leiam e compreendam enunciados de problemas matemáticos. (2005, p. 6-7)

Como possibilidade de o aluno sentir-se mais familiarizado com os termos matemáticos e com o uso de problemas em sala de aula, a utilização de textos matemáticos têm por objetivo prestar auxílio no que se refere à interpretação de enunciados, facilitando assim o processo de resolução.

Destaco que a interpretação e o entendimento de enunciados não se dão de forma natural para os alunos, o português escrito nessas frases não é o mesmo português dos livros de histórias, é o português tomado emprestado para fins matemáticos, conforme Machado (1995) afirma. A matemática usa um português no qual produto pode ser o resultado de uma multiplicação ou alguma mercadoria, volume pode ser relativo ao som ou a medida do espaço ocupado por um sólido, e assim por diante.

Existem problemas com dados demais, outros com dados insuficientes para resolução. Alguns são impossíveis de resolver. Não culpo os alunos pelo tal “pavor” declarado pela matemática, provavelmente se eu não tivesse certa facilidade com estas linguagens e uma curiosidade extrema pelos resultados, quando aluna do ensino básico, eu faria parte deste grupo amedrontado.

Pela minha experiência, para que o aluno entenda com mais facilidade os enunciados dos problemas é preciso que ele seja desafiado e trabalhe com problemas com maior frequência. Além disso, um bom conhecimento dos conteúdos necessários para a resolução também auxilia na interpretação e, principalmente, na posterior escolha por qual método utilizar para prover a solução.

A ideia aplicada para a realização do trabalho e avaliação dos alunos teve o intuito de vencer este “monstro” do “não sei fazer”, através do uso da compreensão dos problemas, desde a sua leitura até a obtenção do resultado final, mesmo que por meio de procedimentos por vezes equivocados, nestes casos houve a conversa com o aluno para compreensão de sua estratégia e busca de novos procedimentos. E, conforme constatado nas entrevistas e nas aulas, os alunos de fato procuravam auxílio, as respostas em branco foram poucas e já esperadas em situações-problemas que exigiam, talvez, alguns raciocínios não tão simples para eles.

Os alunos precisam ter certas noções das linguagens matemáticas para uso no seu cotidiano, uma vez que:

> Aprender matemática é, em grande parte, aprender e utilizar suas diferentes linguagens - aritmética, geométrica, algébrica, gráfica, entre outras. Na atualidade, as linguagens matemáticas estão presentes em quase todas as áreas do conhecimento. Por isso, o fato de dominá-las passa a constituir-se um saber necessário considerando o contexto do dia-a-dia. (KLÜSENER, 2004, p. 179)

As linguagens aritmética, gráfica, algébrica tratadas neste trabalho sobre PA visaram à identificação dos erros mais frequentes dos alunos, até porque eles já vinham demonstrando em aula dificuldades com o tratamento dessas linguagens. A partir desses erros, tratamos em aula da sua correção gradual.

Ao identificar os erros cometidos pelos alunos nos exercícios e, posteriormente, no trabalho, pude retomar com eles os pontos críticos para revisão em aula, para somente depois realizar a avaliação. Com o trabalho pude constatar que os estudantes tiveram liberdade para expressar suas dúvidas, seus raciocínios, explicar seus porquês. Oliveira (2007) destaca também que essa liberdade é importante e auxilia o diálogo professor-aluno e aluno-aluno. Para mim, isto basta para que a verificação do entendimento no trabalho de correção seja facilitada.

As categorias nas quais os erros foram organizados são conhecidas há tempos pelos professores da matemática. Conforme descrito na introdução e no corpo deste trabalho, tais dificuldades são comuns e o conhecimento do conteúdo com significação, o conhecimento das linguagens matemáticas, uso e trabalho com textos matemáticos e problemas em aula, juntamente com o uso dos processos de resolução segundo Polya (1995) são fundamentais para que estas barreiras sejam ultrapassadas pelos alunos, que viriam a ser considerados, pois, alfabetizados matematicamente.

É inevitável apostar na resolução de problemas matemáticos (que estimulam o raciocínio), uma possibilidade para que haja entendimento com significação dos conteúdos da matemática e suas linguagens. E, que assim, seja propiciado que a matemática se torne mais amigável aos estudantes, com sentido, da forma como ela deve ser vista de fato. E, a nós, professores, a fim de que possamos nos desprender da atual forma de ensino, baseada nos três erres de Roy (2002), cabe experimentar.

Figura 35
Alunos do primeiro ano noturno do Instituto Estadual Rio Branco 2011

8 REFERÊNCIAS

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. Tradução de Luís Antero Reto e Augusto Pinheiro. Lisboa, 1977.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: matemática / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em: portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf, acesso em 14/11/2011.

CARRASCO, Lucia Helena Marques - Leitura e Escrita na Matemática. In: Iara Conceição B. Neves; Jusamara V. Souza; Neiva Otero Schäffer; Renita Klusener. (Org.). **Ler e Escrever**: compromisso de todas as áreas. 6 ed. Porto Alegre, 2004, v., p. 192-204.

CHAMBERLIN, Scott A. **What is problem solving in the mathematics classroom?** Disponível em: http://www.google.com.br/url?sa=t&rct=j&q=scott%20a%20chamberlin&source=web&cd=3&sqi=2&ved=0CC4QFjAC&url=http%3A%2F%2Fpeople.exeter.ac.uk%2FPErnest%2Fpome23%2FChamberlin%2520What%2520is%2520Math%2520Prob%2520Solving.doc&ei=3KPGTvb1EMafgwerraA8&usg=AFQjCNH_5ukiv5FNJav4kNEJNnheFP09Og, acesso em 20/09/2011. Tradução própria.

CURY, H. N. **Disciplinas matemáticas em cursos superiores**: reflexões, relatos, propostas. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2004.

DANYLUK, Ocsana. **Alfabetização matemática**: as primeiras manifestações da escrita infantil. Porto Alegre: Sulina: EDIUPF, 2002.

FEIO, Evandro dos Santos Paiva, A **conversão da língua natural para a linguagem matemática à luz da teoria dos registros de representação semiótica.** 2008. Disponível em: http://www.ufpa.br/npadc/gelim/trabalhos/Evandro%20Feio.pdf acesso em 24/08/2011.

FONSECA, M. da Conceição F. R.; CARDOSO, Cleusa de A. Educação Matemática e Letramento: textos para ensinar Matemática e Matemática para ler o texto. In: NACARATO, Adair M.; LOPES, Celi E. (Org) **Escritas e Leitura na Educação Matemática**. Belo Horizonte: 2005.

GALLO, Sílvio. O problema e a experiência do pensamento: implicações para o ensino da filosofia. In: **Filosofia, aprendizagem e experiência**. Siomara Borba & Walter Koham (Orgs.). Belo Horizonte: Autêntica, 2008. P. 115-130.

GRANGER, Gilles Gaston. **Filosofia do estilo**. Trad. Escarlett Zebertto Marton. São Paulo, perspectiva, Ed. da Unesp, 1974.

KLÜSENER, Renita. – Ler, escrever e compreender matemática ao invés de tropeçar nos símbolos. In: Iara Conceição B. Neves; Jusamara V. Souza; Neiva Otero Schäffer; Renita Klusener. (Org.). **Ler e Escrever**: compromisso de todas as áreas. 6 ed. Porto Alegre, 2004, v., p. 177-191.

LOPES, Silvia Ednaira, **A leitura e a interpretação de problemas de matemática no Ensino Fundamental**: Algumas Estratégias de Apoio, 2007.
Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2212-8.pdf acesso em 24/08/2011.

MACHADO, Nilton José 1947. **Matemática e língua materna**: Análise de uma impregnação mútua. São Paulo: Cortez: Autores associados, 1990.

MALTA, I. Sobre um método não tradicional para aprender cálculo. In CARVALHO. L.M.,GUIMARÃES, L.C.(org**.) História e tecnologia no ensino de Matemática**. Vol. 1. Rio de Janeiro, IME-UERJ. 2003.

NEVES, Iara Conceição B.; SOUZA, Jusamara V.; Schäffer, Neiva Otero; Klusener, Renita. (Org.). Apresentação. In: ____________ **Ler e Escrever**: compromisso de todas as áreas. 6 ed. Porto Alegre, 2004, v., p.11-14.

OLIVEIRA, Nanci de. Linguagem, Comunicação e Matemática. **Revista de Educação**, Vol. 10, Nº. 10, 2007.

PARANÁ. Representações, memórias, identidades / obra coletiva. **Caderno pedagógico de História do Paraná**. Curitiba: SEED – Pr., 2009.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**. 2a Ed. RJ. Editora Interciência Ltda. 1995.

RECH, Rogério. **O tratamento da informação como estratégia de aprendizagem a partir da oficina**: construção de cenários matemáticos. IX Congresso Nacional de Educação - EDUCERE; III Encontro Sul Brasileiro de Psicopedagogia, 26 a 29 de outubro de 2009 – PUCPR.

ROQUE, Tatiana. Sobre a noção de Problema. **Lugar Comum**, nº 23-24, jan. 2006 – abr. 2008. p.135-146.

ROY, Kaustuv. Gradientes de Intensidade: o espaço háptico deleuziano e os três “erres” do currículo. In: **Educação & Realidade**, v 27, nº 2 (jul/dez), 2002.

SILVA, A. M. **Sobre a dinâmica da produção de significados para a matemática**. 2003. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Unesp, Rio Claro, 2003.

SILVA, Marcia Cristina Nagy; BURIASCO, Regina Luzia Corio de. Análise da Produção Escrita em matemática: Algumas considerações. **Revista Ciência e Educação**, v. 11, n.3, p.499-512. 2005.

SMOLE, Kátia S; DINIZ, M. Ignez S. V. Ler e Aprender Matemática. In: _______ (Org.) **Ler, escrever e resolver problemas**. Porto Alegre: Artmed, 2001.

VIANA, Viviane Aparecida Zacheu; GOMES, Danilo Olimpo; SANTOS, Saulo Foleto de Souza. **Interpretação e produção de textos matemáticos**. 2006. Disponível em http://alb.com.br/arquivo-morto/edicoes_anteriores/anais16/sem15dpf/sm15ss05_05.pdf, acesso em 15/11/2011

VIGOTSKI, Lev Semionovich. **Pensamento e linguagem**. 2ª. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2000.

WODEWOTZKI, M.L. M & JACOBINI, O. R. O ensino de estatística no contexto da Educação Matemática. **Educação Matemática**: Pesquisa e Movimento. São Paulo – SP: Cortez, v.2, p. 232- 249, junho 2005.

ZUCHI, Ivanete. A importância da linguagem no ensino da matemática. **Educação matemática em revista**. São Paulo. Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, Ano 11, nº 16, p. 49-55, maio 2004.

Revista do professor atualidades. Disponível em: <http://www.rededosaber.sp.gov.br/portais/Portals/33/arquivos/Matematica%20Parte%201.pdf> acesso em 09/09/2011.

<http://www.cerebromente.org.br/n12/opiniao/pensamento.html> acesso em 20/08/2011.

<http://cmup.fc.up.pt/cmup/polya/polya_resolver.html> acesso em 20/08/2011.

<http://pequenada.com/artigos/desenvolvimento-tipico-crianca-com-4-anos> acesso em 15/10/2011.

<http://www.priberam.pt/dlpo/default.aspx?pal=resiliência> acesso em 14/11/2011.

<http://pt.wikipedia.org/wiki/Aprendizagem_significativa> acesso em 16/12/2011.

Anexos/Apêndices

ANEXO A - ENTREVISTAS

Aluna A, 15 anos

Pergunta: Que dificuldades tu encontras quando se depara com algum problema?
Resposta: É quando eu encontro alguns termos.
Pergunta: Tipo o que, tem algum exemplo assim em mente?
Resposta: razão, posição de termos.
Pergunta: E depois, se tu entendeste todo enunciado para resolver fica mais fácil?
Resposta: Sim, fica mais fácil.
Pergunta: E quando tu não entendes o que está sendo pedido o que tu fazes?
Resposta: Eu pergunto pro professor.

Aluna B, 17 anos

Pergunta: Quando tu tinhas algum problema de matemática para resolver e surgiu alguma dificuldade, que dificuldade era essa?
Resposta: Quando eu era pequena e tinha aprendido a somar e depois ia aprender a diminuir, diminuir não entrava na minha cabeça.
Pergunta: E como tu fizeste pra entender?
Resposta: Eu perguntava.
Pergunta: E hoje em dia, tens ainda dificuldade? Em algum outro conteúdo?
Resposta: É difícil, ainda é difícil.
Pergunta: E em algum problema desses que estamos vendo agora?
Resposta: É pra entender o que pede.

Aluna C, 15 anos

Pergunta: Que dificuldades tu encontras quando se depara com algum problema?
Resposta: Primeiro eu tento ler, e tento entender.
Pergunta: E se tu não entendes o que está escrito, o que tu fazes?
Resposta: Eu tento ler mais uma vez.
Pergunta: E se continua a mesma dúvida?
Resposta: Pergunto pra alguém?
Pergunta: Algum colega?
Resposta: É depois pergunto pra um professor.
Pergunta: Quando tu não entendes alguma coisa, tu não entendes o enunciado, o que está sendo solicitado, o que está escrito?
Resposta: Palavras específicas, interpole, por exemplo.
Pergunta: E quando tu entendes o que está sendo pedido? Já sentiu dificuldade de resolver mesmo entendendo o enunciado?
Resposta: Não, quando eu entendo, eu resolvo, o que aprendi antes me ajuda a resolver.

Aluna D, 21 anos

Pergunta: Quando apresenta alguma dificuldade em resolver algum problema matemático, que dificuldade é essa?
Resposta: É de entender o problema. O que está escrito e o que está pedindo, eu não entendo.
Pergunta: E quando tu entende o problema, então tu consegues resolver?

Resposta: Não. Daí eu não consigo porque o conteúdo é difícil. Mas se eu tiver ajuda eu entendo. Se eu não tiver ajuda eu não entendo nada. Eu posso ler e reler, tentar e tentar e não entendo.
Pergunta: Já teve algum problema que tu conseguiste resolver sem ajuda?
Resposta: Já.
Pergunta: E essa ajuda é do professor, colegas?
Resposta: Dos dois, mais dos colegas.

<u>Aluna E, 20 anos</u>

Pergunta: Quando tu tens que resolver algum problema da matemática, e surge uma dificuldade, que dificuldade é essa?
Resposta: É pra montar o problema.
Pergunta: Por montar tu queres dizer tirar do problema os dados?
Resposta: É, é. Pra depois usar a fórmula.
Pergunta: E digamos que não tem uma fórmula específica pra resolver, tens que usar só raciocínio, como é?
Resposta: Daí fica mais difícil.
Pergunta: Já não entendeu alguma palavra em específico?
Resposta: Sim, até tava comentando com os colegas o que era perímetro, tinha esquecido.
Pergunta: E quanto tens dúvidas, pedes auxílio?
Resposta: Sim, para os colegas.

<u>Aluno F, 17 anos</u>

Pergunta: Pensa nas tuas aulas de matemática, quando era proposta a resolução de problemas, e tu tiveste alguma dificuldade, que dificuldade era essa?
Resposta: Era o conteúdo, eu acho o conteúdo muito difícil.
Pergunto: E o que tu fazes para resolver.
Resposta: Meu pai e a minha mãe contratavam professor particular.
Pergunta: Nunca pediste ajuda para algum colega ou para o próprio professor do colégio?
Resposta: É também, às vezes, mas eu precisava de ajuda sempre.
Alunos G, H, I faltaram às últimas quatro aulas e não foram entrevistadas
Aluna J foi suspensa por brigar no colégio

<u>Aluno L, 18 anos</u>

Pergunta: Quando tu tens que resolver um problema matemático, tu tiveste alguma dificuldade? Em geral qual era essa dificuldade?
Resposta: Posso falar sério?
Pergunta: Por favor.
Resposta: Foi mais assim na sétima série.
Pergunta: E por quê?
Resposta: Só na sétima que eu não conseguia entender bem a matéria.
Pergunta: Era só por causa do conteúdo que tu não entendias?
Resposta: É, é. O conteúdo era difícil.
Pergunta: E o que tu fizeste para aprender e obter aprovação?
Resposta: Eu tive que ter aula partircular.
Pergunta: Não recorreste ao professor ou pediu ajuda de colegas?

Resposta: Eu até pedia, mas a professora era muito chata, eu não conseguia entender com ela.
Pergunta: E hoje em dia alguma dúvida?
Resposta: Só pra interpretar, de vez em quando, mas normalmente eu consigo fazer sozinho, gosto de matemática.

Aluno M, 18 anos

Pergunta: Quando tu tens que resolver um problema matemático, tu tiveste alguma dificuldade? Que dificuldade foi esta?
Resposta: Foi em achar o resultado esperado.
Pergunta: Tu entendias o que estava sendo pedido?
Resposta: As vezes sim as vezes não. Eu sentia dificuldade em interpretar o texto.
Pergunta: Então por vezes tu leste e não entendeu o que estava sendo pedido?
Resposta: É.
Pergunta: Então se tu tivesses entendido tu saberias resolver?
Resposta: Tipo, eu tentava resolver e no caso de não conseguir eu pedia ajuda pro professor. Por muito tempo eu fui orgulhoso e guardava a dúvida pra mim. Eu não perguntava e ficava tentando tentando, e pedia ajuda só para os colegas.

Aluno N, 17 anos

Pergunta: Que dificuldades tu encontras quando se depara com algum problema?
Resposta: Ba sora, quando tem problemas pra resolver parece que estão de brincadeira, os valores e tal estão todos misturados, fica chato ter que procurar e ler.
Pergunta: E se tu encontras os valores e lê o problema, daí consegues resolver?
Resposta: Normalmente sim.
Pergunta: E quando tu não entendes o que está sendo pedido o que tu fazes?
Resposta: Eu sento próximo ao Aluno M ele sempre me explica.

ANEXO B – TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO

TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO

Eu ____, portador de RG __________________________, autorizo por meio desse instrumento que Andréia Maria Bibiana Ramão Klunck utilize a entrevista concedida a este, para uso exclusivo de seu trabalho de pesquisa intitulado: “Interpretação de problemas: a importância da alfabetização matemática”.

Declaro que possuo ciência dos objetivos dessa pesquisa e que concordo com os fins a que se propõe.

___________________, _____ de__________ de 2011

____

APÊNDICE A – TRABALHO SOBRE PA/ INTUIÇÃO SOBRE PG

Instituo Estadual Rio Branco
1ºs ano, turma 110
Profªs.: Andréia Klunck

Nome: ____

Turma: ______ Data: / /

Leia com atenção todo o enunciado das questões, e, caso haja alguma(s) dúvida(s) sobre ele, escreva na sua folha de resolução qual(is) é(são) esta(s) dúvida(s). Após, destaque os dados do problema. Descreva a forma como irá utilizá-los para encontrar a solução (se necessário faça desenhos, monte tabelas, etc.). Informe passo a passo o porquê de cada cálculo. Ao chegar ao resultado final, verifique se o mesmo está de acordo com o esperado. Caso não saiba resolver a questão, informe qual foi sua dificuldade ou dúvida.

1) Uma fábrica produziu em 2009, 6530 unidades de um determinado produto e, em 2011, produziu 23330 unidades do mesmo produto. Sabendo que a produção anual desse produto vem crescendo em progressão aritmética, pede-se:

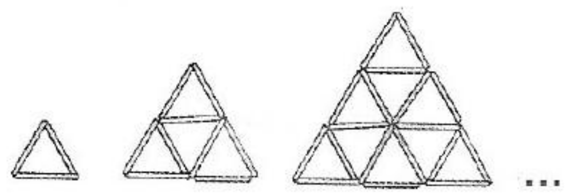
a) Quantas unidades do produto essa fábrica produziu em 2010?
b) Quantas unidades foram produzidas em 2006?
c) Se a fábrica dobrasse a produção de ano em ano, como poderíamos obter os resultados de produção para um ano qualquer?

2) (UFBA) - Um relógio que bate de hora em hora o número de vezes correspondente a cada hora, baterá , de zero às 12 horas **x** vezes. Calcule o dobro da terça parte de **x**.

3) As medidas dos lados de um triângulo são expressas por $x + 1$, $2x$, $x^2 - 5$ e estão em P.A., nesta ordem. Qual é a medida do perímetro do triângulo?

4) (UFRGS 2009)

37. Sobre uma superfície plana são dispostos palitos formando figuras, como mostrado abaixo.



Contando os palitos de cada uma dessas figuras e denotando por a_n o número de palitos da n-ésima figura, encontra-se

$a_1 = 3,\quad a_2 = 9,\quad a_3 = 18, \ldots$

Figura 36
Parte da questão 37 da prova de Matemática do vestibular da UFRGS 2009

Desenhe as próximas três figuras desta seqüência.

5) Em uma turma, os alunos tem alturas e idades que formam PA's.
Na tabela abaixo estão relacionadas às alturas com as idades dos alunos, qual seria a ordem correta de cada uma delas? Quais são as razões e quais são os terceiros termos?

Aluno	Altura	Idade
Aluno A	1,65m	15 anos
Aluno B	1,59m	18 anos
Aluno C	1,63m	19 anos
Aluno D	1,67m	16 anos
Aluno E	1,61m	14 anos
Aluno F	1,69m	17 anos

Figura 37
Tabela – alunos, alturas e idades

6) Um trabalhador, resolveu guardar certa quantia de seu salário por ano, de acordo com o gráfico abaixo que expressa o que esse trabalhador guardou em razão do tempo transcorrido, determine:

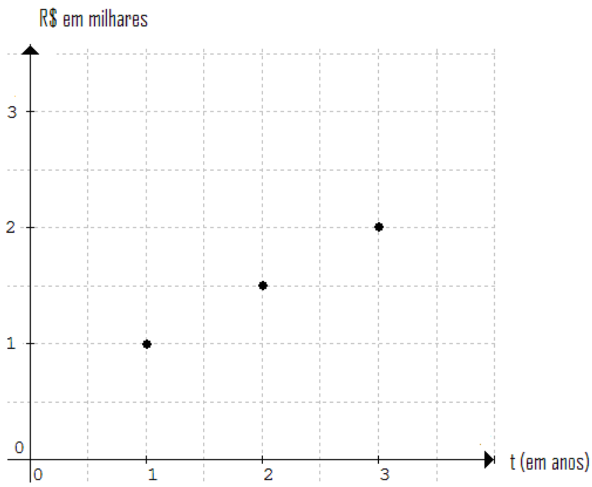


Figura 38
Gráfico R$xt

a) Quanto ele guardou em três anos?

b) O que ele guardou em um ano, o que ele guardou após dois anos, e o que ele guardou após três anos têm alguma relação? Se sim, qual?

c) Se ele guardasse uma mesma quantidade a cada mês, a partir do primeiro ano, quanto ele teria guardado após 1 ano e 3 meses.