UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

INSTITUTO DE MATEMÁTICA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA

Brunna Sordi Stock

ESTRUTURAS ADITIVAS E MULTIPLICATIVAS: UMA ANÁLISE DE RESOLUÇÕES DE QUESTÕES DE MATEMÁTICA APRESENTADAS POR ESTUDANTES DA 5ª SÉRIE/6° ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Porto Alegre

2011

Brunna Sordi Stock

ESTRUTURAS ADITIVAS E MULTIPLICATIVAS: UMA ANÁLISE DE RESOLUÇÕES DE QUESTÕES DE MATEMÁTICA APRESENTADAS POR ESTUDANTES DA 5ª SÉRIE/6° ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Trabalho de Conclusão de Curso de graduação apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção de grau de Licenciada em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso

Porto Alegre

2011

Brunna Sordi Stock

ESTRUTURAS ADITIVAS E MULTIPLICATIVAS: UMA ANÁLISE DE RESOLUÇÕES DE QUESTÕES DE MATEMÁTICA APRESENTADAS POR ESTUDANTES DA 5ª SÉRIE/6° ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Trabalho de Conclusão de Curso de graduação apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção de grau de Licenciada em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso

Aprovado em 07 de Dezembro de 2011.

BANCA EXAMINADORA

(Profa. Dra. Elisabete Zardo Búrigo)

INSTITUTO DE MATEMÁTICA - UFRGS

(Profa. Dra. Leandra Anversa Fioreze)

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA - UFSM

AGRADECIMENTOS

A toda a minha grande família, em especial:

Aos meus pais Maoris e Carlos que sempre incentivaram meu desejo por conhecimento e nunca me privaram de acesso a tal, sendo, ainda, meu primeiro e maior exemplo de educadores.

À minha avó Colorinda que é uma inspiração de mãe, mulher e educadora.

Às minhas irmãs e aos meus primos quase irmãos por todas as discussões sobre educação e por serem essas pessoas geniais que me orgulham e me servem de exemplo.

À minha sobrinha Mainá pelos momentos em que ela me entende mais do que todos e por ser uma motivação para eu querer ser uma professora cada vez melhor.

Ao meu noivo e exemplo de professor Pedro que esteve ao meu lado durante todos os anos na graduação e sempre me apoiou de todas as maneiras possíveis.

Aos meus amigos que compartilharam comigo os momentos fora da Universidade e que foram essenciais para que nela eu continuasse. Em especial à Luísa e à Nathália que convivem comigo desde a primeira série.

Às minhas colegas e amigas de curso Camila, Carla, Fernanda e Marília por viverem intensamente comigo esse mar de sensações que foram os últimos semestres.

Ao meu orientador, professor e amigo Marcus Vinicius Basso, não somente pela ajuda na confecção deste trabalho, mas também por todos os momentos em que ele esteve presente durante o curso.

Às professoras Elisabete Búrigo e Leandra Fioreze por aceitarem participar da minha banca e contribuírem para a minha pesquisa.

Ao Colégio João Paulo I pela confiança e aposta no meu trabalho.

Aos meus alunos, por me ensinarem muito mais do que ensinei a eles.

RESUMO

Neste trabalho faço uma análise das relações entre significado e significante nas questões de matemática resolvidas por aluno da 5ª série/6° ano do Ensino Fundamental. Utilizando o conceito de contrato didático de Guy Brousseau, ressalto a interpretação do enunciado e do resultado final como dificuldades para os alunos na resolução de questões, trazendo, também, a escrita do professor como um aspecto determinante para o entendimento da questão. Ainda, sob a perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud, abordo os esquemas utilizados pelos alunos para a resolução, finalizando com a importância do professor entender o raciocínio do aluno e apresentar diferentes situações, valorizando a experiência do aluno no processo de aprendizagem de Matemática.

Palavras-chave: Aprendizagem; Ensino fundamental; Matemática; Campos conceituais; Contrato didático.

ABSTRACT

In this work I analyze the relationship between signifier and signified in math questions solved by students of the 5th grade/6th year of elementary school. Using the didactic contract theory by Guy Brousseau, I bounce the interpretation of the exercise text as a difficulty for students to resolve exercises, bringing also the writing made by the teacher as a crucial aspect to understand the exercise. Furthermore, from the perspective of the Conceptual Fields Theory by Gérard Vergnaud, I aboard the schemes used by students to resolve exercises, ending with the importance of the teacher understand the student reasoning and present different situations, remembering the importance of the student's experience to learning Mathematics.

Key-words: Learning; Elementary School; Mathematics; Conceptual fields; Didactic contract.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Acredito que um professor ou estudante de licenciatura sempre deve estar em busca do aprimoramento da sua didática em sala de aula. Assim, por curiosidade, comprei uma revista Nova Escola sobre planos de aula de Matemática. A revista possuía, na introdução, uma lista com os autores que seriam citados ao longo do artigo e dos quais utilizava as teorias: Guy Brousseau, Gérard Vergnaud, Yves Chevallard, Michèle Artigue, Marie-Jeanne Perrin-Glorian e Régine Douady. Ao ler aquele parágrafo, me surpreendi por não conhecer nenhum daqueles autores. Relatei o fato ao meu orientador e, então, professor, ao que ele me recomendou algumas leituras.

Concomitantemente, como professora da 5ª série de uma escola particular de Porto Alegre, lecionava, planejava aulas e preparava provas e materiais de estudos baseados nos conhecimentos teóricos adquiridos até então na Universidade e na experiência adquirida nas disciplinas de prática e na minha vida profissional. Na leitura de Bittar e Muniz (2009), percebi, então, que a minha prática, na medida em que procurava identificar os conceitos que estavam sendo utilizados pelos estudantes na resolução de exercício, estava relacionada à Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud.

A Teoria dos Campos Conceituais (TCC) é uma teoria de aprendizagem onde Vergnaud analisa o aprendizado de diferentes áreas em campos de conceitos. Na Matemática, por exemplo, temos o campo das estruturas aditivas, das estruturas multiplicativas, das relações número-espaço e da álgebra, entre outros.

O que me chamou a atenção nessa teoria é a sua visão da aprendizage através de conceitos, de maneira que a resolução de uma questão depende dos conceitos utilizados para tal. Tome, por exemplo, dois alunos resolvendo uma questão de soma de frações: o aluno 1 a resolve erroneamente por não ĩcolocarò as frações no mesmo denominador antes de somar os numeradores; o aluno 2, no entanto, coloca as frações no mesmo denominador, mas não soma corretamente os denominadores. Esses alunos não podem ser colocados no mesmo grupo de pessoas que ĩnão sabem resolver soma de fraçõesò, pois eles têm dificuldades distintas que apareceram na resolução de um mesmo problema e a Teoria dos Campos Conceituais as enxerga de maneira distinta. Ao olhar os exercícios resolvidos por meus alunos, eu fazia essa análise para, com eles, discutir o seu erro.

Um aspecto que chamou a minha atenção na resolução feita pelos meus alunos era a interpretação do enunciado. Presenciei diversos casos em que o aluno identificava corretamente o cálculo a ser feito, porém escolhia os dados errados para fazê-lo. Ou então, o aluno identificava os dados e não o cálculo a ser feito. Ainda, havia situações em que eles realizavam o cálculo correto, mas não interpretavam o resultado obtido. Comecei a pesquisar, então, o contrato didático de Guy Brousseau. Nele, fala-se das relações entre aluno, professor e conhecimento e aborda situações como a não interpretação do resultado final. Esses erros eram quase constantes nas provas e trabalhos realizados, de maneira que conversei com a professora de Português da mesma série a fim de que pudéssemos encontrar uma solução.

A fala da professora de Português trouxe, entre outros pontos, a questão da interpretação de texto ser trabalhada apenas na disciplina de Português e as outras disciplinas não tomarem parte de trabalhar com essa área do conhecimento, mesmo sabendo que ela é importante e determinante para a compreensão em todos os campos.

Procurando entender como os meus alunos trabalhavam com a interpretação de texto, percebi que eram poucas as resoluções em que havia outra escrita que não o cálculo utilizado para a resolução: eles não marcavam as informações no texto, não reescreviam os dados do enunciado, não tentavam fazer uma tabela ou outro método de resolução que não o da operação que havia sido vista em aula.

Agregando todas essas informações, comecei a me questionar: que relação esses alunos fazem entre a linguagem e a Matemática, especificamente com a resolução de questões de Matemática? Que relações eles fazem com a linguagem escrita e diferentes representações da informação, como tabelas, diagramas, etc.? O professor deve apresentar diferentes maneiras para a resolução de um exercício? Se sim, como isso deve ser feito? Surgiu, então, uma pesquisa.

Neste trabalho abordo questões utilizadas para esta pesquisa, a qual pretende ser continuada nos próximos anos com as turmas onde serei professora titular. No capítulo 2, falarei do suporte teórico utilizado para a análise das resoluções apresentadas pelos alunos. Seguirei, no capítulo 3, apresentando a metodologia utilizada na pesquisa para, no capítulo 4, fazer a análise das resoluções utilizando as teorias explicitadas anteriormente. Concluo com o capítulo 5, fazendo uma reflexão dos pontos abordados na análise.

2. BASE TEÓRICA

Com os meus pensamentos sobre a minha prática docente e o meu interesse sobre pesquisas em Educação Matemática, comecei minha leitura da Teoria dos Campos Conceituais. Esta teoria contribuiu para a minha perspectiva de aprendizagem e para entender algumas situações de sala de aula. Porém, durante a escrita deste trabalho e a análise de algumas das questões resolvidas pelos meus alunos, encontrei a necessidade de falar do contrato didático de Guy Brousseau.

2.1. A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

A Teoria dos Campos Conceituais (TCC) é uma teoria de aprendizagem desenvolvida por Gérard Vergnaud, matemático e psicólogo francês, inspirada na teoria cognitivista de Jean Piaget. Porém, como o próprio Vergnaud caracteriza, relativamente a uma psicologia cognitiva centrada nas estruturas lógicas, como a de Piaget, a teoria dos campos conceituais surge, sobretudo, como uma psicologia dos conceitos (VERGNAUD, 1993). Não é uma teoria de aprendizagem exclusiva para matemática, mas sim, uma teoria que pode ser também utilizada em outras áreas. Na Matemática, os campos como ela é conhecida são os aditivo e multiplicativo, mas podemos ressaltar também os campos das estruturas algébricas e das relações número-espaço.

2.1.1. REPRESENTAÇÃO E INVARIANTES OPERATÓRIOS

Para podermos falar da definição de conceito dada por Vergnaud, temos que falar de representação e invariantes operatórios.

Vergnaud (2009a) afirma que a representação pode ter diversas definições, das quais ele utiliza duas. A primeira é a representação como categorias de pensamento com as quais um indivíduo capta e integra as informações presentes em uma situação. Ou seja, é a passagem do real para o abstrato: como o pensamento recebe, categoriza, integra e interpreta as informações em dada situação.

A segunda vê a representação como o que concerne às relações significantes/significados na linguagem natural e em outros sistemas simbólicos para representar os conhecimentos tidos como verdadeiros, comunicar suas intenções e sustentar seus processos de pensamento. Aqui, a representação é o que sai do pensamento e vai para o real: como representamos (com a escrita, a fala, etc.) aquilo que é, para nós, abstrato.

Vergnaud, antes de falar em conceitos e teoremas, enuncia os conceitos em ação e os teoremas em ação. Os conceitos em ação são os conceitos considerados pertinentes na ação em situação, ou seja, aqueles conceitos que, naturalmente, usamos em alguma situação. Os teoremas em ação são as proposições tidas como verdadeiras na ação em situação (VERGNAUD, 2009a), isto é, são teoremas utilizados na ação que não são enunciados ou provados matematicamente. Note que ambas as definições falam na “ação em situação”, enfatizando que os conceitos e teoremas em ação apenas fazem sentido quando em uma situação que os exige. Estes conceitos e teoremas em ação são chamados de invariantes operatórios.

2.1.2. ESQUEMA

Os invariantes operatórios podem ser encontrados nos esquemas, que são as estruturas evocadas para agir diante de uma situação específica. Vergnaud define:

> Chamemos de “esquema” à organização invariante da conduta para uma dada classe de situações. É nos esquemas que se tem de procurar os conhecimentos-em-acto do sujeito, ou seja, os elementos cognitivos que permitem à acção do sujeito ser operatória (VERGNAUD, 1996, p.157)

Para ilustrar o esquema, tome uma situação hipotética do campo conceitual aditivo. No enunciado de uma questão, lê-se que “João tinha 12 balas e ganhou 8. Com quantas balas ele ficou?”. Um aluno resolve o exercício efetuando 12 mais 8, chegando a conclusão que João ficou com 20 balas no final. Logo após, esse mesmo aluno encontra o seguinte exercício: “João tem 8 balas, ganhou algumas e ficou com 12 no final. Quantas balas João ganhou?à Na resolução deste exercício, ele faz a mesma operação: 8 + 12 = 20. Porém, sabemos que o correto seria 12 menos 8, o que resulta em 4 balas ganhas. Com essa situação quero ilustrar um aluno que utiliza o mesmo esquema de adição em duas classes de situações diferentes, uma de composição e outra de transformação (MAGINA, S. et al., 2001), sendo que em uma delas o esquema não conduz à resposta correta. A pergunta é: por que o mesmo esquema foi utilizado? Que conhecimentos e teoremas em ato estão sendo utilizados nesse esquema?

Note que podemos ter nos esquemas uma ampla fonte de análise do raciocínio utilizado pelo aluno, pois podemos interpretar que conhecimentos/teoremas em ação foram utilizados e de que maneira o foram para compreender que estruturas lógicas estão sendo utilizadas.

2.1.3. CONCEITO E CAMPO CONCEITUAL

Vergnaud (2009a) define o conceito como uma tríade (S, I, L) onde:

- S é o conjunto de situações que dão sentido ao conceito.
- I é conjunto de invariantes operatórios que estruturam as formas de organização da atividade suscetíveis de serem evocados por essas situações (significado).
- L é o conjunto das representações linguísticas e simbólicas (algébrica, gráficas...) que permitem representar os conceitos e suas relações, e, consequentemente, as situações e os esquemas que elas evocam (significante).

De maneira geral, ao conceito concernem as situações em que ele é utilizado, dos invariantes operatórios que organizam os esquemas a serem utilizados nessas situações e das suas representações, bem como das representações de suas relações. Por exemplo, no conceito de fração temos as situações onde as frações são utilizadas (uma receita de bolo); os invariantes operatórios (divisão de números inteiros) e as representações (3/4) de uma fração.

Com essa definição, a TCC nos permite atribuir aos conceitos um significado de natureza educacional, servindo de parâmetro orientador para que a educação escolar não permaneça na dimensão empírica do cotidiano nem se perca no isolamento da ciência pura (PAIZ, 2008).

Define-se, então, um campo conceitual como um conjunto de situações as quais, para as dominarmos, necessitamos de uma variedade de conceitos, de esquemas e de representações simbólicas em estreita conexão e, simultaneamente, é o conjunto de conceitos que contribuem com o domínio dessas situações (VERGNAUD, 2009a).

Sobre os objetivos da TCC, Vergnaud escreve:

> O objetivo da teoria dos campos conceituais é propiciar uma estrutura às pesquisas sobre atividades cognitivas complexas, em especial com referência às aprendizagens científicas e técnicas. (...) Ela também possibilita analisar a relação entre os conceitos enquanto conhecimentos explícitos e as invariantes operatórias implícitas nos comportamentos dos sujeitos em determinada situação, bem como aprofundar a análise das relações entre significados e significantes. (VERGNAUD, 1993, p.1)

Este último é o objeto de estudo deste trabalho e, para este fim, utilizarei também o contrato didático de Guy Brousseau.

2.2. O CONTRATO DIDÁTICO

O contrato didático descrito por Guy Brousseau trata das relações aluno com professor, professor com aluno e de ambos com o conhecimento. Algumas cláusulas desse contrato costumam ser apresentadas explicitamente para a turma, o que em geral acontece na primeira aula do início do ano letivo. Porém, a maioria delas está implícita e em constante mudança: a cada aula elas se renovam ou se alteram, podendo variar entre diferentes conteúdos, dias da semana, entre períodos e, obviamente, entre disciplinas.

Quando falamos nessas cláusulas, as regras de convivência são aquelas a que somos remetidos (não sujar a sala, não riscar a mesa, não desrespeitar o colega, etc.). Estas realmente fazem parte desse contrato, mas não são as únicas. Uma das cláusulas implícitas, por exemplo, é: “um exercício sempre terá uma e única resposta”. Quando apresentamos para uma turma um problema em aberto ou um exercício que possui mais de uma solução, a primeira reação é a surpresa e é nessa desconstrução da ideia inicial que essa cláusula está sendo reformulada.

Na utilização da teoria do contrato didático (D’Amore, 2007a), utilizei duas perspectivas a respeito dos dados do enunciado: na primeira perspectiva, os alunos crêem que tudo que está no enunciado deve ser usado; na segunda, a resolução do exercício necessita das informações do enunciado e aqui retomo a conhecida experiência do “problema do Capitão”[1]. Observe que:

> Diante dos enunciados de problemas, os alunos se (...) acostumaram a não colocar em discussão a legitimidade e a pertinência das perguntas do professor, e isso lhes permite, por outro lado, funcionar de maneira mais econômica, tendo de “maneira natural” confiança no adulto. De acordo com essa lógica, todo problema tem uma solução e, ainda por cima, uma solução ligada aos dados presentes no enunciado. (PERRET-CLERMONT ; SCHUBAUER-LEONI ; TROGNON, 1992 apud D’AMORE, 2007a, p. 105).

Ao analisarmos o resultado final de um exercício, temos de ressaltar a cláusula de delegação formal. Nela destaca-se o papel do sujeito que resolve a questão, que atua até certa parte e, depois, delega o resultado para o algoritmo escolhido ou a calculadora:

> O estudante lê o texto, decide a operação a efetuar e os números com os quais tem que operar; neste ponto dispara então a cláusula de delegação formal: não cabe mais a ele raciocinar e verificar, não considera mais sua responsabilidade pessoal o que se segue. Tanto se fizer os cálculos a mão, e mais ainda se usar a calculadora, instaura-se essa cláusula que desempenha as faculdades racionais, criticas, de controle: o empenho do estudante acabou e agora é o algoritmo, ou melhor, a máquina, que tem que trabalhar para ele. A tarefa sucessiva do estudante será a de transcrever o resultado, qualquer que seja ele e não importa o que ele signifique no contexto problemático do inicio. (D’AMORE, 2007b, p. 15)

Note que está presente aqui o significado relacionado ao pensamento do aluno e a interação deste aluno com a leitura da questão de maneira não abordada

[1] O Problema do Capitão é um exemplo utilizado em pesquisas por Guy Brusseau para mostrar a necessidade dos alunos em utilizar os dados do enunciado. No enunciado do problema são dadas informações sobre a carga de um navio e é perguntada a idade do Capitão. Apesar de os dados não terem relação com a pergunta, os alunos tendem a utilizá-los na resolução. Para maiores detalhes sobre o problema do Capitão, consultar http://cimm.ucr.ac.cr/ocs/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/1457/484.

por Vergnaud. Cabe, então, falarmos de linguagem, significados, significantes e pensamento.

2.3 LINGUAGEM, SIGNIFICADO E SIGNIFICANTES: RELAÇÕES ENTRE ESCRITA, INTERPRETAÇÃO E PENSAMENTO

Antes de falar em relações entre estes entes, cabe a pergunta: o que são os significantes e os significados?

2.3.1 SIGNIFICANTES E SIGNIFICADO

Ao definir conceito como a tríade (S, I, L), Vergnaud explicita os significantes como o conjunto das formas de linguagem que permitem representar simbolicamente o conceito, suas propriedades, as situações e procedimentos de tratamento (VERGNAUD, 1993). Ainda, na Teoria dos Campos Conceituais, a linguagem assume a função de tríplice representação: dos elementos pertinentes da situação, da ação e das relações entre ação e a situação (VERGNAUD, 1996).

Vergnaud define sentido (ou seja, o significado) como uma relação do sujeito com as situações e os significantes. Mais precisamente, os esquemas evocados no sujeito individual por uma situação ou por um significante constituem o sentido desta situação ou deste significante para aquele indivíduo (VERGNAUD, 1993). Por exemplo, ao resolver uma questão de adição, os invariantes operatórios presentes na resolução definem como a adição é concebida para o sujeito que está interagindo com o problema, ou seja, constituem o significado do conceito adição bem como da situação total do problema para o sujeito.

2.3.2. REPRESENTAÇÃO, PENSAMENTO E RELAÇÕES ENTRE SIGNIFICANTE E SIGNIFICADO

> A solução de problemas muito novos é impossível sem a linguagem, sobretudo quando essa solução evoca conceitualizações novas e a transformação de certos elementos em objetos de pensamento bem identificados. A linguagem tem, de antemão, uma função de comunicação, e a aprendizagem Matemática é uma aprendizagem fortemente socializada. Essa função de comunicação, todavia, não pode exercer-se utilmente sem apoiar-se em outra função da linguagem, que é a representação. Em relação com essas duas funções, observa-se uma terceira função da linguagem: o auxílio ao pensamento e à organização da ação.(...) A linguagem e os símbolos matemáticos têm, pois, um papel na conceitualização e na ação. Sem os esquemas e as situações, elas não teriam sentido (VERGNAUD, 1993, p.25-26).

No parágrafo acima, Vergnaud enfatiza a importância da linguagem para a resolução de um exercício, lembrando que a linguagem está estreitamente ligada à representação e, assim, aos esquemas e aos conceitos. Não obstante, o autor afirma que o esquema não organiza somente a conduta observável, mas também o pensamento adjacente, de maneira que o pensamento também pode estar exibido na resolução de um problema (VERGNAUD, 2009a). Assim, na resolução de questões podemos, por vezes, observar relações entre significado e significantes.

Não somente as relações significante/significado estão presentes nos esquemas para a resolução de questões, mas a leitura e a interpretação do enunciado são outras formas de relação entre linguagem, pensamento e significante que são decisivas na resolução de questões. Aqui, temos duas relações a destacar: o erro na interpretação dos dados do enunciado a serem utilizados e o erro da interpretação do cálculo a ser efetuado, o que corresponde a um erro do esquema utilizado. Em que momentos o professor de matemática trabalha com esses tipos de erros? É comum o professor elaborar questões onde há dados que não são utilizados?

Uma pergunta comum que ouvi dos meus alunos, tanto na minha prática profissional quanto no estágio obrigatório da Universidade, foi: “essa conta é de mais ou de menos?” Qual a resposta correta para essa pergunta? Não há uma resposta correta. Essa pergunta exige uma nova pergunta sobre qual é a situação que engloba a questão ou então outra maneira de representação dos dados e da situação descrita: uma tabela, um diagrama, uma frase, etc. Cabe ao professor ter consciência de que a dificuldade na interpretação do enunciado também é uma dificuldade na matemática e que deve ser trabalhada em todas as disciplinas.

Nesta mesma perspectiva, a escrita do enunciado é um fator também a ser considerado pelo professor no momento da formulação de questões, pois a forma de escrita pode inclusive levar o aluno ao erro ao induzi-lo ao uso de um esquema que não o adequado à resolução. Aqui, é importante ressaltar o valor da experiência: o encontro do aluno com diferentes tipos de situações, escritas, enunciados é necessário e fundamental. Deparar-se com o novo exige a adaptação dos esquemas do aluno a um novo esquema para uma nova situação. Nas palavras de Vergnaud,

> Não é possível contornar a questão teórica do papel da experiência, pois é ao longo da experiência que um indivíduo, adulto ou criança encontra a maior parte das situações às quais ele deve se adaptar seja uma experiência cotidiana ou uma experiência profissional (VERGNAUD, 2009, p.13).

3. METODOLOGIA DE PESQUISA

Para a discussão das relações entre significantes e significados deste trabalho, analisarei questões realizadas pelos alunos da turma em que sou professora titular em uma escola de ensino privado de Porto Alegre. A turma é de 5ª série/6° ano e contém, atualmente, 20 alunos, com idade média de 11 anos completos. As questões são de atividades avaliativas realizadas em aula e de materiais de estudos feitos em casa.

As questões utilizadas neste trabalho são relacionadas aos tópicos abordados durante os dois primeiros trimestres de aula do ano de 2011 (março a setembro), que são: números naturais, operações com números naturais, múltiplos, divisores, MMC, MDC e frações. Ainda, seguem o modelo de ħistória matemáticaò[2], isto é, uma situação em que é pedida uma solução para o problema final ou é questionado algum processo intermediário.

Procurei formular questões onde os alunos atendessem dois objetivos principais: trabalhar com a interpretação de texto e com a identificação da operação a ser utilizada. Alguns exercícios utilizados são da forma problemas-processo ou heurísticos, ou seja, são problemas cuja solução envolve operações que não estão contidas no enunciado e que, em geral, não podem ser traduzidos diretamente para a linguagem matemática, nem resolvidos pela aplicação automática de algoritmos, pois exigem do aluno um tempo para pensar e arquitetar um plano de ação, uma estratégia que poderá levá-lo à solução (DANTE, 2007). Outros são de aplicação de uma propriedade ou teorema.

Cabe ressaltar que:

> Ao enfatizar a função pedagógica dos problemas, o conhecimento passa a ser concebido como uma sucessão de adaptações que o aluno realiza sob a influência de situações que ele vivencia na escola e na vida cotidiana. Em cada momento, entram em cena são só conhecimentos anteriores, como também a capacidade de coordenar e adaptar essas informações em face de uma nova situação. (PAIZ, 2008, p.53)

---

[2] Expressão utilizada pelas professoras das séries iniciais da escola onde trabalho, entre outras instituições de ensino.

Para tal, procurei trazer elementos com os quais os alunos não estavam familiarizados (como, por exemplo, o funcionamento de um antibiótico) e tivessem que pensar qual a maneira que usariam para resolver o exercício, seja com um algoritmo, com um novo esquema, usando lógica e expondo-a com uma justificativa escrita, entre outros. Dessa maneira, a conta armada ou justificativa escrita para o resultado obtido sempre foi exigida nos trabalhos, com o objetivo de analisar as estratégias e, em certa medida, o raciocínio utilizado pelo aluno.

Acredito que esse tipo de enunciado também contribui para a prova não ser apenas um momento de verificação do aprendizado, mas também de adquirir conhecimento. Não obstante, acredito que deparar-se com uma situação real abre mais portas para o aluno utilizar a sua experiência cotidiana do que uma situação impossível. O uso da experiência por parte dos meus alunos é e sempre será bem vindo para a resolução de problemas, pois ñé excessivamente simplista opor a matemática da escola à matemática da vida ordinária: muitos resultados mostram que os mesmos esquemas organizam uma e outraò(VERGNAUD, 2009a, p. 27).

As questões utilizadas foram coletadas e digitalizadas durante o ano letivo de 2011. Como a digitalização ocorreu antes do início da pesquisa, em princípio armazenei as questões que traziam algo que eu considerava ñinteressanteò. Utilizando as teorias posteriormente, percebi que o que eu considerava como ñinteressanteò eram questões que mostravam algum método de resolução diferente do que eu pretendia que os alunos utilizassem.

Em função da grande quantidade de questões digitalizadas, selecionei apenas algumas resoluções para apresentar nesse trabalho. Um dos critérios utilizados para essa seleção foi a variedade de esquemas nas resoluções apresentadas pelos alunos. Também utilizei como critério, questões onde a resolução estava correta mas o resultado final não era apropriado à pergunta. As questões nas quais os alunos não apresentaram dificuldade na resolução foram utilizadas para fim de comparação ou foram omitidas por não serem relevantes para a análise.

Para análise, as questões foram divididas pelas seguintes categorias para discussão: análise na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais (uso do esquema e esquema utilizado) e análise sob o olhar do contrato didático (interpretação dos dados do enunciado e interpretação do resultado final). No início de cada questão faço um pequeno comentário sobre como eu esperava que a questão fosse resolvida, para fim de comparação com a resolução do aluno. A análise das questões abordará os seguintes tópicos: campo conceitual que a questão contempla, análise da justificativa dada pelo aluno (com base na Teoria dos Campos Conceituais ou no contrato didático) e, por vezes, reflexões sobre a prática pedagógica.

4. ANÁLISE DAS QUESTÕES

4.1. ANÁLISE NA PERSPECTIVA DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

Nesta análise enfatizarei os usos dos esquemas escolhidos pelos alunos, com o objetivo de analisar os conceitos e teoremas em ato utilizados.

4.1.1. USO INCORRETO DO ESQUEMA

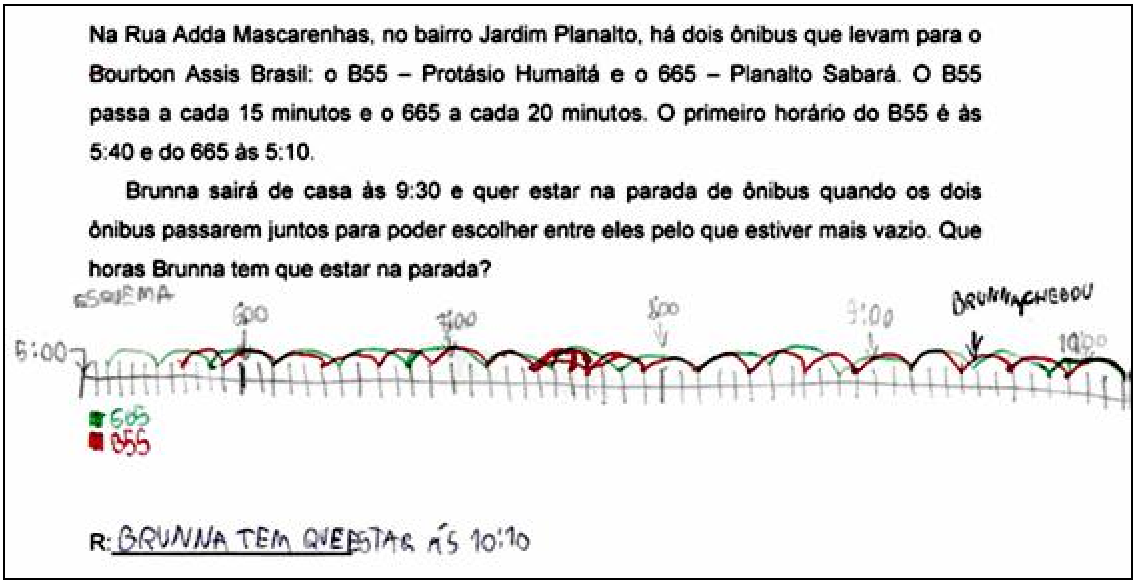
Nesta seção analisarei se os esquemas evocados pelos alunos para resolver a questão foram usados de maneira correta. Acredito que o erro na utilização do esquema deve-se, principalmente, a uma concepção errônea dos conceitos e teoremas em ato presentes neste esquema. Não analisarei se o esquema escolhido para resolver a questão é apropriado.

a) Questão 1

> Na Rua Adda Mascarenhas, no bairro Jardim Planalto, há dois ônibus que levam para o Bourbon Assis Brasil: o B55 ï Protásio Humaitá e o 665 ï Planalto Sabará. O B55 passa a cada 15 minutos e o 665 a cada 20 minutos. O primeiro horário do B55 é às 5:40 e do 665 às 5:10.
>
> Brunna sairá de casa às 9:30 e quer estar na parada de ônibus quando os dois ônibus passarem juntos para poder escolher entre eles pelo que estiver mais vazio. Que horas Brunna tem que estar na parada?

Apresentarei três resoluções distintas para a questão 1, que contempla o campo multiplicativo. Esperava-se, primeiramente que o aluno encontrasse qual é o primeiro horário que os ônibus passam juntos na parada (06h10min). Após, que o aluno verificasse que os ônibus irão se encontrar a cada 60 minutos, utilizando o MMC de 15 e 20. Por fim, visto que Brunna sairá de casa às 09h30min, concluir que ela tem que estar na parada às 10h10min.

O diagrama apresentado nas resoluções foi uma das maneiras utilizadas para trabalhar com as questões em sala de aula. Consistia em fazer uma reta com os horários de um dos ônibus e outra reta com os horários do outro ônibus, assim era possível ver quando os ônibus passavam juntos na parada, que seria na coincidência das marcações das duas retas. Note que cada aluno usou este diagrama de maneira diferente.


Na Rua Adda Mascarenhas, no bairro Jardim Planalto, há dois ônibus que levam para o Bourbon Assis Brasil: o B55 – Protásio Humaitá e o 665 – Planalto Sabará. O B55 passa a cada 15 minutos e o 665 a cada 20 minutos. O primeiro horário do B55 é às 5:40 e do 665 às 5:10.

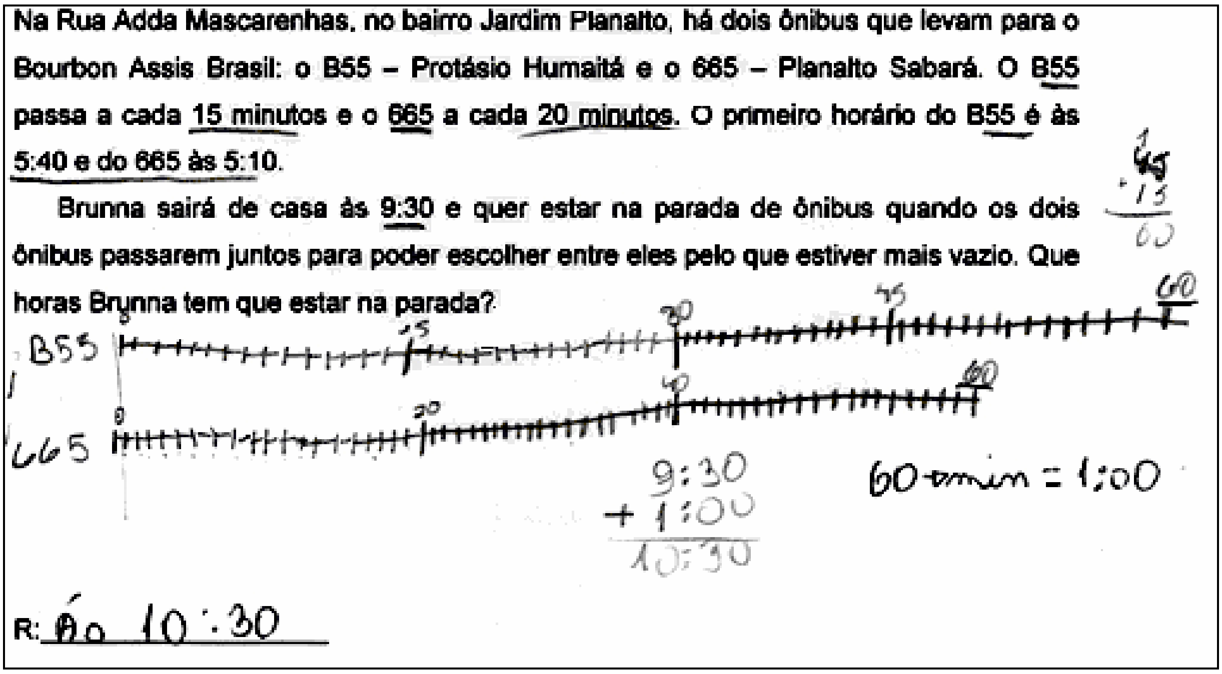
Brunna sairá de casa às 9:30 e quer estar na parada de ônibus quando os dois ônibus passarem juntos para poder escolher entre eles pelo que estiver mais vazio. Que horas Brunna tem que estar na parada?

R: BRUNNA TEM QUE ESTAR ÁS 10:10

Figura 1: Resolução da questão 1 pelo aluno MG.

Observe, primeiramente, que o aluno MG dividiu a reta em horas e, cada hora, dividiu em 12 espaços (ou seja, cada espaço é equivalente a 5 minutos). Assim, com a cor verde, ele representou o andar do ônibus 665 e, com a cor vermelha, o andar do ônibus B55. Sempre que a caneta encostava-se à marcação, representava que o ônibus passaria na parada naquele horário. Assim, no encontro das duas cores no horário, temos uma representação do encontro dos ônibus na parada. Ainda, o aluno marcou o momento em que a personagem sai de casa, de maneira que possa ver quando é o próximo horário após a sua chegada em que os ônibus passarão juntos.

Considero que o aluno realizou um esquema eficiente para a resolução do problema, pois representou de maneira correta a situação com apenas um diagrama. Ainda, ele usou teoremas em ato para o diagrama utilizado, como “Cinco é divisor de 12 e 20, logo as marcações podem ser feitas de 5 em 5”. Mesmo que o aluno não tenha feito o cálculo do MMC, que era o objetivo dessa questão, ele está, implicitamente, trabalhando o conceito de múltiplos e divisores com esse teorema em ato.


Na Rua Adda Mascarenhas, no bairro Jardim Planalto, há dois ônibus que levam para o Bourbon Assis Brasil: o B55 – Protásio Humaitá e o 665 – Planalto Sabará. O B55 passa a cada 15 minutos e o 665 a cada 20 minutos. O primeiro horário do B55 é às 5:40 e do 665 às 5:10.

Brunna sairá de casa às 9:30 e quer estar na parada de ônibus quando os dois ônibus passarem juntos para poder escolher entre eles pelo que estiver mais vazio. Que horas Brunna tem que estar na parada?

R: Ao 10:30

Figura 2: Resolução da questão 1 pelo aluno LJ.

Na resolução do aluno LJ, o esquema foi feito não com o horário de partida de cada ônibus, mas sim com a frequência com que este passava na parada. Assim, o aluno pode encontrar o MMC de 15 e 20, concluindo que eles se encontrariam a cada 60 minutos. O esquema foi utilizado corretamente, mas note que ele não é tão eficiente quanto o do aluno MG, pois, não resolve o exercício por completo, exigindo mais dados para continuar a resolução. Não tendo encontrado a primeira vez que os ônibus passaram juntos, o aluno utilizou erroneamente o dado do enunciado 9h30min.

Com este último, cabe salientar a cláusula do contrato didático sobre uso dos dados do enunciado citada anteriormente: o aluno sabia que deveria utilizar o dado 9h30min e havia a necessidade de mais um dado para fazer a conclusão. Assim, a maneira como a solução é apresentada sugere que o aluno não considerou o contexto do problema e utilizou esse dado onde havia uma informação faltando.

b) Questões 2 e 3

Questão 2: Na eleição do lider da turma 5BH, $^{1}/_{3}$, $^{2}/_{5}$ e $^{7}/_{15}$ dos votos foram para Arthur, Cláudia e Roberto, respectivamente. Sabendo que o vice-lider será quem ficar com o segundo maior número de votos, quem serão o lider e o vice-lider?

Questão 3: Lis e André não tinham nenhum dinheiro no banco, até que receberam a mesma quantia de salário. Porém, até hoje, Lis já gastou $^{3}/_{5}$ do seu salário e André gastou $^{5}/_{7}$ do seu. Atualmente, quem tem a maior quantia no banco?

A seguir, apresento uma resolução para as questões 2 e 3. Ambas as questões envolvem frações (mais especificamente, comparação de frações), de maneira que contemplam o campo multiplicativo. Para a resolução das questões, esperava-se que o aluno comparasse as frações utilizando o método das frações equivalentes com mesmo denominador ou utilizando a representação das frações, apesar deste último não ter sido estimulado visto que, em determinadas situações, o aluno pode incorrer no erro ao não fazer um desenho perfeito.

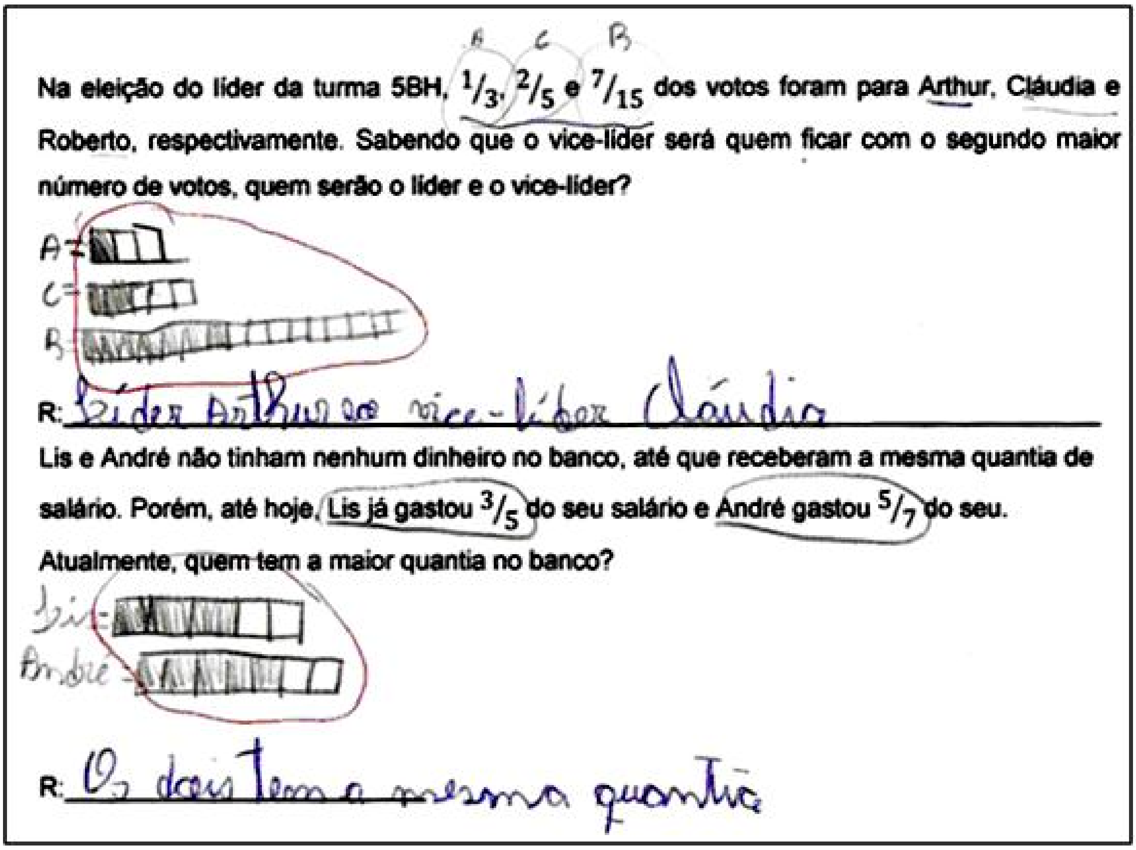


Figura 3: Resolução das questões 2 e 3 pelo aluno LF.

O aluno LF utilizou a representação das frações para realizar a comparação. Contudo, para comparar corretamente as frações, a unidade (retângulo maior) deveria ser do mesmo tamanho para todas as frações, de modo que o aluno pudesse comparar o total de partes pintadas (uma de três, duas de cinco e sete de 15 para as frações 1/3, 2/5 e 7/15 respectivamente).

Com base no desenho errôneo, o aluno deveria concluir que Roberto seria o mais votado por ter a maior área pintada, seguido por Cláudia e Arthur. Porém, a resposta do aluno LF é que Arthur tem a maior fração, seguido por Cláudia e Roberto. Minha hipótese é que o aluno LF comparou quanto faltava para completar o inteiro utilizando o desenho incorreto, utilizando um teorema em ato não verdadeiro[3].

Na segunda questão, as unidades têm quase o mesmo tamanho. Entretanto, as divisões não estão precisas, de maneira que as representações não estão

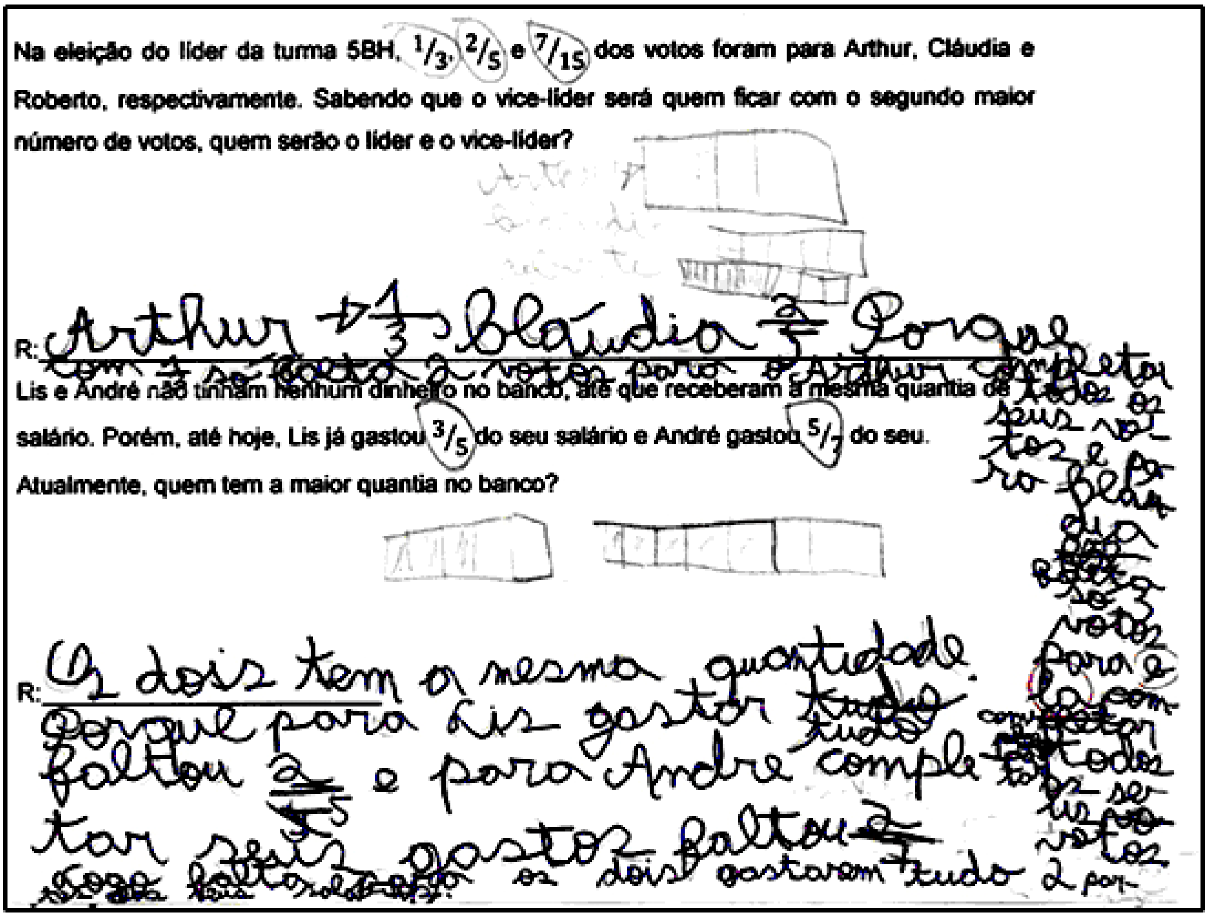
[3] Abordarei novamente esta situação na próxima seção. Aqui, quero abordar o erro na representação das frações.

corretas novamente. A conclusão do aluno LF sobre a mesma quantia gasta corrobora para a minha hipótese do teorema em ato utilizado na questão anterior. Com essa análise, fica claro que o aluno sabe representar uma fração, mas não sabe utilizar essa representação para comparação.

4.1.2. ESCOLHA DE UM ESQUEMA INAPROPRIADO

Vou abordar aqui situações em que o esquema utilizado na resolução não é uma possibilidade de levar o aluno à resposta correta. Não vou analisar se este esquema foi utilizado corretamente.

c) Questões 2 e 3


Na eleição do líder da turma 5BH, $1/3$, $2/5$ e $7/15$ dos votos foram para Arthur, Cláudia e Roberto, respectivamente. Sabendo que o vice-líder será quem ficar com o segundo maior número de votos, quem serão o líder e o vice-líder?

R: Arthur $\frac{1}{3}$ Cláudia $\frac{2}{5}$ Porque com $\frac{1}{3}$ só faltaram 2 votos para o Arthur completar todos os seus votos e para Cláudia faltaram 3 votos para completar todos os seus votos

Lis e André não tinham nenhum dinheiro no banco, até que receberam a mesma quantia de salário. Porém, até hoje, Lis já gastou $3/5$ do seu salário e André gastou $5/7$ do seu. Atualmente, quem tem a maior quantia no banco?

R: Os dois tem a mesma quantidade. Porque para Lis gastar tudo faltou $\frac{2}{5}$ e para André completar seus gastos faltou $\frac{2}{7}$ ... os dois gastaram tudo

Figura 4: Resolução das questões 2 e 3 pelo aluno LR.

Note que o aluno utilizou a mesma forma de resolução para ambas, o que me faz crer que, àquela época, o aluno evocasse o esquema de representar via desenhos as frações para exercícios de comparação de frações. Nesta resolução, relevando a falta de precisão no desenho, observe que a divisão dos inteiros e a parte fracionária pintada da representação das frações 1/3 e 2/5 estão corretas e a conclusão de que 2/5 é maior que 1/3, com base no desenho, também.

Além do desenho, o aluno escreve uma justificativa: ñPorque com 1 só falta dois votos para o Arthur completar todos os seus votos e para Cláudia falta só 3 votos para ela completar todos os seus votosò. Com base nessa justificativa escrita, acredito que o desenho teve pouca ou nenhuma influência na resposta.

Na segunda questão (questão 3), o aluno utilizou a mesma justificativa: ñOs dois tem a mesma quantidade. Porque para Lis gastar tudo faltou 2 e para André completar seus gastos faltou 2. Logo falta para os dois gastarem tudo 2 partes dos seus salários.ò

Minha hipótese é de que o aluno está utilizando o seguinte teorema em ato: ñA maior fração é aquela que falta menos para chegar ao total, ou seja, a que tem a menor diferença entre o numerador e o denominadorò. Na justificativa escrita, o aluno utiliza a noção de quanto falta para o total, que é uma ideia de subtração. Vemos que o aluno utilizou um esquema do campo aditivo para a resolução de um exercício do campo multiplicativo. Com esta conclusão, entendo que o aluno não compreende o conceito de fração como uma divisão ou medida.

d) Questão 4

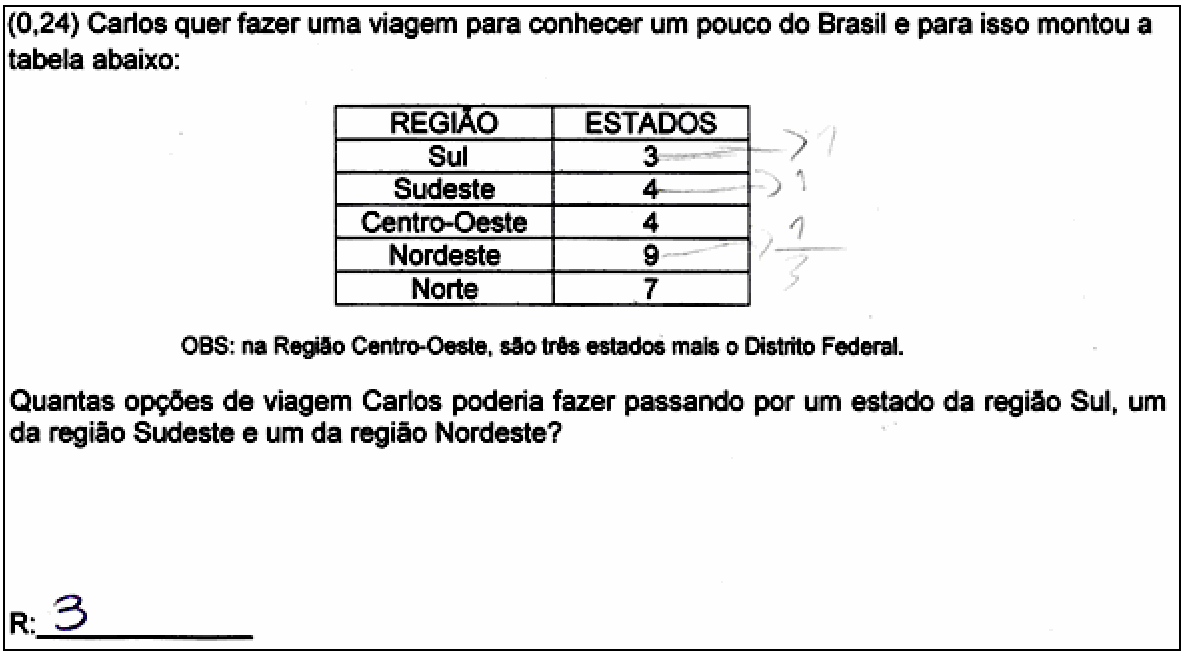
Carlos quer fazer uma viagem para conhecer um pouco do Brasil e para isso montou a tabela abaixo:

REGIÃO	ESTADOS
Sul	3
Sudeste	4
Centro-Oeste	4
Nordeste	9
Norte	7

OBS: na Região Centro-Oeste, são três estados mais o Distrito Federal.

Quantas opções de viagem Carlos poderia fazer passando por um estado da região Sul, um da região Sudeste e um da região Nordeste?

A questão 4 contempla o campo multiplicativo. Mais especificamente, essa questão envolve o princípio fundamental da contagem e pode ser resolvida com a múltiplicação dos valores 3, 4 e 9, resultando em 108 possibilidades.



(0,24) Carlos quer fazer uma viagem para conhecer um pouco do Brasil e para isso montou a tabela abaixo:

REGIÃO	ESTADOS	
Sul	3	1
Sudeste	4	1
Centro-Oeste	4	
Nordeste	9	$\frac{1}{3}$
Norte	7	

OBS: na Região Centro-Oeste, são três estados mais o Distrito Federal.

Quantas opções de viagem Carlos poderia fazer passando por um estado da região Sul, um da região Sudeste e um da região Nordeste?

R: 3

Figura 5: Resolução da questão 4 pelo aluno JK.

Na leitura do enunciado, o aluno JK observou que a questão dependeria das regiões Sul, Sudeste e Nordeste, de maneira que as salientou na tabela. Contudo, a representação do aluno mostra que um estado deve ser escolhido de cada região (o número ñ1ò ao lado da tabela), mas não leva em conta que há 3, 4 e 9 opções de estado para cada uma das regiões. Assim, o aluno JK somou uma unidade relativa a cada região, resultando em três possibilidades no total. Note que foi usado um esquema de adição inadequado para esta questão do campo multiplicativo.

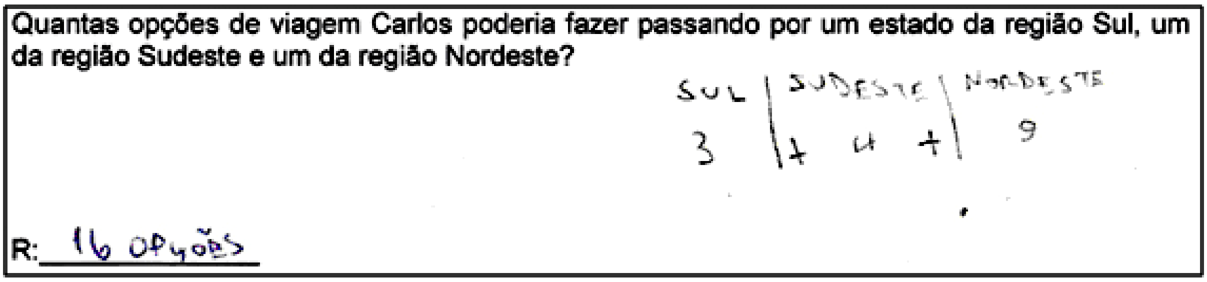


Figura 6: Resolução da questão 4 pelo aluno JM.

Diferentemente do aluno JK, o aluno JM observou as possibilidades que cada região fornece. Contudo, também utilizou um esquema do campo aditivo inadequado no campo multiplicativo. A resolução dos alunos recorrendo a esquemas do campo aditivo traz-me a hipótese de que, para estes alunos, a ideia de combinação/possibilidades é vista como do campo aditivo e não do campo multiplicativo.

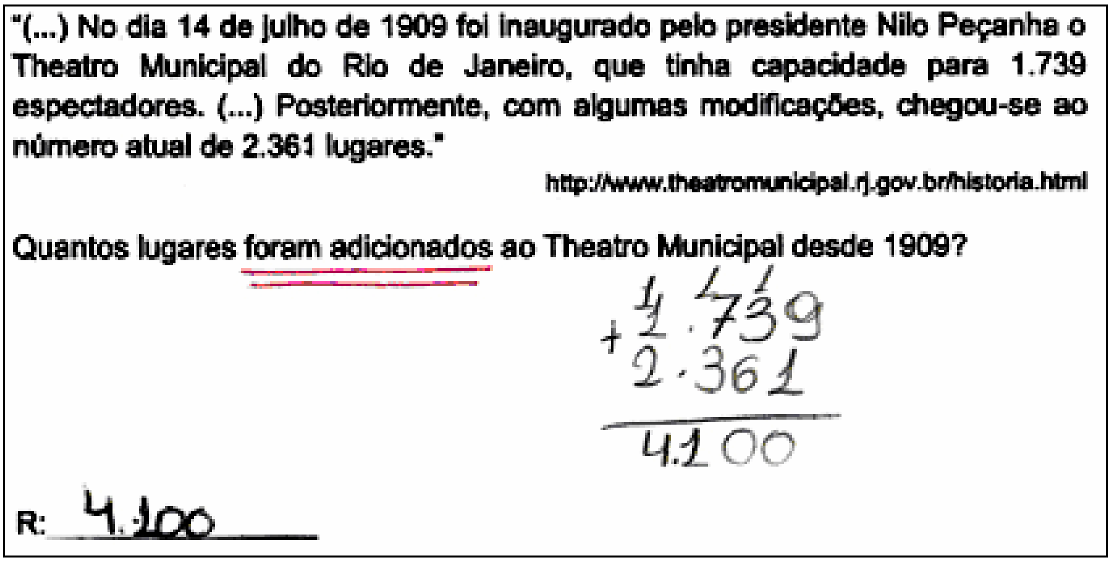
Cabe ressaltar que também trabalhamos em aula a resolução através da utilização do diagrama em árvore, contudo nenhum aluno utilizou esse método para, por exemplo, verificar o resultado.

e) Questão 5

ĩ(...) No dia 14 de julho de 1909 foi inaugurado pelo presidente Nilo Peçanha o Theatro Municipal do Rio de Janeiro, que tinha capacidade para 1.739 espectadores. (...) Posteriormente, com algumas modificações, chegou-se ao número atual de 2.361 lugares.ò

http://www.theatromunicipal.rj.gov.br/historia.html

Quantos lugares foram adicionados ao Theatro Municipal desde 1909?



"(...) No dia 14 de julho de 1909 foi inaugurado pelo presidente Nilo Peçanha o Theatro Municipal do Rio de Janeiro, que tinha capacidade para 1.739 espectadores. (...) Posteriormente, com algumas modificações, chegou-se ao número atual de 2.361 lugares."

http://www.theatromunicipal.rj.gov.br/historia.html

Quantos lugares foram adicionados ao Theatro Municipal desde 1909?

Figura 7: Resolução da questão 5 pelo aluno EM.

Aqui temos uma questão do campo aditivo. No trabalho de Magina (2001) com base na TCC, classificam-se os problemas do campo aditivo em três categorias: composição, transformação e comparação. Aqui temos um exercício de transformação onde temos o valor inicial, uma transformação desconhecida e um valor final. Este tipo de problema é considerado de maior dificuldade do que um problema de composição. Esperava-se que o aluno efetuasse o valor final (2.361) menos o valor inicial (1.739) para obter o valor correspondente a transformação de soma (622).

Note que os dados foram retirados corretamente do enunciado, porém a operação utilizada não é a correta: o aluno efetuou uma adição ao invés da subtração. Trouxe essa questão para este trabalho a fim de trazer outra discussão: a utilização da adição para a resolução deste exercício pode estar associada à escrita do enunciado onde se lê “adicionados”? Acredito que sim. O enunciado deve ser considerado tanto quanto a forma de escrita, quanto aos dados nele presentes e trarei essa questão na seção seguinte.

4.2. ANALISANDO AS QUESTÕES SOB O OLHAR DO CONTRATO DIDÁTICO

Analisarei questões sob a perspectiva do contrato didático principalmente ao que concerne a interpretação de dados e interpretação do resultado final. Contudo, em algumas situações, farei conexões com a Teoria dos Campos Conceituais.

4.2.1. INTERPRETAÇÃO DOS DADOS DO ENUNCIADO

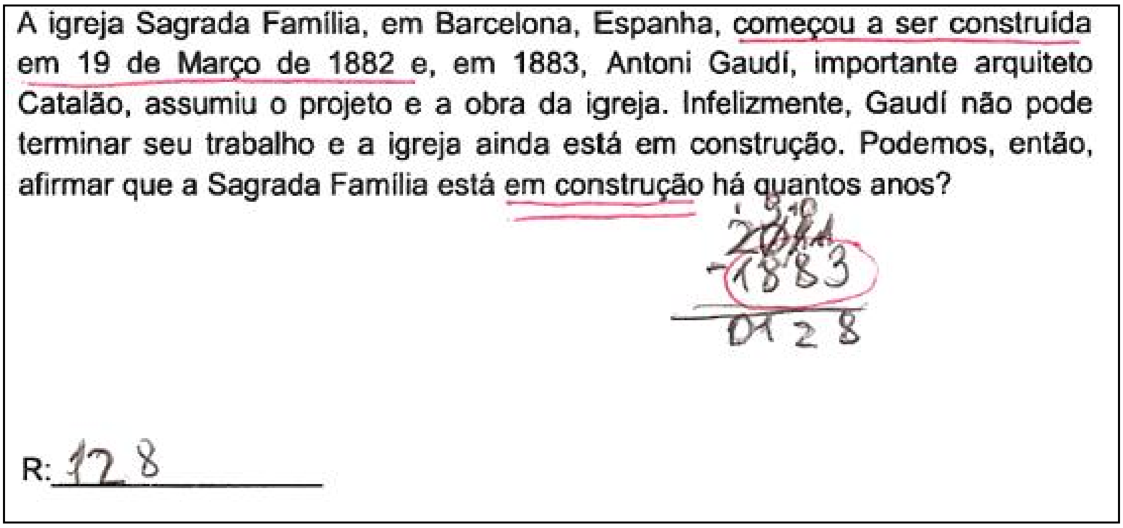
Aqui analisarei quais dados foram retirados do enunciado, ou seja, a interpretação das informações disponíveis no texto inicial da questão. Mesmo sendo essa uma seção pensada sob a influência do contrato didático, cabe ressaltar que:

> Segundo Vergnaud, analisando criticamente a dificuldade dos estudantes em relação às tarefas de Matemática, por exemplo, de crianças diante de problemas de Aritmética, é em termos de *esquemas* que se necessita analisar a escolha tanto dos dados para usar, como das operações, principalmente quando existem outras escolhas possíveis. Mesmo os procedimentos heurísticos não seriam outra coisa além de esquemas. (D’AMORE, 2007a, p. 208)

Para tal análise, elaborei as questões 5 e 6, onde havia no enunciado mais informações do que o necessário para a resolução e o aluno deveria escolher quais deveriam ser usadas. Ambas as questões são do campo aditivo.

f) Questão 6

A igreja Sagrada Família, em Barcelona, Espanha, começou a ser construída em 19 de Março de 1882 e, em 1883, Antoni Gaudí, importante arquiteto Catalão, assumiu o projeto e a obra da igreja. Infelizmente, Gaudí não pode terminar seu trabalho e a igreja ainda está em construção.   Podemos, então, afirmar que a Sagrada Família está em construção há quantos anos?


A igreja Sagrada Família, em Barcelona, Espanha, começou a ser construída em 19 de Março de 1882 e, em 1883, Antoni Gaudí, importante arquiteto Catalão, assumiu o projeto e a obra da igreja. Infelizmente, Gaudí não pode terminar seu trabalho e a igreja ainda está em construção. Podemos, então, afirmar que a Sagrada Família está em construção há quantos anos?

$$\begin{array}{r} 2011 \\ -1883 \\ \hline 0128 \end{array}$$

R: 128

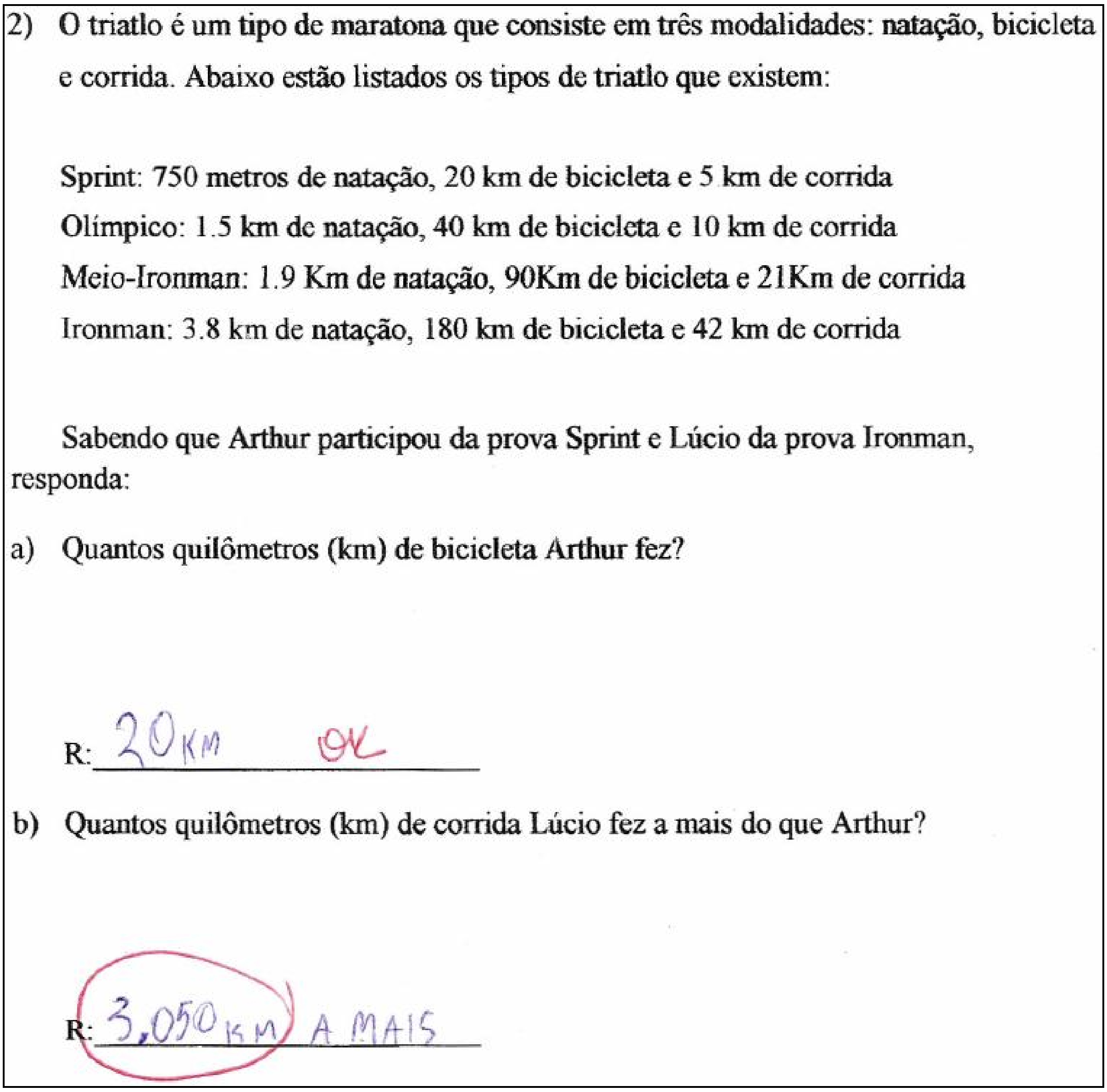
Figura 8: Resolução da questão 6 pelo aluno BB.

A questão 6 contempla o campo aditivo. A pergunta da questão é sobre há quantos anos a igreja Sagrada Família está em construção. Assim, era esperado que os alunos efetuassem 2011 (ano atual) menos 1882 (ano de início da construção). Cabe ressaltar que esta questão foi utilizada em um trabalho avaliativo realizado após a data de aniversário do início da construção da igreja (19 de março, explicitada no enunciado do exercício).

Observe que o erro está na retirada da informação do enunciado, onde foi escolhida erroneamente a informação, mas a operação foi realizada corretamente. Frente à ruptura da regra implícita no contrato didático que diz que ñtodos os dados do enunciado serão utilizadosò o aluno pode ter feito uma escolha aleatória, dada a dificuldade de interpretação dos dados ou da pergunta. Aqui, penso quantos alunos utilizam os dados corretos também por uma escolha aleatória e levam o professor a crer que o aluno tem conhecimento da sua escolha. Este fato ressalta a importância de questionarmos nossos alunos sobre o processo de resolução, não apenas observando o resultado final.

g) Questão 7

> O triatlo é um tipo de maratona que consiste em três modalidades: natação, bicicleta e corrida. Abaixo estão listados os tipos de triatlo que existem:
>
> Sprint: 750 metros de natação, 20 km de bicicleta e 5 km de corrida
>
> Olímpico: 1.5 km de natação, 40 km de bicicleta e 10 km de corrida
>
> Meio-Ironman: 1.9 Km de natação, 90Km de bicicleta e 21Km de corrida
>
> Ironman: 3.8 km de natação, 180 km de bicicleta e 42 km de corrida
>
> Sabendo que Arthur participou da prova Sprint e Lúcio da prova Ironman, responda:
>
> a) Quantos quilômetros (km) de bicicleta Arthur fez?
>
> b) Quantos quilômetros (km) de corrida Lúcio fez a mais do que Arthur?


2) O triatlo é um tipo de maratona que consiste em três modalidades: natação, bicicleta e corrida. Abaixo estão listados os tipos de triatlo que existem:

Sprint: 750 metros de natação, 20 km de bicicleta e 5 km de corrida
Olímpico: 1.5 km de natação, 40 km de bicicleta e 10 km de corrida
Meio-Ironman: 1.9 Km de natação, 90Km de bicicleta e 21Km de corrida
Ironman: 3.8 km de natação, 180 km de bicicleta e 42 km de corrida

Sabendo que Arthur participou da prova Sprint e Lúcio da prova Ironman, responda:

a) Quantos quilômetros (km) de bicicleta Arthur fez?

R: 20KM OK

b) Quantos quilômetros (km) de corrida Lúcio fez a mais do que Arthur?

R: 3,050KM A MAIS

Figura 9: Resolução da questão 7 pelo aluno AV.

Observe a letra (b). Neste item, esperava-se que o aluno diminuísse 5km (total da corrida realizada por Arthur) de 42km (total da corrida realizada por Lúcio), resultando em 37km de diferença entre os dois atletas.

Note que o aluno encontrou que Lúcio fez 3.050km a mais de corrida do que Arthur. Como o cálculo não está apresentado, dado o resultado obtido, acredito que o aluno realizou 3,8km menos 750m (dados da prova de natação e não de corrida).

Se analisarmos o resultado obtido pelo aluno, concluímos que é impossível um ser humano realizar tal corrida. Neste caso, questionei o aluno sobre o resultado obtido e ele riu, dizendo que apenas o Incrível Hulk poderia fazer tal corrida, percebendo que o seu resultado era absurdo. O aluno afirmou que, por falta de atenção, ele olhou os dados errados no enunciado.

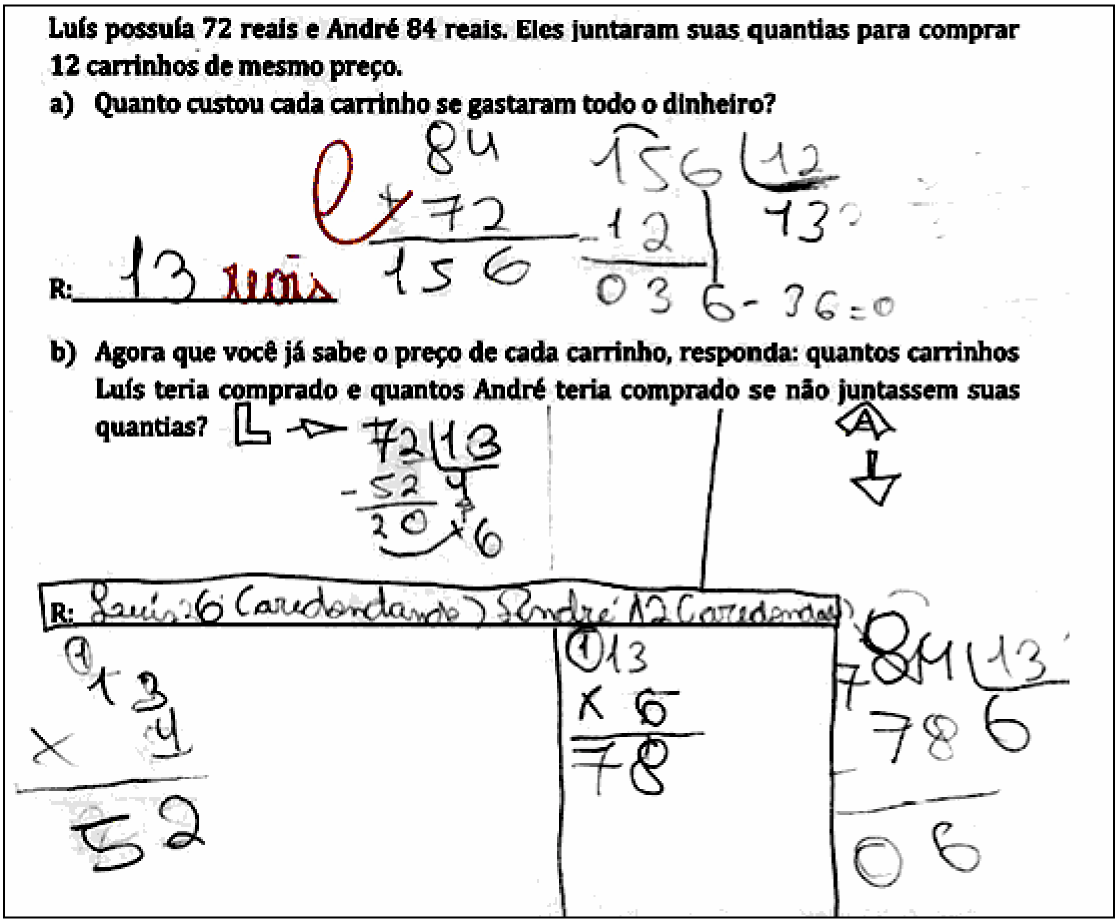
Observe que o aluno tem consciência de que o resultado obtido é absurdo. Penso, então, que, se ele tivesse analisado a resposta obtida teria tido a mesma reação de quando o questionei sobre o resultado e, talvez, procurasse outra maneira de efetuar a resolução. Este é um caso da utilização da cláusula de delegação formal, onde, tendo escolhida a operação a efetuar, o aluno não se questiona sobre o significado do resultado final obtido. Este assunto será abordado na seção seguinte.

4.2.2. INTERPRETAÇÃO DO RESULTADO FINAL

Nesta seção abordarei casos em que a análise do resultado final foi realizada de maneira incorreta ou não foi feita. Aparecerão alguns casos da utilização da cláusula de delegação formal, ou seja, onde após o momento da escolha do esquema, a pergunta foi deixada de lado e o resultado final não condiz com a pergunta da questão.

h) Questão 8

> Luís possuía 72 reais e André 84 reais. Eles juntaram suas quantias para comprar 12 carrinhos de mesmo preço.
>
> a) Quanto custou cada carrinho se gastaram todo o dinheiro?
>
> b) Agora que você já sabe o preço de cada carrinho, responda: quantos carrinhos Luís teria comprado e quantos André teria comprado se não juntassem suas quantias?



Luís possuía 72 reais e André 84 reais. Eles juntaram suas quantias para comprar 12 carrinhos de mesmo preço.

a) Quanto custou cada carrinho se gastaram todo o dinheiro?

R: 13 reais

b) Agora que você já sabe o preço de cada carrinho, responda: quantos carrinhos Luís teria comprado e quantos André teria comprado se não juntassem suas quantias?

R:

Figura 10: Resolução da questão 8 pelo aluno LP.

A questão 8 se encontra no campo multiplicativo. Para sua resolução, era esperado que, na letra (a), o aluno somasse as duas quantias (72 e 84 reais, resultando em 156 reais) e, logo após, efetuasse a divisão de 156 pela quantidade de carrinhos (12), que resulta em 13 reais por cada carro. Na letra (b), esperava-se que, para encontrar quantos carrinhos Luís compraria, o aluno fizesse 72 (total de dinheiro que Luís possuía) divido por 13 (preço de cara carro). Essa divisão não é exata (quociente 5 e resto 7), assim, conclui-se que Luís poderia comprar 5 carrinhos e sobraria 7 reais. Analogamente para André, que poderia comprar 6 carrinhos e sobraria 6 reais.

Note que o aluno LP efetuou o cálculo esperado nas duas perguntas e os dados do enunciado utilizados são os corretos. Porém, ele arredondou o resultado final na pergunta (b) para um número natural maior (6, ao invés de 5). Observe que o aluno fez a operação 13 vezes 6 e encontrou um resultado maior que 72, de maneira que 72 reais não seriam suficientes para comprar 6 carrinhos, como encontrado no cálculo citado anteriormente.

Aqui houve um rompimento da cláusula de delegação formal: o aluno interpretou o resultado obtido. Porém, com a interpretação errônea, acredito que para ele não está claro o significado do quociente e do resto na divisão. Ainda, o aluno pode estar em conflito entre a situação dessa questão com a situação da questão 9, onde o resto significa mais uma unidade no quociente.

i) Questão 9

> Os antibióticos são medicamentos usados para tratamento de infecções bacterianas. Em geral, seu uso é continuo, ou seja, é feito um tratamento com dosagem específica durante alguns dias. O primeiro antibiótico desenvolvido foi a penicilina, e hoje em dia existem antibióticos potentes contra diversos tipos de doenças. O uso indiscriminado de antibióticos pode ser prejudicial à saúde, pois favorece o desenvolvimento de microorganismos resistentes a outros remédios, o que chamamos de resistência bacteriana.
>
> Adaptado de http://www.tuasaude.com/antibiotico/
>
> Suponha que um paciente começou a tomar um antibiótico hoje e que o medicamento deve ser ingerido três vezes ao dia, com um espaço de tempo igual entre um comprimido e outro, até o fim da cartela.
>
> a) O remédio deve ser consumido de quantas em quantas horas?
> b) Sabendo que a cartela tem 10 comprimidos, o tratamento durará quantos dias?

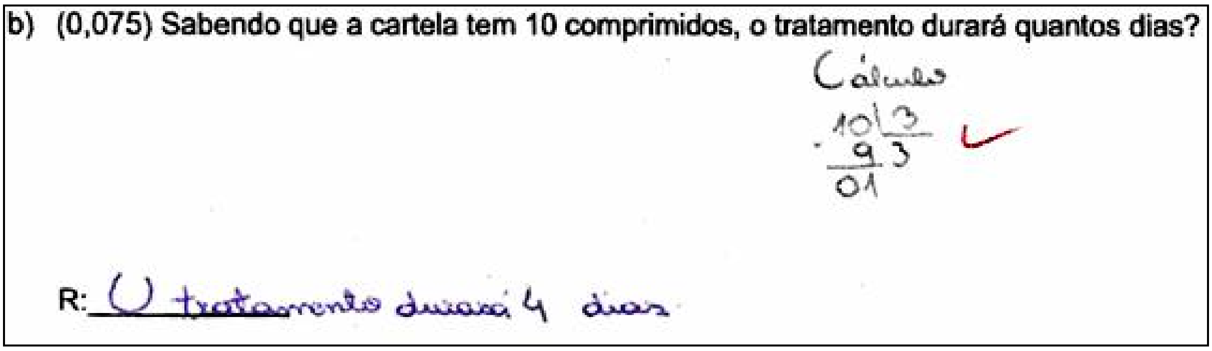
Vamos observar a questão 9 que também contempla o Campo Multiplicativo. Analisarei uma resolução para os itens (a) e (b) e quatro resoluções para apenas o item (b) desta questão[4].

[4] Visto que os alunos MG, LF e GM não tiveram dificuldade na resolução do item (a) da questão, omiti a resolução deste item.

O texto inicial explica brevemente o que é e como funciona um antibiótico, enfatizando que o paciente deve tomar todos os comprimidos para um tratamento efetivo sem riscos.

Na letra (a), esperava-se que o aluno, vendo que o remédio deve ser tomado três vezes ao dia, dividisse o total de horas do dia (24) por 3, resultando que o remédio deveria ser tomado a cada 8 horas.

Na letra (b), sabendo que a cartela tem 10 comprimidos e que todos os comprimidos devem ser tomados, esperava-se que o aluno identificasse que, tomando 3 comprimidos por dia, o paciente tomaria o remédio durante 3 dias completos (que resulta em 9 comprimidos) e precisaria de mais um dia para o último comprimido, resultando em 4 dias. Tal análise poderia ser obtida também ao efetuarmos a divisão de 10 por 3, que resulta em quociente 3 e resto 1, isto é, 3 dias e mais um comprimido, logo, 4 dias.


b) (0,075) Sabendo que a cartela tem 10 comprimidos, o tratamento durará quantos dias?

Cálculo

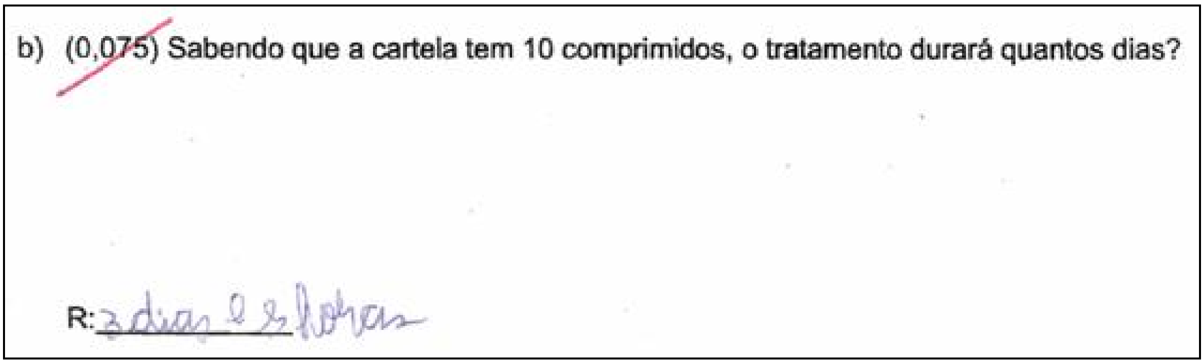
$$\begin{array}{r|l} 10 & 3 \\ -9 & 3 \\ \hline 01 & \end{array}$$

R: O tratamento durará 4 dias

Figura 11: Resolução do item (b) da questão 9 pelo aluno GM.

Observe que o aluno GM efetuou corretamente a operação de divisão. Ao observar que a divisão é inexata, o aluno interpretou que o resto 1 (de maneira geral, o resto diferente de zero) significa o acréscimo de uma unidade no quociente, que representa o número de dias do tratamento.

Por acompanhar o aluno GM e seu interesse nesse tipo de questão, posso afirmar que o seu pensamento foi o descrito acima. Contudo, em relação a outros alunos que responderam corretamente esta questão, pergunto-me se, caso o resto fosse 2, fariam a mesma interpretação e somariam uma unidade ao quociente ou se somariam duas unidades.


b) (0,075) Sabendo que a cartela tem 10 comprimidos, o tratamento durará quantos dias?

R: 3 dias e 8 horas

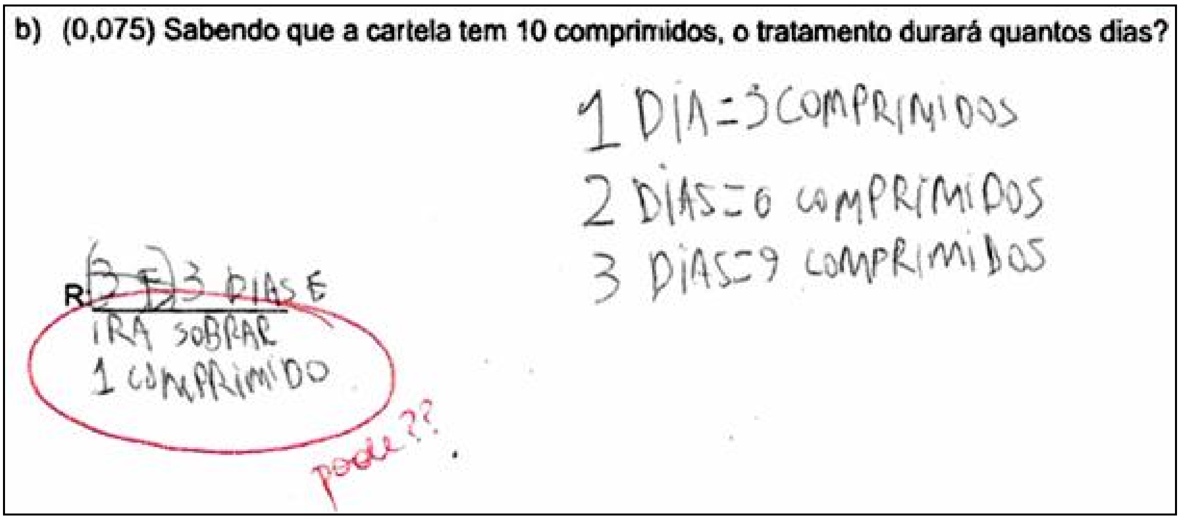
Figura 12: Resolução do item (b) da questão 9 pelo aluno MG.

A resposta do aluno MG foi ñ3 dias e 8 horasò. Como este aluno não apresentou cálculo, penso que ele pode ter feito duas interpretações:

> Possibilidade 1: utilizando a resposta da letra (a) que dizia que o remédio deveria ser consumido a cada 8 horas, o aluno MG fez a divisão de 10 por 3 e o resto 1 ele identificou como 8 horas.
>
> Possibilidade 2: como deviam ser tomados 3 comprimidos por dia, o aluno MG pode ter somado 3 + 3 + 3 que resulta em 9 comprimidos tomados em 3 dias. Como ainda resta um comprimido a tomar, utilizando a letra (a) o aluno MG interpretou que seriam necessárias mais 8 horas para tomar o próximo comprimido[5].

Em ambas as possibilidades, o aluno não apresentou a resposta segundo a minha expectativa em quantidade de dias, como pedido no enunciado da questão.

[5] Note que esse é um esquema do campo aditivo que pode ser usado no campo multiplicativo, pois usa a ideia de multiplicação como soma de parcelas iguais.


b) (0,075) Sabendo que a cartela tem 10 comprimidos, o tratamento durará quantos dias?

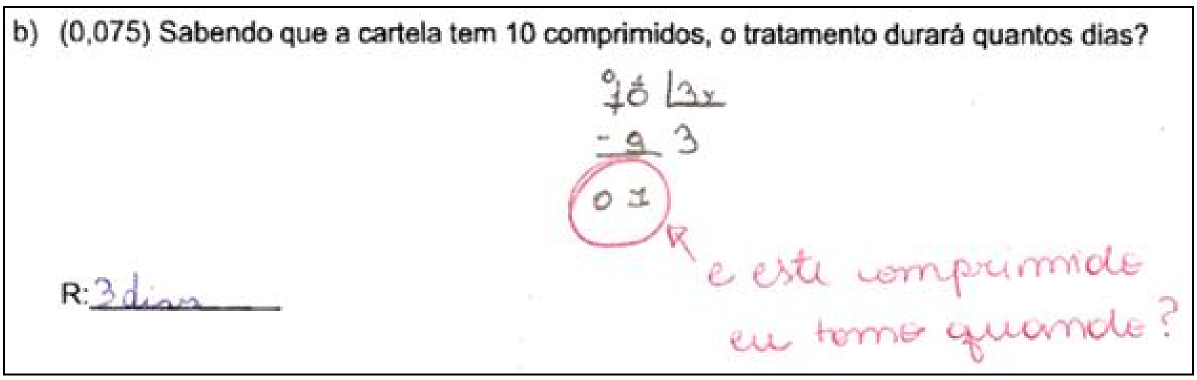
1 DIA = 3 COMPRIMIDOS
2 DIAS = 6 COMPRIMIDOS
3 DIAS = 9 COMPRIMIDOS

R: ~~3 E~~ 3 DIAS E IRA SOBRAR 1 COMPRIMIDO

pode??

Figura 13: Resolução do item (b) da questão 9 pelo aluno LF.

Acho a resolução da questão feita pelo aluno LF interessante por ele ter usado a ideia de proporcionalidade, que não foi discutida em aula. Observe que o aluno LF percebe que não chegou à quantidade de comprimidos que está descrita no enunciado. Entretanto, ele não leva em consideração o enunciado da questão que diz que não podem sobrar comprimidos. Interpreto esta resolução como um tipo de utilização da cláusula de delegação formal: o aluno LF resolveu a questão, notou que faltava uma unidade para completar o dado do enunciado, mas não levou em consideração o contexto da questão, fornecendo uma resposta incorreta.


b) (0,075) Sabendo que a cartela tem 10 comprimidos, o tratamento durará quantos dias?

10 | 3x
-9   3
0 1

R

e este comprimido eu tomo quando?

R: 3 dias

Figura 14: Resolução do item (b) da questão 9 pelo aluno BB.

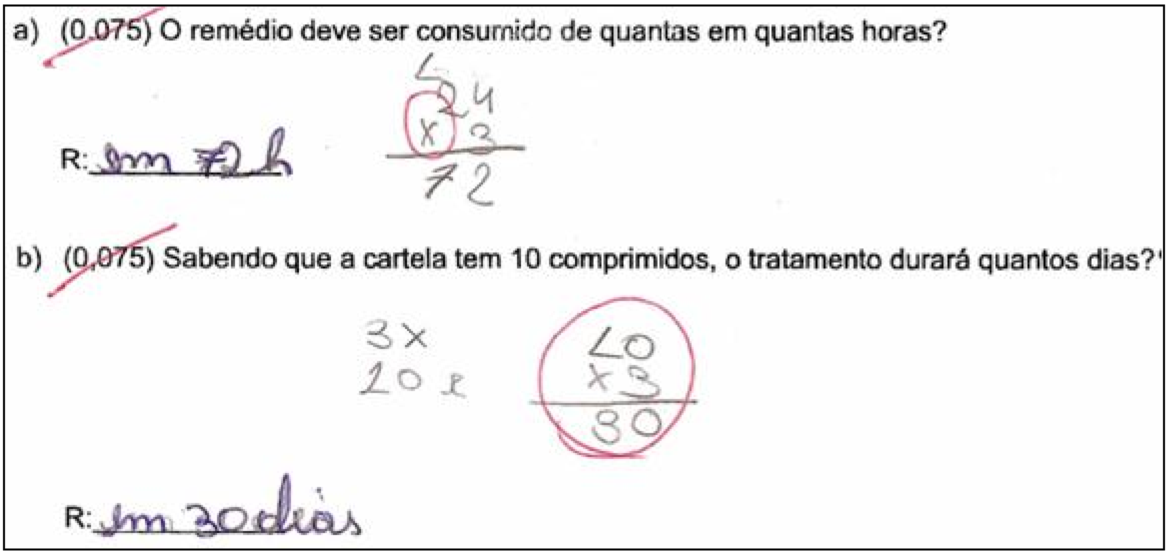


Figura 15: Resolução da questão 9 pelo aluno EN.

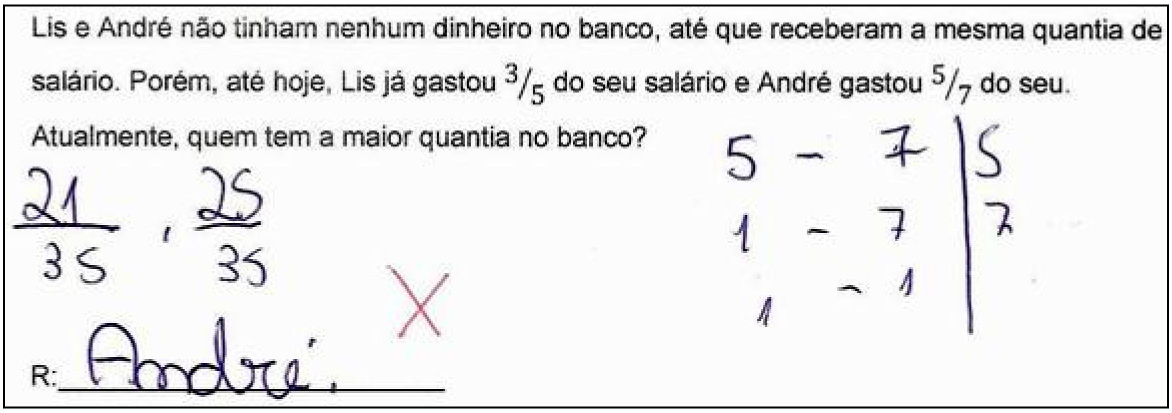
As duas resoluções acima são casos explícitos da utilização da cláusula de delegação formal.

Observe que o aluno BB utiliza o algoritmo da divisão corretamente e ignora o resto da divisão, não levando em consideração o contexto e sentido da questão. Com isso, concluo que para este aluno os significados do quociente e do resto da divisão não estão claros ou não precisam ser considerados.

A resolução do aluno EN apresenta um erro de utilização do esquema: o aluno utilizou uma multiplicação ao invés de divisão. Contudo, quero enfatizar o resultado obtido e por isso optei por abordar esse caso nesta seção. Observe que o aluno EN não percebe que o resultado por ele obtido é absurdo frente ao enunciado da questão, que diz que são tomados três comprimidos por dia. O aluno EN obtém na letra (a) que os comprimidos devem ser tomados a cada 72 horas, que é uma quantidade maior de horas do que há em um dia.

j) Questão 3

Nesta resolução, vemos outro caso da utilização da cláusula de delegação formal.



Lis e André não tinham nenhum dinheiro no banco, até que receberam a mesma quantia de salário. Porém, até hoje, Lis já gastou $^3/_5$ do seu salário e André gastou $^5/_7$ do seu. Atualmente, quem tem a maior quantia no banco?

$\frac{21}{35}, \frac{25}{35}$

$$\begin{array}{cc|c} 5 & - \ 7 & 5 \\ 1 & - \ 7 & 7 \\ 1 & - \ 1 & \end{array}$$

R: André.

Figura 16: Resolução da questão 3 pelo aluno RF.

Por tratar de frações, a questão 3 contempla o campo multiplicativo e o método de resolução esperado foi falado anterioremente na seção (4.3.2).

Note que o aluno RF utilizou o método do denominador comum para comparar frações efetuando o mínimo múltiplo comum (MMC) dos denominadores da questão. Ainda, escreveu corretamente as frações equivalentes, o que me leva a crer que o esquema de resolução esta correto. Contudo, o aluno RF chega no resultado errado ao dizer que André, que tem a maior fração representando o gasto, é o que tem mais dinheiro na conta. Aqui, o sentido da pergunta foi esquecido e apenas o resultado obtido foi considerado.

5. REFLEXÕES FINAIS E PERSPECTIVAS

Este trabalho não tem a pretensão de dar respostas e esgotar a discussão sobre as relações significado, significante, linguagem e pensamento. Como visto anteriormente, minhas leituras e observações nessa área são ainda introdutórias e pretendo seguir nesse caminho de pesquisa com o objetivo sempre de, através da pesquisa da aprendizagem, proporcionar discussões e, por fim, a melhora do ensino de Matemática. Após a análise, gostaria de aqui salientar alguns pontos discutidos durante o trabalho.

Visto que meu trabalho surgiu concomitantemente com a minha prática, a maioria das questões não foram criadas com o objetivo de análise. Contudo, em algumas situações, conseguimos identificar a forma de uso e a escolha do esquema utilizado. Portanto, afirmo que a análise da resolução por parte dos alunos é, por vezes, uma boa estratégia para entender as dificuldades perante um conteúdo ou um conceito específico. Cabe salientar que acredito que questionar os alunos sobre o método de resolução, assim como utilizar questões que peçam a justificativa escrita, colaboram para a organização do pensamento e para a identificação de teoremas e conceitos em ato. Pretendo utilizar esses métodos com os meus alunos, prosseguindo com a pesquisa iniciada com esse trabalho e aprofundar o estudo nas teorias dos Campos Conceituais e do contrato didático.

Ainda, sob o olhar da TCC, afirmo que não existe apenas um esquema que pode ser utilizado em uma determinada situação. Existem vários esquemas que utilizam diferentes teoremas e conceitos em ato que resolvem um mesmo exercício, sendo alguns mais eficientes que outros na medida em que tomam menos tempo para a resolução, exigem menos trabalho braçal ou mobilizam estruturas mais gerais. Nessa perspectiva, quero enfatizar a importância de trabalharmos com nossos alunos diferentes modos de resolução de um mesmo exercício, para que o aluno sempre tenha mais de uma opção para conferir um resultado. Ainda, o professor deve estar disposto a validar os métodos corretos utilizados pelos alunos, que, por vezes, são mais eficientes do que os criados pelo próprio professor. Da mesma forma, também deve validar os métodos que, eventualmente, não são os mais elegantes ou eficientes, mas que propiciam que o aluno compreenda os conceitos e processos envolvidos na resolução das questões.

Mais de uma maneira de resolução também é uma forma de desenvolver o raciocínio matemático, visto que o aluno teria que fazer um julgamento diante da situação para escolher o método conveniente. Essa prática também incentiva o aluno trabalhar com autonomia, um dos objetivos do Ensino Fundamental. Ainda, diferentes situações colaboram para o rompimento de cláusulas implícitas do contrato didático que, por vezes, atrapalham os nossos alunos. Mostrando diferentes situações o aluno está em constante reflexão sobre a sua relação com o discente e o conhecimento, bem como o contrato didático está sempre no modo de devir.

É necessário também salientar o papel da escrita, tanto por parte dos alunos quanto do professor. Quando falo em escrita, falo da relação escrita e interpretação, que também deve ser trabalhada pelo professor de Matemática. Temos que ter consciência de que a forma como escrevemos um enunciado pode ser um fator de dificuldade para a resolução de um exercício. Ainda, temos que salientar a atenção na leitura do enunciado e sempre questionarmos nossos alunos quanto ao significado deste, analisando os componentes matemáticos (incógnitas, algoritmos, etc.) dentro do contexto da questão. Dentro da perspectiva do aluno que queremos que saia da escola, não basta alguém que saiba resolver contas: precisamos de pessoas críticas e pensantes.

Por fim, uma última análise que encerra com uma pergunta. Neste trabalho, mostrei diversos aspectos relacionados a resolução de um exercício: interpretação do enunciado, escolha de um esquema, retirada dos dados do enunciado, realização correta do esquema e análise do resultado final. Questiono, então: dois alunos que erram uma questão por diferentes motivos (por exemplo, um por escolher os dados errados do enunciado e o outro por utilizar um esquema inapropriado) podem ser avaliados da mesma maneira? Acredito que essa é uma pergunta essencial para o ensino e pretendo abordá-la na continuidade da minha pesquisa.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BITTAR, M. e MUNIZ, C. A. (organizadores). **A aprendizagem matemática na perspectiva da teoria dos campos conceituais.** 1. Ed. Curitiba: Editora CRV, 2009.

DôAMORE, Bruno. **Elementos da didática matemática**. Tradução de Maria Cristina Bonomi. São Paulo: Livraria da Física, 2007a.

______________. **Epistemologia, Didática da Matemática e Práticas de Ensino**. Bolema. Boletim de Educação Matemática. Vol. 20, n° 28, 1179 - 205, 2007b.

DANTE, Luiz Roberto. **Didática Da Resolução De Problemas De Matemática.** 12ª edição. São Paulo: Ática. 2007

MAGINA, S. et al. **Repensando adição, subtração: contribuições da teoria dos campos conceituais.** 2. ed. São Paulo: PROEM, 2001.

PAIZ, Luiz Carlos. **Didática Matemática; uma análise da influência francesa** ï 2. ed. 2. Coleção Tendências em Educação Matemática, 3. Reimp. ï Belo Horizonte: Autêntica, 2008. 128 p.

VERGNAUD, Gérard. Teoria dos Campos Conceituais. In: 1° SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DO RIO DE JANEIRO. **Anais do 1° Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro**. Rio de Janeiro: UFRJ, 1993, p. 1 ï 26.

___________. A teoria dos campos conceituais. In: BRUN, Jean. **Didáctica das matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 155 ï 191

___________. O que é aprender? In: BITTAR, Marilena; MUNIZ, Cristiano Alberto (organizadores). **A Aprendizagem matemática na perspectiva da teoria dos campos conceituais**. ï 1. ed. ï Curitiba: Editora CRV, 2009a, p. 13 ï 35.

___________. **A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar** / Gérard Vergnaud: tradução Maria Lucia Faria Moro; revisão técnica Maria Tereza Carneiro Soares. ï Curitiba: Ed. da UFPR, 2009b.

APÊNDICES

Apêndice A ï Autorização da escola para análise do material utilizado com os alunos.

Ilma Sra. Carla Quadros

Diretora do Colégio João Paulo I

Solicito sua autorização para que a Acadêmica BRUNNA STOCK, do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul desenvolva seu trabalho de conclusão na Instituição de Ensino Colégio João Paulo I, durante o ano de 2011.

O trabalho resultante do estudo desenvolvido por Brunna deve resultar em material didático de qualidade que possa ser utilizado por outros estudantes e professores de Matemática.

Neste sentido, torna-se extremamente importante proceder à coleta de dados para futuras análises e obtenção de resultados relacionados com a aprendizagem em Matemática.

Dessa forma, nessa oportunidade, estamos solicitando sua autorização para a realização da coleta de dados mencionada.

Para manifestação de sua concordância, é suficiente sua declaração e assinatura nesse documento.

Ao seu dispor para quaisquer esclarecimentos, envio cordiais saudações.

Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso

Instituto de Matemática - UFRGS

Autorizado

Porto Alegre, 09 de novembro de 2011.

Colégio
JoãoPauloI
www.joaopaulo.com.br

AUTORIZAÇÃO

Autorizo a acadêmica Brunna Stock, do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, a proceder, no Colégio João Paulo I – Unidade Higienópolis, à coleta de dados para futuras análises e obtenção de resultados relacionados com a aprendizagem em Matemática, a fim de desenvolver seu Trabalho de Conclusão de Curso.

Carla Quadros
Diretora Geral

Unidade Higienópolis • Rua Filadélfia, 314 • Fones (51) 3013.4540 e 3013.4545 • POA • RS