

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE FÍSICA

Física de Pomeron a Altas Energias *

Magno Valério Trindade Machado

Tese de Doutorado realizada sob orientação da Profa. Dra. Maria Beatriz Gay Ducati e apresentada ao Instituto de Física da UFRGS em preenchimento do requisito final para a obtenção do título de Doutor em Ciências.

Porto Alegre
2002

* Trabalho financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

Este trabalho é dedicado

À força e dignidade de minha Família: minha mãe Cledi Machado e o meu irmão Marcio Machado.

Em memória de meu pai, Nilo Machado, que nos deixou quando do início deste doutoramento.

Agradecimentos

Foi um prazer e um aprendizado fantástico estes anos no Grupo de Fenomenologia de Partículas a Altas Energias, no IF-UFRGS. Agradeço a minha orientadora, Profa. Dra. Maria Beatriz Gay Ducati, por ter proporcionado orientação indefectível na área, mas acima de tudo o aprendizado no dia-a-dia do grupo das noções de ética científica e profissionalismo. Agradeço também por ter me proporcionado total autonomia no andamento dos trabalhos de doutoramento, bem como divulgando-os e apresentando-os à comunidade internacional de forma didática e motivadora.

Foi uma honra ter conhecido e ter tido como colegas de grupo os meus amigos Werner Sauter, Cristiano Mariotto, Marcos André Betemps e Luiz Fernando (Thunder) Mackedanz. Estes têm sido efetivamente meus irmãos na ausência dos meus familiares. Obrigado pela convivência fraternal e cooperativa todos estes anos. Em particular, meus agradecimentos ao Marcos André por fazer parte do trabalho conjunto sobre o estudo dos efeitos de saturação ao processo Drell-Yan e pelo auxílio na preparação desta tese.

Devo gratidão ao meu amigo e colega de longa data, Prof. Dr. Victor Gonçalves (IFM-UFPel), o qual sempre foi fonte importante de discussão dos trabalhos na área, apoiando os avanços e dificuldades no andamento do meus trabalhos científicos. Pessoalmente, partilhou de todos os momentos felizes e os não tão felizes desde a minha chegada ao grupo até o final deste doutoramento. Em particular, tive a honra de tê-lo como co-autor no trabalho conjunto da proposição de um novo observável para difração dura em HERA.

Agradeço aos meus colegas espanhóis, Elena Ferreira (Depto. de Física de Partículas, Univ. Santiago de Compostela) e Carlos Salgado (CERN-Theory Division) por ter a honra de tê-los como co-autores no trabalho sobre os aspectos do modelo de Pomeron unitarizado. Em especial ao Carlos, por ter dado suporte com os códigos e tornar disponível no CERN e na comunidade o trabalho na forma do preprint CERN-TH/2001-265.

Agradeço aos meus colegas ucranianos, Alexander (Sasha) Lengyel e Kornel Kontros (Institute of Electron Physics, Uzhgorod) por ter a honra de tê-los como co-autores no trabalho de ajuste global do modelo de Pomeron BFKL aos dados de HERA. Em especial ao Sasha, pelo trabalho incansável na procura da melhor escolha para resolver as dificuldades encontradas e pela amizade e camaradagem apesar da distância.

Estou em débito de gratidão com os Profs. Enrico Predazzi (Depto. di Fisica Teorica, Univ. di Torino) e Enzo Barone (Depto. di Scienze, Univ. del Piemonte Orientale) por terem me presenteado com um exemplar do seu livro recente sobre difração na QCD, que tenho usado como material de revisão na escrita desta tese.

Devo agradecer aos membros da comunidade de física de partículas que pessoalmente

ou virtualmente me forneceram informações valiosas para os trabalhos deste doutoramento: Uri Maor (Tel Aviv Univ.), Krzysztof Golec-Biernat (DESY/Theory-HERA), Michele Arneodo (INFN Torino/ZEUS), Paul Newman (Birmingham Univ./H1), Martin McDermott (Liverpool Univ.), Igor Ivanov (IKP, Forschungszentrum Juelich), Laurent Favart (Univ. Libre de Bruxelles), Jorg Raufeisen (Los Alamos Nat. Lab., USA).

Agradeço aos membros da banca examinadora, Profs. Drs. Alberto Santoro, Ronald Shellard, Luiz Fernando Ziebell e a Profa. Dra. Marcia Barbosa, pelas sugestões criteriosas e correções no texto original.

Tive ainda a alegria de ter como colegas de sala os meus queridos amigos Valdemar Vieira, Evgeni Gracia, Edu Costa, Marcelo Trevisan, Mauro Rickes e Fábio Barros. Especial menção merece o amigo Valdemar Vieira por ter a capacidade de tornar descontraídos e divertidos os momentos difíceis e incertos, dando motivação de continuar a luta sem perder a esportividade saudável e o bom humor. Os contemporâneos de doutoramento Fabio Dias, Moisés Razeira, Alexandre Mesquita, Gunther Gerhardt, Arlei Tonel e André Taurines sempre me trarão lembranças agradáveis. Finalmente, é sempre importante o suporte dos funcionários e professores do IF-UFRGS, que nos dão o apoio técnico e científico na realização dos nossos trabalhos.

Resumo

Neste trabalho investigamos a física de Pomeron, tanto em sua formulação perturbativa dada pela Cromodinâmica Quântica como o aspecto não-perturbativo dado pela teoria de Regge. Estes formalismos teóricos levam em consideração o fato que o Pomeron porta os números quânticos do vácuo e deve dominar o espalhamento entre partículas em altas energias. Partindo do formalismo de dipolos de cor, estudamos a interação perturbativa usual corrigida por efeitos de unitariedade em altas energias para os processos DIS e Drell-Yan, determinando a importância destas correções para ambos processos. Referente ao Pomeron não-perturbativo, investigamos os aspectos do modelo de múltiplos espalhamentos, o qual também contribui também para a unitariedade no setor suave. Dado os resultados similares entre modelos QCD e de Regge na descrição de DIS difrativo, propomos um novo observável, o coeficiente angular difrativo da função de estrutura difrativa, que permitirá discriminar dinâmicas subjacentes ao processo. Finalmente estudamos a fenomenologia associada à truncagem da série assintótica advinda do formalismo BFKL, e a utilizamos para descrever os principais observáveis em colisões hadrônicas e elétron-próton.

Abstract

In this thesis work, one investigates the Pomeron physics in its perturbative construction given by the Quantum Chromodynamics as well its non-perturbative aspects provided by the Regge theory. These approaches take into account the fact the Pomeron carries the vacuum quantum numbers. Starting from the color dipole picture, one studies the standard perturbative interaction corrected by unitarity effects on high energy for the DIS and Drell-Yan processes, determining the role played of these corrections for both processes. Concerning the soft Pomeron, one investigates the aspects of the soft multiscattering model, which it also contributes for the unitarity in the soft sector. In virtue of the similar results from the QCD and Regge approaches concerning the diffractive DIS, one proposes a new observable, the diffractive slope of the diffractive structure function, which it allows to disentangle the underlying dynamics. Finally, one studies the related phenomenology associated to the truncation of the asymptotic BFKL series, and use it to describe the main observables in hadron and electron-proton collisions.

Lista de artigos relacionados

- M.B. Gay Ducati, M.V.T. Machado, "Finite gluons ladders and hadronic collisions", *Nucl. Phys.* (Proc. Suppl.) **B99**, 265 (2001), [hep-ph/0011100].
- M.B. Gay Ducati, M.V.T. Machado, "Truncated BFKL series and hadronic collisions", *Phys. Rev.* **D63** 094018 (2001), [hep-ph/0009011].
- M.B. Gay Ducati, V.P.B. Gonçalves, M.V.T. Machado, "The hard and soft contributions in diffraction: a closer look", *Phys. Lett.* **B506**, 52 (2001), [hep-ph/0010059].
- M.B. Gay Ducati, V.P.B. Gonçalves, M.V.T. Machado, "The Logarithmic Slope in Diffractive DIS", *Nucl. Phys.* **A697** 767 (2002), [hep-ph/0103245].
- M.B. Gay Ducati, M.V.T. Machado, "Truncated BFKL Series in Electron-Proton Collisions", [hep-ph/0104192].
- M.B. Gay Ducati, E.G. Ferreira, M.V.T. Machado, C.A. Salgado, "Aspects of the Unitarized Soft Multipomeron Approach in DIS and Diffraction", *Eur. Phys. J.* **C24**, 109 (2002), [hep-ph/0110184].
- M.B. Gay Ducati, M.V.T. Machado, "Unitarity Corrections to the Proton Structure Functions through the Dipole Picture", *Phys. Rev.* **D65**, 114019 (2002), [hep-ph/0111093].
- M.A. Betemps, M.B. Gay Ducati, M.V.T. Machado, "Unitarity Correction in the Drell-Yan Process in the Target Rest Frame", *Phys. Rev.* **D66**, 014018 (2002), [hep-ph/0111473].
- M.B. Gay Ducati, K. Kontros, A. Lengyel, M.V.T. Machado, "Describing F_2 through a finite sum of gluon ladders", *Phys. Lett.* **B533**, 43 (2002), [hep-ph/0112275].

Índice

Introdução	1
1. O Espalhamento Leptônico e Hadrônico a Altas Energias	7
1.1 A Cromodinâmica Quântica	7
1.1.1 A Liberdade Assintótica	8
1.1.2 A Fatorização	11
1.1.3 A Invariância de Escala de Renormalização	12
1.2 O Espalhamento Profundamente Inelástico	14
1.2.1 As Equações de Evolução Altarelli-Parisi	16
1.2.2 A Solução da Equação DGLAP.	22
1.2.3 Solução das Equações DGLAP em Pequeno x	24
1.2.4 A Equação de Evolução BFKL	27
1.2.5 A Saturação Partônica	28
1.3 As Colisões Hadrônicas e Difração	33
1.3.1 As Interações Hádron-Hádron	35
1.3.2 Os Processos nos Canais s e t	35
1.3.3 As Trajetórias de Regge e Amplitudes no Canal- s	36
1.3.4 A Dependência em t e o Encolhimento	38
1.3.5 O Espalhamento Difrativo	39
1.3.6 A Fenomenologia das Seções de Choque Totais	41
1.3.7 Processos Difrativos em Interações γp	43
1.3.8 A Dissociação Difrativa	44
1.3.9 A Amplitude de Triplo-Pomeron e o Escalamento de Feynman	46
1.4 Conclusão	48
2. Sistema de Repouso e o Modelo de Dipolos de Cor	49
2.1 Dipolos de cor na representação de momento	49
2.2 Dipolos de cor na representação de distância transversa	54
2.3 Modelos fenomenológicos para a seção de choque de dipolos	61
2.4 O formalismo Glauber-Mueller e os dipolos de cor	63
2.4.1 Efeitos de saturação em colisões ep	69
2.4.2 A função de estrutura inclusiva $F_2(x, Q^2)$	70
2.4.3 A função de estrutura longitudinal $F_L(x, Q^2)$	73
2.4.4 A função de estrutura do charm $F_2^{c\bar{c}}(x, Q^2)$	75

2.5	Processo Drell-Yan no formalismo de dipolos de cor	78
2.5.1	O processo DY no referencial de repouso	82
2.5.2	Os efeitos de saturação no caso DY em altas energias	88
2.6	Conclusão	97
3.	Processos difrativos em DIS	99
3.1	Introdução à difração dura	99
3.2	Funções de estrutura difrativas	101
3.2.1	As distribuições partônicas difrativas	103
3.3	DDIS no formalismo de Regge	105
3.3.1	Modelos de Regge aplicados a DDIS	111
3.3.2	O modelo CKMT para difração	114
3.3.3	O modelo misto CFKS	116
3.4	Situação experimental de difração dura em DIS	125
3.5	Conclusão	129
4.	O DIS difrativo em QCD perturbativa	130
4.1	Processo difrativo DIS em QCD	130
4.2	O modelo de troca de dois glúons para difração	135
4.2.1	O modelo de saturação aplicado ao DDIS	141
4.2.2	A representação de parâmetro de impacto para o DDIS	143
4.2.3	O limite de triplo-Regge	147
4.3	A quebra da fatorização em difração hadrônica	149
4.4	Parametrização QCD do processo DDIS	153
4.5	Determinação de novos observáveis em DDIS	161
4.5.1	Comparações do coeficiente angular para diferentes modelos	163
4.6	Conclusão	169
5.	A Equação BFKL	170
5.1	A reggeização do glúon	170
5.1.1	A amplitude em nível de árvore	171
5.1.2	A contribuição de one-loop	172
5.1.3	A contribuição de two-loop	174
5.1.4	Contribuição de todos os loops	178
5.2	A equação BFKL	180
5.2.1	Contribuição de ordem one-loop	180
5.2.2	Contribuição de ordem two-loop	181
5.2.3	Contribuição de todos os loops	181
5.3	Solução da equação BFKL em LO para o espalhamento frontal	182
5.4	A equação BFKL na próxima-ordem-dominante	184
5.4.1	O núcleo BFKL em NLO	185
5.5	Estrutura das correções em NLO	187
5.6	Limite colinear do núcleo BFKL	189
5.6.1	Efeitos de acoplamento evolutivo	189
5.6.2	Efeitos das funções de desdobramento	190

5.6.3	Efeitos da escala de energia	190
5.6.4	Estimando as correções de mais altas ordens	192
5.7	Conclusão	192
6.	Fenomenologia do Pomeron BFKL em altas energias	194
6.1	Regime não-assintótico e a equação BFKL truncada	194
6.2	A série BFKL truncada e colisões hadrônicas	195
6.2.1	A amplitude não-frontal	198
6.3	A BFKL truncada e as colisões elétron-próton	202
6.3.1	Ajuste aos dados de HERA para F_2	207
6.4	Limitações da abordagem	210
6.5	Conclusão	211
	Conclusão	215
	A. Regras de Feynman da QCD	219
A.1	O Lagrangeano da QCD	219
A.2	Invariância de gauge	220
	B. Regras de Feynman no gauge de cone de luz	224
	C. O formalismo de fatorização-k_{\perp}	228
	Referências	237

Introdução

A Cromodinâmica Quântica (Quantum Chromodynamics-QCD) é considerada como a teoria microscópica para a descrição das interações fortes. Desde sua introdução na década de 1970 até os dias atuais tem sido sistematicamente usada para descrever uma ampla variedade de fenômenos, desde a taxa total para o processo $e^+e^- \rightarrow$ hádrons e produção de jatos até a descrição das violações de escalamento na função de estrutura do próton, $F_2(x, Q^2)$, através da equação de evolução DGLAP, proposta por Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi. A base comum para estas previsões é a aplicação da teoria de perturbação, que torna-se aplicável quando a constante de acoplamento das interações fortes é suficientemente pequena. Como é uma teoria de gauge não-Abeliana, a QCD apresenta na sua estrutura teórica o fenômeno da liberdade assintótica. Após o procedimento de renormalização da teoria, a constante de acoplamento α_s depende de uma escala típica Q^2 do problema, de tal maneira que o acoplamento tende a valores muito pequenos para valores assintoticamente grandes da escala Q^2 . Portanto, a aplicabilidade da teoria de perturbação baseia-se na existência de uma grande escala de momento. Confrontada com estados iniciais e finais hadrônicos no cálculo das seções de choques reais, a aplicação dos métodos perturbativos ao nível dos graus de liberdade partônicos (os constituintes dos hádrons - os pártons: quarks e glúons) baseia-se na fatorização do processo de espalhamento em uma parte dura e outra parte macia. A parte macia inclui efeitos de longa distância como o confinamento dos pártons nos hádrons detectados e não pode ser construída em teoria de perturbação. É possível fazer-se estimativas perturbativas no formalismo da teoria de gauge de rede (lattice). Entretanto, grande parte dos aspectos não-perturbativos em altas energias podem ser analisados por teorias de campo efetivo ou através da teoria de Regge.

Sendo a teoria das interações fortes, a QCD pode ser utilizada para descrever também espalhamento hadrônico em pequenos ângulos em altas energias, incluindo o espalhamento elástico e difrativo ou na descrição das seções de choque totais. Antes do surgimento da QCD, estes fenômenos foram estudados no formalismo geral da teoria de Regge: na qual é possível associar a um processo de espalhamento específico a troca de reggeons, como os mésons ρ , ω , \dots . Estes reggeons surgem como pólos das respectivas amplitudes de espalhamento no plano de momento angular complexo e estão em trajetórias particulares de Regge, passando sobre o spin físico de uma partícula onde o momento transferido é igual à massa desta partícula.

No limite de energia de centro de massa s assintoticamente grande e momento transferido t fixo, chamado o limite de altas energias ou limite de Regge, o processo de espalhamento elástico é dominado pela troca do reggeon dominante nesta região cinemática, o Pomeron. O Pomeron está associado com a troca dos números quânticos do vácuo entre os objetos sofrendo espalhamento. A propriedade das seções de choque hadrônicas crescerem suave-

mente com a energia, $\sigma_{tot} \sim s^{\alpha_P(0)-1}$, é usualmente associada com a troca do Pomeron apresentando um $\alpha_P(0)$. Este comportamento, com $\alpha_P(0) - 1 \approx 0.08$, se mantém num amplo intervalo em energia: por exemplo, isto é verificado para o espalhamento $p\bar{p}$ até à escala de TeV no Tevatron. Como o Pomeron está associado com a estrutura do vácuo da teoria e profundamente ligado à questão da unitariedade, que é uma propriedade fundamental da teoria de espalhamento, seu melhor entendimento fornecerá um conhecimento mais profundo da física de interações fortes. Entretanto, não esperamos que a teoria de perturbação se aplique na descrição destes fenômenos. A física de pequenos ângulos de espalhamento (espalhamento frontal) implica em pequeno momento transferido, insuficiente para fornecer uma pequena constante de acoplamento ou ao menos termos uma fatorização clara da dinâmica de curto e longo alcance.

A fenomenologia de Regge fornece noções importantes para a descrição dos processos nesta região. Em particular, os processos difrativos, i.e. onde uma ou ambas das partículas interagentes dissocia-se, podem ser facilmente escritos em termos das expressões para espalhamento elástico via a troca do Pomeron suave não-perturbativo, uma vez que difração significa uma reação quase-elástica. Um ingrediente adicional em altas energias é a consistência das seções de choque totais com o vínculo de unitariedade da amplitude. Esta propriedade restringe o crescimento das seções de choque máximo na forma $\sigma_{tot} \sim C \ln^2 s$. Isto é implementado em teoria de Regge através de múltiplos espalhamentos do Pomeron suave, que está diretamente associado à contribuição difrativa para o processo (regras de corte). Portanto, a conexão entre processos inclusivos (soma sobre todos os estados finais) e difrativos em teoria de Regge é conseguida de maneira natural, fornecendo um formalismo amplo na descrição dos principais observáveis de interesse.

Do ponto de vista de QCD perturbativa (pQCD), a equação proposta por Balitskii-Fadin-Kuraev-Lipatov (equação BFKL) é em essência um dos estados finais da arte na descrição dos processos de espalhamento em altas energias na pQCD. No limite de Regge, a maior contribuição às amplitudes de espalhamento surge de logaritmos dominantes da energia de centro de massa, i.e. em pQCD temos de calcular todos os diagramas de Feynman na região cinemática onde $\alpha_s \ll 1$ e $\alpha_s \ln s \sim 1$, conhecida como a aproximação de logaritmo dominante (LLA). Estes diagramas tem a estrutura de uma escada partônica. Para a aplicabilidade da pQCD, é estrito considerar o espalhamento de objetos de pequeno tamanho. Se caracterizamos a extensão transversa das partículas externas por escalas de massa Q_1^2 e Q_2^2 , para aplicarmos teoria de perturbação devemos requerer que as escalas Q_i^2 sejam da ordem de poucos GeV e de tamanhos similares. Em tal região, esperamos que α_s seja pequeno para todo o processo e que a teoria de perturbação possa ser aplicada, uma vez que as escalas definem os argumentos na evolução do acoplamento. Os degraus da escada partônica trocada, construída através de emissões de glúons, ou certas correções virtuais, resultam em grandes logaritmos em energia, que podem compensar a pequena constante de acoplamento. Portanto, termos $(\alpha_s \log s)^n$ são da ordem da unidade e podem contribuir em potências arbitrárias de α_s . Devemos chamar a atenção que a constante de acoplamento é de fato uma constante em LLA, uma vez que aqueles diagramas que levam às divergências de ultravioleta são formalmente subdominantes.

A equação BFKL é uma equação integral para as funções de Green das trocas de escadas partônicas (principalmente glúons em altas energias), onde qualquer número de glúons emitidos formando os degraus são levados em consideração; dizemos então que a equação

BFKL ressona os logarítmos dominantes em s . Tomando a troca dos diagramas escada no estado singlete de cor, teremos uma primeira aproximação perturbativa para o Pomeron, conhecido como Pomeron duro ou BFKL. Como um resultado mais importante, a equação BFKL em ordem dominante (LO) leva à seção de choque crescendo em energia da forma, $\sigma_{tot} \sim s^{\omega_{BFKL}}$, com $\omega_{BFKL} \approx 0.5$, em valores moderados para o acoplamento forte, da ordem de $\alpha_s \approx 0.2$. O coeficiente linear da trajetória do Pomeron duro é dado por $1 + \omega_{BFKL}$. O crescimento em energia é obviamente muito mais acentuado que o medido no espalhamento hádron-hádron. Entretanto, há varias razões para que este forte crescimento seja uma primeira aproximação para o Pomeron. Correções de mais alta ordem podem reduzir o valor do coeficiente linear, mas os resultados ainda são parciais e a aplicação à fenomenologia está em seu estágio inicial.

Como mencionamos acima, não podemos realmente comparar estes resultados da abordagem BFKL com os dados para seções de choque hadrônicas, uma vez que esperamos que estas sejam dominadas por dinâmica não-perturbativa. Além disso, no Pomeron BFKL, efeitos não-perturbativos são introduzidos através da chamada difusão no espaço de momento transverso. Os momentos transversos dos glúons nos diagramas de escada não estão restritos a terem valores grandes e, portanto, poderiam chegar a valores muito pequenos. Mesmo um momento transverso inicialmente grande da ordem de alguns GeV pode difundir-se a momentos não-perturbativos ao longo da escada gluônica, e de fato as contribuições de tais momentos são altamente não-negligenciáveis. Também poderíamos questionar se a aproximação de logarítmo dominante é suficiente ou não: poderia haver grandes correções em próxima ordem (NLO) e também a questão da unitarização da seção de choque estaria presente. Por estas razões, a aplicabilidade da equação BFKL está restrita ao espalhamento de projéteis de tamanho transverso pequenos e similares em altas energias.

Passando do espalhamento hádron-hádron para o espalhamento profundamente inelástico ep (Deep Inelastic Scattering-DIS), podemos analisar a questão da interface entre efeitos perturbativos e não-perturbativos ao menos parcialmente, uma vez que substituímos um dos dois projéteis por um objeto de pequeno tamanho, um fóton altamente virtual de virtualidade Q^2 . Este fóton tem uma extensão transversa típica da ordem de $1/Q$ e portanto não é afetado pela dinâmica de longa distância ou confinamento. O domínio do limite de Regge é a região de pequeno valores de x , onde $x \approx Q^2/s$ é a variável de escalamento de Bjorken. A seção de choque γ^*p está fortemente relacionada à função de estrutura do próton, $\sigma_{T,L}^{\gamma^*p} = (4\pi\alpha_{em}/Q^2)F_{T,L}(x, Q^2)$. Aqui o índice (T, L) denota a polarização transversal e longitudinal do fóton virtual e a função de estrutura usual é simplesmente a soma $F_2 = F_T + F_L$. O crescimento da seção de choque total é refletido através do crescimento de F_2 com o decrescimento de x , mantendo Q^2 fixo. Este comportamento é medido nas colisões elétron-próton no Hadron Electron Ring Accelerator (HERA), situado no Laboratório DESY em Hamburgo, Alemanha. O aumento é tipo lei de potência, $\sigma_{tot} \propto F_2 \sim (1/x)^\lambda \sim s^\lambda$.

Neste caso, o valor de λ depende fortemente da virtualidade Q^2 do fóton, i.e. de seu tamanho transverso. Para grandes valores de $Q^2 \sim 10 \text{ GeV}^2$ temos um grande valor $\lambda \sim 0.3$, enquanto para $Q^2 < 1 \text{ GeV}^2$ o expoente aproxima-se suavemente de $\lambda \sim 0.08$. Esta transição entre grandes e pequenos valores de λ é usualmente referida como a transição entre as componentes duras e macias do Pomeron. O Pomeron duro está associado com a física de pequenas distâncias, enquanto o Pomeron suave está relacionado à física de longas distâncias. Entretanto, a observação que λ apresenta valores ainda grandes para o espalhamento de projéteis

com pequena extensão transversa, indica que estamos no domínio do Pomeron duro BFKL. Portanto, alguma estimativa usando teoria de perturbação é parcialmente válida para os processos inclusivos em DIS, principalmente naqueles onde uma escala do problema é dura, como a produção de jatos.

No regime de pequeno x , uma importante propriedade de fatorização emerge. Os processos de espalhamento podem ser fatorizados em elementos de matriz, $\sigma_{T,L}^{\gamma^*g}$, para o espalhamento de pártons na camada de massa (off-shell) com a função de distribuição não-integrada, $\mathcal{F}(x, k_T^2)$, dependente de x e do momento transversa da partícula de troca. A integração sobre o momento transversa desta função recobre as densidades partônicas usuais medidas usando equações de grupo de renormalização (equações DGLAP - fatorização colinear, $k_T^2 = 0$ e apenas diagramas de emissão). A seção de choque pode então ser escrita como $\sigma_{tot} \propto \sigma_{T,L}^{\gamma^*g} \otimes \mathcal{F}(x, k_T^2)$, onde \otimes denota integração em momento transversa. Na aproximação de logaritmo dominante, este resultado no espaço de momento transversa pode ser reescrito no espaço de distâncias transversas r (via transformada de Fourier) na forma simples $\sigma_{tot} = |\Psi_{T,L}^{\gamma^*}|^2 \otimes \sigma_{dip}$, onde agora \otimes denota integração sobre distâncias transversas. As funções $\Psi_{T,L}(r)$ são as funções de onda de cone de luz do projétil e $\sigma_{dip}(r)$ é a seção de choque efetiva de interação das componentes do projétil com o alvo.

No sistema de repouso do alvo, o projétil pode ser decomposto em seus estados de Fock. Por exemplo, para o fóton as configurações dominantes são pares $q\bar{q}$ e também $q\bar{q}g$: os primeiros são dipolos de cor e por isso usualmente chama-se este formalismo de abordagem de dipolos. As funções de onda correspondentes a estas configurações são calculáveis em teoria de perturbação, enquanto a seção de choque efetiva dipolo-alvo contém toda a informação não-perturbativa e em geral é modelada. Informação perturbativa pode ser incluída no limite de logaritmo dominante, relacionando-a com as distribuições de glúons usuais e confinamento pode ser introduzido através de parametrização da região de grande r . Um ingrediente adicional a altas energias é a unitariedade da amplitude de espalhamento: esta pode ser implementada através de múltiplos espalhamentos e pode ser estimada em cálculos em teoria de perturbação. A representação física destes efeitos é o controle do crescimento em lei de potência para F_2 e da densidade de glúons, saturando-os na região de interface entre o domínio de sistemas densos em acoplamento fraco e a região de confinamento.

Como podemos concluir dos diferentes aspectos discutidos acima, a representação física dos processos de espalhamento a altas energias é construída através da compreensão da troca do objeto que porta os números quânticos do vácuo, o Pomeron. Podemos levar a teoria de perturbação até o seu limite de aplicabilidade e tentarmos representar os processos de espalhamento pela troca do Pomeron QCD, i.e. troca de dois glúons ou a série BFKL completa. Outra abordagem é partirmos do formalismo não-perturbativo da teoria de Regge e extrapolarmos sua correspondente fenomenologia na região onde a teoria de perturbação é válida, através da troca do Pomeron suave. Entretanto, o procedimento mais interessante é interpolar suavemente as características de ambos Pomeron suave e perturbativo e descrever os observáveis físicos em um amplo regime cinemático. Devemos enfatizar que uma resposta final à questão do que é o Pomeron e qual das suas componentes domina em cada região cinemática de interesse é ainda questão aberta e sujeita a intenso debate.

Neste trabalho de tese abordamos sistematicamente vários aspectos da física de Pomeron, tanto usando métodos perturbativos como teoria de Regge. Os observáveis, principalmente aqueles presentes no espalhamento profundamente inelástico (*deep inelastic scattering* -

DIS), são descritos nestes formalismos e a comparação aos dados disponíveis é feita sempre que possível. Iniciamos com uma ampla fenomenologia usando a abordagem de dipolos de cor, tanto para o DIS como para o processo hadrônico de produção de pares de léptons Drell-Yan. Estudamos os efeitos de saturação partônica em pequeno x através da imposição do vínculo de unitariedade à seção de choque de dipolos usando o formalismo de Glauber-Mueller na QCD.

Também estudamos uma abordagem de Regge quase-eikonal que considera correções de unitariedade através dos diagramas de múltiplos espalhamentos, produzindo uma descrição simultânea de DIS e DIS difrativo (DDIS). Estudamos as abordagens perturbativas e determinamos as principais características presentes nas mesmas. Verificamos que ambas as abordagens, reggeônica e pQCD resultam em descrição similar aos observáveis em DIS difrativo, apesar de utilizarem diferentes graus de liberdade em seus formalismos. Com o intuito de propor um observável que evidenciasse a dinâmica vigente, propusemos o cálculo do coeficiente angular difrativo da função de estrutura difrativa, F_2^D . Esta função é o equivalente difrativo de F_2 , e fornece informação sobre a estrutura do Pomeron.

Como um estudo final, analisamos a truncagem da série perturbativa BFKL com o intuito de realizar a fenomenologia nas regiões não-assintóticas das colisões hadrônicas e elétron-próton. Encontramos que uma descrição razoável pode ser obtida usando apenas dois ou no máximo três termos da expansão da série. Uma vantagem adicional é a absorção de contribuições NLO nos parâmetros do modelo resultante e a correspondente amplitude também não viola a unitariedade da seção de choque. Um ajuste global à função de estrutura do próton é realizado usando o modelo para o Pomeron duro e posterior adição de uma componente macia (Pomeron suave).

A estrutura desta tese é a seguinte: no Cap. (1) revisamos a física relevante no entendimento da estrutura do próton, com ênfase particular ao espalhamento profundamente inelástico (DIS). O formalismo usado para o estudo de eventos DIS é apresentado, bem como uma introdução às funções de estrutura. A fenomenologia do regime de pequeno x , que é de particular interesse, é introduzida. Revisamos os principais resultados das equações de evolução lineares baseadas em QCD perturbativa, DGLAP e BFKL, e dos possíveis efeitos não-lineares. Também revisamos a abordagem não-perturbativa da teoria de Regge, permitindo prever a física relevante nas regiões cinemáticas onde QCD perturbativa não é formalmente aplicável, como nas seções de choque hadrônicas e em processos difrativos.

No Cap. (2) revisamos e apresentamos resultados originais do processo DIS e Drell-Yan no sistema de repouso do alvo. Em contraste ao sistema de momento infinito, onde os graus de liberdade são os pártons, no sistema de repouso a altas energias os respectivos graus de liberdade são os dipolos de cor. A descrição dos processos é fatorizada na forma da função de onda destes dipolos e sua seção de choque de interação com o alvo e fornece uma abordagem muito simples para aplicações fenomenológicas. Um ingrediente importante a altas energias é o fenômeno de saturação partônica, o qual introduziremos e investigaremos para os observáveis dependentes da densidade de glúons (ou quarks de mar) nas reações DIS e Drell-Yan.

No Cap. (3), introduziremos a definição de difração dura. Revisamos o conceito de função de estrutura difrativa F_2^D , em analogia com DIS, bem como as correspondentes distribuições partônicas difrativas. Nos deteremos na descrição de DDIS no formalismo dos modelos de Regge, com ênfase nos modelos descrevendo simultaneamente DIS e DDIS.

Como representativo destes, escolhemos o modelo CKMT e o modelo CFKS e analisamos em detalhes suas principais características. Finalmente, fazemos uma revisão da situação experimental de medidas da função de estrutura difrativa, F_2^D , e sua análise usual.

No Cap. (4), revisamos a descrição do processo DDIS no formalismo de QCD perturbativa. Iniciamos com os resultados intuitivos advindos da abordagem de dipolos e sua conexão com o caso inclusivo. A mais simples representação do Pomeron em QCD é introduzida, a troca de dois glúons, analisada tanto no espaço de momento como no de parâmetro de impacto. O regime de triplo-Pomeron é analisado, introduzindo o estado final $q\bar{q}g$ mais complexo. A não fatorização de processos difrativos em colisões hadrônicas é discutida, mostrando quais características dos diagramas relevantes originam a quebra de fatorização. Com a estrutura teórica em QCD para DDIS, uma parametrização para este pode ser construída através das configurações das funções de onda do fóton virtual. Em particular, o espectro na fração de momento do Pomeron, β , é completamente determinado pela forma das funções de onda de cone de luz. Concluindo, propomos a derivada logarítmica em Q^2 da função F_2^D como um observável potencial na discriminação da dinâmica subjacente em DDIS: analisamos os modelos de Regge introduzidos no capítulo anterior e os modelos QCD discutidos neste.

No Cap. (5), faremos uma digressão formal da abordagem BFKL em ordem dominante LO, derivando-a em detalhe. A correspondente solução para a equação integro-diferencial obtida é discutida e possíveis inconsistências frente à situação experimental são referidas. Também discutimos qualitativamente as correções em ordem NLO e enfatizamos a instabilidade da série BFKL a este nível de precisão. Este capítulo nos fornece o embasamento teórico para a fenomenologia com a truncagem da série BFKL.

No Cap. (6), estudamos a truncagem da série BFKL: analisamos os três primeiros termos da série e verificamos que estes são suficientes no intuito de descrever colisões hadrônicas e eletroprodução de maneira consistente. A correspondente seção de choque total não viola o limite de Froissart, obviamente porque estamos considerando a série não-assintótica. A fenomenologia para as seções de choque totais e diferenciais em pequeno t para as colisões $pp(\bar{p})$ são apresentadas. Uma análise global à função de estrutura do próton F_2 e seu coeficiente angular é feita, introduzindo uma abordagem similar ao modelo de troca de dois Pomerons. As limitações da abordagem são endereçadas no final do capítulo.

No último capítulo, apresentamos as conclusões resultantes das várias análises dos aspectos da física de Pomerons em teoria de Regge e em QCD. Um resumo dos recentes progressos teóricos e experimentais relacionados aos assuntos desta tese é esboçado, com o intuito de apresentar quais são os tópicos de interesse na área no futuro.

Capítulo 1

O Espalhamento Leptônico e Hadrônico a Altas Energias

Este capítulo apresenta uma revisão da física necessária ao entendimento da estrutura do próton, com ênfase particular no espalhamento profundamente inelástico (DIS). O formalismo usado para o estudo de eventos DIS é apresentado, bem como uma introdução às funções de estrutura. Introduzimos a fenomenologia do regime de pequeno x , variável de Bjorken, que é de particular interesse. Revisamos os principais resultados das equações de evolução lineares baseadas em QCD perturbativa, DGLAP e BFKL, e dos possíveis efeitos não-lineares. Também revisamos a abordagem não-perturbativa da teoria de Regge, uma vez que esta permite prever a física subjacente nas regiões cinemáticas onde QCD perturbativa não seja aplicável nas seções de choque hadrônicas e em processos difrativos.

1.1 A Cromodinâmica Quântica

A Cromodinâmica Quântica (QCD) [1, 2, 3] é considerada bem estabelecida como a formulação teórica correta para descrever as interações fortes. Nas energias disponíveis atualmente ($\sqrt{s} \sim 1$ TeV), ela é provavelmente a componente mais complexa do Modelo Padrão porque os estados assintóticos detectados nos experimentos, os hádrons, são diferentes dos campos fundamentais presentes no Lagrangeano, associados aos quarks e glúons. A QCD evolui de uma teoria de quarks e glúons assintoticamente livres a pequenas distâncias a uma teoria confinante de hádrons a grandes distâncias. Esta teoria é baseada no grupo de cor $SU(3)$. Historicamente, os graus de liberdade de cor surgiram como a solução do problema de como construir a função de onda para o bárion duplamente carregado Δ^{++} . O spin deste bárion é $3/2$ e é obtido pela combinação de três quarks idênticos em seus estados ligados. A função de onda do Δ^{++} é então simétrica no espaço, spin e sabor [$SU(3)_f$]. Entretanto, haja visto que os quarks constituintes têm spin $1/2$, a estatística de Fermi-Dirac necessita de uma função de onda anti-simétrica. Este conflito foi resolvido construindo a função de onda totalmente anti-simétrica nos graus de liberdade de cor. Como estados coloridos não são detectados nos experimentos, houve a necessidade de requerer um vínculo extra definindo que apenas estados singlete de cor poderiam existir na natureza.

A idéia de cor tem sido verificada em muitos experimentos envolvendo interação em altas energias de hádrons com hádrons, léptons com hádrons e léptons com léptons. O cálculo correto da taxa para o decaimento $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ ou a razão entre a seção de choque hadrônica

e^+e^- e a seção de choque de produção de um par de múons foram alguns dos grandes sucessos da teoria [1, 2, 3]. A existência de constituintes pontuais dentro dos hádrons ficou clara após os experimentos de espalhamento profundamente inelástico levados a cabo no SLAC em 1962. Estes constituintes foram chamados de pártons e hoje são identificados com os quarks e glúons [4, 5, 6].

Devemos chamar a atenção aos conceitos principais para o sucesso da QCD como a teoria das interações fortes. Um aspecto crucial é o da liberdade assintótica [5]. A seguir, discutimos resumidamente este importante conceito na bem sucedida fenomenologia em QCD.

1.1.1 A Liberdade Assintótica

Introduzimos a expressão para o Lagrangeano da Cromodinâmica Quântica, o qual pode ser escrito na forma [1, 2, 3],

$$\mathcal{L} = \bar{\Psi} i \not{\partial} \Psi - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F_a^{\mu\nu} + g \bar{\Psi} A \Psi + \mathcal{L}_{\text{fixa gauge}} + \mathcal{L}_{\text{fantasma}}. \quad (1.1)$$

Por simplicidade, acima considerou-se quarks sem massa. Os campos para quarks e glúons são representados por Ψ e A_μ , respectivamente e $F_{\mu\nu}^a$ é o tensor de intensidade do campo, derivado do campo gluônico,

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a - g f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c, \quad (1.2)$$

onde $a = 1, \dots, N_c^2 - 1$ é o índice de cor indicando o número de glúons; as f^{abc} são as constantes de estrutura do grupo $SU(N_c)$, onde N_c é o número de cores na teoria. O acoplamento é denotado por g . Para a proposta desta seção, não necessitamos discutir a parte de fixação de gauge do Lagrangeano ou dos graus de liberdade fantasmas, i.e. escalares não-físicos com estatística de Fermi-Dirac necessários para cancelar as contribuições de graus de liberdade não-transversos que surgem quando trabalhamos em gauges não-físicos.

Se aplicarmos as regras de Feynman a este Lagrangeano a fim de calcular um observável (veja Apêndice A), obter-se-á resultados pouco definidos devido à presença de singularidades conhecidas como divergências ultravioleta. Estas surgem tipicamente quando um dos momentos nas integrais de laço (*loop*) toma valor infinito. Uma alternativa para lidar com estas divergências seria introduzir-se um corte (*cutoff*) para regularizar as integrais divergentes e então absorver os termos singulares em uma redefinição dos campos ou parâmetros. Este procedimento é conhecido como renormalização. Entretanto, os resultados finais não devem depender da prescrição de regularização.

É mais conveniente regularizar as integrais analiticamente, continuando-as na dimensão espaço-tempo de 4 para dimensão $D = 4 - 2\varepsilon$. Isto transforma as partes divergentes das integrais com pólos em ε , os quais podem ser removidos introduzindo uma escala de subtração μ^2 , usualmente referida como a escala de renormalização. Após regularizar as divergências, estas podem ser eliminadas através da soma de contratermos ao Lagrangeano. Estes novos termos podem ser interpretados como a renormalização do acoplamento forte e das funções de onda dos quarks e glúons.

Podemos aplicar este método apenas às integrais divergentes, entretanto é mais conveniente se a dimensão da teoria completa fosse transformada. A dimensão do Lagrangeano é $4 - 2\varepsilon$, a do campo de quarks é $3/2 - \varepsilon$, a de glúons $1 - \varepsilon$ e o acoplamento é ε -dimensional. A introdução dos contratermos pode ser feita através da substituição dos campos e o acoplamento originais pelos respectivos campos renormalizados,

$$\begin{aligned} \Psi_{\text{bare}} &= Z_2^{\frac{1}{2}} \Psi_R, \\ A_{\text{bare}}^\mu &= Z_3^{\frac{1}{2}} A_R^\mu, \\ g_{\text{bare}} &= Z_g \mu^\varepsilon g_R. \end{aligned} \quad (1.3)$$

A escala de renormalização, μ , é introduzida para tornar o acoplamento renormalizado, g_R , explicitamente adimensional e os Z 's são as respectivas constantes de renormalização e os δ_n são os respectivos contratermos. Introduzindo as seguintes substituições,

$$\begin{aligned} Z_1 &= Z_g Z_2 Z_3^{\frac{1}{2}}, \\ Z_n &= 1 + \delta_n, \end{aligned} \quad (1.4)$$

o Lagrangeano em termos das quantidades renormalizadas é escrito como¹ [1, 2, 3]

$$\mathcal{L} = \bar{\Psi} i \not{\partial} \Psi - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F_a^{\mu\nu} + \mu^\varepsilon g \bar{\Psi} A \Psi + \delta_2 \bar{\Psi} i \not{\partial} \Psi - \frac{1}{4} \delta_3 F_{\mu\nu}^a F_a^{\mu\nu} + \delta_1 \mu^\varepsilon g \bar{\Psi} A \Psi. \quad (1.5)$$

Os contratermos podem ser escolhidos de maneira que as funções de Green de um laço (*one-loop*) na teoria são finitas. Os contratermos necessários no caso geral, quando se inclui os campos fantasmas, podem ser fixados usando invariância de gauge local de tal maneira que todas as contribuições divergentes da teoria são eliminadas, restando uma teoria renormalizável e, portanto, uma teoria preditiva finita. A ordem de um laço é especialmente simples e aqui estamos apenas interessados na renormalização da constante de acoplamento forte, α_s . Então, analizaremos Z_g , que é dado por [1],

$$Z_g = \frac{Z_1}{Z_2 Z_3^{\frac{1}{2}}} = 1 - \frac{b \alpha_s}{2\varepsilon}, \quad (1.6)$$

com b definido como,

$$b \equiv \frac{1}{2\pi} \left[\frac{11}{6} C_A - \frac{2}{3} n_f T_F \right], \quad (1.7)$$

onde n_f é o número de sabores de quarks e α_s é a notação para $g^2/4\pi$. $C_A = N_c$ e $T_F = 1/2$ são os operadores de Casimir, isto é, eles comutam com todos os geradores do grupo $SU(N_c)$.

É importante compreender que as quantidades não-renormalizadas devem ser independentes da escala de renormalização μ . Em particular, para o acoplamento podemos escrever

$$\frac{d g_{\text{bare}}}{d \mu} = \frac{d}{d \mu} (Z_g \mu^\varepsilon g) = 0. \quad (1.8)$$

¹ O índice R será suprimido no resto da seção, tendo-se em mente que todos os campos e acoplamentos são agora renormalizados.

Da Eq. (1.6) sabemos que Z_g depende de μ através de α_s . Portanto, tomando o quadrado de g e diferenciando com relação a μ^2 obtém-se,

$$\mu^2 \frac{d\alpha_s}{d\mu^2} \left(1 + 2\alpha_s \frac{1}{Z_g} \frac{dZ_g}{d\alpha_s} \right) + \varepsilon\alpha_s = 0. \quad (1.9)$$

Expandindo a equação acima em potências de α_s , obtém-se

$$\mu^2 \frac{d\alpha_s}{d\mu^2} \simeq -\varepsilon\alpha_s(2\varepsilon - \alpha_s) \left(\frac{1}{2\varepsilon} + \frac{3}{4} \frac{b}{\varepsilon^2} \alpha_s \right) \simeq -b\alpha_s^2, \quad (1.10)$$

a qual pode ser facilmente resolvida:

$$\alpha_s^{-1}(\mu^2) = b \ln \mu^2 + \mathcal{C}, \quad (1.11)$$

onde a constante \mathcal{C} pode ser fixa introduzindo a escala Λ , definida como a escala onde o acoplamento toma o valor infinito, ou seja,

$$\alpha_s(\mu^2) = \frac{1}{b \ln \frac{\mu^2}{\Lambda^2}}. \quad (1.12)$$

Este resultado é conhecido como a evolução da constante de acoplamento e em QCD ela indica que quarks e glúons podem ser considerados como campos assintoticamente livres : em distâncias muito pequenas, associado com um grande valor da escala μ^2 , o acoplamento entre eles adquire valores muito pequenos. Além disso, é muito importante que a constante b seja positiva. Esta é a diferença em relação à Eletrodinâmica Quântica (QED), onde a constante b apresenta sinal negativo, e é uma consequência direta do fato que glúons carregam cargas de cor e podem interagir entre si.

A evolução da constante de acoplamento tem sido testada em muitos experimentos, como mostrado na Fig. (1.1). O valor médio atual para o acoplamento em massa do bóson de gauge Z^0 é [7],

$$\alpha_s(M_Z) = 0.118 \pm 0.002, \quad (1.13)$$

implicando que a constante da QCD tome o valor,

$$\Lambda_{\text{QCD}}^{\overline{\text{MS}}} = 208_{-23}^{+25} \text{ MeV} \quad (1.14)$$

para cinco sabores ativos. Uma extensa revisão das várias determinações de α_s é feita na Ref. [7].

O fato que a constante de acoplamento é muito pequena em grandes escalas de momento é o ponto de partida para QCD perturbativa. Com uma pequena escala, séries perturbativas são justificáveis e mostraremos no que segue como predições para os observáveis físicos podem ser calculados usando expansões perturbativas em potências de α_s .

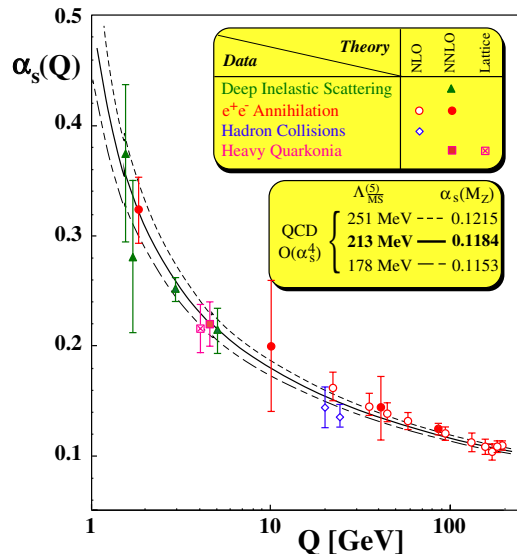


Fig. 1.1: Comparação entre dados para o acoplamento forte extraídos de vários processos (DIS, e^+e^- , colisões hadrônicas) e a evolução da constante de acoplamento $\alpha_s(\mu = Q)$ [7].

1.1.2 A Fatorização

Existem poucos observáveis, como seções de choque de jatos em aniquilações e^+e^- ou a largura total do bóson Z , que podem ser calculados diretamente em teoria de perturbação porque são livres de dependência não-perturbativa (termos suprimidos por potências de energia). Entretanto, não há muitas seções de choque deste tipo e as previsões para os processos, como seções de choque para espalhamento duro (*hard*) com hádrons no estado inicial, são mais complicadas de calcular. Entretanto, em alguns casos podemos ainda aplicar os chamados *teoremas de fatorização* [8] para expressar a seção de choque como uma convolução de uma seção de choque finita no infravermelho para o processo de curtas distâncias, a qual é calculável em teoria de perturbação, com uma função não-perturbativa que é universal para processos muito diferentes, mas não é passível de ser calculada de primeiros princípios em teoria de perturbação. A separação entre a física de pequeno e grande momento é definida por uma escala de fatorização arbitrária, μ_F . Isto é possível porque o processo de espalhamento pode ser caracterizado por duas escalas de tempo. Uma escala de tempo pequena $\sim 1/Q$, da ordem do inverso da escala do maior momento envolvido no espalhamento, Q , o qual define o espalhamento duro e é calculável em teoria de perturbação; e uma grande escala de tempo, da ordem do tamanho hadrônico, a qual inclui a ligação e recombinação dos constituintes e, portanto, é de origem não-perturbativa.

Por exemplo, como veremos em maiores detalhes mais adiante, no espalhamento profundamente inelástico (DIS) podemos escrever esquematicamente [8],

$$\sigma(Q^2, m^2)_{\text{medido}} = \hat{\sigma} \left(\alpha_s(\mu_F^2), \frac{Q^2}{\mu_F^2} \right)_{\text{perturbativo}} \otimes f(\mu_F^2, m^2)_{\text{nao-perturbativo}}, \quad (1.15)$$

onde μ_F define o limite entre a dinâmica de curtas distâncias, presente em $\hat{\sigma}(Q^2/\mu_F^2)$, e

a dinâmica de longas distâncias na escala do parâmetro m , incluída em $f(\mu_F^2, m^2)$. A convolução \otimes é expressa em termos da fração de momento do párton que dá origem ao espalhamento e inclui a soma sobre todos os tipos de pártons.

A variável μ_F é apenas determinada pela necessidade de um pequeno parâmetro na expansão perturbativa, cujo papel é desempenhado pela constante de acoplamento, $\alpha_s(\mu_F^2) \ll 1$, e portanto a escala de fatorização deve ser dura, i.e. $\mu_F^2 \gg \Lambda_{\text{QCD}}^2$. Com ajuda deste fato, tem-se certeza que a expansão [8],

$$\hat{\sigma} \left(\alpha_s(\mu_F^2), \frac{Q^2}{\mu_F^2} \right) = \sum_n \alpha_s^n(\mu_F^2) \mathcal{C}_n \left(\frac{Q^2}{\mu_F^2} \right) \quad (1.16)$$

tem significado físico. Como μ_F é uma variável introduzida artificialmente, os observáveis devem ser independentes desta escala. Esta característica permite encontrarmos a evolução de $f(\mu_F^2, m^2)$ com a escala μ_F , definindo a base para construir-se as equações de evolução. No intuito de introduzir este assunto mais tarde, explicamos no que segue o conceito de invariância de escala de renormalização, necessária para entendermos os cálculos perturbativos de seções de choque duras.

1.1.3 A Invariância de Escala de Renormalização

Como o acoplamento não é um observável, ele pode depender da escala de renormalização μ , Eq. (1.12). Este não é o caso para um observável geral, \mathcal{R} , o qual possa ser calculado em teoria de perturbação QCD em termos da constante de acoplamento renormalizada $\alpha_s(\mu)$ [3], isto é,

$$\mathcal{R}[\alpha_s(\mu^2), \frac{Q^2}{\mu^2}] = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_s^n(\mu^2) \mathcal{C}_n \left(\frac{Q^2}{\mu^2} \right). \quad (1.17)$$

A estrutura das funções \mathcal{C}_n não é arbitrária porque ela é determinada pela invariância da escala de renormalização [3],

$$\mu^2 \frac{d\mathcal{R}}{d\mu^2} = \left[\mu^2 \frac{\partial}{\partial \mu^2} + \mu^2 \frac{d\alpha_s}{d\mu^2} \frac{\partial}{\partial \alpha_s} \right] \mathcal{R}[\alpha_s(\mu^2), \frac{Q^2}{\mu^2}] = 0. \quad (1.18)$$

Por simplicidade, trabalharemos até a ordem α_s^2 . Entretanto, os resultados podem ser generalizados a qualquer ordem do acoplamento. A equação diferencial Eq. (1.18) pode ser escrita como

$$\begin{aligned} \left[\mu^2 \frac{\partial}{\partial \mu^2} - b\alpha_s^2 \frac{\partial}{\partial \alpha_s} \right] \left(1 + \alpha_s \mathcal{C}_1 \left(\frac{Q^2}{\mu^2} \right) + \alpha_s^2 \mathcal{C}_2 \left(\frac{Q^2}{\mu^2} \right) + \dots \right) \simeq \\ \alpha_s \left(\mu^2 \frac{\partial}{\partial \mu^2} \mathcal{C}_1 \right) + \alpha_s^2 \left(\mu^2 \frac{\partial}{\partial \mu^2} \mathcal{C}_2 - b\mathcal{C}_1 \right) + \dots = 0. \end{aligned} \quad (1.19)$$

O que implica na seguinte igualdade,

$$\frac{\partial}{\partial \mu^2} \mathcal{C}_1 = 0, \quad (1.20)$$

portanto \mathcal{C}_1 é igual a uma constante \mathcal{A}_1 . Em segunda ordem tem-se,

$$\mu^2 \frac{\partial}{\partial \mu^2} \mathcal{C}_2\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right) - b\mathcal{A}_1 = 0, \quad (1.21)$$

fornecendo como resultado, a menos de uma constante de integração \mathcal{A}_2 ,

$$\mathcal{C}_2\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right) = b\mathcal{A}_1 \ln \frac{\mu^2}{Q^2} + \mathcal{A}_2. \quad (1.22)$$

Conseqüentemente, o observável \mathcal{R} em ordem α_s^2 pode ser escrito como,

$$\mathcal{R}[\alpha_s(\mu^2), \frac{Q^2}{\mu^2}] = 1 + \alpha_s(\mu^2)\mathcal{A}_1 + \alpha_s^2(\mu^2)\mathcal{A}_1 b \ln \frac{\mu^2}{Q^2} + \alpha_s^2(\mu^2)\mathcal{A}_2 + \dots \quad (1.23)$$

É importante o fato de podermos obter o coeficiente do logaritmo de dois laços (*two-loop* - α_s^2) sem termos de calcular completamente o laço duplo total. Apesar do acoplamento $\alpha_s(\mu)$ ser pequeno, ele pode ser compensado por grandes logaritmos quando a escala Q^2 torna-se grande. Para obtermos uma predição física correta neste limite, deve-se estar em condições de ressonar todos estes logaritmos em todas as ordens. O termo geral para $n > 0$ na expansão da Eq. (1.17) é,

$$\mathcal{C}_n\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right) = \mathcal{A}_1 \left(b \ln \frac{\mu^2}{Q^2} \right)^{n-1} + \dots \quad (1.24)$$

Portanto, pode-se escrever o observável \mathcal{R} com a expansão explícita,

$$\begin{aligned} \mathcal{R}[\alpha_s(\mu^2), \frac{Q^2}{\mu^2}] &= 1 + \mathcal{A}_1 \alpha_s(\mu^2) \sum_{n=1}^{\infty} \left(b \alpha_s(\mu^2) \ln \frac{\mu^2}{Q^2} \right)^{n-1} + \mathcal{A}_2 \alpha_s^2(\mu^2) + \dots \\ &= 1 + \mathcal{A}_1 \frac{\alpha_s(\mu^2)}{1 - b \alpha_s(\mu^2) \ln \frac{\mu^2}{Q^2}} + \mathcal{A}_2 \alpha_s^2(\mu^2) + \dots \end{aligned} \quad (1.25)$$

Este resultado está esclarecendo porque podemos introduzir o parâmetro Λ da expressão (1.12) e escrevermos

$$\frac{\alpha_s(\mu^2)}{1 - b \alpha_s(\mu^2) \ln \frac{\mu^2}{Q^2}} = \frac{1}{\alpha_s^{-1} - b \ln \frac{\mu^2}{Q^2}} = \frac{1}{b \ln \frac{Q^2}{\Lambda^2}} = \alpha_s(Q^2) = \frac{\alpha_s(\mu^2)}{1 + b \alpha_s(\mu^2) \ln \frac{Q^2}{\mu^2}}. \quad (1.26)$$

Portanto,

$$\mathcal{R}[\alpha_s(\mu^2), \frac{Q^2}{\mu^2}] = 1 + \mathcal{A}_1 \alpha_s(Q^2) + \mathcal{A}_2 \alpha_s^2(Q^2) + \dots, \quad (1.27)$$

o qual pode ser estendido a termos de mais altas ordens tal que [3],

$$\mathcal{R}[\alpha_s(\mu^2), \frac{Q^2}{\mu^2}] = 1 + \mathcal{A}_1 \alpha_s(Q^2) + \mathcal{A}_2 \alpha_s^2(Q^2) + \mathcal{A}_3 \alpha_s^3(Q^2) \dots, \quad (1.28)$$

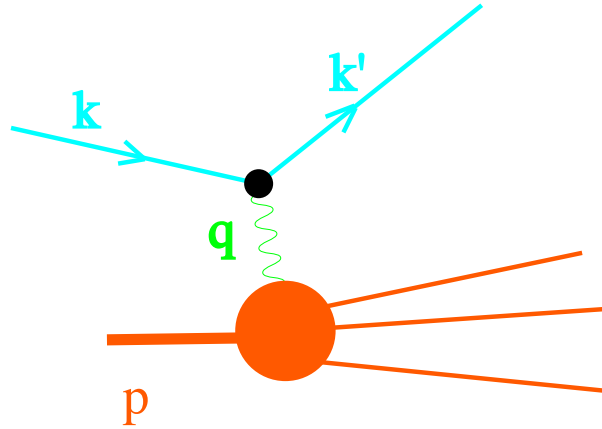


Fig. 1.2: Representação do espalhamento profundamente inelástico (DIS), mostrando as partículas incidentes e o estado final.

e todos os termos de mais altas ordens podem ser ressomados, definindo a escala de acoplamento como Q^2 . Os coeficientes \mathcal{A}_n têm de ser determinados para cada observável diferente através de um cálculo explícito, e agora a truncagem em uma dada ordem em n é confiável porque os termos de mais alta ordem não são maiores que os termos dominantes. Na próxima seção, analisaremos o cálculo do observável função de estrutura do próton extraída dos experimentos de espalhamento profundamente inelástico, escrita em termos das duas principais abordagens em QCD perturbativa: os formalismos DGLAP e BFKL.

1.2 O Espalhamento Profundamente Inelástico

No espalhamento profundamente inelástico elétron-próton [4, 9], $ep \rightarrow eX$, o próton é fragmentado em hádrons devido a troca de um fóton virtual muito energético ou um bóson Z^0 com grande momentum transversal, como ilustrado na Fig. (1.2). Neste contexto, podemos usar a chamada aproximação de impulso. No sistema de centro de massa elétron-próton o momentum do próton, \vec{P} , é grande para colisões em altas energias; o momentum para o elétron incidente é $(|\vec{P}|, -\vec{P})$ e o bóson trocado tem momentum (q^0, \vec{q}) . Pode-se considerar que o próton decompõe-se em um estado virtual com duas componentes: um parton com momentum $x\vec{P}$ e massa m_1 , e um grupo de partons com momentum total $(1-x)\vec{P}$ e massa invariante m_2 . As frações de momentum do próton portadas por estes partons são portanto x e $1-x$, respectivamente. Neste caso a diferença em energia entre o estado virtual e o próton, ΔE , é dada por

$$\begin{aligned} \Delta E &= \sqrt{x^2\vec{P}^2 + m_1^2} + \sqrt{(1-x)^2\vec{P}^2 + m_2^2} - \sqrt{\vec{P}^2 + M_{\text{proton}}^2} \\ &\simeq \frac{1}{|\vec{P}|} \left[\frac{m_1^2}{2x} + \frac{m_2^2}{2(1-x)} - \frac{M_{\text{proton}}^2}{2} \right]. \end{aligned} \quad (1.29)$$

O inverso desta quantidade, usando o princípio da incerteza, dá o tempo de vida do estado virtual, isto é, $\tau_{\text{virtual}} \sim 1/\Delta E$. De maneira similar, a duração do espalhamento do

bóson com o próton é $\tau_{\text{colisao}} \sim 1/q^0$. Podemos usar a expressão

$$q^0 = \frac{2P \cdot q + q^2}{2(\sqrt{\vec{P}^2 + M_{\text{proton}}^2} + |\vec{P}|)} \sim \frac{2M_{\text{proton}}\nu - Q^2}{4|\vec{P}|}, \quad (1.30)$$

onde tem-se feito uso da notação padrão para os invariantes de Lorentz,

$$Q^2 \equiv -q^2, \quad (1.31)$$

$$\nu \equiv \frac{P \cdot q}{M_{\text{proton}}}, \quad (1.32)$$

e da condição de camada de massa para o elétron no estado final (considerando sua massa nula). A aproximação de impulso significa que podemos tratar os pártons como livres durante a colisão se a razão entre as escalas de tempo

$$\frac{\tau_{\text{colisao}}}{\tau_{\text{virtual}}} \sim 2 \frac{\frac{m_1^2}{x} + \frac{m_2^2}{(1-x)} - M_{\text{proton}}^2}{2M_{\text{proton}}\nu - Q^2} \quad (1.33)$$

é pequena. No espalhamento profundamente inelástico, ambos $2M_{\text{proton}}\nu$ e Q^2 são maiores que M_{proton}^2 , tal que a aproximação é correta se assumimos que x não é tão próximo de 0 ou 1. Processos onde pártons suaves são importantes não são adequadamente descritos por esta simples representação, mais conhecida como modelo de pártons [4, 5].

Pode-se pensar o próton movendo-se com momentum P muito grande. Neste sistema o próton apresenta contração de Lorentz na direção longitudinal por um fator M/P com respeito ao seu tamanho no sistema de repouso. Aqueles pártons que não têm pequeno x apresentam também contração de Lorentz e portanto estão distribuídos no disco definido pela área transversa do próton. Neste disco o número de pártons por unidade de rapidez, $\eta \simeq -\ln \tan \theta/2$ (θ é o ângulo de espalhamento), é pequeno. A situação para pártons com muito pequeno x , conhecidos como *wee* pártons, é diferente porque eles não estão confinados ao disco. Seus tamanhos longitudinais podem ser estimados usando o princípio da incerteza,

$$\Delta z \simeq \frac{1}{xP}. \quad (1.34)$$

No que segue definiremos algumas das quantidades que permitirão obter informação experimental sobre estes pártons.

A estrutura geral da seção de choque inclusiva mediada em spin em espalhamento profundamente inelástico lépton-hádron, σ^{lh} , pode ser expressa em termos de duas funções invariantes de gauge, as quais caracterizam a estrutura do alvo e são conhecidas como as funções de estrutura F_1 e F_2 . Para o espalhamento de léptons carregados o processo é mediado pela troca de um fóton virtual, e no limite quando $Q^2 \ll M_Z^2$ podemos escrever

$$\frac{d^2\sigma^{lh}}{dx dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{xQ^2} \left[xy^2 F_1(x, Q^2) + (1-y)F_2(x, Q^2) \right], \quad (1.35)$$

onde tem-se negligenciado a massa do próton. A constante de acoplamento eletromagnética é α e y é a variável inelasticidade, que no sistema de repouso do próton alvo pode ser escrita como $y = 1 - E'/E$, com E e E' sendo as energias do elétron no estado inicial e final, respectivamente. Abaixo, discutimos estas funções de estrutura em teoria de perturbação.

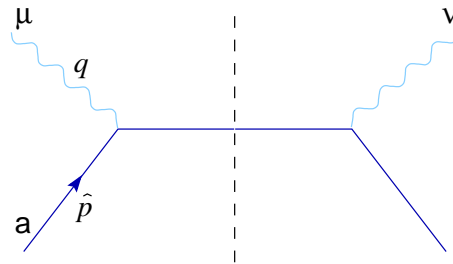


Fig. 1.3: Diagrama representando o espalhamento $\gamma^*q \rightarrow q'$ em nível de Born.

1.2.1 As Equações de Evolução Altarelli-Parisi

No que segue mostraremos como obter previsões para as funções de estrutura em DIS através da QCD [10]. Calculamos explicitamente as contribuições de cada ordem no acoplamento oriundas dos diagramas de Feynman relevantes [11, 12, 13].

Em ordem dominante, o único processo contribuindo é o espalhamento elástico próton-quark representado na Fig. (1.3), $\gamma^*q \rightarrow q'$, e as funções de estrutura tomam a forma

$$2F_1(x, Q^2) = \frac{1}{x}F_2(x, Q^2) = \sum_q e_q^2 \int d\omega q(\omega)\delta(x - \omega) = \sum_q e_q^2 q(x), \quad (1.36)$$

onde ω é a fração de momentum carregada pelo parton espalhado e $q(\omega)$ é a distribuição de quarks básica. Nesta ordem, podemos observar que as funções de estrutura dependem apenas de x , fato este conhecido como escalamento de Bjorken [4], o qual apresentamos na Fig. (1.4). A relação entre ambas funções de estrutura é denominada relação de Callan-Gross [14].

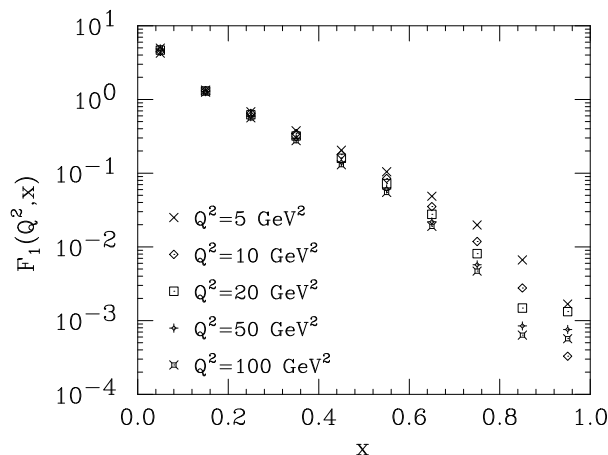


Fig. 1.4: O escalamento da função de estrutura F_1 , obtida usando as distribuições partônicas do grupo $MRS(A)$, como uma função da variável de Bjorken para um conjunto de valores de virtualidades Q^2 .

Explicaremos agora como a presença de radiação de glúons determina a violação do escalamento de Bjorken. A próxima ordem em expansão perturbativa inclui a emissão de

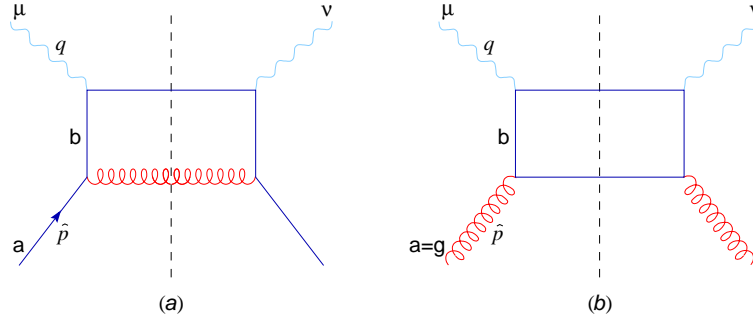


Fig. 1.5: Exemplos de acoplamento quark-fóton (a) e glúon-fóton (b) em nível de um-laço (one-loop).

glúons, $\gamma^*(q) + q(P) \rightarrow q(p') + g(k)$, veja Figs. (1.5), e portanto agora devemos considerar o acoplamento dos glúons, sua polarização e os fatores de cor $SU(3)$. Como se verificará, quando extraímos as funções de estrutura do vértice hadrônico, uma dependência em Q^2 é encontrada e é mais conveniente trabalhar em termos de densidades partônicas dependentes em Q^2 , $q(\omega, Q^2)$:

$$\frac{1}{x} F_2(x, Q^2) \equiv \sum_q e_q^2 q(x, Q^2). \quad (1.37)$$

Agora, F_2 não é mais igual a $2xF_1$ e sua expressão, tomando em consideração os gráficos em Fig. (1.5), é escrita como [11, 12, 13],

$$\frac{1}{x} F_2(x, Q^2) = \sum_q \frac{e_q^2 \alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dz}{z} q\left(\frac{x}{z}\right) \int_0^{Q^2/z} d(-\hat{t}) \frac{4}{3} \left[\frac{1}{-\hat{t}} \frac{1+z^2}{1-z} - \frac{z^2(\hat{t} + 2Q^2)}{(1-z)Q^4} \right]. \quad (1.38)$$

Introduzindo a variável z como

$$z = \frac{x}{\omega} = \frac{Q^2}{2p \cdot q} = \frac{Q^2}{\hat{s} + Q^2}, \quad (1.39)$$

onde as variáveis denotadas com acento (variáveis de Mandelstan, \hat{s} e \hat{t}) indicam que estamos considerando um processo a nível partônico e x é a variável de Bjorken usual.

É importante notar que esta expressão tem muitas singularidades. Há uma singularidade de infravermelho macia em $z = 1$, que corresponde à relação

$$\hat{s} = Q^2 \frac{1-z}{z} = 0 \quad (1.40)$$

no limite físico com momentum do glúon emitido $k = 0$. Estes tipos de singularidade surgem em teorias que contêm um campo de gauge sem massa, como o fóton na QED ou o glúon na QCD [1]. Ela será cancelada quando considerarmos contribuições das correções do vértice de um laço, mas por enquanto a regularizaremos com um corte em $z_{\text{soft}} < 1$. A outra singularidade corresponde à chamada singularidade de massa ou colinear em \hat{t} , relacionada ao quark incidente emitindo um glúon colinear enquanto se mantém na camada de massa. Estas divergências têm lugar quando um campo de gauge não massivo acopla-se a outro

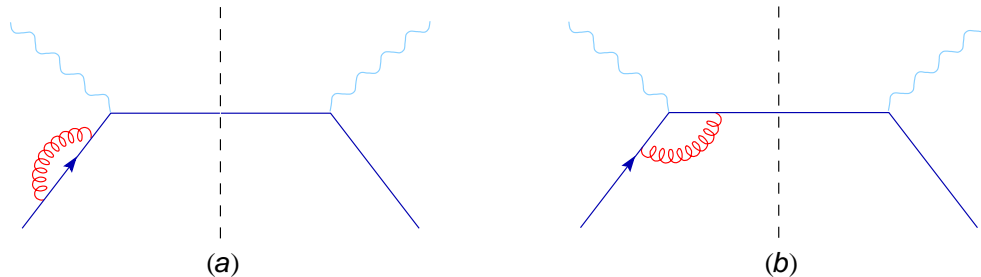


Fig. 1.6: Correções virtuais em nível de um-laço: (a) auto-energia e (b) correções de vértices.

campo sem massa, como no caso de quarks sem massa na QCD, ou como no caso de glúons em QCD através dos acoplamentos triplos ou quádruplos. As singularidades macias e colineares são geralmente chamadas de divergências de infravermelho. Em qualquer processo observado há emissão de um número indefinido de fótons ou glúons suaves. Experimentalmente, o estado final de uma partícula carregada não pode ser completamente especificado porque há fótons suaves difíceis de detectar. Em QED, o teorema de Block-Nordsiek define que as divergências de infravermelho cancelam-se após a soma sobre todos os possíveis estados finais compatíveis com a detecção experimental [1]. Em QCD a situação é mais complicada devido ao efeito do vértice de três glúons. Entretanto, o teorema de Kinoshita-Lee-Nauenberg assegura a inexistência de divergências de infravermelho após a soma sobre estados degenerados iniciais e finais [1].

Voltando às divergências colineares, regularizaremos-as com outro corte $\hat{t} = -\mu_{\text{col}}^2$, que pode ser absorvido mais tarde na redefinição da distribuição de quarks inicial. Com todos estes procedimentos em mente e mantendo apenas os logaritmos dominantes $\ln Q^2/\mu_{\text{col}}^2$, obtém-se a seguinte expressão para a função de estrutura F_2 ,

$$\frac{1}{x} F_2(x, Q^2) = \sum_q \frac{e_q^2 \alpha_s}{2\pi} \int_x^{z_{\text{soft}}} q\left(\frac{x}{z}\right) P_{qq}(z) \ln\left(\frac{Q^2}{\mu_{\text{col}}^2}\right). \quad (1.41)$$

No integrando há em geral, também termos não-logarítmicos, os quais podem ser absorvidos por $P_{qq}(z) \ln(\mu^2/\mu_{\text{col}}^2)$, se mudarmos o corte colinear para uma escala diferente μ . Entretanto, em grande Q^2 o efeito destes termos é suprimido. Fazemos uso desta liberdade de escolha da escala e definimos μ como a escala de renormalização em que o acoplamento é definido, isto é, a equação acima se reescreve

$$\frac{1}{x} F_2(x, Q^2) = \sum_q \frac{e_q^2 \alpha_s(\mu^2)}{2\pi} \int_x^{z_{\text{soft}}} q\left(\frac{x}{z}\right) P_{qq}(z) \ln\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right). \quad (1.42)$$

Foi introduzida a função P_{qq} , a qual é conhecida como função de desdobramento quark-quark, que depende em z na forma

$$P_{qq} = \frac{4}{3} \left(\frac{1-z^2}{1-z} \right). \quad (1.43)$$

Esta função é independente da prescrição de regularização e é universal para diferentes processos onde um quark emerge como um quark com radiação de um glúon. Para uma derivação formal das funções de desdobramento e maiores discussões, indicamos a Ref. [2].

O cancelamento de divergências macias pode ser compreendido usando regularização dimensional, introduzida originalmente por 't Hooft e Veltman, onde diagramas de Feynman são calculados em $4 - 2\varepsilon$ dimensões e as singularidades são extraídas como pólos em ε [1]. É necessário introduzir a interferência dos vértices de mais baixa ordem com o diagrama do vértice de glúon virtual e ainda as renormalizações das funções de onda dos quarks externos, Fig. (1.7). A soma do termo de Born e as contribuições de glúon virtual resulta em

$$\frac{1}{x}F_2(x, Q^2) = \sum_q e_q^2 \int_x^1 q\left(\frac{x}{z}\right) \left[\delta(1-z) + \frac{\alpha_s(\mu^2)}{2\pi} P_{qq}(z) \left[\ln\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right) - \frac{1}{\varepsilon} \right] + \alpha_s(\mu^2) f(z) \right] \quad (1.44)$$

Termos finitos não-dominantes foram incluídos na função $f(z)$. Singularidades macias foram canceladas pelas correções virtuais, com a única consequência que a função de desdobramento tem sido modificada para remover sua singularidade original, isto é,

$$P_{qq}(z) = \frac{4}{3} \frac{1-z^2}{(1-z)_+} + 2\delta(1-z), \quad (1.45)$$

onde a prescrição $+$ significa

$$\int_0^1 dz \frac{g(z)}{(1-z)_+} \equiv \int_0^1 dz \frac{g(z) - g(1)}{1-z}. \quad (1.46)$$

As singularidades restantes são todas colineares e aparecem no termo ε^{-1} . Pode-se agora proceder à absorção destas singularidades colineares em uma redefinição da distribuição de quark básica como [11, 12, 13],

$$q_{\mathcal{R}}(x) \equiv q(x) + \int_x^1 \frac{dz}{z} q\left(\frac{x}{z}\right) \left[\alpha_s(\mu^2) f(z) - \frac{\alpha_s(\mu^2)}{2\pi} P_{qq}(z) \frac{1}{z} \right]. \quad (1.47)$$

De agora em diante nós usaremos a notação simplificada, q , para as distribuições renormalizadas. Finalmente, combinando os resultados obtidos, encontramos a seguinte expressão para a função de estrutura F_2 ,

$$\frac{1}{x}F_2(x, Q^2) = \sum_q e_q^2 \int \frac{d\omega}{\omega} q(\omega) \left[\delta\left(1 - \frac{x}{\omega}\right) + \frac{\alpha_s(\mu^2)}{2\pi} P_{qq}\left(\frac{x}{\omega}\right) \ln\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right) \right]. \quad (1.48)$$

Esta expressão sugere a redefinição da densidade de quark em grande Q^2 como [11, 12, 13],

$$\frac{1}{x}F_2(x, Q^2) = \sum_q e_q^2 q(x, Q^2) = \sum_q e_q^2 [q(x) + \delta q(x, Q^2)], \quad (1.49)$$

com

$$\delta q(x, Q^2) = \frac{\alpha_s(\mu^2)}{2\pi} \ln\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right) \int \frac{d\omega}{\omega} q(\omega) P_{qq}\left(\frac{x}{\omega}\right). \quad (1.50)$$

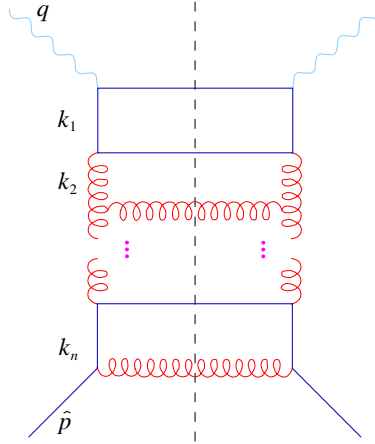


Fig. 1.7: Diagrama tipo escada (ladder) contribuindo ao DIS na aproximação de logaritmo dominante.

O efeito de mais altas ordens na expansão fornecerá a ressonância de termos da ordem $\propto [\alpha_s(\mu) \ln Q^2/\mu^2]^n$, os quais são os relevantes em grande Q^2 . Esta ressonância pode ser feita na forma de uma equação integro-diferencial derivada da Eq. (1.50),

$$\frac{\partial q(x, Q^2)}{\partial \ln Q^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{d\omega}{\omega} q(\omega, Q^2) P_{qq} \left(\frac{x}{\omega} \right) + \mathcal{O}(\alpha_s(\mu^2) \ln Q^2). \quad (1.51)$$

Esta equação toma em consideração os diagramas escada da Fig. (1.7), ressonando as contribuições da emissão de n glúons colineares à distribuição de quarks.

Até agora tínhamos utilizado o acoplamento em escala de renormalização fixa μ^2 . Agora, usaremos $\alpha_s(Q^2)$, que é a forma correta quando adicionam-se as contribuições dos logaritmos dominantes advindos dos vértices e inserção de propagador nos gráficos de escada. Portanto, para grande Q^2 ,

$$\frac{\partial q(x, Q^2)}{\partial \ln Q^2} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{d\omega}{\omega} q(\omega, Q^2) P_{qq} \left(\frac{x}{\omega} \right). \quad (1.52)$$

Esta equação de evolução considera o caso quando o fóton é absorvido por um quark originado de um quark inicial com fração de momentum $\omega > x$. Para incluir a possibilidade deste quark ter sua origem em um glúon consideramos gráficos como o da Fig. (1.5-b) e seu respectivo canal cruzado, com a correspondente função de desdobramento glúon-quark sendo [11, 12, 13],

$$P_{qg}(z) = \frac{1}{2}[z^2 + (1-z)^2]. \quad (1.53)$$

Esta função de desdobramento pode ser representada como na Fig. (1.8). A evolução para quarks então torna-se

$$\frac{\partial q_i(x, Q^2)}{\partial \ln Q^2} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{d\omega}{\omega} \left[q_i(\omega, Q^2) P_{qq} \left(\frac{x}{\omega} \right) + g(\omega, Q^2) P_{qg} \left(\frac{x}{\omega} \right) \right], \quad (1.54)$$

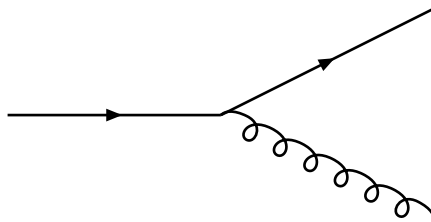


Fig. 1.8: Representação da função de desdobramento P_{gg} .

onde a singularidade colinear ε^{-1} é absorvida na distribuição de glúon básica como no caso do quark. Esta evolução é válida para qualquer quark ou antiquark q_i sem massa.

A contribuição adicional das equações Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi (DGLAP) [11, 12, 13], inclui a expressão correspondente à distribuição de glúons,

$$\frac{\partial g(x, Q^2)}{\partial \ln Q^2} = \frac{\alpha_s(\mu^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{d\omega}{\omega} \left[\sum_i q_i(\omega, Q^2) P_{gq} \left(\frac{x}{\omega} \right) + g(\omega, Q^2) P_{gg} \left(\frac{x}{\omega} \right) \right], \quad (1.55)$$

com a soma para quarks e antiquarks; as funções desdobramento quark-glúon e glúon-glúon sendo [11, 12, 13],

$$P_{gq}(z) = \frac{4}{3} \frac{1 + (1-z)^2}{z}, \quad (1.56)$$

$$P_{gg}(z) = 6 \left[\frac{z}{(1-z)_+} + \frac{1-z}{z} + z(1-z) + \left(\frac{11}{12} - \frac{n_f}{18} \right) \delta(1-z) \right], \quad (1.57)$$

onde n_f é o número de sabores de quarks. A função de desdobramento P_{gq} descreve a probabilidade de um quark inicial emitir um glúon, enquanto que P_{gg} descreve a probabilidade de um glúon no estado inicial emitir um glúon, representada na Fig. (1.9).

A derivação apresentada nesta seção é a de ordem dominante (LO) para o formalismo DGLAP. As funções desdobramento podem ser obtidas como uma expansão perturbativa em α_s ,

$$P_{ab}(x, Q^2) = P_{ab}^{LO}(x) + \alpha_s(Q^2) P_{ab}^{NLO}(x) + \dots \quad (1.58)$$

A truncagem após os dois primeiros termos define a evolução DGLAP em próxima ordem dominante (NLO). Além da ordem dominante (LO) as funções de desdobramento dependem da escala de fatorização e a definição das distribuições partônicas não é mais única. Em próxima-ordem-dominante (NLO) a relação de Callan-Gross não é mais satisfeita e podemos definir a função de estrutura longitudinal,

$$F_L(x, Q^2) = \left(1 + \frac{4M^2 x^2}{Q^2} \right) F_2(x, Q^2) - 2x F_1(x, Q^2), \quad (1.59)$$

com M sendo a massa do próton. A função F_L é igual à diferença $F_2 - 2xF_1$, no limite $Q^2 \rightarrow \infty$. O fato que $F_L \ll F_2$ é uma confirmação da propriedade de spin 1/2 dos quarks [6].

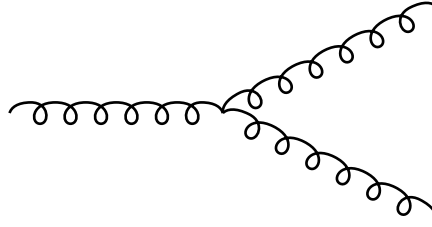


Fig. 1.9: Representação da função de desdobramento P_{gg} .

1.2.2 A Solução da Equação DGLAP.

Gostaríamos agora de resolver o conjunto das equações acopladas apresentadas acima. Se conhecermos a solução, então saberemos como as distribuições partônicas evoluem com Q^2 se conhecermos seus valores em alguma escala inicial Q_0^2 , grande o suficiente para estarmos seguros de que teoria de perturbação é possível [11, 12, 13]. Isto é, garantida a condição $Q_0^2 \gg \Lambda^2$, onde $Q^2 = \Lambda^2$ é o pólo de Landau para QCD, notando o significado desta escala:

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{1}{b \ln \frac{Q^2}{\Lambda^2}} \equiv \frac{1}{bt}. \quad (1.60)$$

Introduzimos t como a variável a ser usada, ao contrário de Q e b , de maneira que com a seguinte notação,

$$P_{qq} \otimes q_i \equiv \int_x^1 \frac{d\omega}{\omega} P_{qq} \left(\frac{x}{\omega} \right) q_i(\omega, t), \quad (1.61)$$

as equações DGLAP são reescritas como

$$\frac{dq_i(x, t)}{dt} = \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} [P_{qq} \otimes q_i + P_{qg} \otimes g], \quad (1.62)$$

$$\frac{dg_i(x, t)}{dt} = \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} [P_{gq} \otimes \sum_i q_i + P_{gg} \otimes g]. \quad (1.63)$$

Podemos simplificar estas equações trabalhando com combinações de simetria de sabor $SU(n_f)$ singleto e não-singleto das distribuições partônicas. Uma combinação singleto é dada por,

$$q^S(x, t) = \sum_i [q_i(x, t) + \bar{q}_i(x, t)], \quad (1.64)$$

somando sobre todos os sabores ativos. Combinações não-singleto, $q^{NS}(x, t)$, são da forma $u - \bar{u}$, $d - \bar{d}$, $s - \bar{s}$, ... As combinações satisfazem as equações

$$\frac{dq^{NS}(x, t)}{dt} = \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} P_{qq} \otimes q^{NS}, \quad (1.65)$$

$$\frac{dq^S(x, t)}{dt} = \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} [P_{qq} \otimes q^S + 2n_f P_{qg} \otimes g], \quad (1.66)$$

$$\frac{dg(x, t)}{dt} = \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} [P_{gq} \otimes q^S + P_{gg} \otimes g], \quad (1.67)$$

Uma transformação conveniente é tomar-se os momentos das distribuições partônicas e funções desdobramento, isto é, calculamos as respectivas transformadas de Mellin no espaço da variável conjugada j ,

$$q_j(t) = \int_0^1 dx x^{j-1} q(x, t), \quad (1.68)$$

$$\gamma_j = \int_0^1 dx x^{j-1} P(x), \quad (1.69)$$

onde a Eq. (1.69) é denominada dimensão anômala.

Desta maneira as equações podem ser expressas como produtos de momentos

$$\frac{dq_j^{NS}(x, t)}{dt} = \frac{1}{2\pi b t} \gamma_j^{qq} q_j^{NS}, \quad (1.70)$$

$$\frac{dq_j^S(x, t)}{dt} = \frac{1}{2\pi b t} [\gamma_j^{qq} q_j^S + 2n_f \gamma_j^{qg} g_j], \quad (1.71)$$

$$\frac{dg_j(x, t)}{dt} = \frac{1}{2\pi b t} [\gamma_j^{gq} q_j^S + \gamma_j^{gg} g_j]. \quad (1.72)$$

A solução para os momentos não-singlete é diretamente evidenciada,

$$q_j^{NS}(t) = q_j^{NS}(t_0) \left(\frac{\alpha_s(t_0)}{\alpha_s(t)} \right)^{\frac{\gamma_j^{qq}}{2\pi b}}. \quad (1.73)$$

Para obter as distribuições no espaço em x , usamos a transformada integral de Mellin inversa,

$$q^{NS}(x, t) = \frac{1}{2\pi i} \int_C dj x^{-j} q_j^{NS}(t), \quad (1.74)$$

com o contorno da integração no plano complexo j sendo paralelo ao eixo imaginário e à direita das singularidades do integrando. Os momento singletos podem ser resolvidos com uma matriz solução similar. As soluções obtidas permitem-nos fazer ajustes aos dados como os da Fig. (1.10) [15].

Para extrair as distribuições partônicas dos dados, assumimos uma dada parametrização inicial no comportamento em função da variável x para as diferentes distribuições partônicas em uma escala baixa de virtualidade Q_0^2 . Então utilizamos as equações de evolução DGLAP para evoluir as distribuições partônicas a qualquer Q^2 maior onde observáveis são medidos. Pelo ajuste dos parâmetros usados na parametrização das condições iniciais, evoluídas perturbativamente aos dados, selecionamos os parâmetros não-perturbativos na descrição [10]. Um exemplo de tal procedimento é mostrado na Fig. (1.11), onde as distribuições partônicas são dadas em uma escala $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$. Para grande x os quarks u e d dominam [10]. A contribuição de quarks de mar, originados de pares de quarks produzidos

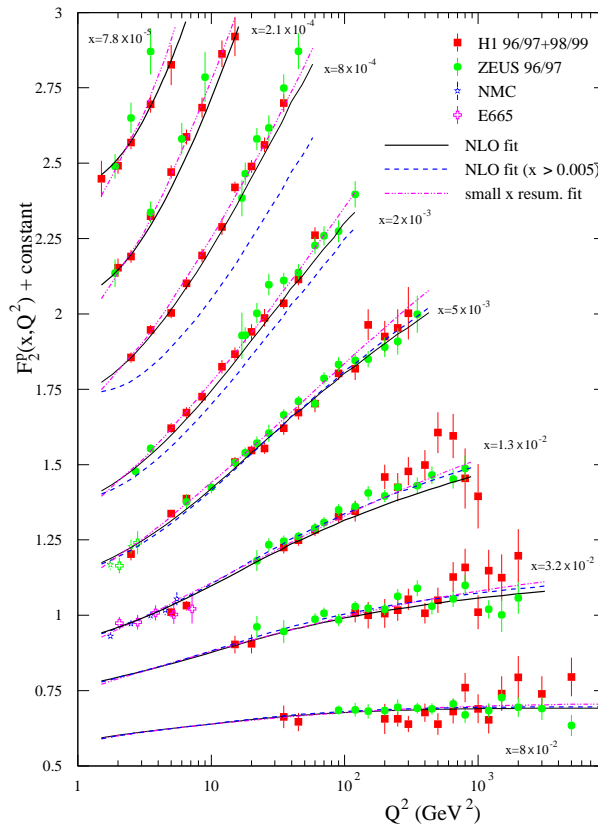


Fig. 1.10: Resultados experimentais para a função de estrutura F_2 como uma função de Q^2 em x fixo comparados ao ajuste global usando evolução DGLAP (LO, NLO e ressonância de $\ln(1/x)$) elaborados pelo grupo MRST [15].

em desdobramento gluônico $g \rightarrow q\bar{q}$, cresce em pequeno x , mas a distribuição dominante nesta região é a distribuição gluônica. Por exemplo, em $x = 10^{-4}$ há mais que 20 glúons por unidade de rapidez.

Devemos notar que resolvendo as equações DGLAP temos levado em consideração todas as contribuições proporcionais a

$$\left[\alpha_s(Q^2) \ln \left(\frac{Q^2}{Q_0^2} \right) \right]^n, \quad (1.75)$$

com forte ordenamento nos momentos transversos dos pártons nas cascatas partônicas e correspondendo à aproximação de logaritmo dominante (LLA), válida no limite

$$\alpha_s(Q^2) \ln \left(\frac{1}{x} \right) \ll \alpha_s(Q^2) \ln \left(\frac{Q^2}{Q_0^2} \right) < 1. \quad (1.76)$$

1.2.3 Solução das Equações DGLAP em Pequeno x

Entender a interação forte no regime de pequeno x ainda é um dos maiores desafios em QCD. O DIS é um processo com uma única escala, que nos permite obter as funções de

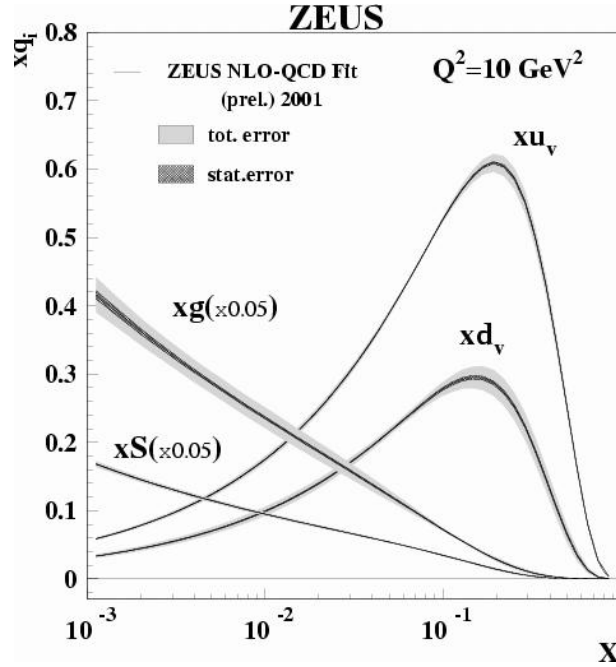


Fig. 1.11: Distribuições partônicas determinadas por ajustes aos dados [10] (Colaboração ZEUS, em HERA).

estrutura na região de pequeno x e estudar a transição entre os regimes perturbativo e não-perturbativo. Vimos que utilizando os teoremas de fatorização e as equações de evolução DGLAP para as distribuições partônicas obtemos uma boa descrição da física das violações de escalamento. Entretanto, algumas questões ainda permanecem: nesta descrição, quando entramos no regime de pequeno x ? Em que valores da fração de momentum x o formalismo DGLAP para evolução das funções de estrutura começa a tornar-se inapropriado?

Se observarmos os dados disponíveis, como os representados na Fig. (1.10), verificamos que F_2 cresce na direção de $x = 0$, e este crescimento é muito mais pronunciado quando Q^2 está aumentando. A questão básica é se este comportamento pode ser entendido em termos de QCD. Como já havíamos mostrado, as funções de desdobramento são calculáveis como expansão em série de potência da constante de acoplamento. Temos mostrado apenas o termo em ordem dominante (LO), entretanto os termos em NLO são conhecidos [15]. A função de desdobramento glúon-glúon $P_{gg}(x, \alpha_s(Q^2))$ em ordem fixa apresenta uma singularidade em pequeno x e comporta-se como $\sim \alpha_s/x$. Esta singularidade leva ao crescimento de F_2 para pequeno x . Qual é a dinâmica deste crescimento? Estudamos uma versão simplificada da equação de evolução para tentar responder a esta questão. Consideraremos apenas a evolução para a distribuição gluônica (párton dominante em $x \rightarrow 0$) e o termo singular em P_{gg} ,

$$\frac{dg_j}{dt} = \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} \gamma_j^{gg} g_j. \quad (1.77)$$

O limite $x \rightarrow 0$ das distribuições partônicas é determinado pelo comportamento da

dimensão anômala γ_j^{gg} em $j \sim 1$, onde ela toma a forma,

$$\gamma_j^{gg} \simeq \frac{2N_c}{j-1}, \quad (1.78)$$

com N_c sendo o número de cores. Neste limite a solução para os momentos da distribuição de glúons é

$$g_j(t) = g_j(t_0) \exp \frac{N_c \eta(t)}{j-1}, \quad (1.79)$$

com a função η definida como,

$$\eta(t) = \int_{t_0}^t dt' \alpha_s(t'). \quad (1.80)$$

Para voltar ao espaço de x necessitamos tomar a transformada de Mellin inversa,

$$\begin{aligned} g(x, t) &= \frac{1}{2\pi i} \int dj x^{-j} g_j(t), \\ &= \frac{1}{2\pi i} \int dj g_j(t_0) \exp \left(j \ln \frac{1}{x} + \frac{N_c \eta(t)}{j-1} \right). \end{aligned} \quad (1.81)$$

No limite quando Q^2 é grande e x é pequeno, isto é $\ln(1/x) \ln(Q^2/Q_0^2) \gg 1$, podemos estimar a integral expandindo-a em torno do ponto de sela da exponencial, j_{sela}

$$j_{\text{sela}} = 1 + \sqrt{\frac{N_c \eta(t)}{\ln \frac{1}{x}}}. \quad (1.82)$$

Portanto, a solução expressa nas variáveis originais produz,

$$g(x, Q^2) \sim \frac{1}{x} \exp \sqrt{\frac{N_c}{\pi b} \ln \frac{Q^2}{\Lambda^2} \ln \frac{1}{x}}. \quad (1.83)$$

Este resultado corresponde à aproximação de duplo logaritmo dominante (DLA), onde os logaritmos ressomados são da forma

$$\left[\alpha_s(Q^2) \ln \left(\frac{Q^2}{Q_0^2} \right) \ln \left(\frac{1}{x} \right) \right]^n. \quad (1.84)$$

A solução na Eq. (1.83) é válida quando usamos uma distribuição inicial suave. Neste caso a dependência em x assintótica é dominada pela função de desdobramento perturbativa. Uma questão que surge é o que acontece se escolhermos uma dependência inicial mais abrupta, por exemplo,

$$g(x, t_0) = \mathcal{C} x^{-j_0}. \quad (1.85)$$

Neste caso, devemos ser mais cuidadosos porque agora há singularidades à direita do ponto de sela,

$$g_j(t_0) = \frac{\mathcal{C}}{j - j_0}. \quad (1.86)$$

A solução pode ser encontrada em pequeno x escolhendo o contorno de integração em torno do pólo da distribuição inicial. O valor da integral é então,

$$g(x, t) = \mathcal{C} x^{-j_0} \exp \frac{N\eta(t)}{j_0 - 1}, \quad (1.87)$$

e o comportamento original em x permanece após a evolução em Q^2 . O comportamento assintótico depende do parâmetro não-perturbativo j_0 . A presença deste termo não-perturbativo significa que se iniciamos com uma condição inicial singular, o espaço para a evolução perturbativa é suprimido porque não teremos glúons rápidos o suficiente para produzir os mais lentos, que é como se produz o crescimento perturbativo em pequeno x .

1.2.4 A Equação de Evolução BFKL

Para processos onde x é pequeno, mas Q^2 não é grande o suficiente para tornar a aproximação de duplo logaritmo dominante válida, a equação de Balitsky-Fadin-Kuraev-Lipatov (BFKL) [16, 17, 18, 19], foi proposta como a descrição correta. Neste esquema, a ramificação partônica no diagrama escada é fortemente ordenada em momentum longitudinal enquanto não há ordenamento em escala transversa. Este formalismo é aplicável no limite onde

$$\alpha_s(Q^2) \ln \left(\frac{Q^2}{Q_0^2} \right) \ll \alpha_s(Q^2) \ln \left(\frac{1}{x} \right) < 1, \quad (1.88)$$

e ressoa os termos

$$\left[\alpha_s(Q^2) \ln \left(\frac{1}{x} \right) \right]^n, \quad (1.89)$$

na denominada aproximação de $\ln(1/x)$ dominante. A equação BFKL é originalmente expressa em termos da função de glúon não-integrada $\mathcal{F}(x, k^2)$, relacionada à densidade de glúon usual por,

$$xg(x, Q^2) = \int_0^{Q^2} dk^2 \frac{\mathcal{F}(x, k^2)}{k^2}. \quad (1.90)$$

onde a função de glúon não-integrada fornece a probabilidade de encontrar um parton (glúon) com fração de momento x e momento transverso k .

Uma representação desta equação, cuja determinação explicaremos em mais detalhes no Cap. (5), é dada em LO por

$$\frac{\partial \mathcal{F}(x, k^2)}{\partial \ln(1/x)} = \frac{3\alpha_s}{\pi} \int_0^\infty dl^2 \frac{k^2}{l^2} \left(\frac{\mathcal{F}(x, l^2) - \mathcal{F}(x, k^2)}{|l^2 - k^2|} + \frac{\mathcal{F}(x, k^2)}{\sqrt{4l^4 + k^4}} \right). \quad (1.91)$$

No Cap. (5), mostraremos como resolver esta equação analiticamente para α_s fixo, mas por enquanto gostaríamos de indicar que a solução é proporcional a

$$\begin{aligned} \mathcal{F}(x, k^2) &\sim \left(\frac{x}{x_0}\right)^{-\lambda}, \\ \lambda &= \frac{\alpha_s N_c}{\pi} 4 \ln 2 \sim 0.5, \quad (N_c = 3 \text{ e } \alpha_s = 0.19) \end{aligned} \quad (1.92)$$

Neste formalismo, o crescimento da densidade de glúons é mais intenso que a predição da aproximação de duplo logaritmo, isto é,

$$g(x, Q^2) \sim x^{-\lambda-1}. \quad (1.93)$$

A equação BFKL não contradiz DGLAP, pois BFKL seleciona os termos que produzem logaritmos dominantes em $1/x$ em todas as ordens em α_s do núcleo DGLAP. Em pequeno x , estes termos logarítmicos devem ser importantes e afetam a expansão perturbativa das funções de desdobramento [15].

O formalismo DGLAP tem sido comparado com os dados de funções de estrutura durante as duas últimas décadas. As equações DGLAP na próxima-ordem-dominante (NLO) descrevem muito bem os dados em ep DIS em HERA para $2 \cdot 10^{-5} < x < 0.65$ e $1 < Q^2 < 3 \cdot 10^4$ GeV², como pode ser verificado na Fig. (1.10). Isto poderia indicar que evolução BFKL não é necessária para obter uma descrição correta na região cinemática de HERA. Entretanto se compararmos os resultados DGLAP em LO e NLO obtemos previsões estáveis para F_2 , entretanto temos de mudar a densidade de glúons em normalização absoluta e também o seu comportamento em x . Este fato pode ser explicado se estudamos a função de desdobramento de quark,

$$P_{qg}(\alpha_s, x) \simeq \alpha_s P_{qg}^{LO}(x) \left[1 + 2.2 \frac{C_A}{\pi} \frac{1}{x} \right], \quad (1.94)$$

que convoluída com a distribuição de glúons é responsável, pelas violações de escalamento. $P_{qg}^{LO}(x)$ é suave em pequeno x , mas em correções NLO apresenta comportamento singular. Para obter uma evolução estável na função de estrutura, a densidade de glúons deve ser menos singular em NLO que em LO. Portanto, devemos ser cuidadosos porque na análise DGLAP em ordem fixa para F_2 , grandes correções perturbativas em ordem NLO podem estar incluídas em uma mudança nas parametrizações das densidades partônicas. Precisamos de mais dados para determinar a importância dos efeitos BFKL. No Cap. (4), derivaremos a equação BFKL em LO e discutiremos efeitos em NLO, bem como faremos a fenomenologia pertinente com a série completa e truncada. Medidas de outras funções de estrutura como F_L podem ajudar a determinar a correlação entre P_{qg} e $g(x, Q^2)$.

1.2.5 A Saturação Partônica

Vimos que as distribuições partônicas apresentam um rápido crescimento quando aproximamos da região de pequeno x . Devido ao tamanho finito do próton este crescimento não pode persistir indefinidamente. Quando o número de pártons no interior do próton é muito grande estes não podem ser considerados mais como campos livres, porque suas funções de

onda iniciam a sobrepor-se e efeitos de recombinação devem ser levados em consideração. É esperado que estes efeitos, geralmente conhecidos como saturação partônica, devam limitar o crescimento das distribuições. Uma estimativa preliminar pode ser feita do regime onde este novo fenômeno deve aparecer. O vínculo de unitariedade faz com que a seção de choque para DIS tenda a um valor constante, corrigido por no máximo logaritmos da energia de centro de massa, $\sim \ln^2 s$, quando esta energia é assintoticamente grande [20, 21]. Este limite essencial corresponde ao tamanho do hádron. Em termos da função de estrutura F_2 podemos escrever,

$$\frac{1}{Q^2} F_2(x, Q^2) \simeq \frac{1}{Q^2} \alpha_s g(x, Q^2) \log \pi R^2, \quad (1.95)$$

onde R é o raio do próton e faz-se uso do fato que a densidade de glúons é dominante em pequeno x . Obviamente esta condição é violada por ambos formalismos DGLAP e BFKL em pequenos valores de x . A razão é que estas equações não incluem a física de reespalhamento ou recombinação partônicos. O efeito desta física é introduzir termos de mais alto twist² na fórmula de fatorização, Eq. (1.15). Estes efeitos são difíceis de implementar e alguns formalismos têm sido propostos para levá-los em consideração. Citaremos alguns deles resumidamente (veja Ref. [22] para uma ampla revisão). Intuitivamente, podemos associar $xg(x, Q^2)$ ao número de glúons no nucleon, n_g , por unidade de rapidez, $y = \ln(1/x)$, com tamanho transversal da ordem $1/Q$. Na interação hádron-nucleon é o glúon virtual que testa a estrutura do nucleon, em analogia com o bóson eletrofraco em DIS. A seção de choque virtual glúon-nucleon é

$$\sigma_{g^*N}(x, Q^2) = \sigma_0 xg(x, Q^2), \quad (1.96)$$

onde $\sigma_0 = \sigma_{g^*g \rightarrow X} = Cte \frac{\alpha_s(Q^2)}{Q^2}$, é a seção de choque total do glúon virtual, com virtualidade Q^2 , e interação nucleon-glúon. Assumindo $\sigma_0 = \pi R_{HAD}^2$, então $\sigma_0 xg(x, Q^2)$ corresponde à área ocupada pelo glúon em um nucleon. Quando $x \rightarrow 0$, esta área transversal pode ser comparável, ou mesmo maior, que πR_{HAD}^2 , seguindo as previsões DGLAP ou BFKL para pequeno x . Chegando a este regime, os glúons podem iniciar a superpor-se espacialmente na direção transversal e interagir, não comportando-se mais como um parton livre. Estas interações devem suavizar, ou mesmo impedir, o intenso crescimento da seção de choque, fixando o limite πR_{HAD}^2 no regime de pequeno x . Introduzindo a função κ , com interpretação probabilística

$$\kappa = \sigma_0 \frac{xg(x, Q^2)}{\pi R^2}, \quad (1.97)$$

é possível estimar em qual região cinemática podemos esperar modificações nas equações de evolução usuais. Então, para $\kappa \ll 1$, o sistema reduz-se ao caso onde a equação de

² Em QCD a função de estrutura pode ser calculada através da Expansão de Produto de Operadores (OPE):

$$F_2(x, Q^2) = \sum_n \frac{C_n(x, Q^2)}{(Q^2)^n},$$

onde n é a ordem (*twist*) do operador correspondente. A contribuição para $n = 0$ é a de ordem dominante (*twist dominante*) e F_2 terá dependência suave em Q^2 .

evolução usual (linear) é aplicável, governada pelas cascatas partônicas individuais, sem interação entre as cascatas.

Quando $\kappa \approx \alpha_s$, pártons de cascatas distintas iniciam a interagir devido à superposição espacial. Este regime cinemático específico associado ao início do mecanismo de recombinação foi primeiro estudado por Gribov, Levin e Ryskin (GLR) [23], propondo a introdução de termos não-lineares na equação de evolução. A região de $\kappa \rightarrow 1$ foi discutida mais tarde [24, 25] e obteve desenvolvimento teórico considerável [22], também motivado pelos resultados de HERA e o grande interesse nos futuros dados em RHIC e LHC. Este é o regime cinemático que requer a dinâmica QCD para altas densidades partônicas. Apesar da constante de acoplamento α_s ser ainda pequena, permitindo em princípio o uso de métodos perturbativos, o sistema é tão denso que manifestações de efeitos não-lineares são esperadas, e estes devem ser considerados em um formalismo completo. A região de $\kappa \rightarrow 1$ corresponde a pártons em um estado de não-equilíbrio e novos métodos devem ser introduzidos para tratar os fenômenos coletivos.

- **O formalismo GLR:**

O formalismo GLR [23] de recombinação partônica em QCD perturbativa para sistemas de alta densidade, introduz correções de unitariedade incluídos em uma equação de evolução conhecida como equação GLR. Em termos de diagramas, este considera as contribuições dominantes do tipo não-escada, ou gráficos de múltiplas-escadas, também chamados de diagramas fan. A evolução QCD padrão é representada por uma cascata de decaimentos partônicos no nucleon. O fóton interage com um párton de fração de momento x e virtualidade Q^2 , o qual é o último de uma cadeia onde os pártons são mais lentos e têm virtualidade mais altas. A escala Q_0 define a virtualidade inicial e ao mesmo tempo, o limite da aplicabilidade de QCD perturbativa, e Q^2 é a virtualidade mais alta da cadeia. Seguindo DGLAP, o número de pártons com pequena fração de momento aumenta muito rapidamente, o que geometricamente corresponde a uma maior densidade de pártons na mesma área disponível, em contraste com o sistema mais diluído em valores intermediários de x , longe da possibilidade de superposição. A transição entre estes regimes deve ser caracterizada por um valor crítico $x = x_{CRIT}$. O mesmo procedimento pode ser estendido ao formalismo BFKL, com a diferença neste caso que o aumento das distribuições partônicas toma lugar em escala transversa fixa, apesar da evolução apresentar flutuações no plano transversal devido à difusão característica do formalismo BFKL.

Como primeira aproximação, considera-se a probabilidade de aniquilação como proporcional ao quadrado da probabilidade de encontrar um párton incidente, introduzindo um comportamento não-linear. As correções não-lineares correspondem a uma classe de diagramas de Feynman, os já referidos diagramas fan, formados por uma escada de glúons e subseqüentes subdivisões em escadas gluônicas, onde o vértice de três escadas está associado com o decaimento e consiste de uma soma de muitos diagramas não-planares. O resultado total apresenta um sinal menos, que é importante no intuito de controlar o crescimento das distribuições uma vez que tais diagramas tornem-se relevantes, i.e. em pequeno x . Expressa em termos da densidade de glúons a equação

GLR é dada por,

$$\frac{\partial^2 xg(x, Q^2)}{\partial \ln Q^2 \partial \ln 1/x} = \frac{\alpha_s N_c}{\pi} xg(x, Q^2) - \frac{\alpha_s^2 \gamma}{Q^2 R^2} [xg(x, Q^2)]^2. \quad (1.98)$$

No limite assintótico, $xg(x, Q^2) \Big|_{SAT}^{GLR} = \frac{16}{27\pi\alpha_s} Q^2 R^2$. Como GLR inclui apenas o primeiro termo não-linear, apesar de prever saturação no regime assintótico, sua região de validade não estende-se a densidades muito altas onde termos de mais alta ordem devem contribuir.

• **O formalismo AGL**

Este formalismo desenvolvido por Ayala Filho, Gay Ducati e Levin (AGL) [24, 25], estende o tratamento perturbativo até o início do regime de altas densidades partônicas, através do cálculo da distribuição de glúons que é solução de uma equação não-linear que ressona a troca de múltiplos diagramas de escadas gluônicas, na aproximação de duplo logaritmo dominante (DLA). Este formalismo é baseado na abordagem de Glauber para a QCD perturbativa, considerando a interação dos pártons mais rápidos das escadas com o alvo, núcleo ou nucleon. Considera-se a prova virtual g^* , que interage com o alvo no sistema de repouso através de múltiplos reespalhamentos com os nucleons, de maneira a ser descrito por um formalismo tipo eikonal. A equação geradora para a interação de pares de glúons gg com o alvo é conhecida como a fórmula de Glauber-Mueller,

$$xg_A(x, Q^2) = \frac{4}{\pi^2} \int_x^1 \frac{dx'}{x'} \int_{4/Q^2}^\infty \frac{d^2 r_t}{\pi r_t^4} \int \frac{d^2 b_t}{\pi} 2[1 - \sigma_N^{gg}(x', 4/r_t^2) S(b_t)]. \quad (1.99)$$

onde r_t é a distância fixa entre o par, b_t é o parâmetro de impacto, $S(b_t)$ é uma função perfil e σ_N^{gg} é a seção de choque de interação do par de glúons com o alvo. Com a integração em b_t , usando um perfil gaussiano, obtém-se

$$xg_A(x, Q^2) = \frac{2R_A^2}{\pi^2} \int_x^1 \frac{dx'}{x'} \int_{1/Q^2}^{1/Q_0^2} \frac{d^2 r_t}{\pi r_t^4} [C + \ln(\kappa_G(x', r_t^2)) + E_1(\kappa_G(x', r_t^2))] \quad (1.100)$$

onde C é a constante de Euler, E_1 é a função integral-exponencial e onde κ_G é definida como

$$\kappa_G(x, r_t^2) = \frac{3\alpha_s}{2R_A^2} \pi r_t^2 xg(x, 1/r_t^2). \quad (1.101)$$

Com o intuito de obter-se uma equação de evolução não-linear contendo as correções de unitariedade através da inclusão de todas as interações além dos pártons mais rápidos da escada, diferencia-se a equação geradora para glúons em $y = \ln 1/x$ e $\varepsilon = \ln Q^2$, obtendo,

$$\frac{\partial^2 xg(y, \varepsilon)}{\partial y \partial \varepsilon} = \frac{2 Q^2 R^2}{\pi} [C + \ln(\kappa_G) + E_1(\kappa_G)], \quad (1.102)$$

onde $\kappa_G^{DGLAP}(x, Q^2) = \frac{N_c \alpha_s \pi}{2Q^2 R^2} x g^{DGLAP}(x, Q^2)$, para os cálculos. Em termos de κ_G a equação de evolução principal é

$$\frac{\partial^2 \kappa_G(y, \varepsilon)}{\partial y \partial \varepsilon} + \frac{\partial \kappa_G(y, \varepsilon)}{\partial y} = \frac{N_c \alpha_s}{\pi} [C + \ln(\kappa_G) + E_1(\kappa_G)]. \quad (1.103)$$

- **A formulação de Kovchegov**

Na Ref. [26] é proposta uma generalização não-linear da equação BFKL, também discutida anteriormente na Ref. [27] através do uso de uma nova expansão de operadores OPE em QCD, obtendo a evolução dos operadores de linhas de Wilson. O espalhamento de um dipolo (onium - $q\bar{q}$) com o nucleon é descrito por uma cascata evolutiva correspondendo a sucessivas subdivisões de dipolos de um dipolo inicial. Cada dipolo tem múltiplos espalhamentos com os nucleons, implicando múltiplas trocas de diagramas escada serem ressomadas para obter-se a seção de choque de interação dipolo-núcleos. Como resultado, é derivada a equação de evolução tendo o Pomeron BFKL unitarizado como solução, na aproximação $LL(1/x)$. Os glúons são substituídos por pares $q\bar{q}$ e a técnica de dipolos de Mueller para a cascata perturbativa pode ser empregada [28]. A formulação de Kovchegov, como o formalismo AGL, é um cálculo em QCD perturbativa e os dipolos considerados da cascata interagem independentemente com o núcleo.

A representação física é comparável com a abordagem Glauber-Mueller, uma vez que o fóton incidente gera um par $q\bar{q}$, que subsequentemente emite uma cascata glúônica após interagir com o núcleo. Apesar das formulações partirem de graus de liberdade distintos, tanto Kovchegov como AGL ressomam os múltiplos reespalhamentos em seus respectivos graus de liberdade, o que permite considerá-los coincidentes em um limite cinemático comum. Em DLA, onde a escala de momento do fóton Q^2 é maior que Λ_{QCD}^2 , a equação de Kovchegov é,

$$\frac{\partial N(\vec{x}_{01}, \vec{b}_0, Y)}{\partial Y} = \frac{\alpha_s C_F}{\pi} x_{01}^2 \int_{x_{01}^2}^{\frac{1}{\Lambda_{QCD}^2}} \frac{d^2 x_{02}}{(x_{02}^2)^2} [2 N(\vec{x}_{02}, \vec{b}_0, Y) - N(\vec{x}_{02}, \vec{b}_0, Y) N(\vec{x}_{02}, \vec{b}_0, Y)] \quad (1.104)$$

que é uma evolução no tamanho transverso de dipolo x_{01} até $1/\Lambda_{QCD}$ e onde $x_{ij} = x_i - x_j$ é o tamanho do dipolo. Derivando em $\ln(1/x_{01}^2 \Lambda_{QCD}^2)$ resulta,

$$\frac{\partial^2 N(\vec{x}_{01}, \vec{b}_0, Y)}{\partial Y \partial \ln(1/x_{01}^2 \Lambda_{QCD}^2)} = \frac{\alpha_s C_F}{\pi} [2 - N(\vec{x}_{01}, \vec{b}_0, Y)] N(\vec{x}_{01}, \vec{b}_0, Y). \quad (1.105)$$

definindo que sucessivas emissões de dipolos geram tamanhos transversos maiores a cada geração posterior. O termo linear reproduz a equação BFKL em baixa densidade, e o termo quadrático introduz correções de unitariedade, unitarizando o Pomeron BFKL e reproduzindo a equação GLR, uma vez que assume-se N diretamente relacionado à distribuição de glúons.

- **O formalismo MV-JKWL**

Na formulação MV-JKWL [29, 30] um sistema muito denso (um grande núcleo) é tratado no cone de luz e considerando o gauge de cone de luz ($A^+ \equiv 0$), $x \equiv$

$q_{Gluon}^+/Q_{Nucleon}^+$. A distribuição de glúons para pequeno x é proposta para um grande núcleo onde os graus de liberdade são os quanta virtuais de um campo clássico gerado pela carga de cor dos pártons de valência (fontes estáticas). Nesta abordagem o núcleo é considerado no sistema de momento infinito, com a escala do problema dado por $\Lambda = 1/\pi R^2 dN/dy$, onde N é a densidade de glúons. Para pequeno x e grande núcleo, $\alpha_s(\Lambda)$ é pequena permitindo cálculos perturbativos nesta formulação de Lagrangeano efetivo para condensados de glúons. A densidade de glúons no espaço de momento é obtida em termos da correlação dos campos de glúon, no gauge de cone de luz. As flutuações quânticas intrínsecas são substituídas por uma média clássica no conjunto de cargas de cor. A distribuição de glúons em uma dada virtualidade Q^2 e x é obtida da densidade de glúons no espaço de momento $dN/dq^+ d^2\vec{q}$, que é uma função do condensado de glúons $\langle A_i^a(x^-, \vec{x}) A(x', \vec{x}') \rangle$, sendo

$$xg(x, Q^2) \equiv \int^{Q^2} d^2\vec{q} x \frac{dN}{dxq^2\vec{q}}. \quad (1.106)$$

Na abordagem MV clássica, os efeitos não-lineares são incluídos na solução de densidade de cargas ρ das equações para o campo de Yang-Mills. As correções quânticas podem ser consideradas, e na Ref. [30] o resultado perturbativo para a distribuição de glúons até a segunda ordem em α_s é dado por,

$$\frac{1}{\pi R^2} \frac{dN}{dx d^2k_t} = \alpha_s \Gamma \frac{1}{x k_t^2} \left[1 + \frac{2\alpha_s N_c}{\pi} \ln\left(\frac{k_t}{\alpha_s \mu}\right) \ln\left(\frac{1}{x}\right) \right], \quad (1.107)$$

onde $\Gamma = \frac{\mu^2(N_c^2 - 1)}{\pi^2}$ e μ^2 é o quadrado da densidade média de carga de cor (por unidade de área).

Como um resumo das formulações para o regime de saturação partônica, a Fig. (1.12) apresenta as diferentes regiões de aplicabilidade das abordagens no plano $\ln(1/x)$ versus Q^2 . Em geral os formalismos de efeitos não-lineares recaem em uma expansão tipo múltiplos espalhamentos de Glauber, largamente conhecida nas interações hadrônicas. Nos formalismos baseados em campos efetivos, o estado da arte está representado no abordagem de Color Glass Condensate (CGC). Na próxima seção revisaremos a abordagem não-perturbativa usual para descrever interações hadrônicas (teoria de Regge) onde uma escala dura (Q^2 , grande p_T) não está presente. O regime de saturação está na interface onde métodos de acoplamento fraco chegam ao seu limite de validade e tem-se início de interações não-perturbativas descritas por Lagrangeanos efetivos em altas energias. O regime de saturação partônica é a região intermediária entre a região de acoplamento fraco onde métodos perturbativos são possíveis e a região não-perturbativa. Na próxima seção estudaremos este último regime, com ênfase nas previsões para seções de choque totais e diferenciais.

1.3 As Colisões Hadrônicas e Difração

O estudo das interações hádron-hádron em pequenos momentos transferidos tem sido um dos temas centrais no desenvolvimento da física de partículas. Na ausência de alguma

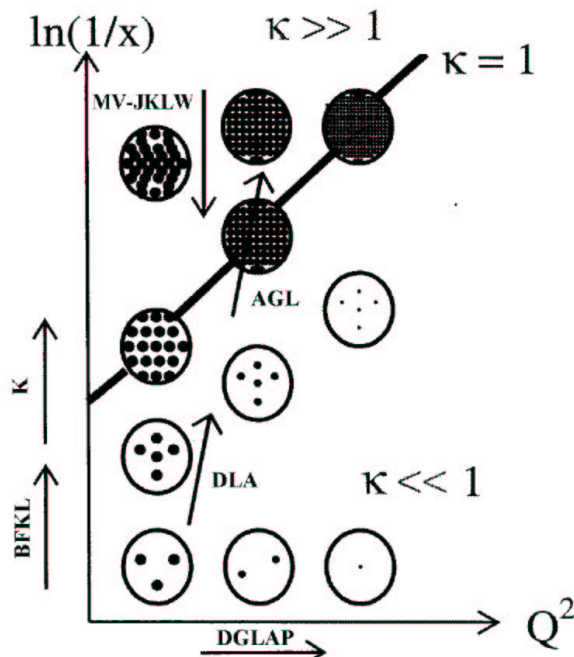


Fig. 1.12: Distintos regimes cinemáticos das equações de evolução para densidades partônicas.

escala dura, a QCD perturbativa não é aplicável e os modelos fenomenológicos, que têm sido frequentemente o instrumento no desenvolvimento da área, ainda fornece as melhores descrições disponíveis. Uma descrição consistente de interações fortes periféricas é oferecida pela teoria de Regge [31], na qual os processos de espalhamento são descritos em termos da troca de mésons virtuais. A interpretação no formalismo de Regge do espalhamento elástico em altas energias tem sido muito problemática, pois nenhum dos mésons conhecidos pode ser usado para descrever a seção de choque observada. A introdução de uma troca do vácuo ou difrativa, conhecida como Pomeron, para descrever as seções de choque total, elástica e inelástica na região de pequenas massas tem se mostrado muito satisfatória [32], apesar da natureza do objeto trocado não ser determinada. A observação em produção difrativa de jatos com alto momento transversal p_T [33] corroborou uma interpretação partônica, apesar das distribuições correspondentes não serem bem determinadas.

Interações consistentes com a interpretação difrativa têm sido observadas também em um amplo intervalo de Q^2 em HERA [34], e a cobertura cinemática presente nos detectores faz com que os estados finais produzidos sejam bem determinados. Para fótons reais ($Q^2 = 0$), a fotoprodução difrativa é relevante para a compreensão da natureza hadrônica do fóton em altas energias no modelo de dominância de mésons vetoriais (VDM). Além disso, em eletroprodução difrativa a escala dura fornecida pela virtualidade do fóton facilita o estudo da estrutura profundamente inelástica da troca difrativa, provando a possível estrutura interna do Pomeron [34].

Nesta seção, as principais idéias contidas na teoria de Regge são discutidas. Este formalismo é a teoria do plano de momentum angular complexo, e aqui não faremos uma descrição detalhada deste, mas indicamos Ref. [31] como material de revisão. A aplicação aos casos de

seções de choque elástica, total e de dissociação difrativa são então discutidas, concentrando no caso específico do sistema γp . Finalmente, as recentes análises da contribuição difrativa à função de estrutura do próton, e da estrutura partônica do Pomeron são brevemente revisadas. Detalhes em modelos específicos, tanto reggeônicos como baseados em QCD, são detalhadamente descritos no próximo capítulo. Os vínculos adicionais à natureza da troca difrativa podem ser obtidos no estudo de produção de jatos e fluxos de energia no estado final, mas não serão considerados aqui.

1.3.1 As Interações Hádron-Hádron

A Fig. (1.1) mostrou a dependência da constante de acoplamento forte, α_s , na principal escala em DIS: a virtualidade Q^2 . Em interações hádron-hádron, a escala apropriada para QCD é também definida pelo momento transferido. Em grande momento transferido, correspondendo às interações duras, a constante de acoplamento é pequena, tornando a QCD perturbativa em baixa ordem aplicável para cálculos. Em pequeno momento transferido, a constante de acoplamento torna-se grande, tal que uma expansão perturbativa não é mais apropriada. Neste regime não-perturbativo, a abordagem fenomenológica da teoria de Regge [31] fornece a melhor descrição das seções de choque hadrônicas.

É o valor de α_s nas interações de grandes distâncias que dá origem ao confinamento de partículas interagentes dentro dos hádrons. Para pequeno momento transferido, a subestrutura dos hádrons não é resolvida e a interação residual forte toma lugar entre hádrons compostos, ao contrário dos quarks e glúons que os compõem. Os aspectos de confinamento na QCD podem ser incorporados em uma descrição física em que as interações fortes periféricas, que tomam lugar entre hádrons compostos, não sejam construídas em termos da troca de um único bóson de gauge, mas sim como sendo devido à troca de grupos de pártons com cor, compreendendo hádrons virtuais que são singletos de cor.

1.3.2 Os Processos nos Canais s e t

O processo geral de espalhamento de dois corpos, $AB \rightarrow CD$, pode ser discutido em termos de dois invariantes independentes. É conveniente neste caso trabalharmos em termos das variáveis de Mandelstan s e t , definidas por [35],

$$s = (A + B)^2 = (C + D)^2, \quad (1.108)$$

$$t = (A - C)^2 = (B - D)^2, \quad (1.109)$$

onde A , B , C , e D denotam os quadri-vetores dos hádrons no estado inicial e final. No canal- s , a variável s é o quadrado da energia de centro de massa da interação; t , o qual tem sinal negativo, define o quadrado do quadrimomentum transferido entre as partículas interagentes, A e B .

Em teoria de campos, interações são descritas em termos de estados intermediários ocorrendo tanto como trocas ou como ressonâncias. Para as propostas de nossa discussão, o processo no canal s generalizado, $AB \rightarrow CD$, será definido como uma troca, mostrado na Fig. (1.13a). Usando a simetria de cruzamento, o processo no canal t correspondente, $A\bar{C} \rightarrow \bar{B}D$, mostrado na Fig. (1.13b), pode ser descrito pela mesma amplitude, considerando que

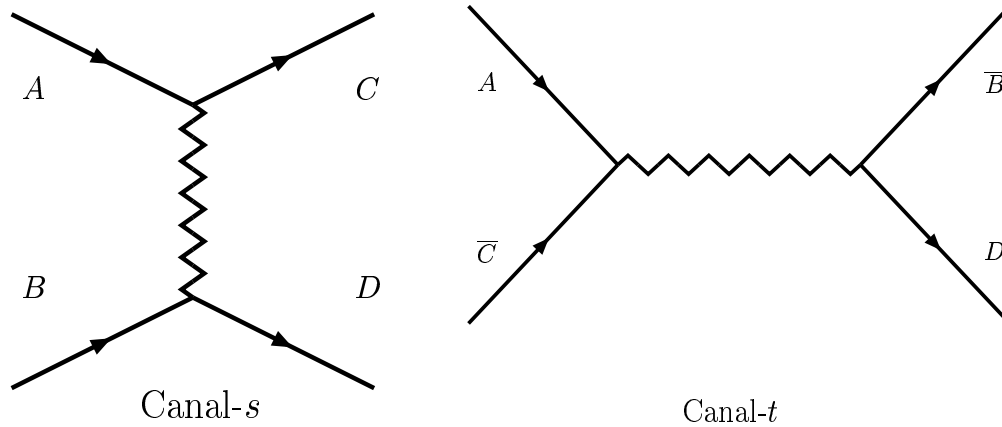


Fig. 1.13: Representação diagramática de: (a) gráfico à esquerda denota um processo geral no canal- s e (b) o gráfico à direita denota o processo cruzado no canal- t equivalente.

os dois processos tomam lugar em regiões fisicamente desconectadas no espaço s e t . As amplitudes para os dois processos são idênticas, dado que s na Fig. (1.13a) é substituído por t na Fig. (1.13b), e vice-versa, isto é,

$$\mathcal{A}_{AB \rightarrow CD}(s, t) = \mathcal{A}_{A\bar{C} \rightarrow \bar{B}D}(t, s). \quad (1.110)$$

A existência dos píons e a sua massa aproximada foi antecipada por Yukawa na tentativa de entender o alcance limitado da força forte nuclear em termos da troca de partículas massivas [35]. Uma vez que o princípio da incerteza relaciona o alcance r e a massa m , da forma $r \sim 1/m$, um modelo em que apenas os mésons mais leves são considerados é factível para descrever apenas as componentes altamente periféricas de longa distância de uma interação.

Nas formulações na teoria de campos, como por exemplo o modelo de troca de uma partícula [35], a troca de um único π é tratada de maneira similar à substituição do fóton em QED: a amplitude deve conter um termo de propagador, na forma [35]

$$\mathcal{A}(s, t) \sim \frac{g^2}{m_\pi^2 - t}, \quad (1.111)$$

onde g é a magnitude do acoplamento do propagador às partículas externas e há uma singularidade, ou um pólo, na região não-física $t > 0$ do diagrama do canal s , onde $t = m_\pi^2$. As amplitudes para processos periferais no canal s , onde a troca de π é dominante, são bem descritas via Eq. (1.110) em termos de uma continuação da amplitude para a produção de ressonância de mésons π no processo do canal cruzado t .

1.3.3 As Trajetórias de Regge e Amplitudes no Canal- s

A generalização moderna dos modelos tipo Yukawa é a teoria de Regge [35]. Uma descrição completa das partes de curtas e de grandes distâncias de uma amplitude devem somar

contribuições de todas as possíveis partículas trocadas com os números quânticos apropriados. Tais partículas podem ser consideradas como excitações no momento angular do mais baixo estado ligado, tal que o momentum angular e o quadrado da massa das partículas de troca contribuindo estão diretamente relacionados por uma *trajetória de Regge* [31]. Na teoria de Regge original para o espalhamento em potencial não-relativístico, e sua generalização à física de partículas relativística, o momentum angular é tratado como uma variável complexa contínua, $\alpha(t)$, com ressonâncias fisicamente observáveis no canal t ocorrendo apenas em valores físicos do spin, tal que $\mathcal{R}e[\alpha(t)]$ é um inteiro ou semi-inteiro. Hádrons estáveis têm valor real puro para $\alpha(t)$, enquanto os hádrons instáveis têm uma componente imaginária que está relacionada à sua largura de decaimento. Estados ligados, portanto, estão localizados próximos ao eixo real de $\alpha(t)$. Em geral, encontra-se que a trajetória pode ser considerada linear no espaço dos valores de spin-massa. A linearidade das trajetórias pode ser qualitativamente entendida em termos de QCD se mésons são modelados como um simples par de quarks sem massa conectados por uma corda rotante. Então a trajetória no canal t , ou em pequeno t no canal s , pode ser escrita como [35],

$$\alpha(t) = \alpha(0) + \alpha' t, \quad (1.112)$$

onde $\alpha(0)$ é denominado o coeficiente linear da trajetória e α' é o seu correspondente coeficiente angular, o *slope*. Como um exemplo, a trajetória para a qual o méson ρ é o mais baixo estado ligado é mostrada na Fig. (1.14).

Amplitudes no canal t podem ser calculadas por decomposição em ondas parciais de diferentes momentos angulares,

$$\mathcal{A}(s, t) \simeq \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \mathcal{A}_l(t) P_l(\cos \theta), \quad (1.113)$$

onde $\mathcal{A}_l(t)$ é a amplitude para a l -ésima onda parcial; $P_l(\cos \theta)$ é a polinomial de Legendre para momentum angular l . A amplitude para descrever o canal s , continuada analiticamente, onde $\cos \theta > 1$, a Eq. (1.113), pode ser considerada como uma soma sobre pólos na forma da Eq. (1.111), para cada onda parcial. Quando expressa em termos das trajetórias de Regge contribuindo ao espalhamento, o pólo na i -ésima onda parcial pode ser escrito como,

$$\mathcal{A}_l(t) \simeq \frac{\beta(t)}{l - \alpha(t)}, \quad (1.114)$$

onde $\alpha(t)$ denota a trajetória trocada; a função resíduo, $\beta(t)$, descreve o acoplamento do pólo às partículas externas. No limite assintótico, onde $s \rightarrow \infty$ e $t/s \rightarrow 0$, a dependência dominante em s da contribuição à amplitude pela trajetória $\alpha(t)$, é dada por,

$$\mathcal{A}(s, t) \sim \beta(t) \left(\frac{s}{s_0} \right)^{\alpha(t)}, \quad (1.115)$$

onde s_0 define a escala de energia onde s deve ser grande, tipicamente considerada da ordem de 1 GeV^2 . Para um processo que é dominado pela troca de uma única trajetória, a seção de choque diferencial pode ser expressa como,

$$\frac{d\sigma}{dt} \sim \frac{1}{s^2} |\mathcal{A}(s, t)|^2 = g(t) \left(\frac{s}{s_0} \right)^{2\alpha(t)-2}. \quad (1.116)$$

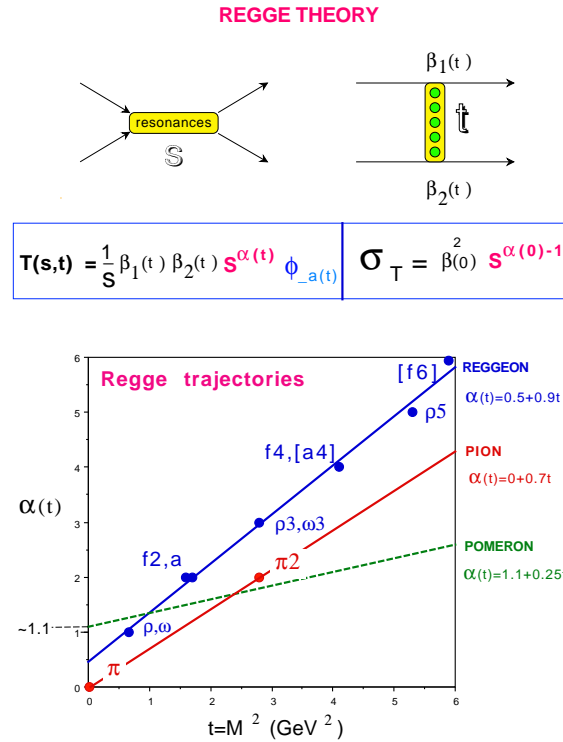


Fig. 1.14: O gráfico de Chew-Frautschi da trajetória das famílias do méson ρ , do píon e do Pomeron. Acima está a representação das amplitudes e seções de choque.

Apesar de ser um modelo essencialmente fenomenológico, sem nenhuma base teórica em QCD, a teoria de Regge é capaz de fornecer previsões precisas para as dependências em s e t para um amplo intervalo de interações hadrônicas em momento transferido pequeno e em muitas ordens de magnitude em s [35]. Considerando, por exemplo, a reação de troca de carga, $\pi^- p \rightarrow \pi^0 n$, e seu equivalente cruzado no canal t , $\pi^- \pi^0 \rightarrow \bar{p} n$. A trajetória dominante apropriada a estas amplitudes é aquela do méson ρ , que é mostrada no gráfico de Chew-Frautschi na Fig. (1.14). A trajetória linear construída através das ressonâncias no canal t extrapola bem os pontos de troca $t < 0$ em pequeno t , medida diretamente no processo do canal s . A seção de choque para $\pi^- p \rightarrow \pi^0 n$ é bem descrita pela forma da Eq. (1.116) com $\alpha(t) = \alpha_\rho(t)$.

1.3.4 A Dependência em t e o Encolhimento

Usando a parametrização para pequeno t , apresentada na Eq. (1.112), a seção de choque no canal s , Eq. (1.116), pode ser expressa como [35],

$$\frac{d\sigma}{dt} \sim g'(t) \left(\frac{s}{s_0}\right)^{2\alpha(0)-2} \left(\frac{s}{s_0}\right)^{2\alpha't} \quad (1.117)$$

Se a dependência em t dos acoplamentos do propagador da partícula de troca é pequena, então em grande s esta dependência deve ser dominada pelo fator final da expressão acima.

Como t tem sinal negativo, α' deve ser positivo; $d\sigma/dt$ decresce rapidamente em grande s a partir de um máximo em $t = 0$. A teoria de Regge prediz, portanto, que quando a energia de centro de massa aumenta, o pico frontal ($t \rightarrow 0$) torna-se mais agudo, ou seja, sua largura encolhe (*shrinks*). Uma interpretação física deste fato é que quando s cresce, mais e mais ondas parciais de momento angular maior contribuem ao processo de espalhamento. As polinomiais de Legendre que descrevem cada onda parcial têm variações mais rápidas com $\cos \theta$ quando o momentum angular cresce e torna mais forte a dependência em t . O pico frontal, que é o único lugar onde todas as ondas parciais somam-se mais ou menos coerentemente, deve tornar-se mais pronunciado quando a energia de centro de massa aumenta.

O encolhimento (*shrinkage*) nas seções de choque hadrônicas é um fenômeno experimentalmente bem observado [32]. A rápida variação da seção de choque em t com s fixo é bem descrita em pequeno t por uma parametrização experimental. A Eq. (1.117) pode ser expressa como,

$$\frac{d\sigma}{dt} \sim g'(t) \left(\frac{s}{s_0}\right)^{2\alpha-2} e^{2\alpha' \ln\left(\frac{s}{s_0}\right)t}, \quad (1.118)$$

$$\frac{d\sigma}{dt} \sim \left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_{t=0} e^{B_{el}(s)t}. \quad (1.119)$$

onde B_{el} ($\sim 5 - 10$) é denominado parâmetro de declividade (*slope*) [35],

$$B_{el}(s) = b_0 + 2\alpha' \ln\left(\frac{s}{s_0}\right), \quad (1.120)$$

e descreve um encolhimento logarítmico do pico frontal para um processo com energia de centro de massa.

1.3.5 O Espalhamento Difrativo

A Eq. (1.116) dá a predição de Regge para as dependências em s e t de uma seção de choque hadrônica geral, em termos da trajetória dominante que contribui para a troca. Uma aplicação é o caso da seção de choque elástica, $AB \rightarrow AB$. A Fig. (1.15) mostra a representação diagramática da trajetória dominante requerida para o processo elástico, em termos de uma soma coerente sobre os possíveis estados intermediários, X .

As seções de choque total e elástica estão relacionadas através do teorema Óptico,

$$\sigma_{tot}^{AB} \sim \frac{1}{s} \mathcal{I}m(\mathcal{A}_{el}^{AB})_{t=0} \sim s^{\alpha(0)-1}, \quad (1.121)$$

onde a última igualdade segue da Eq. (1.115), e do fato que a amplitude elástica é quase imaginária pura. Uma demonstração diagramática do teorema Óptico pode ser visualizado na Fig. (1.16). A seção de choque total pode ser representada como a soma incoerente (ao quadrado) sobre um conjunto completo de estados finais, o qual está relacionado por sua vez através do fechamento do conjunto, a uma amplitude elástica. A linha tracejada no diagrama, seguindo a segunda igualdade da Fig. (1.16), ilustra onde uma amplitude elástica, procedendo através de um dado estado intermediário, X , deve ser cortada, no

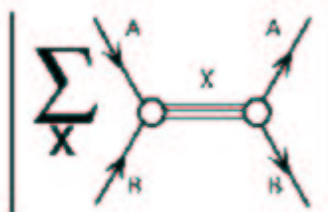
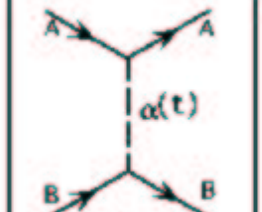
$$\frac{d\sigma_{el}}{dt} \sim \frac{1}{s^2} \left| \sum_X \left| \begin{array}{c} \text{Diagrama 1} \\ \text{Diagrama 2} \end{array} \right. \right|^2 \sim \frac{1}{s^2} \left| \begin{array}{c} \text{Diagrama 3} \\ \alpha(t) \end{array} \right|^2 \sim s^{2\alpha(t)-2}$$



Fig. 1.15: A representação diagramática geral para uma seção de choque elástica em termos de uma trajetória de Regge dominante (Pomeron), $\alpha(t)$, e sua interpretação física como uma soma no canal- t sobre estados intermediários, X .

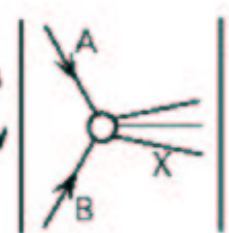
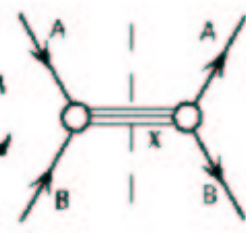
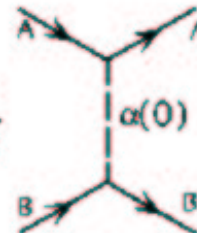
$$\sigma_{tot} = \frac{1}{2s} \sum_X \left| \begin{array}{c} \text{Diagrama 4} \\ \text{Diagrama 5} \end{array} \right|^2 = \frac{1}{2s} \sum_X \left| \begin{array}{c} \text{Diagrama 6} \\ \text{Diagrama 7} \end{array} \right|^2 \sim \frac{1}{s} \left| \begin{array}{c} \text{Diagrama 8} \\ \alpha(0) \end{array} \right|^2$$




Fig. 1.16: A representação diagramática do teorema Óptico. A dependência em s da seção de choque total está relacionada à amplitude elástica em $t = 0$.

sentido de obter a amplitude original do primeiro diagrama. A igualdade final segue da mesma definição de trajetória como usada na Fig. (1.15).

Experimentalmente, uma representação clara emerge, na qual as seções de choque total e elástica para colisões hádron-hádron apresentam um lento crescimento com \sqrt{s} em grande energia de centro de massa [32]. No formalismo de Regge, das Eqs. (1.116) e (1.121), isto requer que a trajetória mediando o espalhamento elástico em altas energias tenha um intercept,

$$\alpha(0) \sim 1 + \varepsilon, \quad (1.122)$$

com ε sendo pequeno e positivo. Entretanto, todas as trajetórias de mésons têm $\alpha(0) \leq 0.5$. Esta aparente contradição é resolvida pela introdução de uma trajetória do vácuo ou Pomeron, $\alpha_P(t)$, para descrever seções de choque total e elástica em altas energias. Esta trajetória deve portar os números quânticos do vácuo. Esta intermedia o espalhamento elástico e deve acoplar-se da mesma maneira às partículas e antipartículas, se o teorema de Pomeranchuk [31, 35] é satisfeito por todos os hádrons, A e B ,

$$\sigma(AB) \xrightarrow{s \rightarrow \infty} \sigma(\bar{A}B). \quad (1.123)$$

A parte $t < 0$ da trajetória Pomeron é bem determinada em medidas de interações pp e $p\bar{p}$ e é geralmente considerada como tendo uma forma linear [36], similar a

$$\alpha_P(t) = 1.085 + 0.25t. \quad (1.124)$$

Esta trajetória difere de todas as outras trajetórias mesônicas, não apenas por seu coeficiente linear maior que a unidade, mas também porque trajetórias de mésons têm coeficientes angulares universais $\alpha' \sim 1$. As interações descritas pela troca da trajetória de Pomeron são denominadas difrativas.

Se as seções de choque elásticas são descritas pela troca da trajetória Pomeron, então a seção de choque para o processo, $AB \rightarrow AB$, pode ser escrita através da Eq. (1.116) e correspondendo ao diagrama final da Fig. (1.15) como,

$$\frac{d\sigma_{el}^{AB}}{dt} = \frac{\beta_{A\mathbb{P}}^2(t)\beta_{B\mathbb{P}}^2(t)}{16\pi} s^{2\alpha_{\mathbb{P}}-2}, \quad (1.125)$$

onde $\beta_{i\mathbb{P}}$ é o valor do acoplamento do Pomeron às partículas externas, i . A Eq. (1.125) é válida no limite de Regge, onde $s \rightarrow \infty$ e $t/s \rightarrow 0$.

Na região de energia de centro de massa grande, a troca difrativa domina ambas seções de choque elástica e total. A seção de choque total, Eq. (1.121), é dada como no diagrama final da Fig. (1.16),

$$\sigma_{tot}^{AB} = \beta_{A\mathbb{P}}(0)\beta_{B\mathbb{P}}(0) s^{\alpha_{\mathbb{P}}-1}. \quad (1.126)$$

Apesar que a introdução da trajetória do Pomeron seja uma ferramenta efetiva na descrição fenomenológica das seções de choque em grande energia de centro de massa, verifica-se que não há pólos estabelecidos correspondendo à produção de ressonância de estados Pomeron no canal t . Pela extrapolação da trajetória medida no canal s , Eq. (1.124), poderíamos esperar encontrar um pólo na forma de um estado $J^{PC} = 2^{++}$ em uma massa da ordem de 1900 MeV. É frequentemente assumido que a trajetória Pomeron está associada com múltipla troca de glúons e, se este é o caso, então o pólo teria de ter uma estrutura de glúon tipo valência. Um recente candidato para tal estado é apresentado na Ref. [37].

1.3.6 A Fenomenologia das Seções de Choque Totais

A interpretação do espalhamento difrativo como sendo devido à troca de estados físicos no canal t implica que o Pomeron pode ser considerado como uma entidade distinta, ou quase-hádron. A parte da amplitude expressando o propagador deve então fatorizar e o Pomeron deve ser considerado como um objeto universal a todas as formas de espalhamento hadrônico. As idéias de universalidade e fatorização serão discutidas mais tarde.

Donnachie e Landshoff, na Ref. [38], ajustaram a dependência em energia de centro de massa da seção de choque total para o espalhamento pp e $p\bar{p}$ de $\sqrt{s} \sim 5$ GeV à $\sqrt{s} \sim 2000$ GeV, usando uma simples soma de duas amplitudes de Regge: o Pomeron e a troca de um reggeon degenerado, introduzido na Fig. (1.14). O ajuste usado é (veja Eq. (6.24)),

$$\sigma_{tot}(s) = A_{\mathbb{P}}s^{\alpha_{\mathbb{P}}(0)-1} + A_{\mathbb{R}}s^{\alpha_{\mathbb{R}}(0)-1}, \quad (1.127)$$

com as normalizações $A_{\mathbb{P}}$ e $A_{\mathbb{R}}$, e os coeficientes lineares das trajetórias $\alpha_{\mathbb{P}}$ e $\alpha_{\mathbb{R}}$ considerados como parâmetros livres. O teorema de Pomeranchuk é satisfeito mantendo $A_{\mathbb{P}}$ fixo nos casos pp e $p\bar{p}$. O resultado do ajuste é mostrado na Fig. (1.17), com os coeficientes lineares das trajetórias sendo,

$$\alpha_{\mathbb{P}}(0) = 1.08, \quad (1.128)$$

$$\alpha_{\mathbb{R}}(0) = 0.55. \quad (1.129)$$

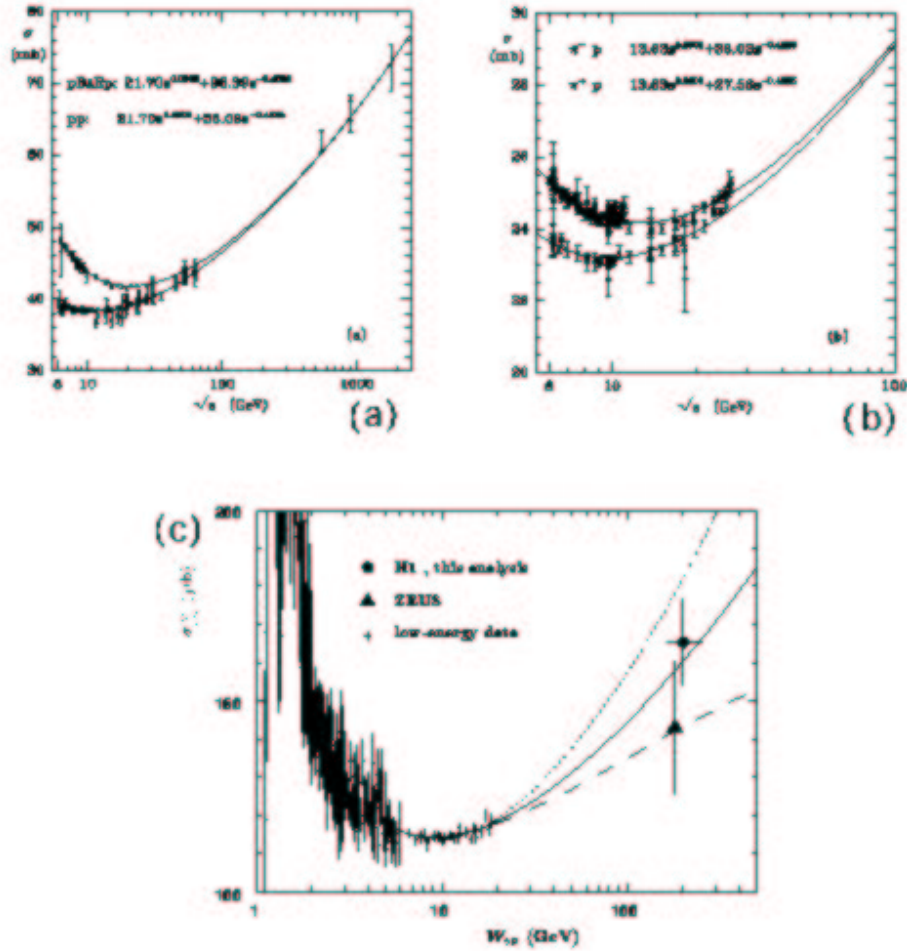


Fig. 1.17: Ajuste de Donnachie-Landshoff [38] à dependência em energia de centro de massa para: (a) espalhamento pp e $\bar{p}\bar{p}$; (b) espalhamento π^+p e π^-p ; (c) espalhamento γp .

O crescimento da seção de choque total quando a trajetória do Pomeron domina comporta-se aproximadamente como $s^{0.08}$. Assintoticamente, a unitariedade, na forma do limite de Froissart [20, 21], define que a seção de choque total não pode crescer mais rápido que $\sim \ln^2 s$. Geralmente, assume-se que o intercepto efetivo, $\alpha_P(0)$, decresce muito lentamente com a energia devido a múltiplas trocas de Pomerons (cuts), tal que o limite de Froissart seja em última análise satisfeito.

Vinculando os valores acima para os intercepts, o ajuste é feito para dados em reações π^-p , π^+p e γp , com apenas as normalizações para Pomeron e o reggeon sendo parâmetros livres [38] (mostrados na Fig. (1.17)). Dos resultados para as amplitudes e intercepts extraídos através do ajuste, as seguintes conclusões podem ser obtidas:

- Todas as seções de choque hadrônicas podem ser descritas via o teorema Óptico, sobre um grande intervalo em energia, com um modelo de Pomeron/ reggeon universais. O reggeon tem o maior acoplamento com os hádrons e conseqüentemente domina em

baixas energias de centro de massa. Entretanto, a contribuição reggeônica decresce aproximadamente como $s^{-1/2}$, tal que em grande energia de centro de massa, o termo pomerônico ($\sim s^{0.08}$) domina e a seção de choque inicia a crescer lentamente com s ;

- De acordo com o teorema de Pomeranchuk, em altas energias, os acoplamentos aos conjugados de carga são iguais, tal que $\sigma(pp) \xrightarrow{s \rightarrow \infty} \sigma(p\bar{p})$ e $\sigma(\pi^+p) \xrightarrow{s \rightarrow \infty} \sigma(\pi^-p)$;
- A razão das intensidades de troca de Pomeron entre πp e pp é aproximadamente 2:3, que é um exemplo da regra aditiva de quarks e indica que o acoplamento do Pomeron aos hádrons é proporcional ao número de quarks de valência. Evidências posteriores para o fato que o acoplamento do Pomeron depende no número de quarks tipo valência têm sido encontradas na análise de estados finais exclusivos produzidos difrativamente em colisões pp no IRS [35];
- A seção de choque total γp é $\sim 1/200$ vezes aquela para πp , como predito pela dominância de mésons vetoriais (VDM) [10].

À luz dos dados de H1 e ZEUS em HERA (ver Fig. (1.17)) para seção de choque de fotoprodução, os modelos inspirados em Regge, como aqueles de Donnachie-Landshoff e ALLM, são geralmente adequados para descrever as colisões γp [34].

1.3.7 Processos Difrativos em Interações γp

A reação verdadeiramente elástica, $\gamma p \rightarrow \gamma p$, é um processo de ordem $\mathcal{O}(\alpha_{em}^2)$ e tem uma seção de choque muito pequena. Entretanto, a reação $\gamma p \rightarrow Vp$, onde V é um méson vetorial, ocorre em cerca de 10 % da seção de choque total para fotoprodução [10]. Este é um processo $\mathcal{O}(\alpha_{em})$ e no formalismo de dominância de vetor mésons (vector meson dominance-VDM), pode ser considerado como elástico. Em teoria de Regge, o processo elástico VDM é esperado ter as mesmas dependências em s e t como o espalhamento elástico hádron-hádron. Um diagrama de tal reação γp quase-elástica é mostrada na Fig. (1.18a).

De longa data, a difração, ou troca de Pomeron, tem sido discutida em termos de sua relevância no espalhamento elástico e, através do teorema óptico, às seções de choque totais. Na verdade, a difração também existe como um processo inelástico, no qual um ou ambos os hádrons interagentes dissociam-se em um estado não ligado em um contínuo de alta massa, que ainda deve ter os números quânticos idênticos ao da partícula incidente. As Figs. (1.18b-d) mostram as três classes distintas de dissociação difrativa que podem ocorrer com única troca de Pomeron nas colisões γp . Em todos os casos, nenhuma troca de cor é verificada. Isto implica em lacunas sem produção de partículas no intervalo de rapidez medidos experimentalmente.

Medidas das contribuições relativas de cada um destes processos em relação a seção de choque total γp em energias de HERA mostram que os quatro processos contribuem significativamente, e aproximadamente 45 % da seção de choque total é difrativa na forma de um destes diagramas [34].

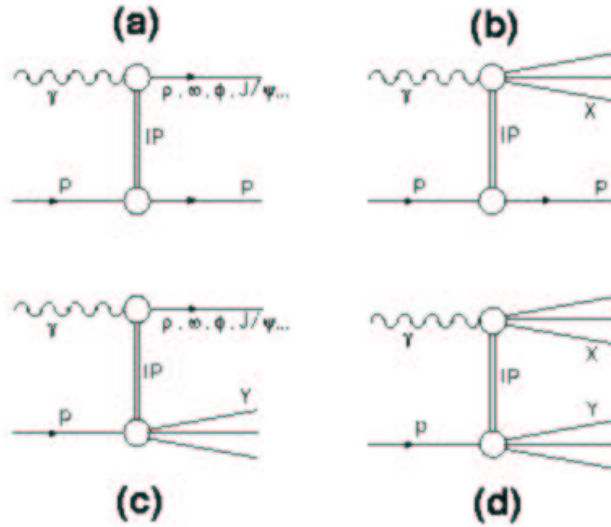


Fig. 1.18: Interações difrativas originadas de troca de um Pomeron, ocorrendo em colisões γp : (a) a reação quase-elástica, $\gamma p \rightarrow Vp$; (b) dissociação simples do fóton, $\gamma p \rightarrow X(1^{--})p$; (c) dissociação simples do próton, $\gamma p \rightarrow VY(\frac{1}{2}^+)p$; (d) dissociação dupla, $\gamma p \rightarrow X(1^{--})Y(\frac{1}{2}^+)$.

1.3.8 A Dissociação Difrativa

A teoria de Regge oferece previsões, em termos das trajetórias, para a dinâmica da dissociação difrativa e dos processos inclusivos em geral. As reações inclusivas em altas energias da forma $AB \rightarrow CX$ devem escalar de uma forma análoga ao escalamento de Bjorken em DIS, tal que as seções de choque devem ser funções dos momentos longitudinais e transversos da partícula, C , mas não da energia de centro de massa. Uma versão do teorema Óptico para tais processos inclusivos foi proposto por Mueller [39], formalizando esta definição relacionando as reações inclusivas $AB \rightarrow CX$ ao processo teoricamente mais simples do espalhamento elástico de três corpos, $ABC\bar{C} \rightarrow ABC\bar{C}$.

Considerando que a amplitude $\mathcal{A}_{AB \rightarrow CX}$ retém sua forma analítica na troca da partícula emitida, C , por uma partícula \bar{C} incidente com quadrimomento reverso, a região física de $AB \rightarrow CX$ pode ser descrita em termos da região não-física da seção de choque hipotética de três corpos $ABC\bar{C} \rightarrow X$.

$$\mathcal{A}_{AB \rightarrow CX}(p_C, X) = \mathcal{A}_{ABC\bar{C} \rightarrow X}(-p_C, X). \quad (1.130)$$

A versão de Mueller do teorema óptico relaciona então a seção de choque para $ABC\bar{C} \rightarrow X$ à amplitude elástica de três corpos de maneira similar à Eq. (1.121),

$$\sigma_{tot}(ABC\bar{C} \rightarrow X) \sim \frac{1}{s} \mathcal{I}m \left(\mathcal{A}_{ABC\bar{C} \rightarrow ABC\bar{C}} \right)_{t=0}, \quad (1.131)$$

ou formalmente,

$$\frac{d^2 \sigma_{AB \rightarrow CX}}{dM^2 dt} \simeq \frac{\pi}{s^2} Disc_{M^2} \left(\mathcal{A}_{ABC\bar{C} \rightarrow ABC\bar{C}} \right), \quad (1.132)$$

$$\begin{aligned}
 E_c \frac{d\sigma}{d\mathbf{p}_c} &= \frac{1}{2s} \sum_X \left| \begin{array}{c} \text{A} \quad \text{C} \\ \text{B} \quad \text{X} \end{array} \right|^2 \\
 &= \frac{1}{2s} \sum_X \begin{array}{c} \text{A} \quad \text{C} \quad \text{C} \quad \text{A} \\ \text{B} \quad \text{X} \quad \text{X} \quad \text{B} \end{array} \\
 &= \frac{1}{2s} \sum_X \begin{array}{c} \text{A} \quad \bar{\text{C}} \quad \bar{\text{C}} \quad \text{A} \\ \text{B} \quad \text{X} \quad \text{X} \quad \text{B} \end{array} \\
 &= \frac{1}{s} \text{Disc}_{M^2} \begin{array}{c} \bar{\text{C}} \quad \bar{\text{C}} \\ \text{A} \quad \text{A} \\ \text{B} \quad \text{B} \end{array}
 \end{aligned}$$

Fig. 1.19: Representação do teorema óptico de Mueller [39], relacionando a seção de choque inclusiva para o processo $AB \rightarrow CX$ à amplitude elástica de três corpos, $AB\bar{C} \rightarrow AB\bar{C}$, passando através de um estado intermediário de massa M .

onde M é a massa do estado final inclusivo X , $M^2 = (A + B + \bar{C})^2$.

O termo, Disc_{M^2} , é a descontinuidade ao longo do corte em M^2 da amplitude elástica, vinculando o estado intermediário através do qual a reação elástica procede, a ter massa M . O teorema óptico de Mueller é ilustrado na Fig. (1.19).

Expansões de Regge são possíveis para a Eq. (1.132) em várias regiões diferentes do espaço de fase. Onde a partícula C está localizada na região de fragmentação de A ou B (isto é, ela pode ser considerada como um fragmento de uma das partículas incidentes), a amplitude de espalhamento frontal de três corpos é dominada pelas trocas de Regge entre o sistema $A\bar{C}$ e B . No caso especial onde C está isolado em rapidez ao passo que ele sozinho define a região de fragmentação, o processo pode ser representado de maneira análoga ao DIS, mas com uma troca de Regge em lugar de uma troca de um fóton, como no primeiro diagrama da Fig. (1.20).

A região do espaço de fase onde $s \gg M^2 \gg t$ é conhecido como a região de triplo-Pomeron. Neste limite, a seção de choque inclusiva é dada na teoria de Regge por [35],

$$\frac{d^2\sigma_{AB \rightarrow CX}}{dM^2 dt} \simeq \frac{1}{4} \sum_{i,j} \beta_{AC}^i(t) \beta_{AC}^j(t) \left(\frac{1}{M^2}\right)^2 \left(\frac{s}{M^2}\right)^{\alpha_i(t) + \alpha_j(t) - 2} \sigma_{iB \rightarrow jB}^{tot}(M^2, t), \quad (1.133)$$

onde os índices referem-se àqueles da Fig. (1.20) e a soma é sobre todas as trajetórias que contribuem. Os β_{AC}^i são os acoplamentos Reggeon como na Eq. (1.125). A $\sigma_{iB \rightarrow jB}^{tot}(M^2, t)$ é a seção de choque para a interação Reggeon-hádron, $iB \rightarrow jB$, com a massa do estado X sendo M . Esta seção de choque está relacionada, através do teorema óptico de Mueller, à amplitude para o espalhamento frontal $iB \rightarrow jB$, via um estado intermediário de massa

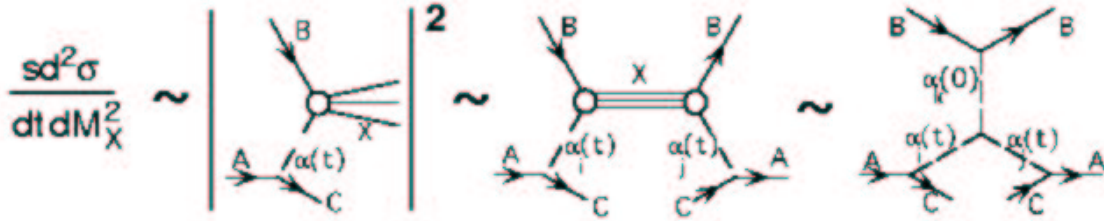


Fig. 1.20: Representação diagramática da amplitude de triplo-Pomeron, mostrada no último diagrama, que pode ser usada para calcular a seção de choque inclusiva, $AB \rightarrow CX$, mostrada no primeiro diagrama.

M , como mostrado no segundo diagrama da Fig. (1.20). O próprio espalhamento Reggeon-hádron contém uma grande energia de centro de massa (M^2), tal que ela pode também ser tratada como uma expansão de Regge,

$$\sigma_{iB \rightarrow jB}^{tot}(M^2, t) = 8\pi \sum_k g_{ijk}(t) \beta_{BB}^k(0) \left(\frac{M^2}{s_0} \right)^{\alpha_k(0)-1}, \quad (1.134)$$

onde g_{ijk} é o acoplamento de triplo-Reggeon, representado no centro do último diagrama da Fig. (1.20). A seção de choque diferencial total na região de triplo-Regge é então dada, das Eqs. (1.133) e (1.134), por

$$\frac{d^2\sigma}{dM^2 dt} \simeq \frac{2\pi}{s^2} \sum_{ijk} \beta_{AC}^i(t) \beta_{AC}^j(t) \beta_{BB}^k(0) g_{ijk}(t) s^{\alpha_i(t)+\alpha_j(t)} (M^2)^{\alpha_k(0)-\alpha_i(t)-\alpha_j(t)}. \quad (1.135)$$

A Eq. (1.135) estende a aplicabilidade das descrições de Regge dos processos, do caso de dois corpos exclusivo até o processo geral inclusivo, $AB \rightarrow CX$, onde C toma a região de fragmentação completa de A .

1.3.9 A Amplitude de Triplo-Pomeron e o Escalamento de Feynman

Na subseção anterior demonstrou-se que no limite de triplo-Regge, o Reggeon que acopla-se à partícula B no último diagrama da Fig. (1.20) é predominantemente o Pomeron e, no caso específico de dissociação difrativa, $AB \rightarrow AX$, os dois acoplamentos reggeônicos à partícula A devem ser também Pomerons [35]. A seção de choque, (1.135), então reduz-se à amplitude de triplo-Pomeron, dada diferencialmente em M_X^2 e t por,

$$\frac{d^2\sigma}{dM_X^2 dt} \simeq \frac{\beta_{AP}^2(t) \beta_{BP}(0) g_{PPP}(t)}{16\pi s^2} \left(\frac{s}{M_X^2} \right)^{2\alpha_P(t)} (M_X^2)^{\alpha_P(0)}. \quad (1.136)$$

Escrevendo, como discutido anteriormente,

$$\alpha_P(t) = 1 + \varepsilon + \alpha'_{IP} t, \quad (1.137)$$

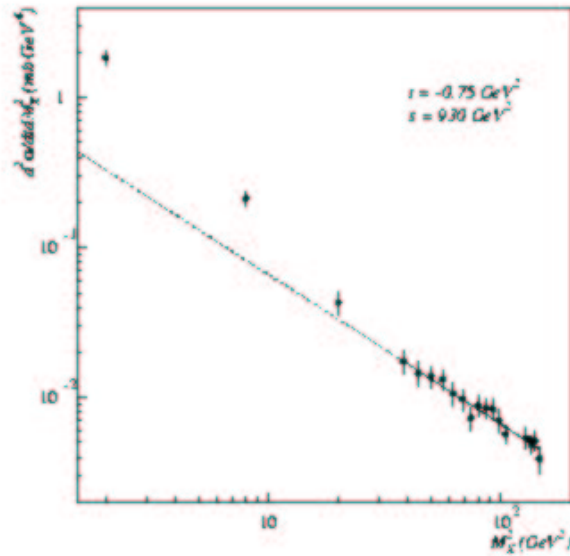


Fig. 1.21: Espectro de massa invariante da reação $pp \rightarrow pX$ em $s = 930 \text{ GeV}^2$ e $t = 0.75 \text{ GeV}^2$. O espectro mostra um pico elástico e ressonante para pequenas massas, e um contínuo para massa grande. A linha sólida mostra um ajuste da forma $\sim A/M^2$ inspirada no espectro de Regge para a região de triplo-Pomeron. A linha tracejada é a extrapolação à região de menor massa, subestimando os dados.

obteremos,

$$\frac{d^2\sigma}{dM_X^2 dt} \simeq \kappa(t) s^{2\varepsilon+2\alpha't} \left(\frac{1}{M_X^2} \right)^{1+\varepsilon+2\alpha't}, \quad (1.138)$$

onde κ contém todos os acoplamentos restantes.

Com ε pequeno e distribuição em t periférico, é esperado que as seções de choque para dissociação difrativa apresentem escalamento de Feynman aproximado em s , como discutido anteriormente, e devem apresentar também uma dependência $\sim 1/M_X^2$. Estas propriedades têm sido verificadas experimentalmente para interações pp e $p\bar{p}$ e nos experimentos de fotoprodução [32, 35]. A grande maioria dos dados experimentais disponíveis suportam a hipótese que processos de dissociação difrativa e elástico são dominados pela troca de uma única trajetória Pomeron, definida na Eq. (1.124). A Fig. (1.21) mostra uma medida da seção de choque diferencial $d^2\sigma/dtdM_X^2$ para colisão difrativa pp no CERN ISR. Na região de triplo-Regge definida por grandes massas da dissociação além da região de ressonância, a dependência $\sim 1/M^2$ é inequivocamente observada. Tais seções de choque dissociativas também apresentam uma dependência muito fraca na energia de centro de massa [40].

Experimentalmente, dissociação difrativa tem apresentado um forte pico frontal, com uma rápida queda exponencial com t , como foi para o caso de espalhamento elástico (Eq. (1.119)). No limite de pequeno t , a Eq. (1.138), pode ser expressa em termos de um

parâmetro de coeficiente angular, tal que,

$$s \frac{d^2\sigma}{dt dM_X^2} \sim \left(\frac{s}{M_X^2} \right)^{\alpha_P(0)} e^{B_{el}^{Dif}(s)t}, \quad (1.139)$$

onde

$$B_{el}(s) = b_0 + 2\alpha' \ln \left(\frac{s}{M_X^2} \right), \quad (1.140)$$

fornecendo um encolhimento logarítmico em s/M_X^2 . A dependência exponencial em baixo t tem sido largamente testada em interações pp , $p\bar{p}$, πp e Kp [40]. Na literatura, por exemplo na Ref. [41], houve estudos sistemáticos das correlação de massa e coeficiente angular (*slope*) nos processos de dissociação difrativa. Em s fixo, verifica-se que o parâmetro coeficiente angular, B_{el}^{Dif} , diminui rapidamente à metade do seu valor no caso elástico pela região de triplo-Regge, e tem dependência muito limitada em M_X^2 a partir deste ponto. O encolhimento (*shrinkage*) em dissociação difrativa tem sido verificado em comparações de dados de ISR e do SPS no CERN [40]. A distribuição em massa tem sido usada como uma assinatura dos eventos difrativos em experimentos hadrônicos e em DIS.

1.4 Conclusão

Neste capítulo revisamos a física relevante no entendimento da estrutura do próton, com ênfase particular ao DIS. O formalismo perturbativo utilizado para o estudo destes eventos, bem como uma introdução às funções de estrutura foi introduzido. Revisamos os principais resultados das equações de evolução lineares baseadas em QCD perturbativa, DGLAP e BFKL, e dos possíveis efeitos não-lineares associados com o vínculo de unitariedade. Também revisamos a abordagem não-perturbativa da teoria de Regge, uma vez que esta permite prever a física relevante nas regiões cinemáticas onde QCD perturbativa não seja aplicável, como nas seções de choque hadrônicas e em processos difrativo: em altas energias o processo de espalhamento é dominado pela troca dos números quânticos do vácuo, o Pomeron. As formulações perturbativas são em geral analisadas no sistema de referência de momento infinito, onde os graus de liberdade relevantes são os pártons e suas interações. No próximo capítulo estudaremos os processos em altas energias usando uma representação mais simples dada pelo formalismo de dipolos. Neste, os graus de liberdade são os dipolos de cor e sua interação com o alvo, considerado em repouso.

Capítulo 2

Sistema de Repouso e o Modelo de Dipolos de Cor

Neste capítulo revisamos e apresentamos resultados originais do processo DIS e Drell-Yan no sistema de repouso do alvo. Em contraste ao sistema de Breit (momento infinito) onde os graus de liberdade são os pártons, no sistema de repouso em altas energias os respectivos graus de liberdade são os dipolos de cor. A descrição dos processos é fatorizada na forma da função de onda destes dipolos da sua seção de choque de interação com o alvo e fornece uma abordagem muito simples para aplicações fenomenológicas. Um ingrediente importante em altas energias é o fenômeno de saturação partônica, o qual introduziremos e investigaremos para os observáveis dependentes da densidade de glúons (ou quarks do mar) nas reações DIS e Drell-Yan.

2.1 Dipolos de cor na representação de momento

No sistema de referência onde o alvo (próton no caso DIS) tem momento infinito a descrição usual da dinâmica de evolução é descrita como discutimos no Cap. (1): os pártons emitidos do alvo permanecem quase-livres tempo suficiente de tal maneira que a partícula de prova virtual (fóton) detecta-os como partículas reais (liberdade assintótica). Por outro lado, na região de pequeno x é conveniente descrever a evolução em um sistema onde o alvo está em repouso. Nesta situação, a evolução está relacionada às flutuações partônicas da partícula de prova e suas interações com o nucleon. A representação física do sistema de repouso é muito conveniente, uma vez que os tempos de vida da flutuação do fóton e do processo de interação são bem definidos [42]. O caso mais simples é o estado quark-antiquark (dipolo de cor), o qual é a configuração dominante para sistemas com pequeno tamanho transversal. Seu tempo de vida pode ser estimado através do princípio da incerteza usando a flutuação de energia associada com o par emergente. O bem conhecido comprimento de coerência é expresso como $l_c \simeq 1/(2xm_p)$, onde x é a variável de Bjorken e m_p é a massa do próton. Por exemplo, no espalhamento profundamente inelástico na região cinemática típica de HERA, chegando a valores $x \sim 10^{-5}$, o comprimento de coerência é da ordem de 10^4 fm. Esta é uma distância maior que o raio de qualquer núcleo atômico. Uma consequência imediata de tal característica é a fatorização entre funções de onda do fóton virtual e a a seção de choque de interação na seção de choque total do processo correspondente no espaço de distâncias transversas.

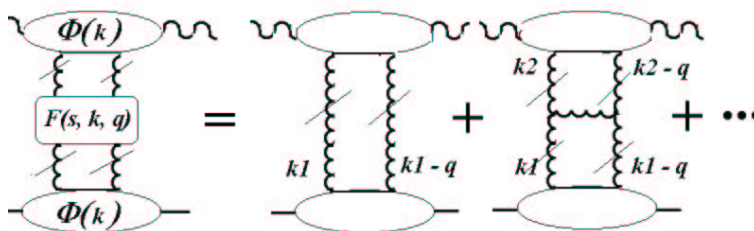


Fig. 2.1: Representação do processo de espalhamento profundamente inelástico, onde o bloco superior corresponde ao fator de impacto do fóton e o bloco inferior corresponde ao fator de impacto do próton. As duas primeiras ordens na expansão perturbativa (na notação BFKL) são mostradas.

Na representação no espaço de momento, no limite de altas energias, a seção de choque para o espalhamento para fótons com polarização δ é escrita como [43]

$$\sigma_{\delta}^{\gamma^* p}(x, Q^2) = \frac{\mathcal{G}}{(2\pi)^4} \int \frac{d^2\mathbf{k}_1}{\mathbf{k}_1^2} \frac{d^2\mathbf{k}_2}{\mathbf{k}_2^2} \Phi_{\delta}^{\gamma^*}(\mathbf{k}_1) F(x, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) \Phi_p(\mathbf{k}_2) \quad (2.1)$$

Aqui, \mathcal{G} é o fator de cor para a troca singleto de cor e \mathbf{k}_1 e \mathbf{k}_2 são os momentos transversos dos glúons trocados no canal- t [veja Fig. (2.1)]. O fator $\Phi_{\delta}^{\gamma^*}(\mathbf{k}_2)$ é o fator de impacto do fóton virtual (com $\delta = T, L$) e o fator $\Phi_p(\mathbf{k}_1)$ é o fator de impacto do próton. Os fatores de impacto descrevem a estrutura dos objetos interagindo e correspondem aos blocos superior e inferior na Fig (2.1), respectivamente.

Os fatores de impacto $\Phi(\mathbf{k})$, descrevendo o acoplamento entre as partículas interagentes e a escada de glúons perturbativa são, por definição, fatorizados da evolução gluônica $F(x, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2)$. Por exemplo, na descrição BFKL, $F(x, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2)$ é a função de Green para o espalhamento Reggeon-Reggeon (glúons reggeizados). Como consequência, a dependência em energia é determinada por esta função, lembrando que a energia de centro de massa do sistema $\gamma^* p$ é W^2 e que $x \approx Q^2/W^2$. O núcleo (*kernel*) $F(x, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2)$ define a dinâmica do processo, a qual pode ser calculada em QCD perturbativa e é independente das partículas externas. Ela pode representar o formalismo DGLAP [11, 12, 13] bem como a descrição BFKL [16, 17, 18, 19], ou mesmo outras abordagens.

Os diagramas em ordem dominante (LO) para o fator de impacto do fóton são bem conhecidos, enquanto não são totalmente determinados ainda ao nível de próxima ordem dominante (NLO) na expansão perturbativa. Entretanto, recentemente tem-se estudado o efeito da cinemática exata dos glúons trocados, a qual contribuiria com as características mais importantes aos termos de mais altas ordens [44]. Este estudo é muito importante

para um cálculo consistente em NLO no formalismo de fatorização k_T , como veremos em seguida. Por outro lado, não estamos em condições de calcular o fator de impacto do próton $\Phi_p(\mathbf{k}_1)$ a partir de primeiros princípios usando teoria de perturbação uma vez que este é determinado pela escala de grandes distâncias da dinâmica do nucleon e deve, portanto, ser modelado. Em geral, podemos definir uma nova quantidade contendo o núcleo perturbativo e o fator de impacto do próton, conhecido como distribuição de glúon não-integrada:

$$\mathcal{F}(x, k) \equiv \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{d^2 k'}{k'^2} \Phi_p(k') k^2 F(x, k, k'), \quad (2.2)$$

onde temos desconsiderado a notação para os vetores bidimensionais \mathbf{k} . Esta quantidade determina a probabilidade de encontrar-se um glúon (ou outro pártion) carregando a fração de momentum longitudinal x e momentum transverso \mathbf{k} . Em princípio, deve reduzir-se à densidade de glúons convencional (pártion) $G(x, Q^2)$ quando a dependência em \mathbf{k} é integrada. Isto é

$$\int_{\mu_0^2}^{\mu^2=Q^2} \frac{d^2 k}{k^2} \mathcal{F}(x, k) = x g(x, Q^2). \quad (2.3)$$

Recentemente, alguns procedimentos para determinar a distribuição de glúon não-integrada diretamente ou indiretamente dos dados têm sido propostos. Citando alguns deles, A.V. Lipatov et al. [45] têm calculado uma variedade de processos envolvendo produção de mésons vetoriais usando parametrizações fenomenológicas baseadas na dinâmica BFKL para a função $\mathcal{F}(x, k)$. A função de estrutura do quark charm é também considerada usando o mesmo procedimento. Em uma abordagem mais teórica, Armesto e Braun [46] têm obtido a função de glúon não-integrada (e de quarks) considerando o processo de espalhamento mediado por diagramas 'fans' (múltiplos espalhamentos) de pomerons BFKL. Os resultados são empregados para descrever as funções de estrutura nucleares e produção de sabores pesados.

Ivanov and Nikolaev [47] obtiveram uma parametrização para $\mathcal{F}(x, k)$ com uma interpolação sofisticada entre pequenos e grandes momentos transversos e adicionando uma contribuição suave com comportamento independente da variável x . A correspondência entre fatorização k_T e fatorização colinear (DGLAP) é apresentada, apontando a questão da contribuição adicional advinda da parte restrita do espaço de fase transverso disponível na aproximação de logaritmo dominante $\log Q^2$.

Por outro lado, Kimber et al. [48] propuseram distribuições não-integradas (incluindo as de quarks) dependendo em duas escalas duras, $\mathcal{F}(x, k, \mu^2)$. Do fato que ambas equações DGLAP e BFKL são equivalentes na evolução ordenada dos ângulos dos glúons emitidos, a escala de fatorização μ^2 também controla o ordenamento angular dos glúons na evolução. Este fato permite obter a distribuição não-integrada a partir de equação de evolução com apenas uma escala. Partindo do formalismo DGLAP, efeitos de $\ln(1/x)$ são incluídos e a escala μ^2 é introduzida no último passo da evolução. O último procedimento é levado a cabo através da probabilidade de sobrevivência $T(k, \mu^2)$, garantindo que o momento transverso do glúon permaneça inalterado na evolução até a escala μ .

Retornando ao caso da seção de choque para espalhamento profundamente inelástico, esta pode ser determinada considerando apropriadamente o fator de impacto do fóton e a distribuição de glúon não-integrada. Então, a Eq. (6.17) é escrita na seguinte forma,

$$\sigma_{\delta}^{\gamma^*p}(x, Q^2) = \frac{\mathcal{G}}{(2\pi)} \int \frac{d^2\mathbf{k}_1}{\mathbf{k}_1^4} \Phi_{\delta}^{\gamma^*}(\mathbf{k}_1) \mathcal{F}(x, \mathbf{k}_1). \quad (2.4)$$

Por exemplo, o fator de impacto para um fóton longitudinalmente polarizado é expresso como (mais detalhes sobre cálculos analíticos na Ref. [43])

$$\Phi_L(\mathbf{k}_1) = 16\alpha_{\text{em}}\alpha_s \sum_{i=1}^{n_f} e_i^2 \int dz \int d^2\mathbf{l} \left[Q^2 z^2 (1-z)^2 \left(\frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2} \right)^2 \right], \quad (2.5)$$

onde α_{em} é o acoplamento eletromagnético e z é a fração de momentum longitudinal carregada pelo quark (tendo massa m_q). A seguinte notação $D_1 = \mathbf{l}^2 + \varepsilon^2$ e $D_2 = (\mathbf{l} - \mathbf{k}_1)^2 + \varepsilon^2$ é utilizada, enquanto $\varepsilon^2 = z(1-z)Q^2 + m_q^2$. A contribuição transversa é obtida de maneira similar [43].

Usando as expressões para os correspondentes fatores de impacto, surge uma nova representação para a seção de choque: esta é determinada através do subprocesso partônico $\gamma^*g \rightarrow q\bar{q}$ (quark box), o qual é descrito pela QCD perturbativa, e pela distribuição de glúon não-integrada. A última inclui todo o conteúdo não-perturbativo associado com a estrutura do próton, mas cuja evolução é ainda determinada pela QCD. A propriedade de fatorização verificada neste caso é denominada fatorização k_T [49, 50] e é expressa como,

$$\sigma_{\delta}^{\gamma^*p}(x, Q^2) = \int \frac{dz}{z} \int \frac{d^2\mathbf{k}_1}{\mathbf{k}_1^2} \sigma_{\delta}^{\gamma^*g \rightarrow q\bar{q}}(z, Q^2, \mathbf{k}_1) \mathcal{F}\left(\frac{x}{z}, \mathbf{k}_1\right). \quad (2.6)$$

No apêndice (B), derivamos analiticamente o resultado da fatorização k_T para o caso DIS. No sistema de repouso a descrição mais conveniente do processo é obtida na representação de espaço de distância transversa ou também chamada de representação mista, onde a posição dos pártons neste espaço é fixa (congelada) durante o espalhamento. Portanto, podemos reescrever a seção de choque (2.4) em termos da distância transversa r através de uma transformada de Fourier entre os espaços, sendo \mathbf{r} a variável conjugada ao momento transverso \mathbf{k} [51].

Por exemplo, o fator de impacto do fóton polarizado longitudinalmente (2.5), escrito no espaço de distâncias transversas é expresso como,

$$\Phi_L(\mathbf{k}_1) = 32\alpha_{\text{em}}\alpha_s \sum_{i=1}^{n_f} e_i^2 \int dz \int d^2\mathbf{r} \left(1 - e^{i\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r}}\right) Q^2 z^2 (1-z)^2 K_0^2(\varepsilon r). \quad (2.7)$$

onde K_0 é a função de Bessel modificada de segundo tipo e ordem zero. A seção de choque para fótons longitudinalmente polarizados é diretamente obtida da Eq. (2.4),

$$\begin{aligned} \sigma_L^{\gamma^*p}(x, Q^2) &= \frac{6\mathcal{G}\alpha_{\text{em}}}{\pi^2} \sum_{i=1}^{n_f} e_i^2 \int dz \int d^2\mathbf{r} \left[Q^2 z^2 (1-z)^2 K_0^2(\varepsilon r) \right] \\ &\quad \times \left[\frac{4\pi\alpha_s}{3} \int \frac{d^2\mathbf{k}_1}{\mathbf{k}_1^4} \mathcal{F}\left(\frac{x}{z}, \mathbf{k}_1\right) \left(1 - e^{i\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r}}\right) \right]. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Uma consequência importante da formulação descrita acima é que a seção de choque de fotoprodução pode ser derivada do valor esperado da seção de choque de interação para os estados de multipartículas de Fock vindo do fóton virtual sobre as funções de onda no cone de luz destes estados [52, 53]. A matriz de espalhamento apresenta uma diagonalização exata na representação dos estados de Fock de γ^* , onde as amplitudes de ondas-parciais sujeitas à unitarização no canal- s são adequadamente identificadas. Então, a seção de choque de fotoprodução pode ser escrita em uma notação de mecânica quântica,

$$\sigma_{T,L}^{\gamma^*p}(x, Q^2) = \int d^2\mathbf{r} \int_0^1 dz |\Psi_{T,L}(z, \mathbf{r})|^2 \sigma^{\text{dipole}}(x, z, \mathbf{r}), \quad (2.9)$$

A formulação acima é válida mesmo além de teoria de perturbação, uma vez que é determinada da estrutura de espaço-tempo do processo. Nesta abordagem, há a identificação direta de $\Psi_{T,L}(z, \mathbf{r})$ como a função de onda de cone de luz do fóton descrevendo a configuração do par, onde z e $1-z$ são as frações do momento de cone de luz do fóton carregado pelo quark e antiquark do par, respectivamente. As precisas normalizações das funções de onda podem ser determinadas através da expansão de Fock $|\gamma_{\text{phys}}\rangle = \sqrt{Z_3} |\gamma_{\text{bare}}\rangle + \mathcal{N}_{q\bar{q}} |q\bar{q}\rangle$, onde Z_3 é a constante de renormalização da função de onda do fóton, $|\gamma_{\text{bare}}\rangle$ denota o estado de mais baixa ordem na expansão e $\mathcal{N}_{q\bar{q}}$ é o coeficiente determinando a probabilidade de uma flutuação par $q\bar{q}$ no fóton [43]. Considerando estados completamente normalizados, então $\mathcal{N}_{q\bar{q}}^2 = 1 - Z_3$ e a normalização para fótons transversos é obtida de $\int dz d^2\mathbf{r} |\Psi_T(z, \mathbf{r})|^2 = \mathcal{N}_{q\bar{q}}^2$. As normalizações restantes, i.e., da componente longitudinal e da seção de choque, são consequentemente determinadas [43]. As expressões explícitas são bem conhecidas e são escritas como [43],

$$|\Psi_T(z, \mathbf{r})|^2 = \frac{6 \alpha_{\text{em}}}{4 \pi^2} \sum_i^{n_f} e_i^2 \left\{ [z^2 + (1-z)^2] \varepsilon^2 K_1^2(\varepsilon r) + m_q^2 K_0^2(\varepsilon r) \right\} \quad (2.10)$$

e

$$|\Psi_L(z, \mathbf{r})|^2 = \frac{6 \alpha_{\text{em}}}{4 \pi^2} \sum_i^{n_f} e_i^2 \left\{ 4 Q^2 z^2 (1-z)^2 K_0^2(\varepsilon r) \right\}. \quad (2.11)$$

Esclarecendo a notação, ε já tem sido definida, com m_q sendo a massa dos quarks leves (u, d, s), enquanto K_0 e K_1 são as funções de McDonald de ordem zero e um, respectivamente.

A quantidade $\sigma^{\text{dipole}}(x, z, \mathbf{r})$ é interpretada como a seção de choque de espalhamento efetiva do dipolo de cor com separação transversa fixa \mathbf{r} [52, 53]. Esta quantidade é diretamente dependente da distribuição de glúon não-integrada,

$$\sigma^{\text{dipole}}(x, z, \mathbf{r}) = \frac{4\pi\alpha_s}{3} \int \frac{d^2\mathbf{k}_1}{\mathbf{k}_1^4} \mathcal{F}\left(\frac{x}{z}, \mathbf{k}_1\right) \left(1 - e^{i\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r}}\right) \quad (2.12)$$

A característica mais importante da seção de choque de dipolo é seu caráter universal, i.e., esta depende apenas das separações transversas \mathbf{r} do dipolo de cor. Ou seja, esta universalidade ocorre quando escolhemos uma dada dinâmica parametrizando a seção de choque de dipolos, podemos usá-la para processos distintos. A dependência das partículas

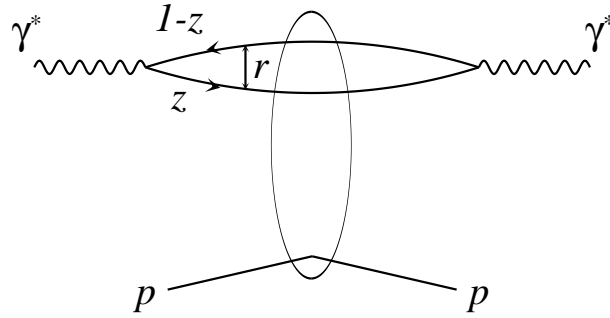


Fig. 2.2: A representação da interação no sistema de repouso do alvo, através do espalhamento do dipolo de cor e o próton.

de prova externas, como a virtualidade do fóton, reside nas funções de onda. Devido à invariância de gauge, a distribuição de glúon não-integrada deve tomar valor nulo para $|\mathbf{k}| \rightarrow 0$ (o mesmo acontecendo para o fator $(1 - e^{i\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r}})$), e então a seção de choque de dipolo é finita no infravermelho.

Na próxima seção, revisaremos de forma mais detalhada o que discutimos acima na representação mista (α, r) .

2.2 Dipolos de cor na representação de distância transversa

No formalismo de dipolos de cor, os processos produzidos pelo mecanismo representado pela Fig. (2.2). Decompondo a flutuação hadrônica do fóton em uma superposição de estados de Fock na base de quarks e glúons [52, 53], temos

$$|\gamma\rangle = \sum |q\bar{q}\rangle + |q\bar{q}g\rangle + \dots \quad (2.13)$$

Na quantização de cone de luz (apêndice (B)), os números quânticos significativos para a dinâmica são as frações de momento longitudinal x_i e o momento transversa relativo \mathbf{k}_{Ti} para cada párton i no estado de Fock. A amplitude para cada estado é dada pela função de onda no cone de luz $\langle x_i, \mathbf{k}_{Ti} | \gamma \rangle$ para aquele estado,

$$|\gamma\rangle = \sum_{x_i, \mathbf{k}_{Ti}} q\bar{q} \langle x_i, \mathbf{k}_{Ti} | \gamma \rangle |x_i, \mathbf{k}_{Ti}\rangle_{q\bar{q}} + \sum_{x_i, \mathbf{k}_{Ti}} q\bar{q}g \langle x_i, \mathbf{k}_{Ti} | \gamma \rangle |x_i, \mathbf{k}_{Ti}\rangle_{q\bar{q}g} + \dots \quad (2.14)$$

Os processos representados na Fig. (2.2) são dominados por estados de pares quark-antiquark singletos de cor, os quais constituem o primeiro termo nesta expansão. O estado é especificado por dois números quânticos, z a fração de momento longitudinal do quark e \mathbf{k}_T é o momento transversa relativo do quark. A direção longitudinal é especificada

pelo momento do fóton virtual \mathbf{q} . O antiquark tem $(1 - z)$ e $-\mathbf{k}_T$ para as quantidades correspondentes.

A decomposição acima está em uma representação de momento. Entretanto, os autoestados de interação são aqueles onde os pártons têm parâmetros de impacto fixos, tal que necessitamos transformar a uma descrição mista de configuração e momento, escrita no espaço transversal e de momento de cone de luz longitudinal. As relações necessárias são,

$$\mathbf{k}_{1\perp} \sim \mathbf{b}_1, \quad \mathbf{k}_{2\perp} \sim \mathbf{b}_2, \quad \mathbf{k}_T \sim \mathbf{r}, \quad \mathbf{P}_\perp \sim \mathbf{b}, \quad (2.15)$$

onde o símbolo \sim denota que as variáveis são conjugadas. Os parâmetros de impacto dos pártons individuais em relação ao centro do próton são dados por \mathbf{b}_1 e \mathbf{b}_2 para o quark e antiquark, respectivamente. Eles definem um novo parâmetro de impacto \mathbf{b} para os estados de Fock,

$$\mathbf{b} = z \mathbf{b}_1 + (1 - z) \mathbf{b}_2, \quad b = |\mathbf{b}|, \quad (2.16)$$

e uma nova variável de separação transversal \mathbf{r} ,

$$\mathbf{r} = \mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2, \quad r = |\mathbf{r}|, \quad (2.17)$$

onde a variável \mathbf{r} é conjugada ao momento transversal relativo \mathbf{k}_T . Devemos assumir que se pode mediar sobre todas as orientações do par quark-antiquark e então usar as expressões envolvendo apenas a grandeza r . Devemos notar que se z e $1 - z$ fossem massas, então \mathbf{b} seria o centro de massa, enquanto \mathbf{r} e \mathbf{k}_T especificariam os deslocamentos relativos e o movimento reduzido. O formalismo de cone de luz fatoriza o movimento de "centro de massa" de maneira completamente análoga à mecânica não-relativística. As versões clássicas das variáveis já definidas são mostradas na Fig (2.3). Transformamos a função de onda do fóton da representação de momento para a representação conjugada de configuração através da transformada de Fourier bidimensional [51],

$$\Psi(z, r) = \int \frac{d^2 \mathbf{k}_T}{(2\pi)^2} e^{i \mathbf{k}_T \cdot \mathbf{r}} \Psi(z, \mathbf{k}_T). \quad (2.18)$$

Estados quark-antiquark com valores definidos de z e r preservam estes valores durante o processo de espalhamento; ou definindo de outra forma, eles são autoestados da matriz de espalhamento \mathcal{A} quando nos restringimos ao caso de processos como na Fig. (2.2). Chamaremos $\tilde{\mathcal{A}}$ o operador de interação (p.ex. difração) e os autoestados quark-antiquark de dipolos de cor. Espandindo o fóton virtual nestes estados, temos que

$$|\gamma\rangle = \int dz d^2 r \Psi(z, r) |z, r\rangle + \dots \quad (2.19)$$

onde $\Psi(z, r)$ é a função de onda no cone de luz do fóton. O processo difrativo, em particular, modula o estado dipolo de cor pelo autoestado τ do operador $\tilde{\mathcal{A}}$,

$$\tilde{\mathcal{A}}|z, r\rangle = i \tau(b, s; z, r) |z, r\rangle. \quad (2.20)$$

onde fator i na equação acima foi inserido por conveniência; isto assegura que τ é real uma vez que amplitudes difrativas são imaginárias.

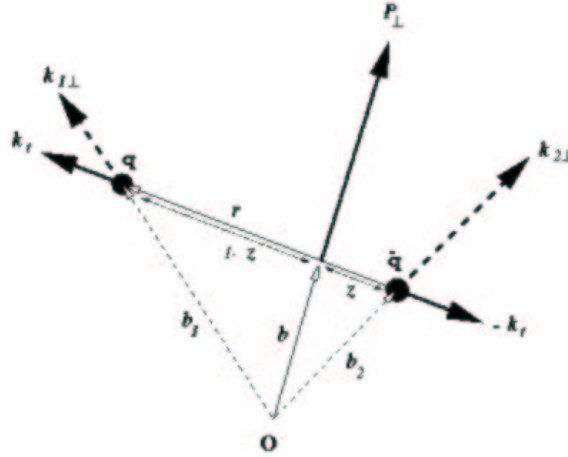


Fig. 2.3: Momentos e separações transversas no plano de parâmetro de impacto. O centro do próton é representado por O e o movimento na direção longitudinal está na direção normal ao diagrama.

A seção de choque de dipolo é um objeto muito útil na descrição de processos com troca de objetos singletos de cor. Esta é a seção de choque total para um dipolo de cor de dado tamanho transversal e razão de momento z interagindo com uma espécie hadrônica, no nosso caso o próton. Podemos usar o teorema óptico para expressá-la em termos da parte imaginária da amplitude de espalhamento frontal elástica,

$$\sigma_{dip} = \text{Im} \langle z, r | \tilde{\mathcal{A}} | z, r \rangle (s, t = 0) / s. \quad (2.21)$$

Denotando o momento transferido carregado pela troca singlete de cor por $q' = p - p'$, tem-se que $t = q'^2 \approx -\mathbf{q}'^2$, tal que $t = 0$ quando $\mathbf{q}' = 0$. Agora, \mathbf{q}' iguala-se ao momento transversal final do dipolo $\mathbf{P}_{\perp f}$,

$$\mathbf{P}_{\perp f} = \mathbf{q}'_{\perp} - \mathbf{P}_{\perp i} = \mathbf{q}'_{\perp} - \mathbf{q}_{\perp} = \mathbf{q}'_{\perp}, \quad (2.22)$$

onde $\mathbf{q}_{\perp} = 0$ é o momento transversal do fóton. Então, para aplicarmos o teorema óptico necessitamos transformar a amplitude $\langle z, r | \tilde{\mathcal{A}} | z, r \rangle$ da representação \mathbf{b} à representação \mathbf{P}_{\perp} e então definindo \mathbf{P}_{\perp} como zero.

$$\langle z, r | \tilde{\mathcal{A}} | z, r \rangle (s, t = 0) = \int d^2b e^{i\mathbf{P}_{\perp} \cdot \mathbf{b}} \langle z, r | \tilde{\mathcal{A}} | z, r \rangle |_{\mathbf{P}_{\perp}=0} = \int d^2b \langle z, r | \tilde{\mathcal{A}} | z, r \rangle. \quad (2.23)$$

Usando as equações anteriores, chegamos à relação entre a seção de choque de dipolos e o autovalor do operador: $\sigma_{dip} = \int d^2b \tau(s, b; z, r) / s$. Note-se que a seção de choque de dipolos é uma soma sobre todos os parâmetros de impacto \mathbf{b} ; com a transformada de Fourier do momento do dipolo, transitamos de uma representação onde o dipolo tem um pacote de onda fortemente definido em um valor particular de \mathbf{b} à outra onde este é uma onda plana no espaço de configuração transversal. Entretanto, a distância relativa r é um grau de liberdade independente e permanece fortemente definido. Notamos que a terminologia *representação de parâmetro de impacto*, comumente usada para este estado, pode ser considerada ambígua:

a distância relativa r não é estritamente um parâmetro de impacto, enquanto o outro grau de liberdade transverso é um momento.

A seção de choque de dipolo desempenha papel importante também em processos DIS. Esta contribuição, via o teorema óptico, à seção de choque total γ^*p no DIS é facilmente calculada. Ela difere da seção de choque de dipolo apenas na inclusão da superposição da função de onda de cone de luz do dipolo nos estados inicial e final. O teorema óptico fornece [43],

$$\sigma_{T,L}^{\gamma^*p} = \frac{\mathcal{I}m\langle\gamma^*|\tilde{\mathcal{A}}|\gamma^*\rangle(s, t=0)}{s}, \quad (2.24)$$

$$\sigma_{T,L}^{\gamma^*p} = \int dz d^2r |\Psi_\gamma^{T,L}|^2 \sigma_{dip}(s, r, z) \quad (2.25)$$

Como exemplos de outros processos que envolvem a seção de choque de dipolos, podemos citar a produção de mésons vetoriais e dissociação do fóton. A formulação do primeiro é feita diretamente, com a seção de choque diferencial dada por [43]:

$$\frac{d\sigma_{T,L}^V}{dt}\Big|_{t=0} = \frac{1}{16\pi} \left| \int dz d^2r \Psi_V^*(z, r) \Psi_\gamma^{T,L}(z, r) \sigma_{dip}(s, r, z) \right|^2. \quad (2.26)$$

Notemos que a integral é similar ao caso inclusivo, exceto que o correspondente complexo conjugado da função de onda do fóton é substituído pelo complexo conjugado da função de onda do méson, Ψ_V^* . Para o caso de dissociação do fóton, podemos expressar o estado final como uma soma incoerente dos autoestados de interação (estados de dipolo):

$$\frac{d\sigma_{T,L}^D}{dt}\Big|_{t=0} = \frac{1}{16\pi s^2} \sum_k |\langle\gamma^{T,L}|\tilde{\mathcal{A}}|z, r\rangle|^2, \quad (2.27)$$

$$\frac{d\sigma_{T,L}^D}{dt}\Big|_{t=0} = \frac{1}{16\pi} \int dz d^2r |\Psi_\gamma^{T,L}|^2 \sigma_{dip}^2(s, r, z), \quad (2.28)$$

onde a integral neste caso difere do caso inclusivo apenas pelo fato que a seção de choque de dipolo é tomada na segunda potência, enquanto todas as outras quantidades são exatamente as mesmas. Salientamos que apenas um subconjunto de estados finais difrativos é dado por esta expressão, i.e. aqueles que se originam apenas da interferência entre o dipolo e o estado final. Trataremos mais sobre estes aspectos da difração nos próximos capítulos.

A seção de choque de dipolo portanto consiste em uma importante ligação entre três processos físicos inteiramente diferentes. Se a seção de choque de dipolo é conhecida, esta pode ser usada para prever a contribuição difrativa total σ^D , como vimos das expressões acima. Funções de ondas para mésons preditas em algum modelo podem ser inseridas na correspondente expressão e os modelos testados por comparação com os resultados do experimento. Além disso, a seção de choque de dipolo pode ser extraída dos dados de seção de choque total para fotoabsorção virtual por prótons (função de estrutura e dados de fotoabsorção real), e este resultado pode ser usado para fazer previsões da contribuição de dipolo à taxa de dissociação difrativa do fóton.

Para fazermos fenomenologia necessitamos parametrizar, através de vínculos físicos, a seção de choque de dipolo. Abordaremos este assunto na próxima seção. Também precisamos definir as funções de onda do cone de luz do fóton através da QED perturbativa em

nível de árvore. Estas são calculadas usando regras de Feynman padrão da quantização do cone de luz (ver Apêndice (B)) e são dadas na representação de momentum por [51]:

$$\Psi_{q\bar{q}}^0(z, \mathbf{k}_T) = -2\delta_{h,-\bar{h}} \frac{Qz(1-z)}{Q^2z(1-z) + k_T^2 + m_f^2}, \quad (2.29)$$

$$\Psi_{q\bar{q}, h=+}^+(z, \mathbf{k}_T) = \sqrt{2} \frac{(1-z)k_T e^{i\delta} \delta_{h,-\bar{h}} + m\delta_{h,\bar{h}}}{Q^2z(1-z) + k_T^2 + m_f^2}, \quad (2.30)$$

$$\Psi_{q\bar{q}, h=-}^+(z, \mathbf{k}_T) = \sqrt{2} \frac{-zk_T e^{i\delta} \delta_{h,-\bar{h}}}{Q^2z(1-z) + k_T^2 + m_f^2}, \quad (2.31)$$

$$\Psi_{q\bar{q}, h=+}^-(z, \mathbf{k}_T) = \sqrt{2} \frac{-zk_T e^{-i\delta} \delta_{h,-\bar{h}}}{Q^2z(1-z) + k_T^2 + m_f^2}, \quad (2.32)$$

$$\Psi_{q\bar{q}, h=-}^-(z, \mathbf{k}_T) = \sqrt{2} \frac{(1-z)k_T e^{-i\delta} \delta_{h,-\bar{h}} - m\delta_{h,\bar{h}}}{Q^2z(1-z) + k_T^2 + m_f^2}. \quad (2.33)$$

Os superescritos referem-se à polarização do fóton, transverso \pm ou longitudinal 0, enquanto h e \bar{h} são os estados de polarização dos quark e antiquarks, respectivamente. As componentes transversas do momentos relativos $q\bar{q}$ são escritas na forma complexa, tal que $\mathbf{k}_T = (k^1, k^2)$ é representado por $k_T e^{i\delta} = k^1 + ik^2$. Nesta notação o produto escalar entre dois vetores a e b é dado por $a \cdot b = \mathcal{R}e(a \cdot b^*)$. O próximo passo é transformar as funções de onda de cone de luz nos seus equivalentes espaços de parâmetro de impacto, usando a transformada de Fourier. As partes dependendo em k_T nas funções de onda são proporcionais a [51],

$$\Psi_0 = \frac{1}{Q^2z(1-z) + k_T^2 + m_f^2}, \quad (L \text{ e } T) \quad (2.34)$$

$$\Psi_1 = \frac{k_T^{(*)}}{Q^2z(1-z) + k_T^2 + m_f^2}, \quad (\text{apenas } T) \quad (2.35)$$

Tomando a transformada de Fourier da primeira expressão, temos que

$$\int \frac{e^{i\mathbf{k}_T \cdot \mathbf{r}} \Psi_0}{(2\pi)^2} d^2\mathbf{k}_T = \frac{1}{(2\pi)^2} \int \frac{e^{i\mathbf{k}_T \cdot \mathbf{r}}}{Q^2z(1-z) + k_T^2 + m_f^2} d^2\mathbf{k}_T, \quad (2.36)$$

$$= \frac{1}{(2\pi)} \int \frac{J_0(k_T r)}{Q^2z(1-z) + k_T^2 + m_f^2} k_T dk_T = \frac{K_0(\varepsilon r)}{(2\pi)}. \quad (2.37)$$

Onde $\varepsilon^2 = z(1-z)Q^2 + m_f^2$, como já definido na seção anterior e temos feito o uso das seguintes relações para as funções de Bessel J_ν e Bessel modificada K_ν (McDonald),

$$J_n(z) = \frac{1}{(2\pi)} \int_{-\pi}^{\pi} e^{-in\theta + iz \sin \theta} d\theta, \quad (2.38)$$

$$\int_0^\infty \frac{J_\nu(at) dt}{(t^2 + z^2)^{\mu+1}} = \frac{a^\mu z^{\nu-\mu}}{2^\mu \Gamma(\mu+1)} K_{\nu-\mu}(az). \quad (2.39)$$

Para a transformada de Fourier da segunda função de onda Ψ_1 ,

$$\int \frac{e^{i\mathbf{k}_T \cdot \mathbf{r}} \Psi_1}{(2\pi)^2} d^2 \mathbf{k}_T = \frac{1}{(2\pi)^2} \int \frac{e^{i\mathbf{k}_T \cdot \mathbf{r}} k_T^{(*)}}{Q^2 z(1-z) + k_T^2 + m_f^2} d^2 \mathbf{k}_T, \quad (2.40)$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^2} \int \frac{e^{ik_T r \cos \theta(\delta-\theta)} k_T e^{\pm i\delta}}{Q^2 z(1-z) + k_T^2 + m_f^2} d\delta k_T dk_T, \quad (2.41)$$

$$= \frac{i}{2\pi} \int \frac{J_1(k_T r) k_T^2 e^{\pm i\theta}}{Q^2 z(1-z) + k_T^2 + m_f^2} dk_T = \frac{i}{2\pi} \varepsilon K_1(\varepsilon r) e^{\pm i\theta}, \quad (2.42)$$

onde θ é o argumento de \mathbf{r} na representação complexa, e temos usado as relações acima para as funções de Bessel e também

$$\int_{-\pi}^{\pi} d\theta e^{\pm i\theta + ik_T r \cos(\theta-\phi)} = \int_{-\pi}^{\pi} d\theta' e^{i(\pi/2 \pm \phi - \theta') + ik_T r \sin \theta'}, \quad (2.43)$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} d\theta' e^{i\theta' + ik_T r \sin \theta'} \times e^{i(\pi/2 \pm \phi)} = 2\pi J_1(k_T r) \times e^{i(\pi/2 \pm \phi)} \quad (2.44)$$

Finalmente, podemos chegar às funções de onda no espaço r [51],

$$\Psi_{q\bar{q}}^0(z, r) = -\delta_{h,-\bar{h}} 2z(1-z) Q \frac{K_0(\varepsilon r)}{2\pi}, \quad (2.45)$$

$$\Psi_{q\bar{q}, h=+}^+(z, r) = \sqrt{2} \left[ie^{i\theta} \varepsilon (1-z) \delta_{h,-\bar{h}} \frac{K_1(\varepsilon r)}{2\pi} + m_f \delta_{h,\bar{h}} \frac{K_0(\varepsilon r)}{2\pi} \right], \quad (2.46)$$

$$\Psi_{q\bar{q}, h=-}^+(z, r) = -\sqrt{2} \left[ie^{i\theta} \varepsilon z \delta_{h,-\bar{h}} \frac{K_1(\varepsilon r)}{2\pi} \right], \quad (2.47)$$

$$\Psi_{q\bar{q}, h=+}^-(z, r) = -\sqrt{2} \left[ie^{-i\theta} \varepsilon z \delta_{h,-\bar{h}} \frac{K_1(\varepsilon r)}{2\pi} \right], \quad (2.48)$$

$$\Psi_{q\bar{q}, h=-}^-(z, r) = \sqrt{2} \left[ie^{-i\theta} \varepsilon (1-z) \delta_{h,-\bar{h}} \frac{K_1(\varepsilon r)}{2\pi} - m_f \delta_{h,\bar{h}} \frac{K_0(\varepsilon r)}{2\pi} \right], \quad (2.49)$$

$$(2.50)$$

Em todas estas expressões temos omitido um fator $\sqrt{N_c} e e_f \delta_{f\bar{f}}$, onde N_c é o número de cores e e_f é a fração de carga eletrônica do quark de sabor f . Para o quadrado das funções de onda do fóton, obtemos as expressões que referimos na seção anterior:

$$|\Psi_L(z, r)|^2 = \frac{6\alpha_{em}}{\pi^2} \sum_{f=1}^{n_f} e_f^2 Q^2 z^2 (1-z)^2 K_0^2(\varepsilon r), \quad (2.51)$$

$$|\Psi_T(z, r)|^2 = \frac{3\alpha_{em}}{2\pi^2} \sum_{f=1}^{n_f} e_f^2 \left\{ [z^2 + (1-z)^2] \varepsilon^2 K_1^2(\varepsilon r) + m_f^2 K_0^2(\varepsilon r) \right\} \quad (2.52)$$

onde a soma é sobre os sabores de quarks. Para grande Q^2 , as massas dos quarks podem ser negligenciadas, simplificando as expressões como,

$$|\Psi_L(z, r)|^2 = \frac{6\alpha_{em} Q^2}{\pi^2} \sum_{f=1}^{n_f} e_f^2 z^2 (1-z)^2 K_0^2(\sqrt{z(1-z)} Q r), \quad (2.53)$$

$$|\Psi_T(z, r)|^2 = \frac{3\alpha_{em} Q^2}{2\pi^2} \sum_{f=1}^{n_f} e_f^2 [z^2 + (1-z)^2] z(1-z) K_1^2(\sqrt{z(1-z)} Q r). \quad (2.54)$$

Para pequenos valores do argumento n , $K_0(n)$ e $K_1(n)$ divergem na forma $\ln(1/n)$ e $1/n$, respectivamente, enquanto em grandes valores do argumento estas tendem ao limite $\sqrt{(\pi/2n)} \exp(-n)$ [52, 53]. Portanto, a contribuição dominante está em pequenos valores de n . Ambas funções de onda tendem a zero nos pontos finais ($z \simeq 1$) do comportamento em z , o que tenderá a favorecer uma separação aproximadamente igual em momento longitudinal. Este fato é verdade em pequeno r , entretanto em grande r o fator de Bessel é grande apenas quando z é próximo dos valores de ponto final. Este efeito domina, levando a dipolos com uma divisão desigual entre os momentos. Para Q^2 nulo, como no caso de fotoprodução, um valor não-nulo das massas dos quarks m_f^2 nas expressões das funções de onda é essencial para que o cálculo de seções de choque seja finito e não apresente divergências. Ou seja, as massas dos quarks leves desempenham o papel de reguladores nos cálculos dos observáveis [43].

Se a seção de choque de dipolo, σ_{dip} , não apresentar dependência explícita em z , podemos integrar sobre z nas funções de onda do fóton ,

$$\sigma_{tot}^{\gamma^*p} = \int d^2r \int dz \left[|\Psi_T(z, r)|^2 + |\Psi_L(z, r)|^2 \right] \sigma_{dip} = \frac{6\alpha_{em}}{\pi^2} \sum_{f=1}^{n_f} e_f^2 \int d^2r \frac{G(r)}{r^2} \sigma_{dip}(s, r) \quad (2.55)$$

onde temos definido $G(r)$ como,

$$G(r) = \int_0^1 dz r^2 \left\{ \left[Q^2 z^2 (1-z)^2 + \frac{m_f^2}{4} \right] K_0^2(\varepsilon r) + \frac{[z^2 + (1-z)^2] \varepsilon^2 K_1^2(\varepsilon r)}{4} \right\}. \quad (2.56)$$

O fator r^2 é transferido ao integrando de $G(r)$ para tornar a integral convergente. Em particular, na Ref. [54] é argumentado que não se poderia obter ajustes fisicamente razoáveis aos dados usando estas funções de onda. O argumento parte do fato que estas são quantidades completamente perturbativas e em alguma forma deve-se incluir os efeitos de física macia (não-perturbativa). A fatorização presente na seção de choque total é válida mesmo para grandes valores de r acima da escala de distância onde técnicas perturbativas são válidas. A função de onda empregada para esta região deveria portanto levar em consideração efeitos não-perturbativos. Como exemplo, na Ref. [54] adotou-se uma abordagem pragmática a posteriori deste problema através da modificação da função de onda. A contribuição macia à seção de choque de dipolo é construída através de argumentos físicos, enquanto a contribuição dura permanece inalterada. O efeito mais importante de física macia é confinamento, que deve expressar-se através da supressão de dipolos com grande r . Uma tentativa possível é usar um fator gaussiano nas funções de onda para confinar tamanhos de dipolos dentro de um comprimento de confinamento característico. Na Ref. [54] foi mostrado que esta hipótese não produz os efeitos desejados. Uma parametrização razoável é usar-se um fator produzindo um pico em grande r na função de onda do fóton na forma de uma gaussiana deslocada,

$$f(r) = \frac{1 + B \exp[-c^2(r - R)^2]}{1 + B \exp(-c^2 R^2)}, \quad (2.57)$$

$$|\Psi_{T,L}(z, r)|^2 = |\Psi_{T,L}^{QED}(z, r)|^2 f(r), \quad (2.58)$$

a qual permite que a largura e altura sejam controladas independentemente enquanto mantém-se um fator próximo à unidade em pequeno r , a região contribuindo predominantemente para o termo perturbativo. Tal procedimento é consistente com o comportamento esperado vindo do modelo de dominância de mésons vetoriais. Outras abordagens para construir modificações não perturbativas à função de onda do fóton utilizam, por exemplo, uma massa efetiva de quark dependente em Q^2 usando o oscilador harmônico bidimensional como um modelo para o confinamento, ou também uma abordagem de função de Green incorporando potenciais não-relativísticos baseados nas propriedades das funções de onda dos mésons. Devemos enfatizar que a maioria das parametrizações para σ_{dip} introduzem o efeito de confinamento na seção de choque e mantêm a forma perturbativa das funções de onda.

2.3 Modelos fenomenológicos para a seção de choque de dipolos

Uma grande dificuldade técnica na Eq. (2.12) é modelar a função de glúon não-integrada de maneira razoável e com precisão, principalmente na região de pequeno momento transversal (setor de infravermelho). Em particular, para obter-se estas distribuições deve-se resolver numericamente uma equação de evolução [48], tornando o procedimento menos operacional para fins práticos. Há ainda algumas poucas parametrizações de fácil acesso, como por exemplo na Ref. [47]. Em geral esta dificuldade é contornada introduzindo um "ansatz" para a forma paramétrica da seção de choque de dipolo efetiva. A principal característica destes modelos é interpolar as regiões físicas de pequenas separações transversas (região dura, descrita por pQCD) e a região de grandes separações transversas (região macia, descrita por física não-perturbativa).

Além disso, uma conexão mais próxima entre a representação de dipolos e o formalismo DGLAP não está ainda totalmente esclarecida. No formalismo de fatorização k_T , pode-se associar as distribuições partônicas usuais com as correspondentes não-integradas através de Eq. (2.3), para pequenos valores de r (grande momento transversal $Q_0^2 \leq k_T \leq Q^2$) e ao nível de *twist* dominante. Entretanto, uma quantidade considerável de contribuição além do formalismo DGLAP surge da região $k_T^2 \geq Q^2$, como verificado na Ref. [47].

Recentemente, Munier et al. [55] (Munier-Stasto-Mueller, MSM) determinaram, de maneira independente de modelo (extraída numericamente), a seção de choque dipolo-próton usando os dados de eletroprodução difrativa de mésons vetoriais em HERA. O elemento da matriz de espalhamento, $S(x, \mathbf{r}, \mathbf{b})$, em particular o perfil da matriz- S , é extraído considerando a dependência em t para o processo (b é a variável conjugada ao momento transversal t). É chamada a atenção que os resultados dependem fracamente na escolha específica da função de onda do méson.

$$\sigma_{dipole}^{MSM} = 2 \int d^2\mathbf{b} (1 - \mathcal{R}e S(x, \mathbf{r}, \mathbf{b})) . \quad (2.59)$$

A escala de saturação Q_s^2 , a qual determina o início dos efeitos de saturação como vimos no Cap. (1), pode ser estimada usando tal procedimento e determinando sua dependência no parâmetro de impacto b . Considerando a fórmula fenomenológica para a matriz- S ,

$S(x, r_Q, b) = \exp(-r_Q^2 Q_s^2(x, b)/4)$, foi obtido $Q_s^2 = 1 - 1.5 \text{ GeV}^2$ para $b = 0.3 \text{ fm}$ e $Q_s^2 = 0.2 \text{ GeV}^2$ para $b = 1.0 \text{ fm}$. Este trabalho corrobora a consistência dos modelos eikonais (e.g. modelo de Glauber) e sugere o início de efeitos de unitariedade em HERA, uma vez que a escala de saturação reside em valores significativos de virtualidade, em pequenos valores de parâmetro de impacto.

O grupo de Manchester [54] propôs uma forma paramétrica que assume dois termos distintos associados a uma dependência em energia tipo-Regge (usa-se como variável a energia de centro de massa s e não a variável de escalamento $x \approx Q^2/s$) e um termo com dependência pQCD. O termo duro domina em pequeno r e torna-se pouco importante quando $r \rightarrow 0$. O termo suave domina em grande r (saturando o comportamento em r) e tem um comportamento quase constante em energia:

$$\sigma^{\text{dipole}}(s, r) = H_{\text{soft}}(a_n^S, r) (r^2 s)^{\lambda_S} + H_{\text{hard}}(a_n^H, r) \exp(-\nu_H r) (r^2 s)^{\lambda_H}, \quad (2.60)$$

onde $H_{\text{soft, hard}}$ são polinomiais suaves em r com coeficientes $a_n^{S, H}$. Um bom ajuste aos dados determinou os coeficientes e os expoentes em energia $\nu_H, \lambda_{S, H}$ (S denota *soft* e H , *hard*), permitindo descrever ambos electro e fotoprodução em HERA, bem como dissociação difrativa.

Na mesma linha de raciocínio, interpolando Pomeron suave e duro, Donnachie e Dosh [56] construíram em um formalismo próprio a seção de choque dipolo-dipolo. Usando a técnica de laços de Wilson [56], esta é obtida na seguinte forma,

$$\sigma_{\text{dipole}}(R_1, R_2) = \mathcal{N}_{\text{dip}} R_1 \left(1 - e^{-\frac{R_1}{3.1a}}\right) R_2 \left(1 - e^{-\frac{R_2}{3.1a}}\right) \quad (2.61)$$

onde R_1 e R_2 são as extensões transversas dos laços de Wilson. A normalização é $\mathcal{N}_{\text{dip}} = \frac{0.67}{4\pi^2} [\langle g^2 FF \rangle a^4]^2$, onde $\langle g^2 FF \rangle$ é o condensado de glúons em uma teoria de gauge pura e a é o comprimento de correlação de um correlator de dois glúons invariantes de gauge. Os grandes dipolos acoplam-se ao Pomeron suave e os pequenos ao Pomeron duro. O modelo está em concordância com uma variedade de observáveis em reações fóton-próton e próton-próton [56].

O modelo fenomenológico de saturação de Golec-Biernat e Wüsthoff (GBW), o qual apresenta forte apelo pela simplicidade, propõe uma descrição muito econômica dos dados de DIS [57, 58]. A correspondente seção de choque de dipolo interpola entre transparência de cor, i.e. $\sigma^{\text{dipole}} \sim r^2$ para pequeno r , e seção de choque constante σ_0 em grande r (confinamento). Tal procedimento garante saturação em Q^2 , enquanto a saturação partônica em pequeno x é obtida com um forma inspirada nos modelos eikonais para a seção de choque de dipolo,

$$\begin{aligned} \sigma^{\text{GBW}}(x, r^2) &= \sigma_0 \left(1 - e^{-r^2/R_{\text{sat}}^2(x)}\right), \\ R_{\text{sat}}^2(x) &= 4 R_0^2(x) = \frac{4}{Q_0^2} \left(\frac{x}{x_0}\right)^\lambda, \end{aligned} \quad (2.62)$$

onde os parâmetros $\sigma_0 = 23.03 \text{ mb}$, $x_0 = 3.04 \cdot 10^{-4}$ e $\lambda = 0.288$ são obtidos por ajuste dos dados inclusivos de DIS em HERA para $x < 10^{-2}$, enquanto $Q_0^2 = 1 \text{ GeV}^2$ define a dimensão. O raio de saturação dependente de x , $R_0^2(x)$ está associado com a separação

média entre pártons no nucleon. Esta abordagem foi utilizada, como veremos no próximo capítulo, para descrever dissociação difrativa de maneira livre de parâmetros, considerando também a configuração $q\bar{q}g$ requerida para aquele processo.

Outro trabalho de interesse é aquele de McDermott et al. [59] (McDFGS), onde QCD perturbativa relaciona a seção de choque de dipolos à função de glúons usual do próton no limite de logaritmo dominante,

$$\sigma^{\text{McDFGS}} = \frac{\pi^2 \alpha_s(\tilde{Q}^2)}{3} r^2 x G(x, \tilde{Q}^2) \quad (2.63)$$

onde a identificação $\tilde{Q}^2 = Q^2$ é possível ao nível de logaritmo dominante. Um estudo refinado da seção de choque de dipolo é feito para todas as separações transversas [59]. A região de pequeno r é descrita pela função de glúon QCD usual, evoluindo com a escala $\tilde{Q}^2 = 10/r^2$, enquanto em grandes separações ($r_{\text{pion}} \geq 0.65$ fm) a seção de choque de dipolo é descrita pela contribuição pión-próton com o comportamento suave típico em energia, similar ao setor hadrônico. Além disso, a limitação do crescimento da densidade partônica é implementada via externa em uma separação transversa crítica r_{crit} , definida quando a seção de choque de dipolo chega à metade do seu valor máximo, dado pela seção de choque pión-próton.

Um ingrediente importante, não levado em consideração para a maioria das parametrizações para σ_{dip} , são os efeitos dinâmicos de saturação partônicos. Estes mudam consideravelmente o comportamento em energia dos processos e estão associados com a unitariedade e múltiplas interações entre os constituintes. Na próxima seção introduziremos uma abordagem teórica desenvolvida nas Refs. [24, 25] para estimar estes efeitos à seção de choque de dipolos e seu papel na descrição dos observáveis.

2.4 O formalismo Glauber-Mueller e os dipolos de cor

O formalismo de Glauber refere-se principalmente às interações com núcleos, permitindo calcular-se as correções de unitariedade à seção de choque nuclear. Entretanto, esta abordagem pode ser estendida para tomar-se em consideração a limitação ao crescimento das distribuições partônicas (saturação) através dos efeitos de múltiplos espalhamentos. Revisaremos de maneira resumida as principais propriedades do formalismo de Glauber-Mueller em QCD, tanto no caso nuclear como na sua extensão ao caso do nucleon. Indicamos os trabalhos originais [24, 25] para uma apresentação completa. Devemos notar que usaremos a terminologia "efeitos de saturação" significando correções de unitariedade aos observáveis. Entretanto, para sermos precisos, os cálculos assintóticos têm produzido um comportamento geral $\sim \ln(1/x)$ para a seção de choque e para a função de glúons ao contrário de um comportamento estritamente saturado [60, 61].

Como o limite de pequeno x é dominado por interações gluônicas como vimos no Cap. (1), consideramos uma prova virtual g^* com massa invariante Q^2 a qual decai em um par de glúons gg tendo uma separação transversa \mathbf{r} e momento transverso \mathbf{k} . O par interage com o alvo através de uma escada gluônica (terminologia introduzida no Cap. (1)) em separação

transversa fixa. De acordo com as discussões das seções anteriores, a seção de choque de absorção para a partícula de prova em termos de x e virtualidade Q^2 para o caso nuclear é dada por,

$$\sigma_{tot}^{g^*A}(x, Q^2) = \int d^2\mathbf{r} \int_0^1 dz |\Psi_{gg}(z, \mathbf{r}, Q^2)|^2 \sigma^{gg-\text{nucleo}}(x, z, \mathbf{r}), \quad (2.64)$$

onde as variáveis têm a mesma identificação como no caso da discussão do par $q\bar{q}$. A quantidade Ψ_{gg} é a função de onda no cone de luz para o par de glúons. A teoria de múltiplos espalhamentos de Glauber utiliza o método de deslocamento de fase para descrever o processo em altas energias para uma partícula incidente sofrendo sucessivos espalhamentos. Estes espalhamentos são coerentes em uma interação de uma flutuação hadrônica, i.e., pares de quarks ou de glúons, com o núcleo. Há efeitos de interferência entre eles, gerando uma redução na seção de choque nuclear, $\sigma^{\text{nucleo}} < A \sigma^{\text{nucleon}}$. Ao contrário, para espalhamentos completamente incoerentes, espera-se para a seção de choque nuclear, $A \sigma^{\text{nucleon}}$. A fórmula de Glauber para a seção de choque total de um estado hadrônico com o núcleo é

$$\sigma_{tot}^{\text{nucleo}} = 2 \int d^2\mathbf{b} \left(1 - e^{-\frac{1}{2} \sigma^{\text{nucleon}} S_A(\mathbf{b})} \right), \quad (2.65)$$

onde $S_A(\mathbf{b})$ é a função perfil contendo a dependência em parâmetro de impacto \mathbf{b} , que é a variável conjugada ao momento transferido t . Esta quantidade está relacionada à distribuição dos nucleons dentro do núcleo e contém informação sobre a distribuição angular do espalhamento. Discutiremos sua forma particular mais adiante. A Eq. (2.64) é muito geral e permite descrever as flutuações hadrônicas do fóton ou qualquer outra prova virtual, como visto anteriormente.

A fórmula de Glauber pode ser conectada com o modelo Eikonal, o qual é largamente empregado em cálculos no setor hadrônico. Considerando a amplitude de espalhamento dependente nas variáveis de Mandelstan usuais s e t , agora escrita na representação de parâmetro de impacto \mathbf{b} ,

$$a(s, \mathbf{b}) \equiv \frac{1}{2\pi} \int d^2\mathbf{q} e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}} \mathcal{A}(s, t = -q^2). \quad (2.66)$$

as seções de choque total e inelástica correspondentes (através do teorema óptico) são reescritas na representação de parâmetro de impacto (\mathbf{b}) como

$$\sigma_{tot} = 4\pi \text{Im} \mathcal{A}(s, 0) = 2 \int d^2\mathbf{b} \text{Im} a(s, \mathbf{b}), \quad (2.67)$$

$$\sigma_{el} = \int d^2\mathbf{b} |a(s, \mathbf{b})|^2, \quad (2.68)$$

A propriedade mais importante quando tratamos o espalhamento nesta representação é a estrutura simples para o vínculo de unitariedade [24, 25]. Em \mathbf{b} fixo, o vínculo pode ser expresso da seguinte maneira,

$$\sigma_{tot} = \sigma_{el} + \sigma_{inel}, \quad (2.69)$$

$$2 \text{Im} a(s, \mathbf{b}) = |a(s, \mathbf{b})|^2 + C_{in}(s, \mathbf{b}), \quad (2.70)$$

com $C_{in}(s, \mathbf{b})$ denotando a soma sobre as contribuições advindas de todos os canais inelásticos. O vínculo acima apresenta uma solução simples, se a parte real da amplitude de espalhamento anula-se no limite de altas energias, correspondendo a pequenos valores de x , esta pode ser escrita como,

$$a(s, \mathbf{b}) = i \left[1 - e^{-\frac{1}{2} \Omega(s, \mathbf{b})} \right], \quad (2.71)$$

$$\sigma_{tot} = 2 \int d^2 \mathbf{b} \left[1 - e^{-\frac{1}{2} \Omega(s, \mathbf{b})} \right], \quad (2.72)$$

onde Ω é a função opacidade, uma função real arbitrária que deve ser determinada por uma modelagem detalhada da interação. A função opacidade tem uma interpretação física simples, i.e., $e^{-\Omega}$ corresponde à probabilidade que nenhum espalhamento inelástico com o alvo ocorra. Para explicitar a conexão com o formalismo de Glauber, a função opacidade pode ser escrita na forma fatorizada $\Omega(s, \mathbf{b}) = \Omega(s) S(\mathbf{b})$, considerando $S(\mathbf{b})$ normalizada de tal forma que $\int d^2 \mathbf{b} S(\mathbf{b}) = 1$ (para uma discussão detalhada, veja por exemplo [62]).

Das Eqs. (2.72) e (2.65), podemos identificar a opacidade $\Omega(s \approx Q^2/x; \mathbf{r}) = \sigma^{\text{nucleon}}(x, \mathbf{r})$. Além disso, foi mostrado que o mesmo formalismo para múltiplos espalhamentos pode ser aplicado para o caso do nucleon. Discutindo este caso, devemos determinar a seção de choque de interação do par de glúons g . Esta é equivalente àquela para o par quark-antiquark, a menos de fatores de cor apropriados, i.e., $\sigma^{GG} = \frac{9}{4} \sigma^{q\bar{q}}$. A seção de choque dipolo-próton (par $q\bar{q}$) é bem conhecida [24, 25, 62], a qual pode ser calculada a partir da Eq. (2.12), e na aproximação de duplo logaritmo dominante (DLA) apresenta a seguinte forma

$$\sigma_{\text{nucleon}}^{q\bar{q}}(x, r) = \frac{\pi^2 \alpha_s(\tilde{Q}^2)}{3} r^2 x G(x, \tilde{Q}^2) \quad (2.73)$$

com a escala dependendo em r , $\tilde{Q}^2 = r_0^2/r^2$. Considerando a Eq. (2.73) pode-se conectar diretamente a representação de dipolos com as distribuições partônicas (glúon) usuais, uma vez que estas são soluções das equações DGLAP. No nosso caso, seguimos os cálculos apresentados na Ref. [24, 25, 62] e consideramos a escala efetiva $\tilde{Q}^2 = 4/r^2$. Tal valor difere daquele na Ref. [59], onde $r_0^2 = 10$, o qual é obtido por um procedimento de média na integração em distância transversa para a função de estrutura longitudinal F_L . Entretanto, em estudos posteriores [59] considerando mésons vetoriais foi encontrado que r_0^2 pode tomar valores entre 4-15, e verificou-se que as funções de estrutura F_2 e F_L não teriam muita sensibilidade frente a estas variações. Assim, tomar algum destes valores no intervalo será equivalente na aproximação de logaritmo dominante Q^2 .

Das expressões acima, obtém-se a seção de choque de dipolo satisfazendo o vínculo de unitariedade e uma estrutura teórica para estudar efeitos de unitariedade (saturação) na função de distribuição de glúons DGLAP. Portanto, usaremos a seção de choque de dipolo de Glauber-Mueller dada por

$$\sigma_{\text{dipole}}^{GM} = 2 \int d^2 \mathbf{b} \left(1 - e^{-\frac{1}{2} \sigma_{\text{nucleon}}^{q\bar{q}}(x, \mathbf{r}) S(\mathbf{b})} \right). \quad (2.74)$$

Alguns comentários são importantes: a abordagem de Glauber-Mueller é válida na região de pequeno x , e a emissão de glúons é descrita na aproximação de duplo logaritmo dominante da QCD perturbativa. A interação do par de quarks com o nucleon (próton) ocorre através

da troca de diagramas escada, satisfazendo as equações DGLAP no limite DLA. O limite de altas energias permite tratar espalhamentos sucessivos como colisões independentes, tornando o processo descrito pela representação eikonal clássica de uma partícula relativística cruzando o núcleo. Além disso, como consequência de não existir correlação entre nucleons dentro do núcleo (no caso nuclear), implica não existir correlação entre pártons de cascatas partônicas diferentes. Devemos enfatizar que apenas os pártons mais rápidos interagem com o alvo. As correções advindas dos pártons menos rápidos na cascata (emitidos pelo par) levam à equação de evolução não-linear AGL [24, 25]. Estas correções foram consideradas mais recentemente para descrever DIS difrativo na Ref. [63]. Discutindo críticas à abordagem de Glauber-Mueller, indicamos os trabalhos recentes [64] para uma completa discussão sobre os modelos eikonais, tratando suas vantagens e limitações bem como apontando as melhorias a serem tomadas em consideração para introduzir-se as correções relevantes (por exemplo, a introdução do canal difrativo).

A partir de agora, discutiremos os resultados originais obtidos nas Ref. [65]. Calcularemos as estimativas numéricas da seção de choque de dipolo usando o formalismo de Glauber-Mueller através das Eqs. (2.73-2.74). Portanto, estamos calculando efeitos de saturação no formalismo de dipolos de cor. Como ponto inicial, devemos discutir a função perfil $S(\mathbf{b})$. Esta quantidade contém informação sobre a distribuição angular no espalhamento, i.e., a dependência em momento transferido t (acoplamentos do par com a escada gluônica e desta com o próton). Ambos acoplamentos podem ser aproximados por uma parametrização exponencial, levando a uma forma gaussiana no espaço de parâmetro de impacto,

$$S(\mathbf{b}) = \frac{A}{\pi R_A^2} e^{-\frac{b^2}{R_A^2}}, \quad (2.75)$$

onde A é o número atômico e R_A é o tamanho transversal do alvo. Os valores de R_A^2 devem ser determinados dos dados de processos envolvendo a dependência angular, fornecendo em geral valores que estão no intervalo $5 - 17 \text{ GeV}^{-2}$ para o caso do próton (discussões mais extensas na [22]). Para reações nucleares, uma forma mais sofisticada para o perfil deve ser levada em consideração. Aqui, alguns comentários são necessários. Para o nucleon, $A = 1$ e então $R_A = R$, onde devemos ser cuidadosos na transição do caso nuclear para o nucleon, onde o significado de R_A é diferente. No trabalho [65], temos usado o valor $R^2 = 5 \text{ GeV}^{-2}$, obtido de uma boa descrição de ambas função de estrutura inclusiva e sua derivada [66]. Tal valor corresponde a fortes correções ao formalismo padrão DGLAP e representa a distribuição espacial dos glúons no interior do próton e não o tamanho do próton. Basicamente este resultado indica que os glúons estão concentrados em menores regiões do que o tamanho do próton, que é $\simeq 1 \text{ fm}$. Discutimos de maneira detalhada as principais características presentes na seção de choque de dipolo na Eq. (2.74). Para este fim, na Fig. (2.4) apresenta-se a seção de choque de dipolo de Glauber-Mueller como uma função do tamanho transversal do dipolo r para fração de momento fixa x . Para efeito de ilustração dos efeitos de saturação esperados, tomamos valores para a variável de escalamento de Bjorken x até um limite muito pequeno $x = 10^{-7}$ (apenas acessível pelo futuro experimento THERA em HERA). Para os cálculos numéricos, usamos a distribuição de glúons dados pela parametrização GRV em ordem dominante (LO) [67] para a entrada em Eq. (2.73), cuja escolha justificaremos em

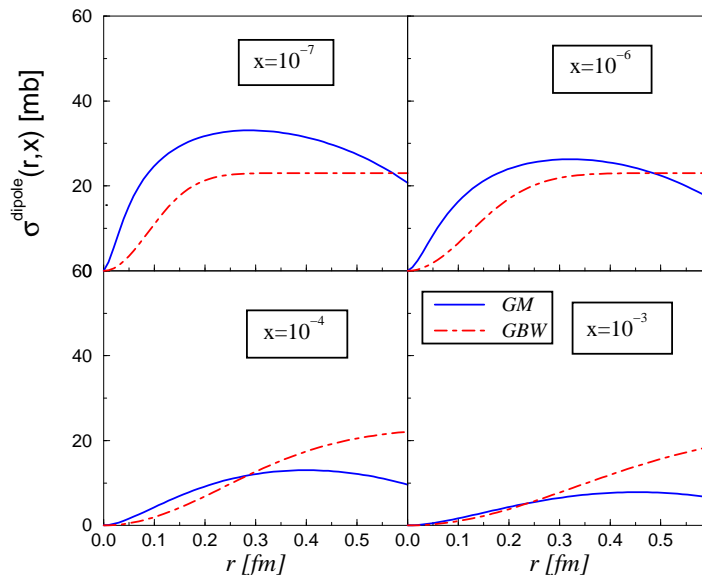


Fig. 2.4: A seção de choque de dipolo como uma função de r para x fixo. O resultado usando Glauber-Mueller (GM) corresponde à linha sólida e o resultado do modelo GBW (curvas tracejadas) é também incluído.

breve. As linhas sólidas correspondem ao cálculo da seção de choque de dipolo, Eq. (2.74), enquanto as linhas tracejadas são os resultados usando o modelo GBW [57, 58], mostrado para efeito de comparação. O comportamento geral em termos do tamanho de dipolos vem do balanço entre comportamento de transparência de cor $\sigma_{dip} \sim r^2$ e comportamento da distribuição de glúons.

Alguma discussão sobre a região de grande separação transversa é necessária. Apesar da QCD perturbativa fornecer resultados confiáveis em curtas distâncias (pequenos dipolos), o setor não-perturbativo ainda não é completamente entendido de maneira formal. As distribuições partônicas usuais são evoluídas de uma escala inicial perturbativa $Q_0^2 \approx 1 \text{ GeV}^2$, e tem-se pouca informação sobre o comportamento em $Q^2 \leq Q_0^2$. Em geral, faz-se uso da fenomenologia de Regge para estimar estas contribuições (veja, por exemplo Ref. [59]). Assim, extrapolando às regiões de virtualidades mais baixas (grandes tamanhos de dipolos) necessita-se um *ansatz* com respeito ao setor não-perturbativo.

Esta é a principal justificativa para utilizarmos a parametrização GRV94 [67] em nossos cálculos numéricos. Lembrando que $Q^2 = 4/r^2$, sua escala inicial de evolução é $Q_0^2 = 0.4 \text{ GeV}^2$ permitindo obter-se informação para tamanhos de dipolos até $r_{\text{cut}} = \frac{2}{Q_0} \text{ GeV}^{-1}$ ($= 0.62 \text{ fm}$). No caso das parametrizações mais recentes, onde $Q_0^2 \sim 1 \text{ GeV}^2$ ($r_{\text{cut}} \approx 0.4 \text{ fm}$) a incerteza sobre a contribuição não-perturbativa deve aumentar consideravelmente. Uma vantagem adicional é que GRV94 não inclui efeitos não-lineares à evolução DGLAP, uma vez que os parâmetros foram obtidos com dados de x ainda não tão pequenos dos que atualmente disponíveis. Esta característica assegura que a parametrização não inclui correções significativas de unitariedade na escala inicial.

Agora, devemos introduzir um modelo para a região de grande separação transversa. Uma abordagem mais fenomenológica seria interpolar a seção de choque de dipolo na QCD

perturbativa com aquela típica de colisões hadrônicas $\sigma_{\pi N}$ em $r = r_{\text{cut}}$ como realizado na Ref. [59]. Entretanto, devido ao grande crescimento da seção de choque de dipolo na QCD perturbativa em altas energias, escolhemos uma abordagem alternativa: a distribuição de glúons é mantida fixa (congelada) na escala r_{cut} , i.e. $x G(x, \tilde{Q}_{\text{cut}}^2)$. Então, para as contribuições em grande $r \leq r_{\text{cut}}$ a distribuição de glúons toma a forma,

$$x G(x, Q^2 \leq Q_0^2) = \frac{Q^2}{Q_0^2} x G(x, Q^2 = Q_0^2), \quad (2.76)$$

levando ao correto comportamento $x G \sim Q^2$ quando $Q^2 \rightarrow 0$. Em uma abordagem mais sofisticada, podemos substituir a escala fixa \tilde{Q}_{cut}^2 pela escala de saturação $Q_s^2(x)$ para tomar-se em consideração um valor realístico para a dimensão anômala de glúon em toda a região cinemática (veja questões relacionadas em [63]).

Recentemente, como já discutimos, o modelo fenomenológico muito econômico da Ref. [57, 58] (GBW) tem produzido uma boa descrição dos dados de HERA para ambos processos inclusivo e difrativo. Esta é construída interpolando o comportamento de transparência de cor $\sigma_{dip} \sim r_{\perp}^2$ em pequenos tamanhos de dipolos e um comportamento constante (saturado) em grandes tamanhos de dipolos $\sigma_{dip} \sim \sigma_0$ (confinamento). A expressão tem a forma tipo eikonal,

$$\sigma_{q\bar{q}}(x, r) = \sigma_0 \left[1 - \exp \left(-\frac{r^2 Q_0^2}{4(x/x_0)^\lambda} \right) \right], \quad (2.77)$$

onde $Q_0^2 = 1 \text{ GeV}^2$ e os três parâmetros ajustados são $\sigma_0 = 23.03 \text{ mb}$, $x_0 = 3.04 \cdot 10^{-4}$ e $\lambda = 0.288$ (para 3 quarks leves) e a notação para o raio de saturação $R_0(x) = (x/x_0)^{\lambda/2}$. A seção de choque de dipolo GBW subestima a seção de choque hadrônica típica, i.e. a convolução de GBW com a função de onda píônica produz $\sigma_{\pi N}$ constante em altas energias. Apesar de descrever dados experimentais com grande concordância, o modelo GBW apresenta alguns detalhes que requerem alguma discussão posterior: a abordagem não apresenta uma hipótese dinâmica para o fenômeno de saturação e não interpola com a evolução DGLAP. No modelo GBW, a saturação é caracterizada pelo raio de saturação dependente em x , $Q_s^2(x) = 1/R_0^2(x)$ ao contrário da escala complicada advinda do formalismo de Glauber-Mueller, $\kappa_G(x, Q_s^2) = (3\pi\alpha_s r^2/2R^2) x G^{\text{DGLAP}}(x, Q_s^2) = 1$, a qual pode ser facilmente estendida ao caso nuclear.

Na Fig. (2.4) mostramos a seção de choque de dipolo Glauber-Mueller e o modelo GBW [57, 58]. Escolhemos compará-las devido ao fato que o modelo GBW é na verdade um caso particular da abordagem Glauber-Mueller, considerando um função perfil simplificada. Mostraremos abaixo que este fato permite construir uma extensão do modelo de saturação com evolução DGLAP [68] (modelo BGK). Prosseguindo nas análises, nos gráficos inferiores, onde $x = 10^{-3}$ e $x = 10^{-4}$, a seção de choque GM subestima o correspondente resultado para o modelo GBW. Entretanto, quando x diminui a distribuição de glúon no próton aumenta tornando a seção de choque de dipolo maior. Esta característica é mostrada nos gráficos superiores, para menores x , 10^{-6} e $x = 10^{-7}$, onde GM superestima GBW por uma fator significativo, principalmente em valores intermediários de r .

Finalmente, mostramos a conexão entre a abordagem de Glauber-Mueller com o modelo de saturação modificado por evolução perturbativa DGLAP [68]. Considerando o caso

particular de colisões centrais, i.e. espalhamento em parâmetro de impacto $b = 0$ [$S(b) = A/\pi R^2$], a abordagem de Glauber-Mueller produz,

$$\sigma_{\text{dipole}}^{GM}(x, \mathbf{r}, b = 0) = 2 \int d^2\mathbf{b} \left(1 - e^{-\frac{1}{2} \sigma_{\text{nucleon}}^{\text{q\bar{q}}}(x, \mathbf{r}) \frac{1}{\pi R^2}} \right). \quad (2.78)$$

A integração sobre b pode ser facilmente tomada, e introduzindo a notação para a normalização da seção de choque de dipolo,

$$\sigma_0 \equiv 2\pi \int_0^{R_A^2} db^2 = 2\pi R_A^2, \quad (2.79)$$

a Eq. (2.78) recobre a expressão simples para o modelo de saturação com evolução DGLAP [68],

$$\sigma_{\text{dipole}}^{BGK}(x, \mathbf{r}) = \sigma_0 \left[1 - \exp \left(-\frac{\pi^2 \mathbf{r}^2 \alpha_s(\mu^2) xG(x, \mu^2)}{3\sigma_0} \right) \right]. \quad (2.80)$$

Para uma análise fenomenológica, o parâmetro σ_0 e a escala \tilde{Q}^2 são determinados dos dados de DIS inclusivo para pequeno x em [68]. Em nosso caso, a normalização assume o valor definido $\sigma_0 = 12.22$ mb, se usamos $R^2 = 5$ GeV⁻². Para um valor de raio maior, por exemplo $R^2 = 10$ GeV⁻², obtemos um valor $\sigma_0 = 24$ mb, muito próximo ao valor de GBW para o caso sem evolução. Também no caso apresentado aqui, a escala de virtualidade é $\tilde{Q}^2 = 4/r^2$, enquanto BGK escolhe a forma paramétrica $\tilde{Q}^2 \equiv \mu^2 = C/r^2 + \mu_0^2$ e uma condição inicial dependendo em dois parâmetros para a distribuição de glúons.

2.4.1 Efeitos de saturação em colisões ep

A seguir estudaremos e estimaremos os observáveis dominados por processos gluônicos medidos no regime cinemático de HERA, considerando o formalismo de dipolos de cor e a abordagem de unitarização Glauber-Mueller. O primeiro destes é a função de estrutura inclusiva $F_2(x, Q^2)$, a principal quantidade testando a física de pequeno x . As correções de unitariedade são bem estabelecidas para este observável considerando a abordagem de Glauber-Mueller no sistema de momentum infinito [69], bem como seu comportamento em energias assintóticas [60, 61], i.e., o limite de disco negro (black disk). Revisaremos estas questões considerando o formalismo de dipolos (no sistema de repouso), usando uma análise mais completa de maneira similar a [57, 58, 59], mas principalmente, discutimos em detalhes o papel desempenhado pela física não-perturbativa necessária para descrever a função de estrutura e onde, no intervalo de separações transversas de dipolo, este torna-se importante.

A função de estrutura longitudinal $F_L(x, Q^2)$ é também analisada, verificando a invariância de referencial em comparação com os cálculos prévios no sistema de momento infinito [70]. A função de onda longitudinal suprime fortemente as contribuições de grande r , assim selecionando menores contribuições não-perturbativas em comparação com o caso para F_2 . Além disso, F_L é um dos principais observáveis testando possíveis correções de mais alto twist no produto de expansão de operadores (OPE) [71], como definimos no Cap. (1). Portanto, uma descrição razoável desta quantidade sugere que o formalismo de Glauber-Mueller (ou abordagens eikonais similares) levariam em consideração as contribuições mais importantes às correções de mais alto twist completas nos atuais regimes cinemáticos.

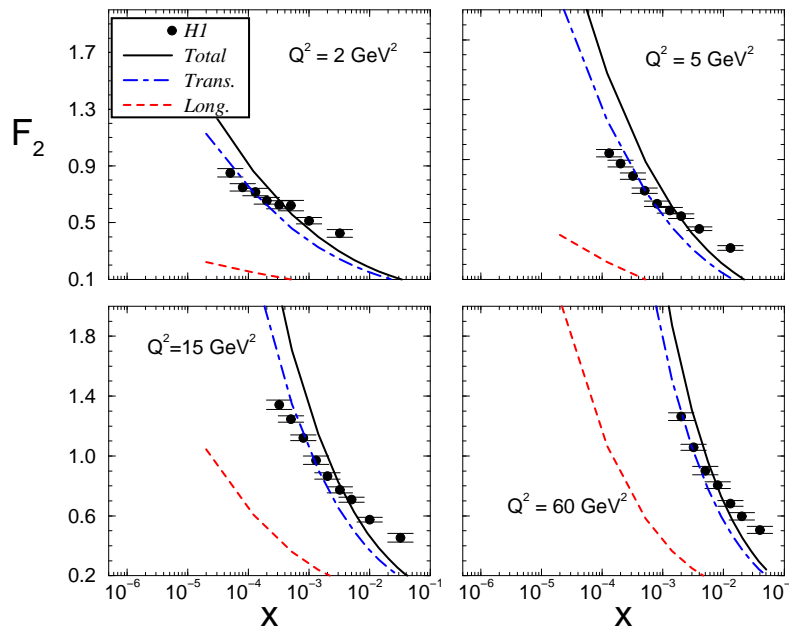


Fig. 2.5: O resultado Glauber-Mueller (GM) para a função de estrutura $F_2(x, Q^2)$. Mostra-se a contribuição transversa (tracejado-pontilhado), a longitudinal (tracejado) e a total (linha sólida). Considera-se quarks leves, $R^2 = 5 \text{ GeV}^{-2}$ e distribuição de glúons congelada em grande $r > r_{\text{cut}}$. A distribuição de glúons de entrada é a parametrização GRV94LO e os dados são da Colaboração H1.

A função de estrutura $F_2^{c\bar{c}}(x, Q^2)$ fornece o conteúdo de quarks charm no próton e é diretamente dependente da distribuição de glúons. Portanto, este é um observável importante testando os efeitos de saturação na região de pequeno x . Entretanto, a atual situação experimental requer medidas mais dedicadas e melhor estatística. Verificamos uma descrição consistente no sistema de repouso (formalismo de dipolos de cor), corroborando as análises similares em [56, 72] e aquelas considerando correções de unitariedade no sistema de momento infinito [70].

2.4.2 A função de estrutura inclusiva $F_2(x, Q^2)$

Calculamos estimativas para a função de estrutura inclusiva no sistema de repouso considerando a seção de choque de dipolo Glauber-Mueller. A expressão para $F_2(x, Q^2)$, incluindo os limites explícitos de integração nas variáveis fração de momento z e separação transversa r é dada por,

$$F_2(x, Q^2) = \frac{Q^2}{4\pi^2\alpha_{\text{em}}} \int_0^\infty d^2\mathbf{r} \int_0^1 dz \left(|\Psi_T(z, \mathbf{r})|^2 + |\Psi_L(z, \mathbf{r})|^2 \right) \sigma_{\text{dipole}}^{GM}(x, \mathbf{r}^2). \quad (2.81)$$

Na Fig. (2.5) apresenta-se as estimativas para a função de estrutura em valores representativos de virtualidade Q^2 para os dados experimentais mais recentes da Colaboração H1 [73], em HERA. As contribuições longitudinal e transversa são mostradas separadamente, onde a parte longitudinal é subdominante como bem conhecido [3]. Uma massa efetiva

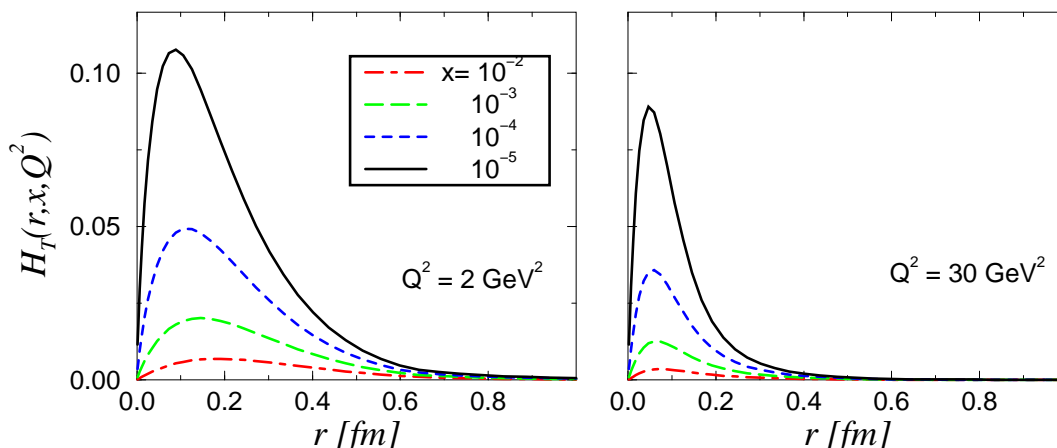


Fig. 2.6: O integrando $H_{q\bar{q}T}(r, x, Q^2)$ como uma função de r para $Q^2 = 2 \text{ GeV}^2$ e $Q^2 = 30 \text{ GeV}^2$ considerando fixo $10^{-5} < x < 10^{-2}$.

para a massa dos quarks leves (quarks u, d, s) foi levada em consideração, tomando o valor $m_q = 300 \text{ MeV}$, e o valor $R^2 = 5 \text{ GeV}^{-2}$, em concordância com os estudos em Ref. [66]. Deve ser enfatizado que este valor leva a grandes correções de unitariedade do que usando valores maiores da ordem de $R^2 \sim 8 - 15 \text{ GeV}^{-2}$. A contribuição macia advém do congelamento da distribuição de glúons em grandes separações transversas como discutido anteriormente. A distribuição de glúons considerada foi a parametrização GRV94 em ordem dominante (LO) [67], $xG^{\text{GRV}}(x, \frac{4}{r^2})$, cuja escolha já foi justificada anteriormente.

Dos gráficos, verificamos uma boa concordância em normalização, entretanto a inclinação sugere ser muito abrupta. Este fato é devido a modelagem da contribuição macia e sugere desta forma que uma melhor análise da entrada não-perturbativa deve ser feita. Neste sentido, na Ref. [59] tal questão é discutida, sugerindo que a entrada correta é a seção de choque pión-próton parametrizada através do Pomeron suave (fenomenologia de Regge). Foi verificado que as grandes separações transversas fornecem uma grande contribuição em pequeno Q^2 , enquanto é desprezível quando a virtualidade aumenta.

Para tornar mais clara esta questão, podemos calcular o integrando $H_{q\bar{q}}(r, x, Q^2)$ usado na integração em r para obter-se a seção de choque $\sigma_T = \int_0^\infty dr H_{q\bar{q}T}(r, x, Q^2)$, a qual deve conter contribuição não-perturbativa significativa. Mostramos na Fig. (2.6) esta quantidade em pequena virtualidade $Q^2 = 2 \text{ GeV}^2$ e em valor mais alto $Q^2 = 30 \text{ GeV}^2$ para frações de momento no intervalo $10^{-4} < x < 10^{-2}$, verificando que a principal contribuição vem de um pico assimétrico na região $r \approx 0.15 \text{ fm}$ para $Q^2 = 2 \text{ GeV}^2$, enquanto este pico é deslocado a $r \approx 0.07$ para $Q^2 = 30 \text{ GeV}^2$. Neste cálculo, a contribuição perturbativa é conhecida até $r_{\text{cut}} = 0.62 \text{ fm}$, portanto a região $r > r_{\text{cut}}$ fornece uma contribuição não-marginal à seção de choque em pequenas virtualidades. Por exemplo, encontra-se que esta chega a ordem de 10 % em $Q^2 = 2 \text{ GeV}^2$ e quando a virtualidade aumenta a contribuição gradualmente diminui. Em particular, usando as parametrizações partônicas mais recentes esta situação se torna mais crítica, uma vez que r_{cut} é menor ($Q_0^2 \sim 1 - 2 \text{ GeV}^2$). Este fato sugere que o fator $|\Psi_T(z, r)|^2$ multiplicando a seção de choque de dipolo torna o integrando em r dominante

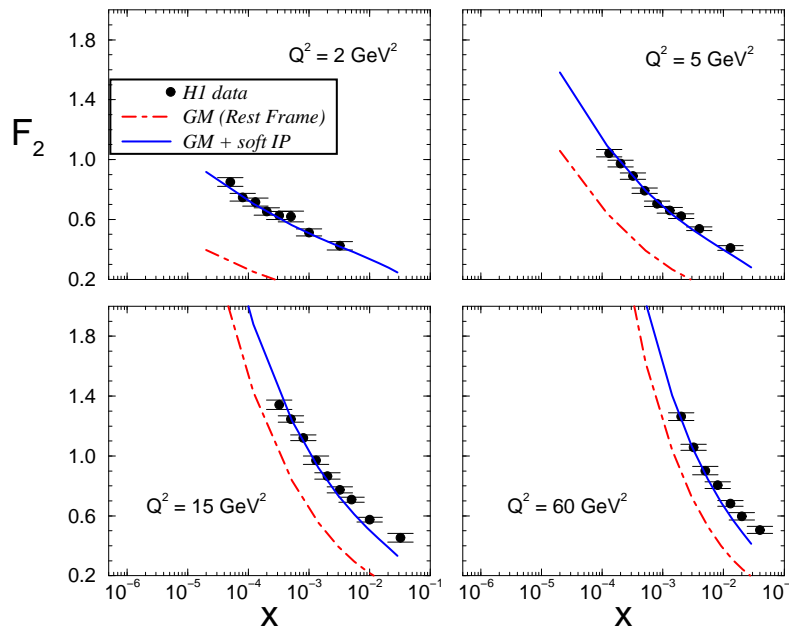


Fig. 2.7: A predição Glauber-Mueller para a função de estrutura F_2 no sistema de repouso. Por motivo de ilustração com os resultados apresentados em [69], usamos o setor de quarks ($R^2 = 5 \text{ GeV}^{-2}$, $m_q = 0$) e apenas a função de onda transversa. Os limites de integração tomam valores $1/Q^2 < r^2 < 1/Q_0^2$ e o Pomeron suave é adicionado (parametrizando grande separações transversas - $F_2^{\text{soft}} = C_{\text{soft}} x^{-0.08} (1-x)^{10}$).

em pequeno r para alto Q^2 , corroborando uma conclusão similar já discutida na Ref. [59].

Para esclarecer o papel da contribuição macia não-perturbativa à função de estrutura inclusiva e verificar a invariância de referencial da abordagem, na Fig. (2.7), mostramos separadamente a contribuição perturbativa e parametrizamos a contribuição macia introduzindo uma função de estrutura macia $F_2^{\text{soft}} = C_{\text{soft}} x^{-0.08} (1-x)^{10}$ [69], a qual é adicionada àquela perturbativa. A normalização da parte macia é $C_{\text{soft}} = 0.22$. Tal procedimento é utilizado com o intuito de comparar explicitamente os resultados encontrados em Ref. [69]. De maneira consistente, temos usado apenas correções de unitariedade no setor de quarks, e também levando em consideração apenas a função de onda transversa do fóton e massa dos quarks igual a zero. A integração em separação transversa é tomada de $1/Q^2 \leq r^2 \leq 1/Q_0^2$, com $Q_0^2 = 0.4 \text{ GeV}^2$ para a distribuição de glúons em ordem dominante GRV94. Isto leva a uma contribuição residual da região de separações transversas $r^2 < 1/Q^2$ que é absorvida na parte macia. Consideramos o alvo com raio $R^2 = 5 \text{ GeV}^2$ (de acordo com [66]), o qual produz uma correção mais importante do que se usássemos o valor $R^2 = 10 \text{ GeV}^2$. Novamente verificou-se que a contribuição macia é importante em pequenas virtualidades e decresce quando esta torna-se maior. Nos gráficos, as linhas tracejadas-pontilhadas representam apenas os cálculos perturbativos usando as aproximações referidas acima, enquanto as linhas sólidas representam o resultado total quando adicionamos o termo suave.

Concluindo, temos uma estimativa teórica, i.e. não um procedimento de ajuste, para a função de estrutura inclusiva $F_2(x, Q^2)$ através da abordagem de Glauber-Mueller para a

seção de choque de dipolo, verificando uma importância não-negligenciável de uma entrada confiável para a região de grandes tamanhos de dipolos.

2.4.3 A função de estrutura longitudinal $F_L(x, Q^2)$

Como vimos anteriormente, a função de estrutura inclusiva pode ser expressa em termos da seção de choque σ_T e σ_L para a absorção de fótons polarizados transversalmente e longitudinalmente, $F_2(x, Q^2) = \frac{Q^2}{4\pi\alpha_{em}}(\sigma_T + \sigma_L)$. Em pequeno x , a função de estrutura longitudinal é dada por

$$F_L(x, Q^2) = \frac{Q^2}{4\pi\alpha_{em}} \sigma_L(x, Q^2). \quad (2.82)$$

Da QED, os fótons longitudinais têm helicidade nula ($h = 0$) e portanto eles apresentam um caráter de partícula virtual. No modelo de pártons, a conservação da helicidade para o vértice eletromagnético implica a relação de Callan-Gross, $F_2 = 2xF_1$, e conseqüentemente um valor nulo para a função de estrutura longitudinal $F_L \equiv F_2 - 2xF_1$, considerando o espalhamento fóton-quarks (spin 1/2). Na QCD, a quantidade tem um valor diferente de zero devido à radiação gluônica. Este fato é incluído na equação Altarelli-Martinelli (veja discussão em [70])

$$F_L(x, Q^2) = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} x^2 \int_x^1 \frac{dy}{y^3} \left[\frac{8}{3} F_2(x, Q^2) + \frac{40}{9} y G(y, Q^2) \left(1 - \frac{x}{y} \right) \right], \quad (2.83)$$

onde $y = Q^2/sx$ é a variável inelasticidade. Portanto, a função de estrutura longitudinal F_L é um observável auxiliar para detectar-se efeitos de saturação (correções de unitariedade) na distribuição de glúons.

Experimentalmente, a determinação de F_L apresenta limitações, fornecendo pouca estatística. Mais recentemente, a Colaboração H1 tem determinado esta função através da seção de choque diferencial dupla [73],

$$\sigma_r \equiv F_2(x, Q^2) - \frac{y}{Y_+} F_L(x, Q^2), \quad (2.84)$$

onde $Y_+ = 1 + (1 - y)^2$. Para grande inelasticidade, a seção de choque reduzida torna-se ($F_2 - F_L$) e a contribuição de F_L é amplificada com y^2 . A quantidade deve ser obtida apenas na região de grande inelasticidade, coberta em uma grande região cinemática em HERA. Na Ref. [73], dois métodos foram usados para fazer-se a extração: (i) para grande $Q^2 > 10$ GeV², F_L é obtida através do "método de extrapolação", usando um ajuste NLO DGLAP QCD (no intervalo cinemático restrito $y < 0.35$ e $Q^2 \leq 3.5$ GeV²) para extrapolar F_2 na região de grande y . (ii) Para pequeno $Q^2 < 10$ GeV², o comportamento de F_2 como uma função de $\ln y$ é obtido usando o "método derivativo", baseado na seção de choque derivada $(\partial\sigma_r/\partial\ln y)_{Q^2}$. Foi verificado que o primeiro método é mais preciso que o segundo. Os dados obtidos são consistentes com os obtidos em medidas anteriores, entretanto são mais precisas e cobrem uma região cinemática maior. Portanto, a seguir utilizaremos estes dados para a análise.

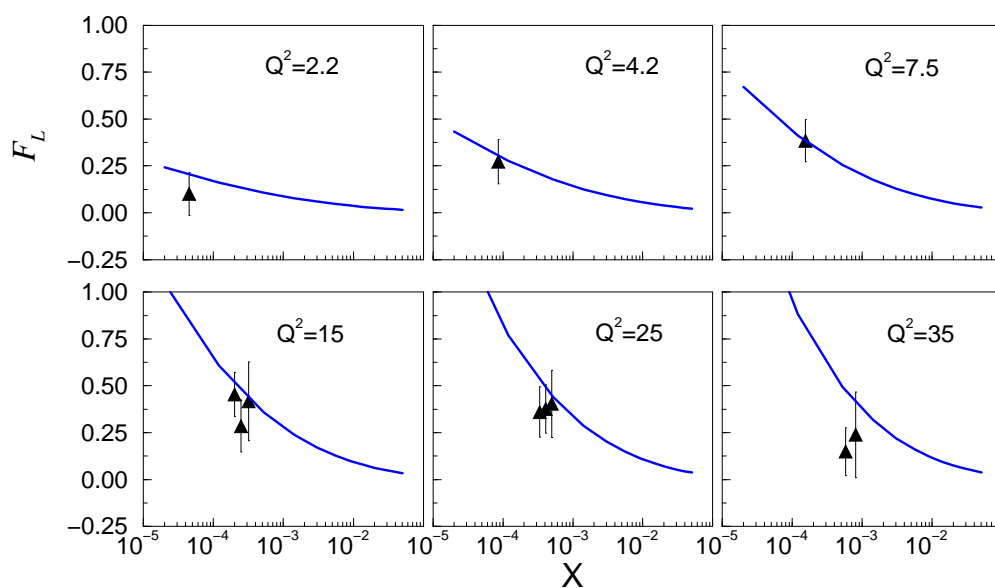


Fig. 2.8: A estimativa usando Glauber-Mueller para a função de estrutura F_L . Usa-se quarks leves ($m_q = 300 \text{ MeV}$), $R^2 = 5 \text{ GeV}^{-2}$ e distribuição de glúon congelada em grande r . Dados da Colaboração H1 [73].

Na Fig. (2.8) apresentamos as estimativas para a função de estrutura F_L , em valores representativos de virtualidade como uma função de x . Os pontos experimentais anteriores não têm sido incluídos como discutido acima. No cálculo numérico, temos considerado quarks leves (u, d, s) com massa efetiva $m_q = 300$ MeV e o valor $R^2 = 5$ GeV⁻². A região de grande r é modelada através do congelamento da distribuição de glúons nesta região. A expressão para o observável é então,

$$F_L(x, Q^2) = \frac{Q^2}{4\pi^2 \alpha_{em}} \int_0^\infty d^2\mathbf{r} \int_0^1 dz |\Psi_L(z, \mathbf{r})|^2 \sigma_{dipole}^{GM}(x, \mathbf{r}^2). \quad (2.85)$$

A estimativa é consistente com o resultado experimental, tanto em comportamento como em normalização. Uma melhor descrição pode ser obtida por ajuste fino do raio do alvo e/ou da densidade de glúons considerada. Devemos enfatizar que a predição apresentada é livre de parâmetros e determinada usando o formalismo de dipolos levando em consideração efeitos de unitariedade (saturação) na seção de choque de dipolo efetiva. Verificamos que no cálculo no sistema de repouso, levando em consideração os graus de liberdade de dipolos e efeitos de unitariedade produzem conclusões similares àquelas obtidas usando o sistema de momento infinito. Por exemplo, na Ref. [70], as correções de unitariedade à função de estrutura longitudinal foram estimadas naquele sistema de referência considerando a Eq. (2.83), com expressões unitarizadas para F_2 e $xG(x, Q^2)$, obtendo que as correções esperadas chegam a ≈ 70 % quando $\ln(1/x) = 15$, isto é no limite cinemático proposto pelo futuro experimento THERA.

Recentemente, as correções de mais alto twist à função de estrutura longitudinal têm sido estudadas (a noção de twist foi discutida no Cap. (1)). Por exemplo, Bartels et al. [71] têm calculado numericamente a correção de twist-4, verificando que estas são importantes para F_T e F_L , entretanto têm sinais opostos. Este fato leva a um efeito efetivo pequeno na função de estrutura inclusiva devido ao quase completo cancelamento entre estas contribuições. O conteúdo de maior twist foi analisado considerando o modelo de saturação GBW [57] como condição inicial.

Referente a F_L , foi verificado que as correções de twist-4 é grande e tem sinal negativo, concluindo que uma análise de twist dominante para F_L não é confiável para alto Q^2 e não tão pequeno x . Os resultados estão de acordo com a parametrização simples para mais altos twist (HT) proposto pelo grupo MRST na Ref. [74], onde $F_2^{HT}(x, Q^2) = F_2^{LT}(x, Q^2)(1 + \frac{D_2^{HT}(x)}{Q^2})$. O segundo termo parametrizaria o conteúdo de mais alto twist. No caso discutido aqui, as correções de unitariedade fornecem uma parte importante do conteúdo de mais alto twist, i.e. ele leva em consideração alguns dos vários gráficos determinando a expansão do twist em mais altas ordens (para recente discussões nesta direção, veja Ref. [75]).

2.4.4 A função de estrutura do charm $F_2^{c\bar{c}}(x, Q^2)$

Em QCD perturbativa, a produção de quarks pesados em interações elétron-próton ocorre basicamente através de fusão fóton-glúon. O fóton emitido interage com um glúon do próton gerando um par quark-antiquark. Portanto, a produção de quarks pesados permite determinar a densidade de glúons e a intensidade dos efeitos de unitariedade (saturação) para o observável. Em particular, mésons charm são medidos em espalhamento DIS em

HERA e a função de estrutura correspondente $F_2^{c\bar{c}}(x, Q^2)$ é definida da seção de choque diferencial para a produção do par $c\bar{c}$,

$$\frac{d^2 \sigma^{c\bar{c}}}{dx dQ^2} = \frac{2\pi\alpha_{em}}{x Q^4} [1 + (1 - y)^2] F_2^{c\bar{c}}(x, Q^2), \quad (2.86)$$

com y sendo a variável inelasticidade. No sistema de momento infinito, o mecanismo dominante é a fusão bóson-glúon $\gamma^* g \rightarrow c\bar{c}$. Então, a função de estrutura do charm é diretamente dependente da densidade de glúons e fornece vínculos nas dependências em x e Q^2 para a função gluônica. Em ordem dominante (LO), podemos escrever como [70],

$$F_2(x, Q^2, m_c^2) = \frac{4\alpha_s(\mu_F^2)}{9\pi} \int_{a_c x}^1 \frac{dy}{y} C_{g,2}^c \left(\frac{x}{y}, \frac{m_c^2}{Q^2} \right) x G(y, \mu_F^2), \quad (2.87)$$

onde $a_c = (1 + \frac{m_c^2}{Q^2})$. A escala de fatorização de massa reside no intervalo $m_c^2 \leq \mu_F^2 \leq 4(Q^2 + 4m_c^2)$. Tal escala introduz uma incerteza da ordem de 10 %. Uma fonte de incerteza adicional é a massa do charm, em geral tomando valores no intervalo $1.2 \leq m_c \leq 1.7$ GeV. A função coeficiente usual QCD é denotada por $C_{g,2}^c(z, \frac{m_c^2}{Q^2})$.

Experimentalmente, as medidas mais recentes da função de estrutura do charm são obtidas pela medida de produção de mésons $D^{*\pm}$ [76]. Para cálculos perturbativos, usa-se funções coeficiente em ordem NLO, considerando a massa do charm $m_c = 1.4$ GeV e e escala de fatorização-normalização $\mu_F = \sqrt{Q^2 + 4m_c^2}$. A função $F_2^{c\bar{c}}(x, Q^2)$ apresenta um crescimento quando x diminui considerando valores constantes de Q^2 , enquanto o crescimento torna-se mais acentuado em virtualidades maiores. Os cálculos no sistema de momento infinito usando o formalismo DGLAP em nível NLO são consistentes com os dados experimentais. Referente a razão $R^{c\bar{c}} = F_2^{c\bar{c}}/F_2$, a contribuição de charm para F_2 cresce fortemente quando x diminui, contribuindo menos de 10% em pequeno Q^2 e chegando a cerca de 30 % para $Q^2 > 120$ GeV² [76].

Novamente, o formalismo de dipolos de cor fornece uma descrição muito simples para a função de estrutura do charm de maneira fatorizada. Neste caso, a seção de choque de dipolos Glauber-Mueller é mediada pela função de onda do fóton constituída por um par $c\bar{c}$ com massa m_c . A expressão para a contribuição de charm no caso DIS é então escrita como,

$$F_2^{c\bar{c}}(x, Q^2) = \frac{Q^2}{4\pi^2\alpha_{em}} \int_0^\infty d^2\mathbf{r} \int_0^1 dz \left(|\Psi_T^{c\bar{c}}(z, \mathbf{r})|^2 + |\Psi_L^{c\bar{c}}(z, \mathbf{r})|^2 \right) \sigma_{\text{dipole}}^{GM}(x, \mathbf{r}^2) \quad (2.88)$$

onde $|\Psi_{T,L}^{c\bar{c}}(z, \mathbf{r})|^2$ é a probabilidade de encontrar no fóton o dipolo de cor $c\bar{c}$ com o quark charm carregando a fração z do momento de cone de luz do fóton com polarizações T, L . Para as funções de onda correspondentes, a massa de quarks nas Eqs. (2.10) e (2.11) devem ser substituídas pela massa do quark charm m_c . Devemos enfatizar que devemos ter cautela com a conexão entre o parâmetro de Regge $x = (W^2 + Q^2)/(Q^2 + 4m_q^2)$ e a variável de escalamento de Bjorken x_{Bj} . Para cálculos com os quarks leves estas variáveis são equivalentes, entretanto para quarks pesados a relação correta é dada por [72],

$$x_{\text{Bj}} = x \left(\frac{Q^2}{Q^2 + 4m_c^2} \right). \quad (2.89)$$

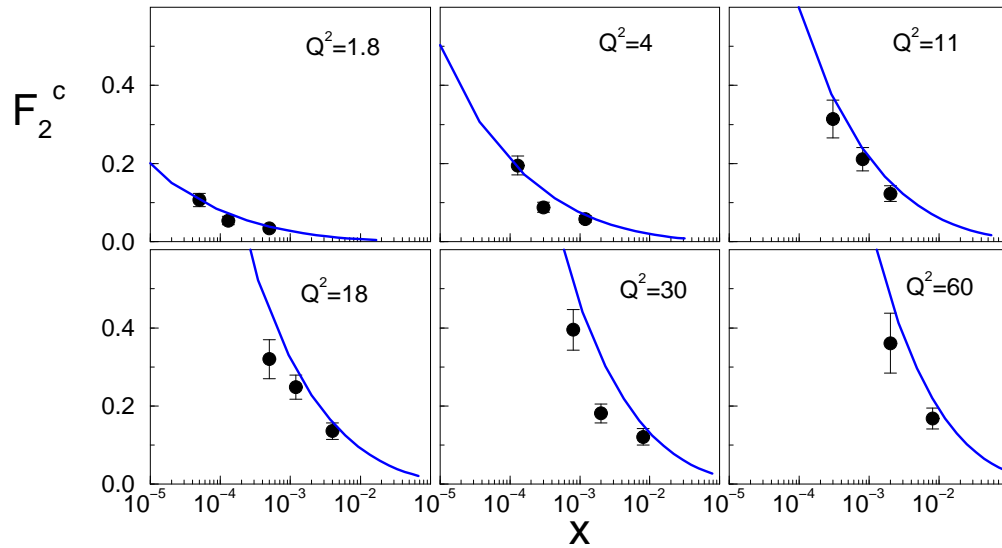


Fig. 2.9: O resultado Glauber-Mueller para a função de estrutura $F_2^{c\bar{c}}$ como uma função da variável de Bjorken x . Toma-se massa do charm $m_c = 1.5 \text{ GeV}$, $R^2 = 5 \text{ GeV}^{-2}$ e densidade de glúon congelada para grande r . Dados da Colaboração ZEUS [76] (apenas erros estatísticos).

Na Fig. (2.9) mostramos as estimativas para a função de estrutura do charm como uma função de x_{Bj} [Eq. (2.89)] em valores representativos de virtualidades. Nos cálculos, usamos massa do quark charm $m_c = 1.5 \text{ GeV}$, $R^2 = 5 \text{ GeV}^{-2}$ e congelamento da densidade de glúon na região não-perturbativa. Verificamos pequena contribuição vinda desta região, decrescendo quando a virtualidade aumenta. Há uma pequena sensibilidade ao valor da massa do charm, aumentando a normalização total quando m_c diminui. Este fato sugere que a massa do quark charm é uma escala suprimindo a contribuição não-perturbativa à seção de choque correspondente. Esta conclusão está de acordo com os recentes cálculos usando dipolos de cor BFKL de Nikolaev-Zoller [72] e daqueles de Donnachie-Dosch [56].

Considerando a descrição no sistema de momento infinito, na Ref. [70] verificou-se fortes correções à função de estrutura do charm, as quais são maiores do que para o caso F_2 , onde fez-se uso da expressão (2.87). Considerando a razão $R_2^c = F_2^{c\text{GM}}(x, Q^2)/F_2^{\text{DGLAP}}(x, Q^2)$, as correções previstas pela abordagem Glauber-Mueller chegam à ordem de 62 % em valores de $\ln(1/x) \approx 15$ (região de THERA). Um importante resultado daquele estudo é o grande desvio dos valores esperados por cálculos baseados no formalismo DGLAP em pequeno x para a razão $R^{c\bar{c}} = F_2^{c\bar{c}}/F_2$ devido ao fenômeno de saturação (unitarização). Com os resultados obtidos acima verifica-se uma boa consistência com os resultados experimentais em ambos sistemas de referência, sugerindo uma estimativa consistente dos efeitos de unitariedade para esta quantidade.

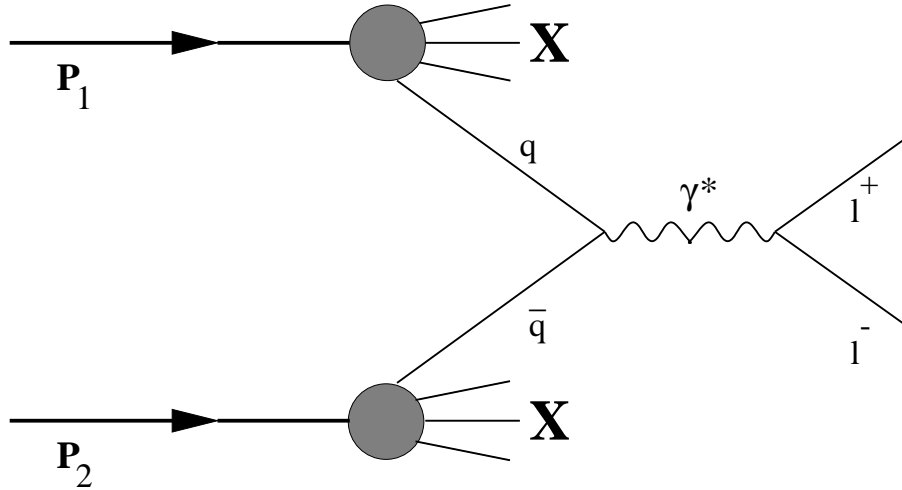


Fig. 2.10: O processo DY em ordem dominante no sistema de momento infinito. Dois hádrons colidem e um quark de um dos hádrons aniquila-se com um antiquark do outro hádron em um fóton tipo-tempo com massa $M^2 > 0$. Este fóton decai em um par de léptons, os quais podem ser detectados.

2.5 Processo Drell-Yan no formalismo de dipolos de cor

Os conceitos do modelo de partons, originalmente criado para descrever DIS, podem também ser aplicados a certos processos em colisões hadrônicas. O exemplo mais significativo para isto é o processo Drell-Yan [77], onde os bósons vetoriais são criados em colisões hadrônicas. Consideraremos aqui apenas fótons. O modelo de Drell e Yan é mostrado na Fig. (2.10), onde os dois hádrons colidem e um quark de um dos hádrons aniquila-se com um antiquark do outro hádron em um fóton tipo-tempo. Este fóton decai em um par de léptons, os quais podem ser detectados.

Definimos a massa do fóton tipo-espaço por $M^2 = q^2 > 0$, onde q^μ é o quadrimomento do fóton virtual. O quadrado da energia de centro de massa dos hádrons colidindo é $s = (P_1 P_2)^2$, onde P_1 e P_2 são os quadrimomentos do hádron 1 e hádron 2, respectivamente. Uma variável conveniente é o chamado x_F de Feynman,

$$x_F = \frac{2p_L^{cm}}{\sqrt{s}} \approx x_1 - x_2, \quad (2.90)$$

onde p_L^{cm} é o momento longitudinal do dilépton no sistema de centro de massa hádron-hádron e x_1 e x_2 são dados por,

$$x_1 = \frac{2P_2 \cdot q}{s}, \quad x_2 = \frac{2P_1 \cdot q}{s}. \quad (2.91)$$

Estas variáveis têm o significado de frações de momento longitudinal dos quarks participando do processo duro. O quark q na Fig. (2.10) tem momento longitudinal $x_1 P_1$ e o antiquark momento $x_2 P_2$. A seguinte relação é obtida, $x_1 x_2 = M^2/s$, onde o momento

transverso do fóton virtual é zero no modelo de pártons (sem correções radioativas) e tem sido negligenciado. Outra variável frequentemente utilizada é $\tau = M^2/s$.

Funções de estrutura similares daquela em DIS podem ser introduzidas para o processo DY, partindo diretamente do tensor hadrônico,

$$W^{\mu\nu} = \int d^4x e^{iqx} \langle P_1 P_2 | J^\mu(x) J^\nu(0) | P_1 P_2 \rangle, \quad (2.92)$$

onde os J são as correntes associadas. Uma vez que há dois hádrons envolvidos em DY, há outras estruturas de Lorentz possíveis que em DIS. Pode-se definir quatro funções de estrutura independentes em DY, ao contrário de duas para DIS. Detalhes sobre esta abordagem poder ser encontrados na Ref. [78].

A seção de choque partônica para o processo na Fig. (2.10) é

$$\frac{d\hat{\sigma}}{dM^2} = \frac{4\pi\alpha_{em}^2 e_f^2}{3N_c M^2} \delta(x_1 x_2 s - M^2), \quad (2.93)$$

onde o fator N_c , o número de cores, aparece no denominador porque quarks e antiquarks devem ter a mesma cor para aniquilar-se. Introduzindo a seção de choque partônica no meio hadrônico, produz-se

$$\frac{d\sigma}{dM^2} = \int_0^1 dx_1 dx_2 \sum [q_f(x_1) \bar{q}_f(x_2) + (1 \rightarrow 2)] \frac{d\hat{\sigma}}{dM^2}, \quad (2.94)$$

onde $q_f(x_1)$ é a probabilidade de encontrar um quark de sabor f com fração de momento longitudinal x_1 no hádron e \bar{q}_f é o análogo para antiquarks. A função delta acima permite escrever a seção de choque na forma de escalamento,

$$M^2 \frac{d\sigma}{d\tau} = \frac{4\pi\alpha_{em}^2}{3N_c} \int_0^1 dx_1 \sum e_f^2 [q_f(x_1) \bar{q}_f(\tau/x_1) + (1 \rightarrow 2)], \quad (2.95)$$

onde o lado direito da equação acima depende apenas em τ e não mais separadamente em M^2 e s . A observação desta propriedade no experimento, por exemplo veja Refs. [79, 80], confirma que o mecanismo ilustrado na Fig. (2.10) é correto. Há, entretanto, características da produção de diléptons que não pode ser entendida na representação de mais baixa ordem.

A seção de choque calculada diretamente da equação acima é da ordem de um fator 2-3 abaixo do valor medido experimentalmente. Esta discrepância é geralmente tratada pela introdução do chamado fator K . Para $M > 3$ GeV, este fator é aproximadamente independente de M^2 , mas é dependente do processo. Também grandes momentos transversos do fóton, da ordem de poucos GeV, são observados no experimento. Não há, entretanto, momento transverso no modelo de pártons sem correção radioativa. Fenomenologicamente, introduz-se uma distribuição de momento transverso intrínseco dos quarks. Geralmente assume-se uma forma gaussiana para esta distribuição, mas a largura necessária para descrever o observado experimentalmente é muito maior que aquela que se esperaria de movimento de Fermi.

Estes problemas podem ser contornados levando em consideração as correções QCD em primeira ordem, mostradas na Fig. (2.11). A primeira linha contém as correções virtuais ao propagador do quark e ao vértice. A segunda linha mostra o chamado processo de aniquilação, onde o quark ou o antiquark radia um glúon antes de aniquilar-se com um párton

do outro hádron. Devido à radiação de glúon, o quark adquire um momento transverso. Desta maneira, a correção QCD fornece o mecanismo necessário para a produção de pares de léptons com grande momento transverso p_T . Esta explicação foi sugerida pela primeira vez nas Refs. [81, 82, 83]. A última linha mostra os diagramas para o processo Compton QCD, onde um quark em um hádron interage com um glúon de outro hádron e radia um fóton. Este mecanismo é dominante em grande p_T [84].

Os gráficos na Fig. (2.11) contém divergências. Enquanto divergências de infravermelho cancelam-se na soma de correções reais e virtuais, as divergências colineares que ocorrem, por exemplo, quando o momento transverso p_T do quark intermediário do processo Compton QCD tende a zero, permanecem. Estas divergências são similares às verificadas em DIS. Assim, elas podem ser absorvidas na redefinição das densidades partônicas. Por exemplo, o processo Compton QCD dá a contribuição adicional [82],

$$M^2 \frac{d\sigma}{d\tau} |_C = \frac{4\pi\alpha_{em}^2}{3N_c} \int_0^1 \frac{dx_1}{x_1} \int_0^1 \frac{dx_2}{x_2} \sum e_f^2 [q_f(x_1)\bar{q}_f(x_1)G(x_2) + (1 \rightarrow 2)] \\ \times \Theta(x_1x_2 - \tau) \frac{\alpha_s}{2\pi} P_{fg} \left(\frac{\tau}{x_1x_2} \right) \ln \left(\frac{M^2}{\kappa^2} \right) + \dots, \quad (2.96)$$

onde Θ é a função passo e P_{fg} é a função de desdobraimento. Foi encontrado pela primeira vez na Ref. [82], que a seção de choque DY completa, incluindo a expressão acima, pode ser reescrita redefinindo a densidade de quark,

$$q_f(x) \rightarrow q_f(x) + \frac{\alpha_s}{2\pi} \ln \left(\frac{M^2}{\kappa^2} \right) \int_x^1 \frac{dy}{y} P_{fg} \left(\frac{x}{y} \right) G(y) = q(x, M^2). \quad (2.97)$$

da mesma forma que foram redefinidas no caso de DIS. Assim, as densidades partônicas redefinidas em DY obedecem a mesma equação de grupo de renormalização como as densidades em DIS, i.e., equações DGLAP.

A correção de primeira ordem resolve muitos dos problemas do modelo de pártons, explicando como o grande p_T dos diléptons são produzidos e contribui para quase a totalidade do fator K [85]. Entretanto, nem todos os problemas são resolvidos por esta correção: uma vez que ela é numericamente grande, necessita-se investigar quantas correções de mais altas ordens mudam o resultado. Além disso, o espectro de momento transverso não é nem mesmo qualitativamente bem descrito. O resultado teórico concorda apenas para $p_T^2 \sim M^2$ com os dados experimentais e diverge para $p_T \rightarrow 0$,

$$\frac{d\sigma}{dp_T^2} \sim \frac{\alpha_s(p_T^2)}{p_T^4}, \quad (2.98)$$

enquanto o resultado experimental é finito. A razão para este comportamento é que grandes logaritmos $\ln(M^2/p_T^2)$ ocorrem em correções de mais altas ordens e devemos ressonar estes termos. Isto é possível em QCD [86] através de uma ressonância de glúons suaves emitidos do quark ou antiquark, respectivamente. O resultado indica que necessita-se quase nenhum momento transverso intrínseco e praticamente todo p_T é gerado perturbativamente [86].

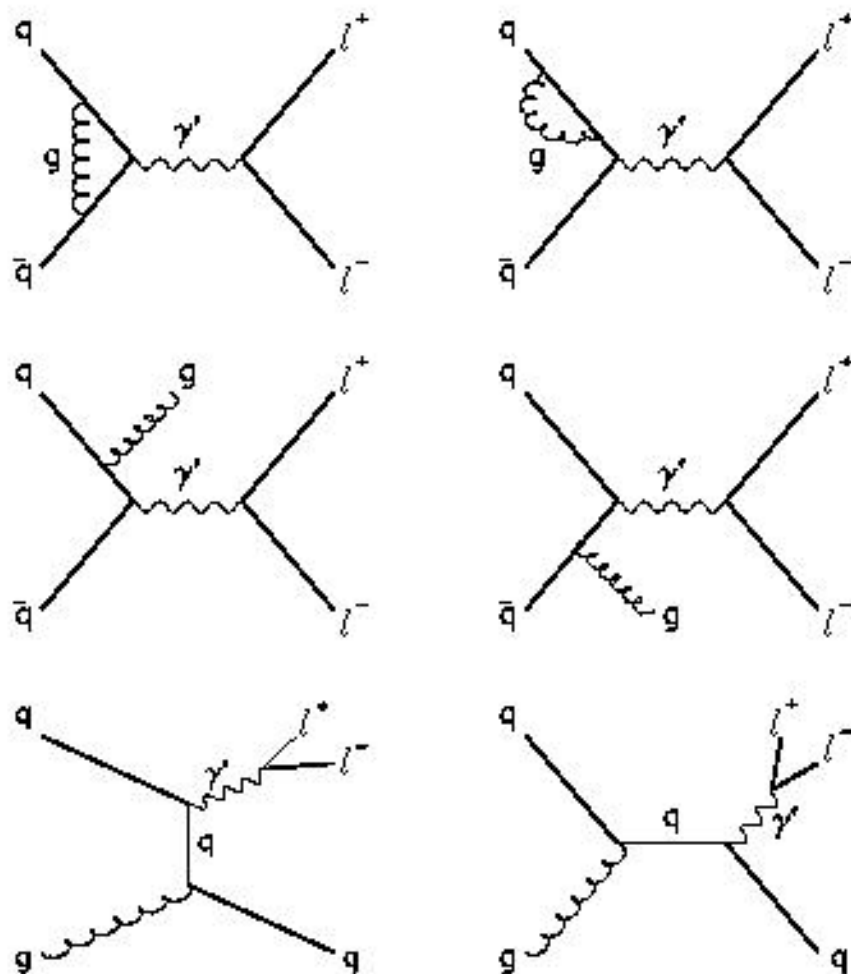


Fig. 2.11: Correções QCD de mais altas ordens ao processo DY . A linha superior contém correções virtuais. Os diagramas para os processos de aniquilação são os do meio, onde o quark ou antiquark pode emitir um glúon antes do processo de aniquilação. O processo Compton QCD é mostrado na última linha. O quark projétil espalha-se com um glúon do alvo e emite um fóton massivo. O processo Compton é a contribuição dominante. Estas correções de mais altas ordens contribuem para a maior parte do fator K e explica o fato de ocorrerem grandes momentos transversos. Figura extraída da Ref. [85].

2.5.1 O processo DY no referencial de repouso

As seções de choque são invariantes de Lorentz, mas a interpretação partônica microscópica do processo depende do sistema de referência. Como vimos para o caso DIS, podemos usar uma abordagem similar para processos DY. Foi apontado por Kopeliovich na Ref. [87] que no sistema de repouso do alvo, a produção de dilétons DY é descrita através de uma radiação de freamento ao contrário de aniquilação partônica. A estrutura de espaço-tempo do processo DY no sistema de repouso do alvo é mostrada na Fig. (2.12). Um quark (ou um antiquark) do hádron projétil radia um fóton virtual ao impactar com o alvo. A radiação pode ocorrer antes ou após o quark espalhar-se com o alvo.

A seção de choque para a radiação de um fóton virtual de um quark após o espalhamento com o próton, pode ser escrita na forma fatorizada de cone de luz [87, 88, 89],

$$\frac{d\sigma(qp \rightarrow q\gamma^*p)}{d\ln\alpha} = \int d^2r |\Psi_{\gamma^*q}^{T,L}(\alpha, r)|^2 \sigma_{dip}(\alpha r), \quad (2.99)$$

similar ao caso DIS. Aqui, α é a fração de momento longitudinal do quark carregada pelo fóton. As funções de onda do cone de luz podem ser escritas da mesma forma que aquelas para DIS,

$$\Psi_{\gamma^*q}^{T,L}(\alpha, r) = \frac{\sqrt{\alpha_{em}}}{2\pi} (\bar{\chi}_q \hat{\mathcal{O}}_{\gamma^*q}^{T,L} \chi_q) K_0(\eta r). \quad (2.100)$$

Na expressão acima, somas sobre helicidades e polarizações do quark estão implícitas. O parâmetro auxiliar $\eta^2 = m_f^2 \alpha^2 + M^2(1 - \alpha)$ desempenha o mesmo papel do parâmetro ε no caso DIS. Os χ são espinores de duas componentes, e o operador $\hat{\mathcal{O}}_{\gamma^*q}^{T,L}$ é dado por,

$$\hat{\mathcal{O}}_{\gamma^*q}^T = i m_f \alpha^2 \vec{e} \cdot (\vec{n} \times \vec{\sigma}) - i(2 - \alpha)(\vec{e} \cdot \vec{\nabla}_r) + \alpha \vec{e} \cdot (\vec{\sigma} \times \vec{\nabla}_r), \quad (2.101)$$

$$\hat{\mathcal{O}}_{\gamma^*q}^L = 2M(1 - \alpha). \quad (2.102)$$

onde o gradiente bidimensional $\vec{\nabla}_r$ atua na coordenada transversa \vec{r} e \vec{n} é o vetor unitário paralelo ao momento do quark projétil; $\vec{\sigma}$ é o vetor tridimensional das matrizes de spin de Pauli. As funções de onda de cone de luz para a transição $q \rightarrow \gamma^*q$ para um dado sabor de carga unitária são dadas por,

$$|\Psi_{\gamma^*q}(\alpha, r)|^2 = |\Psi_{\gamma^*q}^T(\alpha, r)|^2 + |\Psi_{\gamma^*q}^L(\alpha, r)|^2, \quad (2.103)$$

$$|\Psi_{\gamma^*q}^T(\alpha, r)|^2 = \frac{\alpha_{em}}{\pi^2} [m_f^2 \alpha^4 K_0(\eta r) + (1 + (1 - \alpha)^2) \eta^2 K_1(\eta r)], \quad (2.104)$$

$$|\Psi_{\gamma^*q}^L(\alpha, r)|^2 = \frac{2\alpha_{em}}{\pi^2} M^2 (1 - \alpha)^2 K_0(\eta r). \quad (2.105)$$

Comparando as expressões acima com as suas contrapartidas em DIS, Eqs. (2.51-2.52), mostra-se que o fator N_c não está mais presente nas funções de onda de cone de luz $q \rightarrow \gamma^*q$. Além disso, há um fator 2 extra em $|\Psi_{\gamma^*q}^T(\alpha, r)|^2$, porque no processo DY temos de somar sobre as polarizações transversas do fóton, ao passo que em DIS é feita uma média sobre esta quantidade.

Para convoluir a seção de choque partônica no meio hadrônico, temos que enfatizar que o fóton carrega a fração de momento $x_1 = (\sqrt{x_F^2 + 4\tau} + x_F)/2$ do hádron projétil. A seção de choque hadrônica então escreve-se como,

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dM^2 dx_F} &= \frac{\alpha_{em}}{6\pi M^2} \frac{x_1}{x_1 + x_2} \int_{x_1}^1 \frac{d\alpha}{\alpha} \sum_f e_f^2 \left[q_f \left(\frac{x_1}{\alpha} \right) + q_{\bar{f}} \left(\frac{x_1}{\alpha} \right) \right] \frac{d\sigma(qp \rightarrow q\gamma^*p)}{d \ln \alpha} \\ &= \frac{\alpha_{em}}{6\pi M^2} \frac{1}{x_1 + x_2} \int_{x_1}^1 \frac{d\alpha}{\alpha} F_2^p \left(\frac{x_1}{\alpha} \right) \frac{d\sigma(qp \rightarrow q\gamma^*p)}{d \ln \alpha}, \end{aligned} \quad (2.106)$$

onde o fator $\alpha_{em}/(6\pi M^2)$ vem do decaimento do fóton em um par de léptons. A densidade partônica do projétil entra apenas na combinação para a função de estrutura do próton F_2^p . Portanto, não incluímos a carga do quark, e_f , nas funções de onda DY. A função de estrutura é necessária em grandes valores de x , por questões da cinemática do processo. Empregaremos em nossos cálculos a seguir a parametrização ALLM [90, 91], pois fornece excelente descrição dos dados de grande x em HERA.

Uma característica interessante do formalismo de cone de luz é o aparecimento da seção de choque de dipolos na Eq. (2.99), apesar de não existir nenhum dipolo $q\bar{q}$ físico no processo. A explicação é ilustrada na Fig. (2.12). O antiquark surge quando toma-se o conjugado complexo da amplitude. A seção de choque de dipolo aparece porque o quark é deslocado no plano de parâmetro de impacto após a radiação do fóton. Se r é a separação transversa entre o quark e o fóton, a flutuação γ^*q tem um centro de gravidade no plano transversa que coincide com o parâmetro de impacto do quark inicial. A separação transversa entre o fóton e o centro de gravidade é $(1 - \alpha)r$ e a distância entre o quark e o centro de gravidade é correspondentemente αr . Um deslocamento em espaço de coordenadas corresponde a um fator de fase no espaço de momento. Os dois gráficos (a) e (b) na Fig (2.12) têm o fator de fase relativo $\exp(i\alpha\vec{r} \cdot \vec{p}_T)$, o qual produz o fator de *screening* de cor $[1 - \exp(i\alpha\vec{r} \cdot \vec{p}_T)]$ na seção de choque de dipolo. Portanto, o argumento da seção de choque de dipolo é αr .

A interpretação física da Eq. (2.99) é a mesma do caso DIS: o quark projétil é expandido nos autoestados de interação. Mantendo apenas o primeiro autoestado, temos que,

$$|q \rangle = \sqrt{Z_2} |q_{\text{físico}} \rangle + c_{\gamma^*}^q |q\gamma^* \rangle + \dots, \quad (2.107)$$

onde Z_2 é constante de renormalização para a função de onda do férmion. Autoestados diferentes espalham-se com diferentes amplitudes com o alvo, interferindo a coerência entre as autocomponentes e o fóton é livre. Uma vez que não há dipolos reais em DY, não se incluirá interação não-perturbativa, como geralmente é feito para o caso DIS (efeitos de confinamento nas funções de onda), mantendo apenas a função de onda de cone de luz perturbativa.

A abordagem de cone de luz para o processo DY é aplicável apenas em pequeno x_2 porque a seção de choque de dipolo leva em consideração apenas os quarks do mar gerados por radiação de glúons. Portanto, a seção de choque de dipolo é proporcional à densidade de glúons do alvo, como vimos anteriormente. Há algumas sutilezas no tratamento de DY no sistema de repouso: a questão se os quarks do mar pertencem ao alvo ou ao projétil é uma definição dependente do sistema de referência adotado. Se o quark ou antiquark projétil torna-se mais lento no limite $\alpha \rightarrow 1$, no sistema de momento infinito, este pode ser interpretado neste sistema como antiquark do mar ou quark de mar do alvo que aniquila-se com

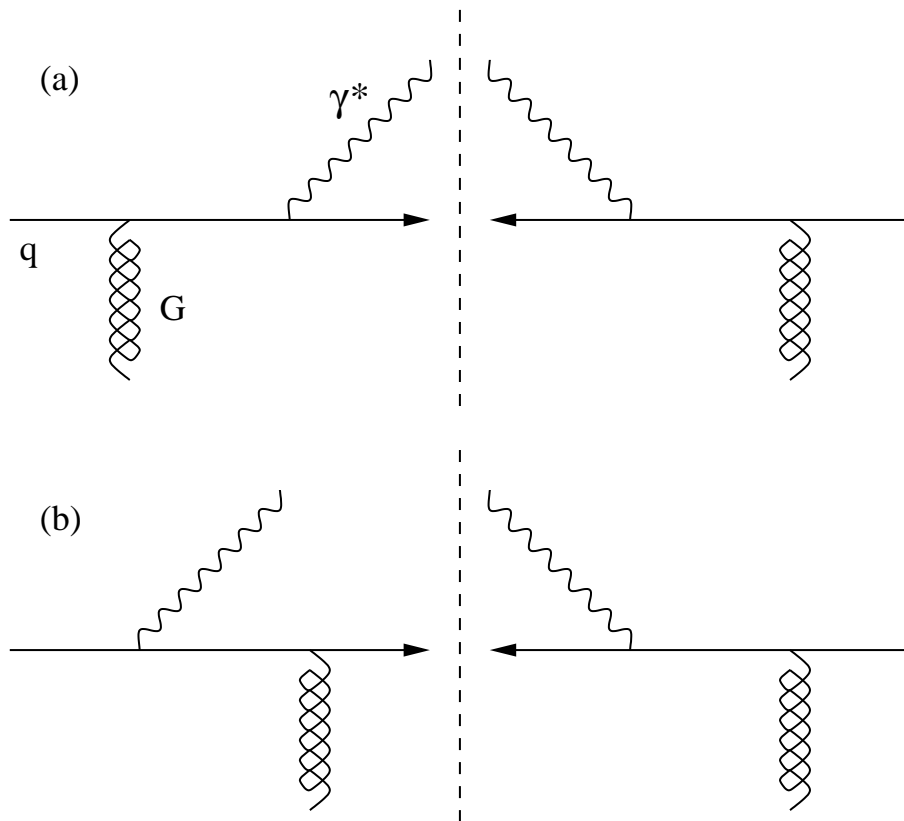


Fig. 2.12: Duas das quatro contribuições para a seção de choque DY no sistema de repouso. No gráfico superior, o fóton é irradiado de ambos os lados do corte após o vértice quark-glúon. O antiquark entra através do complexo conjugado da amplitude do lado direito do corte. O gráfico inferior mostra o termo de interferência. Os gráficos em (a) e (b) têm um fator de fase relativo $\exp(i\alpha\vec{r} \cdot \vec{p}_T)$, onde p_T é o momento transversal do fóton. Este fato dá origem ao fator de screening de cor para a seção de choque de dipolo como discutido no texto.

o párton projétil. Não se leva em consideração aniquilação com quarks de valência do alvo. Entretanto, ambos quarks de valência e mar do projétil são levados em conta na abordagem de dipolos, se empregamos uma parametrização da função de estrutura do projétil. Portanto, a formulação do processo DY apresentado nesta seção não é completamente simétrica entre projétil e alvo. Quando discutirmos fenomenologia, a seguir, introduziremos uma forma de remediar esta característica e estendemos o formalismo também para grande x_2 .

É também interessante vermos que com a seguinte substituição,

$$\alpha = \frac{1}{1 + \tilde{\alpha}}, \quad r = \frac{\tilde{r}}{\alpha}, \quad (2.108)$$

a seção de choque DY transversa pode ser reescrita como,

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma^T}{dM^2 dx_F} &= \frac{\alpha_{em}^2}{6\pi^3 M^2} \frac{x_1}{x_1 + x_2} \int_0^{\frac{1-x_1}{x_1}} d\tilde{\alpha} \sum_f e_f^2 \frac{q_f(x_1(1 + \tilde{\alpha})) + q_f(x_1(1 + \tilde{\alpha}))}{(1 + \tilde{\alpha})^2} \\ &\times \int d^2\tilde{r} \left\{ [1 + 2\tilde{\alpha}(1 + \tilde{\alpha})] \tilde{\varepsilon}^2 K_1^2(\tilde{\varepsilon}\tilde{r}) + m_f^2 K_0^2(\tilde{\varepsilon}\tilde{r}) \right\} \sigma_{q\bar{q}}(\tilde{r}), \end{aligned} \quad (2.109)$$

e similarmente para o caso longitudinal, onde $\tilde{\varepsilon} = \tilde{\alpha}(1 - \tilde{\alpha})M^2 + m_f^2$ é o análogo da variável auxiliar ε no caso DIS. Reconhece-se imediatamente a similaridade com a função de onda do fóton nesta equação. De fato, as funções de onda exatas para DIS podem ser obtidas por continuação analítica da região de tipo-tempo para a região tipo-espaço, $M^2 \rightarrow -Q^2$ e $\tilde{\alpha} \rightarrow -\alpha$.

Na forma reescrita acima, a expressão para a seção de choque DY concorda com o resultado de Ref. [88], onde a fatorização no espaço de parâmetro de impacto foi considerada. Devemos chamar atenção que a discussão sobre contribuições macias e duras para o caso DIS também se aplicam no caso DY. Configurações com $\tilde{\alpha} \rightarrow 0$ são o análogo da configuração de jato alinhado em DIS. Uma vez que $\tilde{\alpha} = p_q^0/q^0$ é a energia do quark no estado final dividido pela energia do fóton, grandes distâncias tornam-se importantes, quando $\tilde{\alpha} \rightarrow 0$ e $\tilde{\alpha} \rightarrow 1$, respectivamente. Isto aparece apenas como um caso limite em DY, enquanto em DIS dois casos assimétricos ocorrem em grandes distâncias.

Considerando a massa do quark nula, as divergências surgindo dos pontos finais da integração em α correspondem às divergências logarítmicas ocorrendo na abordagem usual em DIS, as quais são absorvidas nas densidades de pártons não-perturbativas. Um procedimento similar pode ser feito no espaço de parâmetro de impacto [88]: no modelo de pártons, a seção de choque diferencial DY pode ser escrita como ,

$$\frac{d^2\sigma}{dx_F dM^2} = \frac{4\pi\alpha_{em}}{9M^4} \frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2} \sum_f e_f^2 [q_f(x_1)\bar{q}_f(x_2) + q_f(x_2)\bar{q}_f(x_1)]. \quad (2.110)$$

A região $\tilde{\alpha} \rightarrow 0$ é o análogo DY das configurações de jato alinhado de Bjorken e fornecem uma contribuições de twist dominante à seção de choque DY transversa. Como discutido acima, um quark suave emitido no sistema de repouso do alvo pode ser considerado como parte da distribuição de antiquark do mar não-perturbativa do alvo no sistema de momento infinito. Negligenciando a massa do quark m_f , a parte divergente da integral (2.109) pode ser reescrita na forma (2.110) e redefinimos a distribuição de quarks como [88],

$$x_2 q_{f,\bar{f}}^{DY}(x_2) = \frac{3M^2}{8\pi^4} \int_0^\Lambda d\tilde{\alpha} \int d^2\tilde{r} \tilde{\alpha} M^2 K_1^2(\tilde{\varepsilon}\tilde{r}) \sigma_{q\bar{q}}(\tilde{r}), \quad (2.111)$$

onde $\Lambda \ll 1$ é um parâmetro de corte e foi usada a aproximação $\tilde{\varepsilon} \rightarrow \tilde{\alpha}M^2$ para $\tilde{\alpha} \rightarrow 0$. Por outro lado, no modelo de pártons para DIS, tem-se,

$$\frac{Q^2}{4\pi^2\alpha_{em}}\sigma_T^{\gamma^*p} = \sum_f e_f^2 [q_f(x_{Bj}) + \bar{q}_f(x_{Bj})] , \quad (2.112)$$

e pode-se extrair novamente a parte divergente da integral para a seção de choque transversa no caso DIS e obter a distribuição partônica do alvo,

$$x_{Bj}q_{f,\bar{f}}^{DIS}(x_{Bj}) = \frac{3Q^2}{8\pi^4} \int_0^\Lambda d\alpha \int d^2r \alpha Q^2 K_1^2(\varepsilon r) \sigma_{q\bar{q}}(r) . \quad (2.113)$$

Notamos que no caso DIS um quark menos rápido ($\alpha \rightarrow 0$) visto no sistema de repouso do alvo, pode ser interpretado como parte da distribuição de antiquarks do mar do alvo no sistema de momento infinito. As eqs. (2.111) e (2.113) são idênticas e portanto as distribuições partônicas DIS são idênticas àquelas em DY. Esta manifestação de fatorização no espaço de parâmetro de impacto foi discutido de forma pioneira na Ref. [88].

A distribuição de momento transversal de pares DY pode também ser calculada na abordagem de dipolos [92]. A seção de choque diferencial é dada pela seguinte integral de Fourier,

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma(qp \rightarrow q\gamma^*p)}{d\ln\alpha d^2p_T} &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^2r_1 d^2r_2 \exp[i\vec{p}_T \cdot (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)] \Psi_{\gamma^*p}^*(\alpha, \vec{r}_1) \Psi_{\gamma^*p}(\alpha, \vec{r}_2) \\ &\times \frac{1}{2} [\sigma_{q\bar{q}}(\alpha r_1) + \sigma_{q\bar{q}}(\alpha r_2) - \sigma_{q\bar{q}}(\alpha(\vec{r}_1 - \vec{r}_2))] . \end{aligned} \quad (2.114)$$

Após integração sobre p_T , obtemos consistentemente as expressões dadas anteriormente. O termo negativo na expressão entre colchetes surge da interferência entre os dois gráficos de radiação de freamento. As expressões para as funções de onda de cone de luz necessárias são dadas por,

$$\begin{aligned} \Psi_{\gamma^*p}^{*T}(\alpha, \vec{r}_1) \Psi_{\gamma^*p}^T(\alpha, \vec{r}_2) &= \frac{\alpha_{em}}{\pi^2} \left\{ m_f^2 \alpha^4 K_0(\eta r_1) K_0(\eta r_2) + [1 + (1 - \alpha)^2] \eta^2 \frac{\vec{r}_1 \cdot \vec{r}_2}{r_1 r_2} K_1(\eta r_1) K_1(\eta r_2) \right\} , \\ \Psi_{\gamma^*p}^{*L}(\alpha, \vec{r}_1) \Psi_{\gamma^*p}^L(\alpha, \vec{r}_2) &= \frac{2\alpha_{em}}{\pi^2} M^2 (1 - \alpha)^2 K_0(\eta r_1) K_0(\eta r_2) . \end{aligned}$$

A seção de choque hadrônica é então dada por,

$$\frac{d\sigma}{dM^2 dx_F d^2p_T} = \frac{\alpha_{em}}{6\pi M^2} \frac{1}{x_1 + x_2} \int_{x_1}^1 \frac{d\alpha}{\alpha} F_2^p\left(\frac{x_1}{\alpha}\right) \frac{d\sigma(qp \rightarrow q\gamma^*p)}{d\ln\alpha d^2p_T} , \quad (2.115)$$

de maneira análoga à expressão integrada em p_T . Expressões analíticas explícitas para as integrações em r_1 e r_2 podem ser encontradas na Ref. [92].

Para cálculos fenomenológicos, novamente necessitamos da seção de choque de dipolos. Antes de apresentarmos nossos resultados, faremos uma digressão sobre o caso particular de parametrização desta no caso hadrônico. Seções de choque totais hadrônicas, como para espalhamento pión-próton, podem também ser escritas em termos de uma seção de choque de dipolos. Neste caso, a função de onda do pión na representação de coordenada $\Psi_\pi(r)$ dá

a probabilidade de encontrar um par quark-antiquark com uma dada separação transversa dentro do pión. Se apenas o estado de Fock de mais baixa ordem é levado em consideração, a seção de choque total em energia de centro de massa s pode ser escrita como,

$$\sigma_{\pi p}(s) = \int d^2r |\Psi_{\pi}(r)|^2 \sigma_{q\bar{q}}(s, r), \quad (2.116)$$

em completa analogia com DIS. Este fato é importante, uma vez que seções de choque hadrônicas são governadas por física não-perturbativa em longas distâncias em contraste ao DIS. Mesmo assim, a expressão acima é válida, uma vez que a decomposição em autoestados de interação é completamente geral e não faz uso de teoria de perturbação.

Como vimos, a seção de choque de dipolos não é completamente entendida, com apenas propriedades em pequeno r conhecidas (expressa em termos da densidade de glúons). Como exemplo de simplicidade, lembramos o modelo GBW, interpolando transparência de cor e confinamento: o ajuste aos dados de HERA são apropriados e a saturação é tomada para obter uma razão quase independente de Q^2 entre contribuição difrativa e seção de choque total, a qual não pode ser reproduzida por uma seção de choque de dipolos crescendo quadraticamente em r assintótico (veremos o caso difração no próximo capítulo.).

No caso hadrônico, não há uma variável de escalamento de Bjorken, x_{Bj} , e a variável apropriada para descrever a dependência em energia é s . Isto é diferente em DIS, onde o fóton virtual espalha-se com constituintes pontuais dentro do próton e x_{Bj} é a variável correta para uso. Parametrizando a seção de choque de dipolos como uma função de s , automaticamente levará à violação do escalamento de Bjorken, uma vez que $s \approx Q^2/x_{Bj}$. Se a seção de choque cresce como uma potência de s , então esta crescerá também como uma potência de Q^2 .

Um modelo de dois Pomerons da seção de choque de dipolos como uma função de s , já referido na Eq. (2.60), foi motivado pela fenomenologia de Regge [35]. A seção de choque de dipolos é parametrizada em função de (sr^2) para obter-se um escalamento de Bjorken aproximado para DIS, descrevendo os resultados experimentais na região de virtualidade até $Q^2 = 60 \text{ GeV}^2$ com 10 parâmetros de ajuste. Entretanto, sabemos que o escalamento de Bjorken é fortemente violado na região de pequeno x . Uma vez que teríamos que descrever espalhamento hadrônico e DIS com a mesma seção de choque de dipolo, deveríamos escrever esta como uma função de s . Uma parametrização inspirada no modelo GBW pode ser realizada para o caso hadrônico [92]. Esta apresentaria a seguinte forma,

$$\sigma_{q\bar{q}}(s, r) = \sigma_0(s) \left[1 - \exp\left(-\frac{r^2}{r_0^2(s)}\right) \right], \quad (2.117)$$

com $r_0(s) = 0.88 (s/s_0)^{-0.14} \text{ fm}$, $s_0 = 1000 \text{ GeV}^2$ e

$$\sigma_0(s) = \sigma_{tot}^{\pi p}(s) \left(1 + \frac{3r_0^2(s)}{8 \langle r_{ch}^2 \rangle_{\pi}} \right), \quad (2.118)$$

onde $\sigma_{tot}^{\pi p}(s) = 23.6(s/s_0)^{0.08} \text{ mb}$ e $\langle r_{ch}^2 \rangle_{\pi} = 0.44 \text{ fm}^2$ é o raio de carga do pión. Esta seção de choque é proporcional a r^2 para $r \rightarrow 0$, mas constante para grande r . A dependência em energia é correlacionada com a dependência em r . Em pequeno r a seção de choque de dipolo cresce com um coeficiente linear de Pomeron duro, ~ 0.36 , e em grandes separações

ainda depende em energia com um coeficiente linear de Pomeron suave, ~ 0.08 . Este caso é diferente do modelo original GBW, onde o valor máximo da seção de choque de dipolos é independente da energia ($\sim \sigma_0$ em GBW). Devemos enfatizar que o valor $\sigma_0 = 23.03$ mb é muito pequeno para reproduzir a seção de choque pión-próton. Na parametrização acima, o comportamento em energia difere também da fenomenologia de Regge, onde o intercepto do Pomeron é independente do hádron. Aqui, o crescimento da seção de choque com s depende na distância típica envolvida e interpola suavemente entre as seções de choque em processos duros QCD e espalhamento hadrônico suave. A escala de saturação $r_0(s)$ decresce com o aumento de s : isto significa que em s muito grande, apenas dipolos de tamanho muito pequenos exibem um comportamento de Pomeron duro (calculado em QCD perturbativa). Em separações $r \gg r_0(s)$, a seção de choque de dipolos cresce apenas fracamente com a energia. A parametrização acima assegura que esta é uma função monotônica de s e r , enquanto que aquela da Ref. [57] pode decrescer com o aumento de r . Apresentamos esta discussão como fundamentação e completicidade dos possíveis problemas do uso do modelo GBW em cálculos realísticos no caso hadrônico.

2.5.2 Os efeitos de saturação no caso DY em altas energias

A seguir reproduziremos os resultados originais obtidos na Ref. [93], onde estudamos o efeito de unitariedade (saturação) para o processo Drell-Yan no sistema de repouso do alvo, usando o formalismo de dipolos associado com a abordagem Glauber-Mueller.

Na análise do processo DY, as funções de onda desenvolvem um papel fundamental no comportamento da seção de choque. Como veremos, as funções de onda se comportam como fatores de peso para a seção de choque de dipolo considerando a separação transversa do par. Grandes valores de r_\perp são suprimidos na seção de choque integrada, reduzindo assim a contribuição do setor não-perturbativo (grande separação transversa) à seção de choque. Para o processo DY podemos definir uma função peso, dada por:

$$W_{\gamma^*q}^{T,L}(r_\perp, M^2) = r_\perp \int \frac{d\alpha}{\alpha} F_2^p(x_1/\alpha, M^2) |\Psi_{\gamma^*q}^{T,L}(\alpha, r_\perp)|^2. \quad (2.119)$$

Na Fig. (2.13) mostramos separadamente o resultado para polarizações longitudinal e transversa para $W_{\gamma^*q}^{T,L}(r_\perp, M^2)$ como uma função da separação transversa fóton-quark r_\perp , para diferentes valores fixos da massa do par de léptons M . A fração de momentum escolhida para o feixe foi $x_1 \approx x_F = 0.525$, uma vez que este é um valor típico das medidas experimentais. Consideramos a massa efetiva para os quarks leves como $m_f = 0.2$ GeV (u , d e s).

Para a contribuição transversa, Fig. (2.13.a), verificamos que tamanhos pequenos para intermediários da separação fóton-quark são dominantes na função peso. Isto significa que a componente transversa da função de onda seleciona pequenos tamanhos de dipolos (αr_\perp). Um grande crescimento quando $r_\perp \rightarrow 0$ origina-se do comportamento da função $K_1(\eta r_\perp) \sim 1/(\eta r_\perp)$ neste limite. Considerando a dependência em M , quando a massa aumenta a contribuição torna-se menor.

Considerando a componente longitudinal, Fig. (2.13.b), a função peso seleciona dipolos de menor tamanho (pequena separação transversa γ^*q) em comparação com a contribuição

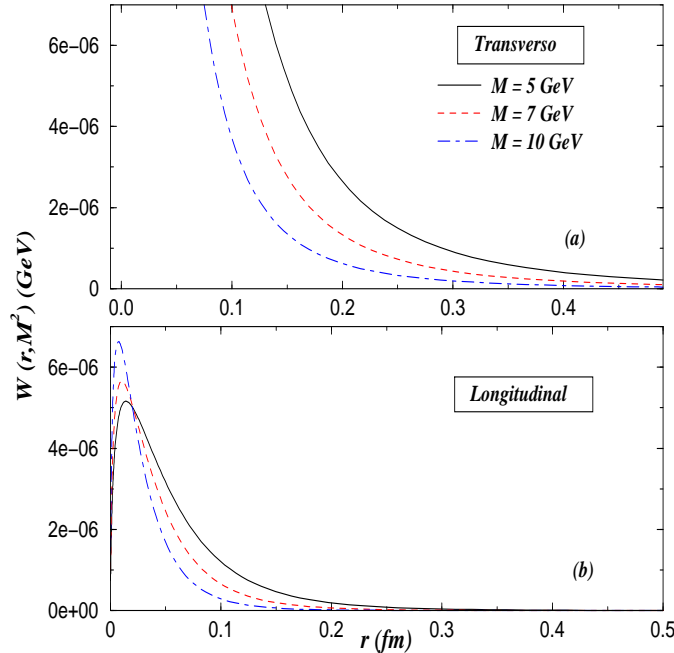


Fig. 2.13: As contribuições longitudinal e transversa para $W(r_{\perp}, M^2)$ como uma função do tamanho transversal r_{\perp} do estado γ^*q para uma massa do par de léptons fixa, para $x_1 \approx x_F = 0.525$.

transversa. Além disso, a função também é estreitada quando M aumenta, significando que grande massa invariante, seleciona pequeno r_{\perp} .

Analisando-se a magnitude das contribuições transversa e longitudinal, verifica-se que a componente longitudinal é suprimida por uma potência $1/M^2$ em relação à contribuição transversa. Este fato é verificado de forma geral para todos os processos, onde refere-se a contribuição longitudinal como uma contribuição de mais alto 'twist' (higher twist) [52, 53]. Os picos que aparecem na Fig. (2.13.b) devem-se ao balanceamento entre os comportamentos assintóticos para $r_{\perp} \rightarrow 0$ da função $K_0(\eta r_{\perp}) \sim -\log(\eta r_{\perp})$ e o fator linear r_{\perp} na Eq. (2.119).

Tendo então apresentado as principais características do sistema de dipolos de cor, a saber, definições cinemáticas bem como funções de onda e analisado a descrição do processo DY no referencial de repouso do alvo, vamos apresentar os efeitos de unitariedade na seção de choque de dipolo e o cálculo da seção de choque do processo DY para uma comparação com os resultados experimentais.

A seção de choque para o espalhamento de um dipolo de cor por um nucleon foi primeiramente proposta no formalismo BFKL [16, 17, 18, 19], considerando que o dipolo interage com o nucleon via a troca de glúons através de um diagrama escada (Pomeron perturbativo em mais baixa ordem). Como apresentado nas seções anteriores, a seção de choque do dipolo de cor $q\bar{q}$ interagindo com o nucleon pode ser escrita como,

$$\sigma_{q\bar{q}}(x, r_{\perp}) = \frac{\pi^2 \alpha_s}{3} r_{\perp}^2 x g_N^{DGLAP}(x, \frac{4}{r_{\perp}^2}), \quad (2.120)$$

onde $xg_N^{DGLAP}(x, \tilde{Q}^2)$ é a distribuição de glúons DGLAP para uma fração de momentum x e virtualidade $\tilde{Q}^2 = 4/r_\perp^2$. Como a quantidade (2.120) está presente em diferentes observáveis (F_2 , F_2^c , F_L), uma extensa fenomenologia tem sido realizada usando esta seção de choque de dipolo [59, 65].

Considerando o processo DIS, uma característica bem definida com relação aos dados para a função de estrutura F_2 e para a distribuição de glúons é que ambas apresentam um rápido crescimento quando x decresce. Na verdade, experimentalmente $F_2 \sim x^{-\lambda}$, onde o expoente varia de 0.08 à aproximadamente 0.5 [94]. Tal comportamento, extrapolado para energias assintóticas, viola os requerimentos de unitariedade discutidos anteriormente, tal que algum tratamento para este crescimento se faz necessário. A escala em que as correções à violação de unitariedade começam a ser necessárias está associada à região entre as dinâmicas dura (perturbativa) e macia (não-perturbativa) [95], ou à região onde temos o domínio da QCD a altas densidades [24, 25, 69]. Aqui estamos interessados no último caso (uma revisão recente está na Ref. [22]).

A fim de estimar os efeitos de unitariedade, usamos a Eq. (2.120) como seção de choque de dipolo, mas substituímos a distribuição DGLAP pela distribuição de glúons para o nucleon com correções de unitariedade, apresentada nas seções anteriores, dada pelo formalismo de Glauber-Mueller, isto é $xg^{GM}(x, 4/r_\perp^2)$. Enfatizamos que neste caso específico, xg^{GM} inclui também procedimento para estender o formalismo a todo o regime cinemático em x (o núcleo DGLAP completo em LO foi levado em consideração)

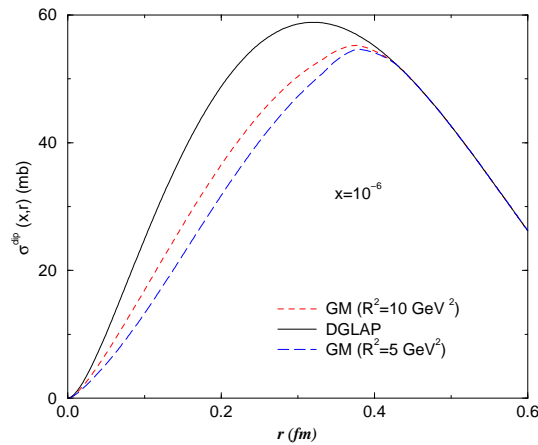


Fig. 2.14: A seção de choque de dipolo com uma função do tamanho do dipolo $r = \alpha r_\perp$ a um valor de x fixo ($x_2 = 10^{-6}$). A linha sólida corresponde ao resultado DGLAP. A linha pontilhada é a predição usando o formalismo GM com o valor $R^2 = 10 \text{ GeV}^{-2}$, e a linha tracejada corresponde ao mesmo formalismo com $R^2 = 5 \text{ GeV}^{-2}$.

Na Fig. (2.14), a seção de choque de dipolo dada pelo modelo GM é analisada como uma função da separação transversa $r = \alpha r_\perp$ para uma fração de momentum x_2 fixa. Para uma melhor ilustração dos efeitos de saturação partônica decorrentes da alta densidade, escolhemos um pequeno valor para a variável $x = 10^{-6}$. Neste formalismo existe uma dependência no raio R , onde este valor é extraído em acordo com os experimentos e o seu significado depende do modelo a ser tratado. No modelo em questão, este R representa

a região onde temos a concentração da distribuição de glúons no nucleon. Através da análise de dados, seu valor pode variar de $R^2 = 5 - 10 \text{ GeV}^2$, onde menores raios produzem correções mais intensas (Fig. (2.14)), pois temos um sistema mais denso. Em nossos cálculos escolhemos o valor $R^2 = 5 \text{ GeV}^2$, concordando com estudos realizados sobre a função de estrutura inclusiva F_2 e sua derivada [66].

A linha sólida corresponde ao cálculo da seção de choque de dipolo considerando a evolução DGLAP padrão (sem correções de unitariedade). Os outros dois resultados referem-se a dois diferentes valores para o parâmetro R . Verificamos que o efeito de unitariedade é mais significativo para pequenos valores de R . As correções de unitariedade foram calculadas numa região perturbativa, onde consideramos como menor valor de virtualidade $Q_0^2 \approx 1 \text{ GeV}^2$. Nossa escala de entrada é dada por $Q_0 = 2/r$. Portanto, para maiores valores de separação ($r > 0.4 \text{ fm}$) obtemos valores de Q^2 na região não-perturbativa, e não temos correções de unitariedade acima deste valor de separação, como verificado na Fig. (2.14). As correções de unitariedade são mais significativas para uma região intermediária de separação, pois para valores muito pequenos de separação (grande virtualidade) as distribuições partônicas escalam em \tilde{Q}^2 .

O comportamento da seção de choque de dipolo em termos da separação do dipolo r resulta do balanceamento entre o comportamento de transparência de cor $\sigma \sim r_{\perp}^2$ e da distribuição de glúons $\sigma \sim xg(x, \tilde{Q}^2)$. Estas características estão apresentadas na Fig. (2.15), onde verificamos o visível escalamento da distribuição de $xg(x, \tilde{Q}^2)$ versus \tilde{Q}^2 (Fig. (2.15.a)) e a dependência da seção de choque em $r = \alpha r_{\perp}$ (Fig. (2.15.b)).

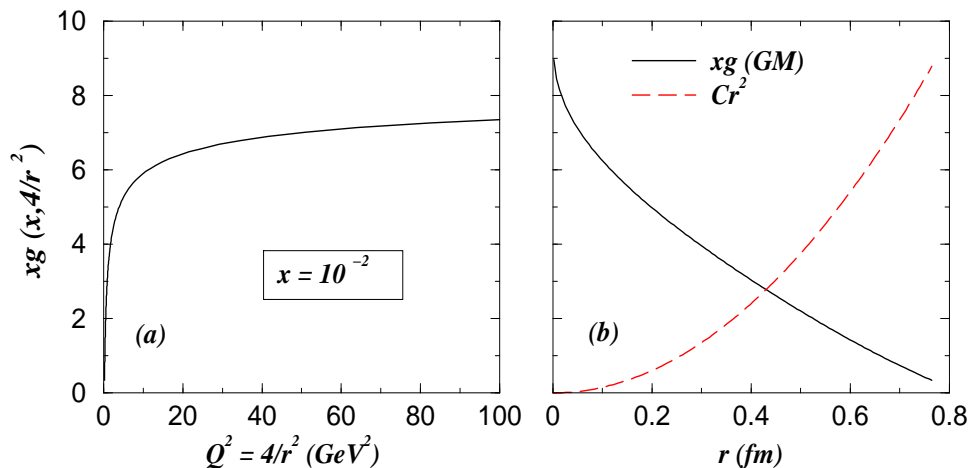


Fig. 2.15: No gráfico (a) mostramos a distribuição de glúons GM (com a parametrização GRV como entrada) como uma função da escala $\tilde{Q}^2 = 4/r^2$ para valor fixo de $x = 10^{-2}$. No gráfico (b), mostramos a distribuição de glúons versus r e o comportamento de transparência de cor $\sigma_{dip} \sim Cr^2$ (para ilustração usamos um fator de normalização $C = 15 \text{ GeV}^2$).

Por motivos de comparação, vamos considerar o modelo fenomenológico para a seção de choque de dipolo proposto por Golec-Biernat e Wusthoff [57, 58], que descreve os dados de HERA para a função de estrutura inclusiva e difrativa. Tal seção de choque é contruída interpolando o comportamento de transparência de cor $\sigma_{dip} \sim r_{\perp}^2$ para pequeno tamanho de

dipolo e um comportamento saturado (sem dependência na energia) para grandes tamanhos de dipolo $\sigma_{dip} \sim \sigma_0$ (confinamento), como já discutimos anteriormente. Apesar da boa descrição dos dados, GBW não apresenta uma dinâmica para a hipótese de saturação e não está vinculada com as equações de evolução DGLAP. No modelo GBW, a saturação é caracterizada pela dependência em x do raio de saturação $Q_s^2(x) = 1/R_0^2(x)$, em contraste com a escala contida no formalismo de Glauber-Mueller, $\kappa_G(x, Q_s^2) = 1$, a qual pode ser facilmente estendida ao caso nuclear [24, 25].

Na Fig. (2.16) mostramos a seção de choque de dipolo Glauber-Mueller como uma função do tamanho do dipolo $r = \alpha r_\perp$, comparada com a seção de choque de dipolo GBW, para dois valores típicos de x_2 . Para $x_2 = 10^{-2}$ (Fig (2.16b)), a seção de choque GM fica abaixo da GBW. Contudo, quando x_2 decresce (Fig. (2.16a)), a distribuição de glúons do próton aumenta fazendo com que a seção de choque GM cresça. Este comportamento está basicamente associado à dependência da seção de choque GM na distribuição de glúons. Para valores não muito pequenos de x , a distribuição de glúons não é dominante, enquanto que para valores de x muito pequenos ela determina o comportamento dos observáveis. Uma consequência imediata deste comportamento é que nossas previsões para a seção de choque do processo DY são menores que as previsões realizadas com a parametrização GBW para $x \approx 10^{-2}$ e maiores para pequenos x_2 . Nós discutiremos estas características em detalhes num ponto de vista teórico e fenomenológico a seguir, quando realizarmos comparações com resultados experimentais existentes para o processo DY na região de pequeno x e estimarmos a seção de choque para o processo para energias do acelerador RHIC.

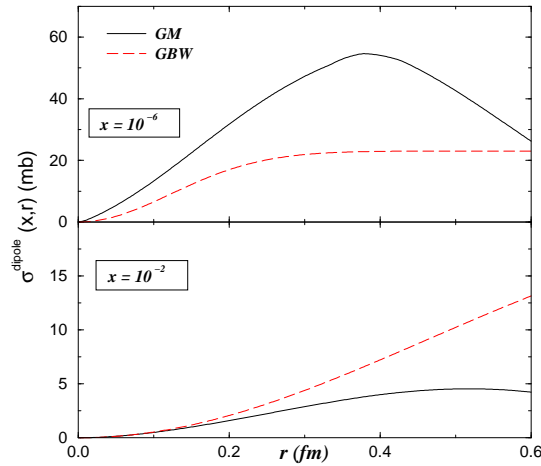


Fig. 2.16: A seção de choque de dipolo GM, como função do tamanho do dipolo ($r = \alpha r_\perp$), para dois valores de x_2 . O resultado da seção de choque GBW é mostrado para comparação.

Agora, vamos realizar previsões teóricas para os dados existentes para o processo DY na região de validade do formalismo de dipolos de cor (pequeno x), bem como para as energias do futuro acelerador RHIC para processos pp . Na seção anterior, apresentamos a seção de choque de dipolo GM, que contém uma ligação com a evolução de glúons e inclui correções devido aos efeitos de unitariedade para altas energias nas distribuições partônicas.

Apesar da QCD perturbativa nos mostrar bons resultados para pequenas distâncias (pe-

quenos tamanhos de dipolos), o setor não perturbativo não é completamente compreendido. Consideramos em nosso formalismo, que valores de $Q^2 < 1 \text{ GeV}^2$ estão numa região não-perturbativa. As mais recentes funções de distribuição partônica (pdf's) são evoluídas a partir de uma escala inicial perturbativa $Q_0^2 = M_0^2 \approx 1 \text{ GeV}^2$, e existem poucas informações com relação ao comportamento das pdf's para $Q^2 \leq Q_0^2$, onde a descrição perturbativa não é justificada. De forma geral, estimativas para pequenas virtualidades são feitas considerando um modelo particular para o setor não-perturbativo.

Utilizamos a parametrização GRV94 [67] em nossos cálculos, como fizemos para o caso DIS. A escala de evolução na seção de choque de dipolo é dada por $Q^2 = 4/r_\perp^2$. Para a parametrização GRV94, o menor valor de virtualidade é $Q_0^2 = 0.4 \text{ GeV}^2$. Isto permite utilizar a parametrização para uma significativa região não-perturbativa ($Q^2 < 1 \text{ GeV}^2$, grande tamanho de dipolo). Um modelo para a contribuição não-perturbativa deve ser considerado para dipolos com tamanhos maiores que $r_{\text{cut}} = \frac{2}{Q_0} \text{ GeV}^{-1}$, que significa $r_{\text{cut}} = 0.62 \text{ fm}$. Este procedimento nos garante uma contribuição não-perturbativa com alguma base em dados. Para as parametrizações mais recentes, onde $Q_0^2 \sim 1 \text{ GeV}^2$ ($r_{\text{cut}} \approx 0.4 \text{ fm}$) a contribuição não-perturbativa considerada por um modelo específico torna-se maior. Uma vantagem adicional da parametrização GRV94 é que esta não inclui efeitos não-lineares à evolução DGLAP, uma vez que esta parametrização foi obtida a partir de dados com valores relativamente grandes de x . Esta característica garante que esta parametrização não simula grandes correções de unitariedade na sua distribuição de entrada para a escala inicial.

O modelo específico para a contribuição não-perturbativa para a seção de choque do processo DY é o congelamento da distribuição de glúons e de r_\perp para grandes tamanhos de dipolo, introduzido na discussão para o DIS. A seção de choque de dipolo, para a parte não-perturbativa, pode ser escrita como

$$\sigma_{q\bar{q}}^{GM}(x, r \geq r_{\text{cut}}) = \frac{\pi^2 \alpha_s}{3} r_{\text{cut}}^2 x G_N^{GM}\left(x, \frac{4}{r_{\text{cut}}^2}\right). \quad (2.121)$$

Outra possibilidade para a modelagem da região não-perturbativa, pode ser verificada na Ref. [65]. Neste trabalho a contribuição não-perturbativa é feita considerando um corte na integração em r_\perp e somando uma contribuição de Pomeron suave. Contudo, o que se verifica é que a normalização das funções de estrutura permanecem inalteradas se o método do congelamento da seção de choque de dipolo a partir de r_{cut} é realizado. Isto indica que considerando o método simples do congelamento, os cálculos estarão determinando uma razoável normalização dos observáveis.

Para ilustrar o papel desempenhado pela região de grande e pequena separação transversa na descrição dos observáveis, na Fig. (2.17) mostramos as componentes longitudinal e transversa da função perfil da integração em r_\perp a partir da Eq. (2.122) como uma função da separação transversa entre γ^*q . Calculamos a função perfil como função de r_\perp para valores típicos de massa do par de léptons M . Esta função é chamada aqui de $H_{T,L}(r_\perp, M^2)$ e escreve-se

$$H_{T,L}(r_\perp, M^2) = r_\perp \int \frac{d\alpha}{\alpha} F_2^p(x_1/\alpha, M^2) |\Psi_{\gamma^*q}^{T,L}(\alpha, r_\perp)|^2 \sigma_{q\bar{q}}(x, \alpha r_\perp). \quad (2.122)$$

A fração de momentum é fixada em $x_2 = 10^{-2}$, uma vez que este é o menor valor de x em que temos dados. Para a função de estrutura $F_2^p(x_1/\alpha, M^2)$, que descreve a distribuição

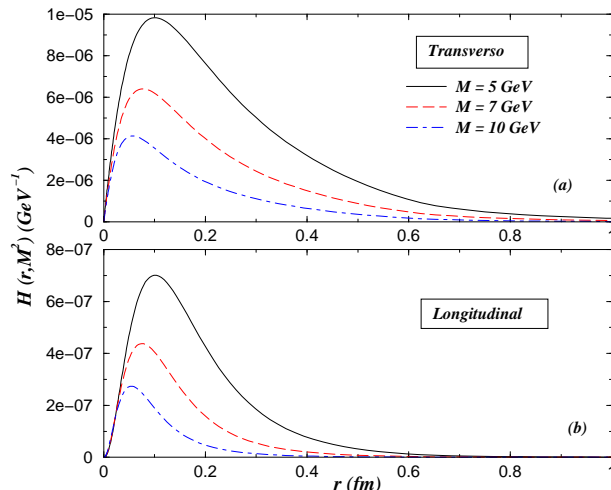


Fig. 2.17: A função perfil $H_{T,L}(r_{\perp}, M^2)$ como uma função da γ^*q separação transversa r_{\perp} para um valor típico de massa M . Usamos $x_2 = 10^{-2}$ e a parametrização GRV94 como entrada.

de quarks no próton projétil utilizamos a parametrização ALLM [90, 91], a qual nos fornece uma boa concordância com os dados de HERA para a região de grande x .

A principal contribuição para a função perfil vem do pico nas funções de onda, que desloca-se para menores valores de r_{\perp} quando M aumenta. Para pequenas massas, a contribuição não-perturbativa é mais significativa. Podemos verificar que para a componente transversa (Fig. (2.17.a)) o pico está em $r_{\perp} \approx 0.06$ fm para $M = 10$ GeV e em $r_{\perp} \approx 0.1$ fm para $M = 5$ GeV. A contribuição longitudinal (Fig. (2.17a)) seleciona pequenos tamanhos de dipolos r_{\perp} quando comparado com a contribuição transversa (Fig. (2.17b)). Isto indica que uma contribuição não-perturbativa é mais significativa na componente transversa da função perfil. O setor não-perturbativo domina para $r_{\text{cut}} = \alpha r_{\perp \text{ cut}} \geq 0.62$ fm usando-se a parametrização GRV94.

Visto que a representação de dipolos de cor é válida apenas para pequena fração de momentum x , necessitamos selecionar os dados que satisfazem esta característica. O menor valor de x_2 já medido para o processo DY foi obtido em processos de colisão próton-Deutério para alvo fixo, pela colaboração E772 [96]. Apesar do alvo utilizado ser o Deutério, podemos considerar como uma colisão pp , se nenhum efeito nuclear for considerado no Deutério, ou seja, a seção de choque for dividida por 2. Na Fig. (2.18), apresentamos os resultados para a seção de choque do processo DY usando a seção de choque de dipolo GM (linha sólida) para valores fixos de x_F e energia de centro de momentum $\sqrt{s} = 38.8$ GeV ($0.03 \leq x_2 \leq 0.09$). É importante salientar que esta região cinemática é uma região limite para a validade da representação de dipolos de cor. Os efeitos de unitariedade não são significativos nesta região, pois não temos valores muito pequenos de x . Neste mesmo gráfico, consideramos uma contribuição de Regge (traço-ponto) com a finalidade de considerar uma contribuição de valência do alvo à seção de choque de dipolo, visto que esta considera somente o setor do mar do alvo. A seção de choque de dipolo considera a troca de glúon no canal t , então a contribuição de Regge considera a troca de quarks no canal t , portanto a contribuição de

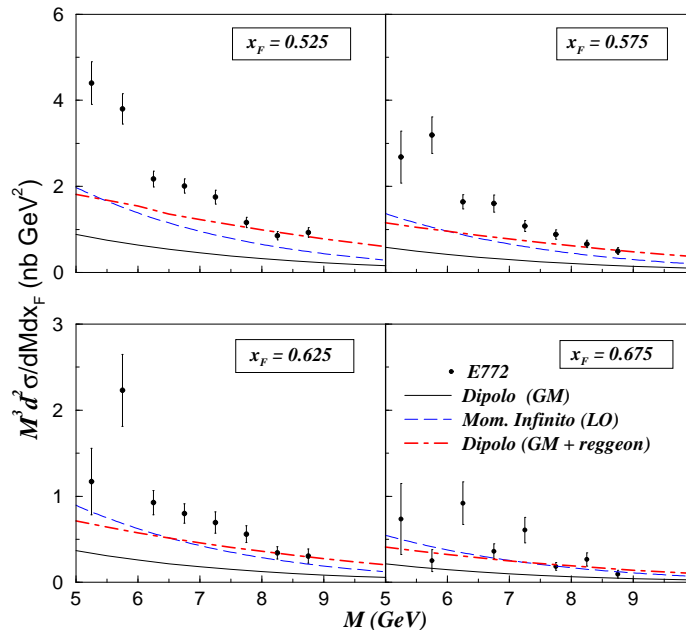


Fig. 2.18: A seção de choque diferencial por nucleon como função da massa M para pequenos valores de x_2 [96] ($\sqrt{s} = 38.8$ GeV), com x_F fixo em colisão pD . A linha sólida representa a seção de choque DY dada pelo formalismo de GM . A linha tracejada representa cálculos em LO no referencial de momentum infinito e a traço-ponto representa o dipolo GM com a contribuição de reggeon.

valência para a seção de choque de dipolo.

Na Fig. (2.18) mostramos também o cálculo LO no sistema de momentum infinito (linha tracejada). O resultado do formalismo de dipolos de cor fica abaixo do cálculo LO para a presente região de ($x_2 \approx 10^{-2}$). Este fato ocorre por dois motivos básicos: (a) a região cinemática na qual temos os dados para pequeno x no processo DY , é uma região limite para o formalismo de dipolos de cor; (b) consideramos somente a distribuição de glúons do alvo para calcular a seção de choque do processo DY no referencial de repouso do alvo. Este fato implica que somente as distribuições de quarks do mar são consideradas, logo estamos desconsiderando toda a contribuição de aniquilação antiquark do feixe com quark do alvo numa região de x_2 onde a distribuição de valência ainda é considerável. Conforme x_2 diminui a distribuição de glúons no alvo aumenta e determina o comportamento dos observáveis e, assim, a seção de choque de dipolos de cor produzirá boa descrição dos resultados. Tal região cinemática será analisada pelos novos aceleradores RHIC e LHC, permitindo assim testar com mais precisão o formalismo de dipolos de cor para interações hadrônicas.

Entretanto, a consideração da contribuição de Regge, produz uma melhor descrição dos dados e ainda nos mostra com mais clareza a invariância de referencial da seção de choque. A contribuição de valência do alvo (Regge) pode ser parametrizada da seguinte maneira [97],

$$\sigma_{IR} = N_{IR} r_{\perp}^2 x^{0.4525} (1-x)^3, \quad (2.123)$$

Para obter resultados similares aos apresentados na Ref. [92], consideramos a constante de

normalização $N_{IR} = 8$ (para obter σ_{IR} em GeV^{-2}).

As curvas apresentadas aqui, na representação de dipolos sem considerar a contribuição de Regge, subestimam os mesmos cálculos realizados na Ref. [92], na qual se usa a seção de choque de dipolo fenomenológica GBW. Tal comportamento é esperado, pois como vimos anteriormente, a seção de choque de dipolo GM subestima GBW para um valor de $x_2 \approx 10^{-2}$ (veja Fig. (2.16.b)). Contudo, a principal questão que surge no referido trabalho [92], é que sugere-se que a seção de choque de dipolo GBW contém contribuições não-perturbativas e ainda mais altas ordens incluídas na parametrização, não sendo necessário incluir correções de NLO nos cálculos [92]. Porém, se comparamos o resultado da seção de choque DY usando a seção de choque de dipolo GBW, veremos que o resultado é similar ao cálculo LO no referencial de momentum infinito. Isto indica que não está correta a afirmação de que todas as ordens estão incluídas na seção de choque de dipolo GBW. Ainda corroborando estas afirmações, mostramos que a seção de choque de dipolo GM quando se adiciona uma contribuição de Regge, reproduz resultados similares aos da Ref. [92], mostrando que a parametrização GBW para a seção de choque de dipolo, considera apenas o setor não-perturbativo e contribuições de Regge em sua formulação, não considerando mais altas ordens.

Outro fato de extrema importância é que os resultados obtidos pela representação de dipolos de cor para a seção de choque total para o fóton virtual interagindo com o nucleon (DIS) são equivalentes aos obtidos pelo esquema de fatorização k_T [49, 50] em aproximação de logaritmo dominante. Contudo, a inclusão de mais altas ordens no formalismo de fatorização k_T não se faz possível, não sendo mais válida a equivalência entre o referencial de momentum infinito e o referencial de repouso do alvo [44]. Portanto, cálculos no formalismo de dipolos em próxima ordem deve ser feitos com grande cautela.

De maneira a considerar a invariância de referenciais na seção de choque do processo DY, mostramos na Fig. (2.19) uma comparação entre as seções de choque calculadas nos dois referenciais, para energia do acelerador RHIC ($\sqrt{s} = 500 \text{ GeV}$). Os resultados mostram a invariância da seção de choque, contudo, não consideramos efeitos de unitariedade nestas predições. A linha sólida corresponde à seção de choque DY (LO) no referencial de momentum infinito enquanto a tracejada representa cálculos na representação de dipolos.

A seção de choque diferencial para o processo DY, para energia do RHIC, com e sem efeitos de unitariedade é mostrada na Fig. (2.20) para um valor fixo de x_F . Para as energias de RHIC, a contribuição de Regge é insignificante. Em tal região cinemática, os valores de x_2 são da ordem de 10^{-4} e os efeitos de unitariedade tornam-se importantes, representando aproximadamente 15% da seção de choque para pequenas massas. As linhas sólidas representam as estimativas a partir do formalismo de dipolos de cor, calculado com a seção de choque de dipolo GM sem efeitos de unitariedade e as linhas traço-ponto representam os mesmos cálculos considerando os efeitos de unitariedade na distribuição de glúons. Os valores encontrados para a seção de choque são maiores do que os encontrados na Ref. [92], a qual usa a parametrização fenomenológica GBW para a seção de choque de dipolo. Tal comportamento era esperado, pois estamos numa região de $x_2 \approx 10^{-4}$, onde a seção de choque GM fica acima da seção de choque GBW devido ao grande crescimento da distribuição de glúons na região de pequeno x (Fig. (2.16.a)).

Analisando a Fig. (2.20) verificamos que os efeitos de unitariedade são importantes na descrição da seção de choque, chegando a representar 15 % do valor da mesma para regiões

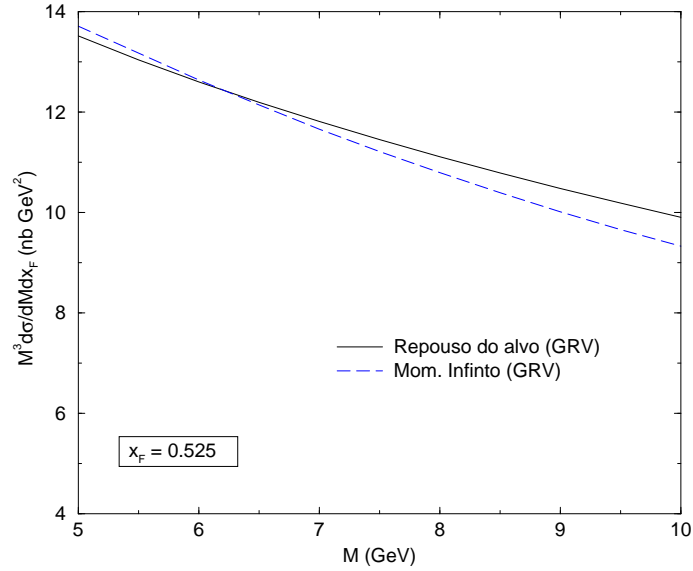


Fig. 2.19: A seção de choque diferencial por nucleon como função da massa M para energias do RHIC ($\sqrt{s} = 500$ GeV) para valor fixo de x_F em colisões pD . A linha sólida corresponde a seção de choque DY (LO) no referencial de momentum infinito, enquanto a tracejada representa cálculos na representação de dipolos.

de pequena massa.

2.6 Conclusão

Neste capítulo revisamos os processos DIS e Drell-Yan no sistema de repouso do alvo, descrito no formalismo de dipolos de cor. Estes dois processos provam o conteúdo de glúons no próton no limite de energias assintóticas. A descrição dos processos é fatorizada na forma da função de onda destes dipolos e sua seção de choque de interação com o alvo e fornece uma abordagem muito simples para aplicações fenomenológicas. Em altas energias o fenômeno de saturação partônica desempenha um papel importante na descrição da física subjacente, o qual é investigado para os observáveis dependentes da densidade de glúons (ou quarks do mar) nas reações estudadas. No próximo capítulo investigaremos um caso particular de processos, onde um grande intervalo na distribuição de rapidez, $\eta \sim \ln(1/x)$, das partículas interagentes não é preenchido por hádrons subprodutos da sua hadronização. É convencionalmente que este tipo de evento está associado com a troca de um objeto com os números quânticos do vácuo, singlete de cor: o Pomeron.

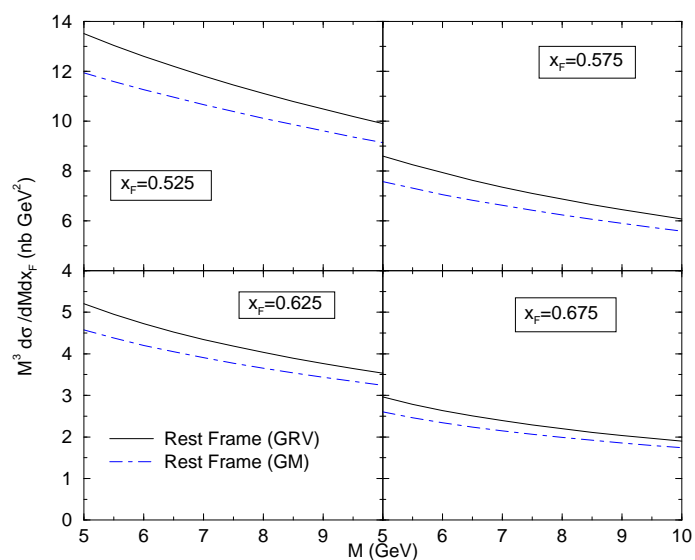


Fig. 2.20: A seção de choque diferencial por nucleon como função da massa M para energias do RHIC ($\sqrt{s} = 500$ GeV) para valores fixos de x_F em colisões pD . A linha sólida corresponde à seção de choque de dipolo GM sem efeitos de unitariedade, enquanto a curva tracejada-pontilhada representa a mesma seção de choque com efeitos de unitariedade.

Capítulo 3

Processos difrativos em DIS

Neste capítulo, introduziremos a definição de difração dura, em contraste com a difração macia discutida no Cap. (1). Revisamos o conceito de função de estrutura difrativa F_2^D , em analogia com DIS, bem como as correspondentes distribuições partônicas difrativas. Daremos enfoque neste capítulo à descrição do DIS difrativo (DDIS) no formalismo dos modelos de Regge, com ênfase nos modelos descrevendo simultaneamente DIS e DDIS. Como representativo destes, escolhemos o modelo CKMT e o modelo CFKS e analisamos em detalhes suas principais características. Finalmente, fazemos uma revisão da situação experimental de medidas da função de estrutura difrativa e sua análise usual.

3.1 Introdução à difração dura

Espalhamento difrativo tem tornado-se uma vasta área de estudo em física de partículas e gerado diversas abordagens teóricas. A motivação mais importante no estudo de tais processos, principalmente difração em DIS, não é apenas o fato que há excelente estatística de dados, mas também porque oferece uma oportunidade de explorar a transição entre a física dura e a suave. A física dura está associada com a bem estabelecida representação partônica na QCD perturbativa e que é aplicável aos processos para os quais uma grande escala está presente. A dinâmica suave, por outro lado, está associada por exemplo com seções de choque totais e espalhamento elástico de hádrons, descritos por aspectos não-perturbativos da QCD. O espalhamento difrativo em DIS oferece a oportunidade de provar diretamente a região de transição semidura e relacionar, apesar de serem distintos, os regimes de física suave e dura. Como campo de estudo, a difração dura é relativamente recente: surge com a proposta de Ingelman e Schlein de investigar a produção difrativa de jatos com alto momento transversal como um meio de testar a possível estrutura partônica do Pomeron [98], assumindo-se que este é uma partícula real contendo constituintes como no caso dos hádrons. Mais tarde, Bjorken apontou que eventos com grandes lacunas na rapidez poderiam ser utilizados como uma assinatura experimental de processos hadrônicos duros dominados por trocas singleto de cor e fornecer uma estimativa para a fração de eventos com tal topologia de estado final [99].

A primeira observação de eventos de produção de jatos com grandes lacunas de rapidez foi apresentada pela colaboração UA8 e marca o início do estudo experimental de difração dura [33]. Mais recentemente, os aceleradores em HERA e no Tevatron apresentam experimentos dedicados para este campo. Em particular, a descoberta pelas colaborações H1 e ZEUS

em HERA de uma grande contribuição difrativa ao espalhamento profundamente inelástico, não prevista pelas expectativas padrões, gerou intenso interesse teórico [100, 101]. O mesmo ocorre com as medidas do Tevatron de várias seções de choque difrativas e a possível quebra da fatorização dura nestes processos.

A definição clássica de difração em espalhamentos hádron-hádron e fóton(virtual)-hádron é o espalhamento quase-elástico de um hádron combinado com a dissociação do segundo hádron ou do fóton. Aqui consideramos dissociação difrativa de apenas uma das partículas incidentes, ao passo que quando as duas dissociam-se o processo é denominado dupla-difração. No acelerador elétron-próton HERA, espalhamento difrativo profundamente inelástico (DDIS) é geralmente representado como,

$$\gamma^* + p \rightarrow X + Y, \quad (3.1)$$

onde Y representa o próton espalhado elasticamente (ou uma de suas excitações de baixa massa) e X representa todos os hádrons surgindo do fóton virtual dissociado. O método clássico de detecção é medir o hádron espalhado elasticamente. Entretanto, nos experimentos de alta energia atuais os prótons espalhados elasticamente frequentemente não são detectados com alta precisão devido ao ângulo de espalhamento muito pequeno, requerendo detectores especiais (Roman pots) nas saídas dos feixes e adjacências. Em geral, estes detectores não fornecem estatística alta o suficiente ou boa resolução de energia, então um método alternativo chamado de lacuna de rapidez é empregado. Este método é baseado no fato simples que o próton espalhado elasticamente (ou o estado Y) mantém-se praticamente na mesma direção do hádron original, deixando uma grande lacuna entre a rapidez desta partícula e os outros hádrons espalhados formando o estado inclusivo X . A rapidez é uma medida da componente da velocidade de uma partícula ao longo da direção do próton incidente. Portanto, difração no acelerador HERA é caracterizada pelo espalhamento quase-elástico do próton e a dissociação do fóton virtual. Tal evento difrativo difere muito do espalhamento DIS usual, $\gamma^*p \rightarrow X$, no qual o fóton virtual prova o próton, produzindo estados finais de multipartículas, onde os hádrons gerados cobrem todo o intervalo de rapidez. Entretanto, cerca de 10% de todos os eventos em DIS são de natureza difrativa em HERA, medidos com grande nível de precisão [34].

Antes de ser observado também em HERA, os fenômenos difrativos foram sistematicamente observados em colisões hadrônicas e são rotineiramente observados no acelerador próton-antipróton Tevatron [102, 103]. A taxa relativa de difração neste experimento, comparada à taxa total, está em um nível similar àquele no DIS. Uma vez que a atividade hadrônica é muito maior no espalhamento hádron-hádron em comparação com o DIS, a detecção de lacunas na rapidez é uma tarefa mais complicada. Dos estudos em bósons W e jatos com grande p_T , encontra-se que a fração de eventos com lacuna na rapidez é apenas da ordem de 1%, requerendo um esforço especial para extrair processos difrativos no Tevatron, em contraste com o que ocorre em HERA. Há um grupo de processos que não pertencem precisamente à difração como a definimos acima. Estes são processos com grande momento transferido além de lacunas na rapidez. Exemplos deste tipo de processo são a produção de di-jatos opostos com lacuna no intervalo de rapidez entre eles, medidos no Tevatron, ou produção difrativa de mésons vetoriais em HERA. Entretanto, devido à grande lacuna na rapidez eles podem estar grandemente conectados com processos difrativos usuais.

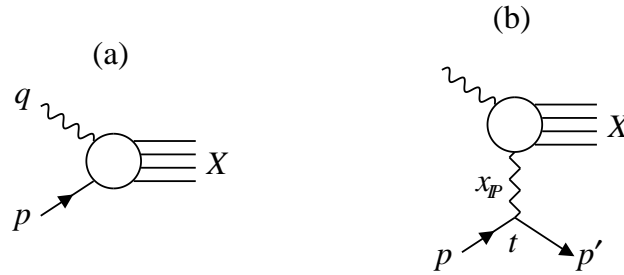


Fig. 3.1: Diagramas para DIS, $\gamma^*p \rightarrow X$, e DIS difrativo inclusivo, $\gamma^*p \rightarrow Xp$. No último processo há uma lacuna na rapidez entre os hádrons no estado final X e o próton levemente defletido. No diagrama, a lacuna está associada com troca de Pomeron carregando uma fração x_P do momento do próton e números quânticos do vácuo.

As tentativas anteriores de descrever o espalhamento difrativo baseavam-se em fenomenologia de Regge, onde o Pomeron é considerado o pólo dominante de Regge com uma trajetória independente do processo bem definido e único [35]. A trajetória Pomeron, além das trajetórias secundárias, permite ajustar todo tipo de dados hadrônicos [38] (seções de choque total e elástica). Estas trajetórias universais $\alpha_R(t)$ formam a estrutura básica da fenomenologia de Regge. De acordo com as análises prévias, sugere-se que a difração pode ser descrita em termos de diagramas de triplo Regge, como veremos adiante, sem a mudança das trajetórias ou acoplamento de hádrons. Os únicos parâmetros livres foram os acoplamentos dos reggeons entre eles mesmos. Entretanto, os resultados mais recentes do Tevatron [102] indicam que esta representação simples não se mantém em energias muito altas. A extrapolação da seção de choque medida no acelerador CERN Sp̄pS ao intervalo de energia do Tevatron superestima os dados [104]. A explicação para a discrepância é provavelmente dada por correções de unitariedade [104].

3.2 Funções de estrutura difrativas

Inicialmente, lembramos o espalhamento DIS inclusivo, $ep \rightarrow eX$, onde X representa todos os fragmentos do próton os quais têm sido resolvidos pelo elétron altamente energético. O subprocesso básico γ^*p é mostrado na Fig. (3.1)(b). Este pode ser expresso em termos das duas funções de estrutura F_2 e F_L , como vimos no Cap. (1), as quais caracterizam a estrutura do próton. Estas funções de estrutura do próton dependem nas duas variáveis (invariantes) usuais: a virtualidade do fóton, $Q^2 \equiv -q^2$ e a variável de x -Bjorken,

$$x \equiv \frac{Q^2}{2p \cdot q} = \frac{Q^2}{Q^2 + W^2 - m_p^2} \simeq \frac{Q^2}{Q^2 + W^2}, \quad (3.2)$$

onde p e q são os quadrimomentos do próton e do fóton respectivamente (veja Fig. 3.2) e desconsideramos a massa do próton m_p . W é a energia total de centro de massa do sistema γ^*p . Como discutido no Cap. (1), se consideramos o próton constituído de quarks constituintes

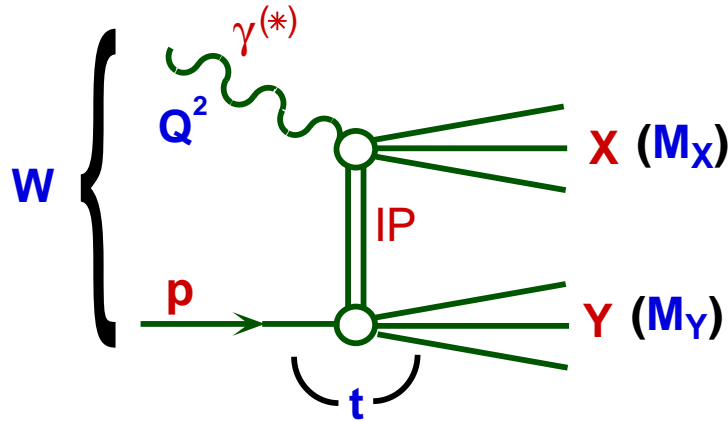


Fig. 3.2: Representação genérica do processo difrativo em HERA, $\gamma^*p \rightarrow XY$.

pontuais sem massa, então mostramos que x é a fração do momento do próton carregado pelo quark espalhado através do fóton virtual. No modelo de pártons (sem correções radioativas QCD), $F_L = 0$ e,

$$F_2 = F_T = \sum_q e_q^2 x q(x), \quad (3.3)$$

é independente de Q^2 . A soma é sobre os sabores dos quarks ativos (quarks mais pesados entram acima de respectivos limiares cinemáticos), com cargas elétricas e_q (em unidades de e) e distribuições $q(x)$. $F_{L,T}$ são as funções de estrutura DIS para fótons polarizados longitudinalmente e transversalmente.

A forma geral da seção de choque DIS, a menos de correções de massa do alvo, é

$$\frac{d^2\sigma(ep \rightarrow eX)}{dx dQ^2} = \frac{2\pi\alpha^2}{xQ^4} \left\{ [1 + (1-y)^2]F_2(x, Q^2) - y^2F_L(x, Q^2) \right\} \quad (3.4)$$

onde α é o acoplamento eletromagnético. A terceira variável y é necessária para caracterizar completamente o processo DIS, $ep \rightarrow eX$, i.e. $y = Q^2/xs$, onde \sqrt{s} é a energia total de centro de massa da colisão elétron-próton.

Agora, retornamos ao caso de DIS difrativo inclusivo, $ep \rightarrow eXp$, para o qual o subprocesso é $\gamma^*p \rightarrow Xp$, onde um próton levemente defletido e o aglomerado de hádrons no estado final X são bem separados em rapidez. Em termos da terminologia de Regge, a lacuna na rapidez está associada com a troca de Pomeron (ou do número quântico do vácuo), representado pela linha em zigue-zague na Fig. (3.1b). O subprocesso $\gamma^*p \rightarrow Xp$ é descrito por funções de estrutura difrativas $F_{2,L}^D$, as quais agora dependem de quatro variáveis: $\beta \equiv x/x_{IP}$, Q^2 , x_{IP} e t . A variável x_{IP} é a fração de momento do próton que é carregada pelo Pomeron na interação. A variável β em DIS difrativo desempenha papel análogo ao no caso DIS inclusivo,

$$\beta \equiv \frac{x}{x_{IP}} = \frac{Q^2}{2x_{IP}p \cdot q} = \frac{Q^2}{Q^2 + M^2}, \quad (3.5)$$

onde M^2 é a massa invariante do aglomerado produzido difrativamente X , mostrado na Fig (3.1b).

Em analogia a Eq. (3.4), a forma geral da seção de choque de DIS difrativo é dada por,

$$\frac{d^4\sigma^D(ep \rightarrow eXp)}{dx_{\mathcal{P}} d\beta dQ^2 dt} = \frac{2\pi\alpha^2}{\beta Q^4} \left\{ [1 + (1-y)^2] F_2^{D(4)}(x_{\mathcal{P}}, \beta, Q^2, t) - y^2 F_L^{D(4)}(x_{\mathcal{P}}, \beta, Q^2, t) \right\} \quad (3.6)$$

O superescrito (4) indica que a função de estrutura é uma função de quatro variáveis independentes. A contribuição F_L^D é em geral negligenciada devido aos pequenos valores de y na maioria dos experimentos. Além disso, espera-se que F_L^D seja muito menor que F_T^D para $\beta \leq 0.8 - 0.9$, tal que neste intervalo a razão F_L^D/F_T^D pode ser negligenciada. A variável $t = (p - p')^2$ é o quadrado do quadrimomento carregado pelo Pomeron. Muitos dos eventos de DIS difrativo ocorrem para pequenos valores de t (ou o próton no estado final não é medido), então em geral integra-se sobre t (dependência tomada através de uma parametrização exponencial com coeficiente angular específico) e mede-se a função de estrutura

$$F_2^{D(3)}(x_{\mathcal{P}}, \beta, Q^2, t) = \int_0^\infty d|t| F_2^{D(4)}(x_{\mathcal{P}}, \beta, Q^2, t). \quad (3.7)$$

3.2.1 As distribuições partônicas difrativas

De maneira similar ao que acontece com DIS inclusivo, um teorema de fatorização também existe para as funções de estrutura difrativas [105]. Estas podem ser escritas em termos de algumas quantidades, as distribuições partônicas difrativas, as quais representam a probabilidade de encontrar um párton no hádron h , sob a condição que h sofre um espalhamento difrativo.

A fórmula de fatorização QCD para F_2^D é dada por [106],

$$\frac{dF_2^D(x_{\mathcal{P}}, \beta, Q^2, t)}{dx_{\mathcal{P}} dt} = \sum_i \int_x^{x_{\mathcal{P}}} d\xi \frac{df_i(\xi, \mu^2, x_{\mathcal{P}}, t)}{dx_{\mathcal{P}} dt} \tilde{F}_2^i\left(\frac{x}{\xi}, Q^2, \mu^2\right). \quad (3.8)$$

Aqui $df_i(\xi, \mu^2, x_{\mathcal{P}}, t)/dx_{\mathcal{P}} dt$ é a distribuição difrativa de pártons i , i.e., a probabilidade de encontrar, no próton, um párton do tipo i carregando fração de momento ξ , sujeito ao requerimento que o próton permaneça intacto, exceto por um momento transferido quantificado por $x_{\mathcal{P}}$ e t . Os coeficientes calculáveis perturbativamente $\tilde{F}_2^i(x/\xi, Q^2, \mu^2)$ são as mesmas funções de estrutura partônicas que apresentam-se na fórmula de fatorização no DIS. Assim, a única diferença entre DIS e DIS difrativo (DDIS) está nas correspondentes distribuições partônicas. O parâmetro μ^2 em F_2^i e $df_i/dx_{\mathcal{P}} dt$ é a escala de fatorização. Como a Eq. (3.8) é válida em todas as ordens, e o seu lado esquerdo é um observável físico, as dependências em μ das distribuições partônicas e das funções de estrutura devem se cancelar.

Em mais baixa ordem em α_s , as funções coeficientes são $F_2^q(z, Q^2, \mu^2) = e_q^2 \delta(1-z)$ e $\tilde{F}_2^g = 0$, e portanto a função de estrutura difrativa é uma superposição das distribuições de quarks e glúons [106],

$$\frac{dF_2^D(x_{\mathcal{P}}, \beta, Q^2, t)}{dx_{\mathcal{P}} dt} = \sum_{q, \bar{q}} e_q^2 x \frac{df_q(\xi, \mu^2, x_{\mathcal{P}}, t)}{dx_{\mathcal{P}} dt}. \quad (3.9)$$

As distribuições partônicas difrativas também satisfazem as mesmas equações de grupo de renormalização as quais governam a evolução das densidades partônicas em DIS, i.e., as equações DGLAP. Assim, temos

$$\frac{\partial}{\partial \ln \mu^2} \frac{df_i(\xi, \mu^2, x_{\mathbb{P}}, t)}{dx_{\mathbb{P}} dt} = \sum_j \int_{\xi}^1 \frac{d\zeta}{\zeta} P_{ij} \left(\frac{\xi}{\zeta}, \alpha_s(\mu) \right) \frac{df_j(\xi, \mu^2, x_{\mathbb{P}}, t)}{dx_{\mathbb{P}} dt}. \quad (3.10)$$

Veneziano e Trentadue [107] introduziram uma quantidade relacionada a $df_i/dx_{\mathbb{P}}dt$, a qual é denominada função de fratura. Explicitamente, uma função de fratura é dada por,

$$\frac{df_i(\xi, \mu^2, x_{\mathbb{P}})}{dx_{\mathbb{P}}} = \int_{\frac{x_{\mathbb{P}}^2 m_{\mathbb{P}}^2}{1-x_{\mathbb{P}}}}^{\infty} d|t| \frac{df_i(\xi, \mu^2, x_{\mathbb{P}}, t)}{dx_{\mathbb{P}} dt}, \quad (3.11)$$

isto é, uma distribuição partônica difrativa integrada sobre t . Esta integração introduz outras divergências de infravermelho e então as equações do grupo de renormalização ficam modificadas. Para mais detalhes sobre funções de fratura referimos os trabalhos originais [107, 108].

Um questão importante que sempre deve ser lembrada é que no contexto de fatorização colinear, termos de mais alto twist são subdominantes. Toda a fenomenologia e extração de densidades partônicas no DIS são baseadas nesta hipótese. Entretanto, um cálculo direto das funções de estrutura difrativas baseado na abordagem de dipolos de cor, como veremos mais tarde, mostra que há uma contribuição importante de mais alto twist F_L^D em grande $\beta = x/x_{\mathbb{P}}$, cujo conteúdo é desconsiderado pela abordagem de fatorização colinear. Assim, o uso das Eqs. (3.8) e (3.10) na análise dos dados deve ser tomada com alguma cautela. Além disso, tem sido demonstrado [105] que a fatorização é violada no espalhamento difrativo hádron-hádron. Portanto, não podemos usar as distribuições partônicas difrativas extraídas de DDIS para fazermos previsões para processos difrativos em aceleradores hadrônicos, como veremos no próximo capítulo.

No intuito de uma discussão completa, apresentamos as definições em teoria de campos das distribuições de quarks difrativas [106],

$$\begin{aligned} \frac{df_q(\xi, \mu^2, x_{\mathbb{P}}, t)}{dx_{\mathbb{P}} dt} &= \frac{1}{(4\pi)^3} \sum_X \int dz^- e^{i\xi P^+ z^-} \langle PS | \bar{\Psi}(0) | P' S'; X \rangle \\ &\quad \times \gamma^+ \langle P' S'; X | \Psi(0, z^-, 0_{\perp}) | PS \rangle, \end{aligned} \quad (3.12)$$

e da distribuição difrativa de glúons [106],

$$\begin{aligned} \frac{df_g(\xi, \mu^2, x_{\mathbb{P}}, t)}{dx_{\mathbb{P}} dt} &= \frac{1}{4(4\pi)^3 \xi P^+} \sum_X \int dz^- e^{i\xi P^+ z^-} \langle PS | F_a^{+\nu}(0) | P' S'; X \rangle \\ &\quad \times \gamma^+ \langle P' S'; X | F_{a\nu}^+(0, z^-, 0_{\perp}) | PS \rangle. \end{aligned} \quad (3.13)$$

Exponenciais ordenadas em caminho (path-ordered) deve ser inseridas nas Eqs. (3.12) e (3.13) para garantir a invariância de gauge das expressões.

3.3 DDIS no formalismo de Regge

Resumiremos os conceitos já discutidos no Cap. (1) sobre o formalismo de Regge, enfocando o caso particular de DIS difrativo. As tentativas anteriores de descrever o espalhamento difrativo foram baseadas na teoria de Regge, na qual a idéia básica é que seqüências de hádrons de massa m_i e spin j_i estão em trajetórias de Regge $\alpha(t)$, tal que $\alpha(m_i^2) = j_i$. Antes do advento de QCD, as interações fortes eram descritas através da troca de trajetórias de partículas. De fato, o modelo de Regge permite descrever todos os tipos de dados de espalhamento hadrônico suave em altas energias: medidas de seções de choque total, elástica e diferencial [32], com excessão da seção de choque total para difração simples que discutiremos adiante. Neste modelo, o comportamento em altas energias da amplitude de espalhamento hadrônica em pequenos ângulos tem a forma vista no Cap. (1),

$$\mathcal{A}(s, t) \sim \sum_R \beta(t) s^{\alpha_R(t)}, \quad (3.14)$$

onde por simplicidade temos omitido os fatores de assinatura. A variável s é a energia de centro de massa e $-t$ é o quadrado do quadrimomento transferido. Os hádrons observados residem em trajetórias $\alpha_R(t)$, as quais são aproximadamente lineares em t e paralelas em relações às outras. Isto é, hádrons de diferentes spin e massa, mas com os mesmos números quânticos restantes, pertencerão uma única trajetória $\alpha_R(t)$. As trajetórias dominantes são as trajetórias do ρ , a_2 , ω e f , as quais são aproximadamente degeneradas com,

$$\alpha_R(t) \simeq 0.5 + 0.9t. \quad (3.15)$$

Por exemplo, apenas a trajetória ρ tem os números quânticos apropriados a serem trocados no processo $\pi^- p \rightarrow \pi^0 n$. A dependência em energia ou s da seção de choque diferencial $d\sigma/dt$ determina, portanto, $\alpha_\rho(t)$ para $t < 0$, [veja Eq. (3.14)]. Para pequeno t , a trajetória $\alpha_\rho(t)$ é linear em t e, quando extrapolada a valores positivos de t , passa através dos estados $\rho(1^-)$, $\rho(3^-)$, \dots , ou seja $\alpha_\rho(m_\rho^2) = 1, 3, \dots$ nos valores de massa apropriados.

Entretanto, uma constatação experimental é que as seções de choque totais crescem lentamente com s em altas energias, requerendo assim uma trajetória fenomenológica com coeficiente linear maior. Isto pode ser observado melhor através do teorema óptico, que expressa a seção de choque total (por exemplo, $AB \rightarrow X$) em termos da parte imaginária da amplitude de espalhamento elástica frontal ($AB \rightarrow AB$),

$$\sigma(AB \rightarrow X) = \frac{1}{s} \text{Im} \mathcal{A}(s, 0) = \sum \beta_R s^{\alpha_R(0)-1}. \quad (3.16)$$

Para considerar a dependência em energia assintótica medida, uma trajetória Pomeron (ou uma troca dos números quânticos do vácuo) foi proposta, tendo um coeficiente linear $\alpha_P(0) \sim 0.08$. Enfatizamos que inicialmente as seções de choque totais foram consideradas no regime assintótico como sendo constantes e um Pomeron com $\alpha_P(0) = 1$ sendo introduzido. De fato, os dados para seções de choque total, elástica e diferencial são bem descritos (para pequeno $|t|$), tomando-se uma forma de pólo universal para o Pomeron,

$$\alpha_P(t) \simeq 1.08 + 0.25t, \quad (3.17)$$

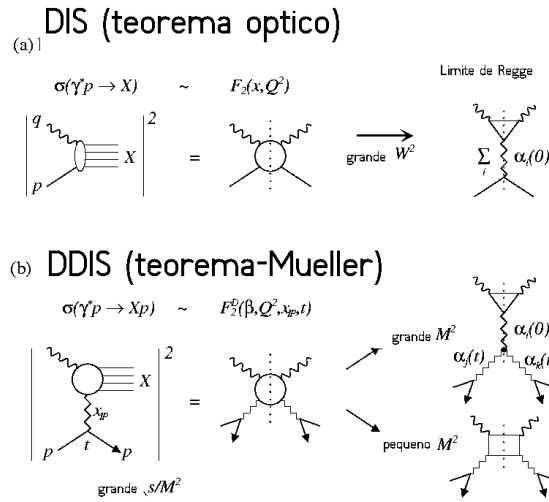


Fig. 3.3: As seções de choque DIS e DDIS expressas simbolicamente como funções de estrutura via o teorema óptico e sua generalização. Os limites de Regge são mostrados nos diagramas à direita (onde o fóton acopla-se via uma configuração de quark). Uma soma sobre trocas de Regge permitidas é implicada por (b).

em conjunto com as outras trajetórias subdominantes, descritas na Eq. (3.15), como vimos no Cap. (1). O Pomeron deve ser considerado como uma trajetória efetiva, uma vez que o comportamento de lei de potência $s^{0.08}$ das seções de choque totais violariam em última análise o limite de Froissart, $\sigma_{tot} < C \ln^2(s)$ [20, 21]. A conexão entre esta descrição conveniente de Regge dos processos suaves e a teoria fundamental dada pela QCD não é conhecida ainda em detalhes. Muito provavelmente, a troca de Pomeron origina-se principalmente da troca de estados ligados de dois glúons, enquanto as trajetórias mesônicas (ρ , a_2 , ω , f) correspondem à troca de estados ligados $q\bar{q}$. O Pomeron reggeônico discutido acima é em geral denominado Pomeron suave.

Para aplicarmos esta abordagem aos DIS inclusivo e, mais especificamente à sua componente difrativa, fazemos uso novamente do teorema óptico, em conjunto com sua generalização por Mueller [39], os quais são simbolicamente mostradas na Fig. (3.3). O teorema óptico expressa as seções de choque totais em termos das partes imaginárias das amplitudes de espalhamento elásticas frontais de 2-corpos (ou 3-corpos), ou para ser mais preciso, às descontinuidades das amplitudes através dos cortes ao longo dos eixos W^2 (ou M^2), os quais são indicados pelas linhas pontilhadas na Fig (3.3a) (ou (3.3b)). Os últimos diagramas mostram os vários limites de Regge para as funções de estrutura, onde o acoplamento ao fóton é via a linha de quark. Para o DIS isto fornece para a região de pequeno x ,

$$F_2 \sim \sum_i \beta_i (W^2)^{\alpha_i(0)-1} \sim \sum_i \beta_i x^{1-\alpha_i(0)}, \quad (3.18)$$

No modelo de pártons, as contribuições de quarks de valência e mar a F_2 estão associadas com a troca de mésons e ao Pomeron, respectivamente. Usando Eq. (3.3), temos que para pequeno x ,

$$xq_V \sim x^{1-\alpha_R(0)} \sim x^{0.5}, \quad (3.19)$$

$$xq_S \sim x^{1-\alpha_P(0)} \sim x^{-0.08}, \quad (3.20)$$

Para DDIS, $\gamma^*p \rightarrow Xp$, aplicamos a generalização de Mueller para o teorema óptico [39]. Para este caso difrativo, i.e. quando s/M^2 é grande, o teorema é mostrado graficamente pelos dois primeiros diagramas da Fig (3.3b). A seção de choque é dada pela descontinuidade através do corte em M^2 da amplitude elástica (de três corpos) $\gamma^*p\bar{p}$, onde uma soma sobre os reggeons trocados é aplicada. A predição de Regge depende se M^2 é grande ou pequeno. Para pequeno M^2 , o diagrama de caixa de quarks (quark box) fornece a principal contribuição ao espalhamento fóton-Pomeron.

Para $W^2 \gg M^2$ e $Q^2 \gg t$, DDIS é descrito pelo diagramas de triplo Regge (Fig. (3.3b)). Há duas contribuições: os diagramas de triplo-Pomeron $IP IP IP$ e o diagrama Pomeron-Pomeron-reggeon $IP IP IR$ (Fig (3.3b)). A seção de choque DDIS então pode ser escrita como,

$$\begin{aligned} W^2 \frac{d\sigma_{\gamma^*p}^D}{dM^2 dt} &= A_P(t)(W^2)^{2\alpha_P(t)-1}(M^2 + Q^2)^{\alpha_P(0)-2\alpha_P(t)} \\ &+ A_R(t)(W^2)^{2\alpha_P(t)-1}(M^2 + Q^2)^{\alpha_R(0)-2\alpha_P(t)}, \end{aligned} \quad (3.21)$$

onde as funções $A_{P,R}$ incorporam todos os acoplamentos. Enfatizamos também que tivemos de fazer a substituição $M^2 \rightarrow M^2 + Q^2$ nas fórmulas obtidas no Cap. (1), com o intuito de levar em consideração a virtualidade do fóton. Como usual, potências de uma escala de energia de referência s_0 devem ser inseridas para obtermos dimensões corretas.

No caso particular de grande M^2 , o triplo-Pomeron domina e a seção de choque torna-se,

$$W^2 \frac{d\sigma_{\gamma^*p}^D}{dM^2 dt} = \frac{1}{16\pi^2} |g_{IP}(t)|^2 \left(\frac{W^2}{M^2 + Q^2} \right)^{2\alpha_P(t)-1} g_{3IP}(t) g_{IP}(0) (M^2 + Q^2)^{\alpha_P(0)-1}, \quad (3.22)$$

onde temos assumido por simplicidade que o Pomeron acopla-se da mesma maneira ao próton e ao fóton virtual; g_{3IP} é o acoplamento de triplo-Pomeron. O espectro de massa da contribuição de triplo-Pomeron é dado por

$$\left. \frac{d\sigma_{\gamma^*p}^D}{dM^2 dt} \right| \sim \frac{1}{(Q^2 + M^2)^{\alpha_P(0)}} \sim \frac{1}{(M^2)^{\alpha_P(0)}}. \quad (3.23)$$

Como t é limitado e o acoplamento de triplo-Pomeron não depende fortemente de t , podemos fazer a aproximação $g_{3IP} \simeq g_{3IP}(0)$ e, introduzindo a variável $x_{IP} = (M^2 + Q^2)/(W^2 + Q^2) \simeq M^2/W^2$ (lembrando que estamos considerando a região de grande M), a Eq. (3.22) pode ser reescrita como,

$$\frac{d\sigma_{\gamma^*p}^D}{dx_{IP} dt} = f_{IP}(x_{IP}, t) \sigma_{\gamma^*IP}(M^2), \quad (3.24)$$

onde denomina-se fator de fluxo do Pomeron a função definida como,

$$f_{\mathbb{P}}(x_{\mathbb{P}}, t) = \frac{1}{16\pi^2} |g_{\mathbb{P}}(t)|^2 x_{\mathbb{P}}^{1-2\alpha_{\mathbb{P}}(t)}, \quad (3.25)$$

e a seção de choque total do espalhamento $\gamma^* \mathbb{P}$ é dada por,

$$\sigma_{\gamma^* \mathbb{P}}(M^2) = g_{3\mathbb{P}}(0) g_{\mathbb{P}}(0) (M^2)^{\alpha_{\mathbb{P}}(0)-1}. \quad (3.26)$$

Devemos chamar atenção para o fato que uma vez que o Pomeron não é uma partícula real, a separação do fluxo e a seção de choque fóton-Pomeron é arbitrária e a normalização do fluxo de Pomeron é então ambígua. Se assumimos uma trajetória de Pomeron linear $\alpha_{\mathbb{P}} = \alpha_{\mathbb{P}}(0) + \alpha'_{\mathbb{P}} t$ e comportamento exponencial típico para a dependência em t do acoplamento Pomeron,

$$g_{\mathbb{P}}(t) = g_{\mathbb{P}}(0) e^{b_0 t/2}, \quad (3.27)$$

podemos escrever o fluxo de Pomerons no próton como,

$$f_{\mathbb{P}}(x_{\mathbb{P}}, t) = \frac{1}{16\pi^2} |g_{\mathbb{P}}(0)|^2 x_{\mathbb{P}}^{1-2\alpha_{\mathbb{P}}(0)} \exp \left[\left(b_0 + 2\alpha'_{\mathbb{P}} \ln \frac{1}{x_{\mathbb{P}}} \right) t \right]. \quad (3.28)$$

Enfatizamos que o coeficiente angular da distribuição em t na Eq. (3.28) e portanto na Eq. (3.24) aumenta com $\ln(1/x_{\mathbb{P}})$, i.e. com $\ln W^2$. Este encolhimento (shrinkage) é uma predição bem conhecida da teoria de Regge, como já havíamos mencionado no Cap. (1).

Se usarmos a variável $\beta = Q^2/(M^2 + Q^2) \simeq Q^2/M^2$ (para grande M^2), a Eq. (3.24) torna-se,

$$\frac{d\sigma_{\gamma^* p}^D}{dx_{\mathbb{P}} dt} = f_{\mathbb{P}}(x_{\mathbb{P}}, t) \sigma_{\gamma^* \mathbb{P}}(\beta, Q^2), \quad (3.29)$$

onde a seção de choque $\gamma^* \mathbb{P}$ toma a forma,

$$\sigma_{\gamma^* \mathbb{P}}(\beta, Q^2) = A_{\mathbb{P}}(Q^2) \beta^{1-\alpha_{\mathbb{P}}(0)}, \quad (3.30)$$

válida em pequeno β . Notamos que a dependência em Q^2 , que incluímos em $A_{\mathbb{P}}(Q^2)$, é em última análise irrelevante no contexto da teoria de Regge. Nesta teoria, a virtualidade do fóton é um parâmetro fixo (uma massa) e não se pode predizer como a seção de choque depende em Q^2 . O que a teoria de Regge prediz é o comportamento em β de $\sigma_{\gamma^* \mathbb{P}}$ para Q^2 fixo.

Uma característica interessante da Eq. (3.29) é a fatorização entre a dependência em $x_{\mathbb{P}}$ daquela em β , denominada fatorização de Regge. Esta é uma predição importante da teoria de Regge. O comportamento em $x_{\mathbb{P}}$, i.e. em W^2 , é completamente determinado pelo fator de fluxo. Usando $\alpha_{\mathbb{P}}(0) = 1 + \varepsilon$, a seção de choque difrativa comporta-se como,

$$\frac{d\sigma_{\gamma^* p}^D}{dx_{\mathbb{P}} dt} \Big|_{t=0} \sim \frac{1}{x_{\mathbb{P}}^{1+2\varepsilon}}. \quad (3.31)$$

Em termos da função de estrutura difrativa $F_2^{D(4)}$, podemos escrever,

$$F_2^{D(4)} = f_{\mathbb{P}}(x_{\mathbb{P}}, t) F_2^{\mathbb{P}}(\beta, Q^2), \quad (3.32)$$

onde definimos a correspondente função de estrutura do Pomeron,

$$F_2^{\mathbb{P}}(\beta, Q^2) = \frac{Q^2}{4\pi\alpha_{\text{em}}} \sigma_{\gamma^*\mathbb{P}}(\beta, Q^2). \quad (3.33)$$

A predição da teoria de Regge para a dependência em β para $F_2^{\mathbb{P}}$ é que em pequeno β , onde a contribuição de triplo-Pomeron é dominante, esta deveria se comportar como (veremos mais detalhes em modelos reggeônicos particulares mais adiante),

$$F_2^{\mathbb{P}}(\beta, Q^2) \sim \beta^{1-\alpha_{\mathbb{P}}(0)}, \quad (3.34)$$

Se supomos que a massa invariante do sistema X não é excessivamente grande, i.e. que β não é muito pequeno, então neste caso o diagrama $\mathbb{P}\mathbb{P}\mathbb{R}$ representado na Fig. (3.3b) pode tornar-se importante. De acordo com Eq. (3.21), este produz um espectro de massa (com $\alpha_{\mathbb{R}} = 1/2$),

$$\frac{d\sigma_{\gamma^*p}^D}{dx_{\mathbb{P}} dt} \Big|_{t=0} \sim \left(\frac{1}{M^2 + Q^2} \right)^{\frac{3}{2}}. \quad (3.35)$$

A fórmula de fatorização, Eq. (3.29), ainda é válida, mas sendo que neste caso a seção de choque $\gamma^*\mathbb{P}$ tem duas contribuições,

$$\sigma_{\gamma^*\mathbb{P}}(\beta, Q^2) = A_{\mathbb{P}}(Q^2) \beta^{1-\alpha_{\mathbb{P}}(0)} + A_{\mathbb{R}}(Q^2) \beta^{1-\alpha_{\mathbb{R}}(0)}. \quad (3.36)$$

Quando β aumenta, o termo $\mathbb{P}\mathbb{P}\mathbb{R}$ torna-se importante e a função de estrutura do Pomeron adquire uma contribuição $\sim \beta^{1/2}$. Quando a energia do sistema γ^*p , W^2 , não toma valores muito altos implicando em $x_{\mathbb{P}}$ não tão pequeno, pode haver correções não-difrativas importantes às seções de choque $\gamma^*p \rightarrow Xp$ surgindo dos diagramas $\mathbb{R}\mathbb{R}\mathbb{P}$ e $\mathbb{R}\mathbb{R}\mathbb{R}$. A contribuição não-difrativa (ND) é escrita como,

$$\begin{aligned} W^2 \frac{d\sigma_{\gamma^*p}^{ND}}{dM^2 dt} &= A_{\mathbb{R}\mathbb{R}\mathbb{P}}(t) (W^2)^{2\alpha_{\mathbb{R}}(t)-1} (M^2 + Q^2)^{\alpha_{\mathbb{P}}(0)-2\alpha_{\mathbb{R}}(t)} \\ &+ A_{\mathbb{R}\mathbb{R}\mathbb{R}}(t) (W^2)^{2\alpha_{\mathbb{R}}(t)-1} (M_X^2 + Q^2)^{\alpha_{\mathbb{R}}(0)-2\alpha_{\mathbb{R}}(t)}, \end{aligned} \quad (3.37)$$

e em termos da variável $x_{\mathbb{P}}$ (cujo nome não é mais apropriado agora, uma vez que o que é trocado neste caso é um reggeon subdominante, e não um Pomeron),

$$\frac{d\sigma_{\gamma^*p}^{ND}}{dM^2 dt} = \frac{1}{16\pi^2} |g_{\mathbb{R}}(t)|^2 x_{\mathbb{P}}^{1-2\alpha_{\mathbb{R}}(t)} \left[\mathcal{A}_{\mathbb{R}\mathbb{R}\mathbb{P}}(Q^2) \beta^{1-\alpha_{\mathbb{P}}(0)} + \mathcal{A}_{\mathbb{R}\mathbb{R}\mathbb{R}}(Q^2) \beta^{1-\alpha_{\mathbb{R}}(0)} \right]. \quad (3.38)$$

Usando por simplicidade $\alpha_{\mathbb{R}}(0) = 1/2$, podemos ver que a dependência em energia dos termos não-difrativos é dada por

$$\frac{d\sigma_{\gamma^*p}^{ND}}{dM^2 dt} \Big|_{t=0} \sim x_{\mathbb{P}}^0, \quad W^2 \frac{d\sigma_{\gamma^*p}^{ND}}{dM^2 dt} \Big|_{t=0} \sim (W^2)^0, \quad (3.39)$$

e portanto estes termos tornam-se relativamente importantes quando $x_{\mathbb{P}}$ toma valores muito maiores que zero.

Voltando à função de estrutura difrativa $F_2^{D(3)}$, onde integramos Eq. (3.32) sobre t , podemos colocá-la na forma fatorizada

$$F_2^{D(3)}(x_{\mathbb{P}}, \beta, Q^2) = \tilde{f}_{\mathbb{P}}(x_{\mathbb{P}}) F_2^{\mathbb{P}}(\beta, Q^2), \quad (3.40)$$

onde $\tilde{f}_{\mathbb{P}}$ é o fluxo de Pomeron integrado sobre t ,

$$\tilde{f}_{\mathbb{P}}(x_{\mathbb{P}}) = \int_0^\infty d|t| f_{\mathbb{P}}(x_{\mathbb{P}}, t). \quad (3.41)$$

Usando Eq. (3.28), podemos escrever o fluxo como,

$$\tilde{f}_{\mathbb{P}}(x_{\mathbb{P}}) \sim \frac{1}{b_0 + 2\alpha'_{\mathbb{P}} \ln \frac{1}{x_{\mathbb{P}}}} x_{\mathbb{P}}^{1-2\alpha_{\mathbb{P}}(0)}. \quad (3.42)$$

Em medidas práticas, a integração em t na Eq. (3.41) tem um intervalo limitado devido às condições experimentais, como veremos adiante.

Em geral, introduz-se uma estrutura partônica para F_2^D , apesar dos possíveis inconsistências conceituais. Em ordem dominante, a função de estrutura do Pomeron é escrita como uma superposição de distribuições de quarks e antiquarks no Pomeron,

$$F_2^{\mathbb{P}}(\beta, Q^2) = \sum_{q, \bar{q}} e_q^2 \beta q^{\mathbb{P}}(\beta, Q^2). \quad (3.43)$$

A variável β , como discutimos, é interpretada como a fração de momento do Pomeron portada por seus constituintes partônicos e $q^{\mathbb{P}}(\beta, Q^2)$ é a probabilidade de encontrar dentro do Pomeron um quark q com fração de momento β . Devemos enfatizar que esta interpretação só tem sentido apenas se pudermos especificar sem ambiguidade a probabilidade de encontrar um Pomeron no próton (fluxo do Pomeron) e assumirmos que o Pomeron seja uma partícula real. Como parece que este não é o caso, a representação acima pode apenas ser tomada como uma abordagem puramente fenomenológica.

Comparando as Eqs. (3.43) e (3.9), i.e. combinando a fatorização de Regge e a fatorização QCD, encontramos a seguinte relação entre as distribuições de quarks difrativas e as distribuições de quarks no Pomeron,

$$\frac{d f_q(x_{\mathbb{P}}, \beta, Q^2, t)}{d x_{\mathbb{P}} dt} = \frac{1}{16\pi^2} |g_{\mathbb{R}}(t)|^2 x_{\mathbb{P}}^{-2\alpha_{\mathbb{P}}(t)} q^{\mathbb{P}}(\beta, Q^2). \quad (3.44)$$

De maneira análoga, podemos introduzir a distribuição de glúons no Pomeron $g^{\mathbb{P}}(\beta, Q^2)$, relacionada a $df_q/dx_{\mathbb{P}} dt$ por,

$$\frac{d f_g(x_{\mathbb{P}}, \beta, Q^2, t)}{d x_{\mathbb{P}} dt} = \frac{1}{16\pi^2} |g_{\mathbb{R}}(t)|^2 x_{\mathbb{P}}^{-2\alpha_{\mathbb{P}}(t)} g^{\mathbb{P}}(\beta, Q^2). \quad (3.45)$$

Em próxima ordem dominante, a função de estrutura do Pomeron adquire um termo contendo $g^{\mathbb{P}}(\beta, Q^2)$. Como uma consequência das relações (3.44) e (3.45), a dependência em Q^2 de $q^{\mathbb{P}}(\beta, Q^2)$ e $g^{\mathbb{P}}(\beta, Q^2)$ são governadas pelas equações DGLAP. Entretanto, devemos chamar a atenção ao fato que como o Pomeron não é uma partícula real, suas distribuições partônicas não satisfazem conservação de energia-momento. Este fato novamente mostra que o fator de fluxo de Pomeron e sua função de estrutura correspondente são quantidades pouco definidas. A seguir apresentaremos algum modelos específicos de fenomenologia de Regge aplicado a DDIS, os quais serão utilizados adiante em nossos estudos sobre novos observáveis evidenciando a dinâmica em DIS difrativo.

3.3.1 Modelos de Regge aplicados a DDIS

O fator de fluxo $f_{\mathbb{P}/p}(x_{\mathbb{P}}, t)$ tem sido parametrizado em vários modelos fatorizáveis. Donnachie e Landshoff [109], usando teoria de Regge e um fator de forma elástico para o próton, propuseram que

$$f_{\mathbb{P}/p}(x_{\mathbb{P}}, t) = \left(\frac{31.5}{4\pi^2}\right) \left(\frac{4m_p^2 - 2.8t}{4m_p^2 - t}\right) \left(\frac{1}{x_{\mathbb{P}}}\right)^{2\alpha_{\mathbb{P}}(t)-1}, \quad (3.46)$$

onde a trajetória Pomeron é

$$\alpha_{\mathbb{P}}(t) = \alpha_{\mathbb{P}}(0) + \alpha'_{\mathbb{P}}t = 1 + \epsilon + 0.25t. \quad (3.47)$$

O parâmetro $\epsilon = 0.085$ fornece o coeficiente linear Pomeron determinado dos ajustes aos dados em $p\bar{p}$ descrito no Cap. (1), Ingelman e Schlein [98] obtiveram o fator de fluxo usando ajustes aos dados de CERN SPS $p\bar{p}$ em $\sqrt{s} = 540$ GeV para determinar a dependência em t e $x_{\mathbb{P}}$, e a teoria de Regge apenas para a normalização aos dados. A parametrização tem a seguinte forma,

$$f_{\mathbb{P}/p}(x_{\mathbb{P}}, t) = 3.4 \left(e^{5.6t} + 0.04e^{2t}\right) \frac{1}{x_{\mathbb{P}}}. \quad (3.48)$$

Outras parametrizações são disponíveis, como aquela de Streng [110], introduzindo a forma,

$$f_{\mathbb{P}/p}(x_{\mathbb{P}}, t) = \frac{100}{16\pi} e^{-R_N^2|t|} \left(\frac{1}{x_{\mathbb{P}}}\right)^{2\alpha_{\mathbb{P}}(t)-1}, \quad (3.49)$$

onde $R_N^2 = 4.7 \text{ GeV}^{-2}$. Pode-se observar que todos estes modelos predizem uma dependência aproximada de $\left(\frac{1}{x_{\mathbb{P}}}\right)$ do fluxo, diferindo apenas na normalização total e na dependência em t .

Goulianos [104], apontou que os fatores de fluxo apresentados acima não são apropriados para descrever os dados de difração simples em reações $p\bar{p}$ em altas energias das colaborações UA4, no CERN, e E710/CDF, no Tevatron [104] (veja Fig. (3.4)). A fenomenologia correspondente usando o procedimento de modificação do fluxo descrito a seguir para processos difrativos no Tevatron e em HERA foram sistematizados nas Refs. [111, 112, 113]. Interpretando o fator de fluxo como uma densidade de probabilidade de Pomerons no hádron, o mesmo deve ser normalizado de tal forma que nunca exceda a unidade. O fluxo unitarizado para DDIS é dado por:

$$f_{unit}(x_{\mathbb{P}}, t) = \frac{f^{Regge}(x_{\mathbb{P}}, t) dx_{\mathbb{P}} dt}{N(x_{\mathbb{P}}^{min})}, \quad (3.50)$$

onde

$$N(x_{\mathbb{P}}^{min}) = 3.8 \left(\frac{\beta}{Q^2}\right)^{0.23}. \quad (3.51)$$

A grande discrepância entre os modelos de Regge e os dados do Tevatron para a seção de choque total de dissociação simples pode ser entendida devido a grandes correções de

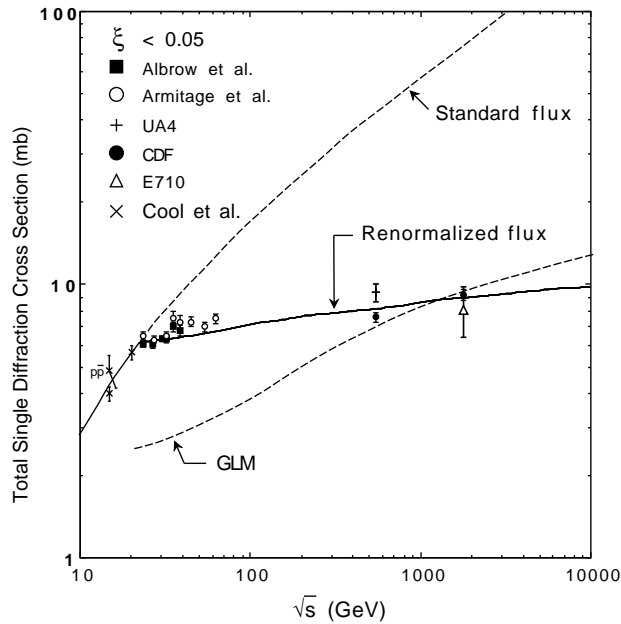


Fig. 3.4: A seção de choque total de dissociação simples para colisão $p(\bar{p}) + p \rightarrow p(\bar{p}) + X$ versus \sqrt{s} comparada com o fator de fluxo renormalizado [104] (linha sólida) e o modelo de screening Gotsman-Levin-Maor [114] (GLM, linha tracejada).

screening à troca de Pomeron, não levadas em consideração nos modelos de Regge. Estas são pequenas para σ_{tot} e σ_{el} , mas são grandemente amplificadas em σ_{tot}^D . Tais efeitos têm sido estudados na Ref. [114], usando o modelo eikonal, onde as correções são normalizadas aos dados de alta energia do Tevatron, mas ainda subestimando os dados de ISR, como vemos na Fig. (3.4). A discordância com os dados é devido a normalização dos efeitos a partir do dados de mais alta energia e da desconsideração da contribuição reggeônica.

Em relação à função de estrutura, a representação partônica mais simples do Pomeron é aquela em que sua estrutura de valência consiste de uma combinação singleto de cor como um par quark-antiquark, ou um par de glúons [115, 116]; os mecanismos de produção de pares QCD subsequenteemente produzem uma mistura de quarks e glúons em baixo β . O grande momento transferido, Q^2 , fornece uma escala dura para a interação Pomeron-fóton. Assim uma interpretação em QCD perturbativa da função $F_2^{IP}(\beta, Q^2)$, a função de estrutura do Pomeron, pode ser aplicável. Em analogia com o próton, pode-se escrever a função de

estrutura do Pomeron em termos de funções de densidade de pártons, $f_i(\beta, Q^2)$, como

$$F_2^{\mathcal{P}}(\beta, Q^2) = \beta \sum_i e_i^2 f_i(\beta, Q^2). \quad (3.52)$$

A analogia pode ser extrapolada e usada para determinar se o Pomeron considerado com constituintes partônicos obedece à regra de soma de momento:

$$\sum_i \int_0^1 \beta f_i(\beta) d\beta = 1, \quad (3.53)$$

onde β é a fração de momento do Pomeron portada pelos pártons constituintes. Donnachie-Landshof [117] argumentam que, uma vez que o Pomeron não é uma partícula na camada de massa, derivações de uma regra de soma de momento para sua função de estrutura não são pertinentes.

Não há consenso teórico se a estrutura do Pomeron é dominada por quarks ou glúons. Se o Pomeron consiste apenas de dois glúons [115, 116], então uma distribuição de momento do glúon ($x_g = \beta$) que satisfaz a regra de soma de momento, é

$$\beta g(\beta) = 6\beta(1 - \beta). \quad (3.54)$$

Esta representa uma distribuição de glúons dura; Streng [110] sugeriu que glúons resultantes da evolução suavizariam a distribuição, com uma possível forma similar àquela dos glúons mar no próton:

$$\beta g(\beta) = \beta^{-\lambda}(1 - \beta)^5. \quad (3.55)$$

A distribuição correta de glúons poderá ser uma combinação das duas, pois esta hipótese é mais consistente com a dinâmica de evolução QCD.

Donnachie-Landshoff propuseram um estrutura dominada por quarks com a função densidade [117]

$$x_q q(x_q) = \frac{1}{3} C_i \pi x_q (1 - x_q), \quad (3.56)$$

onde $C_i \approx 0.2$ para os quarks u e d , e $C_i \approx 0.1$ para os quarks s . Este resultado foi obtido calculando o processo $\gamma^* \mathcal{P} \rightarrow q\bar{q}$ e encontrou-se que o conteúdo partônico do Pomeron é similar aos hádrons. Somando sobre os sabores u , d e s , obtém-se uma soma de momento total ≈ 0.2 , em concordância com a hipótese de violação da regra de soma de momento.

Genovese, Nikolaev e Zakharov propuseram um modelo [53] em que o fóton apresenta flutuações em um estado hadrônico de par quark-antiquark, o qual então interage com o próton via a troca de glúons não perturbativos. Os glúons podem acoplar-se a diferentes quarks e a interação é macia. Neste modelo, a fatorização é quebrada e a distribuição de quarks de valência e de mar no Pomeron têm diferentes dependências em $x_{\mathcal{P}}$.

Em valores grandes de β , há contribuição ao DIS difrativo devido aos processos diretos, onde o fóton interage com o Pomeron como um todo e produz estados finais consistindo de mésons vetoriais leves. A dependência em $x_{\mathcal{P}}$ de tais interações pode ser tratada usando teoria de Regge pura, uma vez que a estrutura do Pomeron não é investigada. A dependência

em Q^2 não é predita, e deve ser obtida de medidas anteriores. As predições de Regge são feitas, parametrizando a hipótese de troca de mésons, i.e. o Modelo de Dominância Vetorial (VDM).

O diagrama de escada gluônico, discutido no Cap. (1), pode ser considerado como um modelo perturbativo de troca de Pomeron. Discutiremos estes aspectos no próximo capítulo. A predição do formalismo de evolução BFKL da dependência da função de estrutura $F_2(x, Q^2) \propto x^{-\lambda}$ pode ser associado à teoria de Regge, onde o expoente λ está relacionado ao coeficiente linear Pomeron por

$$\lambda = \alpha_{\mathbb{P}}(0) - 1, \quad (3.57)$$

fornecendo um coeficiente linear

$$\alpha_{\mathbb{P}}(0) \sim 1.4. \quad (3.58)$$

Este é conhecido como o Pomeron duro ou Pomeron BFKL. Este tem um coeficiente linear muito maior que o Pomeron suave de Donnachie e Landshoff ($\alpha_{\mathbb{P}} = 1.085$). Convém salientar que no Pomeron BFKL, o coeficiente angular da trajetória é $\alpha' \simeq 0$. Nas próximas seções estudaremos dois modelos específicos baseados em teoria de Regge, os quais serão utilizados no cálculo de novo observável em DIS, como veremos no próximo capítulo.

3.3.2 O modelo CKMT para difração

O modelo proposto por Capella-Kaidalov-Merino-Tran Than Van (CKMT) [118] permite uma descrição simultânea dos dados de DIS inclusivo para baixo Q^2 e de DIS de maneira simples usando a fenomenologia de Regge. O objetivo de estudarmos este modelo é que o escolhemos para representar os modelos reggeônicos nas análises apresentadas no próximo capítulo, quando calculamos a derivada logarítmica da função de estrutura difrativa. O modelo parte da fatorização de Regge para a seção de choque difrativa, Eq. (3.29), considerando as trocas de Pomeron e reggeons no canal- t . O fator de fluxo é escrito na forma referida anteriormente em fenomenologia de Regge [119, 120],

$$\sigma_{i\mathbb{P}}^{tot}(s, t) = \sum_k g_{ii}^k(0) r_{\mathbb{P}\mathbb{P}}^k(t) \left(\frac{s}{s_0}\right)^{\alpha_k(0)-1}, \quad (3.59)$$

com $s_0 = 1 \text{ GeV}^2$. Aqui, α_k denota a trajetória do reggeon k contribuindo à amplitude elástica $i\text{-}\mathbb{P}$, e $g_{ii}^k(0)$, $r_{\mathbb{P}\mathbb{P}}^k(t)$ são os acoplamentos do reggeon r à partícula i e ao Pomeron, respectivamente. Os únicos reggeons k que contribuem à equação acima são o próprio Pomeron e a trajetória- f . A contribuição dos reggeons secundários tais como a trajetória- f é importante apenas para $x_{\mathbb{P}} > 0.05$. No caso da partícula i sendo um fóton virtual (com virtualidade $q^2 = -Q^2$), $\sigma_{\gamma^*\mathbb{P}}^{tot}$ e g_{ii}^k dependem em Q^2 . Para grandes valores de Q^2 , o modelo CKMT introduz uma função de estrutura para o Pomeron (e reggeon) relacionada à seção de choque total de um fóton virtual $\sigma_{\gamma^*\mathbb{P}}^{tot}$ da mesma forma que a seção de choque de um fóton virtual com o próton está relacionada com a função de estrutura F_2 ,

$$\sigma_{\gamma^*\mathbb{P}}^{tot}(x_{\mathbb{P}}, Q^2, t) = \frac{4\pi^2\alpha_{em}}{Q^2} F_2^{\mathbb{P}}(x_{\mathbb{P}}, Q^2, t). \quad (3.60)$$

Assume-se que em grande Q^2 a função $F_2^{\mathbb{P}}$ obedece um escalamento de Bjorken aproximado (a menos de dependência logarítmica em Q^2 , dada pela evolução QCD), i.e., depende essencialmente da variável β . As massas características na produção difrativa do fóton altamente virtual são $M^2 \sim Q^2$. Para valores fixos de β , a dependência em Q^2 para o processo é a mesma ($1/Q^2$) como para a seção de choque total do fóton virtual com o próton, i.e., é de twist dominante (leading twist). Por outro lado, a produção difrativa de um estado com massa fixa (e.g. ρ , ω , ϕ , ...), decresce mais rapidamente com Q^2 .

O ponto fundamental do modelo CKMT é o uso da fatorização de Regge, relacionando a função de estrutura do Pomeron, $F_2^{\mathbb{P}}$ à função de estrutura do próton F_2^p (ou mais precisamente à função de estrutura do deuteron F_2^d , uma vez que o isospin do Pomeron é igual a zero). Além disso, os parâmetros de $F_2^{\mathbb{P}}$ são inteiramente determinados em termos daqueles de F_2^d , mais alguns acoplamentos reggeônicos que podem ser obtidos de difração hadrônica macia na abordagem de Regge convencional. No modelo CKMT [118], introduziu-se a seguinte parametrização da função de estrutura do próton (e deuteron), F_2^p (F_2^d), para valores moderados de Q^2 , baseada na teoria de Regge,

$$F_2(x, Q^2) = A x^{-\Delta(Q^2)} (1-x)^{n(Q^2)+4} \left(\frac{Q^2}{Q^2+a} \right)^{1+\Delta(Q^2)} + B x^{1-\alpha_R} (1-x)^{n(Q^2)} \left(\frac{Q^2}{Q^2+b} \right)^{\alpha_R} \quad (3.61)$$

com as seguintes definições,

$$\Delta(Q^2) = \Delta_0 \left(1 + \frac{2Q^2}{Q^2+d} \right) \quad , \quad n(Q^2) = \frac{3}{2} \left(1 + \frac{Q^2}{Q^2+c} \right) \quad , \quad (3.62)$$

onde $1+\Delta(Q^2)$ é o coeficiente linear do Pomeron e α_R aquele do reggeon secundário (tomada apenas a trajetória do méson f). Enfatizamos que a dependência em Q^2 do coeficiente linear Pomeron é uma das principais características do modelo CKMT e difere das parametrizações usuais [38]. A hipótese de trabalho é que a função $F_2^{\mathbb{P}}$ é idêntica à expressão para F_2 , exceto pela seguinte mudança nos parâmetros [119, 120],

$$F_P(\beta, Q^2, t) = F_2^d(\beta, Q^2; A \rightarrow eA, B \rightarrow fB, n(Q^2) \rightarrow n(Q^2) - 2) \quad (3.63)$$

e onde $e = r_{\mathbb{P}\mathbb{P}}^{\mathbb{P}}(t)/g_{\mathbb{P}\mathbb{P}}^{\mathbb{P}}(0)$ e $f = r_{\mathbb{P}\mathbb{P}}^f(t)/g_{\mathbb{P}\mathbb{P}}^f(0)$.

A dependência em t de $F_2^{\mathbb{P}}$ é totalmente determinada dos acoplamentos de triplo-reggeon, $r(t)$. A comparação com o experimento mostra que a dependência em t de $r_{\mathbb{P}\mathbb{P}}^{\mathbb{P}}$ e $r_{\mathbb{P}\mathbb{P}}^f$ é praticamente a mesma e é fraca. Estes são incorporados na forma, $g_{\mathbb{P}\mathbb{P}}^{\mathbb{P}}(t) = g_{\mathbb{P}\mathbb{P}}^{\mathbb{P}}(0) \exp(Ct)$, com $C = 2.2 \text{ GeV}^{-2}$. Desta maneira e , f e $F_2^{\mathbb{P}}$ tornam-se independente de t . Todos os parâmetros em F_2^d são dados nas Refs. originais [118, 119, 120] e os resultados de um ajuste recente pode ser encontrado na Ref. [121]. Em particular, $B = B_u + B_d = 1.2$. Os parâmetros e e f em $F_2^{\mathbb{P}}$ são obtidos dos ajustes de triplo-reggeon convencionais à dissociação difrativa em grande massa para processo suaves hadrônicos. O ponto principal relacionando difração macia e dura é o seguinte: como mostrado na Ref. [118], correções de absorção (ou sombreamento) devido ao reespalhamento são muito pequenas em grande Q^2 , mas podem ser muito grandes em $Q^2 = 0$. De fato, tais correções à seção de choque difrativa do próton são grandes: estas reduzem o valor da seção de choque não corrigida por um fator da ordem de 3 a 4. Como estas correções decrescem muito rapidamente quando

Q^2 aumenta, fica claro que, nas considerações acima válidas para valores de Q^2 moderados e grandes, estamos lidando com seções de choque não corrigidas. Os valores obtidos desta maneira são: $e = 3f = 0.1$. Entretanto, devemos enfatizar que enquanto o valor de e é ainda bem determinado, há incertezas na determinação de f . Nos ajustes de triplo reggeon convencionais, com o coeficiente linear do Pomeron igual a 1, obtém-se para os valores de e e f nas seções de choque difrativas corrigidas por absorção, $e \simeq f$. Com um coeficiente linear Pomeron maior que 1 (como o que usaremos aqui), o valor de e é praticamente o mesmo enquanto o valor de f decresce por um fator de 2 a 3.

A trajetória do Pomeron é parametrizada para as expressões acima como $\alpha_P(t) = 1 + \bar{\Delta} + \alpha't$, com $\alpha' = 0.25 \text{ GeV}^{-2}$. Usou-se o valor do coeficiente linear em $Q^2 \leq 1 \text{ GeV}^2$. Seguindo-se a Ref. [118], utiliza-se $\bar{\Delta} = 0.13$, que corresponde ao coeficiente linear efetivo do Pomeron obtido sem correções eikonais por absorção. O único parâmetro restante é o acoplamento próton-Pomeron, g_{pp}^P , tomando aqui o valor $g_{pp}^P = 23 \text{ mb}$ [118]. Além das modificações nos parâmetros resultante da fatorização de Regge, as funções de estrutura do Pomeron e próton (ou deuteron) também diferem no comportamento em $x \rightarrow 1$. No modelo de pártons dual, argumentos [118] para $Q^2 = 0$ levam a $n(0) = -1/2$ (comparado ao valor $3/2$ para o caso do próton), e a regra de contagem dimensional (dimensional counting rules) relevante para $Q^2 \neq 0$ leva a $n = 1$ (comparado ao valor 3 para o caso do próton). Este fato fornece a justificativa para a mudança em $n(Q^2)$ introduzida acima.

A parametrização para a função de estrutura do próton tem de ser utilizada para moderado Q^2 (até $Q^2 \sim 5 \div 10 \text{ GeV}^2$). Para valores maiores de Q^2 , deve-se usá-la como condição inicial para a evolução QCD (DGLAP). Com tal procedimento pode-se determinar F_2^P em todos os valores de Q^2 . Notamos que para fazer-se uma evolução QCD temos de conhecer a função de glúons. No caso do próton, a normalização desta distribuição é bem determinada usando o vínculo de conservação de energia-momento. No caso do Pomeron, $\sigma_{\gamma^*P}^{\text{tot}}$ não é uma seção de choque usual, e portanto esta soma não pode ser aplicada. No caso do modelo CKMT, a normalização da distribuição de glúons pode ser determinada usando fatorização de Regge, i.e. multiplicando a densidade de glúons no próton pelo fator $e = 0.1$. Entretanto, espera-se que a distribuição de glúons no Pomeron seja mais dura que aquela para o caso nucleon. Neste caso, a evolução QCD seria modificada e produziria mudanças nas predições. Mostramos na Fig. (3.5), o ajuste mais recente aos dados de F_2 usando o modelo CKMT puro e também a evolução QCD, usando o modelo como condição inicial a evolução DGLAP. Retornaremos ao modelo CKMT quando calcularmos o coeficiente angular difrativo no próximo capítulo.

3.3.3 O modelo misto CFKS

Nesta seção apresentamos os resultados originais da Ref. [122], onde estudamos o modelo multi-Pomeron CFKS (Capella-Ferreiro-Kaidalov-Salgado [123, 124]), interpolando a física macia corrigida por múltiplos espalhamentos do Pomeron suave e um modelo unitarizado para a seção de choque dura, baseada na abordagem de dipolos. Como veremos, nos experimentos em HERA verifica-se que a seção de choque total de um fóton altamente virtual, $\sigma_{\gamma^*p}^{(\text{tot})}$, e a seção de choque de sua dissociação difrativa têm um rápido crescimento com energia. Este fato está relacionado ao rápido crescimento das densidades de quarks e glúons quando a variável de Bjorken x decresce, como vimos no Cap. (1). A dinâmica destes siste-

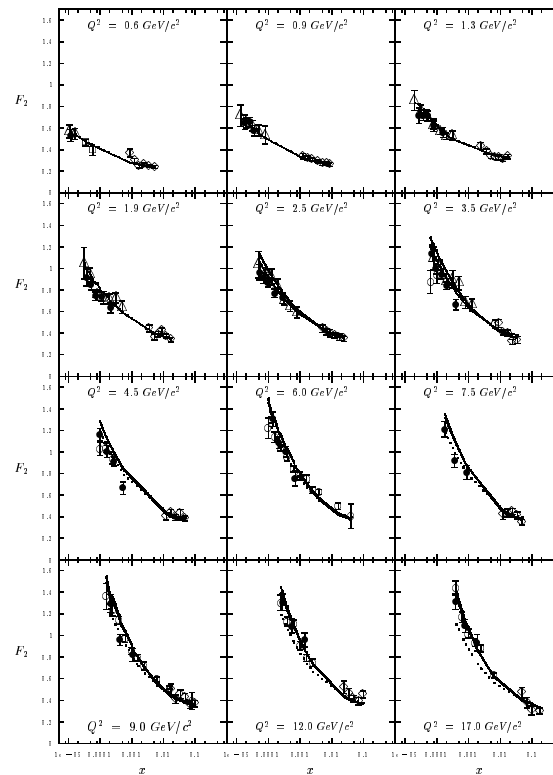


Fig. 3.5: A função de estrutura F_2 versus x para diferentes Q^2 e o recente ajuste com o modelo CKMT [121]. Linhas pontilhadas representam o modelo CKMT puro como apresentamos acima e as sólidas, CKMT como condição inicial em $Q_0^2 = 2 \text{ GeV}^2$ de evolução DGLAP NLO. Para as virtualidades mostradas no gráfico, as curvas se superpõem, mas para alto Q^2 desvios são significativos.

mas partônicos densos desempenha papel crucial nos aceleradores de altas energias. Efeitos de unitariedade devem controlar o aumento das densidades em x extremamente pequeno e leva a uma saturação destas densidades, como discutimos no Cap. (2). É importante determinar a região de x e Q^2 onde estes efeitos tornam-se importantes.

No modelo CFKS, estes são estudados usando o cálculo de reggeon [123] com um Pomeron supercrítico ($\alpha_P(0) - 1 \equiv \Delta > 0$) e a representação partônica da interação γ^*p em QCD. É verificado que na região de $0 \leq Q^2 \leq Q_0^2$ ($Q_0^2 \sim 10 \text{ GeV}^2$) o modelo produz bons resultados, onde os efeitos de unitariedade são mais importantes. Foi mostrado que, com um único Pomeron de coeficiente linear 1.2 e trocas múltiplas de Pomerons (efeitos de unitariedade), é possível obter uma descrição simultânea e consistente das seções de choque totais γ^*p e produção difrativa em interações γ^*p em altas energias. Nesta abordagem, é conveniente considerar o processo da interação γ^*p no sistema de laboratório como uma in-

teração do par $q\bar{q}$, produzido pelo fóton, com o próton como vimos no Cap. (2). No modelo CFKS, separa-se as flutuações $q\bar{q}$ em duas componentes: a componente de jato alinhado, apresentando uma distribuição fortemente assimétrica da fração de momento z entre o q e o \bar{q} ; e a componente simétrica. Esta separação é importante em grande Q^2 , onde a primeira componente tem um grande tamanho transversal, enquanto a componente simétrica tem um tamanho transversal $r \sim \frac{1}{Q}$ e assim apresenta uma pequena seção de choque $\sim 1/Q^2$ para a interação com o alvo. Ambas componentes fornecem uma contribuição à seção de choque $\sigma_{\gamma^*p}^{(tot)}$ que comporta-se como $1/Q^2$ para grande Q^2 , entretanto a componente de jato alinhado fornece a principal contribuição à seção de choque de produção difrativa. Os diagramas de triplo-Pomeron são também incluídos no modelo CFKS. Uma classificação mais direta das duas componentes do par $q\bar{q}$ pode ser empregada, que é válida para pequeno Q^2 . A separação em componentes de pequeno (S) e grande (L) tamanhos do par $q\bar{q}$ é então feita em termos da distância transversal r entre q e \bar{q} . O valor de separação, r_0 , é tratado como um parâmetro livre do modelo, que é da ordem de $r_0 \sim 0.2$ fm.

Para a componente S , com $r \leq r_0$, usamos a expressão para a seção γ^*p em QCD perturbativa, como vimos no Cap. (2),

$$\sigma_{\gamma^*p}^{(tot)T(L)}(s, Q^2) = \int_0^{r_0} d^2r \int_0^1 dz \left| \psi^{T(L)}(r, z, Q) \right|^2 \sigma_S(r, s, Q^2) \quad , \quad (3.64)$$

onde T e L são as polarizações do fóton virtual, $\psi^{T(L)}(r, z)$ são as funções de ondas correspondentes. A soma sobre os sabores dos quarks é implícita e tomou-se $m_u = m_d = m_s \equiv m_S$. A função $\sigma_S(r, s, Q^2)$ é a seção de choque total para a interação do par $q\bar{q}$ com o próton. Para a interação de dipolos de pequenos tamanhos, usou-se

$$\sigma_S(r, s, Q^2) = r^2 f(s, Q^2) \quad . \quad (3.65)$$

e para a componente L , usou-se a parametrização introduzida na Ref. [124] para a componente de jato alinhado. Discutiremos as expressões a seguir. Escrevemos a seção de choque total γ^*p na seguinte forma, usando a representação de parâmetro de impacto (b),

$$\sigma_{\gamma^*p}^{(tot)}(s, Q^2) = 4 \int d^2b \sigma_{\gamma^*p}^{(tot)}(b, s, Q^2) \quad , \quad (3.66)$$

$$\sigma_{\gamma^*p}^{(tot)}(b, s, Q^2) = g_L^2(Q^2) \sigma_L^{(tot)}(b, s, Q^2) + \sigma_S^{(tot)}(b, s, Q^2) \quad . \quad (3.67)$$

A função $g_L^2(Q^2)$ determina o acoplamento do fóton aos pares $q\bar{q}$ de grande tamanho e é escolhida na forma [123]

$$g_L^2(Q^2) = \frac{g_L^2(0)}{1 + \frac{Q^2}{m_L^2}} \quad (3.68)$$

onde $g_L^2(0)$ e m_L^2 são parâmetros fenomenológicos. A seção de choque para a componente de grandes distâncias L , $\sigma_L^{(tot)}$, no espaço de parâmetro de impacto, é escrita na forma quase-eikonal [123, 124],

$$\sigma_L^{(tot)}(b, s, Q^2) = \frac{1 - \exp(-C \chi_L(b, s, Q^2))}{2C} \quad , \quad (3.69)$$

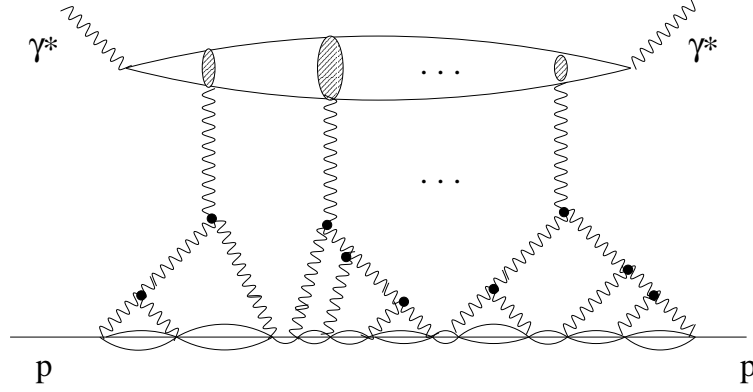


Fig. 3.6: Representação dos diagramas fan, descritos no texto.

$$\chi_L(s, b, Q^2) = \frac{\chi_{L0}^{IP}(b, \xi)}{1 + a \chi_3(s, b, Q^2)} + \chi_{L0}^f(b, \xi) \quad . \quad (3.70)$$

As funções eikonais, χ_{L0}^k ($k = IP, f$) são escritas na forma usual de Regge,

$$\chi_{L0}^k(b, \xi) = \frac{C_L^k}{\lambda_{0k}^L(\xi)} \exp\left(\Delta_k \xi - \frac{b^2}{4\lambda_{0k}^L(\xi)}\right) \quad , \quad (3.71)$$

$$\Delta_k = \alpha_k(0) - 1 \quad , \quad \xi = \ell n \frac{s + Q^2}{s_0 + Q^2} \quad , \quad \lambda_{0k}^L = R_{0kL}^2 + \alpha'_k \xi \quad . \quad (3.72)$$

Aqui, $\alpha_k(0)$ é o coeficiente linear da trajetória k e α'_k seu coeficiente angular. Os valores dos raios R_{0kL}^2 , baseados na Ref. [123] podem ser encontrados na Ref. [124]. A quantidade ξ é escolhida de tal maneira a comportar-se como $\ell n \frac{1}{x}$ para grande Q^2 e como $\ell n \frac{s}{s_0}$ para fotoprodução, $Q^2 = 0$. Os coeficientes C_L^{IP} e C_L^f determinam os resíduos das trocas de Pomeron e do reggeon f na interação $q\bar{q}$ -próton. O coeficiente $C = 1.5$ leva em consideração a dissociação de um próton [123]. Chamamos atenção ao denominador da Eq. (3.70). A constante a é dada por $a = \frac{g_{pp}^{PP}(0) r_{PPP}(0)}{16\pi}$, onde $g_{pp}^{PP}(0)$ é o acoplamento próton-Pomeron e $r_{PPP}(0)$ é o acoplamento de triplo-Pomeron, ambos em $t = 0$. A função $\chi_3(b, s, Q^2)$ é dada pela Eq. (3.91), como veremos adiante.

Com $a = 0$, a abordagem acima é um modelo quase-eikonal usual com termos de Born dados por trocas de Pomeron mais o reggeon f . O denominador da Eq. (3.70) corresponde à ressonância de ramificações (branchings) de triplo-Pomeron (os chamados diagramas fan). Para uma discussão completa sobre a interpretação deste denominador, referimos Ref. [123]. Assim, as expressões (3.69) e (3.70) correspondem a uma soma de diagramas do tipo mostrado na Fig. (3.6).

Agora definimos as expressões para a componente S , onde as escrevemos em completa analogia com as Eqs. (3.69)-(3.71),

$$\sigma_S^{(tot)}(r, b, s, Q^2) = \frac{1 - \exp(-C \chi_S(r, b, s, Q^2))}{2C} \quad , \quad (3.73)$$

$$\chi_S(r, b, s, Q^2) = \frac{\chi_{S0}(r, b, s, Q^2)}{1 + a \chi_3(b, s, Q^2)} \quad , \quad (3.74)$$

$$\chi_{S0}(r, b, \xi) = \frac{C_S^{IP} r^2}{\lambda_{0IP}^S(\xi)} \exp\left(\Delta_{IP}\xi - \frac{b^2}{4\lambda_{0IP}^S(\xi)}\right) \quad , \quad (3.75)$$

com $\lambda_{0IP}^S = R_{0IP}^2 + \alpha'_{IP}\xi$. Note que a contribuição da troca de reggeon f à componente S é muito pequena e tem sido negligenciada [123, 124]. A condição (3.65), válida para s e Q^2 fixos quando $r \rightarrow 0$, é uma propriedade da troca simples de um Pomeron. Assim, um fator r^2 foi introduzido na Eq. (3.75), garantindo transparência de cor em pequeno r . A seção de choque $\sigma_S(r, s, Q^2)$ na Eq. (3.64) é obtida de $\sigma_S(r, b, s, Q^2)$, definida pelas Eqs. (3.73) a (3.75), como (veja Eq. (3.66)),

$$\sigma_S(r, s, Q^2) = 4 \int d^2b \sigma_S(r, b, s, Q^2) \quad . \quad (3.76)$$

Inserindo esta expressão na Eq. (3.64), obtemos as contribuições transversas e longitudinais da componente S à seção de choque total γ^*p . Seguindo Ref. [124], expressamos a seção de choque de dissociação difrativa de um fóton virtual como a soma,

$$\sigma_{\gamma^*p}^{(diff)} = \sum_{i=L,S} \sigma_i^{(0)} + \sigma_{IPIP} \quad , \quad (3.77)$$

$$\sigma_L^{(0)} = 4g_L^2(Q^2) \int \left(\sigma_L^{(tot)}(b, s, Q^2)\right)^2 d^2b \quad , \quad (3.78)$$

$$\sigma_S^{(0)T,L} = 4 \int d^2b \int_0^{r_0} d^2r \int_0^1 dz \left|\psi^{T,L}(z, r)\right|^2 \left(\sigma_S^{tot}(r, b, s, Q^2)\right)^2 \quad (3.79)$$

com a seguinte definição para σ_{IPIP} ,

$$\begin{aligned} \sigma_{IPIP} &= 2g_L^2(Q^2) \int \chi_{IPIP}^L(b, s, Q^2) e^{-2C\chi_L(b,s,Q^2)} d^2b \\ &+ 2 \int d^2b \int_0^{r_0} d^2r \int_0^1 dz \sum_{T,L} \left|\psi^{T,L}(z, r)\right|^2 \chi_{IPIP}^S(b, s, Q^2) e^{-2C\chi_S(r,b,s,Q^2)}. \end{aligned} \quad (3.80)$$

As seguintes definições auxiliares são necessárias,

$$\chi_{IPIP}^L(b, s, Q^2) = a \chi_L^P(b, s, Q^2) \chi_3(b, s, Q^2) \quad , \quad (3.81)$$

$$\chi_{IPIP}^S(r, b, s, Q^2) = a \chi_S(r, b, s, Q^2) \chi_3(b, s, Q^2) \quad (3.82)$$

onde $\chi_L^P(b, s, Q^2)$ é dado pelo primeiro termo da Eq. (3.70) e $\chi_3(b, s, Q^2)$ é definido pela Eq. (3.91). Usando esta expressão, vemos que em primeira ordem na expansão em a , σ_{IPIP} consiste da soma de um termo de triplo-Pomeron ($IPIP$) mais um termo de troca $IPfIP$. Chamaremos esta contribuição de triplo-Pomeron, apesar da segunda contribuição ser um termo de interferência. Para a seção de choque total para produção difrativa, que inclui a dissociação difrativa do próton, as Eqs. (3.78)-(3.80) devem ser multiplicadas pelo mesmo fator $C=1.5$ da seção de choque total γ^*p .

Em HERA, as seções de choque diferenciais difrativas são dadas como função de $\beta = \frac{Q^2}{M^2+Q^2}$, onde M é a massa do sistema produzido difrativamente, ou de $x_P = x/\beta$, como

vimos nas seções anteriores. Estas são usualmente integradas sobre t , e a função de estrutura $F_{2D}^{(3)}$ é introduzida,

$$x_{\mathcal{P}} F_2^{D(3)} = \frac{Q^2}{4\pi^2\alpha_{e.m.}} \int x_{\mathcal{P}} \frac{d\sigma}{dx_{\mathcal{P}}dt} dt \quad . \quad (3.83)$$

No modelo CFKS, esta função pode ser escrita como a soma,

$$F_2^{D(3)} = \left(\sum_{i=L,S} F_{2i}^{D(3)}(x, Q^2, \beta) + F_{2\mathcal{P}\mathcal{P}\mathcal{P}}^{D(3)}(x, Q^2, \beta) \right) \quad (3.84)$$

onde as componentes para $F_2^{D(3)}$, são escritas da seguinte forma,

$$x_{\mathcal{P}} F_{2L}^{D(3)} = \frac{Q^2 g_L^2(Q^2)}{4\pi\alpha_{e.m.}} \frac{\sigma_L^{(0)}}{\sigma_L^{(0)B}} \sum_{i,k=\mathcal{P},f} \int d^2b \chi_L^i \chi_L^k \frac{\tilde{\beta}^{\Delta_i+\Delta_k-\Delta_f} (1-\beta)^{n_{\mathcal{P}}(Q^2)}}{\int_{\beta_{min}}^{\beta_{max}} \frac{d\beta}{\beta} \tilde{\beta}^{\Delta_i+\Delta_k-\Delta_f} (1-\beta)^{n_{\mathcal{P}}(Q^2)}} \quad (3.85)$$

e também,

$$x_{\mathcal{P}} F_{2S}^{D(3)} = \frac{Q^2}{4\pi\alpha_{e.m.}} \left(\sigma_S^{(0)T} \frac{\tilde{\beta}^3(1-2\beta)^2}{\int_{\beta_{min}}^{\beta_{max}} \frac{d\beta}{\beta} \tilde{\beta}^3(1-2\beta)^2} + \sigma_S^{(0)L} \frac{\tilde{\beta}^3(1-\beta)}{\int_{\beta_{min}}^{\beta_{max}} \frac{d\beta}{\beta} \tilde{\beta}^3(1-\beta)} \right) \quad (3.86)$$

onde $\tilde{\beta} = Q^2 + s_0/(Q^2 + M^2)$, $\beta_{min} = x/x_{\mathcal{P}}^{max} = 10x$ e $\beta_{max} = Q^2/(M_{min}^2 + Q^2)$ com $M_{min}^2 = 4m_{\pi}^2$. Na Eq. (3.85), $\sigma_L^{(0)B}$ corresponde à Eq. (3.78) mantendo-se apenas o termo linear em $\sigma_L^{(tot)}$ e $\chi_L^{\mathcal{P}(f)}$ é a contribuição de $\mathcal{P}(f)$ na Eq. (3.70).

A dependência em β da componente S foi tomada dos resultados QCD, veja Ref. [124]. O comportamento em β da componente L foi escolhida da forma da parametrização CKMT, discutida na seção anterior [119, 120] e,

$$n_{\mathcal{P}}(Q^2) = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} \left(\frac{Q^2}{c + Q^2} \right) \quad , \quad (3.87)$$

com $c = 3.5 \text{ GeV}^2$. A contribuição de triplo-Pomeron (i.e. $\mathcal{P}\mathcal{P}\mathcal{P}$ mais a contribuição $\mathcal{P}f\mathcal{P}$), $F_{2\mathcal{P}\mathcal{P}\mathcal{P}}^{D(3)}(x, Q^2, \beta)$, é dada por

$$x_{\mathcal{P}} F_{2\mathcal{P}\mathcal{P}\mathcal{P}}^{D(3)}(x, Q^2, \beta) = x_{\mathcal{P}} F_{2\mathcal{P}\mathcal{P}\mathcal{P}}^{D(3)B}(x, Q^2, \beta) \frac{\sigma_{\mathcal{P}\mathcal{P}\mathcal{P}}}{\sigma_{\mathcal{P}\mathcal{P}\mathcal{P}}^B} \quad , \quad (3.88)$$

onde $\sigma_{\mathcal{P}\mathcal{P}\mathcal{P}}$ é dada pela Eq. (3.80) e seu termo de Born, $\sigma_{\mathcal{P}\mathcal{P}\mathcal{P}}^B$, pela mesma equação com $C = 0$, e

$$x_{\mathcal{P}} F_{2\mathcal{P}\mathcal{P}\mathcal{P}}^{D(3)B}(x, Q^2, \beta) = \frac{Q^2}{4\pi^2\alpha_{e.m.}} 2a \int d^2b \chi_3(b, s, Q^2, \beta) \times \left\{ g_L^2(Q^2) \chi_L^{\mathcal{P}}(b, s, Q^2) + \sum_{T,L} \int_0^{r_0} d^2r \int_0^1 dz |\psi^{T,L}(r, z)|^2 \chi_S(r, b, s, Q^2) \right\} \quad . \quad (3.89)$$

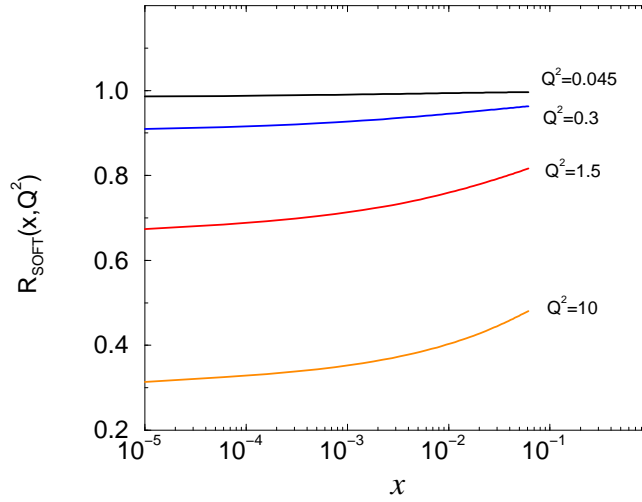


Fig. 3.7: A razão R_{SOFT} como uma função de x para virtualidades fixas.

Usamos as seguintes definições para a função $\chi_3(s, b, Q^2, \beta)$,

$$\chi_3(s, b, Q^2, \beta) = \sum_{k=IP,f} \gamma_k \exp\left(-\frac{b^2}{4\lambda_k\left(\frac{\tilde{\beta}}{\tilde{x}}\right)}\right) \left(\frac{\tilde{\beta}}{\tilde{x}}\right)^{\Delta_k} \frac{(1-\beta)^{n_P(Q^2)+4}}{\lambda_k\left(\frac{\tilde{\beta}}{\tilde{x}}\right)} \quad (3.90)$$

onde $\gamma_P = 1$, γ_f determinam a intensidade da contribuição $IPfIP$ relativo a contribuição $IPPIP$, e $\lambda_k = R_{1k}^2 + \alpha'_k \ln\left(\frac{\tilde{\beta}}{\tilde{x}}\right)$. A função $\chi_3(s, b, Q^2)$, que entra nas Eqs. (3.70), (3.74), (3.81) e (3.82), é dada por

$$\chi_3(s, b, Q^2) = \int_{\beta_{min}}^{\beta_{max}} \frac{d\beta}{\beta} \chi_3(s, b, Q^2, \beta) \quad (3.91)$$

Como a fórmula de triplo-Pomeron não é válida em pequenas massas, como vimos nas seções anteriores, usamos $M_{min} = 1$ GeV. Com o modelo CFKS, uma boa descrição dos dados de pequeno x é obtida tanto para F_2 como para a produção difrativa, em uma grande região cobrindo Q^2 ($0 \leq Q^2 \leq 10$ GeV²), com apenas um coeficiente linear Pomeron $\alpha_P(0) = 1.2$. Para grandes valores de Q^2 , evolução QCD torna-se importante. Em particular, esta daria origem ao comportamento $F_2 \sim x^{-\Delta_P}$, com Δ_P maior que 0.2 para grande Q^2 [121]. Para difração, esta evolução tem ainda pequeno efeito em valores intermediários de β [123, 124]. Este fato permite usar o modelo CFKS, no caso difrativo, sem evolução QCD até maiores valores de Q^2 e β moderado. Na região de $0 \leq Q^2 \leq 10$ GeV² os efeitos de unitariedade são muito importantes, produzindo um decréscimo significativo do coeficiente linear Pomeron $\alpha_P(0) = 1 + \Delta_P$ com a diminuição de Q^2 . Este decréscimo é controlado pela intensidade das correções de unitariedade. Por sua vez, estas são controladas pela razão $\sigma^{(diff)}/\sigma^{(tot)}$ e sua dependência em Q^2 . Portanto, uma abordagem consistente deve conter a descrição de ambas seções de choque. No modelo CFKS, $\chi_L > \chi_S$ e as correções

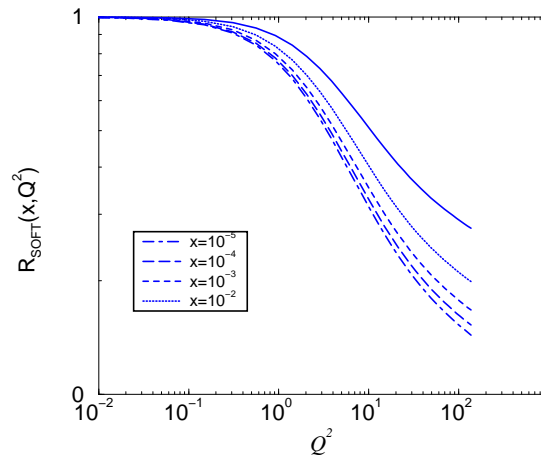


Fig. 3.8: A razão R_{SOFT} como uma função de Q^2 para x fixo.

de unitariedade são mais importantes na componente L que na componente S . Além disso, estas correções são de mais alto twist em grande Q^2 no segundo caso. Este fato é melhor visto em difração, onde a contribuição S à $x_P F_{2D}^{(3)}(x, Q^2, \beta)$ é muito menor que a componente L para todos, mas principalmente em grandes valores de β .

Analisaremos agora o modelo CFSK em algum detalhe. O peso de cada contribuição (macia e dura) na seção de choque total [e $F_2(x, Q^2)$] pode ser obtido, fornecendo uma análise do papel desempenhado por cada parte. Este procedimento permite-nos explicitar as regiões em x e Q^2 onde os setores contribuem. Nas Figs. (3.7) e (3.8), calculamos a razão R_{SOFT} , definindo a fração da contribuição total vindo do setor suave.

$$R_{SOFT}(x, Q^2) = \frac{\sigma_{tot}^{soft}(x, Q^2)}{[\sigma_{tot}^{soft}(x, Q^2) + \sigma_{tot}^{hard}(x, Q^2)]}. \quad (3.92)$$

Denotamos *soft* para a componente L e *hard* para a contribuição dura S . Da Fig. (3.7), notamos que a contribuição macia cresce lentamente quando a fração de momento x vai a valores mais altos, quase independente da virtualidade Q^2 . Este fato é devido a que trajetórias de Regge secundárias são incluídas (reggeon f) na parte macia, mas não na parte dura. Considerando virtualidades fixas, a parte macia domina completamente a seção de choque total em $Q^2 = 0.045$. Quando Q^2 aumenta, a contribuição diminui. Por exemplo, em $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$ esta contribui em torno da metade da seção de choque. Extrapolando a virtualidades mais altas, a parte macia satura em torno de 5–15% do resultado total.

A Fig. (3.8) mostra claramente que a parte macia é dominante em $Q^2 = 0.01$ e decresce quando a virtualidade cresce. O comportamento é monotônico, quase independente da fração de momento x . Por exemplo, em $Q^2 = 100 \text{ GeV}^2$, esta contribui para 20% em $x = 10^{-2}$ e 5% em $x = 10^{-5}$. Esta redução no conteúdo suave está relacionado ao acoplamento do fóton aos dipolos assimétricos $g_{soft}^2(Q^2) \sim 1/(1 + Q^2/m_{soft}^2)$ e à amplificação em Q^2 fornecida pela função de onda do fóton (para alto Q^2 a configuração de dipolos simétricos fornece o escalamento com violações logarítmicas.).

Uma questão interessante é a relação entre a seção de choque de dipolo do modelo

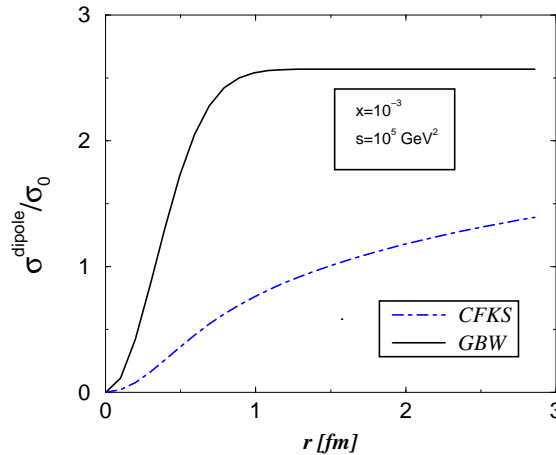


Fig. 3.9: A comparação entre a seção de choque de dipolo do modelo GBW e CFKS como função de r para x (s) fixo

CFKS e o modelo GBW [57, 58]. A seção de choque GBW foi discutida no Cap. (2), onde a principal contribuição teórica é $R_0(x)$, definindo a escala de saturação. A comparação entre ambos modelos é mostrada na Fig. (3.9), onde apresentamos o resultado adimensional, uma vez que a normalização para a seção de choque de dipolo CFKS, σ_0 , não foi determinada dos dados. De fato, para uma comparação com o experimento da mesma maneira como GBW usando apenas a contribuição dura, os parâmetros deveriam ser reajustados. Consideramos que isto pode ser reabsorvido por uma normalização adequada, e tomamos o intervalo em r além do intervalo definido pelo modelo ($r < r_0$). A principal característica do modelo GBW é um crescimento linear de σ_{dip} em r^2 em pequenas separações transversas. Os resultados do modelo CFKS são diferentes, apresentando um crescimento mais suave (logarítmico) com r , até extremamente grandes separações transversas, o que desloca a escala de saturação à virtualidades muito altas.

O modelo GBW corresponderia à contribuição dura de CFKS sem o triplo-Pomeron ($a = 0$), e tomando uma função passo para o perfil, ao contrário de uma gaussiana. Este fato torna as correções de unitariedade mais fortes. Podemos comparar o modelo GBW e a parte QCD do modelo CFKS: usando $a = 0$ e $\exp[-b^2/R(x, Q^2)] \rightarrow \Theta[b^2 - R(x, Q^2)]$ no modelo CFKS, fazendo a integral em parâmetro de impacto b e comparando com GBW, obtém-se $\sigma_{CFKS}^{dipolo}(x, r) = \sigma_0 [1 - \exp(-r^2 \chi^{IP}(s, b, Q^2))]$, com $\sigma_0 = \pi R(x, Q^2) \sim 20$ mb, em concordância com os valores de GBW. Este valor, entretanto, depende logaritmicamente em x e Q^2 , devido ao aumento do raio do próton, o qual é levado em consideração na Eq. (3.72). A comparação entre os expoentes (as eikonais, que contêm a maioria dos parâmetros no caso CFKS) da expressão acima e da seção de choque de dipolos GBW (veja Cap. (2)) é menos clara, uma vez que as dependências em x_{IP} , β são diferentes e o triplo-Pomeron não pode ser negligenciado neste caso.

O modelo CFKS descreve os dados de difração com boa concordância no amplo intervalo $0 < Q^2 < 18$ GeV². Com o intuito de estudá-lo em comparação com as outras abordagens QCD, extrapolamos as predições para a função de estrutura difrativa até virtualidades

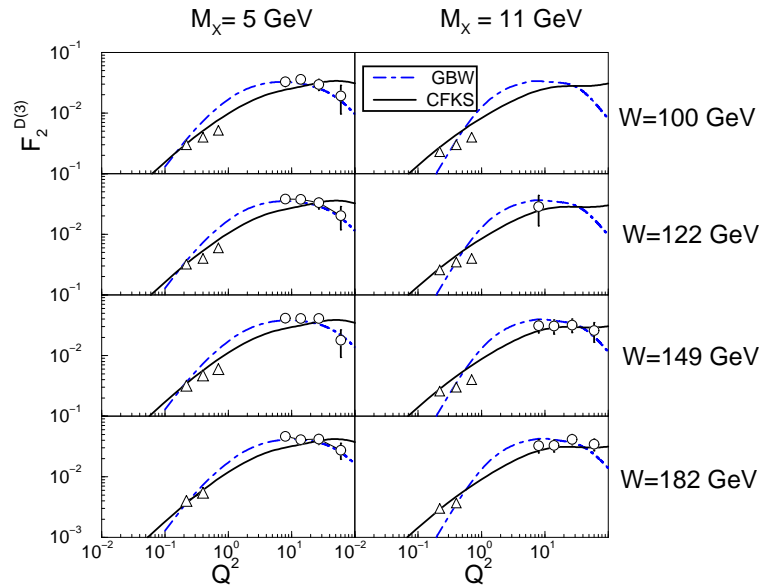


Fig. 3.10: A função de estrutura difrativa como função de Q^2 para M_X e W fixos. Dados da Colaboração ZEUS [125], em HERA.

maiores. Usamos as análises da Colaboração ZEUS, que considera a dependência em Q^2 para massa fixas M_X e energia de centro de massa W [125]. Estes dados fornecem informação de ambas regiões de pequenas e grandes virtualidades. É interessante comparar as previsões do modelo CFKS e o modelo de saturação (veremos em detalhes a versão para difração deste modelo no próximo capítulo), mostrados na Fig. (3.10).

A concordância do modelo CFKS é notável mesmo em altas virtualidades, onde o modelo é esperado não ser razoável. Entretanto, a interpretação em pequeno Q^2 é diferente para os dois modelos. No modelo de saturação GBW, a robustez do cálculo perturbativo é estendida a pequenas virtualidades através da escala de saturação $R_0(x)$, onde a dependência é principalmente devido à configuração do fóton longitudinal, pelo caráter de mais alto twist de da configuração $q\bar{q}$ +glúon. Em contraste, no modelo CFKS a principal contribuição na região de interesse vem da contribuição de triplo-Pomeron. Ainda na Ref. [122], calculamos a derivada logarítmica da função de estrutura difrativa, que foi proposta como um novo observável para distinguir dinâmicas. Entretanto, analisaremos estes resultados no próximo capítulo.

3.4 Situação experimental de difração dura em DIS

A função de estrutura difrativa $F_2^{D(3)}(x_P, \beta, Q^2)$ tem sido medida sistematicamente nos últimos anos conseguindo estatística melhores desde as primeiras medidas experimentais [100, 101]. Atualmente, a região cinemática coberta corresponde a $25 < Q^2 < 65 \text{ GeV}^2$, $0.01 < \beta < 0.9$ e $0.0001 < x_P < 0.05$. A Fig. (3.11) mostra a medida de $F_2^{D(3)}$, multiplicada por x_P para medidas da Colaboração H1 em HERA [126]. A Colaboração ZEUS utiliza variáveis cinemáticas diferentes para apresentar os resultados (veja Fig. (3.12)), i.e. em função de W e M^2 em contraste com x_P e β dos dados de H1 [125].

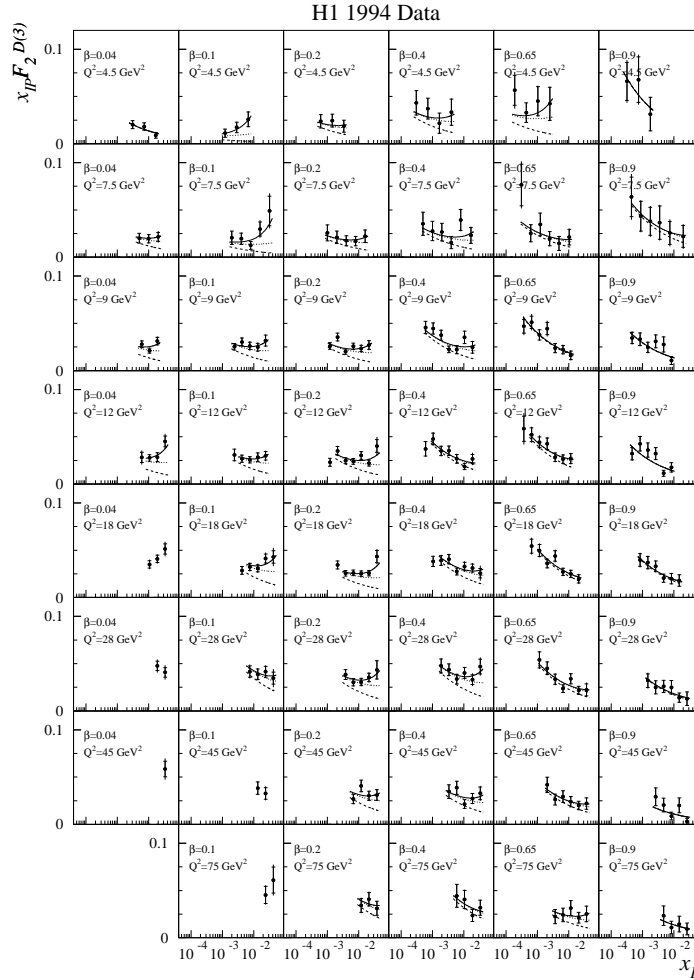


Fig. 3.11: A função $x_{\mathbb{P}} F_2^{D(3)}(x_{\mathbb{P}}, \beta, Q^2)$ versus $x_{\mathbb{P}}$ para fixos β e Q^2 medida pela Colaboração H1 em HERA [126]; as curvas são os ajustes usando parametrizações fenomenológicas de Regge, considerando troca de Pomeron (\mathbb{P}) e de reggeon secundário (\mathbb{R}) [34].

Como discutido nas seções anteriores, a teoria de Regge prediz um comportamento da forma $F_2^{D(3)} \sim x_{\mathbb{P}}^{-n}$, onde $n \simeq 2\alpha_{\mathbb{P}}(t) - 1$. Os dados são analisados na forma $F_2^{D(3)} = x_{\mathbb{P}}^{-n} A(\beta, Q^2)$. Um ajuste onde n é independente de β e Q^2 mostrou-se inconsistente.

A explicação para a variação de n com β é que apenas a troca de Pomeron não domina em todo o regime cinemático. Uma possibilidade é a contribuição de uma trajetória de méson com $n \sim 0$, tal como f_2 , ρ , a_2 ou ω , vindo das contribuições não-difrativas dos reggeons secundários. As funções de estrutura dos mésons têm uma dependência em β mais suave que o Pomeron, e então têm contribuição importante para a função de estrutura observada em baixo β . Os dados são em geral descritos como soma de duas componentes individualmente fatorizáveis que contribuem, uma para o Pomeron, $x_{\mathbb{P}}^{-n_{\mathbb{P}}} F_2^{\mathbb{P}}(\beta, Q^2)$ e uma do méson, $C_{\mathbb{R}} x_{\mathbb{P}}^{-n_M} F_2^{\mathbb{R}}(\beta, Q^2)$. A função de estrutura do méson é dada pela parametrização GRV do pión [127]. A $F_2^{\mathbb{P}}(\beta, Q^2)$, $n_{\mathbb{P}}$, n_M e a normalização da componente méson, C_M

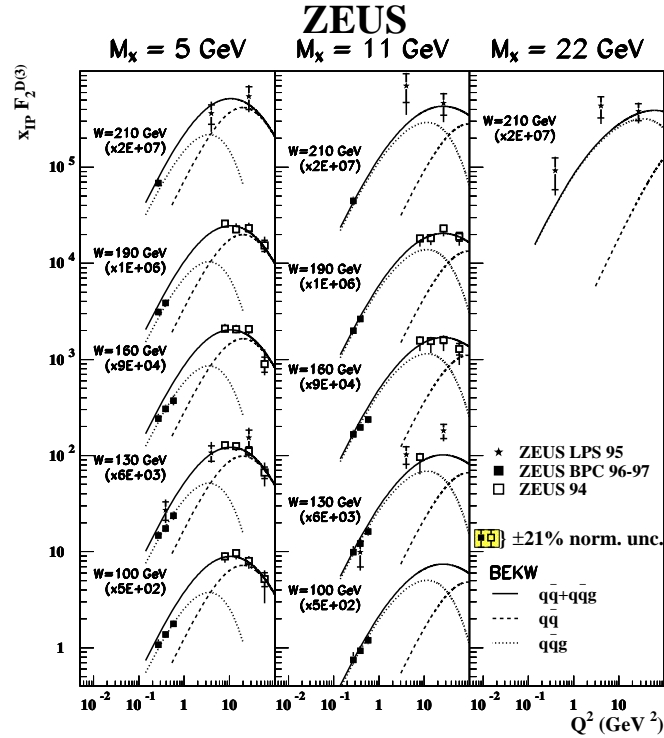


Fig. 3.12: A função $x_{IP} F_2^{D(3)}$ versus Q^2 para M^2 e W fixos medida pela Colaboração ZEUS em HERA [125]. As curvas são de parametrização QCD baseada no formalismo de dipolos (detalhes no próximo capítulo).

são considerados como parâmetros livres. Após as correções para a integração em t , os coeficientes lineares das trajetórias do Pomeron e do méson apresentam os recentes valores [34], $\alpha_P(0) = 1.173 \pm 0.018(est) \pm 0.017(sist)$ e $\alpha_M(0) = 0.50 \pm 0.16$, respectivamente. O valor do coeficiente linear do Pomeron, $\alpha_P(0)$, determinado por este método é maior que do Pomeron suave descrito no Cap. (2) [38]. A figura (3.11) mostra o resultado das duas componentes superposto aos dados. os reggeons são importantes apenas para grande x_{IP} .

A estrutura partônica da troca difrativa é investigada usando a hipótese da fatorização de Regge e de uma única trajetória (o Pomeron) sendo trocada, fornecendo a função de estrutura do Pomeron $F_2^{IP}(\beta, Q^2)$ independente da normalização do fluxo Pomeron, $f_{IP/p}$ [98]. Para o pomeron, uma distribuição de quark singlete de sabor ($z\mathcal{F}_q(z, Q^2) = u + \bar{u} + d + \bar{d} + s + \bar{s}$) e uma distribuição de glúons ($z\mathcal{F}_g(z, Q^2)$) são parametrizadas em termos dos coeficientes C_j^i em uma escala inicial de $Q_0^2 = 3 \text{ GeV}^2$, tal que

$$z\mathcal{F}_i(z, Q^2 = Q_0^2) = \left[\sum_{j=1}^n C_j^i \cdot P_j(2z - 1) \right]^2 \cdot e^{\frac{a}{z-1}} \quad (3.93)$$

onde $z = x_{i/P}$ é a fração de momento do Pomeron carregado pelo quark constituinte e a é uma constante. Se o fóton acopla-se diretamente a um quark ($i = q$), então $z = \beta$, enquanto se o fóton interage com um glúon ($i = g$), então z é a fração de momento carregado pelo glúon e $0 < \beta < z$. $P_j(\zeta)$ é o j -ésimo termo de um conjunto de polinomiais de Chebychev,

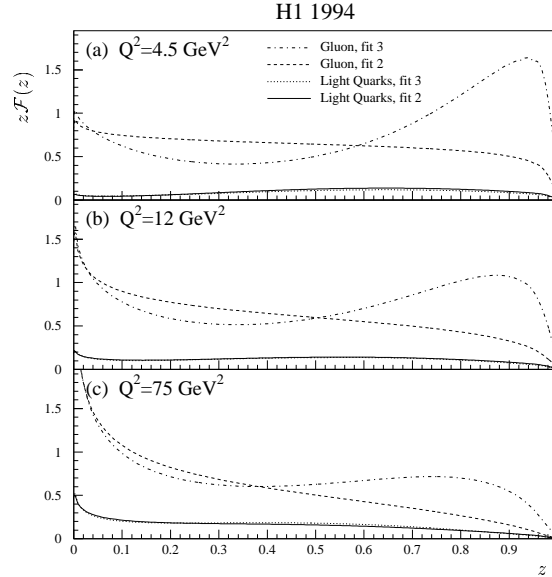


Fig. 3.13: Distribuições partônicas difrativas obtidas de ajuste QCD em NLO pra os dados de DDIS em HERA. Os glúons dominam sobre quarks leves para todo o intervalo cinemático.

que são escolhidos tal que $P_1 = 1$, $P_2 = \zeta$ e $P_{j+1}(\zeta) = 2\zeta P_j(\zeta) - P_{j-1}(\zeta)$. Uma soma de n polinomiais ortonormais é usada de maneira que as distribuições de entrada são livres para adotar o maior intervalo possível de formas para um dado número de parâmetros. Qualquer contaminação de uma solução particular devido a escolha da forma funcional da distribuição de entrada é portanto minimizada. É tomado o quadrado da série no intuito de garantir uma parametrização positivo definida para todos os valores de z e C_j^i .

Para as equações de evolução serem solúveis, as funções de distribuições partônicas devem tender a zero quando $z \rightarrow 1$. Isto é conseguido através da introdução do fator exponencial com um valor positivo do parâmetro a . As funções $zF_i(z, Q^2)$ são evoluídas a maiores Q^2 usando as equações de evolução DGLAP em NLO e a contribuição à $F_2^{DP}(\beta, Q^2)$ dos quarks charm é calculada no esquema de sabor fixo usando a prescrição de fusão fóton-glúon. Na Figura (3.13) mostram-se as distribuições típicas obtidas do ajuste aos dados experimentais de H1 [126] evoluídas para diferentes Q^2 . Estes resultados são tomados como evidência de uma componente gluônica importante na função de estrutura da troca difrativa, principalmente para grande β . Além disso, verifica-se que a hipótese de uma estrutura do Pomeron dominada por glúons não é afetada portanto pela presença de trajetórias subdominantes.

Quanto ao comportamento em virtualidade, não há grande variação com Q^2 , mas violações de escalamento são claramente observadas. O crescimento de $F_2^D(\beta, Q^2)$ com $\log(Q^2)$ persiste até grandes valores de $\beta > 0.4$, i.e., coeficiente angular positivo $\partial F_2^D / \partial \ln Q^2$, o que está em contraste com a função de estrutura do próton, onde a inclinação torna-se negativa em $x \simeq 0.15$. Em grande β , a derivada logarítmica em Q^2 torna-se negativa e há uma clara diferença entre as dependências em Q^2 inclusiva e difrativa para mesmos valores de x . No próximo capítulo analisaremos as parametrizações QCD para os observáveis descritos nesta seção, bem como determinaremos os respectivos coeficientes angulares difrativos e

compararemos com os modelos de Regge de descrevemos nas seções anteriores.

3.5 Conclusão

Neste capítulo revisamos as definições de difração dura, em contraste com a difração macia discutida no Cap. (1). Introduzimos o conceito de função de estrutura difrativa F_2^D , em analogia com DIS, bem como as correspondentes distribuições partônicas difrativas. Enfocamos a descrição de DDIS no formalismo dos modelos de Regge, com ênfase nos modelos descrevendo simultaneamente DIS e DDIS: os modelos mistos CKMT e CFKS foram analisados em detalhe. No próximo capítulo enfocaremos nos aspectos da descrição de DDIS em QCD perturbativa, onde a construção básica é a troca de dois glúons perturbativos, formando um sistema singleto de cor.

Capítulo 4

O DIS difrativo em QCD perturbativa

Neste capítulo revisamos a descrição perturbativa do processo DIS difrativo (DDIS) no formalismo de QCD perturbativa. Iniciamos com os resultados intuitivos vindo da abordagem de dipolos e sua conexão com o caso inclusivo. A mais simples representação do Pomeron em QCD é introduzida, a troca de dois glúons e analisada tanto no espaço de momento como no de parâmetro de impacto. O regime de triplo-Pomeron é analisado, introduzindo o estado final $q\bar{q}g$ mais complexo. A quebra de fatorização dos processos difrativos em colisões hadrônicas é discutida, mostrando quais características dos diagramas relevantes originam a quebra de fatorização. Com o formalismo teórico em QCD para DDIS, uma parametrização para este pode ser construída através das configurações das funções de onda do fóton virtual. Em particular, o espectro em β é completamente determinado pela forma das funções de onda de cone de luz. Finalmente, como nossa contribuição original propomos a derivada logarítmica em Q^2 da função de estrutura difrativa como um observável potencial na discriminação da dinâmica vigente em DDIS: analisamos os modelos de Regge introduzidos no Cap. (3) e os modelos QCD discutidos neste capítulo.

4.1 Processo difrativo DIS em QCD

A representação BFKL do Pomeron, como veremos no próximo capítulo e o formalismo de dipolos de cor, que discutimos no Cap. (2), são as principais ferramentas teóricas da abordagem QCD aos processos difrativos duros. Estes processos testam o regime de transição entre física dura e macia. Portanto, a abordagem teórica apropriada é QCD perturbativa extrapolada à região semi-dura. Este procedimento deve ser feito com cautela, uma vez que a dinâmica não-perturbativa desempenha um papel importante na maioria das reações difrativas. O poder preditivo completo da teoria manifesta-se apenas naqueles processos os quais são predominantemente perturbativos, como difração com transferência de grande momento transversal.

Basicamente, difração em física de partículas pode ser essencialmente pensada como um efeito de mecânica quântica: a QCD apenas introduzirá a identificação dos graus de liberdade relevantes. Partindo da representação quântica de difração, introduzida por Good e Walker [128], definiremos T como a matriz de transição descrevendo o espalhamento elástico e difrativo de um hádron definido (denotado por N). Assumimos que as amplitudes de espalhamento são puramente imaginárias, assim definiremos $T = i\mathcal{D}$, onde \mathcal{D} é real, considerando também a base de estados hadrônicos físicos $|i\rangle$ com os mesmos números quânticos.

O espalhamento difrativo leva um destes estados em outro; no espalhamento elástico leva cada estado nele mesmo. Assim, $\mathcal{D}_{ij} \equiv \langle k|\mathcal{D}|i\rangle$ é a amplitude para a transição difrativa $|i\rangle \rightarrow |k\rangle$. Os elementos diagonais $\mathcal{D}_{ii} \equiv \langle i|\mathcal{D}|i\rangle$ são as amplitudes elásticas. Como um exemplo, consideremos o seguinte conjunto de estados,

$$\{|i\rangle\} = \{|\gamma\rangle, |\rho\rangle, |\omega\rangle, |\phi\rangle\}. \quad (4.1)$$

Os elementos de matriz \mathcal{D} são então as amplitudes dos processos de espalhamentos de dois corpos elástico. Introduzimos agora um conjunto completo de autoestados de \mathcal{D} ,

$$\mathcal{D}|\alpha\rangle = d_\alpha|\alpha\rangle. \quad (4.2)$$

onde o autovalor d_α é proporcional à seção de choque total para o espalhamento αN , a qual chamaremos σ_α ,

$$\sigma_\alpha \equiv \sigma_{tot}^{\alpha N} = \frac{1}{s} \text{Im} \langle \alpha|i\mathcal{D}|\alpha\rangle = \frac{1}{s} d_\alpha. \quad (4.3)$$

Expandindo os estados físicos $|i\rangle$ em termos de $|\alpha\rangle$,

$$|i\rangle = \sum_\alpha c_{i\alpha} |\alpha\rangle, \quad (4.4)$$

os elementos da matriz \mathcal{D} são dados por,

$$\mathcal{D}_{ij} = \langle k|\mathcal{D}|i\rangle = \sum_\alpha \sum_\beta c_{k\alpha}^* c_{i\beta} \langle \alpha|\mathcal{D}|\beta\rangle = \sum_\alpha c_{k\alpha}^* c_{i\alpha} d_\alpha, \quad (4.5)$$

Todos os observáveis físicos podem ser calculados através de σ_α e dos coeficientes $c_{i\alpha}$. Em particular, a amplitude elástica,

$$\mathcal{D}_{ii} = \langle i|\mathcal{D}|i\rangle = \sum_\alpha |c_{i\alpha}|^2 d_\alpha, \quad (4.6)$$

fornece imediatamente a seção de choque total para o espalhamento iN , via o teorema óptico,

$$\sigma_{tot}^{iN} = \frac{1}{s} \mathcal{D}_{ii} = \sum_\alpha |c_{i\alpha}|^2 \sigma_\alpha. \quad (4.7)$$

Dado um operador O , seu valor esperado em mecânica quântica no estado $|i\rangle$ é,

$$\langle O \rangle \equiv \langle i|O|i\rangle = \sum_{\alpha\beta} \langle i|\alpha\rangle \langle \alpha|O|\beta\rangle \langle \beta|i\rangle = \sum_{\alpha\beta} c_{i\alpha} c_{i\beta}^* \langle \alpha|O|\beta\rangle. \quad (4.8)$$

Se o operador O é diagonal na base $|\alpha\rangle$, então a Eq. (4.8) torna-se,

$$\langle O \rangle = \sum_\alpha |c_{i\alpha}|^2 O_\alpha, \quad (4.9)$$

onde $O_\alpha \equiv \langle \alpha|O|\alpha\rangle$. Assim, podemos reescrever a Eq. (4.7) como $\sigma_{tot}^{iN} = \langle \sigma_\alpha \rangle$. Por definição, a seção de choque difrativa em $t = 0$ é dada por,

$$\left. \frac{d\sigma_{iN}^D}{dt} \right|_{t=0} = \frac{1}{16\pi s^2} \sum_{k \neq i} \mathcal{D}_{ik}^2 = \frac{1}{16\pi s^2} \left(\sum_k \mathcal{D}_{ik}^2 - \mathcal{D}_{ii}^2 \right). \quad (4.10)$$

Usando a relação de completicidade dos estados $|i\rangle$, a Eq. (4.10) torna-se,

$$\left. \frac{d\sigma_{iN}^D}{dt} \right|_{t=0} = \frac{1}{16\pi s^2} \left(\langle i | \mathcal{D}^2 | i \rangle - \langle i | \mathcal{D} | i \rangle^2 \right), \quad (4.11)$$

e expandindo $|i\rangle$ como na Eq. (4.4), finalmente obtemos que,

$$\left. \frac{d\sigma_{iN}^D}{dt} \right|_{t=0} = \frac{1}{16\pi} \left(\langle \sigma_\alpha^2 \rangle - \langle \sigma_\alpha \rangle^2 \right). \quad (4.12)$$

Esta relação importante expressa a seção de choque de dissociação difrativa em termos dos valores esperados em mecânica quântica. Uma vez que os autoestados de espalhamento $|\alpha\rangle$ são conhecidos, o cálculo de $d\sigma^D/dt$ é bem definido. No DDIS, os autoestados difrativos, i.e. os autoestados que diagonalizam a matriz de difração, são os dipolos de cor $q\bar{q}$ como discutimos no Cap. (2). Como vimos, os dipolos de cor têm um tempo de vida muito maior que o tempo de interação e mantêm seus tamanhos transversos fixos durante o processo de espalhamento. Assim, os estados $|\alpha\rangle$, definidos a pouco, podem ser identificados com os estados de Fock $|q\bar{q}\rangle$ no qual o fóton virtual flutua antes de encontrar o alvo. A seção de choque para o espalhamento dipolo-próton $\sigma_{dip}(x, r)$ corresponde a σ_α introduzido anteriormente. Portanto, a fórmula (4.12) traduz-se na seguinte expressão para a seção de choque DDIS [53],

$$\left. \frac{d\sigma_{L,T}^D}{dt} \right|_{t=0} = \frac{1}{16\pi} \left(\langle \sigma_{dip}^2(x, r) \rangle_{L,T} - \langle \sigma_{dip}(x, r) \rangle_{L,T}^2 \right), \quad (4.13)$$

onde os valores esperados são definidos como,

$$\langle \sigma_{dip}(x, r) \rangle_{L,T} \equiv \int_0^1 dz \int d^2\mathbf{r} |\Psi_{L,T}(z, r)|^2 \sigma_{dip}(x, r). \quad (4.14)$$

Como $\langle \sigma_{dip}(x, r) \rangle_{L,T} \equiv \sigma_{L,T}^{\gamma^*p}(x, Q^2) = \mathcal{O}(\alpha_{em})$, podemos negligenciar $\langle \sigma_{dip}(x, r) \rangle^2$ na Eq.(4.13) e portanto escrevemos [58],

$$\left. \frac{d\sigma_{L,T}^D}{dt} \right|_{t=0} = \frac{1}{16\pi} \langle \sigma_{dip}^2(x, r) \rangle_{L,T} = \frac{1}{16\pi} \int_0^1 dz \int d^2\mathbf{r} |\Psi_{L,T}(z, r)|^2 \sigma_{dip}^2(x, r). \quad (4.15)$$

Apesar da derivação semi-intuitiva, Eq. (4.15) é exata e pode ser obtida por cálculo explícito dos diagramas de Feynman, como veremos adiante. Podemos agora estimar em forma qualitativa o comportamento da seção de choque difrativa, baseado no que discutimos no Cap. (2). Pares $q\bar{q}$ com grande separação transversa fornecerão a seguinte contribuição [58],

$$\left. \frac{d\sigma_T^D}{dt} \right|_{t=0} \sim \int dz [z^2 + (1-z)^2] \int_{1/\mu^2}^\infty dr^2 \varepsilon^2 \frac{1}{\varepsilon^2 r^2} \sigma_{dip}^2 \sim \frac{\mu^2}{Q^2} \frac{1}{\mu^4} = \frac{1}{\mu^2 Q^2}, \quad (4.16)$$

$$\left. \frac{d\sigma_L^D}{dt} \right|_{t=0} \sim Q^2 \int dz z^2 (1-z)^2 \int_{1/\mu^2}^\infty dr^2 \sigma_{dip}^2 \sim Q^2 \frac{\mu^6}{Q^6} \frac{1}{\mu^6} = \frac{1}{Q^4}, \quad (4.17)$$

onde $\mu \sim m_q \sim 1/R$ é um parâmetro suave não-perturbativo. De maneira análoga, para pares de pequena separação transversa, temos que

$$\frac{d\sigma_T^D}{dt}\Big|_{t=0} \sim \int dz [z^2 + (1-z)^2] \int_0^{1/Q^2} dr^2 \varepsilon^2 \frac{1}{\varepsilon^2 r^2} \sigma_{dip}^2 \sim \frac{1}{Q^4}, \quad (4.18)$$

$$\frac{d\sigma_{LP}}{dt}\Big|_{t=0} \sim Q^2 \int dz z^2 (1-z)^2 \int_0^{1/Q^2} dr^2 \sigma_{dip}^2 \sim Q^2 \frac{1}{Q^6} = \frac{1}{Q^4}, \quad (4.19)$$

Para resumirmos as estimativas acima, reescrevemos formalmente Eqs. (4.7) e (4.15) como,

$$\sigma_{L,T}^{\gamma^*p} \sim W_{L,T}^\alpha \sigma_\alpha, \quad \frac{d\sigma_{L,T}^D}{dt}\Big|_{t=0} \sim W_{L,T}^\alpha \sigma_\alpha^2, \quad (4.20)$$

onde α denota o dipolo de cor e introduzimos os pesos $W_{L,T}^\alpha$, os quais incorporam as funções de onda do fóton e as integrações. A seção de choque de dipolo σ_α é uma quantidade universal comportando-se como [58],

$$\sigma_\alpha \sim \frac{1}{Q^2} \text{ (pequenos dipolos)}, \quad (4.21)$$

$$\sigma_\alpha \sim \frac{1}{\mu^2} \text{ (grandes dipolos)}, \quad (4.22)$$

Os pesos $W_{L,T}^\alpha$ dependem dos estados de polarização do fóton virtual. Temos, se convençionamos peso 1 ao pares de pequeno tamanho,

$$W_T^\alpha \sim 1, \quad W_L^\alpha \sim 1 \text{ (pequenos dipolos)}, \quad (4.23)$$

$$W_T^\alpha \sim \frac{\mu^2}{Q^2}, \quad W_L^\alpha \sim \frac{\mu^4}{Q^4} \text{ (grandes dipolos)}, \quad (4.24)$$

A primeira conclusão que podemos extrair destes resultados é que o DIS difrativo é dominado por pares assimétricos de grande separação transversa (também conhecidos como configuração de jato alinhado), com a seção de choque de dipolo próxima ao limite de saturação, $\sigma_{dip} \sim \sigma_0$. Em contraste, o DIS inclusivo recebe contribuições comparáveis de ambos dipolos, pequenos e grandes. Portanto, mesmo para Q^2 sendo uma escala dura, DDIS é em grande parte não-perturbativo. Para torná-lo mais tratável perturbativamente, deve-se selecionar estados finais especiais, por exemplo jatos com grande p_T , quark charm ou mésons vetoriais polarizados longitudinalmente. Para estas configurações duras, o dipolo é induzido a pequenas separações transversas de tal forma que teoria de perturbação seja aplicável. No caso inclusivo, ao contrário, fenômenos de curta distância (duros) e de longa distância (suaves) coexistem. Alguma discriminação entre estas duas classes de distribuições pode ser explicitada na dependência em energia da seção de choque difrativa, uma vez que a componente dura contém um crescimento mais acentuado em energia para M^2 fixo (massa invariante do sistema difratado) que a componente macia.

Entretanto, mesmo no DDIS sem estado final duro alguma informação pode ser obtida através de uma análise perturbativa. Por exemplo, as funções de onda de cone de

luz do fóton virtual (a qual é calculada perturbativamente) determinam as principais características do espectro em M^2 para o processo, i.e., sua dependência em β . O comportamento em $x_{\mathcal{P}}$, entretanto, é genuinamente não-perturbativo e deve ser tratado através de uma parametrização fenomenológica. Outra observação referente aos resultados acima é que a contribuição longitudinal é de mais alto twist e então é geralmente suprimida em relação à componente transversa. Entretanto, um estudo mais cuidadoso do espectro em M^2 mostra que $d\sigma_L/dM^2 dt$ é comparável ou mesmo maior que a correspondente componente transversa em pequeno M^2 ($\beta \rightarrow 1$) e em pequeno Q^2 .

Ainda em relação ao espectro em M^2 , se tomarmos a integração em z na fórmula de dipolos, Eq. (4.15), podemos estimar de maneira semi-quantitativa o comportamento em M^2 de DDIS [53]. Mantendo a massa dos quarks m_q , a qual atua como um regulador para a massa invariante do estado de dipolo (massa do sistema difratado), temos,

$$M^2 = \frac{\kappa + m_q^2}{z(1-z)}. \quad (4.25)$$

Para pares assimétricos de grande separação, os quais fornecem a maior contribuição para DDIS, tem-se $\kappa^2 \sim 0$ e $z \sim 0$, e então a expressão acima torna-se $M^2 \simeq m_q^2/z$. Assim, a integral sobre z na Eq. (4.15), pode ser reinterpretada como uma integral sobre M^2 com $dz = (m_q^2/M^2)dM^2$.

Este fato permite extrair $(d\sigma^D/dM^2 dt)_{t=0}$ da seção de choque integrada $(d\sigma^D/dt)_{t=0}$, dada pela Eq. (4.15). Enfocando a contribuição transversa dominante, encontramos com a ajuda da função de onda, veja Cap. (2), e $\varepsilon^2 = Q^2 z(1-z) + m_q^2 \sim m_q^2(M^2 + Q^2)/M^2$,

$$\left. \frac{d\sigma_T^D}{dM^2 dt} \right|_{t=0} \sim \frac{m_q^2}{M^4} \int_{1/\varepsilon^2} dr^2 \varepsilon^2 K_1^2(\varepsilon r) \sigma_{dip}^2(r). \quad (4.26)$$

Este é aproximadamente o espectro em massa de DDIS quando $M^2 > Q^2$. Para menor M^2 , não podemos restringir a integral em z à contribuição de ponto final e portanto o procedimento que utilizamos é inaplicável.

Para massas muito grandes, $M^2 \gg Q^2$, o DDIS é dominado pelas flutuações $q\bar{q}g$ do fóton virtual, como veremos mais adiante, a qual produz um comportamento,

$$\left. \frac{d\sigma_T^D}{dM^2 dt} \right|_{t=0} \sim \frac{1}{M^2}, \quad (4.27)$$

correspondendo na linguagem de teoria de Regge à componente de triplo-Pomeron, como discutiremos a seguir. Podemos transformar a dependência em M^2 da seção de choque diferencial na dependência em β da função de estrutura difrativa, usando as definições das variáveis cinemáticas (veja Cap. (3)), e fatorizando a função de estrutura $F_2^{D(4)}$ como o produto do fator de fluxo do Pomeron e da correspondente função de estrutura. Obtemos então,

$$F_T^{\mathcal{P}}(\beta, Q^2) \sim \beta. \quad (4.28)$$

Como a seção de choque difrativa deve anular-se para $M^2 < m_q^2$ e para sabores leves $m_q^2 \ll Q^2$, a função $F_2^{D(4)}$ deve anular-se em $\beta = Q^2/(Q^2 + M^2) \rightarrow 1$. O discutido acima

é a informação máxima que podemos obter sobre o espectro em M^2 para DDIS usando a representação de parâmetro de impacto. Com o intuito de obtermos maiores informações, devemos discuti-lo na representação de momento.

4.2 O modelo de troca de dois glúons para difração

Agora usaremos QCD perturbativa para descrever DIS difrativo $\gamma^* p \rightarrow Xp$. Em QCD o “Pomeron” (ou a troca dos números quânticos do vácuo) é, na sua forma mais simples, representado por dois glúons [115, 116, 129], o qual é o número mínimo de glúons para formar um estado sem cor. Não se exclui a possibilidade que mais de dois glúons sejam trocados e é importante que toda vez que discutirmos à troca de dois glúons lembrarmos que há possibilidade de estender-se o formalismo a troca de múltiplos glúons. Poder-se-ia pensar que o processo como um todo seria suave e a teoria de perturbação não seria aplicável. Entretanto, se efeitos de saturação existem estes sombreariam as contribuições macias, tal que uma grande parte da seção de choque é dura e portanto permite-se usar um tratamento perturbativo [130]. Os dois diagramas QCD básicos são mostrados na Fig. (4.1), na qual o fóton dissocia-se tanto em um par $q\bar{q}$ ou $q\bar{q}g$. No primeiro diagrama o q e \bar{q} carregam frações α e $(1 - \alpha)$ do momento do fóton, e têm momentos transversos $\pm \mathbf{k}_t$. No segundo diagrama estas variáveis aplicam-se ao glúon e ao sistema $(q\bar{q})$. A primeira vista pareceria que $q\bar{q}g$ seria uma pequena correção à produção de $q\bar{q}$ e contribuiria com um fator extra α_s . Entretanto, a produção $q\bar{q}g$ domina em grande M^2 , compensando o pequeno valor de α_s . Este incorpora uma troca de spin 1 no canal- t em contraste com a troca no canal- t de quark de spin $\frac{1}{2}$ da produção $q\bar{q}$. De fato, o $q\bar{q}g$ é descrito pelo diagrama de triplo-Pomeron e fornece a contribuição dominante em grande M^2 (ou pequeno β), enquanto a produção de $q\bar{q}$ é a contribuição dominante em pequeno M^2 , veja Cap. (3).

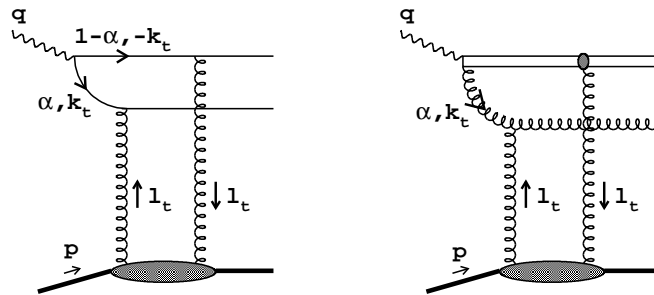


Fig. 4.1: Produção difrativa $q\bar{q}$ e $q\bar{q}g$ mediado pela troca de dois glúons com momentos transversos $\pm l_t$. O fóton dissocia-se em um dipolo de quarks ou num dipolo efetivo de glúons, constituídos de um glúon e um par compacto $q\bar{q}$.

A representação intuitiva é apresentada como segue. No sistema de repouso do alvo (próton), o fóton dissocia-se em um par $q\bar{q}$ em longas distâncias do alvo. Este par $q\bar{q}$ pode emitir um glúon através de radiação QCD, e então a configuração partônica como um todo espalha-se quase elasticamente com o próton através da troca de dois glúons. A escala de tempo na qual a flutuação ocorre é proporcional a $1/(x m_p)$, onde m_p é a massa de

repouso do próton. Em muito pequeno x , a flutuação já existe a algum tempo enquanto o espalhamento é um rápido impacto do par $q\bar{q}$ ou estado final $q\bar{q}g$ no alvo. O impacto muda o estado de virtual para real, entretanto não muda a posição no espaço de parâmetro de impacto, a qual pode ser considerada como fixa durante o espalhamento.

É interessante mostrar porque as escalas de tempo da flutuação e da interação são tão diferentes. Para isto, é conveniente usar a teoria de perturbação de cone de luz (veja, por exemplo, [131]) e expressar os quadrimomentos das partículas na forma

$$k_\mu = (k_+, k_-, \mathbf{k}_t) \quad (4.29)$$

onde $k_\pm = k_0 \pm k_3$. Nesta abordagem, todas as partículas estão na camada de massa (on mass-shell)

$$k^2 = k_+k_- - k_t^2 = m^2, \quad (4.30)$$

e k_+ e \mathbf{k}_t são conservados em cada vértice. No sistema de repouso do próton temos que

$$p_\mu = (m_p, m_p, \mathbf{0}), \quad q_\mu = (q_+, -Q^2/q_+, \mathbf{0}), \quad (4.31)$$

$$k_\mu = (k_+, m_T^2/k_+, \mathbf{k}_t), \quad \ell_\mu = (\ell_+, \ell_t^2/\ell_+, \boldsymbol{\ell}_t),$$

com $m_T^2 = m^2 + k_t^2$, onde m é a massa do quark. De acordo com o princípio da incerteza, o tempo de flutuação $\gamma^* \rightarrow q\bar{q}$ é,

$$\tau_\gamma \sim \frac{1}{\Delta E} = \left| \frac{2}{q_- - k_{1-} - k_{2-}} \right| = \frac{2q_+}{Q^2 + m_T^2/\alpha + m_T^2/(1-\alpha)} \simeq \frac{2q_+}{Q^2} = \frac{1}{m_p x} \quad (4.32)$$

em grande Q^2 , onde k_1 e k_2 são os quadrimomentos do quark e do antiquark. As frações de momento, mostradas na Fig. (4.1), são $\alpha = k_{1+}/q_+$ e $1 - \alpha = k_{2+}/q_+$. O fator 2 na Eq. (4.32) ocorre devido a definição para energia $k_0 = (k_+ + k_-)/2$. Uma estimativa do tempo de interação pode ser obtida de um tempo típico para a emissão de um glúon de momento ℓ emitido pelo quark de momento k_1 , por exemplo. Então

$$\tau_i \sim \left| \frac{2}{k_{1-} - k'_{1-} - \ell_-} \right| = \left| \frac{2q_+}{m_T^2/\alpha - m_T^2/\alpha' - \ell_t^2/(\alpha - \alpha')} \right| \simeq \frac{2\ell_+}{\ell_t^2} = \frac{1}{m_p x_\ell} \quad (4.33)$$

como $\alpha - \alpha' = \ell_+/q_+$ e $\alpha' = k'_{1+}/q_+$. Podemos considerar x_ℓ como a variável de Bjorken para a interação glúon-próton. Estamos nos referindo à região cinemática $x \ll x_\ell$ onde a aproximação de $\log(x_\ell/x)$ dominante é apropriada e então temos $\tau_\gamma \gg \tau_i$. Devemos notar que a representação acima é válida em um certo sistema de referência, combinada com uma certa condição de gauge física, $p \cdot A = 0$ (p_μ é o momento do próton e A_μ o potencial vetorial do glúon). Neste gauge, as cascatas de partículas evoluem do fóton, enquanto a radiação de freamento do próton é suprimida. Podemos discutir o mesmo processo no sistema de Breit, onde o próton está se movendo rapidamente, e com ele também o Pomeron. Neste, o Pomeron está presente muito antes da interação e é uma flutuação virtual muito complexa. Portanto, é mais apropriado usar-se a condição de gauge $q' \cdot A = 0$ ($q' = q + xp$ é o correspondente vetor de cone de luz na direção do fóton), sobre a qual a cascata partônica

evolui a partir do Pomeron. Os resultados se mantêm, mas a interpretação física é menos conveniente

A flutuação virtual do fóton em um par $q\bar{q}$, ou um estado final $q\bar{q}g$, é descrita pelas funções de onda do fóton, como vimos no Cap. (2). A função de onda QCD para um par $q\bar{q}$ foi discutida pela primeira vez nas Refs. [52, 53]. Resultados similares já tinham sido derivados através de QED. Na Ref. [132] a flutuação de um fóton em um par de múons foi estudada como um modelo ao espalhamento profundamente inelástico.

A função de onda para um par $q\bar{q}$ depende da polarização do fóton, ou seja se este é transversalmente (T) ou longitudinalmente (L) polarizado. A hipótese principal na abordagem completa é o acoplamento tipo-eikonal dos glúons no canal- t com momento ℓ aos quarks e glúons movendo-se rapidamente no canal- s , tal que

$$\langle p - \ell | \gamma^\mu | p \rangle \simeq 2p^\mu \quad (4.34)$$

onde p e $p - \ell$ são os momentos dos pártons rápidos incidentes e no estado final. Esta aproximação é correta em energias muito altas ($\ell \ll p$). A derivação das funções de onda transversa e longitudinal, baseada em uma representação espinorial explícita, pode ser encontrada na Ref. [133] ou Ref. [134]. Para um fóton polarizado transversalmente, por exemplo, com helicidade $\lambda_\gamma = +1$, as funções de onda $\Psi_{\lambda\lambda'}$ são

$$\begin{aligned} \Psi_{+-}^T &= \frac{\sqrt{2}e_q\alpha\mathbf{k}_t \cdot \boldsymbol{\varepsilon}(\lambda_\gamma = 1)}{k_t^2 + \alpha(1-\alpha)Q^2}, \\ \Psi_{-+}^T &= -\frac{\sqrt{2}e_q(1-\alpha)\mathbf{k}_t \cdot \boldsymbol{\varepsilon}(\lambda_\gamma = 1)}{k_t^2 + \alpha(1-\alpha)Q^2} \end{aligned} \quad (4.35)$$

onde $\boldsymbol{\varepsilon}$ é o vetor polarização do glúon virtual; λ, λ' são as helicidades do quark, do antiquark (com \pm denotando helicidade $\pm\frac{1}{2}$), e e_q é a carga elétrica do quark. A estrutura geral da Eq. (4.35) é clara. Para um quark sem massa, a conservação de helicidade no vértice quark-fóton requer $\lambda \neq \lambda'$. As frações de momento $\alpha, (1-\alpha)$ aparecem no numerador porque a helicidade do fóton tende a seguir o quark (antiquark) rápido. A conservação de momento angular proíbe a produção de q, \bar{q} colinear. Então, o fator k_t significa uma interação de onda- P . Finalmente, a estrutura do denominador tem sua origem na Eq. (4.32) com $m_T^2 = k_t^2$. As funções de onda longitudinais (com $\lambda_\gamma = 0$) têm a forma

$$\Psi_{+-}^L = \Psi_{-+}^L = \frac{2e_q\alpha(1-\alpha)Q}{k_t^2 + \alpha(1-\alpha)Q^2}. \quad (4.36)$$

A função de onda efetiva para o estado $q\bar{q}g$ requer algum cuidado. Como o fóton não se acopla ao glúon diretamente, ele não pode decair em um dipolo de glúons. Entretanto, em grande Q^2 a estrutura de cor do $q\bar{q}$ efetivamente combina-se em uma representação de glúon levando a um dipolo de glúons. Esta característica é baseada no forte ordenamento dos momentos transversos na aproximação de logaritmo dominante $\log(Q^2)$ ao DIS difrativo. Isto é, esta é apenas válida quando $k_t \ll Q$ e $\alpha \ll 1$, e quando os fótons são transversalmente polarizados. A contribuição vinda da caixa de quark (quark-box) pode ser fatorizada (como

se tornará explícito mais tarde) e resultamos com a seguinte expressão para a função de onda para o dipolo efetivo de glúons descrevendo a transição $\gamma^* \rightarrow (q\bar{q})g$ [135, 57, 58]:

$$\Psi_{q\bar{q}g} = \frac{1}{\sqrt{\alpha Q^2}} \frac{k_t^2 (\boldsymbol{\varepsilon}_1 \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_2) - 2(\mathbf{k}_t \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_1)(\mathbf{k}_t \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_2)}{k_t^2 + \alpha Q^2}, \quad (4.37)$$

onde $\boldsymbol{\varepsilon}_1$ e $\boldsymbol{\varepsilon}_2$ são os vetores polarização do par $(q\bar{q})$ e de g , formando o dipolo de glúons. Como $\alpha \ll 1$ temos substituído $(1 - \alpha)$ por 1 na Eq. (4.37). Ao contrário, a função de onda é interpretada de maneira análoga às Eqs. (4.35, 4.36). Em princípio, há uma simetria entre α e $(1 - \alpha)$, entretanto, por convenção, α é usado para denotar a menor componente.

No intuito de assegurar invariância de gauge, temos que considerar todos os possíveis acoplamentos dos dois glúons no canal- t ao dipolo de quark ou de glúon. No final, há quatro configurações, das quais apenas uma é mostrada na Fig. (4.1). Isto leva à seguinte expressão

$$\begin{aligned} D\Psi(\mathbf{k}_t, \boldsymbol{\ell}_t) &= 2\Psi(\alpha, \mathbf{k}_t) - \Psi(\alpha, \mathbf{k}_t + \boldsymbol{\ell}_t) - \Psi(\alpha, \mathbf{k}_t - \boldsymbol{\ell}_t) \\ &\simeq \begin{cases} -\ell_t^i \ell_t^j \frac{\partial^2 \Psi(\alpha, \mathbf{k}_t)}{\partial \mathbf{k}_t^i \partial \mathbf{k}_t^j} & \text{for } \ell_t \ll k_t, \\ 2\Psi(\alpha, \mathbf{k}_t) & \text{for } \ell_t \gg k_t. \end{cases} \end{aligned} \quad (4.38)$$

A amplitude para o espalhamento difrativo é basicamente obtido através da convolução de $D\Psi$ com a distribuição de glúons não-integrada \mathcal{F} , como vimos no Cap. (2):

$$A^D \sim \int \frac{d^2 \boldsymbol{\ell}_t}{\pi \ell_t^2} D\Psi(\mathbf{k}_t, \boldsymbol{\ell}_t) \alpha_S(\ell_t^2) \mathcal{F}(x_P, \ell_t^2). \quad (4.39)$$

A forma para A^D é um exemplo do teorema de fatorização- k_t [49, 50], neste caso aplicado ao momento transversal ℓ_t . A distribuição \mathcal{F} , não-integrada sobre ℓ_t^2 , contém todos os detalhes do acoplamento dos dois glúons no canal- t ao próton, como indicado pelo círculo hachurado na Fig. (4.1). Para ser preciso, deveríamos usar a distribuição de glúons ‘skewed’ uma vez que o momento ao longo das linhas de troca de glúons na Fig. (4.1) não são exatamente iguais e opostos, como veremos adiante. Esta distribuição de glúons $\mathcal{F}(x, \ell_t^2)$ é uma função universal aplicável a todos os processos de espalhamento duro envolvendo o próton, uma vez que glúons são os pártons dominantes em pequeno x . Integrando $\mathcal{F}(x, \ell_t^2)$ sobre ℓ_t^2 reobtemos a distribuição de glúon convencional $xG(x, Q^2)$.

Temos agora, a princípio, todos os conceitos QCD para escrevermos a seção de choque difrativa. Antes de fazê-lo, alguns comentários sobre o papel das funções de onda na dependência em β são apropriados. Foi demonstrado na Ref. [136] que o comportamento básico do espectro em β advém das funções de onda, dependendo muito fracamente dos detalhes sobre a distribuição não-integrada \mathcal{F} . Verificando Eq. (4.38), observamos um limite duro ($\ell_t \ll k_t$) e um limite suave ($\ell_t \gg k_t$) para $D\Psi$. No limite suave os dois glúons acoplam-se à mesma linha de quark, i.e. eles atuam como uma única troca de uma pseudo-partícula com $C = 1$ e portanto fornece o mesmo resultado como um Pomeron suave [137]. A escala típica para ℓ_t é dada pela dinâmica dentro do próton. O limite duro é representado pela segunda derivada das funções de onda e o limite suave pela própria função de onda. As derivadas segundas são

$$\delta^{ij} \frac{\partial^2 \Psi_{+-}^T}{\partial \mathbf{k}_t^i \partial \mathbf{k}_t^j} = \alpha(1 - \alpha) Q^2 \frac{\sqrt{2} e_q (1 - \alpha) \mathbf{k}_t \cdot \boldsymbol{\varepsilon} (\lambda_\gamma = 1)}{[k_t^2 + \alpha(1 - \alpha) Q^2]^3}, \quad (4.40)$$

$$\delta^{ij} \frac{\partial^2 \Psi_{+-}^L}{\partial \mathbf{k}_t^i \partial \mathbf{k}_t^j} = 4 e_q \alpha(1-\alpha) Q \frac{k_t^2 - \alpha(1-\alpha)Q^2}{[k_t^2 + \alpha(1-\alpha)Q^2]^3}, \quad (4.41)$$

$$\delta^{ij} \frac{\partial^2 \Psi_{q\bar{q}g}}{\partial \mathbf{k}_t^i \partial \mathbf{k}_t^j} = \frac{k_t^2(\boldsymbol{\varepsilon}_1 \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_2) - 2(\mathbf{k}_t \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_1)(\mathbf{k}_t \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_2)}{\sqrt{\alpha}Q^2} \frac{k_t^2 + 3\alpha Q^2}{[k_t^2 + \alpha Q^2]^3}. \quad (4.42)$$

Além disso, a massa M é formada por dois subsistemas com componentes k_+ , αq_+ e $(1-\alpha)q_+$, obtendo

$$M^2 = (k_1 + k_2)^2 = (q_+, k_t^2/(\alpha(1-\alpha)q_+), \mathbf{0})^2 \quad (4.43)$$

e então

$$k_t^2 = M^2 \alpha(1-\alpha). \quad (4.44)$$

Portanto, os regimes duro e suave, no limite de pequenas massas difrativas, $M \ll Q$, e mantendo α fixo, são dados por,

$$\Psi_{q\bar{q}}^T, \quad \partial^2 \Psi_{q\bar{q}}^T \sim k_t \sim M, \quad (4.45)$$

$$\Psi_{q\bar{q}}^L, \quad \partial^2 \Psi_{q\bar{q}}^L \sim \text{constante}, \quad (4.46)$$

$$\Psi_{q\bar{q}g}, \quad \partial^2 \Psi_{q\bar{q}g} \sim k_t^2 \sim M^2. \quad (4.47)$$

Podemos também verificar da análise das funções de onda que a parte longitudinal é uma contribuição de mais alto twist, i.e., a função de estrutura longitudinal é suprimida por uma potência extra em Q^2 para β fixo, onde

$$\beta \equiv \frac{x}{x_{\mathcal{P}}} = \frac{Q^2}{Q^2 + M^2}. \quad (4.48)$$

Podemos mostrar este resultado substituindo α nas Eqs. (4.41) e (4.40) por k_t^2/M^2 de acordo com Eq. (4.44), assumindo que α é pequeno. Então obtemos para Eq. (4.41) um fator extra k_t/Q como comparado a Eq. (4.40).

A função de onda do fóton determina a estrutura geral do espectro em β . Temos já notado que para grandes massas M , a contribuição ao processo difrativo inclusivo $\gamma^* p \rightarrow Xp$ surgindo da produção da produção de pares $q\bar{q}g$ domina sobre $q\bar{q}$ mesmo sendo em última análise de mais alta ordem em α_s , uma vez que contém troca de glúon de maneira oposta à troca de quark (veja Fig. (4.1)). Resumindo, as Eqs. (4.45)–(4.47) indicam que a distribuição em β apresenta uma separação distinta em três regiões: pequeno, médio e grande β (grande, médio e pequeno M). Cada uma destas três contribuições é dominada por $q\bar{q}g$, bem como por $q\bar{q}$ transverso e longitudinal, respectivamente. O fato da parte longitudinal ser não-negligenciável também indica a importância de termos de mais alto twist mesmo para grandes virtualidades Q^2 . Uma das conclusões importantes na Ref. [136] foi a observação que a função de onda para $q\bar{q}g$ resulta em uma distribuição de glúons ainda macia (decrecendo fortemente quando $\beta \rightarrow 1$), veja Eq. (4.47). Tem sido mostrado que uma parametrização baseada no formalismo de funções de onda fornece uma boa descrição dos dados sem a necessidade de uma distribuição de glúons singular dura (bastante importante quando $\beta \rightarrow 1$) como sugerido por H1 [126]. Discutiremos em detalhes esta parametrização mais adiante.

Usamos a fórmula de fatorização ℓ_t , da Eq. (4.39), para obtermos a forma explícita das funções de onda difrativas. Primeiro, verificamos que a distribuição de glúons \mathcal{F} é independente do ângulo azimital de ℓ_t , quando $t \rightarrow 0$. Portanto, podemos fazer a integração sobre este ângulo. Tomamos então o quadrado da amplitude e integramos sobre t , assumindo uma simples forma exponencial, $\exp(-B_D|t|)$, onde o coeficiente angular difrativo B_D é conhecido do experimento. O resultado final para a função de estrutura difrativa $F_2^{D(3)}(\beta, Q^2, x_{\mathbb{P}})$ é a soma das três contribuições [58]

$$x_{\mathbb{P}} F_{T,q\bar{q}}^D(\beta, Q^2, x_{\mathbb{P}}) = \frac{1}{96B_D} \sum_q e_q^2 \frac{Q^2}{1-\beta} \int_0^1 d\alpha [\alpha^2 + (1-\alpha)^2] \\ \times \left\{ \int \frac{d\ell_t^2}{\ell_t^2} \alpha_S \mathcal{F}(x_{\mathbb{P}}, \ell_t^2) \left[1 - 2\beta + \frac{\ell_t^2 - (1-2\beta)k^2}{\sqrt{(\ell_t^2 + k^2)^2 - 4(1-\beta)\ell_t^2 k^2}} \right] \right\}^2, \quad (4.49)$$

$$x_{\mathbb{P}} F_{L,q\bar{q}}^D(\beta, Q^2, x_{\mathbb{P}}) = \frac{1}{6B_D} \sum_q e_q^2 \int_0^1 d\alpha k^2 \beta^2 \\ \times \left\{ \int \frac{d\ell_t^2}{\ell_t^2} \alpha_S \mathcal{F}(x_{\mathbb{P}}, \ell_t^2) \left[1 - \frac{k^2}{\sqrt{(\ell_t^2 + k^2)^2 - 4(1-\beta)\ell_t^2 k^2}} \right] \right\}^2, \quad (4.50)$$

$$x_{\mathbb{P}} F_{q\bar{q}g}^D(\beta, Q^2, x_{\mathbb{P}}) = \frac{9\beta}{64B_D} \sum_q e_q^2 \int_0^{Q^2} dk^2 \frac{\alpha_S}{2\pi} \ln\left(\frac{Q^2}{k^2}\right) \\ \times \int_\beta^1 \frac{dz}{z^2(1-z)^2} \left[\left(1 - \frac{\beta}{z}\right)^2 + \left(\frac{\beta}{z}\right)^2 \right] \left\{ \int \frac{d\ell_t^2}{\ell_t^2} \alpha_S \mathcal{F}(x_{\mathbb{P}}, \ell_t^2) \right. \\ \left. \times \left[z^2 + (1-z)^2 + \frac{\ell_t^2}{k^2} - \frac{[(1-2z)k^2 - \ell_t^2]^2 + 2z(1-z)k^4}{k^2 \sqrt{(\ell_t^2 + k^2)^2 - 4(1-z)\ell_t^2 k^2}} \right] \right\}^2. \quad (4.51)$$

Mudamos as variáveis nos parênteses quadrados usando Eq. (4.44) e também introduzimos,

$$k^2 = \frac{k_t^2}{1-\beta} \quad \text{para } q\bar{q}, \quad (4.52) \\ k^2 = \frac{k_t^2}{1-z} \quad \text{para } q\bar{q}g.$$

Enfatizamos que os cortes de infravermelho estão implícitos na função de glúon não-integrada \mathcal{F} na Eq. (4.39). Estes são especificados pelo tamanho do próton. As Eqs. (4.49–4.51) são portanto bem comportadas no limite de infravermelho, $k^2 \rightarrow 0$. A variável z aparece para a contribuição $q\bar{q}g$, ao contrário de β , porque ainda teremos de convoluir com a caixa de quark. A convolução é aparente em termos da função de desdobramento Altarelli-Parisi, descrevendo a transição $g \rightarrow q\bar{q}$ (i.e., o segundo fator na segunda linha da Eq. (4.51)). A variável z descreve a fração de momento relativa do glúon em relação ao Pomeron.

A distribuição de glúons não integrada \mathcal{F} é a única quantidade nas Eqs. (4.49–4.51) a ser determinada para realizarmos análises numéricas. Ela pode ser determinada através das distribuições partônicas usuais ou usando-se um modelo particular como na Ref. [57, 58].

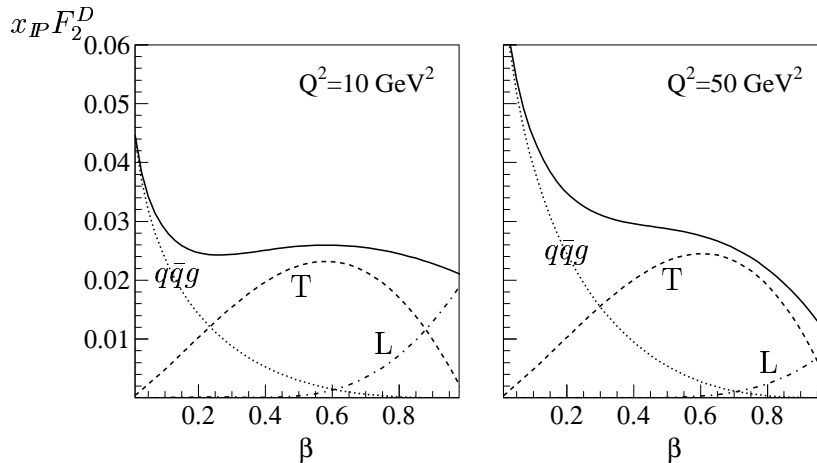


Fig. 4.2: A função de estrutura difrativa F_2^D e suas três componentes mostrada como função de β para fixo $x_P = 0.005$. Linha tracejada: $q\bar{q}$ transversal, linha tracejada-pontilhada: $q\bar{q}$ longitudinal e linha pontilhada: $q\bar{q}g$.

A Fig. 4.2 mostra como as três contribuições, $q\bar{q}g$, $q\bar{q}$ dos fótons polarizados transversalmente e longitudinalmente, ocupam os três diferentes regimes de baixo, médio e alto β . Esta decomposição é devida em grande parte à propriedade das funções de onda, como já discutimos. A forma precisa da parametrização para \mathcal{F} tem apenas pouca influência no espectro em β . A normalização relativa é dada pelos fatores de cor. Como o fator de cor para $q\bar{q}g$ é muito maior que para $q\bar{q}$, é outra razão porque esta contribuição torna-se importante apesar do fato de ser uma contribuição de mais alta ordem (α_s foi considerada fixa no valor 0.2). Notamos a queda na curva para F_2^D em grande β quando Q^2 aumenta. Este efeito é devido à natureza de mais alto twist da contribuição longitudinal, como discutido anteriormente. O crescimento em pequeno β , por outro lado, é dominado pelo logaritmo em Q^2 o qual resulta da integração de espaço de fase do gráfico da caixa de quark.

A distribuição em x_P depende fortemente na parametrização que escolhermos para a distribuição de glúon \mathcal{F} . Em geral, como estamos considerando uma abordagem perturbativa, o coeficiente angular é muito mais acentuado quando comparado à abordagem suave. Como um exemplo, para um abordagem macia, podemos tomar o modelo da Ref. [137], o qual é baseado na troca de glúons não-perturbativos. Este modelo leva a uma distribuição mais suave em x_P [138].

4.2.1 O modelo de saturação aplicado ao DDIS

A seção de choque inclusiva γ^*p para grande Q^2 é dominada pela região de escalamento. O spalramento difrativo, por outro lado, é determinado essencialmente pela região de saturação, como vimos na primeira seção deste capítulo. Neste caso, a dependência em x é controlada pelo espaço de fase disponível no momento transversal. Este espaço de fase cresce proporcionalmente a $1/R_0^2(x)$ e leva ao mesmo comportamento em potência em x como verificado para o caso inclusivo. Isto também significa que o momento transversal médio do estado final difrativo aumentará quando x diminuir. O processo torna-se mais duro quando x torna-se menor. O ponto chave no modelo de saturação GBW é a invariância de escala

mantida pela inexistência de qualquer corte adicional (cutoff) nos momentos transversos do estado final.

Na abordagem de dipolos, vista no Cap. (2), a seção de choque total é facilmente calculada em termos das funções de onda do fóton e sua seção de choque de interação com o alvo, σ_{dip} . A seção de choque difrativa é calculada da mesma maneira, mas tomando σ_{dip}^2 , como vimos na Eq. (4.15). Lembrando a forma eikonal na seção de choque de dipolos GBW, $\sigma_{dip}(x, r^2) = \sigma_0 [1 - \exp(r^2/4R_0^2(x))]$, as seguintes estimativas qualitativas ajudarão a clarificar a importância de saturação em difração dura. A função de onda para o par $q\bar{q}$ pode ser aproximada, usando a relação $K_1(x) \simeq 1/x$ para $x < 1$, por

$$|\Psi_{T,L}(\alpha, \mathbf{r})|^2 \approx \frac{6\alpha_{em}}{4\pi^2} \sum_f e_f^2 \{ [\alpha^2 + (1-\alpha)^2] \frac{1}{r^2} \Theta[\alpha(1-\alpha)Q^2 r^2 < 1] \}. \quad (4.53)$$

A contribuição dominante está associada com a configuração de jato alinhado. No sistema de centro de massa γ^* -Pomeron, o ângulo de espalhamento θ é dado por $\cos(\theta) = 1 - 2\alpha$, i.e., para $\alpha \rightarrow 0$ (1), temos $\theta \rightarrow 0$ (π). A função Θ na Eq. (4.53) garante a condição que nem α ou $1 - \alpha$ é menor que $1/(Q^2 r^2)$. Podemos usar esta condição e a simetria $\alpha \leftrightarrow 1 - \alpha$ para realizar a integração em α na Eq. (4.15) e no caso inclusivo visto no Cap. (2), e encontramos as seções de choque total inclusiva e difrativa,

$$\sigma(x, Q^2) \approx \frac{6\alpha_{em}}{2\pi} \sum_f e_f^2 \frac{1}{Q^2} \int_{4/Q^2}^{\infty} \frac{dr^2}{r^4} \sigma_{dip}(x, r^2) \quad (4.54)$$

$$(4.55)$$

$$\sigma^D(x, Q^2) \approx \frac{6\alpha_{em}}{32\pi^2 B_D} \sum_f e_f^2 \frac{1}{Q^2} \int_{4/Q^2}^{\infty} \frac{dr^2}{r^4} \sigma_{dip}^2(x, r^2) \cdot \quad (4.56)$$

O limite inferior é requerido, uma vez que o fator $1/(Q^2 r^2)$, resultante da integração sobre α , não deve exceder o valor $1/4$. Também aproximamos a seção de choque GBW por,

$$\sigma_{dip} \approx \begin{cases} \sigma_0 r^2/[4R_0^2(x)] & \text{para } r^2 < 4R_0^2(x) \\ \sigma_0 & \text{para } r^2 > 4R_0^2(x) \end{cases} \quad (4.57)$$

Inserindo Eq. (4.57) na Eq. (4.54), obtém-se após a integração em r ,

$$\sigma(x, Q^2) \approx \frac{6\alpha_{em}}{2\pi} \sum_f e_f^2 \frac{\sigma_0}{4R_0^2(x) Q^2} \ln[R_0^2(x) Q^2] \quad (4.58)$$

$$(4.59)$$

$$\sigma^D(x, Q^2) \approx \frac{6\alpha_{em}}{16\pi^2 B_D} \sum_f e_f^2 \frac{\sigma_0^2}{4R_0^2(x) Q^2} \cdot$$

Portanto, obtém-se uma razão aproximadamente constante da seção de choque difrativa pela inclusiva similar ao resultado original encontrado na Ref. [57],

$$\frac{\sigma^D}{\sigma} \approx \frac{\sigma_0}{8\pi B_D} \frac{1}{\ln[R_0^2(x) Q^2]} \cdot \quad (4.60)$$

Entretanto, se usamos

$$\sigma_{dip}(x, Q^2) \approx \sigma_0 \frac{r^2}{4R_0^2(x)}, \quad (4.61)$$

ao contrário da Eq. (4.54), i.e., nenhuma saturação, então um corte (cutoff) R_{cut}^2 seria requerido levando a

$$\sigma(x, Q^2) \approx \frac{6 \alpha_{em}}{2\pi} \sum_f e_f^2 \frac{\sigma_0}{4R_0^2(x) Q^2} \ln(R_{cut}^2 Q^2/4), \quad (4.62)$$

$$\sigma^D(x, Q^2) \approx \frac{6 \alpha_{em}}{32 \pi^2 B_D} \sum_f e_f^2 \frac{\sigma_0^2 R_{cut}^2}{[4R_0^2(x)]^2 Q^2}. \quad (4.63)$$

O ponto chave é que a seção de choque inclusiva depende apenas fracamente em R_{cut} , enquanto a seção de choque difrativa apresenta uma dependência muito forte. Também verificamos da hipótese usada na Eq. (4.61), que a seção de choque difrativa, sendo proporcional a $1/R_0^4(x)$, cresce em pequeno x duas vezes mais rápido que a seção de choque inclusiva ($\sim x^{-2\lambda}$). A razão, Eq. (4.60) seria proporcional a $x^{-\lambda}$, que claramente não é o comportamento observado em HERA. Resumidamente, a seção de choque difrativa é sensível ao corte de infravermelho, que é dado efetivamente por $2R_0(x)$, sugerindo que a difração dura testa diretamente a região de transição.

Na Fig. (4.3), mostramos a razão $\sigma_{tot}^D/\sigma_{tot}$ como uma função de W para diferentes valores de Q^2 e massa difrativa M , em comparação com dados da Colaboração ZEUS (ver Ref. [58] para detalhes). A razão é quase constante para todo o intervalo de Q^2 e W com um crescimento suave em pequeno M , causado pela contribuição longitudinal de mais alto twist. A razão constante é uma característica particular do modelo de saturação GBW e certamente desvia-se das abordagens de triplo-Regge convencionais.

Usando a representação de momento, calcula-se o espectro em β e o comportamento em Q^2 do modelo GBW. A função de glúon não integrada pode ser obtida através da transformada de Fourier entre os espaços r e k_t ,

$$\sigma_{dip}(x, r) = \frac{4\pi^2}{3} \int \frac{dl_t^2}{l_t^2} [1 - J_0(l_t r)] \alpha_s \mathcal{F}(x, l_t^2), \quad (4.64)$$

$$\alpha_s \mathcal{F}(x, l_t^2) = \frac{3 \sigma_0}{4\pi^2} R_0^2(x) l_t^2 e^{-R_0^2(x) l_t^2}. \quad (4.65)$$

Introduzindo a expressão acima nas Eqs.(4.49), (4.50) e (4.51), podemos obter predições livres de parâmetro para a função de estrutura difrativa [58]. Em particular, a dependência em $x_{\mathcal{P}}$ e a normalização total são predições consistentes e precisas no modelo GBW. Os resultados acima para o modelo GBW será usado na última seção onde calcularemos o seu respectivo coeficiente angular difrativo.

4.2.2 A representação de parâmetro de impacto para o DDIS

É importante recobramos as fórmulas derivadas no espaço de parâmetro de impacto, como fizemos intuitivamente nas seções anteriores. Desta maneira podemos usar a descrição física

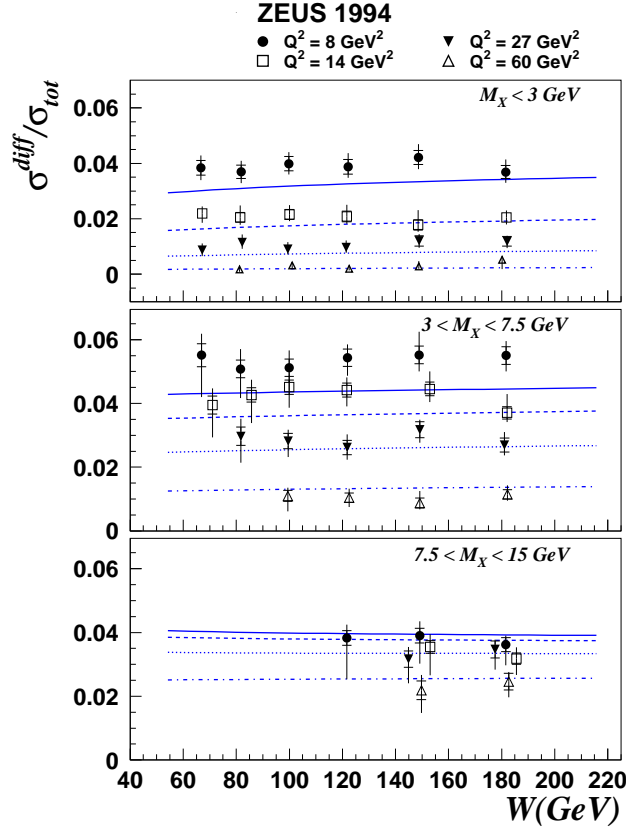


Fig. 4.3: A razão $\sigma_{tot}^D/\sigma_{tot}$ como função de W para valores diferentes de Q^2 e da massa do sistema difrativo M_X .

mais simplificada, onde a posição dos pártons no espaço de parâmetro de impacto permanece fixa (congelada) durante o espalhamento. Além disso, o conceito de seção de choque de dipolo pode ser generalizado da troca de dois glúons para a troca de múltiplos glúons. Entretanto, a desvantagem principal é a necessidade de transformarmos ao espaço de momento quando quisermos estudar distribuições exclusivas, como o espectro em β .

Transformamos as funções de ondas $\Psi(\mathbf{k}_t, \alpha)$ das Eqs. (4.35)–(4.37) para o espaço de parâmetro de impacto usando a transformada de Fourier,

$$\psi(\mathbf{r}, \alpha) = \int \frac{d^2\mathbf{k}_t}{(2\pi)^2} e^{i\mathbf{k}_t \cdot \mathbf{r}} \Psi(\mathbf{k}_t, \alpha) \quad (4.66)$$

onde r denota a separação do dipolo no espaço de parâmetro de impacto. Realizando as integrações, encontramos [51]

$$\psi_{+-}^T(\mathbf{r}, \alpha) = \frac{\sqrt{2}ie_q}{2\pi} \alpha^{\frac{3}{2}}(1-\alpha)^{\frac{1}{2}} Q K_1(\sqrt{\alpha(1-\alpha)Q^2r^2}) \hat{\mathbf{r}} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}(\lambda_\gamma = 1), \quad (4.67)$$

$$\psi_{-+}^T(\mathbf{r}, \alpha) = -\frac{\sqrt{2}ie_q}{2\pi} \alpha^{\frac{1}{2}}(1-\alpha)^{\frac{3}{2}} Q K_1(\sqrt{\alpha(1-\alpha)Q^2r^2}) \hat{\mathbf{r}} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}(\lambda_\gamma = 1),$$

$$\psi_{+-}^L(\mathbf{r}, \alpha) = \psi_{-+}^L(\mathbf{r}, \alpha) = \frac{e_q}{\pi} \alpha(1-\alpha) Q K_0(\sqrt{\alpha(1-\alpha)Q^2r^2}), \quad (4.68)$$

$$\psi_{q\bar{q}g}(\mathbf{r}, \alpha) = -\frac{1}{2\pi} (\boldsymbol{\varepsilon}_1 \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_2 - 2\hat{\mathbf{r}} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_1 \hat{\mathbf{r}} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_2) \sqrt{\alpha Q^2} K_2(\sqrt{\alpha Q^2 r^2}), \quad (4.69)$$

onde os K_n são as funções de Bessel modificadas de segundo tipo, como vimos no Cap. (2). Podemos usar estas funções de onda para calcular as funções de estrutura difrativas. Por exemplo, encontramos,

$$x_{\mathbb{P}} F_{T,q\bar{q}}^D = \frac{3}{64\pi^5 B_D} \sum_q e_q^2 \frac{\beta^2}{(1-\beta)^3} \int \frac{d^2 \mathbf{k}_t}{(2\pi)^2} k_t^4 \frac{1 - 2a^2 k_t^2 / Q^2}{\sqrt{1 - 4a^2 k_t^2 / Q^2}} \Theta(1 - 4a^2 k_t^2 / Q^2) \\ \times \int d^2 \mathbf{r} \int d^2 \mathbf{r}' e^{i \mathbf{k}_t \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}')} \hat{\sigma}(r, x_{\mathbb{P}}) \hat{\sigma}(r', x_{\mathbb{P}}) \hat{\mathbf{r}} \cdot \hat{\mathbf{r}}' K_1(ak_t r) K_1(ak_t r'), \quad (4.70)$$

onde $a^2 \equiv \beta/(1-\beta)$ e onde introduzimos a seção de choque de dipolo como no Cap. (2),

$$\hat{\sigma}(r, x) = \frac{4\pi}{3} \int \frac{d^2 \boldsymbol{\ell}_t}{\ell_t^2} \left[1 - e^{i \mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\ell}_t} \right] \alpha_S \mathcal{F}(x, \ell_t^2) \\ = \frac{4\pi^2}{3} \int \frac{d\ell_t^2}{\ell_t^2} \left[1 - J_0(\ell_t r) \right] \alpha_S \mathcal{F}(x, \ell_t^2). \quad (4.71)$$

Inserindo Eq. (4.71) na Eq. (4.70) e realizando a integração sobre \mathbf{r} ou \mathbf{r}' , obtemos diretamente as expressões nas Eq. (4.49). $\hat{\sigma}(r, x)$ é a seção de choque efetiva inclusiva para o espalhamento de um sistema $q\bar{q}$, com separação q, \bar{q} transversa r , em energia do próton \sqrt{s} , onde $s = M^2/x$. A amplitude de espalhamento difrativa ou elástica é dada em termos de $\hat{\sigma}$, através do teorema óptico.

Uma motivação importante para usarmos a representação de parâmetro de impacto é a fatorização entre a função de onda de dipolo e a seção de choque de dipolo, a qual é equivalente à fatorização- k_t no espaço de momento. O parâmetro de impacto não muda no decorrer do espalhamento, i.e. os estados incidentes e finais têm o mesmo parâmetro de impacto. Este fato é bem visível na versão integrada em β ou em M da Eq. (4.70). Quando β é mudada para α , obtém-se

$$F_{T,q\bar{q}}^{D(2)}(x, Q^2) = \frac{3Q^2}{128\pi^5 B_D} \sum_q e_q^2 \int_0^1 d\alpha [\alpha^2 + (1-\alpha)^2] \\ \times \alpha(1-\alpha) Q^2 \int d^2 \mathbf{r} K_1^2(\sqrt{\alpha(1-\alpha)Q^2 r^2}) \hat{\sigma}^2(r, x) \quad (4.72)$$

a qual envolve o quadrado da seção de choque de dipolo $\hat{\sigma}$. Isto é, $r = r'$, e o parâmetro de impacto é deixado intacto pela interação com o próton. Entretanto, os autoestados de massa não são autoestados de parâmetro de impacto (veja, Eq. (4.70)) [139].

Uma prova geral da fatorização colinear em DIS difrativo foi dada na Ref.[105] (veja também [106]), como discutimos anteriormente. Agora daremos forma explícita a estas. Na Ref. [105] também foi definido que a fatorização é violada em espalhamento difrativo hádron-hádron. Discutiremos um pouco mais sobre isto na seguinte seção (4.3). Em geral, não podemos fatorizar seções de choque difrativas em uma convolução de um subprocesso partônico ‘duro’ com distribuições partônicas difrativas universais. Por outro lado, as provas de fatorização permite introduzir tais distribuições para processos DIS difrativos.

Pode-se demonstrar das expressões para as funções de estrutura difrativas que há a possibilidade de extrair-se as distribuições partônicas difrativas, as quais estariam em concordância com a fatorização colinear. Para a produção de $q\bar{q}$, apenas devemos descartar termos de

$F_{T,q\bar{q}}^D$ que são de natureza de mais alto twist (tal como $a^2 k_t^2/Q^2$ na Eq. (4.70)). Este fato significa que a contribuição longitudinal é irrelevante neste contexto. Por analogia direta ao modelo de pártons para o caso DIS inclusivo, como visto n Cap. (2), para o processo de DIS difrativo podemos escrever

$$F_{T,q\bar{q}}^{D(3)} = \sum_q e_q^2 \beta q^D(\beta) \quad (4.73)$$

onde temos introduzido a distribuição de quarks difrativa. Notamos que β desempenha o papel de variável de x para os processos difrativos. A identificação Eq. (4.73) é feita para valores fixos de $x_{\mathcal{P}}$ e Q^2 . Em geral, é considerado que $q^D(\beta)$ é a distribuição de quark no Pomeron duro, com o quark carregando uma fração $\beta = x/x_{\mathcal{P}}$ de seu momento. Para introduzirmos esta representação, teríamos que especificar a probabilidade de encontrarmos o Pomeron no próton, e assumirmos que ele é uma partícula real (i.e., um pólo no plano t ou plano de momento angular complexo). As ambiguidades e dificuldades de interpretar $q^D(\beta)$ como a distribuição de quarks do Pomeron são discutidas a seguir. Comparando Eq. (4.73) com a parte de twist dominante da Eq. (4.70), podemos introduzir a distribuição de quarks difrativa (veja também Ref. [140])

$$\begin{aligned} q^D(\beta) &= \frac{3}{128\pi^5 x_{\mathcal{P}} B_D} \frac{\beta}{(1-\beta)^3} \int \frac{d^2 \mathbf{k}_t}{(2\pi)^2} k_t^4 \int d^2 \mathbf{r} \int d^2 \mathbf{r}' e^{i \mathbf{k}_t \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}')} \\ &\times \hat{\sigma}(r, x_{\mathcal{P}}) \hat{\sigma}(r', x_{\mathcal{P}}) \hat{\mathbf{r}} \cdot \hat{\mathbf{r}}' K_1(ak_t r) K_1(ak_t r'), \end{aligned} \quad (4.74)$$

onde denotamos $a^2 \equiv \beta/(1-\beta)$. De maneira similar, usando a função de estrutura $q\bar{q}g$, $F_{q\bar{q}g}^D$, podemos introduzir a distribuição de glúons difrativa,

$$\begin{aligned} g^D(\beta) &= \frac{81}{256\pi^5 x_{\mathcal{P}} B_D} \frac{\beta}{(1-\beta)^3} \int \frac{d^2 \mathbf{k}_t}{(2\pi)^2} k_t^4 \int d^2 \mathbf{r} \int d^2 \mathbf{r}' e^{i \mathbf{k}_t \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}')} \\ &\times \hat{\sigma}(r, x_{\mathcal{P}}) \hat{\sigma}(r', x_{\mathcal{P}}) (\delta^{mn} - 2\hat{r}^m \hat{r}^n) (\delta^{mn} - 2\hat{r}'^m \hat{r}'^n) K_2(ak_t r) K_2(ak_t r') \end{aligned} \quad (4.75)$$

com $m, n = 1, 2$. A Expansão do Produto de Operadores (OPE) permite introduzir distribuições partônicas difrativas consistentemente em qualquer ordem de $\log Q^2$. De acordo com Ref. [141], as distribuições iniciais das Eqs. (4.74) e (4.75) são válidas além da aproximação dominante $\log Q^2$. Há diferenças entre usar-se a expressão completa, Eq. (4.70), para $x_{\mathcal{P}} F_T^D$ e usarmos q^D de Eq. (4.74) na Eq. (4.73). Uma diferença está na forma da integração em k_t ; em particular na ausência de um limite superior em k_t na Eq. (4.74). Isto significa que a conservação de energia-momento é obviamente violada e a integral não é bem definida. Impondo o corte cinemático correto apenas levaria às correções de mais alto twist, as quais no contexto de fatorização colinear são subdominantes. A importância da contribuição longitudinal em comparação com os dados experimentais, entretanto, já indica que correções de mais alto twist não são completamente negligenciáveis. Outra questão é a escala de fatorização μ^2 . Uma dependência das distribuições partônicas difrativas na escala μ^2 é introduzida pela evolução, onde Eq. (4.74) e Eq. (4.75) servem como distribuições iniciais. Entretanto, a escala inicial Q_0^2 não pode ser determinada exatamente, o que introduz uma incerteza considerável para a predição.

Na representação de pártons convencional, há sempre um remanescente suave (soft remnant) que carrega a cor oposta àquela do párton espalhado elasticamente. Para a contribuição difrativa dominante a representação é a mesma. Entretanto, há eventos sem um

remanescente suave. Um exemplo é o estado final exclusivo $q\bar{q}$ com grande k_t . Apesar de serem subdominantes, estes eventos contribuem como um exemplo que quebra fatorização. Um sinal experimental importante para estes eventos é a distribuição em ângulo azimutal dos jatos de q e \bar{q} [142, 143].

Enfatizamos, que esta discussão não tem o intuito de desfavorecer a fatorização, mas apontar algumas de suas limitações. A difração apresenta a propriedade única de o evento completo ser observado no detector, i.e., o remanescente suave está incluído. A fatorização considera os subprocessos duros e basicamente desconsidera o remanescente suave.

4.2.3 O limite de triplo-Regge

A contribuição $q\bar{q}g$ no limite de triplo-Regge, i.e. $M^2 \gg Q^2$, pode ser calculada assumindo o forte ordenamento das componentes de momento longitudinal. Entretanto, podemos relaxar as condições de ordenamento dos momentos transversos. Um requerimento posterior nesta abordagem é a forte hierarquia entre as grandes massas difrativas M e os momentos transversos k_t dos quarks ou glúons, i.e. $M \gg k_t$.

A função de estrutura difrativa neste limite pode ser escrita como [150]:

$$x_{\mathbb{P}} F_{q\bar{q}g}^D = \sum_q e_q^2 \frac{9 \alpha_S Q^2}{512 \pi^3 B_D} \int_0^1 d\alpha [\alpha^2 + (1 - \alpha)^2] \int d^2 \mathbf{k}_1 d^2 \mathbf{k}_2 M_{ij} M_{ij}^*, \quad (4.76)$$

onde $i, j = 1, 2$ são os vetores componentes no plano transversal. A amplitude é dada por

$$M_{ij} = \int \frac{d^2 \ell}{\pi \ell^2} \alpha_S \mathcal{F}(x_{\mathbb{P}}, \ell^2) \left\{ \left(\frac{\ell + \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2}{D(\ell + \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2)} + \frac{\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2}{D(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2)} - \frac{\mathbf{k}_1 - \ell}{D(\mathbf{k}_1 - \ell)} - \frac{\mathbf{k}_1}{D(\mathbf{k}_1)} \right)_i \left(\frac{\ell + \mathbf{k}_2}{(\ell + \mathbf{k}_2)^2} - \frac{\mathbf{k}_2}{\mathbf{k}_2^2} \right)_j + (\ell \rightarrow -\ell) \right\}, \quad (4.77)$$

onde temos introduzido a abreviação

$$D(\mathbf{k}) = \alpha(1 - \alpha)Q^2 + \mathbf{k}^2, \quad (4.78)$$

e onde \mathbf{k}_1 e \mathbf{k}_2 são os momentos transversos do quark e do glúon, respectivamente (veja Fig. 4.4). O primeiro fator $(\dots)_i$ na Eq. (4.77) representa as diferentes formas do propagador do quark fora da camada de massa (off-shell) nos diagramas, tais como aqueles na Fig. (4.4). O segundo fator $(\dots)_j$ está associado com o acoplamento do glúon no canal- s (para ser preciso, este é o vértice BFKL no gauge $p \cdot A = 0$, o qual também contém emissão de glúon por radiação QCD de freamento); este também inclui o propagador do glúon. Ao contrário da Eq. (4.37), aqui α é a fração de momento longitudinal do quark e não do glúon. A contribuição longitudinal a $F_{q\bar{q}g}^D$ foi negligenciada aqui (veja Ref. [150]). Podemos também estudar as dependências nos ângulos azimutais de \mathbf{k}_1 e \mathbf{k}_2 .

Para fins práticos, a representação no espaço de momento é inevitável. O resultado anterior torna-se mais compacto, entretanto, se transformamos Eq. (4.77) no espaço de parâmetro de impacto:

$$\begin{aligned} \int d^2 \mathbf{k}_1 d^2 \mathbf{k}_2 M_{ij} M_{ij}^* &= 324 \alpha(1 - \alpha) Q^2 \int d^2 \mathbf{r}_1 d^2 \mathbf{r}_2 K_1^2 \left(\sqrt{\alpha(1 - \alpha) Q^2 \mathbf{r}_1^2} \right) \\ &\times \frac{\mathbf{r}_1^2}{\mathbf{r}_2^2 (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)^2} [\hat{\sigma}(\mathbf{r}_2) + \hat{\sigma}(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) - \hat{\sigma}(\mathbf{r}_1)]^2 \end{aligned} \quad (4.79)$$

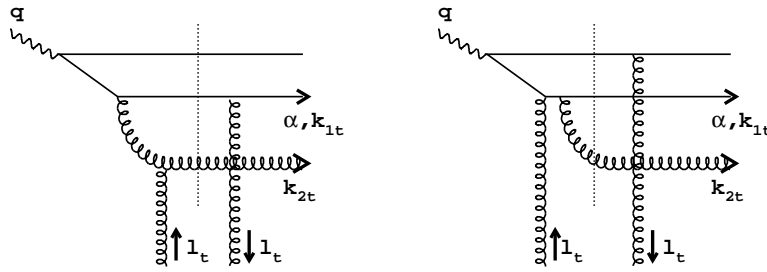


Fig. 4.4: *Dois diagramas típicos contribuindo para a produção difrativa de $q\bar{q}g$. No primeiro diagrama o momento do quark fora da camada de massa (off-shell) é $\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2$, e no segundo é $\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 + \boldsymbol{\ell}$. A linha pontilhada representa um corte através do diagrama (fornecendo duas vezes a parte imaginária da amplitude, a qual domina sobre a parte real).*

O vetor \mathbf{r}_1 representa a separação do quark e do antiquark, \mathbf{r}_2 a separação do quark e glúon e $\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$ a separação do antiquark e glúon. A combinação na qual a seção de choque de dipolo apresenta-se na Eq. (4.79),

$$\hat{\sigma}(\mathbf{r}_2) + \hat{\sigma}(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) - \hat{\sigma}(\mathbf{r}_1), \quad (4.80)$$

reflete o espalhamento de três dipolos de cor efetivos, qg , $\bar{q}g$ e $q\bar{q}$, com o próton alvo. Note que o espalhamento do dipolo $q\bar{q}$ nesta configuração não é suprimida em cor por potências de N_c . A razão para isto é uma contribuição na qual os pares iniciais $q\bar{q}$ interagem antes do glúon ser emitido (segundo diagrama da Fig. 4.4). Resultados similares foram encontrados na Ref. [144]. No limite de curtas distâncias, $r_1 \ll r_2$, o par $q\bar{q}$ recombina-se efetivamente em um glúon, formando um pólo do dipolo de glúons. O espalhamento é dado por uma única seção de choque, $\hat{\sigma}(\mathbf{r}_2)$, para o dipolo de glúons.

O resultado para o limite de triplo-Regge é consistente com os resultados anteriores quando, em adição ao ordenamento das componentes longitudinais, é assumido o ordenamento nos momentos transversos. Neste limite ($\beta \rightarrow 0$) pode-se mostrar que Eq. (4.51) e Eq. (4.76) coincidem. Argumentamos inicialmente que a inclusão de uma componente $q\bar{q}g$ da função de onda do fóton em grande M é suficiente para a maioria das análises desejadas. Entretanto, no limite de energia assintóticas, cada ordem em α_S possui de forma associada um logaritmo em M^2/Q^2 o qual pode superar o acoplamento. A ressonância dos termos $\alpha_S \log(M^2/Q^2)$ corresponde à emissão de múltiplos glúons no canal- s . Na Ref. [145] foi mostrado que a estrutura do canal- t torna-se então complexa. As duas escadas de troca de dois glúons no diagrama para a função de estrutura difrativa interagem levando a um estado ligado de 4-glúons no canal- t . Não há acoplamentos simples de três escadas de glúons com um acoplamento triplo local de escadas BFKL que permitiriam as duas escadas trocadas a unir-se em uma única escada. Entretanto, podemos encontrar configurações cinemáticas especiais tal que uma configuração de escada tripla exista [146]. Isto acontece em $t = 0$ quando a escada superior é forçada no regime DGLAP onde logaritmos dominantes em Q^2 tornam-se importantes. As escadas inferiores, por outro lado, são do tipo BFKL. Este resultado é devido a um certo comportamento de escalamento que leva à conservação

das dimensões anômalas das três escadas. Entretanto, para $t \neq 0$ este comportamento de escalamento é ausente e o acoplamento das três escadas BFKL é em princípio possível, exceto que o estado ligado de 4-glúons superpõe-se ao cenário simples de três escadas.

4.3 A quebra da fatorização em difração hadrônica

Historicamente, o espalhamento difrativo foi medido inicialmente em colisões hadrônicas. No caso de difração inclusiva simples, um dos hádrons é detectado no experimento enquanto o outro dissocia-se. Este processo, por si só, é puramente suave, mas com o aumento da energia introduz-se a possibilidade de medir jatos no estado final ou processos duros similares (tais como sabores pesados ou produção difrativa de bósons W).

A primeira idéia de como interpretar processos difrativos duros foi considerar o Pomeron como um hádron quase-real com uma estrutura partônica [98]. Isto permite a descrição do espalhamento duro de maneira análoga ao espalhamento hádron-hádron usual. Apenas necessitamos definir distribuições partônicas para o Pomeron, a serem determinadas do experimento, e um fator de fluxo para Pomeron. Este último representa a probabilidade de um hádron emitir um Pomeron. Esta probabilidade deve ser independente do subprocesso duro e consistente com o espalhamento suave inclusivo. Pode-se assumir a fatorização, como vimos n Cap. (3), da seção de choque difrativa macia em um fator de fluxo $f_{\mathbb{P}}$ e a seção de choque hádron-Pomeron $\sigma^{\mathbb{P}}$:

$$\frac{d\sigma^D}{dt dx_{\mathbb{P}}} = f_{\mathbb{P}}(x_{\mathbb{P}}, t) \sigma^{\mathbb{P}}(M^2), \quad (4.81)$$

$$f_{\mathbb{P}}(x_{\mathbb{P}}, t) = \frac{\beta_{\mathbb{P}h}^2(t)}{16\pi} \left(\frac{s}{M^2} \right)^{2\alpha_{\mathbb{P}}-1}. \quad (4.82)$$

A variável $x_{\mathbb{P}}$ tem o mesmo significado com nas seções anteriores (i.e. $x_{\mathbb{P}} \approx M^2/s$ em pequeno Q^2) e $\beta_{\mathbb{P}h}$ descreve o acoplamento do Pomeron ao hádron, veja Fig. (4.5). A normalização do fator de fluxo $f_{\mathbb{P}}$ é ambígua, pois o Pomeron não é uma partícula real. Esta ambiguidade possui sérios problemas quando quisermos definir a normalização correta para a predição de qualquer seção de choque dura. Como vimos na no Cap. (3), podemos definir distribuições partônicas difrativas para DIS. Após fatorar o fator de fluxo, devemos chegar a uma definição para as distribuições partônicas do Pomeron:

$$q^{\mathbb{P}}(\beta) = \frac{q^D(\beta, x_{\mathbb{P}}, t)}{f_{\mathbb{P}}(x_{\mathbb{P}}, t)} \quad (4.83)$$

$$g^{\mathbb{P}}(\beta) = \frac{g^D(\beta, x_{\mathbb{P}}, t)}{f_{\mathbb{P}}(x_{\mathbb{P}}, t)}. \quad (4.84)$$

Para hádrons reais, a soma de momento de todos os pártons deve resultar no momento total do hádron. Esta regra de soma de momento fornece um importante vínculo à normalização na determinação das distribuições partônicas. Neste caso específico, tal vínculo não existe; as Eqs. (4.83) e (4.84) apenas fixam o conteúdo relativo de quark em relação aos glúons no Pomeron. Outro problema surgiu quando as predições para processos difrativos foram extrapolados da energia disponível no acelerador CERN SPS ($\sqrt{s} = 630$ GeV) à energia

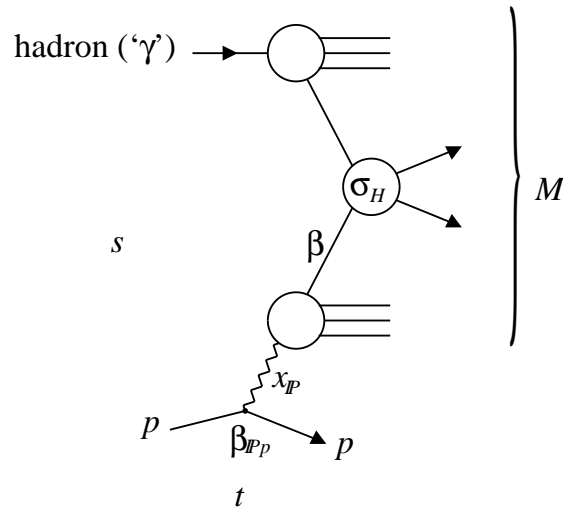


Fig. 4.5: Diagrama esquemático do espalhamento hadrônico difrativo através de um constituinte partônico do Pomeron, que assume que a estrutura do hádrons superior pode ser fatorizada. σ_H representa a seção de choque do subprocesso partônico duro. Esta representação partônica é ainda incompleta, pois interações com os remanescentes do hádron não podem ser negligenciadas.

do acelerador próton-antipróton Fermilab Tevatron ($\sqrt{s} = 1800$ GeV). A seção de choque predita superestima os valores medidos significativamente. A origem desta discordância não é ainda completamente resolvida. A renormalização do fluxo de Pomeron e as correções de unitariedade forneceriam possíveis explicações [114]. Para dados do acelerador elétron-próton HERA, um tratamento consistente de DDIS e fotoprodução difrativa de jatos em termos das distribuições partônicas do Pomeron parece ser possível [147] e consistente, sem a necessidade de renormalização do fluxo. Entretanto, previsões para os processos difrativos duros no Tevatron, baseadas nas distribuições do Pomeron extraídas dos dados de HERA, produzem uma descrição inconsistente se não se assume uma renormalização do fator de fluxo do Pomeron [104].

O problema é que, apesar de fatorização ter sido provada para o espalhamento difrativo em DIS, esta não é válida para o espalhamento difrativo hadrônico [105]. Para discutirmos a questão de não-fatorização em processos difrativos hadrônicos supomos que um fóton quase-real é um modelo para o hádron, e fazemos uso do formalismo discutido acima. Quando falamos sobre fatorização, temos de especificar os três casos diferentes: primeiro, a fatorização de tipo-Regge (4.81); segundo, fatorização colinear do Pomeron; e terceiro, a fatorização colinear do fóton (hádron). Já havíamos mencionado problemas relacionados à fatorização de Regge devido à ambiguidade na definição do fator de fluxo do Pomeron. No Pomeron QCD genuíno, este é apenas uma troca dos números quânticos do vácuo no canal- t , e não está associado com partículas reais. A questão se a trajetória do Pomeron existe ou não, a qual passaria através de estados físicos (glue-balls) em valores positivos de t , é ainda controversa e sujeita a debate.

Vejamos os diagramas apresentados na Fig. (4.6), mostrando a origem da violação da fatorização colinear da estrutura do fóton quase-real, o qual usamos como um modelo para

a estrutura hadrônica. Por exemplo, observamos no domínio de triplo Regge onde podemos assumir um grande momento transverso no estado final enquanto mantemos a virtualidade de fóton pequena e tipo-hádron. O diagrama à esquerda da Fig. 4.6 é um exemplo do

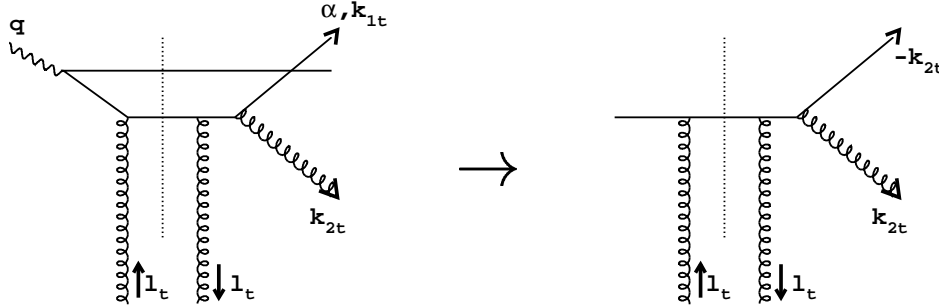


Fig. 4.6: O primeiro diagrama é um exemplo do subconjunto dos diagramas de produção difrativa de $q\bar{q}g$, no qual o glúon no canal- t acopla-se a um único quark. Um fóton quase-real é usado para simular um hádrion incidente. Parece possível fatorar a estrutura do ‘fóton’ e usar o segundo diagrama para descrever a hadroprodução difrativa de dois jatos através do subprocesso duro $q + p \rightarrow (qg) + p$.

conjunto completo de diagramas que contribuem à Eq. (4.76) para produção difrativa $q\bar{q}g$. A característica particular é que apenas uma linha de quark está envolvida no processo de espalhamento, enquanto a segunda não apresenta interação com um glúon. Este segundo quark desempenha o papel do hádrion remanescente. Se adicionarmos todos os diagramas relacionados que deixam o quark remanescente intacto, a amplitude de troca de glúons Eq (4.77) toma a forma simplificada,

$$\bar{M}_{ij} = \left(\frac{\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2}{D(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2)} \right)_i \int \frac{d^2\ell}{\pi\ell^2} \alpha_S \mathcal{F}(x_{IP}, \ell^2) \left(\frac{\mathbf{k}_2 + \ell}{(\mathbf{k}_2 + \ell)^2} + \frac{\mathbf{k}_2 - \ell}{(\mathbf{k}_2 - \ell)^2} - 2 \frac{\mathbf{k}_2}{\mathbf{k}_2^2} \right)_j \quad (4.85)$$

onde $i, j = 1, 2$ são os vetores componentes no plano transversal. O primeiro termo, que denotamos por $a_i \equiv (\dots)_i$, envolve o propagador do quark, e o segundo termo $b_j \equiv (\dots)_j$ que está associado com o glúon no canal- s , é aquele presente na Eq. (4.77) junto com o termo $\ell \rightarrow -\ell$. A configuração dominante é $\mathbf{k}_1 \approx -\mathbf{k}_2$, descrevendo um jato de quark e glúon no estado final, tal que $\mathbf{k}_2^2 \approx \mathbf{k}_1^2 \gg (k_1 + k_2)^2 \sim Q^2$. A fatorização neste caso segue, como

$$\bar{M}_{ij} \bar{M}_{ij}^* \sim (a_1^2 + a_2^2)(b_1^2 + b_2^2). \quad (4.86)$$

O primeiro fator, originando-se de $a_i \equiv (\dots)_i$ na Eq. (4.85), leva a um logaritmo em \mathbf{k}_2^2/Q^2 na seção de choque. Este fator divergiria para $Q^2 = 0$. Isto representa uma singularidade colinear que sob circunstâncias usuais é absorvida na estrutura do fóton.

Os detalhes discutidos acima, sugerem que o mesmo formalismo é exatamente apropriado para descrever espalhamento hadrônico difrativo com jatos no estado final. Precisariamos simplesmente calcular o processo $q + p \rightarrow qg + p$ dado pelo segundo diagrama da Fig. 4.6. No limite de triplo-Regge, que neste caso significa $M^2 \gg \mathbf{k}_2^2$, encontramos a mesma estrutura

onde a integração \mathbf{k}_1^2 sobre o intervalo $(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2)^2 \lesssim Q_0^2$ introduz um fator extra de Q_0^2 , que cancela parcialmente o comportamento aparente $1/Q_0^4$ que segue da Eq. (4.88). Por outro lado, se usarmos Eq. (4.87) para obter a seção de choque do subprocesso perturbativo $q + p \rightarrow qg + p$, então obteríamos

$$\frac{d\sigma(q + p \rightarrow qg + p)}{dt dM^2 dk_2^2} \sim \frac{1}{M^2 k_2^6}, \quad (4.90)$$

que é suprimida por potência Q_0^2/k_2^2 em relação ao adequado resultado da Eq. (4.89). Uma discussão relacionada em produção difrativa de $b\bar{b}$ em colisões hadrônicas é encontrada na [149]. Entretanto os resultados não são diretamente comparáveis às Eqs. (4.89) e (4.90), uma vez que as interações macias com o remanescente na Fig. (4.1) na Ref. [149] são negligenciadas. Esta supressão é devido aos cancelamentos na integração angular de (4.87) e a consequente restrição da integração sobre ℓ^2 . Após conectar um glúon ao remanescente, por outro lado, a integração sobre ℓ^2 tende à escala macia Q_0^2 , deixando a seção de choque com um fator adicional k_2^2/Q_0^2 . Concluímos que devemos usar a fórmula completa não-fatorizável, Eq. (4.76). Este exemplo claramente demonstra que a fatorização usual da seção de choque em distribuições partônicas universais e subprocessos partônicos duros é violada por troca de dois glúons sem cor. A mesma conclusão é estendida ao caso de múltiplas trocas de glúons. Estas constatações infelizmente não forneceriam qualquer descrição quantitativa de difração dura em colisões hadrônicas, uma vez que necessitamos conhecer o análogo hadrônico das funções de onda do fóton virtual. Entretanto, é oferecida uma explicação qualitativa porque a física em difração no DIS é fundamentalmente diferente da difração em espalhamento hadrônico. Para efeito de visualização da quebra de fatorização no caso hadrônico, mostramos a produção difrativa de dijets no Tevatron na Fig. (4.8), usando como entrada as distribuições difrativas extraídas dos ajustes aos dados em γ^*p (H1 e ZEUS), resultando em descrição pouco confiável tanto em comportamento como em normalização.

4.4 Parametrização QCD do processo DDIS

Apesar das expressões em QCD para a função de estrutura difrativa serem bastante complicadas, partindo de algumas aproximações podemos determinar a forma geral do comportamento em $x_{\mathcal{P}}$ e principalmente do espectro em β . Seguiremos aqui a abordagem da Ref. [136]. Uma escolha simples para a dependência em l_t é dada por [150],

$$\mathcal{F} \sim \frac{1}{k_0^2} \left(\frac{k_0^2}{l_t^2} \right)^{\nu(l_t^2/k_0^2)}, \quad (4.91)$$

onde $\nu(l_t^2/k_0^2) \approx 1$ quando $l_t^2 \gg k_0^2$, e $\nu(l_t^2/k_0^2) \rightarrow 0$ quando $l_t^2 \rightarrow 0$.

Partimos daquela parte da região cinemática onde o modelo de troca de dois glúons é melhor justificado, i.e., a região onde a virtualidade do quark com momento k é grande: $k_t^2 + \alpha(1 - \alpha)Q^2 = k_t^2/(1 - \beta) > k_0^2$ [150]. Nesta configuração de estado final, o par $q\bar{q}$ tem um pequeno tamanho transversal, e o Pomeron construído por dois glúons interage com o sistema como um todo. Consequentemente, ambas contribuições da Fig. (4.4) são importantes, e uma representação simples de uma função de estrutura do Pomeron, que

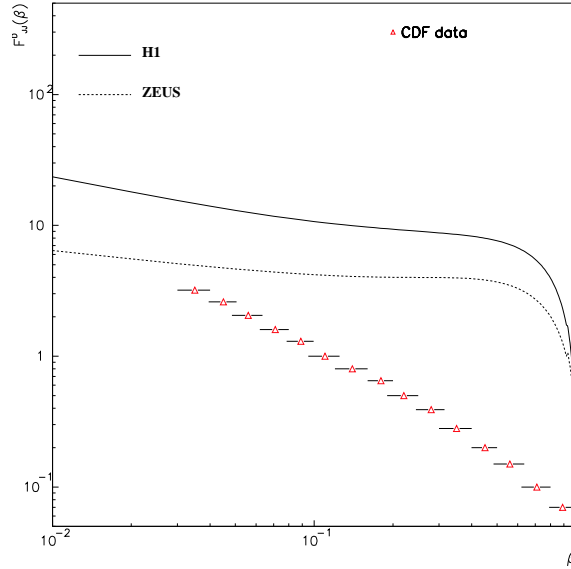


Fig. 4.8: Produção difrativa de dijets no Tevatron (Colaboração CDF) comparada com as curvas obtidas usando as distribuições difratidas obtidas das análises de H1 e ZEUS em HERA.

seria sugerida se apenas Fig. (4.4a) fosse levada em consideração, não se aplica. Este ponto foi enfatizado na Ref. [151]. Nesta região, a amplitude Pomeron $\mathcal{A}^P(l_t^2, k_0^2; x_P)$ coincide, em boa aproximação, com a função de glúon não-integrada do próton:

$$\int^{k_t^2/(1-\beta)} dl_t^2 \mathcal{F}(l_t^2, k_0^2; x_P) = x_P g(x_P, k_t^2/(1-\beta)), \quad (4.92)$$

(para a extrapolação na região de menor k_t e para uma discussão da dependência em x_P , veremos adiante). Discutindo mais detalhadamente, analisamos a dependência em k_t^2 e α para Q^2 fixo. Na integral em l_t , é suficiente notar que a região dominante é $k_0^2 < l_t^2 < k_t^2 + \alpha(1-\alpha)Q^2$: no exemplo empregado na Eq. (4.92), $\mathcal{F} \sim 1/l_t^2$, e a contribuição dominante, de fato vem deste domínio cinemático. Nesta região, podemos aproximar $D\Psi$ na Eq. (4.38) pelo limite em $l_t \rightarrow 0$, e obtemos:

$$\begin{aligned} \int_{k_0^2}^{k_t^2 + \alpha(1-\alpha)Q^2} \frac{d^2 l_t}{l_t^2} \mathcal{F}(l_t^2, k_0^2; x_P) D\Psi &\sim \frac{\alpha(1-\alpha)|k_t|Q^2}{(k_t^2 + \alpha(1-\alpha)Q^2)^3} x_P g(x_P, k_t^2 + \alpha(1-\alpha)Q^2) \\ &= \frac{\beta(1-\beta)^2}{k_t^2 |k_t|} x_P g(x_P, k_t^2/(1-\beta)). \end{aligned} \quad (4.93)$$

Inserindo a expressão acima na Eq. (4.39) e fazendo uso da relação $\alpha(1-\alpha)M^2 = k_t^2$, encontramos que a integral sobre k_t^2 (para β fixo) é dominada pelo limite inferior k_0^2 . Em termos da variável α , este limite inferior corresponde à $\alpha \sim k_0^2/Q^2$ ou $1-\alpha \sim k_0^2/Q^2$. O resultado final para Eq (4.39) é constante em Q^2 , i.e., este tem caráter de twist dominante. Os limites inferior e superior da integral em α correspondem à configuração de jato alinhado: no sistema de centro de massa do par quark-antiquark, Fig. (4.4), α está relacionada ao

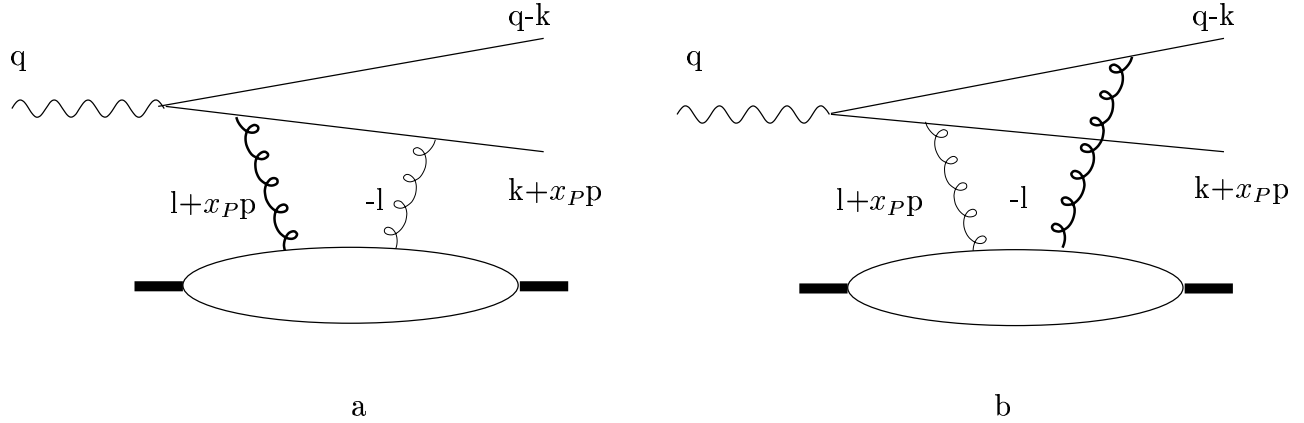


Fig. 4.9: A interação com o próton, modelada na aproximação de troca de dois glúons.

ângulo de espalhamento θ através de $2\alpha = 1 - \cos \theta$, e as regiões dominantes são $\theta = 0, \pi$. Isto é, partindo na região dura de grande momento transverso, encontramos que a principal contribuição vem do limite inferior da integral em k_t , i.e., entramos em uma região macia onde o ansatz perturbativo para o Pomeron torna-se inválido.

Um argumento similar, aplicado ao caso longitudinal, mostra que a dominância de pequeno k_t^2 (ou valores de α próximo de zero ou um) é menos pronunciada: ao contrário da Eq. (4.93), temos agora

$$\begin{aligned} \int_{k_0^2}^{k_t^2 + \alpha(1-\alpha)Q^2} \frac{d^2 l_t}{l_t^2} \mathcal{F} D \Psi &\sim \frac{\alpha(1-\alpha)\sqrt{Q^2}(\alpha(1-\alpha)Q^2 - k_t^2)}{(k_t^2 + \alpha(1-\alpha)Q^2)^3} x_{\mathbb{P}} g(x_{\mathbb{P}}, k_t^2 + \alpha(1-\alpha)Q^2), \\ &= \frac{\beta(1-2\beta)(1-\beta)}{k_t^2 Q} x_{\mathbb{P}} g(x_{\mathbb{P}}, k_t^2/(1-\beta)). \end{aligned} \quad (4.94)$$

Inserindo esta expressão na Eq. (4.39), verificamos que para pequeno k_t^2 a integral diverge apenas logaritmicamente. Também, em contraste ao caso transverso, o resultado é da ordem $1/Q^2$ e portanto pertence a twist subdominante. Por outro lado, a integração sobre k_t^2 agora produz um logaritmo adicional em $Q^2/(4\beta k_0^2)$, que é ausente no caso transverso de twist dominante, e compensa suavemente a supressão em Q^2 .

Mais tarde retornaremos ao caso transverso e analisaremos melhor a região macia onde $k_t^2 + \alpha(1-\alpha)Q^2 < k_0^2$, i.e., $k_t^2 < (1-\beta)k_0^2$ e $\alpha < \beta k_0^2/Q^2$ ou $1-\alpha < \beta k_0^2/Q^2$. Agora, o quark com momento k na Fig. (4.4a), antes de interagir com o Pomeron de dois glúons, está próximo à camada de massa, e espera-se que a representação de uma função de estrutura de Pomeron seja válida, i.e., o párton inferior na Fig. (4.4a) poder ser considerado como um constituinte de valência do Pomeron, e a contribuição da Fig. (4.4b) deve ser menos importante. Esta transição torna-se explícita pela mudança da dependência em l_t^2 da amplitude Pomeron, que agora não pode mais ser identificada com a função de glúon não-integrada, de tal maneira que este fato dá mais peso à região $l_t^2 < k_0^2$: o exemplo simples da Eq. (4.91) leva a $\mathcal{F} \sim 1/k_0^2 = \text{constante}$. O comportamento correto é obtido tomando simplesmente na Eq. (4.38) l_t^2 muito maior que k_t^2 , i.e. $l_t \rightarrow \infty$: nesta região o primeiro termo $2\Psi(\alpha, k_t)$

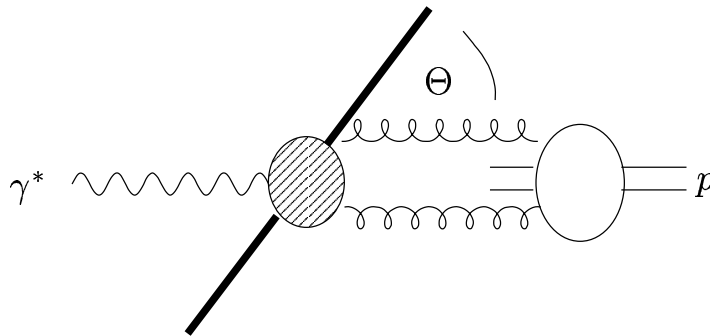


Fig. 4.10: Produção de dois jatos no sistema de centro de massa γ^* - IP .

domina, e neste caso obtemos,

$$\begin{aligned} \int \frac{d^2 l_t}{l_t^2} \mathcal{F}(l_t^2) D\Psi &\sim \frac{|k_t|}{k_0^2(k_t^2 + \alpha(1-\alpha)Q^2)} \cdot \ln \left(\frac{k_0^2}{k_t^2 + \alpha(1-\alpha)Q^2} \right) \\ &= \frac{1-\beta}{k_0^2 |k_t|} \ln \left(\frac{(1-\beta)k_0^2}{k_t^2} \right), \end{aligned} \quad (4.95)$$

que corresponde ao diagrama planar da Fig. (4.4a) (no lado direito da Eq. (4.95), temos desconsiderado a dependência em x_{IP}). Retornando à Eq. (4.39), a integral em k_t^2 pode ser facilmente resolvida e leva a um resultado finito de twist dominante. Usando argumentos similares, o caso longitudinal é de ordem $1/Q^2$.

Resumidamente, o ansatz para a dependência em l_t do Pomeron de dois glúons ou, mais explicitamente, com uma prescrição simples para a integral em l_t , é possível interpolar entre a região dura onde o modelo de pártons aplica-se e a região macia onde a configuração de jato alinhado domina. Entretanto, como veremos adiante, há um novo elemento que teremos de levar em consideração, ou seja a observação de forte crescimento da função de estrutura de glúon em pequeno x , que fornece um peso à região de grande momento transversal.

Antes de focar a dependência em x_{IP} da seção de choque, mencionamos que a dependência em momento transversal do estado final $q\bar{q}g$ é análogo àquele do sistema $q\bar{q}$. Não apresentaremos aqui o análogo da Fig. (4.4): a única questão essencial é que os dois glúons acoplam-se ao sistema difrativo com todas as configurações possíveis. Como antes, devemos partir da região onde momento transversal de todos os três pártons são grandes. Quando integra-se sobre momento transversal do glúon, verifica-se a dominância da região de pequeno momento: nesta região, todos os acoplamentos não-planares das linhas de dois glúons do Pomeron ao estado difrativo tornam-se pouco importantes, e resulta finalmente em uma representação de função de estrutura do Pomeron em twist dominante, onde este interage apenas com o glúon e não com quarks.

Agora discutiremos a dependência em x_{IP} para a seção de choque. Até agora, temos proposto uma representação simples para o estado final: para ambos estados finais $q\bar{q}$ e $q\bar{q}g$, temos feito a hipótese que, na configuração preferida, ao menos um dos pártons no estado final apresenta ainda um momento transversal suave, e é este párton que se acopla com o Pomeron. Se a virtualidade deste párton é caracterizada por uma escala hadrônica típica

$\sim \Lambda_{QCD}$, isto parece implicar que a dependência em energia da seção de choque difrativa deve ser a mesma como para o espalhamento hádron-hádron, i.e., a função de estrutura difrativa F_2^D cresce como $(1/x_{\mathcal{P}})^{n_{\mathcal{P}}}$ com $n_{\mathcal{P}} = 2\alpha_{\mathcal{P}}(0) - 1 \approx 1.12$. Entretanto, em virtude do crescimento observado da função de estrutura de glúon em pequeno x , a situação é mais complicada. Lembrando a discussão acima do estado final $q\bar{q}$: a região perturbativa é aquela de grande momento transversal dos pártons no estado final. Para esta região do espaço de fase, esperamos que o Pomeron possa ser descrito pelo modelo perturbativo de dois-glúons, i.e. a dependência em x da seção de choque será dada pelo quadrado da distribuição de glúons no próton [150]:

$$\frac{d\sigma}{dM^2 dt dk_t^2} \sim [x_{\mathcal{P}} g(x_{\mathcal{P}}, k_t^2 / (1 - \beta))]^2. \quad (4.96)$$

Este fato deve levar a relação $F_2^D \sim (1/x_{\mathcal{P}})^{n_{duro}}$ onde $n_{duro} = 2\alpha_{duro} - 1$ cresce com o momento transversal k_t^2 dos pártons, e está tipicamente acima do valor 1.4. Para a região cinemática onde os momentos transversos dos quarks são pequenos e onde o Pomeron perturbativo de dois glúons deve ser substituído por algum modelo para o Pomeron suave, esperamos um expoente n menor: o Pomeron suave usual sugere que $n = n_{\mathcal{P}} = 2\alpha_{\mathcal{P}}(0) - 1 \approx 1.12$. Como na seção de choque difrativa integramos sobre todas as partes perturbativa e não-perturbativa do espaço de fase, há competição entre as duas regiões. Em uma primeira observação, a região de grande momento parece ser ainda subdominante. Entretanto, a grande densidade de glúons fornece uma amplificação desta região, e desta forma enfraquece a dominância da região não-perturbativa macia. Como resultado, o valor efetivo do expoente n , n_{eff} , deve estar entre os valores duro e suave, e a escala efetiva na qual a integração em k_t é dominante deve ser maior que a escala macia do Pomeron. Estudos teóricos indicam [146] que n_{eff} depende apenas fracamente em Q^2 , entretanto não fornecem um valor numérico de n_{eff} ou da escala de momento.

Após esta breve introdução teórica, podemos motivar e descrever a parametrização QCD para DDIS. Esta será dada em termos da função de estrutura difrativa F_2^D , e pode ser escrita como a soma das várias contribuições distintas, e é constituída de quatro termos:

$$F_2^D = F_{q\bar{q}}^T + F_{q\bar{q}g}^T + \Delta F_{q\bar{q}}^L + \Delta F_{q\bar{q}}^T. \quad (4.97)$$

O primeiro e segundo termos, como indicado pelos índices respectivos, denotam a produção de um par quark-antiquark e a produção de um sistema quark-antiquark-glúon por fótons transversalmente polarizados. O terceiro termo leva em consideração a produção de um par quark-antiquark de um fóton polarizado longitudinalmente, e o prefixo Δ indica que esta contribuição pertence a twist mais alto (twist quatro). Também inclui-se uma contribuição de mais alto twist à produção de $q\bar{q}$, representado por $\Delta F_{q\bar{q}}^T$.

Para discutir cada termo em detalhe, iniciamos com a dependência em Q^2 da Eq. (4.95), lembramos que na contribuição de twist dominante transversa à produção $q\bar{q}$ não há fatores $\log(Q^2/Q_0^2)$ da integral de espaço de fase, enquanto a produção $q\bar{q}g$ é de mais alta ordem em α_s e apresenta uma dependência $\alpha_s \ln(Q^2/Q_0^2)$. O terceiro termo, a seção de choque longitudinal do estado final $q\bar{q}$, pertence a mais alto twist, e a integral de espaço de fase fornece um fator adicional $\log(Q^2/Q_0^2)$. A razão pela qual esta contribuição é essencial será discutida mais tarde. A contribuição longitudinal do estado final $q\bar{q}g$ é novamente de twist dominante,

entretanto o logaritmo é ausente neste caso. Esta contribuição é então subdominante em comparação à contribuição transversa, e será desconsiderada na parametrização.

Para obtermos uma estimativa do espectro em β , consideramos os limites $\beta \rightarrow 1$ e $\beta \rightarrow 0$. O contato com as outras variáveis é feito através da relação cinemática, $\alpha(1-\alpha)M^2 = k_t^2$. Para a dependência em β da seção de choque longitudinal podemos usar Eqs. (4.94) e (4.39): para o caso transversa a situação apresenta maior complexidade, e devemos usar Eqs. (4.93) e (4.95), em combinação com Eq. (4.39). Um argumento mais intuitivo pode ser derivado das funções de onda: no limite $M \rightarrow 0$, que é o mesmo quando $\beta \rightarrow 1$, está relacionado ao comportamento em pequeno k_t da seção de choque. Verificando a função de onda na Eq. (4.38), para ambos os limites $l_t \rightarrow 0$ e $l_t \rightarrow \infty$, encontra-se que quando k_t aproxima-se de zero $D\Psi$ anula-se com a mesma potência em k_t como a função de onda original. Na Eq. (4.37), o denominador é quadrático em k_t , a integração sobre o ângulo azimutal de l_t leva ao cancelamento final das contribuições não-nulas. Isto significa que as características das funções de onda de cone de luz ($\Psi^0, \Psi^\pm, \Psi^{\mu\nu}$) permanecem inalteradas após o espalhamento. Espera-se que estes resultados também sejam mantidos para troca de múltiplos-glúons. É importante notar que a troca de um único glúon (ou fóton), quando comparada à troca singlete de cor dada por dois glúons, leva a um espectro diferente para $\beta \sim 1$. Este fato ocorre porque, ao contrário da derivada segunda na Eq. (4.38), neste caso apenas a derivada primeira da função de onda é necessária, a qual não se anula quando k_t aproxima-se de zero (em contraste com a derivada segunda).

Aplicando estes argumentos às funções de onda, inicialmente para a seção de choque de produção quark-antiquark transversa, verifica-se que esta se comporta como $(1-\beta)$ ($\Psi^\pm \sim Q\vec{k}_t$ usando as expressões para as funções de onda) e $M \sim k_t$ usando $\alpha(1-\alpha)M^2 = k_t^2$, i.e. esta anula-se quando M torna-se zero. Para a segunda contribuição, com um glúon no estado final e com a estrutura tensorial $\Psi^{\mu\nu} \sim k_t^\mu k_t^\nu - 2|k_t|^2 g_t^{\mu\nu}$, a seção de choque anula-se na forma $(1-\beta)^2$. A integração subsequente sobre o estado final quark-antiquark introduz uma supressão adicional, levando a um comportamento $(1-\beta)^3$. Finalmente, para a função de onda dos fótons polarizados longitudinalmente, encontra-se que $\Psi^0 \sim Q$, i.e. a seção de choque tende a uma constante diferente de zero: este fato significa que próximo a $\beta = 1$ a seção de choque longitudinal domina e não pode ser negligenciada. O outro limite, $\beta \rightarrow 0$ ou $M \rightarrow \infty$ é diretamente dominado pelo comportamento em altas energias das amplitudes, que é diferente para a troca de quark e de glúon. A troca de spin-1/2 é suprimida em relação à troca de spin-1, o que leva a uma dominância da produção de glúon em pequeno β sobre a produção de quark-antiquark em ordem dominante. Concluímos que as três contribuições, produção transversa $q\bar{q}$ e $q\bar{q}g$, bem como a produção $q\bar{q}$ longitudinal, são importantes em regiões distintas de β , ou seja intermediário, pequeno, e grande β , respectivamente. A contribuição transversa de mais alto twist deve fornecer uma pequena correção negativa devido às limitações no espaço de fase para Q^2 finito [145].

Agora, revisaremos a dependência em energia [136]. Em contraste ao espectro em β que pode ser estimado usando propriedades gerais das funções de onda, a QCD perturbativa não permite controlar a dependência em $x_{\mathcal{P}}$ da seção de choque. Em particular, n_{eff} para as seções de choque de twist dominante não podem ser preditas, e portanto alguma informação deve vir dos resultados experimentais. Como discutimos anteriormente, estimamos que a dependência em Q^2 deve ser fraca. Para a parte longitudinal de mais alto twist, por outro

lado, argumentos teóricos indicam que a dependência em x_P é dada pelo quadrado da densidade de glúons na escala de momento $Q^2/4\beta$, i.e. esta deve crescer com Q^2 . Na parametrização, assume-se uma dependência universal em x_P para todos os termos de mais alto twist. O expoente pode ainda variar com Q^2 .

Após estas discussões, escrevemos a expressão fenomenológica para a função de estrutura difrativa. Para os quatro termos na Eq. (4.97), reescrevemos [136]:

$$\begin{aligned} F_{q\bar{q}}^T &= A \left(\frac{x_0}{x_P} \right)^{n_2} \beta(1 - \beta) \\ F_{q\bar{q}g}^T &= B \left(\frac{x_0}{x_P} \right)^{n_2} \alpha_s \ln \left(\frac{Q^2}{Q_0^2} + 1 \right) (1 - \beta)^\gamma \\ \Delta F_{q\bar{q}}^L &= C \left(\frac{x_0}{x_P} \right)^{n_4} \frac{Q_0^2}{Q^2} \left[\ln \left(\frac{Q^2}{4Q_0^2\beta} + 1.75 \right) \right]^2 \beta^3(1 - 2\beta)^2 \end{aligned} \quad (4.98)$$

$$\Delta F_{q\bar{q}}^T = D \left(\frac{x_0}{x_P} \right)^{n_4} \frac{Q_0^2}{Q^2} \ln \left(\frac{Q^2}{4Q_0^2\beta} + 1.75 \right) \beta^3(1 - \beta). \quad (4.99)$$

Os expoentes são parametrizados na seguinte forma,

$$\begin{aligned} n_2 &= n_{20} + n_{21} \ln \left[\ln \left(\frac{Q^2}{Q_0^2} \right) + 1 \right] \\ n_4 &= n_{40} + n_{41} \ln \left[\ln \left(\frac{Q^2}{Q_0^2} \right) + 1 \right], \end{aligned} \quad (4.100)$$

e onde α_s é considerada fixa e tendo valor 0.25.

Como discutimos anteriormente, o comportamento em β é dado pelas propriedades da funções de onda de cone de luz, e verifica-se para o parâmetro γ em $F_{q\bar{q}g}^T$ o valor 3. Entretanto, como as análises da Colaboração H1, como vimos no final do Cap. (3), requerem uma distribuição dura de glúons no Pomeron, e então o parâmetro γ pode desviar-se da predição do modelo. Para a seção de choque (transversa) de twist dominante, o expoente n_2 pode ser obtido por ajuste aos dados, onde introduziu-se uma simples dependência em Q^2 inspirado em ajustes perturbativos, apesar de uma fraca dependência ser esperada teoricamente. O comportamento em x_P das contribuições de mais alto twist (n_4), por outro lado, deve ser dada pelo quadrado da densidade de glúon, e a princípio poderíamos usar os valores medidos experimentalmente nos ajustes QCD à F_2 . Foi inserido um fator extra $\log(Q^2/(4\beta Q_0^2))$ no intuito de simular o efeito de função de estrutura. Para n_4 , assume-se a mesma forma funcional como para n_2 , entretanto espera-se encontrar um crescimento mais acentuado com Q^2 que para as contribuições de twist dominante. O parâmetro x_0 foi introduzido para minimizar qualquer efeito de n_2 e n_4 em todo o intervalo de Q^2 . O parâmetro de escala Q_0^2 é tomado com valor 1 GeV². A contribuição de mais alto twist para fótons transversos da configuração $q\bar{q}g$ foi desconsiderado no ajuste a dados.

Mostraremos, para efeito de exemplo, o ajuste aos dados de ZEUS. O resultado para o parâmetro γ é ligeiramente maior que $\gamma = 3$ ($\gamma = 4.3$, mas com erro 0.9) das estimativas teóricas. O comportamento de $F_{q\bar{q}g}$ próximo a $\beta = 1$ é portanto diferente de uma distribuição

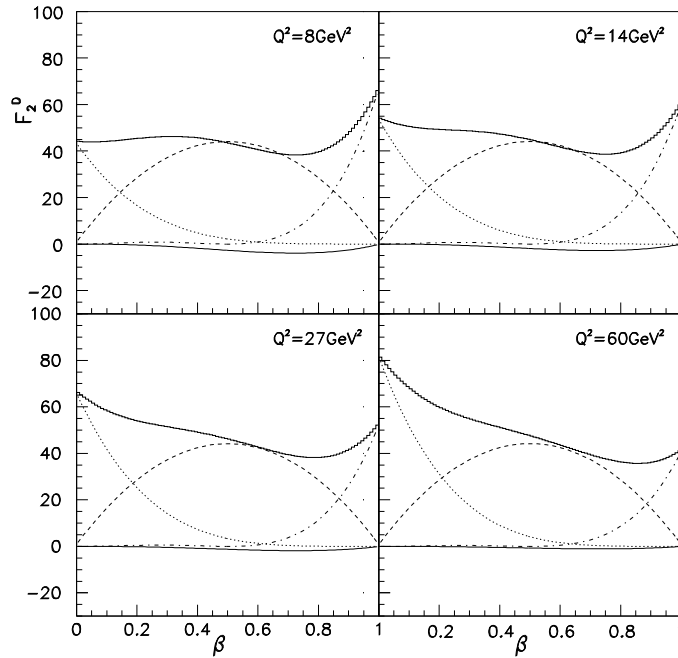


Fig. 4.11: O espectro β para $x_P = 0.001$. Linha sólida superior: resultado total; linha tracejada: $F_{q\bar{q}}^T$; linha pontilhada: $F_{q\bar{q}g}^T$; linha tracejada-pontilhada: $F_{q\bar{q}}^L$ e linha sólida inferior: $\Delta F_{q\bar{q}}^T$.

de glúon dura para o Pomeron, mostrando que os dados de ZEUS podem ser descritos sem a introdução de distribuição de glúon.

A Fig. (4.11) mostra o espectro em β . Reconhece-se a subdivisão em três regiões: a região de pequeno β com produção $q\bar{q}g$, a região de β intermediário com pares $q\bar{q}$ produzidos transversalmente, e a região de grande β onde a parte longitudinal domina. A soma de todas as contribuições leva a um espectro suave (flat).

A dependência em Q^2 mostrada na Fig. (4.12) tem o comportamento esperado: esta cresce logarithmicamente em $\beta = 0.1$ (associada com a produção de $q\bar{q}g$), constante para a parte transversa de twist dominante em $\beta = 0.5$, e decresce para a parte longitudinal em $\beta = 0.9$. O coeficiente angular negativo da contribuição longitudinal, que é devido a sua natureza de mais alto twist, é parcialmente compensado pelo fator logarítmico em Q^2 . A correção de mais alto twist para a parte transversa, que é também decrescente quando o valor absoluto é considerado, leva a um pequeno coeficiente angular positivo em $\beta = 0.5$ no resultado combinado.

As correções transversas de mais alto twist à produção de $q\bar{q}$ tornam-se negativas, como esperado de argumentos teóricos dos estudos dos efeitos de mais alto twist [145]. Seu valor absoluto é ainda pequeno, como pode ser visto nas Figs. (4.11) e (4.12), e representa uma correção às três contribuições dominantes.

Apesar de alguns dos parâmetros n_{20}, \dots, n_{41} apresentarem grande incerteza (detalhes

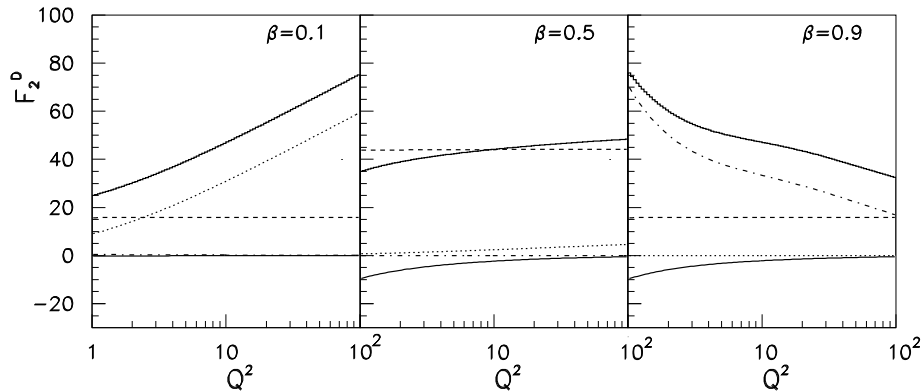


Fig. 4.12: A distribuição em Q^2 para fixo $x_{\mathbb{P}} = 0.001$. As notações para as curvas são as mesmas da figura anterior.

na Ref. [136]), seus valores determinados do ajuste levam a um cenário teórico interessante. O valor $n_{20} = 1.11$ corresponde a um coeficiente linear Pomeron efetivo $\alpha_{\mathbb{P}}(0) = 1.055$, que é consistente com o Pomeron suave de Donnachie-Landshoff [38]. Entretanto, apresenta um leve crescimento com Q^2 , sugerindo que na seção de choque transversa de twist dominante, o Pomeron já é uma mistura do Pomeron suave e da distribuição de glúons. Como discutimos acima, isto significa que a escala de momento efetiva da configuração de jato alinhado na produção de $q\bar{q}$ é ligeiramente maior que a escala hadrônica típica do Pomeron suave. O coeficiente linear para a contribuição de mais alto twist (a linha tracejada na Fig. (4.13)), por outro lado, apresenta um crescimento mais acentuado com o aumento de Q^2 , tendendo a um valor da ordem 1.2 para grande Q^2 . Este valor é compatível com a densidade de glúons, i.e., o Pomeron é duro neste caso.

Na próxima seção calcularemos o coeficiente angular difrativo levando em consideração as diversas abordagens das seções anteriores (modelo e saturação para DDIS e a parametrização QCD), bem como os modelos de Regge analisados no Cap. (3).

4.5 Determinação de novos observáveis em DDIS

As medidas recentes das funções de estrutura para DIS ep em HERA têm testado a interface entre física dura e macia na descrição das interações fortes, como vimos no Cap. (1). Enquanto a evolução em QCD perturbativa tipo DGLAP descreve muito bem os resultados experimentais para x intermediário e grande Q^2 , a descrição dos dados em pequenos valores de x é um assunto rico e complexo, no qual as abordagens usuais se superpõe e competem. Basicamente, estas abordagens descrevem muito bem os dados da função de estrutura do próton, o que implica um desafio teórico e experimental: a derivação de uma quantidade que permita separar as contribuições macias e duras para a dinâmica de pequeno x . Nos trabalhos originais nas Refs. [153, 154], propusemos a análise do coeficiente angular difrativo da função de estrutura difrativa como um observável potencial para explicitar a dinâmica do-

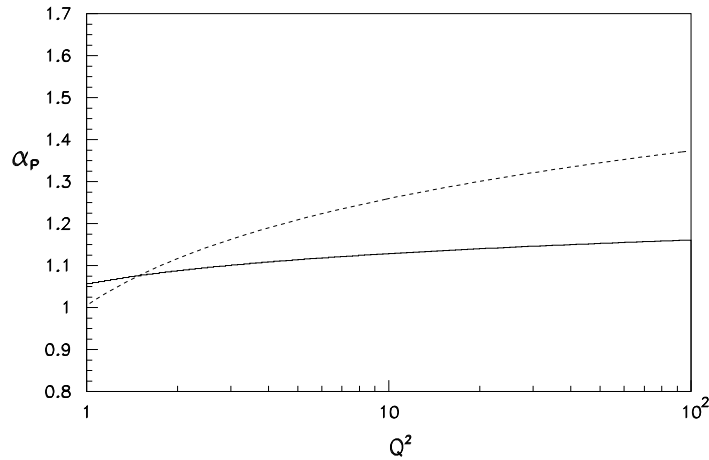


Fig. 4.13: O coeficiente linear Pomeron para a contribuição de twist dominante (linha sólida) e para twist maior (linha tracejada).

minante em DDIS. Nesta seção, discutiremos em detalhes as previsões para esta quantidade das quatro abordagens estudadas no Cap. (3) e neste.

Como motivação, recentemente as medidas em HERA do coeficiente angular logarítmico (Q^2 -coeficiente angular) da função de estrutura inclusiva $F_2(x, Q^2)$ apresentou um novo desafio para o regime de pequeno x [152]. Basicamente, a mudança de inflexão (turn over) do Q^2 -coeficiente angular foi inicialmente considerado como um sinal evidente para a mudança de dinâmica, i.e., uma transição do regime de QCD perturbativa para o regime de altas densidades (e.g., veja Ref. [130]). Entretanto, ajustes nas distribuições partônicas permitem estender o formalismo DGLAP como válido até pequenos valores de momento transferido [10] ($Q^2 \leq 3 \text{ GeV}^2$ e $x < 5 \cdot 10^{-3}$), com uma descrição razoável dos dados para o coeficiente angular de F_2 . Além disso, os resultados de HERA tem motivado a proposta de outras abordagens que consideram esta interpolação entre física dura e macia. Essencialmente, podemos separar estes modelos em duas categorias: (a) aqueles que assumem o formalismo de Regge como ponto inicial em pequeno x e Q^2 , e consideram implementações (evolução QCD) para descrever a região de grande Q^2 e, (b) aqueles que assumem a validade de QCD perturbativa em grande Q^2 e estimam as correções perturbativas presentes em pequeno x e Q^2 . Apesar do fato que presente momento temos modelos muito distintos baseados em diferentes hipóteses e descrevendo com mesma precisão os dados de F_2 e de seu coeficiente angular, há expectativa que futuros resultados experimentais para coeficiente angular de F_2 permitiriam discriminar a dinâmica correta em pequeno x .

De maneira similar ao caso para $F_2(x, Q^2)$, o coeficiente angular logarítmico da função de estrutura difrativa deve ser estudado e seu papel na discriminação de dinâmicas necessita investigação, uma vez que já existe estatística de dados para $F_2^{D(3)}(x_P, \beta, Q^2)$. Do ponto de vista teórico, quando enfocamos no DDIS, em particular F_2^D , a competição entre regimes suave e duro é mais explícita, como acabamos de analisar na seção anterior. Basicamente, as flutuações partônicas do fóton virtual podem levar a configurações de diferentes tamanhos

transversos quando analisados no sistema de repouso, como vimos no Cap. (2). O estudo da dissociação difrativa do próton tem mostrado que para fótons reais ($Q^2 \approx 0$), onde o tamanho transversal do par incidente é aproximadamente aquele do hádron, a dependência em energia é compatível com os valores esperados na troca de Pomeron suave. Por outro lado, em grande Q^2 a dependência em energia é mais acentuada que no regime suave, sugerindo que efeitos de QCD podem tornar-se visíveis para pares incidentes com pequeno tamanho transversal. Tais características já foram discutidas na seção anterior quando mostramos a parametrização QCD para DDIS. Portanto, como a função de estrutura F_2^D é inclusiva às contribuições duras e macias à dinâmica, a análise de seu coeficiente angular logarítmico pode ser um teste importante para a física de Pomerons.

Inicialmente, consideraremos um modelo baseado na teoria de Regge, o modelo CKMT estudado no Cap. (3), onde a produção difrativa é dada por Pomeron suave (não-perturbativo) e F_2^D é conectada com F_2 e foi feita uma escolha particular para o fluxo do Pomeron. Como uma segunda análise, utilizamos a parametrização QCD para DDIS discutida acima. Além disso, calculamos o coeficiente angular logarítmico F_2^D considerando o modelo de saturação aplicado a DDIS, discutido neste capítulo, comparando com a parametrização QCD e apontando as principais diferenças. Finalmente, calculamos o coeficiente angular difrativo para o modelo suave de troca de múltiplos Pomerons CFKS, estudado no Cap. (2), e comparando com o seu similar em QCD, o modelo de saturação. Antecipando as conclusões, verificamos que estas abordagens distintas predizem coeficientes angulares difrativos diferentes, o que pode clarificar qual a dinâmica é dominante se esta quantidade for analisada experimentalmente.

4.5.1 Comparações do coeficiente angular para diferentes modelos

A descrição do modelo CKMT dos resultados experimentais é satisfatória, principalmente quando considera-se uma evolução perturbativa para a função de estrutura do Pomeron. Enfatizamos que na análise feita nesta seção, usamos o modelo CKMT puro [119], sem incluir evolução QCD [120]. Este procedimento assegura que estamos levando em consideração um modelo de Regge estritamente, sem inclusão de fenomenologia perturbativa. Justificando a escolha, o modelo CKMT descreve consistentemente DIS e DDIS e é continuamente reajustado considerando os resultados experimentais mais recentes [121]. Em geral, abordagens inspiradas em Regge enfocam apenas o caso inclusivo, ou exclusivamente DDIS. Uma questão sutil na abordagem CKMT é a dependência em virtualidade do coeficiente linear do Pomeron no caso inclusivo. Apesar da necessidade desta dependência em Q^2 , proposta por Kaidalov a algum tempo [121], a interpolação suave entre um coeficiente linear suave e semiduro parece quebrar a natureza de Regge do modelo, pois o coeficiente linear deveria ser independente da virtualidade. Entretanto em DDIS, a dependência em energia (i.e., o fator de fluxo do Pomeron) é dada por um Pomeron suave com um coeficiente linear $\alpha_{\mathcal{P}} = 1.13$, adequadamente corrigido por efeitos de absorção. Este fato é verificado no trabalho original [153], quando consideramos o coeficiente angular efetivo $\partial \ln F_2^D / \partial \ln(1/x_{\mathcal{P}})$. Usando as expressões para F_2^D para o modelo CKMT, que discutimos no Cap. (3), podemos

facilmente calcular o respectivo coeficiente angular logarítmico,

$$\begin{aligned} \frac{dF_2^D}{d \ln Q^2} &= \mathcal{N} x_{\mathcal{P}}^{1-2\alpha_{\mathcal{P}}(0)} \left[eA \beta^{-\Delta(Q^2)} (1-\beta)^{n(Q^2)+2} \left(\frac{Q^2}{Q^2+a} \right)^{1+\Delta(Q^2)} S_{\mathcal{P}}(Q^2, \beta) \right. \\ &\quad \left. + fB \beta^{1-\alpha_R} (1-\beta)^{n(Q^2)-2} \left(\frac{Q^2}{Q^2+b} \right)^{\alpha_R} S_R(Q^2, \beta) \right], \end{aligned} \quad (4.101)$$

onde a normalização total \mathcal{N} vem da integração sobre t do fator de fluxo do Pomeron, $n(Q^2) = \frac{3}{2} \left(1 + \frac{Q^2}{Q^2+c} \right)$, α_R é o coeficiente linear do reggeon secundário (apenas o reggeon f contribui). Os coeficientes e constantes foram definidos no Cap. (3). Além disso, os fatores $S_{\mathcal{P},R}(Q^2, \beta)$ são definidos como,

$$\begin{aligned} S_{\mathcal{P}}(Q^2, \beta) &= \Delta(Q^2) \left[\frac{a}{Q^2+a} \right] + \frac{3c}{2} \left[\frac{Q^2}{(Q^2+c)^2} \right] \ln(1-\beta) + \\ &\quad + 2d \Delta_0 \left[\frac{Q^2}{(Q^2+d)^2} \right] \ln \left(\frac{Q^2}{\beta(Q^2+a)} \right), \end{aligned} \quad (4.102)$$

$$S_R(Q^2, \beta) = \alpha_R(0) \left[\frac{b}{Q^2+b} \right] + \frac{3c}{2} \left[\frac{Q^2}{(Q^2+c)^2} \right] \ln(1-\beta). \quad (4.103)$$

Para o caso da parametrização QCD do DDIS introduzida na seção anterior, o cálculo da expressão do coeficiente angular logarítmico de F_2^D é trivial, considerando cada contribuição das diferentes configurações dos estados de Fock do fóton virtual. Esta abordagem permite obter predições livre de parâmetros, uma vez que estes são determinados do ajuste aos dados. Justificamos esta escolha devido à simplicidade analítica das expressões para a função de estrutura difrativa para cada configuração de estados de Fock, tornando a análise mais clara..

As expressões para o coeficiente angular difrativo são,

$$\frac{d F_2^{D(3), q\bar{q}T}(x_{\mathcal{P}}, \beta, Q^2)}{d \ln Q^2} = \frac{n_2^1}{(\ln \frac{Q^2}{Q_0^2} + 1)} F_2^{D(3), q\bar{q}T}(x_{\mathcal{P}}, \beta, Q^2), \quad (4.104)$$

$$\frac{d F_2^{D(3), q\bar{q}G}(x_{\mathcal{P}}, \beta, Q^2)}{d \ln Q^2} = \frac{1}{(\ln \frac{Q^2}{Q_0^2} + 1)} \left[n_2^1 + \frac{Q^2}{Q^2 + Q_0^2} \right] F_2^{D(3), q\bar{q}G}(x_{\mathcal{P}}, \beta, Q^2),$$

$$\frac{d F_2^{D(3), q\bar{q}L}(x_{\mathcal{P}}, \beta, Q^2)}{d \ln Q^2} = \left[\frac{n_4^1}{(\ln \frac{Q^2}{Q_0^2} + 1)} + \frac{Q^2 - 7\beta Q_0^2}{Q^2 + 7\beta Q_0^2} \right] F_2^{D(3), q\bar{q}L}(x_{\mathcal{P}}, \beta, Q^2).$$

onde as relações acima descrevem o comportamento em $x_{\mathcal{P}}$, β e Q^2 o coeficiente angular difrativo de F_2^D na parametrização QCD estudada na seção anterior.

Agora partimos às análises numéricas. Nas Figs. (4.14-4.15) apresentamos a comparação entre modelos, sem impormos vínculos cinemáticos às variáveis (para uma discussão sobre este procedimento, referimos o trabalho original Ref. [153]). Na Fig. (4.14) apresenta-se a dependência em β para valores típicos de $x_{\mathcal{P}}$ e Q^2 , onde o momento transferido está no intervalo 1-100 GeV². O modelo CKMT prediz um comportamento suave (flat) em todo o intervalo em β . Particularmente, em $Q^2 = 1 \text{ GeV}^2$ há um forte decréscimo do coeficiente

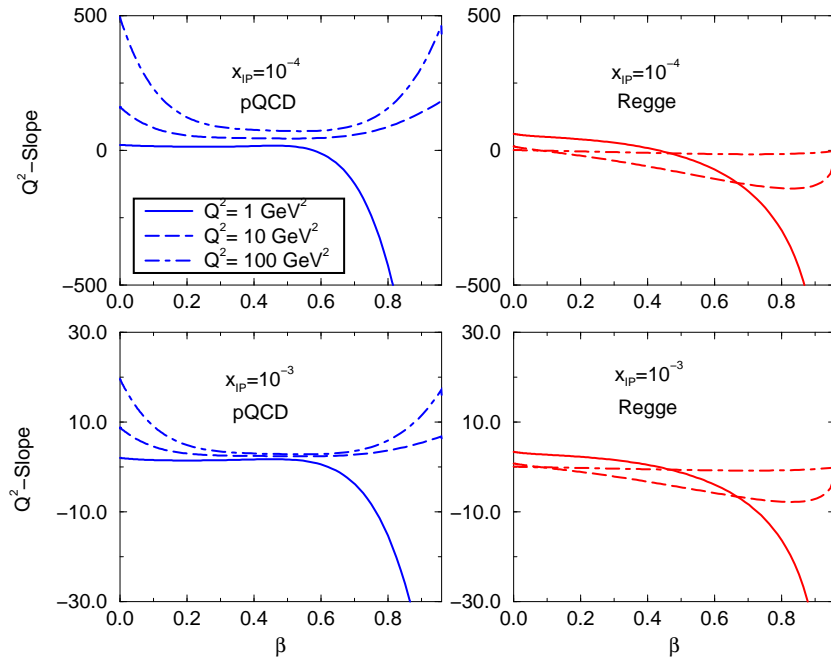


Fig. 4.14: O coeficiente angular em Q^2 versus β para a parametrização QCD (à esquerda) e para o modelo CKMT (à direita). Os resultados são obtidos para $x_{\mathcal{P}}$ fixo e valores típicos de Q^2 .

angular em grande β . Este fato é devido à presença dos fatores $\ln(1 - \beta)$ nos segundos termos das Eqs. (4.102-4.103). Para valores maiores de Q^2 , o logaritmo em Q^2 , i.e. o terceiro termo da Eq. (4.102), compensa o decrescimento. Em momento transferido 100 GeV^2 , o modelo CKMT prediz um comportamento suave (flat) do coeficiente angular para todo o espectro em β . A parametrização pQCD, produz um aumento do coeficiente angular tanto para pequenos como para grandes valores de β , enquanto apresenta um comportamento suave para valores intermediários. Este crescimento no coeficiente angular são devido aos fatores logarítmicos em Q^2 na contribuições $q\bar{q}g$ (dominante em pequeno β) e $(q\bar{q})_L$ (dominante para grande β). Um acentuado coeficiente angular em Q^2 , decrescendo em valores negativos, está presente em virtualidades $Q^2 = 1 \text{ GeV}^2$ para grande β , de maneira similar ao modelo CKMT. Entretanto, além da contribuição dominante da configuração par $q\bar{q}$ longitudinalmente polarizado, esta região também recebe contribuições associadas com a configuração $q\bar{q}g$, como discutido na seção anterior.

Na Fig. (4.15) apresenta-se a dependência em $x_{\mathcal{P}}$ para valores intermediários e grandes de β . A região de pequeno β foi desconsiderada com o intuito de não lidarmos com contribuições reggeônicas subdominantes, importantes nesta região cinemática. Verificamos novamente um comportamento suave para a parametrização QCD, com um coeficiente angular positivo em quase todo o intervalo (valores negativos estão presentes tanto em grande β e $Q^2 = 1 \text{ GeV}^2$, em concordância com a discussão na seção anterior). O modelo CKMT prediz predominantemente valores de coeficiente angular negativos neste domínio cinemático, convergindo a um valor suave para maior $x_{\mathcal{P}}$. Uma clara diferença entre as predições dos dois modelos é a mudança do sinal do coeficiente angular com a evolução em Q^2 em β intermediário, presente no modelo CKMT.

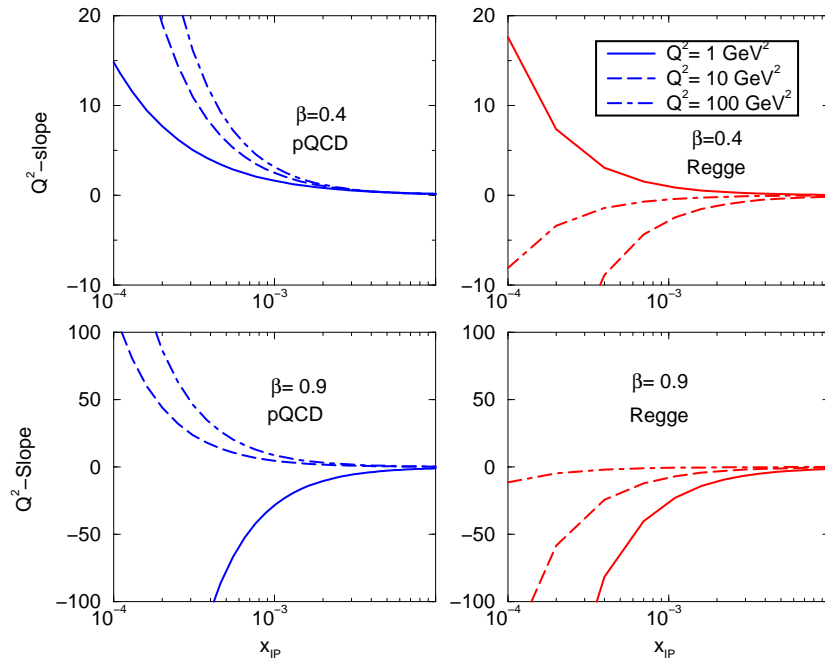


Fig. 4.15: O coeficiente angular em Q^2 versus β para a parametrização QCD (à esquerda) e para o modelo CKMT (à direita). Os valores para pequeno β foram excluídos pois considerariam contribuições de reggeons secundários dominantes naquela região.

Resumindo, os resultados acima devem permitir discriminar os comportamentos previstos pelas abordagens diferentes, i.e., QCD perturbativa (física dura) e física não-perturbativa (macia). Teoricamente, esta diferença vem do ansatz para a interação fóton-próton (dura ou macia) e também da relação da estrutura do Pomeron com a função de estrutura inclusiva no modelo CKMT. Esta relação implica a inclusão de no máximo das configurações $(q\bar{q})_T$ e $(q\bar{q})_L$ nas funções de onda do fóton nas suas estimativas. Por outro lado, o modelo QCD analisado aqui inclui a contribuição da emissão de glúon na função de onda do par, que domina em pequeno β . Portanto, as análises do espectro em β do coeficiente angular F_2^D seriam importantes em estudos experimentais. Além disso, referente ao comportamento em x_{IP} , o sinal do coeficiente angular em valores intermediários de Q^2 ($Q^2 \approx 10 \text{ GeV}^2$) é uma região importante para investigar a dinâmica.

Agora, faremos estimativas numéricas do coeficiente angular difrativo para o modelo de saturação estudado anteriormente. Denotamos Q^2 -coeficiente angular a função $x_{IP} dF_2^D/d \ln Q^2$. Como a configuração $q\bar{q}g$ domina para pequeno β , enquanto $(q\bar{q})_T$ domina em β intermediário e $(q\bar{q})_L$ é importante na região de grande β , o comportamento do coeficiente angular apresenta uma forte dependência nestas variáveis. Na Fig. (4.16), mostramos a dependência em x_{IP} , considerando valores típicos de β e virtualidades no intervalo 1-100 GeV^2 . Um fato notável é a presença de uma transição entre sinais positivos e negativos do coeficiente angular, ao contrário de um coeficiente angular predominantemente positivo como na parametrização QCD sem saturação. Este fato é devido a um diferente comportamento em grande Q^2 (grande β) na parametrização QCD.

Na Fig. (4.17), apresenta-se o comportamento em x_{IP} para ambas abordagens (saturação

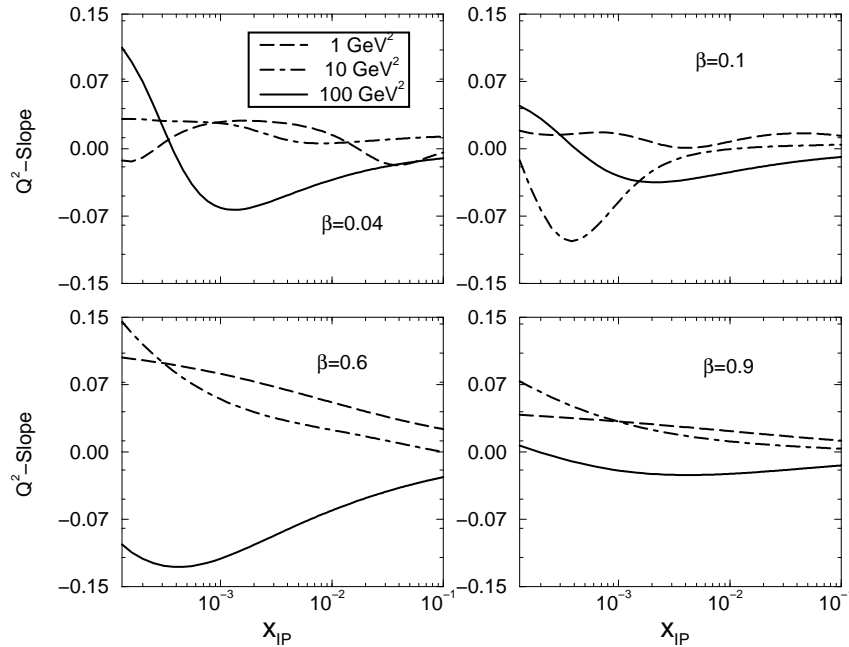


Fig. 4.16: A dependência em $x_{\mathcal{P}}$ do coeficiente angular logarítmico para o modelo de saturação, em valores típicos de β .

e parametrização QCD), em valores típicos de β . Analizamos em particular a região de transição entre dinâmica dura e macia, definida pelas pequenas virtualidades $Q^2 \sim 1.5 - 9 \text{ GeV}^2$. O modelo de saturação produz uma transição entre valor positivo e negativo do coeficiente angular em $\beta = 0.04$, enquanto apresenta um valor positivo para β intermediário e grande. A parametrização QCD, mostra novamente valor positivo do coeficiente angular para o intervalo completo de Q^2 e $x_{\mathcal{P}}$. Uma vez que a seção de choque difrativa é fortemente sensível ao corte de infravermelho, uma das principais diferenças entre estes modelos é a hipótese relacionada à região de pequeno Q^2 . Nos modelos QCD sem saturação, um corte *ad hoc* no momento transversal é inserido, bem como a dependência em energia é parametrizada. No modelo de saturação, o raio de saturação $R_0(x)$ fornece o corte de infravermelho naturalmente (a escala de momento de saturação) e determina a dependência em energia. Se esta escala é grande ($1-2 \text{ GeV}^2$), então o processo resultante não é suave e pode ser completamente calculado usando métodos perturbativos. Portanto, o modelo de saturação estende a abordagem QCD na direção de menores valores de Q^2 , tornando esta região uma fonte importante de informação sobre a dinâmica. Concluímos que a diferença entre comportamentos predita por estes dois modelos para o comportamento em $x_{\mathcal{P}}$, principalmente na região de pequeno β e Q^2 intermediário, é grande, fato que deve permitir discriminar a dinâmica em futuras análises experimentais.

Como análise final, calcularemos o coeficiente angular para a abordagem híbrida do modelo CFKS [122], analisado no Cap. (3), que considera o fenômeno de saturação interpolando trocas de múltiplos Pomerons e conceitos pQCD [123, 124]. Enfatizamos que o processo de emissão de glúons é desconsiderada neste caso. A troca múltipla de Pomerons é levada em consideração através de uma forma quase-eikonal para as seções de choque, escritas na representação de parâmetro de impacto. Os resultados para DDIS são obtidos,

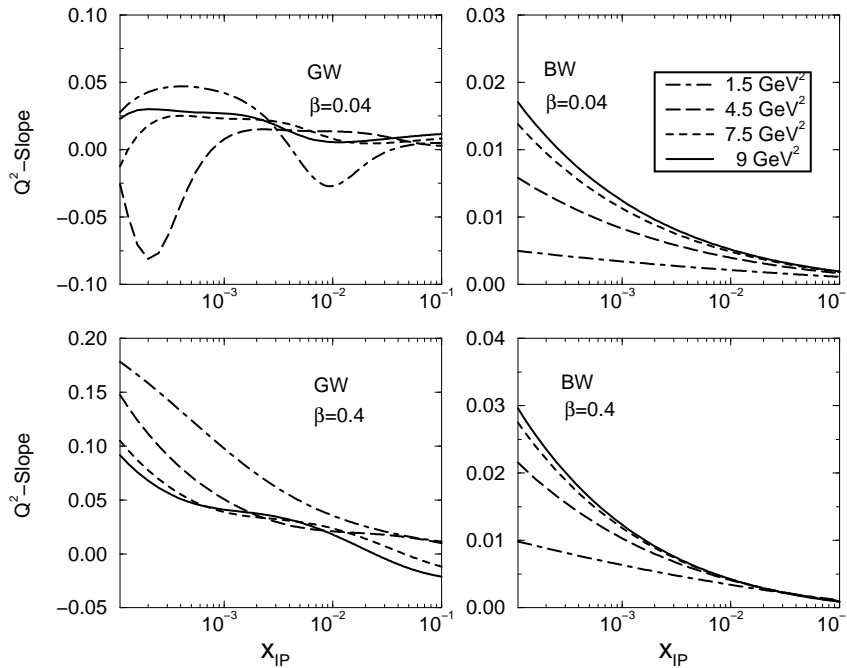


Fig. 4.17: A dependência em $x_{\mathcal{P}}$ do coeficiente angular logarítmico para o modelo de saturação (GW), e da parametrização QCD (BW), para valores típicos de β .

uma vez que trocas múltiplas de Pomerons estão relacionadas, através das regras de corte AGK, às correções de sombreamento (shadowing) à produção difrativa. As conclusões são similares ao modelo de saturação, entretanto verificou-se que correções de unitaridade devem também ser importantes na região de grande Q^2 , devido às contribuições de grande separação transversa e da interação de triplo-Pomeron [123, 124].

Comparamos os resultados do modelo de saturação com o modelo CFKS, mostrados na Fig. (4.18), onde o coeficiente angular é calculado como uma função de $x_{\mathcal{P}}$ para β fixo e em duas virtualidades diferentes. Escolhemos $Q^2 = 1$ e 10 GeV^2 porque esta é a região onde o modelo CFKS é formalmente válido. Entretanto, enfatizamos que ele pode ser estendido a virtualidades mais altas no caso difrativo, uma vez que a componente macia é mais pronunciada que no caso inclusivo. O modelo de saturação produz a transição entre valores positivos e negativos para o coeficiente angular em pequeno $\beta = 0.04$ (curvas superiores), enquanto apresenta um coeficiente angular positivo para grande e intermediário β . De fato, o modelo CFKS apresenta um coeficiente angular positivo para os intervalos completos de Q^2 e $x_{\mathcal{P}}$, suavizando para grande β , de maneira similar à parametrização QCD. Estas características podem ser testadas se o coeficiente angular for extraído experimentalmente e ajudariam a clarificar a dinâmica dominante.

Como um roteiro para um futura análise experimental da quantidade proposta na trabalho das Refs. [153, 154, 122], as seguintes análises podem ser feitas: (i) primeiro, analisar o sinal do coeficiente angular em $\beta=0.4$ e valores intermediários de Q^2 ($\approx 10 \text{ GeV}^2$). Se este sinal é negativo, então a dinâmica do DIS difrativo é baseada no formalismo de Regge. Por outro lado, se o sinal é positivo, um formalismo QCD é necessário para descrever os dados; (ii) Segundo, para discriminar entre model com e sem saturação, podemos analisar a dependência em $x_{\mathcal{P}}$ do coeficiente angular para pequenos valores de β e valores intermediários

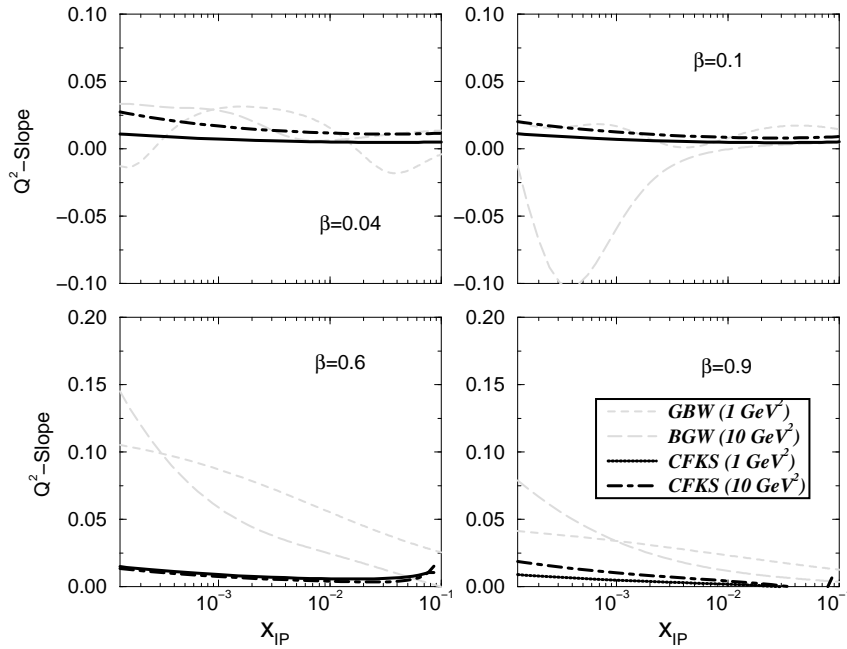


Fig. 4.18: O coeficiente angular em Q^2 da função de estrutura difrativa como uma função de $x_{\mathcal{P}}$ para β fixo, e para $Q^2 = 1, Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$. Os resultados para o modelo CFKS e modelo GBW são mostrados no mesmo gráfico.

de Q^2 . Enquanto os modelos sem saturação predizem um forte crescimento para pequenos valores de $x_{\mathcal{P}}$, o modelo de saturação prediz um comportamento quase constante. Enfatizamos que nossos resultados dependem das hipóteses usadas nos modelos considerados como ponto de partida nas análises do coeficiente angular difrativo.

4.6 Conclusão

Neste capítulo revisamos a descrição perturbativa do processo DDIS no formalismo de QCD perturbativa. O resultado intuitivo vindo da abordagem de dipolos e sua conexão com o caso inclusivo foram discutidos. O modelo QCD de troca de dois glúons foi analisada tanto no espaço de momento como no de parâmetro de impacto. O regime de triplo-Pomeron foi analisado, introduzindo o estado final $q\bar{q}g$ adicional. Com a estrutura teórica em QCD para DDIS, uma parametrização para este pode ser construída através das configurações das funções de onda do fóton virtual, onde o espectro em β é completamente determinado pela forma das funções de onda de cone de luz. Finalmente, propomos a derivada logarítmica em Q^2 da função de estrutura difrativa como um observável potencial na discriminação da dinâmica vigente em DDIS: analisamos os modelos de Regge e os modelos QCD, apontando as suas similaridades e diferenças na descrição desta nova quantidade.

Capítulo 5

A Equação BFKL

Neste capítulo estudamos o formalismo BFKL em ordem dominante LO, derivando-o em detalhe. A correspondente solução para a equação integro-diferencial obtida é discutida e possíveis inconsistências frente à situação experimental são referidas. Também discutimos qualitativamente as correções em ordem NLO e enfatizamos a instabilidade da série BFKL a este nível de precisão: o limite colinear do núcleo BFKL pode fornecer informações importantes sobre quais efeitos levam a dificuldades em NLO e sobre como estas podem ser melhor tratadas. O objetivo deste capítulo é introduzir as definições e problemáticas básicas do formalismo BFKL, com o intuito de fornecermos embasamento teórico às análises fenomenológicas no próximo capítulo.

5.1 A reggeização do glúon

Nesta seção devemos construir a equação BFKL em ordem dominante [16, 17, 18, 19]. Ressomaremos todos os termos que fornecem contribuições da forma $[\alpha_s \ln s/t]^n$ na região cinemática onde o quadrado da energia de centro de massa é muito maior que quaisquer das escalas envolvidas no processo de espalhamento. Esta região é denominada o limite de Regge ($s \gg -t$). Para construir esta equação, necessitamos considerar dois ingredientes essenciais: o *glúon reggeizado* e os *vértices efetivos* (a Ref. [43] é uma revisão didática). Discutiremos estes conceitos a seguir.

Estamos interessados no cálculo das amplitudes de espalhamento no regime assintótico de energias de centro de massa s muito altas. Consideramos que uma partícula *reggeiza* se a amplitude para a troca desta no canal- t apresenta o comportamento,

$$\mathcal{A} \sim s^{\alpha(t)}, \quad (5.1)$$

quando seus números quânticos são trocados no canal- t . O expoente $\alpha(t)$ é denominado como sua trajetória e é igual ao spin da partícula se t tomar o mesmo valor do quadrado de sua massa.

No que segue, mostraremos uma derivação da reggeização do glúon a todas as ordens em teoria de perturbação mantendo os termos dominantes $\ln s$ em cada ordem [155, 156]. Seleccionaremos os diagramas nos quais os números quânticos trocados no canal t são os de spin-1 e octeto de cor, correspondendo à troca de glúons.

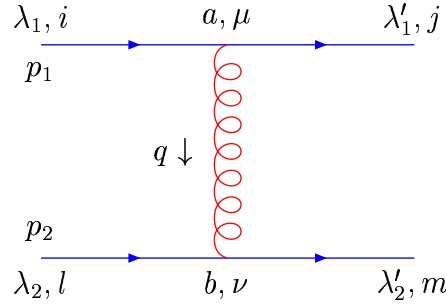


Fig. 5.1: O diagrama mais simples contribuindo para a troca octeto de ordem dominante.

5.1.1 A amplitude em nível de árvore

Consideremos o espalhamento quark-quark no limite de Regge. A amplitude em nível de árvore é representada na Fig. (5.1), onde p_1 e p_2 são os momenta dos quarks incidentes; q é o momento trocado na interação forte; λ e λ' são as helicidades dos spinores de Dirac; i , j , l e m ($= 1, 2, 3$) são os índices de cor dos quarks; a e b ($= 1, \dots, 8$) são os índices de cor glúônico e, finalmente, μ e ν são os índices de Lorentz.

Por simplicidade usaremos o gauge de Feynman para os propagadores de glúons. A amplitude em nível de árvore então pode ser escrita como,

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{2 \rightarrow 2}^{(0)} = & \bar{u}_{\lambda'_1}(p_1 - q) \left(-i g_s \gamma^\mu T_{ij}^a \right) u_{\lambda_1}(p_1) \\ & \left(\frac{-i \delta_{ab} g_{\mu\nu}}{q^2} \right) \bar{u}_{\lambda'_2}(p_2 + q) \left(-i g_s \gamma^\nu T_{lm}^b \right) u_{\lambda_2}(p_2), \end{aligned} \quad (5.2)$$

onde T_{ij}^a são as matrizes de cor do grupo $SU(N_c)$ na representação fundamental.

Agora, como estamos interessados na região cinemática onde $s \gg -t$, podemos simplificar esta amplitude. Primeiro, queremos trabalhar no sistema de referência de centro de massa e escolhemos nossas coordenadas tal que p_1 e p_2 estão no eixo z [155],

$$\begin{aligned} p_1 &= \frac{\sqrt{s}}{2} (1, \mathbf{0}, 1), \\ p_2 &= \frac{\sqrt{s}}{2} (1, \mathbf{0}, -1), \end{aligned}$$

O segundo passo é expressar o momento carregado pelo propagador do glúon, q , em sua representação de Sudakov [43],

$$q^\mu = z p_1^\mu + \bar{z} p_2^\mu + \mathbf{q}^\mu = \left(\frac{\sqrt{s}}{2} (z + \bar{z}), \mathbf{q}, \frac{\sqrt{s}}{2} (z - \bar{z}) \right). \quad (5.3)$$

O momentum transferido q está relacionado à variável de Mandelstam t invariante de Lorentz,

$$t = q^2 \equiv z \bar{z} s - \mathbf{q}^2. \quad (5.4)$$

Com as definições acima e em conjunto com o vínculo dos quarks no estado final estarem na camada de massa (on-shell) permite-nos escrever,

$$\begin{aligned}(p_1 - q)^2 &= t - s\bar{z} = 0, \\ (p_2 + q)^2 &= t + sz = 0,\end{aligned}\tag{5.5}$$

levando à seguinte expressão

$$q^\mu = -\frac{t}{s}(p_1^\mu - p_2^\mu) + \mathbf{q}^\mu \simeq \mathbf{q}^\mu,\tag{5.6}$$

no limite de Regge. O terceiro ingrediente é a aproximação eikonal, que define que as componentes do momento das partículas de gauge trocadas são pequenas comparadas com aquelas dos pártons emitidos (emissão macia). No nosso caso, isto significa que os quarks incidentes não sofrem nenhum recuo significativo após a emissão e absorvem as várias partículas trocadas. Levando este fato em consideração, podemos escrever,

$$\mathcal{A}_{2\rightarrow 2}^{(0)} = ig_s^2 \frac{1}{q^2} \left(\bar{u}_{\lambda'_1}(p_1) \gamma^\mu u_{\lambda_1}(p_1) \right) \left(\bar{u}_{\lambda'_2}(p_2) \gamma_\mu u_{\lambda_2}(p_2) \right) \mathbf{T}_{ij}^a \mathbf{T}_{lm}^a.\tag{5.7}$$

Agora, usando a normalização, $\bar{u}_\alpha(p) u_\beta(p) = 2m\delta_{\alpha\beta}$ e equação de Dirac para espinores na camada de massa, $(\not{p} - m)u = 0$, teremos

$$\bar{u}_\alpha(p) \gamma^\mu u_\beta(p) = \frac{m}{p_\mu} \bar{u}_\alpha(p) u_\beta(p) = 2p^\mu \delta_{\alpha\beta}.\tag{5.8}$$

Finalmente, negligenciando as massas dos quarks e definindo $\alpha_s = g_s^2/4\pi$, a expressão para a amplitude torna-se,

$$\mathcal{A}_{2\rightarrow 2}^{(0)} = i 8\pi \alpha_s \frac{s}{t} \delta_{\lambda_1 \lambda'_1} \delta_{\lambda_2 \lambda'_2} \mathbf{T}_{ij}^a \mathbf{T}_{lm}^a.\tag{5.9}$$

O resultado acima é invariante de gauge dentro da aproximação eikonal.

5.1.2 A contribuição de one-loop

Na aproximação de ordem dominante e em gauges covariantes, as contribuições de one-loop vêm daqueles diagramas de Feynman sem correções perturbativas aos vértices ou propagadores [155, 156]. No que se segue calculamos a amplitude para o gráfico mostrado na Fig. (5.2). Uma maneira direta de obtermos esta amplitude é aplicar as regras de Feynman e calcular a integral de loop de momento com a ajuda dos parâmetros de Feynman. Entretanto, aqui usaremos as regras de Cutkosky [157], que são mais convenientes, especialmente para correções de mais altas ordens. Estas regras permitem escrever a parte imaginária da amplitude considerada em termos daquela calculada em nível de árvore,

$$\begin{aligned}\text{Im} \mathcal{A}_{2\rightarrow 2}^{(1)}[\text{Fig. (5.2)}] &= \frac{1}{2(2\pi)^2} \int d^4k \delta((p_1 - k)^2) \delta((p_2 + k)^2) \mathcal{A}_{2\rightarrow 2}^{(0)}(k) \mathcal{A}_{2\rightarrow 2}^{(0)\dagger}(k - q), \\ &= 4\alpha_s^2 s \delta_{\lambda_1 \lambda'_1} \delta_{\lambda_2 \lambda'_2} (\mathbf{T}^b \mathbf{T}^a \otimes \mathbf{T}^b \mathbf{T}^a) \int dz d\bar{z} d\mathbf{k} \delta(\bar{z}(z-1)s + \mathbf{k}^2) \delta(z(\bar{z}+1)s + \mathbf{k}^2) \frac{1}{\mathbf{k}^2(\mathbf{k}-\mathbf{q})^2} \\ &= 4\alpha_s^2 s \delta_{\lambda_1 \lambda'_1} \delta_{\lambda_2 \lambda'_2} (\mathbf{T}^b \mathbf{T}^a \otimes \mathbf{T}^b \mathbf{T}^a) \int d\mathbf{k} \frac{1}{\mathbf{k}^2(\mathbf{k}-\mathbf{q})^2},\end{aligned}\tag{5.10}$$

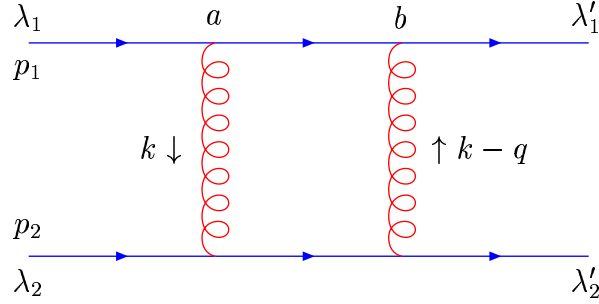


Fig. 5.2: Primeiro diagrama contribuindo para as correções de one-loop.

onde, como anteriormente, temos usado uma decomposição de Sudakov da variável k ,

$$k^\mu = zp_1^\mu + \bar{z}p_2^\mu \mathbf{k}^\mu, \quad (5.11)$$

para qual o elemento diferencial do quadrimomento é,

$$d^4k = \frac{s}{2} dz d\bar{z} d\mathbf{k}. \quad (5.12)$$

Levando em consideração que estamos considerando as contribuições de logaritmo dominante $\ln(1/x)$ à amplitude e que s/t tem sinal negativo, podemos escrever

$$\mathcal{A} = \text{Re } \mathcal{A} + i \text{Im } \mathcal{A} = \mathcal{C} \ln \frac{s}{t} + \dots = \mathcal{C} \ln \left| \frac{s}{t} \right| - i\pi \mathcal{C}, \quad (5.13)$$

tal que,

$$\text{Re } \mathcal{A} = -\frac{1}{\pi} (\text{Im } \mathcal{A}) \ln \left| \frac{s}{t} \right|. \quad (5.14)$$

Em nosso caso particular, temos a seguinte expressão para a parte real da amplitude,

$$\text{Re } \mathcal{A}_{2 \rightarrow 2}^{(1)}[\text{Fig. (5.2)}] = -\frac{4}{\pi} \alpha_s^2 s \delta_{\lambda_1 \lambda'_1} \delta_{\lambda_2 \lambda'_2} (\text{T}^b \text{T}^a \otimes \text{T}^b \text{T}^a) \int d\mathbf{k} \frac{1}{\mathbf{k}^2 (\mathbf{k} - \mathbf{q})^2} \ln \left| \frac{s}{t} \right|. \quad (5.15)$$

Há outra contribuição a ser considerada vinda dos diagramas cruzados mostrados na Fig. (5.3). Esta contribuição pode ser facilmente calculada, pois corresponde a substituir a variável de Mandelstan s por u na amplitude obtida anteriormente, e calculando um novo fator de cor, isto é,

$$\text{Re } \mathcal{A}_{2 \rightarrow 2}^{(1)}[\text{Fig. (5.3)}] = -\frac{4}{\pi} \alpha_s^2 u \delta_{\lambda_1 \lambda'_1} \delta_{\lambda_2 \lambda'_2} (\text{T}^b \text{T}^a \otimes \text{T}^a \text{T}^b) \int d\mathbf{k} \frac{1}{\mathbf{k}^2 (\mathbf{k} - \mathbf{q})^2} \ln \left| \frac{u}{t} \right|. \quad (5.16)$$

No limite de Regge, u pode ser aproximado por $-s$, tal que podemos escrever a amplitude total na forma,

$$\begin{aligned} \text{Re } \mathcal{A}_{2 \rightarrow 2}^{(1)} &= \text{Re } \mathcal{A}_{2 \rightarrow 2}^{(1)}[\text{Fig. (5.2)}] + \text{Re } \mathcal{A}_{2 \rightarrow 2}^{(1)}[\text{Fig. (5.3)}], \\ &= \frac{4}{\pi} \alpha_s^2 s \delta_{\lambda_1 \lambda'_1} \delta_{\lambda_2 \lambda'_2} \int d\mathbf{k} \frac{1}{\mathbf{k}^2 (\mathbf{k} - \mathbf{q})^2} \ln \left| \frac{s}{t} \right| (\text{T}^b \text{T}^a \otimes [\text{T}^a, \text{T}^b]). \end{aligned} \quad (5.17)$$

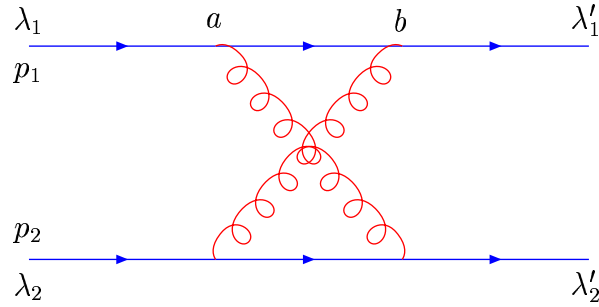


Fig. 5.3: Segundo diagrama contribuindo para as correções de one-loop.

onde os colchetes representam o comutador dos operadores. O fator de cor é puro octeto, isto é, ele pode ser relacionado com aquele do nível de árvore por,

$$T^b T^a \otimes [T^a, T^b] = -\frac{i^2}{2} f_{abc} f_{bad} T^d \otimes T^c = -i^2 \frac{N_c}{2} \delta_{cd} T^d \otimes T^c = \frac{N_c}{2} T^d \otimes T^d, \quad (5.18)$$

onde f_{abc} são as constantes de estrutura de grupo $SU(N_c)$, para número de cores N_c . Portanto, podemos reescrever a parte real da amplitude,

$$\text{Re} \mathcal{A}_{2 \rightarrow 2}^{(1)} = \frac{2}{\pi} N_c \alpha_s^2 s \delta_{\lambda_1 \lambda_1'} \delta_{\lambda_2 \lambda_2'} \int d\mathbf{k} \frac{1}{\mathbf{k}^2 (\mathbf{k} - \mathbf{q})^2} \ln \left| \frac{s}{t} \right| T^a \otimes T^a. \quad (5.19)$$

Finalmente, podemos escrever a amplitude de one-loop em termos do resultado em nível de árvore como,

$$\mathcal{A}_{2 \rightarrow 2}^{(1)} = \frac{N_c \alpha_s}{4\pi^2} \int d\mathbf{k} \frac{t}{\mathbf{k}^2 (\mathbf{k} - \mathbf{q})^2} \ln \left(\frac{s}{t} \right) \mathcal{A}_{2 \rightarrow 2}^{(0)}, \quad (5.20)$$

o qual reescreveremos, por conveniência nas futuras seções, como

$$\mathcal{A}_{2 \rightarrow 2}^{(1)} = \varepsilon(t) \ln \left(\frac{s}{t} \right) \mathcal{A}_{2 \rightarrow 2}^{(0)}. \quad (5.21)$$

Na próxima seção discutiremos as correções de two-loop para os diagramas em one-loop discutidos acima.

5.1.3 A contribuição de two-loop

Novamente, na precisão dominante não precisaremos considerar diagramas com correções de vértices ou com inserções de auto-energia. Com os gráficos na Fig. (5.4), reconstruiremos parcialmente a parte imaginária da amplitude. Esta será completamente determinada quando adicionarmos as contribuições restantes advindas daqueles diagramas mostrados na Fig. (5.5). Para o primeiro conjunto de diagramas, veja Fig. (5.4), podemos proceder da mesma maneira como na seção anterior, usando a parametrização de Sudakov,

$$k_i^\mu = z_i p_1^\mu + \bar{z}_i p_2^\mu + \mathbf{q}_i^\mu \quad (5.22)$$

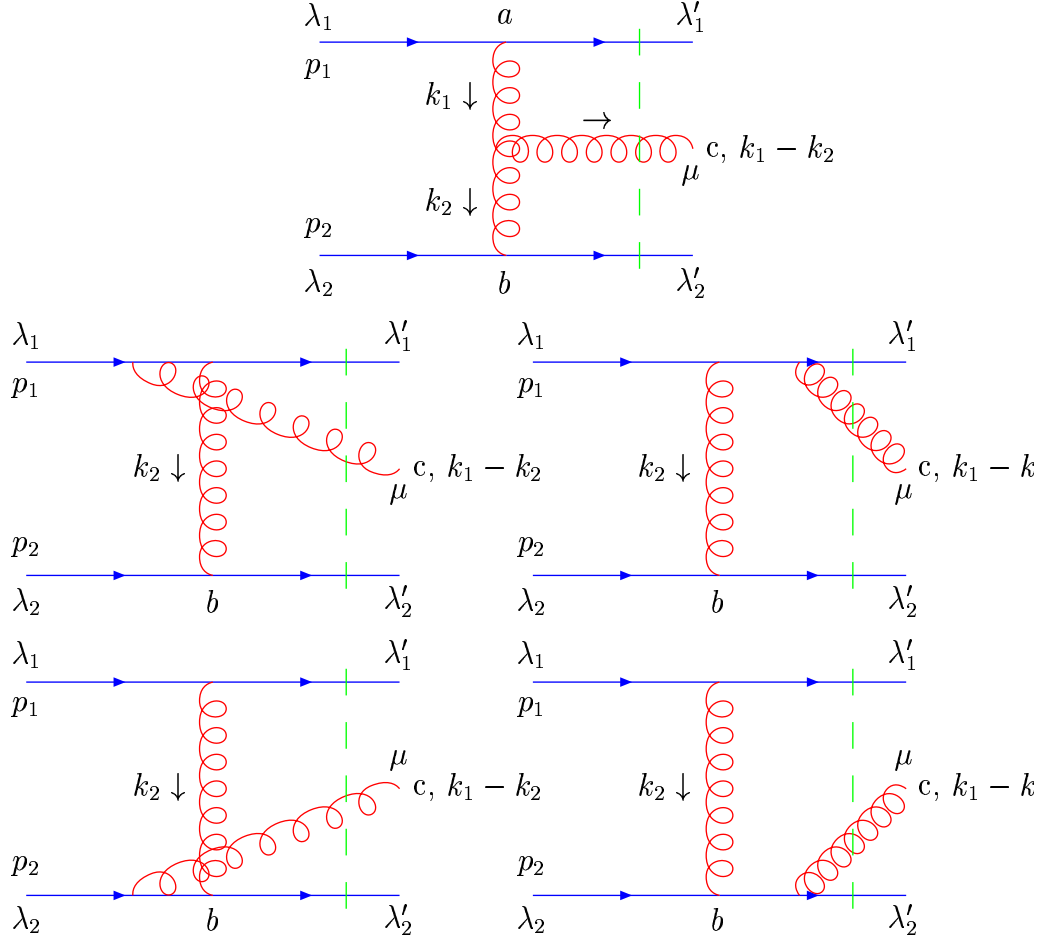


Fig. 5.4: Contribuições à amplitude $\mathcal{A}_{2 \rightarrow 2}^{(2)}$ em ordem dominante (emissões reais).

para os momentos internos do glúon e restringindo-nos à região de logaritmo dominante,

$$\begin{aligned} z_2 &\ll z_1 \ll 1 \\ |\bar{z}_1| &\ll |\bar{z}_2| \ll 1, \end{aligned} \quad (5.23)$$

Obtemos a seguinte expressão para a amplitude:

$$\mathcal{A}_{2 \rightarrow 3}^{(2)\mu}[\text{Fig. (5.4)}] = -\frac{2isg^3}{\mathbf{k}_1^2 \mathbf{k}_2^2} \delta_{\lambda_1 \lambda'_1} \delta_{\lambda_2 \lambda'_2} \left[\left(z_1 + \frac{2\mathbf{k}_1^2}{\bar{z}_2 s} \right) p_1^\mu + \left(\bar{z}_2 + \frac{2\mathbf{k}_2^2}{z_1 s} \right) p_2^\mu - (\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2)^\mu \right] f_{abc} T^a \otimes T^b,$$

a qual carrega um índice de Lorentz correspondendo ao glúon que não se acopla a nenhum propagador. Esta amplitude pode ser escrita em uma maneira conveniente usando o fato que $s = 2p_1^\alpha p_{2\alpha}$, isto é,

$$\mathcal{A}_{2 \rightarrow 3}^{(2)\mu}[\text{Fig. (5.4)}] = -\frac{4ig^3 p_1^\alpha p_2^\beta}{\mathbf{k}_1^2 \mathbf{k}_2^2} \delta_{\lambda_1 \lambda'_1} \delta_{\lambda_2 \lambda'_2} \Lambda_{\alpha\beta}^\mu(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) f_{abc} T^a \otimes T^b, \quad (5.24)$$

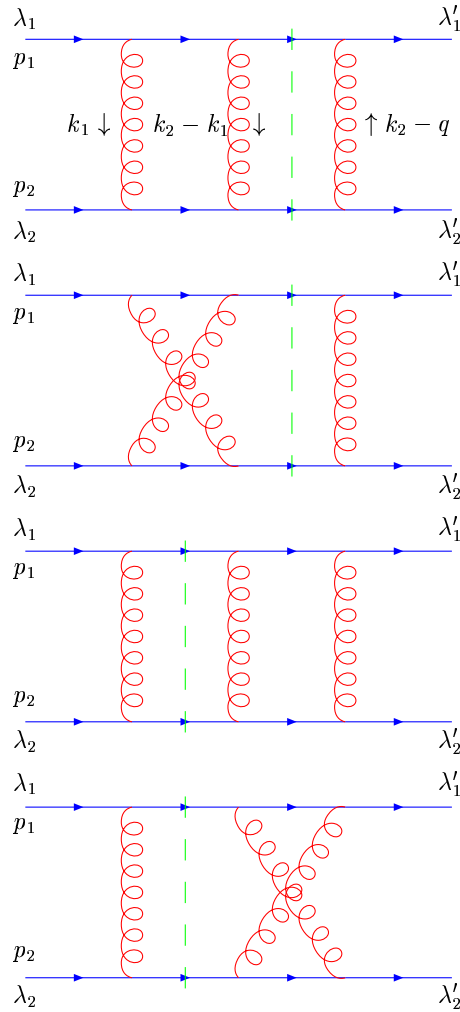


Fig. 5.5: Contribuições à amplitude $\mathcal{A}_{2 \rightarrow 2}^{(2)}$ em ordem dominante (troca de três glúons).

com a seguinte definição,

$$\Lambda_{\alpha\beta}^{\mu} = \frac{2p_{1\alpha}p_{2\beta}}{s} \left[\left(z_1 + \frac{2k_1^2}{\bar{z}_2 s} \right) p_1^{\mu} + \left(\bar{z}_2 + \frac{2k_2^2}{z_1 s} \right) p_2^{\mu} - (\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2)^{\mu} \right] \quad (5.25)$$

desempenhando o papel de um vértice efetivo [155, 156]. Pode ser provado que este é invariante de gauge na aproximação de logaritmo dominante e será representado como na Fig. (5.6).

Agora estamos com as ferramentas necessárias para calcular a contribuição à parte imaginária da amplitude total dos gráficos apresentados na Fig. (5.4), apenas multiplicando as amplitudes $\mathcal{A}_{2 \rightarrow 3}^{(2)\mu}$ por seus correspondentes conjugados hermitianos, somando sobre todas as possíveis polarizações (μ) dos glúons intermediários e integrando sobre o espaço de fase de Sudakov para três corpos, com as correspondentes condições de camada de massa nas linhas

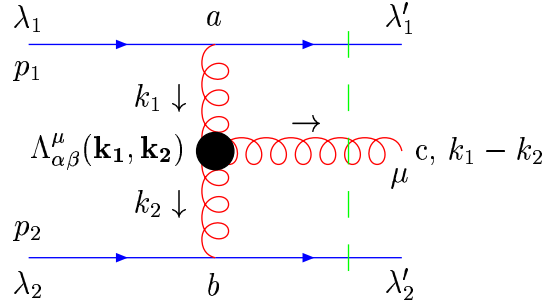


Fig. 5.6: *Vértice efetivo na aproximação de logaritmo dominante.*

de corte. Tem-se que,

$$\begin{aligned} \text{Im } \mathcal{A}_{2 \rightarrow 2}^{(2)}[\text{Fig. (5.4)}] &= -\frac{1}{2} \int \frac{1}{(2\pi)^5} \left(\frac{s}{2}\right) dz_1 dz_2 d\bar{z}_1 \bar{z}_2 d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2 \\ &\times \delta(-\bar{z}_1 s - \mathbf{k}_1^2) \delta(z_2 s - \mathbf{k}_2^2) \delta(-z_1 \bar{z}_2 s - (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)^2) \\ &\times \mathcal{A}_{2 \rightarrow 3}^{(2)\mu}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) \mathcal{A}_{2 \rightarrow 3\mu}^{(2)\dagger}(\mathbf{k}_1 - \mathbf{q}, \mathbf{k}_2 - \mathbf{q}). \end{aligned} \quad (5.26)$$

Nas funções delta introduziremos a seguinte notação,

$$\mathbf{k}_1^2 = \mathbf{k}_2^2 = (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)^2 = s_0, \quad (5.27)$$

onde s_0 escalará s nos termos com $\ln(s)$. Em ordem de logaritmo dominante (LO), a escolha desta escala é arbitrária. A maneira correta de escalar s será determinada pelas correções de mais alta ordem, as quais serão discutidas mais tarde.

Após alguma álgebra com os fatores de cor, integrando sobre as variáveis de Sudakov e operando com os propagadores, obtemos,

$$\begin{aligned} \text{Im } \mathcal{A}_{2 \rightarrow 2}^{(2)}[\text{Fig. (5.4)}] &= \frac{N_c^2 \alpha_s}{32\pi^3} \mathcal{A}_{2 \rightarrow 2}^{(0)} \mathbf{q}^2 \int_{s_0/s}^1 \frac{dz_1}{z_1} d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2 \left[\frac{\mathbf{q}^2}{\mathbf{k}_1^2 \mathbf{k}_2^2 (\mathbf{k}_1 - \mathbf{q})^2 (\mathbf{k}_2 - \mathbf{q})^2} \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{\mathbf{k}_1^2 (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)^2 (\mathbf{k}_2 - \mathbf{q})^2} - \frac{1}{\mathbf{k}_2^2 (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)^2 (\mathbf{k}_1 - \mathbf{q})^2} \right]. \end{aligned} \quad (5.28)$$

É importante notar que a contribuição dos quatro gráficos apresentados na Fig. (5.5) é dada por,

$$\begin{aligned} \text{Im } \mathcal{A}_{2 \rightarrow 2}^{(2)}[\text{Fig. (5.5)}] &= \frac{N_c^2 \alpha_s}{32\pi^3} \mathcal{A}_{2 \rightarrow 2}^{(0)} \mathbf{q}^2 \int d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2 \left[\frac{1}{\mathbf{k}_1^2 (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)^2 (\mathbf{k}_2 - \mathbf{q})^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\mathbf{k}_2^2 (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)^2 (\mathbf{k}_1 - \mathbf{q})^2} \right] \ln \frac{s}{s_0}, \end{aligned}$$

porque quando adicionamos ambas contribuições à expressão resultante para a parte imaginária da amplitude simplifica-se na forma,

$$\begin{aligned} \text{Im } \mathcal{A}_{2 \rightarrow 2}^{(2)} &= \text{Im } \mathcal{A}_{2 \rightarrow 2}^{(2)}[\text{Fig. (5.4)}] + \text{Im } \mathcal{A}_{2 \rightarrow 2}^{(2)}[\text{Fig. (5.5)}], \\ &= \frac{N_c^2 \alpha_s}{32\pi^3} \mathcal{A}_{2 \rightarrow 2}^{(0)} (\mathbf{q}^2)^2 \int \frac{d\mathbf{k}_1}{\mathbf{k}_1^2 (\mathbf{k}_1 - \mathbf{q})^2} \frac{d\mathbf{k}_2}{\mathbf{k}_2^2 (\mathbf{k}_2 - \mathbf{q})^2} \ln \frac{s}{s_0}, \end{aligned} \quad (5.29)$$

a qual, na notação da Eq. (5.21), pode ser reescrita como,

$$\text{Im}\mathcal{A}_{2\rightarrow 2}^{(2)} = -\frac{\pi}{2}\mathcal{A}_{2\rightarrow 2}^{(0)}\varepsilon^2(t)\ln\frac{s}{s_0}. \quad (5.30)$$

Portanto, a parte real correspondente é,

$$\text{Re}\mathcal{A}_{2\rightarrow 2}^{(2)} = \frac{1}{4}\mathcal{A}_{2\rightarrow 2}^{(0)}\varepsilon^2(t)\ln^2\frac{s}{s_0}, \quad (5.31)$$

A amplitude total até a ordem de two-loop, quando adicionando-se os diagramas cruzados, é dada por,

$$\mathcal{A}_{2\rightarrow 2} = \mathcal{A}_{2\rightarrow 2}^{(0)}\left(1 + \varepsilon(t)\ln\frac{s}{s_0} + \frac{1}{2}\varepsilon^2(t)\ln^2\frac{s}{s_0} + \dots\right). \quad (5.32)$$

5.1.4 Contribuição de todos os loops

O último resultado, Eq. (5.32), é muito encorajador porque sugere que temos os três primeiros termos de uma expansão de Taylor da amplitude $\mathcal{A}_{2\rightarrow 2}^{(0)}s^{\varepsilon(t)}$. Mostraremos como este fato se confirma a seguir. Não mostraremos os muitos detalhes técnicos [155, 156], entretanto é natural pensar que para calcularmos a amplitude em todos os loops podemos usar o vértice efetivo derivado na Eq. (5.25). Interagindo como mostrado na Fig. (5.7), podemos obter a amplitude para a troca octeto no processo $q + q \rightarrow q + q + n - \text{gluons}$. Os ingredientes extras são os propagadores para os glúons verticais e a generalização das desigualdades cinemáticas em ordem dominante,

$$\begin{aligned} \frac{s_0}{s} &\ll z_{i+1} \ll z_i \ll 1, \\ \frac{s_0}{s} &\ll |\bar{z}_i| \ll |\bar{z}_{i+1}| \ll 1. \end{aligned} \quad (5.33)$$

O resultado para a amplitude representada na Fig. (5.7) é dado por,

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{2\rightarrow 2+n}^{(n)\mu_1\dots\mu_n} &= -2g_s^{2+n}\delta_{\lambda_1\lambda'_1}\delta_{\lambda_2\lambda'_2}\frac{1}{\mathbf{k}_1^2}\prod_{i=1}^n f_{a_i a_{i+1} c_i} T^{a_1} \otimes T^{a_{n+1}} \\ &\times \prod_{j=1}^n \left[\frac{2p_1^{\alpha_j} p_2^{\beta_{j+1}}}{s} \Lambda_{\alpha_j \beta_{j+1}}^{\mu_j}(k_j, k_{j+1}) \frac{i}{\mathbf{k}_{j+1}^2} \right], \end{aligned} \quad (5.34)$$

com c_i sendo os índices de cor dos glúons no canal s .

Para obtermos a parte imaginária da amplitude de troca octeto devemos proceder de maneira usual, multiplicando o último resultado pelo seu conjugado hermitiano e integrando sobre o momento. Mas antes disto, não podemos esquecer a generalização daqueles termos na Fig. (5.5). O efeito destes termos a todas as ordens modifica os propagadores dos i -ésimos glúons verticais da seguinte maneira (no gauge de Feynman),

$$\frac{ig_{\mu\nu}}{\mathbf{k}_i^2} \rightarrow \frac{ig_{\mu\nu}}{\mathbf{k}_i^2} \left(\frac{z_{i-1}}{z_i}\right)^{\varepsilon(k_i^2)}. \quad (5.35)$$

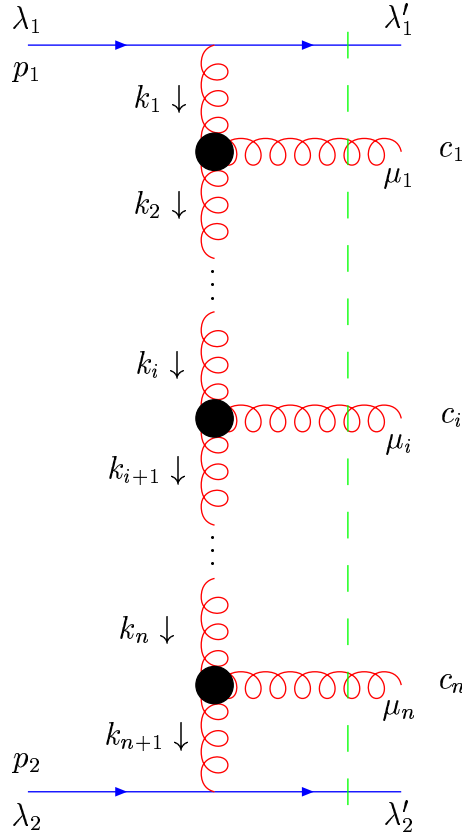


Fig. 5.7: A amplitude para o processo $q + q \rightarrow q + q + n - \text{gluons}$ na aproximação de logaritmo dominante e em nível de árvore.

O melhor método para provar este fato é aquele por indução. Assumiremos que esta modificação do propagador é válida a todas as ordens e chegaremos em uma equação integral. Provaremos que a solução desta equação é autoconsistente com as suposições iniciais. Esta hipótese é denominada reggeização do propagador do glúon e o procedimento completo denomina-se método de bootstrap [158, 159].

A amplitude então agora escreve-se como,

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{2 \rightarrow 2+n}^{(n)\mu_1 \dots \mu_n} &= -2g_s^{2+n} \delta_{\lambda_1 \lambda'_1} \delta_{\lambda_2 \lambda'_2} \frac{1}{\mathbf{k}_1^2} \left(\frac{1}{z_1} \right) \prod_{i=1}^n f_{a_i a_{i+1} c_i} T^{a_1} \otimes T^{a_{n+1}} \\ &\times \prod_{j=1}^n \left[\frac{2p_1^{\alpha_j} p_2^{\beta_{j+1}}}{s} \Lambda_{\alpha_j \beta_{j+1}}^{\mu_j} (k_j, k_{j+1}) \frac{i}{\mathbf{k}_{j+1}^2} \left(\frac{z_j}{z_{j+1}} \right)^{\varepsilon(k_{j+1}^2)} \right], \end{aligned} \quad (5.36)$$

e é conhecida como amplitude de troca de multi-Regge.

Finalmente, a parte imaginária da amplitude para todas as ordens é dada por,

$$\begin{aligned} \text{Im } \mathcal{A}_{2 \rightarrow 2}^{\text{Octeto}} &= \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{2^{4n+3} \pi^{3n+2}} \prod_{i=1}^n \int_{z_i+1}^1 \frac{dz_i}{z_i} \prod_{j=1}^{n+1} d^2 \mathbf{k}_j dz_{n+1} \delta(s z_{n+1} - s_0) \\ &\times \mathcal{A}_{2 \rightarrow 2+n}^{(n)\mu_1 \dots \mu_n}(\mathbf{k}_1, \cdot, \mathbf{k}_n) \mathcal{A}_{2 \rightarrow 2+n}^{(n)\dagger}{}_{\mu_1 \dots \mu_n}(\mathbf{k}_1 - \mathbf{q}, \dots, \mathbf{k}_n - \mathbf{q}). \end{aligned} \quad (5.37)$$

É possível expressar este resultado como uma equação integral, se tomarmos a transformada de Mellin, como definida no Cap. (1), com respeito a s/s_0 . A solução pode ser encontrada [155, 156, 43], e é escrita como,

$$\text{Im } \mathcal{A}_{2 \rightarrow 2}^{\text{Octeto}} = -\frac{\pi}{2} \varepsilon(t) \left(\frac{s}{s_0} \right)^{\varepsilon(t)} \mathcal{A}_{2 \rightarrow 2}^{(0)}. \quad (5.38)$$

O último passo é adicionar os diagramas cruzados e então chegamos ao seguinte,

$$\mathcal{A}_{2 \rightarrow 2}^{\text{Octeto}} = 8\pi\alpha_s \frac{s_0}{t} T^a \otimes T^a \delta_{\lambda_1 \lambda'_1} \delta_{\lambda_2 \lambda'_2} \left(\frac{s}{s_0} \right)^{1+\varepsilon(t)} \frac{1 - e^{i\pi[1+\varepsilon(t)]}}{2}. \quad (5.39)$$

Este resultado prova a consistência da condição de bootstrap e mostra a reggeização do glúon como na expressão (5.1), com a seguinte trajetória do glúon.

$$\alpha(t) = 1 + \varepsilon(t). \quad (5.40)$$

5.2 A equação BFKL

A questão que surge agora é: como a reggeização do glúon pode ser provada, seria possível encontrar uma partícula com os números quânticos do vácuo que reggeiza. Isto nos forneceria a trajetória do Pomeron. A resposta é que, como necessitamos de uma troca singleto de cor, não há constituintes básicos em QCD para resolver este problema [160].

Uma alternativa é construir trocas singleto de cor com pelo menos troca de dois glúons no canal- t . A vantagem deste modelo é que já temos todos os resultados apresentados na seção anterior para a troca octeto, a menos dos apropriados fatores de cor. Ao fim desta seção obteremos uma equação integral para a amplitude Pomeron que é denominada equação Balitsky-Fadin-Kuraev-Lipatov (BFKL) [16, 17, 18, 19]. Novamente os cálculos serão apresentados na aproximação de logaritmo dominante.

5.2.1 Contribuição de ordem one-loop

Para uma troca singleto, os diagramas de mais baixa ordem são aqueles apresentados nas Figs. (5.2) e (5.3). A amplitude é muito similar àquela da Eq. (5.10), entretanto com a mudança do fator de cor, isto é ,

$$\text{Im } \mathcal{A}_{2 \rightarrow 2}^{(1)}[\text{Fig. (5.2)}] + \text{Im } \mathcal{A}_{2 \rightarrow 2}^{(1)}[\text{Fig. (5.3)}] = 4\alpha_s^2 s \delta_{\lambda_1 \lambda'_1} \delta_{\lambda_2 \lambda'_2} \left(\frac{N_c^2 - 1}{4N_c^2} \right) \int d\mathbf{k} \frac{1}{\mathbf{k}^2 (\mathbf{k} - \mathbf{q})^2}.$$

Das Eqs. (5.15) e (5.16), pode ser verificado que a parte real desta amplitude torna-se nula, restando uma amplitude em one-loop imaginária pura,

$$\text{Im } \mathcal{A}_{2 \rightarrow 2}^{(1)} = i 4\alpha_s^2 s \delta_{\lambda_1 \lambda'_1} \delta_{\lambda_2 \lambda'_2} \left(\frac{N_c^2 - 1}{4N_c^2} \right) \int d\mathbf{k} \frac{1}{\mathbf{k}^2 (\mathbf{k} - \mathbf{q})^2}. \quad (5.41)$$

5.2.2 Contribuição de ordem two-loop

A próxima ordem na teoria de perturbação requer a adição daquelas contribuições dos diagramas (5.4) e (5.5). Suas amplitudes são dadas respectivamente por,

$$\text{Im}\mathcal{A}_{2\rightarrow 2}^{(2)}[\text{Fig. (5.4)}] = -i\frac{2N_c\alpha_s^3 s}{\pi^2}\delta_{\lambda_1\lambda'_1}\delta_{\lambda_2\lambda'_2}\left(\frac{N_c^2-1}{4N_c^2}\right)\ln\frac{s}{s_0}\int d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2\left[\frac{\mathbf{q}^2}{\mathbf{k}_1^2\mathbf{k}_2^2(\mathbf{k}_1-\mathbf{q})^2(\mathbf{k}_2-\mathbf{q})^2}-\frac{1}{\mathbf{k}_1^2(\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2)^2(\mathbf{k}_2-\mathbf{q})^2}-\frac{1}{\mathbf{k}_2^2(\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2)^2(\mathbf{k}_1-\mathbf{q})^2}\right]$$

em conjunto com a seguinte amplitude,

$$\begin{aligned}\text{Im}\mathcal{A}_{2\rightarrow 2}^{(2)}[\text{Fig. (5.5)}] &= -i\frac{N_c\alpha_s^3 s}{\pi^2}\delta_{\lambda_1\lambda'_1}\delta_{\lambda_2\lambda'_2}\left(\frac{N_c^2-1}{4N_c^2}\right)\ln\frac{s}{s_0}\int d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2 \\ &\times\left[\frac{1}{\mathbf{k}_1^2(\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2)^2(\mathbf{k}_2-\mathbf{q})^2}+\frac{1}{\mathbf{k}_2^2(\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2)^2(\mathbf{k}_1-\mathbf{q})^2}\right],\end{aligned}\quad (5.42)$$

Entretanto, neste caso singlete de cor, não conseguiremos obter uma expressão muito simplificada para a parte imaginária da amplitude em ordem α_s ,

$$\begin{aligned}\text{Im}\mathcal{A}_{2\rightarrow 2}^{(2)} &= -\frac{2N_c\alpha_s^3 s}{\pi^2}\delta_{\lambda_1\lambda'_1}\delta_{\lambda_2\lambda'_2}\left(\frac{N_c^2-1}{4N_c^2}\right)\ln\frac{s}{s_0}\int d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2\left[\frac{\mathbf{q}^2}{\mathbf{k}_1^2\mathbf{k}_2^2(\mathbf{k}_1-\mathbf{q})^2(\mathbf{k}_2-\mathbf{q})^2}-\frac{1}{2\mathbf{k}_1^2(\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2)^2(\mathbf{k}_2-\mathbf{q})^2}-\frac{1}{2\mathbf{k}_2^2(\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2)^2(\mathbf{k}_1-\mathbf{q})^2}\right].\end{aligned}\quad (5.43)$$

5.2.3 Contribuição de todos os loops

Antes de tomarmos a derivação a todas as ordens, é conveniente trabalharmos no espaço de Mellin. Definiremos $f_\omega(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{q})$ como a transformada de Mellin de uma amplitude geral $\mathcal{A}(s, t)$,

$$\int_1^\infty d\left(\frac{s}{s_0}\right)\left(\frac{s}{s_0}\right)^{-\omega-1}\frac{\mathcal{A}(s, t)}{s} = i4\alpha_s^2\delta_{\lambda_1\lambda'_1}\delta_{\lambda_2\lambda'_2}\left(\frac{N_c^2-1}{4N_c^2}\right)\int d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2\frac{f_\omega(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{q})}{\mathbf{k}_2^2(\mathbf{k}_1-\mathbf{q})^2},\quad (5.44)$$

Portanto, para nossa amplitude em ordem de one-loop teremos,

$$f_\omega^{(1)}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{q}) = \frac{1}{\omega}\delta^2(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2),\quad (5.45)$$

e para aquela amplitude em ordem de two-loop,

$$f_\omega^{(2)}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{q}) = -\frac{N_c\alpha_s}{2\pi^2\omega^2}\left[\frac{\mathbf{q}^2}{\mathbf{k}_1^2(\mathbf{k}_2-\mathbf{q})^2}-\frac{1}{2(\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2)^2}\left(1+\frac{\mathbf{k}_2^2(\mathbf{k}_1-\mathbf{q})^2}{\mathbf{k}_1^2(\mathbf{k}_2-\mathbf{q})^2}\right)\right].\quad (5.46)$$

Com esta informação podemos criar os diagramas escada com glúons reggeizados nos propagadores verticais e seus acoplamentos aos glúons no canal s através dos vértices efetivos,

como na seção anterior. Com estes elementos podemos então construir a equação integral para $f_\omega(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{q})$, a equação denominada BFKL [160] é dada por,

$$\begin{aligned} \omega f_\omega(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{q}) &= \delta^2(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \\ &+ \frac{\bar{\alpha}_s}{2\pi} \int d\mathbf{l} \left[\frac{-\mathbf{q}^2}{(\mathbf{l} - \mathbf{k})^2 \mathbf{k}_1^2} f_\omega(\mathbf{l}, \mathbf{k}_2, \mathbf{q}) + \frac{1}{(\mathbf{l} - \mathbf{k}_2)^2} \left(f_\omega(\mathbf{l}, \mathbf{k}_2, \mathbf{q}) - \frac{\mathbf{k}_1^2 f_\omega(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{q})}{\mathbf{l}^2 + (\mathbf{k}_1 - \mathbf{l})^2} \right. \right. \\ &\left. \left. + \frac{(\mathbf{k}_1 - \mathbf{q})^2 \mathbf{l}^2 f_\omega(\mathbf{l}, \mathbf{k}_2, \mathbf{q})}{(\mathbf{l} - \mathbf{q})^2 \mathbf{k}_1^2} - \frac{(\mathbf{k}_1 - \mathbf{q})^2 f_\omega(\mathbf{l}, \mathbf{k}_2, \mathbf{q})}{(\mathbf{l} - \mathbf{q})^2 + (\mathbf{k}_1 - \mathbf{l})^2} \right) \right], \end{aligned} \quad (5.47)$$

onde temos definido $\bar{\alpha}_s = N_c \alpha_s / \pi$.

Esta equação tem uma expressão simples para momento transferido zero ($\mathbf{q} = 0$), que é relevante para a amplitude de espalhamento frontal e para a seção de choque total [160],

$$\omega f_\omega(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) = \delta^2(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) + \frac{\bar{\alpha}_s}{\pi} \int \frac{d\mathbf{l}}{(\mathbf{l} - \mathbf{k}_1)^2} \left[f_\omega(\mathbf{l}, \mathbf{k}_2) - \frac{\mathbf{k}_1^2 f_\omega(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2)}{\mathbf{l}^2 + (\mathbf{k}_1 - \mathbf{l})^2} \right]. \quad (5.48)$$

5.3 Solução da equação BFKL em LO para o espalhamento frontal

É útil escrever a equação BFKL para momento transferido zero da seguinte maneira [160],

$$\omega f_\omega(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) = \delta^2(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) + \int d\mathbf{l} \mathcal{K}(\mathbf{k}_1, \mathbf{l}) f_\omega(\mathbf{l}, \mathbf{k}_2), \quad (5.49)$$

onde $\mathcal{K}(\mathbf{k}, \mathbf{l})$ é o núcleo da equação integral. Ele pode ser escrito em termos das contribuições reais e virtuais das emissões de glúon como,

$$\mathcal{K}(\mathbf{k}, \mathbf{l}) = \mathcal{K}_{\text{real}}(\mathbf{k}, \mathbf{l}) + \mathcal{K}_{\text{virtual}}(\mathbf{k}, \mathbf{l}), \quad (5.50)$$

com a seguinte notação,

$$\begin{aligned} \mathcal{K}_{\text{real}}(\mathbf{k}, \mathbf{l}) &= \frac{\bar{\alpha}_s}{\pi} \frac{1}{(\mathbf{k} - \mathbf{l})^2}, \\ \mathcal{K}_{\text{virtual}}(\mathbf{k}_1, \mathbf{l}) &= -\frac{\bar{\alpha}_s}{2\pi} \int \frac{d\mathbf{q}}{\mathbf{q}^2} \frac{\mathbf{k}^2}{(\mathbf{q} - \mathbf{k})^2} \delta^2(\mathbf{k} - \mathbf{l}). \end{aligned} \quad (5.51)$$

Esta equação integral não-homogênea tem um núcleo auto-adjunto e a solução à correspondente equação homogênea pode ser expressa em termos de uma expansão de Fourier,

$$f_\omega(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\nu a(\nu, n) e^{i\nu(\lambda_1 - \lambda_2)} e^{in(\phi_1 - \phi_2)}, \quad (5.52)$$

com $\lambda_{1,2} = \ln(\mathbf{k}_{1,2}^2/s_0)$, s_0 é o fator de escala, e $\phi_1 - \phi_2$ é o ângulo azimutal entre \mathbf{k}_1 e \mathbf{k}_2 . Usando uma representação integral adequada do termo não-homogêneo (a função delta) e tomando a função $\omega(\nu, n)$ como os autovalores da equação homogênea, a solução pode ser escrita como [160],

$$f_\omega(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) = \frac{1}{2\pi^2} \frac{1}{\mathbf{k}_1^2 \mathbf{k}_2^2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\nu \frac{1}{\omega - \omega(\nu, n)} e^{i\nu(\lambda_1 - \lambda_2)} e^{in(\phi_1 - \phi_2)}. \quad (5.53)$$

O espectro das autofunções pode ser encontrado se inserirmos a última equação na expressão homogênea obtendo a fórmula [160],

$$\omega(\nu, n) = \bar{\alpha}_s \left(2 \mathcal{R}e \int_0^1 dx \frac{x^{\frac{|n|-1}{2} + i\nu}}{1-x} - \int_0^1 dx \frac{1}{1-x} - \int_0^1 dx \frac{1}{2x} \right), \quad (5.54)$$

com x sendo definido como

$$x = \frac{\mathbf{k}_1^2}{\mathbf{l}^2} \Theta(\mathbf{l}^2 - \mathbf{k}_1^2) + \frac{\mathbf{l}^2}{\mathbf{k}_1^2} \Theta(\mathbf{k}_1^2 - \mathbf{l}^2), \quad (5.55)$$

Há divergências de infravermelho quando $\mathbf{l}^2 = 0$ e $(\mathbf{k}_1 - \mathbf{l})^2 = 0$, as quais podem ser regularizadas através de um corte de infravermelho e, com desvio da primeira divergência $(\mathbf{k}_1 - \mathbf{l})^2 = 0$, obtemos um espectro bem comportado [160],

$$\omega(\nu, n) = \bar{\alpha}_s \left(2 \mathcal{R}e \int_0^1 dx \frac{x^{\frac{|n|-1}{2} + i\nu}}{1-x} - \int_0^1 dx \frac{1}{1-x} - \int_0^1 dx \frac{1}{2x} \right), \quad (5.56)$$

onde este pode ser escrito em termos da derivada logarítmica da função Γ ,

$$\frac{d \ln \Gamma(z)}{dz} = \Psi(z) = \int_0^1 dx \frac{x^{z-1} - 1}{x-1} - \gamma_E, \quad (5.57)$$

onde γ_E é a constante de Euler-Mascheroni. A forma final do autovalor é dada por

$$\omega(\nu, n) = -2 \bar{\alpha}_s \mathcal{R}e \left[\Psi \left(\frac{|n|+1}{2} + i\nu \right) + \gamma_E \right], \quad (5.58)$$

e todas as divergências de infravermelho e ultravioleta anularam-se.

O comportamento de logaritmo dominante poder ser encontrado através da singularidade com a maior parte real no plano- ω , da expressão Eq. (5.53). Os mais altos valores do autovalor (5.58) estão em $|n| = 0$. Neste caso podemos obter a expansão útil para pequeno ν [160],

$$\omega(\nu, n = 0) = -2 \bar{\alpha}_s \left(2 \ln 2 + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k (2^{2k+1} - 1) \zeta(2k+1) \nu^{2k} \right), \quad (5.59)$$

com $\zeta(k)$ sendo a função ζ de Riemann. Considerando esta aproximação podemos escrever,

$$f_\omega(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) \simeq \frac{1}{\pi} \frac{1}{\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\nu}{2\pi} \left(\frac{\mathbf{k}_1^2}{\mathbf{k}_2^2} \right)^{i\nu} \frac{1}{\omega - \omega_0 + a^2 \nu^2}, \quad (5.60)$$

onde $\omega_0 = \bar{\alpha}_s 4 \ln 2$ é a posição do ponto de ramificação do corte gerado pela função contínua em ν e a constante $a^2 = \bar{\alpha}_s 14 \zeta(3)$. Fazendo a integração de contorno, obtemos,

$$f_\omega(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) \simeq \frac{1}{2\pi a} \frac{1}{\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2} \left(\frac{\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2}{\max(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2)} \right)^{\frac{\sqrt{\omega - \omega_0}}{a}} \frac{1}{\sqrt{\omega - \omega_0}}. \quad (5.61)$$

O resultado final para a amplitude de espalhamento elástica frontal quark-quark é obtido usando a expressão (5.60) e é escrito como [160],

$$\frac{\mathcal{A}(s, t)}{s} \simeq i 4\alpha_s^2 \delta_{\lambda_1 \lambda'_1} \delta_{\lambda_2 \lambda'_2} \left(\frac{N_c^2 - 1}{4N_c^2} \right) \int \frac{d\mathbf{k}_1}{\mathbf{k}_1^2} \frac{d\mathbf{k}_2}{\mathbf{k}_2^2} \frac{1}{\sqrt{\mathbf{k}_1^2 \mathbf{k}_2^2}} \frac{1}{2\pi a} \frac{1}{\sqrt{\pi \ln \frac{s}{s_0}}} \exp \left(-\frac{\ln^2 \left(\frac{\mathbf{k}_1^2}{\mathbf{k}_2^2} \right)}{4a^2 \ln \frac{s}{s_0}} \right) \left(\frac{s}{s_0} \right)^{\omega_0} \quad (5.62)$$

A amplitude acima leva a um comportamento em potência para a seção de choque total em s , cujo expoente é dado pelo autovalor BFKL em LO (muito acentuado em relação ao valor para o Pomeron suave), e um espectro de difusão em $\ln \mathbf{k}$ [160]. Em princípio, estas duas características são as principais desvantagens de uma abordagem BFKL em ordem dominante, uma vez que experimentalmente o coeficiente linear Pomeron é bem menor que o predito usando o valor calculado para ω_0 em valores típicos da constante de acoplamento. Outro problema é a entrada na região de infravermelho, onde a física perturbativa permeando a abordagem BFKL deixaria de ser válida. Alguns aspectos destas dificuldades podem ser melhor tratados ao nível NLO, como veremos adiante.

5.4 A equação BFKL na próxima-ordem-dominante

Nesta seção introduziremos todos os elementos necessários para obtermos a expansão em próxima-ordem-dominante em $\ln(1/x)$ (NLO) (veja uma revisão na Ref. [160]. Indicaremos como ressonar os termos de ordem $\alpha_s [\alpha_s \ln(1/x)]^n$. É conveniente generalizar a fatorização dependente de \mathbf{k} em ordem dominante a um novo nível de precisão. Esta fatorização é baseada na separação da seção de choque em fatores de impacto dependentes do processo e um núcleo de interação, o qual supomos ser independente das partículas de prova externas. No que segue, assumiremos que a seguinte fórmula de fatorização é válida em NLO, onde os elementos desta expressão estão representados pictoricamente na Fig. (5.8),

$$\frac{\sigma_{AB}(s)}{d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2} = \int \frac{d\omega}{2\pi i} \left(\frac{s}{s_0(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2)} \right)^\omega \phi_A(\mathbf{k}_1) f_\omega(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) \phi_B(\mathbf{k}_2). \quad (5.63)$$

O esquema de fatorização não é único porque alguns termos em NLO podem ser incluídos arbitrariamente na função de Green, $f_\omega(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2)$ ou nos fatores de impacto, $\phi_{A,B}(\mathbf{k})$. Para consistência do procedimento geral, a hipótese de fatorização na equação acima deve ser provada a posteriori no final dos cálculos. Isto significa assegurar que as duas propriedades chaves de fatorização em LO, i.e. a dominância de troca de glúons no canal t e a reggeização do propagador do glúon, ainda se mantêm em NLO. É importante chamar a atenção que a fórmula de fatorização definida acima tem sido verificada em ordem de one-loop [161] e two-loop [162], mas ainda não tem sido justificada completamente para todas as ordens na expansão perturbativa. Convém salientar que o processo de cálculo do núcleo BFKL, feito pelos autores originais, demandou uma década para ser completado. Possíveis correções NNLO demandariam um tempo infactível.

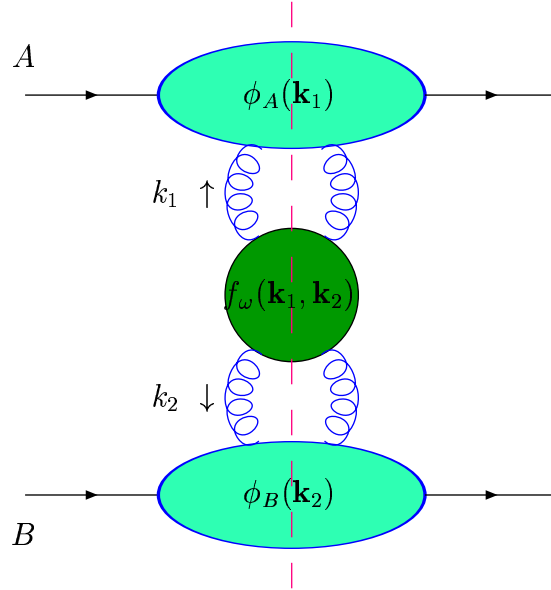


Fig. 5.8: Elementos para a fatorização em altas energias. Fatores de impacto são representados nos extremos superior e inferior, enquanto o núcleo é representado pelo círculo central.

5.4.1 O núcleo BFKL em NLO

Para efeito de definição e com a intenção de mostrar o resultado na ordem NLO, escrevemos a equação BFKL na dimensão $2 + 2\varepsilon$ [160],

$$\omega f_\omega(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) = \delta^{2+2\varepsilon}(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) + \int d^{2+2\varepsilon} \mathbf{k} \mathcal{K}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}) f_\omega(\mathbf{k}, \mathbf{k}_2). \quad (5.64)$$

O núcleo pode ser escrito como uma expansão sobre a constante de acoplamento QCD como [160],

$$\mathcal{K}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) = 2 \left(\omega^{(0)}(k_1) + \omega^{(2)}(k_1) + \dots \right) \delta^{2+2\varepsilon}(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) + \mathcal{K}_0(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) + \mathcal{K}_1(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) + \dots$$

As expressões para o nível de Born (LO) são conhecidas,

$$\begin{aligned} \omega^{(0)}(k) &= -\frac{\alpha_s N_c}{4\pi \mu^{2\varepsilon}} \left(\frac{2}{\varepsilon} + 2 \ln \frac{k^2}{\mu^2} \right), \\ \mathcal{K}_0(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) &= \frac{\alpha_s N_c}{\pi^{2+\varepsilon} \Gamma(1-\varepsilon) \mu^{4\varepsilon}} \frac{1}{(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)^2}. \end{aligned} \quad (5.65)$$

A correção de two-loop à trajetória de Regge gluônica, para quarks sem massa, foi calculada nas Refs. [159, 163] e é escrita como,

$$\begin{aligned} \omega^{(2)}(k) &= -\frac{\alpha_s^2 N_c^2}{(4\pi)^2 \mu^{4\varepsilon}} \left[\left(\frac{11}{3} - \frac{2 n_f}{3 N_c} \right) \left(\frac{1}{\varepsilon^2} - \ln^2 \frac{k^2}{\mu^2} \right) \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{67}{9} - \frac{\pi^2}{3} - \frac{10 n_f}{9 N_c} \right) \left(\frac{1}{\varepsilon} + 2 \ln \left(\frac{k^2}{\mu^2} \right) \right) - \frac{404}{27} + 2\zeta(3) + \frac{56 n_f}{27 N_c} \right]. \end{aligned} \quad (5.66)$$

Os pólos correspondem às divergências de infravermelho e se cancelarão na seção de choque. As contribuições ao núcleo NLO têm duas origens: da correção virtual de one-loop à seção de choque para produção de um glúon [164, 165, 166]; e das seções de choque ao nível de Born para a produção de dois glúons [167, 168] e do par $q\bar{q}$ [169, 49, 170, 171, 172]. Organizando todas estas contribuições, obtém-se:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{K}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) &= \frac{\alpha_s N_c}{\pi^{2+\varepsilon} \Gamma(1-\varepsilon) \mu^{4\varepsilon}} \\
 &\times \left\{ \frac{1}{(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)^2} \left[\left(\frac{11}{3} - \frac{2n_f}{3N_c} \right) \frac{1}{\varepsilon} \left(1 - \left(\frac{(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)^2}{\mu^2} \right)^\varepsilon \left(1 - \varepsilon^2 \frac{\pi^2}{6} \right) \right) \right. \right. \\
 &+ \left. \left(\frac{(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)^2}{\mu^2} \right)^\varepsilon \left(\frac{67}{9} - \frac{\pi^2}{3} - \frac{10n_f}{9N_c} + \varepsilon \left(-\frac{404}{27} + 14\zeta(3) + \frac{56n_f}{27N_c} \right) \right) \right] \\
 &- \left(1 + \frac{n_f}{N_c^3} \right) \frac{2\mathbf{k}_1^2 \mathbf{k}_2^2 - 3(\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2)^2}{16\mathbf{k}_1^2 \mathbf{k}_2^2} \left(\frac{2}{\mathbf{k}_1^2} + \frac{2}{\mathbf{k}_2^2} + \left(\frac{1}{\mathbf{k}_2^2} - \frac{1}{\mathbf{k}_1^2} \right) \ln \frac{\mathbf{k}_1^2}{\mathbf{k}_2^2} \right) - \frac{1}{(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)^2} \left(\ln \frac{\mathbf{k}_1^2}{\mathbf{k}_2^2} \right)^2 \\
 &+ \frac{2(\mathbf{k}_1^2 - \mathbf{k}_2^2)}{(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)^2 (\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2)^2} \left[\frac{1}{2} \ln \frac{\mathbf{k}_1^2}{\mathbf{k}_2^2} \ln \left(\frac{\mathbf{k}_1^2 \mathbf{k}_2^2 (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)^4}{(\mathbf{k}_1^2 + \mathbf{k}_2^2)^4} \right) + L \left(-\frac{\mathbf{k}_1^2}{\mathbf{k}_2^2} \right) + L \left(-\frac{\mathbf{k}_2^2}{\mathbf{k}_1^2} \right) \right] \\
 &- \left[3 + \left(1 + \frac{n_f}{N_c^3} \right) \left(1 - \frac{(\mathbf{k}_1^2 + \mathbf{k}_2^2)^2}{8\mathbf{k}_1^2 \mathbf{k}_2^2} - \frac{2\mathbf{k}_1^2 \mathbf{k}_2^2 - 3\mathbf{k}_1^4 - 3\mathbf{k}_2^4}{16\mathbf{k}_1^2 \mathbf{k}_2^2} \right) \right] \int_0^\infty dx \frac{\ln \left| \frac{1+x}{1-x} \right|}{\mathbf{k}_1^2 + x^2 \mathbf{k}_2^2} \\
 &- \left. \left(1 - \frac{(\mathbf{k}_1^2 - \mathbf{k}_2^2)^2}{(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)^2 (\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2)^2} \right) \left(\int_0^1 - \int_1^\infty \right) dz \frac{\ln \left(\frac{z\mathbf{k}_1^2}{\mathbf{k}_2^2} \right)}{(\mathbf{k}_2 - z\mathbf{k}_1)^2} \right\}, \tag{5.67}
 \end{aligned}$$

onde a seguinte notação para as funções auxiliares $L(z)$ e $\zeta(n)$ é utilizada,

$$L(z) = \int_0^z \frac{dt}{t} \ln(1-t), \tag{5.68}$$

$$\zeta(n) = \sum_{k=1}^{\infty} k^{-n}. \tag{5.69}$$

Para analisar as implicações físicas deste núcleo, é mais conveniente aplicá-lo às auto-funções esfericamente simétricas do núcleo em ordem dominante, $\mathbf{k}^{2(\gamma-1)}$,

$$\int d^{2+2\varepsilon} \mathbf{k}_2 \mathcal{K}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) \mathbf{k}_2^{2(\gamma-1)} = \bar{\alpha}_S(\mathbf{k}_1^2) \left[\chi_0(\gamma) + \bar{\alpha}_S(\mathbf{k}_1^2) \chi_1(\gamma) \right] \mathbf{k}_1^{2(\gamma-1)}. \tag{5.70}$$

O núcleo em ordem dominante é dado por,

$$\chi_0(\gamma) = 2\psi(1) - \psi(\gamma) - \psi(1-\gamma), \tag{5.71}$$

e a função χ tem sido recentemente tornada disponível [162, 173],

$$\begin{aligned}
 \chi_1(\gamma) &= -\frac{1}{8} \left(\frac{11}{3} - \frac{2n_f}{3N_c} \right) \chi_0(\gamma)^2 + \left(\frac{67}{36} - \frac{\pi^2}{12} - \frac{5n_f}{18N_c} \right) \chi_0(\gamma) + \frac{3}{2} \zeta(3) \\
 &- \frac{\pi^2 \cos \pi \gamma}{4(1-2\gamma) \sin^2 \pi \gamma} \left[3 + \left(1 + \frac{n_f}{N_c^3} \right) \frac{2+3\gamma(1-\gamma)}{(3-2\gamma)(1+2\gamma)} \right] \\
 &+ \frac{\psi''(\gamma) + \psi''(1-\gamma)}{4} + \frac{\pi^3}{4 \sin \pi \gamma} - \phi(\gamma), \tag{5.72}
 \end{aligned}$$

onde

$$\phi(\gamma) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left[\frac{\psi(n+1+\gamma) - \psi(1)}{(n+\gamma)^2} + \frac{\psi(n+2-\gamma) - \psi(1)}{(n+1-\gamma)^2} \right] \quad (5.73)$$

Na próxima seção analisaremos as implicações físicas destes resultados. Discutiremos qualitativamente como as correções NLO ao núcleo BFKL são grandes e com sinal negativo comparadas ao cálculo LO [160], e faremos referência aos métodos desenvolvidos recentemente para entender tal comportamento da expansão perturbativa.

5.5 Estrutura das correções em NLO

Como temos visto, o resultado original em ordem dominante, obtido por Lipatov et al. [16, 17, 18, 19] há mais de vinte anos, predizia que a seção de choque para o espalhamento de objetos hadrônicos no limite de altas energias deve crescer como uma potência de s . Esta potência reside na ordem de 0.5 para uma constante de acoplamento forte tomando o valor típico de 0.2. Desde então houve intensa atividade experimental verificando se esta predição é correta. Baseados nos dados experimentais recentes, verificamos que este não é o caso, i.e. as seções de choque crescem com uma potência muito menor que 0.5, como vimos no Cap. (1).

A esperança dos grupos teóricos era que a ressonância dos termos $\alpha_s[\alpha_s \ln s]^n$ forneceria um melhor entendimento deste problema. Os cálculos dos termos em próxima-ordem-dominante no formalismo BFKL e a constatação posterior que as correções são muito grandes tornou intenso o debate sobre a validade do formalismo de uma maneira geral. Nesta seção discutiremos de maneira qualitativa as técnicas que têm sido propostas no sentido de remediar estes problemas [160].

Nas seções anteriores, esquematizamos a derivação dos termos em NLO na abordagem BFKL. Imediatamente após estes resultados terem aparecido na literatura, foi verificado que estes produziram um comportamento não desejado (instabilidade). Os problemas surgem de dois aspectos distintos: um deles está relacionado ao termo do núcleo com acoplamento evolutivo e o outro associado com o termo invariante de escala, o qual discutiremos a seguir. Notamos que a ação do núcleo BFKL em NLO sobre a autofunção LO pode ser escrita como,

$$\bar{\alpha}_s(\mathbf{k}^2) \left(\chi_0(\gamma) + \bar{\alpha}_s(\mathbf{k}^2) \chi_1(\gamma) \right), \quad (5.74)$$

e a constante de acoplamento, $\bar{\alpha}_s = \alpha_s N_c / \pi$, pode ser expressa como,

$$\bar{\alpha}_s(\mathbf{k}^2) = \frac{\bar{\alpha}_s(\mu^2)}{1 + \bar{\alpha}_s(\mu^2) b \ln \frac{\mathbf{k}^2}{\mu^2}} \simeq \bar{\alpha}_s(\mu^2) \left(1 - \bar{\alpha}_s(\mu^2) b \ln \frac{\mathbf{k}^2}{\mu^2} \right), \quad (5.75)$$

com a definição da constante, $b = \frac{11}{12} - \frac{n_f}{6N_c}$. Esta é uma aproximação correta no nível de precisão dos cálculos e nos dá a liberdade de escrevermos o autovalor NLO (5.74) como,

$$\underbrace{\left[\bar{\alpha}_s(\mu^2) \chi_0(\gamma) + \bar{\alpha}_s^2(\mu^2) \chi_1(\gamma) \right]}_{\text{invariância de escala}} + \underbrace{\left[\bar{\alpha}_s(\mu^2) b \ln \frac{\mathbf{k}^2}{\mu^2} \chi_0(\gamma) \right]}_{\text{acoplamento evolutivo}}. \quad (5.76)$$

A primeira indicação do problema com o termo invariante de escala foi já discutido no trabalho original de Fadin e Lipatov [173]. Os autores apontaram que as correções ao autovalor dominante são grandes e negativas. Isto fica claro se observarmos os termos invariantes de escala. O autovalor dominante do núcleo BFKL LO é,

$$\omega_0 = \bar{\alpha}_s \chi_0\left(\frac{1}{2}\right) = 2.77 \bar{\alpha}_s, \quad (5.77)$$

Entretanto, o autovalor em NLO calculado em $\gamma = 1/2$ fornece,

$$\bar{\alpha}_s \chi(\gamma)|_{\gamma=\frac{1}{2}} = \bar{\alpha}_s \chi_0(\gamma) + \bar{\alpha}_s^2 \chi_1(\gamma)|_{\gamma=\frac{1}{2}} = \omega_0(1 - 6.61 \bar{\alpha}_s) = 2.77 \bar{\alpha}_s - 18.34 \bar{\alpha}_s^2. \quad (5.78)$$

Para um valor de $\bar{\alpha}_s = 0.15$ (fixo), as correções NLO cancelam o termo LO e se considermos valores maiores o autovalor torna-se negativo. Para ilustrar este resultado é conveniente verificar a Fig. (5.9), onde o coeficiente linear do Pomeron é mostrado como uma função de ν para $\gamma = 1/2 + i\nu$. Esta análise é baseada na hipótese que a estrutura do ponto de cela em NLO é o mesmo que o caso LO, i.e. localizando o ponto de cela em $\gamma = 1/2$. Na Ref. [174], Ross mostrou que a função autovalor em ordem NLO não apresenta mais um máximo em $\gamma = 1/2$, mas sim dois máximos simétricos em ambos os lados daquele ponto. A mudança abrupta de $\chi_1(\nu)$ próximo a $\nu = 0$ torna necessário expandir o núcleo até a quarta ordem em ν para se obter uma aproximação de ponto de cela confiável. Foi encontrado que o comportamento em potência de s apresentava um expoente de 0.12 para $\bar{\alpha}_s = 0.15$, ao contrário de 0.02 obtido de uma análise menos cuidadosa. Entretanto as seções de choque obtidas não eram nem mesmo positivo definidas [174]. Para confirmar estas dificuldades, seções de choque negativas foram também encontradas quando as dimensões anômalas ressonadas em pequeno x usando NLO BFKL foram calculadas para estudar DIS em pequeno x [175].

Uma possível solução para esta situação seria estudar os termos em ordem NNLO. Entretanto estes cálculos em 3-loops são muito complicadas devido ao grande número de gráficos a serem calculados e inclusão de efeitos de unitariedade. Portanto, é muito provável que aqueles termos dificilmente chegarão a ser disponíveis. De qualquer forma é perfeitamente possível que a expansão perturbativa completa tenha problemas de convergência e aqueles termos não trariam maiores esclarecimentos na descrição física do problema.

Na subseção seguinte tomaremos uma abordagem diferente e seguiremos a filosofia da discussão pedagógica da Ref. [160], onde encontraremos que apesar do núcleo completo NLO apresentar muitas contribuições, seu comportamento pode ser reproduzido apenas levando em consideração três correções colineares, as quais podem ser encontradas quando determinamos as divergências do núcleo em torno de $\gamma = 0$ e $\gamma = 1$. Estas têm sua origem nos efeitos de acoplamento evolutivo, na parte singular das funções de desdobramento e na escolha da escala de energia (s_0 em nossa derivação dos termos LO). Veremos então que a problemática em NLO está fundamentalmente relacionada à escolha das escalas.

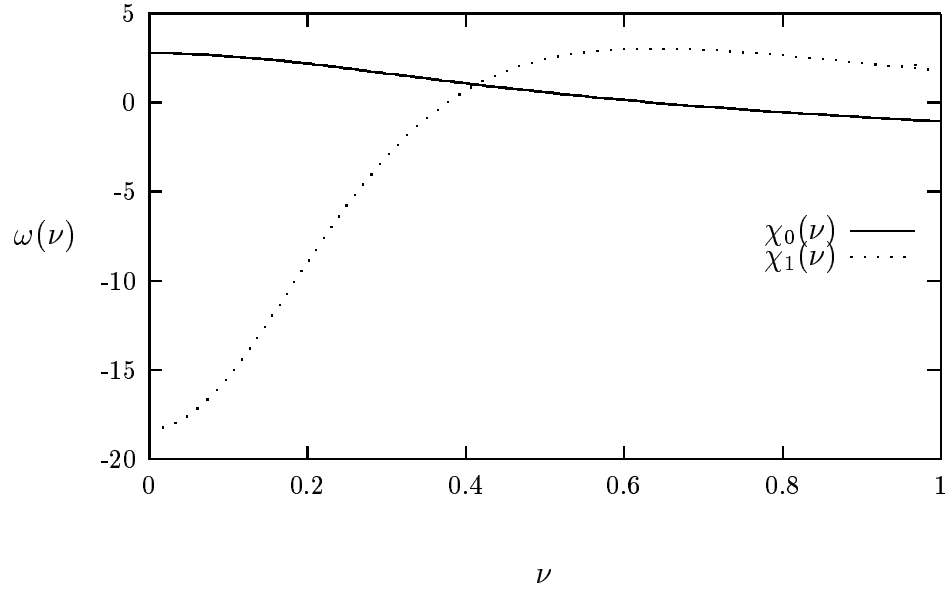


Fig. 5.9: Comparação entre os núcleos BFKL em ordem LO e NLO em $\gamma = 1/2 + i\nu$.

5.6 Limite colinear do núcleo BFKL

5.6.1 Efeitos de acoplamento evolutivo

Quando investigamos a equação BFKL em LO, mantivemos o acoplamento α_s fixo, como um parâmetro externo. Temos visto que na derivação do núcleo NLO existem gráficos que contribuem para a evolução do acoplamento. Fazendo uma análise deste efeito em uma maneira simplificada, podemos escrever a equação BFKL como [160],

$$\mathcal{F}(x, k^2) = \mathcal{F}^{(0)}(x, k^2) + \int \frac{dz}{z} \mathcal{K}(k^2, k'^2) \mathcal{F}\left(\frac{x}{z}, k'^2\right), \quad (5.79)$$

com a seguinte definição para a distribuição de glúons não-integrada,

$$\mathcal{F}(x, k^2) = \frac{\partial_x G(x, k^2)}{\partial k^2}. \quad (5.80)$$

Uma maneira simplificada de fazermos o acoplamento QCD variar na equação é introduzir o núcleo,

$$\mathcal{K}^{\text{RC}}(x, k^2) = \bar{\alpha}_s(k^2) \frac{\theta(k^2 - k'^2)}{k^2} + \bar{\alpha}_s(k'^2) \frac{\theta(k'^2 - k^2)}{k'^2}, \quad (5.81)$$

com o acoplamento evolutivo como na Eq. (5.75). A transformada de Mellin deste núcleo é dada por,

$$\frac{\bar{\alpha}_s(k^2)}{\gamma} + \frac{\bar{\alpha}_s}{1 - \gamma} - \frac{b \bar{\alpha}_s^2(k^2)}{(1 - \gamma)^2} \quad (5.82)$$

As duas primeiras contribuições pertencem à aproximação LO, mas temos uma parcela extra proporcional a b correspondendo ao nível NLO, o qual pode ser definido como,

$$\chi_1^{\text{RC}}(\gamma) = -\frac{b}{(1-\gamma)^2}. \quad (5.83)$$

A introdução do acoplamento evolutivo imediatamente quebra a simetria conformal $\gamma \leftrightarrow 1 - \gamma$ do núcleo.

5.6.2 Efeitos das funções de desdobramento

Em ordem dominante, apenas a parte singular da função de desdobramento

$$P_{gg}(z) = 6 \left[\frac{z}{(1-z)_+} + \frac{(1-z)}{z} + z(1-z) + \left(\frac{11}{12} - \frac{n_f}{18} \right) \delta(1-z) \right], \quad (5.84)$$

é levada em consideração, mas em NLO é fundamental incluir as componentes finitas também. Após uma transformada de Mellin com respeito a x e para $n_f = 0$, a contribuição ao núcleo NLO advindo desta inclusão de termos extra finitos pode ser escrita como [160],

$$\chi_1^{\text{SF}}(\gamma) = -\frac{11}{12} \left(\frac{1}{\gamma^2} + \frac{1}{(1-\gamma)^2} \right). \quad (5.85)$$

Além deste, há outros termos se considerarmos o número de sabores diferente de zero e de gráficos envolvendo a convolução das funções de desdobramento glúon-quark e quark-glúon.

5.6.3 Efeitos da escala de energia

Quando calculamos a equação BFKL em LO, deixamos um parâmetro livre na derivação. Este é o fator s_0 , que escala a energia de centro de massa nos termos $[\bar{\alpha}_s \ln \frac{s}{s_0}]^n$. Escolhas diferentes para s_0 afetam apenas as derivações além da aproximação LO. Para um processo onde a evolução partônica toma lugar entre dois objetos com tamanho transversal similar, $k_1^2 \sim k_2^2$, a escolha natural para a escala é aquela mais simétrica possível, isto é, $s_0 = k_1 k_2$. Para esta escolha, a aproximação BFKL LO ressuma os termos,

$$\left[\bar{\alpha}_s \ln \frac{s}{k_1 k_2} \ln \frac{k_1^2}{k_2^2} \right]^n. \quad (5.86)$$

É perfeitamente possível escolher uma escala diferente. Por exemplo, em DIS onde um dos momentos transversos é duro e o outro está no limiar não-perturbativo, i.e. $4k_1^2 = Q^2 \gg k_2^2 = Q_0^2$, poderíamos expressar o mesmo termo como (considerando apenas $n = 2$),

$$\left[\bar{\alpha}_s \ln \frac{s}{k_1 k_2} \ln \frac{k_1^2}{k_2^2} \right]^2 = \left[\bar{\alpha}_s \ln \frac{s}{Q^2} \ln \frac{Q^2}{Q_0^2} \right]^2 + \frac{1}{4} \bar{\alpha}_s^2 \ln^4 \frac{Q^2}{Q_0^2} + \bar{\alpha}_s^2 \ln \frac{s}{Q^2} \ln^3 \frac{Q^2}{Q_0^2}. \quad (5.87)$$

Este resultado não é consistente com a análise do grupo de renormalização (RGE) para DIS, onde a seção de choque escrita em termos de Q^2/s e Q^2/Q_0^2 tem apenas tantos logaritmos colineares quanto potências de $\bar{\alpha}_s$. Os últimos dois termos da Eq. (5.87) não

obedecem esta condição. Se quisermos ser consistentes com os resultados do grupo de re-normalização, as correções NLO devem cancelar estes termos surgindo de um esquema de escala diferente em LO. Como estamos tentando construir o núcleo NLO a partir de simples argumentos colineares, poderíamos simplesmente pensar em eliminar estes termos apenas introduzindo em NLO o mesmo segundo termo na Eq. (5.87), mas tendo sinal negativo. No espaço da transformada de Mellin, isto corresponde a pólos $\frac{1}{\gamma^3}$ em NLO. Discutiremos então como contornar esta situação nestes termos trabalhando no espaço de Mellin. A seção de choque é proporcional a,

$$\sigma \sim \int d\omega \int d\gamma \left(\frac{s}{QQ_0}\right)^\omega \left(\frac{Q^2}{Q_0^2}\right)^\gamma \frac{1}{\omega - \bar{\alpha}_s \chi(\gamma)}. \quad (5.88)$$

Implementar a nova escala de energia $s_0 = Q^2$, é equivalente a fazer a seguinte mudança $\gamma \rightarrow \gamma - \omega/2$ em $\chi(\gamma)$ porque,

$$\left(\frac{s}{QQ_0}\right)^\omega \left(\frac{Q^2}{Q_0^2}\right)^\gamma = \left(\frac{s}{Q^2}\right)^\omega \left(\frac{Q^2}{Q_0^2}\right)^{\gamma + \frac{\omega}{2}}. \quad (5.89)$$

Portanto, podemos escrever a Eq. (5.88) como,

$$\sigma \sim \int d\omega \int d\gamma \left(\frac{s}{Q^2}\right)^\omega \left(\frac{Q^2}{Q_0^2}\right)^\gamma \frac{1}{\omega - \bar{\alpha}_s \chi(\gamma - \frac{\omega}{2})}. \quad (5.90)$$

O pólo no espaço- ω pode ser estimado por uma expansão do núcleo em $\bar{\alpha}_s \sim 0$,

$$\begin{aligned} \chi(\gamma - \frac{\omega}{2}) &= \chi(\gamma - \frac{\bar{\alpha}_s \chi}{2}), \\ &= \chi(\gamma - \frac{\bar{\alpha}_s \chi}{2}) \Big|_{\bar{\alpha}_s=0} + \frac{\partial}{\partial \bar{\alpha}_s} \chi(\gamma - \frac{\bar{\alpha}_s \chi}{2}) \Big|_{\bar{\alpha}_s=0} \bar{\alpha}_s + \dots = \chi(\gamma) - \frac{\bar{\alpha}_s \chi \chi'}{2} + \dots, \\ &\rightarrow \chi(\gamma) + \frac{\bar{\alpha}_s}{2\gamma^3}, \text{ quando } \gamma \rightarrow 0, \\ &\rightarrow \chi(\gamma) + \frac{\bar{\alpha}_s}{2(1-\gamma)^3}, \text{ quando } \gamma \rightarrow 1. \end{aligned} \quad (5.91)$$

Portanto, identificamos os pólos cúbicos indesejados e podemos agora definir a contribuição NLO advinda da escala de energia tal que eles se cancelem,

$$\chi_1^{ES} = -\frac{1}{2\gamma^3} - \frac{1}{2(1-\gamma)^3}. \quad (5.92)$$

Este termo completa a análise simplificada em NLO, que leva ao núcleo final

$$\begin{aligned} \chi_1^{\text{colinear}} &= \chi_1^{\text{RC}}(\gamma) + \chi_1^{\text{SF}}(\gamma) + \chi_1^{\text{ES}}(\gamma), \\ &= \left[-\frac{b}{(1-\gamma)^2} \right] + \left[-\frac{11}{12} \left(\frac{1}{\gamma^2} + \frac{1}{(1-\gamma)^2} \right) \right] + \left[-\frac{1}{2\gamma^3} - \frac{1}{2(1-\gamma)^3} \right]. \end{aligned} \quad (5.93)$$

É interessante que esta simples aproximação reproduz o verdadeiro núcleo NLO em quase 93 % no intervalo $0 < \gamma < 1$ [160], e dá corretamente as divergências quárticas e cúbicas em $\gamma = 0$ e $\gamma = 1$.

5.6.4 Estimando as correções de mais altas ordens

Agora que a maior parte do núcleo NLO pode ser reproduzido, apenas estudando as suas contribuições colineares, a questão que surge é como melhorar a convergência da expressão real. O comportamento patológico será curado pela inclusão de termos de mais alta ordem os quais removem os logaritmos subdominantes que sabemos estarem ausentes no limite DGLAP (com escolha das escalas k_1^2 ou k_2^2).

No limite DGLAP, onde uma das escalas é muito maior que a outra ($k_1^2 \gg k_2^2$ ou $k_2^2 \gg k_1^2$), a seção de choque apresenta termos da forma,

$$\left(\bar{\alpha}_s \ln \frac{s}{k_1^2} \ln \frac{k_1^2}{k_2^2} \right)^n . \quad (5.94)$$

Se escrevemos estes em termos de $s_0 = k_1 k_2$, obteremos os logaritmos transversos duplos,

$$\left(\bar{\alpha}_s \ln \frac{k_1^2}{k_2^2} \right)^{n-m} \left(\bar{\alpha}_s \ln \frac{s}{k_1 k_2} \ln \frac{k_1^2}{k_2^2} \right)^m . \quad (5.95)$$

Estes termos são formalmente subdominantes, entretanto formam uma parte importante das correções NLO. O limite DGLAP $\gamma \rightarrow 0$ deve estar livre destes logaritmos subdominantes. Na Ref. [176], um método é apresentado para um núcleo geral dado em ordem fixa até $\bar{\alpha}_s$, o qual pode ressonar termos da forma,

$$\frac{\bar{\alpha}_s^n}{\gamma^k}, \frac{\bar{\alpha}_s^n}{(1-\gamma)^k}, \text{ com } 2n+1-N \leq k \leq 2n+1, \quad (5.96)$$

isto é, os termos na Eq. (5.95) expressos no espaço de Mellin. A estratégia para construir um núcleo com o conjunto correto de duplos logaritmos é substituir as divergências anteriores em Eq. (5.96) com termos

$$\frac{\bar{\alpha}_s^n}{(\gamma + \frac{\omega}{2})^k}, \frac{\bar{\alpha}_s^n}{(1 - \gamma + \frac{\omega}{2})^k}, \quad (5.97)$$

entretanto mantendo a expansão correta em ordem $\bar{\alpha}_s^n$. Esta técnica foi aplicada na Ref. [176] ao núcleo BFKL NLO e novos núcleos foram construídos sem duplos logaritmos. O procedimento não é único, pois introduz termos subdominantes pouco controláveis com $n > N$, $k < 2n+1-N$. A desvantagem é que logaritmos sub-subdominantes $\bar{\alpha}_s^n / \gamma^{2n+1}$, $n \leq 2$, foram modificados mas os duplos logaritmos dominantes e subdominantes permaneceram inalterados. O tratamento destes termos subdominantes dá origem a diferentes esquemas de ressonância.

5.7 Conclusão

Neste capítulo estudamos o formalismo BFKL em ordem dominante LO e em ordem NLO, mostrando quais as contribuições ao núcleo são relevantes. A correspondente solução para a equação integro-diferencial obtida em LO foi discutida e possíveis inconsistências frente à situação experimental foram destacadas. Discutimos qualitativamente as correções em

ordem NLO e enfatizamos a patologia da série BFKL a este nível de precisão, apontando quais os setores devem ser abordados em uma análise consistente dos termos de mais alta ordem em uma expansão perturbativa. Todas as definições e discussões deste capítulo serão utilizadas como base teórica para os estudos fenomenológicos do próximo capítulo, onde faremos a análise da truncagem da série BFKL em LO na descrição dos dados em colisões hádron-hádron e elétron-próton.

Capítulo 6

Fenomenologia do Pomeron BFKL em altas energias

Neste capítulo estudamos a truncagem da série BFKL: analisamos os três primeiros termos da série e verificamos que estes são suficientes no intuito de descrever as colisões hadrônicas e a eletroprodução de maneira consistente. A correspondente seção de choque total não viola o limite de Froissart, obviamente porque estamos considerando a série não-assintótica. A fenomenologia para as seções de choque totais e diferenciais em pequeno t para as colisões $pp(\bar{p})$ são apresentadas. Uma análise global à função de estrutura do próton F_2 e seu coeficiente angular é feita, introduzindo uma abordagem similar ao modelo de troca de dois Pomerons. As limitações da abordagem são discutidas no final do capítulo.

6.1 Regime não-assintótico e a equação BFKL truncada

É geralmente aceito que o Pomeron corresponde a uma soma infinita de escadas de glúons com glúons reggeizados nas linhas verticais, resultando, como vimos no Cap. (5) [16, 17, 18, 19], no chamado comportamento supercrítico $\sigma_t \sim s^{\alpha_{\mathbb{P}}(0)}$, $\alpha_{\mathbb{P}}(0) > 1$, onde $\alpha_{\mathbb{P}}(0)$ é o coeficiente linear da trajetória Pomeron. Naquele formalismo, a principal contribuição à amplitude inelástica e à parte absorviva da amplitude elástica na direção frontal surge da cinemática de multi-Regge no limite $s \rightarrow \infty$ e na aproximação de logaritmo dominante. Na aproximação logarítmica em ordem NLO, as correções requerem também a contribuição da cinemática de quasi-multi-Regge [173]. Portanto, as subenergias entre os glúons no canal- s vizinhos devem ser elevadas o suficiente para estar no domínio de Regge. Para energias totais finitas, isto implica que a amplitude é representada por uma soma finita de N termos [177], onde N aumenta com $\ln s$, ao invés de como uma solução da equação integral BFKL. O interesse nos primeiros termos da série está relacionado ao fato que as energias alcançadas pelos aceleradores recentes não são altas o suficiente para acomodar um grande número de glúons no canal- s , que eventualmente hadronizariam e dariam origem aos aglomerados de partículas secundárias.

O diagrama de mais baixa ordem é aquele de troca de dois glúons, considerado pela primeira vez por Low e Nussinov [115, 116]. A próxima ordem, envolvendo um degrau de glúon no canal- s foi estudada nos trabalhos originais [19, 178]. A dificuldade em calcular-se estes diagramas é dupla: a primeira está conectada com contribuições não-perturbativas à ampli-

tude de espalhamento na região macia. Esta pode ser ignorada através do congelamento da constante de acoplamento em algum valor fixo dos momentos transferidos e assumindo que a amplitude frontal pode ser construída por uma suave interpolação até $t = 0$. Se quisermos ser mais consistentes, introduzimos um modelo não-perturbativo [179] do propagador do glúon também válido na direção frontal. O segundo problema é mais técnico: com $s \rightarrow \infty$, o número de diagramas de Feynman contribuindo em ordem dominante aumenta rapidamente e, em cada um deles, apenas a contribuição dominante é em geral considerada. Em qualquer ordem da expansão em termos da constante de acoplamento, termos subdominantes advindos tanto dos diagramas negligenciados e daqueles calculados estão presentes. Apesar de funcionalmente o resultado ser sempre a soma de potências cada vez maiores de logaritmos, os valores numéricos dos coeficientes incluídos na soma são perdidos a não ser que todos os diagramas fossem calculados.

Por outro lado, podemos expandir o Pomeron supercrítico $\sim s^{\alpha(0)}$ em potências de $\ln(s)$. Esta expansão é legítima no intervalo de energia disponível nos aceleradores atuais, i.e. na proximidade ou abaixo de energias da ordem de TeV. Nesta região, os ajustes às seções de choque totais por uma potência ou logaritmos [180] são mostrados serem equivalentes numericamente. Além disto, dados de espalhamento frontal (seções de choque totais e a razão da parte imaginária pela real da amplitude de espalhamento elástico) não discriminam entre um ajuste linear ou quadrático em $\ln(s)$ aos dados.

Fenomenologicamente, uma informação maior sobre a natureza da série pode ser obtida se a dependência em t também está envolvida. A bem conhecida estrutura de dip-bump da seção de choque diferencial pode ser simulada pelas séries de Glauber, apesar de estudos mais refinados com o modelos de Pomeron dipolo, i.e. pólo duplo no plano de momento angular complexo (comportamento linear em $\ln(s)$) [181] mostram que as série relevante não é apenas aquela de Glauber. Uma generalização do modelo de Pomeron dipolo incluindo potências maiores de $\ln(s)$ foi considerada na Ref. [182]. Nas próximas seções apresentaremos os resultados originais obtidos nas Refs. [183, 184, 185, 186], usando os estudos fenomenológicos da truncagem da série BFKL aplicada aos resultados experimentais nas colisões hadrônicas e eletroprodução. Consideraremos a parametrização às seções de choque baseada na contribuição de uma série finita de diagramas QCD com os pesos relativos (coeficientes) determinados dos dados. Para os cálculos temos de discutir a forma do fator de impacto do próton, que tem papel fundamental no comportamento em t das seções de choque diferenciais. Veremos que a série BFKL não produz resultados finitos em $t = 0$ (mas finitos para $t \neq 0$) para o cálculo de coeficiente angular elástico, mas assumindo um resultado finito vindo de uma parametrização mais conveniente para o fator de impacto, podemos obter uma estimativa precisa do coeficiente angular em valores pequenos de t . No setor ep o resultado é mais estável e podemos realizar ajustes aos conjuntos de dados recentes e determinarmos os parâmetros livres do modelo.

6.2 A série BFKL truncada e colisões hadrônicas

Calculando ordem a ordem na teoria de perturbação, somando os logaritmos dominantes da energia de centro de massa s , surgindo dos diagramas de Feynman relevantes (troca de dois glúons simples, diagrama escada com um degrau de glúon no canal- s e assim por

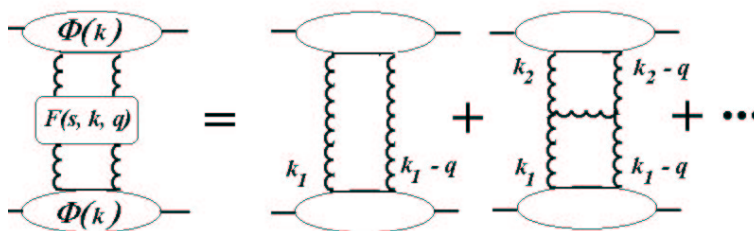


Fig. 6.1: Os círculos representam a estrutura do próton (ou antipróton), os fatores de impacto, e as primeiras ordens na teoria de perturbação (troca de dois glúons e um degrau de glúon no canal- s) são mostradas.

diante), obtemos a equação BFKL. Esta descreve o processo de espalhamento através de um diagrama escada com infinitos degraus de glúons (veja Fig. (6.1)), como vimos no Cap. (5). Para o espalhamento elástico de um hádron, a transformada de Mellin da amplitude de espalhamento é dada por [43]:

$$\mathcal{A}(\omega, t) = \frac{\mathcal{G}}{(2\pi)^2} \int d^2\mathbf{k}_1 d^2\mathbf{k}_2 \frac{\Phi(\mathbf{k}_1)\Phi(\mathbf{k}_2)}{\mathbf{k}_2^2(\mathbf{k}_1 - \mathbf{q})^2} f(\omega, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{q}), \quad (6.1)$$

onde \mathcal{G} é o fator de cor para a troca singlete de cor, \mathbf{k}_1 e \mathbf{k}_2 são os momentos transversos dos glúons no canal- t e \mathbf{q} é o momento transferido, com $\mathbf{q}^2 = -t$. Há uma fatorização em energia, i.e. ω , entre os fatores de impacto e a função $f(\omega, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{q})$, que fica mais evidente se consideramos a transformada:

$$f(\omega) = \int_1^\infty d\left(\frac{s}{\mathbf{k}^2}\right) \left(\frac{s}{\mathbf{k}^2}\right)^{-\omega-1} F(s). \quad (6.2)$$

Na equação acima, uma função que é uma simples potência de s produzirá um pólo simples em ω ; por outro lado, para uma potência de $\ln s$, a transformada apresenta uma singularidade de corte. Portanto, a dependência em s da amplitude é obtida da estrutura de singularidades da transformada. A função $f(\omega, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{q})$ é a transformada de Mellin do núcleo BFKL, $F(s, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{q})$, que define a dinâmica do processo e é determinada na QCD perturbativa. As principais propriedades do núcleo em ordem LO [16, 17, 18, 19] são bem conhecidas e os resultados em ordem NLO tem produzido intenso debate na literatura [160], como vimos no Cap. (5).

No caso do espalhamento $pp(p\bar{p})$, o fator $\Phi(\mathbf{k})$ é o fator de impacto do próton, o qual na ausência de uma escala perturbativa tem uma característica não-perturbativa e fornece o acoplamento Pomeron-próton. Este fator cancela as divergência de infravermelho que surgem na integração sobre o momento transverso. Entretanto, este introduz alguma incerteza na cálculo da amplitude numa vez que não é obtido de primeiros princípios de QCD.

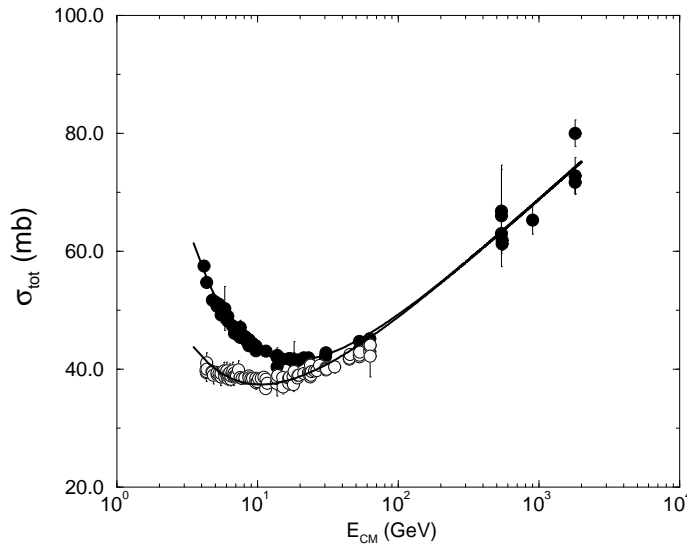


Fig. 6.2: Resultado das seções de choque totais $pp(p\bar{p})$. Os erros são somados em quadratura.

Em ordem dominante da teoria de perturbação, como vimos no Cap. (5), temos:

$$f_1(\omega, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{q}) = \frac{1}{\omega} \delta^2(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2), \quad (6.3)$$

e na próxima ordem da expansão,

$$f_2(\omega, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{q}) = -\frac{\bar{\alpha}_s}{2\pi} \frac{1}{\omega^2} \left[\frac{\mathbf{q}^2}{\mathbf{k}_1^2(\mathbf{k}_2 - \mathbf{q})^2} - \frac{1}{2} \frac{1}{(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)^2} \left(1 + \frac{\mathbf{k}_2^2(\mathbf{k}_1 - \mathbf{q})^2}{\mathbf{k}_1^2(\mathbf{k}_2 - \mathbf{q})^2} \right) \right]. \quad (6.4)$$

Por conveniência definimos $\bar{\alpha}_s = N_c \alpha_s / \pi$, onde N_c é o número de cores e α_s é a constante de acoplamento fixa em alguma escala de momento transverso. Para calcularmos convenientemente, um modelo para o fator de impacto deve ser introduzido. Esta não é uma tarefa fácil, i.e. estes processos hadrônicos são suaves e não há escala dura para permitir uma estimativa perturbativa. De fato, teríamos de conhecer em detalhes as funções de onda partônica no hádron para calcularmos o fator de impacto adequadamente. Uma vez que esta informação não é possível, muitos modelos são propostos com o intuito de calculá-los.

Agora, estudaremos a truncagem da série BFKL na região frontal, $t = 0$. A amplitude de espalhamento, na Eq. (6.1), pode ser usada para calcular a seção de choque total $pp(p\bar{p})$. Do teorema óptico, $\sigma_{tot} = \frac{1}{s} \Im m \mathcal{A}(s, t = 0)$, temos a contribuição de mais baixa ordem como uma constante e o próximo termo como um logaritmo, escalado pelo momento transverso típico dos glúons do processo. Quando consideramos o momento transferido nulo, não há a necessidade de lidarmos com a forma específica para os fatores de impacto e da integração em momento transverso. Isto permite considerarmos fatores (coeficientes) independentes de s em cada termo como parâmetros livres e obtê-los de ajuste aos dados.

Selecionamos o conjunto de dados das seções de choque próton-próton(antipróton), considerando pontos com $\sqrt{s} > 4 \text{ GeV}$ para eliminarmos dados de baixa energia, e escolhemos a

escala de momento típica $\mathbf{k}^2 = s_0 = 1 \text{ GeV}^2$, de tal maneira que os fatores têm dimensão em (mb). A descrição correta em baixa energia requer as contribuições de reggeons, que é parametrizada na teoria de Regge. Nossa expressão para a seção de choque total é então,

$$\sigma_{tot}^{pp(p\bar{p})} = C_R(s/s_0)^{\alpha_R(0)-1} + C_{Low/Nuss} + C_{rung} \ln(s/s_0). \quad (6.5)$$

O coeficiente linear do reggeon é $\alpha_R(0)$, e o fator C_R é distinto para as reações pp e $p\bar{p}$, como uma consequência dos diferentes acoplamentos dos reggeons à partículas e anti-partículas. Consistentemente com os ajustes usuais tipo Donnachie-Landshoff [38] para $p\bar{p}$, a contribuição de reggeon é descrita efetivamente por $\alpha_R = 0.5475$. Assim, fixamos as constantes $C_{Low/Nuss}$ e C_{rung} dos dados para $p\bar{p}$, impondo a mesma contribuição para ambos pp e $p\bar{p}$. Este procedimento é efetivo devido as altas energias chegadas nas colisões $p\bar{p}$, onde o Pomeron domina. Por outro lado, os dados de pp estão predominantemente em baixas energias, que não são fortemente sensitivos ao modelo de Pomeron. No caso pp há a necessidade de uma parametrização mais refinada para o termo reggeônico [38], portanto consideramos o coeficiente linear como um parâmetro livre para este processo. Uma descrição muito satisfatória dos dados é obtida para o intervalo de energia completo. Os resultados são mostrados na Fig. (6.2) e os valores dos parâmetros podem ser encontrados na Ref. [183].

O resultado é similar àqueles de Fiore et al. [177], com a vantagem de usarmos um conjunto de parâmetros menor, e nenhuma necessidade de um Pomeron suave adicional. Usamos apenas duas ordens na teoria de perturbação (até a escada de um degrau), enquanto os autores na Ref. [177] usam até a quarta ordem. Descrevemos a seção de choque $p\bar{p}$ com apenas 3 parâmetros livres (e 5 para os ajustes simultâneos $pp - p\bar{p}$), ao contrário de 12 ou 16 (considerando até dois ou três degraus, respectivamente) da Ref. [177]. Uma vantagem adicional importante é que a seção de choque obtida não viola formalmente o vínculo de unitariedade, afastando a necessidade de procedimentos de eikonalização.

A hipótese de considerarmos duas ordens da série BFKL ($\sigma_{tot} \sim \ln(s)$) é fenomenologicamente corroborada pelos bem conhecidos ajustes de relação de dispersão [187]. Este ajuste é baseado nas medidas de σ_{tot} e parâmetro- ρ (razão entre parte real e imaginária da amplitude de espalhamento) em energias $5 \text{ GeV} \leq \sqrt{s} \leq 546 \text{ GeV}$ e as dependências em altas energias descritas por $\sim [\log(s/s_0)]^\gamma$, com $\gamma = 2.2 \pm 0.3$. Um comportamento logarítmico simples, $\gamma = 1$, é favorecido pelos resultados dos experimentos [188] em $\sqrt{s} = 1800 \text{ GeV}$ e é corroborado pelos dados de raios cósmicos em altíssimas energias [189]. Como um resultado final, nas energias do energy ($\sqrt{s} = 14 \text{ TeV}$), a extrapolação dos nossos resultados fornecerão $\sigma_{tot} = 93.22 \text{ mb}$.

Na próxima seção calcularemos a amplitude em $t \neq 0$ usando dois modelos distintos para o fator de impacto do próton, discutindo suas principais propriedades e obtendo uma descrição dos dados existentes na aproximação de pequeno- t .

6.2.1 A amplitude não-frontal

No cálculo da amplitude de espalhamento hádron-hádron o diagrama básico é o espalhamento elástico quark-quark, que são tomados na camada de massa. Este fato não corresponde à realidade, uma vez que o Pomeron acopla-se ao hádron cujos constituintes estão levemente fora da camada de massa. Apesar de $f(\omega, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{q})$ ser finita no infravermelho

no caso quark-quark, a amplitude apresenta divergências devido à integração do momento transversal dos glúons quando consideramos os fatores de impacto como constantes nos momentos. O fator de impacto deve ser modelado, uma vez que este não pode ser calculado de primeiros princípios devido ao desconhecimento da função de onda dos pártons constituintes. Aqui, analisaremos dois modelos distintos para o fator de impacto:

(i) Fator de forma de Dirac:

Balitsky e Kuchina propuseram recentemente [190] que para grande momento transferido o acoplamento do Pomeron BFKL ao nucleon é essencialmente igual ao fator de forma de Dirac do nucleon. Sua idéia básica é que em mais baixa ordem na teoria de perturbação, não há diferença entre os diagramas com dois glúons substituídos por dois fótons, de tal maneira que as amplitudes podem ser calculadas sem qualquer hipótese de modelo. O fator de impacto é desacoplado na integração de momento transversal e apresenta uma dependência explícita em t , sendo similar ao acoplamento Pomeron-próton usual empregado na fenomenologia de Regge. A sua expressão é dada por,

$$\Phi_p(\mathbf{k}, \mathbf{q}) = F_1^{p+n}(t) = \frac{1}{1 + \left(\frac{|t|}{0.71 \text{ GeV}^2}\right)^2} \frac{4m_p^2 + 0.88|t|}{4m_p^2 + |t|}. \quad (6.6)$$

A escolha deste fator de impacto do próton será útil quando analisarmos observáveis frontais, como a seção de choque diferencial elástica. Entretanto, este não desempenha o papel de regulador de divergências no infravermelho nos processos próton-próton(antipróton), porque claramente não se anula quando o momento transversal do glúon tende a zero. No processo elétron-próton, a situação é diferente uma vez que o fator de impacto do fóton fornece aquela condição [190]. Então, o próximo passo é fazermos a integração nos momentos transversos. De fato, estas integrais são divergentes no infravermelho e devem ser regularizadas. Uma maneira usual de fazê-lo é introduzir um corte de infravermelho λ^2 , temporariamente definindo uma pequena massa de glúon, prevenindo os problemas no infravermelho.

A contribuição de mais baixa ordem ($\sim \alpha_s^2$), i.e., o Pomeron de Low-Nussinov, dá o seguinte resultado,

$$\mathcal{A}^{(1)}(s, t) = \frac{\mathcal{G}'}{(2\pi)^4} s \int d^2\mathbf{k} \frac{\Phi_p^2(\mathbf{k})}{\mathbf{k}^2(\mathbf{k} - \mathbf{q})^2} = \frac{\mathcal{G}'}{(2\pi)^4} s [F_1^{p+n}(t)]^2 \frac{\pi}{(|t| - \lambda^2)} \ln\left(\frac{\lambda^2}{|t|}\right). \quad (6.7)$$

A escada de glúons com um degrau apresenta duas componentes (de ordem α_s^3), dadas pela seguinte expressão:

$$\mathcal{A}^{(2)}(s, t) = \frac{\mathcal{G}'}{(2\pi)^4} [F_1^{p+n}(t)]^2 s \ln\left(\frac{s}{\mathbf{k}^2}\right) (I_1 + I_2), \quad (6.8)$$

com I_1 correspondendo à escada com um degrau e I_2 corresponde ao gráfico de troca de dois glúons, que também é de ordem $\ln(s/\mathbf{k}^2)$. Esta estrutura é devido ao fato que no cálculo singleto de cor não há cancelamento entre os gráficos e não podemos obter uma expressão recursiva para o nível de two-loop proporcional à amplitude em one-loop [43]. Definimos I_2

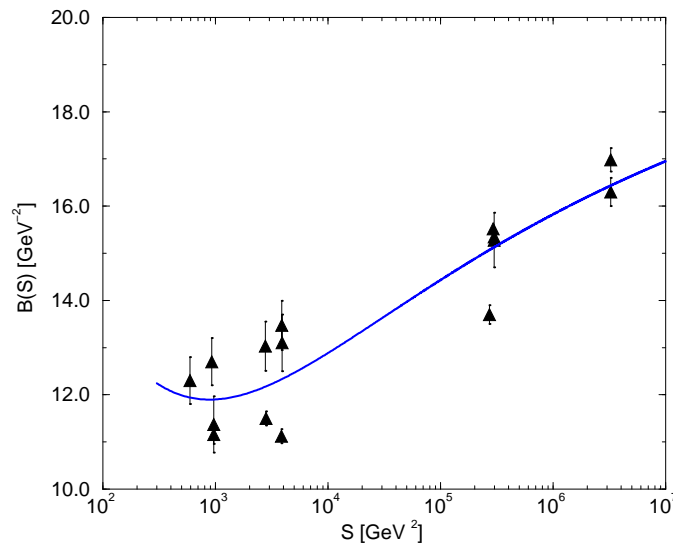


Fig. 6.3: O resultado para o coeficiente angular $B(s)$, usando dados para baixa e altas energias para a reação $p\bar{p}$.

através da simetria nas variáveis de integração \mathbf{k}_1 e \mathbf{k}_2 . O fator \mathcal{G}' inclui os fatores de cor correspondentes e as constantes restantes. O cálculo explícito destas integrais produz,

$$I_1 = -\mathbf{q}^2 \int d^2\mathbf{k}_1 d^2\mathbf{k}_2 \frac{1}{\mathbf{k}_1^2 (\mathbf{k}_1 - \mathbf{q})^2} \frac{1}{\mathbf{k}_2^2 (\mathbf{k}_2 - \mathbf{q})^2} = -\pi^2 \frac{|t|}{(|t| - \lambda^2)^2} \ln^2 \left(\frac{\lambda^2}{|t|} \right), \quad (6.9)$$

$$I_2 = \int d^2\mathbf{k}_1 d^2\mathbf{k}_2 \frac{1}{\mathbf{k}_1^2 (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)^2} \frac{1}{(\mathbf{k}_2 - \mathbf{q})^2} = \frac{1}{2} \frac{\pi^2 \ln(\lambda^2)}{(|t| - \lambda^2)} \ln \left(\frac{\lambda^2}{|t|} \right) \left(1 - \frac{\ln(|t|)}{\ln(\lambda^2)} \right) \quad (6.10)$$

Alguns comentários sobre a amplitude acima são importantes. A escala do fator λ^2 deve estar no regime não-perturbativo, i.e. $< 1 \text{ GeV}^2$. Um aspecto interessante é o comportamento da amplitude no limite frontal $t = 0$, onde esta torna-se muito grande. Este limite é uma propriedade muito bem conhecida dos cálculos em QCD perturbativa e há varias razões para acreditarmos que o ponto $t = 0$ desempenha um papel muito importante, de maneira que teoria de perturbação nem mesmo pode ser aplicada. Para a série BFKL completa na região frontal, há ainda a difusão no momento transversal, i.e., em $\ln \mathbf{k}^2$, que estende-se tanto na região de ultravioleta como no infravermelho [43]. Entretanto, a introdução da escala de momento t fornece a contribuição de controle.

Entretanto, podemos supor que uma transição suave de um valor finito de t até $t = 0$ é possível e que a série BFKL finita fornece o comportamento correto para os observáveis frontais. Mais tarde faremos o uso desta hipótese para obtermos o coeficiente angular logarítmico $B(s)$ e a seção de choque diferencial elástica.

(ii) Ansatz não-perturbativo usual:

Usando propriedades muito gerais do fator de impacto, i.e. que estes devem anular-se quando o momento transversal vai a zero, podemos estimar seu comportamento que é determinado pelas grandes escalas da dinâmica do nucleon. Desconsiderando sua forma exata, em geral o fator de impacto do próton toma a seguinte forma [191]:

$$\Phi_p(\mathbf{k}) = \frac{\mathbf{k}^2}{\mathbf{k}^2 + \mu^2}, \quad (6.11)$$

onde μ^2 é uma escala que é típica da dinâmica não-perturbativa. Como consequência desta escolha, o comportamento em momento transferido

$$\begin{aligned} \mathcal{A}(s, t) &= \frac{\mathcal{G}}{(2\pi)^4} s \pi \left[\frac{1}{(|t| - \mu^2)} + \frac{|t|}{(|t| - \mu^2)^2} \ln \left(\frac{\mu^2}{|t|} \right) \right] \\ &+ \frac{\mathcal{G}}{(2\pi)^4} s \pi \ln \left(\frac{s}{\mathbf{k}^2} \right) \left[\frac{\ln(\mu^2)}{(|t| - \mu^2)} + \frac{\ln(\mu^2)|t|}{(|t| - \mu^2)^2} \ln \left(\frac{\mu^2}{|t|} \right) \right]. \end{aligned} \quad (6.12)$$

Verificamos novamente um comportamento divergente em $t = 0$. Entretanto, enfatizamos que a amplitude frontal é finita neste ponto e a dependência em energia é corretamente descrita. Apesar de obtermos uma expressão para a amplitude de espalhamento elástico, uma comparação direta com os dados não é completamente bem sucedida (veja Ref. [183] para detalhes). De fato, os dados para a seção de choque diferencial em pequeno t são em geral parametrizados na forma $d\sigma/dt = A e^{-B|t|}$, onde B é o coeficiente angular frontal. Portanto, podemos obter uma expressão para este observável nesta região usando os resultados anteriores. A relação usual para descrever a seção de choque é dada por,

$$\frac{d\sigma^{el}}{dt} = \left. \frac{d\sigma}{dt} \right|_{t=0} e^{B(s, t=0)t} = \frac{\sigma_{tot}^2}{16\pi} e^{B_{el}(s)t}, \quad (6.13)$$

$$B(s, t=0) = \frac{d}{dt} \left[\log \frac{d\sigma}{dt} \right]. \quad (6.14)$$

No formalismo de Regge o coeficiente angular B é obtido do comportamento de lei de potência da amplitude de espalhamento, como vimos no Cap. (3), dependendo do coeficiente angular efetivo da trajetória do Pomeron α'_P , i.e. $B_{el}^{Regge}(s) = b_0 + \alpha'_P \ln(s)$. No nosso caso, devemos parametrizar o coeficiente angular através das amplitudes elásticas $\mathcal{A}(s, t)$ obtidas acima.

Verificamos que o seus primeiros termos não contribuem efetivamente em $t = 0$ e alguma informação pode ser obtida através do segundo termo (veja Refs. [183, 184]). Considerando a forma específica das derivadas em t , verificamos que seus valores assintóticos em $t = 0$ dependem apenas em energia. Estas apresentam a forma geral $d\mathcal{A}/dt = R_1 s + R_2 s \ln(s/s_0)$, onde R_1 e R_2 são parâmetros independentes de s . No nosso caso, como a amplitude é imaginária temos que $|\mathcal{A}(s, t=0)| = s \sigma_{tot}$ e $d\sigma/dt|_{t=0} = \sigma_{tot}^2/16\pi$. Juntando todas as informações resultantes, o coeficiente angular e a seção de choque diferencial podem ser escritas como,

$$B(s) = \frac{2}{\sigma_{tot}} [R_1 + R_2 \ln(s/s_0)], \quad (6.15)$$

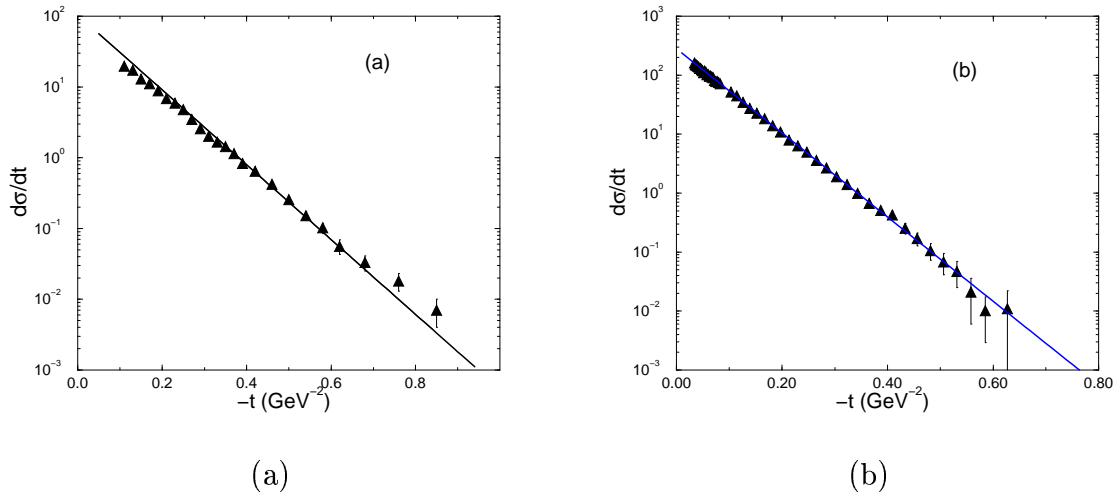


Fig. 6.4: O resultado para a seção de choque diferencial elástica para $\sqrt{s} = 53 \text{ GeV}$ (a); e $\sqrt{s} = 1800 \text{ GeV}$ (b).

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{\sigma_{tot}^2}{16\pi} e^{B(s)t}, \quad (6.16)$$

onde mais uma vez $s_0 = 1 \text{ GeV}^2$. Para obtermos os parâmetros R_1 e R_2 , usamos os valores experimentais para o coeficiente angular para baixa (CERN-ISR) e altas energias (CERN-SPS, Tevatron) para as reações $p\bar{p}$ ($23 < \sqrt{s} < 1800 \text{ GeV}$) [192]. A seção de choque total é aquela determinada dos nossos ajustes mostrado na Fig. (6.2). Nosso resultado é mostrado na Fig. (6.3) e os valores dos parâmetros podem ser encontrados nas Refs. [183, 184]. Para sermos precisos, incluímos também a contribuição reggeônica, para levarmos em consideração os dados de baixa energia, requerendo um parâmetro adicional (b_R).

Com o coeficiente angular determinado dos dados, a seção de choque diferencial elástica pode ser determinada e uma comparação livre de parâmetros pode ser comparada com as medidas experimentais para $\sqrt{s} = 53 \text{ GeV}$ e $\sqrt{s} = 1800 \text{ GeV}$, como mostrado na Fig. (6.4).

Apesar da descrição em pequeno t ser satisfatória, a estrutura de dip-bump para t maiores não pode ser simulada pela forma da amplitude encontrada. Portanto, um estudo mais preciso do fator de impacto de entrada é necessário para descrições realísticas consistentes com todos os intervalos disponíveis em t .

6.3 A BFKL truncada e as colisões elétron-próton

No sistema de centro de massa, o processo DIS é o espalhamento de um lépton incidente, que irradia um fóton altamente virtual, que espalha-se inelasticamente com o nucleon (Fig. (6.5)). Para energias de centro de massa $\gamma^* p$ grandes, a abordagem BFKL é indicada para calcularmos a seção de choque [43].

Lembramos as definições cinemáticas vistas no Cap. (1). Os quadrimomentos do elétron incidente e do próton são l e p , e o fóton virtual tipo-espaço tem quadrimomento q . Os

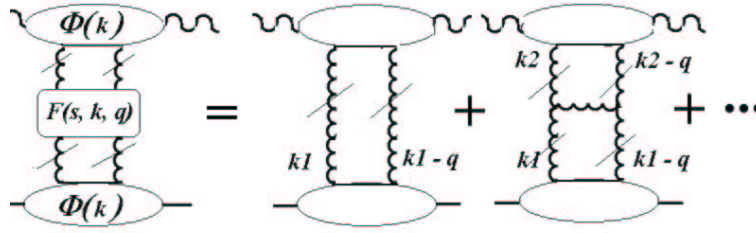


Fig. 6.5: O círculo superior denota o fator de impacto do fóton virtual, enquanto o inferior denota o fator de impacto do próton. As duas primeiras ordens em teoria de perturbação são mostradas.

principais invariantes cinemáticos são dados por,

$$Q^2 = -q^2, \quad s = (p+l)^2, \quad W^2 = (p+q)^2, \quad x = \frac{Q^2}{2p \cdot q} \approx \frac{Q^2}{Q^2 + W^2}. \quad (6.17)$$

A função de estrutura inclusiva do próton e a longitudinal podem ser escritas em termos das seções de choque para espalhamento do fóton na forma,

$$F_2(x, Q^2) = \frac{Q^2}{4\pi^2\alpha} [\sigma_T(x, Q^2) + \sigma_L(x, Q^2)], \quad (6.18)$$

$$F_L(x, Q^2) = \frac{Q^2}{4\pi^2\alpha} \sigma_L(x, Q^2). \quad (6.19)$$

de tal forma que estas são obtidas do cálculo da parte imaginária da amplitude para o espalhamento elástico $\gamma^* p$, considerando cada polarização do fóton. No limite assintótico de altas energias, para o fóton com polarização δ , a seção de choque é dada por [43],

$$\sigma_\delta(x, Q^2) = \frac{\mathcal{G}}{(2\pi)^4} \int \frac{d^2\mathbf{k}_1}{\mathbf{k}_1^2} \frac{d^2\mathbf{k}_2}{\mathbf{k}_2^2} \Phi_\delta^{\gamma^*}(\mathbf{k}_1) F(x, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) \Phi_p(\mathbf{k}_2) \quad (6.20)$$

Com \mathcal{G} , \mathbf{k}_1 e \mathbf{k}_2 definidos como anteriormente. O fator $\Phi_\delta^{\gamma^*}(\mathbf{k}_2)$ é o fator de impacto do fóton virtual (com $\delta = T, L$) e $\Phi_p(\mathbf{k}_1)$ o fator de impacto de próton. A principal característica para o núcleo BFKL em LO é que os autovalores dominantes deste levam a um forte crescimento quando x diminui, $F(x) \sim \frac{x^{-\varepsilon}}{\sqrt{\ln 1/x}}$, onde $\varepsilon = 4\bar{\alpha}_s \ln 2 \approx 0.5$, como vimos no Cap. (5). Consequentemente, a função de estrutura tem o mesmo tipo de crescimento em pequeno x , violando claramente o limite de Froissart.

Ao invés de usarmos a série completa BFKL, baseados nos bons resultados obtidos no caso hadrônico, utilizaremos para a fenomenologia a série truncada. Portanto, devemos convoluir os fatores de impacto e as contribuições do núcleo ordem a ordem, resultando em [185],

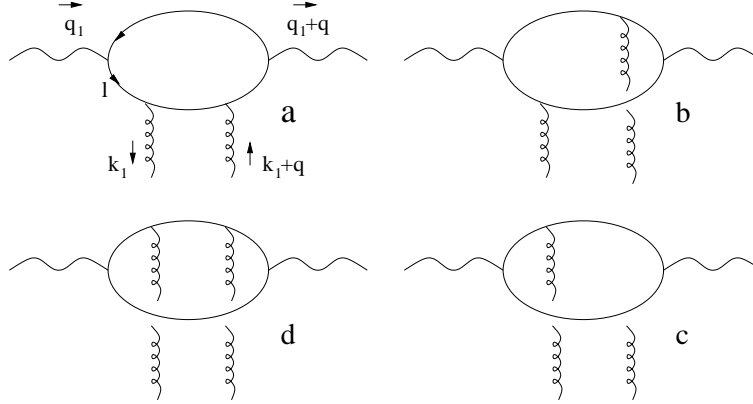


Fig. 6.6: Os diagramas contribuindo ao fator de impacto do fóton em LO.

$$\mathcal{A}^{Born}(W, t = 0) = \frac{2\alpha_s W^2}{\pi^2} \sum_f e_f^2 \int \frac{d^2\mathbf{k}_1}{\mathbf{k}_1^4} \Phi_\perp^{\gamma^*}(\mathbf{k}_1) \Phi_p(\mathbf{k}_1) \quad (6.21)$$

para a primeira ordem e a próxima ordem é dada por,

$$\mathcal{A}^{NO}(W, t = 0) = \frac{6\alpha_s^2 W^2}{8\pi^4} \sum_f e_f^2 \ln(W^2/W_0^2) \int \frac{d^2\mathbf{k}_1}{\mathbf{k}_1^4} \frac{d^2\mathbf{k}_2}{\mathbf{k}_2^4} \Phi_p(\mathbf{k}_1) \mathcal{K}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) \Phi_\perp^{\gamma^*}(\mathbf{k}_2),$$

onde α_s é a constante de acoplamento, fixa na abordagem BFKL em LO. A evolução de α_s contribui de maneira importante para a BFKL em NLO, uma vez que é determinada por correções subdominantes de one-loop, como vimos no Cap. (5). A constante W_0 é a escala de energia típica do processo, escalando os logaritmos em energia e assume valores arbitrários em LO. A função $\mathcal{K}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2)$ é o núcleo da interação em $t = 0$. O Pomeron está acoplado ao fóton incidente fora da camada de massa através dos diagramas de quark loop, onde os glúons reggeizados estão acoplados ao mesmo quark ou a diferentes quarks no loop [193] (Fig. 6.6). A quantidade $\Phi_\perp^{\gamma^*}$ é o fator de impacto do fóton mediado sobre polarizações transversas [190],

$$\Phi_\perp^{\gamma^*}(\mathbf{k}_2) = \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{d\tau}{2\pi} \int_0^1 \frac{d\rho}{2\pi} \frac{\mathbf{k}_2^2 (1 - 2\tau\tau')(1 - 2\rho\rho')}{\mathbf{k}_2^2 \rho\rho' + Q^2 \rho\tau\tau'}, \quad (6.22)$$

com ρ e τ como as variáveis de Sudakov associadas ao momento do fóton e a notação $\tau' = (1 - \tau)$ e $\rho' = (1 - \rho)$ foi usada.

Como vimos anteriormente, não podemos calcular o fator de impacto do próton de primeiros princípios em teoria de perturbação. Um estudo foi feito na Ref. [191], onde as soluções da equação BFKL em LO foram examinadas, e uma parametrização para a região de infravermelho, que satisfaz invariância de gauge quando $\mathbf{k}^2 \rightarrow 0$ foi proposta. Devido a este vínculo, $\Phi_p(\mathbf{k}_1 \rightarrow 0) \rightarrow 0$, e a seguinte expressão pode ser usada para parametrizá-lo,

$$\Phi_p(\mathbf{k}_1) = \mathcal{N}_p \frac{\mathbf{k}_1}{\mathbf{k}_1 + \mu^2}, \quad (6.23)$$

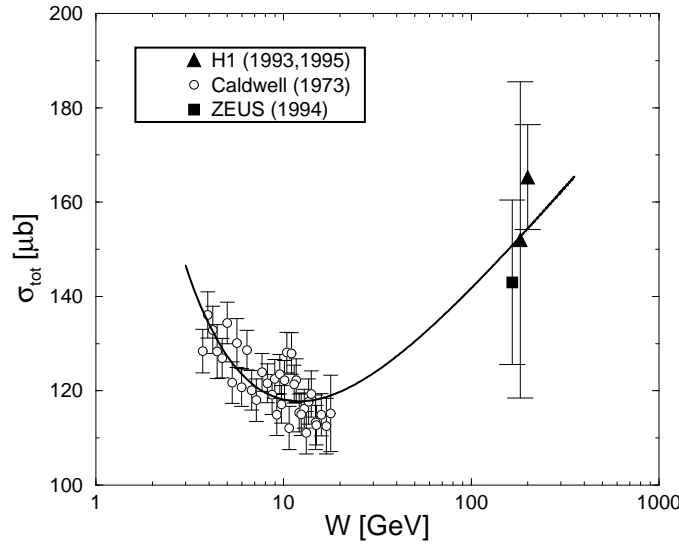


Fig. 6.7: A seção de choque total de fotoprodução usando Eq. (6.24), comparada com os resultados experimentais [192].

onde \mathcal{N}_p é a normalização do fator de impacto e μ^2 é uma escala típica da dinâmica não-perturbativa. Esta está relacionada ao raio do fator de forma do próton. Considerando esta como a escala do fator de forma eletromagnético hadrônico, teríamos que $\mu^2 \simeq 0.5 \text{ GeV}^2$; se usarmos estimativas de regras de soma da QCD, obteríamos $\mu^2 \simeq 1 - 2 \text{ GeV}^2$ [191].

Quando consideramos o caso de fotoprodução, podemos negligenciar fatores de impacto e integrações. Este fato permite considerar fatores independente de W em cada termo como parâmetros livres e obtemo-los dos dados para a seção de choque total de fotoprodução, da mesma maneira que fizemos para o caso hadrônico. Para ajustarmos o modelo aos dados devemos considerar a componente reggeônica, usando a forma fenomenológica usual [38] (primeiro termo na Eq. (6.24), abaixo). Portanto, a seção de choque total de fotoprodução é dada por,

$$\sigma_{tot}^{\gamma^* p} = C_R (W^2/W_0^2)^{-0.4525} + C_{Born} + C_{NO} \ln(W^2/W_0^2), \quad (6.24)$$

onde $W_0^2 = 1 \text{ GeV}^2$ (fixo), $C_R = 0.216 \text{ mb}$, $C_{Born} = 0.044 \text{ mb}$ e $C_{NO} = 0.01 \text{ mb}$. O resultado é mostrado na Fig. (6.7) com os dados experimentais [192].

No caso de eletroprodução, usando o teorema óptico e somando duas ordens em teoria de perturbação, podemos escrever as expressões para a função de estrutura inclusiva [190],

$$F_2(x, Q^2) = \frac{8}{3} \frac{\alpha_s^2}{\pi^2} \sum_f e_f^2 \mathcal{N}_p \left(I_{Born}(Q^2, \mu^2) + \frac{3\alpha_s}{\pi} \ln\left(\frac{x_0}{x}\right) I_{NO}(Q^2, \mu^2) \right), \quad (6.25)$$

onde as funções $I_{Born, NO}(Q^2, \mu^2)$ são dados por,

$$I_{Born}(Q^2, \mu^2) = \frac{1}{2} \ln^2\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right) + \frac{7}{6} \ln\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right) + \frac{77}{18}, \quad (6.26)$$

$$I_{NO}(Q^2, \mu^2) = \frac{1}{6} \ln^3 \left(\frac{Q^2}{\mu^2} \right) + \frac{7}{12} \ln^2 \left(\frac{Q^2}{\mu^2} \right) + \frac{77}{18} \ln \left(\frac{Q^2}{\mu^2} \right) + \frac{131}{27} + 2 \zeta(3).$$

A constante x_0 dá a escala de energia para os logaritmos em s para o formalismo BFKL LO; $\zeta(3) = \sum_r (1/r^3) \approx 1.202$ é a função ζ de Riemann. Foi verificado na Ref. [190] que os coeficientes acompanhando os logaritmos na virtualidade Q^2 , que são determinados pelas dimensões anômalas de operadores de twist-2, coincidem a menos de um fator 2/3. Também os dois termos subsequentes na expansão, correspondendo às contribuições de ordem $\alpha_s^2 \ln^2(1/x)$ e $\alpha_s^3 \ln^3(1/x)$, foram calculados. Referente à fenomenologia de Regge, a série BFKL truncada apresenta as mesmas características do modelo do Pomeron dipolo de Regge (veja, por exemplo [194]). Neste modelo, $F_2(x, Q^2) \sim R(Q^2) \ln(1/x)$ e este comportamento corresponde à contribuição de um pólo duplo na amplitude $\gamma^* p \rightarrow \gamma^* p$, onde $R(Q^2)$ é a função resíduo do Pomeron, com a trajetória resultante, $\alpha_P(0) = 1$.

Agora, comparamos nossas expressões com os dados. Escolhemos um conjunto menor de dados, aqueles das medidas da derivada logarítmica em Q^2 de F_2 , que estão na região de pequeno $x < 10^{-2}$. Estes resultados são suficientes para determinarmos os dois parâmetros não-perturbativos \mathcal{N}_p , μ^2 e a escala x_0 . Considerando a Eq. (6.28), o coeficiente angular da F_2 pode ser calculado diretamente, produzindo

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_2(x, Q^2)}{\partial \ln Q^2} &= \frac{4}{3} \frac{\alpha_s^2}{\pi^2} \sum_f e_f^2 \mathcal{N}_p \left[2 \ln \left(\frac{Q^2}{\mu^2} \right) + \frac{14}{6} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{3\alpha_s}{\pi} \ln \left(\frac{x_0}{x} \right) \left(\ln^2 \left(\frac{Q^2}{\mu^2} \right) + \frac{7}{3} \ln \left(\frac{Q^2}{\mu^2} \right) + \frac{77}{9} \right) \right]. \end{aligned} \quad (6.27)$$

Na Fig. (6.8), apresenta-se o resultado do ajuste comparado com os dados de H1 da derivada de F_2 , considerando a dependência em Q^2 para x fixo. Uma descrição satisfatória é obtida para a região cinemática disponível. Enfatizamos que o fato de considerarmos a constante de acoplamento como parâmetro livre não é sensível ao ajuste, e portanto a fixamos no valor típico em HERA, $\alpha_s = 0.2$. A normalização total é definida como $\mathcal{N} = \frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{\pi^2} \sum_f e_f^2 \mathcal{N}_p$, dependendo da física não-perturbativa através da normalização do fator de impacto do próton, \mathcal{N}_p .

Apesar das expressões muito diferentes para a dependência em virtualidade (veja Eq. 6.27), os resultados fornecem forma similar como a parametrização linear em $\ln Q^2$ empregada nas análises experimentais [73]. Os valores encontrados para a escala $\mu = 0.26$ GeV é consistente com um valor não-perturbativo, i.e. $\mu \sim \Lambda_{QCD} \approx 0.2$ GeV. O parâmetro x_0 , que fornece o escalamento dos logaritmos em energia e define a região onde a dinâmica em LO é justificável, está na região de pequeno x , $x \ll x_0 \approx 10^{-2}$.

A derivada da estrutura inclusiva é bem descrita e vincula os valores dos parâmetros do modelo de forma simples, como vimos acima. Entretanto, verificamos que a estrutura F_2 contém informação não-perturbativa além daquela absorvida nos parâmetros ajustáveis (determinados através dos dados de derivada, que suprimem contribuições macias) e portanto devemos incluir uma parametrização para esta parcela (que chamaremos de fundo (background)). Então modelamos esta informação adicional através da troca de um Pomeron suave, que nos pareceu mais natural e inspirado nos modelos de troca de dois Pomerons. Um ajuste global aos dados de F_2 é feito usando como Pomeron perturbativo a série BFKL

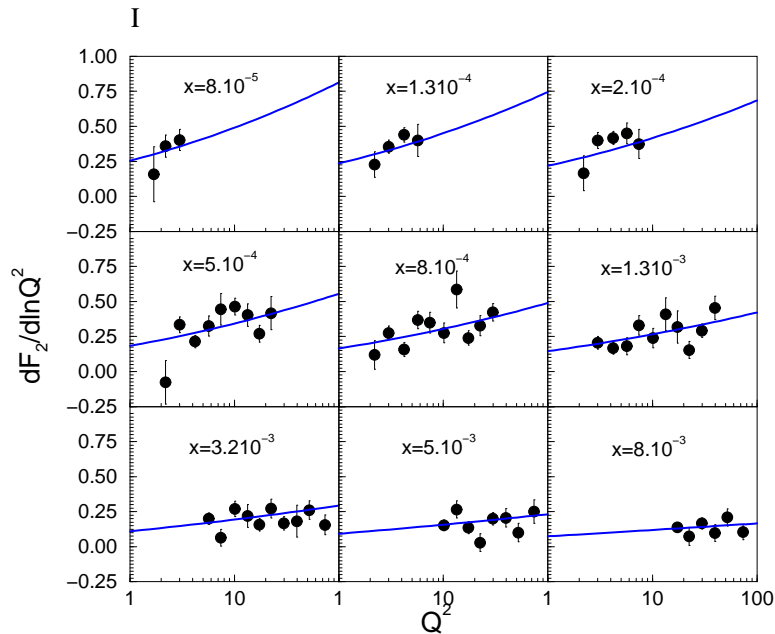


Fig. 6.8: A derivada parcial $\partial F_2/\partial \ln Q^2$ versus Q^2 (em GeV^2) para x fixo. Os erros experimentais são somados em quadratura.

truncada até o terceiro termo e um resíduo dado pela parametrização para o Pomeron suave [186]. Ajustes mais refinados podem ser feitos, incluindo termos não singletos, o que aumentaria ainda mais o intervalo de descrição dos dados. Necessitamos, então obtermos a expressão para a contribuição da escada gluônica com dois degraus, a qual é expressa como [190],

$$\begin{aligned}
 F_2^{(\text{II})}(x, Q^2) = & \frac{8}{3} \frac{\alpha_s^2}{\pi^2} \sum_f e_f^2 \mathcal{N}_p \left[\frac{1}{2} \left(\frac{3\alpha_s}{\pi} \ln \frac{x_0}{x} \right)^2 \left(\frac{1}{24} \ln^4 \frac{Q^2}{\mu^2} + \frac{7}{36} \ln^3 \frac{Q^2}{\mu^2} + \frac{77}{36} \ln^2 \frac{Q^2}{\mu^2} + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \left(\frac{131}{27} + 4\zeta(3) \right) \ln \frac{Q^2}{\mu^2} + \frac{1396}{81} - \frac{\pi^4}{15} + \frac{14}{3} \zeta(3) \right) \right], \quad (6.28)
 \end{aligned}$$

onde a notação é a mesma como nas expressões anteriores. A nossa expressão final de ajuste aos dados da função de estrutura F_2 em HERA é dada por,

$$F_2(x, Q^2) = F_2^{\text{Born}} + F_2^{(1)} [\text{one-rung}] + F_2^{(\text{II})} [\text{two-rung}] + F_2^{\text{soft}} [\text{Fundo}]. \quad (6.29)$$

Agora, tendo as expressões necessárias devemos apenas modelar o fundo de Pomeron suave e obtermos os parâmetros do modelo do ajuste aos dados experimentais.

6.3.1 Ajuste aos dados de HERA para F_2 .

Para compararmos as expressões obtidas para a função de estrutura $F_2(x, Q^2)$, Eq. (6.29), com o experimento, escolhemos usar os dados de HERA desde pequeno Q^2 para pequeno x ($x \approx 10^{-2}$). O Pomeron BFKL bem como a sua truncagem deve ser válido em um regime cinemático específico. Para cobrirmos um intervalo amplo, devemos incluir um fundo suave,

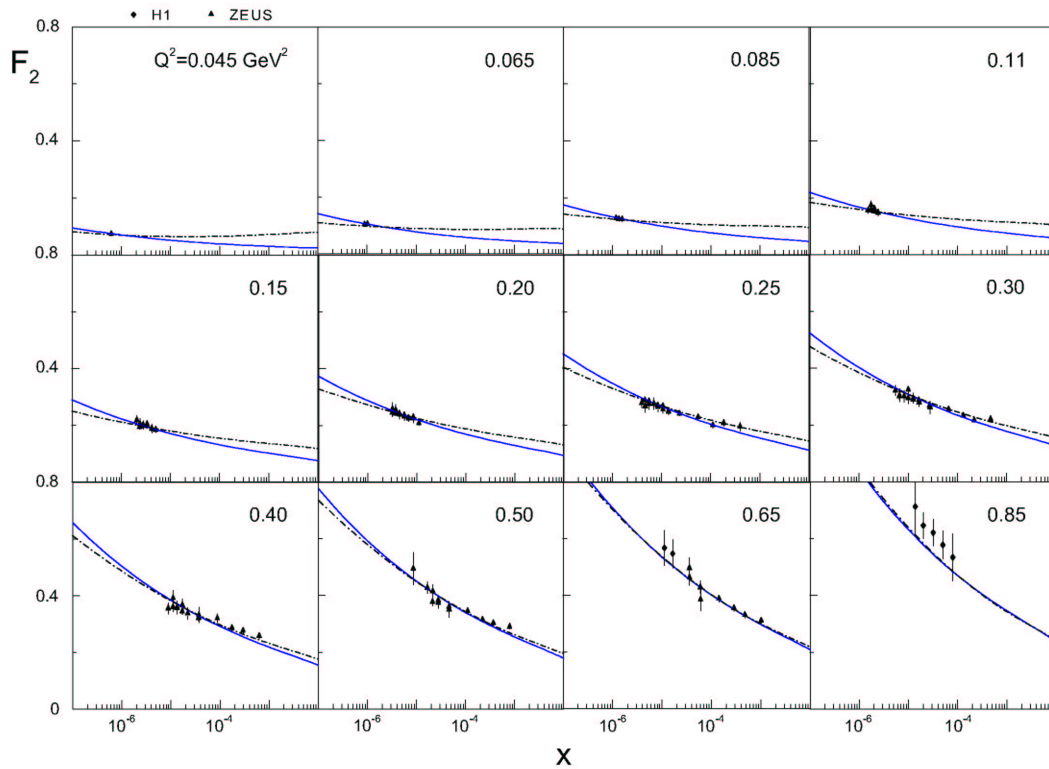


Fig. 6.9: A função F_2 versus x para pequeno Q^2 . A linha sólida corresponde ao modelo com o primeiro soft Pomeron, enquanto a linha tracejada-pontilhada é o resultado com o segundo.

que levará em consideração o conteúdo não-perturbativo e fornecerá uma transição para $Q^2 = 0$. Existem numerosas possibilidades para o termo suave, veja por exemplo Refs. [95, 180, 194] e também [118], que dão contribuição importante na descrição dos dados em baixo $Q^2 \leq 10 \text{ GeV}^2$. No nosso caso, usaremos o modelo mais econômico possível no número de parâmetros e para esta proposta selecionamos a versão mais recente do modelo CKMT [121], que estudamos no Cap. (3),

$$F_2^{\text{soft}}(x, Q^2) = A \left(\frac{x_0}{x} \right)^{\Delta(Q^2)} \left(\frac{Q^2}{Q^2 + a} \right)^{\Delta(Q^2)+1}, \quad (6.30)$$

onde $\Delta(Q^2)$ tem a seguinte forma,

$$\Delta(Q^2) = \Delta_0 \left(1 + \frac{Q^2 \Delta_1}{\Delta_2 + Q^2} \right), \quad (6.31)$$

onde $\Delta(Q^2)$ é o coeficiente linear Pomeron e os parâmetros restantes são dados na Ref. [121]. Outra possibilidade é selecionar um Pomeron suave com coeficiente linear igual a um e tem a forma de uma série não-perturbativa em $\log(\frac{Q^2}{x})$ (Pomeron suave multipolos,

generalização do Pomeron dipolos) [180, 194], com a seguinte forma

$$F_2^{\text{soft}}(x, Q^2) = Q^2 \left[a \left(\frac{d}{Q^2 + d} \right)^\alpha + b \ln \left(\frac{Q^2}{x} \right) \left(\frac{d}{Q^2 + d} \right)^\beta + c \ln^2 \left(\frac{Q^2}{x} \right) \left(\frac{d}{Q^2 + d} \right)^\gamma \right], \quad (6.32)$$

Para as contribuições da BFKL truncada e Pomeron suave, temos aplicado o fator de limiar $(1-x)^7$ para levar em consideração o comportamento correto para grande x . Das regras de contagem dimensional estas correções de limiar são dadas por $(1-x)^{2n-1}$, onde n é o número de expectadores (para o Pomeron, isto é igual a 4). Assim, nossas considerações são consistentes mesmo para $x \rightarrow 1$. Para os ajustes temos usado 496 pontos experimentais para $x \leq 0.025$ e $0.045 \leq Q^2 \leq 1500 \text{ GeV}^2$, enfatizando que os dados mais recentes tem alta precisão estatística. Selecionamos o fator de normalização total como um parâmetro livre, Eq. (6.22), definido como $\mathcal{N} = \frac{8}{3} \frac{\alpha_s^2}{\pi^2} \sum_f e_f^2 \mathcal{N}_p$, considerando quatro sabores ativos. Nas Figs. (6.9), (6.3.1) e (6.11), mostramos os resultados considerando os dois fundos. Os valores dos parâmetros e os valores do χ^2/dof de ajuste podem ser encontrados na Ref. [186]. O resultado final, incluindo o fundo suave adicional, está em concordância com os dados em grande precisão para um intervalo amplo em Q^2 . Os valores para o χ^2 obtidos dão preferência ao tipo-logarítmico, entretanto o valor negativo para a constante c pode descartá-lo como um bom Pomeron suave.

Na Fig. (6.9) mostramos os resultados para baixo Q^2 , onde esperamos a dominância do termo suave. Ambas escolhas para o Pomeron suave parecem descrever bem os dados, entretanto o tipo-CKMT fornece um aumento mais acentuado com x que o tipo-log até $\approx 0.25 \text{ GeV}^2$, que vem diretamente dos respectivos coeficiente linear de cada fundo; acima daquela virtualidade ambos apresentam o mesmo comportamento em x .

Nas Figs. (6.3.1) e (6.11), verificamos que a descrição é independente do fundo, como esperado uma vez que nesta região cinemática o nosso modelo para o Pomeron duro deve dominar. A descrição é razoável, com preferência pelo Pomeron CKMT como fundo devido ao menor número de parâmetros presentes. Maiores detalhes e discussões sobre os resultados podem ser encontrados na Ref. [186].

Comparando nossa análise com a fenomenologia de Regge, temos uma descrição similar àquela do modelo de dois Pomerons [95]: o Pomeron duro em nosso caso é dado pela soma finita das escadas de glúons até a contribuição de dois degraus no diagrama escada e a dependência em Q^2 é completamente determinada da expansão perturbativa, truncada em ordem α_s^4 . Uma extrapolação à região de fotoprodução está ainda necessária, que seria obtida se o fator de impacto do fóton é fornecido em $Q^2 = 0$ e possíveis singularidades sejam regulados. O Pomeron duro acopla-se a cada sabor de quark com o mesmo acoplamento, i.e. ele é não sensível ao sabor. De maneira similar como na Ref. [95], esperamos descrever a função de estrutura do charm $F_2^{c\bar{c}}$, tomando $\frac{2}{5}$ da contribuição de Pomeron duro (a fração significa $e_c^2/(e_u^2 + e_d^2 + e_s^2)$). Verificamos que os fundo têm papel importante não apenas em pequeno Q^2 , mas em todo o intervalo cinemático.

6.4 Limitações da abordagem

A principal questão teórica do uso da truncagem da série BFKL é a diferença entre os coeficientes calculados em teoria de perturbação e aqueles ajustados pela fenomenologia. Isto é, todos os coeficientes na série assintótica apresentam valores não nulos enquanto na truncagem, o ajuste aos dados produz que os coeficientes pesando as contribuições de mais altas ordens são negligenciáveis. Discutiremos rapidamente esta característica. Para o espalhamento hádron-hádron, a seção de choque total pode ser escrita na abordagem BFKL através da transformada de Mellin da amplitude,

$$\mathcal{A}(\omega, t) = \int_0^\infty d\left(\frac{s}{m^2}\right) \left(\frac{s}{m^2}\right)^{-\omega-1} \frac{\text{Im}_s \mathcal{A}(s, t)}{s}$$

e a sua inversa correspondente,

$$\frac{\text{Im}_s \mathcal{A}(s, t)}{s} = \frac{1}{2\pi i} \int_{\delta-i\infty}^{\delta+i\infty} d\omega \left(\frac{s}{m^2}\right)^\omega \mathcal{A}(\omega, t).$$

A expressão geral para $\mathcal{A}(\omega, t)$ na aproximação de logaritmo dominante tem a forma:

$$\mathcal{A}(\omega, t) = \int d^2 k \frac{\Phi^a(k, q) F_\omega^b(k, q)}{k^2 (q-k)^2},$$

onde $\Phi^a(k, q)$ e $\Phi^b(k, q)$ são os fatores de impacto dos hádrons colidindo a e b , obedecendo as condições de gauge $\Phi^j(0, q) = \Phi^j(q, q) = 0$ ($j = a, b$). A quantidade $F_\omega^b(k, q)$ obedece a equação BFKL:

$$\omega F_\omega^b(k, q) = \Phi^b(k, q) + \gamma \int \frac{d^2 k'}{2\pi} \frac{A(k, k', q) F_\omega^b(k', q) - B(k, k', q) F_\omega^b(k, q)}{(k-k')^2},$$

com

$$A(k, k', q) = \frac{-q^2(k-k')^2 + k^2(q-k')^2 + k'^2(q-k)^2}{k'^2(q-k')^2},$$

$$B(k, k', q) = \frac{k^2}{k'^2 + (k' - k)^2} + \frac{(q-k)^2}{(q-k')^2 + (k-k')^2}.$$

e $\gamma = 3\frac{\alpha_s}{\pi}$. A constante de acoplamento α_s é fixa em uma escala conveniente, por exemplo a escala de momento das partículas externas. O procedimento de interação e a transformada de Mellin recíproca fornece (considerando $q = 0$):

$$\sigma_t(s) = \frac{\text{Im}_s \mathcal{A}(s, 0)}{s} = \int d^2 k \frac{\Phi^a(k, 0)}{(k^2)^2} \left[\Phi_0^b(k) + \rho \Phi_1^b(k) + \frac{1}{2!} \rho^2 \Phi_2^b + \dots \right],$$

onde

$$\rho = \frac{3\alpha_s}{\pi} \ln \left(\frac{s}{m^2} \right) \quad (6.33)$$

e as interações subsequentes iniciam de $\Phi_0^b(k) = \Phi^b(k, 0)$. Para obtermos a seção de choque do espalhamento próton-próton, podemos usar um ansatz simples para o fator de impacto do hádron [177], em termos do seu fator de forma $F(q^2)$:

$$\Phi^p(k, q) = F^p \left(\frac{q^2}{4} \right) - F^p \left(\left(k - \frac{q}{2} \right)^2 \right), \quad \Phi^p(0, q) = \Phi(q, q) = 0.$$

Usando as expressões acima, obtemos para uma forma simplificada mas ainda aceitável experimentalmente para o fator de forma do próton,

$$\Phi_0(k) = ak^2 e^{-bk^2}, \quad (6.34)$$

onde a e b têm dimensão dada em unidades de GeV^{-2} , sendo conveniente definirmos,

$$\psi_n(k^2) = \frac{\Phi_n(k)}{k^2},$$

então (para $n \geq 1$)

$$\psi_n(k^2) = \int_0^1 \frac{dx}{1-x} \left(\psi_{n-1}(k^2 x) - \psi_{n-1}(k^2) \right) + \int_1^\infty \frac{dx}{x-1} \left(\psi_{n-1}(k^2 x) - \frac{1}{x} \psi_{n-1}(k^2) \right)$$

e

$$\sigma_t(s) = \pi \int_0^\infty dk^2 \psi_0(k^2) \sum_n \psi_n(k^2) \frac{\rho^n}{n!}. \quad (6.35)$$

As integrações podem ser feitas analiticamente, devido à escolha simples para o fator de impacto na Eq. (6.34), e o resultado final escreve-se como:

$$\sigma_t(s) = \frac{\pi a^2}{2b} \left\{ 1 + 2(\ln 2)\rho + \left[\frac{\pi^2}{12} + 2(\ln 2)^2 \right] \rho^2 + \frac{1}{3} \left[\frac{\pi^2}{2}(\ln 2) + 4(\ln 2)^3 - \frac{3}{4}\zeta(3) \right] \rho^3 + \dots \right\} \quad (6.36)$$

onde ρ é definido na Eq. (6.33). Enfatizamos que os coeficientes acima, para as diferentes potências de $\ln(s/m^2)$ na Eq. (6.36) referem-se à contribuição dominante, para energias assintóticas em cada ordem da série. Nos ajustes da série truncada, por outro lado, a contribuição do Pomeron é determinada apenas dos resultados experimentais para energias altas mas finitas. Entretanto, podemos obter a estimativa da importância de contribuições subdominantes através da comparação da Eq. (6.36) com os ajustes fenomenológicos das seções anteriores para a seção de choque total. Por exemplo, foi encontrado na Ref. [177], que o coeficiente ajustado para o terceiro termo na expansão, $\sim \ln^3(s/m^2)$ toma valor consistente com zero. Este fato corrobora a hipótese que os termos de mais alta ordem são negligenciavelmente pequenos.

Para o caso DIS, a importância de um background para descrever um amplo conjunto de dados foi sistematicamente verificada [186]. Usar apenas a série truncada, mesmo considerando três termos na expansão, descreveria um intervalo de $x < 10^{-2}$ e virtualidades $1 < Q^2 < 150 \text{ GeV}^2$. Entretanto, a fenomenologia com a série BFKL completa, obtida através do formalismo de dipolos, encontra o mesmo limite cinemático de validade. Os fundos usados nos estudos da seção anterior, apesar de efetivos, apresentam inconvenientes como um valor negativo para o coeficiente c para o tipo-log e ainda uma contribuição muito significativa para alto Q^2 para o caso tipo-CKMT. Isto sugere que um controle maior das normalizações destes deve ser cuidadosamente levada em consideração.

6.5 Conclusão

Neste capítulo estudamos a truncagem da série BFKL, onde analisamos os três primeiros termos da série e verificamos que estes são suficientes no intuito de descrever colisões

hadrônicas e eletroprodução consistentemente. A fenomenologia para as seções de choque totais e diferenciais em pequeno t para as colisões $pp(\bar{p})$ foi apresentada. Um ajuste global para a função de estrutura do próton F_2 e seu coeficiente angular foi feito, introduzindo uma abordagem similar ao modelo de troca de dois Pomerons. As limitações da abordagem foram discutidas ao final, com ênfase na diferença entre a série formal BFKL e a fenomenologia correspondente com o uso de uma truncagem de termos da série não assintótica.

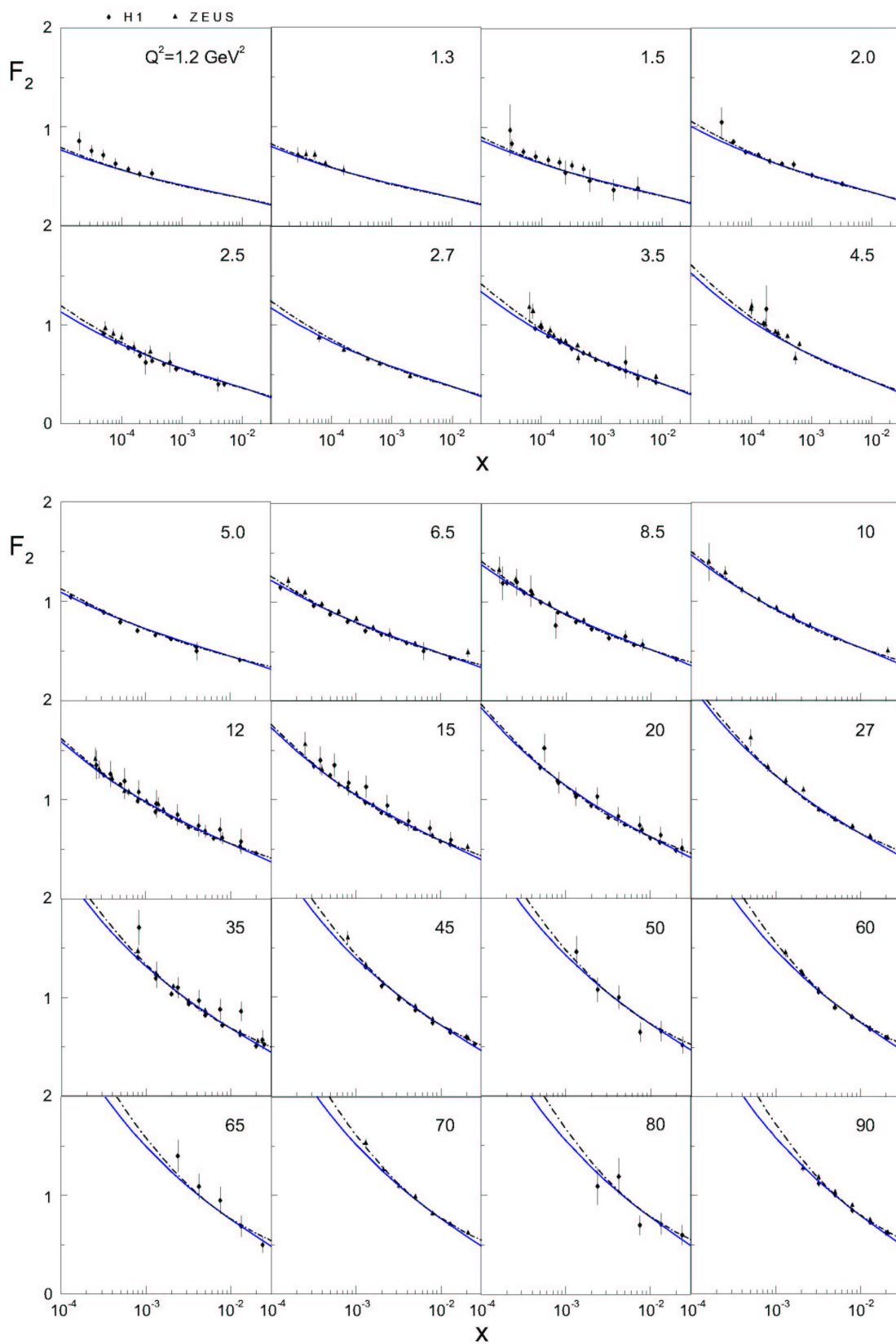


Fig. 6.10: A função F_2 versus x , para pequena e médias virtualidades Q^2 . Mesma notação da figura anterior.

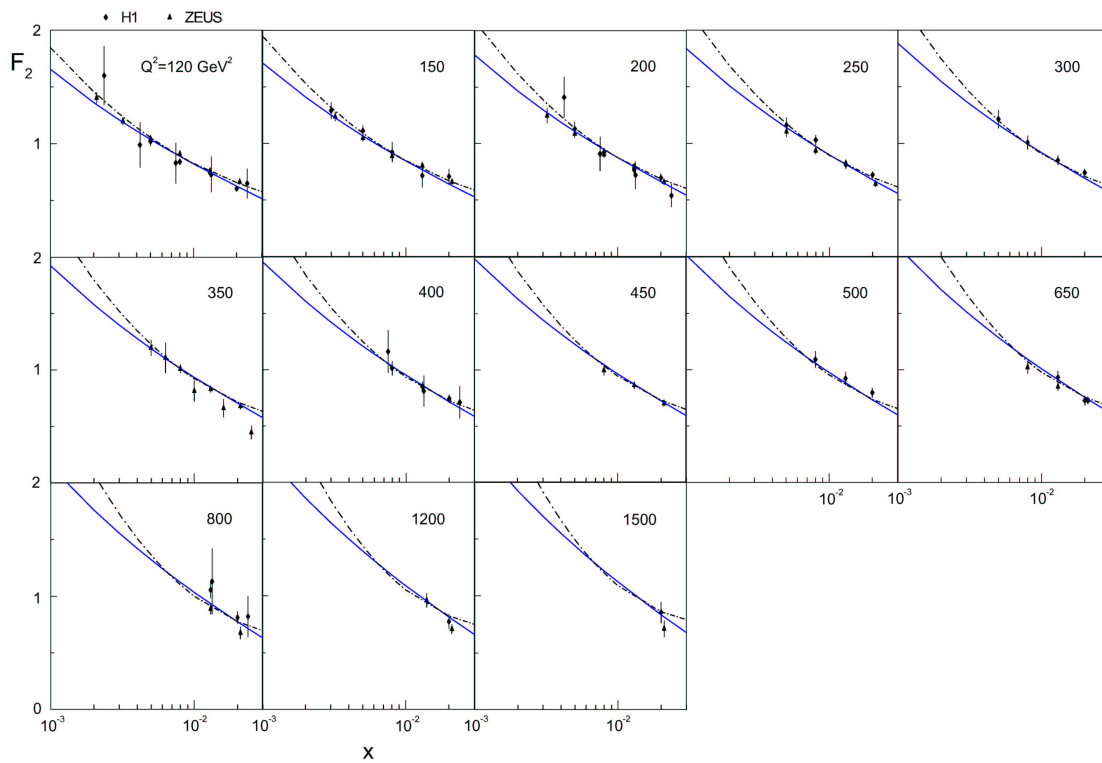


Fig. 6.11: A função F_2 versus x , para grandes virtualidades Q^2 . Mesma notação da figura anterior.

Conclusão

O objetivo central deste trabalho foi abordar sistematicamente a física do Pomeron, tanto no seu aspecto não-perturbativo descrito através dos modelos de Regge como no seu aspecto perturbativo, descrito através dos formalismos de séries perturbativas em acoplamento forte pequeno. Ambas abordagens fornecem uma descrição satisfatória dos processos de DIS e DIS difrativo, com uma clara desvantagem dos modelos QCD em difração hadrônica: a fatorização QCD não é válida para este caso. Situação similar ocorre na abordagem de Regge, mas esta pode ser convenientemente contornada levando em consideração a unitarização da amplitude de troca de Pomeron (sombreamento).

O formalismo intuitivo da interação de dipolos de cor com alvos hadrônicos pode ser usada para incluímos de maneira consistente e sistemática todos os aspectos presentes na física perturbativa e não-perturbativa. Os graus de liberdade são as funções de onda dos dipolos de cor e a seção de choque efetiva de interação destes dipolos com o alvo. As primeiras podem ser calculadas totalmente através de métodos de teoria de perturbação e mesmo extrapoladas a regiões macias. Toda a fenomenologia está centrada em σ_{dip} : em aproximação de logaritmo dominante esta é dada em função da distribuição de glúons no próton, que está sujeita a correções de unitariedade no limite de altas energias; o ingrediente final é o correto comportamento no infravermelho (confinamento), onde teremos uma seção de choque de interação independente das escalas do problema. Nossa hipótese de trabalho baseia-se no uso do formalismo de múltiplos espalhamentos de Glauber-Mueller na QCD, para estimar as correções de unitariedade à seção de choque de dipolo. O limite de infravermelho foi tratado através da hipótese de congelamento da distribuição de glúons para escalas de virtualidades menores que a escala inicial para a evolução perturbativa na abordagem DGLAP. No trabalho [65], calculamos as funções de estrutura inclusiva, longitudinal e de quark charm do próton, F_2 , F_L e $F_2^{c\bar{c}}$, com as hipóteses acima. Verificamos que as correções de unitariedade são importantes na descrição dos observáveis para muito pequeno x e que a região de grande separações transversas do par desempenha um papel importante para a região de transição de baixo Q^2 . Em particular, para a função de estrutura do charm, a grande massa deste fornece uma escala dura ao problema, e portanto a contribuição não-perturbativa tem menor importância que nos caso para quarks leves.

Estudamos também o processo de produção de pares de léptons em colisões hadrônicas no formalismo de dipolos no trabalho [93]. Apesar de não termos uma configuração explícita de dipolos em Drell-Yan, a estrutura das amplitudes contribuindo ao processo permite escrever a seção de choque de produção de maneira similar ao caso DIS, com a mesma seção de choque de dipolos (mas em uma diferente escala de separação transversa) convoluída com as funções de onda dos estados de Fock do quark projétil. Verificamos que os resultados em energias intermediárias são consistentes com os cálculos equivalentes no sistema de momento

infinito. Para mais altas energias, os efeitos de unitariedade introduzidos na seção de choque de dipolo produzem uma supressão importante na seção de choque de produção de pares. Este resultado tem importância crucial nas estimativas do observável na região de energia do acelerador RHIC (BNL-Brookhaven/USA) e no futuro experimento LHC (CERN-Suíça).

Analisamos em detalhe, no trabalho [122], os aspectos do modelo de Regge com efeitos de unitariedade CFKS, constituído de uma abordagem mista de formalismo de dipolos (com σ_{dip} unitarizada) para separação transversa $r < r_0$, onde r_0 define a transição entre os regimes duro e suave, e troca de Pomeron suave para $r > r_0$ corrigido por efeitos de múltiplos espalhamentos (screening). As correções de unitariedade são implementadas através de um modelo quase-eikonal para a seção de choque de dipolos. Uma descrição consistente e simultânea de DIS para pequeno Q^2 e DDIS para valores intermediários de virtualidade é obtida. Um resultado importante neste trabalho é a descrição da função de estrutura difrativa F_2^D para todo o intervalo medido experimentalmente, mostrando que o modelo pode ser estendido sem dificuldades para o regime de alto Q^2 . Os resultados são também equivalentes ao modelo de saturação QCD, muito atrativo pela simplicidade, apesar de serem obtidos em abordagens muito distintas.

Em virtude das diferentes abordagens na literatura, QCD e Regge, descreverem aproximadamente com mesmo nível de precisão os dados de DDIS, propusemos nos trabalhos [153, 154], um novo observável em difração dura. Propusemos o coeficiente angular logarítmico da função de estrutura difrativa como um potencial discriminador de dinâmicas em DDIS, de maneira muito similar ao papel desempenhado pelas medidas do coeficiente angular no caso inclusivo. Calculamos sistematicamente os resultados para este observável para duas abordagens de Regge, o modelo CKMT e CFKS, e duas abordagens pQCD, a parametrização QCD para DDIS e o modelo de saturação aplicado à difração dura. O resultado mais importante daqueles trabalhos são regiões de transição entre valores positivos e negativos do coeficiente angular para o modelo de saturação enquanto os demais modelos predizem um comportamento predominantemente positivo. A região cinemática crucial para uma análise experimental precisa é aquela de pequenas virtualidades e grande β , onde os modelos apresentam mecanismos de dominância diferentes. Modelos de Regge, como o modelo CKMT, são menos favorecidos pois incluem apenas contribuições de twist dominante. As análises recentes dos dados em DDIS mostram claramente que contribuições de mais alto twist desempenham um papel importante em regiões específicas do espectro em β .

A equação BFKL, a construção formal do Pomeron QCD, foi revisada em detalhe: a solução desta em ordem LO leva a um coeficiente linear do Pomeron da ordem de 0.5, muito maior que o medido experimentalmente e apresenta um espectro de difusão em momento transversal avançando na região de infravermelho, onde uma abordagem perturbativa deixa de ser válida. As correções de ordem NLO são muito grandes e em algumas análises pode produzir comportamentos oscilatórios nos autovalores e mesmo valores negativos para a seção de choque. Análises mais refinadas, tornando explícitas as várias contribuições às correções em NLO, resultam em uma estrutura mais estável para os resultados. O ponto chave é a escolha da escala de energia s_0 , escalando os logaritmos em energia de centro de massa s . Nas estimativas mais otimistas, o efeito de NLO diminuiria o coeficiente linear do Pomeron BFKL para valores próximos do medido experimentalmente, em valores típicos da constante de acoplamento.

Nos trabalhos [183, 184, 185, 186], tomamos uma abordagem diferente para estudar os processos de espalhamento. Partimos da suposição que a série BFKL é formalmente assintótica, e que as energias disponíveis nos aceleradores atuais estão em um regime sub-assintótico. Portanto, a representação física do processo de espalhamento é dada pela emissão de um número finito de glúons no estado final. Isto é equivalente a somar uma série de diagramas escada, com uma troca de dois glúons, um degrau, dois degraus, e assim por diante, efetivamente uma expansão termo a termo da série assintótica perturbativa. Encontramos a partir das análises no setor hadrônico que é suficiente dois termos da série para descrever-se as seções de choque totais e diferenciais em pequeno momento transferido [183, 184]. Nas estimativas para DIS, a conclusão é similar para a seção de choque de fotoprodução ($Q^2 = 0$) [185]. A derivada da estrutura inclusiva é bem descrita e vincula os valores dos parâmetros do modelo de forma simples. Entretanto, verificamos que a estrutura F_2 contém informação não-perturbativa além daquela absorvida nos parâmetros ajustáveis (determinados através dos dados de derivada - os quais suprimem contribuições macias) e deveríamos incluir uma parametrização para esta parcela. Então modelamos esta informação adicional através da troca de um Pomeron suave, que nos pareceu mais natural e inspirado nos modelos de troca de dois Pomerons. Um ajuste global aos dados de F_2 foi feito usando como Pomeron perturbativo a série BFKL truncada até o terceiro termo e um resíduo dado pela parametrização para o Pomeron suave [186]. Ajustes mais refinados podem ser feitos, incluindo termos não singletos, o que aumentaria ainda mais o intervalo de descrição dos dados.

Como discussão final referimos os resultados mais recentes na área relacionadas aos assuntos abordados aqui e que terão implicação teórica ou experimental em futuro próximo. Referente ao formalismo de dipolos, o modelo de saturação GBW tem sido revisado, introduzindo evolução QCD na seção de choque de dipolos. Tal procedimento estende a aplicabilidade do modelo inicial a um intervalo maior de virtualidades e pode ser aplicado para processos mais exclusivos, como produção de mésons. Na estrutura formal da abordagem de dipolos, as correções de NLO às funções de onda do fóton têm sido recentemente calculadas. Isto permite em futuro próximo cálculos completos em ordem NLO no formalismo de dipolos: obviamente a seção de choque de dipolo deve ser novamente extraída levando em consideração estas modificações. No setor hadrônico, o resultado usando o formalismo de dipolos foi mostrado a ser equivalente ao cálculo DGLAP em NLO através da escolha apropriada das escalas de entrada nas distribuições de quarks projéteis e na seção de choque de dipolos, bem como correções de limiar em valores grandes de x . A utilização do formalismo nos cálculos de produção de quarks pesados em hadroprodução deve ser possível mesmo em energias intermediárias devido à massa dos quarks pesados, principalmente o quark bottom. A extensão para o caso nuclear é simplificada, se considerarmos os modelos eikonais (Glauber) para o processo de espalhamento. Medidas experimentais vindas dos futuros aceleradores em mais altas energias permitirão vincular mais todas as informações tangenciando o formalismo de dipolos, uma vez que este é válido para pequeno x .

Ainda referente ao formalismo de dipolos de cor, tem sido recentemente provado que em ordem NLO que a equivalência entre este formalismo e o formalismo de fatorização- k_T é quebrada. Esta última leva em consideração já em nível de árvore contribuições equivalentes a NLO e mesmo NNLO na fatorização colinear. Em particular a representação simples de fatorização entre funções de onda e seção de choque de dipolos não se mantém e os autoesta-

dos de interação não são mais diagonais no espaço de distâncias transversas. No âmbito da fatorização- k_T , uma ampla fenomenologia já tem sido feita. Entretanto, uma determinação sistemática (extraída dos dados experimentais) da função de glúon não-integrada ao mesmo nível alcançado pela fatorização colinear ainda não tem sido levada a cabo. Tal procedimento reduziria fortemente as incertezas nos cálculos dos observáveis. Devemos enfatizar que a descrição dos dados de hadroprodução de quarks pesados, por exemplo, não são bem descritos nem mesmo utilizando cálculos NLO na fatorização colinear, tornando a descrição física destes processos altamente não-trivial.

Em difração dura, novas medidas da função de estrutura difrativa e distribuição em massa do sistema difrativo M^2 testará as abordagens de Regge e QCD a um nível de maior precisão. Um estudo mais detalhado das violações de escalamento, que são distintas em DIS e DDIS, pode ser importante na discriminação de dinâmicas. A produção difrativa de mésons vetoriais tem sido medida com alta precisão recentemente, principalmente na região de $t \neq 0$, disponibilizando dados precisos para análises teóricas refinadas. Observáveis mais exclusivos, como produção de jatos, podem trazer novos vínculos à aplicabilidade dos modelos. No setor de difração hadrônica, uma análise consistente dos efeitos de unitariedade e quebra de fatorização para as seções de choque difrativa total e dura é necessária.

Referente ao formalismo BFKL, a instabilidade das estimativas iniciais está agora controlada, e os principais termos contribuindo em NLO são bem determinados. Entretanto, mesmo tendo o núcleo controlado em precisão NLO, os fatores de impacto neste nível de precisão estão agora sendo determinados. Um cálculo completo NLO para observáveis demandará trabalho razoável. Os resultados mais promissores são aqueles referentes ao processo $\gamma^*\gamma^*$, perfeito para uma abordagem BFKL devido a serem objetos de pequena extensão transversa e escalas duras da mesma ordem.

Apêndice A

Regras de Feynman da QCD

A.1 O Lagrangeano da QCD

Na QCD os quarks e glúons estão associados a campos de interação [1, 2, 3]. Os quarks são representados por espinores q_a , onde a é o índice de cor, variando de 1 a 3 ($= N_c$) (O índice espinorial foi omitido). O campo vetorial (os glúons) é representado por $t_{ab}^A A_\mu^A = t \cdot A_\mu$. O índice μ é o índice de Lorentz. O índice A , que varia de 1 a 8 ($= N_c^2 - 1$), representa a presença dos oito tipos diferentes de glúons. As matrizes hermitianas de traço nulo t_{ab}^A englobam a estrutura de cores desses glúons, e de suas interações com outros glúons e quarks.

O Lagrangeano clássico da cromodinâmica é [1]

$$\mathcal{L}_{classico} = \sum_{sabores} \bar{q}_a (i\gamma^\mu D_\mu - m)_{ab} q_b - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^A F_A^{\mu\nu}, \quad (\text{A.1})$$

onde

$$(D_\mu)_{ab} = \partial_\mu \delta_{ab} + ig_s (t^A A_\mu^A)_{ab}, \quad (\text{A.2})$$

é a derivada covariante, m é a massa do férmion e g_s é a constante de acoplamento forte. O tensor de campo $F_{\mu\nu}^A$ é

$$F_{\mu\nu}^A = \partial_\mu A_\nu^A - \partial_\nu A_\mu^A - g_s f^{ABC} A_\mu^B A_\nu^C. \quad (\text{A.3})$$

As constantes de estrutura da QCD, f^{ABC} (antissimétricas sob a troca de índices), são definidas por

$$[t^A, t^B] = i f^{ABC} t^C. \quad (\text{A.4})$$

O termo do tensor de campo da QCD, ausente na QED, é o termo $g_s f^{ABC} A_\mu^B A_\nu^C$. Na expansão perturbativa é através do termo $F_{\mu\nu}^A F_A^{\mu\nu}$ do Lagrangeano que são gerados os vértices de três e quatro glúons.

Para referência, várias propriedades das matrizes de cor são sumarizadas:

$$Tr[t^A t^B] = T_R \delta^{AB}, \quad T_R = \frac{1}{2}, \quad (\text{A.5})$$

$$\sum_A t_{ab}^A t_{bc}^A = C_F \delta_{ab}, \quad C_F = \frac{N_c^2 - 1}{2N_c}. \quad (\text{A.6})$$

Adicionalmente, as matrizes da representação adjunta de $SU(3)$, T^A , são dadas por

$$(T^A)_{BC} = -if^{ABC}, \quad [T^A, T^B] = if^{ABC}T^C, \quad (\text{A.7})$$

$$Tr T^A T^B = \sum_{C,D} f^{ACD} f^{BCD} = C_A \delta^{AB}, \quad C_A = N_c. \quad (\text{A.8})$$

A.2 Invariância de gauge

A QCD é uma teoria de gauge, o que significa que é invariante sob as transformações [1]

$$q_a(x) \rightarrow q'_a(x) = [e^{it^A \theta^A(x)}]_{ab} q_b(x) = U(x)_{ab} q_b(x), \quad (\text{A.9})$$

onde $\theta^A(x)$ é um conjunto de funções dependente da posição e do tempo. Para a teoria ser invariante sob tais transformações, o campo vetorial também deve modificar-se frente a transformação $A_\mu \rightarrow A'_\mu$, tal que

$$D'_\mu q'(x) = (\partial_\mu +igt.A'_\mu)U(x)q(x) = U(x)D_\mu q(x), \quad (\text{A.10})$$

de onde encontramos que

$$t.A'_\mu = U(x)t.A_\mu U^{-1}(x) + \frac{i}{g_s} [\partial_\mu U(x)]U^{-1}(x). \quad (\text{A.11})$$

Portanto, o tensor de campo $F_{\mu\nu}^A$ transforma-se da seguinte forma

$$t.F'_{\mu\nu} = U(x)t.F_{\mu\nu}U^{-1}(x). \quad (\text{A.12})$$

Verifica-se que o termo $g_s f^{ABC} A_\mu^B A_\nu^C$ é essencial para manter a invariância de gauge do produto

$$\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^A F_A^{\mu\nu} = \frac{1}{2} Tr(t.F_{\mu\nu})(t.F^{\mu\nu}), \quad (\text{A.13})$$

que aparece no Lagrangeano (o traço atua nos índices de cores).

Uma das principais consequências da invariância de gauge é que a amplitude para qualquer processo deverá ser independente do gauge no qual o cálculo é realizado, assim podemos escolher o gauge mais conveniente aos cálculos. No que segue, alguns possíveis gauges comumente usados serão discutidos.

Teoria de perturbação

Quando a constante de acoplamento da teoria, g_s , é suficientemente pequena, então é possível calcular a interação entre as partículas usando teoria de perturbação, considerando que as interações são pequenas modificações da teoria livre. Usualmente, a teoria de perturbação covariante de Feynman é utilizada, com vértices correspondendo às interações entre quarks e glúons e propagadores para os quarks e glúons nos estados intermediários (partículas que não pertencem ao estado inicial e final). Os vértices advêm dos termos do

Lagrangiano que envolvem três ou mais campos acoplados, enquanto os propagadores são determinados a partir do inverso dos termos envolvendo somente dois campos.

A fim de ilustrar as dificuldades que surgem na determinação dos propagadores, consideremos inicialmente a situação na teoria QED. Podemos escrever

$$-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} = \frac{1}{2}A^\mu(g_{\mu\nu}\partial^2 - \partial_\mu\partial_\nu)A^\nu + \text{deriv. tot.} . \quad (\text{A.14})$$

O propagador do fóton deverá ser o inverso desta função. No espaço de momentum, escrevendo o propagador de uma partícula com momentum k como $iD^{\nu\lambda} = i(Bg^{\nu\lambda}k^2 + Ck^\nu k^\lambda)$, devemos ter

$$(-g_{\mu\nu}k^2 + k^\mu k^\nu)(Bg^{\nu\lambda}k^2 + Ck^\nu k^\lambda) = \delta_\mu^\lambda , \quad (\text{A.15})$$

que não possui soluções. A origem do problema é a arbitrariedade no potencial vetor A_μ devido a liberdade da transformação de gauge [Eq. (A.11)]. A solução é fixar o gauge, adicionando um termo de fixação de gauge no Lagrangiano. Uma possibilidade é o termo de fixação de gauge covariante, correspondendo ao gauge de Lorentz $\partial_\mu A^\mu = 0$:

$$\mathcal{L}_{fix.gauge} = -\frac{1}{2\lambda}(\partial_\mu A^\mu)^2 , \quad (\text{A.16})$$

onde λ é o parâmetro de gauge. A inclusão deste termo modifica a eq. (A.15), permitindo que a solução para o propagador seja obtida

$$iD^{\mu\nu} = -\frac{i}{k^2} \left[g^{\mu\nu} + (\lambda - 1) \frac{k^\mu k^\nu}{k^2} \right] . \quad (\text{A.17})$$

Para $\lambda = 1$ o gauge é denotado como o gauge de Feynman.

No caso de uma teoria não-abeliana como a QCD, novas complicações ocorrem, sendo necessário adicionar ao Lagrangiano um termo correspondente aos fantasmas de Fadeev-Popov [1]. Isto pode ser demonstrado utilizando-se o formalismo de integrais de caminho [1]. Para os gauges covariantes introduzidos anteriormente, este é dado por

$$\mathcal{L}_{fantasma} = \partial_\mu \eta^{A\dagger} (D_{AB}^\mu \eta^B) \quad (\text{A.18})$$

com

$$(D_\mu)_{AB} = \partial_\mu \delta_{AB} + ig(t^C A_\mu^C)_{AB} . \quad (\text{A.19})$$

O campo η^A é um campo escalar complexo que obedece a estatística fermiônica. Este não corresponde a uma partícula real, estando presente somente nas linhas internas. Este termo não está presente na QED pois as constantes de estrutura da QED, $iT_{AB}^C = f^{ABC}$, são efetivamente zero, de forma que os fantasmas não se acoplam a partículas reais. Uma interpretação física da inclusão dos campos fantasma é que eles cancelam os graus de liberdade não-físicos que de outra forma estariam presentes nos gauges covariantes. A forma (e mesmo a presença) do termo fantasma no Lagrangiano depende da condição de gauge.

Genericamente, o Lagrangiano que será usado para obter as regras de Feynman é

$$\mathcal{L}_{classico} + \mathcal{L}_{fix.gauge} + \mathcal{L}_{fantasma} . \quad (\text{A.20})$$

As resultantes regras de Feynman são dadas na Fig. A.1; Cada vértice deve conservar o quadri-momentum e a amplitude de transição para uma dada reação é a soma de todos os diagramas. Os espinores associados com as partículas do estado inicial e final são

$$\begin{aligned}
 & \text{quark no estado inicial } u^a(p) , \\
 & \text{quark no estado final } \bar{u}^a(p) , \\
 & \text{antiquark no estado inicial } \bar{v}^a(p) , \\
 & \text{antiquark no estado final } v^a(p) ,
 \end{aligned} \tag{A.21}$$

onde o índice a refere-se ao estado de cor. Como na QED, um laço fermiônico está associado a um fator -1. Adicionalmente existem fatores combinatórios, resultando em um fator 1/2 associado ao laço gluônico.

Uma segunda classe de gauges que pode ser usada é a dos gauges axiais. O termo de fixação de gauge é dado por

$$\mathcal{L}_{fix.gauge} = -\frac{1}{2\lambda} (n^\mu A_\mu^A)^2 , \tag{A.22}$$

o qual depende do vetor n^μ , de forma que o gauge não é covariante. O propagador neste gauge é dado por

$$iD_{AB,\mu\nu}(p) = \delta_{AB} \frac{i}{p^2} \left[-g_{\mu\nu} + \frac{n_\mu p_\nu + n_\nu p_\mu}{n \cdot p} - \frac{(n^2 + \lambda p^2) p_\mu p_\nu}{(n \cdot p)^2} \right] . \tag{A.23}$$

A forma deste propagador é muito mais complicada que para os gauges covariantes. A vantagem do gauge axial é que os campos fantasmas não estão presentes. Assumindo $n^2 = 0$ e $\lambda = 0$ (gauge do cone de luz), o propagador torna-se

$$iD_{AB,\mu\nu}(p) = \delta_{AB} \frac{i}{p^2} d_{\mu\nu}(p, n) \tag{A.24}$$

com

$$d_{\mu\nu}(p, n) = -g_{\mu\nu} + \frac{n_\mu p_\nu + n_\nu p_\mu}{n \cdot p} . \tag{A.25}$$

O gauge do cone de luz também é denominado gauge físico pois para $p^2 \rightarrow 0$ somente as duas polarizações físicas propagam-se:

$$n^\mu d_{\mu\nu}(p, n) = 0 , \quad p^\mu d_{\mu\nu}(p, n) = 0 . \tag{A.26}$$

Neste caso podemos então decompor $d_{\mu\nu}$ na soma do produto de dois vetores polarização:

$$d_{\mu\nu} = \sum_{i=1}^2 \epsilon_\mu^{(i)*}(p, n) \epsilon_\nu^{(i)}(p, n) , \tag{A.27}$$

onde $p \cdot \epsilon^{(i)} = 0$ e $n \cdot \epsilon^{(i)} = 0$.

Apêndice B

Regras de Feynman no gauge de cone de luz

Teoria de Perturbação no Cone de Luz

Os gráficos de Feynman do Apêndice A podem ser decompostos em vários ordenamentos temporais, resultando na teoria de perturbação ordenada no tempo (TOPTh). Ao invés do quadrimomentum p ser conservado em cada vértice, na TOPTh somente o trimomentum \vec{p} é conservado. A energia da partícula é então determinada pela relação

$$p_0 = \sqrt{\vec{p}^2 + m^2} , \quad (\text{B.1})$$

onde m é a massa da partícula. Os estados intermediários (propagadores) são representados por um fator dado pelo inverso da diferença entre a energia das partículas incidentes e a energia de todas as partículas no estado intermediário. Devido à raiz quadrada necessária para determinar as energias, a natureza não covariante dos cálculos e o grande número de diagramas que necessitam ser considerados, este processo torna-se rapidamente muito complicado. Entretanto, o problema simplifica-se consideravelmente se examinado em um referencial de momentum infinito (ou do cone de luz), onde a partícula incidente move-se com velocidade próxima a da luz. Neste referencial definimos as variáveis de cone de luz:

$$a_+ = a_0 + a_3 , \quad (\text{B.2})$$

$$a_- = a_0 - a_3 , \quad (\text{B.3})$$

$$\vec{a}_t = (a_1, a_2) \quad (\text{B.4})$$

$$a.b = \frac{1}{2}(a_+b_- + a_-b_+) - \vec{a}_t \cdot \vec{b}_t . \quad (\text{B.5})$$

Estas variáveis possuem inúmeras vantagens sobre as coordenadas usuais a_i ($i = 0, \dots, 3$) [131]. Por exemplo, em uma transformação na direção longitudinal, as frações de momentum no cone de luz, $z = p_+/P_+$ são invariantes. A quantização da teoria é feita para tempo do cone de luz x_+ fixo (ao invés de x_0); assim o equivalente da energia é o seu momentum conjugado p_-

$$p_- = \frac{|\vec{p}_t|^2 + m^2}{p_+} . \quad (\text{B.6})$$

Esta expressão é consideravelmente mais simples que a expressão TOPT_h. Além disso, como $p_+ > 0$ e as componentes do momenta p_+ e \vec{p} são conservadas nos vértices, não contribuem pois no mínimo uma das partículas no vértice inferior deveria ter a componente + do momentum negativa.

As simplificações oriundas do uso das variáveis do cone de luz, podem ser exemplificadas considerando o propagador de Klein-Gordon:

$$\Delta(x) = \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \frac{e^{-ip \cdot x}}{p^2 - m^2 + \epsilon} \quad (\text{B.7})$$

$$= \frac{1}{2(2\pi)^4} \int d^2\vec{p}_t \int dp_+ e^{-i(p_+ x_- / 2 - \vec{p}_t \cdot \vec{x}_t)} \int dp_- \frac{e^{-ip_- x_+ / 2}}{p_+ p_- - p_t^2 - m^2 + i\epsilon} . \quad (\text{B.8})$$

A integral em p_- pode ser avaliada por integração de contorno: as únicas contribuições não nulas advém das situações nas quais $x_+ > 0, p_+ > 0$ ou $x_+ < 0, p_+ < 0$, implicando

$$\Delta(x) = \frac{-i}{2(2\pi)^3} \int d^2\vec{p}_t \int_0^\infty \frac{dp_+}{p_+} [\theta(x_+) e^{-ip \cdot x} + \theta(-x_+) e^{ip \cdot x}] . \quad (\text{B.9})$$

Analisando o propagador fermiônico

$$D(x) = (i\gamma^\mu \partial_\mu + m)\Delta(x) \quad (\text{B.10})$$

temos que a ação da derivada na função passo, $\partial_- \theta(x_+) = \delta(x_+)$, introduz uma componente no propagador com uma função delta de x_+ , i.e., uma parte instantânea no propagador.

Utilizando essas propriedades podemos construir uma teoria de perturbação no cone de luz (LCPT_h) [131]. Os vértices da LCPT_h são mostrados na Fig. B.1. As regras básicas são as seguintes:

- A cada linha está associado um momentum k_μ , com $k^2 = m^2$ ou equivalentemente $k_- = \frac{\vec{k}_t^2 + m^2}{k_+}$, tal que as componentes k_+, k_t são conservadas para cada vértice. A cada linha fermiônica associa-se um espinor na camada de massa, $u(k, \lambda)$ ou $v(k, \lambda)$, normalizados por $\bar{u}(k, \lambda) \gamma_\mu u(k, \lambda') = 2k_\mu \delta_{\lambda, \lambda'}$, onde λ e λ' são índices espinoriais. A cada glúon associa-se um vetor polarização ϵ_μ , que satisfaz $\epsilon_+ = 0, \epsilon(k) \cdot k = 0$ e $\epsilon(k)^2 = 1$.
- Um fator $\theta(k_+)/k_+$ é incluído para cada linha interna.
- Para cada vértice existe um fator como ilustrado na figura (B.1). A fim de converter linhas incidentes em emergentes, e vice-versa, devemos substituir

$$u \rightarrow v, \quad \bar{u} \rightarrow -\bar{v}, \quad \epsilon \rightarrow \epsilon^* . \quad (\text{B.11})$$

- Para cada estado intermediário, existe um fator

$$\frac{1}{\sum_{\text{inicial}} k_- - \sum_{\text{interm.}} k_- + i\epsilon} , \quad (\text{B.12})$$

onde soma-se sobre todas as partículas nos estados inicial e intermediários, respectivamente.

- Integra-se

$$\int \frac{d^2\vec{k}_t}{16\pi^3} \int_0^\infty dk_+ \quad (\text{B.13})$$

sobre cada momentum independente e soma-se sobre as helicidades internas e cores.

- Existe um fator de -1 para cada laço fermiônico fechado. Finalmente, para obter a mesma normalização da teoria de perturbação de Feynman, existe um fator global $-i$ que deverá ser associado a cada gráfico.

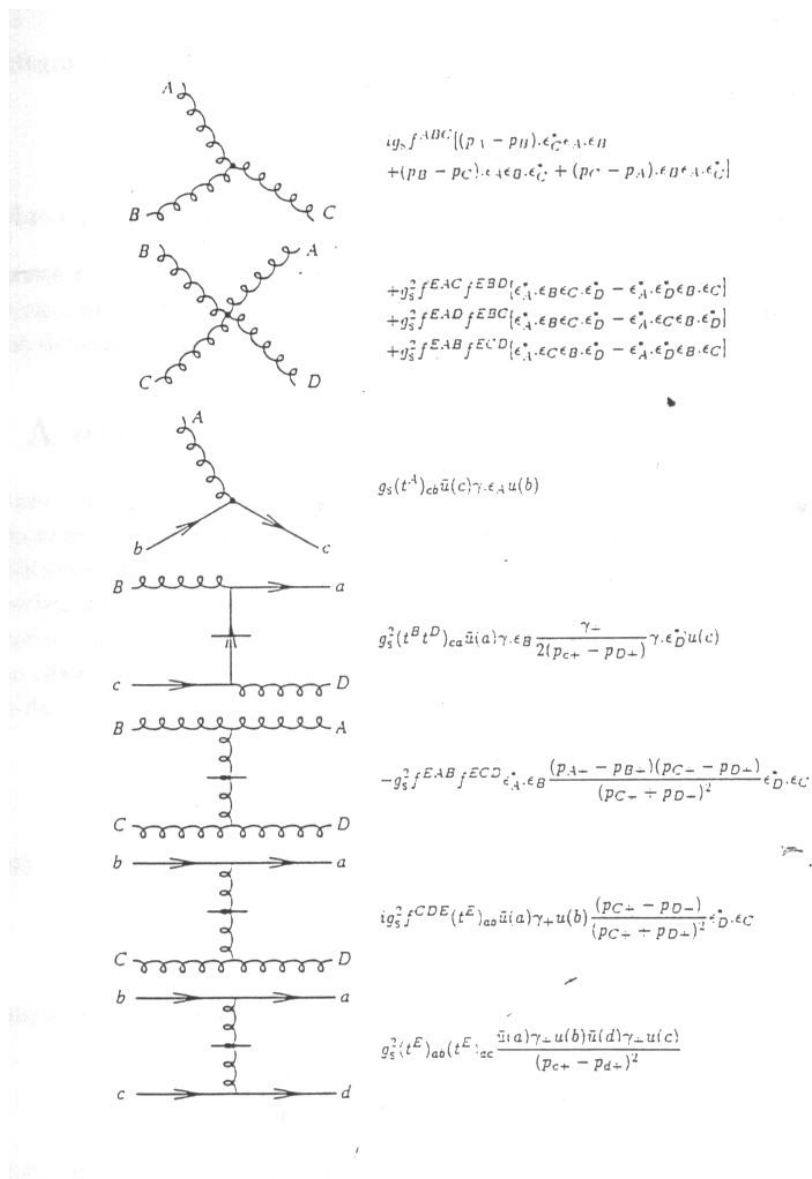


Fig. B.1: Algumas regras para os vértices QCD na teoria de perturbação no cone de luz. Todos os momenta dos glúons emergem dos vértices. O tempo no cone de luz flui da esquerda para a direita. Linhas com uma barra cruzada representam a troca instantânea [131].

Apêndice C

O formalismo de fatorização- \mathbf{k}_\perp

No limite de grande energia de centro de massa γ^*p , W^2 (ou pequeno x), uma nova forma de fatorização está presente [49, 50]. Esta fatorização é dependente do momento transverso \mathbf{k}_\perp e fornece as funções de estrutura em pequeno x como convoluções sobre x e \mathbf{k}_\perp da distribuição de glúons não integrada $\mathcal{F}(x, \mathbf{k}_\perp)$ com funções de estrutura gluônicas calculáveis perturbativamente descrevendo o espalhamento γ^*g . Em contraste com a fatorização colinear, estudada no Cap. (1), no esquema de fatorização \mathbf{k}_\perp nenhum ordenamento nos momentos transversos é assumido nos diagramas escada gluônicos. A fórmula de fatorização \mathbf{k}_\perp para a seção de choque γ^*p é escrita como:

$$\sigma_\lambda^{\gamma^*p}(x, Q^2) = \int \frac{d\mathbf{k}^2}{\mathbf{k}^2} \int \frac{dx'}{x'} \mathcal{F}\left(\frac{x}{x'}, \mathbf{k}^2\right) \hat{\sigma}_\lambda^{\gamma^*g}(x', \mathbf{k}^2, Q^2). \quad (\text{C.1})$$

onde λ denota a polarização do fóton virtual e $\hat{\sigma}_\lambda^{\gamma^*g}$ é a seção de choque gluônica. Por conveniência, lembramos a definição da distribuição de glúons não-integrada,

$$\mathcal{F}(x, \mathbf{k}^2) = \frac{\partial [x G(x, \mathbf{k}^2)]}{\partial \ln \mathbf{k}^2}, \quad (\text{C.2})$$

da qual a distribuição de glúon colinear, i.e. integrada em \mathbf{k} , é obtida como,

$$G(x, Q^2) = \int^{Q^2} \frac{d\mathbf{k}^2}{\mathbf{k}^2} \mathcal{F}(x, \mathbf{k}^2). \quad (\text{C.3})$$

Na aproximação de logaritmo dominante $\ln(1/x)$, podemos fazer a seguinte simplificação, $x/x' \rightarrow x$, uma vez que

$$\ln^n\left(\frac{x}{x'}\right) = \ln^n x \left[1 + \mathcal{O}\left(\frac{1}{\ln x}\right)\right]. \quad (\text{C.4})$$

Portanto, a Eq. (C.1) tomando como zero o limite inferior da integração em x' , torna-se

$$\sigma_\lambda^{\gamma^*p}(x, Q^2) = \int \frac{d\mathbf{k}^2}{\mathbf{k}^2} \mathcal{F}(x, \mathbf{k}^2) \int_x^1 \frac{dx'}{x'} \hat{\sigma}_\lambda^{\gamma^*g}(x', \mathbf{k}^2, Q^2), \quad (\text{C.5})$$

Para manter o contato com o formalismo BFKL, revisado no Cap. (5), escrevemos a seção de choque γ^*p no limite de grande W^2 na seguinte forma,

$$\sigma_\lambda^{\gamma^*p}(x, Q^2) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int \frac{d^2\mathbf{k}}{\mathbf{k}^2} \int \frac{d^2\mathbf{k}'}{\mathbf{k}'^2} \phi_\lambda(\mathbf{k}^2, Q^2) \phi_p(\mathbf{k}'^2) F(x, \mathbf{k}, \mathbf{k}'), \quad (\text{C.6})$$

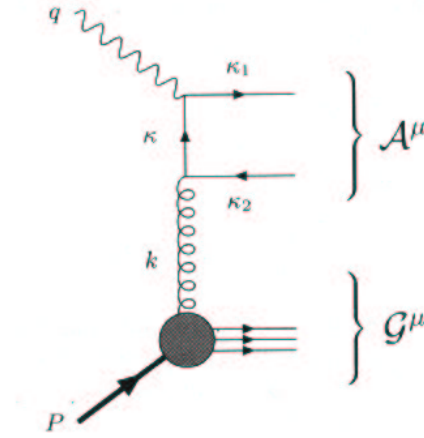


Fig. C.1: Diagrama contribuindo ao DIS em pequeno x .

onde ϕ_λ é o fator de impacto do fóton, ϕ_p é o fator de impacto do próton, e F é a amplitude BFKL, contendo a escada de glúons reggeizados. Os fatores de cor são incorporados nos fatores ϕ_λ e ϕ_p . A distribuição de glúons não-integrada está relacionada à $\phi_p(\mathbf{k}')$ e $F(x, \mathbf{k}, \mathbf{k}')$ pela seguinte relação,

$$\mathcal{F}(x, \mathbf{k}^2) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{d^2\mathbf{k}'}{\mathbf{k}'^2} \phi_p(\mathbf{k}'^2) F(x, \mathbf{k}, \mathbf{k}'). \quad (\text{C.7})$$

Usando a Eq. (C.7), e comparando as Eqs. (C.6) e (C.5), leva a seguinte relação entre o fator de impacto do fóton e as seções de choque γ^*g ,

$$\phi_\lambda(\mathbf{k}^2, Q^2) = 2\mathbf{k}^2 \int_0^1 \frac{dx'}{x'} \hat{\sigma}_\lambda^{\gamma^*g}(x', \mathbf{k}^2, Q^2), \quad (\text{C.8})$$

e a uma nova forma para a fórmula de fatorização- \mathbf{k}_\perp ,

$$\sigma_\lambda^{\gamma^*p}(x, Q^2) = \frac{1}{(2\pi)} \int \frac{d^2\mathbf{k}}{\mathbf{k}^4} \mathcal{F}(x, \mathbf{k}^2) \phi_\lambda(\mathbf{k}^2, Q^2). \quad (\text{C.9})$$

Resumindo, a informação não-perturbativa na estrutura do próton está incluída em ϕ_p , i.e. em $\mathcal{F}(x, \mathbf{k}^2)$. O cálculo perturbativo de F permite entender a evolução em x de $\mathcal{F}(x, \mathbf{k}^2)$, uma vez que uma distribuição de entrada inicial $\mathcal{F}(x_0, \mathbf{k}^2)$ seja dada, i.e. uma forma específica para ϕ_p seja assumida. Finalmente, o fator de impacto ϕ_λ , ou equivalentemente a seção de choque gluônica, pode ser obtida por um cálculo em one-loop dos diagramas fóton-glúon.

Veremos agora como a Eq. (C.1) é derivada. Em pequeno x a contribuição dominante ao DIS vem do diagrama de escada gluônico mostrado na Fig. (C.1). A seção de choque γ^*N é obtida tomando-se o módulo quadrado destes diagramas e somando sobre os estados finais. Separamos a fusão do fóton virtual com o glúon superior fora da camada de massa (off-shell) do restante da escada gluônica, que será incluída na distribuição de glúons não-integrada. Assim, obtemos o diagrama mostrado na Fig. (C.1).

A seção de choque para fotoprodução virtual, omitindo os índices de polarização, é dada por,

$$\sigma_{\lambda}^{\gamma^* p}(x, Q^2) = \frac{1}{(2W^2)} \int d\Pi |\mathcal{M}|^2. \quad (\text{C.10})$$

O módulo quadrado do elemento de matriz na Eq. (C.10) é escrito como,

$$|\mathcal{M}|^2 = \overline{\sum} \mathcal{A}^{\mu} \mathcal{G}_{\mu} \mathcal{A}^{\nu*} \mathcal{G}_{\nu}^*, \quad (\text{C.11})$$

onde $\overline{\sum}$ representa a média sobre os estados iniciais e uma soma sobre os estados finais. As amplitudes de espalhamento \mathcal{A}^{μ} e \mathcal{G}^{μ} são representadas na Fig. (C.1). O propagador do glúon está incluído em \mathcal{G}^{μ} . Usando a expressão explícita para o espaço de fase,

$$\begin{aligned} d\Pi &= \frac{d^4 \kappa_1}{(2\pi)^3} \delta(\kappa_1^2) \frac{d^4 \kappa_2}{(2\pi)^3} \delta(\kappa_2^2) d\Pi_X, \\ &= \frac{d^4 \mathbf{k}}{(2\pi)^4} \left[\frac{d^4 \kappa_1}{(2\pi)^2} \delta(\kappa_1^2) \delta(\kappa_2^2) \right] d\Pi_X, \end{aligned} \quad (\text{C.12})$$

onde temos que,

$$d\Pi_X = \frac{d^3 P_X}{(2\pi)^3 2P_X^0} (2\pi)^4 \delta^4(P - P_X - \mathbf{k}), \quad (\text{C.13})$$

Podemos reescrever Eq. (C.10) na seguinte forma,

$$\sigma_{\lambda}^{\gamma^* p}(x, Q^2) = \frac{1}{(2W^2)} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} A^{\mu\nu}(q, k) G_{\mu\nu}(P, k), \quad (\text{C.14})$$

com as expressões,

$$A^{\mu\nu}(q, k) = \overline{\sum} \int \frac{d^4 \kappa_1}{(2\pi)^2} \delta(\kappa_1^2) \delta(\kappa_2^2) \mathcal{A}^{\mu} \mathcal{A}^{\nu*}, \quad (\text{C.15})$$

$$G^{\mu\nu}(P, k) = \overline{\sum} \int d\Pi_X \mathcal{G}^{\mu} \mathcal{G}^{\nu*}, \quad (\text{C.16})$$

Os $A^{\mu\nu}$ e $G_{\mu\nu}$ são as partes absorptivas do espalhamento $\gamma^* - N$ e glúon- N , respectivamente. Introduziremos agora a representação de Sudakov para os momentos. Os vetores nulos são P (o quadrimomento do nucleon) e $q' = q + xP$. Negligenciando as massas, temos de fato $P^2 = q'^2 = 0$ e, no limite de grande W^2 , $q' \cdot P = q \cdot P = W^2/2$. Devemos negligenciar sistematicamente os termos de ordem $\mathcal{O}(x)$ ou $\mathcal{O}(1/W^2)$.

O glúon trocado tem quadrimomento,

$$k = \beta P - \alpha q' + k_{\perp} = \beta P + \frac{k_2 + \mathbf{k}^2}{\beta W^2} q' + k_{\perp}, \quad (\text{C.17})$$

onde $k_{\perp} = (0, \mathbf{k}, 0)$ e $k_{\perp}^2 = -\mathbf{k}^2$.

A contribuição dominante à integral sobre k na Eq. (C.14) vem da região de pequeno β , para fixos $\mathbf{k}^2 \ll W^2$ e $k^2 \simeq -\mathbf{k}^2$. Assim, $\mathbf{k}^2/\beta W^2 = \mathcal{O}(1)$ e $(k^2 + \mathbf{k}^2)/\beta W^2$ é negligenciável, tal que podemos escrever,

$$k = \beta P + k_{\perp}. \quad (\text{C.18})$$

O tensor $\mathcal{A}^{\mu\nu}$ presente na Eq. (C.14) é uma corrente conservada invariante de gauge, tal que satisfaz,

$$k_{\mu} \mathcal{A}^{\mu\nu} = \mathcal{A}^{\mu\nu} k_{\nu} = 0, \quad (\text{C.19})$$

e pode ser decomposto em geral como,

$$\begin{aligned} \mathcal{A}^{\mu,\nu}(q, k) &= A_1 \left(-g^{\mu\nu} + \frac{k^{\mu} k^{\nu}}{k^2} \right) \\ &- \frac{1}{k^2} A_2 \left(k^{\mu} + \frac{k^2}{q \cdot k} q^{\mu} \right) \left(k^{\nu} + \frac{k^2}{q \cdot k} q^{\nu} \right). \end{aligned} \quad (\text{C.20})$$

Para k^2 , i.e. para glúons na camada de massa, devemos ter $A_1 = A_2$, tal que o pólo espúrio em k^2 na Eq. (C.20) cancela-se. Notamos que a seção de choque para o espalhamento do fóton virtual com um glúon na camada de massa seria,

$$\hat{\sigma}_{\text{on-shell}}^{\gamma^*g} = \frac{1}{\text{fluxo}} (-g^{\mu\nu}) \mathcal{A}^{\mu\nu} = \frac{1}{2\beta W^2} (-g^{\mu\nu}) \mathcal{A}^{\mu\nu} = \frac{1}{\beta W^2} A_2, (k^2 = 0). \quad (\text{C.21})$$

No limite de pequeno β e grande W^2 , que domina a seção de choque em altas energias, $\mathcal{A}^{\mu\nu}$ tende a,

$$\mathcal{A}^{\mu\nu} \rightarrow \frac{4\mathbf{k}^2}{\beta^2 W^4} q^{\mu} q^{\nu} A_2. \quad (\text{C.22})$$

Inserindo a Eq. (C.22) na Eq. (C.14) e usando $\int d^4k = (W^2/2) \int d\alpha d\beta d^2\mathbf{k}$, obtemos

$$\sigma_{\lambda}^{\gamma^*p}(x, Q^2) = \int \frac{d\alpha d\beta d^2\mathbf{k}}{(2\pi)^4} \frac{\mathbf{k}^2}{\beta^2 W^4} A_2(q, k) G_{\mu\nu}(P, k). \quad (\text{C.23})$$

Em analogia com a Eq. (C.21), introduzimos a seção de choque para glúons fora da camada de massa (off-shell),

$$\hat{\sigma}_{\text{off-shell}}^{\gamma^*g}(\beta, \mathbf{k}^2, Q^2) = \frac{1}{\beta W^2} A_2 = \frac{\beta}{W^2 \mathbf{k}^2} P_{\mu} P_{\nu} \mathcal{A}^{\mu\nu}, \quad (\text{C.24})$$

onde, para obtermos a segunda desigualdade, temos invertido a Eq. (C.22) através do projetor $P_{\mu} P_{\nu}$. O uso da Eq. (C.24) na Eq. (C.23) produz,

$$\sigma_{\lambda}^{\gamma^*p}(x, Q^2) = \int \frac{d\mathbf{k}^2}{\mathbf{k}^2} \int \frac{d\beta}{\beta} \mathcal{F}(\beta, \mathbf{k}^2) \hat{\sigma}_{\text{off-shell}}^{\gamma^*g}(\beta, \mathbf{k}^2, Q^2), \quad (\text{C.25})$$

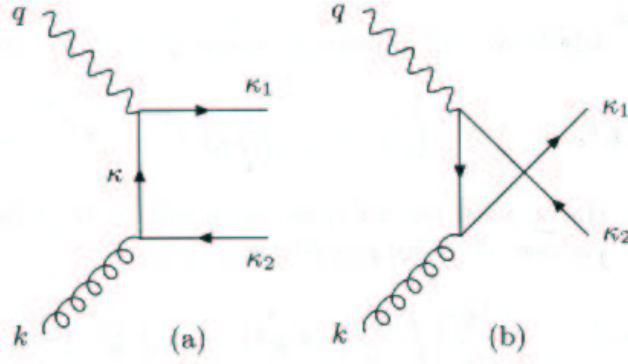


Fig. C.2: Os diagramas para $\gamma^*g \rightarrow q\bar{q}$: (a) canal- t ; (b) canal- u .

com a distribuição de glúon não-integrada, relacionada a $G^{\mu\nu}$ por,

$$\mathcal{F}(\beta, \mathbf{k}^2) = \int d\alpha \frac{\pi \mathbf{k}^2}{W^2} q^\mu q^\nu G_{\mu\nu}(P, k). \quad (\text{C.26})$$

A Eq. (C.25) é a fórmula de fatorização- \mathbf{k}_\perp antecipada na Eq. (C.1). Enfatizamos que $\beta \equiv x/x'$ é a fração do momento longitudinal do fóton carregado pelo glúon. Computaremos agora a seção de choque γ^*g . Primeiro, introduziremos os índices de polarização do fóton. Assim, $A^{\mu\nu}$ torna-se $A^{\mu\nu\alpha\beta}$ e a Eq. (C.24) é reescrita como,

$$\hat{\sigma}_{\text{off-shell}}^{\gamma^*g}(\beta, \mathbf{k}^2, Q^2) = \frac{\beta}{W^2 \mathbf{k}^2} \varepsilon_\alpha^{(\lambda)} \varepsilon_\beta^{(\lambda)*} P_\mu P_\nu A^{\mu\nu\alpha\beta}, \quad (\text{C.27})$$

onde $\varepsilon_\alpha^{(\lambda)}$ é o vetor polarização do fóton virtual, e

$$\begin{aligned} A^{\mu\nu\alpha\beta}(q, k) &= \bar{\Sigma} \int \frac{d^4 \kappa_1}{(2\pi)^2} \delta(\kappa_1^2) \delta(\kappa_1^2) \mathcal{A}^{\alpha\mu} \mathcal{A}^{\beta\nu*}, \\ &= \bar{\Sigma} \int \frac{d^4 \kappa}{(2\pi)^2} \delta((q - \kappa)^2) \delta((k + \kappa)^2) \mathcal{A}^{\alpha\mu} \mathcal{A}^{\beta\nu*}. \end{aligned} \quad (\text{C.28})$$

onde na última igualdade acima, introduzimos o quadrimomento $\kappa = q - \kappa_1 = \kappa_2 - k$. A amplitude $\mathcal{A}^{\alpha\mu}$ descreve o processo $\gamma^*(q) + g(k) \rightarrow q(\kappa_1) + \bar{q}(\kappa_2)$ e é a soma de dois termos, as contribuições de troca no canal- t e canal- u (veja Fig. (C.2)),

$$\mathcal{A}^{\alpha\mu} = \mathcal{A}_{(t)}^{\alpha\mu} \mathcal{A}_{(u)}^{\alpha\mu}, \quad (\text{C.29})$$

$$\mathcal{A}_{(t)}^{\alpha\mu} = -i g_s e_q e t_{ij}^a \bar{u}(\kappa_1) \gamma^\alpha \frac{\not{k} - \not{\kappa}_2}{(k - \kappa)^2} \gamma^\mu v(\kappa_2), \quad (\text{C.30})$$

$$\mathcal{A}_{(u)}^{\alpha\mu} = -i g_s e_q e t_{ij}^a \bar{u}(\kappa_1) \gamma^\mu \frac{\not{\kappa}_1 - \not{k}}{(\kappa_1 - k)^2} \gamma^\alpha v(\kappa_2). \quad (\text{C.31})$$

Escrevendo κ na decomposição em variáveis de Sudakov,

$$\kappa = -\omega P + zq' + k_\perp, \quad (\text{C.32})$$

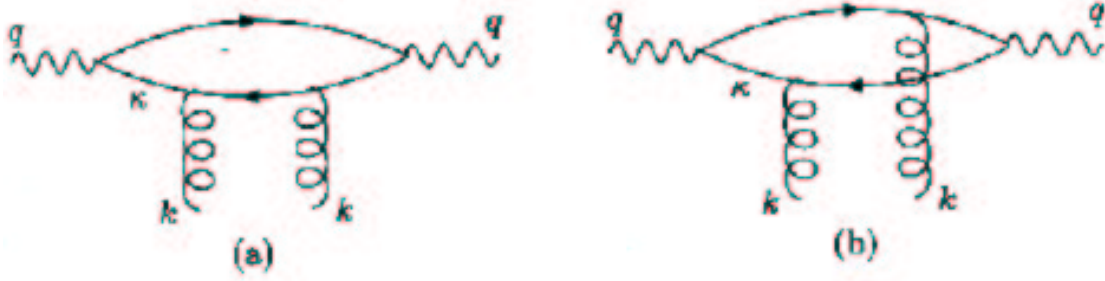


Fig. C.3: Dois dos quatro diagramas contribuindo a $\mathcal{A}^{\mu\nu\alpha\beta}$. Os outros dois diagramas são obtidos pela inversão das linhas fermiônicas.

e usando $d^4\kappa = (W^2/2)d\omega dz d^2\kappa$, a integral da Eq. (C.28) pode ser reescrita como,

$$\begin{aligned} A^{\mu\nu\alpha\beta}(q, k) &= \frac{1}{8\pi^2 W^2} \overline{\sum} \int \frac{dz}{z(1-z)} d^2\kappa \\ &\times \delta\left(\beta - \frac{z\kappa^2 + z(1-z)(\kappa + \mathbf{k})^2 + \varepsilon^2}{z(1-z)W^2}\right) \mathcal{A}^{\alpha\mu} \mathcal{A}^{\beta\nu*}, \end{aligned} \quad (\text{C.33})$$

com $\varepsilon^2 = Q^2 z(1-z)$. Tomando o quadrado de $\mathcal{A}^{\alpha\mu}$, obtemos,

$$A^{\mu\nu\alpha\beta} \equiv \overline{\sum} \mathcal{A}^{\alpha\mu} \mathcal{A}^{\beta\nu*} = 2 \left(A_{(a)}^{\mu\nu\alpha\beta} A_{(b)}^{\mu\nu\alpha\beta} \right), \quad (\text{C.34})$$

onde $A_{(a)}^{\mu\nu\alpha\beta}$ e $A_{(b)}^{\mu\nu\alpha\beta}$ referem-se aos diagramas da Fig. (C.3), e o fator 2 vem dos outros diagramas com as linhas de férmions reversas. Teremos então,

$$A_{(a)}^{\mu\nu\alpha\beta} = -\text{Tr} (4\pi)^2 \alpha_s \alpha_{em} e_q^2 \frac{\text{Tr}[\not{k}\gamma^\mu(\not{k} + \not{k})\gamma^\nu \not{k}\gamma^\beta(\not{k} + \not{q})\gamma^\alpha]}{\kappa^4}, \quad (\text{C.35})$$

$$A_{(b)}^{\mu\nu\alpha\beta} = -\text{Tr} (4\pi)^2 \alpha_s \alpha_{em} e_q^2 \frac{\text{Tr}[\not{k}\gamma^\mu(\not{k} + \not{k})\gamma^\beta(\not{k} + \not{k} - \not{q})\gamma^\nu(\not{k} + \not{q})\gamma^\alpha]}{\kappa^2(k + \kappa - q)^2}, \quad (\text{C.36})$$

onde $\text{Tr} = 1/2$. Os denominadores nas Eqs. (C.35) e (C.36) são dados por,

$$\kappa^2 = -\frac{\kappa^2 + \varepsilon^2}{1-z}, \quad (\text{C.37})$$

$$(k + \kappa - q)^2 = -\frac{(\kappa + \mathbf{k})^2 + \varepsilon^2}{z}. \quad (\text{C.38})$$

Combinando as Eqs. (C.24) e (C.33) leva a seguinte expressão,

$$\begin{aligned} \sigma_{\lambda}^{\gamma^*g} &= \frac{\beta}{8\pi^2 W^4 \mathbf{k}^2} \int \frac{dz}{z(1-z)} d^2\kappa \\ &\times \delta\left(\beta - \frac{z\kappa^2 + z(1-z)(\kappa + \mathbf{k})^2 + \varepsilon^2}{z(1-z)W^2}\right) d_{\alpha\beta}^{(\lambda)} P_{\mu} P_{\nu} \mathcal{A}^{\alpha\beta\mu\nu}, \end{aligned} \quad (\text{C.39})$$

onde os projetores na direção das polarizações do fóton são,

$$d_{\alpha\beta}^{(L)} \equiv \varepsilon_\alpha^{(L)} \varepsilon_\beta^{(L)*} \simeq \frac{4Q^2}{W^2} \left[P_\alpha P_\beta + \frac{W^2}{2Q^2} (P_\alpha q_\beta + P_\beta q_\alpha) + \frac{W^4}{4Q^2} q_\alpha q_\beta \right], \quad (\text{C.40})$$

$$d_{\alpha\beta}^{(\Sigma)} \equiv \sum_{\lambda=0,\pm} \varepsilon_\alpha^{(\lambda)} \varepsilon_\beta^{(\lambda)*} = - \left[g_{\alpha\beta} + \frac{q_\alpha q_\beta}{Q^2} \right], \quad (\text{C.41})$$

$$d_{\alpha\beta}^{(T)} \equiv \frac{1}{2} \left[\varepsilon_\alpha^{(-)} \varepsilon_\beta^{(-)*} + \varepsilon_\alpha^{(+)} \varepsilon_\beta^{(+)*} \right] = \frac{1}{2} \left[d_{\alpha\beta}^{(\Sigma)} + d_{\alpha\beta}^{(L)} \right]. \quad (\text{C.42})$$

notando que os termos proporcionais a q_α e a q_β , quando contraídos com $\mathcal{A}^{\alpha\beta\mu\nu}$, fornecem uma contribuição nula devido a conservação da corrente. Os fatores de impacto são obtidos pela integração da Eq. (C.39) sobre β e é escrito como,

$$\Phi_\lambda = \frac{1}{4\pi^2 W^4} \int \frac{dz}{z(1-z)} d^2\kappa d_{\alpha\beta}^{(\lambda)} P_\mu P_\nu \mathcal{A}^{\alpha\beta\mu\nu}. \quad (\text{C.43})$$

No cálculo de $H_\lambda \equiv d_{\alpha\beta}^{(\lambda)} P_\mu P_\nu \mathcal{A}^{\alpha\beta\mu\nu}$ dos traços das Eqs. (C.35) e (C.36), podemos fazer o uso do fato que devido ao projetor eikonal $P_\mu P_\nu$, apenas os termos proporcionais a $q^\mu q^\nu$ em $\mathcal{A}^{\alpha\beta\mu\nu}$ contribuem. Isto simplifica consideravelmente os cálculos. resultado é dado por,

$$H_\lambda = 8\pi^2 \alpha_s \alpha_{em} e_q^2 \frac{z(1-z)W^4}{Q^2} \left\{ \frac{N_\lambda(\kappa, \kappa)}{(\kappa^2 + \varepsilon^2)^2} + \frac{N_\lambda(\kappa + \mathbf{k}, \kappa + \mathbf{k})}{[(\kappa + \mathbf{k})^2 + \varepsilon^2]^2} - \frac{2N_\lambda(\kappa, \kappa + \mathbf{k})}{(\kappa^2 + \varepsilon^2)[(\kappa + \mathbf{k})^2 + \varepsilon^2]^2} \right\}, \quad (\text{C.44})$$

com as seguintes definições,

$$N_L(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) = 4z^2(1-z)^2 Q^4, \quad (\text{C.45})$$

$$N_T(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) = Q^2 [z^2 + (1-z)^2] \mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{k}_2. \quad (\text{C.46})$$

Inserindo H_λ na Eq. (C.39), e então usando $\hat{\sigma}_\lambda^{\gamma^*g}$ na fórmula de fatorização da Eq. (C.25), produzimos finalmente,

$$\begin{aligned} \sigma_{L,T}^{\gamma^*p}(x, Q^2) &= \frac{\alpha_{em}}{Q^2} \sum_q e_q^2 \int \frac{d\mathbf{k}^2}{\mathbf{k}^4} \int_0^1 dz \int d^2\kappa \alpha_s(\mu^2) \mathcal{F}(\beta, \mathbf{k}^2) \\ &\times \left\{ \frac{N_\lambda(\kappa, \kappa)}{(\kappa^2 + \varepsilon^2)^2} + \frac{N_\lambda(\kappa + \mathbf{k}, \kappa + \mathbf{k})}{[(\kappa + \mathbf{k})^2 + \varepsilon^2]^2} - \frac{2N_\lambda(\kappa, \kappa + \mathbf{k})}{(\kappa^2 + \varepsilon^2)[(\kappa + \mathbf{k})^2 + \varepsilon^2]^2} \right\}, \end{aligned} \quad (\text{C.47})$$

onde uma soma sobre os sabores foi introduzida, e β é vinculada pela função delta na Eq. (C.39). As funções de estrutura correspondentes $F_{L,T}(x, Q^2)$ podem ser obtidas multiplicando a seção de choque pelo fator $Q^2/4\pi^2 \alpha_{em}$. Na Eq. (C.47) a constante de acoplamento forte foi escrita como $\alpha_s(\mu^2)$. Apesar de existir alguns argumentos fenomenológicos em favor de um acoplamento evolutivo, devemos enfatizar que na aproximação de logaritmo $\ln(1/x)$

dominante, α_s é um parâmetro fixo. Neste limite podemos aproximar $\mathcal{F}(\beta, \mathbf{k}^2) \simeq \mathcal{F}(x, \mathbf{k}^2)$, introduzir os fatores de impacto, e a Eq. (C.47) reduz-se a Eq. (C.9) com $\Phi_{L,T}$ dados explicitamente por,

$$\Phi_L = 8 \alpha_s \alpha_{em} \sum_q e_q^2 \int dz Q^2 z^2 (1-z)^2 \int d^2 \kappa \left\{ \frac{1}{\kappa^2 + \varepsilon^2} - \frac{1}{(\kappa + \mathbf{k})^2 + \varepsilon^2} \right\}, \quad (\text{C.48})$$

$$\begin{aligned} \Phi_T &= 2 \alpha_s \alpha_{em} \sum_q e_q^2 \int dz [z^2 + (1-z)^2] \int d^2 \kappa \left\{ \frac{\mathbf{k}^2 + 2 Q^2 z(1-z)}{(\kappa^2 + \varepsilon^2)[(\kappa + \mathbf{k})^2 + \varepsilon^2]} - \frac{Q^2 z(1-z)}{(\kappa^2 + \varepsilon^2)^2} \right. \\ &\quad \left. - \frac{Q^2 z(1-z)}{[(\kappa + \mathbf{k})^2 + \varepsilon^2]^2} \right\}. \end{aligned} \quad (\text{C.49})$$

onde a integração nas Eqs. (C.48) e (C.49) podem ser resolvidas, ao menos parcialmente, usando a relação,

$$\int d^2 \kappa \frac{1}{(\kappa^2 + \varepsilon^2)^2} = \frac{\pi}{Q^2 z(1-z)}, \quad (\text{C.50})$$

e introduzindo um parâmetro de Feynman ζ no outro tipo de integral,

$$\int d^2 \kappa \frac{1}{(\kappa^2 + \varepsilon^2)[(\kappa + \mathbf{k})^2 + \varepsilon^2]} = \int_0^1 \frac{\pi}{Q^2 z(1-z) + \mathbf{k}^2 \zeta(1-\zeta)}. \quad (\text{C.51})$$

Com as relações acima, podemos escrever os fatores de impacto na seguinte forma,

$$\Phi_L = 16 \pi \alpha_s \alpha_{em} \sum_q e_q^2 \int_0^1 dz \int_0^1 d\zeta \frac{z(1-z)\zeta(1-\zeta)\mathbf{k}^2}{Q^2 z(1-z) + \mathbf{k}^2 \zeta(1-\zeta)}, \quad (\text{C.52})$$

$$\Phi_T = 2 \pi \alpha_s \alpha_{em} \sum_q e_q^2 \int_0^1 dz \int_0^1 d\zeta \frac{[z^2 + (1-z)^2][\zeta^2 + (1-\zeta)^2]\mathbf{k}^2}{Q^2 z(1-z) + \mathbf{k}^2 \zeta(1-\zeta)}. \quad (\text{C.53})$$

O uso das Eqs. (C.50-C.53) na Eq. (C.9) conduz às seguintes expressões para as funções de estrutura $F_2 = F_L + F_T$,

$$F_2 = \frac{Q^2}{4\pi^2} \alpha_s \sum_q e_q^2 \int \frac{d^2 \mathbf{k}}{\mathbf{k}^2} \mathcal{F}(x, \mathbf{k}^2) \int_0^1 dz \int_0^1 d\zeta \frac{1 - 2z(1-z) - 2(\zeta(1-\zeta) + 12z(1-z)\zeta(1-\zeta))}{Q^2 z(1-z) + \mathbf{k}^2 \zeta(1-\zeta)} \quad (\text{C.54})$$

e para a função de estrutura longitudinal,

$$F_L = \frac{2Q^2}{\pi^2} \alpha_s \sum_q e_q^2 \frac{d^2 \mathbf{k}}{\mathbf{k}^2} \mathcal{F}(x, \mathbf{k}^2) \int_0^1 dz \int_0^1 d\zeta \frac{z(1-z)\zeta(1-\zeta)}{Q^2 z(1-z) + \mathbf{k}^2 \zeta(1-\zeta)}. \quad (\text{C.55})$$

No limite $\mathbf{k}^2 \ll Q^2$, se diferenciarmos a Eq. (C.54) em relação a $\ln Q^2$ e tomar a integração em z , obteremos o resultado esperado do limite de duplo logaritmo dominante (DLA) para a derivada logarítmica da F_2 ,

$$\frac{\partial F_2(x, Q^2)}{\partial \ln Q^2} = 2 \sum_q e_q^2 \left(\frac{\alpha_s}{2\pi} \right) \int_0^2 d\zeta P_{qg}(\zeta) x G(x, Q^2) = \sum_q e_q^2 \left(\frac{\alpha_s}{3\pi} \right) x G(x, Q^2), \quad (\text{C.56})$$

onde $P_{qq}(\zeta) = \frac{1}{2}[\zeta^2 + (1 - \zeta)^2]$ é a função de desdobramento $g \rightarrow q\bar{q}$, como vimos no Cap. (1). A Eq. (C.56) é o que obteríamos da expressão em ordem dominante $F_2(x, Q^2) = \sum e_q^2 x[q(x, Q^2) + \bar{q}(x, Q^2)]$, diferenciando-a em relação a $\ln Q^2$ e usando as equações de Altarelli-Parisi no limite $x \rightarrow 0$, que é dominado pela função de desdobramento do glúon. Então a distribuição de glúon não-integrada pode ser relacionada a posteriori com a distribuição de glúon colinear no limite DLA.

Referências Bibliográficas

Referências

- [1] MUTA, T. *Foundations of quantum chromodynamics: an introduction to perturbative methods in gauge theories*. 2. ed. Singapore: World Scientific, 1997.
- [2] GREINER, W.; SCHÄFER, A. *Quantum chromodynamics*. New York: Springer-Verlag, 1994.
- [3] STERMAN, G. et al. Handbook of perturbative QCD. *Rev. Mod. Phys.*, Woodbury, v. 67, n. 1, p. 157-248, Jan. 1995.
- [4] BJORKEN, J. D.; PASCHOS, E. A. Inelastic electron-proton and gamma-proton scattering and structure of nucleon. *Phys. Rev.*, New York, v. 185, n. 5, p. 1975-1982, Sept. 1969.
- [5] KOGUT, J.; SUSSKIND, L. Scale-invariant parton model. *Phys. Rev. D*, New York, v. 9, n. 3, p.697-705, Feb. 1974.
- [6] ROBERTS, R. G. *The structure of the proton*. Cambridge: Cambridge University Press, 1990.
- [7] BETHKE, S. Determination of the QCD coupling α_s . *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.*, Bristol, v. 26, n. 7, p. R27-R66, July 2000.
- [8] COLLINS, J. C.; SOPER, D. E.; STERMAN, G. Factorization of hard processes in QCD. In: MULLER, A. H. (Ed.) *Perturbative quantum chromodynamics*. Singapore: World Scientific, 1989, p. 1-91.
- [9] CANAL, C. A.; GAY DUCATI, M. B.; SIMÕES, J. A. M. *Notes in deep inelastic scattering*. Strasbourg: Centre de Recherches Nucléaires, Université Louis Pasteur, 1979. 93p. (Séries des cours et conférences sur la physique des hautes énergies, 15).
- [10] KLEIN, M. Structure functions in deep inelastic lepton-nucleon scattering. *Int. J. Mod. Phys. A*, Singapore, v. 15, p. 467-494, July 2000. Suppl. 1B.
- [11] DOKSHITZER, Y. L. Calculation of the structure functions for deep inelastic scattering and e^+e^- annihilation by perturbation theory in quantum chromodynamics. *Sov. Phys. JETP*, New York, v. 46, n. 4, p. 641-653, Oct. 1977.
- [12] ALTARELLI, G.; PARISI, G. Asymptotic freedom in parton language. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 126, n. 2, p. 298-318, Aug. 1977.

- [13] GRIBOV, V. N.; LIPATOV, L. N. Deep inelastic ep scattering in perturbation theory. *Sov. J. Nucl. Phys.*, New York, v. 15, n. 4, p. 438-450, Oct. 1978.
- [14] CALLAN, C. G.; GROSS, D. J. High-energy electroproduction and constitution of the electric current. *Phys. Rev. Lett.*, New York, v. 22, n. 1, p. 156-159, Jan. 1969.
- [15] MARTIN, A. D. et al. NNLO global parton analysis. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 531, n. 3/4, p. 216-224, Apr. 2002.
- [16] KURAEV, E. A.; LIPATOV, L. N.; FADIN, V. S. Pomeron singularity in asymptotically free theories. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 60, n. 1, p. 50-52, Dec. 1975.
- [17] KURAEV, E. A.; LIPATOV, L. N.; FADIN, V. S. Multiregge processes in the Yang-Mills theory. *Sov. Phys. JETP*, New York, v. 44, n. 3, p. 443-451, Sept. 1976.
- [18] KURAEV, E. A.; LIPATOV, L. N.; FADIN, V. S. The Pomeron singularity in nonabelian gauge theories. *Sov. Phys. JETP*, New York, v. 45, n. 2, p. 199-204, Feb. 1977.
- [19] BALITSKY, Y.; LIPATOV, L. N. Pomeron singularity in quantum chromodynamics. *Sov. J. Nucl. Phys.*, New York, v. 28, n. 6, p. 822-829, Dec. 1978.
- [20] FROISSART, M. Asymptotic behavior and subtractions in the Mandelstam representation. *Phys. Rev.*, New York, v. 123, n. 3, p. 1053-1057, Aug. 1961.
- [21] MARTIN, A. *Scattering theory: unitarity, analyticity and crossing*. Berlin: Springer-Verlag, 1969. (Lecture notes in physics, 3)
- [22] GAY DUCATI, M. B. High density QCD. *Braz. J. Phys.*, São Paulo, v. 31, n. 2, p. 115-130, June 2001.
- [23] GRIBOV, L. V.; LEVIN, E. M.; RYSKIN, M. G. Semihard processes on QCD. *Phys. Rep.*, Amsterdam, v. 100, n. 1/2, p.1-150, Nov. 1983.
- [24] AYALA, A. L.; GAY DUCATI, M. B.; LEVIN, E. M. QCD evolution of the gluon density in a nucleus. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 493, n. 1/2, p. 305-353, May 1997.
- [25] AYALA, A. L.; GAY DUCATI, M. B.; LEVIN, E. M. Parton densities in a nucleon. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 511, n. 1/2, p. 355-395, Feb. 1998.
- [26] KOVCHegov, Yu. Unitarization of the BFKL Pomeron on a nucleus. *Phys Rev. D*, Melville, v. 61, n. 7, 074018 15 p., Apr. 2000.
- [27] BALITSKY, I. Operator expansion for high-energy scattering. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 463, n. 1, p. 99-157, Mar. 1996.
- [28] MUELLER, A. H. Soft gluons in infinite-momentum wave function and the BFKL pomeron. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 415, n. 2, p. 373-385, Mar. 1994.

- [29] McLERRAN, L.; VENUGOPALAN, R. Computing quark and gluon distribution functions for very large nuclei. *Phys. Rev. D*, Woodbury, v. 49, n. 5, p. 2233-2241, Mar. 1994.
- [30] AYALA, A. et al. Quantum corrections to the Weizsäcker-Williams gluon distribution function at small x . *Phys. Rev. D*, Woodbury, v. 53, n. 1, p. 458-475, Jan. 1996.
- [31] COLLINS, P. B. *An introduction to Regge theory and high energy physics*. Cambridge: Cambridge University Press, 1977.
- [32] GOULIANOS, K. Diffractive interactions of hadrons at high energies. *Phys. Rep.*, Amsterdam, v. 101, n. 3, p. 169-219, Dec. 1983.
- [33] BRANDT, A. et al. Evidence for a super-hard pomeron structure. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 297, n. 3/4, p. 417-424, Dec. 1992.
- [34] De WOLF, E.A. Diffractive scattering. *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.*, Bristol, v. 28, n. 5, p. 1023-1044, May 2002.
- [35] LEVIN, E. M. Everything about reggeons. Part I: Reggeons in soft interaction. Disponível em: <<http://xxx.if.usp.br/ps/hep-ph/9710546>>. Acesso em: 05 out. 1997.
- [36] DONNACHIE, A.; LANDSHOFF, P. V. Elastic scattering and diffractive dissociation. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 244, n. 2, p. 322-336, Oct. 1984.
- [37] ABATZIS, S. et al. Observation of a narrow scalar meson at 1450 MeV in the reaction $pp \rightarrow p_f(\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-)p_s$ at 450 GeV/c using the CERN Omega Spectrometer. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 324, n. 1/2, p. 509-514, Apr. 1994.
- [38] DONNACHIE, A.; LANDSHOFF, P. V. Total cross sections. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 296, n. 1/2, p. 227-232, Dec. 1992.
- [39] MUELLER, A. H. O(2,1) analysis of single particle spectra at high-energy. *Phys. Rev. D*, New York, v. 2, n. 12, p. 2963-2968, Dec. 1970.
- [40] GOULIANOS, K. Diffraction in hadron-hadron interactions. *Nucl. Phys. B*, Proc. Suppl., Amsterdam, v. 99A, n. 1, p. 9-20, Apr. 2001.
- [41] COHEN-TANNOUJDI, G.; SANTORO, A.; SOUZA, M. Duality and mass correlation in diffractive dissociations. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 125, n. 1, p. 445-466, July 1977.
- [42] Del DUCA, V.; BRODSKY, S. J.; HOYER, P. Space-time structure of deep-inelastic lepton-hadron scattering. *Phys. Rev. D*, Woodbury, v. 46, n. 3, p. 931-943, Aug. 1992.
- [43] FORSHAW, J. R.; ROSS, D. A. *Quantum chromodynamics and the Pomeron*. Cambridge: Cambridge University Press, 1997.
- [44] BIALAS, A.; NAVELET, H.; PESCHANSKI, R. QCD dipole model and k_T factorization. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 593, n. 3, p. 438-450, Jan. 2001.

- [45] LIPATOV, A. V.; SALEEV, V. A.; ZOTOV, N. P. Heavy quark photoproduction in the semihard QCD approach and the unintegrated gluon distribution. *Mod. Phys. Lett. A*, Singapore, v. 15, n. 28, p. 1727-1738, Sept. 2000.
- [46] ARMESTO, N.; BRAUN, M. A. Nuclear structure functions and heavy flavor lepto-production off the nucleus at small x in perturbative QCD. *Eur. Phys. J. C*, Berlin, v. 22, n. 2, p. 351-357, Dec. 2001.
- [47] IVANOV, I. P.; NIKOLAEV, N. N. Anatomy of the differential gluon structure function of the proton from the experimental data on $F_2^p(x, Q^2)$. *Phys. Rev. D*, Melville, v. 65, n. 5, 054004 23p., Mar. 2002.
- [48] KIMBER, M. A.; MARTIN, A. D.; RYSKIN, M. G. Unintegrated parton distributions. *Phys. Rev. D*, Melville, v. 63, n. 11, 114027 10p., June 2001.
- [49] CATANI, S.; CIAFALONI, M.; HAUTMANN, F. High energy factorization and small- x heavy flavour production. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 366, n. 1, p. 135-188, Nov. 1991.
- [50] CATANI, S.; HAUTMANN, F. High-energy factorization and small- x deep inelastic scattering beyond leading order. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 427, n. 3, p. 475-524, Oct. 1994.
- [51] WUSTHOFF, M.; MARTIN, A. D. The QCD description of diffractive processes. *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.*, Bristol, v. 25, n. 12, p. R309-R344, Dec. 1999.
- [52] NIKOLAEV, N. N.; ZAKHAROV, B. G. Color transparency and scaling properties of nuclear shadowing in deep inelastic scattering. *Z. Phys. C*, Berlin, v. 49, n. 4, p. 607-618, Mar. 1991
- [53] NIKOLAEV, N. N.; ZAKHAROV, B. G. Pomeron structure function and diffractive dissociation of virtual photons in perturbative QCD. *Z. Phys. C*, Berlin, v. 53, n. 2, p. 331-345, Feb. 1992.
- [54] FORSHAW, J. R.; KERLEY, G.; SHAW, G. Extracting the dipole cross section from photo- and electroproduction total cross-section data. *Phys. Rev. D*, Melville, v. 60, n. 7, 074012 10p., Oct. 1999.
- [55] MUNIER, S.; STASTO, A. M.; MUELLER, A. H. Impact parameter dependent S-matrix for dipole-proton scattering from diffractive meson electroproduction. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 603, n. 1/2, p. 427-445, June 2001.
- [56] DONNACHIE, A.; DOSH, H. G. A comprehensive approach to structure functions. *Phys. Rev. D*, Melville, v. 65, n. 1, 014019 12p., Jan. 2002.
- [57] GOLEC-BIERNAT, K.; WÜSTHOFF, M. Saturation effects in deep inelastic scattering at low Q^2 and its implications on diffraction. *Phys. Rev. D*, Melville, v. 59, n. 1, 014017 10p., Jan. 1999.

- [58] GOLEC-BIERNAT, K.; WÜSTHOFF, M. Saturation in diffractive deep inelastic scattering. *Phys. Rev. D*, Melville, v. 60, n. 11, 114023 15p., Dec. 1999.
- [59] McDERMOTT, M. et al. Unitarity and the QCD-improved dipole picture. *Eur. Phys. J. C*, Berlin, v. 16, n. 4, p. 641-656, Sept. 2000.
- [60] AYALA, A. L.; GAY DUCATI, M. B.; LEVIN, E. M. Unitarity boundary for deep inelastic structure functions. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 388, n. 1, p. 188-196, Nov. 1996.
- [61] GAY DUCATI, M. B.; GONÇALVES, V. P. The description of F_2 at very high parton densities. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 502, n. 1/4, p. 92-98, Mar. 2001.
- [62] GOTSMAN, E.; LEVIN, E. M.; MAOR, U. Shadowing corrections in diffractive QCD lepton production of vector mesons. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 464, n. 1/2, p. 251-278, Apr. 1996.
- [63] GOTSMAN, E. et al. Energy dependence of diffractive production at HERA. *Nucl. Phys. A*, Amsterdam, v. 697, n. 1/2, p. 521-545, Jan. 2002.
- [64] KOVNER, A.; WIEDEMANN, U. A. Eikonal evolution and gluon radiation. *Phys. Rev. D*, Melville, v. 64, n. 11, 114002 21p., Dec. 2001.
- [65] GAY DUCATI, M. B.; MACHADO, M. V. T. Unitarity corrections to the proton structure functions through the dipole picture. *Phys. Rev. D*, Melville, v. 65, n. 11, 114019 14p., June 2002.
- [66] GAY DUCATI, M. B.; GONÇALVES, V. P. Constraining the free parameter of the high parton density effects. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 487, n. 1/2, p. 110-117, Aug. 2000.
- [67] GLUCK, M.; REYA, E.; VOGT, A. Dynamical parton distributions of the proton and small- x physics. *Z. Phys. C*, Berlin, v. 67, n. 3, p. 433-447, July 1995.
- [68] BARTELS, J.; GOLEC-BIERNAT, K.; KOWALSKI, H. Modification of the saturation model: Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi evolution. *Phys. Rev. D*, Melville, v. 66, n. 1, 014001 9p., July 2002.
- [69] AYALA, A. L.; GAY DUCATI, M. B.; LEVIN, E. M. Scaling violation and shadowing corrections at HERA. *Eur. Phys. J. C*, Berlin, v. 8, n. 1, p. 115-120, Apr. 1999.
- [70] AYALA FILHO, A. L.; GAY DUCATI, M. B.; GONÇALVES, V. P. Determination of small x shadowing corrections at DESY HERA. *Phys. Rev. D*, Woodbury, v. 59, n. 5, 054010 8p., Mar. 1999.
- [71] BARTELS, J.; GOLEC-BIERNAT, K.; PETERS, K. An estimate of higher twist at small x_B and low Q^2 based upon a saturation model. *Eur. Phys. J. C*, Berlin, v. 17, n. 1, p. 121-128, Oct. 2000.

- [72] NIKOLAEV, N. N.; ZOLLER, V. R. How open charm production probes the rightmost hard BFKL pole exchange. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 509, n. 3/4, p. 283-293, June 2001.
- [73] ADLOFF, C. et al. Deep-inelastic inclusive ep scattering at low x and a determination of α_s . *Eur. Phys. J. C*, Berlin, v. 21, n. 1, p. 33-61, June 2001.
- [74] MARTIN, A. D. Scheme dependence, leading order and higher twist studies of MRST partons. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 443, n. 1/4, p. 301-307, Dec. 1998.
- [75] GOTSMAN, E. et al. Higher twists and maxima for DIS on nuclei in high density QCD region. *Nucl. Phys. A*, Amsterdam, v. 683, n. 1/4, p. 383-405, Feb. 2001.
- [76] BREITWEG, J. et al. Measurement of $D^{*\pm}$ production and the charm contribution to F_2 in deep inelastic scattering at HERA. *Eur. Phys. J. C*, Berlin, v. 12, n. 1, p. 35-52, Jan. 2000.
- [77] DRELL, S. D.; YAN, T. M. Massive lepton-pair production in hadron-hadron collisions at high energies. *Phys. Rev. Lett.*, New York, v. 25, n. 5, p. 316-320, Aug. 1970.
- [78] LAM, C. S.; TUNG, W. K. Systematic approach to inclusive lepton pair production in hadronic collisions. *Phys. Rev. D*, New York, v. 18, n. 7, p. 2447-2461, Oct. 1978.
- [79] ITO, A. S. et al. Measurement of the continuum of dimuons produced in high-energy proton-nucleus collisions. *Phys. Rev. D*, New York, v. 23, n. 3, p. 604-633, Feb. 1981.
- [80] MORENO, G. et al. Dimuon production in proton-copper collisions at $\sqrt{s} = 38.8$ GeV. *Phys. Rev. D*, Woodbury, v. 43, n. 9, p. 2815-2835, May 1991.
- [81] FRITZSCH, H.; MINKOWSKI, P. Quark-gluon collisions as source of dimuon production at large transverse momenta in proton nucleon scattering. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 73, n. 1, p. 80-84, Jan. 1978.
- [82] ALTARELLI, G.; PARISI, G.; PETRONZIO, R. Transverse momentum in Drell-Yan process. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 76, n. 3, p. 351-355, June 1978.
- [83] ALTARELLI, G.; PARISI, G.; PETRONZIO, R. Transverse momentum of muon pair in hadronic collisions. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 76, n. 3, p. 356-360, June 1978.
- [84] FIELD, R. *Application of perturbative QCD*. Reading: Addison Wesley, 1995.
- [85] McGAUGHEY, P. L.; MOSS, J. M.; PENG, J. C. High-energy hadron-induced dilepton production from nucleons and nuclei. *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.*, Palo Alto, v. 49, p. 217-253, 1999.
- [86] COLLINS, J. C.; SOPER, D. E.; STERMAN, G. Transverse momentum distribution in Drell-Yan and W-boson and Z-boson production. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 250, n. 2, p. 199-224, Feb. 1985.

- [87] KOPELIOVICH, B. Z. Soft component of hard reactions and nuclear shadowing (DIS, Drell-Yan reaction, heavy quark production). Disponível em: <<http://arXiv.org/abs/hep-ph/9609385>>. Acesso em: 12 jun. 2001.
- [88] BRODSKY, S. J.; HEBECKER, A.; QUACK, E. Drell-Yan process and factorization in impact parameter space. *Phys. Rev. D*, Woodbury, v. 55, n. 5, p. 2584-2590, Mar. 1997.
- [89] KOPELIOVICH, B. Z. Diffractive production of Drell-Yan pairs and heavy flavours. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 447, n. 3/4, p. 308-312, Feb. 1999.
- [90] ABRAMOWICZ, H. et al. A parametrization of $\sigma_{tot}(\gamma^*p)$ above the resonance region for $Q^2 > 0$. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 269, n. 3/4, p. 465-476, Oct. 1991.
- [91] ABRAMOWICZ, H.; LEVY, A. The ALLM parameterization of $\sigma_{tot}(\gamma^*p)$ - an update. Disponível em: <<http://arXiv.org/abs/hep-ph/9712415>>. Acesso em: 24 jul. 2001.
- [92] KOPELIOVICH, B. Z.; RAUFEISEN, J.; TARASOV, A. V. The color dipole picture of the Drell-Yan process. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 503, n. 1/2, p. 91-98, Mar. 2001.
- [93] BETEMPS, M. A.; GAY DUCATI, M. B.; MACHADO, M. V. T. Unitarity corrections to the Drell-Yan process in the target rest frame. *Phys. Rev. D*, Melville, v. 66, n. 1, 014018 11p., July 2002.
- [94] ADLOFF, C. et al. On rise of the proton structure function F_2 towards low x . *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 520, n. 3/4, p. 183-190, Nov. 2001.
- [95] DONNACHIE, A.; LANDSHOFF, P. V. Small x : two pomerons! *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 437, n. 3/4, p. 408-416, Oct. 1998.
- [96] McGAUGHEY, P. L. et al. Cross sections for the production of high-mass pairs from 800 GeV proton bombardment of ^2H . *Phys. Rev. D*, Woodbury, v. 50, n. 5, p. 3038-3045, Sept. 1994. Uma errata para o artigo foi publicado no, *Phys. Rev. D*, Melville, v. 60, n. 11, 119903 5p., Dec. 1999.
- [97] DONNACHIE, A.; LANDSHOFF, P. V. New data and the hard pomeron. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 518, n. 1/2, p. 63-71, Oct. 2001.
- [98] INGELMAN, G.; SCHLEIN, P. E. Jet structure in high mass diffractive scattering. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 152, n. 3/4, p. 256-260, Mar. 1985.
- [99] BJORKEN, J. D. Rapidity gaps and jets as a new physics signature in very high-energy hadron-hadron collisions. *Phys. Rev. D*, Woodbury, v. 47, n. 1, p.101-113, Jan. 1993.
- [100] DERRICK, M. et al. Observation of events with a large rapidity gap in deep inelastic scattering at HERA. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 315, n. 3/4, p. 481-493, Oct. 1993.

- [101] AHMED, T. et al. First measurement of the deep-inelastic structure of proton diffraction. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 348, n. 3/4, p. 681-696, Apr. 1995.
- [102] CDF COLLABORATION, ABE, F. et al. Observation of rapidity gaps in $\bar{p}p$ collisions at 1.8 TeV. *Phys. Rev. Lett.*, Woodbury, v. 74, n. 6, p. 855-859, Feb. 1995.
- [103] D0 COLLABORATION, ABACHI, S. et al. Rapidity gaps between jets in $\bar{p}p$ collisions at $\sqrt{s} = 1.8$ TeV. *Phys. Rev. Lett.*, Woodbury, v. 72, n. 15, p. 2332-2236, Apr. 1994.
- [104] GOULIANOS, K. Renormalization of hadronic diffraction and the structure of the pomeron. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 358, n. 3/4, p. 379-388, Sept. 1995.
- [105] COLLINS, J. C. Proof of factorization for diffractive hard scattering. *Phys. Rev. D*, Woodbury, v. 57, n. 5, p. 3051-3056, Mar. 1998.
- [106] BERERA, A.; SOPER, D. E. Behavior of diffractive parton distribution functions. *Phys. Rev. D*, Woodbury, v. 53, n. 11, p. 6162-6179, June 1996.
- [107] TRENTADUE, L.; VENEZIANO, G. Fracture functions: an improved description of inclusive hard processes in QCD. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 323, n. 2, p. 201-211, Mar. 1994.
- [108] GRAZZINI, M.; TRENTADUE, L.; VENEZIANO, G. Fracture functions from cut vertices. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 519, n. 1/2, p. 394-404, May 1998.
- [109] DONNACHIE, A.; LANDSHOFF, P. V. Dynamics of elastic scattering. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 267, n. 3/4, p. 690-701, Apr. 1986.
- [110] STRENG, K. H. Pomeron-Pomeron collisions at collider energies. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 166, n. 4, p. 443-448, Jan. 1986.
- [111] COVOLAN, R. J. M.; SOARES, M. Study on the Pomeron structure function. *Phys. Rev. D*, Woodbury, v. 57, n. 1, p. 180-189, Jan. 1998.
- [112] COVOLAN, R. J. M.; SOARES, M. Analysis of the diffractive production of W's and dijets at the DESY HERA and Fermilab Tevatron colliders. *Phys. Rev. D*, Melville, v. 60, n. 05, 054005 15p., Sept. 1999.
- [113] BATISTA, M.; COVOLAN, R.J.M.; MONTANHA, J. Regge analysis of diffractive and leading baryon structure functions from deep inelastic scattering. *Phys. Rev. D*, Melville, v. 65, n. 09, 096006 10p., May 2000..
- [114] GOTSMAN, E.; LEVIN, E. M.; MAOR, U. Diffractive dissociation and eikonalization in high energy pp and $p\bar{p}$ collisions. *Phys. Rev. D*, Woodbury, v. 49, n. 9, p. R4321-R4325, May 1994.
- [115] LOW, F. E. A model of the bare pomeron. *Phys. Rev. D*, New York, v. 12, n. 1, p. 163-173, July 1975.

- [116] NUSSINOV, S. A perturbative recipe for quark gluons theories and some of its applications. *Phys. Rev. D*, New York, v. 14, n. 1, p. 246-257, July 1976.
- [117] DONNACHIE, A.; LANDSHOFF, P. V. Diffractive deep inelastic lepton scattering. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 191, n. 3, p. 309-312, June 1987.
- [118] CAPELLA, A. et al. Structure functions and low x physics. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 337, n. 3/4, p. 358-366, Oct. 1994.
- [119] CAPELLA, A. et al. Diffractive dissociation in deep-inelastic scattering at HERA. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 343, n. 1/4, p. 403-409, Jan. 1995.
- [120] CAPELLA, A. et al. Hard diffraction at DESY HERA and the gluonic content of the Pomeron. *Phys. Rev. D*, Woodbury, v. 53, n. 5, p. 2309-2316, Mar. 1996.
- [121] KAIDALOV, A. B.; MERINO, C.; PERTERMANN, D. On the behavior of F_2 and its logarithmic slopes. *Eur. Phys. J. C*, Berlin, v. 20, n. 2, p. 301-311, Apr. 2001.
- [122] GAY DUCATI, M. B. et al. Aspects of the unitarized soft multipomeron approach in DIS and diffraction. *Eur. Phys. J. C*, Berlin, v. 24, n. 1, p. 109-115, May 2002.
- [123] CAPELLA, A. et al. A unitary model for structure functions and diffractive production at small x . *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 593, n. 1/2, p. 336-358, Jan. 2001.
- [124] CAPELLA, A. et al. Deep inelastic scattering data and the problem of saturation in small- x physics. *Phys. Rev. D*, Melville, v. 63, n. 5, 054010 10p., Mar. 2001.
- [125] CHEKANOV, S. et al. Measurement of the Q^2 and energy dependence of diffractive interactions at HERA. Disponível em: <<http://arXiv.org/abs/hep-ex/0203039>>. Acesso em: 24 jul. 2002.
- [126] ADLOFF, A. et al. Inclusive measurement of diffractive deep-inelastic ep scattering. *Z. Phys. C*, Berlin, v. 76, n. 4, p. 613-629, Dec. 1997.
- [127] GLUCK, M.; REYA, E.; VOGT, A. Pionic parton distributions. *Z. Phys. C*, Berlin, v. 53, n. 4, p. 651-656, Mar. 1992.
- [128] GOOD, M. L.; WALKER, W. D. Diffraction dissociation of beam particles. *Phys. Rev.*, Woodbury, v. 120, n. 5, p. 1857-1860, Dec. 1960.
- [129] GUNION, J. F.; SOPER, D. E. Quark-counting and hadron-size effects for total cross sections. *Phys. Rev. D*, Woodbury, v. 15, n. 9, p. 2617-2621, May 1977.
- [130] MUELLER, A. H. General issues in small- x and diffractive physics. *Eur. Phys. J. C*, Berlin, v. 1, n. 1, p. 19-26, Jan. 1998.
- [131] LEPAGE, G. P.; BRODSKY, S. J. Exclusive processes in perturbative quantum chromodynamics. *Phys. Rev. D*, New York, v. 22, n. 9, p. 2157-2198, Nov. 1980.

- [132] BJORKEN, J. D.; KOGUT, J. B.; SOPER, D. E. Quantum electrodynamics at infinite momentum: scattering from an external field. *Phys. Rev. D*, New York, v. 3, n. 6, p. 1382-1399, Mar. 1971.
- [133] MUELLER, A. H. Small- x behavior and parton saturation: a QCD model. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 335, n. 1, p. 115-137, Apr. 1990.
- [134] IVANOV, D. Y.; WUSTHOFF, M. Hard diffractive photon-proton scattering at large $|t|$. *Eur. Phys. J. C*, Berlin, v. 8, n. 1, p. 107-114, Apr. 1999.
- [135] WUSTHOFF, M. Large rapidity gap events in deep inelastic scattering. *Phys. Rev. D*, Woodbury, v. 56, n. 7, p. 4311-4321, Oct. 1997.
- [136] BARTELS, J. et al. An analysis of diffraction in deep-inelastic scattering. *Eur. Phys. J. C*, Berlin, v. 7, n. 3, p. 443-458, Mar. 1999.
- [137] LANDSHOFF, P. V.; NACHTMANN, O. Vacuum structure and diffraction scattering. *Z. Phys. C*, Berlin, v. 35, n. 3, p. 405-416, 1987.
- [138] DIEHL, M. Diffractive production of dijets at HERA. *Z. Phys. C*, Berlin, v. 66, n. 1/2, p. 181-193, Mar. 1995.
- [139] BIALAS, A.; NAVALET, H.; PESCHANSKI, R. Diffraction at small M^2/Q^2 in the QCD dipole picture. *Eur. Phys. J. C*, Berlin, v. 8, n. 4, p. 643-647, May 1999.
- [140] BUCHMULLER, W.; HEBECKER, A. Semiclassical approach to structure functions at small x . *Nucl. Phys. B*, Woodbury, v. 476, n. 1/2, p. 203-224, Sept. 1996.
- [141] HAUTMANN, F.; KUNSZT, Z.; SOPER, D. E. Diffractive deeply inelastic scattering of hadronic states with small transverse size. *Phys. Rev. Lett.*, Woodbury, v. 81, n. 16, p. 3333-3336, Oct. 1998.
- [142] BARTELS, J. et al. Azimuthal distribution of quark-antiquark jets in DIS diffractive dissociation. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 386, n. 1/4, p. 389-396, Oct. 1996.
- [143] DIEHL, M. Photon polarisation in diffractive deep inelastic scattering. *Eur. Phys. J. C*, Berlin, v. 4, n. 3, p. 497-502, July 1998.
- [144] NIKOLAEV, N. N.; ZAKHAROV, B. G. The triple-Pomeron regime and structure-function of the Pomeron in diffractive deep-inelastic scattering in diffractive deep-inelastic scattering at very small- x . *Z. Phys. C*, Berlin, v. 64, n. 4, p. 631-651, Dec. 1994.
- [145] BARTELS, J.; WUSTHOFF, M. The triple-Regge limit of diffractive dissociation in deep-inelastic scattering. *Z. Phys. C*, Berlin, v. 66, n. 1/2, p. 157-179, Mar. 1995.
- [146] BARTELS, J.; LOTTER, H.; WUSTHOFF, M. The BFKL Pomeron in deep-inelastic diffractive dissociation near $t = 0$. *Z. Phys. C*, Berlin, v. 68, n. 1, p. 121-136, Aug. 1995.

- [147] ALVERO, L. et al. Diffractive production of jets and weak bosons and tests of hard-scattering factorization. *Phys. Rev. D*, Melville, v. 59, n. 7, 074022 17p., Apr. 1999.
- [148] YUAN, F.; CHAO, K. T. Diffractive light quark jet and gluon jet production at hadron colliders in the two-gluon exchange model. *Phys. Rev. D*, v. 60, n. 9, 094009 16p., Nov. 1999.
- [149] ALVES, G.; LEVIN, E.; SANTORO, A. Diffractive production of $b\bar{b}$ in proton-antiproton collisions at the Fermilab Tevatron. *Phys. Rev. D*, Woodbury, v. 55, n. 5, p. 2683-2692, Mar. 1997.
- [150] BARTELS, J.; LOTTER, H.; WUSTHOFF, M. Quark-antiquark production in DIS diffractive dissociation. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 379, n. 1/4, p. 239-248, June 1996.
- [151] ELLIS, J.; ROSS, G. G. Can one probe the structure function of the Pomeron? *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 384, n. 1/4, p. 293-299, Sept. 1996.
- [152] BREITWEG, J. et al. ZEUS results on the measurement and phenomenology of F_2 at low x and low Q^2 . *Eur. Phys. J. C*, Berlin, v. 7, n. 4, p. 609-630, Mar. 1999.
- [153] GAY DUCATI, M. B.; GONÇALVES, V. P.; MACHADO, M. V. T. Hard and soft contributions in diffraction: a closer look. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 506, n. 1/2, p. 52-58, May 2001.
- [154] GAY DUCATI, M. B.; GONÇALVES, V. P.; MACHADO, M. V. T. The logarithmic slope in diffractive DIS. *Nucl. Phys. A*, Amsterdam, v. 697, n. 3/4, p. 767-782, Jan. 2002.
- [155] LIPATOV, L. N. Small- x physics in perturbative QCD. *Phys. Rep.*, Amsterdam, v. 286, n. 3, p. 131-198, July 1997.
- [156] DUCA, V. del. An introduction to the perturbative QCD pomeron and to jet physics at large rapidities. *Scientifica Acta: quaderni del dottorato*, Pavia, v. 10, n. 2, p. 91-139, giug. 1995.
- [157] CUTKOSKY, R. E. Singularities and discontinuities of Feynman amplitudes. *J. Math. Phys.*, New York, v. 1, n. 5, p. 429-433, Sept./Oct. 1960.
- [158] FADIN, V. S.; FIORE, R.; QUARTAROLO, A. Reggeization of quark-quark scattering amplitude in QCD. *Phys. Rev. D*, Woodbury, v. 53, n. 5, p. 2729-2741, Mar. 1996.
- [159] FADIN, V. S.; KOTSKY, M.; FIORE, R. Gluon reggeization in QCD in the next-to-leading order. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 359, n. 1/2, p. 181-188, Oct. 1995.
- [160] SALAM, G. P. An introduction to leading and next-to-leading BFKL. *Acta Phys. Pol. B*, v. 30, n. 12, p. 3679-3705, Dec. 1999.

- [161] CIAFALONI, M. Energy scale and coherence effects in small- x equations. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 429, n. 3/4, p. 363-368, June 1998.
- [162] CIAFALONI, M.; CAMICI, G. Energy scale(s) and next-to-leading BFKL equation. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 430, n. 3/4, p. 349-354, July 1998.
- [163] FADIN, V. S.; FIORE, R.; KOTSKY, M. Gluon Regge trajectory in the two-loop approximation. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 387, n. 3, p. 593-602, Oct. 1996.
- [164] FADIN, V. S.; LIPATOV, L. N. Radiative-corrections to QCD scattering-amplitudes in a multi-Regge kinematics. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 406, n. 1/2, p. 259-292, Sept. 1993.
- [165] FADIN, V. S.; FIORE, R.; QUARTAROLO, A. Quark contribution to the Reggeon-Reggeon-gluon vertex in QCD. *Phys. Rev. D*, Woodbury, v. 50, n. 9, p. 5893-5901, Nov. 1994.
- [166] FADIN, V. S.; FIORE, R.; KOTSKY, M. Gribov's theorem on soft emission and the Reggeon-Reggeon-gluon vertex at small transverse momentum. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 389, n. 4, p. 737-741, Dec. 1996.
- [167] FADIN, V. S.; LIPATOV, L. N. Next-to-leading corrections to the BFKL equation from gluon and quark production. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 477, n. 3, p. 767-805, Oct. 1996.
- [168] FADIN, V. S.; KOTSKY, M.; LIPATOV, L. N. One-loop correction to the BFKL kernel from two gluon production. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 415, n. 1, p. 97-103, Dec. 1997.
- [169] CATANI, S.; CIAFALONI, M.; HAUTMANN, F. Gluon contribution to small- x heavy flavour production. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 242, n. 1, p. 97-102, May 1990.
- [170] CAMICI, G.; CIAFALONI, M. Non-abelian $q\bar{q}$ contributions to small- x anomalous dimensions. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 386, n. 1/4, p. 341-349, Oct. 1996.
- [171] CAMICI, G.; CIAFALONI, M. k -factorization and small- x anomalous dimensions. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 496, n. 1/2, p. 305-336, July 1997.
- [172] FADIN, V. S. et al. Quark-antiquark contribution to the BFKL kernel. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 422, n. 1/4, p. 287-293, Mar. 1998.
- [173] FADIN, V. S.; LIPATOV, L. N. BFKL pomeron in the next-to-leading approximation. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 429, n. 1/2, p. 127-134, June 1998.
- [174] ROSS, D. A. The effect of higher order corrections to the BFKL equation on the perturbative pomeron. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 431, n. 1/2, p. 161-165, July 1998.

- [175] BLÜMLEIN, J.; RAVINDRAN, V.; NEERVEN, W. L. Van. Gluon Regge trajectory in $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$. *Phys. Rev. D*, Woodbury, v. 58, n. 9, 091502 5p., Nov. 1998.
- [176] SALAM, G. P. A resummation of large sub-leading corrections at small x. *J. High Energy Phys.*, Bologna, v. 7, n. 7, p. U374-U392, July 1998. Disponível em: <<http://jhep.cern.ch/>>.
- [177] FIORE, R. et al. Finite sum of gluon ladders and high energy cross sections. *Phys. Rev. D*, Melville, v. 63, n. 5, 056010 6p., Mar. 2001.
- [178] McCOY, B. M.; WU, T. T. Fermion-fermion scattering in a Yang-Mills theory at high energy: sixth-order perturbation theory. *Phys. Rev. D*, Woodbury, v. 12, n. 10, p. 3257-3271, Nov. 1975.
- [179] GAY DUCATI, M. B.; SAUTER, W. K. Non-perturbative gluons in diffractive photo-production of J/Ψ . *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 521, n. 3/4, p. 259-266, Nov. 2001.
- [180] CUDELL, J. R. et al. High-energy forward scattering and the Pomeron: simple pole versus unitarized models. *Phys. Rev. D*, Melville, v. 61, n. 1, 034019 14p., Feb. 2000.
- [181] JENKOVSKY, L. L.; SHELKOVENKO, A. N.; STRUMINSKY, B. V. Odd C exchange in high-energy $p\bar{p}$ and pp scattering. *Z. Phys. C*, Berlin, v. 36, n. 3, p. 495-502, 1987.
- [182] DESGROLARD, P.; GIFFON, M.; JENKOVSKY, L. L. Phenomenological implications of a perturbative Pomeron beyond the dipole approximation. *Phys. At. Nucl.*, Woodbury, v. 56, n. 10, p. 1429-1436, Oct. 1993.
- [183] GAY DUCATI, M. B.; MACHADO, M. V. T. Truncated Balitskii-Fadin-Kuraev-Lipatov series and hadronic collisions. *Phys. Rev. D*, Melville, v. 63, n. 9, 094018 8p., May 2001.
- [184] GAY DUCATI, M. B.; MACHADO, M. V. T. Finite gluons ladders and hadronic collisions. *Nucl. Phys. B*, Proc. Suppl., Amsterdam, v. 99A, n. 1/3, p. 265-269, Apr. 2001.
- [185] GAY DUCATI, M. B.; MACHADO, M. V. T. Truncated BFKL series in electron-proton collisions. Disponível em: <<http://arXiv.org/abs/hep-ph/0104192>>. Acesso em: 20 abr. 2001.
- [186] GAY DUCATI, M. B. et al. Describing F_2 through a finite sum of gluon ladders. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 533, n. 1/2, p. 43-59, May 2002.
- [187] AUGIER, C. et al. A precise measurement of the real part of the elastic scattering amplitude at the $Sp\bar{p}S$. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 316, n. 2/3, p. 448-454, Oct. 1993.
- [188] AMOS, N. et al. Measurement of $\bar{p}p$ elastic scattering parameters at $\sqrt{s} = 1.8$ TeV. *Nucl. Phys. B*, Proc. Suppl., Amsterdam, v. 25B, p. 11-18, Mar. 1992.

- [189] HONDA, M. et al. Inelastic cross-section for p -air collisions from air shower experiments and total cross-section for pp collisions up to $\sqrt{s} = 24$ TeV. *Phys. Rev. Lett.*, Woodbury, v. 70, n. 5, p. 525-528, Feb. 1993.
- [190] BALITSKY, I.; KUCHINA, E. Deeply virtual Compton scattering at small x . *Phys. Rev. D*, Melville, v. 62, n. 7, 074004 14p., Oct. 2000.
- [191] ASKEW, A. J. et al. Properties of the BFKL equation and structure-function predictions for DESY-HERA. *Phys. Rev. D*, Woodbury, v. 49, n. 9, p. 4402-4414, May 1994.
- [192] GROOM, D. E. et al. Review of particle physics. *Eur. Phys. J. C*, Berlin, v. 15, n. 1/4, p. 1-878, July 2000.
- [193] EVANSON, N. G.; FORSHAW, J. R. Diffractive photon production in γp and $\gamma\gamma$ interactions. *Phys. Rev. D*, Melville, v. 60, n. 3, 034016 13p., Aug. 1999.
- [194] DESGROLARD, P.; LENGYEL, A.; MARTYNOV, E. New possibilities of old soft pomeron in DIS. *Eur. Phys. J. C*, Berlin, v. 7, n. 4, p. 655-667, Mar. 1999.