

**Éder Milton Schneider - 171731**

***Crime e castigo: a punição compensa?***

Porto Alegre

16/11/11

**Éder Milton Schneider - 171731**

***Crime e castigo: a punição compensa?***

Orientador:  
José Roberto Iglesias

UFRGS - UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

Porto Alegre

16/11/11

# *Resumo*

Parte-se da hipótese de Becker (1) de que a criminalidade é resultado de uma escolha racional, fundamentada na avaliação dos benefícios e custos de um ato criminoso. Um modelo de sociedade artificial simples é elaborado, em que os agentes recebem renda e podem aumentar ou diminuir seu patrimônio através do sucesso ou fracasso de práticas criminosas. Investigam-se os efeitos dos mecanismos de punição sobre esta sociedade, procurando estabelecer o mínimo aparelho punitivo necessário para manter um estado de baixa criminalidade. Estuda-se o modelo dentro da aproximação de campo médio, ou sobre redes complexas, e observa-se que diferentes topologias de rede geram alterações na resposta do modelo, e que a localidade dos efeitos criminosos implica resistência na mudança de estado.

# *Abstract*

It starts with Becker's hypothesis (1) that crime is a result of rational choice, based on the assessment of benefits and costs of a criminal act. A simple artificial society model is developed in which agents receive income and may increase or decrease its wealth through the success or failure of criminal practices. The aim is to investigate the effects of the punishment mechanism over this society, seeking to establish the minimum law enforcement apparatus necessary in order to maintain a state of low crime. The model is studied with use of mean-field approximation, and also with complex networks, and is observed that different network topologies generate significant changes in the response of the model, and that the locality of criminal activity translates in global resistance effects to the change of state.

# *Sumário*

<b>Introdução</b>	p. 6
<b>1 Redes Complexas</b>	p. 8
1.1 Parâmetros topológicos principais . . . . .	p. 8
1.1.1 Small Worlds . . . . .	p. 8
1.1.2 Coeficiente de agrupamento, ou clustering . . . . .	p. 9
1.1.3 Distribuição de graus . . . . .	p. 11
1.2 Redes complexas . . . . .	p. 11
1.2.1 Rede Small world: O modelo de Watts - Strogatz . . . . .	p. 11
1.2.2 Redes livres de escala . . . . .	p. 13
<b>2 Descrição do Modelo</b>	p. 15
2.1 A sociedade . . . . .	p. 15
2.1.1 Condições iniciais . . . . .	p. 16
2.1.2 Agentes na rede . . . . .	p. 17
2.2 A dinâmica da criminalidade . . . . .	p. 17
2.2.1 A utilidade de Becker . . . . .	p. 18
2.2.2 Crime . . . . .	p. 18
2.2.3 Probabilidade de punição . . . . .	p. 19
2.2.4 Punição . . . . .	p. 19
2.2.5 A função utilidade . . . . .	p. 20
2.3 Dinâmica da honestidade . . . . .	p. 21

<b>3 Simulações e resultados</b>	p. 23
3.1 Dependência estática do crime com $p_1$ . . . . .	p. 23
3.2 Efeitos de atenuação da transição . . . . .	p. 27
3.3 Histerese . . . . .	p. 28
3.4 Variação dos parâmetros de rede . . . . .	p. 29
<b>Conclusão</b>	p. 31
<b>Referências Bibliográficas</b>	p. 33
<b>Apêndice A: Gerador de redes Small World</b>	p. 34
<b>Apêndice B: Gerador de redes Scale Free</b>	p. 36
<b>Apêndice C: Simulador de dinâmica mensal</b>	p. 39

## *Introdução*

A prática criminosa é tão antiga quanto as primeiras civilizações, preenchendo amplamente os mitos, os códigos de leis e os relatos históricos que resistiram até os dias de hoje. Ao longo de toda a caminhada humana, é constante a presença de códigos de penalidades, previstos de forma a inibir as práticas consideradas criminosas para cada época. Com frequência o ato criminoso é abordado como um ato individual, centrado nas motivações do criminoso e/ou na necessidade de restaurar a justiça em um nível individual, na forma de retribuição.

No presente trabalho, pretende-se abordar o problema da criminalidade por outro foco: considera-se o mecanismo de punição como um encargo para toda a sociedade e se pretende estudar a quantidade mínima de punição necessária para estabelecer um regime de baixa criminalidade. A pergunta não é se a punição compensa, sim ou não, mas até que ponto compensa, e qual é o tipo de mecanismo de manutenção da lei que minimiza a função custo social.

O primeiro objetivo do trabalho é estudar essa relação de custo e benefício da punição. Para estudar estes efeitos, se modelou uma sociedade artificial simples, formada por agentes que recebem renda e que podem ganhar ou perder recursos com prática criminosa, a exemplo do que já foi feito em modelos anteriores de estudo de criminalidade (2). Lida-se aqui apenas com crimes de natureza puramente financeira, não se consideram os danos físicos da violência e, seguindo os passos de Becker (1), trata-se o crime como um ato racional baseado nas perspectivas de ganho econômico. Um fator individual dinâmico de aversão ao crime, denominado honestidade, é incluído no modelo, para que se leve em consideração os efeitos de inibição que as punições têm sobre o restante da sociedade. Este trabalho é a continuação de um projeto anterior (3) que contempla estes problemas.

Outro objetivo, principal no presente trabalho, é ampliar o modelo incluindo interações de redes entre os agentes da sociedade artificial. As interações dentro de uma sociedade ocorrem dentro de uma rede de conexões muito grande e intrincada e espera-se que a topologia dessa rede tenha papel fundamental nos fenômenos de criminalidade. Neste contexto, são utilizadas as redes complexas como substrato para o modelo existente, por serem boas representações das redes sociais, e se analisam os efeitos de diferentes topologias de redes na dinâmica de criminalidade da sociedade.

O trabalho está dividido em três seções. Primeiramente, é feita uma breve revisão dos modelos de rede que são utilizados e das motivações por trás do uso dos mesmos. Em segundo lugar, o modelo é descrito e justificado em detalhes. Por fim, na terceira seção, os resultados de diversas simulações de interesse são relatados e discutidos. Considerações finais e discussão dos principais resultados estão colocadas na conclusão. A implementação mais técnica do modelo pode ser conferida nos apêndices.

# 1 *Redes Complexas*

Neste capítulo, faz-se uma breve introdução de conceitos e modelos associados ao tema de redes complexas. O assunto é amplo e uma revisão mais completa do tema seria muito longa e fora do escopo do trabalho, que utiliza redes complexas como substrato e não como objetivo final. A apresentação limita-se aos modelos e conceitos que são utilizados.

A motivação por trás do estudo de redes complexas é a de que diversos sistemas de interesse estão organizados como redes em forma de teia. As características dessas redes, ou seja, suas topologias, desempenham um papel importante nas características do sistema, o que motivou, nas últimas décadas, a exploração destes tipos particulares de rede (4). Um primeiro esforço em modelar estas redes é o estudo de gráficos randômicos, redes onde a distribuição de conexões entre nodos é de natureza completamente randômica.

Um exemplo deste tipo de rede é o modelo de Erdős-Rényi (5). A rede é caracterizada por  $N$  nodos (pontos que são conectados na rede) e a conexão entre dois nodos quaisquer ocorre com uma probabilidade  $p$ . Isto resulta em uma rede com  $\frac{pN(N-1)}{2}$  conexões, das  $\frac{N(N-1)}{2}$  máximas possíveis. A rede randômica, como será visto, não representa bem as características de redes empíricas, o que motivou o estudo de modelos com diferentes tipos de ordenamento.

## 1.1 Parâmetros topológicos principais

Quando se investigam redes empíricas, é útil definir alguns parâmetros topológicos que possam ser medidos. Três conceitos, que são apresentados a seguir, são principais nesse tipo de análise.

### 1.1.1 Small Worlds

Um fenômeno recorrente nas redes observadas, descreve a sua característica de apresentarem distâncias relativamente pequenas entre nodos, quando comparado com o tamanho total

da rede. A distância entre dois nodos quaisquer (denominada  $L$ ) é definida como a quantidade mínima de conexões que precisa ser percorrida para conectar um nodo a outro. O caminho médio  $\langle L \rangle$  da rede é obtido computando a média das distâncias entre todas as combinações possíveis de dois nodos. Uma rede que apresenta um fenômeno *small world* apresenta um caminho médio muito menor que  $N$ , tipicamente  $\langle L \rangle \approx \log(N)$ . O fenômeno *small world* é interessante, mas não significa necessariamente um ordenamento especial na rede, visto que o caminho médio de um gráfico randômico é pequeno, ou seja, redes puramente randômicas apresentam o fenômeno.

### 1.1.2 Coeficiente de agrupamento, ou clustering

Uma característica presente em redes empíricas, em especial em redes sociais, é o aparecimento de subgrupos altamente conectados entre si. Exemplos disso são, por exemplo, grupos de amigos ou famílias, onde todos os membros se conhecem. Esta tendência ao agrupamento em uma rede pode ser quantificada pelo coeficiente de agrupamento, ou *clustering*.

Supondo que o nodo  $N_i$  de uma rede possua  $k_i$  conexões a outros nodos, e que este conjunto de nodos vizinhos possua  $E_i$  conexões entre si, o coeficiente de agrupamento  $C_i$  associado ao nodo  $N_i$  é a razão entre a quantidade de conexões que existem de fato entre os vizinhos e as  $\frac{k_i(k_i-1)}{2}$  que existiriam se os vizinhos fossem completamente conectados entre si:

$$C_i = \frac{2E_i}{k_i(k_i - 1)} \quad (1.1)$$

O coeficiente de agrupamento  $C$  de toda a rede é a média de todos os  $C_i$  individuais. Em uma rede randômica, como todos os nodos têm uma probabilidade  $p$  de estarem conectados,  $C = p$ . Em redes observadas, no entanto,  $C$  é tipicamente muito maior do que para a rede randômica equivalente (em número de nodos e número de conexões). Este fenômeno pode ser observado para diversas redes empíricas, na parte superior da *Tabela 1.1*, onde está relacionado o *clustering*  $C$  medido para redes empíricas diversas. Na mesma tabela, está relacionado o coeficiente hipotético  $C_{rand}$  que seria obtido para uma rede randômica equivalente em tamanho e número de conexões, um indicativo de que o agrupamento mais elevado surge de algum princípio de ordenamento nas estruturas das redes observadas.

Tabela 1.1: *Tabela superior*: Características gerais de diversas redes empíricas, com os argumentos típicos de redes randômicas para comparação. *Tabela inferior*: O expoente  $\gamma$  para diferentes redes, bem como parâmetros medidos comparados com uma rede randômica de mesmo grau médio e tamanho.

Network	Size	$\langle k \rangle$	$\ell$	$\ell_{rand}$	$C$	$C_{rand}$	Reference	Nr.
WWW, site level, undir.	153 127	35.21	3.1	3.35	0.1078	0.00023	Adamic, 1999	1
Internet, domain level	3015–6209	3.52–4.11	3.7–3.76	6.36–6.18	0.18–0.3	0.001	Yook <i>et al.</i> , 2001a, Pastor-Satorras <i>et al.</i> , 2001	2
Movie actors	225 226	61	3.65	2.99	0.79	0.00027	Watts and Strogatz, 1998	3
LANL co-authorship	52 909	9.7	5.9	4.79	0.43	$1.8 \times 10^{-4}$	Newman, 2001a, 2001b, 2001c	4
MEDLINE co-authorship	1 520 251	18.1	4.6	4.91	0.066	$1.1 \times 10^{-5}$	Newman, 2001a, 2001b, 2001c	5
SPIRES co-authorship	56 627	173	4.0	2.12	0.726	0.003	Newman, 2001a, 2001b, 2001c	6
NCSTRL co-authorship	11 994	3.59	9.7	7.34	0.496	$3 \times 10^{-4}$	Newman, 2001a, 2001b, 2001c	7
Math. co-authorship	70 975	3.9	9.5	8.2	0.59	$5.4 \times 10^{-5}$	Barabási <i>et al.</i> , 2001	8
Neurosci. co-authorship	209 293	11.5	6	5.01	0.76	$5.5 \times 10^{-5}$	Barabási <i>et al.</i> , 2001	9
<i>E. coli</i> , substrate graph	282	7.35	2.9	3.04	0.32	0.026	Wagner and Fell, 2000	10
<i>E. coli</i> , reaction graph	315	28.3	2.62	1.98	0.59	0.09	Wagner and Fell, 2000	11
Ythan estuary food web	134	8.7	2.43	2.26	0.22	0.06	Montoya and Solé, 2000	12
Silwood Park food web	154	4.75	3.40	3.23	0.15	0.03	Montoya and Solé, 2000	13
Words, co-occurrence	460.902	70.13	2.67	3.03	0.437	0.0001	Ferrer i Cancho and Solé, 2001	14
Words, synonyms	22 311	13.48	4.5	3.84	0.7	0.0006	Yook <i>et al.</i> , 2001b	15
Power grid	4941	2.67	18.7	12.4	0.08	0.005	Watts and Strogatz, 1998	16
<i>C. Elegans</i>	282	14	2.65	2.25	0.28	0.05	Watts and Strogatz, 1998	17

Network	Size	$\langle k \rangle$	$\kappa$	$\gamma_{out}$	$\gamma_{in}$	$\ell_{real}$	$\ell_{rand}$	$\ell_{pow}$	Reference
WWW	325 729	4.51	900	2.45	2.1	11.2	8.32	4.77	Albert, Jeong, and Barabási 1999
WWW	$4 \times 10^7$	7		2.38	2.1				Kumar <i>et al.</i> , 1999
WWW	$2 \times 10^8$	7.5	4000	2.72	2.1	16	8.85	7.61	Broder <i>et al.</i> , 2000
WWW, site	260 000				1.94				Huberman and Adamic, 2000
Internet, domain*	3015–4389	3.42–3.76	30–40	2.1–2.2	2.1–2.2	4	6.3	5.2	Faloutsos, 1999
Internet, router*	3888	2.57	30	2.48	2.48	12.15	8.75	7.67	Faloutsos, 1999
Internet, router*	150 000	2.66	60	2.4	2.4	11	12.8	7.47	Govindan, 2000
Movie actors*	212 250	28.78	900	2.3	2.3	4.54	3.65	4.01	Barabási and Albert, 1999
Co-authors, SPIRES*	56 627	173	1100	1.2	1.2	4	2.12	1.95	Newman, 2001b
Co-authors, neuro.*	209 293	11.54	400	2.1	2.1	6	5.01	3.86	Barabási <i>et al.</i> , 2001
Co-authors, math.*	70 975	3.9	120	2.5	2.5	9.5	8.2	6.53	Barabási <i>et al.</i> , 2001
Sexual contacts*	2810			3.4	3.4				Liljeros <i>et al.</i> , 2001
Metabolic, <i>E. coli</i>	778	7.4	110	2.2	2.2	3.2	3.32	2.89	Jeong <i>et al.</i> , 2000
Protein, <i>S. cerev.</i> *	1870	2.39		2.4	2.4				Jeong, Mason, <i>et al.</i> , 2001
Ythan estuary*	134	8.7	35	1.05	1.05	2.43	2.26	1.71	Montoya and Solé, 2000
Silwood Park*	154	4.75	27	1.13	1.13	3.4	3.23	2	Montoya and Solé, 2000
Citation	783 339	8.57			3				Redner, 1998
Phone call	$53 \times 10^6$	3.16		2.1	2.1				Aiello <i>et al.</i> , 2000
Words, co-occurrence*	460 902	70.13		2.7	2.7				Ferrer i Cancho and Solé, 2001
Words, synonyms*	22 311	13.48		2.8	2.8				Yook <i>et al.</i> , 2001b

Fonte: Albert e Barabási (4)

### 1.1.3 Distribuição de graus

Em uma rede, um dado nodo qualquer  $N_i$  tem um número  $k_i$  de conexões a outros nodos. Esta quantidade é denominada o *grau* do nodo. Em uma rede, nem todos os nodos precisam ter o mesmo grau, e os graus de todos os nodos seguem uma *função distribuição de grau*  $P(k)$ , a qual é uma informação importante da topologia da rede. Pode ocorrer ainda de as conexões não serem bilaterais, de forma que teremos distribuições distintas para graus de entrada e saída.

Em uma rede puramente randômica, dois nodos quaisquer tem uma pequena probabilidade de estarem conectados e a função distribuição  $P(k)$  toma a forma de uma distribuição de Poisson (6), mas em redes reais, a função  $P(k)$  se distancia significativamente deste formato, em particular, para um grande número de redes empíricas, a distribuição de graus assume a forma de uma lei de potência:  $P(k) \propto k^{-\gamma}$ . Redes que apresentam esta lei de potências são chamadas *livres de escala*, ou *Scale Free*. A parte inferior da *Tabela 1.1* relaciona diversas redes deste tipo, com expoentes  $\gamma$  e coeficientes de agrupamento, bem como os valores comparativos esperados para uma rede randômica.

## 1.2 Redes complexas

Todas as diferenças entre redes randômicas e os parâmetros medidos em redes empíricas moveram, nas últimas décadas, um esforço de modelagem das chamadas redes complexas. São modelos com ordenamento adicional que de alguma forma melhor representam as redes observadas, e que podem ser usados para explorar os efeitos que as topologias de rede exercem sobre a dinâmica dos sistemas organizados em rede. No presente trabalho, utilizou-se dois modelos para representar as redes sociais, nenhum dos quais é um modelo perfeito para descrever as mesmas (este modelo não existe ainda), mas ambos são capazes de reproduzir algumas das suas características topológicas interessantes.

### 1.2.1 Rede Small world: O modelo de Watts - Strogatz

Este modelo (7) não apresenta uma distribuição lei de potência na sua função distribuição de graus, mas consegue reproduzir o efeito small world e também é capaz de produzir um coeficiente de agrupamento elevado. O Modelo de Watts-Strogatz é um algoritmo para construção de uma rede small world que parte da ordem e insere um certo grau de aleatoriedade.

1. Parte-se de um arranjo de nodos circular unidimensional, onde cada nodo está ligado aos seus  $K$  primeiros vizinhos mais próximos. Esta rede ordenada tem um caminho médio

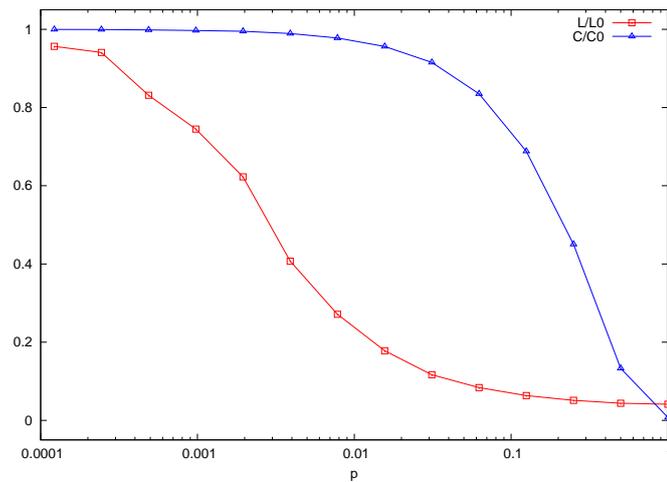


Figura 1.1: Gráfico da progressão do coeficiente de agrupamento  $C$  e do caminho médio  $L$ , renormalizados pelos valores  $L_0$  e  $C_0$  para a rede ordenada e  $p = 0$ .

elevado, e um coeficiente de clustering alto ( $C = 3/4$  para  $K = 2$ , e  $C = 7/10$  para  $K = 4$ ).

2. É inserida uma certa aleatoriedade, onde cada conexão tem uma certa probabilidade  $p$  de ser redirecionada, desconectando uma das extremidades e reconectando outro nodo qualquer.

A probabilidade  $p$  varia de zero a um, sendo que  $p = 0$  resulta na rede ordenada original, inalterada, e  $p = 1$  resulta em uma rede randômica, com todas as propriedades da mesma, visto que qualquer ordem original da colocação das conexões é eliminada. Nestes limites o sistema passa de um regime ordenado, com  $\langle L \rangle = L_0$  e  $C = C_0$  em seus valores máximos, até o limite da rede randômica, com  $\langle L \rangle$  e  $C$  muito menores do que os iniciais. Esta transição ocorre de maneira diferente para cada um destes índices, o que pode ser observado na *Figura 1.1*. Enquanto que para valores de  $p$  muito baixos (pouca randomização) o caminho médio  $L$  cai rapidamente, o coeficiente de agrupamento permanece elevado até valores muito mais altos de  $p$ . Esta região central do gráfico onde  $C$  é elevado e  $\langle L \rangle$  é baixo reproduz duas características das redes empíricas, e as redes nesse regime são redes *small world* de interesse.

No presente trabalho este tipo de rede é utilizada em simulações de criminalidade. Acrescenta-se a exigência de que a rede seja fortemente conexa, ou seja, não existe nodo ou subconjunto isolado do restante da rede (se diz que ela forma um único super cluster). A subrotina em código *Fortran90*, que implementa esse modelo, pode ser conferida no *Apêndice A*.

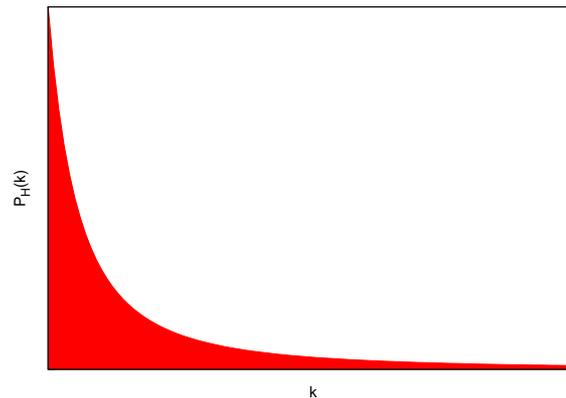


Figura 1.2: Distribuição do tipo lei de potência.

### 1.2.2 Redes livres de escala

Com frequência, redes de interesse apresentam uma distribuição de graus na forma de uma lei de potência (*Figura 1.2*). Neste tipo de distribuição, a maior parte dos nodos têm um grau mais baixo, mas a cauda longa da distribuição possibilita o aparecimento de *hubs*; nodos com um grande número de conexões que contribuem fortemente para a redução do caminho médio dentro da rede. Este tipo de rede é denominado livre de escala, ou *scale free*. A parte inferior da *Tabela 1.1* apresenta alguns exemplos de redes empíricas scale free, com os expoentes  $\gamma$  associados (em casos onde existe distinção entre conexões de entrada e saída dois coeficientes são relacionados).

Claramente estas distribuições devem surgir de algum tipo de ordenamento estrutural de sistemas físicos, visto que redes puramente aleatórias não geram esta distribuição. Um modelo interessante que ilustra como um ordenamento, baseado em argumentos razoáveis, pode gerar essa distribuição, é o modelo Barabási - Albert para geração de redes scale free.

#### O modelo de Barabási - Albert

O modelo B-A (8) está baseado em dois argumentos bastante razoáveis, de que a rede cresce, e de que, ao crescer, forma novas ligações com preferência aos nodos mais conectados. O algoritmo detalhado funciona da seguinte forma:

- Parte-se de um sistema com  $m_0$  nodos iniciais conectados e aplicam-se  $t$  ciclos de crescimento sobre o mesmo;
- A cada ciclo, um novo nodo é adicionado, que se liga à rede fazendo  $m$  novas conexões ( $m_0 \geq m$ );

- As conexões novas são decididas por ligação preferencial a nodos mais conectados. Na prática isso quer dizer que a probabilidade  $\pi$  de que o novo novo se conecte a um nodo  $N_i$  da rede é:

$$\pi = \frac{k_i}{\sum_j k_j} \quad (1.2)$$

Após  $t$  ciclos é obtida uma rede de tamanho  $N = t + m_0$ , com  $mt$  conexões, que evolui conforme cresce, para uma distribuição em forma de lei de potências, com  $\gamma = 3$ . A lei de potência é obtida por um processo de ordenamento que faz sentido para muitas redes empíricas, embora o coeficiente de agrupamento  $C$  obtido ainda seja muito baixo comparado às redes observadas (4).

### Geração de redes scale free randômicas

Embora o modelo B-A seja muito ilustrativo, quando redes scale free são usadas nas simulações, utiliza-se um algoritmo de geração diferente (ver p. 63 de Barabási e Albert (4)), onde parte-se de uma quantidade definida de  $N$  nodos com distribuição de graus  $P(k) \propto k^{-\gamma}$  (onde  $\gamma$  pode ser escolhido), mas todos os demais elementos da geração da rede são randômicos. Este processo gera redes com um  $C$  menor do que o algoritmo B-A, de forma que as topologias das redes devem ter diferenças, mas permite o controle dos parâmetros da rede que é gerada para simulações. A sub-rotina que implementa <sup>1</sup> este algoritmo em código *Fortran90* pode ser conferida no *Apêndice B*.

---

<sup>1</sup>A sub-rotina foi implementada com valiosa ajuda da Professora Lidia Braunstein, Universidad Nacional de Mar del Plata

## 2 *Descrição do Modelo*

O objetivo deste capítulo é descrever detalhadamente o modelo utilizado nas simulações, comentando e justificando as escolhas feitas. Inicialmente serão definidos os elementos da sociedade artificial, depois será introduzida a dinâmica. O modelo é a continuação de um modelo anterior (3), modificado de forma a considerar interações dentro de uma rede complexa, com objetivo de explorar os efeitos de diferentes topologias no modelo.

### 2.1 A sociedade

A sociedade artificial é constituída de  $N$  agentes e cada agente individual  $N_i$  é caracterizado por dois parâmetros individuais que representam características econômicas: a *renda mensal*  $W_i$ , que representa uma fonte de renda regular de origem não criminosa, e a *riqueza acumulada*  $K_i$ , que é a representação numérica do patrimônio material do agente. Os valores numéricos destes parâmetros designam uma quantia em unidade monetária qualquer.

A renda mensal  $W_i$  de cada indivíduo é um parâmetro fixo, determinado no início da simulação. Já a riqueza individual  $K_i$  é um parâmetro dinâmico, que evolui ao longo da simulação devido a renda e atividade criminosa. As quantidades *renda média*  $\langle W \rangle$  e *riqueza média*  $\langle K \rangle$  da população, calculadas sobre todos os agentes da sociedade, são parâmetros importantes na dinâmica.

Os indivíduos são caracterizados ainda por um parâmetro dinâmico individual  $H_i$ , denominado *honestidade*, que representa a inclinação pessoal do agente em respeitar a lei. A denominação honestidade é apenas um termo geral para designar um comportamento que pode ter múltiplas motivações, como aversão ao risco, educação, algum código de moral, medo, ou qualquer outro fator inibidor da prática ilegal.

Por fim, os agentes integram uma rede complexa, sendo os nodos dessa rede. As conexões da rede entre diferentes agentes representam as interações possíveis entre os agentes, modelando e limitando a dinâmica da sociedade. A posição que o indivíduo ocupa na rede e seu grau de

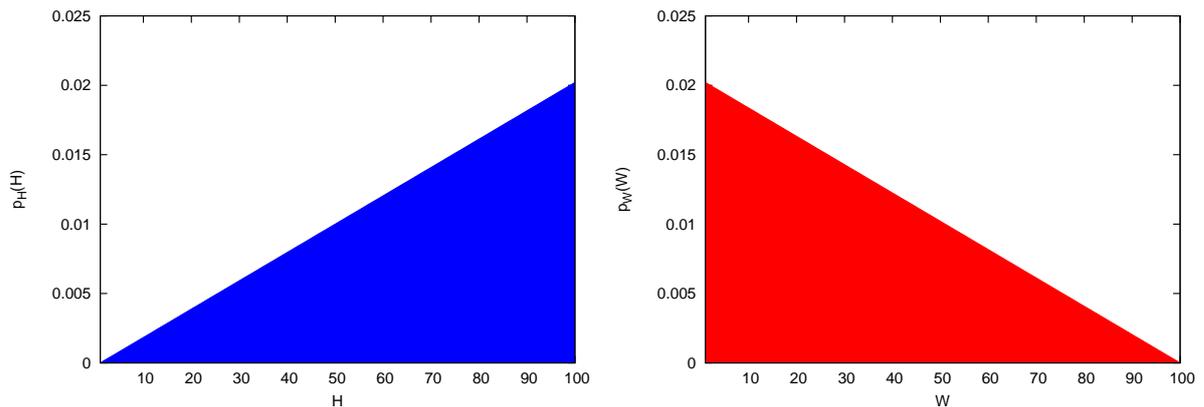


Figura 2.1: Painel esquerdo: Distribuição  $p_H(H_i)$ . Painel direito: Distribuição  $p_W(W_i)$ .

conectividade são também características importantes de cada indivíduo e constituem a janela para que a topologia do tipo de rede escolhida interfira na dinâmica.

Assim, inicialmente todos os agentes são caracterizados pelo seu salário e honestidade, e pela capacidade de realizar um ato criminoso. A medida que a simulação avança alguns agentes serão punidos, indo parar na prisão (estado economicamente desvantajoso que será explicado na sequência). Os agentes aprisionados a cada passo de tempo são denominados  $N_j$  e os agentes em liberdade são denominados  $N_{fr}$ . Cabe descrever um pouco melhor a maneira como estes elementos são dispostos no início de uma simulação.

### 2.1.1 Condições iniciais

Inicialmente, honestidade  $H_i$  e a renda  $W_i$  são sorteadas aleatoriamente de duas distribuições auxiliares  $p_H(H_i)$  e  $p_W(W_i)$ , relacionadas na *Figura 2.1*. As distribuições são triangulares, e constituem apenas uma forma simples de estabelecer que a sociedade é heterogênea em condições financeiras (a base da pirâmide de renda é mais larga, e a maior parte da população tem rendas mais modestas) e também em honestidade inicial (se supõe que, inicialmente, a maior parte da população é honesta).

É importante observar que as condições de honestidade e renda iniciais são sorteadas independentemente, de maneira descorrelacionada. O último elemento importante das condições iniciais é a colocação dos nodos em uma configuração de rede, que também é descorrelacionado às condições anteriores, que é descrito a seguir.

### 2.1.2 Agentes na rede

A colocação dos agentes em uma rede carrega para o sistema um conjunto de novos parâmetros associados à topologia da rede escolhida. No presente trabalho, dois modelos de redes complexas, descritos no *Capítulo 1*, são utilizados em diferentes simulações.

*Redes tipo Small World* geradas usando o modelo *Watts-Strogatz*, que são caracterizadas por um coeficiente de *clustering* elevado, da mesma ordem das redes sociais, mas que não apresentam uma distribuição de grau na forma de uma lei de potências. Em todas as simulações, salvo onde mencionado diferentemente, utilizou-se como parâmetros de geração da rede probabilidade de reconexão  $p = 0.08$  e uma conectividade inicial da rede ordenada aos quatro primeiros vizinhos. Esta configuração corresponde a uma boa relação entre caminho médio pequeno e um alto *clustering*, no espírito da *Figura 1.1*.

*Redes tipo Scale Free*, que não foram geradas com o algoritmo de *Barabási-Albert*, mas sim através de um algoritmo onde a distribuição de graus é inicialmente fixada, e, a partir disso, os nodos são reconectados randomicamente (ver *Capítulo 1*). Escolheu-se este algoritmo, pois, embora ele não resulte de um processo tão razoável quanto o algoritmo B-A, permite o controle preciso dos parâmetros da rede, como o expoente  $\gamma$  e o grau mínimo de conexões presentes na rede. Além disso, pode-se obter uma lei de potências mesmo em redes relativamente pequenas, com  $N = 1000$ , o que não ocorre com o algoritmo B-A. Nas simulações realizadas, salvo quando comentado do contrário, utilizou-se  $\gamma = 2.5$ , por ser um valor razoável, em torno do qual estão distribuídos os parâmetros de escala das redes empíricas tais quais as descritas na parte inferior da *Tabela 1.1*.

É importante ressaltar que a configuração de rede faz parte das condições iniciais e é estática ao longo da dinâmica, ou seja, não existe evolução da rede.

## 2.2 A dinâmica da criminalidade

Divide-se a execução da dinâmica em unidades de tempo, que aqui são chamadas meses. Ao longo de cada mês, todos os agentes em liberdade recebem sua renda mensal  $W_i$  (acrescentada à sua riqueza  $K_i$ ), e podem ou não cometer uma ação criminosa, de acordo com a utilidade econômica potencial do crime, modificada pela honestidade  $H_i$ . Todos os agentes são criminosos em potencial, e para cada crime existe uma probabilidade de punição associada.

Se o crime é bem sucedido, é financeiramente vantajoso para o criminoso, mas se o criminoso é apreendido, paga multas e é aprisionado por uma certa quantidade de meses, de maneira

que o crime causa prejuízo econômico. Ao final de cada mês, liberam-se os agentes aprisionados que cumpriram suas penas, e corrige-se a honestidade dos agentes livres de acordo com a dinâmica de honestidade, que é baseada na eficiência do sistema punitivo. Estas etapas serão explicitadas a seguir.

### 2.2.1 A utilidade de Becker

Limita-se aqui a tratar de crimes de natureza puramente econômica, não são considerados os danos físicos às vítimas. Assume-se também que as motivações dos crimes são puramente racionais. Dentro destas limitações, utiliza-se a hipótese proposta por Becker (1), de que a motivação do crime é a sua utilidade. No modelo presente, no entanto, esta utilidade será corrigida pelo fator dinâmico de honestidade. Antes de poder definir a forma desta função utilidade, precisa-se definir exatamente o que ocorre quando se fala em *crime e punição*.

### 2.2.2 Crime

Quando um crime ocorre, uma vítima é escolhida aleatoriamente entre o conjunto das vítimas viáveis. A seleção da vítima obedece as limitações impostas pela rede da seguinte maneira: o criminoso e a vítima precisam ser vizinhos de certa proximidade. Para isso, se insere um parâmetro  $C_{range}$ , que determina a distância máxima em número de conexões entre criminosos e as vítimas potenciais, definindo um subconjunto na rede. Um  $C_{range} = 1$  significa que criminoso e vítima precisam ser primeiros vizinhos. Além disso, indivíduos aprisionados não são elegíveis nem como criminosos nem como vítimas e estão temporariamente removidos da dinâmica.

Se o crime ocorre, ocorre a transferência de recursos da riqueza da vítima para a riqueza do criminoso, este valor transferido é o *saque*  $S$ . O valor do saque é retirado randomicamente de uma distribuição uniforme a cada oportunidade de crime, em um valor que pode variar continuamente de  $S = 0$  até  $S = 10 * \langle W \rangle$ . Esta variação, cujo peso é dado pela renda média da população caracteriza uma gama de crimes possíveis, desde os menores até os mais graves. Se o crime é bem sucedido, transfere-se o valor do saque da riqueza da vítima para o patrimônio do criminoso, observando-se que, se a riqueza da vítima for menor do que o saque, limita-se o valor do saque a  $S = K_{vítima}$ , pois o modelo não prevê valores negativos de riqueza.

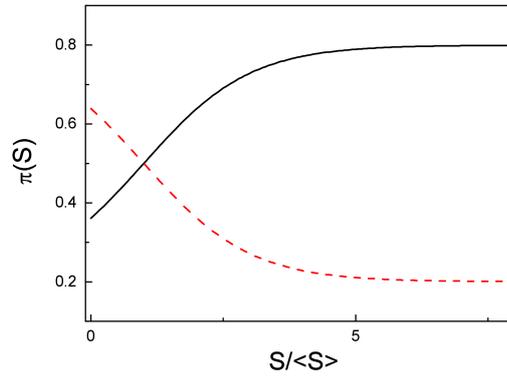


Figura 2.2: Função probabilidade de punição  $\pi(S)$ . Linha escura:  $p_0 = 0.2$  e  $p_1 = 0.8$ . Linha pontilhada:  $p_0 = 0.8$  e  $p_1 = 0.2$ .

### 2.2.3 Probabilidade de punição

A probabilidade de punição é definida pela *equação 2.1*, que é uma função do valor da variável randômica  $S$  e de alguns parâmetros fixos que se definem a seguir:

$$\pi(S) = p_1 + \frac{(p_0 - p_1)}{1 + e^{\frac{S - \langle S \rangle}{\langle S \rangle}}} \quad (2.1)$$

$\langle S \rangle$  é o saque médio que, pela definição da variável randômica  $S$ , é igual a  $5 * \langle W \rangle$ .  $p_0$  é a probabilidade de punir crimes leves, e  $p_1$  é a probabilidade de punir crimes graves. Essa diferenciação permite uma análise mais rica do mecanismo punitivo, como se verá adiante. O comportamento da *equação 2.1* é tal que, se o saque tende a zero, a função  $\pi(S)$  tende para um valor  $\frac{ep_0 + p_1}{1 + e}$ , e conforme  $S$  aumenta, vai assintoticamente para o valor  $p_1$ . O comportamento geral da função  $\pi(S)$  pode ser visto na *Figura 2.2* para dois casos, o importante é que definidos os parâmetros, a probabilidade de punição depende do valor do saque.

### 2.2.4 Punição

Se punido, o criminoso é obrigado a devolver o valor do saque, mais uma multa proporcional ao valor do saque, ou seja, financeiramente, o criminoso perde  $(1 + f_D)S$ , onde  $f_D$  é um parâmetro numérico que quantifica a multa. Além disso, o criminoso é aprisionado por um período de meses  $\tau$  (*equação 2.2*), proporcional também à gravidade do crime, não recebendo

renda mensal, o que acrescenta a desvantagem econômica do crime.

$$\tau = 1 + \frac{S}{\langle W \rangle} \quad (2.2)$$

Durante o aprisionamento, o agente não recebe renda, o que acrescenta à desvantagem econômica de ser aprisionado. Durante este período, o agente também não participará da dinâmica da honestidade.

### 2.2.5 A função utilidade

Agora que os efeitos econômicos do crime e da punição estão bem definidos, bem como a probabilidade de punição, pode-se definir a forma da função utilidade. Se o crime é bem sucedido, o agente criminoso espera receber o valor do saque, mais sua remuneração mensal, com probabilidade  $(1 - \pi(S))$ , mas com o risco de perder o valor do saque, pagar multas e ficar  $\tau$  meses sem receber renda. Assim, a utilidade esperada com o crime é a projeção dos ganhos e perdas, pesados pelas probabilidades (*equação 2.3*), e ajustados pela honestidade  $H_i$ . Se não cometer o crime, o agente espera receber sua renda mensal por  $\tau$  meses (*equação 2.4*). A utilidade esperada é definida como  $U = U_{crime} - U_{nocrime}$  (*equação 2.5*).

$$U_{crime} = [(1 - \pi)(S + \tau W_i) - \pi(1 + f_D)S] - H_i \quad (2.3)$$

$$U_{nocrime} = \tau W_i \quad (2.4)$$

$$U = U_{crime} - U_{nocrime} = [(1 - \pi)(S + \tau W_i) - \pi(1 + f_D)S] - H_i - \tau W_i \quad (2.5)$$

Se a utilidade resultante é positiva (e se existem vizinhos viáveis na rede), então crime ocorre e pode ser punido. Resumindo a dinâmica apresentada:

- Existem  $N_{fr} = N - N_j$  agentes livres no início do mês, cada um deles pode ou não cometer um crime de acordo com a utilidade;
- É determinado um criminoso potencial  $i$ , uma vítima potencial  $j$  e um saque proporcional à renda média;
- A probabilidade de punição é dada por  $\pi(S)$ ;
- O agente comete um crime se a utilidade esperada  $U$  é positiva e se existe uma vítima elegível na rede;

- Se o crime é bem sucedido, o infrator subtrai o valor  $S$  da riqueza da vítima e acrescenta a sua própria riqueza (ou a riqueza total da vítima, se essa for inferior a  $S$ );
- Se o criminoso é apreendido, ele perde o valor do saque, paga uma multa e é aprisionado por um tempo  $\tau$ .

Ao final de cada mês, a honestidade da população será modificada.

## 2.3 Dinâmica da honestidade

A honestidade é um fator determinante na dinâmica da criminalidade, e, como mencionado anteriormente, é um fator dinâmico, que depende da efetividade do mecanismo de punição. Na implementação anterior do modelo, onde não havia iterações de rede, a modificação da honestidade dos indivíduos era um efeito global e homogêneo em toda a população, assim, ao final de cada mês, a honestidade  $H_i$  do indivíduo  $N_i$  sofria uma correção de acordo com a equação 2.6.

$$H_i = H_i + \frac{2N_p - N_k}{N_k} \delta H \quad (2.6)$$

$N_p$  é a quantidade de crimes punidos no mês,  $N_k$  a quantidade de crimes totais mensais e  $\delta H$  é um parâmetro que corresponde à máxima alteração mensal na honestidade da população. Se todos os crimes são punidos,  $H_i = H_i + \delta H$ , se todos os crimes permanecem impunes,  $H_i = H_i - \delta H$  e se metade dos crimes são punidos, não ocorre alteração. Nas implementações anteriores do modelo, constatou-se que havia uma transição abrupta da criminalidade associada ao crescimento da honestidade. Sendo a dinâmica da honestidade tão importante, modificou-se o modelo para que, de alguma forma, a topologia da rede fosse importante nessa dinâmica.

É coerente supor que, dentro de uma rede de conexões, os efeitos dos crimes e punições tenham consequências locais mais significativas do que globais, ou seja, que os agentes sejam mais facilmente movidos pelos crimes e punições que acontecem em sua vizinhança imediata. Apoiando-se nessa hipótese, modifica-se a relação 2.6 de forma a usar a quantidade mensal de crimes testemunhados pelo agente  $N_i$ ,  $\eta_k^i$  e as punições testemunhadas  $\eta_p^i$  no lugar da contagem global. Esta alteração desfaz a modificação homogênea de honestidade e a substitui por alterações individuais baseadas na vizinhança local do agente. Precisa-se então definir o que se entende por vizinhança.

Anteriormente foi definindo um parâmetro  $C_{range}$  para determinar a distância máxima entre criminoso e vítimas potenciais. Define-se então um segundo parâmetro análogo de alcance,

denominado  $H_{range}$ , que determina a distância, em conexões de rede, em torno de criminoso e vítima em que o crime e a punição são testemunhados pelos agentes locais. Por exemplo, para um  $H_{range} = 1$ , quando um crime ocorre, ele é testemunhado pelo conjunto formado pela soma dos primeiros vizinhos de criminoso e vítima. Os agentes deste conjunto, bem como criminoso e vítima, registram o resultado da ação criminosa, para cálculo de honestidade no final do mês. A nova relação de alteração da honestidade individual fica sendo:

$$H_i = H_i + \frac{2\eta_p^i - \eta_k^i}{\eta_k^i} \delta H \quad (2.7)$$

A alteração da honestidade é local mas ocorre para todos agentes, simultaneamente, no final de cada mês. Define-se ainda que para  $H_{range} = N - 2$  todos os agentes são testemunhas, em qualquer tipo de rede conectada. Neste limite  $\eta_k^i = N_k$ ,  $\eta_p^i = N_p$ , a dinâmica de honestidade é equivalente a aproximação de campo médio anterior. De fato, o sistema anterior, sem interações de rede, é resgatado definindo  $H_{range} = C_{range} - 1 = N - 2$ , pois os agentes de toda a rede são elegíveis como vítimas e todos testemunham o resultado da ação criminosa, a despeito da rede. Por outro lado, o alcance mínimo, que é igual a um, constitui o limite de interações mais locais possíveis. A comparação entre o limite de interações mais locais de diferentes alcances e o limite de alcance total é um experimento útil de investigação dos efeitos das topologias de rede sobre o modelo.

Na sequência, irá observar-se como este modelo modificado se comporta, estabelecendo comparações entre os resultados em rede e os resultados obtidos com aproximação de campo médio, bem como os efeitos da utilização de diferentes topologias.

## 3 *Simulações e resultados*

Neste capítulo, são relatados uma série de experimentos simulados para verificar o comportamento do modelo. O foco principal do presente trabalho é inclusão de interações de rede em um modelo no qual se trabalhou anteriormente apenas com aproximações de campo médio. Serão necessários retomarem-se os principais resultados obtidos, tanto para fins informativos quanto para se estabelecerem comparações que coloquem alguma luz sobre os efeitos das iterações de rede.

Quanto aos parâmetros utilizados, para todos os casos as simulações utilizam  $N = 1000$  agentes, utilizando um fator de multa  $f_D = 0.25$ . Normalmente, quando o objetivo é determinar o estado final do sistema para algum grupo de parâmetros fixos, as simulações são feitas utilizando  $m = 240$  meses. Para todos os gráficos, os pontos se referem à média sobre a repetição do mesmo experimento, para populações diversas, e as barras de erro são o desvio padrão calculado sobre estas populações. Os parâmetros das redes complexas utilizadas nas simulações foram descritos na *seção 2.1.2*.

Os experimentos envolvem comparações de resultados utilizando diferentes valores de  $H_{range}$  com o modelo de alcance total, que é o limite idêntico ao modelo de aproximação de campo médio. Em todos os casos em que  $H_{range}$  é limitado, utilizou-se  $C_{range} = 1$ . De fato, testes com variação de  $C_{range}$  não fizeram diferença notável nos resultados e por isso não foram apresentados. A dinâmica da honestidade, no entanto, sofre efeitos notáveis e variações no  $H_{range}$  são exploradas nas simulações. Quando apontado que o alcance da dinâmica de honestidade é total, usa-se também a distância entre criminoso e vítima ilimitada, de forma a reverter completamente ao sistema anterior para comparação.

### 3.1 Dependência estática do crime com $p_1$

O primeiro teste envolve determinar a dependência do estado final do sistema com a probabilidade de punir crimes graves  $p_1$ . As simulações ocorrem fixando  $p_0$  e  $p_1$ , deixando a

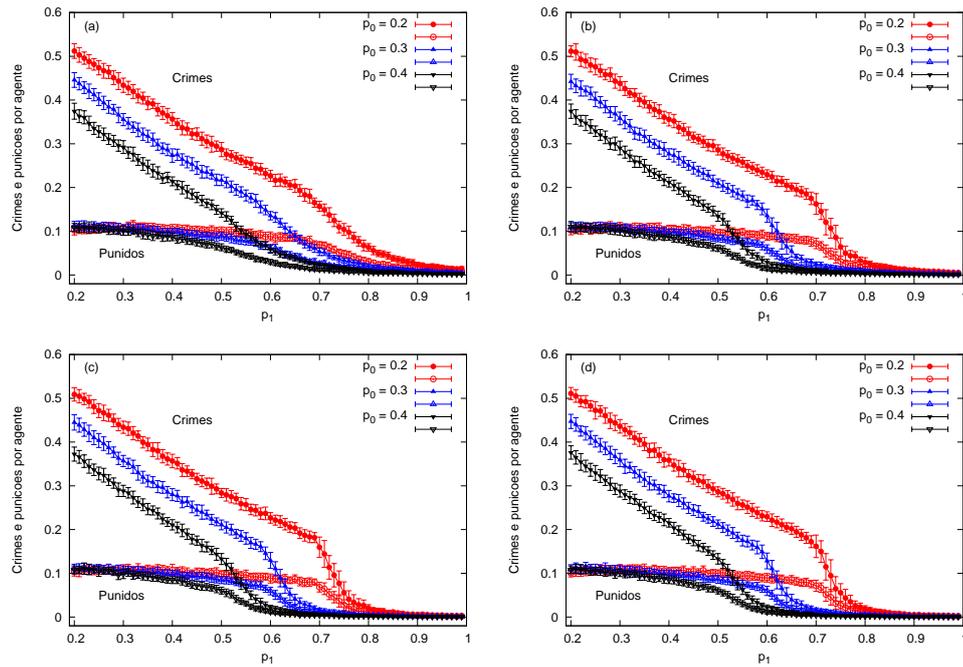


Figura 3.1: Dependência de crimes e punições por agentes com  $p_1$  para redes Small World, médias sobre 40 amostras. Painel (a):  $H_{range} = 1$ , Painel (b):  $H_{range} = 3$ , Painel (c):  $H_{range} = 5$ . Painel (d): Sem efeitos de rede.

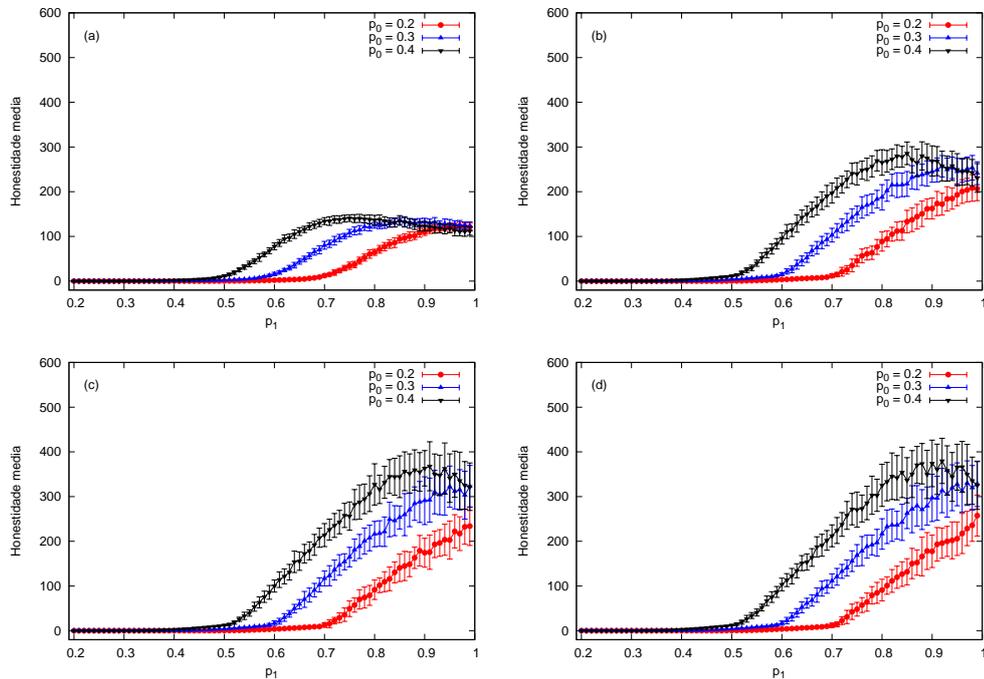


Figura 3.2: Dependência da honestidade média com  $p_1$  para redes Small World, médias sobre 40 amostras. Painel (a):  $H_{range} = 1$ ; Painel (b):  $H_{range} = 3$ ; Painel (c):  $H_{range} = 5$ ; Painel (d): Sem efeitos de rede.

sociedade evoluir a partir das condições iniciais por 240 meses, tempo suficiente para estabilizar em um estado final de criminalidade que está associado aos parâmetros escolhidos. As figuras 3.1 e 3.2 relacionam o estado final da dinâmica criminosa e da honestidade para redes *Small World* (algoritmo W-S), enquanto as figuras 3.3 e 3.4 dão os mesmos resultados para redes *Scale Free* (algoritmo semi randômico). Em cada uma destas quatro figuras mencionadas, o último painel é reservado para os resultados que são obtidos quando usamos aproximações de campo médio (sem os efeitos de rede), para conveniência de comparação.

Inicialmente, observa-se que, quando não são considerados os efeitos de rede, existe um ponto crítico do parâmetro  $p_1$ , onde o sistema sofre uma abrupta transição de um regime de alta criminalidade para um regime de baixa criminalidade. O ponto exato é sensivelmente dependente do parâmetro  $p_0$  de punição para crimes leves e se observa que a tolerância a contravenções tem consequências globais sérias. A transição abrupta está fortemente associada ao início do crescimento da honestidade média da população. Esta importância do parâmetro honestidade na dinâmica do modelo anterior é a razão principal pela qual se deu ênfase à inclusão dos efeitos de rede na dinâmica da honestidade.

A inclusão dos efeitos de rede é explorada com a variação do parâmetro de alcance de testemunhas  $H_{range}$ . Quando este parâmetro é mínimo ( $H_{range} = 1$ ), o impacto de crimes e punições sobre os agentes são altamente locais, e conforme o parâmetro é aumentado, os efeitos tornam-se crescentemente globais, até o limite em que o alcance é igual a toda a rede, e retorna-se ao limite do modelo original.

Observando as figuras 3.1 e 3.2 para redes small world, observa-se que interações altamente locais atenuam fortemente a transição entre os regimes de criminalidade. Para os parâmetros utilizados na geração das redes, o caminho médio típico das redes é  $\langle L \rangle \approx 5.5$ , e conforme o  $H_{range}$  é aumentado a dinâmica da criminalidade começa a reproduzir, novamente, a transição abrupta entre os dois regimes. No painel (c), com um alcance da ordem do caminho médio, estágio em que a dinâmica ainda não é completamente global, mas que já afeta mais da metade dos agentes em média, chega-se a resultados de crimes, punições e honestidade muito semelhantes aos da aproximação de campo médio anterior.

O mesmos experimentos foram repetidos utilizando redes scale free. Os resultados estão nas figuras 3.3 e 3.4. Observa-se que, com o alcance mínimo, a atenuação na transição é menos intensa e o sistema converge mais rapidamente para o estado de transição observado sem redes. Para este tipo de rede, observa-se um caminho médio menor, da ordem de  $\langle L \rangle \approx 3.0$ , o que faz com que os efeitos se tornem muito mais rapidamente globais, sugerindo uma relação entre esta atenuação e o caminho médio da rede. Além disso, devido à presença de *hubs* com alto grau

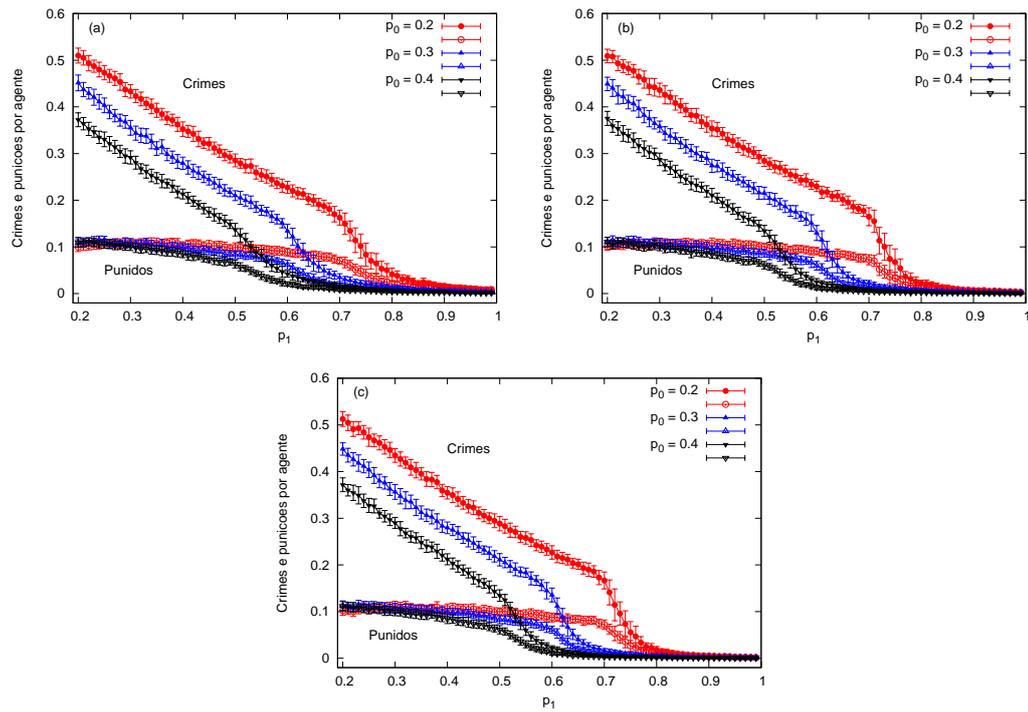


Figura 3.3: Dependência de crimes e punições por agentes com  $p_1$  para redes Scale Free, médias sobre 40 amostras. Paine (a):  $H_{range} = 1$ , Paine (b):  $H_{range} = 3$ . Paine (c): Sem efeitos de rede.

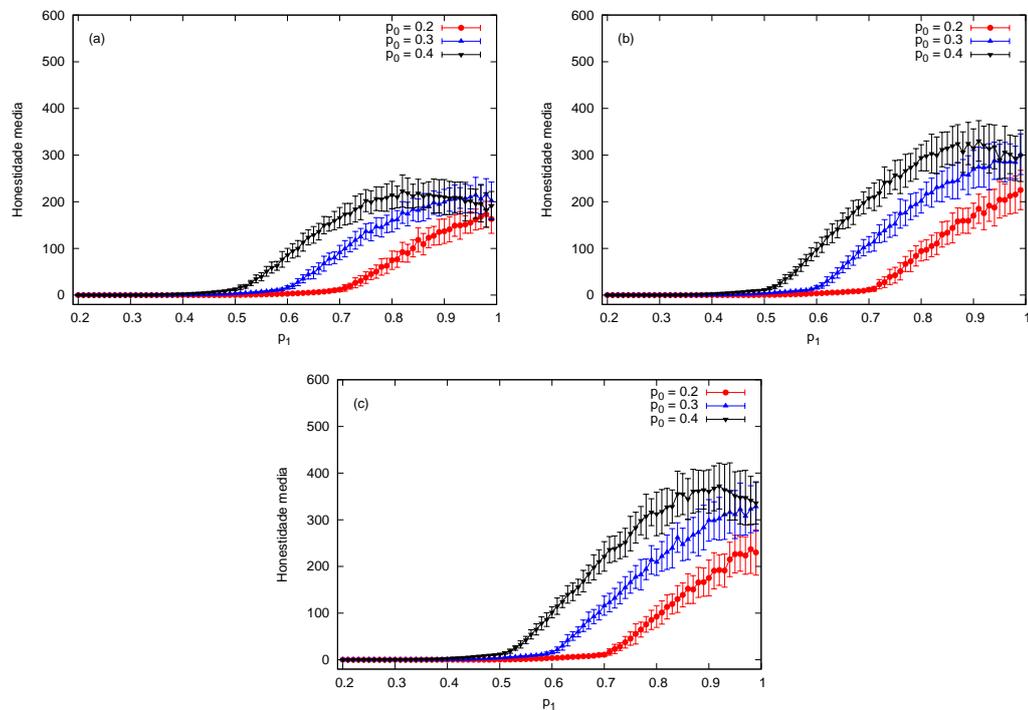


Figura 3.4: Dependência da honestidade média com  $p_1$  para redes Scale Free, médias sobre 40 amostras. Paine (a):  $H_{range} = 1$ ; Paine (b):  $H_{range} = 2$ ; Paine (c): Sem efeitos de rede.

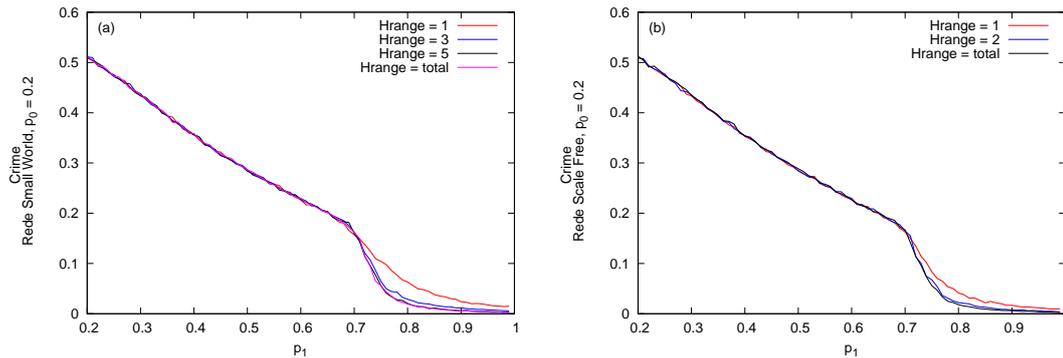


Figura 3.5: Transição da criminalidade para  $p_0 = 0.2$ , para diferentes valores de  $H_{range}$ , médias sobre 40 amostras. Painel (a): Rede Small World. Painel (b): Redes Scale Free.

nesta topologia, crimes podem se tornar globais mesmo com um  $H_{range}$  muito baixo.

Por fim, as figuras 3.2 e 3.4, que relacionam a dinâmica da honestidade para os dois tipos de redes, demonstram um crescimento menor da honestidade média em função de  $p_1$  para alcances menores, especialmente no caso small world, ou seja, a localidade da atividade criminosa, de alguma forma, limita o crescimento rápido da honestidade.

## 3.2 Efeitos de atenuação da transição

Os efeitos de atenuação da transição, associados à inclusão de rede, são particularmente interessantes e merecem um pouco mais de investigação. Nos painéis da *Figura 3.5*, observam-se as curvas de criminalidade com  $p_0 = 0.2$  (onde a transição é mais claramente visualizada), com sobreposição de curvas de diferentes  $H_{range}$  para cada tipo de rede. Inicialmente, supôs-se que os efeitos de atenuação pudessem ser compensados por um aumento no parâmetro  $\delta H$ , ou aumentando o número de meses da simulação, esperando que o sistema de alguma forma estivesse apenas demorando mais tempo para acumular honestidade suficiente para fazer a transição abrupta anteriormente observada. Ambos testes, no entanto, resultaram em curvas atenuadas pouco modificadas.

Isto indica para a possibilidade dos efeitos de rede serem não apenas uma atenuação temporal na dinâmica, mas sim um modificador da dependência estática do crime em relação aos parâmetros de punição  $p_0$  e  $p_1$ .

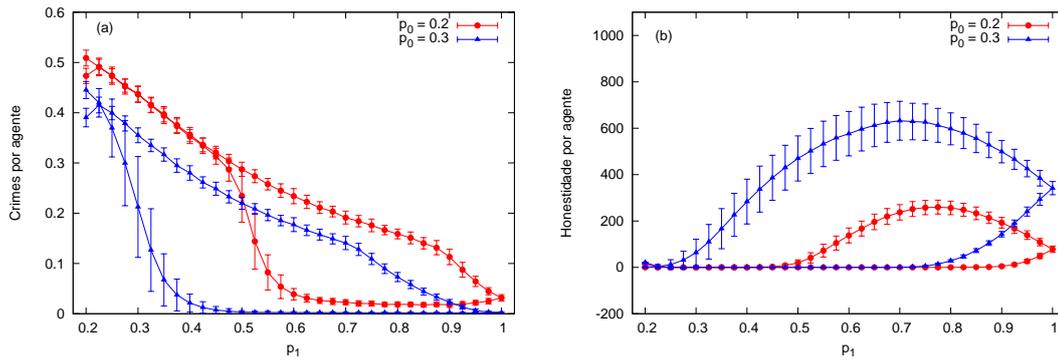


Figura 3.6: Ciclo de histerese, sem efeitos de rede, médias sobre 100 amostras. Painel (a): Crimes. Painel (b): honestidade.

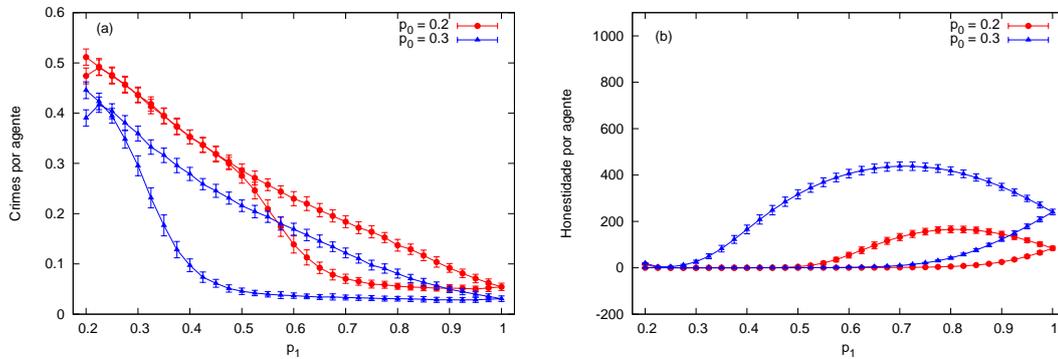


Figura 3.7: Ciclos de histerese, rede small world,  $H_{range} = 1$ , médias sobre 100 amostras. Painel (a): Crimes. Painel (b): Honestidade.

### 3.3 Histerese

Um segundo experimento envolve a modificação dinâmica dos parâmetros de punição durante uma simulação, de maneira a observar a resposta da sociedade artificial a alterações no aparelho punitivo. O objetivo é estudar tentativas de reverter estados de alta criminalidade com ajuste da punição, e a resistência à degradação, uma vez que este estado é atingido.

Nessas simulações, parte-se de uma única condição inicial. A cada trinta meses, modifica-se o valor de  $p_1$  sem reiniciar a simulação. Parte-se inicialmente do estado de alta criminalidade, com  $p_1 = 0.2$ , aumenta-se o parâmetro até  $p_1 = 1.0$ , e se retorna até  $p_1 = 0.2$  novamente.

Os resultados para o modelo sem efeitos de rede estão relacionados na *Figura 3.6*, que mostra o ciclo de criminalidade e honestidade para o experimento. Observa-se um resultado interessante, um ciclo de histerese na criminalidade, que está associado ao aumento e acúmulo de honestidade no regime em que a punição começa a se tornar eficiente. A conclusão principal a ser retirada é de que é muito mais difícil reverter um estado de degradação da sociedade

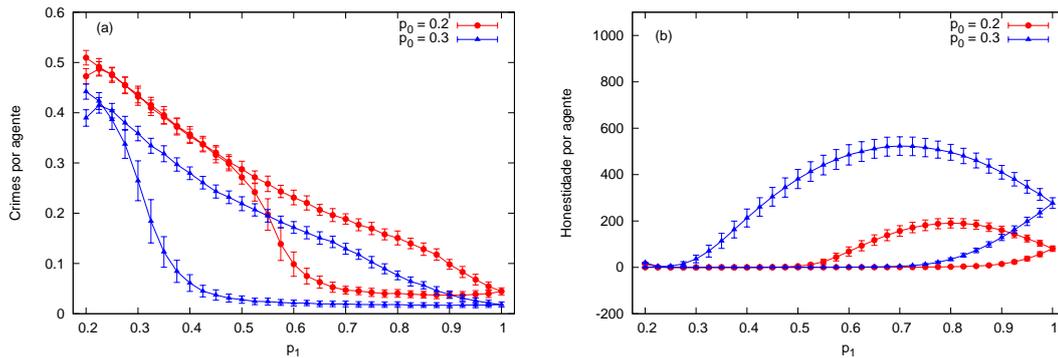


Figura 3.8: Ciclos de histerese, rede scale free,  $H_{range} = 1$ , médias sobre 100 amostras. Painel (a): Crimes. Painel (b): Honestidade.

do que manter o estado de baixa criminalidade já estabelecido. O acúmulo de honestidade é responsável por esta resistência à degradação.

Expandindo a análise para incluir interações de rede, utilizou-se para ambas topologias o  $H_{range} = 1$  (mínimo), no espírito da seção anterior, de visualizar os efeitos de localidade mais agudos possíveis. Os resultados para rede small world estão na Figura 3.7, e os resultados para redes Scale Free, na Figura 3.8. Os efeitos anteriores de atenuação se repetem, existe um acúmulo menor de honestidade, e os efeitos são mais notáveis para a rede small world. Existe um acúmulo menor de honestidade, que se traduz em uma deformação do laço de histerese. Por outro lado, o retorno ao estado de alta criminalidade é mais lento e menos turbulento: a honestidade decai mais devagar, as barras de erro na transição abrupta de retorno à alta criminalidade são menores (especialmente para o caso small world).

O sistema de curto alcance resiste não apenas ao aumento de honestidade média, mas também a sua diminuição. O sistema com criminalidade local é, além de menos abrupto, conservador de tendência.

### 3.4 Variação dos parâmetros de rede

Um último teste fundamental, é estudar os efeitos da variação dos parâmetros de geração dos dois tipos de rede. Usou-se, para verificar a tendência, novamente a curva de criminalidade para  $p_0 = 0.2$  e alcance mínimo  $H_{range} = 1$ . Os resultados podem ser conferidos na Figura 3.9.

Para redes small world, geradas com o algoritmo W-S, os dois limites extremos são a rede ordenada, com alto  $C$  e  $\langle L \rangle$ , e a rede randômica, com  $C$  e  $\langle L \rangle$  baixos. No painel (a) observa-se que, para o modelo W-S, ocorre atenuação da transição para ambos os limites extremos, embora

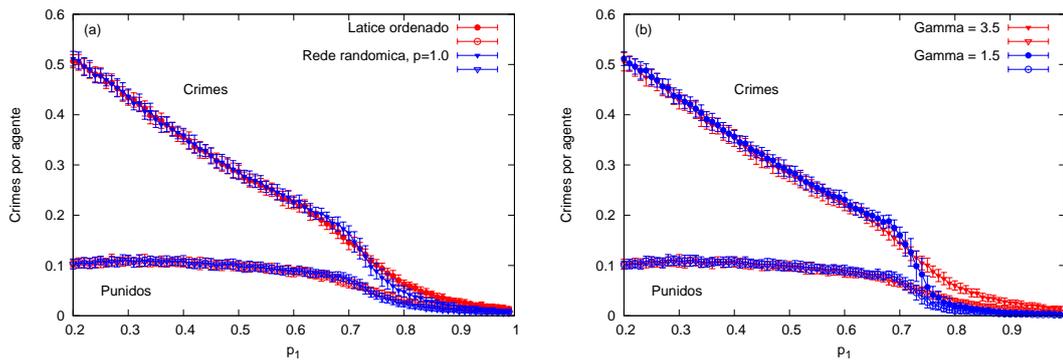


Figura 3.9: Comparação de redes com diferentes parâmetros, médias sobre 40 amostras. Painel(a): small world. Painel(b): scale free.

seja notável que é um pouco menos atenuada a curva para a rede randômica (com menor caminho médio). Para rede scale free, no painel (b), foram usados valores de  $\gamma$  afastados em torno do valor anterior, nos limites dos valores observados para redes reais. Para  $\gamma = 1.5$ , o caminho médio é da ordem de  $\langle L \rangle \approx 1.5$ . Neste regime a cauda da distribuição é mais larga, e existem maiores quantidades de hubs, de forma que iterações de baixo alcance são praticamente globais, e a transição abrupta surge mesmo para alcance mínimo. Utilizando um limite diferente, para  $\gamma = 3.5$ ,  $\langle L \rangle \approx 5.0$ , observa-se uma atenuação muito mais forte do que quando se utilizou  $\gamma = 2.5$ , comparável à observada nos experimentos com small world.

## *Conclusão*

Ao longo da execução do presente trabalho, procurou-se estudar os efeitos da punição sobre a dinâmica criminosa em um modelo de sociedade artificial, utilizando inicialmente aproximação de campo médio e utilizando dois modelos importantes de redes complexas como meio de aproximar redes sociais empíricas.

Na aproximação de campo médio, observa-se uma transição abrupta na criminalidade, associada a um valor crítico de  $p_1$ . A posição deste ponto crítico é dependente do valor de  $p_0$ , de onde se conclui que, embora políticas de tolerância zero não sejam necessárias, a impunidade com pequenos crimes é globalmente negativa. A razão para isso é de que o parâmetro honestidade é o motivador dessa transição abrupta, e sua dinâmica é ajustada por número de crimes, independentemente da gravidade da ofensa.

Outro comportamento interessante associado ao parâmetro honestidade da população é a observação de curvas de histerese da criminalidade como efeito de modificações do parâmetro de punição  $p_1$ . Esse efeito reflete uma dificuldade muito maior em atingir estados de baixa criminalidade a partir de um estado muito degradado, comparado com relativa facilidade em manter um estado de baixa criminalidade.

Quando o modelo é aplicado sobre redes complexas, obtêm-se resultados muito semelhantes, mas nota-se que existe uma atenuação na transição da criminalidade. Esta atenuação está associada à localidade do crime em relação às distâncias médias da rede, e se observa que uma sociedade menos conectada é mais resistente a mudanças de estado de criminalidade, tanto a redução do crime quanto ao retorno à um estado de alta criminalidade.

De maneira geral, observou-se que a inclusão de efeitos de rede não altera os principais resultados obtidos com aproximação de campo médio, salvo para o caso em que os efeitos da ação criminosa são muito localizados. Considera-se que este limite da localidade, que é associado a uma resistência de modificação da honestidade, pode ser associado a casos em que segmentos da sociedade estão relativamente isolados do restante, um indicativo, talvez, de que a globalização das interações sociais tornam as transições entre estados de criminalidade mais velozes e sensíveis. Se for considerado que a localidade dos efeitos de crimes e punições (parâmetro  $H_{range}$ ) estão associados aos meios de informação e notícia, que ampliam

enormemente a quantidade de testemunhas na rede, podem-se associar os resultados obtidos a um benefício da documentação das punições de crimes em todas as escalas.

Finalmente, considera-se que o estudo do modelo com utilização de redes complexas ainda não está concluído. Em uma possível continuidade do trabalho poderiam-se incluir correlações adicionais entre os agentes, baseadas em suas posições nas redes. Um exemplo deste tipo de aplicação seria distribuir a renda inicial de forma correlacionada a redondeza geográfica, procurando simular a existência de bairros ricos e bairros pobres, ou de outra forma, correlacionar a honestidade inicial com as posições da rede, procurando simular organizações criminosas.

Além disso, alguns aspectos do modelo poderiam ser modificados, para que as iterações de rede fossem melhor observadas, como por exemplo, a utilização da renda da vítima  $W_j$  no lugar da renda média  $\langle W \rangle$  quando se calcula o valor do saque. O uso de  $\langle W \rangle$  é uma aproximação de campo médio que retira a individualidade dos agentes na dinâmica criminosa, e se espera que tal alteração, baseada na suposição razoável de que a expectativa de furto é proporcional a renda da vítima, modifique os resultados de forma notável.

## *Referências Bibliográficas*

- 1 BECKER, G. Crime and punishment: an economic approach. *Journal of Political Economy*, **76**, p. 169–217, (1968).
- 2 GORDON, M. B.; IGLESIAS, J. R.; SEMESHENKO, V.; NADAL, J.-P. Crime and punishment: the economic burden of impunity. *European Physical Journal B*, **68**, p. 133–144, (2009).
- 3 IGLESIAS, J. R.; SEMESHENKO, V.; SCHNEIDER, E. M.; GORDON, M. B. Crime and punishment: does it pay to punish? *Submitted to Physica A*, (2011).
- 4 ALBERT, R.; BARABASI, A.-L. Statistical mechanics of complex networks. *Reviews of Modern Physics*, **74**, (2002).
- 5 ERDOS, P.; RENYI, A. On random graphs. *Publicationes Mathematicae*, **6**, p. 290–297, (1959).
- 6 BOLLOBÁS, B. Degree sequences of random graphs. *Discrete Mathematics*, **33**, p. 1–19, (1981).
- 7 WATTS, D. J.; STROGATZ, S. H. On random graphs. *Nature*, **393**, p. 440–442, (1998).
- 8 ALBERT, R.; BARABASI, A.-L. Emergence of scaling in random networks. *Science*, **286**, (1999).

## Apêndice A: Gerador de redes *Small World*

```

subroutine sw_gen(N,Network,k,p)
  implicit none
  !Network = matriz de conexões
  !seed = seed do gerador
  Real :: z, p
  !z = variável randomica dummie
  !p = probabilidade de reconexão
  Integer :: N, i, j, k, l, Network(N,N), a, Network_temp(N,N), d, y, w, t
  Integer :: burn1(N), burn2(N), counter1, counter2, amax
  !N = numero de elementos da rede
  !i, j, l, a; são inteiros dummies
  !k são os vizinhos conectados inicialmente
  !open(4,file='log.txt')
  !Agora gerar a rede inicial circular
  Network=0
  amax=0
  do i=1, N
    do j=1, k
      if (i+j .gt. N) then
        a=i+j-N
      else
        a=i+j
      end if
      Network(i,a) = 1
      Network(a,i) = 1
    end do
  end do
  !Redistribui os links
  25 Network_temp = Network
  do i=1, N
    a=i
    do j=a, N
      if(Network(i,j) == 1) then
        call random_number(z)
        if(p .gt. z) then
          call random_number(z)
100      d = z*1.0*(N) + 1
          if (i==d) then
            goto 100
          else if (Network(i,d) == 1) then
            goto 100
          else
            Network_temp(i,j) = 0
            Network_temp(j,i) = 0
            Network_temp(i,d) = 1
            Network_temp(d,i) = 1
            !write(4,*) "origem=", i, j, "destino", i, d, "probabilidade=", p
          end if
        else
          end if
        end if
      end if
    end do
  end do
  !algoritmo de burning
  21 burn1 = Network_temp(1,:)
  burn2 = Network_temp(1,:)
  26 continue
  do i=1, N
    if (burn2(i) .ne. 0) then
      burn2 = burn2 + Network_temp(i,:)
    else

```



## *Apêndice B: Gerador de redes Scale Free*

```

subroutine sf_gen(N,Network,kmin,gamma)
  implicit none
  !Network = matriz de conexões output
  !seed = seed do gerador
  Real :: z, gamma, ka
  !z = variável randomica dummie
  !p = probabilidade de reconexão
  Integer :: N, i, j, kmin, kmax, l, Network(N,N), a, d, k, No, Nd, freemax, M, histo(N)
  Integer :: burn1(N), burn2(N), counter1, counter2, origem, destino, freespaces, correc
  Integer :: soma, para, hubdefine, hubmax
  Integer :: Kn(N) !links a serem distribuidos
  Integer , Allocatable :: conex(:, :)
  !N = numero de elementos da rede
  !i, j, l, a; são inteiros dummies
  !open(4,file='log.txt')
  !open(7,file='kntest.dat')
  para = 5
  kmax = N-1 !por definição
25 continue
  correc=0
  Network=0
  Histo = 0
  Kn=0
  freespaces = 0
  !gera distrib de ks:
  do i=1, N
    call random_number(z)
    ka = 1.0*(z*(kmax**(1-gamma)-kmin**(1-gamma)) +kmin**(1-gamma))**(1/(1-gamma))
    k = ka
    if (k == 1) then
      write(*,*) "Falha na distribuição"
      k=kmin
    else
      end if
    Kn(i) = k
    Histo(k) = Histo(k) +1
    freespaces = freespaces + k
  end do
  k = sum(Kn)
  a = (k+1)/2 !arredondamento para inteiro, se for ímpar, aumenta em 1
  k = k/2
  if (a .gt. k) GOTO 25 !númer ímpar de conexões, gera novamente
  freemax = freespaces
  Allocate(conex(1:2,1:freespaces))
  conex=0
  !preenche primeira linha da matriz conexões
  counter1=1
  do i=1, N
    M = Kn(i)
    do j=1, M
      conex(1,counter1) = i
      counter1 = counter1 + 1
    end do
  end do
0066 continue
  !laço de conexões
  do while (freespaces .gt. 0) !até acabarem os freespaces
    !seleciona origem
0033 call random_number(z)
    a = 1.0*z*freespaces +1
    origem = 0

```

```

do i=1, a
0031  origem = origem + 1
      if (conex(2,origem) .gt. 0) goto 0031
end do
No = conex(1,origem)
!seleciona destino
0055 call random_number(z)
      if (0 .ge. (freespaces - Kn(No))) then !testa se existem nodos viáveis a conectar
        Deallocate(conex)
        goto 25
      end if
      destino = 0
      a = 1.0*z*(freespaces - Kn(No)) +1
      do i=1, a
0044  destino = destino +1
        Nd = conex(1,destino)
        if (conex(2,destino) .gt. 0) goto 0044
        if (Nd == No) goto 0044 !não faz autoconexões
      end do
      !escreve na matriz e ajusta os contadores
      freespaces = freespaces - 2
      Kn(No) = Kn(No) - 1
      Kn(Nd) = Kn(Nd) - 1
      conex(2,origem) = Nd
      conex(2,destino) = No
end do
if (correc == para) goto 0067
Network = 0
do i=1, freemax
  No = conex(1,i)
  Nd = conex(2,i)
  if (Network(No,Nd) == 0) then
    Network(No,Nd) = 1
  else
    conex(2,i) = 0
    Kn(No) = Kn(No) +1
    freespaces = freespaces +1
  end if
end do
correc = correc+1
goto 0066
!conferências
0067 a = sum(Kn)
!algoritmo de burning
hubmax = !escolhe um big hub pra começar
a=0
do i=1, N
  if (sum(Network(i,:)) .gt. a) then
    a = sum(Network(i,:))
    hubmax = i
  end if
end do
268 burn1 = Network(hubmax,:)
burn2 = Network(hubmax,:)
266 continue
do i=1, N
  if (burn2(i) .ne. 0) then
    burn2 = burn2 + Network(i,:)
  else
  end if
end do
do i=1, N !renormalização
  if (burn2(i) .gt. 0) then
    burn2(i) = 1
  else
  end if
end do
a = sum(burn2)
d = sum(burn1)
if(a == d) then !burning halt
  if (a == N) then !passou
    goto 24
  else !não passou

```

```

        write(*,*) "burning fail", a, "/", N
        goto 0101
0102  continue
      end if
    else
      burn1 = burn2
      goto 266
    end if
24  continue
do i=1, N
  do j=1, N
    if(Network(i,j) .ne. Network(j,i)) then
      write(*,*) "catastrophic algorithm fail"
      STOP
    end if
  end do
end do
return ! ends
!reconector de eremitas
0101 continue
call random_number(z)
a = sum(burn2)
counter2 = 1.0*z*(N-a) + 1
counter1 = 0
do l=1, counter2
0103 counter1 = counter1 + 1
    if (burn2(counter1) == 1) goto 0103
end do
No = counter1
hubdefine=30
0109 soma=0
do l=1, N !conta hubs presentes no supercluster
  if(burn2(l) == 1) then
    if(Sum(network(l,:)) .gt. hubdefine) soma=soma+1
  end if
end do
if (soma == 0) then !se não acha reduz a exigência
  hubdefine = hubdefine - 1
  goto 0109
end if
call random_number(z)
counter2 = 1.0*z*soma + 1
counter1=0
do l=1, counter2
0104 counter1 = counter1 + 1
  if(burn2(counter1) == 0) goto 0104
  if(burn2(counter1) == 1) then
    if(Sum(network(counter1,:)) .le. hubdefine) goto 0104
  end if
end do
Nd = counter1
Network(No,Nd) = 1
Network(Nd,No) = 1
goto 268 !reburn
end subroutine sf_gen

```



```

end if
end do
K = W !primeira renda
Wmed = 1.0*sum(k)/N
Kmed = 1.0*sum(k)/N
Smed = 5*Wmed
cCt = 0 !crimes totais
cPt = 0 !punições totais
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!Dinamica MENSAL!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
do m=1, meses !laço de simulação dos meses todos
!write(*,*) "m=", m
cCm=0 !crimes mensais
cPm=0 !punições mensais
wit_crime = 0 !matriz de crimes testemunhados
wit_punish = 0 !matriz de punições testemunhadas
do i=1, N !varre todos os agentes
if (J(i) .gt. 0) goto 532 !Aprisionados não são elegíveis NOCRIME
call random_number(r)
!Booty, Pi e tempo na prisão
Smed = 5.0*Wmed
S = r*10.0*Wmed !saque
expo = 1.0*(S-Smed)/Smed
Pi = p1 + (p0-p1)*(1.0/(1 + exp(expo)))
tau = 1 + (S/Wmed)
!utilidade
U = (1 - Pi)*(S + tau*W(i)) - Pi*(fd)*S -H(i) - tau*W(i)
if (U .le. 0) goto 532 !crime inutil NOCRIME
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!! CRIME !!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!monta os vizinhos
neighbors = ne_c(i,:)
007 Neighbors(i) = 0 !não é elegível para autocrimecriminoso /= vitima
where(J .ne. 0) Neighbors = 0 !Prisioneiros não são vizinhos elegíveis
where(Neighbors .gt. 0) Neighbors = 1 !renormaliza
c = sum(Neighbors)

if (c == 0) then !não tem crime sem vizinhos
WRITE(7,*) "SEM VIZINHOS"
goto 532 !NOCRIME
end if
!determina a vitima em v, o criminoso sera i
call random_number(z)
a = 1.0*z*c + 1
v = 0
2020 do e=1, a
v = v + 1
if (neighbors(v) == 0) goto 2020
end do
!Agora determina matriz de testemunhas
!0 h_range propaga em volta de cada envolvido
!criminoso e a vítima, range 1 sao prim vizinhos de i e v
witness=0
where (0 .ne. ne_h(i,:)) witness = 1
where (0 .ne. ne_h(v,:)) witness = 1
0071 continue
call random_number(z)
if (Pi .gt. z) then !testa punição:
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!PUNIÇÃO!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
k(i) = k(i) - 1.0*(fd)*S !multa
if(0 .gt. k(i)) k(i) = 0
J(i) = tau !jailtime
if (J(i) .lt. 1) J(i) = 1
Nfr = Nfr - 1
Nj = Nj + 1
cCm(i) = cCm(i) + 1
cPm(i) = cPm(i) + 1
wit_crime = wit_crime + witness
wit_punish = wit_punish + witness

```

```

        Jtot = Jtot + tau
        goto 233
    else
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!! CRIME IMPUNE !!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
        !transferencia do saque
        if (S .gt. W(v)) then
            !saque maior q o riqueza da vitima
            K(i) = K(i) + K(v)
            K(v) = 0
        else !saque menor que riqueza vitima
            K(i) = K(i) + S
            K(v) = K(v) - S
        end if
        wit_crime = wit_crime + witness
        cCm(i) = cCm(i) + 1
    end if
233    continue
532    continue
end do !fim varre todos agentes
!Rotinas de fim de mês
do i=1, N
    if(J(i) .gt. 0) then
        J(i) = J(i) - 1!cumprindo pena
        if (J(i) == 0) then !release
            Nfr = Nfr + 1
            Nj = Nj - 1
        end if
    else
        spent = 0.25*w(i)
        K(i) = K(i) + W(i) -1 -spent!(renda mensal menos custos)
        if(wit_crime(i) == 0) then !sem crimes testemunhados
            difhon = 0
        else
            r = wit_punish(i)
            z = wit_crime(i)
            difhon = 1.0*(r/z) - 0.5
        end if
        H(i) = H(i) + difhon*deltaH
    end if
    if (H(i) .lt. 0) then
        H(i) = 0
    end if
end do
Kmed = 1.0*sum(K)/N
Hmed = 1.0*sum(H)/N
!reporta dinamica mensal
write(2,*) m, sum(cCm), sum(cPm), Kmed, Hmed, Nj
end do !fim de todo os meses
G=0
do iy=1, N-1
    e = iy+1
    do yi=e, N
        G = 1.0*G + abs(K(yi) - K(iy))
    end do
end do
G = G/sum(k)
G=G/(N-1)
end program CCN_normal

```