Este trabalho é sobre como estender a definição de geodésicas a espaços métricos e sobre a existência de tais curvas. Quando trabalhamos com espaços vetorias, temos o plano tangente e podemos trabalhar com o vetor tangente a uma curva. Com essas ferramentas, podemos falar no conceito usual de geodésica. Mas e se estamos em um espaço métrico, o que é uma geodésica? Dados dois pontos, existe uma curva que os liga com o menor comprimento possível? O que é o comprimento de uma curva?
O trabalho a ser apresentado consiste em tentar responder a essas questões. Primeiramente define-se a variância de uma curva em um intervalo, que é o correspondente ao seu comprimento. Além disso, definimos a chamada derivada métrica da curva. Feito isso, usando dois lemas mostra-se o seguinte teorema: Seja (E,d) um espaço métrico compacto. Dados x, y em E, tais que existe uma curva retificável Lipschitz que conecta x a y, então existe uma curva Lipschitz que conecta esses pontos, cuja variância é o ínfimo do conjunto das variâncias das curvas Lipschitz que ligam x a y.
O primeiro lama relaciona a variância de uma curva com a derivada métrica, para demonstrá-lo são utilizados conceitos e teoremas da medida de Lebesgue na reta. Já o segundo lema é um resultado técnico, que mostra que, como em geometria diferencial, em espaços métricos também se pode reparametrizar curvas por "comprimento de arco". A demonstração desse lema é não é simples, porém é elementar. Para o teorema, o principal resultado usado é o teorema de Arzalá-Ascoli.