

No American Mathematical Monthly volume 116, número 9, de novembro de 2009, o seguinte problema é proposto ao leitor. Seja  $a(n)$  o número de diferentes maneiras de dispor  $n$  bolas idênticas em uma sequência de urnas  $U_1, U_2, U_3, \dots$  de tal modo que  $U_1$  receba pelo menos uma bola e, enquanto sobraem bolas, cada urna receba, pelo menos, tantas bolas quanto todas as urnas anteriores combinadas. Seja  $b(n)$  o número de partições de  $n$  em potências de 2, sendo permitida a repetição de potências de 2, ou seja,  $b(n)$  é a quantidade de maneiras de escrever  $n = 2^{p_1} + 2^{p_2} + \dots + 2^{p_k}$ , com  $p_1 \leq p_2 \leq \dots \leq p_k$ . O problema proposto era provar que  $a(n) = b(n)$ . A situação contada por  $a(n)$  também pode ser modelada pelo problema da contagem de empilhamentos de caixas em que cada caixa pesa um número inteiro de kg e o peso total sobre cada uma das caixas da pilha não excede o peso da própria caixa. Por isso, na literatura, encontramos o termo “non-squashing partition”, que traduzimos para partição não colapsante.

O presente trabalho tem por objetivo apresentar uma prova bijetiva para a solução do problema. Por prova bijetiva entende-se apresentar uma bijeção entre o conjunto das partições de  $n$  em potências de 2 e o conjunto das partições não colapsantes de  $n$ . A igualdade proposta no problema do American Mathematical Monthly é considerada no artigo M. D. Hirschhorn and J. A. Sellers, A different view of  $m$ -ary partitions, Australasian J. Combin. 30 (2004), pp. 193–196 onde é provada por um método diferente do seguido em neste trabalho, usando funções geradoras.

Na verdade, o artigo mencionado acima um problema mais geral é considerado, mas nosso método se aplica a ele igualmente.