

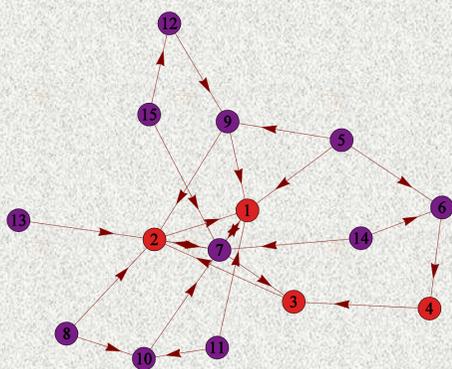
## Introdução

- A teoria de jogos evolutivos trata do estudo do comportamento de uma determinada população, cujos agentes atuam seguindo estratégias puramente racionais, sempre buscando maximizar o seu retorno a cada rodada. Essa teoria pode ser aplicada no jogo de bens públicos quando a variável motivação passa a orientar a decisão de quanto o agente investirá no fundo comum.
- Este trabalho procurou desenvolver uma versão estocástica para a classe dos jogos evolutivos de bens públicos, objetivando compreender como ocorre a evolução da variável dinâmica motivação média, a partir dos parâmetros propostos pelo modelo [da Silva, Baraviera, Dahmen e Bazzan, 2006].

## Metodologia

- O modelo propõe a existência de um fundo comum, constituído pelo montante investido pela população. O retorno do fundo é determinado pelo termo  $a + br$ , que multiplica o montante dos investimentos, onde  $a$  e  $b$  são constantes positivas e  $r$  é uma variável aleatória que assume valores no intervalo  $[-1, 1]$ . Ao final de cada rodada, os ganhos ou prejuízos obtidos pelo fundo são distribuídos igualmente entre todos. Cada agente decidirá o quanto investir conforme o seu estado interno e o estado interno dos agentes vizinhos. O estado interno é determinado pela variável binária motivação, atualizada ao final de cada rodada de acordo com o retorno obtido.
- A variável aleatória no termo que multiplica o montante dos investimentos propicia uma análise da dinâmica do modelo como sendo um processo estocástico. Assim, foi possível a utilização de ferramentas das Cadeias de Markov para analisar o comportamento da evolução do jogo após um número significativo de rodadas.

Exemplo de uma pequena vizinhança.

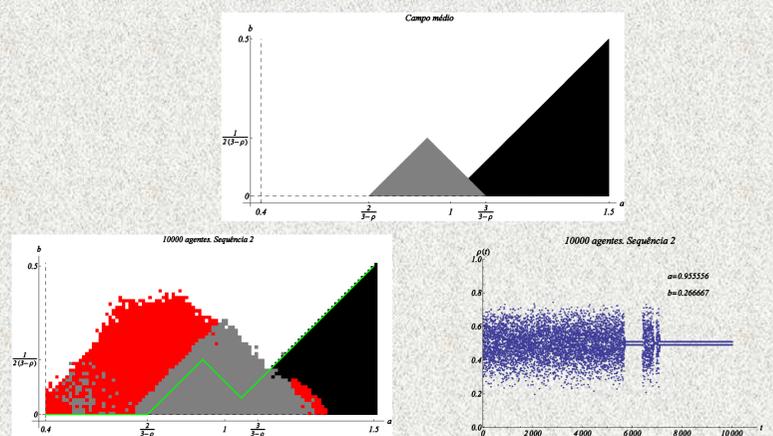


Observa-se que os agentes 5 e 14 são vizinhos do agente 6, mas ele é apenas vizinho do agente 4

- No estudo de uma população no limite de infinitos agentes completamente conectados (situação denominada "campo médio"), supunha-se que cada participante do jogo verificava a motivação média de toda a população para tomar a sua decisão sobre o quanto investir. Nesse caso, o comportamento do sistema pode ser completamente determinado a partir da motivação média inicial. Em particular, os únicos estados possíveis para a motivação média são  $1$ ,  $0$ ,  $\rho$  e  $1 - \rho$ .
- Ao investigar-se uma população com um número finito de agentes, foram construídas diversas matrizes de vizinhança, do tipo livre de escala, para representar as populações. Nessa situação, cada agente tem um determinado número de vizinhos, os quais ele verifica o estado de motivação.

## Resultados

- Ao estudar-se a estrutura de vizinhança do tipo campo médio, foi demonstrado que o comportamento da motivação média, após certo número de rodadas, pode atingir um estado estacionário ou oscilar entre dois valores complementares.
- Com um número finito de agentes, utilizando várias matrizes de adjacência, observou-se que há outras possíveis situações de evolução da motivação média. Entretanto, verificou-se que, ao aumentar de maneira significativa o tamanho da população e o número de rodadas, o comportamento da motivação média tende a ter a mesma estrutura do campo médio.
- Isso pode ser visualizado em um diagrama  $a \times b$ , onde branco é motivação  $0$ , preto é motivação  $1$ , cinza corresponde a motivação periódica no tempo e vermelho comportamento aperiódico.



## Conclusões

- A evolução do comportamento do jogo, além de depender dos parâmetros pré-determinados, também é influenciada pelo tamanho e tipo de estrutura da população investigada.
- A análise do campo médio é exata e fornece informações sobre o comportamento do jogo para outras matrizes de adjacência. Pode-se ver pelo diagrama que existem regiões nas quais o comportamento é o mesmo do campo médio.

## Perspectivas

- O modelo de rede do tipo livre de escala também ganha aplicação em sistemas reais, ao procurar compreender a dinâmica do sistema a partir de uma dada estrutura de agentes conectados.
- Assim, os sistemas de informação, as redes ecológicas e a ligação entre sítios da Web são exemplos de possíveis aplicações.

## Referências Bibliográficas

- da Silva, R.; Baraviera, A. T.; Dahmen, S. R.; Bazzan, A. L. C. "Dynamics of a public investment game: from nearest-neighbor lattices to small world networks" *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, 584, 221–233, (2006).
- da Silva, R.; Bazzan, A. L. C.; Baraviera, A. T.; Dahmen, S. R. "Emerging collective behaviour of financial dynamics in a public investment game" *Physica A*, 371, 610–626, (2006).
- da Silva, R.; Guidi, L. F.; Baraviera, A. T. "Mean field approximation for a stochastic public goods game", *International Journal of Bifurcation and Chaos*.