

# Amplitudes de Espalhamento da Cromodinâmica Quântica em Ordem Seguinte à Dominante

Mateus Broilo da Rocha

Orientado por Profa. Dra. Maria Beatriz Gay Ducati

Instituto de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Caixa Postal 15051, 91501-970 Porto Alegre, RS, Brasil

GFPAE – Grupo de Fenomenologia de Partículas de Altas Energias

## Resumo

É bem conhecida a correspondência entre a evolução das amplitudes de espalhamento da Cromodinâmica Quântica (QCD) no limite de altas energias e as soluções de ondas progressivas (TWS) dos processos de reação-difusão da Física Estatística. A equação mais simples que descreve o limite de altas energias da QCD é a equação Balitskii-Kovchegov (BK) para as amplitudes de espalhamento dipolo-alvo. Estudaremos as amplitudes de espalhamento dadas pela equação BK – no caso de parâmetro de acoplamento dinâmico – ajustando-as mediante a interpolação de uma função eikonal.

## Introdução

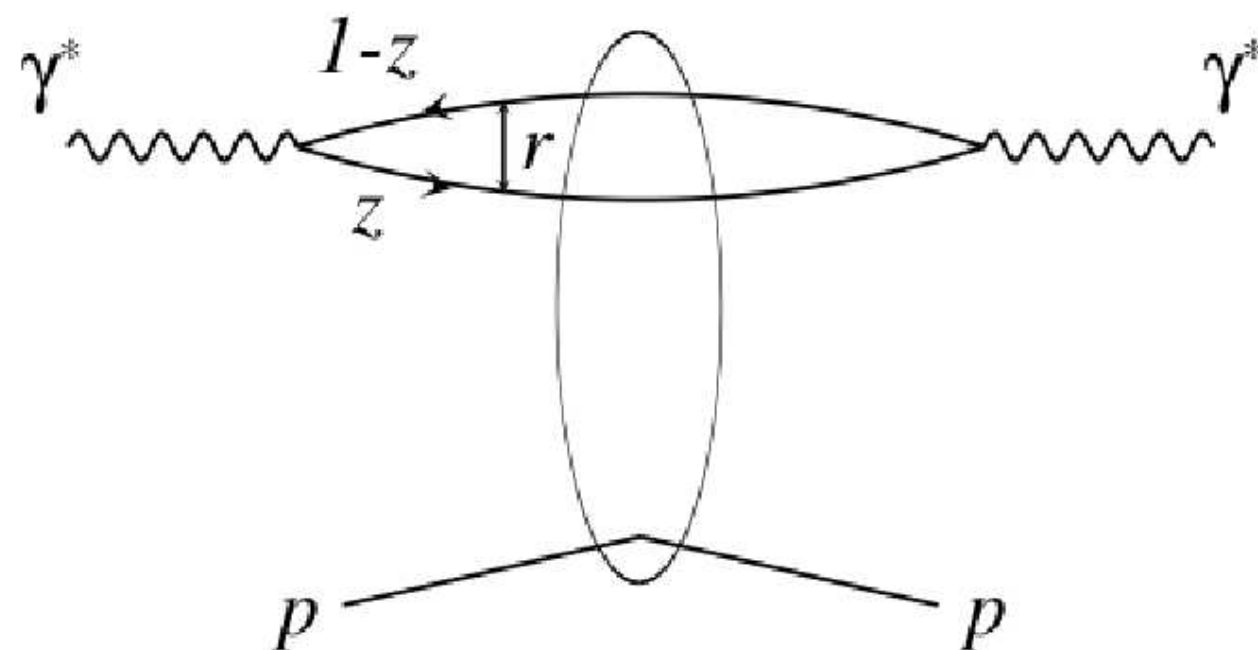
É conveniente trabalhar com o espalhamento profundamente inelástico (DIS) no formalismo de dipolos de cor da QCD; pois na região de pequeno  $x$ , fração de momentum do parton provado, o DIS elétron-próton no referencial de dipolos permite a fatorização da seção de choque  $\gamma^* -$  próton. Neste referencial o próton carrega a maior parte da energia do processo, porém o fóton possui energia suficiente para splitar em um par quark-antiquark ( $q\bar{q}$ ), ou um dipolo de cor. A seção de choque é fatorizada como [1]

$$\sigma^{\gamma^* p}(Y, Q^2) = \int d^2r \int_0^1 dz |\Psi_{TL}(z, r, Q^2)|^2 \sigma_{\text{dip}}^{\gamma^* p}(Y, r), \quad (1)$$

onde  $\Psi_{TL}(z, r, Q)$  é a função de onda transversal e longitudinal do fóton em um dipolo  $q\bar{q}$  e  $Q^2$  é a virtualidade do fóton virtual;  $\sigma_{\text{dip}}^{\gamma^* p}(Y, r)$  é a seção de choque dipolo-próton;  $r$  é a separação transversal do par  $q\bar{q}$ ;  $Y = \log(1/x)$  é a variável de rapidez e  $z$  é a fração de momentum longitudinal do fóton carregado pelo quark. Através da equação (1), podemos obter a equação para a função de estrutura do próton  $F_2$  dada por

$$F_2(x, Q^2) = \frac{Q^2}{4\pi\alpha_{\text{em}}} [\sigma_T^{\gamma^* p}(x, Q^2) + \sigma_L^{\gamma^* p}(x, Q^2)], \quad (2)$$

onde  $\alpha_{\text{em}}$  é o parâmetro de acoplamento eletromagnético.



## A Equação de Balitskii-Kovchegov

A equação BK descreve a evolução com a rapidez do espalhamento do dipolo de cor por um alvo, sendo o dipolo formado por um par  $q\bar{q}$  com coordenadas transversas  $x$  e  $y$ . No caso de acoplamento fixo, a evolução da amplitude de espalhamento no espaço bidimensional de posição é dada por [2]

$$\partial_Y N(x, y, Y) = \bar{\alpha} \int d^2z \frac{|xy|^2}{|xz|^2 |zy|^2} [N(x, z, Y) + N(z, y, Y) - N(x, y, Y) - N(x, z, Y)N(z, y, Y)], \quad (3)$$

onde  $\bar{\alpha}$  é o parâmetro de acoplamento fixo;  $|xy|^2 = (x - y)^2$  é o tamanho do dipolo. Considerando que a amplitude  $N$  é independente do parâmetro de impacto  $b = (x - y)/2$  e das direções  $r = x - y$ , então

$$N(x, y) \rightarrow N(r, b) \rightarrow N(r), \quad (4)$$

a seção de choque do dipolo-próton é proporcional à amplitude de espalhamento  $N$  através da relação [5]

$$\sigma_{\text{dip}}^{\gamma^* p}(Y, r) = 2\pi R_p^2 N(r, Y), \quad (5)$$

onde  $N(r, Y)$  é a amplitude de espalhamento para frente e  $R_p$  é o raio do próton. É verificado que as seções de choque apresentam uma interessante característica fenomenológica do DIS, chamada de escalamento geométrico. Este é expresso como uma propriedade de escala da seção de choque do  $\gamma^* -$  próton [3]

$$\sigma^{\gamma^* p}(Y, Q^2) = \sigma^{\gamma^* p} \left( \frac{Q^2}{Q_s^2(Y)} \right) \quad (6)$$

onde  $Q_s$  é uma função crescente de  $Y$  chamada de escala de saturação. Para lidarmos com amplitudes de espalhamento no

espaço de momentum  $k$ , vamos fazer uso da seguinte Transformada de Fourier

$$\mathcal{N}(k, Y) = \int_0^\infty \frac{dr}{r} J_0(kr) N(r, Y). \quad (7)$$

Nesta representação de dipolos, a propriedade de escalamento geométrico fica

$$\mathcal{N}(k, Y) = \mathcal{N} \left( \frac{k^2}{Q_s^2(Y)} \right). \quad (8)$$

Com aproximações adequadas, pode ser mostrado que esta quantidade obedece à equação de evolução não linear

$$\partial_Y \mathcal{N} = \bar{\alpha} \mathcal{X}(-\partial_L) \mathcal{N} - \bar{\alpha} \mathcal{N}^2, \quad (9)$$

onde

$$\mathcal{X}(\gamma) = 2\psi(1) - \psi(\gamma) - \psi(1 - \gamma), \quad (10)$$

é o kernel da função característica de Balitskii-Fadin-Kuraev-Lipatov (BFKL);  $L = \log(k^2/k_0^2)$  e  $k_0$  é uma escala fixa de momentum; e  $\mathcal{X}(-\partial_L)$  é um operador integrodiferencial. Na aproximação difusiva, i.e, expansão de Taylor do operador até segunda ordem, em torno de  $\gamma = 1/2$ , mantendo o regime cinemático  $8\bar{\alpha}Y \gg L$

$$\mathcal{X}(-\partial_L) = \mathcal{X} \left( \frac{1}{2} \right) + \mathcal{X}' \left( \frac{1}{2} \right) \left( -\partial_L + \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} \mathcal{X}'' \left( \frac{1}{2} \right) \left( -\partial_L + \frac{1}{2} \right)^2. \quad (11)$$

Com isto, reduz-se a equação BK na equação Fisher-Kolmogorov-Petrovsky-Piscounov (FKPP) [4] – famosa equação da Física Estatística de não equilíbrio cuja a dinâmica é chamada de reação-difusão – que apresenta soluções de ondas progressivas. Portanto a equação (9) será dada por

$$\partial_t(t, x) = \partial_x^2 u(t, x) + u(t, x) [1 - u(t, x)], \quad (12)$$

onde  $t$  é o tempo e  $x$  a coordenada espacial. Para TWS podemos definir a posição da frente de onda  $x(t) = v(t)t$ , sem levarmos em consideração os efeitos não lineares. Para grandes intervalos de tempo, a forma da TWS é preservada durante sua propagação, e a solução se torna função apenas da variável de escalamento  $x - vt$ .

## Equação BK com Parâmetro de Acoplamento Dinâmico

Para o caso em que o acoplamento na equação (9) seja função de  $L$

$$\bar{\alpha}(L) = \frac{\alpha_s N_c}{\pi} = \frac{1}{bL}, \quad b = \frac{11N_c - 2N_f}{12N_c}, \quad (13)$$

a equação BK é escrita como

$$bL \partial_Y \mathcal{N} = \mathcal{X}(-\partial_L) \mathcal{N} - \mathcal{N}^2. \quad (14)$$

Para um valor crítico de  $\gamma$  pode-se mostrar que a velocidade da frente de onda é dada pela seguinte expressão

$$v_c = \sqrt{\frac{2\mathcal{X}(\gamma_c)}{b\gamma_c}}. \quad (15)$$

Expandindo a equação (14) em torno de  $\gamma_c$

$$\frac{bL}{2t} \partial_t \mathcal{N} = -\frac{bv_g^2}{2} \partial_L \mathcal{N} + \frac{\mathcal{X}''(\gamma_c)}{2} (\partial_L^2 \mathcal{N} + 2\gamma_c \partial_L \mathcal{N} + \gamma_c^2 \mathcal{N}). \quad (16)$$

Através da FKPP e mediante um ansatz adequado, encontra-se que a amplitude de espalhamento para o DIS no caso de acoplamento dinâmico tem a seguinte estrutura [5]

$$\mathcal{N}(k, Y) = \text{cte} \times Y^{1/6} \left( \frac{k^2}{Q_s^2(Y)} \right)^{-\gamma_c} \times Ai \left( \xi_1 + \left( \frac{\sqrt{2b\gamma_c \mathcal{X}(\gamma_c)}}{\mathcal{X}''(\gamma_c)} \right)^{1/3} \frac{\log(k^2/Q_s^2(Y))}{Y^{1/6}} \right), \quad (17)$$

vemos que esta amplitude de espalhamento é dada pela função de Airy de primeira espécie sendo  $\xi_1 = -2,338$  o seu primeiro zero; a escala de saturação é dada por

$$Q_s^2(Y) = \Lambda_{\text{QCD}}^2 \exp \left[ \sqrt{\frac{2\mathcal{X}(\gamma_c)}{b\gamma_c}} Y + \frac{3}{4} \left( \frac{\mathcal{X}''(\gamma_c)}{\sqrt{2b\gamma_c \mathcal{X}(\gamma_c)}} \right)^{1/3} \xi_1 Y^{1/6} \right]. \quad (18)$$

## Ajuste aos Dados de HERA

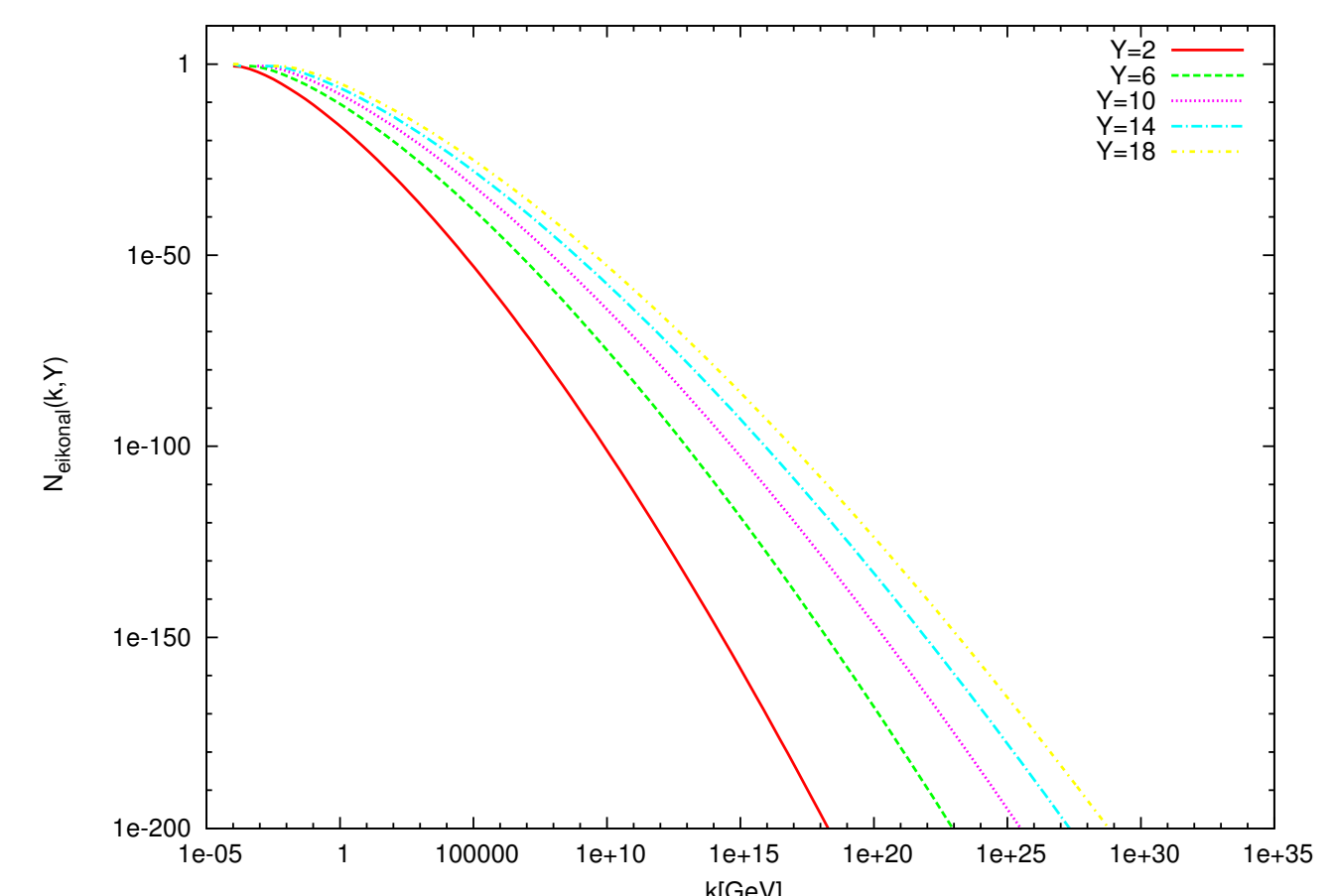
Considerando o parâmetro de acoplamento dinâmico, fizemos o ajuste aos dados das colaborações ZEUS e H1 [6] (do colisor HERA) para o DIS elétron-próton através do modelo de uma função eikonal

$$\tilde{\mathcal{N}}_{\text{eikonal}} = 1 - \exp(-\mathcal{N}_{\text{airy}}), \quad (19)$$

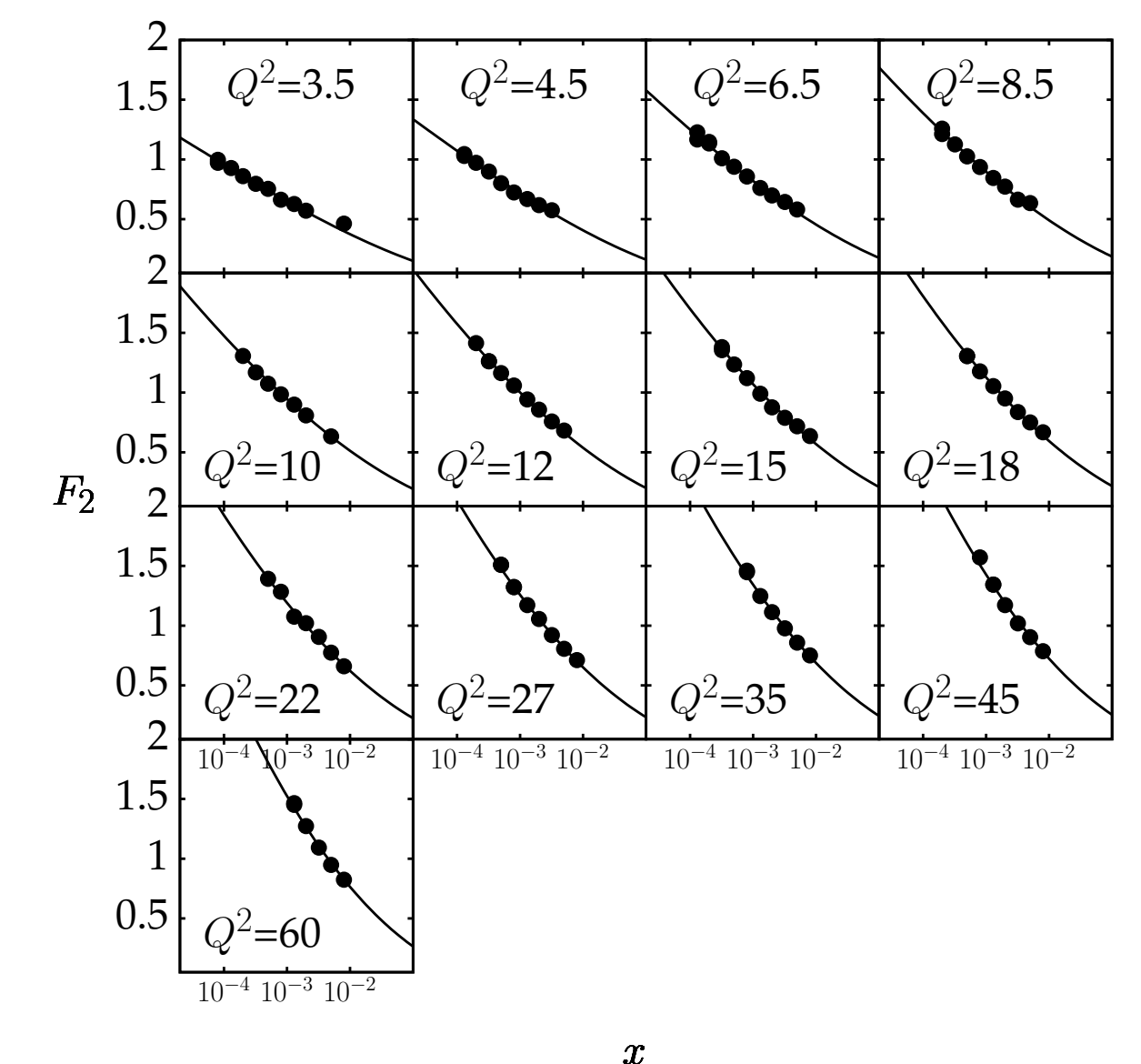
onde  $\mathcal{N}_{\text{airy}}$  refere-se à amplitude de espalhamento (17) e  $Q_s^2 = k_0^2 \exp(v_c \sqrt{Y})$ .

	$\tilde{\mathcal{N}}_{\text{eikonal}}(k, Y)$
$\chi^2/\text{d.o.f.}$	1.230
$R_p [\text{GeV}^{-1}]$	$9.276 \pm 0.066$
$\gamma_c$	$0.487 \pm 0.002$
$v_c$	$1.167 \pm 0.009$
$\mathcal{X}''(\gamma_c)$	$1.134 \pm 0.018$
$k_0^2 (10^{-3})$	$0.677 \pm 0.0147$
$A$	$1.232 \pm 0.200$

A forma das amplitudes de espalhamento através do modelo da função eikonal é mostrado na figura.



Por fim, fizemos o ajuste aos dados prevendo a função de estrutura do próton para o DIS elétron-próton para diferentes virtualidades  $Q^2$  do fóton.



## Resultados

Mostramos que o modelo utilizado para o ajuste das amplitudes de espalhamento no caso de parâmetro de acoplamento dinâmico descreve razoavelmente bem a função de estrutura  $F_2$  do próton para os dados de HERA a valores de virtualidade  $Q^2$  intermediários. Entretanto, os parâmetros obtidos, principalmente  $v_c$ , não correspondem ao esperado do estudo da equação BFKL em ordem seguinte à dominante, nem mesmo a modelagem para a TWS em ordem dominante [7]. Visando a descrição correta da Física de saturação nas energias de HERA, devem ser incluídas correções subassintóticas ao comportamento de TWS.

## Referências

- [1] N.N. Nikolaev, and B.G.Zakharov, Z.Phys.C **49**, 607 (1991); A.H. Mueller, Nucl.Phys. **B415**, 373 (1994).
- [2] I. Balitskii, Nucl.Phys. **B463**, 99 (1996); Y.V. Kovchegov, Phys.Rev. **D60**, 034008 (1999); **61**, 074018 (2000).
- [3] A.M. Stasto, K.Golec-Biernat, and J. Kwiecinski, Phys.Rev.Lett. **86**, 596 (2001).
- [4] R.A. Fisher, Ann.Eugenics **7**, 355 (1937); A. Kolmogorov, I. Petrovsky, and N. Piscounov, Moscow Univ.Bull.Math **A1**, 1 (1937).
- [5] S. Munier and R. Peschanski, Phys. Rev. Lett. **91**, 232001 (2003); Phys.Rev. **D69**, 034008 (2004); Phys.Rev. **D70**, 077503 (2004).
- [6] F.D. Aaron, et al. [H1 and ZEUS collaborations], JHEP **0110**, 109 (2010).
- [7] J.T. de Santana Amaral, M.B. Gay Ducati, M.A. Betemps, and G. Soyes, Phys.Rev. **D76**, 094018 (2007) [arXiv:hep-ph/0612091]; E. Basso, M.B. Gay Ducati, and E.G. de Oliveira Phys.Rev **D84**, 034024 (2011).