TÍTULO: Uma Demonstração Combinatória para uma Propriedade de Congruência dos Números de Lucas

Os números de Lucas formam uma sequência (L_n) de números inteiros satisfazendo a mesma recorrência linear de segunda ordem que a sequência dos números de Fibonacci, mas com condições iniciais diferentes. Tanto a sequência de Fibonacci como suas generalizações satisfazem diversas propriedades aritméticas, dentre elas propriedades de congruência. Em particular, os números de Lucas possuem a propriedade de que L_n é congruente a 1 módulo n se n é primo. Essa propriedade costuma ser demonstrada por métodos algébricos, mas recentemente foi descoberta uma demonstração para ela através de um método combinatório, contando certas disposições de contas brancas e pretas em colares. É muito interessante descobrir essas conexões inesperadas entre áreas distintas da Matemática, como a Aritmética e a Combinatória. Elas costumam produzir bons resultados. Assim, utilizando métodos puramente combinatórios, neste trabalho damos novas demonstrações para a congruência dos números de Lucas enunciada acima, e também para alguns outros resultados de Aritmética, entre eles um caso particular do Pequeno Teorema de Fermat, mais precisamente que 2^n é congruente a 2 módulo n quando n é primo. O estudo dos números de Fibonacci e suas generalizações tomou grande impulso com o matemático francês François Edouard Lucas (1842-1891), mas várias propriedades têm sido descobertas ao longo do tempo. Em particular a congruência que é o principal objeto deste trabalho foi descoberta por M. Pettet em 1967.

O presente trabalho tem por base o artigo “A new proof for a modular condition of Lucas numbers”, de Steve Butler, ainda em forma de pré-print.