

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ADMINISTRAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ADMINISTRAÇÃO
DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**NEGOCIAÇÃO ORIENTADA À VOLATILIDADE DE OPÇÕES SOBRE
TAXA DE CÂMBIO DE REAIS POR DÓLAR COMERCIAL**

SANDRO HÜTTNER CHIMISSO

Orientador: Prof. Dr. Gilberto de Oliveira Klöeckner

Porto Alegre, março de 2004

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ADMINISTRAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ADMINISTRAÇÃO
DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**NEGOCIAÇÃO ORIENTADA À VOLATILIDADE DE OPÇÕES SOBRE
TAXA DE CÂMBIO DE REAIS POR DÓLAR COMERCIAL**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Administração da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Administração.

SANDRO HÜTTNER CHIMISSO

Orientador: Prof. Dr. Gilberto de Oliveira Klöeckner

Porto Alegre, março de 2004

AGRADECIMENTOS

Essa dissertação de mestrado é o resultado final de um estudo que começou há dois anos, quando iniciei no PPGA em março de 2002. Foi um período de muita dedicação e esforço pessoal. Durante esse percurso, contei com a colaboração, direta ou indiretamente, de diversas pessoas para conseguir atingir meus objetivos. Gostaria de agradecer em especial:

- Ao Professor e Orientador Dr. Gilberto de Oliveira Klöeckner, pelas dicas, orientação e acompanhamento deste trabalho.
- Ao CAPES, pelo apoio financeiro através da concessão da bolsa para a realização desta pesquisa.
- Aos Professores que integram a banca de avaliação de dissertação pela disponibilidade e oportunidade de revisão deste trabalho.
- Aos Professores Dr. Oscar Claudino Galli e Dr. Eduardo Ribas pelos seus comentários recebidos para o andamento deste projeto.
- Aos demais Professores e Funcionários do PPGA, pelo apoio e receptividade.
- Aos colegas do Mestrado Cláudio Bezerra Leopoldino, Juliano Santos (PPGE), Gustavo Castro Freitas (PPGE), Kelmara Mendes Vieira, Leandro Hirt Rassier, Márcio Almeida Espíndola e Marta Von Ende, pela amizade e dedicação.
- Aos meus familiares e amigos, pela compreensão, força e estímulo recebidos durante toda essa trajetória.

RESUMO

Uma das vertentes de negociação de opções é a negociação orientada à volatilidade, aquela que tem como foco principal a volatilidade do ativo objeto, na qual são realizadas operações de compra e venda de opções conforme a volatilidade estiver sub ou sobre-avaliada pelo mercado.

Este trabalho procura testar no mercado de opções brasileiro, através de uma simulação de negociação de opções sobre taxa de câmbio, os possíveis benefícios da utilização de um modelo de negociação orientado à volatilidade, empregando diferentes estratégias para obtenção de lucro.

As volatilidades foram estimadas através de um modelo de precificação de opções (volatilidade implícita) e um modelo GARCH (1,1). As simulações foram realizadas no período de 1.º de julho de 1997 a 1.º de julho de 2002, com base nas cotações médias e cotações dos últimos negócios das opções de compra sobre taxa de câmbio de reais por dólar comercial, negociadas na BM&F.

Os resultados apontam a possibilidade de obtenção de lucros ao utilizar uma estratégia de negociação orientada à volatilidade, tanto com a simulação empregando a volatilidade extraída do modelo GARCH (1,1) quanto com a simulação utilizando a volatilidade implícita. Comparando os resultados obtidos com as diferentes simulações e estratégias, conclui-se que a simulação com a estratégia de negociação com uso das estimativas de volatilidade GARCH (1,1) obteve os melhores resultados.

Palavras-chave: Mercado de Opções – Simulação de Negociação com Volatilidade - Negociação Orientada à Volatilidade com Opções

ABSTRACT

The volatility oriented method is one possible way of option trading. The trader concentrates on the volatility of the underlying asset, buying and selling the derivative when that volatility is deemed to be either under or overestimated by the market.

Through a trading simulation of options on exchange rate in the Brazilian capital market, this work attempts to test whether profits can be made using different strategies on a negotiation model guided to volatility.

The volatilities were estimated both through an option pricing model (implicit volatility) and a GARCH (1,1) model. The simulations were performed over the period of July 1st, 1997 through July 1st, 2002, based on the average and closing prices of call options on exchange rate (R\$ for US\$) traded at BM&F.

The results show the possibility of profit making using trading strategies, based on both implicit and GARCH (1,1) volatilities. Comparing the results attained by means of the different strategies, it is possible to conclude that the negotiation strategy simulation using the GARCH (1,1) volatility provided the best results.

Keywords: Options Market – Volatility Trading Simulation - Volatility Oriented Option Trading

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS.....	5
LISTA DE QUADROS.....	6
LISTA DE TABELAS.....	7
1. INTRODUÇÃO	10
1.1. Definição do Problema	13
1.2. Justificativa	13
1.3. Objetivos.....	14
1.3.1. Objetivo Geral	14
1.3.2. Objetivos Específicos.....	14
2. MODELAGEM E PRECIFICAÇÃO DE OPÇÕES.....	16
2.1. Modelagem de ativos financeiros em tempo contínuo.....	16
2.2. Opções sobre taxa de câmbio.....	21
2.3. Medidas de sensibilidades das opções.....	26
3. VOLATILIDADE E MODELOS DE ESTIMAÇÃO	30
3.1. Os modelos de preço históricos ou de séries temporais.....	31
3.1.1. Os modelos da família ARCH	33
3.1.1.1. O modelo ARCH (q).....	35
3.1.1.2. O modelo GARCH (p,q).....	36
3.1.1.3. O modelo EGARCH	37
3.1.1.4. Outros modelos da família ARCH	38
3.1.2. Os modelos de volatilidade estocástica	39
3.2. Os modelos de volatilidade implícita	40
3.3. Evidências empíricas de utilização dos modelos.....	42
4. MÉTODO	49
4.1. Hipóteses.....	49
4.2. Amostra	50
4.3. Coleta de dados	51
4.4. Tratamento dos dados	51
4.4.1. Cálculo da taxa diária de juros brasileira e americana	51
4.4.2. Cálculo dos títulos nacional e americano	51
4.4.3. Características da série de dólar Ptax-V	52
4.4. Estimação das volatilidades	62
4.5. Simulação de negociação de opções sobre taxa de câmbio	63
5. RESULTADOS	66
5.1. Resultados da simulação de negociação com volatilidade implícita	66
5.2. Resultados da simulação de negociação com volatilidade GARCH	75
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	85
7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	88

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Processo Estocástico	17
Figura 2: Volatility smile de opções de moeda estrangeira	42
Figura 3: Série em nível da cotação diária do dólar Ptax-V	52
Figura 4: Série de retornos diários do dólar Ptax-V	53
Figura 5: Estatística da série do dólar Ptax-V	54
Figura 6: Estatística dos retornos da série do dólar Ptax-V – período total – de 19/08/1996 a 31/12/2002	55
Figura 7: Estatística dos retornos da série do dólar Ptax-V – subperíodo 1 – de 19/08/1996 a 12/01/1999	55
Figura 8: Estatística dos retornos da série do dólar Ptax-V – subperíodo 2 – de 13/01/1999 a 31/12/2002	56
Figura 9: Variância GARCH (1,1) para o subperíodo 1 – de 19/08/1996 a 12/01/1999 ...	61
Figura 10: Variância GARCH (1,1) para o subperíodo 2 – de 13/01/1999 a 31/12/2002 .	62

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Teste de ADF - período total – de 19/08/1996 a 31/12/2002	57
Quadro 2: Teste de ADF - subperíodo 1 – de 19/08/1996 a 12/01/1999	57
Quadro 3: Teste de ADF - subperíodo 2 – de 13/01/1999 a 31/12/2002	57
Quadro 4: Modelo GARCH (1,1) para o subperíodo 1 - de 19/08/1996 a 12/01/1999	60
Quadro 5: Modelo GARCH (1,1) para o subperíodo 2 – de 13/01/1999 a 31/12/2002	61
Quadro 6: Simulações de negociação de opções de compra sobre dólar comercial	64

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Autocorrelação dos resíduos dos retornos - subperíodo 1 – de 19/08/1996 a 12/01/1999.....	58
Tabela 2: Autocorrelação dos resíduos dos retornos - subperíodo 2 – de 13/01/1999 a 31/12/2002.....	58
Tabela 3: Autocorrelação dos resíduos dos retornos com AR(1) - subperíodo 1 – de 19/08/1996 a 12/01/1999.....	59
Tabela 4: Autocorrelação dos resíduos dos retornos com AR(1) - subperíodo 2 – de 13/01/1999 a 31/12/2002.....	59
Tabela 5: Resultados do teste ARH-LM.....	60
Tabela 6: Resultados em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade implícita e cotação média das opções para as séries com vencimento no ano de 1997.....	66
Tabela 7: Resultados em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade implícita e cotação do último negócio das opções para as séries com vencimento no ano de 1997.....	66
Tabela 8: Resultados em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade implícita e cotação média das opções para as séries com vencimento no ano de 1998.....	67
Tabela 9: Resultados em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade implícita e cotação do último negócio das opções para as séries com vencimento no ano de 1998.....	68
Tabela 10: Resultados em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade implícita e cotação média das opções para as séries com vencimento no ano de 1999.....	69
Tabela 11: Resultados em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade implícita e cotação do último negócio das opções para as séries com vencimento no ano de 1999.....	70
Tabela 12: Resultados em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade implícita e cotação média das opções para as séries com vencimento no ano de 2000.....	71
Tabela 13: Resultados em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade implícita e cotação do último negócio das opções para as séries com vencimento no ano de 2000.....	71
Tabela 14: Resultados em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade implícita e cotação média das opções para as séries com vencimento no ano de 2001.....	72
Tabela 15: Resultados em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade implícita e cotação do último negócio das opções para as séries com vencimento no ano de 2001.....	72
Tabela 16: Resultados em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade implícita e cotação média das opções para as séries com vencimento no ano de 2002.....	73
Tabela 17: Resultados em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade implícita e cotação do último negócio das opções para as séries com vencimento no ano de 2002.....	73

Tabela 18: Resultado consolidado em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade implícita e cotação média das opções para todos os vencimentos	74
Tabela 19: Número de séries que apresentaram resultado positivo ou negativo para a simulação utilizando estimativas de volatilidade implícita e cotação média das opções para todos os vencimentos	74
Tabela 20: Média e desvio padrão em R\$ dos resultados obtidos com a simulação utilizando estimativas de volatilidade implícita e cotação média das opções para o período total	74
Tabela 21: Resultado consolidado em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade implícita e cotação do último negócio das opções para todos os vencimentos	74
Tabela 22: Número de séries que apresentaram resultado positivo ou negativo para a simulação utilizando estimativas de volatilidade implícita e cotação do último negócio das opções para todos os vencimentos	74
Tabela 23: Média e desvio padrão em R\$ dos resultados obtidos com a simulação utilizando estimativas de volatilidade implícita e cotação do último negócio das opções para o período total	74
Tabela 24: Resultados em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade GARCH e cotação média das opções para as séries com vencimento no ano de 1997.....	75
Tabela 25: Resultados em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade GARCH e cotação do último negócio das opções para as séries com vencimento no ano de 1997	75
Tabela 26: Resultados em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade GARCH e cotação média das opções para as séries com vencimento no ano de 1998.....	76
Tabela 27: Resultados em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade GARCH e cotação do último negócio das opções para as séries com vencimento no ano de 1998	77
Tabela 28: Resultados em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade GARCH e cotação média das opções para as séries com vencimento no ano de 1999.....	78
Tabela 29: Resultados em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade GARCH e cotação do último negócio das opções para as séries com vencimento no ano de 1999	79
Tabela 30: Resultados em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade GARCH e cotação média das opções para as séries com vencimento no ano de 2000.....	80
Tabela 31: Resultados em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade GARCH e cotação do último negócio das opções para as séries com vencimento no ano de 2000	80
Tabela 32: Resultados em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade GARCH e cotação média das opções para as séries com vencimento no ano de 2001.....	81
Tabela 33: Resultados em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade GARCH e cotação do último negócio das opções para as séries com vencimento no ano de 2001	81

Tabela 34: Resultados em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade GARCH e cotação média das opções para as séries com vencimento no ano de 2002.....	82
Tabela 35: Resultados em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade GARCH e cotação do último negócio das opções para as séries com vencimento no ano de 2002	82
Tabela 36: Resultado consolidado em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade GARCH e cotação média das opções para todos os vencimentos	83
Tabela 37: Número de séries que apresentaram resultado positivo ou negativo para a simulação utilizando estimativas de volatilidade GARCH e cotação média das opções para todos os vencimentos	83
Tabela 38: Média e desvio padrão em R\$ dos resultados obtidos com a simulação utilizando estimativas de volatilidade GARCH e cotação média das opções para o período total	83
Tabela 39: Resultado consolidado em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade GARCH e cotação do último negócio das opções para todos os vencimentos	83
Tabela 40: Número de séries que apresentaram resultado positivo ou negativo para a simulação utilizando estimativas de volatilidade GARCH e cotação do último negócio das opções para todos os vencimentos	83
Tabela 41: Média e desvio padrão em R\$ dos resultados obtidos com a simulação utilizando estimativas de volatilidade GARCH e cotação do último negócio das opções para o período total	84
Tabela 42: Resultado consolidado em R\$ de todas as simulações.....	86
Tabela 43: Resultado médio das simulações	86

1. INTRODUÇÃO

O início da revolução financeira é atribuído à autorização do estabelecimento do *International Monetary Market*, pelo Tesouro Americano e o *Federal Reserve* em 1972, para negociação de futuros e opções sobre moedas e títulos, segundo Chancellor (2001). A diversificação e a expansão dos mercados de negociação de derivativos (opções e futuros), foi uma das conseqüências originadas por essa revolução. Em 1973 o *Chicago Board of Trade* abriu uma nova Bolsa para negociação de opções de ações. Em seguida, surgiram outros mercados de derivativos, entre eles, o de opções de moedas em 1982. No Brasil, de acordo com Cunha Jr e Lemgruber (2002), a Bolsa de Mercadorias e Futuros (BM&F) deu início à negociação de contratos de opções de dólar em seus pregões em março de 1988, tendo o volume dessas negociações aumentado a partir de janeiro de 1999, quando foi adotado o regime de câmbio flutuante.

O volume de negociação semanal no mercado mundial de câmbio estrangeiro é cinco vezes maior que o volume anual do comércio mundial de bens, na ordem de um trilhão de dólares por dia, como foi constatado por Wei e Kim (1997). Nos países desenvolvidos, a liquidez dos mercados de opções sobre moedas está concentrada nos mercados de balcão, que normalmente negociam volumes várias vezes superiores aos dos mercados primários.

A negociação de moeda estrangeira no Brasil ocorre no mercado primário, onde, conforme mencionado por Rodrigues (2003), acontecem as compras e vendas entre bancos e clientes (operações com exportadores, importadores, investidores, turistas, etc.) e no mercado interbancário, onde são feitos os negócios de compra e venda de moeda estrangeira entre os bancos (normalmente vinculadas às operações do mercado primário) e realizadas as intervenções do Banco Central. Operações típicas de mercado primário são aquelas em que um banco pode estar comprando para atender à demanda de importador ou à remessa de investidor ou pode estar vendendo posições compradas de exportador ou ingresso de investidor. As intervenções do Banco Central no mercado de câmbio são feitas com bancos

credenciados que se encarregam de vender ou comprar câmbio dos demais bancos para nivelar¹ as posições compradas ou vendidas.

Em relação ao comportamento dos grandes participantes do mercado mundial de câmbio, como os bancos centrais, Wei e Kim (1997), constataram que as posições tomadas pelos grandes negociadores contribuem para o aumento da volatilidade e que estes não têm habilidade de prever a direção, muito menos a magnitude dos movimentos das taxas de câmbio, não sustentando a hipótese de que possuem informação superior ou de que possuem força de mercado para aumentar o valor das moedas com suas compras.

A volatilidade do mercado financeiro é um importante parâmetro para investimentos, precificação de ações e regulação do mercado financeiro. O crescimento de produtos e do mercado de derivativos financeiros, a crescente revolução na modelagem e previsão de volatilidade com início na década de 80, os avanços na computação e simulação contribuíram para o desenvolvimento de novos métodos de administração e mensuração de risco. Entre esses métodos podem ser citados os modelos da família ARCH, os de volatilidade implícita e os de volatilidade estocástica².

A volatilidade também é uma das principais variáveis consideradas nos modelos de avaliação de opções. Aparentemente, os modelos mais utilizados para a avaliação de contratos de opções sobre ações são o de Black e Scholes (1973), doravante B & S, e o modelo binomial de Cox, Ross e Rubinstein (1979). Com o propósito de avaliar opções de moeda, Garman e Kolhagen (1983), partindo do pressuposto de que as taxas de câmbio têm comportamento semelhante ao das ações, chegaram ao resultado de que o modelo de B & S poderia ser alterado usando a taxa de juro sem risco da moeda estrangeira ao invés da taxa de juro doméstica sem risco. Esses modelos de precificação levam em conta a volatilidade do ativo objeto, sendo que alguns modelos consideram essa volatilidade constante e outros permitem que essa varie no tempo.

No mercado financeiro, são identificadas duas linhas de negociação de opções, conforme Costa (1998). Uma delas é a negociação orientada a preço, em que os negociadores procuram chegar à melhor estimativa do preço de uma opção, decidindo qual o melhor instrumento ou estratégia para se apostar em uma dada direção do mercado. A diferença entre o preço em que este fecha um negócio e o preço obtido através de um modelo de precificação

¹ Nivelar posição no sentido de ter mercado para comprar quando se está vendido e vender quando se está comprado.

² Esses modelos serão abordados no capítulo 3.

de opções representa uma margem potencial, independente das demais características do negócio (se é altista ou baixista).

A outra linha de negociação de opções é a negociação orientada à volatilidade, em que o preço da opção tem importância acessória. Nessa situação, os negociadores trabalham com o problema inverso ao da precificação, dado o prêmio de mercado da opção chegam à volatilidade embutida nele. Dessa maneira, a única operação que se faz com opções é a compra e venda do derivativo em função da possibilidade de sub ou sobre-avaliação da volatilidade pelo mercado, doravante, compra e venda de volatilidade.

Essas operações não podem ser apontadas como arbitragem, pois envolvem risco, estão mais próximas de operações de especulação. Arbitragem, conforme Björk (1998) é equivalente à possibilidade de ganho sem risco, um *free lunch* no mercado financeiro. São operações agressivas por exigirem atenção às oportunidades e distorções aparentes do mercado. Uma possibilidade de arbitragem é uma situação de sub ou sobre-avaliação do ativo por parte dos integrantes do mercado, contrariando a hipótese de eficiência de mercado que implica a impossibilidade de arbitragem.

Na especulação, assume-se um risco em contrapartida a uma expectativa de ganho, é correr um risco, porém com posse de informação. Segundo Hull (2002), os especuladores querem assumir posições no mercado, apostando na alta ou na queda dos preços, não fazendo proteção de seus investimentos.

Em mercados de capitais com liquidez de negociação em um número substancial de ativos como os de Nova Iorque, Tóquio e Londres, pressupõe-se uma eficiente formação dos preços, onde situações de possibilidade de ganho ocorreriam com menor frequência. Segundo Castro (2002), o mercado de opções sobre dólar na BM&F é de pouca liquidez, tem pouco volume financeiro e baixo número de contratos negociados para cada série, além de pequeno número de séries efetivamente negociadas. Gomes (2002) salienta que o mercado de opções de compra de dólar comercial é pouco líquido, com a série mais líquida não ultrapassando 60 negócios no dia. Dessa maneira, talvez seja possível encontrar oportunidades de lucro na negociação de volatilidade de opções sobre moedas.

O presente estudo procura realizar uma simulação de negociação de volatilidade de opções sobre taxa de câmbio utilizando um modelo de estimação de volatilidade implícita e um modelo da família ARCH. A volatilidade implícita será extraída de um modelo de precificação de opções sobre taxa de câmbio em que as taxas de juros são estocásticas, desenvolvido por Hilliard, Madura e Tucker (1991). Para a outra estimativa de volatilidade será utilizado o modelo GARCH, desenvolvido por Bollerslev (1986).

1.1. Definição do Problema

Embora os dados de uso de derivativos, como *swaps*, opções e futuros, por empresas brasileiras não possuam divulgação pública, acredita-se que estas o façam com o objetivo de proteger (*hedge*³) seus negócios como parte de suas estratégias de investimento. Nos Estados Unidos, Howton (1998) encontrou evidências de que 60% das empresas listadas no índice S&P500 utilizam derivativos com o objetivo de diminuir as dificuldades financeiras, os custos de financiamento externo, os custos relacionados aos impostos e a exposição ao risco cambial, sendo que os derivativos de taxas de juros e de moedas mais utilizados são, respectivamente, *swaps* e contratos futuros. Esses resultados suportam estudos anteriores, como o trabalho de Froot, Scharfstein e Stein (1993), de que os derivativos são usados com esse mesmo objetivo.

As opções sobre taxa de câmbio são normalmente utilizadas para a realização de proteção (*hedge*) contra a exposição a uma moeda estrangeira. Uma empresa que receberá ou pagará uma considerada quantia em data futura pode proteger-se de seu risco negociando contratos de opções, garantindo um preço para a moeda em uma data futura.

Ao contrário de utilizar essas opções com a finalidade única de *hedge*, este estudo investiga se é possível obter resultados positivos ao negociar contratos de opções sobre taxa de câmbio utilizando um modelo de negociação orientado à volatilidade.

1.2. Justificativa

A tomada de decisão de investimento é geralmente focada nos níveis de preço dos ativos no mercado. Os modelos utilizados na avaliação de ativos, como os de B & S e Garman & Kolhagen, calculam um preço para o prêmio de uma opção, e esses preços são considerados pelos investidores em suas decisões de compra e venda.

Entretanto, um gestor poderia orientar suas decisões com base em outra variável que não o preço do ativo objeto, no caso, o nível de volatilidade nos preços de contratos de opções. Essa abordagem orientada à volatilidade é uma alternativa à negociação com foco na sub ou sobre-avaliação do prêmio de uma opção.

³ Segundo Cassettari (2003), *hedge* é sinônimo de eliminar risco, com 100% de eficiência, porém, na prática isso é muito difícil, até impossível. As estratégias de hedge, como aquelas que utilizam contratos futuros e de opções, podem compensar parcialmente os riscos.

Muitas pesquisas nacionais e internacionais têm sido realizadas com o objetivo de avaliar qual o melhor modelo de precificação de opções e qual o melhor modelo de volatilidade para diferentes ativos financeiros, como ações, índices, taxa de juros e taxas de câmbio. Entretanto, Carr e Madan (2002) salientam que poucas pesquisas foram orientadas para o estudo de um investimento em função de sua volatilidade, talvez pela crença de a volatilidade ser de difícil mensuração.

No Brasil, até a realização desta pesquisa, não foram encontrados trabalhos anteriores que comparem as estimativas de diferentes modelos para extração de volatilidade de séries financeiras com o objetivo de negociação. Costa (1998) realizou um trabalho sobre operação de volatilidade, no qual apresenta negociações de volatilidade com base na volatilidade implícita.

A justificativa para a realização de uma simulação de negociação de opções, com base na estimativa de volatilidade mensurada por distintos modelos, reside na importância em identificar diferentes alternativas e estratégias de negociação.

Finalmente, o desempenho do modelo de negociação orientada à volatilidade pode ser uma técnica de negociação geradora de lucro para os investidores do mercado brasileiro de opções sobre taxa de câmbio.

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo Geral

O presente estudo visa testar no mercado de opções, um modelo de negociação orientado à volatilidade com a finalidade de obtenção de lucro.

1.3.2. Objetivos Específicos

- Simular negociação de opções sobre taxa de câmbio utilizando estimativas de volatilidade GARCH com base em dados históricos;
- Simular negociação de opções sobre taxa de câmbio utilizando estimativas de volatilidade implícita com base em dados históricos;

- Avaliar o desempenho das estratégias de negociação com base no resultado das simulações.

Esta dissertação está organizada em 6 capítulos. O capítulo 1 apresentou a introdução, a definição do problema, a justificativa e os objetivos do trabalho. A revisão de literatura é desenvolvida nos capítulos 2 e 3. O método e a amostra utilizados são expostos no capítulo 4. No capítulo 5 são apresentados os resultados das simulações de negociação de opções sobre taxa de câmbio de reais por dólar comercial. Enfim, no capítulo 6, são colocadas as considerações finais da dissertação e sugestões para futuros trabalhos relacionados ao estudo de negociação com opções.

2. MODELAGEM E PRECIFICAÇÃO DE OPÇÕES

Neste capítulo serão apresentados os conceitos que norteiam o comportamento dos preços de opções, o que é uma opção sobre taxa de câmbio e como esta pode ser avaliada, o que é volatilidade e os modelos utilizados para a sua previsão assim como evidências empíricas de sua utilização.

2.1. Modelagem de ativos financeiros em tempo contínuo

Na modelagem de ativos financeiros são utilizados modelos matemáticos que levam em consideração a flutuação aleatória dos preços em tempo contínuo. Novas informações são reveladas continuamente, podendo causar mudanças imediatas em variáveis aleatórias. As ferramentas para avaliar derivativos requerem maneiras de lidar com essas variáveis aleatórias em intervalos de tempo infinitesimal. Essa ferramenta é conhecida como cálculo estocástico (NEFTCI, 1996).

Uma variável aleatória é uma quantia variável cujos valores dependem da casualidade e para os quais foi definida uma função de distribuição de probabilidades (GNEDENKO, 1969). A função de distribuição de probabilidade de uma variável aleatória ξ é dada da seguinte maneira:

$$F(x) = P\{\xi < x\} \quad (1)$$

onde x é um número real qualquer.

Um processo estocástico ou função aleatória é uma coleção de variáveis aleatórias que evoluem no decorrer do tempo de forma incerta ou aleatória, podendo ser contínuo ou discreto, conforme a variável tempo for contínua ou discreta.. Mikosch (1998) apresenta um modelo matemático para descrever tal fenômeno:

$$(X_t, t \in T) = (X_t(w), t \in T, w \in \Omega) \quad (2)$$

definido em algum espaço Ω e $w \in \Omega$ denota uma aleatoriedade.

Se a coleção de variáveis é da forma $(X_t, t \geq 0)$, então se tem um processo estocástico em tempo contínuo. Seguindo a descrição de Mikosch (1998), um processo estocástico X é uma função de duas variáveis. Para um momento fixo de tempo t , é uma variável aleatória:

$$X_t = X_t(w), w \in \Omega \quad (3)$$

Para uma aleatoriedade, um estado do mundo $w \in \Omega$, é uma função do tempo:

$$X_t = X_t(w), t \in T \quad (4)$$

Essa função é chamada de trajetória ou caminho amostral do processo X .

Uma representação de duas diferentes trajetórias que dependem de diferentes estados do mundo pode ser visualizada na figura abaixo:

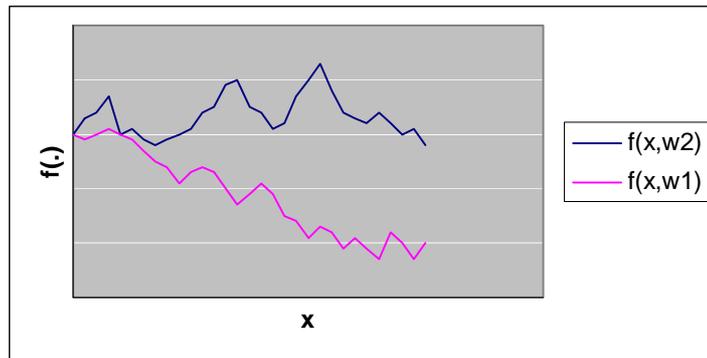


Figura 1: Processo estocástico

Segundo a hipótese de eficiência de mercado, os preços dos ativos devem se mover aleatoriamente (WILMOTT et al, 1995). Dessa maneira, supõe-se que as informações passadas estão completamente refletidas nos preços presentes e que o mercado responde imediatamente a qualquer nova informação sobre o ativo.

Essa hipótese é originada da teoria do Passeio Aleatório (*Random Walk*), a qual diz, segundo Fama (1965), que a trajetória futura dos preços de um ativo não é mais previsível que a trajetória de uma série de números aleatórios, ou seja, as mudanças sucessivas nos preços dos ativos são variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas. Em termos estatísticos, independência significa que a distribuição de probabilidade para a variação nos preços durante um período t é independente da seqüência de variações no preço em períodos anteriores. Fama apresenta formalmente este conceito da seguinte maneira:

$$\Pr(x_t = x | x_{t-1}, x_{t-2}, \dots) = \Pr(x_t = x) \quad (5)$$

De acordo com essas suposições, mudanças inesperadas no preço do ativo constituem um processo de Markov. Um processo de Markov é um processo estocástico em que apenas o valor presente de uma variável é importante para prever o futuro. Então, de acordo com Gnedenko (1969), um processo estocástico contínuo $\{X(t), t \geq 0\}$, onde $X(t)$ é uma variável aleatória, é Markoviano se para todo $t_0 < t_1 < \dots < t_n$ tem-se:

$$\Pr\{X(t_n) \leq x_n / X(t_k) = x_k; k = 0, 1, 2, \dots, n-1\} = \Pr\{X(t_n) \leq x_n / X(t_{n-1}) = x_{n-1}\} \quad (6)$$

onde Pr significa probabilidade e x_0, x_1, \dots, x_n pertence ao conjunto dos números reais.

Um caso particular de processo estocástico de Markov é o movimento browniano, conhecido também como processo de Wiener. As seguintes propriedades são atribuídas a uma variável W que segue tal processo:

- suas variações, ΔW estão relacionadas com um pequeno intervalo de tempo Δt dada pela equação

$$\Delta W = \varepsilon \sqrt{\Delta t} \quad (7)$$

onde ε é uma variável aleatória de distribuição normal padronizada com média zero e desvio padrão igual a um.

- os valores de ΔW para dois intervalos diferentes de tempo Δt são independentes.

Partindo-se desses processos, Neftci (1996) apresenta modelos estocásticos para representar a dinâmica dos preços dos ativos S_t da seguinte forma:

$$dS_t = a(S_t, t)dt + b(S_t, t)dW_t \quad (8)$$

onde dW_t é o termo de inovação representando eventos imprevisíveis que podem ocorrer em dt , conhecido como o processo de Wiener definido anteriormente. O coeficiente $a(S_t, t)$ representa a tendência de S_t , ou a taxa de variação esperada por unidade de tempo, e $b(S_t, t)$, o coeficiente de difusão que amplifica a incerteza do movimento de S_t .

O modelo estocástico padrão, mencionado por Neftci (1996), para modelar o comportamento de preços de ativos é o modelo geométrico, ou movimento browniano geométrico, o qual foi explorado por B & S, e apresenta-se da seguinte maneira:

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t \quad (9)$$

onde μ é a taxa média de crescimento do preço do ativo, σ é a volatilidade e dW_t é o termo que representa a aleatoriedade no preço dos ativos.

A contribuição de B & S para a precificação de opções foi propor um modelo no qual as opções são precificadas por arbitragem, onde se calcula o preço que uma opção deve ter para que não seja possível arbitrar com ela. Para se obter o preço de uma opção através do modelo de B & S, parte-se das seguintes premissas:

- o preço da ação segue um movimento browniano geométrico com σ constante;
- é permitida a venda a descoberto de ativos;
- não há custos de transação ou impostos;
- todos os ativos são perfeitamente divisíveis;
- o ativo não paga dividendos durante o prazo da opção;
- a taxa livre de risco é constante, independente do prazo da opção;
- não existem condições de arbitragem.

Utilizando a equação do movimento browniano geométrico para representar o movimento de uma ação, e aplicando-se o Lema de Itô, chega-se à equação diferencial de uma opção V (V pode ser uma opção de compra ou de venda, ou ainda, uma carteira de opções):

$$dV = \sigma S \frac{\partial V}{\partial S} dW_t + \left(\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + \mu S \frac{\partial V}{\partial S} \right) dt \quad (10)$$

Tomando posições contrárias na ação e na opção, monta-se uma carteira Π que elimina a incerteza do processo de Wiener, devendo o retorno ser igual à taxa livre de risco, r :

$$d\Pi = r\Pi dt \quad (11)$$

O retorno de uma quantia Π investida em ativos livre de risco crescerá $r\Pi dt$ em um intervalo de tempo dt . Para que não ocorra arbitragem o retorno da carteira deve ser:

$$r\Pi dt = \left(\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} \right) dt \quad (12)$$

Substituindo Π e eliminando-se dt chega-se à equação diferencial parcial de B & S:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + rS \frac{\partial V}{\partial S} - rV = 0 \quad (13)$$

No caso de uma opção de compra europeia c , tem-se as seguintes condições de contorno:

$$\begin{aligned} c &= \text{Max}(S - K, 0) && \text{para } t = T, \text{ data de vencimento} \\ c &= 0 && \text{para } S = 0 \\ c &\sim S && \text{quando } S \rightarrow \infty \end{aligned}$$

A solução para o problema de uma opção de compra europeia quando as taxas de juro e a volatilidade são constantes é:

$$c_t = SN(d_1) - Ke^{-r(T-t)}N(d_2) \quad (14)$$

$$d_1 = \frac{\ln S_t/K + (r + \sigma^2/2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \quad (15)$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t} \quad (16)$$

onde:

c_t = preço de uma opção de compra no tempo t .

S = preço do ativo à vista.

K = preço de exercício da opção.

r = taxa de juro sem risco

σ = volatilidade dos retornos do ativo à vista

t = período a que se refere o preço da opção

T = vencimento da opção

$N(d)$ é a função de probabilidade acumulada da distribuição normal, representando a probabilidade da variável aleatória x ser igual ou inferior a d :

$$N(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2} dx \quad (17)$$

Uma fórmula relacionada avalia uma opção de venda europeia (ver, por exemplo, Hull, 2002).

Depois da publicação do artigo de B & S em 1973, diversos trabalhos, empíricos e teóricos, foram realizados com o objetivo de avaliar opções. Cox e Ross (1976) desenvolveram um modelo de precificação de opções com elasticidade constante da variância, fundamentado no mesmo argumento de não arbitragem do modelo de B & S. Porém este modelo mostrou-se inadequado para avaliar opções sobre moedas, índices e ações, conforme constatado nos trabalhos de Beckers (1980) e Melino e Turnbull (1990).

Um modelo de precificação com saltos no processo de difusão foi sugerido por Merton (1976) sob a suposição de saltos com distribuição lognormal independente. A idéia era a de que distribuições com caudas mais grossas que a lognormal pudessem explicar a tendência de opções muito dentro do dinheiro, opções muito fora do dinheiro e opções de curto vencimento serem vendidas acima do valor obtido com a fórmula de B & S e as opções próximas do dinheiro e de longo vencimento serem vendidas por menos⁴. Esse modelo foi testado por Ball e Torous (1985) com 30 ações negociadas na *New York Stock Exchange* entre 1981 e 1982 e comparado com o modelo de B & S, concluindo que os modelos eram indistinguíveis para os parâmetros estimados.

Surgiram também alguns modelos de precificação com volatilidade estocástica, sendo o mais conhecido o de Hull e White (1987). O modelo de precificação de opções de Bakshi, et al. (1997), inclui volatilidade estocástica e saltos no processo de difusão do preço do ativo subjacente ao contrato de opção, não necessitando recorrer a uma hipótese *ad hoc* sobre o comportamento da volatilidade (que o parâmetro de volatilidade deve ser ajustado para cada preço de exercício e data de vencimento da opção) para explicar os preços das opções dentro, fora e no dinheiro. Este modelo foi utilizado por Silva e Guimarães (2000), em um trabalho em que foram observados os preços de opções de Telebrás negociadas na Bovespa no ano de

⁴ Segundo Bodie et al. (2000), uma opção é descrita como dentro do dinheiro (*in-the-money*) quando o seu preço de exercício produziria um pagamento positivo ao titular da opção, fora do dinheiro (*out-of-the-money*) quando o seu exercício não seria rentável, e no dinheiro (*at-the-money*) quando o preço de exercício e o preço do ativo são iguais. Uma opção de compra no dinheiro tem o preço de exercício menor que o preço do ativo, e uma opção de compra fora do dinheiro tem o preço de exercício maior que o preço do ativo. Uma opção de venda no dinheiro tem o preço de exercício maior que o preço do ativo.

1999, obtendo resultados que indicam que o modelo pode ser visto como uma alternativa à técnica tradicional de se estimar uma superfície de volatilidade baseada no modelo de B & S.

Para a utilização deste modelo é necessária a estimação de sete parâmetros mais uma variância para cada dia, o que torna o processo numérico lento e instável. Com o objetivo de arbitragem, onde a tomada de decisões deve ser rápida, esta ferramenta não seria apropriada para os dias de hoje.

Para avaliar opções americanas e européias quando o preço do ativo é conduzido por uma grande variedade de processos auto-regressivos e de volatilidade estocástica, Ritchken e Trevor (1999) desenvolveram um algoritmo unificado, capaz de avaliar opções sob quase todas as especificações GARCH⁵ existentes.

2.2. Opções sobre taxa de câmbio

Segundo Hull (2002), na avaliação de opções de moeda, define-se S como a taxa de câmbio à vista, ou seja, o valor de uma unidade de moeda estrangeira em moeda local. Pressupõe-se que as taxas de câmbio sigam o mesmo tipo de processo estocástico que uma ação, o movimento browniano geométrico.

Com o propósito de avaliar opções sobre moedas, Garman e Kolhagen (1983) realizaram algumas modificações no modelo de B & S, utilizando a taxa de juros estrangeira ao invés da taxa de juros doméstica, permitindo a precificação de opções de câmbio com base no comportamento do preço do dólar à vista, e da taxa do cupom cambial⁶. Uma moeda estrangeira é semelhante a uma ação com dividendos conhecidos. Esse dividendo é o rendimento da taxa de juro livre de risco da moeda estrangeira. O valor desta opção é dado por:

$$c_t = S_t e^{-q(T-t)} N(d_1) - K e^{-r(T-t)} N(d_2) \quad (18)$$

$$d_1 = \frac{\ln S_t / K + (r - q + \sigma^2 / 2)(T - t)}{\sigma \sqrt{T - t}} \quad (19)$$

$$d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{T - t} \quad (20)$$

onde:

c_t = preço de uma opção de compra de moeda estrangeira no período t .

S_t = preço do ativo à vista, no caso a taxa de câmbio.

K = preço de exercício da opção.

⁵ GARCH é um modelo econométrico para estimação de volatilidade que será explicado mais adiante.

⁶ Cupom cambial é custo de oportunidade de retenção da moeda estrangeira.

r = taxa de juro sem risco

q = taxa do cupom cambial

σ = volatilidade dos retornos do ativo à vista

t = período a que se refere o preço da opção

T = vencimento da opção

$N(d)$ é a função de probabilidade acumulada da distribuição normal, representando a probabilidade da variável aleatória x ser igual ou inferior a d :

$$N(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2} dx \quad (21)$$

Uma fórmula relacionada avalia uma opção de venda europeia (ver, por exemplo, Hull, 2002).

Segundo Hull (2002), as taxas de juros sem risco, doméstica e da moeda estrangeira, são consideradas constantes e iguais para todos os vencimentos, e as opções de compra e de venda sobre moeda são simétricas. Isso significa que à medida que uma opção de venda que venda X_A unidades da moeda A por X_B unidades da moeda B é igual a uma opção de compra para comprar X_B unidades da moeda B por X_A unidades da moeda A . Além disso, o autor afirma que a volatilidade da taxa de juros é muito menor que a volatilidade da taxa de câmbio em vencimentos pequenos, tendo pouco impacto no preço dessas opções.

Realizando uma investigação da capacidade de precificação de modelos de opções sobre moedas em que a volatilidade da moeda, os saltos aleatórios e a taxa de juros são estocásticos, Dupoyet (2002) utilizou os preços diários de opções de compra europeias e americanas sobre taxa de câmbio de yen japonês por dólar americano no período de março de 1996 a dezembro de 1999. Foram comparados os modelos de B & S, volatilidade estocástica, volatilidade estocástica e taxa de juros estocástica, volatilidade estocástica com saltos, e volatilidade e taxa de juros estocástica com saltos. Os resultados do trabalho mostram que a introdução da volatilidade estocástica produz as maiores melhorias no desempenho do modelo de B & S e, quando são utilizadas taxas de juros estocásticas, estas raramente melhoram a precificação, com exceção das opções de compra muito no dinheiro.

Um modelo de precificação de opções sobre moedas com taxas de juro estocásticas é desenvolvido por Hilliard, Madura e Tucker (1991). O modelo é testado e confrontado com um modelo de taxas constantes para dados mensais de opções de compra sobre a moeda australiana, britânica, canadense, alemã, japonesa e suíça no período de 1982 a 1987. São analisadas opções de compra do tipo europeia sobre a taxa de câmbio de dólar americano sobre as moedas citadas anteriormente. Ambos os modelos sub-avaliam as opções, porém o

modelo estocástico apresenta uma sub-avaliação menor, devido ao diferente parâmetro de volatilidade.

Para o mercado de opções sobre moedas no Brasil, Cunha Jr. e Lemgruber (2002) avaliam um modelo de taxas de juro e de cupom cambial estocásticos para opções de reais por dólar comercial negociadas na BM&F no período de janeiro de 1998 a dezembro de 2001. Os resultados do modelo estocástico são comparados aos de um modelo tradicional de taxas constantes, demonstrando que em períodos pouco voláteis os resultados são parecidos para ambos os modelos, porém, em períodos de maior volatilidade, o modelo de taxas constantes obteve resultados com erros médios elevados e significativamente diferentes de zero. Os autores sugerem que o modelo tradicional de taxas constantes não deve ser usado no mercado brasileiro. Tendo em vista esse resultado assume-se, no presente trabalho, que as taxas de juro doméstica e estrangeira são estocásticas.

No modelo utilizado para o cálculo de opções de moeda quando as taxas de juro e do cupom são estocásticas, proposto por Grabbe (1983), Hilliard, Madura e Tucker (1991), assume-se que a moeda segue o mesmo movimento browniano geométrico já descrito anteriormente.

Hilliard, Madura e Tucker (1991) utilizam a seguinte nomenclatura para as opções de compra europeia com taxa de juros estocástica:

$S(t)$ = taxa de câmbio à vista, no caso, reais por unidade de moeda estrangeira;

$F(t, T)$ = taxa de câmbio a termo no tempo t com vencimento em T ;

$B_1(t, T)$ = preço em moeda local de um título com vencimento em T e valor de face unitário;

$B_2(t, T)$ = preço em moeda estrangeira de um título com vencimento em T e valor de face unitário;

$C(t, T)$ = o preço de uma opção de compra europeia com preço de exercício K ;

$r(t)$ = taxa de juros local;

$f(t)$ = cupom cambial.

A paridade da taxa de juros é:

$$F(t, T) = \frac{S(t)B_2(t, T)}{B_1(t, T)} \quad (22)$$

E o processo da taxa de câmbio segue um movimento browniano geométrico com tendência μ_s e volatilidade σ_s , ambos função do tempo t , descritos por:

$$dS/S = \mu_s(t)dt + \sigma_s dZ_s \quad (23)$$

onde $dZ = dW$, ou seja, um movimento browniano geométrico.

O comportamento das taxas de juros ou das taxas de inflação, que podem ter valores finais estáveis e não são ativos negociáveis, é apropriadamente descrito como um processo de Ornstein-Uhlenbeck, que é um caso particular do processo de reversão à média quando $\gamma=1$ (SHIMKO, 1992). Esse processo tem a seguinte forma:

$$dS = \lambda(\mu - S)dt + \sigma S^\gamma dW \quad (24)$$

onde λ é o parâmetro de velocidade de ajustamento.

Os processos da taxa local e do cupom cambial, com os parâmetros de tendência e de volatilidade dependentes do tempo t , podem ser descritos por:

$$dr = \alpha(r, t)dt + \sigma_r dZ_r \quad (25)$$

$$df = \mu(f, t)dt + \sigma_f dZ_f \quad (26)$$

onde α e μ são os coeficientes de reversão à média.

O comportamento dos preços dos dois títulos pré-fixados com vencimento em T e sem pagamentos intermediários, B_1 (taxa local) e B_2 (cupom cambial), é definido por:

$$dB_1/B_1 = \mu_1 \cdot dt + \sigma_1(t, T)dZ_1 \quad (27)$$

$$dB_2/B_2 = \mu_2 \cdot dt + \sigma_2(t, T)dZ_2 \quad (28)$$

Para a derivação da fórmula que obtém o preço da opção, mostra-se que é possível fazer um *hedge* livre de risco, conforme Grabbe (1983). Para tal, é criado o sintético $G=SB_2$ e expressa-se a opção de compra sobre moedas como $C = C(G, B_1, t)$. Forma-se uma carteira V composta de G , B_1 e C . Desse modo:

$$V = C - \frac{\partial C}{\partial B_1} B_1 - \frac{\partial C}{\partial G} G \quad (29)$$

Como V não requer investimento inicial e dV não tem componentes estocásticos, conclui-se que $dV = 0$. Usando esse resultado e aplicando o Lema de Itô tem-se:

$$\frac{1}{2} \left[\frac{\partial^2 C}{\partial B_1^2} B_1^2 \sigma_{B_1}^2 + \frac{\partial^2 C}{\partial G^2} G^2 \sigma_G^2 + 2 \frac{\partial^2 C}{\partial B_1 \partial G} \text{Corr}[dG, dB_1] \right] - \frac{\partial C}{\partial \tau} = 0 \quad (30)$$

onde $\tau = T - t$, $dG = (\cdot)dt + G(\sigma_s dZ_s + \sigma_2(t, T)dZ_2)$ e (\cdot) é uma coleção de termos multiplicando dt .

Para as opções de compra do tipo européia, a condição de contorno é $\max[0, S_T - K] = \max[0, F_T - K]$ e o preço de equilíbrio da opção $C(t, T, F)$ sob a premissa de neutralidade de risco é dado por:

$$C(t, T, F) = B_1(t, T) \hat{E}[\max(0, F_T - K)] \quad (31)$$

onde \hat{E} é o operador de expectativa sobre a variável F .

O processo de difusão de dF/F , usando a paridade da taxa de juros e o Lema de Ito, é representado por:

$$d\hat{F}/\hat{F} = \sigma_s dZ_s + \sigma_1(t, T) dZ_1 - \sigma_2(t, T) dZ_2 \quad (32)$$

onde $\hat{\cdot}$ denota o processo ajustado ao risco.

Para uma difusão lognormal, a variância é dada por:

$$Var \left[\ln \left(\frac{F_T}{F_t} \right) \middle| F_t \right] = \int_t^T Var \left[\frac{dF_T}{F_t} \right] \quad (33)$$

Então, a variância condicional⁷ de $\log(F_T/F_t)$ é:

$$v^2 = Var \left[\ln \left(\frac{F_T}{F_t} \right) \middle| F_t \right] = \int_t^T [\sigma_s \sigma_1 - \sigma_2]' Cov(dZ, dZ') [\sigma_s \sigma_1 - \sigma_2] \quad (34)$$

onde $'$ significa o transposto e σ_1 e σ_2 , o segundo e o terceiro elemento do vetor de volatilidades, que variam em função do prazo até o vencimento. Os componentes da matriz de covariâncias dZ têm média igual a zero e desvio padrão igual a um. Então, a matriz de correlações é igual a matriz de covariâncias e é igual a:

$$Cov(dZ, dZ') dt = Corr(dZ, dZ') dt = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{s1} & \rho_{s2} \\ \rho_{s1} & 1 & \rho_{12} \\ \rho_{s2} & \rho_{12} & 1 \end{bmatrix} dt \quad (35)$$

Tomando expectativas na equação (31) sob a distribuição lognormal da difusão na equação (32), tem-se como solução de equilíbrio para a opção de compra européia:

$$C(t, T, F) = B_1(t, T) [F(t, T) N(d_1) - KN(d_2)] \quad (36)$$

onde $N(d)$ é a função de probabilidade acumulada da distribuição normal já apresentada anteriormente, K é o preço de exercício e:

$$d_1 = \frac{\ln \left(\frac{F}{K} \right) + \frac{1}{2} v^2}{v} \quad (37)$$

$$d_2 = d_1 - v \quad (38)$$

Para se obter a variância, v^2 , usa-se o modelo proposto por Vasicek (1977), o qual assume que as taxas de juro e do cupom cambial seguem um processo de Ornstein-Uhlenbeck,

⁷ Optou-se por adotar v^2 como símbolo da variância em substituição a σ^2 , visto que o cálculo desta variância considera a variância da taxa de câmbio (σ_s^2), a variância da taxa de juros (σ_r^2) e a variância do cupom cambial (σ_f^2).

já descrito anteriormente. Utilizando o argumento de arbitragem, Vasicek desenvolve um modelo de avaliação de títulos da seguinte forma:

$$B(t, T) = A(t, T) \exp(D(t, T)r(t)) \quad (39)$$

onde $A(t, T) = \exp[-\alpha^{-1}(1 - \exp(-\alpha\tau))] \cdot R(\infty) - \tau \cdot R(\infty) - \frac{\rho}{4\alpha^3} [1 - \exp(-\alpha\tau)]^2$ e $R(\infty)$ é uma função dos parâmetros de tendência (α, μ) e de volatilidade (σ) da taxa de juro local e taxa de juro estrangeira.

O processo de difusão de dB/B , empregando o Lema de Itô, é:

$$dB/B = (\cdot)dt + \sigma_r D(t, T)dZ_r \quad (40)$$

Comparando-se essa equação com a equação anterior que descreve o processo de um título em moeda local (27) identifica-se que:

$$\sigma_1(t, T)dZ_1 = \sigma_r D(t, T)dZ_r \quad (41)$$

onde $D(t, T) = -\alpha^{-1}(1 - e^{-\alpha\tau})$ e determina o valor da variância condicional v^2 e $\tau \equiv T - t$.

Um resultado similar se aplica para σ_2 , sendo σ_s constante. Assim, as variâncias dos processos de difusão dos títulos pré-fixados dependem somente do tempo.

Fazendo uma aproximação para $D(t, T) \cong -\tau$ e quando o coeficiente de reversão à média α é zero, a variância irá depender do preço da moeda, da taxa de juro e do cupom cambial, sendo expressa por:

$$v^2 = \sigma_s^2 \tau + \frac{\tau^3}{3} (\sigma_r^2 + \sigma_f^2 - 2\sigma_{rf}) + \tau^2 (\sigma_{sr} - \sigma_{sf}) \quad (42)$$

Quando as taxas de juro são constantes essa equação se reduz a:

$$v^2 = \sigma_s^2 \tau \quad (43)$$

fazendo com que o modelo se assemelhe a um modelo de precificação como o de Garman e Kolhagen (1983), entre outros.

Dessa maneira é possível calcular o preço de uma opção sobre taxa de câmbio quando as taxas de juro local e estrangeira são estocásticas.

2.3. Medidas de sensibilidade das opções

A sensibilidade do preço das opções é dada pelas derivadas parciais do preço de uma opção em relação aos demais fatores observáveis que influenciam o preço da mesma. Essas derivadas parciais indicam a variação do preço de uma opção para uma dada variação em um

dos fatores, mantidos os demais constantes. Esse conjunto de derivadas parciais do preço de uma opção é conhecido como as “gregas”.

A primeira delas, Delta é a derivada parcial do prêmio da opção em relação ao preço S , medindo quanto uma opção é capaz de acompanhar as variações do ativo subjacente no mercado à vista.

$$\Delta = \frac{\partial V}{\partial S} \quad (44)$$

O parâmetro Delta ajuda a diferenciar as três categorias de opções, fora do dinheiro (baixa probabilidade de exercício), no dinheiro (chances de exercício de aproximadamente um para um) e dentro do dinheiro (alta probabilidade de exercício).

O valor de Delta não é constante ao longo do tempo, sofrendo influência do valor do ativo S . Para cada novo valor do ativo S , novas compras ou vendas serão necessárias na posição de opções para realizar o método de *hedge*, ocasionando constante negociação de opções. Os *hedges* podem ser estáticos ou dinâmicos. No hedge estático o operador realiza duas tarefas durante o tempo de vida de seu *hedge*, uma no início, tomando uma posição, e outra no fim, encerrando-a. Nas estratégias dinâmicas o *hedge* é rigorosamente monitorado e realizam-se ajustes periódicos. A sistematização do *hedge* dinâmico do Delta chama-se *Delta hedging*. A variação monetária de uma quantidade de opção é tal que coincide com a variação monetária de Δ quantidades de S , podendo-se assim considerar a carteira Delta *hedged* como uma carteira composta de duas partes simétricas, que se anulam. Anula-se quanto ao risco, mas não quanto ao efeito caixa, pois uma quantidade de opção custará bem menos do que Δ quantidades de ativo. É também conhecido como carteira (portfólio) de B & S.

A segunda grega, a Gama, é a derivada parcial do Delta em relação ao preço S , ou seja, é a segunda derivada parcial do prêmio da opção em relação ao preço S . É uma medida de quão rápido a opção pode modificar o seu estado, transitando entre fora do dinheiro e dentro do dinheiro.

$$\Gamma = \frac{\partial \Delta}{\partial S} = \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} \quad (45)$$

A terceira grega, a Vega, mede a sensibilidade do preço de uma opção à volatilidade. É a derivada parcial do prêmio da opção em relação à volatilidade.

$$\nu = \frac{\partial V}{\partial \sigma} \quad (46)$$

Hull (2002) afirma que a taxa de variação do preço da opção em função de variações da volatilidade (Vega) é pequena para opções muito dentro e fora do dinheiro, e cai

suavemente com o tempo, ou seja, quanto maior o prazo maior a sensibilidade das opções à volatilidade, decaindo gradualmente conforme se aproxima o vencimento. Longe do exercício as opções têm Vega alto; são alavancadas em volatilidade.

De acordo com Costa (1998), a evolução de Delta, Gama e Vega em função do tempo pode ser também vista como função da volatilidade, quanto maior o tempo para o vencimento maior é a volatilidade, e um aumento na volatilidade aumenta o prêmio de uma opção.

A quarta grega, Teta, é a derivada parcial do prêmio da opção em relação ao tempo. Representa a quantidade de dinheiro que o prêmio de uma opção adquire (ou perde) ao expirar uma unidade de tempo de seu prazo. É a expressão do efeito do tempo sobre o preço das opções mantendo-se os demais fatores inalterados.

$$\theta = \frac{\partial V}{\partial t} \quad (47)$$

O cálculo de Teta não leva em conta que a opção deveria ter um valor de S maior no dia seguinte; um S igual em termos nominais é um S mais baixo em termos reais. A parcela de preço que a opção possui por visualizar um S mais alto e que é perdida caso S permaneça o mesmo é chamada de Teta-juro e dada por:

$$\theta_{juro} = r(S\Delta - V) \quad (48)$$

A parcela de preço que a opção perde, de um dia para outro, devido apenas à redução de seu prêmio de risco é chamada de Teta-líquido, sendo sempre um número negativo. Mantidas as demais condições (parâmetros constantes), o prêmio de risco de uma opção apenas se reduz com o passar do tempo, medindo quanto a opção “emagrece”⁸.

O Teta pode ser considerado composto por duas parcelas: uma, o emagrecimento real da opção, o quanto de prêmio de risco ela perde, pela redução da incerteza a ela associada em um dia; e outra, a quantidade de preço que ela deve perder se S ficar nominalmente igual de um dia para outro. O valor total de Teta é a soma dos dois efeitos. Portanto, Teta-líquido é igual ao Teta menos o Teta-juro.

Uma quinta grega é a Rô, a derivada parcial do prêmio da opção em relação à taxa de juro. É uma medida de quantos reais (ou centavos de real) o preço de uma opção sobe (ou cai) se as taxas de juros subirem 1%. Alterando-se a taxa de juros, altera-se o fator valor presente. O valor presente do preço de exercício é mais baixo para taxas de juros mais altas e vice versa.

⁸ Emagrecimento é a perda de prêmio de risco de uma opção que se verifica com o passar do tempo, sendo que o tempo influi no preço das opções também via juros.

$$\rho = \frac{\partial V}{\partial r} \quad (49)$$

Segundo Costa (1998) a $R\hat{o}$ decresce quase linearmente conforme passa o tempo até o exercício, sendo maior para as opções mais dentro do dinheiro.

De acordo com Björk (1998), uma carteira insensível a pequenas variações em algum dos parâmetros citados anteriormente é considerada neutra, ou seja, sua grega correspondente é igual a zero. Essa carteira é chamada de Delta neutra e assim correspondentemente para as outras gregas.

Este capítulo apresentou a teoria utilizada na modelagem e precificação de opções, fazendo uma breve explicação de sua utilização para ativos financeiros em tempo contínuo. Foi mostrado o modelo de B & S e a derivação de sua fórmula, tecendo-se alguns comentários acerca de outros modelos que surgiram com o mesmo objetivo, porém com outras abordagens. Como o propósito desse trabalho é realizar uma simulação de negociação com opções sobre taxa de câmbio, foi desenvolvido o modelo utilizado para avaliação dessas opções, justificando-se a escolha do mesmo.

3. VOLATILIDADE E MODELOS DE ESTIMAÇÃO

O conceito de volatilidade é de fundamental importância para a teoria financeira, e está relacionada com a incerteza da variação dos preços no tempo, medida pela variância. As teorias de precificação de ativos consideram que o prêmio de risco de um determinado ativo é determinado pela covariância entre o seu retorno futuro e o retorno de uma carteira representativa do mercado. Markowitz (1952) é considerado o pioneiro ao relacionar risco e retorno. Para a teoria de avaliação de opções, um dos fatores mais importantes é a incerteza referente ao preço futuro do ativo subjacente.

A volatilidade é um atributo da distribuição dos retornos de um ativo, sendo sua medida mais difundida o desvio padrão (σ), estimado como a raiz quadrada da variância amostral:

$$\sigma^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{t=1}^N (R_t - \bar{R})^2 \quad (50)$$

onde \bar{R} é o retorno médio.

A estimativa da volatilidade varia conforme o horizonte de tempo considerado, sendo que, para gerenciamento de risco, estimativas de curto prazo são de grande relevância. Os resultados da estimação de volatilidade variam não somente com o horizonte, mas também com o modelo utilizado; quanto melhor o instrumento de estimação de volatilidade melhor será o gerenciamento de risco. Segundo Christoffersen e Diebold (1998) os modelos existentes ainda não conseguem capturar os grandes movimentos, como o *crash* de 1987, que são os mais importantes no gerenciamento de risco.

Para uma melhor estimação de volatilidade, Alford e Boatsman (1995) e Figlewski (1997) recomendam que a quantidade de dados usada para produzir as estimações seja pelo menos do tamanho do horizonte de estimação. Fung e Hsieh (1991) e Andersen e Bollerslev (1998) conseguiram melhorias significativas na estimação e previsão de volatilidade quando os dados foram retirados da amostra com maior frequência em um dado período histórico de tempo.

Em um outro extremo, Figlewski (1997) encontrou que os erros de estimação dobraram de tamanho quando dados diários foram usados ao invés de dados mensais na estimação de volatilidade em um período de 24 meses.

Christoffersen e Diebold (1998) propõem um modelo de estimação de volatilidade diretamente dos retornos observados em vários horizontes de tempo (um a vinte dias), analisando estimativas de volatilidade de curto e longo prazo no mercado de ações, títulos e câmbio na Alemanha, Estados Unidos, Inglaterra e Japão. Um dos resultados do trabalho é de que a estimativa de volatilidade não é de grande importância no mercado de câmbio estrangeiro além de um horizonte de cinco dias.

Além da determinação do horizonte ideal, existe o questionamento da origem da volatilidade. Em um trabalho de investigação da questão das causas da volatilidade nos mercados acionários, se a volatilidade dos retornos de um ativo surge em função da incorporação de novas informações que chegam ao mercado (*calendar volatility*) ou da própria negociação do ativo (*trading volatility*), Santos (2002) analisou a série de retornos diários do Índice Bovespa (Ibovespa) e de 28 ações isoladas, cuja ponderação responde por mais de 90% deste índice, no período de 1º de julho de 1994 a 30 de junho de 1999. Os resultados mostram que a volatilidade associada às horas em que as ações estão sendo negociadas se mostra superior àquela em que não há negociação com as ações, prevalecendo a chamada hipótese da *trading volatility* sobre a da *calendar volatility*.

As diferentes técnicas de estimação de volatilidade encontradas na literatura podem ser divididas nos seguintes grupos:

- modelos de preço históricos ou de séries temporais: podem ser um modelo simples de série temporal, como o de média móvel ou média móvel ponderada exponencialmente; ou um modelo ARCH, incluindo todos dessa classe, como GARCH, EGARCH, versões não lineares e balanceadas e volatilidade estocástica (envolve um processo de ruído na equação de variância), constituindo a classe de modelos de volatilidade determinística;
- modelos de volatilidade implícita: os quais podem ser baseados em diversos tipos de opções e modelos de precificação.

3.1. Os modelos de preço históricos ou de séries temporais

Nos trabalhos de Engle (1993) e Kroner (1996) podem ser encontrados vários modelos de estimação de volatilidade baseados somente nos movimentos históricos dos preços. O modelo de preços históricos mais simples é o *Random Walk*, ou Passeio Aleatório, no qual a previsão de volatilidade é baseada em qualquer período no passado, embora seja freqüentemente usado o valor no tempo $t-1$ para prever a volatilidade no tempo t .

O modelo de volatilidade histórica *Random Walk* é dado da seguinte maneira:

$$\sigma_t = \sigma_{t-1} + \nu_t \quad (51)$$

onde σ_{t-1} é a volatilidade do período anterior e ν_t é uma variável aleatória não observável, tecnicamente conhecida como termo de erro estocástico (ruído branco).

Estendendo essa idéia situam-se os métodos de média histórica, média móvel, alisamento exponencial e média móvel ponderada exponencialmente (*exponentially weighted moving average* - EWMA). O modelo *Riskmetrics*TM é um procedimento que utiliza a metodologia EWMA.

A seguir são apresentados os modelos de média histórica e média móvel respectivamente.

$$\sigma_t = \frac{\sigma_{t-1} + \sigma_{t-2} + \dots + \sigma_1}{t-1} \quad (52)$$

$$\sigma_t = \frac{\sigma_{t-1} + \sigma_{t-2} + \dots + \sigma_{t-T}}{T} \quad (53)$$

Na técnica de alisamento exponencial (EWMA) o estimador da variância dos retornos é dado por:

$$\sigma_{i,t}^2 = \beta \sigma_{i,t-1}^2 + (1-\beta)r_{i,t-1}^2 \quad \text{e } 0 \leq \beta \leq 1 \quad (54)$$

onde β é uma constante de alisamento que determina a persistência de ocorrência de eventos extremos, σ^2 é a variância e r^2 é o retorno ao quadrado. Quanto maior o valor de β , mais peso é colocado nas observações passadas, tornando a série mais suave.

A variância do retorno num dado instante de tempo é composta por um termo auto-regressivo expressando a dependência temporal da variância dos retornos, fato estilizado⁹ presente na maioria das séries financeiras e por um segundo termo, representando a contribuição da observação mais recente para a variância estimada. A expressão acima pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$\sigma_{i,T}^2 = \beta^T \sigma_{i,0}^2 + (1-\beta) \sum_{t=1}^{T-1} \beta^t r_{i,T-t}^2 \quad (55)$$

Nessa expressão, a estimativa da variância dos retornos é igual à da variância inicial mais uma soma com pesos geometricamente declinantes dos quadrados dos retornos, que representa a variância instantânea. A influência da variância inicial sobre a variância presente

⁹ Segundo Ziegelmann e Pereira (1997), fatos estilizados são características encontradas na literatura como: retornos não autocorrelacionados, quadrados dos retornos autocorrelacionados, existência de agrupamentos com diferentes níveis de volatilidade, distribuição não condicional dos retornos com caudas pesadas em relação à distribuição normal e diferente reação da volatilidade quando os preços aumentam ou declinam para alguns tipos de retornos.

tende a desaparecer e um candidato natural para estimador deste termo é a variância amostral. O segundo termo faz com que os efeitos dos choques nas séries de retornos sejam dissipados suavemente com o tempo.

Taylor (1987) foi um dos primeiros a estudar os preços diários máximos, mínimos e de fechamento, de futuros de marco alemão por dólar americano, utilizando modelos de estimação de volatilidade baseados nos movimentos históricos dos preços. Em um outro trabalho, Taylor (2001) propõe uma versão adaptável de alisamento exponencial não linear em que a ponderação depende do tamanho e do sinal dos retornos prévios.

Um grupo de modelos de séries temporais mais sofisticado é o da família ARCH, que será apresentado a seguir.

3.1.1. Os modelos da família ARCH

Na tentativa de reformular o processo que descreve o movimento nos preços de ativos financeiros, de randômico para algum tipo de processo que inclua a possibilidade de tendências no preço e na variância, surgiram os modelos de autocorrelação (retornos dos ativos apresentam evidências de variação na média e da variância no tempo) que podem fornecer medidas de volatilidade menores do que o modelo lognormal se for detectada tendência de preços.

As premissas de autocorrelação e heterocedasticidade (característica de uma série temporal em que a variância do dado i mantenha correlação com a variância dos dados $(i-1), (i-2), \text{etc}$) são utilizadas nos modelos ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*) e GARCH (*Generalized ARCH*), que consideram a tendência da volatilidade.

Atribuem-se as primeiras pesquisas sobre essa classe de modelos a Engle (1982) e seu modelo ARCH que captura o efeito aglomeração da volatilidade¹⁰ (*clustering*) do mercado financeiro. Engle buscou compreender a influência da variância da taxa de inflação na própria taxa de inflação e seu trabalho é considerado um marco no tratamento da dinâmica da variância em modelos econômicos e de finanças. Mais tarde, Bollerslev (1986) e Taylor (1986) estenderam o modelo para *Generalised* ARCH.

¹⁰ A tendência de aglomeração de volatilidade ocorre quando valores altos das taxas de variação tendem a ser seguidos por outros valores altos. Esse fenômeno foi observado por Mandelbrot (1963) em um trabalho sobre variação dos preços de algodão no mercado financeiro.

Conforme anteriormente mencionado, estes modelos constituem um grupo mais sofisticado de modelos de séries temporais, os quais vêm sendo implementados nos últimos anos.

3.1.1.1. O modelo ARCH (q)¹¹

Com a finalidade de generalizar a suposição de previsão de variância constante para um período, assumida pelos modelos econométricos tradicionais, Engle (1982) propôs uma nova classe de processos estocásticos denominada *Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (ARCH) em que o passado recente fornece informações para a previsão da variância. Este processo reconhece explicitamente a diferença entre variância incondicional (constante) e condicional (não constante), permitindo que esta última varie no tempo como uma função de erros passados. A variância condicional possui média zero e é serialmente não correlacionada.

Primeiramente Engle apresenta uma auto-regressão de primeira ordem:

$$y_t = \mathcal{Y}_{t-1} + \varepsilon_t \quad (56)$$

onde y_t é uma variável aleatória e ε_t é um ruído branco com variância igual a σ^2 .

A abordagem tradicional de heterocedasticidade é introduzir uma variável exógena x , a qual prevê a variância. Com média conhecida e igual a zero o modelo fica da seguinte forma:

$$y_t = \varepsilon_t x_{t-1} \quad (57)$$

Dessa maneira o intervalo de previsão depende da evolução da variável exógena. Porém essa solução padrão é insatisfatória, visto que requer uma especificação das causas das mudanças na variância, ao invés de reconhecer que a variância e a média condicionais podem evoluir juntamente no tempo.

Um processo em que a variância condicional depende da série de informações passadas, acrescido da suposição de normalidade e utilizando-se densidades condicionais pode ser expresso da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} y_t | \psi_{t-1} &\sim N(0, h_t) \\ h_t &= \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2 \end{aligned} \quad (58)$$

onde ψ_t expressa o conjunto de informações disponíveis no tempo t e a variância pode ser expressa como:

¹¹ Optou-se por manter nessa seção e nas seções posteriores a letra h como símbolo da variância por esta ter sido utilizada nos artigos originais.

$$h_t = h(y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-p}, \alpha) \quad (59)$$

onde p é a ordem do processo ARCH e α é um vetor de parâmetros desconhecidos.

De acordo com Engle (1982) este é o mais simples e útil modelo ARCH; é o modelo linear de primeira ordem. Um grande número de observações para y acarretará uma grande variância para o próximo período. Se $\alpha_1 = 0$, y será um ruído branco e se α_1 for muito grande (maior que um), a variância do processo será infinita.

Para se obter o modelo de regressão ARCH assume-se que a média de y_t é determinada como $x_t\beta$, uma combinação linear de variáveis endógenas e exógenas incluídas no conjunto de informações ψ_t com vetor β de parâmetros desconhecidos. O modelo ARCH pode ser expresso da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} y_t | \psi_{t-1} &\sim N(x_t, \beta, h_t) \\ h_t &= h(\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots, \varepsilon_{t-p}, \alpha) \\ \varepsilon_t &= y_t - x_t\beta \end{aligned} \quad (60)$$

Um processo ARCH linear de primeira ordem pode ser generalizado para processos de ordem maior através do seguinte teorema:

Um ARCH(p) com $\alpha_0 > 0, \alpha_1, \dots, \alpha_p \geq 0$ é estacionário em sua covariância se, e somente se, as equações características associadas têm todas suas raízes fora do círculo unitário. A variância estacionária é dada por¹²:

$$E(y_t^2) = \frac{\alpha_0}{\left(1 - \sum_j^p \alpha_j\right)} \quad (61)$$

Assim, pode-se diferenciar entre variância incondicional e condicional dos retornos. Entre os atributos conferidos ao modelo ARCH está a capacidade de descrever a aglomeração de volatilidade, ou seja, grandes/pequenas variações nos preços serem seguidas por outras grandes/pequenas variações nos preços mas de sinais imprevisíveis. Outra propriedade atribuída é a capacidade de explicar o excesso de curtose (caudas maiores que a da distribuição normal) observado em séries temporais.

Engle (1982) afirma que muitos procedimentos estatísticos são designados para serem robustos a grandes erros, mas nenhum usou o fato de que o agrupamento temporal de *outliers* pode ser usado para prever sua ocorrência e minimizar seus efeitos, sendo esta a abordagem do modelo ARCH.

¹² Ver prova no apêndice de Engle (1982).

3.1.1.2. O modelo GARCH (p,q)

A proposta de Bollerslev (1986) é introduzir uma classe mais geral de processos, GARCH (Generalized ARCH), permitindo uma estrutura de defasagem muito mais flexível, que inclui variâncias condicionais passadas na equação da variância e permiti uma memória maior.

Definindo ε_t como um processo estocástico discreto e ψ_t como o conjunto de informações no instante t , um processo GARCH (p,q) é dado por:

$$\varepsilon_t | \psi_{t-1} \sim N(0, h_t) \quad (62)$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i} = \alpha_0 + \alpha(L) \varepsilon_t^2 + \beta(L) h_t \quad (63)$$

onde: $p \geq 0$, $q > 0$, $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0$ para $i=1, \dots, q$, $\beta_i \geq 0$ para $i=1, \dots, p$ e $\alpha(L)$ e $\beta(L)$ são polinômios no operador de defasagem L ¹³.

Para $p=0$ o processo se reduz a um processo ARCH (q), e para $p=q=0$ ε_t é simplesmente um ruído branco. Este processo é estacionário se $\alpha(1) + \beta(1) < 1$, correspondendo a um modelo ARCH linear de ordem infinita. O propósito é de que a variância atual seja função linear inclusive das q últimas variâncias tornando o modelo mais parcimonioso.

O modelo de regressão GARCH é obtido permitindo-se que os ε_t 's sejam as inovações em uma regressão linear como:

$$\varepsilon_t = y_t - x_t' b \quad (64)$$

onde y_t é a variável dependente, x_t um vetor de variáveis explicativas e b um vetor de parâmetros desconhecidos.

Se todas raízes do polinômio $1 - \beta(z) = 0$ estão fora do círculo unitário, a equação da variância pode ser reescrita como uma defasagem distribuída dos ε_t^2 's anteriores:

$$h_t = \alpha_0 (1 - \beta(1))^{-1} + \alpha(L) (1 - \beta(L))^{-1} \varepsilon_t^2 = \alpha_0 \left(1 - \sum_{i=1}^p \beta_i \right)^{-1} + \sum_{i=1}^{\infty} \delta_i \varepsilon_{t-i}^2 \quad (65)$$

Este é um processo ARCH infinitesimal. Os δ_i 's são encontrados pela expansão da série da $D(L) = \alpha(L) (1 - \beta(L))^{-1}$, $\delta_i = \alpha_i + \sum_{j=1}^n \beta_j \delta_{i-j}$, $i=1, \dots, q$, onde $n = \min(p, i-1)$.

¹³ O operador de defasagem é definido como: $L^1 h_t = h_{t-1}$.

A este modelo atribuem-se as propriedades de permitir capturar movimentos persistentes na volatilidade dos ativos, provocados por choques no retorno, sem a necessidade de estimar um grande número de parâmetros e de possuir caudas longas, ou seja, leptocurtico. Diferentemente do modelo ARCH, no modelo GARCH os choques no retorno propagam-se indefinidamente no futuro.

Em uma investigação do grau de persistência nos choques de volatilidade, Engle e Mustafa (1992) combinam a fórmula de precificação de opções de B & S a um processo de variância estocástica modelado por um processo ARCH. Os resultados mostram que a volatilidade obtida com o modelo GARCH (1,1) deduzida dos preços das opções, indica persistência muito forte da variância condicional. Contudo, uma persistência notadamente menor é constatada após o colapso de 1987.

3.1.1.3. O modelo EGARCH

A existência de correlação negativa entre os retornos correntes e a volatilidade futura dos retornos das ações foi estudada por Christie (1982), que atribuiu o efeito alavancagem como explicação para tal fenômeno. De acordo com o efeito alavancagem, uma redução no valor do patrimônio líquido aumentaria o coeficiente de endividamento, aumentando o risco da empresa, manifestado por um aumento na volatilidade futura. O resultado disso seria a relação negativa entre volatilidade futura e o retorno corrente das ações. Os modelos ARCH (q) e GARCH (p,q) não conseguem capturar esse tipo de comportamento, pois a variância condicional é relacionada somente às variâncias condicionais passadas e ao quadrado das inovações, conseqüentemente, a volatilidade não é afetada pelo sinal dos retornos. Essa limitação foi uma das motivações para o desenvolvimento do modelo EGARCH por Nelson (1990).

O modelo EGARCH é o resultado da modelagem da volatilidade na forma logarítmica. O *Exponential* GARCH captura os efeitos assimetria e persistência dos choques na variância condicional. A diferença desse modelo é que o uso da função logarítmica assegura a positividade da volatilidade, sem a necessidade de qualquer restrição. Não há necessidade de impor restrições na estimação com o objetivo de evitar variância negativa porque é o logaritmo de h_t^2 que é formulado. Tem como objetivo representar as diferentes respostas da taxa de retorno aos choques positivos e negativos na variância, visto o fato

estilizado de que choques negativos levam a maior volatilidade no período subsequente do que choques positivos. O modelo tem a seguinte especificação:

$$\ln h_t = \alpha_0 + \sum_{j=1}^q \beta_j \ln h_{t-j} + \sum_{k=1}^p \alpha_k g(z_{t-k}) \quad (66)$$

onde $g(z_t) = \theta_1 z_t + \theta_2 [|z_t| - E|z_t|]$ e $z_t = \varepsilon_t / h_t$, ou seja, um resíduo padronizado. O valor de $E|z_t|$ depende da hipótese feita na densidade incondicional de z_t .

Ao contrário do modelo GARCH (p,q), não é necessário restringir os parâmetros α_k e β_j para garantir uma variância condicional não negativa. O parâmetro θ_1 em $g(z_t)$ permite que o efeito assimetria seja capturado pelo modelo. O segundo coeficiente θ_2 em $g(z_t)$, capta o efeito magnitude, ou seja, grandes erros provocam maiores impactos na volatilidade. Como os erros não são elevados ao quadrado, pode-se distinguir choques positivos e negativos.

As restrições impostas aos valores dos coeficientes para garantir a positividade da variância condicional, implicando que os choques no retorno levarão a um aumento na volatilidade em qualquer data futura e criando dificuldades na estimação dos coeficientes, foram estímulos para a criação do modelo EGARCH. O modelo proposto capta o efeito assimetria sem a necessidade de impor qualquer restrição aos valores dos coeficientes para impedir que estes se tornem negativos.

3.1.1.4. Outros modelos da família ARCH

O modelo ARCH-*in-Mean*, ou ARCH-M, surgiu com o trabalho de Engle, Lillien e Robins (1987), e faz uma relação entre risco e retorno. Nesse modelo a média condicional é função explícita da variância condicional do processo, dado como:

$$y_t = g(x_{t-1}, \sigma_t^2; b) + \varepsilon_t \quad (67)$$

Nesse modelo, um aumento na variância condicional estará associado com um aumento ou uma redução na média condicional de y_t , dependendo do sinal da derivada parcial de $g(x_{t-1}, \sigma_t^2; b)$ em relação a σ_t^2 . Esse modelo pode ser estendido para GARCH-M, EGARCH-M e outros da família ARCH.

Uma outra maneira de verificar o poder de alavancagem de sinais diferentes do erro, distinta do modelo EGARCH, é a do modelo GJR, que leva as iniciais de seus autores. Esse modelo foi proposto por Glosten, Jagannathan e Runkle (1993) e permite que choques no retorno com sinais opostos apresentem impactos diferenciados em termos de magnitude (valor

absoluto) e direção (positiva ou negativa) sobre a volatilidade. Esta propriedade do modelo permite capturar o efeito assimetria, segundo o qual a magnitude do impacto de um choque negativo no retorno do dia t sobre a variância do retorno do dia $t+1$ é maior que a de um choque positivo com a mesma magnitude. É representado da seguinte maneira:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \delta D_{t-1} \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 \quad (68)$$

onde $D_{t-1}=1$, se $\varepsilon_{t-1}<0$ ou $D_{t-1}=0$ se $\varepsilon_{t-1}\geq 0$.

A assimetria é refletida no modelo por um coeficiente δ significativamente diferente de zero. Assim como no modelo GARCH (1,1) a persistência continua sendo capturada pelo coeficiente da volatilidade do período anterior. Quando o coeficiente δ é nulo, o modelo GJR transforma-se num GARCH (1,1). Assim, conforme cita Barcinski et al. (1997), o GARCH (1,1) é um caso particular do modelo GJR, nada se perdendo, em termos de estimação, quando se usa o modelo GJR no lugar do GARCH.

A modelagem do desvio padrão condicional ao invés da variância condicional é a proposta do modelo *Threshold* GARCH de Zakoian (1994). A intenção é captar o efeito assimetria dos choques positivos e negativos na volatilidade, originando um modelo auto-regressivo truncado com heteroscedasticidade condicional, sendo similar ao GJR.

Um grande número de modelos da família ARCH tem surgido nos últimos anos além desses que foram citados. Variações desses modelos como FACTOR-ARCH de Engle, Ng e Rothschild (1990), NGARCH (não-linear) de Higgins e Bera (1992), A-P-GARCH de Ding, Granger e Engle (1993), FIGARCH (GARCH com integração fracionada) de Bailie, Bollerslev e Mikkelsen (1996), P-GARCH (GARCH periódico) de Bollerslev e Ghysels (1996) entre outros, consistem em importantes técnicas econométricas utilizadas em séries financeiras.

3.1.2. Os modelos de volatilidade estocástica

Nos modelos de volatilidade estocástica o conjunto de informações não é definido por todas as observações passadas, mas por um processo estocástico não observado que representa o fluxo de novas informações absorvido pelo mercado financeiro. Foram introduzidos por Taylor (1980) e envolvem um processo de ruído na equação da variância que é independente daquele da equação de retorno. Adicionando-se o processo de ruído na equação da variância torna-se o modelo mais flexível, mas, em consequência, sem forma fechada, fazendo com que a estimação direta de máxima verossimilhança seja impossível. Os métodos utilizados para

estimar o modelo de volatilidade estocástica são computacionalmente mais complexos de se implementar e, em alguns casos, as propriedades teóricas da estimação ainda são desconhecidas. Por essa razão, o modelo de volatilidade estocástica não é tão difundido quanto os modelos da família ARCH.

Uma maneira de contornar o problema de estimação é abandonar a estrutura de média e expressar a volatilidade como uma função de seus valores passados. Isso é o que faz o modelo de regressão simples, um modelo principalmente auto-regressivo. Outros modelos não-paramétricos utilizados na previsão de volatilidade foram testados por Pagan e Schwert (1990), obtendo fracos resultados se comparados aos modelos GARCH e ARMA¹⁴.

O modelo de volatilidade estocástica trata a volatilidade como um componente não observado com seu logaritmo sendo diretamente modelado como um processo auto-regressivo. O modelo é apresentado da seguinte maneira:

$$r_t = \varepsilon_t \exp\left(\frac{h_t}{2}\right) \quad (69)$$

$$h_{t+1} = \gamma_0 + \gamma_1 h_t + \eta_t \quad (70)$$

onde r_t representa o retorno de um ativo e h_t o *log* da volatilidade (componente não observado relacionado à chegada de informação ao mercado). Os termos $\varepsilon_t \sim NID(0,1)$ e $\eta_t \sim NID(0, \sigma_n^2)$ implicam em distribuição normal condicional dos retornos, ou seja, $r_t | h_t \sim N(0, \exp(h_t))$.

Nos modelos de volatilidade estocástica, o conjunto de informações não é definido por todas as observações passadas, mas por um processo estocástico não observado, h_t , que representa o fluxo de novas informações processadas pelos participantes do mercado financeiro.

3.2. Os modelos de volatilidade implícita

Os trabalhos com volatilidade implícita das opções foram iniciados por Latane e Rendleman (1976). A idéia principal é de que, assim como é possível utilizar um modelo de precificação de opções para se chegar ao valor de um prêmio a partir de dados observáveis, também o é, da mesma forma, a partir do preço de mercado de uma opção e de todas outras variáveis observáveis, chegar à taxa de volatilidade (σ) que complete a equação. Essa taxa de volatilidade seria o dado que, junto com os demais dados observáveis, justificaria o preço negociado do contrato de opção. É chamada de volatilidade implícita.

¹⁴ ARMA é um processo auto-regressivo e de média móvel. Maiores detalhes, ver Gujarati (2000).

Então, uma vez que a opção passa a ser negociada, todos os parâmetros são observáveis, com exceção de σ . Dado o preço de uma opção, uma fórmula de precificação de opções pode ser usada para derivar a estimativa de mercado para σ . A σ resultante é a volatilidade implícita de uma opção. No modelo de B & S a volatilidade é tida como constante. Merton (1973) generaliza o modelo para permitir uma volatilidade que varia no tempo. Sob essa generalização, a volatilidade implícita extraída é a volatilidade média durante o tempo de vida da opção.

Christensen e Prabhala (1998) apontam em seu trabalho que a volatilidade implícita contém todas as informações da volatilidade histórica e que a volatilidade implícita é uma estimativa (*unbiased*) imparcial da volatilidade histórica, depois de controlados os problemas de erros nas variáveis. Como o método de volatilidade implícita usa os preços das opções, seu conjunto de informações é potencialmente mais rico que o de outros modelos de estimação de volatilidade. Tal resultado está de acordo com a teoria de previsão, a qual enfatiza o uso de um conjunto maior de informações que o passado do processo sendo previsto.

O modelo de B & S apresenta volatilidade implícita maior para os preços de mercado das opções não no dinheiro do que para as opções no dinheiro, efeito esse chamado de *volatility smile*. Esse termo vem da forma dos gráficos de volatilidade/preço de exercício em que se observou a dependência da volatilidade implícita de uma opção com o seu preço de exercício, com a sua *at-the-moneyness*. Este efeito é atribuído ao fato de a distribuição de S ser leptocúrtica e possuir uma probabilidade maior de desvios extremos em S do que o predito pela lognormalidade. É notado mais acentuadamente nas proximidades do exercício, onde o valor do ponto de volatilidade (Vega) é baixo, principalmente em opções não no dinheiro. No mercado brasileiro de opções de câmbio, segundo Costa (1998), ocorrem vários casos de *volatility smiles*, onde opções muito fora do dinheiro (Delta abaixo de 0,10) têm liquidez, pois existem investidores interessados em *hedgear* o pior caso possível (potencial desvalorização do real).

Opções de moeda estrangeira têm volatilidade relativamente baixa para opções no dinheiro, ficando progressivamente maior quando a opção passa para no dinheiro ou fora do dinheiro (Hull, 2002). Um gráfico da volatilidade implícita dessas opções como função do seu preço de exercício é apresentado a seguir:



Figura 2: *Volatility smile* de opções de moeda estrangeira.

3.3. Evidências empíricas de utilização dos modelos

Procurando identificar entre os modelos de estimação de volatilidade histórica de média móvel, histórica com alisamento exponencial e implícita das opções, qual o melhor para o cálculo do VaR ¹⁵, Donangelo, Silva e Lemgruber (2000) realizaram um trabalho com ações e opções de ações da Telebrás, no período de março de 1998 até agosto de 1999. Fizeram um agrupamento por meio da proximidade do dinheiro para identificar se a acurácia dos modelos diferia dentro desses grupos, analisando também os dados em três subperíodos que continham a crise da Rússia, a crise cambial brasileira e o período sem crise subsequente. Os resultados indicaram que, para as ações, os três estimadores de volatilidade apresentaram resultados satisfatórios no período total, e para as opções, a análise gerou resultados insatisfatórios. Em relação às ações, ao serem analisados os efeitos de crises, constataram que apenas na ausência de uma crise o resultado é alterado e apenas o estimador histórico de volatilidade é adequado. Em relação às opções, os resultados somente foram satisfatórios no período sem crise. Ao agruparem as opções através da proximidade do dinheiro, o resultado da volatilidade implícita foi o pior entre os três estimadores. Não chegaram a um consenso quanto ao melhor estimador de volatilidade devido ao pequeno e conturbado período analisado.

Akgiray (1989) testou modelos GARCH e ARMA para previsões de um mês à frente, utilizando retornos mensais de índices de ações. Encontrou evidências de que o modelo GARCH é melhor que os outros modelos históricos de preços no período analisado, para todas as medidas de avaliação. Entretanto, Tse e Tung (1992) testaram os modelos EWMA e GARCH (1,1) em cinco índices do mercado de ações de Singapura, obtendo melhores resultados com o modelo EWMA.

¹⁵ Medida quantitativa do risco de mercado de uma carteira que estima a perda máxima em um determinado horizonte de tempo para um dado intervalo de confiança.

Utilizando dados diários de opções de compra do índice S&P-100 no período de 1983 a 1989, Day e Lewis (1992) realizaram um trabalho com o objetivo de testar a importância da volatilidade implícita nas opções como determinante da volatilidade condicional, evidenciando que o modelo de volatilidade implícita possui conteúdo informacional para volatilidade semanal. Entretanto, os modelos GARCH e EGARCH, de maneira geral, obtêm melhores previsões.

Com o objetivo de examinar a habilidade de modelos ARCH, com especificações incorretas, em estimar a matriz de variância condicional de um processo estocástico, Nelson (1992) sugere que se o processo gerador de preços é aproximadamente uma difusão, existe tanta informação sobre os segundos momentos condicionais que até um modelo com especificações incorretas pode ser um filtro consistente. Esses resultados se aplicam para dados de alta frequência e para previsões de curto prazo. Contudo, alerta para o fato de que não se deve ser indiferente a qual modelo ARCH usar, pois devem existir diferenças na eficiência dos distintos modelos.

No trabalho de Engle e Ng (1993), foram confrontados os modelos GARCH, EGARCH, VGARCH, *Asymmetric-GARCH*, *Non-linear-asymmetric-GARCH* e GJR utilizando retornos diários de ações japonesas entre 1980 e 1988 com a intenção de observar o efeito de novas informações absorvidas pelo mercado. O melhor modelo no período analisado foi o modelo GJR.

Em uma comparação dos modelos GARCH, EGARCH e GJR, Kim e Kon (1994) usaram os índices de ações S&P-500, CRSP-VW, CRSP-EW além de trinta ações do índice Dow Jones, no período de 1962 a 1990, obtendo melhor *performance* o modelo GJR para a previsão da volatilidade das ações e o modelo EGARCH para a volatilidade dos índices.

Jorion (1995) investigou o conteúdo informacional e o poder de previsão da volatilidade implícita em opções sobre moedas estrangeiras avaliadas pelo modelo de Black (1976) para opções européias sobre futuros, focando nas opções negociadas na *Chicago Mercantile Exchange*. As moedas selecionadas para o estudo foram o marco alemão, o yen japonês e o franco suíço e foram utilizadas observações diárias no período de 1985 a 1992. Os resultados mostram que os modelos estatísticos de séries temporais, como o de média móvel (20 dias) e GARCH (1,1), são superados pelo modelo de volatilidade implícita para as três moedas analisadas, apesar deste apresentar viés.

West e Cho (1995) compararam o desempenho de previsão dos modelos GARCH, IGARCH, dois modelos autoregressivos e um modelo não paramétrico. Todos esses modelos foram avaliados para horizontes de uma semana, vinte semanas, e vinte e quatro semanas.

Utilizaram dados semanais do dólar americano contra as moedas do Canadá, França, Alemanha, Japão e Inglaterra no período de 1973 a 1989. Para as previsões de vinte e vinte e quatro semanas à frente, não foi possível escolher um modelo entre os analisados, porém, para o horizonte de uma semana, os modelos GARCH se sobressaíram, sendo o IGARCH o mais consistente quando utilizada como medida de desempenho o erro de previsão de média quadrada (*mean squared prediction error*). Contudo, nenhum dos modelos obteve resultados satisfatórios quando submetidos a um teste convencional de eficiência das previsões pelo método de regressão dos mínimos quadrados ordinários.

Franses e Van Dijk (1996) testaram os modelos *Random Walk*, GARCH, QGARCH (Quadratic GARCH) e GJR na previsão da volatilidade dos retornos das ações na Alemanha, Países Baixos, Espanha, Itália e Suécia, tendo o melhor desempenho o modelo QGARCH e o pior desempenho o modelo GJR.

Em um trabalho de previsão de volatilidade de índices australianos de ações, Brailsford e Faff (1996) concluíram que os métodos mais simples tendem a prover previsões de maior volatilidade que os modelos mais sofisticados. Os modelos GJR e QGARCH têm tendência maior de subestimar a volatilidade porque são os mais sensíveis à reversão de um estado de alta volatilidade para um estado de baixa volatilidade. Entretanto em um contexto de previsão onde a volatilidade é assimétrica o modelo GJR foi preferido ao GARCH. O fato do parâmetro D_{t-1} no modelo GJR tornar-se desconhecido quando a previsão é feita para mais de um período à frente poderia ser um fator contribuinte ao desempenho inferior do GJR em comparação ao QGARCH.

Em um estudo dos modelos de previsão de volatilidade histórica, ARMA (q), GARCH (1,1) e de alisamento exponencial, Kroner (1996) utilizou dados diários de taxas de câmbio (franco suíço, yen japonês, libra esterlina e marco alemão) no período de janeiro de 1975 a agosto de 1990, destacando-se o modelo GARCH com o menor erro de previsão médio absoluto em todas as séries. Realizou também uma simulação de negociação utilizando a previsão de volatilidade dos modelos, obtendo melhores resultados financeiros com a utilização do modelo GARCH.

No artigo de Guo (1996) é sugerida que a volatilidade implícita de opções de moeda extraída do modelo de volatilidade estocástica de Hull e White (1987) é uma estimativa eficiente, mas viesada da variância futura das taxas de câmbio e que as previsões de variância dos modelos de média móvel (60 dias) e GARCH não contêm informação incremental significativa.

Os modelos GARCH, IGARCH com constante e sem constante, GJR e EGARCH foram testados por Barcinski et al. (1997). O teste foi realizado em uma série histórica de retornos diários de seis ações negociadas na Bovespa, totalizando 704 observações no período de 1994 a 1996, com o objetivo de capturar o efeito assimetria. Os testes indicaram o IGARCH sem constante como o melhor método na estimação da volatilidade dos ativos financeiros.

Utilizando modelos de volatilidade estocástica em tempo contínuo com deformação temporal¹⁶ para modelar a volatilidade dos retornos de ativos financeiros, Ziegelmann e Pereira (1997) apontam a possibilidade de incorporação de processos observáveis, a relação desses processos e o comportamento da volatilidade e a possibilidade de usar esta abordagem para dados de alta frequência, como vantagens do modelo em relação a modelos de tempo discreto.

O algoritmo ICSS (*Iterative Cumulative Sum of Squares*) foi utilizado por Leal (1998) para detectar as mudanças na variância condicional e para ajustar um modelo, o GJR, para estimar a volatilidade de ações com opções negociadas na Bovespa, no período de 15 de julho de 1994 até 29 de maio de 1998, consistindo de 203 retornos semanais. Os resultados mostraram que o uso do GARCH para se estimar a variância condicional para o uso em modelos de preços de opções está sujeito a erro quando mudanças repentinas na variância ocorrem, podendo ser empiricamente ajustado por meio de variáveis *dummy* em períodos de mudança de volatilidade, para que se obtenham estimativas mais condizentes com o novo regime de volatilidade.

Em um trabalho em que são comparadas estimativas de volatilidade do Índice Bovespa obtidas por processos determinísticos (ARCH, GARCH, GARCH-t, EGARCH E GJR) e estocásticos (volatilidade estocástica), abrangendo os períodos em que ocorreram a crise do México, a crise asiática e a moratória russa, Morais e Portugal (1999) chegaram a conclusão de que ambos os processos são capazes de prever muito bem a volatilidade, tendo o modelo GARCH estimado melhor a volatilidade em períodos de relativa calma no mercado e o modelo estocástico obteve resultados mais satisfatórios em períodos de maior volatilidade.

Os modelos GARCH e de volatilidade estocástica foram utilizados por Sobrinho (2001) para estimar a volatilidade de uma série do Ibovespa no período de julho de 1994 a dezembro de 2000, contando com 1606 observações. Os modelos utilizados foram o GARCH simétrico, o GJR, o EGARCH e o de volatilidade estocástica, sendo este último o que mais se

¹⁶ Deformação temporal é a dimensão temporal na qual é feita a modelagem dos preços de ações como função da chegada de nova informação ao mercado e não como função do tempo calendário.

destacou, capaz de representar os fatos estilizados dos retornos do Ibovespa com relativa precisão e sendo boa ferramenta de mensuração de volatilidade da série, mostrando-se útil para os modelos de precificação de opções. Entretanto, Dunis, Laws e Chauvin (2000) testam o modelo de volatilidade estocástica em um grupo de seis taxas de câmbio encontrando resultados insatisfatórios.

Donaldson e Kamstra (2001) investigam a influência do volume de negociação na previsão de volatilidade produzida pelos modelos ARCH e a volatilidade derivada de um modelo de opções, além da melhora que esses modelos, e a combinação deles, pode produzir na previsão de volatilidade. A série utilizada foi o preço de fechamento do índice de ações S&P 500 e as respectivas opções, analisadas pelo modelo GJR e o modelo de opções de B & S. Os resultados mostram que quando o volume de negociação é pequeno no período anterior, o modelo ARCH é melhor que o de opções para prever a volatilidade futura. Ocorrendo o contrário, o modelo de volatilidade implícita é o preferido. Adicionando o volume de negociação e opções no modelo GJR, enriquece o desempenho de previsão de volatilidade do modelo.

Usando dados de alta frequência durante um dia de negociação para comparar a habilidade de previsão da volatilidade da taxa de câmbio de libra esterlina por dólar americano em dois horizontes de tempo, um e três meses, Pong et al (2002) empregaram os modelos ARFIMA¹⁷, ARMA (2,1), GARCH (1,1) e os de volatilidade implícita. Para uma frequência de cinco minutos os modelos possuem capacidades de previsão semelhantes, entretanto, para uma frequência de trinta minutos o de volatilidade implícita tem uma melhor atuação do que os outros modelos. Salientam que os dados de alta frequência melhoram as previsões, independente do modelo a ser usado.

Gomes (2002) realizou um trabalho com o objetivo de verificar se as volatilidades implícitas das opções de Telebrás e de dólar comercial, negociadas no mercado brasileiro, contêm informações acerca de retornos de grande magnitude no futuro e, também, criar uma ferramenta para capturar esse conteúdo informacional. As estimativas utilizadas foram a média das volatilidades implícitas do dia ponderada pelo número de negócios, média das volatilidades implícitas do dia ponderada pelo gama e a volatilidade implícita das opções no dinheiro. Os resultados mostram que a volatilidade implícita da Telebrás e dólar comercial contêm informações acerca de retornos de grande magnitude no futuro.

¹⁷ Granger e Joyeux (1980) introduziram uma classe de processos de longa memória chamada *autoregressive fractionally integrated moving average models*.

Em um estudo em que é analisada a influência de *outliers* na previsão de séries temporais dos índices de mercado da Argentina, Brasil, Chile e México no período de 1988 a 1999, Silva e Leal (2002) retiraram os *outliers* das séries e utilizaram a metodologia de *Box-Jenkins* para examinar a possibilidade das séries temporais serem representadas por um processo ARMA. Os *outliers* foram removidos até a série não apresentar mais heteroscedasticidade, fazendo os efeitos ARCH desaparecerem. Os resultados sugerem que a variância da série pode não estar mudando no tempo de acordo com um modelo ARCH, tendo em vista a presença de alguns poucos *outliers* e, removendo-os, pode-se utilizar um simples modelo ARMA.

Com base no que foi apresentado sobre os modelos de estimação de volatilidade e as evidências empíricas de sua utilização, os modelos mais simples e o EWMA possuem uma estrutura de volatilidade que não responde imediatamente aos choques nos retornos, sendo menos adaptativos que os outros modelos. Por outro lado, o modelo GARCH é mais adaptativo; a origem da volatilidade é separada em volatilidade proveniente de choques passados e volatilidade que é carregada adiante devido à persistência nos choques. O GJR permite que a persistência na volatilidade mude rapidamente quando retornos mudam de sinal positivo para negativo e vice-versa, tornando-o mais adaptável que o GARCH. Em estados de alta volatilidade todos esses modelos apresentam características de persistência na volatilidade. Em condições de baixa volatilidade, modelos GARCH adaptam-se mais rápido que o EWMA e outros métodos mais simples. GJR e QGARCH adaptam-se mais rápido quando o choque na volatilidade é assimétrico.

Com o material exposto anteriormente, ressalta-se a importância da precisão da estimação da volatilidade e a comparação dos resultados de diferentes modelos, visto que a volatilidade é muitas vezes utilizada para nortear as decisões de investimento. Os métodos de estimação diferem na maneira em que os efeitos de choques passados são levados em consideração e como a informação é usada para prever o futuro. Avaliar o desempenho dos modelos de estimação é tão importante quanto construir novos modelos.

Os trabalhos pesquisados analisam diversos modelos de estimação de volatilidade, porém, diante dos resultados encontrados, ao que tudo indica, ainda não existe um consenso de qual é o melhor para uma determinada classe de ativos. Um dos modelos mais utilizados e com bom desempenho para séries de taxa de câmbio é o modelo GARCH (1,1), conforme Kroner (1996) e Herencia¹⁸ (apud Morais e Portugal, 1999) para o caso brasileiro. Dessa

¹⁸ HERENCIA, M. E. Z. Volatilidade nos modelos ARCH e variância estocástica: um estudo comparativo. *Dissertação de mestrado apresentada ao IME-Unicamp, 1997.*

maneira, será utilizado neste trabalho o modelo GARCH de estimação de volatilidade, além da estimação da volatilidade implícita, para a negociação orientada à volatilidade de opções sobre taxa de câmbio.

4. MÉTODO

Neste capítulo são apresentadas as hipóteses testadas, a amostra considerada no trabalho, a coleta de dados das opções e taxas de juros, a transformação dessas taxas em taxas diárias e a sua utilização para o cálculo dos títulos, a estimação da volatilidade pelos dois modelos empregados e o método de simulação de negociação empregado.

4.1. Hipóteses

As hipóteses a serem testadas são as seguintes:

Hipótese 1:

- Hipótese nula (H0): A negociação orientada à volatilidade utilizando-se a volatilidade implícita média ponderada não é uma estratégia geradora de lucro.
- Hipótese alternativa: A negociação orientada à volatilidade utilizando-se a volatilidade implícita média ponderada é uma estratégia geradora de lucro.

Hipótese 2:

- Hipótese nula (H0): A negociação orientada à volatilidade utilizando-se a volatilidade extraída do modelo GARCH não é uma estratégia geradora de lucro.
- Hipótese alternativa: A negociação orientada à volatilidade utilizando-se a volatilidade extraída do modelo GARCH é uma estratégia geradora de lucro.

Hipótese 3:

- Hipótese nula (H0): A negociação orientada à volatilidade utilizando-se a volatilidade implícita média ponderada alcança os mesmos resultados que a negociação utilizando-se a volatilidade extraída do modelo GARCH.
- Hipótese alternativa: A negociação orientada à volatilidade utilizando-se a volatilidade implícita média ponderada não alcança os mesmos resultados que a negociação utilizando-se a volatilidade extraída do modelo GARCH.

4.2. Amostra

A amostra do estudo é composta por todos os contratos de opções sobre taxa de câmbio de reais por dólar comercial negociados na BM&F no período de janeiro de 1995 a dezembro de 2002 que tiveram mais de vinte dias com negociação e no máximo três dias corridos sem negociação. Contratos únicos para determinado vencimento foram retirados da amostra, tendo em vista que para o cálculo da volatilidade implícita média são necessários pelo menos dois contratos para o mesmo vencimento. Após a realização desses filtros restaram 67 contratos compreendendo o período de 1.º de julho de 1997 a 1.º de julho de 2002, com um total de 28 diferentes vencimentos.

Foram utilizados os preços de fechamento e de cotação média das opções européias de compra de dólar negociadas na BM&F, o preço de exercício e o prazo para o vencimento em dias úteis para cada opção.

Conforme especificado pela BM&F, o contrato de opção sobre taxa de câmbio de reais por dólar comercial tem como ativo objeto a taxa de câmbio de reais por dólar dos Estados Unidos para entrega pronta. A cotação do prêmio da opção é em reais por US\$1.000,00 e cada opção refere-se a um lote padrão de US\$50.000,00, com exceção dos vencimentos no período de novembro de 1997 a fevereiro de 1999 em que o lote padrão passou a ser de US\$100.000,00, conforme ofício circular 047/99-SG da BM&F. As séries de preços de exercício são expressas em reais por US\$1.000,00 para cada mês de vencimento.

O último dia de negociação é o último dia útil (dia de pregão) do mês anterior ao mês de vencimento do contrato. A data de vencimento é o primeiro dia útil (dia de pregão) do mês de vencimento do contrato. As opções podem ser exercidas somente na data de vencimento do contrato e os resultados financeiros do exercício são movimentados no dia útil subsequente.

Para todos os dias de negócios foram computadas as cotações do dólar Ptax-V e a taxa de juro livre de risco brasileira e norte americana. O dólar Ptax-V é a média diária da cotação de determinada moeda estrangeira, nesse caso, o dólar em reais. A taxa de juros brasileira utilizada foi o CDI 252 dias. CDI é o Certificado de Depósito Interbancário, uma modalidade de aplicação que pode render tanto uma taxa de juros fixa quanto variável, sendo negociado exclusivamente entre bancos. A taxa média diária do CDI de um dia é utilizada como referencial para o custo do dinheiro (juros). Por este motivo, esta taxa também é utilizada como referencial para avaliar a rentabilidade das aplicações em fundos de investimento.

A taxa de juros norte americana utilizada foi a *Treasury Bill* de três meses, negociada no mercado secundário norte americano. A *Treasury Bill* é um título do governo federal norte

americano, podendo ser de curto ou longo prazo. A taxa é anualizada com base em um ano de 360 dias.

4.3. Coleta de dados

Os dados referentes à negociação das opções sobre taxa de câmbio foram obtidos pela internet através do Serviço de Recuperação de Informações disponibilizado na página da BM&F (www.bmf.com.br). Esses dados são as séries históricas do resumo estatístico do pregão.

As cotações do dólar Ptax-V e da taxa CDI 252 foram obtidas no banco de dados Economatica. As cotações da *Treasury Bill* foram obtidas na página do *Federal Reserve* (www.federalreserve.gov/releases).

4.4. Tratamento dos dados

A seguir são evidenciados os procedimentos para cálculo das taxas e dos títulos, apresentadas as características do dólar Ptax-V e da série de retorno do dólar, além das estatísticas descritivas e a estimação das volatilidades.

4.4.1. Cálculo da taxa diária de juros brasileira e americana

O cálculo da taxa diária com base no CDI 252 dias foi realizado da seguinte maneira:

$$r_{dia} = \left(1 + \frac{r_{ano}}{100}\right)^{\frac{1}{252}} - 1 \quad (71)$$

O cálculo da taxa norte americana diária com base no *Treasury Bill* de três meses foi realizado do seguinte modo:

$$f_{dia} = \left(1 + \frac{r_{ano}}{100}\right)^{\frac{1}{360}} - 1 \quad (72)$$

Este método está de acordo com Elton e Gruber (1995) e Hull (2002).

4.4.2. Cálculo dos títulos nacional e americano

Para cálculo de $B_I(t, T)$, preço em moeda local de um título com vencimento em T e valor de face unitário, foram utilizados os valores da taxa de juros diária brasileira e dos dias até o vencimento.

A equação utilizada é:

$$B_1 = \exp(-\tau \cdot r(t)) \quad (73)$$

onde $r(t)$ é a taxa de juros local e $\tau \equiv T-t$.

Para cálculo de $B_2(t, T)$, preço em moeda estrangeira de um título com vencimento em T e valor de face unitário, foram utilizados os valores da taxa de juros diária norte americana e dos dias até o vencimento. A equação é:

$$B_2 = \exp(-\tau \cdot f(t)) \quad (74)$$

onde $f(t)$ é cupom cambial e $\tau \equiv T-t$.

O valor de $F(t, T)$, taxa de câmbio a termo no tempo t com vencimento em T , foi calculado do seguinte modo:

$$F(t, T) = \frac{1000 \cdot S(t) B_2(t, T)}{B_1(t, T)} \quad (75)$$

multiplicando-se por 1000 visto que a cotação do prêmio da opção é em reais por US\$1.000,00.

4.4.3. Características da série de dólar Ptax-V

Para a estimativa de volatilidade através do modelo GARCH (1,1) são utilizados dados diários do dólar Ptax-V no período de 19 de agosto de 1996 a 31 de dezembro de 2002. A figura 3 apresenta a série em nível do dólar Ptax-V utilizada nesse trabalho.

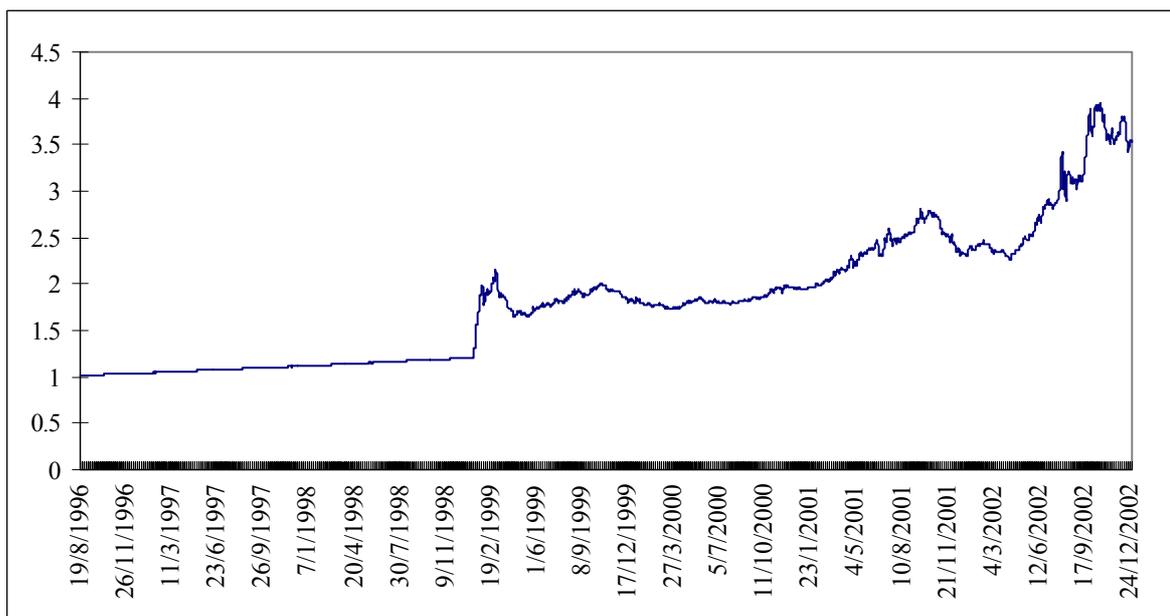


Figura 3: Série em nível da cotação diária do dólar Ptax-V
Fonte: Economática

Como uma moeda pode ser considerada como um ativo financeiro que é transacionado no mercado à vista e também em mercados futuros, foi realizado o seguinte procedimento para o cálculo do retorno ou da variação do dólar Ptax-V:

$$R_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \quad (76)$$

onde R_t é o retorno no tempo t e P_t é o preço do ativo no tempo t (cotação do dólar Ptax-V em reais). Este cálculo, ou seja, a primeira diferença do log do preço do ativo está de acordo com Moraes e Portugal (1999).

A série de retornos diários encontra-se na figura seguinte.

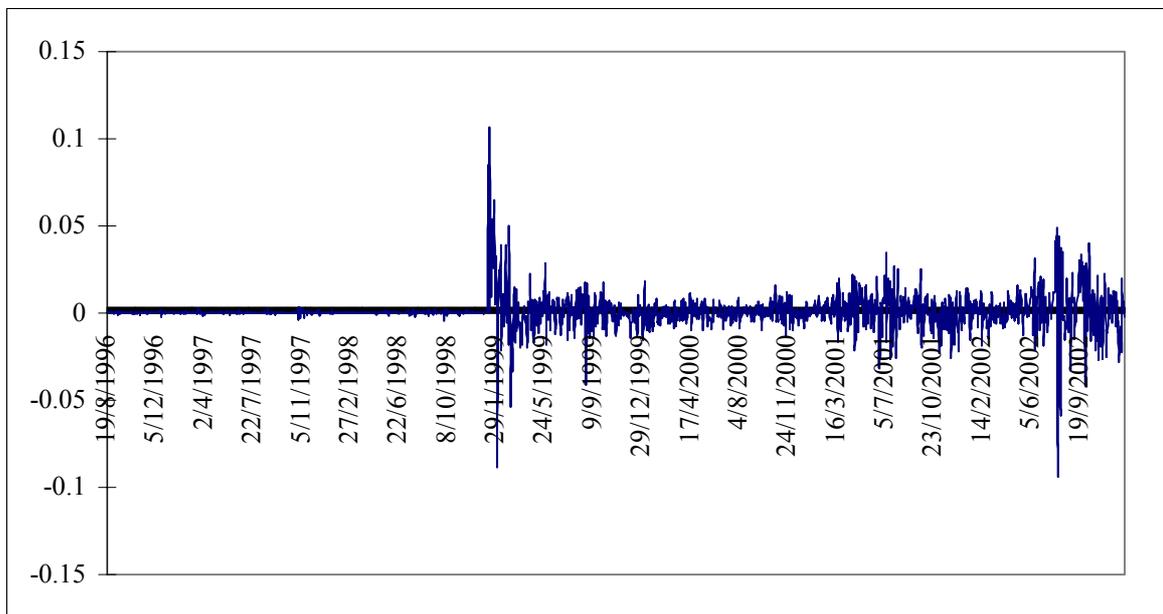


Figura 4: Série de retornos diários do dólar Ptax-V
Fonte: Economática

Pode-se observar através da figura acima que a volatilidade do retorno varia no tempo, apesar da variação no período anterior a 1999 ser pequena. O valor máximo atingido pelo dólar nesse período foi de R\$ 3,9552 em 22 de outubro de 2002 e o valor mínimo foi de R\$ 1,0136 em 19 de agosto de 1996 como pode ser constatado em seguida.

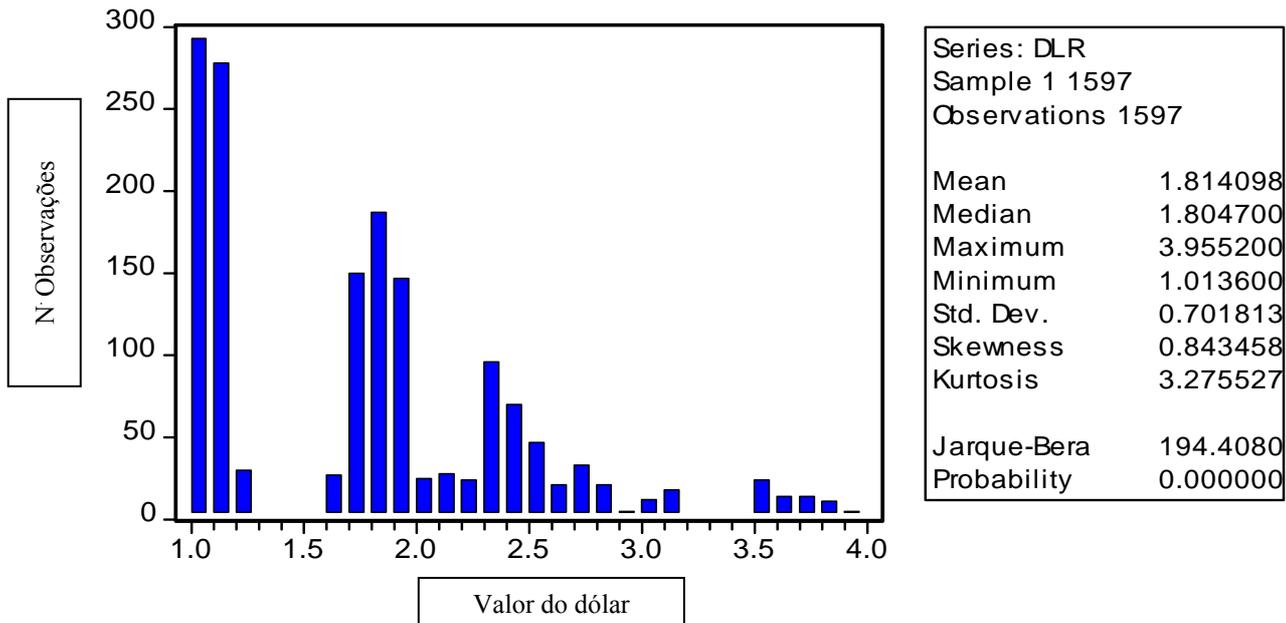


Figura 5: Estatística da série do dólar Ptax-V

Foram realizadas as estatísticas descritivas dos retornos das séries de dólar Ptax no período de 19 de agosto de 1996 a 31 de dezembro de 2002, apresentadas na Figura 6 e quadro complementar. Como ocorreu uma mudança de regime cambial em 1999, optou-se por realizar o mesmo teste em dois subperíodos, de 19 de agosto de 1996 a 12 de janeiro de 1999 e de 13 de janeiro de 1999 a 31 de dezembro de 2002. No primeiro subperíodo estava em vigor o regime de bandas sobre a taxa de câmbio, instituído em março de 1995, que vigorou até o início de janeiro de 1999. O segundo subperíodo compreende o regime de livre flutuação da taxa de câmbio, adotado pelo governo brasileiro ao final de janeiro de 1999.

Para identificar problemas de normalidade na série são utilizadas as estatísticas de curtose e assimetria. Conforme Gujarati (2000), a curtose mede o grau de elevação ou achatamento de uma distribuição de probabilidade. Para uma distribuição normal a curtose é igual a 3, conhecida como mesocúrtica; para valores maiores a distribuição é leptocúrtica (fina ou de cauda longa) em relação a normal; para valores menores a distribuição é platicúrtica (gorda e de cauda curta). A assimetria é uma medida do grau de dispersão de uma distribuição, as distribuições simétricas, como a distribuição normal, possuem assimetria igual a zero.

Também será utilizado o teste estatístico de Jarque Bera, que averigua se a série é normalmente distribuída, medindo a diferença da curtose e assimetria da série em relação ao de uma distribuição normal. Valores pequenos de probabilidade para o período analisado levam a rejeição da hipótese nula de distribuição normal.

A seguir, nas Figuras 6, 7 e 8 e quadros complementares, são apresentadas as estatísticas para o retorno da série de dólar Ptax-V nos períodos e subperíodos respectivamente apreciados.

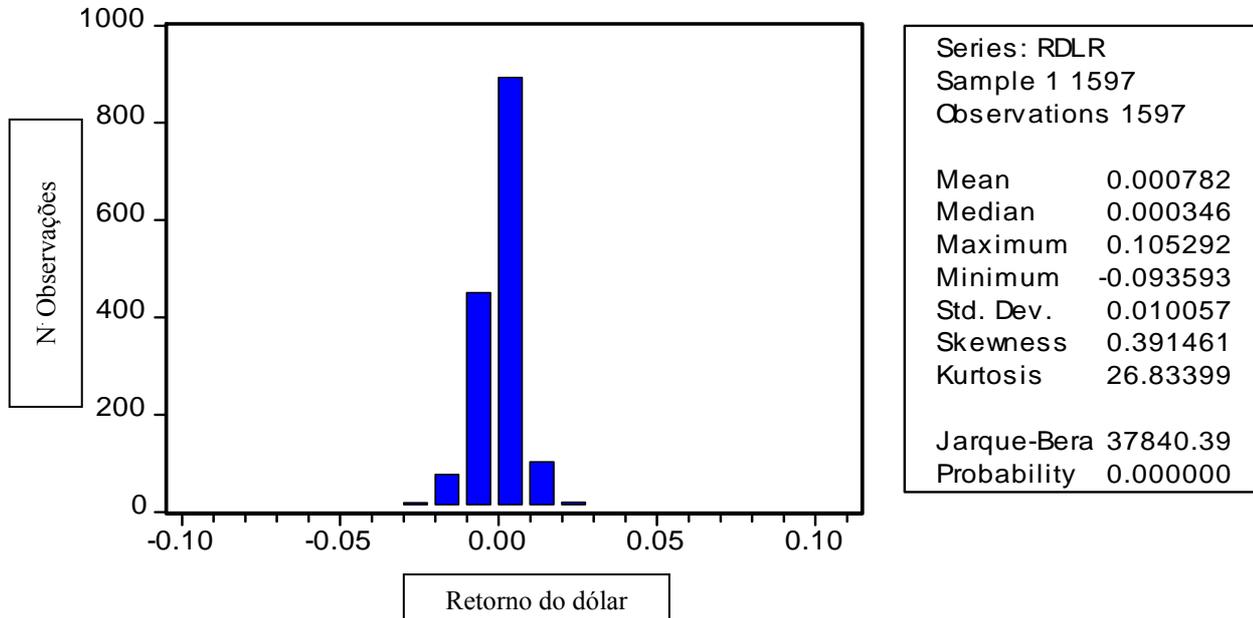


Figura 6: Estatística dos retornos da série do dólar Ptax-V – período total – de 19/08/1996 a 31/12/2002

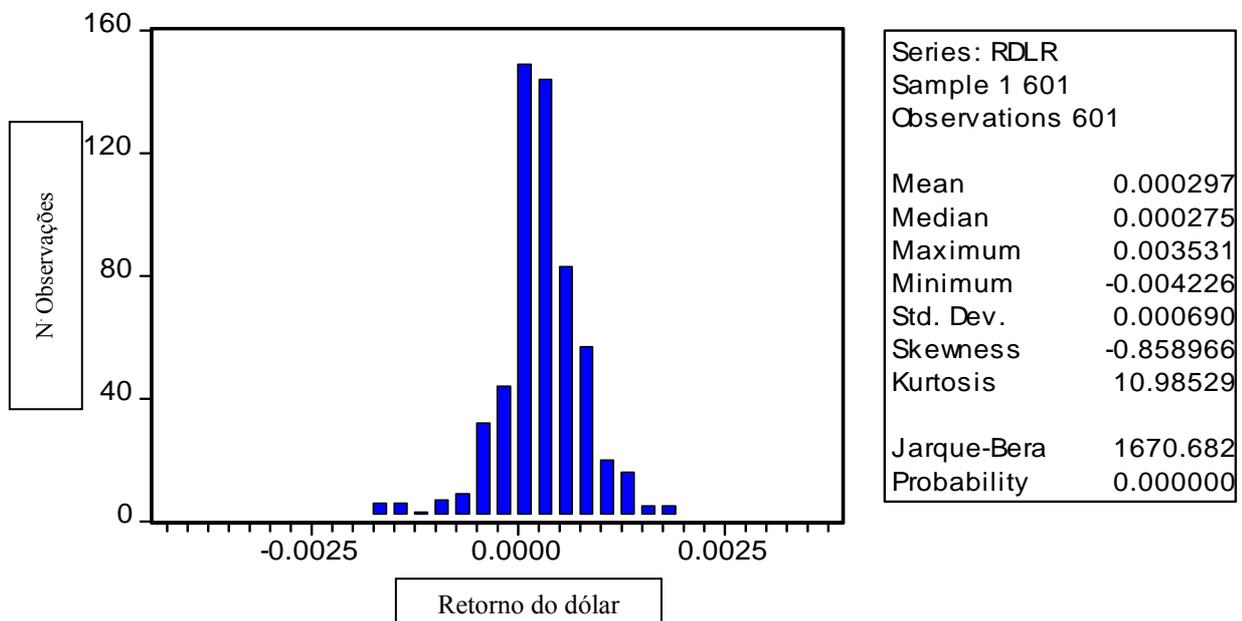


Figura 7: Estatística dos retornos da série do dólar Ptax-V – subperíodo 1 – de 19/08/1996 a 12/01/1999

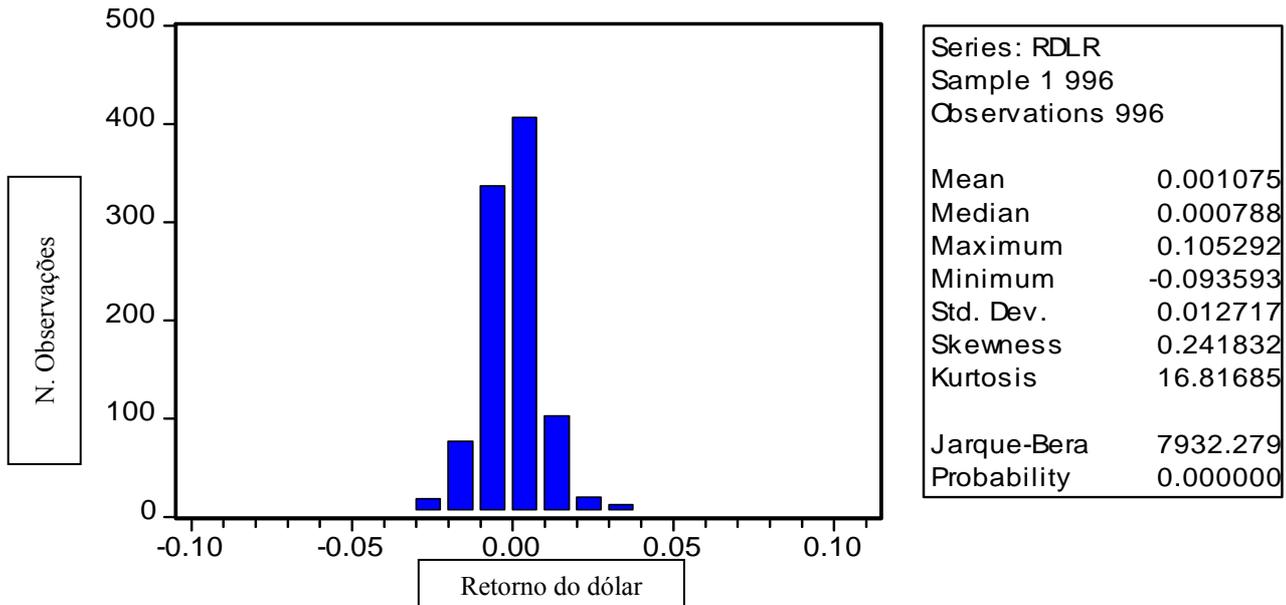


Figura 8: Estatística dos retornos da série do dólar Ptax-V – subperíodo 2 – de 13/01/1999 a 31/12/2002

Observando-se os quadros complementares das Figuras 6, 7 e 8 percebe-se que os valores no período estudado são muito superiores aos de uma distribuição normal, sendo a curtose do segundo subperíodo superior ao do primeiro, o que pode significar que os retornos extremos aumentaram. Pode-se conjecturar então, que as caudas da distribuição dessa série são mais pesadas que as da gaussiana. Este é um fato estilizado em finanças, ou seja, de que grandes retornos ocorrem com mais frequência do que o esperado para uma distribuição normal.

Em relação à assimetria, os quadro complementares das Figuras 6, 7 e 8 evidenciam que esta é positiva para o período total e para o segundo subperíodo, indicando que a cauda direita da distribuição dos retornos é maior do que a cauda da esquerda, ou seja, grandes retornos positivos ocorrem com maior frequência do que grandes retornos negativos na série completa. Já a assimetria do primeiro subperíodo é negativa, ou seja, retornos negativos acontecem com magnitude maior do que os retornos positivos. Esse fenômeno é chamado de tendência de aglomeração, é outro fato estilizado na teoria financeira. A ocorrência desses dois fatos sugere uma especificação ARCH, o que é comprovado com a avaliação pelo teste LM-ARCH, onde os valores pequenos de probabilidade para todos os períodos considerados sustentam a rejeição da hipótese nula de distribuição normal.

Antes de iniciar as estimativas de volatilidade, é necessário realizar o teste de Dickey-Fueller aumentado – ADF, para verificar se a série de dólar Ptax-V é estacionária. Os quadros a seguir mostram os resultados dos testes.

Quadro 1: Teste de ADF – período total – de 19/08/1996 a 31/12/2002

ADF Test Statistic	-10.2132035625	1% Critical Value*	-3.43739404894
		5% Critical Value	-2.86382956503
		10% Critical Value	-2.56800851255
*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.			
Augmented Dickey-Fuller Test Equation			
Dependent Variable: D(RDLR)			
Method: Least Squares			
Sample(adjusted): 12 1597			
Included observations: 1586 after adjusting endpoints			

Quadro 2: Teste ADF – subperíodo 1 - de 19/08/1996 a 12/01/1999

ADF Test Statistic	-9.34854055225	1% Critical Value*	-3.44385177319
		5% Critical Value	-2.86676457985
		10% Critical Value	-2.569550206
*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.			
Augmented Dickey-Fuller Test Equation			
Dependent Variable: D(RDLR)			
Method: Least Squares			
Sample(adjusted): 12 601			
Included observations: 590 after adjusting endpoints			

Quadro 3: Teste ADF – subperíodo 2 – subperíodo 2 – de 13/01/1999 a 31/12/2002

ADF Test Statistic	-10.8236664579	1% Critical Value*	-3.43972045193
		5% Critical Value	-2.86488819784
		10% Critical Value	-2.56856456399
*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.			
Augmented Dickey-Fuller Test Equation			
Dependent Variable: D(RDLR)			
Method: Least Squares			
Sample(adjusted): 12 996			
Included observations: 985 after adjusting endpoints			

Comparando os resultados dos testes com os valores críticos de MacKinnon, é rejeitada a hipótese de raiz unitária ao nível de significância de 1% para o período total e subperíodos, ou seja, a série não é estacionária no período analisado.

Após essa análise foi estimada a equação da média para os dois subperíodos e realizado o teste Q de *Ljung-Box* sobre os resíduos estimados para verificar se existem indícios de autocorrelação da série de retornos diários. Esta análise não foi realizada para o período total visto que serão estimadas volatilidades somente com base nos subperíodos.

A seguir estão os dados da equação da média gerada para o subperíodo 1 e subperíodo 2 respectivamente.

$$y_t = 0,000297 + \varepsilon_t \quad (77)$$

(0,0000)

$$y_t = 0,001075 + \varepsilon_t \quad (78)$$

(0,0000)

Obs: Valor-p entre parênteses, as constantes de ambas equações são significantes ao nível de 1%.

Quanto à análise de autocorrelação, foi utilizada a estatística- Q de *Ljung-Box* com defasagem de ordem k , que testa a hipótese nula de que não há autocorrelação serial. Se não há correlação serial nos resíduos, as autocorrelações devem ser próximas de zero e a estatística- Q deve ser insignificante com valor- p elevados. Este teste foi realizado com defasagens de ordem 12, conforme Hamilton (1994).

Tabela 1: Autocorrelação dos resíduos dos retornos – subperíodo 1 - de 19/08/1996 a 12/01/1999

	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	-0.130	-0.130	10.216	0.001
2	-0.042	-0.060	11.300	0.004
3	-0.046	-0.061	12.599	0.006
4	-0.092	-0.112	17.719	0.001
5	0.039	0.004	18.635	0.002
6	-0.042	-0.053	19.691	0.003
7	-0.046	-0.071	20.964	0.004
8	0.066	0.037	23.591	0.003
9	-0.010	-0.005	23.652	0.005
10	-0.078	-0.095	27.430	0.002
11	-0.030	-0.062	27.992	0.003
12	-0.002	-0.018	27.994	0.006

Tabela 2: Autocorrelação dos resíduos dos retornos – subperíodo 2 – de 13/01/1999 a 31/12/2002

	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	0.189	0.189	35.503	0.000
2	-0.029	-0.067	36.356	0.000
3	0.086	0.109	43.710	0.000
4	0.100	0.062	53.752	0.000
5	-0.028	-0.052	54.515	0.000
6	0.040	0.061	56.127	0.000
7	0.019	-0.022	56.490	0.000
8	0.005	0.011	56.516	0.000
9	0.049	0.050	58.952	0.000
10	0.066	0.038	63.370	0.000
11	0.021	0.010	63.808	0.000
12	-0.040	-0.053	65.395	0.000

Os resultados do teste Q de *Ljung-Box* evidenciam a rejeição da hipótese nula de ausência de autocorrelação nos resíduos. Um procedimento utilizado para correção do problema de autocorrelação é o acréscimo de um termo auto-regressivo AR(k) na equação da média para a realização de uma modelagem mais apropriada. Seguindo o passo anteriormente descrito, é estimada a equação da média acrescida de um termo auto-regressivo e realizado o teste de autocorrelação.

A seguir são apresentadas a equação da média com o termo AR(1) para o subperíodo 1 e subperíodo 2 respectivamente.

$$y_t = 0,000297 - 0,130057 y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (79)$$

(0,0000) (0,0014)

$$y_t = 0,000970 + 0,188519 y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (80)$$

(0,0423) (0,0000)

Obs: Valor-p entre parênteses.

As estimações com a inclusão de um termo auto-regressivo de primeira ordem AR(1), mostram que este é significativo para ambos os subperíodos. Também foi testada a inclusão de termos de ordens maiores na equação da média (AR(2), AR(3), AR(4), MA(1), MA(2)), entretanto estes não foram significativos. Estes resultados não são apresentados visto que este não é o objetivo do presente trabalho.

Os resultados da estatística-*Q* de *Ljung-Box* com defasagem de ordem 12 para o subperíodo 1 e subperíodo 2, respectivamente, estão apresentados nas Tabelas 3 e 4.

Tabela 3: Autocorrelação dos resíduos dos retornos com AR(1) – subperíodo 1 - de 19/08/1996 a 12/01/1999

	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	-0.008	-0.008	0.0340	0.854
2	-0.067	-0.067	27.522	0.253
3	-0.066	-0.067	53.712	0.147
4	-0.096	-0.103	10.943	0.027
5	0.022	0.010	11.249	0.047
6	-0.044	-0.063	12.421	0.053
7	-0.044	-0.058	13.606	0.059
8	0.061	0.044	15.852	0.045
9	-0.012	-0.023	15.940	0.068
10	-0.087	-0.101	20.575	0.024
11	-0.042	-0.051	21.660	0.027
12	-0.005	-0.015	21.674	0.041

Tabela 4: Autocorrelação dos resíduos dos retornos com AR(1) – subperíodo 2 – de 13/01/1999 a 31/12/2002

	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	0.023	0.023	0.5200	0.471
2	-0.149	-0.149	22.557	0.000
3	0.066	0.075	26.931	0.000
4	0.099	0.075	36.758	0.000
5	-0.064	-0.050	40.815	0.000
6	0.018	0.043	41.129	0.000
7	0.003	-0.028	41.138	0.000
8	-0.023	-0.015	41.685	0.000
9	0.008	0.013	41.750	0.000
10	0.064	0.052	45.854	0.000
11	0.009	0.017	45.944	0.000
12	-0.065	-0.052	50.182	0.000

Para o primeiro subperíodo os resultados evidenciam que a inclusão do termo auto-regressivo ajuda a amenizar o problema de autocorrelação nos resíduos, indicando uma melhor modelagem para a equação da média. Entretanto, para o segundo subperíodo o teste Q de *Ljung-Box* indica a rejeição da hipótese nula de ausência de autocorrelação nos resíduos, mesmo tendo sido acrescentado o termo auto-regressivo. Depois de realizados os testes para uma melhor modelagem da equação da média e, tendo obtido os resultados já expostos, optou-se por uma modelagem da média com o componente auto-regressivo de primeira ordem AR(1).

Para verificar a heteroscedasticidade condicional auto-regressiva nos resíduos foi realizado o teste ARCH-LM, um teste multiplicador de Lagrange, conforme Engle (1982). Quando a estatística for significativa até a defasagem q , é rejeitada a hipótese nula de que não há heteroscedasticidade no quadrado dos resíduos defasados até a ordem q .

Os resultados desse teste estão a seguir.

Tabela 5: Resultado do teste ARCH-LM

Teste ARCH-LM	Período total	Subperíodo 1	Subperíodo 2
$q = 1$	$P = 0.000000$	$P = 0.000000$	$p = 0.000000$
$q = 5$	$p = 0.000000$	$P = 0.000000$	$p = 0.000000$
$q = 10$	$p = 0.000000$	$P = 0.000000$	$p = 0.000000$

É constatado, ao observar-se o resultado do teste evidenciado acima, que há presença de heteroscedasticidade em todo o período considerado.

O próximo passo é estimar a equação da variância pelo modelo GARCH (1,1) para os subperíodos apreciados. Os resultados estão apresentados nos Quadros 4 e 5.

Quadro 4: Modelo GARCH (1,1) para o subperíodo 1 - de 19/08/1996 a 12/01/1999

Dependent Variable: RDLR				
Method: ML – ARCH				
Sample(adjusted): 2 601				
Included observations: 600 after adjusting endpoints				
Convergence achieved after 5 iterations				
Variance Equation				
	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	9.72E-08	1.93E-08	5.046627	0.0000
ARCH(1)	0.150012	0.022205	6.755769	0.0000
GARCH(1)	0.600006	0.052079	11.52105	0.0000
R-squared	-0.003530	Mean dependent var		0.000297
Adjusted R-squared	-0.010276	S.D. dependent var		0.000691
S.E. of regression	0.000695	Akaike info criterion		-11.95343
Sum squared resid	0.000287	Schwarz criterion		-11.91679
Log likelihood	3591.029	Durbin-Watson stat		2.262802

Quadro 5: Modelo GARCH (1,1) para o subperíodo 2 – de 13/01/1999 a 31/12/2002

Dependent Variable: RDLR				
Method: ML – ARCH				
Sample(adjusted): 2 996				
Included observations: 995 after adjusting endpoints				
Convergence achieved after 18 iterations				
Variance Equation				
	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	2.12E-06	4.49E-07	4.733997	0.0000
ARCH(1)	0.187345	0.021900	8.554728	0.0000
GARCH(1)	0.799702	0.019823	40.34279	0.0000
R-squared	0.017543	Mean dependent var		0.000990
Adjusted R-squared	0.013573	S.D. dependent var		0.012439
S.E. of regression	0.012354	Akaike info criterion		-6.620182
Sum squared resid	0.151103	Schwarz criterion		-6.595545
Log likelihood	3298.541	F-statistic		4.419314
Durbin-Watson stat	1.713060	Prob(F-statistic)		0.001518

Observando-se os quadros acima é constatado que a constante e os termos ARCH(1) e GARCH(1) são significativos ao nível de 1% para ambos subperíodos estudados. Com posse desses dados é estimada a série de variância GARCH.

A seguir, as Figuras 9 e 10 ilustram a variância no subperíodo 1 e subperíodo 2 respectivamente.

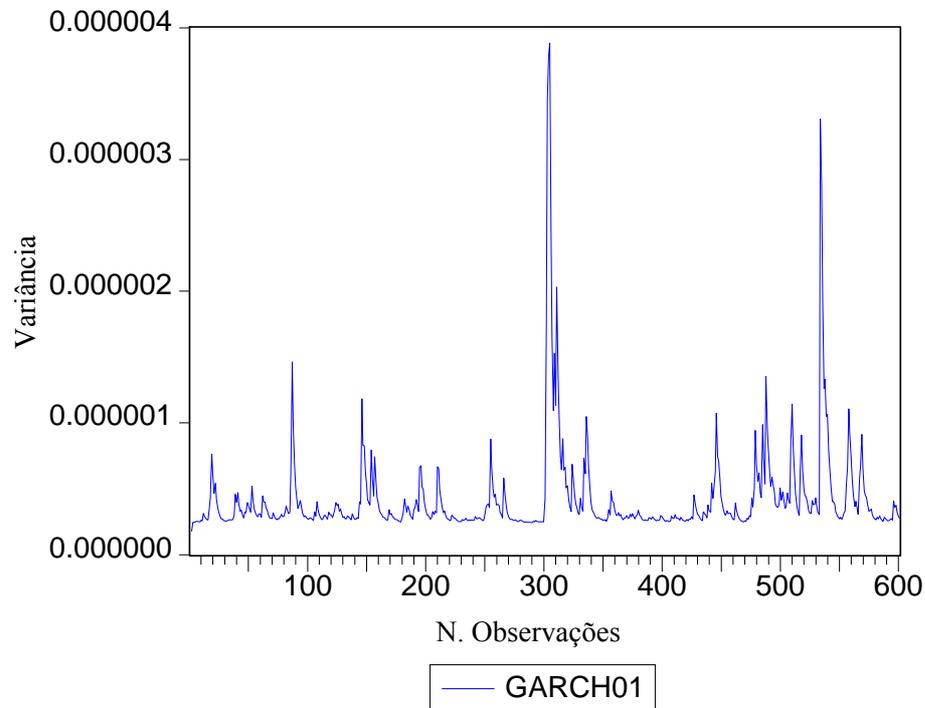


Figura 9: Variância GARCH (1,1) para o subperíodo 1 - de 19/08/1996 a 12/01/1999

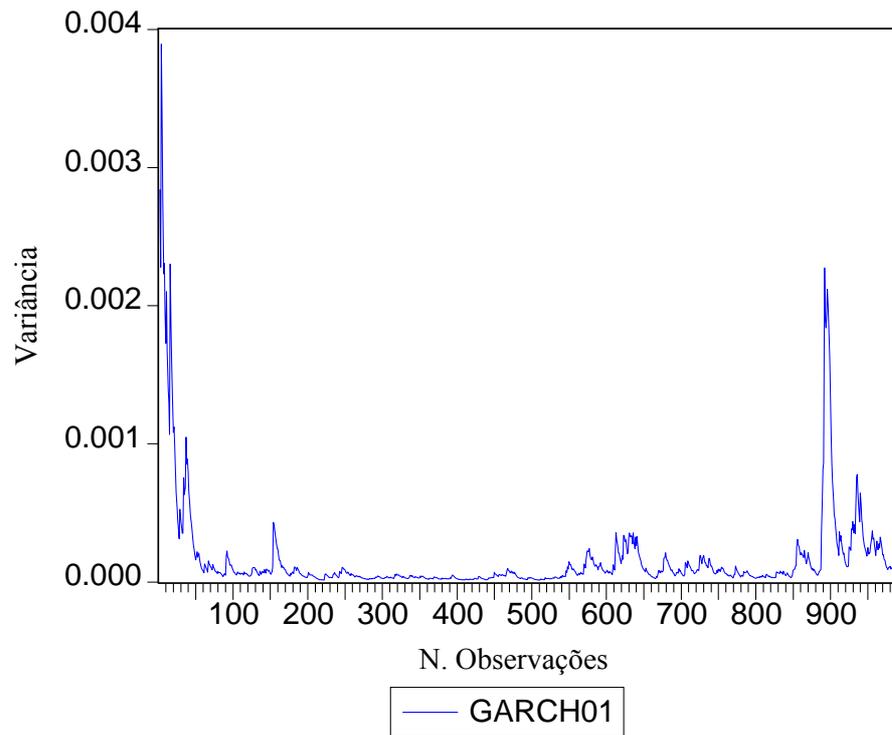


Figura 10: Variância GARCH (1,1) para o subperíodo 2 – 13/01/1999 a 31/12/2002

4.4. *Estimação das volatilidades*

As volatilidades do dólar Ptax-V foram estimadas utilizando-se os modelos de volatilidade implícita e GARCH (1,1). Para o cálculo da volatilidade implícita foi utilizado modelo de precificação de opções sobre taxa de câmbio já citado anteriormente. Os cálculos foram realizados com o aplicativo Solver do *software* Microsoft Excel. As informações necessárias para a solução da equação (36) foram organizadas, para cada contrato, em planilhas do Microsoft Excel, atribuindo-se, inicialmente, um valor arbitrário para a volatilidade diária. Dessa forma chega-se a um valor para o prêmio da opção, o preço estimado. Calcula-se então a diferença entre o preço estimado e a cotação do último negócio. O Solver é utilizado para igualar essa diferença a zero, variando a célula em que se encontra a volatilidade, obtendo dessa forma a volatilidade para qual o preço estimado é igual ao observado no mercado (volatilidade implícita).

Com a posse dessa estimativa de volatilidade, calcula-se a volatilidade implícita média ponderada pelo número de negócios realizados por contrato, obtendo-se a volatilidade implícita média para cada vencimento. Este método utilizado está de acordo com Lemgruber (1995).

Para o cálculo da volatilidade com o modelo GARCH (1,1) foi utilizado o *software* econométrico Eviews 3.0. A estimativa dessa volatilidade foi dividida em dois períodos, conforme já explicado anteriormente, devido à mudança de regime cambial em 1999. Foram

estimadas as volatilidades nos períodos de 19 de agosto de 1996 a 12 de janeiro de 1999 e de 13 de janeiro de 1999 a 31 de dezembro de 2002. É importante ressaltar que o *software* Eviews 3.0 estima a variância da série de retornos da taxa de câmbio, para obter-se a volatilidade é necessário calcular a raiz quadrada dessa variância.

Com posse dessas informações passa-se a simular as negociações de volatilidade.

4.5. Simulação de negociação de opções sobre taxa de câmbio

A simulação ocorreu no período de 1.º de julho de 1997 a 1.º de julho de 2002 com operações de compra e venda de opções de compra sobre dólar comercial, negociadas na BM&F.

Essa simulação de negociação visa à compra ou venda de volatilidade, ou seja, quando a volatilidade implícita média para um vencimento for superior à volatilidade implícita de um contrato de mesmo vencimento será comprada uma opção de compra, considerando que a volatilidade para este contrato está sub-avaliada. Ocorrendo uma situação oposta, será vendida uma opção de compra.

O mesmo procedimento será utilizado com as estimativas de volatilidade extraídas do modelo GARCH. Assim, quando a volatilidade GARCH for superior a volatilidade implícita de um contrato, será comprada uma opção de compra, caso contrário, será vendida uma opção.

Para realizar essas negociações foi estabelecida uma função lógica no *software* Microsoft Excel para executar a ordem de compra ou venda de opções. No momento em que a volatilidade de um contrato em um dia de negócio (uma observação) ultrapassar 0,5%¹⁹ da volatilidade estimada (volatilidade implícita média ou volatilidade GARCH) para aquele dia, é executada uma ordem de venda da opção. Se a volatilidade da observação ficar 0,5% abaixo da volatilidade implícita média ou volatilidade GARCH daquele dia, será efetuada uma ordem de compra.

Uma observação consiste em um dia de negócios para um contrato de opção. Para cada observação é descrito o número de negócios efetuados, a quantidade de contratos negociados, o preço de exercício, o preço médio, preço de fechamento, data do pregão e data de vencimento.

¹⁹ Essa porcentagem foi estabelecida como margem de segurança para descontar uma eventual distorção dos modelos utilizados.

As simulações de compra e venda são condicionadas ao número de negócios efetuados e à quantidade de contratos negociados para cada dia de pregão. Dias em que não foram realizados negócios não são considerados na simulação. É importante salientar que será operado um contrato a cada negociação.

Para cada contrato foram realizadas 12 simulações com a utilização de dados de cotação média e do último negócio, estimativas de volatilidade implícita média e volatilidade GARCH e com três diferentes estratégias de negociação, conforme pode ser visualizado no Quadro 6 que segue.

Quadro 6: Simulações de negociação de opções de compra sobre dólar comercial

Quantidade de simulações	Estratégia 1	Estratégia 2	Estratégia 3
Volatilidade Implícita/cotação média	1	1	1
Volatilidade Implícita/cotação do último negócio	1	1	1
Volatilidade GARCH/cotação média	1	1	1
Volatilidade GARCH/cotação do último negócio	1	1	1
Total de simulações por estratégia	4	4	4

A estratégia 1 consiste em comprar ou vender um contrato de opção no primeiro dia de negociação possível e fechar a posição, realizando uma operação contrária, no último dia de negociação do contrato ou no seu vencimento. Nessa estratégia são realizadas apenas duas operações por contrato. É denominada de *buy and hold*.

Na estratégia 2 são realizadas operações de compra e venda durante todo o período de negociação do contrato, de acordo com a sub ou sobre avaliação da volatilidade. No último dia de negociação ou no vencimento, é apurado o saldo das operações no período, fechando a posição com o número de operações necessárias para que as vendas sejam iguais às compras.

A estratégia 3 efetua operações de compra ou venda durante todo o período de negociação, fechando a posição sempre que possível, ou seja, quando uma operação contrária às operações anteriores for ordenada, de acordo com a sub ou sobre avaliação da volatilidade. Em seguida é realizada nova negociação de compra e ou venda, fechando a posição sempre que houver oportunidade e assim sucessivamente até o último dia de negociação ou vencimento do contrato.

Essas estratégias citadas anteriormente são utilizadas no mercado financeiro por instituições como bancos e corretoras de valores mobiliários. Como o objetivo do trabalho é especular com a volatilidade, não foi realizada nenhuma operação de *hedge*, ainda mais que, conforme o trabalho de Cunha Jr. e Lemgruber (2002), o uso de *hedge* para eliminação de riscos Gama e Teta aumenta muito o esforço computacional.

Para uma maior agilidade na simulação das estratégias 2 e 3 foi elaborada uma macro no editor do *Visual Basic* do *software* Microsoft Excel que conta o número de operações de compra e venda para um contrato de opção, auxiliando dessa forma na contagem do número de contratos necessários para fechar uma posição.

Apesar das estratégias empregadas e da utilização de cotações médias e cotações do último negócio, a diferença fundamental entre as simulações é de que, uma utiliza a volatilidade implícita na avaliação de oportunidades de arbitragem, e a outra, a volatilidade extraída do modelo GARCH.

Para cada operação são considerados os seguintes custos operacionais da Bolsa de Mercadorias e Futuros:

- Taxa operacional básica para operação normal de 0,4%, calculada sobre seu respectivo valor;
- Taxa da Bolsa de 6,32% da taxa operacional básica.

O total de custos de transação foi de 0,425% sobre o valor de uma operação, assim, quando é realizada uma compra, é pago 100,425% do preço de compra, e quando é realizada uma venda, é recebido 99,575% do valor do preço de venda.

Não foram considerados custos de corretagem, tendo em vista que esse tipo de operação, efetuado nesse estudo, é realizado, essencialmente, por instituições financeiras.

5. RESULTADOS

Neste capítulo são disponibilizados os resultados das diferentes simulações realizadas neste estudo, organizados pelo método de estimação de volatilidade utilizado e pela cotação do contrato de compra da opção.

5.1. Resultados da simulação de negociação com volatilidade implícita

Primeiramente são apresentados os resultados da simulação com a utilização de volatilidade implícita média ponderada, como pode ser constatado nas tabelas que seguem.

Tabela 6: Resultados em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade implícita e cotação média das opções para as séries com vencimento no ano de 1997

1997	Cotação média/Volatilidade Implícita		
	Estratégia 1	Estratégia 2	Estratégia 3
Série AG06	16,571	114,556	70,268
Série AG07	-21,344	-187,652	-187,652
Total para vencimento em 01/08/1997	-4,773	-73,096	-117,383
Série OT06	-154,379	-945,911	-642,407
Série OT07	-48,221	-231,365	-231,365
Série OT09	42,526	190,034	190,034
Total para vencimento em 01/10/1997	-160,074	-987,242	-683,737
Resultado no período total	-164,847	-1.060,338	-801,120

Tabela 7: Resultados em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade implícita e cotação do último negócio das opções para as séries com vencimento no ano de 1997

1997	Cotação do último negócio/Volatilidade Implícita		
	Estratégia 1	Estratégia 2	Estratégia 3
Série AG06	18,911	136,712	84,491
Série AG07	-19,687	-183,119	-183,119
Total para vencimento em 01/08/1997	-0,776	-46,407	-98,628
Série OT06	-172,757	-940,028	-555,668
Série OT07	-48,221	-230,109	-230,109
Série OT09	46,260	196,108	196,108
Total para vencimento em 01/10/1997	-174,718	-974,029	-589,669
Resultado no período total	-175,494	-1.020,436	-688,298

Para o ano de 1997 os resultados com a utilização da cotação média e cotação do último negócio são semelhantes, mudando apenas a magnitude da perda, o prejuízo foi menor para a simulação com cotações do último negócio. Em relação às estratégias adotadas, a

estratégia 1 é a que acarretou em perdas menores, porém, obteve lucros menores quando esses ocorreram. A estratégia 2 quando ocasionou lucro, esse foi maior ou igual ao das outras estratégias, ocorrendo o inverso na ocorrência de prejuízos. Todas as estratégias alcançaram o mesmo resultado, de lucro ou prejuízo, para uma mesma série.

Tabela 8: Resultados em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade implícita e cotação média das opções para as séries com vencimento no ano de 1998

1998	Cotação média/Volatilidade Implícita		
	Estratégia 1	Estratégia 2	Estratégia 3
Série JA05	-799,352	-3.364,277	-3.364,277
Série JA10	341,304	1.940,947	1.737,887
Série JA13	195,033	913,909	913,909
Total para vencimento em 01/01/1998	-263,016	-509,421	-712,480
Série MA01	179,695	1.408,180	319,071
Série MA04	-33,954	-235,578	-235,578
Série MA08	-179,769	-1.932,457	-1.631,351
Total para vencimento em 01/05/1998	-34,028	-759,855	-1.547,858
Série JN02	-171,846	-3.085,379	-3.085,379
Série JN03	127,004	1.901,707	519,658
Total para vencimento em 01/06/1998	-44,842	-1.183,672	-2.565,721
Série JL02	-387,675	-4.129,923	-4.129,923
Série JL03	166,248	2.290,323	1.649,823
Total para vencimento em 01/07/1998	-221,427	-1.839,599	-2.480,100
Série AG06	-326,424	-2.896,002	-2.896,002
Série AG07	293,024	2.385,567	822,452
Série AG10	-276,211	-1.278,302	-1.278,302
Total para vencimento em 01/08/1998	-309,611	-1.788,738	-3.351,853
Série ST02	-52,200	-960,020	-960,020
Série ST06	83,202	956,222	374,661
Total para vencimento em 01/09/1998	31,003	-3,798	-585,360
Série DZ02	-459,039	-1.618,501	-1.618,501
Série DZ04	365,423	1.630,026	1.630,026
Total para vencimento em 01/12/1998	-93,616	11,525	11,525
Resultado no período total	-935,537	-6.073,559	-11.231,847

Em relação ao ano de 1998, analisando-se a simulação de negociação com o uso de cotação média (Tabela 8), a estratégia 1 foi a que obteve lucro e perdas menores. Em relação à estratégia 3, de forma geral, esta obteve resultado negativo superior ou igual e lucro inferior ou igual ao das demais estratégias, sendo a de pior resultado.

Considerando a simulação que utilizou a cotação do último negócio (Tabela 9), a estratégia 2 proporcionou lucro e prejuízos maiores, porém, a estratégia 3 foi a que apresentou o pior resultado. Novamente as estratégias alcançaram o mesmo resultado, de lucro ou prejuízo, para uma mesma série, tanto para dados de cotação média ou cotação do último negócio.

Tabela 9: Resultados em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade implícita e cotação do último negócio das opções para as séries com vencimento no ano de 1998

1998	Cotação do último negócio/Volatilidade Implícita		
	Estratégia 1	Estratégia 2	Estratégia 3
Série JA05	-733,273	-2.429,482	-2.429,482
Série JA10	346,504	1.871,628	1.701,909
Série JA13	197,142	933,776	933,776
Total para vencimento em 01/01/1998	-189,627	375,921	206,203
Série MA01	180,197	1.462,599	359,933
Série MA04	-34,153	-181,029	-85,437
Série MA08	-179,769	-1.973,895	-1.569,629
Total para vencimento em 01/05/1998	-33,726	-692,325	-1.295,133
Série JN02	-173,752	-2.785,464	-1.160,400
Série JN03	127,397	1.883,776	541,094
Total para vencimento em 01/06/1998	-46,356	-901,688	-619,307
Série JL02	304,666	-3.859,669	-3.859,669
Série JL03	164,256	3.123,468	2.013,771
Total para vencimento em 01/07/1998	468,922	-736,202	-1.845,898
Série AG06	-326,424	-2.917,192	-2.917,192
Série AG07	276,802	2.938,784	1.330,980
Série AG10	-276,211	-1.281,014	-1.281,014
Total para vencimento em 01/08/1998	-325,834	-1.259,422	-2.867,226
Série ST02	-50,425	-870,068	-870,068
Série ST06	84,596	1.006,782	444,402
Total para vencimento em 01/09/1998	34,171	136,715	-425,666
Série DZ02	-442,295	-1.374,318	-1.374,318
Série DZ04	371,398	1.388,867	1.388,867
Total para vencimento em 01/12/1998	-70,897	14,549	14,549
Resultado no período total	-163,346	-3.062,452	-6.832,477

Para o ano de 1999, utilizando-se os dados de cotação média (Tabela 10), podem ser feitas as mesmas considerações referentes ao ano de 1998. Para o mesmo ano - 1999, utilizando os dados de cotação do último negócio (Tabela 11), novamente a estratégia 1 é a que apresenta ganhos e perdas menores, enquanto que a estratégia 2 em algumas situações apresenta resultados melhores que os da estratégia 3 e vice versa. O resultado final para as três estratégias é positivo e superior ao da simulação com dados de cotação média.

Nesse período as estratégias alcançaram resultado diferente, de lucro ou prejuízo, para uma mesma série, tanto para dados de cotação média ou cotação do último negócio.

Tabela 10: Resultados em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade implícita e cotação média das opções para as séries com vencimento no ano de 1999

1999	Cotação média/Volatilidade Implícita		
	Estratégia 1	Estratégia 2	Estratégia 3
Série JA03	-520,872	-4.310,054	-4.310,054
Série JA05	440,322	2.309,657	717,318
Total para vencimento em 01/01/1999	-80,550	-2.000,397	-3.592,736
Série MA01	-3.064,513	-26.645,765	-26.645,765
Série MA02	1.126,465	5.520,848	5.520,848
Série MA09	-1.911,868	-2.138,491	-2.793,646
Total para vencimento em 01/05/1999	-3.849,916	-23.263,408	-23.918,563
Série JN01	492,128	39.698,205	39.698,205
Série JN10	1.356,537	9.779,430	5.733,910
Série JN12	170,250	8653,668	1940,191
Total para vencimento em 01/06/1999	2018,915	58131,303	47372,306
Série JL08	304,024	29349,064	45833,344
Série JL09	1.325,090	7.311,031	-18.921,031
Total para vencimento em 01/07/1999	1.629,114	36.660,096	26.912,313
Série AG05	-2.173,384	-33.266,894	-33.266,894
Série AG06	1.384,008	18.595,713	18.595,713
Total para vencimento em 01/08/1999	-789,377	-14.671,180	-14.671,180
Série ST08	-167,802	-3.571,594	-3.571,594
Série ST09	199,239	1.052,689	900,244
Total para vencimento em 01/09/1999	31,437	-2.518,905	-2.671,350
Série OT04	707,651	11.549,558	23.590,167
Série OT05	186,377	-20.290,653	-20.651,164
Série OT06	552,271	22.857,212	-275,285
Série OT07	912,329	248,156	-3.414,687
Total para vencimento em 01/10/1999	2.358,629	14.364,272	-750,970
Série NV02	-1.205,950	14.144,624	-823,621
Série NV06	-1.318,143	-26.395,804	13.583,956
Total para vencimento em 01/11/1999	-2.524,093	-12.251,180	12.760,335
Resultado no período total	-1.205,841	54.450,600	41.440,155

Tabela 11: Resultados em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade implícita e cotação do último negócio das opções para as séries com vencimento no ano de 1999

1999	Cotação do último negócio/Volatilidade Implícita		
	Estratégia 1	Estratégia 2	Estratégia 3
Série JA03	-522,380	-4.207,345	-4.207,345
Série JA05	462,726	3.400,238	2.657,093
Total para vencimento em 01/01/1999	-59,654	-807,107	-1.550,252
Série MA01	-3.064,165	-19.874,761	-14.099,909
Série MA02	1.294,050	2.772,497	2.772,497
Série MA09	-1.758,500	-2.041,225	-907,163
Total para vencimento em 01/05/1999	-3.528,615	-19.143,489	-12.234,574
Série JN01	-376,988	21.141,175	-3.756,156
Série JN10	1.691,500	8.892,250	-14.307,200
Série JN12	170,250	12266,100	7953,775
Total para vencimento em 01/06/1999	1484,763	42299,525	-10109,582
Série JL08	196,419	21632,564	14851,215
Série JL09	1.368,654	505,295	-13.525,309
Total para vencimento em 01/07/1999	1.565,073	22.137,859	1.325,906
Série AG05	-1.958,713	-26.620,225	-13.874,625
Série AG06	1.384,008	12.560,155	-3.126,230
Total para vencimento em 01/08/1999	-574,705	-14.060,070	-17.000,855
Série ST08	-2,550	2.523,681	22.314,213
Série ST09	173,831	676,139	676,139
Total para vencimento em 01/09/1999	171,281	3.199,820	22.990,351
Série OT04	707,651	7.706,492	22.393,204
Série OT05	337,463	-15.657,049	12.572,464
Série OT06	594,939	23.623,936	5.570,031
Série OT07	870,856	3.361,353	-2.091,559
Total para vencimento em 01/10/1999	2.510,909	19.034,732	38.444,141
Série NV02	-1105,525	12179,451	-574,524
Série NV06	10,656	1.795,881	1.930,794
Total para vencimento em 01/11/1999	-1.094,869	13.975,333	1.356,270
Resultado no período total	474,184	66.636,602	23.221,405

Os resultados para o ano de 2000, quando utilizada a cotação média para simulação, são opostos aos dos períodos anteriores, pois a estratégia 1 conseguiu o melhor resultado total (ver Tabela 12). Isso se deve ao fato das estratégias 2 e 3 terem grandes resultados negativos em algumas das séries negociadas. A estratégia 3 apresentou resultados positivos menores que os da estratégia 2, por isso seu desempenho foi inferior.

Tabela 12: Resultados em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade implícita e cotação média das opções para as séries com vencimento no ano de 2000

2000	Cotação média/Volatilidade Implícita		
	Estratégia 1	Estratégia 2	Estratégia 3
Série JA03	-1.719,991	-11.259,298	-8.296,941
Série JA06	-627,869	508,353	92,443
Série JA11	3.883,000	-1.077,657	2.196,540
Total para vencimento em 01/01/2000	1.535,141	-11.828,601	-6.007,958
Série AB05	391,350	2.116,549	2.116,549
Série AB12	-866,868	-5.929,928	-5.929,928
Total para vencimento em 01/04/2000	-475,518	-3.813,380	-3.813,380
Série ST05	-185,944	5.733,032	4.402,251
Série ST10	713,392	5.770,421	756,556
Total para vencimento em 01/09/2000	527,448	11.503,453	5.158,807
Série DZ09	360,931	-742,259	-742,259
Série DZ10	217,695	6.967,368	5.290,271
Total para vencimento em 01/12/2000	578,626	6.225,110	4.548,012
Resultado no período total	2.165,697	2.086,583	-114,518

No mesmo período, utilizando a cotação do último negócio para simulação (Tabela 13), pode ser observado que, para uma série, pelo menos uma das estratégias teve desempenho superior ao das demais. A estratégia 2 foi a de melhor resultado. Os resultados totais da simulação foram todos positivos.

Tabela 13: Resultados em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade implícita e cotação do último negócio das opções para as séries com vencimento no ano de 2000

2000	Cotação do último negócio/Volatilidade Implícita		
	Estratégia 1	Estratégia 2	Estratégia 3
Série JA03	-1.707,438	-7.098,104	-5.206,179
Série JA06	-627,869	649,424	222,618
Série JA11	3.883,000	2.935,644	4.205,894
Total para vencimento em 01/01/2000	1.547,694	-3.513,036	-777,668
Série AB05	295,210	1.776,131	1.629,008
Série AB12	-1.256,588	-7.089,084	-7.089,084
Total para vencimento em 01/04/2000	-961,377	-5.312,954	-5.460,076
Série ST05	-160,838	2.888,675	2.821,585
Série ST10	-708,209	4.527,889	757,489
Total para vencimento em 01/09/2000	-869,046	7.416,564	3.579,074
Série DZ09	618,519	5.384,226	-963,680
Série DZ10	186,180	6.977,206	5.637,536
Total para vencimento em 01/12/2000	804,699	12.361,432	4.673,856
Resultado no período total	521,969	10.952,006	2.015,186

No ano de 2001, os resultados da simulação com cotação média (Tabela 14), mostram a estratégia 3 como a de melhor desempenho. A estratégia 2 obteve muitos resultados negativos e de grande vulto, tendo o pior desempenho. Os resultados estão na tabela abaixo.

Tabela 14: Resultados em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade implícita e cotação média das opções para as séries com vencimento no ano de 2001

2001	Cotação média/Volatilidade Implícita		
	Estratégia 1	Estratégia 2	Estratégia 3
Série MR11	1.495,411	22.957,072	18.049,070
Série MR12	-416,046	-6572,789	-6572,789
Total para vencimento em 01/05/2001	1079,365	16384,283	11476,281
Série JL23	-2.112,052	-15.957,718	20.556,434
Série JL24	-1.200,206	295,878	-5.928,017
Total para vencimento em 01/07/2001	-3.312,258	-15.661,840	14.628,417
Série OT05	-1.196,386	-1.328,739	5.624,085
Série OT06	-1.501,528	-2.725,360	-4.575,262
Total para vencimento em 01/10/2001	-2.697,914	-4.054,099	1.048,823
Série DZ05	-2.001,822	-7.100,575	-3.850,915
Série DZ25	3.051,519	-3,420	-3,420
Total para vencimento em 01/12/2001	1.049,697	-7.103,995	-3.854,336
Resultado no período total	-3.881,110	-10.435,652	23.299,185

Para o mesmo ano, a simulação com cotação do último negócio, identifica a estratégia 1 como a de melhor desempenho, já que tem o maior número de resultados positivos (ver Tabela 15). As estratégias 2 e principalmente a 3, apresentaram muitos resultados negativos.

Tabela 15: Resultados em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade implícita e cotação do último negócio das opções para as séries com vencimento no ano de 2001

2001	Cotação do último negócio/Volatilidade Implícita		
	Estratégia 1	Estratégia 2	Estratégia 3
Série MR11	1.567,165	6.575,880	1.019,595
Série MR12	-530,631	-6887,066	-6887,066
Total para vencimento em 01/05/2001	1036,534	-311,186	-5867,471
Série JL23	-2.112,052	-1.784,540	2.969,824
Série JL24	1.224,645	-4.039,026	-7.448,188
Total para vencimento em 01/07/2001	-887,407	-5.823,566	-4.478,364
Série OT05	1.425,987	1.684,093	-23,132
Série OT06	1.592,775	4.565,150	-1.661,200
Total para vencimento em 01/10/2001	3.018,762	6.249,243	-1.684,332
Série DZ05	2.031,245	-1.591,559	-521,298
Série DZ25	2.976,200	-1.314,781	-4.700,331
Total para vencimento em 01/12/2001	5.007,445	-2.906,340	-5.221,629
Resultado no período total	8.175,334	-2.791,849	-17.251,795

Os resultados da simulação com cotação média para 2002 mostram que a estratégia 1 é a que tem a maior quantidade de resultados negativos (ver Tabela 16). Por outro lado, apesar da estratégia 2 ter resultados positivos superiores aos das demais estratégias, seus resultados negativos também são maiores que os obtidos com a estratégia 3, o que faz desta última a de melhor performance.

Tabela 16: Resultados em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade implícita e cotação média das opções para as séries com vencimento no ano de 2002

2002	Cotação média/Volatilidade Implícita		
	Estratégia 1	Estratégia 2	Estratégia 3
Série FE02	-1.289,883	558,164	-3.058,598
Série FE12	-79,963	7.083,464	6.694,185
Série FE19	-678,532	-8.824,027	-1.849,594
Série FE20	1.115,198	7.908,498	2.997,716
Total para vencimento em 01/02/2002	-933,180	6.726,099	4.783,708
Série MA16	1.488,769	17.575,901	13.541,923
Série MA17	-2.074,529	-8.852,754	-4.642,094
Total para vencimento em 01/05/2002	-585,760	8.723,147	8.899,830
Série JL17	3.912,205	20.070,895	16.063,001
Série JL18	-5555,069	-16545,109	-935,696
Total para vencimento em 01/07/2002	-1642,864	3525,786	15127,305
Resultado no período total	-3.161,804	18.975,032	28.810,843

Os resultados da simulação com cotação do último negócio para 2002 são semelhantes aos da simulação com cotação média, conforme pode ser constatado na Tabela 17.

Tabela 17: Resultados em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade implícita e cotação do último negócio das opções para as séries com vencimento no ano de 2002

2002	Cotação do último negócio/Volatilidade Implícita		
	Estratégia 1	Estratégia 2	Estratégia 3
Série FE02	-1.348,883	3.241,103	-2.463,966
Série FE12	-79,963	4.874,870	5.481,733
Série FE19	-711,985	-2.425,313	-837,091
Série FE20	1.115,198	5.878,860	1.028,333
Total para vencimento em 01/02/2002	-1.025,633	11.569,520	3.209,008
Série MA16	1.488,769	15.355,581	13.008,013
Série MA17	-2.144,231	-10.018,251	-7.967,249
Total para vencimento em 01/05/2002	-655,463	5.337,330	5.040,764
Série JL17	4.012,630	6.911,813	3.337,070
Série JL18	-5555,069	-16475,406	-865,994
Total para vencimento em 01/07/2002	-1542,439	-9563,594	2471,076
Resultado no período total	-3.223,534	7.343,256	10.720,848

Em uma análise geral da simulação utilizando estimativas de volatilidade implícita e cotação média das opções, pode ser afirmado que a estratégia 3 obteve o melhor resultado total no período considerado, apesar de ter auferido lucro em um menor número de séries que a estratégia 2 (ver Tabelas 18, 19 e 20).

Tabela 18: Resultado consolidado em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade implícita e cotação média das opções para todos os vencimentos

TOTAL	Cotação média/Volatilidade Implícita		
	Estratégia 1	Estratégia 2	Estratégia 3
Todos vencimentos	-7.183,442	57.942,666	81.402,697

Tabela 19: Número de séries que apresentaram resultado positivo ou negativo para a simulação utilizando estimativas de volatilidade implícita e cotação média das opções para todos os vencimentos

Número de séries	Cotação média/Volatilidade Implícita		
	Estratégia 1	Estratégia 2	Estratégia 3
Lucro	33	35	33
Prejuízo	34	32	34

Tabela 20: Média e desvio padrão em R\$ dos resultados obtidos com a simulação utilizando estimativas de volatilidade implícita e cotação média das opções para o período total

Período Total	Cotação média/Volatilidade Implícita		
	Estratégia 1	Estratégia 2	Estratégia 3
Média	-107,216	864,816	1.214,966
Desvio Padrão	1.417,990	11.879,660	11.701,553

Para a simulação utilizando estimativas de volatilidade implícita e cotação do último negócio das opções, pode ser assegurado que a estratégia 2 obteve o melhor resultado total no período considerado e lucro em um maior número de séries que as demais estratégias (ver Tabelas 21, 22 e 23).

Tabela 21: Resultado consolidado em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade implícita e cotação do último negócio das opções para todos os vencimentos

TOTAL	Cotação do último negócio/Volatilidade Implícita		
	Estratégia 1	Estratégia 2	Estratégia 3
Todos vencimentos	5.609,113	78.057,127	11.184,869

Tabela 22: Número de séries que apresentaram resultado positivo ou negativo para a simulação utilizando estimativas de volatilidade implícita e cotação do último negócio das opções para todos os vencimentos

Número de séries	Cotação do último negócio/Volatilidade Implícita		
	Estratégia 1	Estratégia 2	Estratégia 3
Lucro	37	40	32
Prejuízo	30	27	35

Tabela 23: Média e desvio padrão em R\$ dos resultados obtidos com a simulação utilizando estimativas de volatilidade implícita e cotação do último negócio das opções para o período total

Período Total	Cotação do último negócio/Volatilidade Implícita		
	Estratégia 1	Estratégia 2	Estratégia 3
Média	83,718	1.165,032	166,938
Desvio Padrão	1.424,975	8.306,483	6.656,906

Foi realizado o teste-t para duas amostras em par para médias, para testar a hipótese nula de que não há diferença nas médias dos resultados das simulações realizadas utilizando estimativas de volatilidade implícita. Para a estratégia 1, os resultados médios das simulações com cotação média e cotação do último negócio são estatisticamente diferentes ao nível de significância de 5%. Para as demais estratégias os resultados médios são iguais, ou seja, não é rejeitada a hipótese nula. Todos os resultados médios são estatisticamente diferentes de 0 (zero) ao nível de significância de 1%.

5.2. Resultados da simulação de negociação com volatilidade GARCH

Os resultados da simulação com a utilização de volatilidade extraída do modelo GARCH (1,1) podem ser visualizados nas tabelas que seguem.

Tabela 24: Resultados em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade GARCH e cotação média das opções para as séries com vencimento no ano de 1997

1997	Cotação média/GARCH		
	Estratégia 1	Estratégia 2	Estratégia 3
Série AG06	16,571	158,013	158,013
Série AG07	-21,344	68,469	85,343
Total para vencimento em 01/08/1997	-4,773	226,482	243,357
Série OT06	153,021	1.060,287	1.060,287
Série OT07	47,779	229,135	229,135
Série OT09	42,526	190,034	190,034
Total para vencimento em 01/10/1997	243,326	1.479,456	1.479,456
Resultado no período total	238,553	1.705,938	1.722,813

Tabela 25: Resultados em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade GARCH e cotação do último negócio das opções para as séries com vencimento no ano de 1997

1997	Cotação do último negócio/GARCH		
	Estratégia 1	Estratégia 2	Estratégia 3
Série AG06	18,911	152,686	152,686
Série AG07	-19,687	68,695	85,719
Total para vencimento em 01/08/1997	-0,776	221,381	238,405
Série OT06	171,244	1.075,870	1.075,870
Série OT07	47,779	227,891	227,891
Série OT09	46,260	196,108	196,108
Total para vencimento em 01/10/1997	265,282	1.499,869	1.499,869
Resultado no período total	264,506	1.721,250	1.738,274

Os resultados da simulação para o ano de 1997 com a utilização da cotação média e cotação do último negócio apontam que as diferentes estratégias obtiveram semelhante

desempenho, tendo se sobressaído a estratégia 3. A estratégia 1 foi a única que apresentou prejuízo em uma das séries.

Para as simulações no ano de 1998, a estratégia 2 foi a de melhor desempenho, não ocorrendo nenhum prejuízo em nenhuma das simulações. Entretanto, para a simulação com cotação média, as estratégias 2 e 3 possuem o mesmo resultado com valores idênticos. Esse é um fato que se repetiu muito na simulação utilizando a volatilidade extraída do modelo GARCH (1,1), visto que essa foi muito diferente da volatilidade implícita. Isso fez com que durante o período de negociação fossem emitidas ordens de um único tipo, fechando a posição com uma ordem contrária somente no último dia de negociação. Assim, a estratégia 3 ficou exatamente igual à estratégia 2.

A Tabela 26 apresenta os resultados da simulação com dados de cotação média.

Tabela 26: Resultados em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade GARCH e cotação média das opções para as séries com vencimento no ano de 1998

1998	Cotação média/GARCH		
	Estratégia 1	Estratégia 2	Estratégia 3
Série JA05	792,248	3.330,723	3.330,723
Série JA10	341,304	1.897,434	1.897,434
Série JA13	195,033	913,909	913,909
Total para vencimento em 01/01/1998	1.328,584	6.142,066	6.142,066
Série MA01	179,695	1.989,027	1.989,027
Série MA04	33,646	233,422	233,422
Série MA08	178,231	1.996,317	1.996,317
Total para vencimento em 01/05/1998	391,572	4.218,766	4.218,766
Série JN02	170,354	3.058,221	3.058,221
Série JN03	127,004	2.294,800	2.294,800
Total para vencimento em 01/06/1998	297,358	5.353,021	5.353,021
Série JL02	384,326	4.093,477	4.093,477
Série JL03	166,248	3.603,226	3.603,226
Total para vencimento em 01/07/1998	550,573	7.696,703	7.696,703
Série AG06	323,576	2.869,798	2.869,798
Série AG07	293,024	3.155,239	3.155,239
Série AG10	273,789	1.266,298	1.266,298
Total para vencimento em 01/08/1997	890,389	7.291,335	7.291,335
Série ST02	51,401	946,180	946,180
Série ST06	83,202	1.341,052	1.341,052
Total para vencimento em 01/09/1998	134,603	2.287,232	2.287,232
Série DZ02	454,561	1.597,099	1.597,099
Série DZ04	365,423	1.434,871	1.434,871
Total para vencimento em 01/12/1998	819,984	3.031,970	3.031,970
Resultado no período total	4.413,063	36.021,093	36.021,093

A Tabela 27 apresenta os resultados da simulação com dados de cotação do último negócio.

Tabela 27: Resultados em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade GARCH e cotação do último negócio das opções para as séries com vencimento no ano de 1998

1998	Cotação do último negócio/GARCH		
	Estratégia 1	Estratégia 2	Estratégia 3
Série JA05	726,728	2.404,518	2.404,518
Série JA10	346,504	1.897,611	1.897,611
Série JA13	197,142	933,776	933,776
Total para vencimento em 01/01/1998	1.270,373	5.235,904	5.235,904
Série MA01	180,197	2.050,463	2.050,463
Série MA04	33,847	226,963	226,963
Série MA08	178,231	2.052,079	2.052,079
Total para vencimento em 01/05/1998	392,275	4.329,505	4.329,505
Série JN02	172,248	3.050,502	3.050,502
Série JN03	127,397	2.265,657	2.265,657
Total para vencimento em 01/06/1998	299,644	5.316,159	5.316,159
Série JL02	304,666	4.432,297	4.432,297
Série JL03	164,256	3.643,255	3.643,255
Total para vencimento em 01/07/1998	468,922	8.075,552	8.075,552
Série AG06	323,576	2.890,808	2.890,808
Série AG07	276,802	3.242,631	3.242,631
Série AG10	273,789	1.268,986	1.268,986
Total para vencimento em 01/08/1997	874,167	7.402,425	7.402,425
Série ST02	99,575	706,570	555,932
Série ST06	84,596	1.246,655	1.246,655
Total para vencimento em 01/09/1998	184,171	1.953,225	1.802,587
Série DZ02	437,705	1.351,682	1.351,682
Série DZ04	371,398	1.388,867	1.388,867
Total para vencimento em 01/12/1998	809,103	2.740,550	2.740,550
Resultado no período total	4.298,654	35.053,319	34.902,681

Considerações análogas às de 1998 podem ser feitas às simulações no ano de 1999, com exceção de que a estratégia 3 foi a de melhor desempenho e terem ocorrido prejuízos na negociação de algumas séries. Novamente as estratégias 2 e 3 chegaram ao mesmo resultado com valores idênticos.

Os resultados da simulação com dados de cotação média das opções são apresentados na Tabela 28.

Tabela 28: Resultados em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade GARCH e cotação média das opções para as séries com vencimento no ano de 1999

1999	Cotação média/GARCH		
	Estratégia 1	Estratégia 2	Estratégia 3
Série JA03	516,128	4.268,546	4.268,546
Série JA05	440,322	3.644,267	3.644,267
Total para vencimento em 01/01/1999	956,450	7.912,813	7.912,813
Série MA01	3.035,187	26.362,635	26.362,635
Série MA02	1.126,465	8.345,923	8.345,923
Série MA09	1.893,432	8.286,818	8.286,818
Total para vencimento em 01/05/1999	6.055,084	42.995,376	42.995,376
Série JN01	-544,672	-40.609,796	-40.609,796
Série JN10	1.356,537	9.974,408	9.974,408
Série JN12	-229,750	-11995,032	-11995,032
Total para vencimento em 01/06/1999	582,115	-42630,419	-42630,419
Série JL08	-360,276	-4562,823	-4562,823
Série JL09	1.325,090	34.108,263	34.108,263
Total para vencimento em 01/07/1999	964,814	29.545,440	29.545,440
Série AG05	2.154,116	32.953,907	32.953,907
Série AG06	1.384,008	21.375,628	21.375,628
Total para vencimento em 01/08/1999	3.538,123	54.329,535	54.329,535
Série ST08	164,198	3.495,506	3.495,506
Série ST09	199,239	1.103,079	1.103,079
Total para vencimento em 01/09/1999	363,437	4.598,585	4.598,585
Série OT04	-762,349	-13.188,332	-13.188,332
Série OT05	-212,723	18.214,126	18.214,126
Série OT06	552,271	27975,990	27975,990
Série OT07	912,329	44.200,906	44.200,906
Total para vencimento em 01/10/1999	489,529	77.202,690	77.202,690
Série NV02	1.194,050	21.703,824	21.703,824
Série NV06	1.300,457	35.810,139	35.810,139
Total para vencimento em 01/11/1999	2.494,507	57.513,963	57.513,963
Resultado no período total	15.444,059	231.467,983	231.467,983

Na Tabela 29 são apresentados os resultados da simulação com dados de cotação do último negócio.

Tabela 29: Resultados em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade GARCH e cotação do último negócio das opções para as séries com vencimento no ano de 1999

1999	Cotação do último negócio/GARCH		
	Estratégia 1	Estratégia 2	Estratégia 3
Série JA03	517,620	4.166,655	4.166,655
Série JA05	462,726	3.579,643	3.579,643
Total para vencimento em 01/01/1999	980,346	7.746,298	7.746,298
Série MA01	3.034,835	25.205,535	25.205,535
Série MA02	1.294,050	7.871,647	7.871,647
Série MA09	1.741,500	7.652,400	7.652,400
Total para vencimento em 01/05/1999	6.070,385	40.729,582	40.729,582
Série JN01	-376,988	-40.058,150	-40.058,150
Série JN10	1.691,500	14.738,425	14.738,425
Série JN12	-229,750	-8745,100	5314,400
Total para vencimento em 01/06/1999	1084,763	-34064,825	-20005,325
Série JL08	-253,581	-3060,499	-3060,499
Série JL09	1.368,654	33.767,219	33.767,219
Total para vencimento em 01/07/1999	1.115,073	30.706,720	30.706,720
Série AG05	1.941,288	30.975,925	30.975,925
Série AG06	1.384,008	20.429,815	20.429,815
Total para vencimento em 01/08/1999	3.325,295	51.405,740	51.405,740
Série ST08	-2,550	21,131	21,131
Série ST09	173,831	675,714	675,714
Total para vencimento em 01/09/1999	171,281	696,845	696,845
Série OT04	-762,349	-13.244,343	-13.244,343
Série OT05	337,463	31.235,601	31.235,601
Série OT06	594,939	27.618,914	27.618,914
Série OT07	870,856	44.687,828	44.687,828
Total para vencimento em 01/10/1999	1.040,909	90.298,000	90.298,000
Série NV02	1094,475	20725,201	20725,201
Série NV06	-39,344	4.123,631	4.123,631
Total para vencimento em 01/11/1999	1.055,131	24.848,833	24.848,833
Resultado no período total	14.843,184	212.367,192	226.426,692

Da mesma forma que as simulações nos anos anteriores, as estratégias 2 e 3 chegaram ao mesmo resultado para algumas séries, com valores idênticos para o ano de 2000. A estratégia 2 foi a de melhor desempenho e ocorrerem prejuízos na negociação de algumas séries.

As Tabelas a seguir apresentam os resultados para o ano de 2000 da simulação com dados de cotação média e cotação do último negócio respectivamente.

Tabela 30: Resultados em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade GARCH e cotação média das opções para as séries com vencimento no ano de 2000

2000	Cotação média/GARCH		
	Estratégia 1	Estratégia 2	Estratégia 3
Série JA03	-1.719,991	8.576,302	8.576,302
Série JA06	622,131	3168,416	3168,416
Série JA11	3.883,000	17.877,093	13.998,177
Total para vencimento em 01/01/2000	2.785,141	29.621,811	25.742,896
Série AB05	391,350	2.116,549	2.116,549
Série AB12	857,132	5.841,372	5.841,372
Total para vencimento em 01/04/2000	1.248,482	7.957,920	7.957,920
Série ST05	164,056	-3.117,968	-3.117,968
Série ST10	713,392	9.853,346	9.853,346
Total para vencimento em 01/09/2000	877,448	6.735,378	6.735,378
Série DZ09	-371,569	407,341	407,341
Série DZ10	217,695	7.367,317	7.367,317
Total para vencimento em 01/12/2000	-153,874	7.774,659	7.774,659
Resultado no período total	4.757,197	52.089,769	48.210,853

Tabela 31: Resultados em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade GARCH e cotação do último negócio das opções para as séries com vencimento no ano de 2000

2000	Cotação do último negócio/GARCH		
	Estratégia 1	Estratégia 2	Estratégia 3
Série JA03	-1.707,438	8.441,684	8.441,684
Série JA06	622,131	3198,786	3198,786
Série JA11	3.883,000	20.433,944	20.433,944
Total para vencimento em 01/01/2000	2.797,694	32.074,414	32.074,414
Série AB05	295,210	2.069,101	2.069,101
Série AB12	1.243,413	6.985,916	6.985,916
Total para vencimento em 01/04/2000	1.538,623	9.055,017	9.055,017
Série ST05	139,163	-2.943,525	-2.943,525
Série ST10	701,791	10.086,401	10.086,401
Total para vencimento em 01/09/2000	840,954	7.142,876	7.142,876
Série DZ09	-631,481	-6.034,480	-6.034,480
Série DZ10	186,180	7.335,155	7.335,155
Total para vencimento em 01/12/2000	-445,302	1.300,675	1.300,675
Resultado no período total	4.731,969	49.572,981	49.572,981

Para o ano de 2001, os resultados mostram que as estratégias 2 e 3 chegaram ao mesmo resultado em todas as séries negociadas, tanto para a simulação com dados de cotação média como para a simulação com dados de cotação do último negócio.

Esses resultados podem ser constatados nas Tabelas 32 e 33.

Tabela 32: Resultados em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade GARCH e cotação média das opções para as séries com vencimento no ano de 2001

2001	Cotação média/GARCH		
	Estratégia 1	Estratégia 2	Estratégia 3
Série MR11	-1.521,689	-24.079,278	-24.079,278
Série MR12	-416,046	-6572,789	-6572,789
Total para vencimento em 01/03/2001	-1937,735	-30652,067	-30652,067
Série JL23	2.092,948	30.181,149	30.181,149
Série JL24	1.189,794	15.345,268	15.345,268
Total para vencimento em 01/07/2001	3.282,742	45.526,417	45.526,417
Série OT05	1.185,414	8.236,236	8.236,236
Série OT06	1.487,972	7.046,165	7.046,165
Total para vencimento em 01/10/2001	2.673,386	15.282,401	15.282,401
Série DZ05	1.964,878	10.880,600	10.880,600
Série DZ25	3.051,519	5.945,767	5.945,767
Total para vencimento em 01/12/2001	5.016,397	16.826,367	16.826,367
Resultado no período total	9.034,790	46.983,118	46.983,118

Tabela 33: Resultados em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade GARCH e cotação do último negócio das opções para as séries com vencimento no ano de 2001

2001	Cotação do último negócio/GARCH		
	Estratégia 1	Estratégia 2	Estratégia 3
Série MR11	-1.592,835	-24.151,420	-24.151,420
Série MR12	-530,631	-7815,997	-7815,997
Total para vencimento em 01/03/2001	-2123,466	-31967,417	-31967,417
Série JL23	2.092,948	29.186,146	29.186,146
Série JL24	1.224,645	14.790,336	14.790,336
Total para vencimento em 01/07/2001	3.317,593	43.976,483	43.976,483
Série OT05	1.425,987	5.183,243	5.183,243
Série OT06	1.592,775	7.664,725	7.664,725
Total para vencimento em 01/10/2001	3.018,762	12.847,968	12.847,968
Série DZ05	2.031,245	10.767,931	10.767,931
Série DZ25	2.976,200	5.413,119	5.413,119
Total para vencimento em 01/12/2001	5.007,445	16.181,050	16.181,050
Resultado no período total	9.220,334	41.038,084	41.038,084

Em relação ao ano de 2002, os resultados foram negativos para as três estratégias adotadas, sendo que as estratégias 2 e 3 chegaram ao mesmo resultado em todas as séries negociadas, tanto para a simulação com dados de cotação média como para a simulação com dados de cotação do último negócio. Isto ocorreu devido a uma sobre avaliação da volatilidade em todo o ano de 2002, ou seja, a volatilidade GARCH (1,1) foi menor que a volatilidade implícita. Este fato originou ordens de venda em todo período, fazendo com que a posição fosse fechada com uma ordem de compra somente no último dia de negociação, quando a cotação da opção estava com preço superior aos dias anteriores.

A seguir podem ser verificados esses resultados nas Tabelas 34 e 35.

Tabela 34: Resultados em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade GARCH e cotação média das opções para as séries com vencimento no ano de 2002

2002	Cotação média/GARCH		
	Estratégia 1	Estratégia 2	Estratégia 3
Série FE02	1.272,617	13.173,851	13.173,851
Série FE12	20,037	-5.515,636	-5.515,636
Série FE19	654,268	13.466,773	13.466,773
Série FE20	1.115,198	9.543,349	9.543,349
Total para vencimento em 01/02/2002	3.062,120	30.668,337	30.668,337
Série MA16	1.488,769	-13.971,599	-13.971,599
Série MA17	2.035,471	2.926,691	2.926,691
Total para vencimento em 01/05/2002	3.524,240	-11.044,908	-11.044,908
Série JL17	-3.967,795	-22.074,145	-22.074,145
Série JL18	-5555,069	-27105,759	-27105,759
Total para vencimento em 01/07/2002	-9522,864	-49179,904	-49179,904
Resultado no período total	-2.936,504	-29.556,475	-29.556,475

Tabela 35: Resultados em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade GARCH e cotação do último negócio das opções para as séries com vencimento no ano de 2002

2002	Cotação do último negócio/GARCH		
	Estratégia 1	Estratégia 2	Estratégia 3
Série FE02	1.331,118	13.401,978	13.401,978
Série FE12	20,037	-5.833,380	-5.833,380
Série FE19	688,015	15.562,608	15.562,608
Série FE20	1.115,198	9.518,733	9.518,733
Total para vencimento em 01/02/2002	3.154,368	32.649,938	32.649,938
Série MA16	1.488,769	-14.142,669	-14.142,669
Série MA17	2.105,769	4.479,549	4.479,549
Total para vencimento em 01/05/2002	3.594,538	-9.663,120	-9.663,120
Série JL17	-4.067,370	-21.391,808	-21.391,808
Série JL18	-5555,069	-27036,056	-27036,056
Total para vencimento em 01/07/2002	-9622,439	-48427,864	-48427,864
Resultado no período total	-2.873,534	-25.441,046	-25.441,046

Realizando-se uma análise geral da simulação utilizando estimativas de volatilidade extraídas do modelo GARCH (1,1) e cotação média das opções, é averiguado que a estratégia 2 conseguiu um lucro levemente superior ao da estratégia 3, visto que essas estratégias foram praticamente idênticas. Além do mais, essas estratégias obtiveram a mesma quantidade de resultados positivos para as séries negociadas (ver Tabelas 36, 37 e 38).

Tabela 36: Resultado consolidado em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade GARCH e cotação média das opções para todos os vencimentos

TOTAL	Cotação média/GARCH		
	Estratégia 1	Estratégia 2	Estratégia 3
Todos vencimentos	30.951,158	338.711,426	334.849,385

Tabela 37: Número de séries que apresentaram resultado positivo ou negativo para a simulação utilizando estimativas de volatilidade GARCH e cotação média das opções para todos os vencimentos

Número de séries	Cotação média/GARCH		
	Estratégia 1	Estratégia 2	Estratégia 3
Lucro	55	56	56
Prejuízo	12	11	11

Tabela 38: Média e desvio padrão em R\$ dos resultados obtidos com a simulação utilizando estimativas de volatilidade GARCH e cotação média das opções para o período total

Período Total	Cotação média/GARCH		
	Estratégia 1	Estratégia 2	Estratégia 3
Média	461,958	5.055,394	4.997,752
Desvio Padrão	1.342,095	14.261,121	14.215,995

Uma análise geral da simulação utilizando estimativas de volatilidade extraídas do modelo GARCH (1,1) e cotação do último negócio das opções mostra que a estratégia 3 apresentou lucro superior ao da estratégia 2, apesar dessas estratégias terem sido praticamente idênticas. Essa diferença pode ser justificada pelo fato de que a estratégia 3 obteve lucro em uma série a mais que a estratégia 2 (ver Tabelas 39, 40 e 41).

Tabela 39: Resultado consolidado em R\$ da simulação utilizando estimativas de volatilidade GARCH e cotação do último negócio das opções para todos os vencimentos

TOTAL	Cotação do último negócio/GARCH		
	Estratégia 1	Estratégia 2	Estratégia 3
Todos os vencimentos	30.485,113	314.311,780	328.237,666

Tabela 40: Número de séries que apresentaram resultado positivo ou negativo para a simulação utilizando estimativas de volatilidade GARCH e cotação do último negócio das opções para todos os vencimentos

Número de séries	Cotação do último negócio/GARCH		
	Estratégia 1	Estratégia 2	Estratégia 3
Lucro	55	55	56
Prejuízo	12	12	11

Tabela 41: Média e desvio padrão em R\$ dos resultados obtidos com a simulação utilizando estimativas de volatilidade GARCH e cotação do último negócio das opções para o período total

Período Total	Cotação do último negócio/GARCH		
	Estratégia 1	Estratégia 2	Estratégia 3
Média	455,002	4.691,221	4.899,070
Desvio Padrão	1.351,503	13.948,780	13.849,595

Uma justificativa para os semelhantes resultados das estratégias 2 e 3 na simulação de negociação com o uso da volatilidade GARCH (1,1) é de que as estimativas de volatilidade GARCH foram muito diferentes das volatilidades implícitas calculadas. Isto gerou um único tipo de ordem de negociação (compra ou venda) durante todo o período de negociação de uma série, fazendo com que a estratégia 3 desencadeasse o mesmo tipo de ordem da estratégia 2, fechando a posição somente no final da simulação, ou seja, no último dia de negociação.

Para os resultados médios das simulações utilizando estimativas de volatilidade GARCH (1,1), foi realizado o teste-t para duas amostras em par para médias, testando a hipótese nula de que não há diferença nas médias. Não há diferença estatisticamente significativa nos resultados médios da estratégia 1 utilizando dados de cotação média e do último negócio, ocorrendo o mesmo para as estratégias 2 e 3, ou seja, não é rejeitada a hipótese nula. Comparando os resultados médios das estratégias 2 e 3, tanto com dados de cotação média e cotação do último negócio, o teste-t evidencia que não há diferença estatisticamente significativa entre estas estratégias. Todos os resultados médios são estatisticamente diferentes de 0 (zero) ao nível de significância de 1%.

Também foi realizado um teste-t para os resultados das estratégias 1 utilizando estimativas de volatilidade GARCH (1,1) e volatilidade implícita (com dados de cotação média e cotação do último negócio), sendo efetuado o mesmo procedimento com as estratégias 2 e 3. Os resultados do teste apontam que há diferença estatisticamente significativa (ao nível de 10%) nos resultados médios dessas estratégias de negociação.

Analisando todas as simulações realizadas pode ser afirmado que a negociação de volatilidade com o uso da volatilidade extraída do modelo GARCH (1,1) alcançou resultados superiores aos da simulação com o uso da volatilidade implícita média ponderada. Levando em conta esse resultado e a média dos resultados obtidos na simulação com o uso da cotação média das opções, a adoção da estratégia 2 é a mais indicada para a operação da volatilidade com os contratos considerados nesse estudo.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta dissertação teve por objetivo testar no mercado de opções brasileiro os possíveis benefícios da utilização de um modelo de negociação orientado à volatilidade, empregando diferentes estratégias para obtenção de lucro.

As volatilidades foram calculadas de duas maneiras diferentes. Uma delas, a volatilidade implícita, foi calculada através de um modelo de precificação de opções sobre taxa de câmbio onde as taxas de juros são estocásticas, proposto por Grabbe (1983), Hilliard, Madura e Tucker (1991). Esta volatilidade foi ponderada pelo número de negócios realizados por contrato, obtendo-se a volatilidade implícita média para cada vencimento. Para a outra estimativa de volatilidade, foi utilizado um modelo GARCH (1,1) proposto por Bollerslev (1986).

As simulações foram realizadas no período de 1.º de julho de 1997 a 1.º de julho de 2002, com base nas cotações médias e cotações dos últimos negócios das opções de compra sobre taxa de câmbio de reais por dólar comercial, negociadas na BM&F.

A simulação de negociação visou a negociação de volatilidade, ou seja, quando a volatilidade implícita média para um vencimento ou a volatilidade GARCH (1,1) foi superior à volatilidade implícita de um contrato de mesmo vencimento, foi comprada uma opção de compra, considerando que a volatilidade para este contrato estava sub-avaliada. Ocorrendo uma situação oposta, foi vendida uma opção de compra.

Os resultados alcançados nesta dissertação apontam a possibilidade de obtenção de lucros ao utilizar uma estratégia de negociação orientada à volatilidade, tanto com a simulação empregando a volatilidade extraída do modelo GARCH (1,1) quanto com a simulação utilizando a volatilidade implícita média ponderada.

As simulações de negociação com o uso da cotação média e da cotação do último negócio das opções sobre taxa de câmbio alcançaram diferentes resultados, uma vez que essas cotações eram diferentes, existindo momentos em que a cotação média era superior a cotação do último negócio e vice-versa.

Um resumo com o desempenho total no período analisado das simulações com o uso de estimativas de volatilidade implícita e volatilidade GARCH (1,1) com as diferentes cotações e estratégias é apresentado na Tabela 42 a seguir.

Tabela 42: Resultado consolidado em R\$ de todas as simulações

Resultado consolidado de todas as simulações	Estratégia 1	Estratégia 2	Estratégia 3
Cotação média/Volatilidade Implícita	-7.183,442	57.942,666	81.402,697
Cotação do último negócio/Volatilidade Implícita	5.609,113	78.057,127	11.184,869
Cotação média/GARCH	30.951,158	338.711,426	334.849,385
Cotação do último negócio/GARCH	30.485,113	314.311,780	328.237,666

A estratégia de negociação número 2, utilizando estimativas de volatilidade GARCH (1,1) e cotação média das opções, obteve o melhor resultado de todas as simulações. Para as simulações com uso da volatilidade implícita média, a estratégia de negociação número 3, com uso da cotação média das opções, obteve o melhor resultado.

Os resultados das simulações com o uso das estimativas de volatilidade GARCH (1,1) superaram os resultados de todas as simulações com uso de volatilidade implícita média. Dessa forma, fica evidente a superioridade da simulação com negociação de volatilidade GARCH (1,1).

Um resumo com os resultados médios das simulações no período analisado com o uso de estimativas de volatilidade implícita e volatilidade GARCH (1,1) com as diferentes cotações e estratégias pode ser visualizado na Tabela 43 a seguir.

Tabela 43: Resultado médio em R\$ das simulações

Resultado médio das simulações	Estratégia 1	Estratégia 2	Estratégia 3
Cotação média/Volatilidade Implícita	-107,216	864,816	1.214,966
Cotação do último negócio/Volatilidade Implícita	83,718	1.165,032	166,938
Cotação média/GARCH	461,958	5.055,394	4.997,752
Cotação do último negócio/GARCH	455,002	4.691,221	4.899,070

Esses resultados evidenciam que a simulação com a estratégia de negociação número 2, com uso das estimativas de volatilidade GARCH (1,1) e cotação média das opções, obteve o melhor resultado médio das simulações. Isso corrobora as considerações anteriores, ou seja, de que essa é a melhor estratégia de negociação com as simulações empregadas e no período considerado.

Um ponto importante a ser colocado é a pequena diferença nos resultados das simulações com estimativas de volatilidade GARCH (1,1) adotando as estratégias 2 e 3. Como essas estratégias ficaram iguais em muitas situações, os resultados foram também muito semelhantes, tanto com o uso da cotação média quanto com o uso da cotação do último negócio das opções. Entretanto, a estratégia 2 foi levemente superior à estratégia 3.

Como sugestão para futuros trabalhos e complementação deste, recomenda-se a utilização de diferentes modelos econométricos de estimação de volatilidade, como os

modelos de volatilidade estocástica e outros da família ARCH. Também, a utilização de um outro modelo de avaliação de opções para extração da volatilidade implícita, diferente do modelo utilizado nesta dissertação. Poderiam também ser testadas outras estratégias de negociação, além da utilização de outros tipos de opções negociadas no mercado brasileiro. Sugere-se também, uma comparação entre a simulação de negociação orientada à volatilidade e a simulação de negociação orientada ao preço, com o objetivo de identificar qual a melhor estratégia para o mercado de opções.

Resumindo, os resultados aqui encontrados apontam a estratégia de negociação orientada à volatilidade como uma estratégia lucrativa no mercado de opções sobre taxa de câmbio brasileiro, podendo trazer benefícios aos participantes do mercado financeiro.

Finalmente, acredita-se que os objetivos desta dissertação tenham sido plenamente atingidos, e que os resultados aqui obtidos, tenham alguma utilidade para o meio acadêmico e para os praticantes do mercado.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AKGIRAY, V. Conditional heteroskedasticity in time series of stock returns: evidence and forecasts. *Journal of Business*, 62, 1989, p. 55-80.

ALFORD, A. W; BOATSMAN, J. R. Predicting long-term stock return volatility: implications for accounting and valuation of equity derivatives. *Accounting Review*, 70, 1995, p. 599-618.

ANDERSEN, T; BOLLERSLEV, T. Answering the skeptics: yes, standard volatility models do provide accurate forecasts. *International Economic Review*, 39, 1998, p. 885-905.

BAILLIE, R; BOLLERSLEV, T; MIKKELSEN, H. Fractionally integrated generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 74, 1996, p. 3-30.

BAKSHI, G; CAO, C; CHEN, Z. Empirical performance of alternative option pricing models. *Journal of Finance*, 52, 1997, p. 2003-2049.

BALL, C. A; TOROUS, W. N. On jumps in common stock prices and their impact on call option pricing. *Journal of Finance*, 40, 1985, p. 155-173.

BARCINSKI, A; ALMEIDA, B. C. D. P; GARCIA, M. G. P; SILVEIRA, M. A. C. da. Estimação da volatilidade do retorno das ações brasileiras: um método alternativo à família GARCH. *Resenha BM&F*, 116, 1997, p. 21-39.

BECKERS, S. The constant elasticity of variance model and its implications for option pricing. *Journal of Finance*, 35, 1980, p. 661-673.

BJÖRK, T. Arbitrage theory in continuous time. Oxford University Press, 1998.

BLACK, F. The pricing of commodity contracts. *Journal of Financial Economics*, 3, 1976, p. 167-179.

BLACK, F; SCHOLES, M. The pricing of options and corporate liabilities, *Journal of Political Economics*, 81, 1973, p. 637-659.

BODIE, Z; KANE, A; MARCUS, A. J. Fundamentos de investimentos. 3ª ed. Porto Alegre: Bookman, 2000.

BOLLERSLEV, T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31, 1986, p. 307-327.

BOLLERSLEV, T; GHYSELS, E. Periodic autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Business and Economics Statistics*, 14, 1996, p. 139-151.

BRAISLFORD, T. J; FAFF, R. W. An evaluation of volatility forecasting techniques. *Journal of Banking and Finance*, 20, 1996, p. 419-438.

CARR, P; MADAN, D. Towards a theory of volatility trading. *SSRN Working Paper Series*, 2002.

CASSETTARI, A. Hedge e especulação no mercado cambial brasileiro: é possível ser mais eficaz? *Resenha BM&F*, 152, 2003, p. 57-66.

CASTRO, P. C. Opções sobre dólar comercial e expectativas a respeito do comportamento da taxa de câmbio. Banco Central do Brasil. *Trabalhos para discussão*, n.39, 2002.

CHANCELLOR, E. Salve-se quem puder: uma história da especulação financeira. São Paulo: Companhia das Letras, 2001.

CHRISTENSEN, B. J; PRABHALA, N. R. The relation between implied and realized volatility. *Journal of Financial Economics*, 50, 1998, p. 125-150.

CHRISTOFFERSEN, P. F; DIEBOLD, F. X. How relevant is volatility forecasting for financial risk management?. *NBER Working Paper Series*, 1998.

CHRISTIE, A. A. The stochastic behavior of common stock variances: value, leverage and interest rate effects. *Journal of Financial Economics*, 10, 1982, p. 407-432.

Contratos BM&F - Especificações do contrato de opções de compra sobre taxa de câmbio de reais por dólar comercial. <http://www.bmf.com.br/pages/Contratos>

COSTA, C. L. da. Opções: operando a volatilidade. São Paulo: BM&F, 1998.

COX, J. C; ROSS, S. A. The valuation of options for alternative stochastic process. *Journal of Financial Economics*, 3, 1976, p. 145-166.

COX, J. C; ROSS, S. A; RUBINSTEIN, R. Option pricing: a simplified approach. *Journal of Financial Economics*, 7, 1979, p. 229-264.

CUNHA Jr, D; LEMGRUBER, E. C. Opções de dólar no Brasil com taxas de juro e de cupom estocásticos. www.risktech.com.br, 2002.

DAY, T. E; LEWIS, C. M. Stock market volatility and the information content of stock index options. *Journal of Econometrics*, 52, 1992, p. 267-287.

DING, Z. C; GRANGER, W. J; ENGLE, R. F. A long memory property of stock market returns and a new model. *Journal of Empirical Finance*, 2, 1993, p. 83-106.

DONALDSON, R. G; KAMSTRA, M. J. Volatility forecasts, trading volume and the ARCH vs option-implied volatility tradeoff. *SSRN Working Paper Series*, 2001.

DONANGELO, A. F; SILVA, W. C. P; LEMGRUBER, E. F. Estimadores de volatilidades para modelos de valor em risco de ativos lineares e não lineares: investigação para períodos de crise e estáveis no mercado brasileiro. *XXIV ENANPAD*, 2000.

DUNIS, C. L; LAWS, J; CHAUVIN, S. The use of market data and model combination to improve forecast accuracy. *Working Paper*, Liverpool Business School, 2000.

DUPOYET, B. Performance of alternative currency option pricing models: a study of the Japanese yen. *SSRN Working Paper Series*, 2002.

ELTON, E. J; GRUBER, M. J. Modern Portfolio Theory and Investment Analysis. 5. ed. John Wiley & Sons, Inc, 1995.

ENGLE, R. F. Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica*, 50, 1982, p. 987-1007.

ENGLE, R. F. Statistical models for financial volatility. *Financial Analysts Journal*, 49, 1993, p. 72-78.

ENGLE, R. F; LILIEN, D; ROBINS, R. Estimating time varying risk premia in the term structure: the ARCH-M model. *Econometrica*, 55, 1987, p. 391-407.

ENGLE, R. F; NG, V. K; ROTHSCILD, M. Asset pricing with a FACTOR-ARCH covariance structure: empirical estimates for treasury bill. *Journal of Econometrics*, 45, 1990, p. 213-237.

ENGLE, R. F; MUSTAFA, C. Implied ARCH models from options price. *Journal of Econometrics*, 52, 1992, p. 289-311.

ENGLE, R. F; NG, V. K. Measuring and testing the impact of news on volatility. *Journal of Finance*, 48, 1993, p. 1749-1778.

FAMA, E. F. The behavior of stock-market prices. *Journal of Business*, 1965, p. 34-105.

FIGLEWSKI, S. Forecasting volatility. *Financial markets, institutions and instruments*, New York University Salomon Center, 6, 1997, p. 1-88.

FRANSES, P. H; VAN DIJK, D. Forecasting stock market volatility using (non-linear) GARCH models. *Journal of Forecasting*, 15, 1996, p. 229-235.

FROOT, K. A; SCHARFSTEIN, D. S; STEIN, J. C. Risk management: coordinating corporate investment and financing policies. *Journal of Finance*, 48, 1993, p. 1629-1658.

FUNG, W. K. H; HSIEH, D. A. Empirical analysis of implied volatility: stocks, bonds and currencies. *SSRN Working Paper Series*, 1991.

GARMAN, M. B; KOLHAGEN, S. W. Foreign currency option values. *Journal of International Money and Finance*, 2, 1983, p. 231-237.

GLOSTEN, L. R; JAGANNATHAN, R; RANKLE, D. Relationship between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks. *Journal of Finance*, 48, 1993, p. 1779-1801.

GNEDENKO, B. V. The theory of probability. Moscow: Mir Publishers, 1969.

- GOMES, F. P.** Volatilidade implícita e antecipação de eventos de stress: um teste para o mercado brasileiro. Banco Central do Brasil. *Trabalhos para discussão*, n.38, 2002.
- GRABBE, J. O.** The pricing of call and put options on foreign exchange. *Journal of International Money and Finance*, 2, 1983, p. 239-253.
- GRANGER, C. W. J; JOYEUX, R.** An introduction to long memory time series models and fractional differencing. *Journal of Time Series Analysis*, 1, 1980, p. 15-39.
- GUJARATI, D, N.** Econometria básica. 3. ed. Makron Books, 2000.
- GUO, D.** The predictive power of implied stochastic variance from currency options. *Journal of Futures Markets*, 1996.
- HAMILTON, J, D.** Time series analysis. IE-Princeton, 1994.
- HIGGINS, M. L; BERA, A. K.** A class of nonlinear ARCH models. *International Economic Review*. Vol. 33, 1, 1992, p. 137-158.
- HILLIARD, J. E; MADURA, J; TUCKER, A. L.** Currency options pricing with stochastic domestic and foreign interest rates. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 29, 1991, p. 139-151.
- HOWTON, S. D.** Cuurrency and interest-rate derivatives use in US firms. *Financial Management*, Winter, 1998.
- HULL, J.** Options, futures and other derivatives. 5. ed. Prentice-Hall, 2002.
- HULL, J; WHITE, A.** The pricing of options on assets with stochastic volatility. *Journal of Finance*, 42, 1987, p. 281-300.
- JORION, P.** Predicting volatility in the foreign exchange market. *Journal of Finance*, 50, 1995, p. 507-528.
- KIN, D; KON, S. J.** Alternative models for the conditional heteroscedasticity of stock returns. *Journal of Business*, 67, 1994, p. 563-598.
- KRONER, K.** Creating and using volatility forecasts. *Derivatives Quartely*, 1998, p.39-53.
- LATANE, H; RENDLEMAN, R. J.** Standard deviations of stock price ratios implied in option prices. *Journal of Finance*, 31, 1976, p. 369-381.
- LEAL, R. P. C.** Mudanças repentinas na variância condicional e suas conseqüências para o prêmio de opções. *XXII ENANPAD*, 1998.
- LEMGRUBER, E. F.** Avaliação de contratos de opções. São Paulo: *BM&F*, 1995.
- MANDELBROT, B.** The variation of certain speculative prices. *Journal of Business*, 36, 1963, p. 394-419.

- MARKOWITZ, H. M.** Portfolio selection. *Journal of Finance*, 7, 1952, p. 77-91.
- MELINO, A; TURNBULL, S. M.** Pricing foreign currency options with stochastic volatility. *Journal of Econometrics*, 45, 1990, p. 239-265.
- MERTON, R. C.** Theory of rational option pricing. *Bell Journal of Economics and Management Science*, 4, 1973, p. 141-183.
- MERTON, R. C.** Option pricing when underlying stock returns are discontinuous. *Journal of Financial Economics*, 3, 1976, p. 125-144.
- MIKOSCH, T.** Elementary stochastic calculus with finance in view. Advanced Series on Statistical Science & Applied Probability. Vol.6. ed. World Scientific, 1998.
- MORAIS, I. A. C; PORTUGAL, M. S.** Modelagem e previsão de volatilidade determinística e estocástica para a série do Ibovespa. *Estudos Econômicos*, São Paulo, v. 29, n. 3, 1999, p. 303-341.
- NEFTCI, S. N.** An introduction to the mathematics of financial derivatives. Academic Press, 1996.
- NELSON, D.** Conditional heteroskedasticity in asset returns: a new approach. *Econometrica*, 59, 1990, p. 347-370.
- NELSON, D.** Filtering and forecasting with misspecified ARCH models I: getting the right variance with the wrong model. *Journal of Econometrics*, 52, 1992, p. 61-90.
- PAGAN, A. R; SCHWERT, G. W.** Alternative models for conditional stock volatility. *Journal of Econometrics*, 45, 1990, p. 267-290.
- PONG, S; SHACKLETON, M. B; TAYLOR, S. J; XU, X.** Forecasting sterling/dollar volatility: a comparison of implied volatilities and AR(FI)MA models. *SSRN Working Paper Series*, 2002.
- RITCHKEN, P; TREVOR, R.** Pricing options under generalized GARCH and stochastic volatility process, *Journal of Finance*, 54, 1999, p. 377-402.
- RODRIGUES, I. M.** Operações de compra e venda de moeda estrangeira no regime cambial brasileiro. *Resenha BM&F*, 152, 2003, p. 31-35.
- SANTOS, J. E.** Volatilidade no mercado acionário brasileiro: negociação ou passagem do tempo? *Resenha BM&F*, 148, 2002, p. 45-54.
- SHIMKO, D. C.** Finance in continuous time. Kolb Publishing Company, 1992.
- SILVA, A. L. C. da; LEAL, R. P. C.** Outliers e previsibilidade das séries temporais dos mercados latino-americanos. *Resenha BM&F*, 147, 2002, p. 28-32.
- SILVA, M. E. da; GUIMARÃES, B. V.** Precificação de opções com volatilidade estocástica e saltos. *Resenha BM&F*, 142, 2000, p. 39-48.

SOBRINHO, N. F. S. Extração da volatilidade do Ibovespa. *Resenha BM&F*, 144, 2001, p. 17-39.

TAYLOR, S. J. Conjectured models for trend in financial prices tests and forecasts. *Journal of the Royal Statistical Society*, 143, 1980, p. 338-362.

TAYLOR, S. J. Modelling financial time series. *Wiley*, 1986.

TAYLOR, S. J. Forecasting of the volatility of currency exchange rates. *International Journal of Forecasting*, 3, 1987, p. 159-170.

TAYLOR, J. W. Volatility forecasting with smooth transition exponential smoothing. *Working Paper*, Oxford University, 2001.

TSE, T. Y. K; TUNG, S. H. Forecasting volatility in the Singapore stock market. *Asian Pacific Journal of Management*, 9, 1992, p. 1-13.

VASICEK, O. An equilibrium characterization of the term structure. *Journal of Financial Economics*, 5, Jan/March, 1977, p. 177-188.

ZAKOIAN, J. M. Threshold heteroskedasticity models. *Journal of Economic Dynamics and Control*. 15, 1994, p. 931-955.

ZIEGELMANN, F. A; PEREIRA, P. L. V. Modelos de volatilidade estocástica com deformação temporal: um estudo empírico para o índice Ibovespa. *Pesquisa e Planejamento Econômico*, v. 27, n. 2, 1997, p. 353-376.

WEI, S. J; KIM, J. The big players in the foreign exchange market: do they trade on information or noise? *NBER Working Paper Series*, 1997.

WEST, K. D; CHO, D. The predictive ability of several models of exchange rate volatility. *Journal of Econometrics*, 69, 1995, p. 367-391.

WILMOTT, P; HOWISON, S; DEWYNNE, J. The mathematics of financial derivatives. Cambridge, 1995.