Sobre o Fenômeno da Descoerência em Sistemas Quânticos

NICOLE DE MARCH, SANDRA DENISE PRADO

Instituto de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Introdução

Nesse trabalho estudaremos o fenômeno da descoerência para o caso de uma partícula livre se movendo em uma dimensão. A descoerência é um processo físico que pode, em princípio, explicar como o mundo clássico emerge do mundo quântico. O entendimento deste fenômeno tem fundamental importância não somente para o *status* da teoria quântica, como também para uma discussão filosófica acerca da nossa visão de mundo.

Analisaremos a evolução do pacote de onda com o tempo ilustrando a perda de coerência do pacote em virtude das interações da partícula com um reservatório térmico. Para ilustrar a situação, apresentaremos resultados numéricos que simulam a evolução temporal da partícula em duas situações distintas: temperatura nula e temperatura finita, evidenciando-se, assim, a influência do meio na perda de coerência.

Partícula Livre num Estado Inicial de Superposição

A partícula é colocada em um estado inicial de superposição (estado gato de Schrödinger), correspondendo a dois pacotes de onda gaussianos separados por uma distância d. Esse pacote inicial é descrito por [4]:

$$\Psi(x,0) = \frac{1}{[2(1+e^{-d^2/8\sigma^2})]^{1/2}} \times \left(\frac{\exp\left\{-\frac{(x-d/2)^2}{4\sigma^2} + i\frac{mv}{\hbar}x\right\}}{(2\pi\sigma^2)^{1/4}} + \frac{\exp\left\{-\frac{(x+d/2)^2}{4\sigma^2} + i\frac{mv}{\hbar}x\right\}}{(2\pi\sigma^2)^{1/4}} \right), \tag{1}$$

onde σ é a largura de cada pacote, d é a separação entre os centros dos dois pacotes e v é a velocidade da partícula.

Resolvendo a Equação de Schrödinger para esse pacote inicial encontramos a distribuição de probabilidade [4]:

$$\begin{aligned} P(x;t) = {} & \frac{1}{2(1+e^{-d^2/8\sigma^2})\sqrt{2\pi\left(\sigma^2+\frac{\hbar^2t^2}{4m^2\sigma^2}\right)}} \\ & \times\left(\exp\left\{-\frac{(x-d/2-vt)^2}{2\left(\sigma^2+\frac{\hbar^2t^2}{4m^2\sigma^2}\right)}\right\} + \exp\left\{-\frac{(x+d/2-vt)^2}{2\left(\sigma^2+\frac{\hbar^2t^2}{4m^2\sigma^2}\right)}\right\} \right. \\ & \left. +2\exp\left\{-\frac{(x-vt)^2+d^2/4}{2\left(\sigma^2+\frac{\hbar^2t^2}{4m^2\sigma^2}\right)}\right\}\cos\frac{\hbar t d(x-vt)}{4m\sigma^2\left(\sigma^2+\frac{\hbar^2t^2}{4m^2\sigma^2}\right)}\right). \end{aligned} \tag{2}$$

Partícula Livre num Reservatório a uma Temperatura T

Considerando um sistema termodinâmico simples em contato com um reservatório térmico, estamos trabalhando com um ensemble canônico. Utilizando esse formalismo podemos obter a distribuição de Maxwell-Boltzmann para a distribuição de probabilidade para uma distribuição térmica de velocidades [5]. Desta forma, a probabilidade canônica de se encontrar uma partícula, com velocidade entre $\mathbf{v}$ e $\mathbf{v}+d\mathbf{v}$, que está em contato com um reservatório a temperatura T deve ser dada por:

$$p(\mathbf{v}) = \left(\frac{2\pi kT}{m}\right)^{-1/2}\exp\left(-\frac{m\mathbf{v}^2}{2kT}\right). \tag{3}$$

A distribuição de probabilidade para uma partícula livre em equilíbrio térmico com o meio, mas acoplada tão fracamente, que podemos desprezar as dissipações é dada fazendo a média da distribuição (2) sobre a distribuição térmica [4] de velocidade (3),

$$P_T(x;t) \equiv \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}}\int_{-\infty}^{\infty} dv\,\exp\left\{-\frac{mv^2}{2kT}\right\}P(x,t) \tag{4}$$

Portanto,

$$\begin{aligned} P_T(x;t) = {} & \frac{1}{2(1+e^{-d^2/8\sigma^2})\sqrt{2\pi w^2}} \\ & \times\left(\exp\left\{-\frac{(x-d/2)^2}{2w^2}\right\} + \exp\left\{-\frac{(x+d/2)^2}{2w^2}\right\}\right. \\ & \left. +2\exp\left\{-\frac{x^2}{2w^2} - \frac{w^2+\frac{kT}{m}t^2\left(\frac{\hbar t}{2m\sigma^2}\right)^2}{\left(\sigma^2+\frac{\hbar^2t^2}{4m^2\sigma^2}\right)w^2}\frac{d^2}{8}\right\}\cos\frac{\hbar t d x}{4m\sigma^2 w^2}\right). \end{aligned} \tag{5}$$

onde $w^2(t) = \sigma^2 + \frac{kT}{m}t^2 + \frac{\hbar^2}{4m^2\sigma^2}t^2$ [4].

Podemos definir o coeficiente de atenuação *a(t)*:

$$a(t) = \exp\left\{-\frac{kTd^2}{8m\sigma^2w^2}t^2\right\} \tag{6}$$

Porém, para tempos pequenos, $a(t) \cong \exp\left\{\frac{-t^2}{\tau_d{}^2}\right\}$, sendo τ_d o tempo de descoerência, dado por:

$$\tau_d = \frac{\sqrt{8}\sigma^2}{\bar{v}d} \tag{7}$$

onde $\bar{v} = \sqrt{kT/m}$ é a velocidade térmica média.

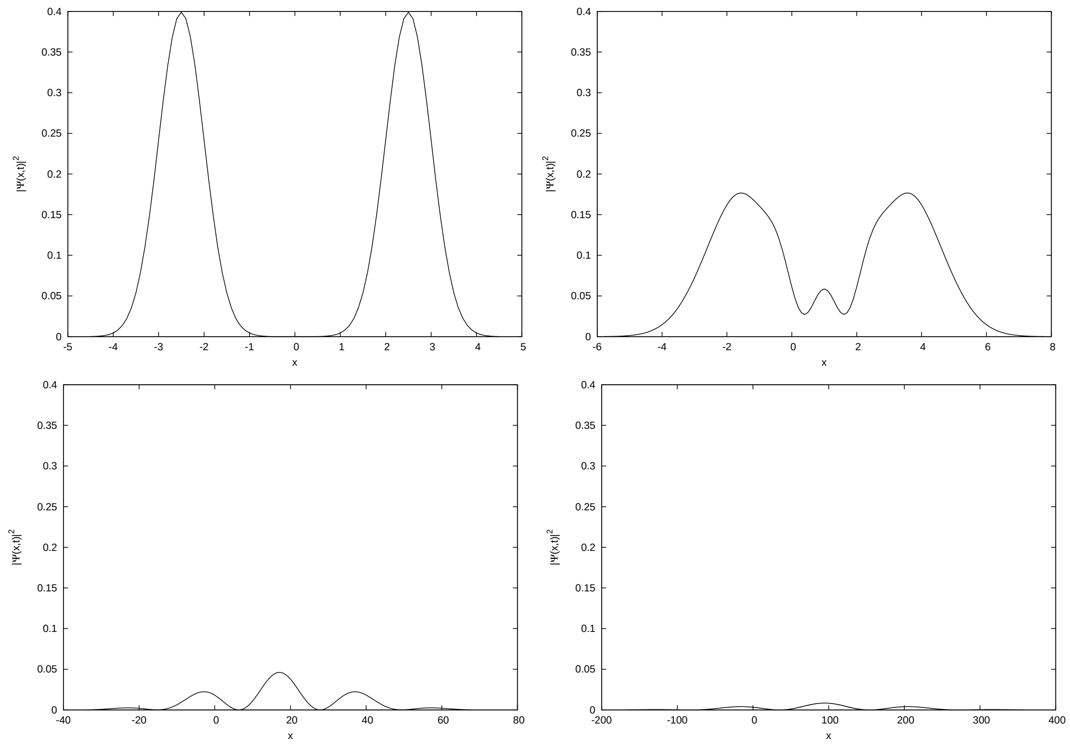
O coeficiente $a(t)$ fornece informação do tempo que o sistema se mantém coerente.

Resultados

Abaixo ilustramos a distribuição de probabilidade $P_T(x,t)\times x$ utilizando os valores adimensionais $m=1, \hbar=1, d=5, \sigma=0.5$, para os seguintes casos:

Temperatura nula

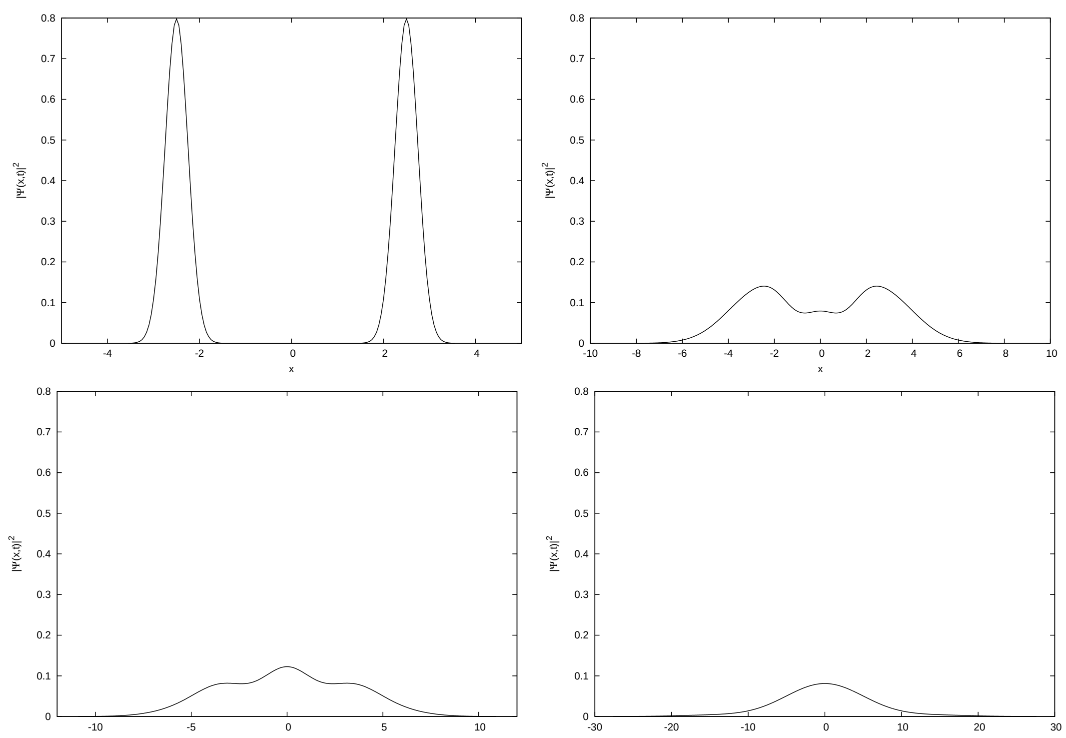
Nos tempos (esquerda para direita) t=0, t=0.4, t=1.8 e t=4.3:



Observe como na evolução temporal dos pacotes, os mínimos que caracterizam o fenômeno da interferência se conservam.

Temperatura Finita (T=0.1)

Nos tempos (esquerda para direita) t=0, t=0.14, t=0.16 e t=0.22:



Observe que conforme o pacote evolui o padrão de interferência (mínimos e máximos) vai sendo destruído.

Considerações Finais

Ao meu ver, analisando os casos para uma partícula livre a temperatura zero e a temperatura finita, o fenômeno da descoerência seria verdadeiramente observado para o segundo caso, partícula em contato com o reservatório térmico. O espalhamento da função de onda com o passar do tempo é uma consequência da Mecânica Quântica, este fato não denuncia um surgimento do mundo clássico a partir do quântico. Contudo, no caso para uma temperatura finita, observamos a destruição do padrão de interferência, mostrando que nesse segundo caso, em oposição ao primeiro, ocorre o fenômeno de descoerência.

Referências

[1] E.Joos, H.D.Zeh, C. Kiefer, D. Giulini, J.Kupsch, e I.-O. Stamatescu, *Decoherence and the Appearance of a Classical World in Quantum Theory*, 2nd ed. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 2003.

[2] G.W. Ford, J.T. Lewis, and R.F. O'Connel, *Phys. Rev. A., Gen. Phys.*, vol.64, p. 032101, 2001.

[3] O'Connell, R.F., *Decoherence in quantum systems*, Nanotechnology, IEEE Transactions on , vol.4, no.1, pp. 77- 82, Jan. 2005.

[4] G. W. Ford e R.F. O'Connel, *Phys. Lett. A*, vol.286, p.87, 2001.

[5] S. R. A. Salinas, Introdução à Física Estatística (Editora da Universidade de São Paulo, 2.ed., São Paulo).