

# Cálculo de Envoltória Convexa de Dados Multi-Dimensionais usando GPUs

Prof. Dr. João Luiz Dihl Comba, Fábio da Fontoura Beltrão

## Introdução

Encontrar a envoltória convexa de um conjunto de pontos é um problema clássico em Geometria Computacional. Algoritmos propostos na literatura seguem diferentes abordagens, e exemplos incluem os algoritmos Gift Wrapping, Beneath Beyond e Quickhull. Em particular neste trabalho estamos interessados no cálculo de envoltória convexa para pontos em dimensões superiores a 3, e embora os algoritmos listados acima sejam formulados para dados de dimensão altas, o tempo de processamento aumenta com o número de dimensões. O objetivo deste trabalho é propor uma implementação paralela de um algoritmo de envoltória convexa, fazendo uso dos recursos de paralelismo existente nas placas gráficas atuais (GPUs).

## Envoltória Convexa

Dado um conjunto de pontos  $S$ , a envoltória convexa deste conjunto é o menor polígono convexo que contém  $S$ .

O problema de calcular a envoltória convexa está relacionado à diversos outros problemas de geometria computacional, os quais podem ser reduzidos ao cálculo de envoltória convexa, tais como triangulação de Delaunay e diagramas de Voronoi. Suas aplicações não estão limitadas somente à área de computação geométrica, de fato, existem outros problemas que podem ser resolvidos através de envoltória convexa, como por exemplo, problemas envolvendo reconhecimento de padrões ou processamento de imagens.



Envoltória Convexa. Fonte: mathworld.wolfram.com

## Problema

Existem algoritmos conhecidos na literatura para resolver envoltória convexa para duas ou três dimensões, assim como algoritmos para resolução do problema em dimensões arbitrárias. Ainda, para dimensões 2 e 3, foram propostos algoritmos paralelos implementados em GPU, extremamente eficientes. Para dimensões maiores que 3, porém, não se tem resultados conclusivos na área. Como os algoritmos clássicos de CPU, para  $d$  dimensões, são exponenciais em  $d$ , torna-se inviável a resolução do problema para dimensões muito elevadas.

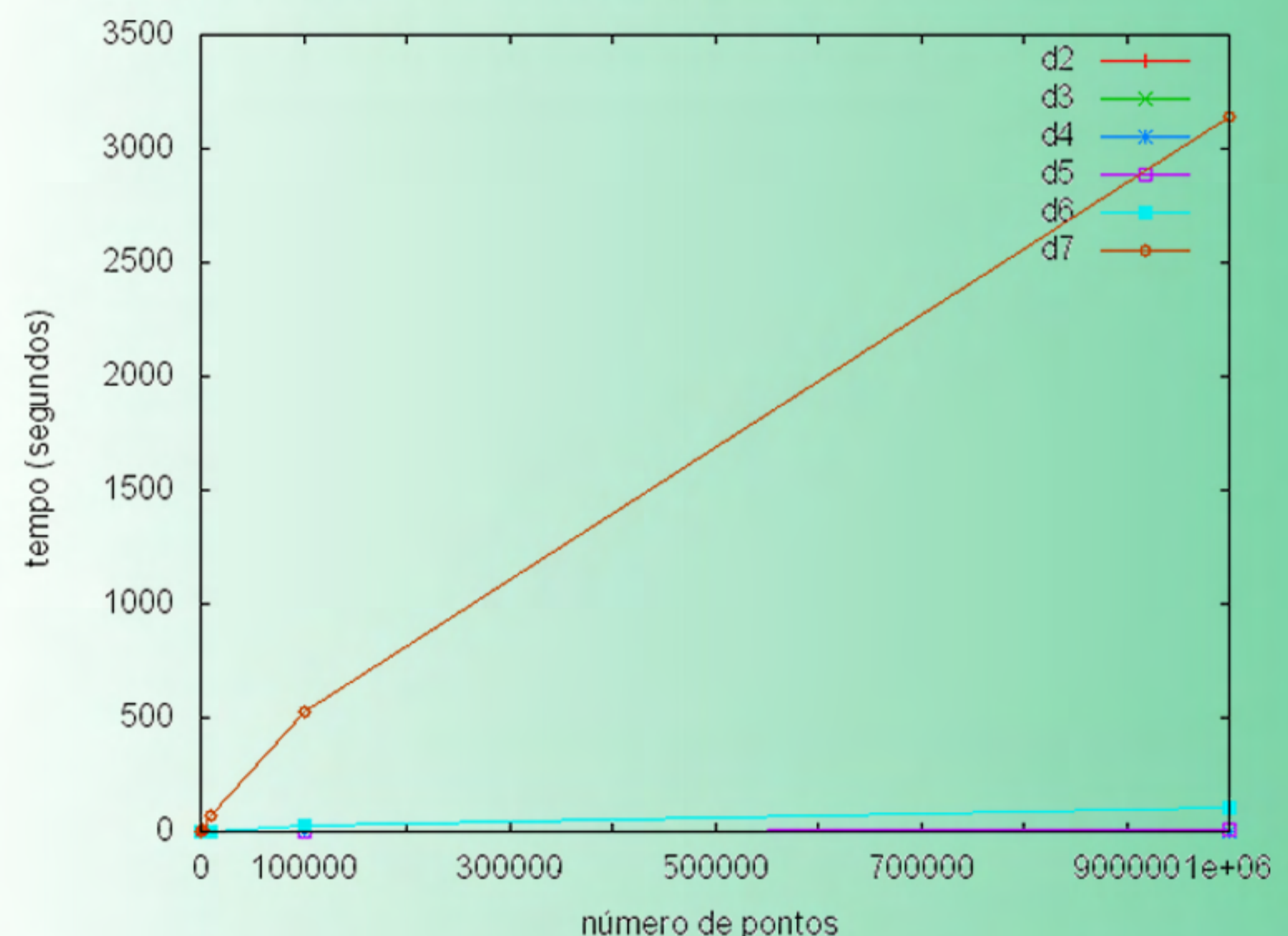
Tendo em vista a necessidade de maior eficiência para calcular envoltória convexa em  $d$  dimensões, e com base nos recentes avanços dos hardware gráficos de propósitos gerais (GPGPUs) e da programação dos mesmos, este trabalho foi iniciado para avaliar os limites da CPU para  $d$  dimensões e então propor uma solução paralela para o problema.

## Abordagem

A fim de validar a necessidade de um algoritmo paralelo para envoltória convexa, diversos testes foram realizados com uma implementação sequencial, em CPU. Foi utilizado o qhull (qhull.org), uma implementação eficiente do algoritmo Quickhull proposto por Barber em 1996, que é uma combinação do Quickhull para 2 dimensões com o Beneath Beyond, para  $d$  dimensões.

## Resultados

O gráfico abaixo, gerado durante os testes, mostra o rápido crescimento do custo para calcular envoltória conforme cresce o número de dimensões, com 7 dimensões tendo um limite aceitável, levando em torno de uma hora para computar 1000000 pontos. Os testes estavam previstos para até 10 dimensões, mas já na oitava tornou-se impraticável, levando diversas horas para apenas 100 pontos, validade, por fim, a necessidade de algoritmos mais eficientes.



## Considerações Finais

O problema de paralelizar o cálculo de envoltória convexa para dimensões maiores que 3 ainda é um problema em aberto e extremamente interessante. Considerando as aplicações que se beneficiam disto, um algoritmo que resolva o problema seria de grande valia no meio científico.