TRANSFORMADA DE FOURIER E ESPAÇOS DE SOBOLEV. Augusto Ritter Stoffel, Leonardo Prange Bonorino (orient.) (UFRGS).

Neste trabalho estudamos a transformada de Fourier e apresentamos algumas de suas aplicações na definição de Espaços de Sobolev e na resolução de algumas equações parciais clássicas. A transformada de Fourier de uma função f(x), aplicada num valor y, é definida como sendo a integral sobre os reais do produto de f(x) pela exponencial complexa Ceixy, onde C é uma constante especial. A definição deste operador, no sentido clássico, é feito sobre o espaço das funções integráveis. Uma propriedade importante relativa a este operador é a Identidade de Plancherel-Parseval. De acordo com esta, se duas funções f(x) e g(x) são simultaneamente integráveis e quadrado integráveis, então a integral do produto entre f(x) e o conjugado de g(x) é igual a integral do produto entre a transformada de f e o conjugado da transformada de g. Esta identidade permite estender a transformada de Fourier, num sentido não clássico, a um conjunto bem mais amplo denominado espaço das distribuições temperadas. Alguns elementos deste espaço não são funções, como é o caso do delta de Dirac, cuja transformada de Fourier pode auxiliar na resolução de equações diferenciais ordinárias e parciais. Esta extensão sobre o espaço das distribuições temperadas possibilita também a definição dos Espaços de Sobolev H^s, onde s é um número real qualquer. No caso em que s é um número natural, H^s é o espaço das funções cujas derivadas até ordem s são quadrado integráveis e, portanto, coincide com o espaço de Sobolev usual W^{s, 2}. A transformada de Fourier também permite resolver certas equações diferenciais parciais lineares de forma elegante, como é caso da equação do calor. Nesta mostra-se que a solução é convolução entre a condição inicial e o núcleo do calor. (PIBIC).