UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL – UFRGS
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

GENÊ CLAAS DE BONA

Ensino de Funções do Primeiro Grau a partir de Aplicações e Taxa de Variação

Porto Alegre
2012

GENÊ CLAAS DE BONA

Ensino de Funções do Primeiro Grau a partir de Aplicações e Taxa de Variação

Trabalho de conclusão de curso de graduação apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do grau de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Profª. Drª. Maria Cristina Varriale

Porto Alegre

2012

GENÊ CLAAS DE BONA

Ensino de Funções do Primeiro Grau a partir de Aplicações e Taxa de Variação

Trabalho de conclusão de curso de graduação apresentado ao Departamento de Matemática Puro e Aplicada do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do grau de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Profª. Drª. Maria Cristina Varriale

Aprovado em 29 de Junho de 2012 com conceito A.

BANCA EXAMINADORA

Profª. Drª. Maria Cristina Varriale - Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Profª. Drª. Marilaine Sant'Ana - Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Prof. Dr. Vilmar Trevisan - Universidade Federal do Rio Grande do Sul

RESUMO

BONA, Genê Claas de. **Ensino de Funções do Primeiro Grau a partir de Aplicações e Taxa de Variação**. Trabalho de Conclusão de Curso da disciplina de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. 2012.

O projeto prevê a criação de uma abordagem para o ensino de funções de primeiro grau, que consiste na construção da função a partir do estudo de taxas de variação em aplicações específicas. A pesquisa é subsidiada por livros que tratam de um ensino voltado a aplicações e é acompanhada de uma experimentação em uma instituição de ensino médio. O trabalho tem forte influência da análise dos gráficos e descreve também funções de 1° grau em funções poligonais. Todos os exemplos e construção de ideias são desenvolvidos a partir de aplicações. O projeto inclui também a elaboração e a aplicação de pré-teste e pós-teste para verificar se esta abordagem efetivamente ajudou na compreensão do conceito de funções de 1° grau.

Palavras-Chave: Ensino e Aprendizagem em Matemática; Funções de 1° grau; Taxas de Variação; Aplicações; Modelagem Matemática; Pré-teste e Pós-teste.

ABSTRACT

The goal of this work is the development of an approach to teach 1st degree functions, which involves function construction from the study of rates of change in specific applications. The research is based on books that deal with teaching geared to applications and is accompanied by an experiment in a high school institution. The work has a strong influence on the analysis of graphics and also describe 1st degree functions in polygonal functions. All examples and building ideas are developed from practical applications. The project also includes the development and the implementation of a pre-test and a post-test to see if this new approach really helped in understanding the concept of 1st degree functions.

Keywords: Teaching and Learning in Mathematics, 1st degree Functions; Rates of Change; Applications, Mathematical Modeling, Pre-test and post-test.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Desde o começo da minha graduação tenho interesse em trabalhar com aplicações e modelagem matemática, de modo a tentar tornar o conteúdo mais próximo aos alunos. Em minha pouca experiência como professor (apenas em estágios e laboratórios de ensino), a pergunta que mais me incomodava era “para que serve isso?” feita pelos alunos que não entendiam por quê aprendiam a maioria dos conteúdos que a escola ensinava e se iam usar este conhecimento algum dia. A maneira que sempre considerei mais eficaz de trabalhar com esta questão foi o uso da modelagem matemática, formulando questões a partir de aplicações da matemática de modo a tornar o conteúdo mais próximo aos alunos.

O ensino das funções de primeiro grau foi escolhido, pois é uma área que gosto de trabalhar e pude desenvolver outro tópico do trabalho que são as taxas de variação. As funções podem ser trabalhadas a partir das taxas de variação e garantir uma preparação para o cálculo no ensino superior, já que o conteúdo é abordado colocando em evidência as variações nas funções, como é desenvolvido no livro *Funções Para Modelar Variações: Uma preparação para o cálculo* (Connally et al, 2009). A preparação das aulas terá uma forte influencia deste livro, pois ele desenvolve um ensino completo das funções a partir da taxa de variação, com o objetivo da introdução ao cálculo do ensino superior. O livro ainda enfatiza questões a partir de aplicações usadas para modelar os problemas. Este é o modelo que eu gostaria de seguir.

Neste trabalho foi criado um plano de ensino voltado ao ensino médio de funções de primeiro grau. Foram 6 aulas de uma hora e quarenta minutos cada, para uma turma do terceiro ano do ensino médio de uma escola pública de Porto Alegre. O trabalho ainda contou com questionários de avaliação e o uso de pré-teste e pós-teste para avaliar o interesse e o rendimento dos alunos. Em cada aula foi abordada uma questão diferente sobre funções de primeiro grau e a cada aula uma nova pesquisa era destinada aos alunos para que trabalhassem com a matemática de forma mais dinâmica, onde os próprios alunos pesquisariam os dados para os trabalhos.

Os objetivos da pesquisa são:

1) Desenvolver um plano de ensino de funções de primeiro grau a partir de taxas de variação e aplicações matemáticas.
2) Avaliar os resultados obtidos a partir desse ensino através de questionários, observações de aula e a aplicação de um pré-teste e pós-teste.

A pesquisa se influencia bastante em modelagem matemática, usada para criar todos os problemas trabalhados ao longo do projeto. Todos os conteúdos programáticos desenvolvidos neste trabalho partem de taxas de variação.

No capítulo dois é relatada a motivação do trabalho e a abordagem adotada, a partir de taxa de variação. O capítulo 3 discute a modelagem matemática, comentando sobre métodos e classificações de trabalhos com modelagem matemática, ajudando a definir a proposta e a orientação do trabalho. No capítulo quatro é criado um plano de ensino voltado a esta pesquisa e serão construídos os testes de avaliação. No capítulo cinco é apresentada a experimentação realizada e as anotações e observações de cada uma das aulas. No capítulo seis é discutida a validação do trabalho e os testes e questionários serão avaliados verificando possíveis êxitos ou fracassos na pesquisa.

Questão norteadora: O ensino de funções de primeiro grau a partir de taxas de variação em aplicações da matemática gera compreensão e interesse do aluno no conteúdo?

2. IDENTIFICAÇÃO/PROPOSTA DE SOLUÇÃO DO PROBLEMA

2.1. A MOTIVAÇÃO DA PESQUISA: PRÉ-TESTE

Antes de iniciar a experiência que embasa esta pesquisa, apliquei um pré-teste em um grupo de 21 alunos, dentro de uma turma do 3° ano do ensino médio de uma escola estadual de Porto Alegre (mais detalhes sobre a criação do pré-teste e do pós-teste no capítulo 4). O pré-teste continha 10 questões sobre funções de primeiro grau para verificar o entendimento e as dificuldades dos alunos em relação ao conteúdo. Visto que era uma turma de 3° ano do ensino médio, eles já haviam aprendido este conteúdo. Nesta etapa, o pré-teste serviu de auxilio para averiguar as principais dificuldades dos alunos. Posteriormente, no capítulo 6, o pré-teste auxiliou a determinar o aproveitamento dos alunos, comparando as notas deste teste as de um pós-teste.

O pré-teste foi baseado em tópicos, abordando questões com gráficos, tabelas, leis da função e taxa de variação. Das 10 questões no total, 3 eram relacionadas com problemas aplicados, 5 com problemas teóricos e outras duas eram simplesmente de cálculo e contas. A média do pré-teste foi 3,57 sobre 10. As questões com maior número de acertos foram as três questões cujo enfoque principal eram os problemas aplicados; nestas questões, a porcentagem de acertos da turma foi acima de 40%; por outro lado, somente uma das questões teóricas alcançou esta porcentagem de acertos. Para as outras 4 questões teóricas, as porcentagens de acertos da turma foram inferiores a 25% (algumas alcançando menos de 15%). As duas questões em que o foco principal era a realização de cálculos e contas tiveram resultados medianos para a turma, com porcentagem de acertos em torno de 35%.

Embora as diferenças tenha sido sutis, já que considerei que 40% foi um resultado consideravelmente melhor que 25%, isso se dá ao fato de que as notas em geral foram bastante baixas (visto pela média aritmética ter ficado em torno de 3,5 sobre 10). Ainda assim, foi possível ver que os alunos tiveram mais facilidade em problemas aplicados, creio que seja por facilitar a interpretação do problema, devido ao contexto mais natural ou próximo ao aluno. Creio que a partir disto, posso considerar que os alunos possam vir a ter mais facilidade em entender a Matemática a partir de problemas aplicados. Decorre daí, a validade da proposta de construção de planos de ensino a partir de aplicações com dados reais. Espero que através dessa abordagem, os alunos tenham mais facilidade em compreender os conteúdos matemáticos e até mesmo desperte um maior interesse pela matemática.

2.2. A NOVA ABORDAGEM ADOTADA

O livro *Funções para Modelar Variações: Uma preparação para o cálculo* (Connally et al, 2009), serviu de base para a construção do conteúdo de funções de primeiro grau a partir das taxas de variação que irei ministrar. Embora o livro aborde diversos tipos de funções, como quadráticas, exponenciais, trigonométricas e polinomiais, o foco deste projeto são apenas as funções de primeiro grau (capítulo 1 do livro). Os planos e estruturas de aula do livro não serão detalhados aqui, mas sim o necessário para compreender quais aspectos o livro valoriza e qual ordem ele prioriza.

Na seção 1.1 os autores introduzem as funções como algo presente no dia-a-dia, citando exemplos. Em seguida eles abordam um exemplo (a partir de dados reais) e citam diversos tipos de métodos para solucionar os problemas, como tabelas, gráficos ou fórmulas (a lei da função). Na sequência, é introduzida a notação de função $y = f(x)$.

Na seção 1.2 é abordada a taxa de variação de funções de primeiro grau. A taxa de variação é medida sobre um intervalo, determinada da forma $\frac{variação\ em\ y}{variação\ em\ x} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$. A partir disso, é definido que uma função é crescente se a taxa de variação for positiva e decrescente se a taxa de variação for negativa.

Na seção 1.3, são abordadas as funções lineares. É mostrado, a partir do cálculo das taxas de variação, que em qualquer intervalo, as funções lineares possuem uma mesma taxa de variação, ou seja, a taxa de variação é constante. Aqui ainda é construída a lei genérica da função de primeiro grau, sob a forma $y = ax + b$.

Na seção 1.4, o autor ensina a determinar a lei da função a partir de várias fontes de informação diferentes. A partir de uma tabela, a partir de um gráfico ou mesmo a partir de uma descrição verbal do problema.

Por fim, na seção 1.5, o livro aborda intersecções de retas a partir de problemas que envolvem diversas funções, tais como aluguel de carros por agências diferentes, em que cada agência oferece um preço e cada uma possui sua própria função para definir o preço a partir da quilometragem rodada.

A partir destas 5 seções, foram construídos os planos de aula deste projeto. Uma diferença importante é que no projeto os dados dos problemas foram pesquisados pelos alunos, tomando uma postura de Modelagem Matemática (esse assunto será abordado no capítulo 3).

3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA: MODELAGEM MATEMÁTICA

Este estudo sobre modelagem matemática auxiliou na elaboração dos planos de ensino, escolhas de atividades e fortaleceu a parte das aplicações da pesquisa. Sempre considerei a modelagem como uma ferramenta eficaz para auxiliar os alunos a entenderem o conteúdo e também se interessarem mais pelas aulas. Tentei buscar, ao longo do projeto, questões que fossem do interesse deles e que estivessem próximas ao mundo deles, tais como: planos de celulares, o clima de Porto Alegre, Facebook, etc. Naturalmente, nem todas as questões podem ter ficado interessantes, mas a tentativa foi esta.

A base desta pesquisa, em relação à modelagem matemática, está fundamentada nos trabalhos de **Skovsmose (2000**), em especial, no seu texto *Cenários de Investigação*. Skovsmose propõe uma divisão entre as aulas de Matemática, dividindo-as entre o paradigma do exercício e o paradigma da investigação, onde cada um é dividido em três etapas, possuindo ao todo seis ambientes de ensino, conforme a tabela abaixo:

Tabela 3.1 – Ambientes de Ensino de Skovsmose

	Paradigma do Exercício	Paradigma da Investigação
Referências à matemática pura	(1)	(2)
Referências à semi-realidade	(3)	(4)
Referências à realidade	(5)	(6)

No ambiente (1) são tratados exercícios de matemática pura, tais como $2x^2 - 4 = \frac{7}{3}$, os onde alunos basicamente resolverão exercícios sem nenhum tipo de contextualização.

No ambiente (2), Skovsmose exemplificou com uma investigação tratando de figuras geométricas, que embora pertençam à matemática pura, permitem uma investigação, como no trabalho de Camargo e Bampi (2011) *A maratona dos Poliedros*; e também no trabalho de Camargo e Ketterman

(2011) *Poliedros*, em que professores buscam uma forma não tradicional de ensinar os conceitos de poliedros, pedindo que os alunos construam as figuras, desenhem e imaginem planificações e identifiquem semelhanças e características.

No ambiente (3) estão os exercícios de semi-realidade, ou seja, o exercício possui uma contextualização, mas ela é falsa, inventada pelo professor ou pesquisador. O exemplo citado por Skovsmose (2000) fala de uma pessoa que precisa comprar 15 quilogramas de maçãs, conhecido o preço do quilo da maçã. Neste exemplo, existe sim uma contextualização, mas não há uma investigação; nem mesmo sabe-se se estes dados são verdadeiros ou apenas inventados para ilustrar o problema. O autor ainda se indaga sobre qual o motivo de uma pessoa comprar 15 quilogramas de maçãs. Notamos que aqui já há um esforço maior, por parte do professor, em tentar contextualizar o conteúdo citando estes exercícios-problemas.

O ambiente (4) também se baseia em uma semi-realidade, onde o ambiente não é necessariamente verdadeiro, mas existe uma investigação por parte dos alunos. Os alunos poderiam, por exemplo, criar lojas fictícias que seriam administradas por eles na sala de aula. Cada aluno escolheria um ramo de vendas e tentaria montar sua loja com um capital inicial, comprando ou vendendo seus produtos, conforme preços coordenados pelo professor. O ambiente ainda não seria real, mas já teria a investigação dos alunos por produtos, venda, compra e lucro.

No ambiente (5) são tratados os exercícios matemáticos que tratam de uma realidade. Desta vez, existem dados (ou uma pesquisa) reais, com informações verdadeiras, em que os alunos trabalhariam exercícios a respeito delas. Por exemplo, o professor poderia se utilizar de gráficos em jornais, retratando gastos públicos e trabalhar funções com os alunos. Este paradigma já está muito além das aulas convencionais que presenciei nas observações de estágios e acho que uma abordagem deste tipo já seria um bom primeiro passo para alcançar trabalhos mais elaborados de modelagem matemática. Trabalhos de investigação e modelagem consomem muito tempo dos professores e dedicação, porém este ambiente é viável aos professores.

Por fim, o ambiente (6) trata de investigações com dados e situações reais. Por exemplo, os alunos poderiam investigar (através de tabelas) quantas calorias possuem os alimentos que comem diariamente (poderiam realizar esta pesquisa durante uma semana, com dados diários). Ao fim da semana, eles poderiam fazer uma média do valor calórico consumido e verificar se, de acordo com o peso e altura de cada um, aquela alimentação é adequada. Mais a fundo, os alunos ainda poderiam pesquisar sobre os tipos de alimentos que comem e sobre o consumo de proteínas, gorduras e carboidratos, verificando se a alimentação está regulada. Além de tratar de tabelas, médias, comparações e diferenças (conceitos matemáticos), os alunos ainda pesquisariam dados reais e pessoais e os resultados da pesquisa poderiam vir a ajustar alimentações inadequadas.

O trabalho que realizei durante minha pesquisa teve enfoque no ambiente (6) de ensino, onde os alunos pesquisaram dados reais e realizamos análises e conclusões dos dados obtidos. A última aula contou com um trabalho no ambiente (5), onde levei problemas com informações reais para os alunos fazerem análises e conclusões ao seu respeito.

No que segue, aprofundarei o texto *cenários de investigação* e o trabalho de modelagem, fazendo referências a **Barbosa (2003)** que propõe uma divisão da modelagem matemática em três casos:

No caso 1, o professor apresenta uma proposta de investigação e também leva aos alunos todos os dados e informações necessárias para o trabalho, cabendo aos alunos apenas trabalharem com estes dados e formularem suas conclusões. Este é o caso mais simples, em que a investigação do aluno limita-se aos dados já pesquisados pelo professor. Neste caso não existe a dificuldade dos alunos terem que fazer pesquisas fora de sala de aula e as informações provirão de apenas uma fonte.

No caso 2, o professor apresenta a proposta de investigação e os alunos devem obter todos os dados e informações que julguem necessárias e trazê-las para o ambiente de aula. Em aula, os alunos irão fazer a análise dos dados e tirar suas conclusões. O professor irá apenas formular o problema inicial e auxiliar, caso necessário, os alunos durante sua análise de dados e resposta ao problema levantado pelo professor. Esse caso da modelagem matemática permite que o professor oriente a pesquisa, para que se estude o conteúdo que ele deseja. Embora ainda caiba aos alunos toda a investigação e a análise de dados, a resposta ao problema pode ser parcialmente prevista pelo professor, assim explorando o conteúdo de seu interesse. A minha pesquisa se estrutura neste caso, onde busquei criar problemas que envolviam funções de primeiro grau. Naturalmente as informações pesquisadas pelos alunos eram diferentes entre cada grupo de alunos e muitas questões não previstas foram levantadas; isso não é um ponto negativo deste tipo de investigação, pelo contrário, estas situações deixam a aula mais semelhante a uma pesquisa real.

No caso 3, é desenvolvido um projeto de modelagem matemática em temas “não-matemáticos” sugeridos tanto pelos alunos como pelo professor. Este ambiente é muito mais complexo e completo. Um tema qualquer deverá ser sugerido pelos alunos (ou pelo professor). Dentro deste tema, os alunos escolherão um problema, farão suas pesquisas, coletarão de dados e os analisarão, fazendo conclusões, a fim de responderem ao próprio problema. Naturalmente, nem sempre é possível responder ao problema, porque, às vezes, o que supusemos como viável acaba fugindo de controle. Não responder a questão inicial não significa um rendimento ruim por parte do aluno; o professor deve estar mais atento à dedicação com a pesquisa e com a tentativa das análises de dados. O professor neste tipo de atividade age como mediador, auxiliando os alunos quando necessário.

Enquanto eu planejava os exercícios e atividades para esta pesquisa, sempre busquei os trabalhos com informações e dados reais. Estes dois autores e suas propostas serviram de uma sólida base para a estruturação das aulas. O objetivo principal era sempre trabalhar com problemas e dados reais, estando então entre os ambientes (5) e (6) descritos por Skovsmose (2000), com uma ênfase grande no ambiente (6) (já que o (5) foi usado apenas em uma aula). Quanto aos casos citados por Barbosa (2003), optei por fazer uma modelagem matemática do caso 2, já que eu pretendia direcionar minhas pesquisas para as funções de primeiro grau, mas queria que os alunos pesquisassem todos os seus dados e trabalhassem com as informações obtidas para chegar a conclusões sozinhos. Naturalmente era necessário o auxílio do professor em algumas etapas e interpretações.

Durante o primeiro encontro com os alunos, nenhuma questão foi trabalhada, apenas a explicação de como seria a sistemática de trabalho e no fim da aula solicitei que eles fizessem uma pesquisa que respondesse a um problema por mim sugerido. Na aula seguinte, eles iriam trabalhar com as informações e com os dados pesquisados durante aquela semana. No fim da aula, eu solicitava uma nova pesquisa, continuando o conteúdo. A estrutura da aula mostra-se uma proposta do caso 2 de Barbosa, porém sempre pesquisei os dados das minhas propostas de pesquisa para evitar que a aula fosse interrompida, caso os alunos não tivessem conseguido as informações solicitadas, neste caso a aula viria a se tornar o caso 1 (em que o professor também realiza a pesquisa, embora fossem os alunos que trabalhariam com os dados).

4. PLANEJAMENTOS

Neste capítulo definirei os planejamentos de aula e a construção dos testes utilizados durante a pesquisa. A primeira abordagem desta pesquisa foi trazer um ensino diferente das funções de primeiro grau, trabalhando e construindo todos os conceitos e definições (incluindo o ensino de funções) a partir de taxas de variação. A segunda abordagem diferenciada do padrão didático é o uso de aplicações e modelagem para a criação de problemas, não apenas criando ambientes de semi-realidade (Skovsmose, 2000), mas trazendo problemas em que os alunos necessitariam fazer pesquisas em fontes de informações verdadeiras e dados reais.

Estas duas ideias básicas deram estrutura aos planejamentos no ensino das funções de primeiro grau. O primeiro passo foi criar um plano de ensino baseado em taxas de variação, neste momento o livro de auxílio foi *Funções para Modelar Variações: Uma Preparação para o Cálculo*, terceira edição. Os autores sugerem que o livro, da forma como os conteúdos são ministrados, possui um aspecto semelhante a uma introdução ao cálculo do ensino superior.

Para as questões de modelagem procurei pesquisar e elaborar problemas que tivessem pelo menos um pouco de relação ao dia-a-dia dos alunos, pesquisando em livros e na internet e tentando analisar situações cotidianas, onde se poderiam aplicar as funções de primeiro grau.

4.1. TESTES E QUESTIONÁRIO DE AVALIAÇÃO

A realização dos testes incluía um pré-teste (aplicado antes da experiência) e um pós-teste (aplicado após a experiência). Os testes tiveram duas importâncias para a pesquisa: O pré-teste auxiliou a analisar quais problemas e em que tipo de questões os alunos tinham mais dificuldade. Os planejamentos foram criados após a aplicação e análise do pré-teste. O pós-teste auxiliou para analisar o crescimento do aprendizado dos alunos, comparando-o com o pré-teste.

Além dos testes foi criado um questionário de avaliação. Este questionário não tinha por objetivo avaliar os conhecimentos e aptidões dos alunos com o conteúdo ensinado, mas sim uma forma dos alunos poderem expressar sua opinião sobre as aulas, avaliando vários aspectos da pesquisa. A criação dos testes e do questionário foi inspirada nas pesquisas e textos do Prof. Dr. Fernando Lang da Silveira que trabalha na Universidade Federal do Rio Grande do Sul no Instituto de Física. Embora seus testes fossem aplicados à física, a ideia foi criar adaptações e usar o conhecimento para criar testes voltados à área da matemática. Todos os seus artigos usados nesta pesquisa podem ser encontrados em sua página da internet: http://www.if.ufrgs.br/~lang/textos.html

Uma das ideias básicas dos testes é avaliar diferenças entre os conhecimentos dos alunos. Reconhecemos três aspectos, de acordo com os quais, as questões foram categorizadas: 1) Conhecimento de funções no sentido de compreender as definições e questões teóricas sobre o conteúdo (Teórico); 2) a compreensão de trabalhar com problemas aplicados (Aplicação); 3) trabalhar apenas com cálculos, com problemas mais voltados a contas e matemática básica (Cálculos). As questões também tiveram uma ênfase em gráficos (assim como toda a pesquisa), aplicados entre os três aspectos abordados pelos testes.

Os testes são formados por 10 questões, cada uma com 5 alternativas. Os testes de múltipla escolha, ou múltiplas alternativas, ajudam a avaliar grupos grandes de alunos (no caso desta pesquisa era um grupo não muito grande, mas com mais de 20 alunos). Além disso, a técnica de “chute”, em que o aluno marca uma alternativa aleatória contando com a sorte para acertar, é minimizada quando se tem um número suficientemente grande de alternativas. Os “chutes” também podem ser identificados quando duas (ou mais) questões abordam o mesmo tema, assim seria possível encontrar respostas até contraditórias no teste de um aluno.

O pré-teste e o pós-teste aplicados são iguais, isso garante a mesma dificuldade entre os testes, o que dá uma maior credibilidade à avaliação de comparação entre os testes. Os alunos não receberam o resultado do pré-teste, e por isso não tinham ideia de quais questões acertaram ou não. Eles também não estavam cientes de que o mesmo teste seria aplicado no final da pesquisa e por isso não tentariam memorizar as questões e as respostas. Além disso, entre o pré-teste e o pós-teste, passaram-se 6 semanas, então a memória dificilmente guardaria precisamente o que se passou no primeiro teste. Uma prova disso, foi que levaram alguns bons minutos até que o primeiro aluno perguntasse se aquelas questões eram iguais ou só parecidas com a do primeiro teste.

Uma copia do teste constitui o anexo 8.1 deste trabalho. Na tabela abaixo, explicitamos os aspectos e o conteúdo envolvido em cada questão do teste. Naturalmente, algumas questões mesclam os aspectos definidos, todas as questões envolvem aspectos conceituais, já que versam sobre o mesmo tema: Funções de Primeiro Grau; entretanto cada questão possui um aspecto principal, de acordo com o que será apresentado na tabela abaixo:

Tabela 4.1 – Aspectos e conteúdos dos testes

Questão	Aspecto	Conteúdo Abordado
1	Teórico	Marcação de Ponto, Lei da Função e Gráfico.
2	Aplicação	Funções Crescentes e Decrescentes.
3	Teórico	Taxas de Variação.
4	Cálculo	Lei da Função.
5	Teórico	Gráfico.
6	Teórico	Lei da Função.
7	Aplicação	Análise de Gráfico e Informações
8	Cálculo	Análises dos Gráficos ou Lei da Função.
9	Aplicação	Funções Poligonais e Máximos e Mínimos.
10	Teórico	Definição de Poligonal.

No capítulo das conclusões serão avaliadas as estatísticas e comparações entre os testes.

A criação do questionário de avaliação da pesquisa tem por objetivo que os alunos deem sua opinião sobre todo o processo, avaliando as aulas e o professor. O questionário foi entregue aos alunos no último momento da última aula, então a avaliação englobou toda a pesquisa. O questionário possui 34 questões com três opções de resposta: C (concordando com a afirmação feita), I (indiferente ou indeciso sobre a afirmação feita) e D (discordando da afirmação feita).

No seu artigo *Estudo da validade de um questionário de avaliação do desempenho do professor de física geral pelo aluno*, Silveira (1999) cria um exemplo de questionário de avaliação. Este questionário está relacionado com a física, porém com algumas mudanças, ele se adaptou às necessidades dessa pesquisa relacionada com matemática. Silveira comenta “O questionário, aqui apresentado, pode ser facilmente modificado para avaliar professores de outras disciplinas”.

Neste mesmo artigo há uma referência de itens que um professor precisa para ser recomendado como um bom professor pelos alunos. Como uma das questões do questionário foi “O professor desta disciplina poderia ser recomendado como um bom professor”, sempre que esse item era marcado positivamente, um estudo estatístico mostrou que outros itens frequentemente seguiam com essa marcação positiva. Isso levou a considerar que estes itens relacionam e formam um bom professor na visão dos alunos. Embora o questionário tenha sido mudado e algumas questões retiradas, os itens que marcam o professor como um bom professor foram mantidos, afim de analisar essas respostas.

Uma cópia deste questionário encontra-se nos anexos. No capítulo das conclusões, este questionário será discutido e avaliado e seus resultados ajudarão a avaliar a opinião dos alunos sobre as aulas.

4.2 PLANEJAMENTOS

Depois de aplicar o pré-teste e verificar o resultado, o planejamento de aula foi elaborado. Fazer planejamentos quando se trabalha com modelagem pode ser complicado, pois a aula pode tomar rumos muito diferentes. Estes planejamentos tentam fazer uma projeção do que será a aula e como procederei. O planejamento consta de 6 encontros de 2 períodos cada. Aqui cada um dos encontros será detalhado.

Encontro I:

Objetivos: Apresentar a pesquisa para a turma. Realização do Pré-teste. Informações sobre a pesquisa 1.

Será explicada a proposta do trabalho para a turma: O trabalho consistirá num ensino diferenciado de funções de primeiro grau, tentando uma abordagem mais aplicada do assunto. A pesquisa tem por base verificar se há um interesse e aprendizado desse conteúdo, quando apresentado através dessa abordagem.

Pré-teste: O pré-teste, que será aplicado no primeiro encontro, não visa avaliar ou dar notas e conceitos aos alunos, mas sim pretende apenas verificar qual é o conhecimento prévio que o aluno possui sobre o conteúdo. O teste terá duração de 50 minutos. Não será dito aos alunos que no fim do curso eles se submeterão ao mesmo teste. Este pré-teste também não será devolvido aos alunos.

Explicação de como funcionarão as aulas: Para cada aula, será levantada uma questão pelo professor, envolvendo funções de primeiro grau. O problema será dado aos alunos e estes terão que pesquisar as informações necessárias. Na aula seguinte, a partir dessa pesquisa, anotaremos os dados do problema no quadro e faremos modelos para trabalhar e entender melhor as informações. Serão utilizadas tabelas, gráficos, funções e taxas de variação. Ao final de cada aula, com exceção das aulas 4 e 5, será solicitada uma pesquisa para os alunos fazerem.

Pesquisa 1: Pesquise o câmbio, ou conversão, de moedas em relação ao real. O aluno pode escolher qualquer moeda. O aluno pode anotar vários valores ou então verificar o valor da unidade. Por exemplo, pesquisar quanto vale 1 dólar em reais. O objetivo desta pesquisa é comparar a nossa moeda com a moeda de outros países.

Encontro II

No encontro dois será trabalhada a atividade sugerida na pesquisa 1, em que os alunos pesquisaram diferentes moedas e a relação de conversão entre elas. Nesta aula serão trabalhadas três conversões, embora esse número possa variar conforme o ritmo da aula. Para cada uma das conversões vamos fazer uma tabela de valores, uma representação gráfica, uma função modeladora e analisaremos a taxa de variação. Para exemplificar a atividade, apresentarei a seguir a realização das atividades para uma determinada conversão de moedas.

Objetivos: Ensinar aos alunos: a utilização de tabelas, gráficos e funções para descrever e interpretar problemas; a marcação de pontos no plano cartesiano; o cálculo da taxa de variação em funções de primeiro grau e o caminho para se verificar que a taxa de variação nestes casos é constante.

Exemplo da atividade: Conversão de Reais (Brasil) para Peso (Argentina).

Pesquisa: Digamos que a pesquisa feita pelo aluno tenha obtido a seguinte informação "um real corresponde a 2,29 pesos argentinos". A partir daí, modelaremos o problema.

Tabela: Uma tabela de valores corresponderá a citar alguns valores de reais e ver seu correspondente em pesos argentinos. Neste caso pode ser obtido através de uma intuitiva regra de 3.

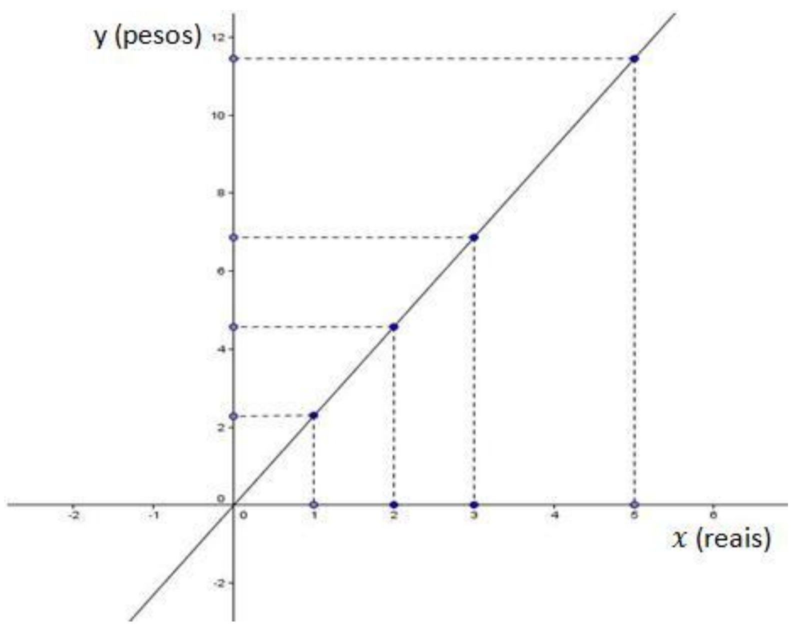
Observação: Note que os valores da tabela são aproximados, devido ao arredondamento para duas casas decimais.

Tabela 4.2 – Conversão de Reais em Pesos

Reais (Brasil)	Pesos (argentinos)
1	2,29
2	4,58
3	6,87
5	11,45
10	22,90
20	45,80
50	114,50
100	229,00
1000	2290,00

Gráfico: A partir dessa tabela, poderemos construir um gráfico marcando os pontos. Consideraremos nesse caso os Reais como eixo x e os Pesos argentinos como eixo y. Unindo os pontos do gráfico, poderemos verificar a formação de uma reta.

Figura 1: Gráfico da relação entre Reais e Pesos



Observações: A parte negativa do gráfico pode ser vista como uma dívida convertida. Usamos apenas os pontos 1, 2, 3 e 5 para visualização; qualquer outra escolha de pontos poderia ser feita.

Taxa de Variação: Para identificar a taxa de variação, vamos analisar o quanto variou o valor dos pesos em função do valor dos reais. Por exemplo, quando aumentamos de 1 real para 2 reais, os pesos aumentaram de 2,29 para 4,58. Vemos então que quando os reais variaram por uma unidade, os pesos variaram 2,29. Analisando outro intervalo, por exemplo, de 2 reais a 5 reais, vemos que os pesos variaram de 4,58 a 11,45. Assim, o peso variou $11{,}45 - 4{,}58 = 6{,}87$ e o real variou $5 - 2 = 3$. Para descobrir a variação dos pesos por unidade de real aumentada, apenas efetuamos a divisão $\frac{6{,}87}{3} = 2{,}29$. Podemos observar que a taxa de variação é a variação de pesos sobre a variação de reais em intervalo, da forma:

$$\frac{Variação\ de\ Pesos}{Variação\ de\ Reais} = \frac{\Delta pesos}{\Delta reais} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

onde x_1e y_1 são coordenadas de um ponto e x_2e y_2 são coordenadas de outro ponto. Depois faremos mais uns exemplos usando a fórmula para identificar que a taxa de variação é sempre a mesma. Por fim, concluiremos que em funções de primeiro grau a taxa de variação é sempre a mesma, precisando apenas de dois pontos diferentes para obtê-la. Isso significa que cada vez que aumentamos uma unidade em x, o valor pelo qual a variável y aumentará será exatamente igual ao da taxa de variação da função.

Função: A partir da taxa de variação encontrada anteriormente, podemos ver a relação do Real com o Peso, que para cada um Real aumentado, aumentamos a quantidade de Pesos em 2,29. Então, como escolhemos anteriormente x como os Reais e y como os Pesos, a função $y = f(x)$ seria da forma $y = 2{,}29x$. Explicaremos que em funções lineares, se a taxa de variação for α, a função linear será da forma $y = \alpha x$.

Considerações finais: A ordem seguida (tabela, gráfico, taxa e função) não será necessariamente esta. Para outros exemplos que possam vir a ser trabalhados em aula, usaremos outra ordem.

Pesquisa 2: A pesquisa 2 será solicitada no final da aula 2, para os alunos trazerem a informação na aula 3. A segunda pesquisa baseia-se em planos de telefone. Pediremos que os alunos pesquisem planos diferentes de telefone relacionando o preço do plano em relação à quantidade de tempo (geralmente em minutos) disponível por aquele preço. O objetivo desta pesquisa é comparar preços de companhias telefônicas.

Encontro III

No encontro III trabalharemos com planos telefônicos. A ideia é modelar pelo menos dois planos telefônicos diferentes e comparar. Analisar quando um plano vale mais a pena, quantos minutos tenho que falar para os planos serem equivalentes em termos de preço e verificar, caso aconteça, de um plano ser sempre mais vantajoso que outro.

Objetivos: Comparação de funções de primeiro grau. Funções constantes (taxa de variação zero).

Exemplo da atividade: Novamente, aqui farei um exemplo de como a atividade irá decorrer segundo o planejamento. As informações foram escolhidas de uma companhia de telefones brasileira.

Pesquisa: Suponhamos que essas tenham sido as informações da pesquisa: ”O plano A funciona da seguinte maneira: um valor fixo de 45 reais, que permite ao cliente falar até 60 minutos e cada minuto extra custará R$ 0,75. No plano B o cliente paga R$ 1,39 por minuto, sem ter um valor fixo a pagar”.

Atividade: Aqui já temos a necessidade de usar funções poligonais, pois no caso do plano A, temos uma função constante de 0 a 60 e a partir de R$ 45,00 pagos, o preço aumentará R$ 0,75 a cada minuto de ligações feitas. As funções que solicitaremos aos alunos construírem nessa atividade serão do preço a pagar (em reais) em função da quantidade de minutos utilizados. O primeiro passo será identificar a necessidade de duas funções para o plano A. Tentaremos mostrar isso aos alunos avaliando o problema, pois em um esboço do gráfico (mostrado na aula anterior) a função do plano A começará constante em 45 reais durante os primeiros 60 minutos e começará a crescer 0,75 para cada 1 minuto extra. Calculando a taxa de variação mostraríamos que a função constante tem taxa de variação zero.

Funções: Através do problema tentaremos, sempre com a participação da turma, modelar a função pelo problema. Para o plano A, ao dizermos que se paga um valor fixo de 45 reais, poderemos ver isso como $f_1(x) = 45$, para todo $x \geq 0$. Para cada minuto adicional aos 60, pagaremos mais 0,75 reais, podendo ver essa função como $f_2(x) = 0.75(x - 60)$, para $x > 60$, e $f_2(x) = 0$, para $x \leq 60$. A $f_2(x)$ representa apenas o preço extra a pagar, excedidos os 60 minutos. Por fim a função do plano A será $f(x) = f_1(x) + f_2(x)$. Para o Plano B, ao dizermos que o preço será 1,39 reais para cada 1 minuto falado, podemos ver a função como $g(x) = 1.39x$, para $x \geq 0$. A função do plano A foi definida como a soma de duas funções para facilitar a compreensão do aluno.

Tabela: Vamos criar novamente uma tabela para guiar os resultados, ajudando a visualizar o problema. Nessa tabela constará o tempo e o valor das duas funções. Chamaremos a função do plano A de $f(x)$ e a função do plano B de $g(x)$. A tabela ajudará a entender como funcionarão as duas funções do plano A (cada uma usada conforme o número de minutos) e através dela, pode-se ver, aproximadamente, quando um plano é mais caro que outro.

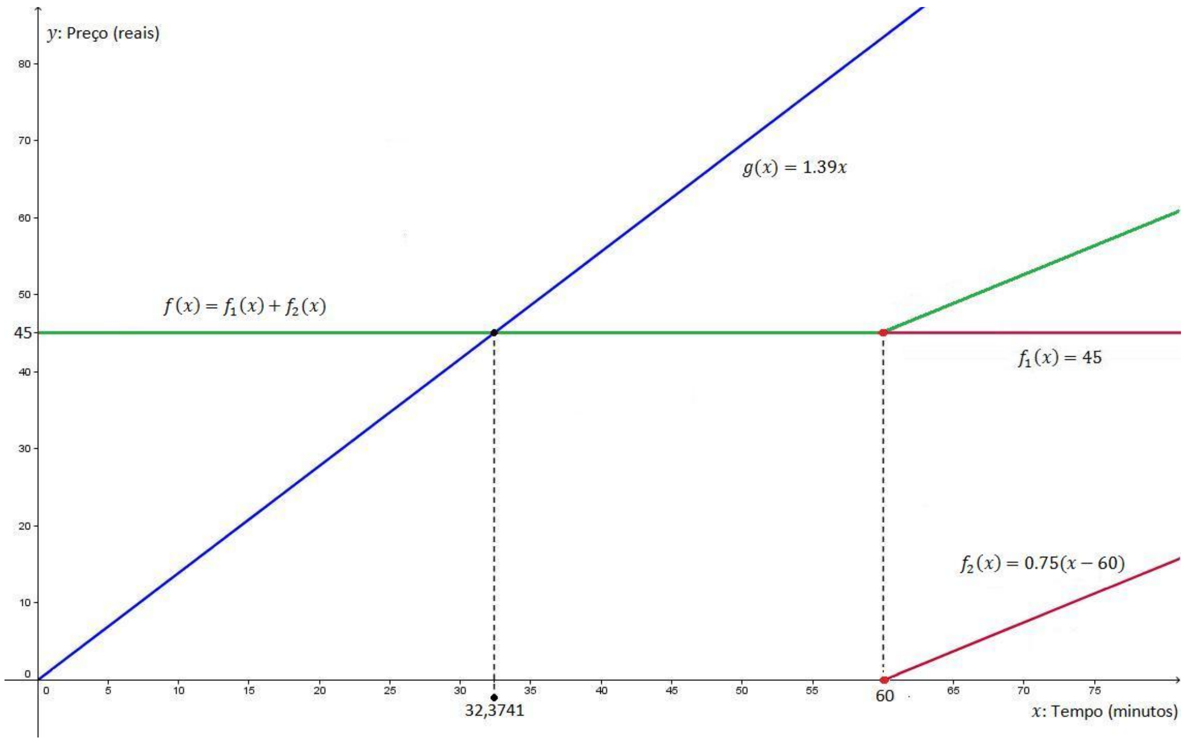
Tabela 4.3 – Planos Telefônicos

x minutos	Cálculo: Plano A $f_1(x) + f_2(x)$	$f(x)$ Plano A	Cálculo: Plano B	$g(x)$ Plano B
0	45+0	45	1,39x0	0
10	45+0	45	1,39x10	13,9
20	45+0	45	1,39x20	27,8
30	45+0	45	1,39x30	41,7
40	45+0	45	1,39x40	55,6
50	45+0	45	1,39x50	69,5
60	45+0	45	1,39x60	83,4
70	45+10x0,75	52,5	1,39x70	97,3
100	45+40x0,75	75	1,39x100	139
1000	45+940x0,75	750	1,39x1000	1390

Taxa de Variação: Calcularemos a taxa de variação das duas funções $f(x)$ e $g(x)$ (como mostrado na aula 2) e veremos que de fato a função do Plano A tem duas taxas de variação, uma para cada uma das funções consideradas neste plano, conforme seu intervalo. Aqui mostraremos que a função constante tem taxa de variação zero.

Gráfico: Para finalizar o trabalho, esboçaremos o gráfico que representa o problema, usando a função poligonal do plano A e a função do plano B. Para determinar com exatidão o ponto de intersecção dos dois planos (em qual quantidade de minutos é cobrado o mesmo valor) igualaremos as duas funções. Como visto pela tabela, no minuto 30 o plano B é mais barato, e no minuto 40 o plano A é mais barato. Portanto, é fácil concluir que o ponto de igualdade esteja entre 30 e 40; logo, usaremos a função que corresponde ao intervalo [0,60]. Igualando então $f_1(x) = g(x)$ teremos: $45 = 1.39x \Rightarrow x = \frac{45}{1.39} \cong 32{,}3741$. Agora poderemos marcar com maior exatidão onde as duas funções se cruzam. E por fim, o gráfico ficará semelhante a este:

Figura 2: Gráfico dos planos telefônicos



Observação: Quando for construir o gráfico no quadro com a turma, primeiro será construído o gráfico de $f_1(x)$ e $f_2(x)$ e somente depois o gráfico (em verde) da $f(x)$, sendo a soma das duas.

Considerações Finais: Por fim, responderemos à pergunta inicial, de quando um plano é mais barato do que o outro.

Pesquisa 3: Ao final da aula 3, será solicitada a pesquisa 3, para os alunos trazerem as informações na aula 4. Os alunos deverão pesquisar a temperatura média (em graus Celsius) de cada mês ao longo do ano de 2010 em Porto Alegre.

Encontro IV

No encontro quatro, trabalharemos com a variação da temperatura média ao longo de um ano, a partir das informações obtidas na última pesquisa. Verificaremos os meses mais quentes e mais frios, veremos a variação da temperatura ao longo do ano, em geral, mudando de mês a mês. Também verificaremos quando uma função é crescente ou decrescente e trabalharemos com funções poligonais.

Objetivos: Compreender e verificar a necessidade das funções poligonais e suas diferentes taxas de variação conforme o intervalo. Verificar quando uma função é crescente ou decrescente (taxa de variação positiva ou negativa). Verificar máximos e mínimos em funções.

Exemplo da Atividade: Farei aqui um exemplo de como provavelmente se desenvolverá a atividade. As informações contidas aqui provavelmente serão as mesmas pesquisadas pelos alunos, pois a média da temperatura de Porto Alegre a cada mês no ano de 2010 é uma informação fixa, sem escolha ou subjetividade (embora possam vir a aparecer resultados diferentes).

Pesquisa: Nessa pesquisa, copiei a tabela do site “*Weather.com*”, renomado sobre clima, onde aparecem as informações sobre as temperaturas médias mensais (e outras informações).

Atividade: Nessa atividade teremos a necessidade de usar funções poligonais, pois as temperaturas médias ao longo do ano não possuem uma variação constante. Para trabalhar com funções contínuas, vamos supor que houve uma variação constante entre um mês e outro, onde a temperatura cresceu ou decresceu um pouco a cada dia.

Figura 3: Temperatura média de Porto Alegre em 2010. (do site “weather.com”)

Médias e registros mensais

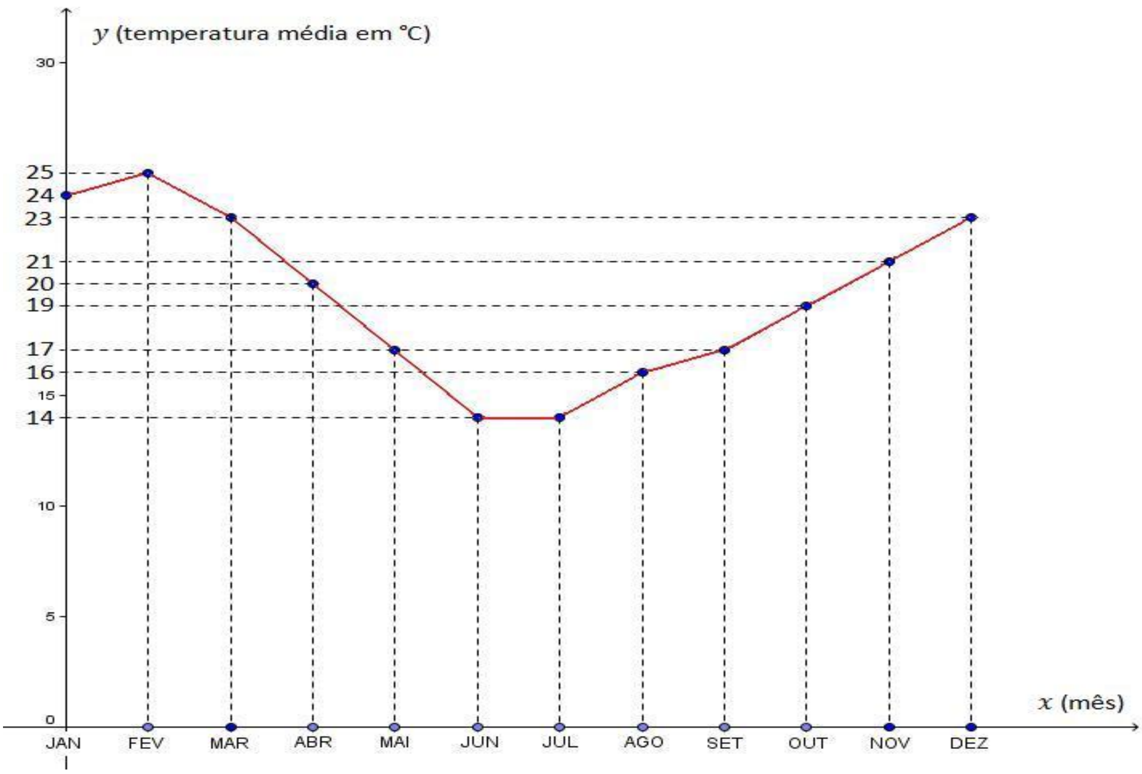
Porto Alegre, Brasil

Clique em um mês para obter mais detalhes. Os detalhes dos dias, para o mês selecionado, aparecem abaixo.

	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
Máximas	30°C	30°C	28°C	25°C	22°C	19°C	19°C	20°C	22°C	24°C	27°C	29°C
Mínimas	20°C	21°C	19°C	16°C	13°C	11°C	11°C	11°C	13°C	15°C	17°C	19°C
Média	24°C	25°C	23°C	20°C	17°C	14°C	14°C	16°C	17°C	19°C	21°C	23°C
Precip.	99 mm	109 mm	104 mm	86 mm	94 mm	132 mm	122 mm	140 mm	140 mm	114 mm	104 mm	102 mm

Gráfico: Não necessitando a construção de uma tabela (pois a própria pesquisa já forneceu), construiremos o gráfico que modela o problema. Marcamos a temperatura média em função do mês como um ponto. Entre dois pontos consecutivos, traçaremos um segmento de reta, de modo a definir uma função de primeiro grau, e assim obter uma função contínua (como explicado antes).

Figura 4: Gráfico da temperatura média de Porto Alegre em 2010



Observação: Uma média de 25 graus Celsius no mês de fevereiro significa que durante o mês de fevereiro ocorreram temperaturas abaixo de 25 e acima de 25 de tal modo que a média foi 25°C

Taxa de Variação: Contando o intervalo entre dois meses consecutivos como uma unidade em x, descobriremos as taxas de variação em vários intervalos. O método será o mesmo da aula 2, tomando os pontos extremos de cada intervalo. Por exemplo, para descobrir a variação entre Setembro e Outubro, utilizaríamos os pontos (set, 17) e (out, 19). Aqui definiremos como função crescente quando a taxa de variação é positiva e função decrescente quando ela é negativa, e será mostrado no gráfico.

Considerações Finais: Após essa criação de um modelo para o problema, avaliaremos as questões iniciais em grupo, vendo qual o mês mais quente e o mais frio, qual variação ao longo do ano inteiro e verificar a necessidade de várias taxas de variação distintas para modelar um único problema.

Extra: Se a atividade durar pouco tempo, serão levados dados semelhantes a estes de cidades com climas bem diferenciados de Porto Alegre, como uma cidade de clima frio da Europa e uma cidade de clima quente da África e suas médias serão colocadas no mesmo gráfico, comparando as três cidades. Neste trabalho extra não calcularemos todas as taxas de variação, apenas faremos o gráfico e discutiremos as relações e diferenças.

Encontro V

Na última aula, será aplicado o pós-teste que será idêntico ao primeiro, e os alunos terão os mesmos 50 minutos para responderem. Após o teste, será distribuído um questionário avaliativo sobre o projeto a ser respondido pelos alunos. Os testes e o questionário irão ajudar a avaliar o desempenho dos alunos, assim como as anotações e observações da participação e interesse dos alunos na aula.

Objetivos: Aplicação do Pós-teste. Aplicação do questionário avaliativo.

5. EXPERIMENTAÇÃO

Este capítulo tem por objetivo relatar a prática realizada. A experimentação foi realizada em uma escola estadual de ensino médio de Porto Alegre, com uma turma de terceiro ano durante a prática de Estagio em Matemática III (disciplina do curso de licenciatura da UFRGS) no turno inverso da turma. O projeto foi realizado junto com um colega do curso, Ricardo Michael, que auxiliou na coleta de dados das aulas, observando-as. A escolha de um terceiro ano foi para garantir que os alunos já soubessem o conteúdo de funções de primeiro grau, assim o pré-teste verificaria o que eles haviam aprendido e ainda lembravam, e o pós-teste verificaria o que eles aprenderem com as aulas. Todas as aulas foram realizadas na sala de aula habitual da turma, sem o uso de qualquer recurso computacional. Os alunos realizaram as atividades em seus cadernos. As atividades realizadas durante a experimentação, como as tabelas e gráficos, foram muito semelhantes àquelas previstas nos planejamentos. Por isso, não irei repetir as atividades e construções detalhadas neste capítulo.

Apresentação e Pré-teste

O primeiro encontro com a turma se deu uma semana antes das aulas começarem. Este encontro foi apenas para conversar sobre o trabalho que seria realizado e para entregar aos alunos o termo de consentimento de participação da pesquisa, que pedi que trouxessem até a aula da semana seguinte. Os alunos se empolgaram bastante com a ideia de participar de uma pesquisa, parecendo levar a ideia bem a sério.

Na semana seguinte, expliquei como seria o trabalho. Como a aula era nos dois primeiros períodos, os alunos tinham habito de chegar 10 ou 15 minutos atrasados. Para não prejudicar o pré-teste esperei um tempo até que boa parte da turma estivesse presente. Durante o pré-teste os alunos tentaram pedir respostas a mim ou então colar, o que, obviamente, foi vetado. Alguns alunos ainda comentaram que já tinha visto aquela matéria, mas que nunca tinham entendido, uns quiseram desistir em meio à prova, mas pedi que pelo menos tentassem ler e responder até o final. Ao final da aula propus a pesquisa sobre as conversões de moedas.

Conversão e Câmbio de Moedas

O mais complicado e ao mesmo tempo interessante de se trabalhar com modelagem é que é difícil saber que rumo a aula irá tomar. Os alunos deveriam pesquisar taxas de conversão de moedas, descobrindo quanto um real equivale em euros, quantos reais equivalem a um dólar americano, etc. Boa parte dos alunos realizou esta pesquisa, talvez por ser simples, ou talvez por estarem interessados na pesquisa universitária da qual estariam participando. Optei por deixar a aula no ritmo dos alunos, peguei os dados de um dos alunos e coloquei no quadro; era uma equivalência entre os reais e os euros. Fiz uma pergunta para instigar o trabalho dos alunos “quantos reais são equivalentes a 100 euros?”. Para minha surpresa a turma apresentou dificuldades; achei que fariam uma regra de três intuitiva, mas ficaram calados. Perguntei então quantos reais são equivalentes a 2 euros, rapidamente um dos alunos respondeu o dobro do valor que correspondia a um euro (que pertencia aos dados da pesquisa). Evidenciei que isso era a taxa de variação; enquanto o euro passou de 1 para 2, o seu valor equivalente em reais, aumentou de acordo com a taxa de variação da função. A partir disto, fiz uma tabela com as informações, incluindo 2, 3, 10, 20, 50, e por fim chegar a 100, que era a pergunta inicial.

Enquanto completávamos a tabela, eu tentava perceber se os outros alunos também entendiam o que estava acontecendo, já que a respostas costumavam vir sempre dos mesmos alunos. Depois de alguns exemplos, os alunos entenderam que bastava multiplicar a taxa de variação (nesse caso de conversão das moedas) pela quantidade de dinheiro, para obter a conversão. Pedi então que tentassem criar uma função para determinar o valor de reais em função do valor de euros. Este item que achei que demoraria mais, mas um dos alunos disse rapidamente a função. Perguntei se todos tinham entendido e fui confirmado por acenos de cabeça, então pedi que algum outro aluno explicasse porque aquela era a função certa. Por fim, construímos o gráfico, os pontos conhecidos que tínhamos da tabela (precisei apenas explicar para eles que o eixo horizontal era x e o eixo vertical era y, pois esta noção estava perdida na turma). Após a marcação dos pontos conhecidos, tracei a reta da função de primeiro grau.

Como ainda restava tempo, fizemos mais um exemplo, com dados de outro aluno, da conversão de reais em dólares. Este exemplo foi muito mais rápido, pois os alunos pareceram entender a ideia com o exemplo anterior. Um dos alunos começou a falar sobre comprar produtos em Rivera e relatou que fazia a conversão de preços dos produtos de lá, usando sempre algum “site de conversão” porque não sabia que era tão simples o seu cálculo. Nesta etapa da aula, a matemática começou a ser posta de lado e começamos a conversar sobre outros aspectos, como o fato de que algumas moedas valiam tão mais que as outras (um dos alunos citou que sua pesquisa mostrou que um real valia cerca de 50 yens japoneses). Sinceramente, não era um assunto que dominava, então segui conversando junto com os alunos. Conversamos ainda sobre os impostos dos produtos cobrados do exterior e alguém levantou a informação de que o Brasil possuía um dos maiores impostos do mundo, dizendo que viu sobre o assunto em um vídeo do site youtube.com onde um vlogger Felipe Neto falava sobre a importação de produtos dos Estados Unidos.

No fim, um aluno ainda perguntou como ficaria o gráfico do “contrário”; na hora não entendi, mas pedi que explicasse e percebi que ele perguntava da função inversa. Montamos então rapidamente o gráfico da função inversa (através da tabela e da função). Tentei mostrar a relação de simetria com a reta $y = x$, porém acho que não ficou muito claro. Achei interessante que o aluno perguntou sobre um conteúdo que nem havia planejado ensinar. Embora não estivesse no cronograma, tentei dedicar o resto da aula a isso. No fim, pedi que realizassem a pesquisa sobre planos telefônicos.

Planos Telefônicos

Nesta aula trabalhamos com planos telefônicos na relação preço em função do tempo falado, em geral, reais por minutos. Novamente tive uma boa resposta da turma em relação à pesquisa, vários alunos trouxeram dados para trabalhar em aula. Essa pesquisa livre por parte dos alunos acabou trazendo um problema para a aula, pois eles trouxeram apenas funções lineares, funções do tipo R$ 0,30/minuto ou R$ 0,50/minuto. Como o objetivo desta aula era comparar duas funções, verificamos para quais valores de x, correspondia um maior valor de y, através de cada uma das funções em questão. O problema é que em funções lineares onde somente a parte positiva de x importava, uma das funções irá majorar a outra.

Como primeiro exemplo, utilizei duas funções lineares, devido a semelhança da aula anterior, eles souberam resolver sem problemas, verificando que um dos planos telefônicos era mais econômico que o outro sempre. Um dos alunos até comentou que estava muito fácil. Embora tenha comentado em tom de deboche, honestamente fiquei feliz com o comentário, pois na aula anterior, eles não entendiam bem o conteúdo e agora estavam achando mais fácil. Para tentar deixar a aula mais interessante, coloquei os dados dos planos telefônicos que eu possuía nos meus planejamentos (visto no encontro III do capítulo anterior). Eles relutaram, dizendo que aquele problema era muito difícil, porém insisti que tentassem analisar quando cada um dos planos seria mais econômico.

Pedi que tentassem fazer sozinhos e depois nós compartilharíamos as informações. Depois de alguns minutos, comecei a andar entre as mesas e ver como estava o progresso, e a maioria estava com a tabela criada e analisando os dados. Alguns já tinham até descoberto aproximadamente qual valor em que uma era mais econômica e qual valor a outra era mais econômica, através de teste de valores. Trouxe o problema para o quadro e pedi que eles fossem me explicando o que tinham pensado e feito, montei a tabela com eles e pedi que me dissessem qual era a taxa de variação, como um das funções era poligonal, eles tiveram mais dificuldade em compreender e deduzi-la, e tive que auxiliá-los. Depois de montarmos o gráfico, expliquei que para acharmos o ponto onde elas são iguais deveríamos igualar as funções e descobrir o x. Este problema exigiu bem mais dos alunos e fiquei um pouco temeroso se todos compreenderam, mas boa parte da turma deu atenção e participou da resolução do exercício.

Um dos alunos inclusive trabalhava na TIM e auxiliou em diversos exemplos de planos. Apesar dele ter sido um aluno pouco participativo na primeira aula, pude ver que participou bastante da segunda aula e parecia ter encontrado um lugar para ele na matemática, inclusive se dispôs a completar a tabela no quadro. No fim da aula, a discussão se alongou comparando planos pré-pagos e pós-pagos e também analisando planos de internet no celular, confesso que terminei a aula querendo trocar meu plano de celular. Por último, solicitei a pesquisa da temperatura média de Porto Alegre ao longo do ano.

Temperatura Média de Porto Alegre

Infelizmente, para esta aula, os alunos disseram que não conseguiram obter as informações sobre as temperaturas médias de Porto Alegre ao longo do ano de 2010. Devido a isso, eu lhes forneci a pesquisa que eu tinha realizado. Neste dia, a atividade de modelagem deixou de ser do caso 2 (em que os alunos pesquisam as informações) e passou para o caso 1 (em que os alunos apenas trabalham com as informações que o professor traz).

Após colocar a tabela das temperaturas no quadro, pedi aos alunos que tentassem construir o seu gráfico. Alguns disseram que nada conseguiram e outros tentaram construir o gráfico a partir de apenas uma reta (possivelmente influenciados pelas aulas anteriores). Depois de um dizer que era impossível construir o gráfico e a turma começar a ficar insatisfeita com a atividade, relembrei o problema da aula anterior em que foram usadas duas retas e perguntei se eles conseguiriam construir o gráfico usando vários segmentos de retas. Apenas três alunos entenderam a ideia e conseguiram esboçar o gráfico. Trouxe então o problema para o quadro e, com o auxílio destes alunos, fui construindo o gráfico. Ao questionar sobre a taxa de variação daquele problema, eles rapidamente disseram que existiam várias. Um dos alunos, ao ver o gráfico pronto, comentou que eram os “gráficos de vendas das empresas”. Aproveitei o exemplo dele para ajudar a explicar que, assim como as vendas podem crescer ou decrescer de um mês para o outro, a temperatura também, então em cada intervalo ela possuiria uma taxa de variação diferente.

Ainda trabalhando com o gráfico questionei sobre os pontos de máximo e de mínimo e a maioria respondeu corretamente. Para terminar o exemplo, iniciei uma discussão sobre taxas de variação negativas e positivas, mostrando que a taxa de variação está ligada ao crescimento e decrescimento da função. Com o auxílio do gráfico, a questão foi respondida.

Depois de abordarmos este exemplo, coloquei mais dois exemplos no quadro, um da cidade de Cairo (coloquei em forma de tabela) e outro da cidade de Londres (coloquei em forma de gráfico). Pedi então que comparassem as duas cidades. Pedi também análises de pontos de máximo e de mínimo nas duas e para verificarem se a taxa de variação era positiva ou negativa a partir das informações. Foi clara a diferença de dificuldade entre analisar o gráfico e a tabela; inclusive um dos alunos pediu para construirmos o gráfico (dispensando a tabela), mas insisti para que tentassem analisar daquela forma também.

Devido aos gráficos detalhados e tabelas com muitos dados, esta aula teve poucos exemplos. Nenhuma discussão fora da matemática surgiu, acredito que pela falta de tempo e porque o tema talvez não tenha chamado muita atenção dos alunos.

Pós-teste e Questionário Avaliativo

Na primeira parte desta aula, os alunos realizaram o pós-teste (novamente dei uma margem de tempo para os atrasados, para que todos começassem juntos). Um dos alunos chegou a perguntar se aquele era o mesmo teste, informei apenas que as questões eram semelhantes, mas poderiam estar diferentes (porém, não estavam). Na segunda parte da aula, pedi que os alunos preenchessem o questionário avaliativo. Dei uma ênfase que eles não precisariam colocar nome e que poderiam ser totalmente sinceros, e que respostas negativas não trariam nenhuma penalidade aos alunos. Vi que alguns responderam rapidamente, embora outros tenham dedicado um tempo maior às perguntas e às alternativas.

A princípio esta seria a última aula com a turma, mas poucos dias depois descobri que, por questões de carga horária, ficaríamos uma semana a mais com esta turma.

Orkut e Facebook

Esta última aula não estava nos planejamentos, que a princípio terminaria com os pós-teste e o questionário de avaliação, porém fiquei uma semana a mais com a turma. Como os conceitos e problemas que eu queria experimentar já tinha sido realizados nas aulas anteriores e o pós-teste já havia sido respondido, decidi realizar um trabalho para eles entregarem (já que todas as anotações dos alunos e suas pesquisas ficaram em seus cadernos).

Os alunos iriam responder a um pequeno trabalho individualmente, podendo consultar seu material de aula. Pouco tempo atrás eu havia visto um gráfico de funções poligonais relacionando às redes sociais do Facebook e do Orkut (que na época, eram concorrentes equivalentes). Criei então algumas questões sobre este gráfico, este trabalho misturou as funções poligonais e as comparações entre duas funções. A diferença de interesse deles entre o tema das temperaturas médias e o das redes sociais foi clara, logo após entregar a folha com o trabalho, eles já tinham começado a discutir qual era melhor e as vantagens de cada um. Tentei evitar discussões excessivas para que não prejudicassem o andamento do trabalho. Uma cópia deste trabalho encontra-se em anexo. Mas em outra oportunidade de trabalhar com estes conteúdos, penso que seria interessante incluir, desde o planejamento, um encontro para explorar modelagem matemática relacionada com temas bem atualizados, tais como redes sociais.

6. CONCLUSÕES

Neste capítulo analisarei todas as informações obtidas ao longo da pesquisa e verificar os resultados. Em suma, três critérios serão avaliados: Os testes, o questionário avaliativo e as observações em aula. Este capítulo também tem por objetivo responder à questão norteadora do trabalho e verificar se os objetivos pré-definidos foram alcançados.

Análise dos Testes

Os alunos serão identificados apenas por letras (referentes ao nome e ao sobrenome). A tabela 6.1 apresentará cada questão e sua nota do pré-teste. As questões marcadas com um X representam um acerto. Devido ao pré-teste já ter sido analisado no capítulo 2, no intuito de ajudar nos planejamentos de aula, esta análise terá como objetivo verificar a diferença dos resultados do pré-teste para o pós-teste. A tabela 6.2 mostra o total de acertos em cada questão do pré-teste; a linha “absoluto” indica o número total de acertos que essa questão teve, considerando 21 o número máximo (devido ao total de 21 testes). A linha “porcentagem” indica basicamente de todos os testes, quantos por cento teve um acerto nesta questão. As informações em porcentagem irão ajudar posteriormente já que apenas 19 alunos responderam o pós-teste.

A média aritmética do pré-teste foi 3,57 e a média aritmética do pós-teste foi de 7,05, portanto, a média do pós-teste foi quase o dobro da média do pré-teste.

Tabela 6.1: Resultado do Pré-Teste (um “x” significa acerto naquela questão)

Aluno	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Total
A.J.		x			x						2
A.R.		x		x		x	x	x		x	6
B.R.		x		x		x	x	x		x	6
C.B.		x					x		x		3
C.E.		x		x			x			x	4
C.G.		x							x		2
D.D.		x					x		x		3
D.M.		x				x					2
E.G.		x			x				x		3
F.A.		x							x		2
I.S.		x				x			x	x	4
J.C.		x							x		2
J.J.		x					x	x	x		4
L.G.	x	x	x	x			x	x			6
P.B.		x		x		x	x	x		x	6
P.J.	x	x	x	x				x		x	6
P.S.	x	x							x	x	4
S.B.	x	x									2
S.S.		x		x			x		x	x	5
T.S.		x		x	x				x		4
V.R.	x	x	x					x		x	5

Tabela 6.2: Total de Acertos de Cada Questão (máximo 21)

	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10
Absoluto	5	21	3	8	3	5	9	7	11	9
Porcentagem	23,8	100	14,3	38,1	14,3	23,8	42,9	33,3	52,4	42,9

Tabela 6.3: Resultado do Pós-Teste (um “x” significa acerto naquela questão)

Aluno	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Total
A.J.	x	x			x		x		x		5
A.R.	x	x		x	x	x	x	x	x	x	9
B.R.	x	x	x	x		x	x	x	x	x	9
C.B.	x	x	x	x	x		x	x	x	x	9
C.E.	x	x		x			x	x	x	x	7
C.G.	x	x		x			x		x		5
D.D.	x	x					x		x	x	5
D.M.											FF
E.G.	x	x			x		x	x	x		6
F.A.		x		x	x				x	x	5
I.S.		x		x			x	x	x	x	6
J.C.		x	x	x	x		x	x	x	x	8
J.J.	x	x		x			x	x	x	x	7
L.G.	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	10
P.B.	x	x		x		x	x	x	x	x	8
P.J.		x		x	x		x		x	x	6
P.S.		x		x	x		x	x	x	x	7
S.B.											FF
S.S.	x	x		x			x	x	x	x	7
T.S.		x	x	x	x	x		x			6
V.R.	x	x		x	x	x	x	x	x	x	9

Tabela 6.4: Total de Acertos de Cada Questão (máximo 19)

	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10
Absoluto	13	19	5	16	11	6	17	14	18	15
Porcentagem	68,4	100	26,3	84,2	57,9	31,6	89,5	73,7	94,7	78,9

A tabela 6.5 tem por objetivo analisar a diferença entre os resultados do pós-teste e do pré-teste. Os valores da tabela indicam a porcentagem das provas que tinham aquela questão marcada corretamente.

Tabela 6.5: Comparação de Acertos entre os Testes em Porcentagem

	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10
Pré-teste	23,8	100	14,3	38,1	14,3	23,8	42,9	33,3	52,4	42,9
Pós-teste	68,4	100	26,3	84,2	57,9	31,6	89,5	73,7	94,7	78,9

O primeiro ponto positivo a se avaliar, ao comparar os resultados do pré-teste e do pós-teste, é que nenhuma das questões teve uma porcentagem de acertos menor no pós-teste. O único resultado que se manteve igual é o da questão 2, que em ambos os testes teve 100% de acertos. A tabela 6.6 mostra a porcentagem a mais de acertos o pós-teste teve em relação ao pré-teste. As questões que mostraram maior crescimento foram 1, 4, 5, 7, 8 e 9 com um aumento de mais de 40% de acertos em relação ao pré-teste. A questão 10 também mostrou bons resultados, com aumento de 36% e as questões 3 e 6 um aumento relativamente pequeno, respectivamente 12% e 7,8%.

As questões 3 e 6 (com menores oscilações entre o pré-teste e o pós-teste) eram ambas mais teóricas. As questões 1, 4, 5, 7, 8 e 9 (com melhores resultados) eram questões de aspectos variados, algumas teóricas, como a 1 e a 5. Algumas com maior ênfase no cálculo, como a 4 e a 8, e algumas com ênfase nas aplicações, como a 7 e a 9.

Lembrando que a questão 2 teve 100% de acertos em ambos os testes, podemos ver que as três questões, cujo aspecto principal eram as aplicações, tiveram um bom resultado (a saber, as questões 2, 7 e 9). Creio que a ênfase das aulas com problemas reais tenha feito este resultado aparecer, com ótimos resultados em questões de aplicações. As questões teóricas representavam 5 questões do teste, das quais 2 tiveram bons resultados, 1 teve um resultado razoável, e 2 tiveram resultados baixos. Por fim, as duas questões de cálculo, tiveram resultados também positivos. Creio que para auxiliar no aspecto teórico, os planejamentos poderiam ser revisados, aprimorando essa parte, colocando definições ou exercícios sem aplicações.

Tabela 6.6: Diferença entre o Pós-teste e o Pré-teste

	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10
Diferença	44,6	0	12	46,1	43,6	7,8	46,6	40,4	42,3	36

Análise do Questionário de Avaliação do Professor

O intuito deste questionário foi avaliar o que os alunos acharam das aulas, da prática em si e da minha forma de dar aula. Para avaliar os resultados, apresentarei o questionário com o número de alunos que marcaram em cada alternativa. Relembrando, a resposta C indica que o aluno concorda com a afirmação; a resposta I, indica que ele é indiferente ou indeciso quanto a afirmação; a resposta D, indica que o aluno discorda da afirmação. Como 19 alunos responderam o questionário, a soma nos número em C, I e D deverá sempre ser 19.

Como citado no capítulo 4, onde falei sobre este questionário, ele possui algumas questões que marcariam o professor como um bom professor, segundo o estudo estatístico de Silveira (1999). Estas questões são: 1, 2, 7, 9, 10, 15, 17, 21 e 25. Dentre estas, as questões 1, 2, 7, 10, 17 e 25, em minha opinião, tiveram bons resultados. A questão 9, teve um resultado neutro, com a maioria dos alunos marcando como indiferente, em relação à minha preocupação com eles estarem aprendendo. Por fim, a questão 24, que pergunta se o professor poderia ser indicado como um bom professor teve um resultado positivo, concordando com as questões anteriores.

Algumas dessas questões, eu coloquei pensando na parte de aplicações e modelagem do projeto e estava querendo avaliar o interesse dos alunos com o projeto. Estas questões seriam: 4, 11, 12, 21, 23, 25 e 26. As questões 11, 12, 25 e 26 tiveram bons resultados. As questões 21 e 23 tiveram resultados medianos, com cerca de metade de aprovação por parte dos alunos. A questão 4 obteve resultados pouco expressivos, já que a maioria marcou como indiferente ou indeciso. Considerei, pelos resultados, que a ênfase nas aplicações e nos problemas de modelagem mostraram resultados positivos quanto ao interesse dos alunos nas aulas. A questão 13, relacionada com a parte teórica da matéria, naturalmente não teve um resultado satisfatório, mostrando tanto no questionário, como nos resultados dos testes, bem como nos planejamentos de aula, onde o teórico foi menos abordado que o prático.

Tabela 6.7: Desempenho do Professor no Questionário de Avaliação

Questão	O professor dessa disciplina:	C	I	D
1	Parece dominar a matéria.	16	3	
2	Dá explicações claras.	14	4	1
3	Estimula o interesse pela matéria.	11	6	2
4	Destaca aspectos importantes da matéria.	8	9	2
5	Exige bastante raciocínio do aluno.	10	5	4
6	Procura facilitar a compreensão do aluno.	13	5	1
7	Mostra-se seguro ao responder perguntas dos alunos.	15	3	1
8	Elabora testes coerentes com o que é dado em aula.	13	4	2
9	Parece se preocupar se o aluno está aprendendo.	8	9	2
10	Tem bastante didática.	14	5	
11	Estimula soluções criativas para os problemas propostos.	12	5	2
12	Apresenta a Matemática como uma ciência viva e presente.	14	5	
13	Dá bastante atenção à parte teórica da matéria.	7	10	2
14	Usa critérios de avaliação claros para os alunos.	13	6	
15	Mantém o aluno atento durante as aulas.	10	6	3
16	Comparece em todas as aulas.	19		
17	Parece planejar as aulas.	13	6	
18	Leciona suas aulas com entusiasmo.	10	6	3
19	Respeita os horários de aula.	18	1	
20	Parece gostar de dar aulas.	9	8	2
21	Propõe problemas interessantes.	11	7	1
22	Apresenta a matéria de forma organizada.	11	8	
23	Suas aulas são, de um modo geral, interessantes.	11	6	2
24	Poderia ser recomendado como bom professor.	13	6	
25	Aceita o ponto de vista do aluno	14	4	1
26	Estimula a participação do aluno em aula.	15	3	1

Nas questões da parte intitulada “Itens Adicionais”, vemos que a maioria dos alunos considerou-se um bom aluno ao longo do projeto (questão 27) e se esforçou (questão 29). Satisfatoriamente, vi que a maioria achou o questionário válido (questão 31) e respondeu ao questionário com atenção (questão 34). Considerando ainda que a maioria não gosta ou é indiferente à matemática (questão 33), e mesmo assim tenha considerado que aprendeu com as aulas (questão 32), considero os resultados do projeto bastante positivos.

Tabela 6.8: Desempenho dos Alunos no Questionário de Avaliação

Questão	Itens Adicionais	C	I	D
27	Considero que eu fui um bom aluno nas aulas.	12	5	2
28	Acredito que as aulas serão importantes para a minha carreira.	7	7	5
29	Dediquei bastante esforço ao estudo da disciplina.	9	6	4
30	Vim na maior parte das aulas.	14	3	2
31	Acho este tipo de questionário válido.	15	2	2
32	Tenho a impressão de que aprendi bastante nestas aulas.	11	5	3
33	Gosto de Matemática.	2	8	9
34	Respondi ao questionário com atenção.	17	1	1

Naturalmente, pode ser que os alunos não tenha sido sinceros, apesar de que eu enfatizei bastante que gostaria que respondesse com sinceridade, que o questionário seria a última tarefa realizada e não iria interferir nas notas e que não precisavam colocar o nome. Creio que estes motivos dão alguma garantia a sinceridade do questionário.

Observações em Aula

As aulas foram descritas no capítulo anterior; aqui levantarei apenas algumas questões que achei importante. O que mais me chamou atenção nas aulas, e que eu não esperava, foram as discussões sobre cada tema, ainda mais quando as discussões iam além da matemática, como quando os alunos começaram a discutir sobre a conversão de moedas, depois começamos a falar de impostos e taxas de importação e produtos importados que custam muito caro, etc. Não parecia que aquela discussão havia se iniciado com um problema de Matemática. A discussão dos planos de telefone também foi interessante, com comparações entre operadoras, planos com internet, etc. Embora estas discussões tenham fugido da parte de ensino e aprendizagem de funções de primeiro grau, considero que foram de grande importância para a aula, ambientando mais o aluno com a matéria.

Claro que nem todos os alunos participavam das discussões, alguns optavam apenas por participar dos problemas e não considerei isso negativo para o aluno; inclusive um dos alunos que pouco falava ou participava das aulas tirou a melhor nota no pós-teste. Creio que o projeto tenha sido de interesse de pelo menos metade da turma, haja visto a participação e dedicação em realizar as pesquisas.

Considerações Finais

Por fim, tentarei responder à questão norteadora da pesquisa e comentar sobre os objetivos traçados no início do projeto, com base nos três fatores de avaliação: Avaliação sobre o aprendizado do conteúdo em si (através dos testes); avaliação da minha atuação como professor, da participação dos alunos e do projeto (através do questionário); e complementações através das observações de aula.

Os objetivos da pesquisa foram os seguintes:

1) Desenvolver um plano de ensino de funções de primeiro grau a partir de taxas de variação e aplicações matemáticas.
2) Avaliar os resultados obtidos a partir desse ensino através de questionários, observações de aula e a aplicação de um pré-teste e pós-teste.

Quanto ao primeiro objetivo, considero que tenha sido bem concluído, ainda na etapa inicial da pesquisa. Estes planejamentos não tinham intuito de serem melhores que aqueles utilizados por livros didáticos, e nem querer mostrar algum tipo de vantagem da modelagem em relação a aulas mais teóricas. Este é um plano de aula alternativo, que enfatiza a Matemática construída a partir de problemas com dados reais.

O segundo objetivo referia-se a avaliar este plano de ensino e verificar sua eficácia. Através dos métodos e da análise feitas neste capítulo, considero que os planos de aula foram satisfatórios. Os alunos obtiveram bons resultados nas avaliações de conhecimento sobre o assunto (quase duplicando a nota da turma) e, segundo os próprios alunos, o projeto pareceu despertar interesse e as aulas foram satisfatórias. Depois de apresentar o plano alternativo de ensino de funções, verifico que ele pode levar a resultados positivos, então pode ser considerado uma alternativa válida.

A análise destes dois objetivos responde a questão norteadora, citada no início da pesquisa: “O ensino de funções de primeiro grau a partir de taxas de variação em aplicações específicas gera compreensão e interesse do aluno no conteúdo?”

Trabalhar com modelagem pra mim foi muito interessante e satisfatório, embora seja trabalhoso criar problemas com informações reais, conseguir introduzir os conteúdos matemáticos a partir de pesquisas com dados verdadeiros e conseguir a participação dos alunos. A meu ver, o projeto teve resultados positivos e o trabalho com a modelagem foi motivador, tanto para os alunos, quanto para o professor.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARBOSA, jonei Cerqueira. **Uma perspectiva de Modelagem Matemática**. In: Conferência Nacional Sobre Modelagem e Educação Matemática. Piracicaba, *Anais*. 2003.

CAMARGO, Gabriel Dummer; BAMPI, Lisete. **A Maratona dos Poliedros:** O professor *cansado* e a *diferença* do *igual*. In: Iniciação à Docência em Matemática: Experiências e outros escritos. São Leopoldo: Oikos. P. 19-34. 2011.

CAMARGO, Gabriel Dummer; KETTERMAN, Fernanda Michele. **Poliedros**. In: Iniciação à Docência em Matemática: Experiências e outros escritos. São Leopoldo: Oikos. P. 61-76. 2011.

CONNALLY, Erik A. et al. **Funções para Modelar Variações:** Uma preparação para o cálculo. 3ª Edição. Rio de Janeiro, LTC, 2009.

DOERING, Claus; NÁCUL, Liana; DOERING, Luisa (org). **Pré-Cálculo.** 2ª Edição. Porto Alegre, Editora UFRGS, 2009.

SILVEIRA, F; MOREIRA, M.A; AXT, R. **Estrutura interna de testes de conhecimento em Física**: um exemplo em Mecânica. Enseñanza de lãs Ciências, n° 10 (2), 187-194, 1992.

SILVEIRA, F; MOREIRA, M.A; AXT, R. **Validação de um teste para detectar se o aluno possui a concepção newtoniana sobre força e movimento**. Ciência e Cultura, n° 38, 1986.

SILVEIRA, F; MOREIRA, M.A. **Estudo da validade de um questionário de avaliação do desempenho do professor de física geral pelo aluno**. Pesquisa em Educação em Ciência. Nº 1, 1999.

SKOVSMOSE, Olé. **Cenários para Investigação**. Bolema – Boletim de Educação Matemática, n° 14, p. 66-91, 2000.

http://br.weather.com <acessado em 03/10/2011>

8. ANEXOS

ANEXO 1

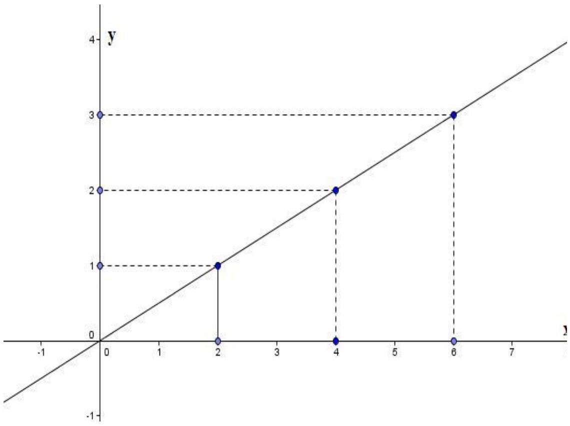
8.1. PRÉ-TESTE E PÓS-TESTE

Pré-Teste e pós-teste

Nome: ________________________________

Teste individual e sem consulta. Este teste não tem por objetivo avaliar e dar conceitos aos alunos, mas sim verificar seu conhecimento prévio.

Questão 1) Considere o gráfico abaixo e avalie as 4 afirmações como verdadeiras ou falsas e marque a alternativa correta na ordem em que são apresentadas I, II, III, IV.



I) O ponto $(1,2)$ pertence ao gráfico?

II) O gráfico pode ser representado pela função $y = 2x$

III) Para este gráfico temos que $f(2) = 1$

IV) A tabela abaixo representa a mesma função que o gráfico:

x	2	4	6	8
y	1	2	3	4

Marque a alternativa correta:

A) VFVV
B) VVFF
C) FFVV
D) FVVV
E) FFVF

Questão 2) Analise a tabela a seguir, que se refere à venda (em milhões de unidades vendidas) de aparelhos VHS (para ver vídeo cassetes) e aparelhos de DVD ao longo dos anos:

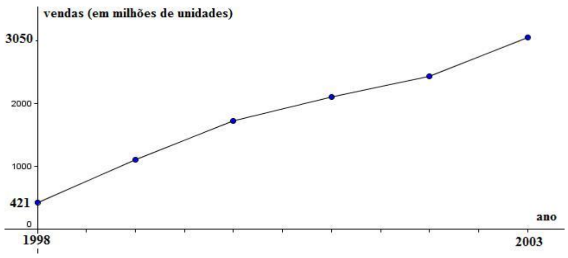
Ano	1998	1999	2000	2001	2002	2003
Venda de VHS	2409	2373	1869	1058	826	407
Venda de DVD	421	1099	1717	2097	2427	3050

Avalie as seguintes afirmações:

I) A venda de VHS é crescente ao longo dos anos

II) A venda de DVD é crescente ao longo dos anos

III) Um gráfico que poderia representar aproximadamente as vendas de DVD seria:



Marque o item em que apresenta todas as afirmações verdadeiras:

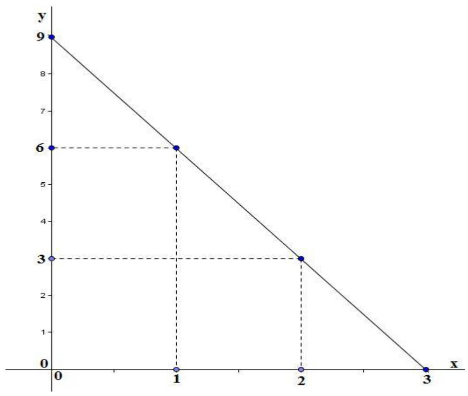
A) I e II
B) I e III
C) II e III
D) Apenas I
E) Apenas III

Questão 3) Identifique a taxa de variação de cada um dos três itens abaixo e marque a alternativa que representa a taxa de variação de cada um dos três itens na ordem I, II, III.

I)

x	y
0	2000
1	2150
2	2300
3	2450

II)



III) $y = 2 + 3x$

Alternativas:

A) 150, 3, 3

B) 150, –3, 3

C) 3, 3, 2

D) 450, 9, 3

E) 150, –3, 2

Este enunciado refere-se às questões 4, 5 e 6:

Uma pessoa está fazendo o download de um filme de tamanho de 900 mb a uma velocidade constante de 0,2 mb/s.

Questão 4) Qual o tempo τ em que o download estará completo? (em quantos segundos o download será concluído?)

A) 4500 segundos

B) 180 segundos

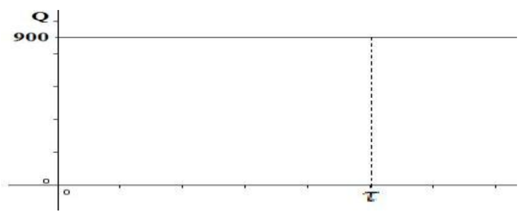
C) 900 segundos

D) 1800 segundos

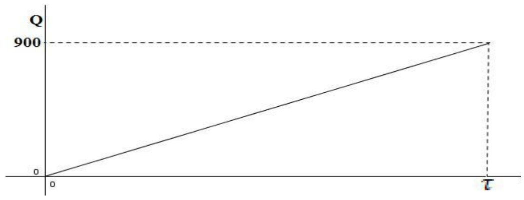
E) 450 segundos

Questão 5) Qual é o gráfico que melhor descreve o número Q de mb's que restam para serem baixados em função do tempo t de download?

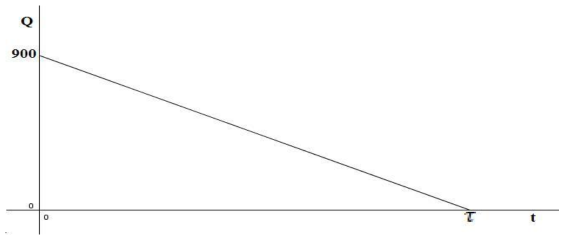
A)



B)



C)



D) Todos os gráficos representam corretamente o problema.

E) Nenhuma alternativa acima está correta.

Questão 6) Qual a função para o gráfico $Q = f(t)$ da questão 5, ou seja, qual a função que descreve o problema do item anterior (número de mb's que restam pelo tempo de download)

A) $Q = 900 + 0{,}2t$

B) $Q = -0{,}2t + 900$

C) $Q = 900$

D) $Q = 900t - 0{,}2t$

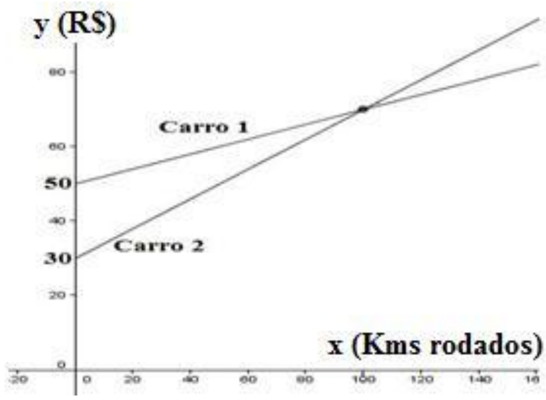
E) $Q = 900t - 0{,}2$

O enunciado a seguir refere-se às questões 7 e 8:

Considere uma empresa de locação de carros com os seguintes preços. O carro 1 tem por aluguel 50 reais por dia e um preço adicional de R$ 0,2 por quilômetro rodado. O carro 2 tem um preço de 30 reais por dia e um adicional de R$ 0,4 reais por quilômetro rodado.

Questão 7) Qual das seguintes alternativas NÃO descreve o problema?

A)



B)

Opções	Diária	Adicional
Carro 1	R$ 50,00	0,2 por km
Carro 2	R$ 30,00	0,4 por km

C) O carro 1 tem como função y=50+0,2x e o carro 2 como função y=30+0,4x. Sendo x o número de quilômetros rodados e y o preço a pagar.

D) Alugar o Carro 1 é sempre mais caro que alugar o carro 2.

E) Para quem anda pouco, alugar o carro 2 é mais barato.

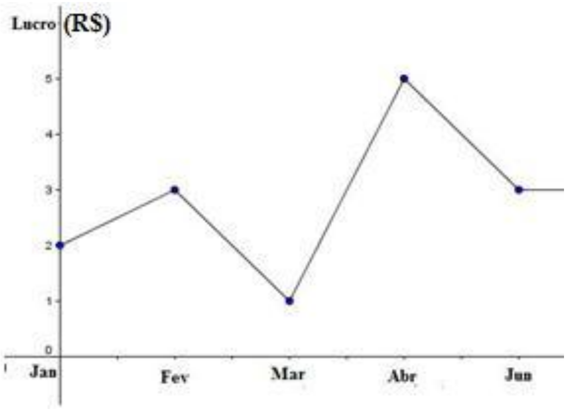
Questão 8) Com quantos quilômetros rodados o preço do aluguel dos dois carros será igual?

A) 70
B) 100
C) 50
D) 110
E) Jamais, o preço do carro 1 será sempre maior.

O Enunciado seguinte refere-se as questões 9 e 10:

Uma empresa de vendas tem seus lucros avaliados a partir de um gráfico poligonal, observando o lucro (em milhões de reais) ao longos dos meses.

Questão 9) Observe o gráfico do lucro ao longos dos meses:



Analise as afirmações como Falsas ou Verdadeiras:

I) Os lucros diminuíram de janeiro para fevereiro, mas aumentaram de fevereiro para março.
II) O lucro mais freqüente ao longo do semestre é de 3 milhões.
III) Abril foi o mês de maior lucro e janeiro o de menor lucro.
IV) De janeiro a abril, os lucros apenas cresceram.
V) Março e janeiro tiveram os piores lucros.

Marque a alternativa que contém todas as afirmações verdadeiras:

A) I, II, V
B) II, III, V
C) III, IV, V
D) II, V
E) II, IV, V

Questão 10) Marque a única alternativa correta:

A) A função que descreve esse gráfico é y= 2+3x.
B) Este gráfico é uma representação de várias funções lineares em intervalos justapostos.
C) Já que o lucro começo em 2 milhões (em janeiro) e terminou em 3 milhões (em julho), podemos afirmar que ele foi sempre crescente.
D) Todas as alternativas acima estão corretas.
E) Nenhuma alternativa acima está correta.

ANEXO 2

8.2. QUESTIONÁRIO DE AVALIAÇÃO

Questionário de avaliação do professor e da prática
(Leia, com atenção, antes de responder ao questionário)

O objetivo deste questionário é o de colher a opinião do aluno sobre o desempenho do professor. Com isso, o professor terá elementos adicionais para analisar, criticamente, seu desempenho, procurar corrigir eventuais falhas e melhorar o ensino.

Não assine o questionário. Expresse sua opinião livremente. Em hipótese alguma, os resultados do questionário terão influência na sua nota; portanto não se preocupe em ajudar o professor.

Nas folhas que seguem, você encontrará várias afirmativas que, de um modo geral, refletem possíveis características ou comportamentos de um professor. Ao lado de cada uma, existe uma escala na qual você deverá assinalar com um X a alternativa que melhor expressa sua opinião sobre ela. O código é o seguinte:

C: Concordo
I: Estou Indeciso ou Não tenho opinião
D: Discordo

Se tiver algum comentário adicional, utilize o espaço indicado abaixo.

Questão	**O professor dessa disciplina:**	**C**	**I**	**D**
1	Parece dominar a matéria.			
2	Dá explicações claras.			
3	Estimula o interesse pela matéria.			
4	Destaca aspectos importantes da matéria.			
5	Exige bastante raciocínio do aluno.			
6	Procura facilitar a compreensão do aluno.			
7	Mostra-se seguro ao responder perguntas dos alunos.			
8	Elabora testes coerentes com o que é dado em aula.			
9	Parece se preocupar se o aluno está aprendendo.			
10	Tem bastante didática.			
11	Estimula soluções criativas para os problemas propostos.			
12	Apresenta a Matemática como uma ciência viva e presente.			
13	Dá bastante atenção à parte teórica da matéria.			
14	Usa critérios de avaliação claros para os alunos.			
15	Mantém o aluno atento durante as aulas.			
16	Comparece em todas as aulas.			
17	Parece planejar as aulas.			
18	Leciona suas aulas com entusiasmo.			
19	Respeita os horários de aula.			
20	Parece gostar de dar aulas.			
21	Propõe problemas interessantes.			
22	Apresenta a matéria de forma organizada.			
23	Suas aulas são, de um modo geral, interessantes.			
24	Poderia ser recomendado como bom professor.			
25	Aceita o ponto de vista do aluno			
26	Estimula a participação do aluno em aula.			

Questão	**Itens Adicionais**	**C**	**I**	**D**
27	Considero que eu fui um bom aluno nas aulas.			
28	Acredito que as aulas serão importantes para a minha carreira.			
29	Dediquei bastante esforço ao estudo da disciplina.			
30	Vim na maior parte das aulas.			
31	Acho este tipo de questionário válido.			
32	Tenho a impressão de que aprendi bastante nestas aulas.			
33	Gosto de Matemática.			
34	Respondi ao questionário com atenção.			

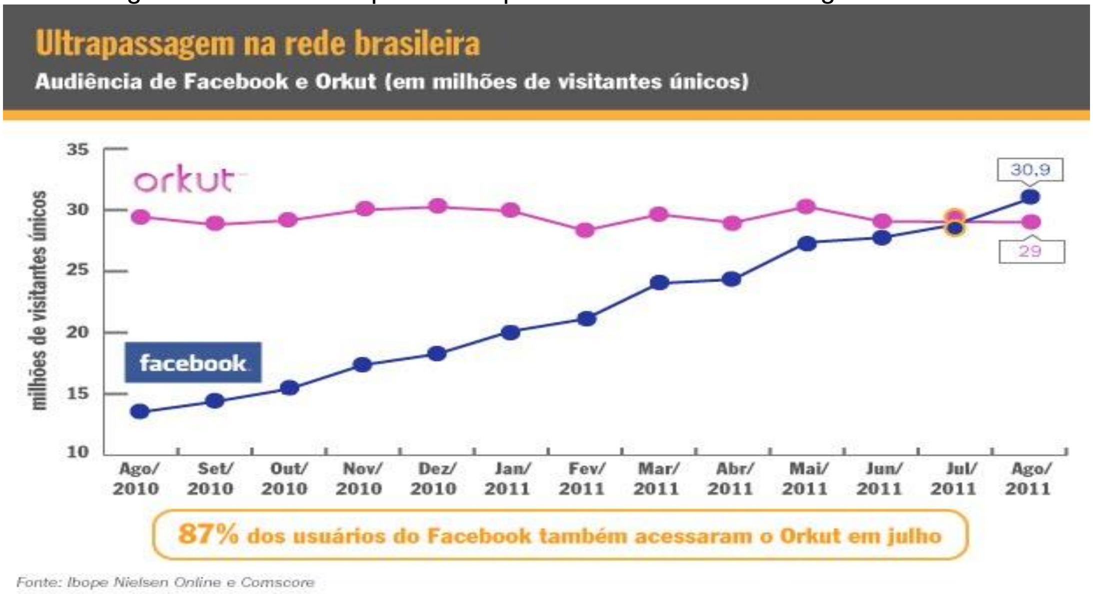
Comentários Adicionais:

ANEXO 3

8.3. TRABALHO SOBRE REDES SOCIAIS

Nome: ____ Data: ______

Analise o gráfico abaixo e responda as questões baseadas neste gráfico



1) Em que meses a taxa de visitantes únicos foi crescente e em que meses foi decrescente para cada uma das redes sociais?

2) Em que mês tivemos um mesmo número de visitantes em ambas redes sociais?

3) Qual das redes sociais teve um crescimento no número de visitantes e qual teve um decrescimento?

4) É possível identificar uma única taxa de variação para cada um dos gráficos? Justifique a resposta.

5) Se estas estatísticas se mantiverem semelhantes ao longo dos próximos meses, que previsão você daria para o número de visitantes de cada rede social?

6) Interprete com suas palavras o que esse gráfico mostra.

7) Se você for usuário de ambas as redes sociais, argumente possíveis motivos que justificam as informações neste gráfico.