

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
FACULDADE DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA**

Medo de interrupções: Um modelo de mudanças markovianas de regimes para a volatilidade condicional do risco Brasil entre 1994 e 2002.

Maurício Yoshinori Une

Orientador: Marcelo Savino Portugal

Porto Alegre, 30 de abril de 2003.

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
FACULDADE DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA**

Medo de interrupções: Um modelo de mudanças markovianas de regimes para a volatilidade condicional do risco Brasil entre 1994 e 2002.

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Economia da Faculdade de Ciências Econômicas da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Economia.

Maurício Yoshinori Une

Orientador: Marcelo Savino Portugal

Porto Alegre, 30 de abril de 2003.

AGRADECIMENTOS

Nenhuma empreitada está livre de tropeços, obstáculos e dificuldades. A superação de todos esses empecilhos só é possível com o apoio e a contribuição de instituições e sobretudo de pessoas. Sem respeitar nenhum ordenamento de importância ou preferência, a eles estendo os meus agradecimentos a seguir.

À CAPES pela concessão da bolsa de estudos e ao Programa de Pós-Graduação em Economia (PPGE) da UFRGS por financiar parte dos custos de viagem para Salvador, BA, onde se realizou em dezembro de 2001 o XXIX Encontro Nacional de Economia da ANPEC e o XXIII Encontro Nacional de Econometria da SBE. Sem a bolsa da CAPES, o meu mestrado seria inviabilizado e a ida aos dois encontros permitiu trocar e debater idéias fundamentais sobre os objetivos desta dissertação.

Aos professores e funcionários do PPGE. Em especial, aos professores: Marcelo Portugal (meu pobre orientador), Eduardo Pontual, Jorge Araújo, Roberto Camps, Paulo Waquil, Ronald Hillbrecht, Sabino Porto Jr. e Silvia Lopes; e ao pessoal da secretaria do PPGE: Iara Machado, Claudia Gomes, Raquel Klaudet e Lourdes. Os primeiros asseguraram um importante salto qualitativo em minha formação acadêmica e pessoal e os últimos encarregaram-se do impecável funcionamento deste curso. Todos eles, em maior ou menor grau, tiveram que presenciar meus devaneios, às vezes mirabolantes, às vezes nem tanto. Devem ter se compadecido e padecido muito com eles ao longo do período em que cumpri meus créditos em Porto Alegre. O meu orientador, coitado, achava que essa dissertação nem sairia ... a ele o meu obrigado pelos conselhos, pela confiança e pela lembrança em vários momentos importantes.

E a muitos e muitos outros que foram massivamente torpedeados com perguntas mas que incrivelmente me auxiliaram muito no desenvolvimento direto desta dissertação. Obtenção dos dados: Carla Castagnola (Invertia Argentina), Marcio Garcia, Pedro Valls Pereira e Banco JP Morgan-Chase. Desenvolvimento de argumentos teóricos: Jorge Ávila, Pierre Agénor, Joshua Aizenmann, Klaus Schmitt-Hebel, Monika Schnitzer e Peter Tillmann. Estimacão econométrica: Nuno Almeida, Márcio Laurini, James Hamilton, Rauli Susmel,

Mike Dueker e Ricardo Faria. Outros que também incomodei na parte da estimação foram: Philip Hans Franses, Maria Cristina Terra, João V. Issler, Ana Katarina Campelo, Ana Beatriz Galvão, Fabiana Rocha e Alexandre Porsse. Sem a troca dos diversos e-mails e de idéias, definitivamente, esta dissertação não se concluiria. A eles sou eternamente grato e que me desculpem por qualquer coisa.

Obviamente, a lista não se interrompe aí. Muitas e muitas outras pessoas também tiveram que me aturar estressado, paranóico e neurótico com o bendito tema da dissertação. Este é sem dúvida o caso da minha família (em especial meus pais, minhas irmãs, Filipe, meus tios Mario, Leiko e Yoshiko e a minha prima Lise) e de meus amigos de faculdade (Wennyssso, PH, Santoro e Procaci) e de viagens (Natalia e Daniela) que, por morarem longe, então só tiveram esta visão de mim neste período. Desculpem a negligência mas aceitem este pedido formal de desculpas e de profundo agradecimento pelo apoio e pela compreensão.

Contudo, outros, além de terem presenciado este meu lado, tiveram a compensação de poder gozar da minha inestimável e pretensiosíssima companhia! Ahahahahahahah ... e dos meus risos que não foram poucos! Este foi o caso dos meus colegas e amigos na pós-graduação. Os diretos – Alexandre Paz, André Carraro, Ângelo, Athos, Chris, Bonamigo, Dan, Delmar, Eduardo, Elton, Fabiano e Alessandra, Fernando, Filipe, Flavio Tosi, Isabella, Izete, “Liberau”, Marcio, “Marcio Doidinho”, Mary Larry, Marcelo, Melody, Merlin, Milton, Mineiro, Mocelin Colorado, Patrícia Eller, Patrícia Rocha, Paulo Chananeco, Paulo Jacinto, Porsse, Renildo, Rafael, Ricardo Tominaga, Rogério, Rodrigo Kremer, Ronynelso, Shikida, Vivica, Sidnelso e Soraia. Agradeço ainda à paciência do pessoal do projeto de *land taxation* (Cláudia, Sheila e Alexandre), do gás (Lindau, Senna, Flavia, Maristela e Gláucia) e a amizade do pessoal da Fecomércio-RS (Ricardo, Salete, Rose, Alexandre e Fernando). Logicamente, também não posso deixar de agradecer profundamente ao I.P. pela sua importância tanto em minha vida quanto neste momento tão especial. Todos vocês foram de vital importância nos vários momentos em que uma só palavra de incentivo basta para tudo valer a pena.

A todos vocês o meu eterno obrigado.

RESUMO

Esta dissertação procura promover uma análise da mudança de regimes na volatilidade condicional do risco Brasil, após a implementação do Real, com ênfase nas mudanças markovianas de regimes. De acordo com a literatura de risco país, na presença de equilíbrios múltiplos e profecias auto-realizáveis, a deterioração dos fundamentos percebidos de um país é condição necessária para a determinação de um equilíbrio macroeconômico ruim de uma pequena economia aberta e em desenvolvimento (PEAD), com reversão de capitais, alto serviço da dívida pública, perspectivas sombrias de crescimento e uma avaliação do crédito como ruim (Razin & Sadka, 2001). Ainda que tal condição seja necessária, ela não parece ser suficiente para explicar por que, em alguns momentos, apesar de um nível alto de risco país, o equilíbrio tido como ruim não se materializa. Neste sentido, através da adaptação de um jogo típico de modelos de crises cambiais de segunda geração, esta dissertação lança a hipótese de que uma das razões pelas quais uma PEAD sofra tais crises de liquidez seja a deterioração da média dos fundamentos percebidos ao lado do aumento do medo dos investidores de que haja interrupções no fluxo de capitais. A metodologia utilizada é a dos modelos GARCH não-lineares com componentes observáveis e não observáveis markovianos, aplicados à série diária do risco país do Brasil entre maio de 1994 a setembro de 2002. Os resultados empíricos sugerem que, de fato, durante os episódios de crise de liquidez do Brasil, o risco país sobe e a volatilidade muda para um regime mais alto. Em contrapartida, nos períodos com regimes baixos de volatilidade, independentemente do nível do risco país, nenhuma crise severa e repentina atinge o país. Além disso, ainda que não desprovida de limitações, a análise da volatilidade condicional do risco país pode servir como um instrumento prático de monitoramento da duração de crises de liquidez para uma PEAD altamente dependente do influxo de capitais externos como o Brasil.

ABSTRACT

This thesis aims to promote an analysis on the regime switches of the Brazilian country risk conditional volatility, after the Brazilian Real implementation, focusing the Markov switching regimes. According to the country risk literature, in the presence of multiple equilibria and self-fulfilling prophecies, the deterioration of the perceived country fundamentals is a necessary condition for the determination of a bad macroeconomic equilibrium of a developing small open economy (DSOE), causing capital reversals, high public debt service and a bad credit evaluation (Razin & Sadka, 2001). Even though such condition may be necessary, it does not suffice to explain why, in some circumstances, in spite of a high country risk level, the “bad” equilibrium does not materialize. Hence, by means of the adaptation of a game, typical of second generation currency crisis models, this thesis posits the hypothesis that one of the reasons why a DSOE may suffer such liquidity crisis is the deterioration of the perceived fundamentals together with the rise of investors’ fear of disruption in the capital flows. The methodology used is the non-linear GARCH models, with observed and non-observed (markovian) components, applied to the daily series of the Brazilian country risk from May 1994 through September 2002. The empirical results suggest that, as a matter of fact, during the liquidity crises episodes, the country risk rises and the conditional volatility switches to a higher regime. Instead, when the conditional volatility switches to a lower regime, independently of the country risk levels, no severe and sudden liquidity crises hit the country. Besides, although not free of limitations, the analysis of the country risk conditional volatility might work as a practical tool to assess the duration of liquidity crises in a DSOE highly dependent on foreign capital influxes like Brazil.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	10
Capítulo 1 RISCO PAÍS E O PAPEL DA INCERTEZA	13
1.1 Medidas, conseqüências e origens do risco país	14
1.2 Profecias auto-realizáveis e equilíbrios múltiplos	19
1.2.1 Modelo RS em comparação à duração dos choques (Agénor, 1997).....	20
1.3 O papel da incerteza na determinação de equilíbrios múltiplos	25
1.3.1 Modelo de equilíbrios múltiplos com incerteza	26
Capítulo 2 MUDANÇAS DE REGIMES NA VOLATILIDADE CONDICIONAL.....	37
2.1 Representação de modelos GARCH não-lineares.....	42
2.1.1 Modelos não-lineares de componentes observáveis.....	42
2.1.2 Modelos não-lineares de componentes não-observáveis: mudanças markovianas.....	45
2.2 Estimação e Testes de Diagnóstico	49
2.2.1 Estimação de modelos GARCH não-lineares com componentes observáveis:	51
2.2.2 Estimação de modelos GARCH não-lineares com componentes não- observáveis:	55
2.2.3 Testes de checagem de diagnóstico e seleção de modelo:.....	58
2.3 Previsão	60
Capítulo 3 ANÁLISE EMPÍRICA.....	64
3.1 Dados e fatos estilizados	64
3.2 Resultados empíricos da estimação dos modelos de volatilidade condicional.....	67
Conclusões Finais	87
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	92

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

TABELAS

Tabela 3-1	<i>Estatísticas descritivas resumidas EMBI Global Brazil Sovereign Spread</i>	65
Tabela 3-2	<i>Auto-correlações (auto-correlações parciais)</i>	66
Tabela 3-3	<i>Testes para efeitos (G)ARCH para EMBI Global Brazil Sovereign Spread</i>	67
Tabela 3-4	<i>Modelos GARCH e EGARCH para retornos do EMBI Global Brazil Sovereign Spread</i>	69
Tabela 3-5	<i>Modelos TGARCH e AGARCH para retornos do EMBI Global Brazil Sovereign Spread</i>	69
Tabela 3-6	<i>Testes de diagnóstico dos modelos GARCH e EGARCH estimados para o EMBI Brazil</i>	70
Tabela 3-7	<i>Testes de diagnóstico dos modelos TGARCH e AGARCH estimados para o EMBI Brazil</i>	70
Tabela 3-8	<i>Modelos MS-TGARCH e MS-GARCH para retornos do EMBI Brazil</i>	72
Tabela 3-9	<i>Comparação das previsões para dentro da amostra para diferentes modelos GARCH com componentes observáveis e não-observáveis para os retornos do EMBI Global Brazil Sovereign Spread</i>	81
Tabela 3-10	<i>Comparação das previsões para fora da amostra para diferentes modelos GARCH com componentes observáveis e não-observáveis para os retornos do EMBI Global Brazil Sovereign Spread</i>	82
Tabela 3-11	<i>Parâmetros estimados dos modelos GARCH e EGARCH para o EMBI Global Brazil Sovereign Spread</i>	84
Tabela 3-12	<i>Parâmetros estimados dos modelos TGARCH e AGARCH para o EMBI Global Brazil Sovereign Spread</i>	85
Tabela 3-13	<i>Parâmetros estimados dos modelos MS-GARCH e MS-TGARCH para o EMBI Global Brazil Sovereign Spread</i>	86

FIGURAS

- Figura 3-1: Observações diárias em nível (linha pontilhada) e em forma de retornos percentuais (linha contínua) do EMBI *Global Brazil Sovereign Spread*, desde 13 de maio de 1994 até 16 de agosto de 2002..... 65
- Figura 3-2: *Painel superior*: Retornos diários sobre o EMBI *Global Brazil Sovereign Spread* entre 13 de maio de 1994 e 16 de agosto de 2002, perfazendo 2156 observações. *Painel inferior*: Probabilidade suavizada de que o mercado está no regime 2 para cada dia indicado [$\text{Prob}(s_t=2|y_T, y_{T-1}, \dots, y_{-r})$] como calculada na especificação MS-TGARCH (2,1,1) com distribuição *t de Student*..... 73
- Figura 3-3: *Painel superior*: Retornos diários sobre o EMBI *Global Brazil Sovereign Spread* entre 13 de maio de 1994 e 16 de agosto de 2002, perfazendo 2156 observações. *Painel central*: Probabilidade suavizada de que o mercado está no regime 2 para cada dia indicado [$\text{Prob}(s_t=2|y_T, y_{T-1}, \dots, y_{-r})$] como calculada na especificação MS-GARCH (3,1,1) com distribuição *t de Student*. *Painel inferior*: Probabilidade suavizada para o regime 3. 76
- Figura 3-4: *Painel superior*: Retornos diários sobre o EMBI *Global Brazil Sovereign Spread* entre 13 de maio de 1994 e 16 de agosto de 2002, perfazendo 2156 observações. *Painel inferior*: Probabilidade suavizada de que o mercado está no regime 2 para cada dia indicado [$\text{Prob}(s_t=2|y_T, y_{T-1}, \dots, y_{-r})$] como calculada na especificação MS-GARCH (2,1,1) com intervenções e distribuição *t de Student*..... 77
- Figura 3-5: Observações em pontos bases (ou *bps*) do EMBI *Global Brazil Sovereign Spread* (linha preta fina) para o período compreendido entre 13 de maio de 1994 e 16 de agosto de 2002, perfazendo 2156 observações e probabilidade suavizada (linha cinza grossa) de que o mercado está no regime 2 para cada dia indicado [$\text{Prob}(s_t=2|y_T, y_{T-1}, \dots, y_{-r})$] como calculada na especificação MS-GARCH (2,1,1) com intervenções e distribuição *t de Student*. 79

INTRODUÇÃO

A partir de abril de 2002, à medida que as eleições presidenciais no Brasil se aproximavam, o risco país crescia exponencialmente com cada divulgação de pesquisas eleitorais que favorecessem ao candidato de oposição Luís Inácio Lula da Silva. A disparada do risco país se pautava na geração de incertezas entre os investidores, no caso de uma vitória de Lula, com relação à continuidade do programa econômico posto em prática nos dois mandatos anteriores pelo então Presidente Fernando Henrique Cardoso. Ao vencer as eleições, Lula comemorou dizendo que “a esperança venceu o medo”.

Trazendo para a realidade econômica do País, uma pequena economia aberta em desenvolvimento (PEAD) altamente dependente de influxos de capitais, uma interpretação plausível para a afirmação de Lula poderia ser a seguinte. Na presença de equilíbrios múltiplos e profecias auto-realizáveis, apesar da grande dispersão de opiniões, na média, os investidores acabaram “comprando” a idéia de que Lula não deterioraria os fundamentos macroeconômicos necessários para honrar os compromissos futuros com a dívida externa do país. Do ponto de vista econométrico, a afirmação de Lula equivaleria a dizer que, apesar da volatilidade do risco país, o qual é uma variável macroeconômica que revela a percepção dos investidores externos quanto à factibilidade do pagamento da dívida externa, a sua média acabou sendo pelo menos preservada, determinando um equilíbrio tido como bom ou positivo.

Mas, qual a verdadeira implicação do medo do investidor para a determinação do equilíbrio macroeconômico brasileiro? Qual o papel que o pânico dos investidores em relação à economia brasileira desempenha na determinação do equilíbrio macroeconômico em todas as crises financeiras sofridas pelo Brasil desde a implantação do Real – crise da Ásia (1997), crise da Rússia (1998), crise do Brasil (1999), crise da Turquia (2000), crise da Argentina (2001) e crise das eleições brasileiras (2002)? Haver-se-ão todas elas traduzido necessariamente em severas e agudas crises de liquidez? O simples fato de o risco país subir significa a determinação de um novo equilíbrio macroeconômico tido com ruim? Então, por

que o Brasil não esteve constantemente em crise dado que nunca teve níveis muito baixos de risco país, ao invés destas crises pontuais?

De acordo com a literatura de risco país, na presença de equilíbrios múltiplos e profecias auto-realizáveis, a deterioração dos fundamentos percebidos de um país é condição necessária para a determinação de um equilíbrio macroeconômico ruim de uma pequena economia aberta e em desenvolvimento (PEAD), com reversão de capitais, alto serviço da dívida pública, perspectivas sombrias de crescimento e uma avaliação do crédito como ruim (Razin & Sadka, 2001). Ainda que tal condição seja necessária, ela não parece ser suficiente para explicar por que, em alguns momentos, apesar de um nível alto de risco país, o equilíbrio tido como ruim não se materializa. Neste sentido, através da adaptação de um jogo típico de modelos de crises cambiais de segunda geração, esta dissertação lança a hipótese de que uma das razões pelas quais uma PEAD sofra tais crises de liquidez seja a deterioração da média dos fundamentos percebidos ao lado do aumento do medo dos investidores de que haja interrupções no fluxo de capitais.

É com este objetivo que esta dissertação procura promover uma análise da mudança de regimes na volatilidade do risco Brasil, após a implementação do Real, com ênfase nas mudanças markovianas. O objetivo é testar empiricamente se, durante as graves crises financeiras, o risco Brasil não só cresce, mas também assume um regime de volatilidade mais alta. A importância deste trabalho reside no fato de que conhecer o regime de volatilidade permite avaliar, através da persistência da volatilidade, a duração dos efeitos das crises financeiras. Constitui-se, portanto, em uma ferramenta de análise simples, obviamente não desprovida de limitações, para o monitoramento de duração de crises de liquidez no curto prazo.

Para este fim, a dissertação obedece à seguinte estrutura. O primeiro capítulo procura fazer uma revisão bibliográfica acerca da natureza do risco país, que no caso brasileiro, é chamado de risco Brasil, assim como da determinação do equilíbrio macroeconômico de uma (PEAD) na presença do risco país quando existem equilíbrios múltiplos e profecias auto-realizáveis. A revisão da bibliografia denota a quase inexistência da relevância do papel da volatilidade nos modelos de risco país. Para preencher esta lacuna, simula-se um jogo

especulativo, adaptado da teoria de segunda geração de crises cambiais, onde o medo pode vencer a esperança. Ou seja, a volatilidade condicional muda para um regime mais alto, apesar de preservar a média condicional, conduzindo a PEAD a um equilíbrio dito ruim.

O segundo capítulo busca descrever a metodologia necessária para analisar a mudança de regimes na volatilidade condicional do risco país. Os modelos GARCH, inspirados no trabalho de Bollerslev (1986), são descritos em suas formas lineares e não-lineares. As formas não lineares servem para detectar as mudanças de regimes, com componentes observáveis e não-observáveis. No primeiro caso, descrevem-se os modelos AGARCH, TGARCH e o EGARCH. No segundo caso, especifica-se o MS-GARCH, criado por Almeida & Valls Pereira (1999), e que incorpora mudanças markovianas de regime. Apresentam-se a estimação e seleção destes modelos e os seus testes de diagnóstico e de checagem. Por último, enfoca-se a previsão fora da amostra.

No terceiro capítulo, a metodologia é aplicada à série diária do risco Brasil usando como *proxy* o *EMBI Global Sovereign Spread* do Brasil, gentilmente cedido pelo Banco JP Morgan – Chase. Os resultados apresentados apontam os momentos exatos em que aumentou o medo, a incerteza, do investidor externo na economia brasileira. O último capítulo conclui esta dissertação fazendo uma análise destes períodos, visando responder se o medo venceu a esperança no caso brasileiro. Além disto, apresentam-se também propostas de extensões a esta dissertação assim como implicações de políticas.

Capítulo 1 RISCO PAÍS E O PAPEL DA INCERTEZA

A sucessão de graves crises financeiras nos países emergentes nos anos noventa reacendeu o interesse por um intenso debate da década anterior e que se supunha já superado – como avaliar a probabilidade de os países emergentes voltarem a entrar em estado de *default*, *i.e.*, a não honrar seus compromissos exatamente conforme pré-estipulado (Eaton & Fernández, 1995)? A questão não é fácil de se responder. Antes de tudo, mesmo em nível doméstico, existe um custo inerente de verificação de tal estado (Townsend, 1979). Além disto, os países entram em *default* não só porque não têm como honrar seus compromissos tecnicamente. Se não existe uma autoridade legal supranacional que os obrigue a honrar tais compromissos, os países soberanos também podem escolher simples e deliberadamente não o fazer (Eaton, Gersovitz & Stiglitz, 1986). A incerteza generalizada – e associada à percepção do tênue equilíbrio, em caso de *default*, entre os benefícios da suavização do consumo no país soberano devedor e o custo econômico quer das sanções diretas impostas pelos credores internacionais quer da perda de sua reputação enquanto bom pagador – engendra por si só a probabilidade da ocorrência do *default*, voluntário ou não (Obstfeldt & Rogoff, 1996). Portanto, o “risco soberano”, ou “risco país”¹, representa exatamente o risco percebido de um país entrar em *default*, funcionando então como um termômetro da confiança do investidor externo naquele país enquanto oportunidade de investimento de médio e longo prazo (Avila, 2000). O risco soberano brasileiro também é conhecido como “risco Brasil”.

Há momentos em que o risco soberano brasileiro apresenta-se completamente estável, em outros, mesmo quando os ditos fundamentos da economia não mudaram significativamente, o risco país oscila compulsivamente. Mas, quais implicações um risco país tão volátil trazem para uma economia emergente como a brasileira? Por que em alguns momentos o risco país demonstra-se extremamente volátil e em outros não? Este capítulo, que

¹ A rigor, “risco soberano” e “risco país” possuem conceitos diferentes. Enquanto o primeiro define o risco de um governo soberano não honrar seus compromissos, o último define a o risco de devedores privados em um país não o fazerem. Aqui, escolheu-se equivaler um conceito ao outro tanto pela possibilidade de um governo impedir o pagamento da dívida externa por parte de firmas domésticas como pela possibilidade de devedores privados ou credores externos pressionarem o governo soberano a assumi-la em última instância.

visa realizar uma revisão bibliográfica sobre o tema, está estruturado da seguinte forma. A primeira seção busca entender como o risco país é mensurado, quais as conseqüências preliminares para o equilíbrio macroeconômico de um aumento no risco país e o que detonaria tal aumento. Com base nas possíveis origens da disparada do risco país, a segunda seção faz uma releitura de como se estabelecem os equilíbrios macroeconômicos decorrentes de um aumento do risco país com a incorporação de equilíbrios múltiplos e profecias auto-realizáveis. Ainda que as respostas encontradas por estes modelos sejam bastante satisfatórias para o entendimento de como o aumento do risco país influi no equilíbrio macroeconômico, eles nada dizem a respeito da oscilação deste risco. Desta maneira, a terceira seção conclui este capítulo inovando com a adaptação de um jogo de ataque especulativo a um câmbio fixo para o caso do risco país. A conclusão deste jogo é que, mesmo que a média das expectativas seja preservada, o aumento da variância pode fazer com que os especuladores se coordenem de forma a levar o país a um equilíbrio ruim. Ou seja, o aumento sozinho do medo sobre a esperança, mesmo quando ela é alta, já é capaz de detonar uma crise de credibilidade.

1.1 Medidas, conseqüências e origens do risco país

Tecnicamente falando, com base no trabalho de Frankel (1992), Cavalcante & Holanda (1998) definem que, em um mundo com investidores neutros ao risco, sob expectativas racionais, o risco país é tão somente o desvio da paridade descoberta de juros. Assim sendo, ele pode ser medido como o *spread* (a diferença) em pontos percentuais entre a taxa de juros implícita de um título soberano e a de um título de referência, ou seja considerado de risco zero associado, com iguais características (Avila, 2000). Há, portanto, várias medidas de risco país dependendo dos ativos considerados. Garcia & Didier (2000) e outros autores preferem usar dentre as várias *proxies* do risco país o *stripped spread over Treasury* do C-Bond, ou seja, o *spread* livre de garantias (*collaterals*) do governo brasileiro entre o C-Bond - título brasileiro do tipo *Brady* e aquele com maior liquidez no exterior, sendo por isto o mais importante da dívida externa brasileira - e um título de igual maturidade do Tesouro dos EUA, que é o tipo de título considerado de risco zero. Mesmo que o

vencimento do C-Bond seja somente em 2014² e ser o mais importante da cesta de títulos da dívida externa brasileira, um problema em usar o *stripped spread over Treasury* deste título é que o C-Bond não é o único título da dívida externa brasileira. Mesmo que fosse o único, não existe um título do tesouro norte-americano com características exatamente iguais. Uma alternativa empírica de *proxy* de risco país para os últimos anos encontrada na literatura é o *spread* do EMBI, calculado pelo Banco JP Morgan-Chase e amplamente difundido no mercado financeiro internacional, pelo fato de este ser um índice derivado de uma cesta de vários títulos soberanos transacionados no mercado secundário internacional, sendo do tipo *Brady* ou não, contra uma cesta hipotética de títulos do tesouro americano com iguais características de liquidez e maturidade. Ou seja, o *spread* global soberano brasileiro do EMBI indica quantos pontos percentuais um título padrão brasileiro remunera acima de um título padrão emitido pelo Tesouro dos EUA.

Pelo fato do risco soberano ser um risco sistêmico, descarta-se a hipótese da possibilidade de sua diversificação no portfólio do país. O risco soberano agrava a inexistência da perfeita mobilidade de capitais e altera a percepção das taxas de remuneração do capital brasileiro em relação ao mundial. Por isto, o risco soberano percebido é tema de uma vasta literatura³ que busca entender o seu papel na determinação do equilíbrio macroeconômico de uma pequena economia aberta e em desenvolvimento.

Em uma das primeiras tentativas de se entender tal papel, o modelo de Bhandari, Haque & Turnovsky (1989) avalia que se por um lado um aumento no custo marginal da dívida externa, entendido aqui como o risco soberano, quase certamente eleva a taxa de juros doméstica de longo prazo e diminui o estoque de capital; por outro, o seu impacto sobre a dívida externa de longo prazo é incerto. O estoque da dívida pode ser reduzido dependendo da proporção entre a dívida externa e o crédito líquido do seu setor privado, reproduzindo uma curva de *Laffer* para a dívida externa do país soberano (Obstfeldt & Rogoff, 1996). Se a proporção for maior que um certo valor crítico, a ser determinado conforme o formato da

² Títulos do tipo *Brady* são de longo prazo e portanto sujeitos a uma drástica redução de liquidez à medida que se aproximam de sua maturidade (Favero & Giavizzi, 2002).

³ Alguns exemplos recentes desta vasta literatura são Aizenman & Turnovsky (2002), Avila (2000), Ahumada & Garegnani (2000), Caballero & Krishnamurthy (2001,2002), Céspedes, Chang & Velasco, (2002), Hamann (2001,2002a,b,c), Kehoe & Perri (2000), Neumeyer & Perri (2001), Uribe (2002), entre outros.

função de oferta de crédito, então a dívida externa se reduz no longo prazo. A balança comercial se ajusta na direção do superávit se o choque do impacto de longo prazo é positivo de forma a cobrir compromissos de pagamentos externos. Se o pagamento líquido de juros aumentar, tanto o consumo quanto a utilidade de longo prazo declinarão.

Já mais recentemente, pelo modelo de Avila (2000), conclui-se que um aumento do prêmio de risco soberano provoca uma redução da riqueza percebida, já que diminui o ingresso estacionário no país, assim como uma redução do gasto em consumo e investimento. Além disso, o aumento do prêmio de risco induz a uma queda do preço de mercado do capital instalado no país soberano já que este é resultado da soma algébrica do custo de reposição do bem (ou o seu custo de importação) e do preço sombra do investimento. A magnitude da queda do preço do capital investido depende tanto da magnitude do aumento do risco país quanto da elasticidade de substituição de capital por trabalho na produção e da variação do custo de uso absoluto do capital em termos de salário.

Um problema destes dois modelos é que eles tratam somente o nível do prêmio de risco é usada como uma variável exógena, não explicando porque tal variável passa bruscamente a oscilar tanto fazendo com que um país com reputação de bom pagador se transforme “instantaneamente” em um país mal pagador. Esta mudança súbita de percepções com relação ao país, aumentando repentinamente o risco país, pode provocar o que Calvo (1998) chamou de *sudden stops*, ou paradas instantâneas dos influxos de capitais, que impactaram bastante os países em desenvolvimento na década de noventa. De acordo com Mendoza (2001), as paradas instantâneas dos influxos de capitais durante as crises dos mercados emergentes dispararam grandes declínios fora do comum nos gastos privados, nos preços dos ativos e os preços dos bens não-*tradables* em relação aos *tradables*.

Mas o que explica então o comportamento do risco país? Diversos autores têm buscado encontrar os fatores determinantes da flutuação do risco soberano. Por exemplo, na Argentina, o risco país é influenciado sobretudo pela proporção entre o serviço da dívida externa (capital e juros) e as exportações, o déficit fiscal do governo federal e as expectativas de crescimento (Nogués & Grandes, 2001). No Uruguai, os fatores que mais pesam para a determinação do *spread* soberano são: a proporção do déficit fiscal sobre o PIB, a inflação e a

taxa de câmbio real (Larzabal, Valdés & Laporta, 2001). Já no Chile, Rojas & Jaque (2001) concluem que entre os fatores preponderantes na determinação do risco chileno estão: a proporção da dívida sobre as reservas, as exportações, o nível de atividade econômica interna e a taxa de juros americana.

No Brasil, durante a crise da Rússia, Baig & Goldfajn (2000) descobrem que más notícias vindas da Rússia e uma menor taxa de juros dos EUA são fatores relevantes para aumentar o *spread* do Brasil. Garcia & Didier (2000) concluem que o que explica o risco país são os seguintes fatores: relação esperada entre requerimentos de empréstimos do setor público e o PIB, o retorno da principal bolsa de valores do país, o retorno da NASDAQ e a própria história do risco país. Para o período compreendido entre 1996 e 2001, Muinhos, Alves & Riella (2002) indicam que, no curto prazo, o que explica o risco Brasil é a proporção reservas internacionais/PIB, a dívida líquida total do setor público como proporção do PIB e o saldo de transações correntes em relação ao PIB.

Estes estudos comprovam idiossincraticamente os resultados de estudos anteriores mais genéricos que analisaram dados de *spreads* para a década de noventa antes da crise da Ásia (Cantor & Packer, 1996, Larraín, Reisen & von Maltzan, 1997, Min, 1998). Ou seja, de uma forma geral, grande parte da flutuação do risco soberano se dá quando oscilam as variáveis de liquidez - proporção dívida/PIB, proporção reservas internacionais/PIB, proporção dívida serviço - e algumas variáveis macroeconômicas que formam os fundamentos da economia soberana - taxas de crescimento de exportação e importação, inflação doméstica, ativos líquidos estrangeiros usados como *proxy* para a corrente acumulada, termos de troca e a taxa de câmbio real. Uma consequência natural do entendimento em relação aos seus determinantes possibilita a endogeneização do risco país no equilíbrio macroeconômico⁴.

Além disso, uma preocupação constante destes estudos foi avaliar como os fatores externos (algumas vezes identificados também como globais) afetavam o risco soberano.

⁴ No modelo de Chattopadhyay & Turnovsky (1998), por exemplo, o risco soberano depende da proporção da dívida em relação à riqueza, expressa em termos do bem doméstico como numerário. Um aumento do risco país provoca um aumento no custo da dívida fazendo com que o país queira diminuir o seu estoque de dívida, redundando em uma menor alavancagem. Estes efeitos declinam quando a economia se torna menos aberta e menos exposta ao risco externo.

Kaminsky & Schmukler (2001) coincidem com Larraín, Reisen & von Maltzan (1997) em que a divulgação pelas agências de *rating* de um rebaixamento na classificação da dívida soberana dos países contribui para minguar os influxos excessivos de capitais privados aos mesmos. A explicação encontrada por Cantor & Packer (1996) para isto é que, apesar da antecipação dos agentes e devido à dificuldade de avaliar o risco soberano dos países emergentes, principalmente os que estão abaixo da classificação de investimento seguro (*investment grade*), os investidores internacionais valorizam este tipo de anúncio e, por isto, são extremamente sensíveis a eles.

Entretanto, a crise da Ásia fez aumentar ainda mais a sensibilidade a este tipo de anúncio assim como a qualquer má notícia referente a crises nos países emergentes ou à probabilidade delas. Recentemente, Fiess (2003), Blass, Peled & Yafeh (2002), Lazrak & Leroux (2002) e todos os anteriores reconhecem que efeitos globais também têm um alto poder explicativo nos *spreads* dos títulos soberanos dos países emergentes. Mauro, Sussman & Yafeh (2000) concluem que os *spreads* entre os países emergentes co-movem-se muito mais fortemente hoje do que no final do século XIX, principalmente no que diz respeito aos eventos globais.

Estes resultados levaram a Eichengreen & Mody (1998) concluir que, além dos fundamentos, os sentimentos do mercado, entendidos em contraposição aos primeiros, também constituem um importante componente com alto poder explicativo na variação dos *spreads* soberanos, principalmente em alguns períodos como na crise do México em 1994 e na crise da Ásia em 1997. A simples resposta do risco soberano a mudanças nos fundamentos não fornece uma explicação adequada por si própria para as mudanças no valor de novas emissões de títulos soberanos, por exemplo. Esta importante conclusão permite entender porque o risco país dos mercados emergentes sofre variações bruscas. Os sentimentos do mercado com relação aos fundamentos podem deteriorar-se em função de um problema de coordenação, provocando os impactos na riqueza futura percebida do país soberano, como inicialmente proposto por Avila (2000), e aumentando instantaneamente, portanto, o próprio nível do risco soberano com algumas conseqüências já descritas para o equilíbrio macroeconômico do país devedor, tais como as paradas súbitas à la Calvo (1998). Trata-se desta maneira de uma profecia auto-realizável.

1.2 *Profecias auto-realizáveis e equilíbrios múltiplos*

Devido à alta correlação entre o risco país e o risco monetário (Garcia & Didier, 2000, Schmukler & Servén, 2001), os modelos macroeconômicos de risco país foram buscar nos modelos de crises cambiais de segunda geração um mecanismo que pudesse incorporar a alta sensibilidade do risco país à psicologia do mercado: os equilíbrios múltiplos. Neste tipo de modelagem, o resultado é determinado pelo mercado, sendo sustentável indefinidamente um dos dois (ou até mesmo mais) equilíbrios.

Williamson (2002) ilustra como esta teoria seria aplicável no caso da libra esterlina⁵. Se o mercado não questionasse a paridade entre £1,00 e DM 2,95 no esquema do chamado Mecanismo de Taxa de Câmbio (ERM), possivelmente o déficit em conta corrente com o câmbio resultante do ataque especulativo poderia ter sido financiado sem um crescimento exponencial da dívida externa. Porém, quando os operadores de mercado começaram a duvidar da sustentabilidade da paridade, ocorreram ataques especulativos à libra, forçando um re-desenho de portfólio suficiente para forçar o governo a permitir que a libra depreciasse sob a pena de fazer com que o déficit em conta corrente tornasse a sustentabilidade da dívida externa incontrolável. A conta corrente consistente com o novo nível de câmbio depreciado da libra agora poderia ser financiada de forma sustentável. Com isto, havia dois equilíbrios possíveis nesta situação, geralmente conhecidos como equilíbrios bom e ruim, em que a mudança de um estado para outro é disparada pela crença de que a economia caminharia para um equilíbrio ruim. Ou seja, o mecanismo de transmissão da crise monetária é o prêmio de risco que reflete a crença dos investidores privados.

O fato de que as crises financeiras são causadas por expectativas auto-realizáveis foi posto em questão por Corsetti, Pesenti & Roubini (1998) e Krugman (1996, 1998). Chang & Velasco (1998) concluem que é muito tênue e sutil a linha que separa os choques nos fundamentos dos choques de confiança. Os autores acreditam que um choque tido como *ruim* pode piorar se ele põe a economia em um equilíbrio tal em que um pânico financeiro pode acontecer. Neste caso, o sistema financeiro atua como um mecanismo multiplicador,

⁵ Um bom debate sobre esta questão encontra-se em Zurlinder (1993).

implicando um custo social muito maior que o consistente com uma mudança nos fundamentos.

Na verdade, a possibilidade de equilíbrios múltiplos só ocorre dentro de um determinado escopo de fundamentos gerado pela não linearidade de um prêmio de risco estocástico e variante no tempo (Flood & Marion, 1996). O modelo de reversão de capitais de Razin & Sadka (2001) (modelo RS doravante), é um exemplo recente de como as expectativas do mercado quanto aos equilíbrios do país soberano podem ser incorporadas. Mesmo que o risco país seja determinado por um certo número de variáveis que reflitam os fundamentos, em última instância, os sentimentos do mercado conferem uma exogenidade ao risco país. No modelo RS, um dos possíveis equilíbrios estabelece um influxo estável de capital, baixo serviço da dívida pública e uma avaliação alta de crédito. O outro equilíbrio determina reversão de capitais, alto serviço da dívida pública, perspectivas sombrias de crescimento e uma avaliação de crédito ruim. Sua estrutura é dada a seguir.

1.2.1 Modelo RS em comparação à duração dos choques (Agénor, 1997)

Suponha-se uma pequena economia aberta com dois períodos onde a importação de capital é feita somente através de empréstimos a firmas domésticas idênticas nos mercados mundiais de capitais. Esta economia depara-se com uma curva perfeitamente elástica de crédito para projetos seguros a uma dada taxa de juros r^* livre de riscos acrescida de um prêmio de risco soberano ρ que depende negativamente do investimento agregado. Nesta economia com consumidores e poupadores neutros ao risco, a produção no segundo período de um único bem composto é definido por:

$$F(K)(1 + \varepsilon), \quad (1.1)$$

onde: (K) é o insumo de capital empregado pelas firmas; $F(\cdot)$ é uma função de produção com produtividade marginal decrescente do capital; e ε é um fator aleatório

idiossincrático de produtividade, descartando a incerteza agregada, com média zero, limitado por -1 , de forma que a produção seja sempre não-negativa, e por 1 . A probabilidade de que as firmas obtenham uma produção igual ou menor que $F(K)(1 + \varepsilon)$ no segundo período é de $\Phi(\varepsilon)$, onde $\Phi(\cdot)$ é a função de distribuição cumulativa de ε . Se as decisões de investimento bruto agregado I são feitas antes que o estado ε do mundo seja conhecido, o estoque de capital que as firmas empregam no primeiro período é

$$K = K_0(1 - \delta) + I, \quad (1.2)$$

onde δ é a taxa de depreciação do capital e $K_0(1 - \delta)$ é o estoque inicial de capital.

As firmas procuram fundos para financiar o investimento tanto doméstica quanto externamente. O crédito referente a uma fração $(1 - \alpha^j)$ de I na equação (1.2) também é fornecido *ex-ante* a uma firma j e, portanto, é feito mediante um contrato de empréstimos específico que prevê a possibilidade de *default* ao cobrar uma taxa de juros r^j à firma j . O comprometimento de pagamento dos juros e do principal será honrado quando a firma encontrar choques positivos relativamente bons de produtividade e entra em *default* quando encontra choques relativamente ruins de produtividade abaixo de um certo limiar $\bar{\varepsilon}^j$ de choques de produtividade. Ou seja, o contrato se estrutura da seguinte maneira:

$$F(K^j)(1 + \bar{\varepsilon}^j) + (1 - \delta)K^j = (1 - \alpha^j)[K^j - (1 - \delta)K_0^j](1 + r^j) \quad (1.3)$$

e

$$\begin{aligned} & [1 - \Phi(\bar{\varepsilon}^j)](1 - \alpha^j)[K^j - (1 - \delta)K_0^j](1 + r^j) \\ & \quad + \Phi(\bar{\varepsilon}^j)(1 - \mu)\{F(K^j)[1 + e^-(\bar{\varepsilon}^j)] + (1 - \delta)K^j\} \\ & = (1 - \alpha^j)[K^j - (1 - \delta)K_0^j](1 + r^* + \rho) \quad (1.4) \end{aligned}$$

A equação (1.3) define a produção no segundo período necessária, descontando-se a depreciação de capital (lado esquerdo da equação) para pelo menos pagar o principal e os juros do empréstimo (lado direito da equação). Se o choque de produtividade for menor que

$\bar{\varepsilon}^j$, os credores incorrem um custo μ de verificação do verdadeiro valor de ε^j , também chamado *custo de falência*, proporcional à produção no segundo período, descontada a depreciação do capital e resgatam o valor residual da firma. Assim, a equação (1.4) estabelece que o pagamento contratado do principal e de juros, ponderado pela probabilidade de não ocorrer *default*, somado ao valor resgatado pelos credores líquido do custo de falência (lado esquerdo da equação) deve compensar o retorno livre de *default* requerido pelos credores externos, ponderado pela probabilidade de *default*, onde $e^-(\bar{\varepsilon}^j) = E(\varepsilon | \varepsilon \leq \bar{\varepsilon}^j)$ é valor médio de ε realizado pelas firmas com baixa produtividade.

Como as decisões de investimento são feitas antes que ε seja conhecido, as firmas fazem todas a mesma decisão, não sendo mais necessário subscripto j para diferenciá-las. Considerando o fato que os consumidores desta economia competem com os credores estrangeiros para fornecer crédito à firma, ganhando no equilíbrio a mesma taxa de retorno r^* e ρ , objetivo da firma é maximizar, perante seus acionistas, o seu valor descontado líquido esperado é:

$$(1+r^*+\rho)^{-1} \left\{ [1-\Phi(\bar{\varepsilon})] F(K) [1+e^+(\bar{\varepsilon})] + (1-\delta)K - [K - (1-\delta)K_0] (1+r) \right\} \quad (1.5)$$

onde $e^+(\bar{\varepsilon}) = E(\varepsilon | \varepsilon \geq \bar{\varepsilon})$ é o valor médio de ε para as firmas de alta produtividade.

Este valor esperado denota que a firma tem um valor positivo somente nos estados sem *default*, i.e., quando $\varepsilon \geq \bar{\varepsilon}$ e ela paga integralmente o principal e os juros r do empréstimo. Como a firma é competitiva, tomando r^* e ρ como dados, as variáveis endógenas específicas à firma são r , K e $\bar{\varepsilon}$ e devem satisfazer as equações (1.3) e (1.4). Substituindo (1.3) em (1.4) e na função objetivo (1.5), pode-se eliminar a taxa de juros específica da firma. O problema de maximização se restringe agora a:

$$Max_{\{K, \bar{\varepsilon}\}} \left\{ (1+r^*+\rho)^{-1} [1-\Phi(\bar{\varepsilon})] F(K) e^+(\bar{\varepsilon}) - \bar{\varepsilon} \right\} \quad (1.6)$$

sujeito a:

$$\begin{aligned}
& [1 - \Phi(\bar{\varepsilon})][F(K)(1 + \bar{\varepsilon}) + (1 - \delta)K] \\
& + \Phi(\bar{\varepsilon})(1 - \mu)\{F(K)[1 + e^{-\bar{\varepsilon}}] + (1 - \delta)K\} \geq [K - (1 - \delta)K_0](1 + r^* + \rho) \quad (1.7)
\end{aligned}$$

Se a firma não investe nada, o seu valor descontado líquido esperado é $(1 + r^* + \rho)^{-1} \{F[K_0(1 - \delta)] + K_0(1 - \delta)^2\}$ que é sempre positivo, sempre compensando à firma estabelecer um limiar $\bar{\varepsilon}$ de choque de produtividade que deixa uma probabilidade positiva de não haver *default*. Contudo, se r^* ou ρ for suficientemente alto, a firma preferirá não contrair financiamentos ou fazer investimentos.

Pelo fato de o risco país depender negativamente do nível de investimento agregado, um equilíbrio que requeira um nível alto de investimento implicaria um prêmio risco país muito baixo e seria caracterizado como um equilíbrio bom. Em contrapartida, um equilíbrio ruim seria dado com um risco país muito alto, sem investimentos e sem crédito externo. Com isto, o país muda abruptamente de um equilíbrio tido como bom para um equilíbrio ruim se um fator político serve para coordenar e redirecionar expectativas. O modelo RS captura aspectos importantes da crise da dívida brasileira tais como fundamentos razoáveis e um problema de coordenação de expectativas de mercado que reside fora dos fundamentos econômicos. E explica como as reversões de capitais externos ocorrem mesmo quando os fundamentos são razoáveis.

Em um modelo intertemporal, Agénor (1997) capta a mudança de sentimentos do mercado, não relacionada com os fundamentos da economia, através de um aumento no que o autor chama de componente autônomo do risco país, ou a parte do risco país que não é explicada pelas variáveis idiossincráticas de liquidez e da economia. No caso de um choque permanente no componente autônomo, o empréstimo privado líquido em mercados de capitais mundiais cai enquanto as taxas de depósito nominal e de empréstimo permanecem constantes. A produção, a demanda das firmas por crédito e a oferta de crédito e os depósitos bancários não são afetados.

Apesar do endividamento externo privado diminuir, o acréscimo no prêmio de risco é grande o suficiente para deteriorar a conta de serviços já que se aumentam os pagamentos de juros ao exterior. Para manter o equilíbrio da conta corrente é necessário um equilíbrio na balança comercial. Como a produção não varia, o consumo deve cair assim como os encaixes monetários reais dos lares. Porém, como a demanda por crédito das firmas domésticas permanece constante, a queda de posse de moeda doméstica deve ser equilibrada com uma redução de reservas. O efeito final na dívida externa líquida é contudo negativo.

Por outro lado, quando o efeito é temporário, apesar do consumo cair, o efeito líquido sobre a conta corrente depende da duração temporal do choque. Com um choque de longa duração, o consumo inicialmente cai menos do que faria no caso de um choque permanente. Apesar da deterioração na conta de serviços e a queda na produção, a redução no consumo é grande o suficiente para fazer com que a economia gere superávits na conta corrente e na balança comercial e a economia reduz a sua dívida externa líquida. Nisto, os depósitos bancários crescem, a oferta de crédito aumenta e a taxa de empréstimo bancário é declinante. O empréstimo externo do setor privado diminui de forma que a economia registra reversão líquida de influxo de capitais. Os encaixes monetários domésticos aumentam, assim como as reservas mantidas pelo banco central.

À medida que o tempo vai passando, a futura reversão esperada do choque assume uma importância maior nas decisões de consumo e os agentes começam a reduzir a taxa de troca do gasto. O consumo continua a subir e a economia começa a entrar em déficits na conta corrente. O estoque da dívida aumenta, a taxa doméstica de empréstimo aumenta assim como o empréstimo externo privado.

A partir deste ponto, o consumo começa a cair, a conta corrente começa a deteriorar e a dívida externa continua a subir até que a economia retorne à posição de equilíbrio original. Nisto, a taxa de empréstimo bancário e o empréstimo externo privado cai residualmente. Por sua vez, os encaixes monetários reais e as reservas oficiais aumentam e o comportamento da produção espelha o da taxa de empréstimo.

Contudo, se a duração do choque temporário é curta, ocorre um déficit inicial na conta corrente, já que ocorre uma deterioração na balança comercial induzido pela queda da produção e um ajuste limitado no consumo, e na conta de serviços. Este déficit persiste até o choque se dissipar. Ou seja, um choque temporário de curta duração fornece poucos incentivos para que os agentes privados partam para uma substituição intertemporal. Ou seja, o consumo inicial não se ajusta proporcionalmente e, como a produção cai, há uma tendência para que a balança comercial se deteriore compondo assim o efeito adverso do aumento do componente autônomo do risco na conta de serviços.

1.3 O papel da incerteza na determinação de equilíbrios múltiplos

Apesar de os modelos de Razin & Sadka (2001) e de Agénor (1997) conseguirem captar como os ataques especulativos conduzem a um novo equilíbrio, a incerteza, medida pela volatilidade, não chega de fato a ser considerada por estes modelos. Aliás, tradicionalmente momentos de ordens mais altas não desempenham um papel preponderante nestes modelos de segunda geração, muito menos nos de risco país.

Contudo, diferentes resultados de estudos empíricos obtidos por Aizenmann (2002) e Caballero (2001), entre outros, ilustram como a incerteza acerca dos fundamentos desempenha um papel preponderante na determinação do equilíbrio macroeconômico dos países emergentes por influir no processo decisório externo e interno da alocação de investimentos. Com isto, países com maior volatilidade macroeconômica, principalmente se induzida politicamente, tendem a entrar em *default* com maior probabilidade (Catão & Sutton, 2002) por ser maior a probabilidade de ataques especulativos.

Ao contrário dos modelos de primeira geração, onde um aumento da variância dos fundamentos aumenta a probabilidade de um ataque especulativo sem necessariamente haver uma mudança nos seus primeiros momentos (Flood & Marion, 1998), os modelos de segunda geração não incorporam a volatilidade por assumirem informação completa. Com base em Morris & Shin (1998), Sbracia & Zaghini (2000) constroem um jogo com informação

incompleta no qual mudanças que preservam a média das expectativas dos especuladores podem gerar mudanças suficientemente grandes nas incertezas dos especuladores acerca dos fundamentos, disparando uma crise especulativa.

Em um jogo assim, a recompensa de cada jogador depende de sua própria ação, a ação dos outros jogadores e de alguns fundamentos ainda desconhecidos (as variáveis macroeconômicas ainda são desconhecidas no dia a dia porque só serão divulgadas no final do período). O comportamento racional nestes ambientes depende assim das crenças do jogador acerca dos fundamentos econômicos. Por sua vez, também depende das crenças acerca das crenças dos outros jogadores, e das crenças dos jogadores acerca das crenças dos outros jogadores acerca das crenças dos outros jogadores e por aí vai. Ou seja, depende das crenças de ordens mais altas. Após a crise da Ásia, é possível que os investidores tenham retirado seu capital do Brasil não porque sobreestimaram os vínculos econômicos entre a Ásia e o Brasil mas sim porque achavam que os outros fariam o mesmo. Mesmo que esta dependência seja reconhecida por muitos, somente Morris & Shin (1998, 2000a, 2000b), Tillmann (2002), Prati & Sbracia (2002) e Sbracia & Zaghini e outros é que vêm formalizando melhor este conceito dentro da teoria de equilíbrios múltiplos e ataques especulativos nos últimos anos.

A idéia básica deste tipo de modelagem, a unicidade do equilíbrio não é consequência da incerteza do estado dos fundamentos *per se* e sim da incerteza de cada agente acerca das ações dos outros jogadores que ocorre em equilíbrio devido à impossibilidade de se estabelecer com precisão a informação recebida por elas. Sua estrutura é dada a seguir, a partir dos trabalhos de Prati & Sbracia e de Sbracia & Zaghini, adaptado para o caso do risco país.

1.3.1 Modelo de equilíbrios múltiplos com incerteza

Como resultado da re-estruturação de sua dívida externa, o governo de uma economia emergente está executando um programa de reformas estruturais, com forte oposição interna.

Este programa visa à melhoria dos seus fundamentos de forma a conseguir honrar seus compromissos futuros. Suponha-se que haja uma proporção $l \in [0,1]$ de especuladores em títulos da dívida externa desta economia que, por sua vez, é caracterizada por um espaço de estados de fundamentos θ . O preço destes títulos é uma função $f(\theta)$ crescente da percepção de tais estados, os quais podem assumir valores no intervalo $[0,1]$, onde $\theta = 1$ corresponde a um estado de “fundamentos sólidos”. Neste jogo de especuladores, há dois tipos de jogadores: especuladores e o governo da economia emergente. A seguir, analisam-se as possíveis recompensas de cada um dos tipos de jogadores.

a) Especuladores:

Neste jogo, há três recompensas possíveis para o especulador. Se um investidor externo duvida da velocidade do avanço do programa, o especulador ataca assumindo *posição vendida* em um acordo de recompra de títulos soberanos desta economia e os desova no mercado secundário imediatamente, fazendo com que o preço nominal dos títulos caia e o *spread* suba⁶. Se o governo acabar de fato diminuindo o passo das reformas, o ataque especulativo tem êxito. Ou seja, se o especulador ataca com sucesso, ele obtém um retorno de $b - f(\theta) - t$, onde b representa o nível de preços correntes do título, $(b - f(\theta))$ representa uma função de ganhos brutos de especulação, contínua, diferenciável e decrescente em θ enquanto t representa os custos de transação.

Se, no entanto, apesar do ataque, o governo acabar surpreendendo e conseguir avançar no seu programa de reformas, isto faz com que o preço do título, após uma queda, recupere o seu valor, resultando em um efeito líquido nulo. Com isto, o ataque especulativo não tem efeito, o ganho bruto esperado pelo especulador que assumiu *posição vendida* se anula mas ainda ocorrem os custos de transação t . Ou seja, obtém recompensa negativa no valor de $-t$.

⁶ Em um acordo de recompra de títulos, um agente que abre uma *posição vendida* concorda em tomar esses títulos emprestados em um primeiro momento para depois devolvê-los aos detentores do título em um outro momento, descontando um custo de transação. Se um agente aposta que o preço de títulos soberanos de uma economia emergente cairá devido à divulgação da piora de seus fundamentos, ele pode especular assumindo uma *posição vendida* em um acordo de recompra e vendendo imediatamente tais títulos em seu poder. Com isto, ele vai estar imediatamente vendendo títulos a um preço alto mas quando tiver que devolver tais títulos e o preço tiver despencado, ele poderá comprá-los com os preços muito mais baixos, auferindo ganhos com a diferença entre o que vendeu e o que comprou.

Assume-se ainda que $b - f(l) < t$ de forma que, no melhor estado de fundamentos, o ganho da especulação seja pelo menos compensado pelo custo de transação quando o especulador assume *posição vendida*.

Agora, se o especulador não duvida que o governo acabe avançando no seu programa, isto é tudo indica que os fundamentos melhorarão, não há motivo para atacar. Neste caso, ele não ganha e nem perde nada.

b) Governo:

O governo auferir um ganho $v(\theta) > 0$ avançando nas reformas mas ele também enfrenta um custo gerencial por isto. Esta função custo, denotada por c , é contínua, diferenciável e decrescente nos fundamentos θ mas crescente na proporção l de especuladores no processo, ou seja, $\partial c(\theta, l) / \partial \theta < 0$ e $\partial c(\theta, l) / \partial l > 0$. Assim, quando o governo acelera o seu programa de reformas quando os seus fundamentos estão em um nível θ e há uma proporção l de especuladores que atacam a economia, a sua recompensa do governo é de $v(\theta) - c(\theta, l)$. Se o governo não acelera as reformas, sua recompensa é nula ⁷.

Contudo, se assumirmos as hipóteses de que $\lim_{\theta \rightarrow 0} c(\theta, 0) > v(\theta)$ e $\lim_{\theta \rightarrow 1} c(\theta, 1) > v(\theta)$, o problema econômico se torna mais interessante. A primeira hipótese indica que o custo em acelerar reformas no pior estado de fundamentos, mesmo na ausência de especuladores, é maior do que o ganho em acelerá-las. Isto é factível se pensarmos que a oposição política interna ao governo pode ser tamanha que impeça o avanço nas reformas. Já a segunda hipótese indica que o custo em acelerar reformas na presença absoluta de muitos especuladores, mesmo no melhor estado de fundamentos, é maior do que o custo em acelerar reformas. Mais uma vez, o custo político deve ser levado em conta já que uma maior especulação pode gerar volatilidade, interferindo na suavização do consumo per capita e ocasionando maior pressão política no sentido de reverter o modelo econômico do país.

⁷ A hipótese inicial é de que o governo está inexoravelmente avançando nas reformas. Os agentes especulam é com a velocidade destes avanços.

c) Modelo com informação completa

Para encontrar a solução deste jogo, considera-se primeiro que se trata de um jogo de duas etapas com informação completa. Em uma primeira etapa, os especuladores observam θ e simultaneamente decidem se especulam contra a velocidade das reformas ou não. Na segunda etapa, o governo, que conhece θ , observa a proporção de especuladores e decide se acelera as reformas.

Antes algumas definições ainda são necessárias. Denota-se como θ_1 o valor do estado de fundamentos que resolve $v(\theta_1) - c(\theta_1, 0) = 0$; i.e., θ_1 é o valor de θ para o qual, na ausência de qualquer venda especulativa, o governo é indiferente entre acelerar as reformas ou não. Quando $\theta < \theta_1$, o governo prefere não acelerar as reformas, mesmo se nenhum especulador vendido desovar títulos soberanos do país no mercado, já que os ganhos não superam os custos. Da mesma maneira, denota-se por θ_2 o valor de θ que resolve $b(\theta_2) - t = 0$. Sempre que $\theta > \theta_2$, os especuladores preferem não atacar já que o ganho especulativo é menor que o custo de transação se o ataque não é bem sucedido. Assumindo que $\theta_1 < \theta_2$, o governo que conhece o estado de fundamentos θ , faz a sua decisão depois de os especuladores terem feito a sua.

Assim, a regra de decisão do governo assume a seguinte função de estratégia ótima:

$$\psi(\theta, l) = \begin{cases} \text{acelera,} & v(\theta) > c(\theta, l) \\ \text{n\~{a}o_acelera,} & v(\theta) \leq c(\theta, l) \end{cases} \quad (1.8)$$

De acordo com as hipóteses anteriores em relação à especulação, quando $l = 1$, a função de estratégia ótima do governo indica que o governo não acelera seu programa de reformas para qualquer θ em $[0, 1]$ e quando $l = 0$, o governo acelera somente quando $\theta \in (\theta_1, 1]$. Para uma ψ dada, a solução na forma reduzida do jogo de especuladores fornece a tripartição do espaço de fundamentos que também caracteriza os modelos de segunda geração de crises cambiais (Flood & Marion, 1996). Desta forma, se o estado de fundamentos θ cair no intervalo:

- $[0, \theta_1)$ \Rightarrow só existe um equilíbrio: todos os agentes especulam e o governo não acelera reformas;
- $[\theta_1, \theta_2]$ \Rightarrow existem equilíbrios múltiplos: os agentes podem tanto atacar abrindo posições vendidas e despejando títulos no mercado secundário de forma que o governo tenha dificuldades para aprovar reformas quanto não atacar e permitir que o governo consiga acelerar reformas.
- $(\theta_2, 1]$ \Rightarrow só existe um equilíbrio: todos os agentes se recusam a atacar e o governo acelera reformas.

Desta forma, fora do intervalo $[\theta_1, \theta_2]$, acelerar as reformas é somente uma função de θ , enquanto que, quando θ cai em $[\theta_1, \theta_2]$, o resultado depende de qual equilíbrio auto-realizável os especuladores estarão coordenando, sendo este intervalo conhecido como a zona “pronta para o ataque”. Se os especuladores esperam que não ocorra aceleração de reformas o que implica na hipótese de que os indicadores macroeconômicos não apontarão uma melhora nos fundamentos, aumentando a probabilidade de insolvência do país, os agentes atacam. Despejam títulos no mercado, o risco país sobe, aumentando a pressão sobre os juros e trazendo recessão e fuga de capitais. A oposição exerce uma pressão para que o modelo econômico seja revisto (aumento de risco político) e o governo de fato acaba não avançando nas reformas, cumprindo uma profecia auto-realizável. Da mesma maneira, se os especuladores esperam que as reformas acelerem, eles não atacam, diminuindo o risco político, permitindo que as reformas avancem.

Note ainda que os dois equilíbrios são assimétricos neste intervalo: os especuladores obtêm recompensas se atacam porém não atacar resulta em uma recompensa nula. O maior defeito da existência de equilíbrios múltiplos é que não permitem a previsão precisa dos resultados do jogo (Sbracia & Zaghini, 2000).

d) Modelo com informação incompleta

Contudo, não é certo que os especuladores conhecem o verdadeiro estado de fundamentos θ , mas têm expectativas quanto a ele na forma de uma distribuição de probabilidade. Esta distribuição é absolutamente contínua, com apoio total em $[0,1]$, e tendo η como função de densidade⁸. Se η é de conhecimento comum para todos os especuladores, esta distribuição de probabilidade representa a informação pública (oficial e não-oficial) disponível para todos eles, seu conjunto de crenças. As condições que precisam ser atendidas por η para que haja equilíbrios múltiplos podem fornecer importante subsídio para se ter uma noção sobre o efeito das expectativas dos agentes.

Como o governo conhece θ e observa l , sua estratégia ótima é a mesma função ψ do modelo de informação completa. Assim, se θ cai em $[0, \theta_1)$, o governo não consegue acelerar as reformas enquanto se θ cai em $(\theta_2, 1]$, o governo consegue acelerar as reformas. Quando θ pertence a $[\theta_1, \theta_2]$, as expectativas dos especuladores é que vão determinar o resultado do jogo.

Dado um determinado ψ , pode-se focar agora no jogo em forma reduzida dos especuladores. É necessário calcular a recompensa $u(a_i, a_{-i})$ de um especulador que desova títulos, quando todos os outros especuladores também atacam e a recompensa $u(a_i, d_{-i})$ de um especulador que ataca quando todos os outros especuladores não atacam. Analiticamente, as recompensas esperadas são:

$$\begin{aligned} u(a_i, a_{-i}) &= \int_0^1 (b - f(\theta) - t)\eta(\theta)d\theta \\ u(a_i, d_{-i}) &= \int_0^{\theta_1} (b - f(\theta) - t)\eta(\theta)d\theta - \int_{\theta_1}^1 t\eta(\theta)d\theta. \end{aligned} \tag{1.9}$$

⁸ Denota-se $\tilde{\Theta}$ como a variável aleatória que representa a distribuição do estado de fundamentos e assume valores dentro de $[0,1]$ com função de densidade η

A recompensa $u(a_i, a_{-i})$ assume essa forma por hipótese, já que um ataque de todos os especuladores, mesmo no estado com os melhores fundamentos, o governo não consegue acelerar as reformas. Já a recompensa $u(a_i, d_{-i})$, é bom lembrar que no intervalo $[0, \theta_1)$ o governo não consegue acelerar as reformas mas no intervalo $(\theta_1, 1]$ isto é possível. A proposição seguinte especifica os equilíbrios do jogo dos especuladores na forma reduzida:

Proposição (Prati & Sbracia, 2002). O perfil de estratégia (de ataque) no qual todos os agentes desovam títulos é um equilíbrio se e somente se $u(a_i, a_{-i}) \geq 0$. O perfil de estratégia (de não-ataque) no qual todos os agentes se abstêm de atacar é um equilíbrio se e somente se $u(a_i, d_{-i}) \leq 0$.

Se q designa a probabilidade que o estado de fundamentos não é maior que θ_1 , pode-se re-escrever as recompensas da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} u(a_i, a_{-i}) &= b - E[f(\tilde{\Theta})] - t \geq 0 \\ u(a_i, d_{-i}) &= (b - E[f(\tilde{\Theta}) | \tilde{\Theta} \leq \theta_1])q - t \leq 0. \end{aligned} \quad (1.10)$$

A primeira inequação estabelece que quando um especulador espera que todos ataquem juntos, ele ataca enquanto o ganho líquido esperado for positivo. A segunda inequação estabelece que quando um especulador espera que só ele ataque, ele ataca até que os custos de transação se igualem à probabilidade de ganho enquanto o estado de fundamentos esperado é menor que θ_1 . Assim, pode-se dizer que q representa a probabilidade de uma diminuição forçada na velocidade das reformas, já que o governo pode não conseguir acelerar as reformas mesmo quando não existem especuladores.

Como $b - f(\theta) \geq 0$ para todo θ , a condição $b - E[f(\tilde{\Theta}) | \tilde{\Theta} > \theta_1] \geq 0$ é sempre satisfeita. Com isto, $u(a_i, a_{-i}) \geq u(a_i, d_{-i})$ e os perfis de estratégia de ataque, de não-ataque, ou ambos são equilíbrios deste jogo. Como tanto $u(a_i, a_{-i}) \geq 0$ e $u(a_i, d_{-i}) \leq 0$ podem ser válidos para a mesma η , três situações podem ser identificadas:

- se $u(a_i, d_i) > 0$, de forma que isto implica que $u(a_i, a_i) > 0$, só existe um equilíbrio: todos os especuladores atacam e o governo desiste de acelerar as reformas;
- se $u(a_i, a_i) < 0$, de forma que isto implica que $u(a_i, d_i) < 0$, só existe um equilíbrio: todos os especuladores desistem de atacar e o governo decide se acelera as reformas ou não dependendo de $\theta \leq \theta_1$ ou $\theta > \theta_1$;
- se $u(a_i, a_i) \geq 0$ e $u(a_i, d_i) \leq 0$, há equilíbrios múltiplos: os agentes podem ou despejar títulos (e forçar o governo a desistir das reformas) ou desistir de atacar (de forma que o governo acelere as reformas, dado que $\theta > \theta_1$).

Re-escrevendo (1.10) a partir da Proposição 1, obtém-se uma condição necessária e suficiente para que haja equilíbrios múltiplos neste jogo:

$$b \in \left[E[f(\tilde{\Theta})] + t, E[f(\tilde{\Theta}) | \tilde{\Theta} \leq \theta_1] + \frac{t}{q} \right]. \quad (1.11)$$

Denotando o intervalo acima por $B \equiv [b_1, b_2]$, pode-se verificar que $b \in B$ é uma condição razoável para a ocorrência de equilíbrios múltiplos. Por um lado, quando b está razoavelmente “alto” (i.e. $b > b_2$), os especuladores esperam uma grande recompensa de um ataque com êxito. Assim, o perfil estratégico onde os agentes desistem de atacar é rejeitado e o único equilíbrio do modelo implica fortes pressões especulativas. Por outro lado, se b é relativamente baixo (i.e. $b < b_1$), o modelo prediz que os especuladores não atacam. Para níveis intermediários de b , ambos resultados são equilíbrios possíveis do jogo.

Uma condição necessária para que ocorram equilíbrios múltiplos é quando B não é vazio, i.e., $b_1 \leq b_2$. Esta condição é satisfeita quando:

$$q \leq \frac{t}{E[f(\tilde{\Theta})] + t - E[f(\tilde{\Theta}) | \tilde{\Theta} \leq \theta_1]} \equiv s, \quad (1.12)$$

onde $s \in (0,1)$.

A condição (1.12) pode ser usada, junto às condições (1.10), para mostrar como as perturbações da distribuição de probabilidade sobre os fundamentos que removem a multiplicidade de equilíbrios. Pelas condições (1.10), percebe-se que mudanças nas expectativas dos agentes que alterem a estrutura de equilíbrio implicam mudanças em pelo menos um dos seguintes parâmetros: $E[f(\tilde{\Theta})]$, $E[f(\tilde{\Theta})|\tilde{\Theta} \leq \theta_1]$ ou q . Em geral, quando η muda, todos estes valores podem mudar. Contudo, para simplificar a discussão e entender melhor o papel de cada uma delas, consideram-se as perturbações da função de densidade de probabilidade que impliquem modificações de um só parâmetro.

e) Efeito dos parâmetros

Definem-se $E[f(\tilde{\Theta})] = \bar{b}$, $E[f(\tilde{\Theta})|\tilde{\Theta} \leq \theta_1] = \bar{b}_{\theta_1}$, q e s os parâmetros calculados para uma função de densidade de probabilidade η a qual gera equilíbrios múltiplos. De forma análoga, denotam-se \bar{b}' , \bar{b}'_{θ_1} , q' e s' os parâmetros correspondentes calculados para uma outra função de densidade η' . O primeiro caso considerado é quando \bar{b} aumenta fazendo com que as expectativas dos agentes especuladores mudem de uma função de densidade η para uma nova função de densidade η' em $[0,1]$, de modo que $q' = q$, $\bar{b}'_{\theta_1} = \bar{b}_{\theta_1}$. O preço dos títulos soberanos sobe para um nível $\bar{b}' > \bar{b}$ o que faz com que $q' > s'$. Com estes parâmetros, o intervalo B é diminuído, já que seu limite inferior aumenta, e este novo conjunto de crenças η' viola a primeira condição de (1.10), e vemos que o único equilíbrio deste jogo é o “bom”: os agentes não atacam e o governo consegue acelerar reformas. Isto é natural já que um aumento em \bar{b} significa que os fundamentos da economia melhoraram diminuindo a probabilidade de que os especuladores esperem que o preço do título soberano cairá. Se o aumento em \bar{b} for suficientemente grande, o ganho esperado dos especuladores em um ataque conjunto de êxito torna-se negativo (lembrando que o ganho esperado é dado por $b - \bar{b}' - t$).

O segundo caso é quando \bar{b}_{θ_1} , o nível de preços esperado, condicionado a $\tilde{\Theta} \leq \theta_1$, diminui, mas $q' = q$ e $\bar{b}' = \bar{b}$. Isto faz com que os agentes mudem para a nova função

densidade de probabilidade η' em $[0,1]$ em que $\bar{b}'_{\theta_1} < \bar{b}_{\theta_1}$ e $q > s'$. Desta vez, o intervalo B é diminuído devido à diminuição do limite superior e a condição violada é (1.12), não podendo haver então equilíbrios múltiplos. A violação da segunda condição de (1.10) indica que o único equilíbrio é quando todos os agentes atacam e o governo não consegue acelerar reformas. Ou seja, apesar do nível de preços dos títulos não variar, a expectativa de que o preço futuro deteriore muito ataca o apetite dos especuladores. Se \bar{b}'_{θ_1} é muito menor que \bar{b}_{θ_1} , a utilidade de atacar quando todos os outros especuladores não o fazem torna-se positiva. Assim, com η' , qualquer agente espera um ganho positivo vendendo títulos soberanos do país devedor, mesmo que ele seja o único a fazer isto. Assim, qualquer agente tem incentivo para atacar e o equilíbrio ruim torna-se o único equilíbrio do jogo.

O último caso é quando q aumenta, decorrente, por exemplo, de um aumento na variância da distribuição mas $\bar{b}' = \bar{b}$ e $\bar{b}'_{\theta_1} = \bar{b}_{\theta_1}$ ⁹. O aumento em q justifica-se quando aumenta a variância da informação pública fazendo com que os agentes sintam maior incerteza com relação à solidez da economia. Isto faz com que as expectativas dos agentes se transfiram para uma nova função de densidade de probabilidade η' em $[0,1]$ em que $q' > s > q$. Ou seja, assim como no segundo caso, o único equilíbrio plausível é o ataque dos especuladores, já que o intervalo B também diminui devido à diminuição do limite superior. O aumento em q significa que alguma probabilidade gerada pela mudança de expectativas deslocou a cauda esquerda da distribuição, fazendo com que $u(a_i, d_{-i}) \geq 0$, mesmo que a depreciação esperada do título não tenha mudado. Isto mostra que mudanças nas expectativas dos especuladores, mesmo não piorando uma percepção de uma sobrevalorização corrente do título soberano, podem ser suficientes para induzir um ataque especulativo. Ou seja, a mudança nas crenças dos especuladores de forma que a média é preservada mas a dispersão da distribuição aumenta pode deflagrar uma mudança de jogo de equilíbrios múltiplos para um com um único equilíbrio: um ruim.

⁹ Na verdade, para muitas classes de funções de densidade de probabilidade, quando \bar{b} é constante, tanto um acréscimo em q quanto um decréscimo em \bar{b}_{θ_1} são associados a um aumento na variância da distribuição.

Uma implicação testável, portanto, é entender como as mudanças súbitas no grau de incerteza de como os investidores externos percebem o país emergente devedor podem levar a uma crise de credibilidade externa da política econômica de tal país, conduzindo-o a uma parada súbita de influxos de capitais à la Calvo (1998). Regimes de volatilidade mais alta podem aumentar a probabilidade de ataques especulativos à economia emergente soberana, mesmo que os fundamentos não tenham mudado substancialmente, mas sim a sua percepção por parte dos agentes.

Capítulo 2 MUDANÇAS DE REGIMES NA VOLATILIDADE CONDICIONAL.

Há momentos em que o risco Brasil, a exemplo de várias séries financeiras e macroeconômicas de alta frequência, parece estar bastante estável, com ou sem tendência, e muito pouco volátil. Já há outros em que parece estar extremamente instável e volátil, originando portanto diferentes *clusters* de volatilidade. Assim, modelar esta instabilidade e volatilidade condicionada ao tempo significa obter não só uma inferência econométrica mais eficiente para a própria média condicional (Hamilton & Susmel, 1994), como também identificar e tipificar como se caracterizam estes períodos em que a volatilidade condicional aumenta.

Um modelo bastante popular que lida com a volatilidade condicional, já que captura os *clusters* de volatilidade e consegue descrever alguns fatos estilizados típicos de séries macroeconômicas ou financeiras – excesso de curtose e caudas grossas, por exemplo – é o Modelo Generalizado Auto-Regressivo Condicionalmente Heterocedástico (GARCH), apresentado por Bollerslev (1986) como uma extensão do modelo ARCH (Engle, 1982)¹⁰.

Este tipo de modelagem trata a questão da seguinte forma. Seja ε_t , o resíduo de um processo estacionário

$$y_t = x_t \beta + \varepsilon_t, \quad (2.1)$$

onde x_t pode ser tanto uma variável fracamente exógena quanto um elemento de Ω_{t-1} , o conjunto de informações disponíveis até o instante anterior inclusive, de forma que

$$\varepsilon_t \sim D(0, \sigma^2) \quad (2.2)$$

¹⁰ Trabalhos recentes de modelos do tipo GARCH incluem Bera & Higgins (1993), Bollerslev, Engle & Nelson (1994), Diebold & Lopez (1995), Pagan (1996), Palm (1996), Shephard (1996) e Gouriéroux (1997). Também consultar os livros-texto de Hamilton (1994) e Mills (1999).

onde $D(\cdot)$ é alguma distribuição paramétrica¹¹. Mesmo que este resíduo satisfaça às propriedades não-condicionais de ruído branco¹², assume-se que a sua volatilidade condicionada a Ω_{t-1} não seja constante ao longo do tempo:

$$\varepsilon_t | \Omega_{t-1} \sim D(0, h_t) \quad (2.3)$$

Ou seja, ao contrário dos modelos ARIMA condicionalmente homocedásticos, a modelagem de volatilidade condicional permite que $E[\varepsilon_t^2 | \Omega_{t-1}] = h_t(\Omega_{t-1}), \forall t$ ¹³. Com isto, a série é condicionalmente heterocedástica, sem deixar de perder as propriedades não-condicionais de ruído branco, já que a esperança condicional de h_t continua sendo constante

¹¹ Geralmente, usam-se três distribuições paramétricas alternativas: a distribuição Normal, a “t de Student” sugerida por Bollerslev (1987) e a Distribuição Generalizada de Erros (ou doravante somente GED, do original em inglês), sugerida por Nelson (1991). A função “t de Student” padronizada tem a função de densidade

$$f(z_t) = \frac{\Gamma((\eta+1)/2)}{\sqrt{\pi(\eta-2)}\Gamma(\eta/2)} \left(1 + \frac{z_t^2}{\eta-2}\right)^{-(\eta+1)/2}, \text{ onde } \Gamma(\cdot) \text{ é a função Gama e } \eta \text{ são os graus de}$$

liberdade que também podem ser estimados com os outros parâmetros do modelo; a t de Student converge para uma Normal com η bem grande e sua curtose incondicional é maior que a da normal para $\eta > 4$. Já a GED padronizada tem a seguinte função de densidade: $f(z_t) = \nu \exp\left(-\frac{1}{2}|z/\lambda|^\nu\right) / \lambda 2^{(1+1/\nu)} \Gamma(1/\nu)$, onde $\Gamma(\cdot)$ é a função Gama e $\lambda^2 = 2^{-2/\nu} \Gamma(1/\nu) / \Gamma(3/\nu)$, $-\infty < z_t < \infty$ e $\nu > 0$; ν é o parâmetro que mede a largura das caudas da distribuição: quando $\nu < 2$, a GED tem caudas mais grossas que a Normal padronizada; quando $\nu = 2$, a GED é igual à Normal padronizada; quando $\nu > 2$, a GED tem caudas mais finas. Quando $\nu \rightarrow \infty$, a GED é igual a uma Uniforme e é importante que $\nu > 1$, para que os processos relevantes sejam estacionários na covariância (La Rocque, E., 2002).

¹² Para que qualquer série y_t , ou uma transformação sua (por exemplo, suas primeiras diferenças), tenha estacionariedade na covariância (ou estacionariedade fraca), é preciso que a esperança e as auto-covariâncias sejam finitas e constantes, i.e., $E[y_t] = \mu$ e $E[(y_t - \mu)(y_{t-k} - \mu)] = \gamma_k, \forall t = 1, \dots, n$ e $k = 0, 1, 2, \dots$. Um caso especial da estacionariedade na covariância é o ruído branco, em que $\mu = 0, \gamma_0 = \sigma^2$ e $\gamma_k = 0, \forall k = 1, 2, \dots$.

¹³ Pela Lei das Expectativas Iteradas, se Ω_1 e Ω_2 são conjuntos de variáveis aleatórias tais que $\Omega_1 \subseteq \Omega_2$ e se y é uma variável aleatória escalar, então $E[y | \Omega_1] = E[E[y | \Omega_2] | \Omega_1]$. Conseqüentemente, se $\Omega_1 = \emptyset$,

$$\text{então } E[y] = E[E[y | \Omega_2]]. \text{ Desta forma, como } E[\varepsilon_t | \Omega_{t-1}] = 0, \text{ então}$$

$$E[\varepsilon_t] = E[E[\varepsilon_t | \Omega_{t-1}]] = 0, \quad \sigma^2 \equiv E[\varepsilon_t^2] = E[E[\varepsilon_t^2 | \Omega_{t-1}]] = E[h_t] \quad \text{e}$$

$$E[\varepsilon_t \varepsilon_{t-k}] = E[E[\varepsilon_t \varepsilon_{t-k} | \Omega_{t-1}]] = E[\varepsilon_{t-k} E[\varepsilon_t | \Omega_{t-1}]] = 0.$$

ao longo do tempo e igual à variância incondicional de ε_t , qual seja $\sigma^2 \equiv E[\varepsilon_t^2] = E[h_t]$.

Uma forma de ε_t se tornar condicionalmente heterocedástica é assumindo a seguinte forma:

$$\varepsilon_t = z_t \sqrt{h_t}, \quad (2.4)$$

onde z_t é independente e identicamente distribuída com média zero e variância unitária e ε_t condicionada a Ω_{t-1} terá média condicional zero e variância condicional h_t .

No modelo GARCH (p,q), a função $h_t(\Omega_{t-1})$ assume a seguinte especificação linear:

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j h_{t-j} = \alpha_0 + A(L)\varepsilon_t + B(L)h_t, \quad (2.5)$$

onde $A(L) = \sum_{i=1}^q \alpha_i L^i$ e $B(L) = \sum_{j=1}^p \beta_j L^j$ são polinômios de ordem finita no operador de

defasagem L . Para que a variância condicional seja não-negativa, é preciso assumir ainda que $\alpha_0 > 0$, $p, q, \alpha_i, \beta_i \geq 0$, $\forall i = 1, \dots, \max[p, q]$ ¹⁴. O modelo GARCH(p,q) é estacionário na

covariância, com $E[\varepsilon_t] = 0$, $Var[\varepsilon_t] = \frac{\alpha_0}{1 - A(L) - B(L)}$ e $Cov(\varepsilon_t, \varepsilon_s) = 0, t \neq s$ se e somente se

$A(L) + B(L) < 1$ ¹⁵. Uma forma interessante de avaliar como, por exemplo, um modelo de volatilidade condicional incorpora novas informações na volatilidade condicional é através da Curva de Impacto de Notícias (ou doravante somente *NIC*, iniciais do conceito original em inglês), apresentada por Pagan & Schwert (1990) e popularizada por Engle & Ng (1993). A *NIC* dá uma idéia de como choques atuais ε_t impactam a volatilidade condicional prevista

¹⁴ Não é difícil verificar que, para que o parâmetro β_j seja identificado, é preciso ainda que $\alpha_i > 0$.

¹⁵ De acordo com van Dijk & Franses (2000), para se determinar as ordens apropriadas de p e q no modelo GARCH (p,q), deve-se usar um procedimento do-geral-ao-específico, começando com um modelo com p e q fixados em valores grandes e se reduzindo as ordens testando as restrições com base na razão de verossimilhança, como em Akgaray (1989) e em Cao & Tsay (1992). Uma outra forma é usando critérios de informação modificados, como sugerido por Brooks & Burke (1997, 1998). Contudo, ainda que o modelo GARCH (p,q) seja de interesse teórico, Engle (1993) e Bollerslev et al. (1992) concluíram que o modelo GARCH (1,1) parece ser mais adequado e eficiente na prática para uma série de aplicações em dados financeiros e econômicos.

um período à frente h_{t+1} , mantendo constante todas as outras informações passadas ou correntes¹⁶. No caso de um GARCH (1,1), a única informação passada relevante para a volatilidade condicional futura é a variância condicional presente h_t , dando o seguinte formato à NIC do GARCH (1,1):

$$NIC(\varepsilon_t | h_t = \sigma^2) = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_t^2 + \beta_1 h_t = A + \alpha_1 \varepsilon_t^2, \quad (2.6)$$

onde $A = \alpha_0 + \beta_1 h_t$. Ou seja, a NIC é uma função quadrática simétrica, minimizada em $\varepsilon_t = 0$.

Porém, o sucesso deste modelo GARCH linear em modelar *clusters* de volatilidade e ainda lidar com caudas grossas¹⁷ é contrabalançado pela sua limitação em não permitir a definição estocástica de diferentes *estados do mundo* ou *regimes* nos quais as variáveis econômicas assumem um determinado comportamento dinâmico de acordo com cada estado ou regime¹⁸. Do ponto de vista econométrico, levar em conta possíveis mudanças de regimes, tão frequentes em mercados emergentes (Issler, 1999), é importante porque diminui a chance de se sobreestimar a persistência de choques à variância condicional (Diebold, 1986, Lamoureux & Lastrapes, 1990) e de detectar a presença espúria de raízes unitárias (Perron, 1989). Além disso, consegue-se interpretar o comportamento durante os diferentes regimes. Sob este prisma, LeBaron (1992), ao demonstrar que as autocorrelações de retornos de ações tendem a ser maiores (menores) durante períodos de baixa (alta) volatilidade, não deixa de descrever o comportamento dinâmico das autocorrelações quando se têm regimes de alta e baixa volatilidade. Já em outra medida, Schwert (1990) ressalta que a volatilidade das bolsas é mais alta quando a economia atravessa um período de recessão.

¹⁶ Na prática, assume-se h_t igual à variância incondicional σ^2 .

¹⁷ A distribuição incondicional do processo GARCH (1,1) é leptocúrtica, porque, por hipótese, para o quarto momento incondicional existir, é necessário assumir que $3\alpha_1^2 + 2\alpha_1\beta_1 + \beta_1^2 < 1$ (Bollerslev, 1986). Isto permite explicar a grande quantidade de possíveis *outliers* a uma distribuição normal que são frequentes em séries econômicas e financeiras de alta frequência.

¹⁸ Por “comportamento dinâmico dependente de cada regime” entende-se aqui, tal como van Dijk & Franses (2000), o padrão assumido por certas propriedades de séries temporais – tais como média, variância e autocorrelação – em diferentes regimes.

Uma fonte de mudança de regimes de baixa para alta volatilidade se encontra na assimetria dos choques. Black (1976) e Nelson (1991), entre outros, argumentam que o mercado financeiro reage de maneira pior a uma má notícia do que a uma boa, já que a volatilidade subsequente a um choque negativo é mais alta do que aquela a um choque positivo de igual magnitude. Uma razão para isto encontrada por Black (1976) passa pela forma pela qual se financiam as empresas. Quando o valor da ação de uma firma cai, aumenta a proporção entre capital alavancado e o investido. E, com isto, aumenta a incerteza sobre a solvência deste capital alavancado e a volatilidade subsequente do retorno do capital investido. Este fenômeno ficou conhecido como *efeito alavancagem*.

Este tipo de mudança de regime ocasionado pela assimetria dos choques não consegue ser detectado pelo modelo GARCH com parâmetros lineares. Como o GARCH é incapaz de diferenciar um choque negativo de um positivo, ele não consegue detectar se há o efeito alavancagem e, portanto, não consegue explicar se há algum padrão diferente assumido entre altas e baixas volatilidades condicionais ou quando se dá este fenômeno.

E não só a assimetria dos choques é fonte de mudança de regimes de volatilidade condicional. De acordo com Susmel (1999), eventos raros – tais como quebras de mercado, pânico financeiros e mudanças de políticas governamentais – também produzem um efeito claro sobre as séries financeiras já que a volatilidade muda substancialmente.

Uma abordagem bem natural para lidar com mudanças em regimes é modelar as séries temporais com modelos não-lineares (Priestley, 1980, 1988) de volatilidade condicional (van Dijk & Franses, 2000). Este capítulo está estruturado da seguinte forma. Na Seção 2.1, discutem-se as representações de alguns modelos não-lineares de volatilidade condicional com maior aplicação empírica e que permitem tipificar diferentes regimes de volatilidade condicional¹⁹. A estimação destes modelos e os seus testes de diagnósticos são tratados na seção 2.2. A Seção 2.3 enfoca a previsão fora da amostra.

¹⁹ Para uma maior revisão acerca de modelos GARCH não lineares, v. Hentschel (1995).

2.1 Representação de modelos GARCH não-lineares

Grosso modo, van Dijk & Franses (2000) distinguem duas classes principais de modelos com mudança de regimes de volatilidade condicional. A primeira classe assume que os regimes podem ser caracterizados (ou determinados) por uma variável observável: qual seja o sinal ou o tamanho do choque defasado. Assim, é possível detectar claramente os regimes ocorridos no presente e no passado. Já os modelos da segunda classe assumem que o regime não pode ser de fato observável mas é determinado por um processo estocástico subjacente não-observável. Isto implica que nunca se sabe exatamente qual regime ocorreu em um ponto específico no tempo, mas pode-se designar probabilidades à ocorrência dos diferentes regimes.

2.1.1 Modelos não-lineares de componentes observáveis

Como explicitado anteriormente, a assimetria dos choques é a primeira grande preocupação que os modelos não lineares procuram resolver. No nosso caso, a assimetria é uma fonte potencial de mudança de regimes de volatilidade condicional. Os modelos discutidos a seguir procuram captar tal assimetria de diversas maneiras e têm vasta aplicação empírica em séries macroeconômicas e financeiras.

a) Modelo Assimétrico GARCH (AGARCH) e Modelo GARCH com limiares (TGARCH)

Genericamente, pode-se especificar modelos assimétricos derivados do GARCH (1,1) da seguinte forma:

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 (\varepsilon_{t-1} - \kappa_1)^2 + \kappa_2 (\varepsilon_{t-1} - \kappa_1)^2 I[\varepsilon_{t-1} \leq 0] + \beta_1 h_{t-1}, \quad (2.7)$$

onde $I[\cdot]$, é uma função indicadora não correlacionada com ε_t^2 e $E[I[\varepsilon_t \leq 0]] = P(\varepsilon_t \leq 0) = 0.5$; κ_1 é o parâmetro de assimetria e κ_2 o parâmetro de limiar (*threshold*). Tanto κ_1 quanto κ_2 podem ser iguais a zero.

Em um Modelo Assimétrico GARCH (AGARCH) de ordem (1,1), como proposto por Engle (1990), a especificação (2.7) da variância condicional é válida com $\kappa_2 = 0$ e sendo os efeitos assimétricos modelados pelo parâmetro κ_1 . Se $\kappa_1 \neq 0$, então existe assimetria dos choques na variância. Se $\kappa_1 < 0$, então, $h(\varepsilon_{t-1}) > h(-\varepsilon_{t-1})$, para $\varepsilon_{t-1} > 0$; ou seja, choques positivos têm um efeito maior sobre a volatilidade condicional subsequente do que choques negativos de igual magnitude. Ainda, $\kappa_1 > 0$, então, $h(-\varepsilon_{t-1}) > h(\varepsilon_{t-1})$, para $\varepsilon_{t-1} < 0$; ou seja, choques negativos têm um efeito maior sobre a volatilidade condicional subsequente do que choques positivos de igual magnitude. A NIC de um AGARCH (1,1) é bastante parecida com a de um GARCH (1,1), exceto que ela tem a sua parábola deslocada horizontalmente de forma a ser minimizada em $\varepsilon_{t-1} = \kappa_1$ e não em 0. A direção e o tamanho do deslocamento horizontal vai depender do sinal e da magnitude de κ_1 e é obtida por:

$$NIC(\varepsilon_t | h_t = \sigma^2) = A + \alpha_1 (\varepsilon - \kappa_1)^2 \quad (2.8)$$

onde $A = \alpha_0 + \beta_1 h$.

Já para se obter um Modelo GARCH de limiares (*Thresholds*) (TGARCH) de ordem (1,1), tal como apresentado independentemente por Glosten et al. (1993) e Zakoian (1994), é necessário que $\kappa_1 = 0$ na especificação (2.7) da variância condicional. Se $\kappa_2 \neq 0$, há assimetria dos choques na variância; se $\kappa_2 > 0$, toda vez que o choque anterior for negativo, a volatilidade condicional h_t aumenta em mais $\kappa_2 \varepsilon_{t-1}^2$ e se verifica o efeito alavancagem. As condições para que a variância condicional seja positiva são $\alpha_0 > 0$, $(\alpha_1 + \kappa_2/2) \geq 0$ e $\beta_1 > 0$. Para que haja estacionariedade fraca, é preciso que $(\alpha_1 + \kappa_2/2) + \beta_1 < 1$. A NIC para o modelo TGARCH (1,1) toma a seguinte forma:

$$NIC(\varepsilon_t | h_t = \sigma^2) = A + \begin{cases} (\alpha_1 + \kappa_2) \varepsilon_t^2, & \forall \varepsilon_t \leq 0 \\ \alpha_1 \varepsilon_t^2, & \forall \varepsilon_t > 0 \end{cases} \quad (2.9)$$

onde $A = \alpha_0 + \beta_1 \sigma^2$. Ou seja, a NIC do TGARCH (1,1), a exemplo do GARCH (1,1), também é uma função quadrática centrada em $\varepsilon_t = 0$, porém é menos inclinada com choques negativos e mais inclinada com choques positivos.

b) Modelo GARCH Exponencial - EGARCH

Em um modelo Exponencial GARCH (1,1) ou EGARCH (1,1), a partir de (2.4), Nelson (1991) especificou a evolução da variância condicional da seguinte forma:

$$\ln(h_t) = \alpha_0 + \alpha_1' z_{t-1} + \gamma_1 (|z_{t-1}| - E(|z_{t-1}|)) + \beta_1 \ln(h_{t-1}), \quad (2.10)$$

onde $E[|z_t|]$ depende da distribuição condicional assumida para z_t . O modelo EGARCH descreve a relação entre choques passados, medidos em relação aos seus desvios-padrão, e o logaritmo da variância condicional. Por conta disto, nenhuma restrição precisa ser imposta a α_1' , γ_1 e β_1 para assegurar que h_t seja não negativa. Tendo em conta ainda que z_t possui média zero e variância unitária, a função $g(z_t) \equiv \alpha_1' z_t + \gamma_1 (|z_t| - E(|z_t|))$ é linear em z_t , também possui média zero e é não-correlacionada. O primeiro termo de $g(z_t)$ capta o efeito do sinal do choque anterior enquanto o segundo capta um efeito de magnitude. A função $g(z_t)$ ainda pode ser re-escrita da seguinte forma:

$$g(z_t) = (\alpha_1' + \gamma_1) z_t I[z_t > 0] + (\alpha_1' - \gamma_1) z_t I[z_t \leq 0] - \gamma_1 E[|z_t|]. \quad (2.11)$$

Com esta especificação, se o choque anterior for negativo, $-\infty < z_{t-1} \leq 0$, o logaritmo da variância condicional recebe um impacto de $\alpha_1' - \gamma_1$. Se $0 < z_{t-1} < +\infty$, o logaritmo da

variância condicional recebe um impacto de $\alpha_1' + \gamma_1$. Quando $\alpha_1' \neq 0$, existe assimetria dos choques sobre a variância condicional. Já quando $\alpha_1' < 0$, $0 \leq \gamma_1 < 1$ e $\gamma_1 + \beta_1 < 1$, choques negativos produzem um efeito maior na variância condicional em um modelo EGARCH (1,1) do que em um modelo GARCH (1,1), também comprovando o efeito alavancagem. Estas propriedades produzem a seguinte NIC:

$$NIC(\varepsilon_t | h_t = \sigma^2) = \begin{cases} A \exp\left(\frac{\alpha_1' - \gamma_1}{\sigma} \varepsilon_t\right), & \forall \varepsilon_t \leq 0 \\ A \exp\left(\frac{\alpha_1' + \gamma_1}{\sigma} \varepsilon_t\right), & \forall \varepsilon_t > 0 \end{cases} \quad (2.12)$$

com $A = \sigma^{2\beta} \exp(\alpha_0 - \gamma_1 \sqrt{2/\pi})$, assumindo-se uma distribuição normal para $z_t | \Omega_{t-1}$ em que $E[z_t] = (2/\pi)^{1/2}$. A exemplo da NIC do GARCH (1,1), a NIC do EGARCH (1,1) também é centrada em zero. Ainda que para valores baixos de ε_t , a NIC do EGARCH (1,1), choques negativos têm maior impacto na NIC EGARCH (1,1) do que na NIC do GARCH (1,1) e choques positivos têm menor impacto, para valores mais altos o impacto em h_t sempre será maior na NIC do EGARCH (1,1) já que a função exponencial em (2.12) é maior domina a quadrática em (2.6).

2.1.2 Modelos não-lineares de componentes não-observáveis: mudanças markovianas.

Nas especificações anteriores, se existe o efeito alavancagem, um regime pode mudar de baixa para alta volatilidade de acordo com o sinal ou com a magnitude do choque defasado ε_{t-1} , ou seja, por meios de uma variável observável (van Dijk & Franses, 2000). Nesta segunda classe de modelos não-lineares, assume-se que cada regime de volatilidade condicional depende de uma função de distribuição de probabilidades, que por sua vez é uma

decomposição de uma função conjunta de distribuição de probabilidades com mais de uma moda, e que a mudança de um estado s_t para outro seja determinada por um processo de Markov não-observável ao longo do tempo.

Uma vantagem dos modelos GARCH com mudanças markovianas de regime reside na sua maior facilidade em relação à modelagem não-linear GARCH com componentes observáveis em lidar com quebras estruturais dramáticas (Hamilton & Susmel, 1994), as quais podem ser confundidas com *clusters* de volatilidade (Gray, 1996), já que uma mudança estrutural na variância incondicional pode levar a uma má-estimação dos parâmetros GARCH implicando persistência em demasia na volatilidade (Lamoureux & Lastrapes, 1990). Seria esta uma das razões que explicam o alto grau de persistência, baixo grau de previsão e uma descrição estatística pobre dos *outliers* dos modelos vistos na primeira classe. Por sinal, mesmo que alguns eventos sejam raros, a natureza regressiva dos modelos GARCH não-lineares com componentes não-observáveis não consegue captar apropriadamente mudanças bruscas de volatilidade, subestimando a variância condicional quando se sai de um regime de baixa para alta volatilidade e superestimando a variância condicional no caso contrário (Susmel, 1999).

Mas, o aspecto mais inovador do modelo de volatilidade com mudanças markovianas é a sua capacidade de objetivamente datar os diferentes estados da economia (Goodwin, 1993). O modelo a seguir trata de lidar com as bruscas quebras estruturais na volatilidade ao mesmo tempo em que consegue diferenciar os diferentes períodos de acordo com seus diferentes regimes de volatilidade.

a) Markov-Switching GARCH (MS-GARCH)

Três conceitos derivados de Hamilton (1989,1994) servem de base ao MS-GARCH, tal como proposto por Almeida & Valls Pereira (1999) em extensão ao modelo MS-ARCH de Hamilton & Susmel (1994)²⁰. O primeiro é que a distribuição das observações y_t enquanto

²⁰ Almeida & Valls Pereira (1999) chamam seu modelo de SWGARCH e Hamilton & Susmel (1994) chamam o seu de SWARCH. Como a abordagem deste capítulo segue van Dijk & Franses (2000) que pressupõe a existência mudanças de regimes que não sejam markovianas, preferiu-se adotar aqui a terminologia MS-GARCH

processo gerador de dados possui mais do que uma moda. Os outros dois, derivados deste, são que esta distribuição é decomponível em mais de uma distribuição condicional i.i.d. e que cada uma destas distribuições decompostas é caracterizada por um conjunto de parâmetros, tais como média e variância por exemplo, tipificando diferentes *regimes* ou *estados aleatórios* s_t não-observáveis que podem assumir os valores de $1, 2, \dots, k$. Ou seja, o “ s_t governa os parâmetros da distribuição condicional de y_t ” (Hamilton & Susmel, 1994). A mudança markoviana entre um regime e outro ocorre se for assumida a hipótese de que s_t é descrita através de uma cadeia de Markov de primeira ordem, onde o único estado que importa para determinar o estado atual é o último, ou

$$\text{Prob}(s_t = j | s_{t-1} = i, s_{t-2} = k, \dots, y_{t-1}, y_{t-2}, \dots) = \text{Prob}(s_t = j | s_{t-1} = i) = p_{ij}. \quad (2.13)$$

E para toda cadeia de Markov, existe uma matriz coluna-estocástica de transição associada a ela:

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{21} & \dots & p_{k1} \\ p_{12} & p_{22} & \dots & p_{k2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{1k} & p_{2k} & \dots & p_{kk} \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

com as seguintes propriedades: $0 \leq p_{ij} \leq 1$, $\forall i, j \in S$, e $\sum_{j \in S} p_{ij} = 1$, $\forall i \in S$, onde S é o espaço de estados finito ou enumerável. A probabilidade de que um regime que se encontra no estado j hoje, dado que se encontrava no estado i ontem é captada por cada $p_{ij} = \text{Prob}(s_t = j | s_{t-1} = i)$. A importância da matriz de probabilidades de transição é grande no cálculo da estacionariedade da cadeia de Markov e conseqüentemente da previsão.

Se a função densidade de y_t condicionada em seus próprios valores assim como em valores correntes e q passados para cada estado é de uma forma conhecida,

e MS-ARCH respectivamente para caracterizar melhor o tipo de mudança de regime que estes modelos contemplam.

$$f(y_t | s_t, s_{t-1}, \dots, s_{t-q}, y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_0) \quad (2.15)$$

então através de métodos desenvolvidos em Hamilton (1989), é possível avaliar a função de verossimilhança para o dado observado e inferir sobre o regime não observado. Com isto, ao invés de (2.4), o erro condicional assume a seguinte forma:

$$\begin{cases} \varepsilon_t = \tilde{\varepsilon}_t \cdot \sqrt{g_{s_t}}, \\ \tilde{\varepsilon}_t = z_t \cdot \sqrt{h_t}, \end{cases} \quad (2.16)$$

onde g_{s_t} é uma constante dependente de s_t que multiplica o erro condicional de acordo com cada regime²¹. Desta forma, um MS-TGARCH (2,1,1) ou um MS-GARCH com limiar e dois regimes de ordem (1,1), poderia ser definido da seguinte forma:

$$h_t = g_{s_t} \left\{ \alpha_0 + \alpha_1 \frac{\varepsilon_{t-1}^2}{g_{s_{t-1}}} + \kappa_2 \frac{\varepsilon_{t-1}^2}{g_{s_{t-1}}} \mathbf{I}[\varepsilon_{t-1} \leq 0] + \frac{\beta_1 h_{t-1}}{g_{s_{t-1}}} \right\}^{22}. \quad (2.17)$$

Ou seja, a variância condicional depende do choque passado, da variância condicional passada e dos estados condicionais presente e passado. A vantagem comparativa do MS-GARCH reside no fato em que, ao rapidamente inferir em qual probabilidade o regime se encontra, o modelo consegue vencer o comportamento auto-regressivo da modelagem GARCH com componentes observáveis, e retornar mais rapidamente ao regime de baixa ou alta volatilidade em que se encontrava antes do evento raro ocorrer.

²¹ Como g_{s_t} é não-identificado, o regime primário tem fator de escala $g_{s_t=1}$ normalizado em um. Os regimes restantes necessariamente multiplicam o erro condicional por escalares em função de $g_{s_t} \geq 1$ para $s_t = 2, 3, \dots, k$.

²² Para se obter um MS-GARCH puro, basta que κ_2 seja igual a zero. Outras versões do MS-GARCH, restritas ou não, também foram propostas por Kim (1993), Cai (1994), Gray (1996), Hall & Sola (1996), Dueker (1997) e Susmel (1999).

2.2 Estimação e Testes de Diagnóstico

Antes de propriamente estimar os modelos, faz-se necessário antes de tudo verificar se existe heterocedasticidade e ainda testar para ver se existem efeitos GARCH não-lineares.

Antes de tudo, é preciso verificar o ajuste do modelo para a média condicional, descartando a autocorrelação dos resíduos, através do teste de Ljung e Box (1978). A idéia deste teste é verificar se a soma das primeiras M autocorrelações (excluindo a primeira para $t = 0$ que sempre é um) é maior do que o esperado para um processo que seja ruído branco, através da seguinte estatística:

$$Q = n(n+2) \sum_{s=1}^M (n-s)^{-1} \hat{r}_s^2 \quad (2.18)$$

onde \hat{r}_s é a autocorrelação amostral com defasagem s . A estatística Q tem distribuição assintótica χ^2 com $M - k$ graus de liberdade, onde k é o número de parâmetros do modelo.

Já para se detectar a heterocedasticidade condicional, em geral usa-se um teste do tipo Multiplicador de Lagrange, proposto por Engle (1982). Deve-se calcular TR^2 , onde T é o número total de observações e R^2 é o coeficiente de determinação da regressão de $\hat{\varepsilon}_t^2$ numa constante e $\hat{\varepsilon}_{t-1}^2, \dots, \hat{\varepsilon}_{t-q}^2$, onde $\hat{\varepsilon}_t$ é o resíduo obtido com a estimação da equação (2.1), obtendo R_u^2 , que é a estatística R^2 não centrada desta última regressão. Sob a hipótese nula de homocedasticidade, $T \cdot R_u^2 \xrightarrow{d} \chi_q^2$.

Já Bollerslev (1986) propôs um teste de Multiplicador de Lagrange para testar um modelo GARCH (p,q) contra a hipótese alternativa GARCH (p,q+r) com $r > 0$. Segundo Valls Pereira et al. (1999), a dificuldade de construir testes gerais para o modelo GARCH advém do fato sob hipótese nula, os parâmetros β não são identificados. Contudo, Lee (1991) mostrou

que testes de Multiplicador de Lagrange para um modelo GARCH (p,q) podem ser considerados como se fossem testes de Multiplicador de Lagrange para um modelo ARCH(p+q).

Uma outra forma também de se observar a presença de dependência não-linear entre os resíduos é calcular a autocorrelação dos resíduos ao quadrado e verificar se as mesmas são maiores que duas vezes o seu desvio padrão assintótico, calculado por $\frac{1}{\sqrt{T}}$, onde T é o número de observações (Li & Mark, 1994). Ou ainda usando a estatística de Ljung-Box para os resíduos ao quadrado.

Para detectar o impacto de assimetrias de choques sobre a variância condicional, pode-se usar o teste de viés de sinal (VS), proposto por Engle & Ng (1993). Seja S_{t-1}^- uma variável *dummy* que assume o valor de um quando $\hat{\varepsilon}_{t-1}$ é negativa e zero em caso contrário, sendo $\hat{\varepsilon}_t$ os resíduos de (2.1), sob a hipótese de homocedasticidade condicional. As estatísticas teste são calculadas como a razão- t do parâmetro ϕ_1 da seguinte regressão:

$$\hat{\varepsilon}_t^2 = \phi_0 + \phi_1 \hat{w}_t + \xi_t, \quad (2.19)$$

onde ξ_t é o resíduo e \hat{w}_t pode assumir três medidas diferentes. Se $\hat{w}_t = S_{t-1}^-$ na regressão anterior, o teste é chamado de teste de viés de sinal (VS), já que ele testa se a magnitude do quadrado do choque atual depende do sinal do choque defasado. Se $\hat{w}_t = S_{t-1}^- \hat{\varepsilon}_{t-1}$ ou $\hat{w}_t = [1 - S_{t-1}^-] \hat{\varepsilon}_{t-1} \equiv S_{t-1}^+ \hat{\varepsilon}_{t-1}$, os testes são chamados de viés de tamanho negativo (VTN) e viés de tamanho positivo (VTP), respectivamente. Estes testes procuram avaliar se o impacto dos choques defasados negativos ou positivos sobre a variância condicional também depende de seu tamanho. Como as estatísticas VS, VTN e VTP são razões t , elas seguem assintoticamente uma distribuição normal padrão. Os testes também podem ser realizados conjuntamente, estimando a regressão:

$$\hat{\varepsilon}_t^2 = \phi_0 + \phi_1 S_{t-1}^- + \phi_2 S_{t-1}^- \varepsilon_{t-1} + \phi_3 S_{t-1}^+ \hat{\varepsilon}_{t-1} + \xi_t. \quad (2.20)$$

A hipótese nula $H_0: \phi_1 = \phi_2 = \phi_3 = 0$ pode ser avaliada calculando T vezes o R^2 desta regressão. A estatística teste resultante possui uma distribuição χ^2 assintótica com três graus de liberdade.

Tendo detectado efeitos ARCH, GARCH e GARCH não lineares, já se pode passar para a estimação. A estimação dos modelos GARCH não-lineares difere segundo o fato de seus componentes serem observáveis ou não. Primeiro, descreve-se como se estima um modelo com componentes observáveis e depois com componentes não-observáveis. Encerra-se esta seção com os testes de chegada de diagnóstico.

2.2.1 Estimação de modelos GARCH não-lineares com componentes observáveis:

Considere-se o modelo geral auto-regressivo não-linear de ordem p ,

$$y_t = G(x_t; \xi) + \varepsilon_t \quad (2.21)$$

onde $x_t = (1, y_{t-1}, \dots, y_{t-p})'$ e o esqueleto $G(x_t; \xi)$ é uma função geral não-linear de parâmetros ξ que é continuamente diferenciável pelo menos duas vezes. Supõe-se que a variância condicional h_t de ε_t possivelmente siga um modelo GARCH não-linear com parâmetros ψ ²³. Os parâmetros nos modelos para a média e a variância condicionais são coletados no vetor $\theta \equiv (\xi', \psi')$. Os verdadeiros valores dos parâmetros são denotados por $\theta_0 \equiv (\xi_0', \psi_0')$. É comum estimar os parâmetros em θ através da máxima verossimilhança, tendo assumido uma distribuição paramétrica condicional para o termo de erro (Issler, 1999). Para realizar a estimação de máxima verossimilhança é necessário decompor a densidade

²³ Por exemplo, no caso do TGARCH (1,1), $\psi = (\alpha_0, \alpha_1, \kappa_2, \beta_1)'$.

conjunta da amostra w_1, \dots, w_T recursivamente com um produto de densidades condicionais para formar:

$$f(w_1, \dots, w_T; \theta) = \prod_{t=1}^T f(w_t | w_{t-1}, \dots, w_{-k}; \theta), \quad (2.22)$$

onde θ é um vetor de parâmetros da densidade conjunta, w_1 é um vetor que inclui as variáveis explicadas e as explicativas e implicitamente se condiciona a observações pré-amostrais até $-k$. As densidades paramétricas que geralmente são assumidas encontram-se explicitadas na nota (11).

Estando correta a especificação para a forma funcional $f(w_t | w_{t-1}, \dots, w_{-k}; \theta)$, a função log-verossimilhança pode ser escrita como:

$$\ln L(\theta; \cdot) = \sum_{t=1}^T \ln(f(w_t | w_{t-1}, \dots, w_{-k}; \theta)) = \sum_{t=1}^T l_t(\cdot) \quad (2.23)$$

onde $l_t(\cdot)$ é uma contribuição de log-verossimilhança de cada observação correspondente a um período de tempo t . A função (2.23) é geralmente maximizada por métodos de otimização numérica²⁴, sujeitos a restrições de não-negatividade. A estimativa de máxima verossimilhança (EMV) para θ - que aqui se denota por $\hat{\theta}_{MV}$ - resolve a condição de primeira ordem:

$$\sum_{t=1}^T \frac{\partial l_t(\theta)}{\partial \theta} = 0. \quad (2.24)$$

²⁴ Tradicionalmente, para os modelos GARCH, usa-se o algoritmo BHHH (Berndt et al, 1974). Ultimamente, tem-se usado mais o BFGS (Fletcher, 1987), já que este evita a necessidade de segundas derivadas.

Se as derivadas da log-verossimilhança em relação aos parâmetros forem coletadas em um vetor $s_t(\theta) \equiv \partial l_t(\theta)/\partial \theta$, chamado de *escore*, para o modelo (2.21), onde vale (2.4), o escore pode ser decomposto como $s_t(\theta) = (\partial l_t(\theta)/\partial \xi', \partial l_t(\theta)/\partial \psi')$, onde

$$\frac{\partial l_t(\theta)}{\partial \xi} = \frac{\varepsilon_t}{h_t} \frac{\partial G(x_t; \xi)}{\partial \xi} + \frac{1}{2h_t} \left(\frac{\varepsilon_t^2}{h_t} - 1 \right) \frac{\partial h_t}{\partial \xi}, \quad (2.25)$$

$$\frac{\partial l_t(\theta)}{\partial \psi} = \frac{1}{2h_t} \left(\frac{\varepsilon_t^2}{h_t} - 1 \right) \frac{\partial h_t}{\partial \psi}. \quad (2.26)$$

Se θ_0 for o valor verdadeiro dos parâmetros em (2.23), onde $\theta_0 \in \text{int } \Theta$, sendo Θ é um subespaço euclidiano compacto tal que o processo de erro tenha segundos momentos finitos e a distribuição condicional $f(\cdot)$ for corretamente especificada, as estimativas são consistentes e assintoticamente normais. A matriz assintótica de covariância $\sqrt{T}(\hat{\theta}_{MV} - \theta_0)$ é igual a A_0^{-1} , que é a inversa da matriz avaliada em θ_0 , o vetor verdadeiro de parâmetros:

$$A_0 = -\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T E \left[\left(\frac{\partial^2 l_t(\theta_0)}{\partial \theta \partial \theta'} \mid \Omega_{t-1} \right) \right] = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T E [H_t(\theta_0)], \quad (2.27)$$

sendo $H_t(\theta) \equiv -\partial^2 l_t(\theta)/\partial \theta \partial \theta'$ chamada de Hessiano sendo particionada da seguinte forma:

$$H_t(\theta) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 l_t(\theta)}{\partial \xi \partial \xi'} & \frac{\partial^2 l_t(\theta)}{\partial \xi \partial \psi'} \\ \frac{\partial^2 l_t(\theta)}{\partial \psi \partial \xi'} & \frac{\partial^2 l_t(\theta)}{\partial \psi \partial \psi'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_t^{\xi\xi}(\theta) & H_t^{\xi\psi}(\theta) \\ H_t^{\psi\xi}(\theta) & H_t^{\psi\psi}(\theta) \end{pmatrix}. \quad (2.28)$$

No caso do GARCH linear, como a variância condicional h_t é uma função simétrica de ε_t , Engle (1982) mostrou que os valores esperados dos elementos nos blocos $H_t^{\xi\psi}(\theta)$ são

iguais a zero, o que implica que os parâmetros ξ e ψ podem ser obtidos separadamente. Neste caso, os parâmetros no modelo para a média condicional podem ser estimados em um primeiro passo por mínimos quadrados (não-lineares). Em um segundo passo, os parâmetros no modelo GARCH são estimados por máxima verossimilhança, usando os resíduos $\hat{\varepsilon}_t$ obtidos no primeiro passo. No caso dos modelos não-lineares, os parâmetros ξ e ψ precisam ser estimados conjuntamente.

Se houver dúvida quanto à densidade paramétrica $f(w_t | w_{t-1}, \dots, w_{-k}; \theta)$ ²⁵, recorre-se à estimação de quase-máxima verossimilhança, ou EQMV²⁶. Com esta, deve-se ajustar os erros padrão ao igualar a matriz assintótica de covariância $\sqrt{T}(\hat{\theta} - \theta_0)$ a $A_0^{-1}B_0A_0^{-1}$, onde B_0 é o valor esperado do produto vetorial da matriz gradiente:

$$B_0 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T E \left[\left(\frac{\partial l_t(\theta_0)}{\partial \theta} \frac{\partial l_t(\theta_0)}{\partial \theta'} \right) \right] = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T E [s_t(\theta_0)s_t(\theta_0)']. \quad (2.29)$$

Em geral, os processos iterativos necessitam tanto do escore $s_t(\theta)$ quanto do Hessiano $H_t(\theta)$. Em seu processo iterativo, o que o algoritmo de BHHH (Berndt et al., 1974) faz é substituir o Hessiano pelo produto vetorial da matriz gradiente obtida por máxima verossimilhança. Assim,

$$\hat{\theta}^{(m)} = \hat{\theta}^{(m-1)} - \lambda \left(\sum_{t=1}^T B_n(\hat{\theta}_{MV}^{(m-1)}) \right)^{-1} \sum_{t=1}^T s_t(\hat{\theta}^{(m-1)}) \quad (2.30)$$

onde $\hat{\theta}^{(m)}$ é a estimativa do vetor de parâmetros obtida na m -ésima iteração e o escalar λ indica o tamanho do passo.

²⁵ E nunca se está certo de que a distribuição especificada de z_t é a correta (van Dijk & Franses, 2000).

²⁶ As estimativas resultantes da EQMV ainda são consistentes e assintoticamente normais desde que os modelos para a média e a variância condicionais estejam corretamente especificados. Bollerslev & Wooldridge (1992), Lee & Hansen (1994) e Lumsdaine (1996) provaram que para modelos GARCH (1,1) isto é válido.

2.2.2 Estimação de modelos GARCH não-lineares com componentes não-observáveis:

Os parâmetros no modelo MS-GARCH pode ser estimados usando as técnicas de máxima verossimilhança. Entretanto, como o processo markoviano s_t é não-observável, o problema de estimação é bastante diferente. Como visto na seção anterior, o maior objetivo deste procedimento de estimação é não somente obter estimativas dos parâmetros nos modelos GARCH em diferentes regimes e as probabilidades de transição de um regime para o outro, mas também obter uma estimativa do estado em que ocorre em cada ponto no tempo.

Seja a função de log-verossimilhança amostral definida da seguinte forma:

$$L = \sum_{t=1}^T \ln f(y_t | s_t, s_{t-1}, \dots, s_{t-pq}, x_{t-1}; \theta) \quad (2.31)$$

onde θ é um vetor com todos os parâmetros a serem estimados no modelo. Acontece que, como s_t não é observável, a log-verossimilhança condicional para a t -ésima observação $l_t(\theta)$ só pode ser obtida através de $\ln f(y_t | x_{t-1}; \theta)$. Tal densidade pode ser obtida da densidade conjunta de y_t e s_t da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} f(y_t | x_t; \theta) &= f(y_t, s_t = 1 | x_t; \theta) + \dots + f(y_t, s_t = k | x_t; \theta) \\ &= \sum_{j=1}^k f(y_t | s_t = j, x_t; \theta) \cdot P(s_t = j | x_t; \theta) \end{aligned} \quad (2.32)$$

Para calcular (2.32), é necessário computar as probabilidades condicionais de estar em algum dos regimes, dada toda a história do processo, $P(s_t = j | x_{t-1}; \theta)$. De fato, será visto que para realizar estimativas de máxima verossimilhança neste modelo, são necessários três tipos de estimativas de probabilidade de ocorrer cada um dos regimes na data t : estimativas da probabilidade de que o processo esteja no regime j na data t , dadas todas as observações até t -

1 (*previsão*), dadas todas as observações até e incluindo a data t (*inferência*) e dadas todas as observações da amostra inteira (*inferência suavizada*).

Intuitivamente, se o regime que ocorre no tempo $t-1$ fosse conhecido e incluído em x_t , as *previsões* ótimas das probabilidades de regime são simplesmente iguais às probabilidades de transição de um processo markoviano s_t estacionário. Ou formalmente,

$$\hat{\xi}_{t|t-1} = P \cdot \xi_{t-1} \quad (2.33)$$

onde P é a matriz de transição de probabilidades e $\hat{\xi}_{t|t-1}$ indica o vetor contendo as probabilidades condicionais de interesse ou seja $\hat{\xi}_{t|t-1} = (P(s_t = 1 | x_{t-1}; \theta), \dots, P(s_t = j | x_{t-1}; \theta))'$ e ξ_{t-1} é igual à j -ésima coluna da matriz identidade se $s_{t-1} = j$. Infelizmente, o regime na data $t-1$ é desconhecido a priori já que não é observável. Assim, ao invés de ξ_{t-1} em (2.33), pode-se estimar as probabilidades de ocorrer cada regime na data $t-1$, condicionado-se a toda a informação disponível até, e inclusive, a observação em $t-1$. Seja o vetor $\hat{\xi}_{t|t-1}$ a *inferência* ótima com relação às probabilidades de regime. Dados os valores de início $\hat{\xi}_{1|0}$ e outros valores para os parâmetros contidos em θ , pode-se calcular as previsão e inferência ótima para as probabilidades condicionais de regime através da iteração das seguintes equações:

$$\hat{\xi}_{t|t} = \frac{\hat{\xi}_{t|T} \otimes f_t}{1'(\hat{\xi}_{t|t-1} \otimes f)} \quad (2.34)$$

$$\hat{\xi}_{t+1|t} = P \cdot \hat{\xi}_{t|t} \quad (2.35)$$

para $t = 1, \dots, T$, onde f_t indica o vetor contendo as densidades condicionais para os k regimes, 1 é um vetor $k \times 1$ de 1's e o símbolo \otimes indica a multiplicação elemento a elemento. Na especificação Gaussiana, a função densidade do MS-GARCH assume a seguinte forma:

$$f(y_t | s_t, s_{t-1}, \dots, s_{t-pq}, x_{t-1}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi h_t(s_t, s_{t-1}, \dots, s_{t-pq})}} \exp \left\{ \frac{-(y_t - x_t \beta)^2}{2h_t(s_t, s_{t-1}, \dots, s_{t-pq})} \right\}. \quad (2.36)$$

Já na especificação t de Student, a função densidade do MS-GARCH assume a seguinte forma:

$$\begin{aligned} & f(y_t | s_t, s_{t-1}, \dots, s_{t-pq}, x_{t-1}) \\ &= \frac{\Gamma[(\nu+1)/2]}{\Gamma[\nu/2] \sqrt{\pi(\nu-2)} h_t(s_t, s_{t-1}, \dots, s_{t-pq})} \exp \left\{ 1 + \frac{-(y_t - x_t \beta)^2}{(\nu-2) h_t(s_t, s_{t-1}, \dots, s_{t-pq})} \right\}^{-(\nu+1)/2} \end{aligned} \quad (2.37)$$

Finalmente, seja $\hat{\xi}_{t|n}$ o vetor que contém a *inferência suavizada* sobre as probabilidades de regimes – ou seja, as estimativas da probabilidade de que o regime j ocorra na data t dadas todas as observações disponíveis. Kim (1993) desenvolve um algoritmo para obter estas probabilidades de regime das probabilidades condicionais $\hat{\xi}_{t|t}$ e $\hat{\xi}_{t+1|t}$. Assim, a inferência suavizada é calculada:

$$\hat{\xi}_{t|T} = \hat{\xi}_{t|t} \otimes \left(P' \left[\hat{\xi}_{t+1|T} \div \hat{\xi}_{t+1|t} \right] \right) \quad (2.38)$$

onde o símbolo \div indica a divisão elemento a elemento.

Voltando a (2.34), não é difícil notar que o denominador do lado direito da expressão na verdade é a log-verossimilhança condicional na data t , o que segue diretamente de $\hat{\xi}_{t|t-1}$ e f_t . Como mostrado em Hamilton (1990), as estimativas de máxima verossimilhança das probabilidades de transição são obtidas por:

$$\hat{p}_{ij} = \frac{\sum_{t=2}^T P(s_t = j, s_{t-1} = i | x_T; \hat{\theta})}{\sum_{t=2}^T P(s_{t-1} = i | x_T; \hat{\theta})} \quad (2.39)$$

onde $\hat{\theta}$ indica as estimativas de máxima verossimilhança de θ .

Para maiores detalhes acerca da estimação do modelo MS-GARCH, consultar Hamilton (1989, 1990, 1994), Hamilton & Susmel (1994), Almeida & Valls Pereira (1999) e van Dijk & Franses (2000).

2.2.3 Testes de checagem de diagnóstico e seleção de modelo:

De acordo com van Dijk & Franses (2000), uma das hipóteses feitas nos modelos GARCH é que as inovações $z_t = \varepsilon_t h_t^{-1/2}$ são independentes e identicamente distribuídas. Se o modelo for corretamente especificado, os resíduos padronizados $z_t = \varepsilon_t h_t^{-1/2}$ deveriam possuir as propriedades clássicas de erros bem comportados: variância constante, ausência de correlação serial, etc.

Após a estimação, uma boa checagem de diagnóstico é repetir os testes de presença de efeitos (G)ARCH executados antes da estimação de forma a detectar modelos bem especificados. Dentre os modelos bem especificados, uma abordagem para selecionar o melhor é através do uso de critérios de informação. A idéia dos critérios de informação é respeitar a parcimônia no uso de parâmetros, penalizando portanto modelos com maior número de parâmetros. Os critérios de informação mais usados são o Akaike Information Criterion (AIC), desenvolvido por Akaike (1974), e o Schwartz Criterion (BIC²⁷), desenvolvido por Schwartz (1978). Se k denota o número total de parâmetros, o AIC e BIC podem ser calculados da seguinte forma:

²⁷ BIC porque se originou em argumentos bayesianos.

$$AIC(k) = T \ln \hat{\sigma}^2 + 2k, \quad (2.40)$$

$$BIC(k) = T \ln \hat{\sigma}^2 + k \ln T, \quad (2.41)$$

onde $\hat{\sigma}^2 = (1/T) \sum_{t=k+1}^T \frac{\hat{\varepsilon}_t^2}{T-k}$. O melhor modelo é aquele que minimiza o critério de

informação. O primeiro termo é o que reflete o ajuste do modelo enquanto que o segundo é o que penaliza o acréscimo de parâmetros, sendo que o BIC tende a penalizar mais os modelos que o AIC. Ainda que a escolha do modelo favoreça modelos mais parcimoniosos, modelos com mais parâmetros tendem a melhor aproximar séries provenientes de processos desconhecidos.

Uma das maiores propostas de especificar um modelo estatístico para uma série temporal, além de descrever algumas de suas características, é a previsão dentro e fora da amostra. Assim, uma alternativa importante para a escolha de modelos bem especificados é sua capacidade de previsão. Isto pode ser medido através da minimização de uma função perda. Esta quantifica a diferença entre as observações reais e o ajuste do modelo, dentro e fora da amostra. Tipicamente, a função perda assume uma das seguintes formas:

$$1) \text{ Erro quadrado médio: } EQM = T^{-1} \sum_{t=1}^T (\hat{\varepsilon}_t^2 - \hat{h}_t)^2 \quad (2.42)$$

$$2) \text{ Erro absoluto médio: } EAM = T^{-1} \sum_{t=1}^T |\hat{\varepsilon}_t^2 - \hat{h}_t| \quad (2.43)$$

Além destas, também tem-se usado as seguintes formas:

$$3) \text{ Log-erro quadrado médio}^{28}: [LE]^2 = T^{-1} \sum_{t=1}^T \left(\ln(\hat{\varepsilon}_t^2) - \ln(\hat{h}_t) \right)^2 \quad (2.44)$$

$$4) \text{ Log-erro absoluto médio: } |LE| = T^{-1} \sum_{t=1}^T \left| \ln(\hat{\varepsilon}_t^2) - \ln(\hat{h}_t) \right| \quad (2.45)$$

$$5) \text{ EQM com heterocedasticidade ajustada: } HMSE = T^{-1} \sum_{t=1}^T \left[\left(\frac{\hat{\varepsilon}_t^2}{\hat{h}_t} - 1 \right)^2 \right] \quad (2.46)$$

²⁸ Pagan & Schwert (1990).

2.3 Previsão

Na grande maioria dos modelos GARCH não-lineares com componentes observáveis, as previsões fora da amostra da variância condicional podem ser calculadas analiticamente de uma maneira bem direta. Para o modelo TGARCH (1,1), por exemplo, as previsões de s passos à frente podem ser obtidas recursivamente por:

$$\hat{h}_{t+s|t} = E \left[\alpha_0 + \alpha_1 \hat{\varepsilon}_{t+s-1}^2 + \kappa_2 \hat{\varepsilon}_{t+s-1}^2 \mathbf{I}[\hat{\varepsilon}_{t+s-1} \leq 0] + \beta_1 \hat{h}_{t+s-1} \mid \Omega_t \right] = \alpha_0 + \left(\alpha_1 + \frac{\kappa_2}{2} + \beta_1 \right) \hat{h}_{t+s-1}, \quad (2.47)$$

tendo observado que: ε_{t+s-1}^2 e a função indicadora $\mathbf{I}[\varepsilon_{t+s-1} > 0]$ não são correlacionadas, $E[\mathbf{I}[\varepsilon_{t+1} > 0]] = P(\varepsilon_{t+1} > 0) = 0,5$ e que $E[\varepsilon_{t+s-1}^2 \mid \Omega_t] = h_{t+s-1}$.

Já para os modelos GARCH não-lineares com mudanças markovianas de regime, a previsão de s passos à frente necessita da hipótese inicial de que os valores de $s_t, s_{t-1}, \dots, s_{t-pq+1}$ sejam conhecidos (Almeida & Valls Pereira, 1999). Se isto é verdade, então também se conhecem $\tilde{\varepsilon}_\tau = \varepsilon_\tau / \sqrt{g_{s_\tau}}$, sendo $\tau = t, t-1, \dots, t-q+1$, tornando-se possível a previsão de ε_{t+s}^2 de um modelo MS-TGARCH (p, q) através de:

$$\begin{aligned} & E \left[\varepsilon_{t+s}^2 \mid s_t, s_{t-1}, \dots, s_{t-pq+1}, \tilde{\varepsilon}_t, \tilde{\varepsilon}_{t-1}, \dots, \tilde{\varepsilon}_{t-q+1}, \tilde{h}_t, \tilde{h}_{t-1}, \dots, \tilde{h}_{t-p+1} \right] \\ &= E \left[g_{s_{t+m}} \cdot \tilde{\varepsilon}_{t+s}^2 \mid s_t, s_{t-1}, \dots, s_{t-pq+1}, \tilde{\varepsilon}_t, \tilde{\varepsilon}_{t-1}, \dots, \tilde{\varepsilon}_{t-q+1}, \tilde{h}_t, \tilde{h}_{t-1}, \dots, \tilde{h}_{t-p+1} \right] \\ &= E \left[g_{s_{t+m}} \mid s_t, s_{t-1}, \dots, s_{t-pq+1} \right] \cdot E \left[\tilde{\varepsilon}_{t+s}^2 \mid \tilde{\varepsilon}_t, \tilde{\varepsilon}_{t-1}, \dots, \tilde{\varepsilon}_{t-q+1}, \tilde{h}_t, \tilde{h}_{t-1}, \dots, \tilde{h}_{t-p+1} \right] \quad (2.48) \end{aligned}$$

onde a segunda igualdade é válida já que s_t é independente de ν_t e $\tilde{\varepsilon}_t$ para todo t e τ . Já s_t segue uma cadeia de Markov de primeira ordem, o primeiro termo em (2.48) pode ser substituído por:

$$E\left[\mathbf{g}_{s_{t+s}} \mid s_t, s_{t-1}, \dots, s_{t-pq+1}\right] = \sum_{j=1}^k \mathbf{g}_j \cdot \text{Prob}(s_{t+s} = j \mid s_t). \quad (2.49)$$

E, para calcular as probabilidades de transição s passos à frente, basta calcular a matriz de probabilidades de transição (2.14) por ela mesma s vezes:

$$\begin{pmatrix} \text{Prob}(s_{t+s} = 1 \mid s_t = 1) & \text{Prob}(s_{t+s} = 1 \mid s_t = 2) & \cdots & \text{Prob}(s_{t+s} = 1 \mid s_t = k) \\ \text{Prob}(s_{t+s} = 2 \mid s_t = 1) & \text{Prob}(s_{t+s} = 2 \mid s_t = 2) & \cdots & \text{Prob}(s_{t+s} = 2 \mid s_t = k) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{Prob}(s_{t+s} = k \mid s_t = 1) & \text{Prob}(s_{t+s} = k \mid s_t = 2) & \cdots & \text{Prob}(s_{t+s} = k \mid s_t = k) \end{pmatrix} = P^s.$$

Com isto, o termo (2.49) em notação matricial, obtido por:

$$E\left[\mathbf{g}_{s_{t+s}} \mid s_t = i\right] = \mathbf{g}' P^s \mathbf{e}_i \quad (2.50)$$

onde $\mathbf{g}' \equiv [g_1 \quad g_2 \quad \dots \quad g_k]$ é um vetor $(1 \times k)$ que coleta os fatores de mudança e \mathbf{e}_i é a i -ésima coluna da matriz identidade $(k \times k)$.

Como $\tilde{\varepsilon}_t$ segue um processo TGARCH (p, q) , o segundo termo de (2.48) torna-se mais fácil de calcular, iterando-se:

$$\begin{aligned} & E\left[\tilde{\varepsilon}_{t+s}^2 \mid \tilde{\varepsilon}_t, \tilde{\varepsilon}_{t-1}, \dots, \tilde{\varepsilon}_{t-q+1}, \tilde{h}_t, \tilde{h}_{t-1}, \dots, \tilde{h}_{t-p+1}\right] \\ &= \alpha_0 + (\alpha_1 + \beta_1 + \kappa_2/2) \tilde{h}_{t+s-1|t}^2 + \dots + (\alpha_{pq} + \beta_{pq}) \tilde{h}_{t+s-pq|t}^2 \end{aligned} \quad (2.51)$$

onde $\tilde{h}_{\tau|t}^2 = \tilde{\varepsilon}_{\tau}^2$, $\forall \tau \leq t$, e $\tilde{h}_{\tau|t}^2 = E(\tilde{\varepsilon}_{\tau}^2 \mid \tilde{\varepsilon}_t^2, \tilde{\varepsilon}_{t-1}^2, \dots)$, $\forall \tau > t$.

Lembrando que $\tilde{\varepsilon}_t = \varepsilon_t / \sqrt{g_{s_t}}$, percebe-se que a previsão (2.51) é uma função de $\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \dots, \varepsilon_{t-q+1}$, de $\tilde{h}_t, \tilde{h}_{t-1}, \dots, \tilde{h}_{t-p+1}$ e do conjunto particular de valores para $s_t, s_{t-1}, \dots, s_{t-pq+1}$ que foram assumidos:

$$\begin{aligned} & E \left[\tilde{\varepsilon}_{t+s}^2 \mid \tilde{\varepsilon}_t, \tilde{\varepsilon}_{t-1}, \dots, \tilde{\varepsilon}_{t-q+1}, \tilde{h}_t, \tilde{h}_{t-1}, \dots, \tilde{h}_{t-p+1} \right] \\ & \tilde{h}_{t+s|t}^2 \left[s_t, s_{t-1}, \dots, s_{t-pq+1}, \varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \dots, \varepsilon_{t-q+1}, \tilde{h}_t, \tilde{h}_{t-1}, \dots, \tilde{h}_{t-p+1} \right] \end{aligned} \quad (2.52)$$

Assim, combinando (2.50) e (2.52), a previsão da variância condicional s passos à frente pode ser obtida por:

$$\begin{aligned} & E \left[\varepsilon_{t+s}^2 \mid s_t, s_{t-1}, \dots, s_{t-pq+1}, \tilde{\varepsilon}_t, \tilde{\varepsilon}_{t-1}, \dots, \tilde{\varepsilon}_{t-q+1}, \tilde{h}_t, \tilde{h}_{t-1}, \dots, \tilde{h}_{t-p+1} \right] \\ & = \left(g' P^s e_{s_t} \right) \cdot \tilde{h}_{t+s|t}^2 \left[s_t, s_{t-1}, \dots, s_{t-pq+1}, \varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \dots, \varepsilon_{t-q+1}, \tilde{h}_t, \tilde{h}_{t-1}, \dots, \tilde{h}_{t-p+1} \right] \\ & \equiv \kappa \left(s_t, s_{t-1}, \dots, s_{t-pq+1}, \varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \dots, \varepsilon_{t-q+1}, h_t, h_{t-1}, \dots, h_{t-p+1} \right), \end{aligned} \quad (2.53)$$

onde a última definição decorre do fato que, para dados valores de $\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \dots, \varepsilon_{t-q+1}$ e $\tilde{h}_t, \tilde{h}_{t-1}, \dots, \tilde{h}_{t-p+1}$, a expressão (2.53) descreve uma previsão diferente de ε_{t+s}^2 para cada uma das possíveis configurações de $s_t, s_{t-1}, \dots, s_{t-pq+1}$.

Contudo, na prática, não é verdadeira a hipótese inicial de que os valores de $s_t, s_{t-1}, \dots, s_{t-pq+1}$, tão necessários aos cálculos tanto do primeiro quanto do segundo termo de (2.48), são conhecidos. Este problema é remediado com o auxílio da lei de expectativas iteradas:

$$\begin{aligned} \sigma_{t+s|t}^2 & = E \left[\varepsilon_{t+s}^2 \mid \varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \dots, \varepsilon_{t-q+1}, \tilde{h}_t, \tilde{h}_{t-1}, \dots, \tilde{h}_{t-p+1} \right] \\ & = \sum_{s_t=1}^k \sum_{s_{t-1}=1}^k \dots \sum_{s_{t-q+1}=1}^k \left\{ \kappa \left(s_t, s_{t-1}, \dots, s_{t-pq+1}, \varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \dots, \varepsilon_{t-q+1}, h_t, h_{t-1}, \dots, h_{t-p+1} \right) \right. \\ & \quad \left. \times p \left(s_t, s_{t-1}, \dots, s_{t-pq+1} \mid y_t, y_{t-1}, \dots, y_{-3} \right) \right\} \end{aligned} \quad (2.54)$$

Ou seja, simplesmente se pondera cada uma das previsões condicionais em (2.53) pelas probabilidades filtradas daquela configuração particular para computar uma previsão de s períodos à frente de ε_{t+s}^2 baseada nos dados realmente observados.

Capítulo 3 ANÁLISE EMPÍRICA

3.1 Dados e fatos estilizados

Os dados usados para a estimação dos modelos de volatilidade condicional são as diferenças percentuais diárias dos valores logarítmicos do índice EMBI *Global Brazil Sovereign Spread*, calculado em pontos-base (ou *bps* do inglês *basis points*²⁹), e gentilmente cedido, pelo Banco J.P. Morgan Chase. Este tipo de transformação intuitiva é prática e eficiente do ponto de vista econométrico e coincide com a aplicação do conceito de retorno de um ativo³⁰. Ainda que, neste caso, essa transformação denotasse a rigor o ganho do especulador ou o ganho ou o retorno em uma cesta de títulos brasileiros, preferiu-se adotar aqui o conceito livre de *retorno*.

O período amostral do índice está compreendido entre 13 de maio de 1994 e 27 de setembro de 2002, sendo que as últimas 30 observações só são usadas para os exercícios de previsão fora da amostra. Assim, os modelos de volatilidade condicional fizeram uso de um total de 2156 observações³¹. Os dados originais e transformados podem ser vistos na Figura 3.1.

²⁹ Cada 100 *bps* equivalem a 1 ponto percentual de *spread* entre dois títulos com características semelhantes. No caso do EMBI *Brazil*, o índice calcula o *spread* entre uma cesta de títulos soberanos brasileiros e uma cesta de títulos norte-americanos, tidos no mercado como de risco zero.

³⁰ Grosso modo, o retorno é calculado da mesma forma, acrescido do desconto decorrente da distribuição de dividendos. Porém, no caso de séries diárias, muitos econométricos calculam o retorno como neste trabalho.

³¹ Para manter a frequência dos dados uniforme, Issler (1999) completa os dias faltantes, exceto os finais de semana, com a observação mais recente. Valls Pereira (1999), no entanto, alerta para as conseqüências deste procedimento.

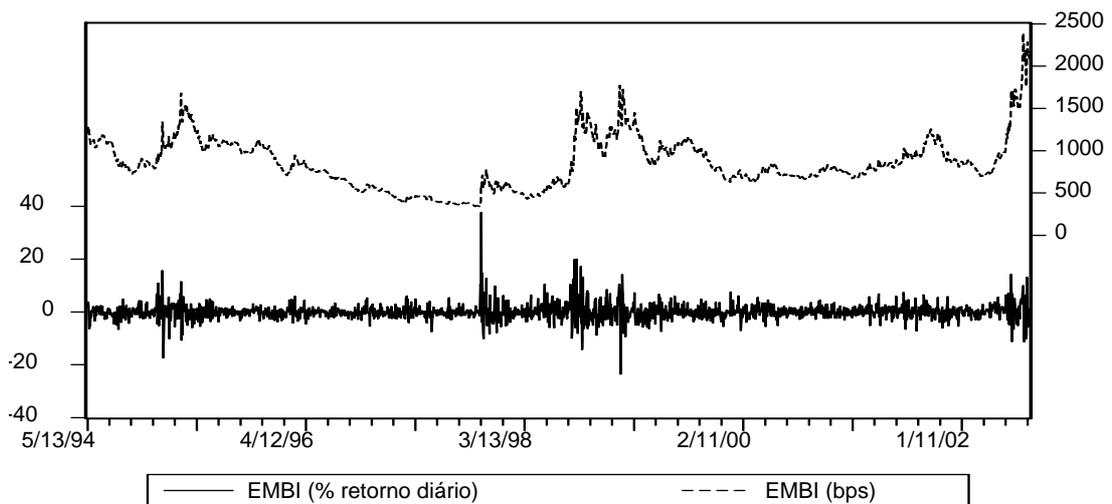


Figura 3-1: Observações diárias em nível (linha pontilhada) e em forma de retornos percentuais (linha contínua) do EMBI *Global Brazil Sovereign Spread*, desde 13 de maio de 1994 até 16 de agosto de 2002.

Por exibirem *outliers* e *clusters* de volatilidade, há indícios de heterocedasticidade condicional, como é típico de séries financeiras e macroeconômicas de alta frequência. De uma forma geral, há visualmente três grandes *clusters* de volatilidade que coincidem com o início dos momentos de pico da série original. O primeiro *cluster* se dá durante os três primeiros meses de 1995 (Crise do México), o segundo se inicia no final de outubro de 1997 e vai até julho de 1999 (Crises da Ásia, Rússia, LTCM e Brasil) e o terceiro se inicia em maio de 2002 e dura até o final da série (Crise eleitoral brasileira).

Tabela 3-1 *Estatísticas descritivas resumidas EMBI Global Brazil Sovereign Spread*

Média	0,02658
Mínimo	-23,59369
Máximo	37,62355
Desvio Padrão	3,03335
Assimetria	1,38462
Curtose	20,58114
Jarque-Bera (valor p)	0,00000
Corr (y_t^2, y_{t-1})	0,13620
Número total T de observações	2156

Notas: Amostra de log-retornos do índice: 13 de maio de 1994 a 16 de agosto de 2002.

As estatísticas resumidas da série transformada na Tabela 3.1 indicam uma acentuada curtose, muito maior que a normal, já que as caudas da distribuição desta série são mais grossas que a da normal. Isto reflete o fato de que observações de grande magnitude ocorrem

com muito mais freqüência do que o esperado para uma variável aleatória normalmente distribuída³²:

Ainda de acordo com as estatísticas, também diferentemente da distribuição normal, a série possui assimetria positiva, indicando que a cauda direita da distribuição é mais grossa que a cauda esquerda. Isto pode decorrer do fato que grandes retornos positivos tendem a ocorrer com maior freqüência do que negativos. Aliás, estes grandes retornos positivos, por sua vez, podem dar início a períodos de grande volatilidade, tendo em vista a correlação positiva entre um retorno defasado em um período e os retornos ao quadrado. Ambos os fenômenos são também bastante freqüentes em alguns mercados cambiais (van Dijk & Franses, 2000). Estes são indícios de não-linearidade na heterocedasticidade condicional mas de ausência de efeitos de alavancagem, já que a assimetria dos choques, que tem impacto na volatilidade condicional subsequente, é decorrente de retornos defasados positivos e não negativos.

Tabela 3-2 *Auto-correlações (auto-correlações parciais)*

<i>EMBI Global Brazil Sovereign Spread</i>			
	Retorno		Retorno ²
$\rho_1(a_1)$	0,142 (0,142)	$\rho_1(a_1)$	0,143 (0,143)
$\rho_2(a_2)$	0,003 (-0,018)	$\rho_2(a_2)$	0,227 (0,211)
$\rho_3(a_3)$	-0,034 (-0,033)	$\rho_3(a_3)$	0,148 (0,099)
$\rho_4(a_4)$	0,000 (0,010)	$\rho_4(a_4)$	0,153 (0,087)
$\rho_5(a_5)$	0,004 (0,003)	$\rho_5(a_5)$	0,108 (0,038)

Notas: Amostra de log-retornos do índice: 13 de maio de 1994 a 16 de agosto de 2002.

Além disto, os baixos coeficientes de auto-correlação na Tabela 3.2 indicam que não há previsibilidade condicional óbvia presente na série de retornos, não havendo portanto oportunidades de arbitragem para o investidor nos títulos soberanos brasileiros. O mesmo já

³² Assim como em outras séries financeiras brasileiras, o maior retorno absoluto observado ocorre no dia 27 de outubro de 1997 (v. Almeida & Valls Pereira, 1999, Issler, 1999, e Valls Pereira et al., 1999), a segunda-feira que segue a eclosão da crise financeira em Hong Kong iniciada na quinta-feira anterior. O menor retorno se dá no dia 14 de janeiro de 1999, um dia após a demissão de Gustavo Franco como presidente do Banco Central do Brasil e um dia antes de o governo deixar o câmbio flutuar, não tendo conseguido segurar os ataques especulativos.

não pode ser dito dos retornos ao quadrado, corroborando a idéia de heterocedasticidade condicional na série cuja presença se suspeitava através da análise visual da série.

Para comprovar estatisticamente a existência da heterocedasticidade, realizaram-se testes para captar efeitos (G)ARCH lineares e não-lineares, descritos no capítulo anterior e apresentados pela Tabela 3.3. Tais testes foram feitos com base nos resíduos de um modelo AR(1), sendo a ordem deste modelo determinada pelo AIC. Os testes de multiplicador de Lagrange (Engle, 1982) detectaram a presença de efeitos GARCH e os testes de assimetria de efeitos ARCH (Engle & Ng, 1993), indicaram a presença de efeitos ARCH não-lineares. Comparando os valores p dos testes para efeitos não-lineares, a assimetria parece ser gerada mais pela magnitude dos choques positivos do que dos negativos.

Tabela 3-3 Testes para efeitos (G)ARCH para EMBI Global Brazil Sovereign Spread

Testes	Estatística teste (valor p)
Teste ML para ARCH (1) (valor p)	59,382 (0,0000) **
Teste ML para ARCH (5) (valor p)	42,050 (0,0000) **
Teste ML para ARCH (10) (valor p)	21,786 (0,0000) **
Teste VS	-2,918724 (0,0036)
Teste VTN	-2,001714 (0,0454)
Teste VTP	10,82087 (0,0000) **
Teste Geral Assimetria	135,8539 (0,0000) **

Notas: (1) Amostra de log-retornos do índice: 13 de maio de 1994 a 16 de agosto de 2002, (2) ML = Multiplicador de Lagrange, VS = Viés de sinal, VTN = Viés de tamanho negativo, VTP = Viés de tamanho positivo, (3) Testes aplicados a resíduos de um modelo AR(k), com k determinado pelo AIC.

3.2 Resultados empíricos da estimação dos modelos de volatilidade condicional

Detectada a presença da heterocedasticidade condicional na série de estudo, estimaram-se então várias especificações de modelos de volatilidade, com componentes observáveis (GARCH, AGARCH, TGARCH e EGARCH), e não-observáveis (MS-TGARCH)³³, assumindo-se para os erros ou uma distribuição condicional Normal uma t de

³³ Os modelos GARCH com componentes observáveis foram estimados pelo pacote PC-Give 10.2 do software GiveWin2. Os modelos GARCH com componentes não observáveis foram estimados alternando os códigos

*Student*³⁴. Várias especificações foram estimadas com k termos AR (sendo $k=1$ até 3), q componentes ARCH ($q=1$ até 3) e p componentes GARCH (com $q=1$ até 5). Para os modelos MS-TGARCH, estimaram-se modelos com κ regimes não observáveis, (sendo $\kappa=2$ e 3)³⁵. Todos os modelos foram estimados por máxima verossimilhança e utilizaram o algoritmo BFGS.

Contudo, com exceção dos modelos MS-TGARCH, nenhuma especificação estimada de modelos GARCH com componentes observáveis conseguiu de fato eliminar a autocorrelação entre os resíduos e aquela entre os resíduos quadrados, mesmo assumindo uma distribuição alternativa à condicional gaussiana. Estes continuam apresentando as propriedades estatísticas muito próximas às descritas pela série em estudo. Portanto, os modelos GARCH com componentes observáveis não conseguiram eliminar a heterocedasticidade dos resíduos. Nem mesmo, o GARCH (1,1) mostrou-se satisfatório, não comprovando a observação empírica de Bollerslev et al (1992) de que em geral esta especificação parece ser suficiente na prática. No entanto, a título de ilustração, sob a hipótese de que todas as especificações conseguissem obter parâmetros consistentes, resíduos com propriedades de ruído branco e eliminação de heterocedasticidade, a melhor especificação de acordo com o critério de Akaike e pelo BIC seria mesmo o GARCH (1,1). A qualidade do ajuste e os testes de diagnósticos destes modelos estimados encontram-se nas tabelas 3.4, 3.5, 3.6 e 3.7. Os parâmetros estimados destes modelos encontram-se nas tabelas 3.11 e 3.12.

disponibilizados por Nuno Miguel C.G. de Almeida e por Raúl Susmel e o pacote OPTMUM, através do Gausswin 3.2.

³⁴ No caso do modelo EGARCH, a distribuição condicional alternativa foi a GED.

³⁵ Um modelo com dois estados denota um estado de baixa volatilidade e um de alta volatilidade. Já um modelo com três regimes denota um estado de baixa, um de média e um de alta volatilidade.

Tabela 3-4 Modelos GARCH e EGARCH para retornos do EMBI Global Brazil Sovereign Spread

	GARCH (1,1)	GARCH (1,1)	GARCH (1,1)	GARCH (1,1)	EGARCH (1,1)	EGARCH (1,1)	EGARCH (1,1)	EGARCH (1,1)
Distribuição	Gaussiana	<i>t de Student</i>	Gaussiana	<i>t de Student</i>	Gaussiana	GED	Gaussiana	GED
Var. Exóg.	-	-	<i>dummy</i>	<i>dummy</i>	-	-	<i>dummy</i>	<i>dummy</i>
Parâmetros	5	6	6	7	6	7	7	8
LL	-4.890,5	-4.802,4	-4.859,1	-4.796,4	-4.874,6	-4.798,6	-4.866,5	-4.798,0
AIC	4,5413	4,4604	4,5131	4,4559	4,5274	4,4579	4,5208	4,4582
BIC	4,5545	4,4762	4,5289	4,4743	4,5432	4,4763	4,5393	4,4793
AIC.T	9791,0859	9616,7143	9730,2945	9606,8474	9761,1295	9611,1302	9746,9047	9611,9194
λ	0,96397	0,98544	0,97109	0,98594	0,92783	0,93824	0,94286	0,946352
Média h_t	9,1139	9,4049	8,5762	9,0333	8,2890	8,4768	8,0133	8,1797
Var h_t	299,6630	304,3670	181,8980	214,8710	201,5900	215,4040	115,4250	130,0220
Res: Média	0,12541	0,15279	0,11338	0,14033	0,03064	0,08377	0,05644	0,07432
Res: DP	1,92749	1,92789	1,91854	1,91602	1,92800	1,92752	1,91904	1,91792
Res: Assim	1,23659	1,21438	0,52270	0,71799	1,21113	1,23351	0,49997	0,54499
Res: Exc.C.	14,08231	13,98643	5,69164	7,40458	13,97226	14,06916	5,59497	5,72934
Res: Min	-23,93283	-23,96031	-23,97566	-23,94444	-24,09032	-23,98218	-24,04936	-23,96147
Res: Max	36,91450	36,84068	20,24902	26,53623	36,70403	36,85862	19,58574	20,39342

Notas: (1) A amostra de estimação cobre 2156 observações, de 13 de maio de 1994 a 16 de agosto de 2002, (2) $\varepsilon_t = y_t - \phi_0 - y_{t-1}$, $y_t = 100 * [\ln(EMBI)_t - \ln(EMBI)_{t-1}]$, $E[y_t] = 0,026579$, $\text{Var}[y_t] = 9,196970$, (3) Variável exógena na média: vetor de variáveis *dummy* para as 909^a, 910^a e 911^a observações, correspondendo aos dias 23, 24 e 27 de outubro de 1997, (4) LL = Log-Verossimilhança, λ = persistência (GARCH: $\alpha_1 + \beta_1$, EGARCH: β_1), h_t = variância condicional, Res = resíduos, DP = desvio padrão, Assim = Assimetria, Exc.C. = Excesso de Curtose, Min = mínimo, Max = máximo, (5) valor p de todos os testes assintóticos χ^2 e de normalidade (χ^2): 0,0000.

Tabela 3-5 Modelos TGARCH e AGARCH para retornos do EMBI Global Brazil Sovereign Spread

	TGARCH (1,1)	TGARCH (1,1)	TGARCH (1,1)	TGARCH (1,1)	AGARCH (1,1)	AGARCH (1,1)	AGARCH (1,1)	AGARCH (1,1)
Distribuição	Gaussiana	<i>t de Student</i>						
Var. Exóg.	-	-	<i>dummy</i>	<i>dummy</i>	-	-	<i>dummy</i>	<i>Dummy</i>
Parâmetros	6	7	7	8	6	7	7	8
LL	-4.859,6	-4.789,2	-4.845,2	-4.784,4	-4.877,0	-4.795,3	-4.848,4	-4.790,0
AIC	4,5136	4,4492	4,5011	4,4456	4,5297	4,4548	4,5041	4,4508
BIC	4,5294	4,4676	4,5195	4,4667	4,5455	4,4733	4,5225	4,4719
AIC.T	9731,2426	9592,3965	9704,3048	9584,7765	9765,9894	9604,6301	9710,8264	9595,9987
λ	0,93971	0,96422	0,95423	0,96606	0,94079	0,96892	0,952474	0,98009
Média h_t	9,2175	9,5328	8,6405	9,1126	8,6990	9,1372	8,3548	8,8230
Var h_t	421,0260	419,5530	208,5350	269,4070	250,3830	287,4148	168,5090	206,2640
Res: Média	0,04986	0,10512	0,05566	0,09663	0,06923	0,11557	0,06345	0,10550
Res: DP	1,92773	1,92846	1,91894	1,91744	1,92752	1,92829	1,91867	1,91684
Res: Assim	1,22073	1,19914	0,49997	0,76995	1,23288	1,20364	0,51565	0,74150
Res: Exc.C.	14,01408	13,91947	5,58071	8,12427	14,06646	13,93932	5,65667	7,75685
Res: Min	-24,04774	-24,04458	-24,04075	-24,02325	-23,99830	-24,02342	-24,02858	-24,00446
Res: Max	36,76634	36,72549	19,47762	28,19959	36,84117	36,75570	19,98599	27,37541

Notas: (1) A amostra de estimação cobre 2156 observações, de 13 de maio de 1994 a 16 de agosto de 2002, (2) $\varepsilon_t = y_t - \phi_0 - y_{t-1}$, $y_t = 100 * [\ln(EMBI)_t - \ln(EMBI)_{t-1}]$, $E[y_t] = 0,026579$, $\text{Var}[y_t] = 9,196970$, (3) Variável exógena na média: vetor de variáveis *dummy* para as 909^a, 910^a e 911^a observações, correspondendo aos dias 23, 24 e 27 de outubro de 1997, (4) LL = Log-Verossimilhança, λ = persistência (TGARCH: $\alpha_1 + \beta_1 + \kappa_2/2$, AGARCH: $\alpha_1 + \beta_1$), h_t = variância condicional, Res = resíduos, DP = desvio padrão, Assim = Assimetria, Exc.C. = Excesso de Curtose, Min = mínimo, Max = máximo, (5) valor p de todos os testes assintóticos χ^2 e de normalidade (χ^2): 0,0000.

Tabela 3-6 Testes de diagnóstico dos modelos GARCH e EGARCH estimados para o EMBI Brazil

	GARCH (1,1)	GARCH (1,1)	GARCH (1,1)	GARCH (1,1)	EGARCH (1,1)	EGARCH (1,1)	EGARCH (1,1)	EGARCH (1,1)
Distribuição	Gaussiana	<i>t de Student</i>	Gaussiana	<i>t de Student</i>	Gaussiana	GED	Gaussiana	GED
Var. Exóg.	-	-	<i>dummy</i>	<i>dummy</i>	-	-	<i>dummy</i>	<i>dummy</i>
Q (6)	0,0173 *	0,0318 *	0,2273	0,3505	0,0761	0,0396 *	0,3727	0,2059
Q (12)	0,0073 **	0,0126 *	0,2436	0,2643	0,0094 **	0,0072 **	0,3433	0,2320
Q (24)	0,0132 *	0,0212 *	0,1732	0,2908	0,0101 *	0,0090 **	0,2221	0,1794
Q (36)	0,0190 *	0,0339 *	0,2292	0,3991	0,0085 **	0,0100 *	0,2368	0,2203
Q (48)	0,0491 *	0,0800	0,1807	0,4225	0,0296 *	0,0331 *	0,2051	0,1938
Q ² (6)	0,0000 **	0,0000 **	0,3255	0,9005	0,0000 **	0,0000 **	0,0002 **	0,0000 **
Q ² (12)	0,0000 **	0,0000 **	0,5690	0,9883	0,0004 **	0,0001 **	0,0073 **	0,0002 **
Q ² (24)	0,0000 **	0,0000 **	0,7021	1,0000	0,0136 *	0,0071 **	0,0519	0,0060 **
Q ² (36)	0,0000 **	0,0000 **	0,9615	1,0000	0,1494	0,1042	0,3713	0,1136
Q ² (48)	0,0000 **	0,0000 **	0,9419	1,0000	0,4402	0,3756	0,6510	0,3617
ML (2)	0,0000 **	0,0000 **	0,2578	0,6106	0,0000 **	0,0000 **	0,0001 **	0,0000 **
ML (3)	0,0000 **	0,0000 **	0,2913	0,8045	0,0000 **	0,0000 **	0,0003 **	0,0000 **
ML (4)	0,0000 **	0,0000 **	0,3658	0,9120	0,0000 **	0,0000 **	0,0006 **	0,0000 **
ML (5)	0,0000 **	0,0000 **	0,4993	0,9605	0,0000 **	0,0000 **	0,0015 **	0,0000 **
ML (6)	0,0000 **	0,0000 **	0,6049	0,9830	0,0000 **	0,0000 **	0,0030 **	0,0001 **

Notas: (1) A amostra de estimação cobre 2156 observações, de 13 de maio de 1994 a 16 de agosto de 2002, (2) $\varepsilon_t = y_t - \phi_0 - y_{t-1}$, $y_t = 100 * [\ln(EMBI)_t - \ln(EMBI)_{t-1}]$, (3) Variável exógena na média: vetor de variáveis *dummy* para as 909^a, 910^a e 911^a observações, correspondendo aos dias 23, 24 e 27 de outubro de 1997, (4) $Q(x)$ = valor p do teste de auto-correlação de resíduos com x defasagens, $Q^2(x)$ = valor p do teste de auto-correlação de resíduos quadrados com x defasagens, ML (x) = valor p do teste de multiplicador de Lagrange com x defasagens, a * 1% e ** 5% significância.

Tabela 3-7 Testes de diagnóstico dos modelos TGARCH e AGARCH estimados para o EMBI Brazil

	TGARCH (1,1)	TGARCH (1,1)	TGARCH (1,1)	TGARCH (1,1)	AGARCH (1,1)	AGARCH (1,1)	AGARCH (1,1)	AGARCH (1,1)
Distribuição	Gaussiana	<i>t de Student</i>						
Var. Exóg.	-	-	<i>dummy</i>	<i>dummy</i>	-	-	<i>dummy</i>	<i>dummy</i>
Q (6)	0,0559	0,1055	0,2825	0,2966	0,0293 *	0,0780	0,3087	0,3913
Q (12)	0,0168 *	0,0393 *	0,3188	0,2490	0,0082 **	0,0257 *	0,3153	0,3077
Q (24)	0,0243 *	0,0468 *	0,2214	0,2950	0,0131 *	0,0327 *	0,2091	0,3356
Q (36)	0,0184 *	0,0440 *	0,2246	0,2976	0,0136 *	0,0384 *	0,2170	0,3823
Q (48)	0,0385 *	0,0835	0,1600	0,3450	0,0322 *	0,0785	0,1575	0,4242
Q ² (6)	0,0000 **	0,0000 **	0,1276	0,9984	0,0000 **	0,0000 **	0,2148	0,9992
Q ² (12)	0,0000 **	0,0000 **	0,4132	0,9999	0,0000 **	0,0000 **	0,5674	0,9998
Q ² (24)	0,0031 **	0,0000 **	0,6615	1,0000	0,0000 **	0,0000 **	0,7164	1,0000
Q ² (36)	0,0520	0,0026 **	0,9536	1,0000	0,0000 **	0,0000 **	0,9694	1,0000
Q ² (48)	0,1640	0,0238 *	0,9515	1,0000	0,0002 **	0,0000 **	0,9624	1,0000
ML (2)	0,0000 **	0,0000 **	0,0450 *	0,9811	0,0000 **	0,0000 **	0,1135	0,9849
ML (3)	0,0000 **	0,0000 **	0,0934	0,9973	0,0000 **	0,0000 **	0,1656	0,9983
ML (4)	0,0000 **	0,0000 **	0,1640	0,9997	0,0000 **	0,0000 **	0,2616	0,9998
ML (5)	0,0000 **	0,0000 **	0,2530	0,9999	0,0000 **	0,0000 **	0,3693	1,0000
ML (6)	0,0000 **	0,0000 **	0,3181	1,0000	0,0000 **	0,0000 **	0,4660	1,0000

Notas: (1) A amostra de estimação cobre 2156 observações, de 13 de maio de 1994 a 16 de agosto de 2002, (2) $\varepsilon_t = y_t - \phi_0 - y_{t-1}$, $y_t = 100 * [\ln(EMBI)_t - \ln(EMBI)_{t-1}]$, (3) Variável exógena na média: vetor de variáveis *dummy* para as 909^a, 910^a e 911^a observações, correspondendo aos dias 23, 24 e 27 de outubro de 1997, (4) $Q(x)$ = valor p do teste de auto-correlação de resíduos com x defasagens, $Q^2(x)$ = valor p do teste de auto-correlação de resíduos quadrados com x defasagens, ML (x) = valor p do teste de multiplicador de Lagrange com x defasagens, a * 1% e ** 5% significância.

Já em relação à estimação dos modelos MS-TGARCH, tal processo para a especificação gaussiana exigiu que o código fosse alimentado com mais de 75 vetores diferentes de parâmetros iniciais tanto para as especificações com dois regimes (78 vetores de alimentação) e como para as de três regimes (83). Apesar disto, ou não se obteve o hessiano positivo definido, devido à sua quase singularidade, não sendo possível assim calcular os desvios padrão dos parâmetros estimados, ou os parâmetros θ_{ij} faziam com que as probabilidades de transição estivessem muito próximos da fronteira $p_{ij} = 0$, fazendo com que o modelo não obtivesse probabilidades suavizadas muito estáveis. Com isto, não se atingiu a convergência total do modelo usando a distribuição normal. Issler (1999) encontrou o mesmo problema ao estimar especificações gaussianas de modelos MS-ARCH com três regimes para a série dos preços à vista do cacau. Como resultado, estimaram-se somente a especificações *t de Student* para modelos MS-TGARCH com dois e três regimes. A qualidade do ajuste e os testes de diagnósticos destes modelos estimados encontram-se na Tabela 3.8. Os parâmetros estimados destes modelos encontram-se na Tabela 3.13.

De acordo com o melhor MS-TGARCH (2,1,1) estimado, pelo fato de o parâmetro de limiar à *la GJR*, κ_2 , não ser significativo, realmente não há efeito alavancagem como já se suspeitava pelos fatos estilizados anteriormente descritos³⁶. Ainda que o coeficiente g_2 aponte que o segundo regime possui uma volatilidade condicional quase 33 vezes maior que o primeiro, as probabilidades de transição (ver Tabela 3.13) indicam que este mesmo segundo regime é bastante transitório. Ou seja, a probabilidade estimada de permanência no segundo regime é de 61,23%, o que é relativamente muito baixo em comparação a outros estudos que fazem uso deste algoritmo (veja Hamilton, 1989, Hamilton & Engle, 1990, Hamilton & Susmel, 1994, Susmel, 1999, e Valls Pereira et al, 1999). Contudo, como g_2 , $\hat{\theta}_{11}$ e $\hat{\theta}_{22}$ não são significativos, tais conclusões não podem ser tiradas pois o modelo parece não estar bem especificado.

³⁶ O código de Nuno M.C.G. de Almeida só detecta a assimetria proveniente de choques negativos, replicando o efeito alavancagem de Glosten et al. (1993).

Tabela 3-8 Modelos MS-TGARCH e MS-GARCH para retornos do EMBI Brazil

	MS-TGARCH (2,1,1)	MS-GARCH (3,1,1)	MS-GARCH (2,1,1)
Distribuição	<i>t de Student</i>	<i>t de Student</i>	<i>t de Student</i>
Var. Exóg.	-	-	<i>dummy</i>
Parâmetros	10	13	10
LL	-4.798,9	-4.798,3	-4.793,6
AIC	4,4630	4,4653	4,4581
BIC	4,4894	4,4995	4,4844
AIC.T	9622,3343	9627,1128	9611,6599
λ	0,9800825	0,93931178	0,89956726
Média h_t	12,4881	11,1732	9,0997
Var h_t	12282,7997	1671,2473	240,8415
Res: Média	0,05342	0,05265	0,05631
Res: DP	0,99608	0,96799	1,02541
Res: Assim	0,59194	0,60818	1,44130
Res: Exc.C.	3,24344	3,12269	15,53617
Res: Min	-23,95844	-23,94776	-23,94100
Res: Max	36,84365	36,86448	26,41661
Q (6)	0,2647	0,1716	0,5647
Q (12)	0,0880	0,0825	0,5079
Q (24)	0,0971	0,1071	0,5440
Q (36)	0,1044	0,1237	0,6050
Q (48)	0,1364	0,1530	0,5311
Q ² (6)	0,8776	0,0936	0,9916
Q ² (12)	0,8882	0,2480	0,9919
Q ² (24)	0,9738	0,6816	1,0000
Q ² (36)	0,9988	0,9401	1,0000
Q ² (48)	0,9978	0,9472	1,0000

Notas: (1) A amostra de estimação cobre 2156 observações, de 13 de maio de 1994 a 16 de agosto de 2002, (2) $\varepsilon_t = y_t - c - y_{t-1}$, $y_t = 100 * [\ln(EMBI)_t - \ln(EMBI)_{t-1}]$, (3) Variável exógena na média: vetor de variáveis *dummy* para as 909^a, 910^a e 911^a observações, correspondendo aos dias 23, 24 e 27 de outubro de 1997, (4) LL = Log-Verossimilhança, λ = persistência (MS-TGARCH: $\alpha_1 + \beta_1 + \kappa_1/2$, MS-GARCH: $\alpha_1 + \beta_1$), h_t = variância condicional, Res = resíduos, DP = desvio padrão, Assim = Assimetria, Exc.C. = Excesso de Curtose, Min = mínimo, Max = máximo, (5) valor *p* de todos os testes assintóticos χ^2 e de normalidade (χ^2): 0,0000. (6) Q(x) = valor *p* do teste de auto-correlação de resíduos com *x* defasagens, Q²(x) = valor *p* do teste de auto-correlação de resíduos quadrados com *x* defasagens, ML (x) = valor *p* do teste de multiplicador de Lagrange com *x* defasagens, a * 1% e ** 5% significância.

Analisando as probabilidades suavizadas estimadas por este modelo (Figura 3.2)³⁷, conclui-se que a fonte da má especificação parece ser o domínio exercido sobre o segundo regime por algumas observações extremas. Tais observações se referem primordialmente aos retornos do EMBI *Brazil* que ocorreram nos dias 23, 24 e 27 de outubro de 1997, quando o índice instantaneamente disparou durante a eclosão da chamada crise da Ásia³⁸. A ocorrência

³⁷ A probabilidade suavizada do primeiro regime é tão simplesmente o “espelho” do segundo painel.

³⁸ Para conter o ataque especulativo contra o dólar de Hong Kong, no dia 23 de outubro de 1997, a autoridade monetária da ex-colônia britânica puxa as taxas no interbancário de 7% para 150% ao ano, fazendo com que despençassem as cotações de bolsas dos mercados localizados geograficamente ao redor e rapidamente se alastrassem por todo o mundo. A quinta-feira negra ainda fez-se sentir na segunda-feira seguinte, 27 de outubro de 1997, quando o mercado financeiro internacional presencia outro pânico generalizado, lembrando desta vez a segunda feira negra do *crash* de outubro de 1987 ocorrido na bolsa de Nova York.

de valores extremos como estes produz um viés tão forte na volatilidade que compromete de forma distinta o poder dos testes de ajuste dos modelos de heterocedasticidade condicional. Por um lado, no caso dos modelos GARCH com componentes observáveis, os melhores modelos, escolhidos de acordo com os critérios de informação e pela maximização da log-verossimilhança, não conseguem eliminar a auto-correlação entre os resíduos e entre os resíduos quadrados. Por outro lado, ainda que os modelos GARCH com mudanças markovianas consigam obter resíduos com propriedades de ruído branco e eliminação dos efeitos GARCH, o modelo não é bem especificado.

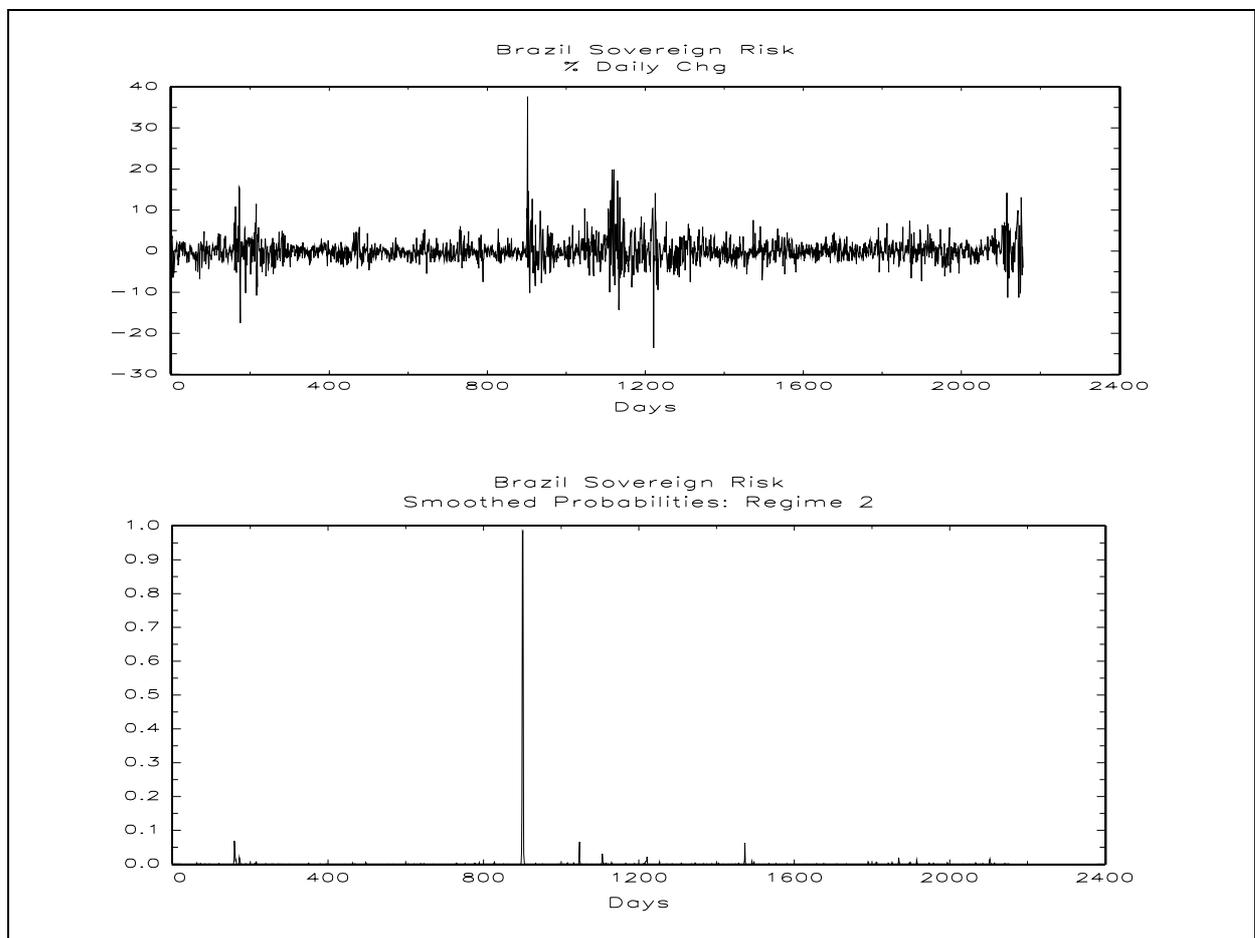


Figura 3-2: *Painel superior:* Retornos diários sobre o EMBI *Global Brazil Sovereign Spread* entre 13 de maio de 1994 e 16 de agosto de 2002, perfazendo 2156 observações. *Painel inferior:* Probabilidade suavizada de que o mercado está no regime 2 para cada dia indicado [$\text{Prob}(s_T=2|y_T, y_{T-1}, \dots, y_{-t})$] como calculada na especificação MS-TGARCH (2,1,1) com distribuição *t de Student*.

No caso do modelo GARCH com mudanças markovianas, a intuição por trás do efeito da ocorrência destes valores extremos é que o algoritmo se “perde” ao fazer inferências de

probabilidades, quer sejam de transição, quer sejam suavizadas, sobre qual regime está determinando o padrão de comportamento da volatilidade condicional. Ou seja, é como se este valor extremo fosse muito grande para passar pelo filtro do algoritmo de iteração, fazendo com que este só conseguisse inferir por “regime de alta volatilidade” um de muito alta volatilidade, condensando todos os demais regimes de volatilidade no primeiro regime. Portanto, faz-se necessário estimar um modelo com mais regimes de forma a obter uma inferência mais consistente dos possíveis regimes que possam estar atuando sobre os diferentes padrões de volatilidade e conseguir então uma boa especificação.

Assim, estimaram-se algumas especificações de um MS-TGARCH com três regimes de forma a procurar inferir com maior ajuste os regimes de volatilidade baixa, alta e muito alta. Dentre os modelos que convergiram e que eliminaram a auto-correlação presente entre os resíduos e entre os resíduos quadrados, o escolhido pela log-verossimilhança, pelo AIC e pelo BIC foi o MS-TGARCH (3,1,1). O coeficiente κ_2 continuou não sendo significativo e de fato a re-estimação do modelo sem ele não alterou em quase nada os parâmetros estimados. Por isto, pelo critério de parsimônia, preferiu-se optar por reportar neste trabalho o modelo MS-GARCH (3,1,1) no lugar do MS-TGARCH (3,1,1). Concomitante a isto, como a probabilidade de transição estimada de que o estado dois seja precedido pelo estado três, \hat{p}_{32} , é muito pequena, recomenda-se também impor uma restrição sobre este parâmetro, ou seja $\hat{p}_{32} = 0$, (Hamilton & Susmel, 1994). O ajuste e os parâmetros estimados deste modelo encontram-se na Tabela 3.8 e na Tabela 3.13.

Mesmo com estas restrições, o parâmetro g_3 , o fator de multiplicação do terceiro regime de volatilidades, continua não sendo significativo; assim como alguns parâmetros θ_{ij} das probabilidades de transição. Paralelamente, a probabilidade estimada de permanência no terceiro estado também é muito baixa, indicando mais uma vez uma má especificação. Ainda que o modelo esteja mal especificado, a estimação do terceiro regime permitiu a correta inferência dos primeiros dois regimes. O parâmetro g_2 é significativo assim como as probabilidades estimadas de permanência no primeiro e no segundo regime. Ademais, as probabilidades suavizadas conseguem mimetizar os *clusters* de volatilidades descritos pelos fatos estilizados.

Uma forma de identificar a melhoria trazida pelo acréscimo deste terceiro regime seria um teste de razão de verossimilhança. Contudo, ainda que um MS-TGARCH (2,1,1) seja um caso especial de um MS-TGARCH (3,1,1), sob a hipótese nula de um MS-TGARCH (2,1,1), os parâmetros de um MS-TGARCH (3,1,1) não são identificados. Isto faz com que a distribuição assintótica χ^2 para o teste de razão de verossimilhança não seja válido neste caso (Hamilton & Susmel, 1994). Mesmo assim, a título ilustrativo, a comparação entre as verossimilhanças dos modelos MS-TGARCH (2,1,1) e MS-TGARCH (3,1,1) denotaria uma melhora muito pequena para justificar a inclusão de um terceiro regime. Ao lado disto, os critérios de informação ficaram sensíveis à inclusão de tantos parâmetros necessários à estimação de um terceiro regime. Deduz-se então que não se justifica um terceiro regime. Hamilton & Susmel (1994), ao estimar um quarto regime e avaliar que somente duas observações são detectadas por este, concluem que o quarto regime não é necessário, sendo os modelos bem especificados com três regimes os que otimizam o número de regimes. Contudo, no caso do EMBI *Brazil*, a eliminação do terceiro regime traz de volta à estimação do modelo MS-TGARCH (2,1,1) e esta solução já se mostrou não razoável por não ser bem especificada.

É interessante notar ainda que, por sua vez, como pode ser visto pela Figura 3.3³⁹, o terceiro regime parece estar influenciado somente pelas três observações da crise da Ásia e por mais nenhuma outra. Ou seja, a formulação MS-GARCH (3,1,1) designa um terceiro regime de volatilidades que nada mais é do que um estado especial para estas observações aberrantes, fazendo com que o terceiro regime atue como uma variável de intervenção. Nestes casos, como o terceiro estado parece desempenhar um o papel de uma variável *dummy*, do tipo aditivo na média condicional, recomenda-se substituir o terceiro regime por um vetor de constantes de intervenção de fato na média que assumem o valor nas observações correspondentes às três observações de impacto. Segundo Susmel (1999), trata-se de uma variável pulso que só afeta as observações nestas datas específicas. Esta recomendação implica na estimação de um MS-GARCH (2,1,1)⁴⁰ com intervenções.

³⁹ A probabilidade suavizada de se estar em regime de baixa volatilidade, não mostrada, é tão simplesmente a diferença entre 1 e $[P(s_t=2)+P(s_t=3)]$.

⁴⁰ Susmel (1999) faz o mesmo no caso das bolsas do Reino Unido e da Austrália cujos terceiros regimes de um modelo MS-ARCH(3, q) é completamente dominado pela terceira semana de outubro de 1987.

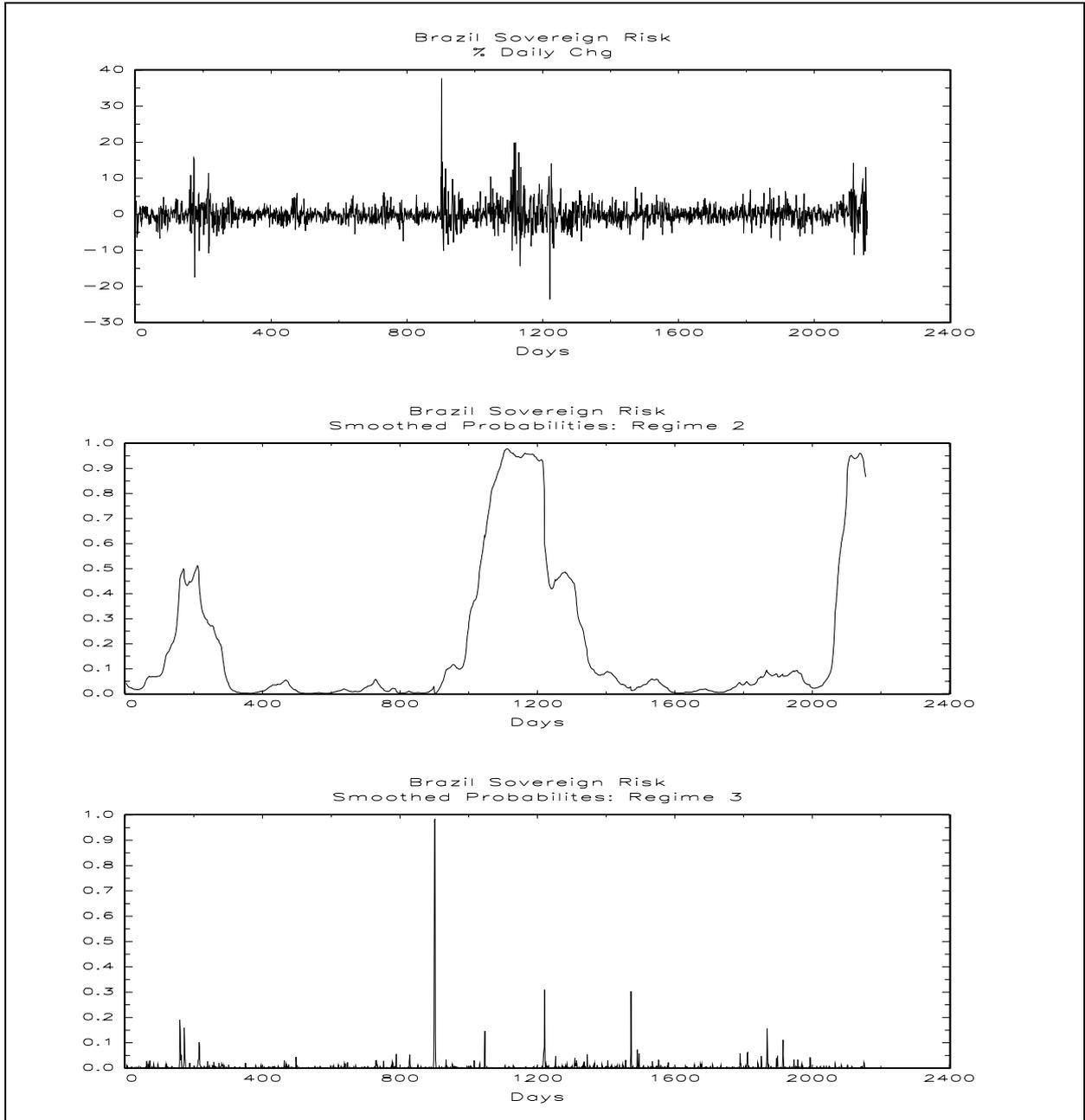


Figura 3-3: *Painel superior:* Retornos diários sobre o EMBI *Global Brazil Sovereign Spread* entre 13 de maio de 1994 e 16 de agosto de 2002, perfazendo 2156 observações. *Painel central:* Probabilidade suavizada de que o mercado está no regime 2 para cada dia indicado [$\text{Prob}(s_t=2|y_T, y_{T-1}, \dots, y_{t-r})$] como calculada na especificação MS-GARCH (3,1,1) com distribuição *t de Student*. *Painel inferior:* Probabilidade suavizada para o regime 3.

A estimação do MS-GARCH (2,1,1) com intervenções também obtém resíduos com propriedades de ruído branco e elimina a heterocedasticidade, além de melhorar bastante a função de verossimilhança e os critérios de informação, inclusive em relação ao MS-TGARCH (2,1,1). Todos os parâmetros são significativos e bastante similares aos do primeiro

e do segundo estados relevantes do modelo MS-GARCH (3,1,1). O modelo enfim parece estar bem especificado e as probabilidades suavizadas também conseguem detectar os três períodos de alta volatilidade descritos pelos fatos estilizados, como se vê na Figura 3.4.

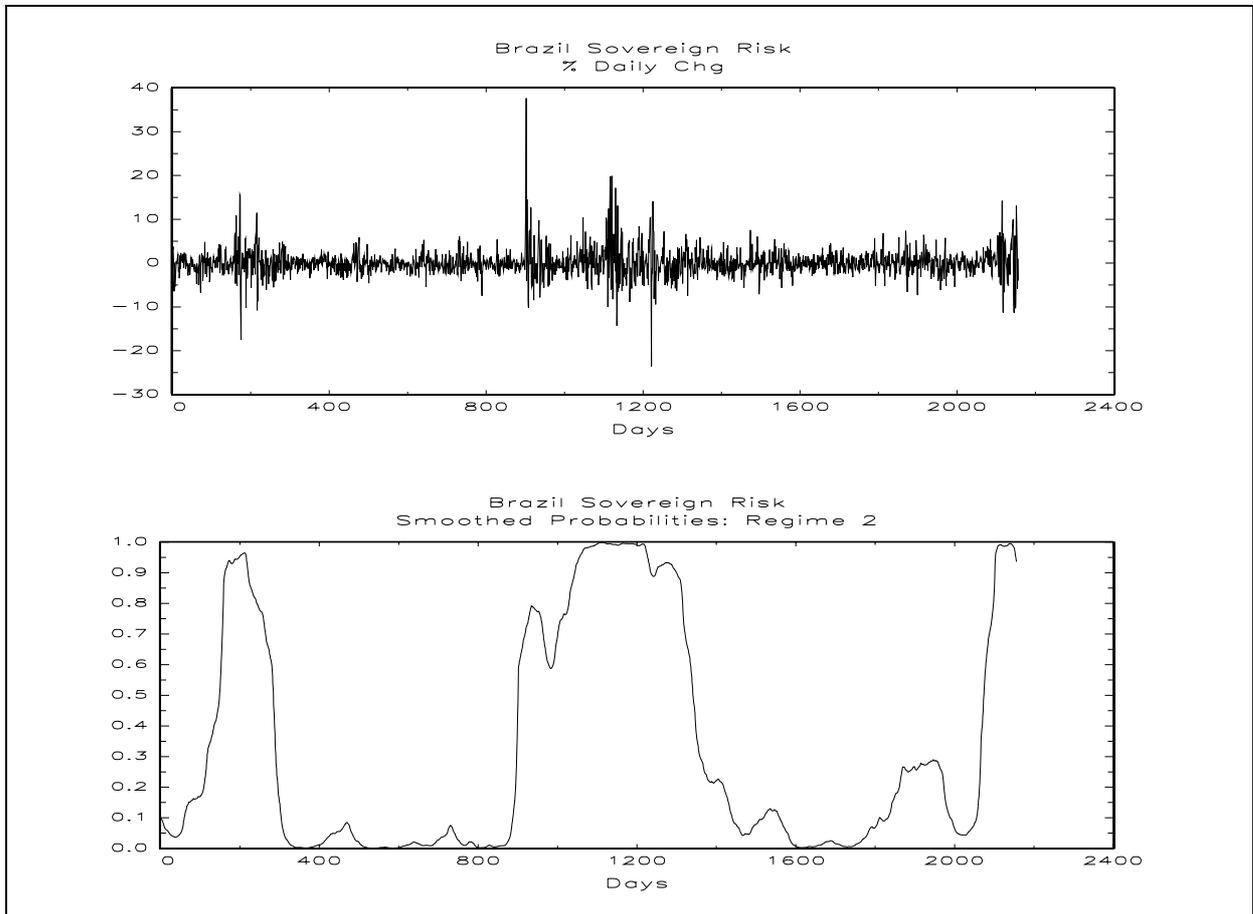


Figura 3-4: *Painel superior:* Retornos diários sobre o EMBI *Global Brazil Sovereign Spread* entre 13 de maio de 1994 e 16 de agosto de 2002, perfazendo 2156 observações. *Painel inferior:* Probabilidade suavizada de que o mercado está no regime 2 para cada dia indicado [$\text{Prob}(s=2|y_T, y_{T-1}, \dots, y_{-t})$] como calculada na especificação MS-GARCH (2,1,1) com intervenções e distribuição *t* de Student.

Assim, de acordo com o MS-GARCH (2,1,1) com intervenções⁴¹, o melhor modelo de volatilidade condicional com mudanças markovianas de acordo com os critérios de informação, não há efeito alavancagem e a volatilidade condicional no segundo regime é 30,6% superior à volatilidade no primeiro regime, já que $\sqrt{g_2} = 1,7060077 = 1,306142297$. As probabilidades de transição de cada estado são altamente persistentes mas não chegam a

⁴¹ Estimou-se também um MS-TGARCH (2,1,1) com intervenções. Contudo, o parâmetro de assimetria não se mostrou significativo e os demais parâmetros são quase todos idênticos aos do MS-GARCH (2,1,1) com intervenções.

ser absorventes. Espera-se que o estado de baixa volatilidade dure em média $(1 - \hat{p}_{11})^{-1} \cong 311$ dias, um período muito maior que o de $(1 - \hat{p}_{22})^{-1} \cong 161$ dias, a média esperada de duração em dias de permanência no segundo estado. A persistência estimada de acordo com Almeida & Valls Pereira (1999) é de 0,89956726, o que significa que, passados 30 dias úteis, os efeitos da volatilidade quase desaparecem já que $\hat{\lambda}^{30} \cong 0,04$.

É interessante notar ainda que os períodos de alta volatilidade coincidem com os *clusters* dos fatos estilizados. De acordo com o modelo estimado, os períodos com maior probabilidade de se estar em estado de alta volatilidade (considerando-se os dias cuja probabilidade suavizada de se estar no segundo regime foi assumida arbitrariamente como igual ou superior a 0,5) são: entre os dias 7 de dezembro de 1994 e 14 de junho de 1995 (136 dias úteis), entre os dias 24 de outubro de 1997 e 2 de julho de 1999 (441 dias úteis) e entre os dias 24 de abril e 16 de agosto de 2002 (83 dias úteis), quando se interrompe a série histórica para a estimação. Ainda, apesar de a probabilidade de se estar no estado de alta volatilidade aumentar progressivamente a partir do dia 8 de maio de 2001, no dia 29 de outubro de 2001 ela interrompe a ascensão. Todos estes períodos de alta volatilidade mimetizam os grandes períodos de crise de percepção do risco soberano brasileiro, fazendo o risco soberano atingir máximos locais (ver Figura 3.5): efeito tequila no primeiro, crises na Ásia, Rússia e Brasil no segundo, o processo eleitoral de 2002 no terceiro período. Pela conclusão do modelo, a crise turca e a argentina, ao longo de 2001 não chegaram de fato a provocar um aumento na volatilidade condicional do risco soberano ainda que suas médias em tal ano tenham se mantido em níveis relativamente altos.

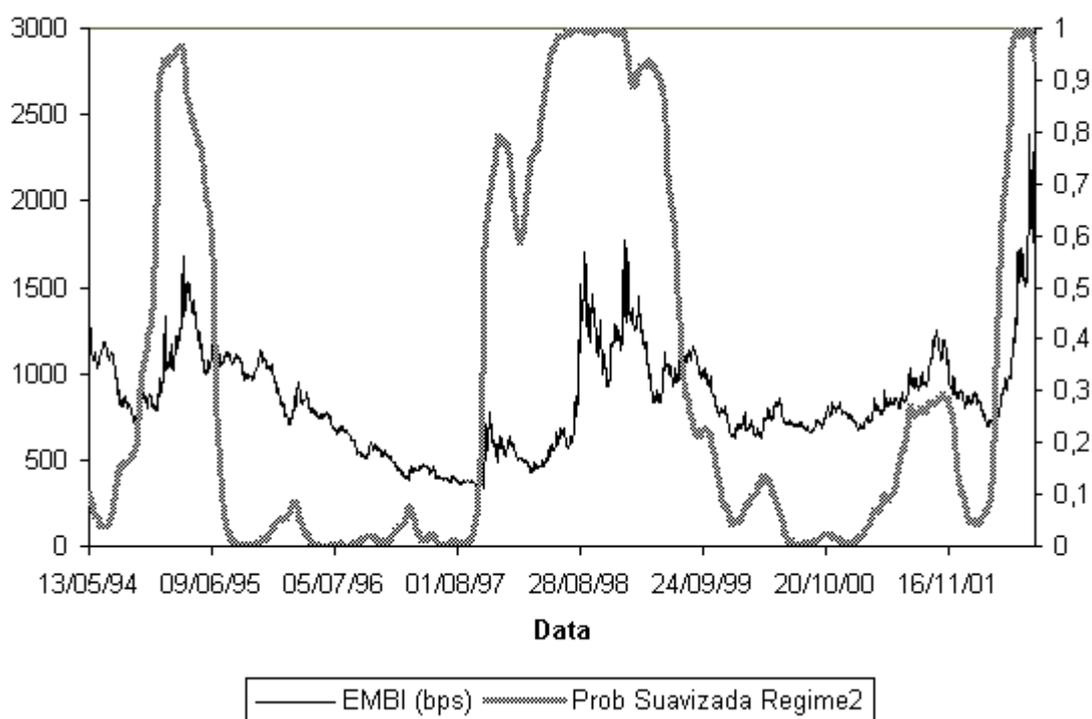


Figura 3-5: Observações em pontos bases (ou *bps*) do EMBI *Global Brazil Sovereign Spread* (linha preta fina) para o período compreendido entre 13 de maio de 1994 e 16 de agosto de 2002, perfazendo 2156 observações e probabilidade suavizada (linha cinza grossa) de que o mercado está no regime 2 para cada dia indicado [$\text{Prob}(s_t=2|y_T, y_{T-1}, \dots, y_{-r})$] como calculada na especificação MS-GARCH (2,1,1) com intervenções e distribuição *t de Student*.

A introdução das intervenções no modelo MS-GARCH estimulou também a introdução das mesmas intervenções nos modelos GARCH com componentes observáveis previamente estimados. De fato, a intervenção feita nas três observações aberrantes de outubro (correspondentes aos dias 23, 24 e 27 de outubro de 1997) permite a obtenção de resíduos com propriedades de ruído branco e eliminação da heterocedasticidade residual⁴².

De uma forma geral, consegue-se comprovar também a assimetria dos choques já que os parâmetros de assimetria nos modelos AGARCH, TGARCH e EGARCH são significativos. Mas de fato não há efeito alavancagem, já que tais parâmetros são negativos. Com isto, comprova-se que os choques positivos provocam o aumento da volatilidade

⁴² Os modelos EGARCH, tanto com a distribuição condicional Normal de resíduos, quanto com a distribuição GED, ainda que tenham a hipótese de homocedasticidade rejeitada pelo teste LM, obtêm-na através do teste LB para os resíduos quadrados.

subseqüente. Assim, para o caso do EMBI *Brazil*, após um súbito aumento do risco observa-se que a volatilidade sai de um regime de baixa para alta volatilidade.

A persistência dos modelos GARCH com componentes observáveis é bem mais alta que a dos modelos MS GARCH, comprovando os resultados que Hamilton & Susmel (1994), Susmel (1999), Issler (1999) e Valls Pereira et al. (1999) obtêm, usando modelos MS-ARCH e Almeida & Valls Pereira (1999) para modelos MS-GARCH.. O valor da persistência varia desde 0,938242, como no caso do modelo EGARCH (1,1) com distribuição GED e intervenção na média⁴³, até 0,985935, como no GARCH (1,1) com distribuição *t de Student* e intervenção na média. Isto implica que, passados 30 dias úteis, ainda há uma persistência de 0,147722314 dos efeitos do modelo GARCH (1,1) com distribuição *t de Student* e intervenção na média até uma persistência de 0,354963503 do modelo EGARCH (1,1) com distribuição *t de Student* e intervenção na média. Ou seja, a persistência dos modelos GARCH com componentes observáveis é de 3,5 a 8,5 vezes maior que a persistência do modelo MS-GARCH (2,1,1) com intervenção na média.

3.3 – Comparação entre os resultados dos modelos de volatilidade condicional

Para se comparar modelos especificados, adota-se aqui o critério de cálculo das funções perda usando a previsão dentro da amostra e fora da amostra. A previsão da amostra é tão somente a estimação do próprio modelo com as 2156 observações compreendidas entre o dia 13 de maio de 1994 e 16 de agosto de 2002. Para a previsão fora da amostra, mantêm-se os parâmetros fixos e se calculam os 30 passos seguintes à última observação incluída na estimação. Ou seja, calculam-se as previsões para as observações compreendidas entre os dias 19 de agosto de 2002 e o dia 27 de agosto de 2002, com os parâmetros de volatilidade condicional observados até o dia 16 de agosto de 2002.

O cálculo das funções perdas com a segunda previsão é um bom exercício à medida que permite testar os modelos em situações em que risco país continuou oscilando bastante e

⁴³ Costuma-se usar o coeficiente β_1 como *proxy* da persistência dos modelos EGARCH.

sofrendo altas consecutivas. Os resultados das funções perda calculadas para a previsão dentro e fora da amostra encontram-se na Tabela 3.9 e na Tabela 3.10.

Tabela 3-9 *Comparação das previsões para dentro da amostra para diferentes modelos GARCH com componentes observáveis e não-observáveis para os retornos do EMBI Global Brazil Sovereign Spread*

Modelo	Funções Perda (melhora percentual relativa à variância constante)				
	EQM	EAM	[LE] ²	LE	HMSE
Variância Constante	1.656,2545	11,8231	12,4132	2,5914	1,2849
GARCH (1,1) Gaussiana	1.476,9732 (12,14)	9,8809 (19,66)	8,6582 (43,37)	2,0809 (24,54)	5,5260 (-76,75)
GARCH (1,1) <i>t de Student</i>	1.470,6510 (12,62)	10,0337 (17,83)	8,4507 (46,89)	2,0576 (25,95)	6,2086 (-79,30)
GARCH (1,1) Gaussiana <i>dummy</i>	667,0328 (148,30)	9,1197 (29,64)	8,1336 (52,62)	2,0378 (27,17)	3,9462 (-67,44)
GARCH (1,1) <i>t de Student</i> <i>dummy</i>	829,4671 (99,68)	9,4701 (24,85)	8,3817 (48,10)	2,0547 (26,12)	20,5422 (-93,74)
EGARCH (1,1) Gaussiana	1.380,2870 (19,99)	9,1985 (28,53)	8,9600 (38,54)	2,0945 (23,73)	5,4806 (-76,55)
EGARCH (1,1) GED	1.400,7268 (18,24)	9,3198 (26,86)	8,7292 (42,20)	2,0778 (24,72)	6,1053 (-78,95)
EGARCH (1,1) Gaussiana <i>dummy</i>	* 635,2675 (160,72)	* 8,7145 (35,67)	8,3082 (49,61)	2,0563 (26,02)	4,2821 (-69,99)
EGARCH (1,1) GED <i>dummy</i>	646,9076 (156,03)	8,8052 (34,27)	8,5953 (44,42)	2,0720 (25,07)	4,5989 (-72,06)
TGARCH (1,1) Gaussiana	1.496,3716 (10,68)	9,8248 (20,34)	8,9113 (39,30)	2,0833 (24,39)	4,8262 (-73,38)
TGARCH (1,1) <i>t de Student</i>	1.489,5558 (11,19)	9,9991 (18,24)	8,2542 (50,39)	2,0364 (27,25)	5,4649 (-76,49)
TGARCH (1,1) Gaussiana <i>dummy</i>	643,9219 (157,21)	9,0056 (31,29)	8,3108 (49,36)	2,0458 (26,67)	* 3,8938 (-67,00)
TGARCH (1,1) <i>t de Student</i> <i>dummy</i>	886,3547 (86,86)	9,3953 (25,84)	8,1835 (51,69)	2,0336 (27,43)	38,9570 (-96,70)
AGARCH (1,1) Gaussiana	1.439,4019 (15,07)	9,5513 (23,78)	8,9675 (38,42)	2,0949 (23,70)	5,6652 (-77,32)
AGARCH (1,1) <i>t de Student</i>	1.443,0223 (14,78)	9,7861 (20,82)	8,0117 (54,94)	2,0331 (27,46)	6,4574 (-80,10)
AGARCH (1,1) Gaussiana <i>dummy</i>	652,4955 (153,83)	8,9228 (32,50)	8,5042 (45,97)	2,0564 (26,02)	3,9141 (-67,17)
AGARCH (1,1) <i>t de Student</i> <i>dummy</i>	847,8262 (95,35)	9,2865 (27,31)	* 7,9934 (55,29)	* 2,0316 (27,56)	41,3410 (-96,89)
MS-TGARCH (2,1,1) <i>t de Student</i>	12.837,0990 (-87,10)	12,9163 (-8,46)	8,4669 (46,61)	2,0587 (25,88)	5,1787 (-75,19)
MS-GARCH (3,1,1) <i>t de Student</i>	2.613,0388 (-36,62)	11,2399 (5,19)	8,4915 (46,18)	2,0778 (24,72)	4,6234 (72,21)
MS-GARCH (2,1,1) <i>t de Student</i> <i>dummy</i>	831,7665 (99,12)	9,4552 (25,04)	8,2668 (49,79)	2,0467 (26,62)	19,7353 (-93,49)

Notas: (1) Amostra de estimação: 2156 observações, de 13 de maio de 1994 a 16 de agosto de 2002, (2) Vetor de variáveis *dummy* na média para as 909^a, 910^a e 911^a observações, correspondendo aos dias 23, 24 e 27 de outubro de 1997, (3) EQM = Erro quadrado médio, EAM = Erro absoluto médio, [LE]² = Log-erro quadrado médio, |LE| = Log-erro absoluto médio, HMSE = EQM com heterocedasticidade ajustada, (4) Para o modelo de variância constante, assume-se $\hat{\epsilon}_t = (y_t - E[y_t])$ e $h_t = s^2 = T^{-1} \sum_t (\hat{\epsilon}_t)^2$ nas funções de perda. (5) * Melhor modelo de acordo com a função de perda.

Tabela 3-10 Comparação das previsões para fora da amostra para diferentes modelos GARCH com componentes observáveis e não-observáveis para os retornos do EMBI Global Brazil Sovereign Spread

Modelo	Funções Perda (melhora percentual relativa à variância constante)				
	EQM	EAM	[LE] ²	LE	HMSE
Variância Constante	470,5621	14,1743	7,0057	1,8942	0,9489
GARCH (1,1) Gaussiana	698,5185 (-32,63)	20,8273 (-31,94)	11,7859 (-40,56)	2,2520 (-15,89)	1,4371 (-33,97)
GARCH (1,1) <i>t de Student</i>	992,3404 (-52,58)	27,5996 (-48,64)	10,0497 (-30,29)	2,3463 (-19,27)	0,8368 (-13,39)
GARCH (1,1) Gaussiana <i>dummy</i>	765,6045 (-38,54)	22,6576 (-37,44)	10,5750 (-33,75)	2,2568 (-16,07)	1,2061 (-21,32)
GARCH (1,1) <i>t de Student</i> <i>dummy</i>	1.008,0938 (-53,32)	27,8767 (-49,15)	10,0242 (-30,11)	2,3506 (-19,41)	0,8308 (14,22)
EGARCH (1,1) Gaussiana	632,6625 (-25,62)	17,1684 (-17,44)	* 5,8596 (19,56)	1,8873 (0,37)	5,3027 (-82,10)
EGARCH (1,1) GED	692,5103 (-32,05)	18,3885 (-22,92)	5,9507 (17,93)	1,9252 (-1,61)	5,7520 (-83,50)
EGARCH (1,1) Gaussiana <i>dummy</i>	874,8868 (-46,21)	21,4344 (-33,87)	7,4322 (-5,74)	2,0639 (-8,22)	3,6617 (-74,09)
EGARCH (1,1) GED <i>dummy</i>	887,4249 (-46,97)	21,4069 (-33,79)	7,7314 (-9,39)	2,0836 (-9,09)	4,8255 (-80,34)
TGARCH (1,1) Gaussiana	7.256,6179 (-93,52)	74,1833 (-80,89)	13,0713 (-46,40)	2,9982 (-36,82)	0,7415 (27,98)
TGARCH (1,1) <i>t de Student</i>	8.585,6597 (-94,52)	81,4171 (-82,59)	13,6142 (-48,54)	3,0776 (-38,45)	0,7526 (26,09)
TGARCH (1,1) Gaussiana <i>dummy</i>	2.671,5314 (-82,39)	48,1602 (-70,57)	11,0684 (-36,71)	2,7018 (-29,89)	0,6957 (36,39)
TGARCH (1,1) <i>t de Student</i> <i>dummy</i>	7.749,2480 (-93,93)	77,8579 (-81,79)	13,4383 (-47,87)	3,0508 (-37,91)	0,7483 (26,80)
AGARCH (1,1) Gaussiana	* 587,0092 (-19,84)	16,7397 (-15,33)	6,0230 (16,32)	* 1,8868 (0,39)	3,7283 (-74,55)
AGARCH (1,1) <i>t de Student</i>	730,5850 (-35,59)	21,6113 (-34,41)	10,0826 (-30,52)	2,2097 (-14,28)	1,3726 (-30,87)
AGARCH (1,1) Gaussiana <i>dummy</i>	637,1452 (-26,15)	18,4092 (-23,00)	7,3807 (-5,08)	1,9949 (-5,05)	2,5595 (-62,93)
AGARCH (1,1) <i>t de Student</i> <i>dummy</i>	746,4062 (-36,96)	22,0813 (-35,81)	10,6234 (-34,05)	2,2449 (-15,62)	1,3006 (-27,04)
MS-TGARCH (2,1,1) <i>t de Student</i>	612,6383 (-23,19)	14,8582 (-4,60)	15,8852 (-55,90)	3,0934 (-38,77)	0,6695 (41,73)
MS-GARCH (3,1,1) <i>t de Student</i>	639,7693 (-26,45)	13,7188 (3,32)	16,2188 (-56,81)	3,1617 (-40,09)	0,5614 (69,02)
MS-GARCH (2,1,1) <i>t de Student</i> <i>dummy</i>	658,6661 (-28,56)	* 13,1665 (7,65)	16,6463 (-57,91)	3,2078 (-40,95)	* 0,5023 (88,90)

Notas: (1) Amostra de estimação: 30 observações, de 19 de agosto de 2002 a 27 de setembro de 2002, (2) Vetor de variáveis *dummy* na média para as 909^a, 910^a e 911^a observações, correspondendo aos dias 23, 24 e 27 de outubro de 1997, (3) EQM = Erro quadrado médio, EAM = Erro absoluto médio, [LE]² = Log-erro quadrado médio, |LE| = Log-erro absoluto médio, HMSE = EQM com heterocedasticidade ajustada, (4) Para o modelo de variância constante, assume-se $\hat{\epsilon}_t = (y_t - E[y_t])$ e $h_t = s^2 = T^{-1} \sum_t (\hat{\epsilon}_t)^2$ nas funções de perda. (5) * Melhor modelo de acordo com a função de perda.

De uma forma geral, as intervenções foram fundamentais para se obterem melhores previsões seja dentro da amostra quanto fora. Quase todos os modelos que sofreram intervenção melhoram substancialmente a estatística calculada por cada função perda dentro e fora da amostra, comprovando o efeito da crise da Ásia no *EMBI Brazil*.

Dentro da amostra, os melhores modelos foram o EGARCH (1,1) com distribuição gaussiana e com intervenções (mais baixos EQM e EAM) e o AGARCH (1,1) com distribuição *t de Student* e com intervenções (mais baixos $[LE]^2$ e $|LE|$). O maior sucesso destes modelos se deve ao fato de que eles captam melhor os efeitos da assimetria dos choques positivos sobre a volatilidade condicional subsequente. O TGARCH com distribuição gaussiana e com intervenções também tem bom desempenho pelo HMSE.

Já fora da amostra, os melhores modelos são o MS-GARCH (2,1,1) com distribuição *t de Student* e com intervenções (mais baixos EAM e HMSE) e o AGARCH (1,1) com distribuição gaussiana (mais baixos EQM e $|LE|$). O EGARCH (1,1) com distribuição gaussiana também tem bom desempenho, devido ao mais baixo $[LE]^2$.

A importância deste período de 30 dias úteis finais é grande porque a série sofre mais uma disparada, com a aproximação das eleições presidenciais no Brasil no segundo semestre de 2002. Pelo fato da persistência do MS-GARCH (2,1,1) ser mais baixa que a dos demais modelos, este consegue se adaptar mais rápido em épocas de mudanças de regimes. Em geral, os benefícios de previsão dos modelos com mudança markoviana na volatilidade condicional, comparados aos dos modelos GARCH com distribuição *t de Student*, são no máximo marginais (Susmel, 1999). Contudo, esta conclusão pode ser dependente do regime final em que a série se encontre, se no meio de uma tempestade ou no meio de uma bonança.

A seguir, apresentam-se os parâmetros estimados dos modelos referidos anteriormente.

Tabela 3-11 *Parâmetros estimados dos modelos GARCH e EGARCH para o EMBI Global Brazil Sovereign Spread*

	Distribuição	ϕ_0	ϕ_1	I	α_0	α_1	β_1	α_1'	γ_1	ν	GED log ($\nu/2$)
GARCH (1,1)	Gaussiana	-0,101659 (0,04212)	0,101808 (0,02462)		0,354820 (0,056670)	0,206356 (0,022370)	0,757613 (0,021910)				
GARCH (1,1)	<i>t de Student</i>	-0,129397 (0,038810)	0,114561 (0,022240)		0,215855 (0,060860)	0,178176 (0,028350)	0,807267 (0,020800)			5,264710 (0,597500)	
GARCH (1,1)	Gaussiana	-0,113044 (0,041610)	0,114329 (0,023970)	16,577200 (1,183000)	0,259713 (0,045210)	0,176890 (0,019190)	0,794202 (0,018960)				
GARCH (1,1)	<i>t de Student</i>	-0,131216 (0,038830)	0,111317 (0,022310)	10,332100 (1,681000)	0,204265 (0,058960)	0,172470 (0,028050)	0,813465 (0,027910)			5,314380 (0,605900)	
EGARCH (1,1)	Gaussiana	-0,007297 (0,043270)	0,116388 (0,023160)		0,141032 (0,018040)		0,927833 (0,009479)	0,129187 (0,016540)	0,307269 (0,026890)		
EGARCH (1,1)	GED	-0,060069 (0,038520)	0,103602 (0,022080)		0,094401 (0,020330)		0,942856 (0,011460)	0,111862 (0,020710)	0,305490 (0,035320)		-0,476780 (0,040790)
EGARCH (1,1)	Gaussiana	-0,057019 (0,042060)	0,118413 (0,022800)	17,151900 (0,822100)	0,122605 (0,018310)		0,938242 (0,009856)	0,069485 (0,015920)	0,342527 (0,027200)		
EGARCH (1,1)	GED	-0,073517 (0,040220)	0,101924 (0,021590)	16,492000 (1,693000)	0,088972 (0,020760)		0,946352 (0,011770)	0,076988 (0,020160)	0,331312 (0,035760)		-0,468264 (0,041650)

Notas: (1) A amostra de estimação cobre 2156 observações, de 13 de maio de 1994 a 16 de agosto de 2002, (2) $\varepsilon_t = y_t - \phi_0 - \phi_1 y_{t-1}$, com $y_t = 100 * [\ln(EMBI)_t - \ln(EMBI)_{t-1}]$, (3) Variável exógena I na média: vetor de variáveis *dummy* para as 909^a, 910^a e 911^a observações, correspondendo aos dias 23, 24 e 27 de outubro de 1997, (4) Valores em parênteses denotam os desvios padrão das estimativas.

Tabela 3-12 Parâmetros estimados dos modelos TGARCH e AGARCH para o EMBI Global Brazil Sovereign Spread

	Distribuição	ϕ_0	ϕ_1	I	α_0	α_1	β_1	κ_1	κ_2	ν
TGARCH (1,1)	Gaussiana	-0,026360 (0,044560)	0,110958 (0,023460)		0,422088 (0,062260)	0,284931 (0,032930)	0,768540 (0,022500)		-0,227522 (0,026610)	
TGARCH (1,1)	<i>t de Student</i>	-0,081963 (0,040380)	0,123070 (0,022260)		0,283762 (0,066120)	0,255615 (0,041140)	0,797527 (0,027510)		-0,177854 (0,033970)	5,719580 (0,697800)
TGARCH (1,1)	Gaussiana	-0,056347 (0,044200)	0,116270 (0,022980)	17,276400 (0,857500)	0,341264 (0,060880)	0,257139 (0,033430)	0,770998 (0,023980)		-0,147818 (0,027830)	
TGARCH (1,1)	<i>t de Student</i>	-0,085268 (0,040380)	0,118908 (0,022290)	8,562350 (1,42500)	0,268439 (0,064670)	0,245067 (0,040870)	0,805192 (0,027630)		-0,168389 (0,033780)	5,671670 (0,673000)
AGARCH (1,1)	Gaussiana	-0,045535 (0,045350)	0,103968 (0,023560)		0,337849 (0,060340)	0,180217 (0,020680)	0,760576 (0,022460)	-0,775237 (0,078910)		
AGARCH (1,1)	<i>t de Student</i>	-0,092336 (0,040480)	0,120578 (0,022390)		0,218985 (0,061630)	0,177113 (0,027490)	0,791804 (0,028210)	-0,632238 (0,094890)		5,561750 (0,66200)
AGARCH (1,1)	Gaussiana	-0,063417 (0,044410)	0,115092 (0,022780)	16,784500 (0,786100)	0,283075 (0,054390)	0,177342 (0,020620)	0,775132 (0,023230)	-0,637739 (0,077740)		
AGARCH (1,1)	<i>t de Student</i>	-0,095261 (0,040490)	0,116875 (0,022510)	9,412700 (1,959000)	0,211830 (0,060430)	0,173334 (0,027730)	0,797045 (0,028510)	-0,611164 (0,097950)		5,569290 (0,654200)

Notas: (1) A amostra de estimação cobre 2156 observações, de 13 de maio de 1994 a 16 de agosto de 2002, (2) $\varepsilon_t = y_t - \phi_0 - \phi_1 y_{t-1}$, com $y_t = 100 * [\ln(EMBI)_t - \ln(EMBI)_{t-1}]$, (3) Variável exógena I na média: vetor de variáveis *dummy* para as 909^a, 910^a e 911^a observações, correspondendo aos dias 23, 24 e 27 de outubro de 1997, (4) Valores em parênteses denotam os desvios padrão das estimativas.

Tabela 3-13 Parâmetros estimados dos modelos MS-GARCH e MS-TGARCH para o EMBI Global Brazil Sovereign Spread

	ϕ_0	ϕ_1	I	α_0	α_1	β_1	κ_2	ν
MS-TGARCH (2,1,1)	-0,129954 (0,039947)	0,114258 (0,022222)		0,187305 (0,054860)	0,159915 (0,025939)	0,820171 (0,027044)	-1,3e-009 (0,016534)	5,970620 (0,851402)
MS-GARCH (3,1,1)	-0,128536 (0,039644)	0,111464 (0,022149)		0,255904 (0,094290)	0,132478 (0,026194)	0,806833 (0,039374)		5,970326 (0,807501)
MS-GARCH (2,1,1)	-0,131762 (0,039607)	0,110649 (0,022447)	10,457589 (1,981781)	0,375913 (0,148576)	0,138320 (0,029646)	0,761247 (0,050290)		5,754655 (0,768651)
	g_2	g_3	θ_{11}	θ_{22}	θ_{21}	θ_{31}	θ_{12}	
MS-TGARCH (2,1,1)	33,539816 (37,000358)		35,299256 (22,071849)	1,256829 (0,761828)				
MS-GARCH (3,1,1)	1,618357 (0,267838)	18,986519 (25,432410)	15,510429 (6,851111)	12,274573 (6,498998)	0,858379 (1,024710)	1,191368 (0,562420)	0,762589 (0,411704)	
MS-GARCH (2,1,1)	1,706008 (0,382152)		17,600355 (7,263957)	12,647268 (5,1111503)				

Notas: (1) A amostra de estimação cobre 2156 observações, de 13 de maio de 1994 a 16 de agosto de 2002, (2) $\varepsilon_t = y_t - \phi_0 - \phi_1 y_{t-1}$, com $y_t = 100 * [\ln(EMBI)_t - \ln(EMBI)_{t-1}]$, somente com distribuição *t de Student*, (3) Variável exógena I na média no modelo MS-GARCH (2,1,1): vetor de variáveis *dummy* para as 909^a, 910^a e 911^a observações, correspondendo aos dias 23, 24 e 27 de outubro de 1997, (4) Valores em parênteses denotam os desvios padrão das estimativas, (5) A probabilidade de transição p_{32} foi restrita a zero, já que no modelo irrestrito apresentou valor muito próximo de zero.

As probabilidades de transição são parametrizadas por θ_{ij} da seguinte forma:

$$p_{ij} = d / \left(1 + \sum_{j=1}^k \theta_{ij}^2 \right), \text{ onde } d = \begin{cases} \theta_{ij}^2, \forall j = 1, 2, \dots, k-1 \\ 1, \forall j = k \end{cases}$$

Desta forma, as probabilidades de transição resultantes dos parâmetros θ_{ij} estimados são:

- MS-TGARCH (2,1,1):

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{21} \\ p_{12} & p_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,9992 & 0,3877 \\ 0,0008 & 0,6123 \end{bmatrix}$$

- MS-GARCH (3,1,1):

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{21} & p_{31} \\ p_{12} & p_{22} & p_{32} \\ p_{13} & p_{23} & p_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,9935 & 0,0048 & 0,5867 \\ 0,0024 & 0,9886 & 0,0000 \\ 0,0041 & 0,0066 & 0,4133 \end{bmatrix}$$

- MS-GARCH (2,1,1) com intervenções:

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{21} \\ p_{12} & p_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,9968 & 0,0062 \\ 0,0032 & 0,9938 \end{bmatrix}$$

Conclusões Finais

Este trabalho procura promover uma análise da mudança de regimes na volatilidade condicional do risco Brasil, após a implementação do Real, com ênfase nas mudanças markovianas de regimes. O objetivo é comprovar empiricamente se durante as graves crises financeiras o risco Brasil não só cresce mas também assume um regime de volatilidade mais alta. A importância deste trabalho reside no fato de que conhecer o regime de volatilidade permite avaliar, através da persistência da volatilidade, a duração dos efeitos das crises financeiras. Constitui-se portanto em uma ferramenta de análise simples, obviamente não desprovida de limitações, para o monitoramento de crises no curto prazo.

O primeiro capítulo procura fazer uma revisão bibliográfica acerca da determinação do equilíbrio macroeconômico de uma pequena economia aberta em desenvolvimento (PEAD) na presença do risco país, que no caso brasileiro, é chamado de risco Brasil. De uma forma geral, tiram-se duas conclusões desta recente mas já pujante literatura. A primeira é que o risco país de grande parte das PEAD é diretamente explicado em uma parte por um conjunto de seus fundamentos macroeconômicos e em outra parte por um componente autônomo o qual reflete os sentimentos do mercado em relação a estas. Movimentos bruscos no risco país se devem a mudanças no componente autônomo já que os fundamentos têm maior rigidez de mudança. Com isto, mesmo que os fundamentos macroeconômicos sejam sólidos, mudanças nos sentimentos do mercado podem contaminar o risco país e fazer com que esta PEAD assumam um novo equilíbrio macroeconômico, dito “ruim”, onde os influxos de capitais são interrompidos, um alto serviço de dívida pública, perspectivas de crescimento econômico sombrias e uma má avaliação de crédito (Razin & Sadka, 2002). Este novo equilíbrio pode ser temporário, caracterizando um efeito Tequila (Agénor, 1997).

A segunda conclusão desta revisão é que, apesar de conseguir modelar os efeitos macroeconômicos decorrentes de um aumento do componente autônomo do risco país, nenhum dos modelos consegue de fato atribuir um papel à volatilidade do risco país. Muito

menos explicar como o aumento pode ser visto como temporário pelos investidores estrangeiros. Isto nos faz constatar que analisar somente o nível do risco país é necessário mas não é suficiente para que ocorram crises de fluxos de capitais. Caso contrário, o Brasil, caracterizado por níveis altos de risco país, estaria constantemente em crise. Desta maneira, adaptou-se um jogo especulativo, inspirado nos modelos de crises cambiais de segunda geração, para explicar se, mesmo que a esperança da percepção dos fundamentos não se altere, um aumento na variância desta percepção é suficiente para detonar um processo especulativo contra o país e aumentar o componente autônomo do risco país. Em outras palavras, uma grande disparidade de informações entre os agentes econômicos cria um clima de insegurança onde os agentes preferem especular com os títulos da PEAD. Portanto, crises financeiras sofridas pela PEAD estão associadas a mudanças abruptas no padrão de volatilidade da percepção dos investidores e se faz importante uma análise da mudança de regimes no padrão de volatilidade condicional do risco país. Um subproduto desejável desta análise é a inferência da persistência destes choques na volatilidade e assim da duração da crise.

O segundo capítulo busca descrever a metodologia necessária para analisar a mudança de regimes na volatilidade condicional do risco país. Os modelos GARCH, inspirados no trabalho de Bollerslev (1986), são descritos em suas formas lineares e não-lineares. As formas não lineares servem para detectar as mudanças de regimes, com componentes observáveis e não-observáveis. No primeiro caso, descrevem-se os modelos AGARCH, TGARCH e o EGARCH. No segundo caso, especifica-se o MS-GARCH, criado por Almeida & Valls Pereira (1999), e que incorpora mudanças markovianas de regime. Apresentam-se a estimação e seleção destes modelos e os seus testes de diagnóstico e de checagem. Por último, enfoca-se a previsão fora da amostra.

No terceiro capítulo, a metodologia é aplicada à série diária do risco Brasil usando como *proxy* o *EMBI Global Sovereign Spread* do Brasil, gentilmente cedido pelo Banco JP Morgan - Chase. O período coberto da amostra de 2196 observações vai de 13 de maio de 1994 a 27 de setembro de 2002, sendo que as últimas trinta observações são guardadas para exercícios de previsão fora da amostra. Os dados transformados refletem o ganho percentual diário do especulador em títulos brasileiros ao longo do período. De uma forma geral, os

resultados empíricos sugerem que as épocas de crise especulativa contra a economia brasileira realmente estão associadas a períodos de alta volatilidade, com ou sem alteração da esperança da tendência percebida de seus fundamentos. Os modelos GARCH não-lineares com componentes observáveis obtiveram um melhor resultado para a previsão dentro da amostra. Contudo, os modelos GARCH não-lineares com componentes markovianos não-observáveis obtêm um melhor desempenho fora da amostra. Possivelmente, este melhor resultado dos modelos GARCH com mudanças markovianas se deva à sua melhor adaptabilidade aos dados durante os momentos de crise, como é o período que caracteriza os dados deixados de fora da estimação dos modelos. De acordo com os modelos de volatilidade condicional com mudanças markovianas, há somente dois regimes de volatilidade. Em épocas de crise, a volatilidade aumenta em 30,6% e a permanência em tal estado é esperada em 161 dias úteis, sendo que passados 30 dias úteis, os efeitos da volatilidade quase desaparecem.

Algumas considerações merecem ainda serem tecidas diante destes resultados empíricos. Do ponto de vista teórico, por um lado, os resultados empíricos mostram que a análise da variância, enquanto instrumento simplificado de monitoramento de crises de fluxos de capitais, é limitada por tratar simetricamente a qualidade das diversas crises sofridas. Quando a variância condicional muda para um regime mais alto, a PEAD encontra-se em crise de fluxos de capitais mas não se traduz a severidade da crise e portanto se a incerteza dos agentes especuladores de fato conduziu a PEAD ao equilíbrio tido como ruim.

Por outro lado, os resultados empíricos deflagram também que o simples acompanhamento do nível do risco país tampouco implica que o país encontra-se em um equilíbrio ruim com fuga repentina de capitais, causando problemas de serviço da dívida externa e portanto levando a um *default*. No período compreendido entre o segundo semestre de 1999 e abril de 2002, o risco Brasil manteve-se em nível muito alto em comparação aos 300 *bps* de um país em grau de investimento, porém a volatilidade manteve-se em um regime baixo, não se observando nenhuma crise aguda e repentina de confiança do investidor estrangeiro em relação ao Brasil em tal período. Ou seja, apesar de um risco país alto, a volatilidade no período foi relativamente baixa, não deflagrando uma crise aguda de confiança. Desta maneira, chega-se a uma das principais conclusões deste trabalho. A análise dos regimes de volatilidade condicional é útil para comprovar empiricamente que o fato de o

risco país estar em um patamar alto não necessariamente implica uma crise de confiança por parte dos investidores estrangeiros na PEAD. Uma crise de confiança no país é o resultado de um risco país alto e de um regime alto de volatilidade condicional.

Do ponto de vista econométrico, o uso de modelos GARCH com mudanças markovianas só pode ser implementado satisfatoriamente através do uso de *dummies* apesar da arbitrariedade inerente a este processo (Issler, 1999). Isto chega a soar praticamente como um contra-senso já que tal tipo de modelagem foi concebido por Hamilton & Susmel (1994) exatamente para deixar os dados falarem por si próprios. Assim este trabalho corrobora os resultados obtidos por Susmel (1999) comprovando que mudanças markovianas de regimes na volatilidade condicional, usando o filtro de Hamilton & Susmel (1994), ou uma adaptação dele, não consegue necessariamente ver-se livre da introdução de *dummies*.

Várias extensões são possíveis não só no jogo mas também na metodologia aplicada. O jogo simulado, baseia-se na hipótese forte de que a incerteza dos agentes diz respeito à informação disponível até então e que a única fonte de incerteza é a informação pública. Prati & Sbracia (2002) incorporam a noção de que a incerteza também diz respeito a expectativas futuras com relação aos fundamentos e que também há incerteza originada na informação privada. Para isto, faz-se necessário segmentar a volatilidade do risco país explicada pelos fundamentos e pela dispersão das informações públicas e privadas. Baccheta & van Wincoop (2002) usam um filtro de Kalman para tal. Obviamente, por um lado, esta abordagem enriquece a teoria, porém, por outro, afasta-se do objetivo primário desta análise qual seja obter um instrumento de fácil acesso que pudesse monitorar crises de fluxo de capitais no curto prazo.

Do ponto de vista econométrico, outros modelos também podem ser comparados, incorporando ou não a separação os fundamentos como variáveis exógenas. Outras extensões sobre o mesmo modelo de Almeida & Valls Pereira (1999) também são possíveis – MS-EGARCH ou MS-AGARCH, por exemplo. Os modelos de Dueker (1997) inspirados em Gray (1996) seriam úteis por permitir explicar as mudanças markovianas de regimes de volatilidade condicional já que nestes são os graus de liberdade da distribuição *t de Student* dos erros que

seguem um processo de Markov. Estes teriam a vantagem de poder adicionar mudanças de regimes na média e na volatilidade.

Um comentário ainda bastante válido que merece ainda um extensão seria ainda testar econometricamente a pertinência do bordão proferido pelo candidato Luiz Inácio Lula da Silva ao ganhar as eleições presidenciais brasileiras em 2002: “a esperança venceu o medo”. Ainda usando o mesmo arcabouço teórico de modelo de risco país incorporando o medo de interrupção dos fluxos de capitais, tal afirmação seria passível de testes empíricos analisando se, neste período, a volatilidade condicional (medo) tem capacidade de explicar alterações na média condicional (esperança) do risco país. O Lula esperaria que a volatilidade, ainda que alta, não fosse significativa para alterar a esperança. Este tipo de modelagem seria possível através de modelos GARCH-M, com ou não componentes não-observáveis markovianos.

As implicações de políticas econômicas basicamente referem-se a como evitar que as profecias se realizem e a PEAD deixe de sofrer ataques especulativos repentinos, dando origem às mudanças de regime na volatilidade do risco país. Duas saídas têm sido apontadas. Uma delas seria melhorar os fundamentos, aumentando a exportabilidade da economia brasileira, aumentar o esforço fiscal para dissipar dúvidas acerca da sustentabilidade da dívida pública e conferir independência operacional ao Banco Central (Garcia, 2002, Goldstein, 2003).

Contudo, por mais que melhorem os fundamentos, os investidores estrangeiros ainda podem se sentir insatisfeitos com esta melhoria devido ao que Eichengreen & Hausmann (2002)⁴⁴ chamaram de “pecado original”, isto é, a incapacidade de uma PEAD emitir títulos soberanos em “pesos”⁴⁵. Para se ver livre da posição de refém da especulação, muitos autores têm proposto soluções de títulos que sejam contingentes nos fundamentos da economia (Garcia, 2002, Gabaix, 2002). Eichengreen et al. (2002) propõem que as PEADs deveriam emitir títulos soberanos lastreados em um índice de moedas de países em desenvolvimento.

⁴⁴ Eichengreen, B., and Hausmann, R. (2002). “How to eliminate original financial sin”. Artigo publicado no *Financial Times*, aos 22 de novembro de 2002. Disponível em http://www.ksg.harvard.edu/news/opeds/2002/hausmann_financial_sin_ft_112202.htm (acessado em abril de 2003).

⁴⁵ Neste caso, “peso” significa moeda doméstica e “dólar” moeda estrangeira.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGÉNOR, P. R. *Borrowing risk and the Tequilla effect*. Washington, DC: IMF, 1997 (IMF Working Papers, n. 97/86).

AHUMADA, H. A.; GAREGNANI, M. L. Default and devaluation risks in Argentina: long-run and exogeneity in different systems. In: XXXV REUNIÓN ANUAL DE LA AAEP, Córdoba, CBA. *Anais eletrônicos ...* Buenos Aires: AAEP, 2000. Disponível em <<http://www.aaep.org.ar>>. Acesso em: 08 abr. 2003.

AIZENMANN, J. *Volatility, employment and the patterns of FDI in emerging markets*. Cambridge, MA: NBER, 2002 (NBER Working Papers, n. w9397).

AIZENMANN, J.; TURNOVSKY, S. J. Reserve requirements on sovereign debt in the presence of moral hazard – on debtors or creditors? *Economic Journal*, v. 112, n. 476, p. 107-32, 2002.

ALMEIDA, N. M. C.; VALLS PEREIRA, P. L. Mudança de regime em volatilidade: os modelos SWGARCH. In: XXI ENCONTRO BRASILEIRO DE ECONOMETRIA, Belém, PA. *Anais...* Rio de Janeiro: SBE, 1999. v. 1, n.1, p. 39-58.

AKGIRAY, V. Conditional heteroscedasticity in time series of stock returns: evidence and forecasts. *Journal of Business*, v. 62. n. 1, p. 55-80, 1989.

ÁVILA, J. C. *Riesgo Argentino y performance macroeconómica*. Buenos Aires: Universidad del CEMA, 2000.

BACCHETTA, P.; VAN WINCOOP, E. Can information dispersion explain the exchange rate disconnect puzzle? In: INTERNATIONAL FINANCE AND MACROECONOMICS PROGRAM MEETING. *Proceedings...* Cambridge, MA: NBER, 2002. Disponível em <<http://www.nber.org/>>. Acesso em: 20 abr. 2003.

BAIG, T.; GOLDFAJN, I. *The Russian default and the contagion to Brazil*. Rio de Janeiro: PUC-Rio/Departamento de Economia, 2000 (Textos para Discussão, n. 420).

BHANDARI, J. S., HAQUE, N. U.; TURNOVSKY, S. J. *Growth, debt, and sovereign risk in a small, open economy*. Washington, DC: The World Bank, 1989 (World Bank Policy, Planning, and Research Working Paper Series, n. WPS 260).

BERA, A. K.; HIGGINS, M. L. ARCH models: Properties, estimation and testing. *Journal of Economic Surveys*, v. 7, n. 4, p. 305-66, 1993.

BERNDT, E. R.; HALL, B. H.; HALL, R. E.; HAUSMAN, J. A. Estimation and inference in nonlinear structural models. *Annals of Economic and Social Measurement*, v. 3, n. 4, p. 653-65, 1974.

BLACK, F. The pricing of commodity contracts. *Journal of Financial Economics*, v. 3, n. 1/2, p. 167-79, 1976.

BLASS, A. A.; PELED, O.; YAFEH, Y. *The determinants of Israel's cost of capital: globalization, reforms and politics*. Jerusalem: Bank of Israel, 2002 (BOI Research Department Discussion Papers, n. 02.03).

BOLLERSLEV, T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, v. 31, n. 3, p. 307-27, 1986.

BOLLERSLEV, T. A conditionally heteroskedastic time series model for speculative prices and rates of return. *Review of Economics and Statistics*, v. 69, n. 3, p. 524-54, 1987.

BOLLERSLEV, T.; WOOLDRIDGE, J. M. Quasi-maximum likelihood estimation and inference in dynamic models with time-varying covariances. *Econometric Reviews*, v. 11, n. 2, p. 143-72, 1992.

BOLLERSLEV, T.; CHOU, R. Y.; KRONER, K. F. ARCH modeling in finance: a review of the theory and empirical evidence. *Journal of Econometrics*, v. 52, n. 1/2, p. 5-59, 1992.

BOLLERSLEV, T.; ENGLE, R. F.; NELSON, D. B. ARCH models. In: ENGLE, R. F.; MCFADDEN, D. L. (Coords.). *Handbook of Econometrics*. Amsterdam: Elsevier Science, 1994. v. 4, cap. 49, p. 2959-3038.

BOLLERSLEV, T.; GHYSELS, E. Periodic Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. *Journal of Business and Economic Statistics*, v. 14, n. 2, p. 139-57, 1996.

BROOKS, C.; BURKE, S. P. *Large and small sample information criteria for GARCH models based on estimation of Kullback-Leibler*. Reading: University of Reading, 1997 (Discussion Papers in Quantitative Economics and Computing, n. 53).

BROOKS, C.; BURKE, S. P. Forecasting exchange rate volatility using conditional variance models selected by information criteria. *Economics Letters*, v. 61, n. 3, p. 273-8, 1998.

CABALLERO, R. J. Macroeconomic volatility in Latin America: a view and three case studies. *Estudios de Economía*, v. 28, n.1, p. 5-52, 2001.

CABALLERO, R. J.; KRISHNAMURTHY, A. *International liquidity illusion: on the risks of sterilization*. Cambridge, MA: 2001 (NBER Working Papers, n. w8141).

CABALLERO, R. J.; KRISHNAMURTHY, A. *A dual liquidity model for emerging markets*. Cambridge, MA: 2001 (NBER Working Papers, n. w8758).

CAI, J. A Markov model of unconditional variance in ARCH. *Journal of Business and Economic Statistics*, v. 12, n. 3, p. 309-16, 1994.

CALVO, G. A. Capital flows and capital markets crises: the simple economics of sudden stops. *Journal of Applied Economics*, v. I, n.1, p. 35-54, 1998.

CANTOR, R.; PACKER, F. Determinants and impact of sovereign credit ratings. *Economic Policy Review*, v.2, n. 2, p. 37-53, 1996.

CAO, C. Q.; TSAY, R. S. Nonlinear time series analysis of stock volatilities. *Journal of Applied Econometrics*, v. 7, n. 4, p. 165-85, oct./dec., 1992. Supplement.

CATÃO, L.; SUTTON, B. *Sovereign defaults: the role of volatility*. Washington DC: IMF, 2002 (IMF Working Paper, n. 02/149).

CAVALCANTE, M. T.; HOLANDA, M. T. *Mobilidade de capital internacional no Brasil*. Fortaleza: CAEN/UFC, 1998 (Textos para Discussão CAEN, 199).

CÉSPEDES, L. F.; CHANG, R.; VELASCO, A. *IS-LM-BP in the pampas*. Cambridge, MA: NBER, 2002 (NBER Working Papers, n. w9337).

CHANG, R.; VELASCO, A. *Financial crises in emerging markets: a canonical model*. Cambridge, MA: 1998 (NBER Working Papers, w6606).

CHATTOPADHYAY, P.; TURNOVSKY, S. *Volatility and growth in developing economies: some numerical results and empirical evidence*. Seattle: University of Washington/Department of Economics, 1998 (Faculty Working Papers, n. 0055).

CORSETTI, G.; PESENTI, P.; ROUBINI, N. *What caused Asian currency and financial crises?* Roma: Banca d'Italia, 1998 (Temi di Discussione, n. 343).

DIEBOLD, F. X.; LÓPEZ, J. A. Modelling volatility dynamics. In: HOOVER, K. (Coord.). *Macroeconomics – Developments, Tensions and Prospects*. Boston: Kluwer, 1995. p. 427-72.

DOORNIK, J. A.; OOMS, M. Multimodality and the GARCH likelihood. In: ECONOMETRIC SOCIETY WORLD CONGRESS, Seattle. *Contributed Papers...* Evanston, IL: Econometric Society, 2000. n. 0798.

DUEKER, M. J. Markov switching in GARCH processes and mean-reverting stock market volatility. *Journal of Business and Economic Statistics*, v. 15, n.1, p. 26-34, 1997.

EATON, J.; FERNÁNDEZ, R. *Sovereign debt*. Cambridge, MA: 1995 (NBER Working Papers, n. w5131).

EATON, J.; GERSOVITZ, M.; STIGLITZ, J. E. *The pure theory of country risk*. Cambridge, MA: 1986 (NBER Working Papers, n. w1894).

EICHENGREEN, B.; MODY, A. *What explains changing spreads on emerging-market debt: fundamentals or market sentiment?* Cambridge, MA: 1998 (NBER Working Papers, n. w 6408).

EICHENGREEN, B.; HAUSMANN, R.; PANIZZA, A. Original sin: the pain, the mystery and the road to redemption. In: CURRENCY AND MATURITY MATCHMAKING REDEEMING DEBT FROM ORIGINAL SIN CONFERENCE. *Proceedings...* Washington, D.C.: Inter-American Development Bank, 2002.

ENGLE, R. F. Autoregressive conditional heteroscedasticity, with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica*, v. 50, n. 4, p. 987-1007, 1982.

ENGLE, R. F. Discussion: stock market volatility and the crash of 87. *Review of Financial Studies*, v. 3, n. 1, p. 103-6, 1990.

ENGLE, R. F. Statistical models for financial volatility. *Financial Analysts Journal*, v. 49, n. 1, p. 72-8, 1993.

ENGLE, R. F.; NG, V. K. Measuring and testing the impact of news on volatility. *Journal of Finance*, v. 48, n. 5, p. 1749-78, 1993.

ERLANDSSON, U. G. *Regime switches in Swedish interest rates*. Lund: Lund University/Department of Economics, 2002 (Department of Economics Working Paper, n. 2002:5).

FAVERO, C. A.; GIAVIZZI, F. *Why are Brazil's interest rate so high?* Milano: Università Bocconi, 2002 (IGIER Working Papers, n. 224).

FIORENTINI, G.; CALZOLARI, G.; PANATTONI, L. Analytic derivatives and the computation of GARCH estimates. *Journal of Applied Econometrics*, v. 11, n. 4, p. 399-417, 1996.

FIESS, N. *Capital flows, country risk and contagion*. Washington, DC: The World Bank, 2003 (World Bank Policy, Planning, and Research Working Papers Series, n. WPS2943).

FLETCHER, R. *Practical Methods of Optimization*. 2. ed. New York: John Wiley & Sons, 1987.

FLOOD, R. P.; MARION, N. P. *Speculative attacks: fundamentals and self-fulfilling prophecies*. Cambridge, MA: 1996 (NBER Working Papers, n. w5789).

FLOOD, R. P.; MARION, N. P. *Self-fulfilling risk predictions: an application to speculative attacks*. Washington, DC: IMF, 1998 (IMF Working Paper, n. 98/124).

FRANKEL, J. A. Measuring international capital mobility: a review. *The American Economic Review*, v. 82, n. 2, p. 197-202, 1992.

GABAIX, X. Eliminating self-fulfilling liquidity crises through fundamentals-revealing securities In: INTERNATIONAL FINANCE AND MACROECONOMICS PROGRAM MEETING. *Proceedings...* Cambridge, MA: NBER, 2002. Disponível em <<http://www.nber.org/>>. Acesso em: 20 abr. 2003.

GARCIA, M.G. P. *Brazil in the 21st century: how to escape the high real interest trap?* Rio de Janeiro: PUC-Rio/Departamento de Economia, 2002 (Textos para Discussão, n. 466).

GARCIA, M.G. P.; DIDIER, T. *Very high interest rates and the cousin risks: Brazil during the Real Plan.* Rio de Janeiro: PUC-Rio/Departamento de Economia, 2000 (Textos para Discussão, n. 441).

GALBRAITH, J. W.; ZINDE-WALSH, V. On some simple, autoregression-based estimation and identification techniques for ARMA models. *Biometrika*, v. 84, n. 3, p. 685-96, 1997.

GILL, P. E.; MURRAY, W.; WRIGHT, M. H. *Practical Optimization*. New York: Academic Press, 1981.

GLOSTEN, L. R.; JAGANATHAN, R.; RUNKLE, D. On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks. *Journal of Finance*, v. 48, n. 5, p. 1779-802, 1993.

GOLDSTEIN, M. *Debt Sustainability, Brazil, and the IMF*. Washington, DC: Institute for International Economics, 2003 (IIE Working Papers, n. 03-1).

GOODWIN, T. H. Business-cycle analysis with a markov-switching model. *Journal of Business and Economic Statistics*, v. 11, n. 3, p. 331-9, 1993.

GOURIEROUX, C. *ARCH Models and Financial Applications*. New York: Springer-Verlag, 1997.

GRAY, S. F. Modeling the conditional distribution of interest rates as a regime-switching process. *Journal of Financial Economics*, v. 42, n. 1, p. 27-62, 1996.

HALL, S. G.; SOLA, M. Structural breaks and GARCH modeling. In: GILLI, M. (Ed.). *Computational Economic Systems, Models, Methods and Econometrics*. Amsterdam: Kluwer, 1996.

HAMANN, F. A. *Default risk and sudden stops*. Raleigh: North Carolina State University, 2001. Mimeografado.

HAMANN, F. A. *On the effect of sovereign risk on the international credit market*. Raleigh: North Carolina State University, 2002a. Mimeografado.

HAMANN, F. A. *Sovereign risk and macroeconomic fluctuations*. Raleigh: North Carolina State University, 2002b. Mimeografado.

HAMANN, F. A. *Sovereign risk and real business cycles in a small open economy*. Raleigh: North Carolina State University, 2002c. Mimeografado.

HAMILTON, J. D. A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the business cycle. *Econometrica*, v. 57, n. 2, p. 357-84, 1989.

HAMILTON, J. D. Analysis of time series subject to changes in regime. *Journal of Econometrics*, v. 45, n. 1/4, p. 39-70, 1990.

HAMILTON, J. D. *Time series Analysis*. Princeton: Princeton University Press, 1994.

HAMILTON, J. D.; SUSMEL, R. Autoregressive conditional heteroskedasticity and changes in regime. *Journal of Econometrics*, v. 64, n. 1/2, p. 307-33, 1994.

HE, C.; TERÄSVIRTA, T. Properties of the autocorrelation function of squared observations for second-order GARCH processes under two sets of parameter constraints. *Journal of Time Series Analysis*, v. 20, n. 1, p. 23-30, 1999.

HENTSCHEL, L. F. All in the family: nesting linear and nonlinear GARCH models. *Journal of Financial Economics*, v. 39, n. 1, p. 139-64, 1995.

ISSLER, J. V. Estimating and forecasting the volatility of Brazilian finance series. *Revista de Econometria*, v. 19, n. 1, p. 5-56, 1999a.

ISSLER, J. V. Comentários sobre o artigo 'Modelos alternativos para extração da volatilidade de ativos: um estudo comparativo'. *Revista de Econometria*, v. 19, n. 1, p. 181-92, 1999b.

KAMINSKY, G.; SCHMUKLER, S. Emerging markets instability: do sovereign ratings affect country risk and stock returns? *World Bank Economic Review*, v. 16, n. 2, p.171-95, 2002.

KEHOE, P. J.; PERRI, F. International business cycles with endogenous incomplete markets. *Econometrica*, v. 70, n. 3, p. 907-28, 2002.

KIM, C. J. Unobserved-components time series models with Markov-Switching heteroskedasticity: changes in regime and the link between inflation rates and inflation uncertainty. *Journal of Business and Economic Statistics*, v. 11, n. 3, p. 341-9, 1993.

KONTONIKAS, A. *Inflation and Inflation Uncertainty in the United Kingdom. Evidence from GARCH modelling*. Uxbridge, UK: Brunel University/ Department of Economics and Finance, 2001. Mimeografado.

KRUGMAN, P. Are currency crises self-fulfilling? In: BERNANKE, B. S.; ROTENBERG, J. J. (Eds.). *NBER Macroeconomic Annual*. Cambridge, MA: MIT Press, 1996.

KRUGMAN, P. *What happened to Asia?* Cambridge, MA: MIT, jan., 1998. Disponível em: <<http://web.mit.edu/krugman/www/DISINTER.html>>. Acessado em: 20 de abril de 2003.

LA ROCQUE, E. C. Modelos não-lineares discretos e contínuos para a taxa de juros de curto prazo do Brasil. In: BONOMO, M.(ed.). *Finanças Aplicadas ao Brasil*. Rio de Janeiro: FGV, 2002. p. 361-433.

LAMOUREUX, C. G.; LASTRAPES, W. D. Persistence in variance, structural change, and the GARCH model. *Journal of Business and Economic Statistics*, v. 8, n. 2, p. 225-34, 1990.

LARRAÍN, G.; REISEN, H.; VON MALTZAN, J. *Emerging market risk and sovereign credit ratings*. Paris: OECD, 1997 (OECD Development Centre Technical Papers, n. 124).

LARZABAL, M.; VALDÉS, M.; LAPORTA, S. Spread soberano: evidencia empírica del caso uruguayo. In: JORNADAS ANUALES DE ECONOMIA, XVII. *Anales...* Montevidéo: Banco Central del Uruguay, 2002.

LAZRAK, S.; LEROUX, F. *Credit spread, sovereign risk, and brady bonds*. Montreal: École des Hautes Études Commerciales, 2002 (Cahiers de Recherche du CETAI, n. 02-01).

LEE, J.H. H. A Lagrange Multiplier test for GARCH models. *Economics Letters*, v. 37, n. 3, p. 265-71, 1991.

LEE, S.-W.; HANSEN, B. E. Asymptotic theory for the GARCH(1,1) quasi-maximum likelihood estimator. *Econometric Theory*, v. 10, n. 1, p. 29-52, 1994.

LI, W. K.; MARK, T. K. On the squared residual autocorrelation in non-linear time series with conditional heteroskedasticity. *Journal of Time Series Analysis*, v. 15, n. 6, p. 627-36, 1994.

LJUNG, G.; BOX, G. On a measure of lack of fit in time series models. *Biometrika*, v. 65, n. 2, p. 297-303, 1978.

LUMSDAINE, R. L. Consistency and asymptotic normality of the quasi-maximum likelihood estimator in IGARCH(1,1) and covariance stationary GARCH(1,1) models. *Econometrica*, v. 64, n. 3, p. 575-96, 1996.

MAURO, P., SUSSMAN, N., YAFEH, Y. *Emerging market spreads: then versus now*. Washington, DC IMF, 2000 (IMF Working Papers, n. 00/190).

MENDOZA, E. G. *Credit, prices, and crashes: business cycles with a sudden stop*. Cambridge, MA: 2001 (NBER Working Papers, n. w8338).

MILLS, T. C. *The Econometric Modelling of Financial Time Series*. Cambridge: Cambridge University Press, 1999.

MIN, H. G. Determinants of emerging market bond spread: do economic fundamentals matter? Washington, DC: The World Bank, 1998 (*World Bank Policy, Planning, and Research Working Papers Series*, n. WPS1899).

MORRIS, S. R.; SHIN, H. S. Unique equilibrium in a model of self-fulfilling crises *The American Economic Review*, v. 88, n. 3, p. 587-97, 1998.

MORRIS, S. R.; SHIN, H. S. Rethinking multiple equilibria in macroeconomic modeling. In: BERNANKE, B. S.; ROGOFF, K. (Eds.). *NBER Macroeconomic Annual*. Cambridge: MIT Press, 2000.

MORRIS, S. R.; SHIN, H. S. *Coordination risk and the price of debt*. London: London School of Economics, 2001 (*Financial Markets Group Discussion Papers*, n. dp373).

MUINHOS, M. K.; ALVES, S. A.; RIELLA, G. *Modelo estrutural com setor externo: endogenização do prêmio de risco e do câmbio*. Brasília: Banco Central do Brasil, 2002 (Trabalhos para Discussão, 42).

NELSON, D. B. Stationarity and persistence in the GARCH(1,1) model. *Econometric Theory*, v. 6, n. 3, p. 318-34, 1990.

NELSON, D. B. Conditional heteroskedasticity in asset pricing: a new approach. *Econometrica*, v. 59, n. 2, p. 347-70, 1991.

NELSON, D. B.; CAO, C. Q. Inequality constraints in the univariate GARCH model. *Journal of Business and Economic Statistics*, v. 10, n. 2, p. 229-35, 1992.

NEUMEYER, P. A.; PERRI, F. *Business cycles in emerging economies: the role of interest rates*. New York: NYU, 2001 (Stern School of Business Working Paper EC 01-12).

NOGUÉS, J.; GRANDES, M. Business cycles in emerging economies: the role of interest rates. *Journal of Applied Economics*, v. 4, n. 1, p. 125-62, 2001.

OBSTFELDT, M.; ROGOFF, K. *Foundations in international macroeconomics*. Cambridge: MIT Press, 1996. p. 349-428.

PAGAN, A. R. The econometrics of financial markets. *Journal of Empirical Finance*, v. 3, n. 1, p. 15-102, 1996.

PAGAN, A. R.; SCHWERT, G. W. Alternative models for conditional stock volatility. *Journal of Econometrics*, v. 45, n. 1/2, p. 267-90, 1990.

PALM, F. C. GARCH models of volatility. In: MADDALA, G.S.; RAO, C.R. (Eds.). *Handbook of Statistics*. Amsterdam: Elsevier Science, 1996. v. 14, cap. 7, p. 209-40.

PRATI, A.; SBRACIA, M. *Currency crises and uncertainty about fundamentals*. Washington, DC: IMF, 2002 (IMF Working Papers, n. WP023).

PRIESTLEY, M. B. State-dependent models: a general approach to non-linear time series analysis. *Journal of Time Series Analysis*, v. 1, n. 1, p. 47-71, 1980.

PRIESTLEY, M. B. *Nonlinear and Nonstationary Time Series Analysis*. London: Academic Press, 1988.

RAZIN, A.; SADKA, E. *Country risk and capital flow reversals*. Cambridge, MA: 2001 (NBER Working Papers, n. w8171).

ROJAS, A.; JAQUE, F. Determinants of the Chilean sovereign spread: is it purely fundamentals? REUNIÓN DE LA RED DE INVESTIGADORES DE BANCO CENTRALES DEL CONTINENTE AMERICANO, 7. *Anales...* México, DF: Centro de Estudios Monetários Latinoamericanos, 2002.

SBRACIA, M.; ZAGHINI, A. *Expectations and information in second generation currency crises models*. Roma: Banca d'Italia, 2000 (Temi di discussione, n. 391).

SHEPHARD, N. Statistical aspects of ARCH and stochastic volatility. In: COX, D. R., HINKLEY, D. V.; BARNDORFF-NIELSON, O. E. (Eds.). *Time Series Models in Econometrics, Finance and Other Fields*. London: Chapman & Hall, 1996. p. 1-67.

SCHMUKLER, S.; SERVÉN, L. *Pricing currency risk: facts and puzzles from currency boards* Cambridge, MA: 2001 (NBER Working Papers, n. w9047).

SCHWARTZ, G. Estimating the dimension of a model. *Annals of Statistics*, v. 6, n. 2, p. 461-4, 1978.

SCHWERT, G. W. Stock volatility and the crash of 87. *Review of Financial Studies*, v. 3, n. 2, p. 77-102, 1990.

SUSMEL, R. *Switching volatility in International Equity Markets*. Houston: University of Houston/College of Business, 1999. Mimeografado.

TILLMANN, P. *Information disparities and the probability of currency crises: empirical evidence*. Köln: Universität zu Köln, 2002. Mimeografado. Disponível em: <http://www.uni-koeln.de/wiso-fak/donges/mitarbeiter/tillmannf_information.pdf>. Acessado em: 20 de abril de 2003.

TOWNSEND, R. M. Optimal contracts and competitive markets with costly state verification. *Journal of Economic Theory*, v. 21, n.2, p. 265-93, 1979.

TURNOVSKY, S. J.; CHATTOPADHYAY, P. *Volatility and growth in developing economies: some numerical results and empirical evidence*. Seattle: University of Washington, 1998. Mimeografado.

TURNOVSKY, S. J. *Growth in an open economy: some recent developments*. Brussels: National Bank of Belgium, 2000 (NBB Working Papers Research Series, n. 5).

URIBE, M. *A fiscal theory of sovereign risk*. Cambridge, MA: 2002 (NBER Working Papers, n. w9221).

VALLS PEREIRA, P. L. Comments about the paper 'Estimating and forecasting the volatility of Brazilian finance series using ARCH models'. *Revista de Econometria*, v. 19, n. 1, p. 193-6.

VALLS PEREIRA, P. L.; HOTTA, L. K.; DE SOUZA, L.A. R.; DE ALMEIDA, N.M.C. G. Alternative models to extract asset volatility: a comparative study *Revista de Econometria*, v. 19, n.1, p. 57-109, 1999.

VAN DIJK, D.; FRANSES, M. *Nonlinear Time Series Models in Empirical Finance*. Cambridge: Cambridge University Press, 2000.

WILLIAMSON, J. *Is Brazil next?* Washington, DC: Institute for International Economics, 2002 (IIE Policy Briefs, n. PB02-7).

ZAKOIAN, J. M. Threshold heteroskedastic models. *Journal of Economic Dynamics and Control*, v. 18, n. 5, p. 931-55, 1994.

ZURLINDEN, M. The vulnerability of pegged exchange rates: the British Pound in the ERM. *Review*, v. 75, n. 5, p 41-56, 1993.